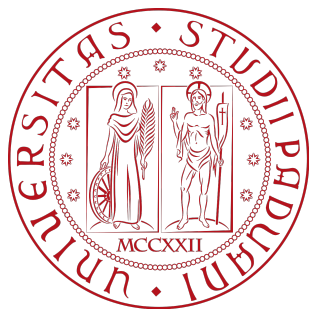


Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Scienze Statistiche
Corso di Laurea Triennale in
Statistica per l'Economia e l'Impresa



RELAZIONE FINALE

CRISI CLIMATICA: ANALISI DELL'EVOLUZIONE DEL RISCALDAMENTO GLOBALE, DELLE EMISSIONI DI GAS SERRA E DEI DISASTRI NATURALI

Relatrice Prof.ssa Mariangela Guidolin
Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureando: Riccardo Forte
Matricola N° 2056723

Anno Accademico 2023/2024

Indice

Introduzione	1
1 Riscaldamento globale	5
1.1 La storia dei negoziati sul cambiamento climatico	5
1.2 Analisi esplorative	7
1.3 Modello di previsione	13
1.3.1 Modelli <i>ARIMA</i>	13
1.3.2 Confronto tra modelli	19
1.3.3 Scelta del modello	24
1.4 Previsioni	27
2 Emissioni di gas serra	30
2.1 L'effetto serra	30
2.2 I principali fenomeni che influenzano la temperatura della Terra . .	31
2.3 I gas serra	33
2.4 L'evoluzione delle emissioni di anidride carbonica	34
2.4.1 Analisi esplorative	34
2.5 Modelli di previsione per scenari	37
2.5.1 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica in Europa . .	38
2.5.2 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica negli Stati Uniti d'America	44
2.5.3 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica in Cina . . .	48
2.5.4 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica in Asia . . .	52
2.5.5 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica globali . . .	56
2.6 Nuovo modello per la previsione della deviazione della temperatura	60
2.6.1 Specificazione del modello	60

2.6.2	Previsioni	61
3	Disastri naturali: Analisi dell'aumento e delle cause	64
3.1	Effetti del riscaldamento globale sulla frequenza e intensità dei disastri naturali	64
3.2	L'evoluzione del numero dei disastri naturali	65
3.3	L'impatto dello sviluppo tecnologico sulla documentazione dei disastri naturali	67
3.4	Modelli di previsione	69
4	Analisi delle opinioni sociali sul riscaldamento globale	75
4.1	Considerazioni sulla preoccupazione pubblica per il cambiamento climatico	75
4.2	Riflessioni sulla soddisfazione dell'operato della politica nazionale .	76
	Conclusioni	78
A	Codice R	80
A.1	Modelli di previsione del capitolo 1	82
A.2	Modelli di previsione del capitolo 2	84
A.3	Modelli di previsione del capitolo 3	89
B	Modelli di previsione	91
B.1	Processi stocastici <i>ARIMA</i>	91
B.2	Lisciamiento esponenziale di Holt	95
B.3	Modello di Bass	97
B.4	Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale	102
B.5	Modello per la stima di un trend esponenziale	103
C	Test statistici	104
C.1	Test LM-Arch	104
C.2	Test di Ljung-Box	105
C.3	Test di Jarque-Bera	106
C.4	Test di Diabold-Mariano	106

D Criteri di informazione	108
D.1 Il criterio di informazione di Akaike	108
D.2 Il criterio di informazione Bayesiano	109
Bibliografia	109
Sitografia	111
Fonti dei Dati	113

Grafici ed immagini

1.1	Deviazione della temperatura media mondiale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.	7
1.2	Deviazione della temperatura media dell'emisfero settentrionale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.	8
1.3	Deviazione della temperatura media dell'emisfero meridionale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.	8
1.4	Confronto deviazioni emisfero settentrionale e meridionale.	9
1.5	Deviazione della temperatura media superficiale di un mese specifico dalla media del periodo 1991-2020.	10
1.6	Temperatura media mensile per decade nel periodo 1940-2023.	11
1.7	Deviazione della temperatura media della superficie del mare rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.	12
1.8	Innalzamento medio livello del mare rispetto alla media del periodo 1993-2008.	13
1.9	Grafico e correlogrammi serie storica deviazione della temperatura media mondiale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.	14
1.10	Serie differenziata.	15
1.11	Correlogrammi della serie storica deviazione della temperatura media mondiale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990 differenziata.	16
1.12	Analisi residui $ARIMA(3,1,0)$	17
1.13	P-Value test Ljung-Box residui $ARIMA(3,1,0)$	18
1.14	Analisi residui $ARIMA(3,1,2)$	20
1.15	P-Value test Ljung-Box residui $ARIMA(3,1,2)$	21
1.16	Analisi residui $ARIMA(0,1,2)$	22
1.17	P-Value test Ljung-Box residui $ARIMA(0,1,2)$	23

1.18	Previsioni modello $ARIMA(3,1,0)$	28
1.19	Previsioni modello $ARIMA(3,1,0)$ con intervallo di confidenza del 95%.	29
2.1	Effetto serra. Grafico: myclimate (myclimate 2023)	31
2.2	Fenomeni fisici che influenzano il clima della Terra. Immagine: myclimate (myclimate 2023)	32
2.3	Influenza modellata di tutte le forzanti radiative naturali e antropiche. Grafico: Carbon Brief (Hausfather 2017)	32
2.4	Emissioni di gas serra da tutte le fonti. Sono misurate in tonnellate di CO_2 equivalente su un orizzonte temporale di 100 anni.	33
2.5	Emissioni di gas serra da tutte le fonti cumulative. Sono misurate in tonnellate di CO_2 equivalente su un orizzonte temporale di 100 anni.	34
2.6	Le emissioni di CO_2 in Oceania, India, Asia e Cina.	35
2.7	Le emissioni di CO_2 in America Centrale, Sud America, Nord America e Africa.	36
2.8	Le emissioni di CO_2 negli Stati Uniti d'America e Europa.	36
2.9	Evoluzione nel tempo dell'influenza delle regioni mondiali sulle emissioni.	37
2.10	Previsioni emissioni in Europa fino al 2100.	42
2.11	Zoom previsioni emissioni in Europa fino al 2100.	43
2.12	Previsioni emissioni negli Stati Uniti d'America fino al 2100.	47
2.13	Zoom previsioni emissioni negli Stati Uniti d'America fino al 2100.	48
2.14	Previsioni emissioni in Cina fino al 2100.	51
2.15	Zoom previsioni emissioni in Cina fino al 2100.	52
2.16	Previsioni emissioni nei Paesi asiatici esclusi Cina ed India fino al 2100.	55
2.17	Zoom previsioni emissioni nei Paesi asiatici esclusi Cina ed India fino al 2100.	56
2.18	Previsioni emissioni globali fino al 2100.	59
2.19	Zoom previsioni emissioni globali fino al 2100.	60
2.20	Previsioni della deviazione della temperatura con la media del periodo 1961-1990 fino al 2100.	62

2.21	Zoom previsioni della deviazione della temperatura con la media del periodo 1961-1990 fino al 2100.	63
3.1	Evoluzione del totale dei disastri naturali.	66
3.2	Evoluzione del totale dei disastri naturali e degli specifici fenomeni.	67
3.3	Evoluzione delle proporzioni di disastri segnalati di diverse dimensioni rispetto al totale.	68
3.4	Serie storica dei disastri naturali trasformata mediante la trasformazione di Box-Cox.	70
3.5	Previsioni dei disastri naturali fino al 2050 dei modelli 3.2 e 3.3.	72
3.6	Previsioni dei disastri naturali fino al 2050 dei modelli di lisciamiento esponenziali.	74
4.1	Mappa preoccupazione della popolazione mondiale sul cambiamento climatico.	76
4.2	Mappa opinione della politica dei propri governi sul cambiamento climatico.	77
B.1	Shock esponenziale con $a_1 = 25$, $b_1 = -0.1$ e $c_1 = 0.6$	99
B.2	Shock rettangolare con $a_1 = 25$, $b_1 = 62.5$ e $c_1 = 0.6$	100
B.3	Shock misto con $a_1 = 25$, $b_1 = -0.1$, $c_1 = 0.6$, $a_2 = 37.5$, $b_2 = 62.5$ e $c_2 = 0.40$	101

Introduzione

Il tema di questa tesi riguarda la crisi climatica, la quale sta inesorabilmente determinando un innalzamento delle temperature terrestri e dei corpi idrici. Questo fenomeno comporta, e continuerà a comportare, gravi conseguenze per il nostro pianeta. Nonostante le evidenze pressanti che un cambiamento climatico è già in atto e la ragionevole previsione che nei prossimi decenni questo cambiamento si dispiegherà con effetti destabilizzanti per il nostro pianeta, i provvedimenti in materia non sono in grado di portare i risultati desiderati un po' per mancanza tecnologica un po' per mancate posizioni politiche forti sull'adozione di piani di contenimento. La comunità scientifica ha accertato che gran parte del riscaldamento sia di origine antropica ed in gran parte causato dall'immissione in atmosfera di grandi quantità di gas serra provenienti dall'utilizzo di combustibili fossili, dalla deforestazione e dalle attività agricole e industriali. Le nazioni non riescono a concordare su un piano di mitigazione per tagliare della metà le emissioni al 2030 ed azzerarle al 2050, cosa che secondo gli scienziati dell'Ipcc¹ servirebbe per rispettare l'impegno di restare entro i due gradi (e magari avvicinarsi al grado e mezzo) di riscaldamento dall'era preindustriale,² un livello che è ritenuto la soglia da non superare per non avere impatti distruttivi. Per rimanere entro i due gradi dovremmo agire con decisione e avviare un rigoroso percorso di mitigazione fino ad arrivare a emissioni zero nel 2050. Se non riuscissimo ad abbassare l'innalzamento delle temperature questo comporterebbe uno spostamento delle fasce climatiche di centinaia di chilometri, con effetti pesantissimi per biodiversità, agricoltura e

¹Acronimo che sta per Intergovernmental Panel on Climate Change il quale è l'organismo delle Nazioni Unite per la valutazione della scienza relativa ai cambiamenti climatici

²Il termine preindustriale fa riferimento al periodo precedente la rivoluzione industriale, convenzionalmente identificata nel periodo storico che va dal 1750 al 1850.

comunità umane. Lo scioglimento del permafrost nelle aree artiche rischierebbe di innescare effetti di retroazione positiva per il rilascio di metano³ e della CO_2 contenuta in quei terreni ghiacciati; il progressivo scioglimento dei ghiacci della Groenlandia e di parte dell'Antartide farebbe innalzare il livello del mare, che crescerebbe anche per l'effetto dell'espansione termica. L'emissione di acque fredde e dolci nell'Atlantico settentrionale potrebbe turnare e rallentare la Corrente del Golfo molto prima di quanto si riteneva solo pochi anni fa; di conseguenza, l'aumento della temperatura e dell'acidità degli oceani avrebbe effetti pesanti sulle popolazioni ittiche, colpendo in modo particolare le barriere coralline. Le zone costiere più basse sarebbero invase dall'acqua ad ogni tempesta, e in parte finirebbero sommerse. Crescerebbe la siccità in molte regioni, tra queste anche quella mediterranea, aumenterebbero dovunque gli eventi estremi e le piogge sarebbero concentrate in episodi molto più intensi e potenzialmente fautori di alluvioni e dissesti idrogeologici. Questo fenomeno è supportato dai dati storici recenti; ad esempio, in Italia si sono verificati numerosi episodi di inondazioni. A pagare il prezzo più alto sarebbero in primis i Paesi più poveri, sia perché hanno meno risorse per l'adattamento sia per la loro collocazione geografica, quasi sempre in aree tropicali ed equatoriali particolarmente sensibili al cambiamento climatico. L'aumento della siccità e degli eventi estremi porterebbe ad una crescita delle migrazioni, sia quelle interne, sia quelle dal sud del mondo ai Paesi sviluppati, e probabilmente innescherebbe anche dei conflitti (Farruggia 2019).

Per analizzare l'evoluzione delle variabili che influenzano maggiormente il cambiamento climatico e alcuni fenomeni correlati, verranno studiate le loro serie storiche mediante analisi esplorative e modelli statistici, quali processi stocastici, modelli di regressione lineare, lisciamiento esponenziale e modelli di Bass. Gli obiettivi di questo elaborato sono di evidenziare i cambiamenti tangibili del clima e, sulla base delle serie storiche analizzate, di costruire modelli di previsione per i possibili scenari futuri.

³Il metano è, dopo la CO_2 , il principale responsabile del riscaldamento globale. Nonostante sia relativamente facile ridurre le emissioni, il miglioramento è lento e di entità ridotta. Il metano ha un tempo di permanenza nell'atmosfera molto inferiore a quello della CO_2 , ma il suo effetto è 84 volte più forte (openpolis 2022).

La tesi seguirà una struttura definita nel seguente modo:

- Capitolo 1: verranno condotte delle analisi esplorative sulle serie temporali considerate. Successivamente, sarà realizzato un modello di previsione per la serie storica relativa alla deviazione della temperatura media globale rispetto alla media del periodo 1961-1990. Le serie storiche che verranno utilizzate in questo capitolo sono riportate di seguito:
 - Deviazione della temperatura media globale, dell'emisfero settentrionale e meridionale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990. (Met Office Hadley Centre - Processed by Our World in Data 2024a)
 - Deviazione della temperatura media superficiale di un mese specifico dalla media del periodo 1991-2020 (Copernicus Climate Change Service (2019) – with major processing by Our World in Data 2023)
 - Temperatura media mensile per decade del periodo 1940-2023 (Copernicus Climate Change Service - Processed by Our World in Data 2023)
 - Deviazione della temperatura media della superficie del mare rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990 (Met Office Hadley Centre - Processed by Our World in Data 2024b)
 - Innalzamento medio livello del mare rispetto alla media del periodo 1993-2008 (Met Office Hadley Centre - Processed by Our World in Data 2024b)
- Capitolo 2: verranno effettuate analisi sull'effetto serra e sui principali gas serra, con un focus particolare sull'evoluzione dell'anidride carbonica (CO_2) nel corso degli anni. Successivamente, saranno stimati modelli di previsione per le emissioni di CO_2 in diverse regioni del mondo e a livello globale. Queste previsioni saranno poi utilizzate per sviluppare un modello di regressione dinamico, volto a delineare possibili scenari futuri. Le analisi verranno condotte utilizzando le serie storiche presenti nel dataset messo a disposizione da "Our World in Data" (Global Carbon Project 2023).

- Capitolo 3: verrà analizzata l'influenza del riscaldamento globale sull'aumento della frequenza e dell'intensità dei disastri naturali a livello globale. Successivamente, verranno stimati modelli predittivi per prevedere l'evoluzione temporale di tali disastri naturali. Le serie storiche che saranno prese in esame sono tratte dal dataset reso disponibile dall'International Disaster Database del Centre for Research on the Epidemiology of Disasters (EM-DAT, CRED / UCLouvain 2024).
- Capitolo 4: In quest'ultimo capitolo saranno analizzati dei dati riguardanti l'opinione pubblica sui temi connessi alla crisi ambientale. I dati utilizzati in questo capitolo sono tratti dal sito "Our World in Data" (Vlasceanu et al. 2024).

Capitolo 1

Riscaldamento globale

1.1 La storia dei negoziati sul cambiamento climatico

Nel corso degli anni i Paesi mondiali hanno aderito a diverse convenzioni per la gestione del riscaldamento globale, tra le quali si ricorda il protocollo di Kyoto e l'accordo di Parigi. Il protocollo di Kyoto fu accordato l'11 Dicembre 1997 e rappresentava un protocollo legalmente vincolante. L'approccio era top-down:¹ al centro del protocollo di Kyoto vi era un obiettivo comune di riduzione delle emissioni di gas serra per soli Paesi industrializzati e le economie in via di transizione. Il concetto che sottintendeva al protocollo di Kyoto era che i tagli alle emissioni erano sì un impegno vincolante, ma che non importava in luogo dove avvenivano, purché ci fossero. I Paesi industrializzati avevano quindi due opzioni: tagli "nazionali" e tagli "internazionali". Il meccanismo prevedeva così che essi si vedessero assegnate quote di emissione, che fissavano il limite massimo delle loro emissioni annue di gas serra,² potendo far fronte ai loro obblighi attraverso la collaborazione con altri Paesi, sia sotto forma di progetti di riduzione delle emissioni dai quali potevano

¹L'approccio top-down alla gestione del riscaldamento globale si concentra sulla definizione e sull'implementazione di politiche a livello centrale, che vengono poi applicate e monitorate a tutti i livelli della società.

²Si definiscono gas serra i gas nell'atmosfera che incidono sul bilancio energetico della terra. Questi gas generano il cosiddetto effetto serra. I principali gas serra, ovvero biossido di carbonio (CO₂), metano e protossido di azoto (myclimate 2022).

essere acquistati crediti di carbonio, sia attraverso l'acquisto di parti delle quote di altri Stati. Il limite del protocollo di Kyoto era che riguardava solo i Paesi Annex I,³ anche se si sapeva benissimo che nei seguenti anni le emissioni degli altri Paesi li avrebbero sorpassati. Sostanzialmente rappresentava un accordo debole in termini quantitativi, ma almeno teoricamente vincolante (Farruggia 2019).

L'accordo di Parigi, invece, è il primo accordo globale sul clima legalmente vincolante e universale della storia. "L'obiettivo dell'accordo è mantenere l'aumento della temperatura globale ben al di sotto di due gradi centigradi in più rispetto ai livelli preindustriali, e allo stesso tempo sforzarsi nel limitare l'aumento a 1.5°C. L'accordo mira a controllare il picco delle emissioni di gas serra prima possibile e bilanciare emissioni e assorbimenti di gas serra nella seconda metà del secolo. L'accordo si occupa anche dell'adattamento al cambiamento climatico, dei finanziamenti e di altre tipologie di assistenza per i Paesi in via di sviluppo, del trasferimento di tecnologia, del potenziamento delle capacità, delle perdite e dei danni" (Parlamento Europeo 2022).

³Paesi industrializzati e Paesi ex socialisti ad economia in transizione

1.2 Analisi esplorative

Tutti i dati che verranno utilizzati all'interno di questo capitolo sono stati ricavati dal sito "Our World in Data", per maggiori informazioni si rimanda all'introduzione (pag. 3) e alla pagina relativa alle fonti dei dati (pag. 114). L'analisi dei dati relativi alla deviazione tra le temperature medie annuali registrate e la media del periodo 1961-1990 evidenzia chiaramente la presenza di un trend crescente, con un massimo nel 2024, che segnala un aumento di 1.23°C rispetto alla media del periodo 1961-1990 (1.1).

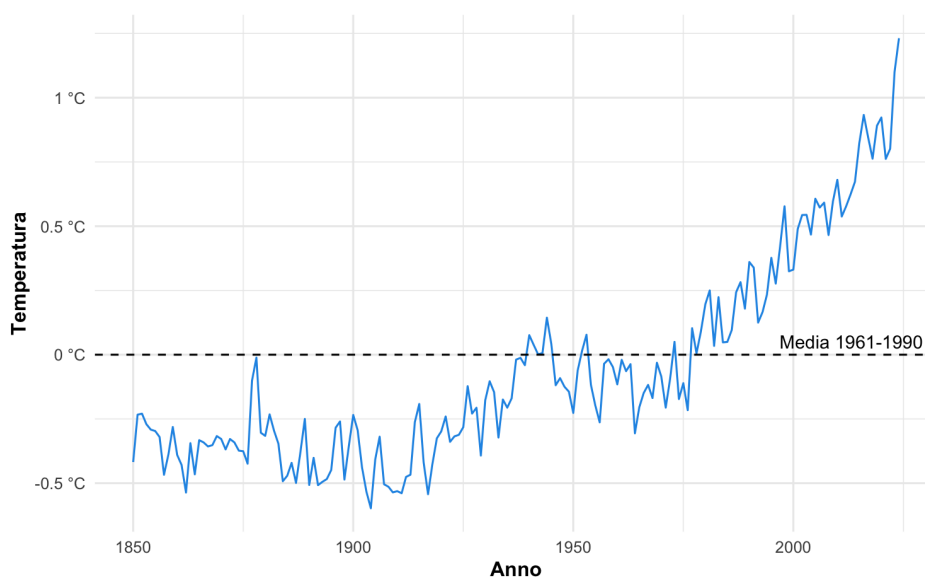


Figura 1.1: Deviazione della temperatura media mondiale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.

Dallo studio delle serie storiche della deviazione delle temperature nei soli emisferi settentrionale (1.2) e meridionale (1.3) emerge che le temperature dell'emisfero settentrionale hanno subito un aumento più marcato rispetto a quelle dell'emisfero meridionale.

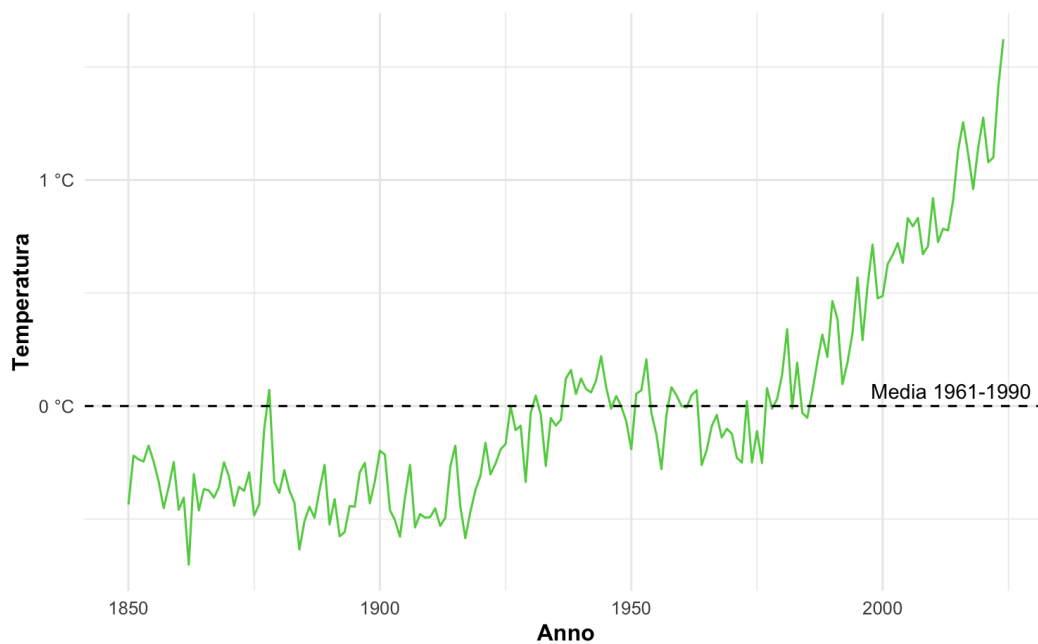


Figura 1.2: Deviazione della temperatura media dell'emisfero settentrionale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.

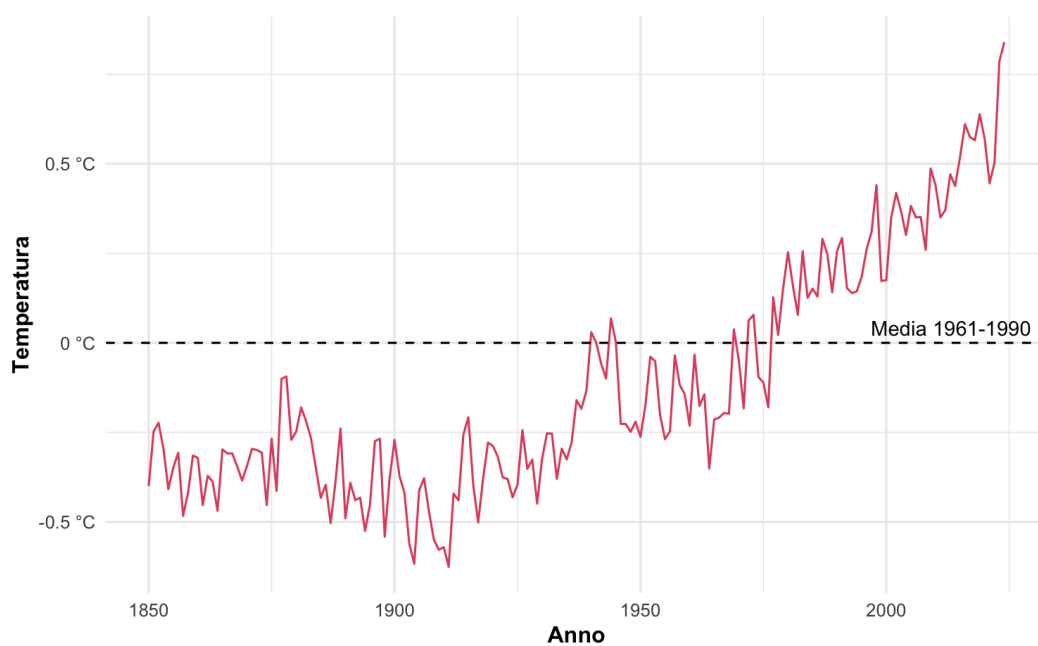


Figura 1.3: Deviazione della temperatura media dell'emisfero meridionale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.

Questo fenomeno è ancora più chiaro dall'analisi dalla serie storica del confronto tra le due deviazioni (1.4). In particolare, verso la fine degli anni Novanta si osserva un aumento graduale della loro differenza.

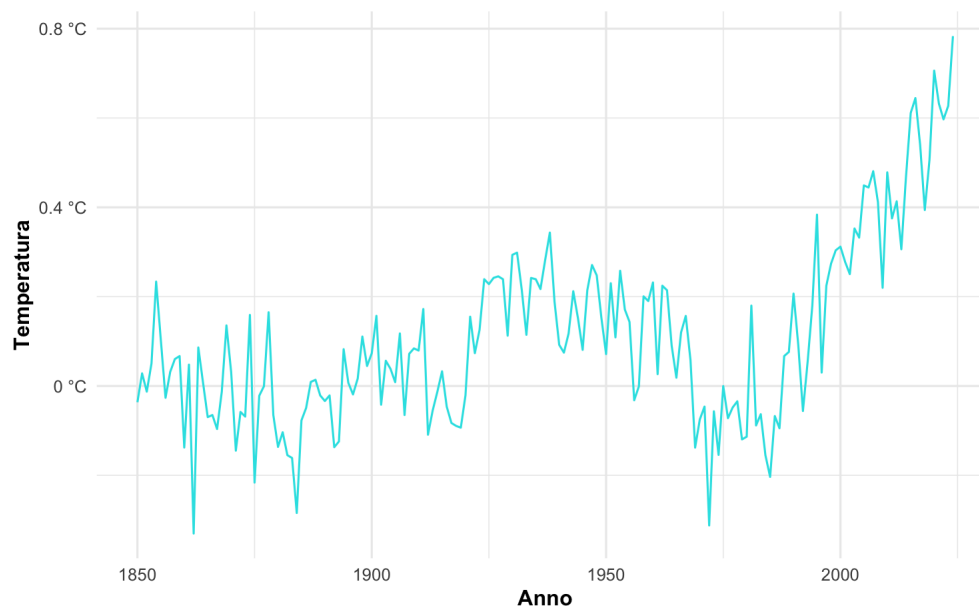


Figura 1.4: Confronto deviazioni emisfero settentrionale e meridionale.

L'analisi della serie storica della deviazione della temperatura⁴ media superficiale di un mese specifico dalla media 1991-2020 (1.5) insieme a quella delle temperature⁴ medie mensili suddivisa per decenni dal 1940 al 2023 (1.6) mette in evidenza in maniera particolarmente accentuata come le temperature siano in continuo aumento.

⁴Le temperature delle due serie storiche sono le temperature dell'aria misurate a 2 metri dal suolo, comprendendo le temperature della terra, il mare e le superfici delle acque interne.

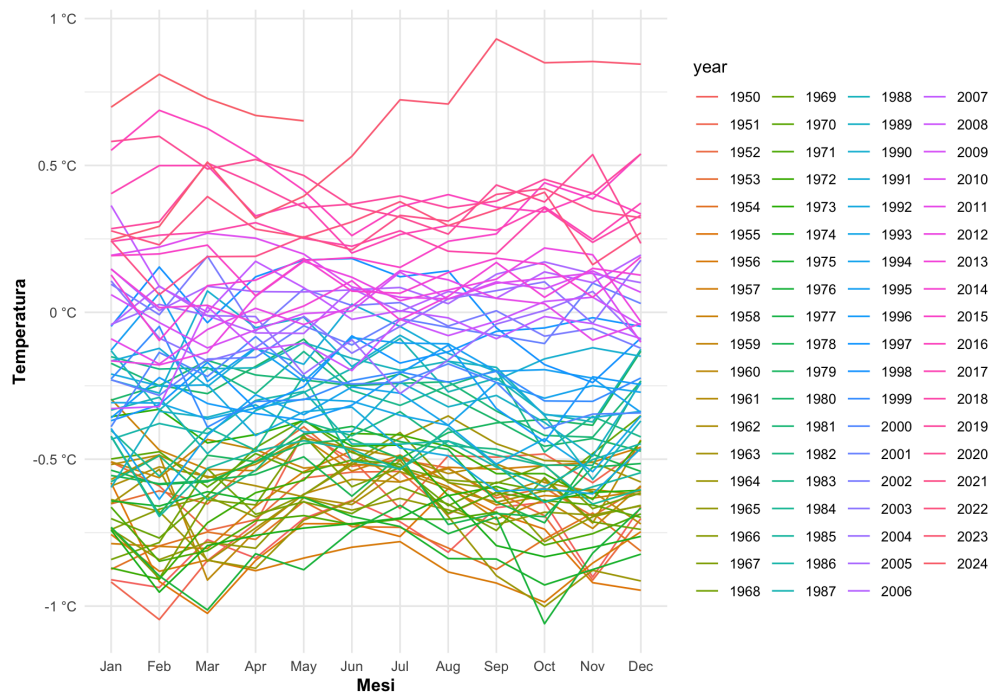


Figura 1.5: Deviazione della temperatura media superficiale di un mese specifico dalla media del periodo 1991-2020.

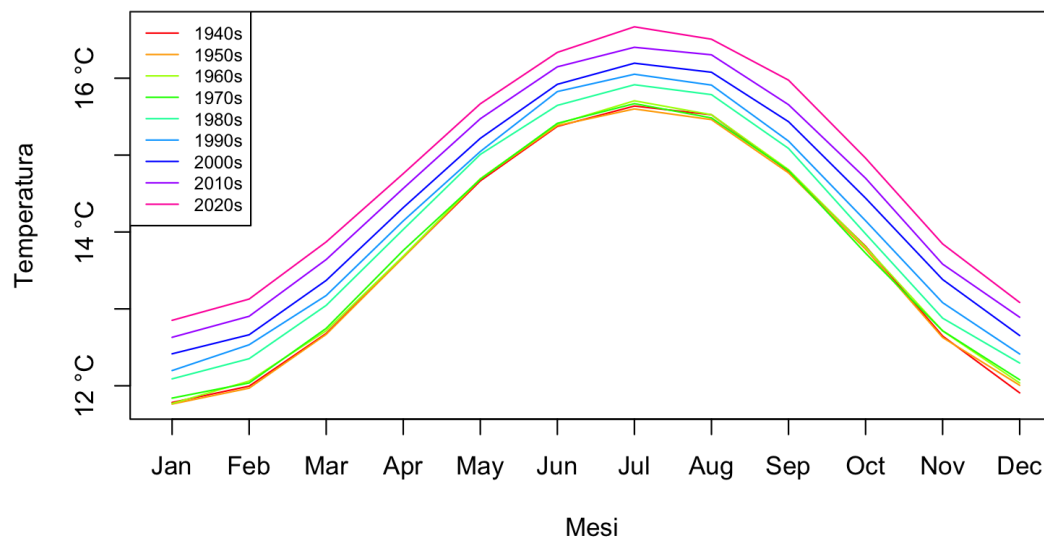


Figura 1.6: Temperatura media mensile per decade nel periodo 1940-2023.

Studiando l'andamento della deviazione delle temperature superficiali del mare rispetto alla media del periodo 1961-1990 (1.7), si osserva un trend crescente, con il valore massimo registrato nell'ultima osservazione disponibile, relativa al 2020. L'aumento delle temperature ha contribuito, tra l'altro, allo scioglimento dei ghiacciai e al conseguente innalzamento del livello del mare, come illustrato nella figura 1.8.

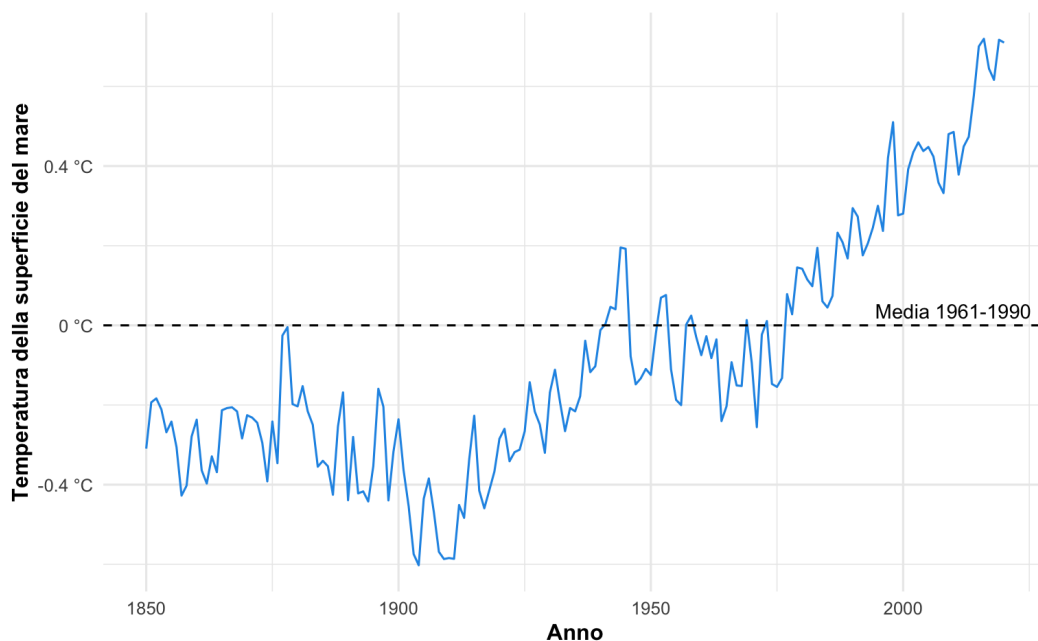


Figura 1.7: Deviazione della temperatura media della superficie del mare rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.

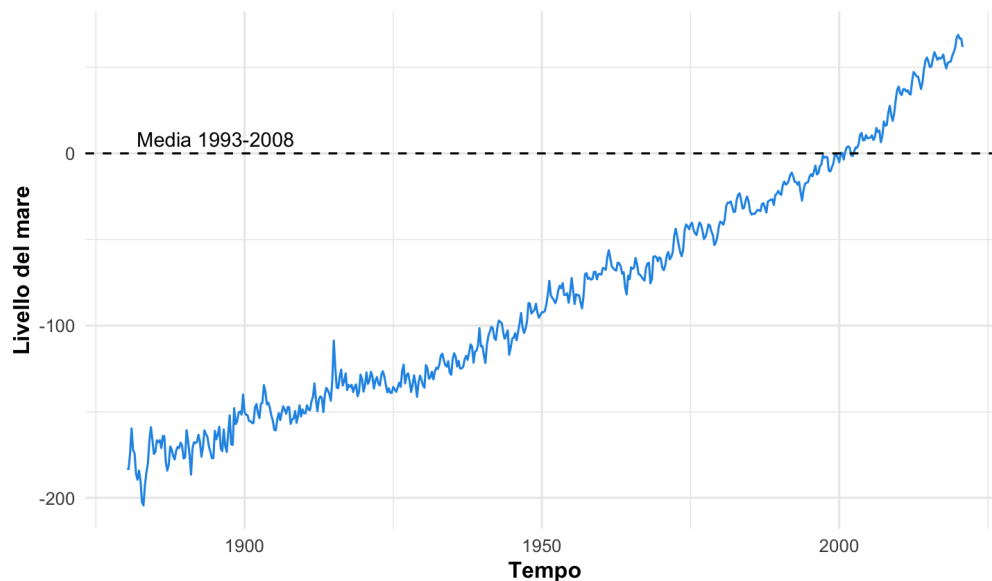


Figura 1.8: Innalzamento medio livello del mare rispetto alla media del periodo 1993-2008.

1.3 Modello di previsione

Nella seguente sezione verrà stimato un modello per spiegare e prevedere la serie storica della deviazione della temperatura media globale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990. Il modello stimato apparterrà alla classe dei modelli *ARIMA* e verranno eseguiti confronti con altri modelli della stessa classe al fine di individuare quello più appropriato per il caso in esame.

1.3.1 Modelli *ARIMA*

Per la stima del modello *ARIMA* della serie storica in esame, si adotterà la metodologia di identificazione e validazione proposta da Box e Jenkins (si veda la sezione B.1 dell'*Appendice B*).

Identificazione:

Dato che i modelli della classe *ARIMA* si basano sul fatto che la serie storica sia stazionaria e omoschedastica bisogna verificare che la serie rispetti queste due condizioni. Dall'analisi della figura 1.9 è possibile notare come la funzione di autocorrelazione globale decada a zero lentamente indice che la serie non è stazionaria. Questa osservazione è ulteriormente confermata dal grafico della serie storica, che mostra chiaramente la presenza di un trend.

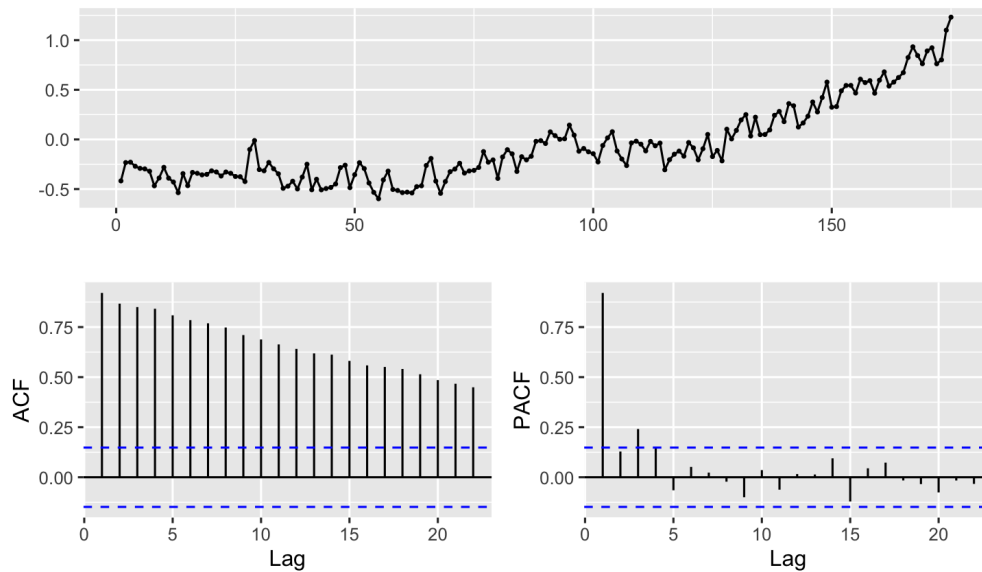


Figura 1.9: Grafico e correlogrammi serie storica deviazione della temperatura media mondiale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990.

In presenza di non stazionarietà, è necessario procedere alla stazionarizzazione della serie storica. Un metodo per raggiungere questo obiettivo è la differenziazione della serie. Una volta differenziata la serie è importante valutare l'omoschedasticità. Analizzando la figura 1.10 non si rilevano evidenze che sia presente eteroschedasticità. Per completare la verifica in letteratura esistono diversi test statistici che valutano l'eteroschedasticità, uno di questo è il test LM-Arch di Engle (si veda la *sezione C.1* dell'Appendice C). Nella tabella 1.1 è riportato l'esito del test LM-Arch il quale non evidenzia eteroschedasticità all'interno della serie storica differenziata.

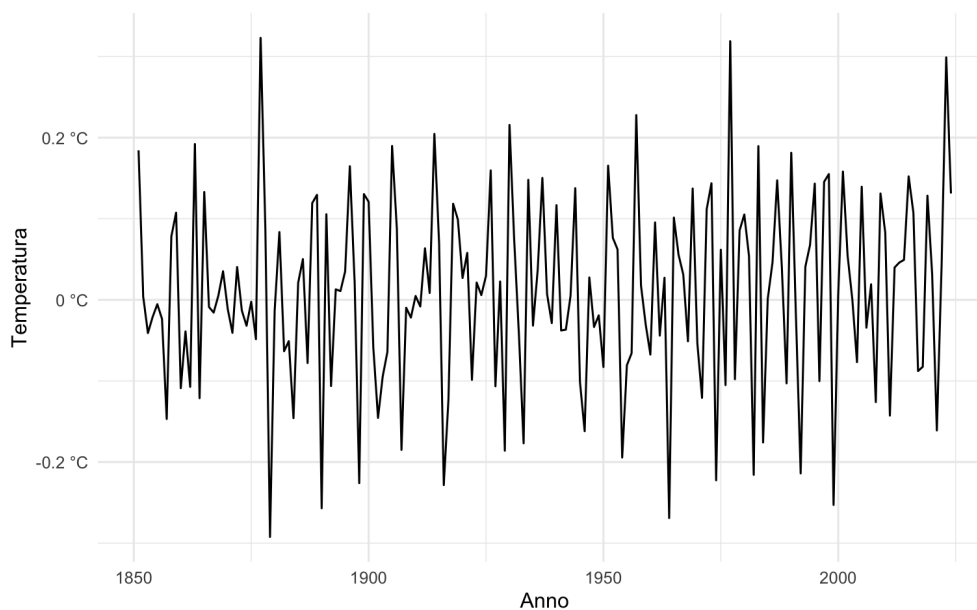


Figura 1.10: Serie differenziata.

Test LM-Arch:	
Statistica Test	14.661
Gradi di libertà	13
P-Value	0.329

Tabella 1.1: Test LM-Arch serie storica.

Sulla base dell'analisi presentata nella figura 1.11, si osserva la presenza di una dipendenza lineare all'interno della funzione di autocorrelazione globale e tra i primi tre ritardi della funzione di autocorrelazione parziale. Per affrontare la dinamica autoregressiva della serie storica, è stato deciso di stimare un modello $ARIMA(3,1,0)$. Questo modello incorpora una componente autoregressiva di ordine 3 e una differenziazione di ordine 1, senza includere una componente di media mobile. La scelta di questo modello è motivata dall'esigenza di catturare adeguatamente la struttura di dipendenza presente nei dati differenziati, assicurando al contempo la stazionarietà della serie.

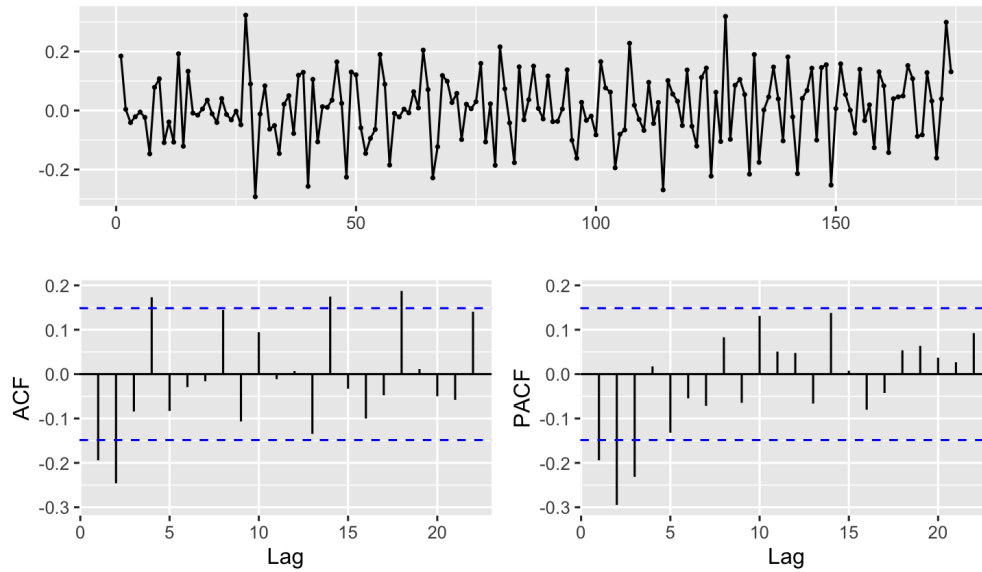


Figura 1.11: Correlogrammi della serie storica deviazione della temperatura media mondiale rispetto alla temperatura media del periodo 1961-1990 differenziata.

Stima dei parametri:

Operativamente, è stato stimato un modello $ARIMA(3,1,0)$ (1.1) includendo una componente di drift, in considerazione della presenza di un trend nella serie storica. Le stime dei parametri del modello sono riportate nella tabella 1.2.

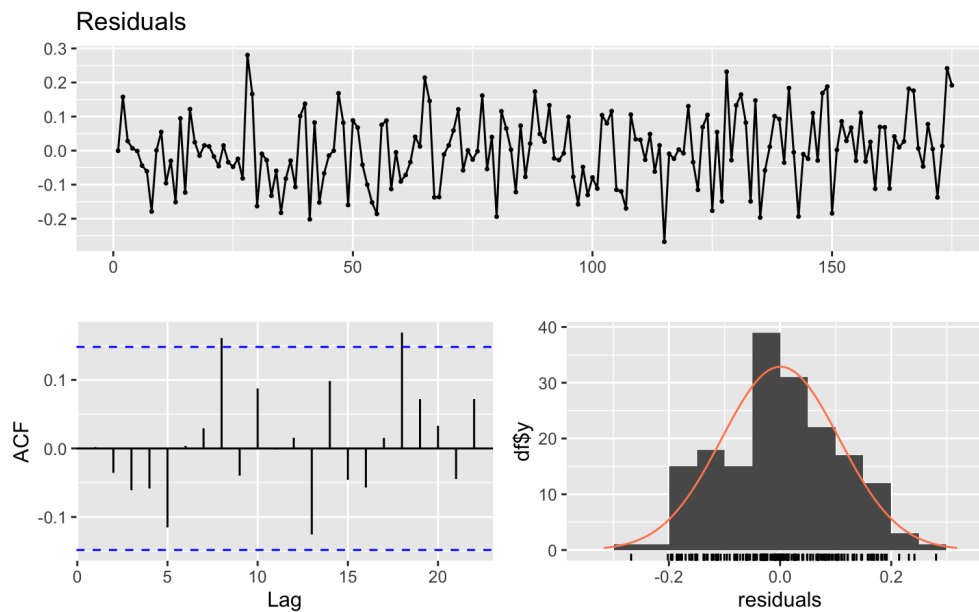
$$y_t = \phi_0 + y_{t-1} + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \varepsilon_t \quad (1.1)$$

	AR1	AR2	AR3	drift
Coefficienti	-0.3476	-0.3929	-0.2645	0.0081
Errore Std.	0.0744	0.0748	0.0753	0.004
Statistica Test	-4.6708	-5.2558	-3.5122	2.0082
P-Value	3×10^{-6}	1.47×10^{-7}	4.44×10^{-4}	0.0446

Tabella 1.2: Risultati del modello $ARIMA(3,1,0)$.

Controllo diagnostico:

- **Analisi grafica:** dall'analisi della figura 1.12 si osserva che i residui non mostrano segni di sistematicità né di eteroschedasticità. Per confermare le osservazioni derivanti dall'analisi grafica, è stato eseguito il test LM-Arch sui residui del modello. I risultati di tale test sono riportati nella tabella 1.3.

Figura 1.12: Analisi residui $ARIMA(3,1,0)$.

Test LM-Arch:	
Statistica Test	17.749
Gradi di libertà	13
P-Value	0.1673

Tabella 1.3: Test LM-Arch residui $ARIMA(3,1,0)$.

- **Incorrelazione seriale:** per valutare l'incorrelazione seriale, è stato utilizzato il test di Ljung-Box (si veda la *sezione C.2* dell'Appendice C). Nella figura 1.13 e nella tabella 1.4 vengono riportati i risultati del test di Ljung-Box sui

residui del modello $ARIMA(3,1,0)$ i quali confermano l'assenza di correlazione seriale.

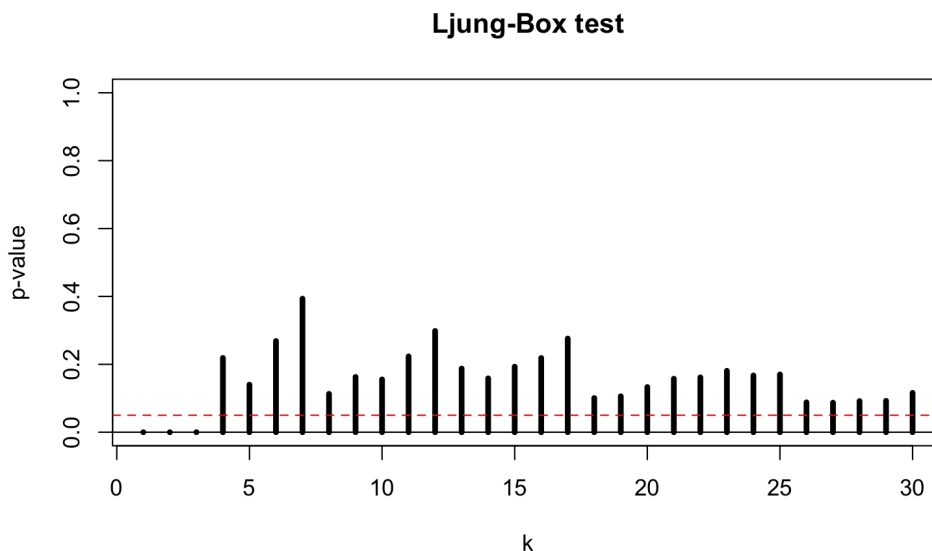


Figura 1.13: P-Value test Ljung-Box residui $ARIMA(3,1,0)$.

Test Ljung-Box:	
Statistica Test	35.973
Gradi di libertà	27
P-Value	0.1159

Tabella 1.4: Test Ljung-Box residui $ARIMA(3,1,0)$.

- **Normalità:** per testare la normalità dei residui sono presenti numerosi test in letteratura quello che verrà utilizzato è il test di Jarque-Bera (si veda la *sezione C.3* dell'Appendice C). Nella figura 1.12 è possibile notare che la distribuzione dei residui abbiano una forma simile a quella normale fatto confermato anche dal test di Jarque-Bera riportato nella tabella 1.5.

Test Jarque-Bera:	
Statistica Test	1.259
Gradi di libertà	2
P-Value	0.5329

Tabella 1.5: Test Jarque-Bera residui $ARIMA(3,1,0)$.

Dato che i residui soddisfano tutte le proprietà un processo stocastico $ARIMA(3,1,0)$ è un buon modello per catturare la dinamica lineare della serie storica.

1.3.2 Confronto tra modelli

Per verificare se il processo stocastico $ARIMA(3,1,0)$ rappresenti il modello $ARIMA$ più adeguato in termini di capacità predittiva, sono stati stimati due ulteriori modelli utilizzando il comando `auto.arima` del software RStudio. Il primo modello è stato selezionato in base alla minimizzazione del criterio di informazione di Akaike (AIC - Akaike Information Criterion), mentre il secondo modello è stato ottimizzato secondo il criterio di informazione bayesiano (BIC - Bayesian Information Criterion). Per un approfondimento di tali criteri si veda l'*Appendice D*. Successivamente, i tre modelli sono stati comparati in termini di prestazioni predittive per determinarne l'efficacia relativa.

Modello stimato da `auto.arima` ottimizzato secondo l'AIC

Il modello stimato è un $ARIMA(3,1,2)$ (1.2) con la componente di drift:

$$y_t = \phi_0 + y_{t-1} + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad (1.2)$$

	AR1	AR2	AR3	MA1	MA2	Drift
Coefficienti	-0.6966	-0.0881	-0.3212	0.3505	-0.4835	0.0079
Errore Std.	0.1418	0.1835	0.0880	0.1428	0.1361	0.0033
Statistica Test	-4.9122	-0.4803	-3.6503	2.4544	-3.5522	2.4096
P-Value	9.00×10^{-7}	0.631	2.62×10^{-4}	0.0141	3.82×10^{-4}	0.016

Tabella 1.6: Risultati del modello $ARIMA(3,1,2)$.

Dalla tabella 1.6 è possibile notare che il coefficiente ϕ_2 del polinomio autoregressivo non sia significativo indice che il modello potrebbe essere sovrapparametrizzato. Dall'analisi dei residui non emergono problemi in quanto la serie non presenta sistematicità (1.14), si accetta l'ipotesi nulla di incorrelazione seriale del test di Ljung-Box (figura 1.15, tabella 1.7) di normalità del test di Jarque-Bera (tabella 1.8) e di omoschedasticità del test LM-Arch (tabella 1.9).

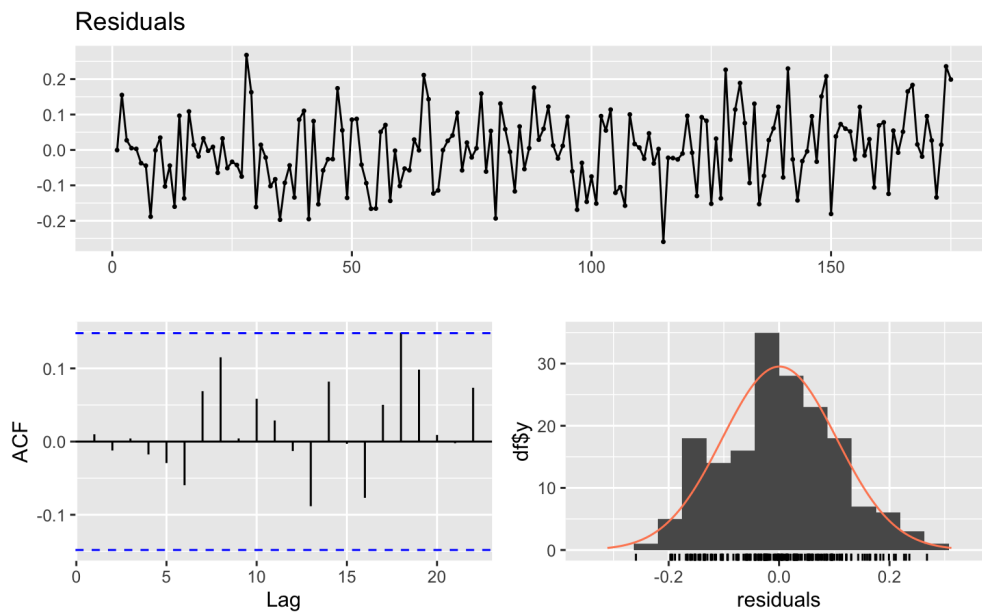


Figura 1.14: Analisi residui $ARIMA(3,1,2)$.

Test Ljung-Box:	
Statistica Test	26.918
Gradi di libertà	25
P-Value	0.36

Tabella 1.7: Test Ljung-Box residui $ARIMA(3,1,2)$.

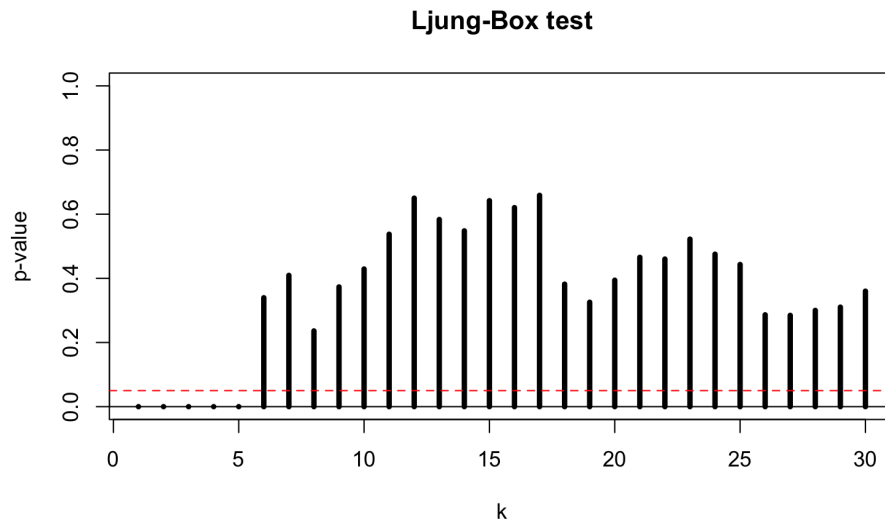


Figura 1.15: P-Value test Ljung-Box residui $ARIMA(3,1,2)$.

Test Jarque-Bera:

Statistica Test	1.2235
Gradi di libertà	2
P-Value	0.5424

Tabella 1.8: Test Jarque-Bera residui $ARIMA(3,1,2)$.

Test LM-Arch:

Statistica Test	18.743
Gradi di libertà	13
P-Value	0.1313

Tabella 1.9: Test LM-Arch residui $ARIMA(3,1,2)$.

Modello stimato da *auto.arima* ottimizzato secondo il BIC

Il modello stimato è un $ARIMA(0,1,2)$ (1.3) con la componente di drift:

$$y_t = \phi_0 + y_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad (1.3)$$

	MA1	MA2	Drift
Coefficienti	-0.3721	-0.2554	0.0079
Errore Std.	0.0701	0.0640	0.003
Statistica Test	-5.3062	-3.9884	2.5866
P-Value	1.1195×10^{-7}	6.652×10^{-5}	9.693×10^{-3}

Tabella 1.10: Risultati del modello $ARIMA(0,1,2)$.

Dalla tabella 1.10 si osserva che tutti i parametri sono significativi. Dall'analisi dei residui non emergono problemi per quanto riguarda la normalità ed omoschedasticità in quanto si accettano le ipotesi nulle del test di Jarque-Bera (tabella 1.11) e del test LM-Arch (tabella 1.12).

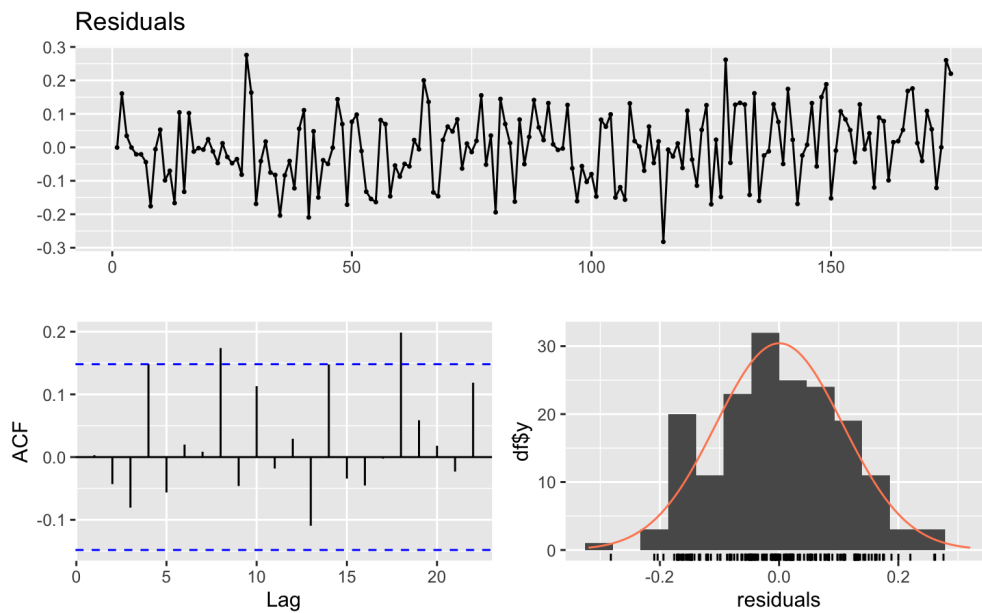


Figura 1.16: Analisi residui $ARIMA(0,1,2)$.

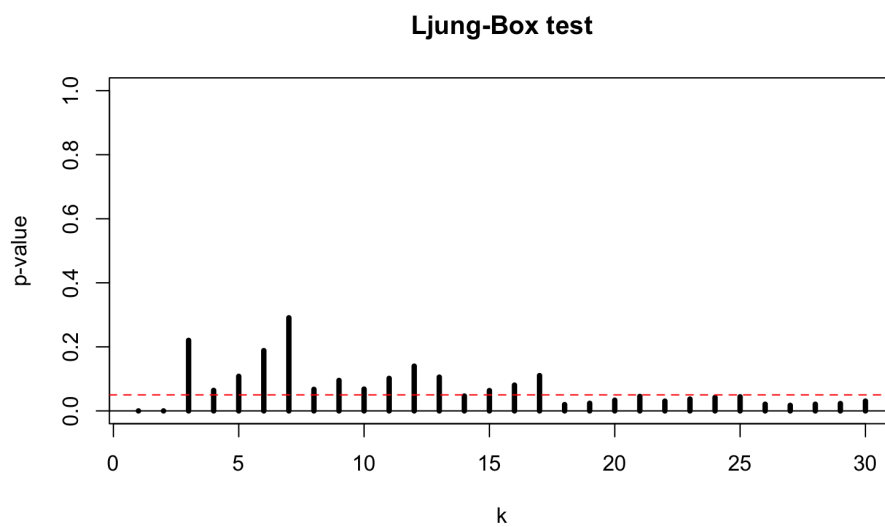
Test Jarque-Bera:	
Statistica Test	1.0952
Gradi di libertà	2
P-Value	0.5783

Tabella 1.11: Test Jarque-Bera residui $ARIMA(0,1,2)$.

Test LM-Arch:	
Statistica Test	17.778
Gradi di libertà	13
P-Value	0.1661

Tabella 1.12: Test LM-Arch residui $ARIMA(0,1,2)$.

Per quanto riguarda l'incorrelazione seriale, la figura 1.17 mostra che alcuni ritardi risultano significativi; questo risultato è supportato dal fatto che si accetta l'ipotesi nulla del test di Ljung-Box solo al livello di significatività del 1%, come riportato nella tabella 1.13.

Figura 1.17: P-Value test Ljung-Box residui $ARIMA(0,1,2)$.

Test Ljung-Box:	
Statistica Test	43.566
Gradi di libertà	28
P-Value	0.03066

Tabella 1.13: Test Ljung-Box residui $ARIMA(0,1,2)$.

1.3.3 Scelta del modello

Una volta stimati i modelli, come si procede a determinare il modello più adatto? Un approccio consiste nell'utilizzare i criteri di informazione, dove il modello che minimizza tali criteri può essere considerato come quello con il miglior adattamento ai dati. Tuttavia, in questo caso, come mostrato nella tabella 1.14, non emerge un modello preferito in modo univoco. Infatti, secondo l'AIC, il modello $ARIMA(3,1,2)$ risulta il migliore, mentre il BIC predilige il modello $ARIMA(0,1,2)$. Il modello $ARIMA(3,1,0)$ rappresenta una soluzione intermedia tra gli altri due modelli.

	AIC	BIC
$ARIMA(3,1,0)$	-277.1658	-261.3705
$ARIMA(3,1,2)$	-279.6146	-257.5012
$ARIMA(0,1,2)$	-276.5168	-263.8806

Tabella 1.14: Confronto criteri informativi.

In questo caso, può essere d'aiuto l'utilizzo di strumenti che misurano l'accuratezza delle previsioni mediante funzioni dei termini d'errore. Gli strumenti maggiormente utilizzati sono:

- **ME** (Mean Error):

$$\mathbf{ME} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t$$

- **MAE** (Mean Absolute Error):

$$\mathbf{MAE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |e_t|$$

- **MSE** (Mean Squared Error):

$$\mathbf{MSE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2$$

Per rendere gli strumenti adimensionali, si considerano:

- **MPE** (Mean Percent Error):

$$\mathbf{MPE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{e_t}{Y_t} \right) \times 100\%$$

- **MAPE** (Mean Absolute Percent Error):

$$\mathbf{MAPE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \frac{e_t}{Y_t} \right| \times 100\%$$

Nelle tabelle 1.15, 1.16 e 1.17 vengono riportati i valori degli strumenti dei tre modelli per due casi differenti:

1. **Caso 1:** Stimando il modello su tutto il campione e calcolando gli errori di previsione all'interno del campione.
2. **Caso 2:** Suddividendo il campione in due parti: una denominata campione di stima e l'altra campione di verifica. Gli errori sono stati calcolati separatamente per ciascuna parte utilizzando il modello stimato esclusivamente sul campione di stima.

Caso 1					
	ME	MAE	MSE	MPE (%)	MAPE (%)
<i>ARIMA(3,1,0)</i>	0.00057	0.0837	0.0111	-32.7343	80.427
<i>ARIMA(3,1,2)</i>	0.00059	0.0824	0.01072	-25.8927	73.1793
<i>ARIMA(0,1,2)</i>	0.0004	0.1064	0.0113	-22.3694	71.2779

Tabella 1.15: Confronto strumenti di accuratezza previsioni caso 1.

Caso 2 - Campione di Stima					
	ME	MAE	MSE	MPE (%)	MAPE (%)
<i>ARIMA(3,1,0)</i>	0.00071	0.0844	0.01126	-37.7275	90.7494
<i>ARIMA(3,1,2)</i>	0.00068	0.1033	0.01066	-20.884	77.5042
<i>ARIMA(0,1,2)</i>	0.0005	0.08472	0.107	-17.3406	83.101

Tabella 1.16: Confronto strumenti di accuratezza previsioni caso 2 - Campione di Stima.

Caso 2 - Campione di Verifica					
	ME	MAE	MSE	MPE (%)	MAPE (%)
<i>ARIMA(3,1,0)</i>	0.2456	0.3009	0.0905	31.2746	31.3332
<i>ARIMA(3,1,2)</i>	0.2744	0.3247	0.1054	35.8489	35.8489
<i>ARIMA(0,1,2)</i>	0.2759	0.3272	0.0111	35.8237	35.8559

Tabella 1.17: Confronto strumenti di accuratezza previsioni caso 2 - Campione di Verifica.

Dalle tabelle sopra riportate (1.15, 1.16 e 1.17) è possibile trarre che i modelli *ARIMA(3,1,2)* e *ARIMA(0,1,2)* presentano migliori prestazioni descrittive. Tuttavia, il modello *ARIMA(3,1,0)* dimostra superiori capacità previsive, poiché i valori degli strumenti di accuratezza calcolati all'interno del campione di verifica sono inferiori rispetto a quelli degli altri due modelli. Dato che la differenza tra i tre modelli risulta essere minima, è opportuno verificare se tale differenza sia statisticamente significativa. In questo caso è comune ricorrere al test di Diebold-Mariano (si veda la *sezione C.4* dell'Appendice C) valutando l'ipotesi nulla di uguaglianza della capacità predittiva di due modelli. Nella tabella 1.18 sono riportati gli esiti dei test confrontati a coppie. Poiché si accetta H_0 in ogni caso, non si rilevano differenze significative nelle capacità predittive dei modelli. Di conseguenza, non vi è evidenza statistica a favore di uno dei modelli rispetto all'altro in termini di capacità predittiva.

Test Diebold-Mariano		
	<i>ARIMA</i> (3,1,2)	<i>ARIMA</i> (0,1,2)
<i>ARIMA</i> (3,1,0)	Si accetta H0	Si accetta H0
<i>ARIMA</i> (3,1,2)	-	Si accetta H0

Tabella 1.18: Test Diebold-Mariano tra i tre modelli.

Sulla base delle considerazioni effettuate riguardo ai tre modelli, il modello più appropriato da utilizzare risulta essere l'*ARIMA*(3,1,0). Questo modello soddisfa tutte le proprietà dei residui, presenta un BIC inferiore rispetto all'*ARIMA*(3,1,2), è più parsimonioso e possiede capacità predittive paragonabili a quelle del modello *ARIMA*(3,1,2). Inoltre, ha un AIC migliore e le stesse capacità predittive del modello *ARIMA*(0,1,2), il quale presenta problemi di autocorrelazione seriale nei residui.

1.4 Previsioni

Dalla formula d'approssimazione del previsore ottimo di un modello *ARMA* (si veda la sezione *B.1* dell'*Appendice B*) è possibile ricavare il previsore ottimo relativo al modello *ARIMA*(3,1,0) o equivalentemente al modello *AR*(3) applicato alla serie differenziata:

$$\hat{Y}_{n+k} \approx E_n[\phi_0 + \phi_1 Y_{n+k-1} + \phi_2 Y_{n+k-2} + \phi_3 Y_{n+k-3} + \varepsilon_{n+k}] \quad (1.4)$$

Nella figura 1.18 sono riportati i valori stimati all'interno del campione e le previsioni estese fino al 2050 e nella figura 1.19 le previsioni corredate dal relativo intervallo di confidenza al 95%. Si osserva che la previsione puntuale per l'anno 2025 risulta inferiore del 12,77% rispetto alla deviazione osservata nel 2024⁵. Questo risultato, sebbene ottimistico e auspicabile, solleva dubbi circa l'applicabilità del modello, poiché è improbabile che si verifichi una diminuzione del 12.77% entro il 2025. La validità del modello sarà confermata o meno solo con il passare del tempo.

⁵Le osservazioni si estendono fino a maggio 2024

Queste considerazioni saranno approfondite nel corso della tesi, esaminando anche le implementazioni di modelli alternativi e i relativi scenari di previsione.

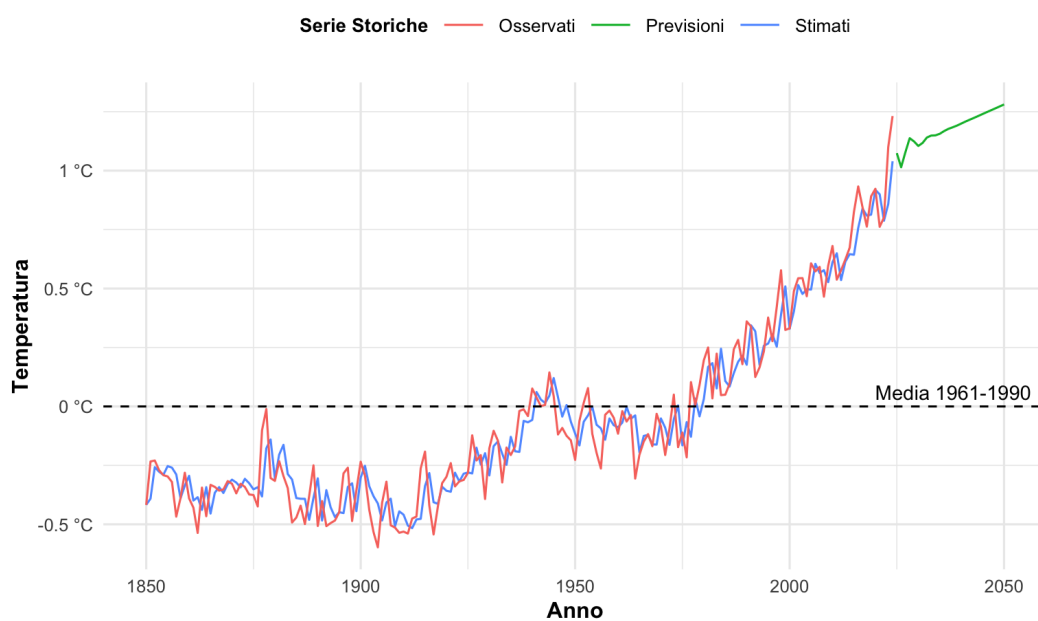


Figura 1.18: Previsioni modello $ARIMA(3,1,0)$.

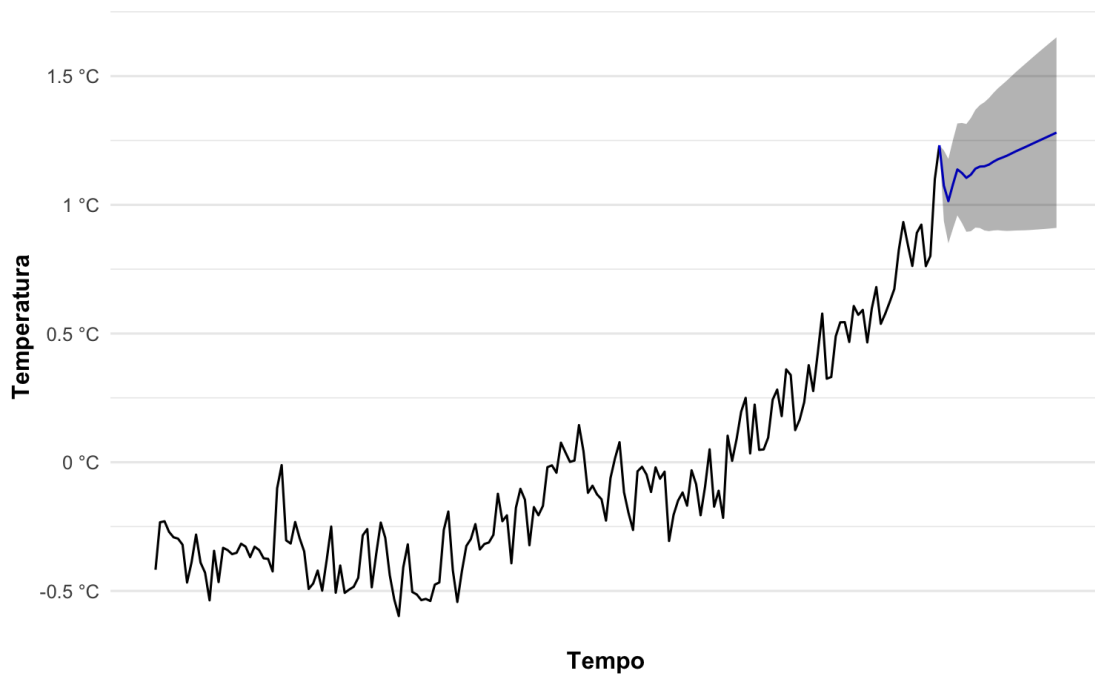


Figura 1.19: Previsioni modello $ARIMA(3,1,0)$ con intervallo di confidenza del 95%.

Capitolo 2

Emissioni di gas serra

2.1 L'effetto serra

L'effetto serra è un fenomeno naturale che consente all'atmosfera terrestre di trattenere parte dell'energia solare sotto forma di energia termica. Quando la luce solare raggiunge la superficie terrestre, essa viene parzialmente riflessa e parzialmente riemessa dalla Terra sotto forma di radiazioni infrarosse. Prima di disperdersi nello spazio, una parte significativa di queste radiazioni infrarosse viene assorbita dalle molecole di alcuni gas presenti nell'atmosfera, noti come gas serra. Le molecole dei gas serra, che presentano moti vibrazionali con frequenze simili a quelle delle radiazioni infrarosse, assorbono maggiormente tali radiazioni. L'energia assorbita aumenta le vibrazioni di queste molecole, incrementando la loro energia cinetica. Questa energia viene successivamente trasmessa, attraverso gli urti, alle altre molecole presenti nell'atmosfera, determinando un aumento complessivo dell'energia termica e, di conseguenza, della temperatura atmosferica. Questo fenomeno ha reso possibile la vita sulla Terra, mantenendo una temperatura media di circa 15°C . In assenza di atmosfera, la temperatura media sarebbe approssimativamente di -17°C , con escursioni termiche molto più accentuate. L'effetto serra, quindi, gioca un ruolo cruciale nel mantenimento di un clima stabile e vivibile sul nostro pianeta (Bagatti et al. 2020).

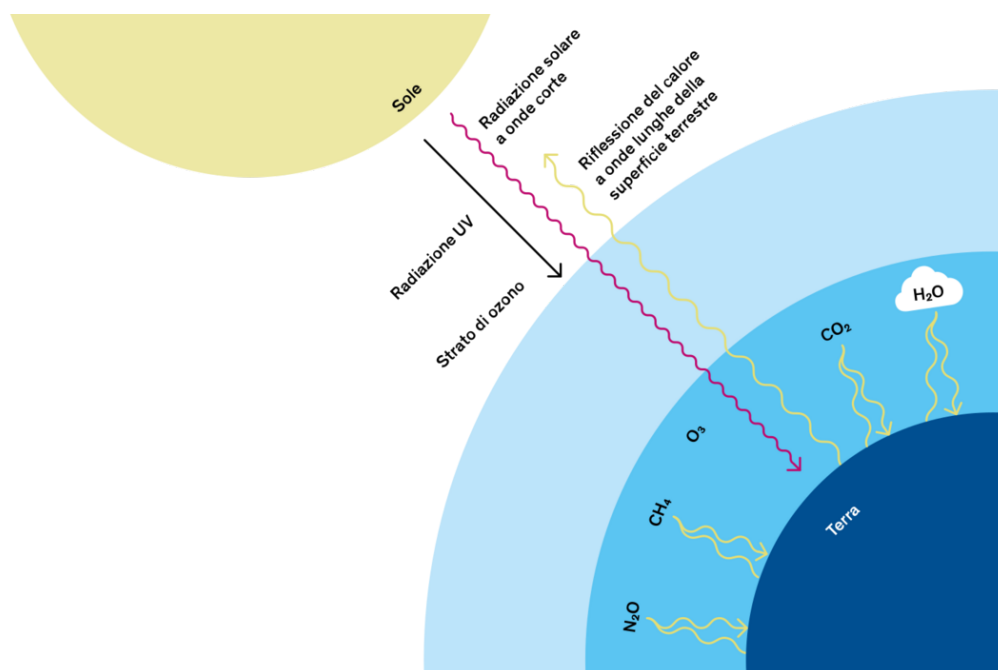


Figura 2.1: Effetto serra. Grafico: myclimate (myclimate 2023)

2.2 I principali fenomeni che influenzano la temperatura della Terra

Il clima del nostro pianeta è influenzato da una serie di fattori fisici e dinamici. Tra questi, oltre alla concentrazione di gas serra nell'atmosfera, si annoverano le correnti oceaniche, le radiazioni solari, gli spostamenti tettonici e i cambiamenti nell'orbita terrestre. Il clima della Terra è il risultato complesso dell'interazione di tutti questi elementi. Un cambiamento in uno o più di questi fattori comporta inevitabilmente una variazione del clima. Ad esempio, fenomeni come le eruzioni vulcaniche hanno un impatto a breve termine sul clima, con effetti che possono durare alcuni anni. Al contrario, le oscillazioni dell'orbita terrestre influenzano il clima in modo molto più graduale, determinando variazioni significative solo su scale temporali di centinaia di migliaia di anni (myclimate 2023).

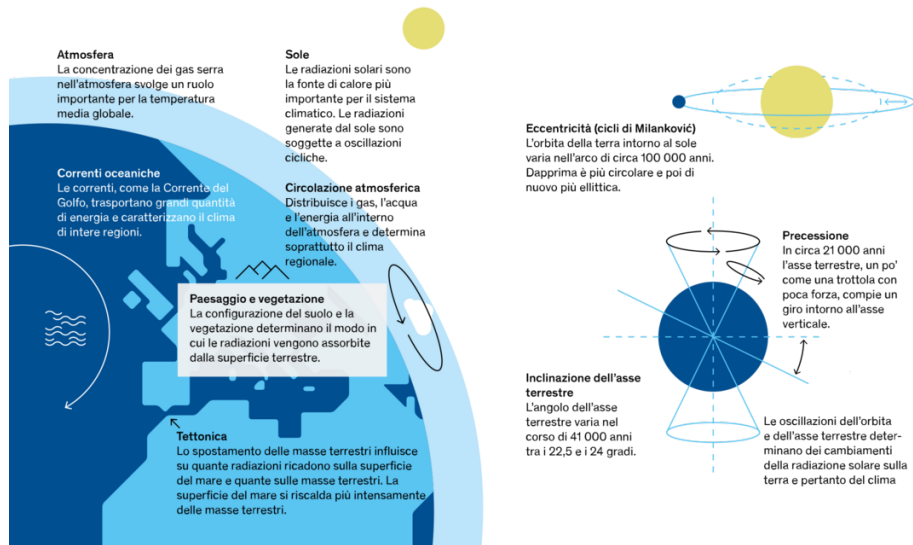


Figura 2.2: Fenomeni fisici che influenzano il clima della Terra. Immagine: myclimate (myclimate 2023)

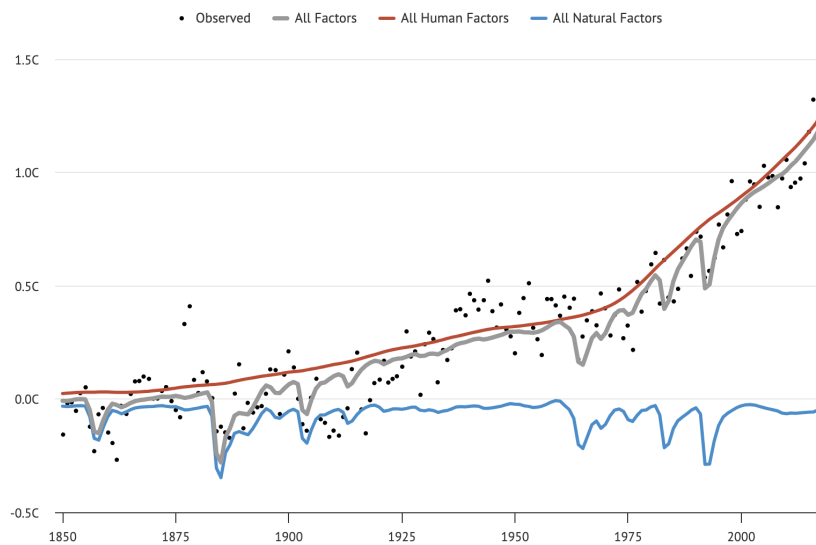


Figura 2.3: Influenza modellata di tutte le forzanti radiative naturali e antropiche. Grafico: Carbon Brief (Hausfather 2017)

Nella figura 2.3 sono riportate le temperature medie globali della superficie terrestre, fornite da Berkeley Earth (punti neri), e l'influenza modellata di tutte le forzanti radiative naturali (linea blu) e antropiche (linea rossa) per il periodo dal 1850 al 2017. Viene inoltre mostrata la combinazione di tutte le forzanti naturali e antropiche (linea grigia). Dalla figura emerge chiaramente come l'influenza antropica abbia avuto un ruolo determinante nell'aumento delle temperature globali (Hausfather 2017).

2.3 I gas serra

Una delle fonti antropiche che ha avuto maggiore impatto sul riscaldamento globale sono le emissioni dei gas serra nell'atmosfera. L'emissione di gas serra da parte dell'uomo ha amplificato l'effetto naturale dell'effetto serra rendendo il nostro pianeta sempre più caldo. I principali gas serra presenti nell'atmosfera terrestre sono l'anidride carbonica (CO_2), il metano (CH_4) e il protossido di azoto (N_2O) (myclimate 2023).

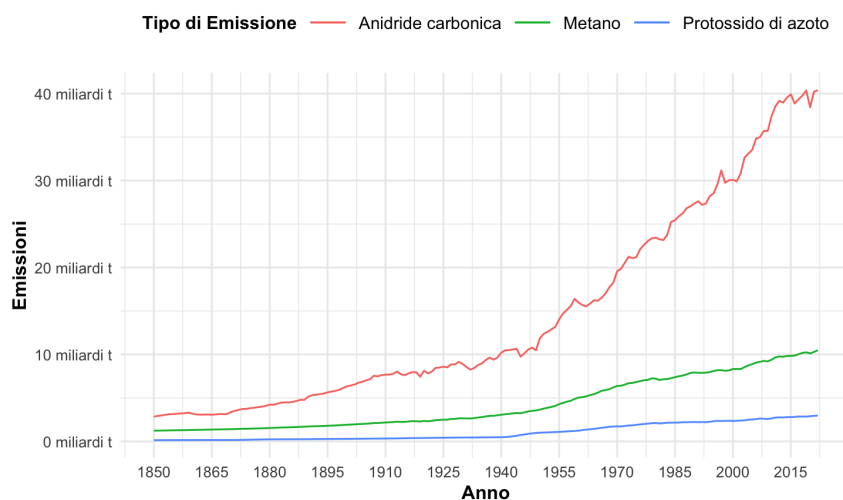


Figura 2.4: Emissioni di gas serra da tutte le fonti. Sono misurate in tonnellate di CO_2 equivalente su un orizzonte temporale di 100 anni.

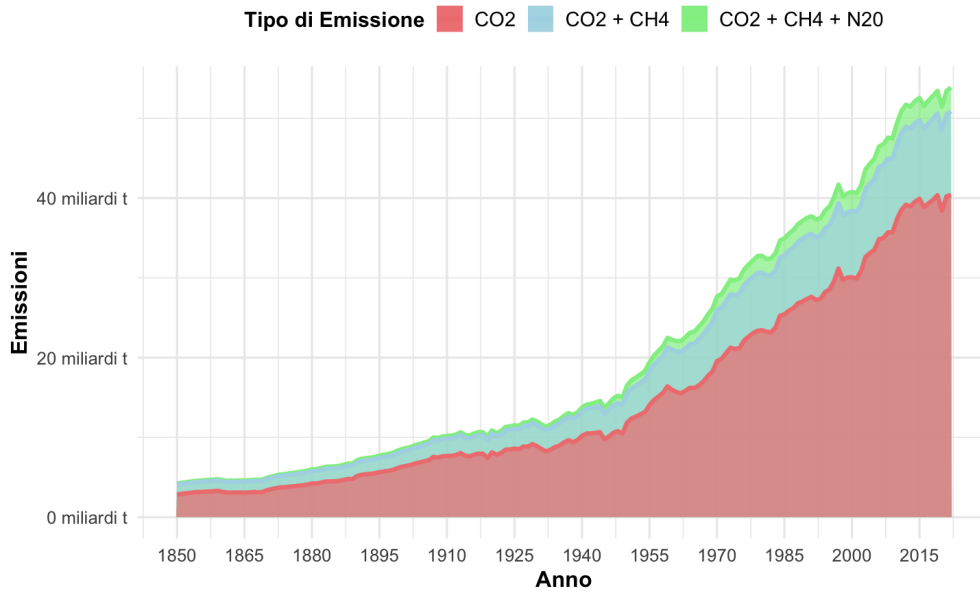


Figura 2.5: Emissioni di gas serra da tutte le fonti cumulative. Sono misurate in tonnellate di CO_2 equivalente su un orizzonte temporale di 100 anni.

Nella figura 2.4 e nella figura 2.5 si nota chiaramente che l'anidride carbonica rappresenta la maggior parte delle emissioni. Questo dato evidenzia l'importanza di focalizzare l'analisi sul ruolo dell'anidride carbonica, che sarà oggetto di approfondimento nel prossimo paragrafo.

2.4 L'evoluzione delle emissioni di anidride carbonica

2.4.1 Analisi esplorative

Nel corso degli anni, le forze politiche hanno implementato diverse misure per ridurre le emissioni di CO_2 . Tuttavia, questi interventi non hanno sempre raggiunto gli effetti sperati. Un problema significativo è rappresentato dal fatto che non tutti i Paesi hanno adottato o rispettato le politiche di contenimento delle emissioni.

Questo è particolarmente evidente in alcuni Paesi asiatici, come la Cina, dove le emissioni¹ continuano ad aumentare.

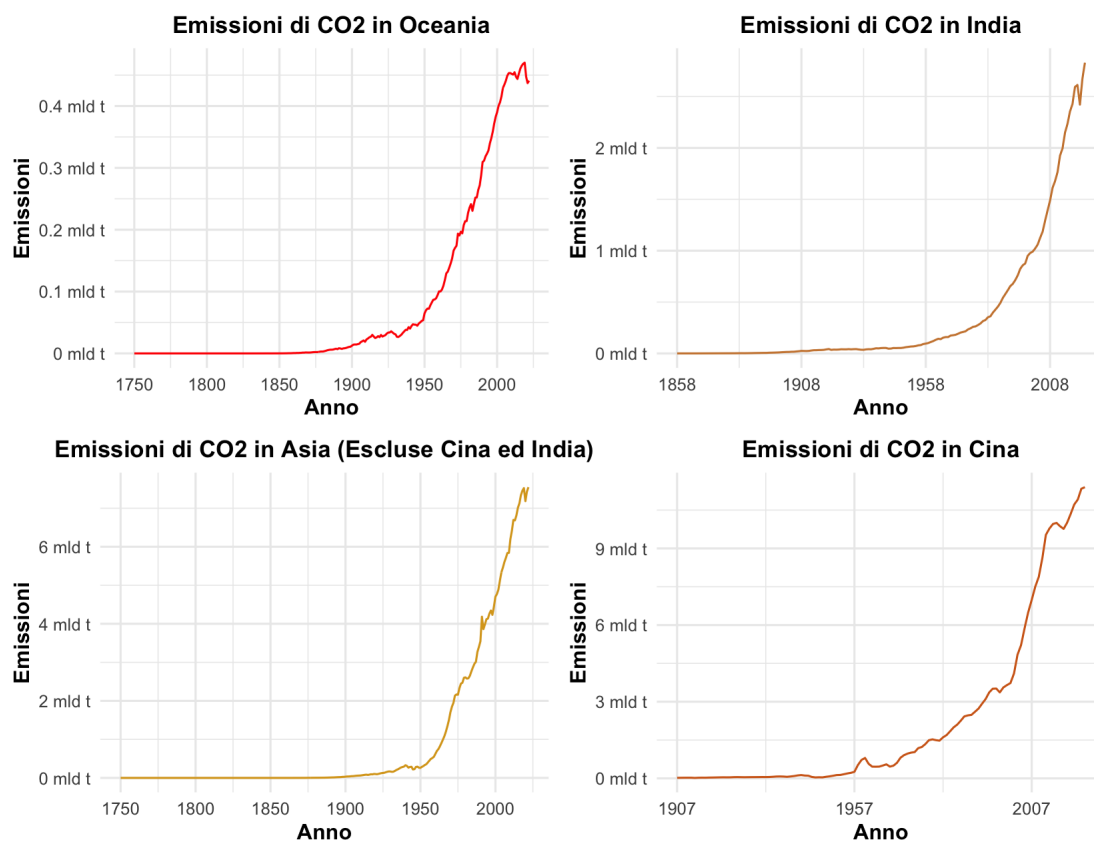


Figura 2.6: Le emissioni di CO_2 in Oceania, India, Asia e Cina.

D'altra parte, esistono Paesi dove le misure adottate per il contenimento delle emissioni hanno avuto esiti positivi, portando a una lieve riduzione delle emissioni o a una decelerazione del loro trend crescente. I grafici presentati (2.6, 2.7 e 2.8) illustrano chiaramente queste dinamiche e l'impatto delle politiche di riduzione delle emissioni.

¹Rappresentano le emissioni derivanti dai combustibili fossili e dall'industria, ma non le emissioni dovute ai cambiamenti nell'uso del suolo. L'aviazione internazionale e il trasporto marittimo non sono inclusi nelle emissioni di alcun Paese.

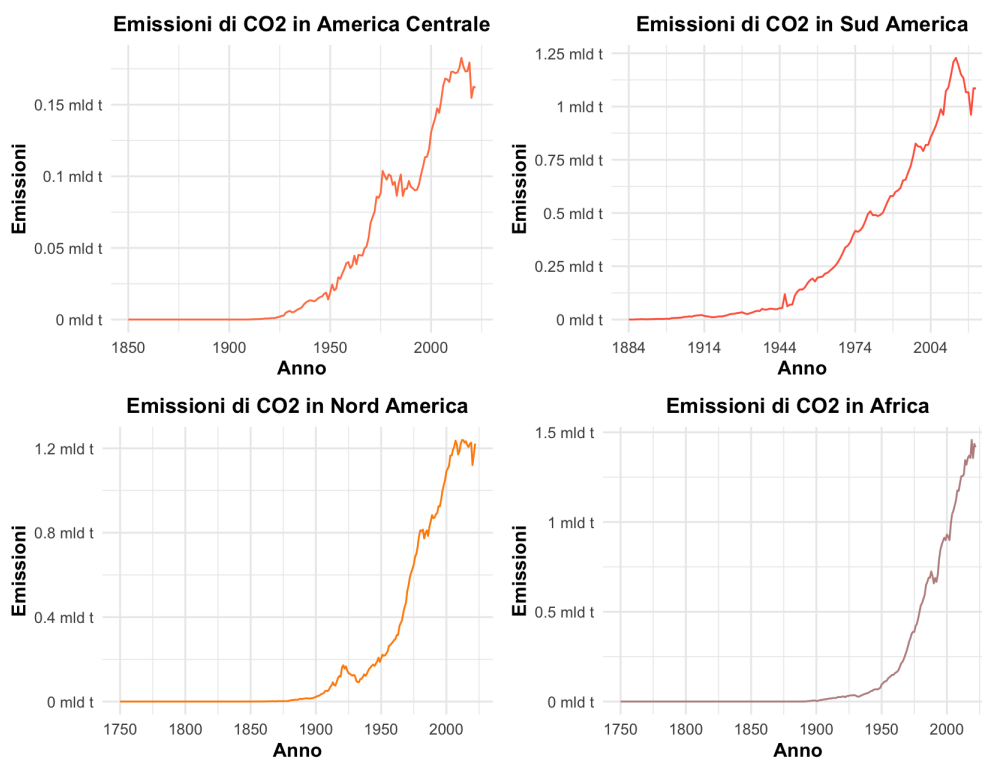


Figura 2.7: Le emissioni di CO₂ in America Centrale, Sud America, Nord America e Africa.

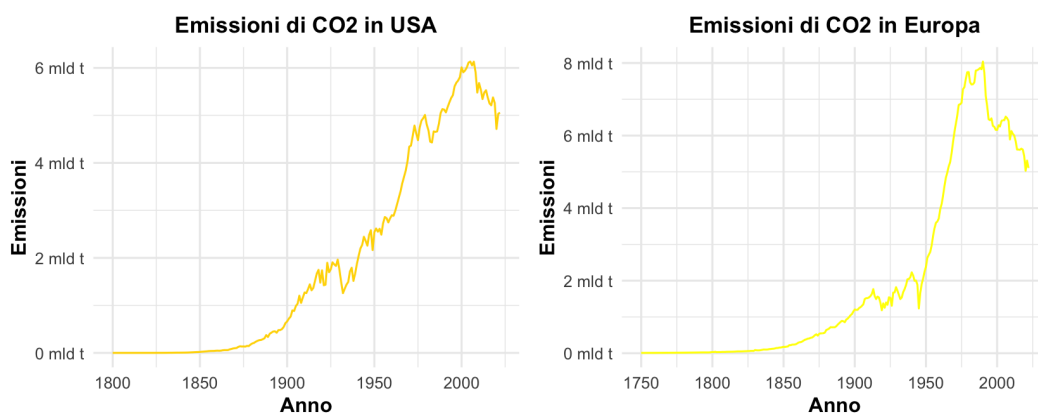


Figura 2.8: Le emissioni di CO₂ negli Stati Uniti d'America e Europa.

La figura 2.9, infine, mostra come sono variate nel tempo le proporzioni delle emissioni all'interno del totale delle emissioni atmosferiche globali.

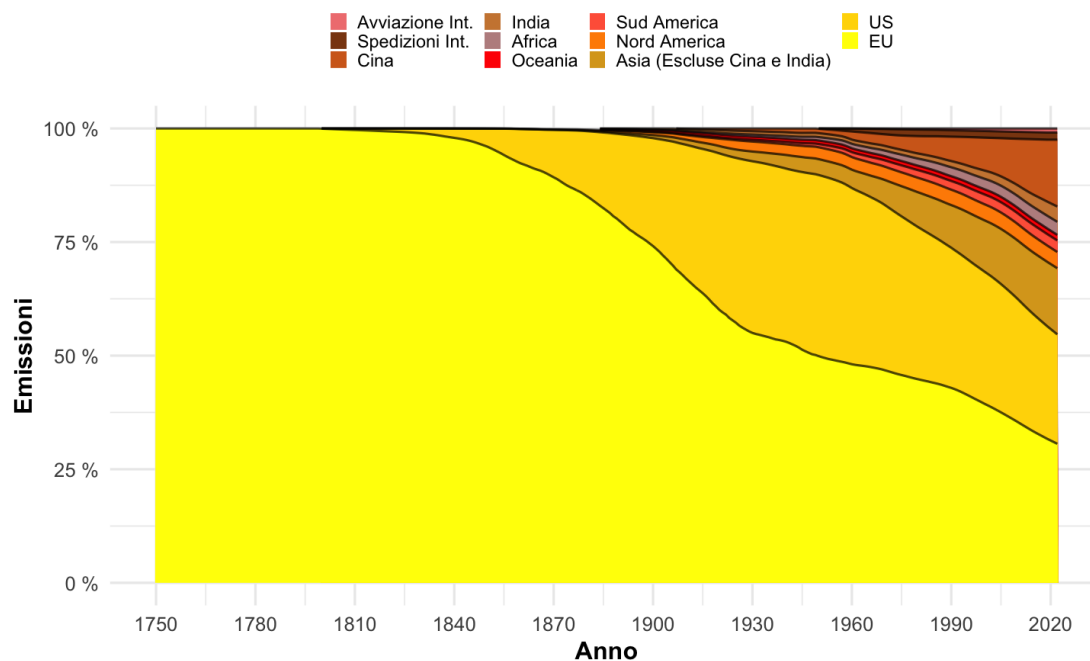


Figura 2.9: Evoluzione nel tempo dell'influenza delle regioni mondiali sulle emissioni.

2.5 Modelli di previsione per scenari

Le previsioni verranno eseguite in due gruppi di Paesi, il primo, formato dalle regioni che sono riuscite a ridurre le loro emissioni negli anni (Europa e Stati Uniti d'America) mentre il secondo contiene quelle che sono in continuo aumento (Cina e Paesi asiatici escludendo Cina ed India). I modelli di previsioni che verranno utilizzati sono i seguenti:

1. Lisciamento esponenziale di Holt (si veda la *sezione B.2* dell'*Appendice B*)
2. Modello di Bass standard e generalizzato (si veda la *sezione B.3* dell'*Appendice B*)

3. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale (si veda la *sezione B.4* dell'*Appendice B*)
4. Modello per la stima di un trend esponenziale (si veda la *sezione B.5* dell'*Appendice B*)

2.5.1 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica in Europa

Per le emissioni in Europa sono stati stimati possibili scenari futuri, descritti come segue:

1. Scenario pessimistico: Questo scenario è stato ottenuto combinando due modelli differenti, uno applicato fino al punto di massimo delle emissioni e l'altro utilizzato per l'osservazione successiva fino all'ultima rilevazione. I modelli combinati sono:
 - a. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale.
 - b. Modello per la stima di un trend esponenziale.
2. Scenario intermedio: Per la stima di questo scenario è stato utilizzato il metodo di lisciamento esponenziale di Holt.
3. Scenario ottimistico: In questo caso, è stato adottato un modello di Bass generalizzato con uno shock misto.

Specificazione dei modelli

1.a. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale

Modello di regressione stimato:

$$y_t = \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_{10} t^{10} + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

Nella tabella 2.1 e nella tabella 2.2 sono riportati i valori dei coefficienti stimati, il coefficiente di determinazione e il test F del modello di regressione. Dalle tabelle

è possibile riscontrare che tutti i parametri sono significativi e che il modello è globalmente significativo.

Coefficienti	Stima	Errore Std.	Statistica test	P-Value
β_1	-0.0362	0.01476	-2.453	0.014906
β_2	5.934×10^{-3}	1.846×10^{-3}	3.214	0.001496
β_3	-3.387×10^{-4}	9.048×10^{-5}	-3.743	0.000229
β_4	9.549×10^{-6}	2.313×10^{-6}	4.128	5.12×10^{-5}
β_5	-1.520×10^{-7}	3.466×10^{-8}	-4.386	1.75×10^{-5}
β_6	1.451×10^{-9}	3.207×10^{-10}	4.526	9.64×10^{-6}
β_7	-8.432×10^{-12}	1.855×10^{-12}	-4.546	8.81×10^{-6}
β_8	2.907×10^{-14}	6.528×10^{-15}	4.454	1.31×10^{-5}
β_9	-5.444×10^{-17}	1.279×10^{-17}	-4.258	3.00×10^{-5}
β_{10}	4.242×10^{-20}	1.068×10^{-20}	3.971	9.57×10^{-5}

Tabella 2.1: Coefficienti stimati del modello di regressione per la stima di un trend polinomiale.

Statistica	Valore
Errore Std. residuo	0.1453 su 231 gdl
R^2	0.997
R^2 corretto	0.9969
Statistica test	7694 su 10 e 231 gdl
P-Value	$< 2.2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.2: Statistiche di riepilogo del modello.

1.b. Modello per la stima di un trend esponenziale

Modello stimato:

$$y(t) = a e^{bt} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

I parametri sono stati stimati tramite minimi quadrati non lineari e sono riportati nella tabella 2.3.

Coefficienti	Stima	Errore Std.	Statistica test	P-Value
a	7.0297	0.1074	65.4534	$< 2 \times 10^{-16}$
b	-8.5771×10^{-3}	8.674×10^{-4}	-9.889	5.94×10^{-11}

Tabella 2.3: Coefficienti stimati del modello per la stima di un trend esponenziale

2. Lisciamento esponenziale di Holt

La stima di una serie storica mediante il lisciamento esponenziale di Holt è dato dalle seguenti equazioni:

$$\hat{L}_n = \alpha y_n + (1 - \alpha)(\hat{L}_{n-1} + \hat{T}_{n-1})$$

$$\hat{T}_n = \beta \hat{T}_{n-1} + (1 - \beta)(\hat{L}_n - \hat{L}_{n-1})$$

Le previsioni per i periodi futuri sono date da:

$$\hat{y}_{n+k} = \hat{L}_n + \hat{T}_n k$$

I parametri stimati sono riportati nella tabella 2.4.

Parametro	Stima
α	0.9999
β	0.1455
Parametro	Valore inizializzazione
l	0.0089
b	-0.0002

Tabella 2.4: Parametri stimati e di inizializzazione del modello di lisciamento esponenziale di Holt.

3. Modello di Bass generalizzato con shock misto

Modello stimato:

$$y(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}$$

con

$$x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{t \geq a_1} + c_2 I_{t \geq a_2} I_{t \leq b_2}$$

I parametri stimati sono riportati nella tabella 2.5.

Parametri	Stima	Errore Std.	P-Value
m	1027.191	21.011	2.57×10^{-134}
p	4.236×10^{-6}	4.513×10^{-8}	8.22×10^{-205}
q	0.03766	2.268×10^{-4}	4.71×10^{-269}
a_1	240.625	0.188	0
b_1	0.01910	8.236×10^{-4}	1.27×10^{-65}
c_1	-0.2532	0.00576	2.13×10^{-123}
a_2	164.693	0.3500	0
b_2	208.930	0.1623	0
c_2	-0.3892	0.00351	1.35×10^{-223}

Tabella 2.5: Parametri stimati del modello di Bass generalizzato con shock misto.

Nella figura 2.10 e nella figura 2.11 sono presentate le stime delle previsioni per le emissioni in Europa. I tre scenari stimati delineano possibili sviluppi futuri distinti. Nello scenario ottimistico, si prevede il raggiungimento delle emissioni zero entro il 2060. Lo scenario intermedio prospetta una riduzione delle emissioni, con il raggiungimento delle emissioni zero entro il 2090. Infine, nello scenario pessimistico, si stima che le emissioni avranno una riduzione di circa 5 miliardi di tonnellate entro il 2100.

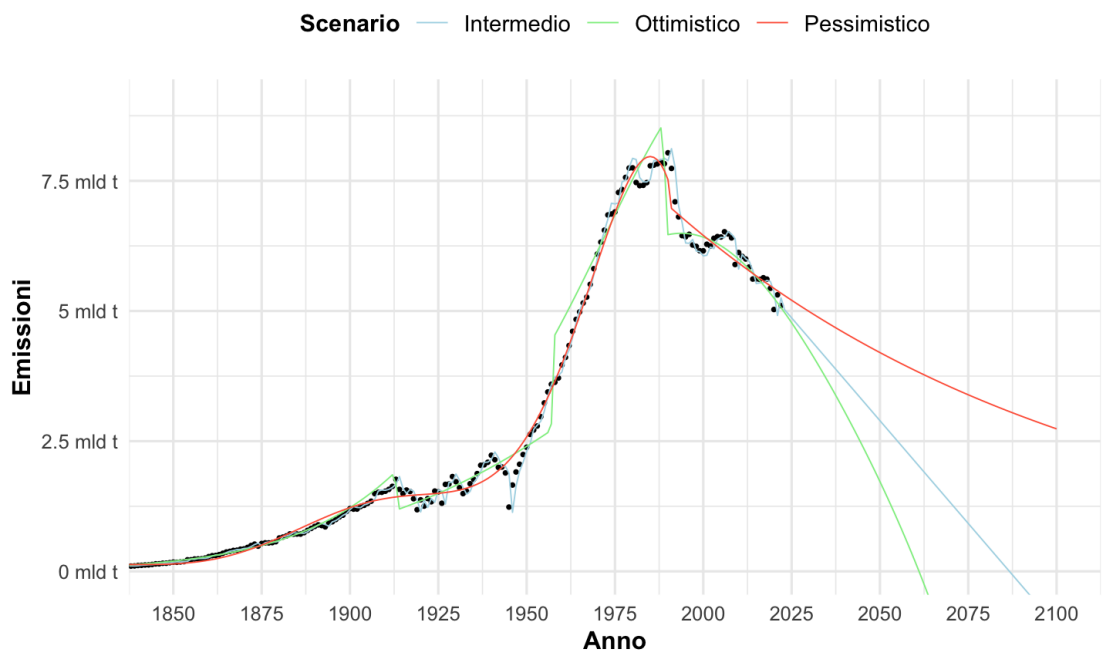


Figura 2.10: Previsioni emissioni in Europa fino al 2100.

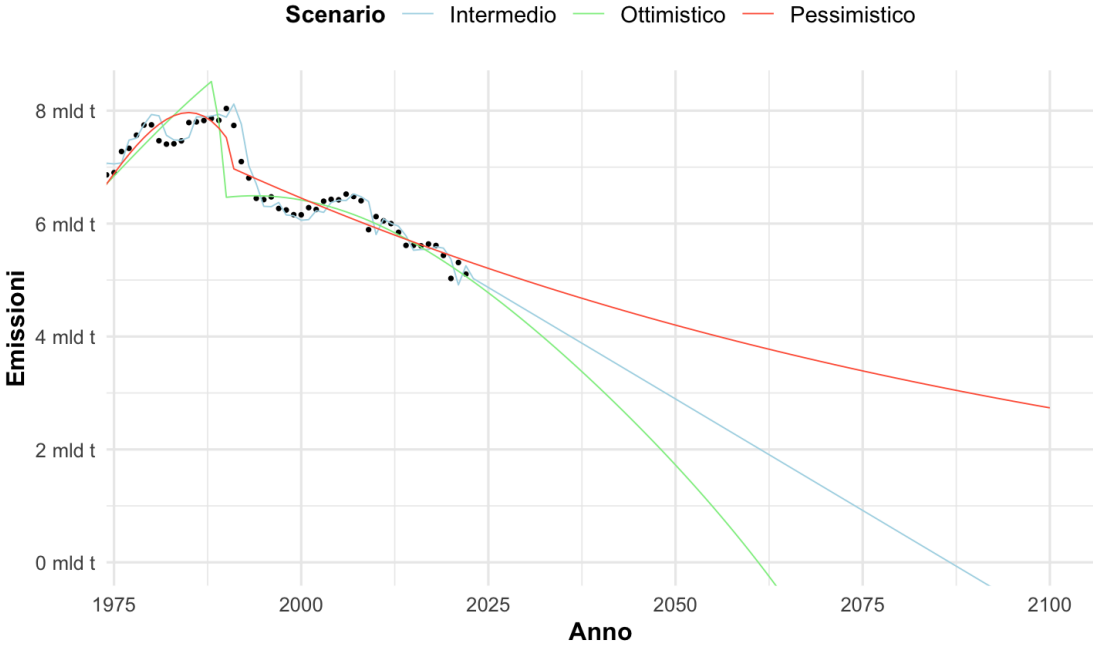


Figura 2.11: Zoom previsioni emissioni in Europa fino al 2100.

2.5.2 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica negli Stati Uniti d'America

Per le emissioni negli Stati Uniti d'America sono stati ipotizzati scenari futuri, delineati come segue:

1. Scenario pessimistico: Questo scenario è stato ottenuto combinando due modelli differenti, uno applicato fino al punto di massimo delle emissioni e l'altro utilizzato per l'osservazione successiva fino all'ultima rilevazione. I modelli combinati sono:
 - a. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale.
 - b. Modello per la stima di un trend esponenziale.
2. Scenario intermedio: Per questo scenario è stato utilizzato un modello di Bass standard.
3. Scenario ottimistico: In questo caso, è stato adottato un modello di regressione per la stima di un trend polinomiale.

Specificazione dei modelli

1.a. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale

Modello di regressione stimato:

$$y_t = \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_6 t^6 + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

Coefficienti	Stima	Errore Std.	Statistica test	P-Value
β_1	0.01888	0.006791	2.781	0.005945
β_2	-0.001319	3.822×10^{-4}	-3.452	0.000679
β_3	2.933×10^{-5}	7.821×10^{-6}	3.750	0.000232
β_4	-2.753×10^{-7}	7.349×10^{-8}	-3.746	0.000235
β_5	1.232×10^{-9}	3.219×10^{-10}	3.828	0.000173
β_6	-2.089×10^{-12}	5.327×10^{-13}	-3.922	0.000121

Tabella 2.6: Coefficienti stimati del modello 2.3.

Statistica	Valore
Errore Std. residuo	0.2077 su 200 gdl
R^2	0.9933
R^2 corretto	0.9931
Statistica test	4926 su 6 e 200 gdl
P-Value	$< 2.2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.7: Statistiche di riepilogo del modello 2.3.

1.b. Modello per la stima di un trend esponenziale

Modello stimato:

$$y(t) = a e^{bt} + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

Coefficienti	Stimati	Errore Std.	Statistica test	P-Value
a	6.0478	0.0884	68.414	$< 2 \times 10^{-16}$
b	-0.012	0.0015	-8	8.61×10^{-7}

Tabella 2.8: Coefficienti stimati del modello 2.4

2. Modello di Bass standard

Modello stimato:

$$y(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p}e^{-(p+q)t}}$$

Parametri	Stima	Errore Std.	P-Value
m	646.7	8.699	7.51×10^{-158}
p	2.931×10^{-5}	7.881×10^{-7}	7.56×10^{-97}
q	0.03467	2.912×10^{-4}	1.05×10^{-201}

Tabella 2.9: Parametri stimati del modello di Bass standard.

3. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale

Modello di regressione stimato:

$$y_t = \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_6 t^6 + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

Coefficienti	Stimati	Errore Std.	Statistica test	P-Value
β_1	0.02295	0.006102	3.761	0.000217
β_2	-0.001616	3.172×10^{-4}	-5.094	7.62×10^{-7}
β_3	3.653×10^{-5}	5.999×10^{-6}	6.089	5.10×10^{-9}
β_4	-3.520×10^{-7}	5.208×10^{-8}	-6.759	1.26×10^{-10}
β_5	1.603×10^{-9}	2.108×10^{-10}	7.607	8.45×10^{-13}
β_6	-2.755×10^{-12}	3.222×10^{-13}	-8.549	2.23×10^{-15}

Tabella 2.10: Coefficienti stimati del modello 2.5.

Statistica	Valore
Errore Std. residuo	0.2102 su 217 gdl
R^2	0.9946
R^2 corretto	0.9945
Statistica test F	6713 su 6 e 217 gdl
P-Value	$< 2.2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.11: Statistiche di riepilogo del modello 2.5.

Nella figura 2.12 e nella figura 2.13 sono presentate le stime delle previsioni per le emissioni negli Stati Uniti d'America. I tre scenari stimati delineano possibili futuri distinti: lo scenario ottimistico prevede il raggiungimento delle emissioni zero entro il 2040; lo scenario intermedio prospetta una riduzione delle emissioni al di sotto del miliardo di tonnellate; infine, lo scenario pessimistico raggiunge circa i due miliardi di tonnellate entro il 2100.

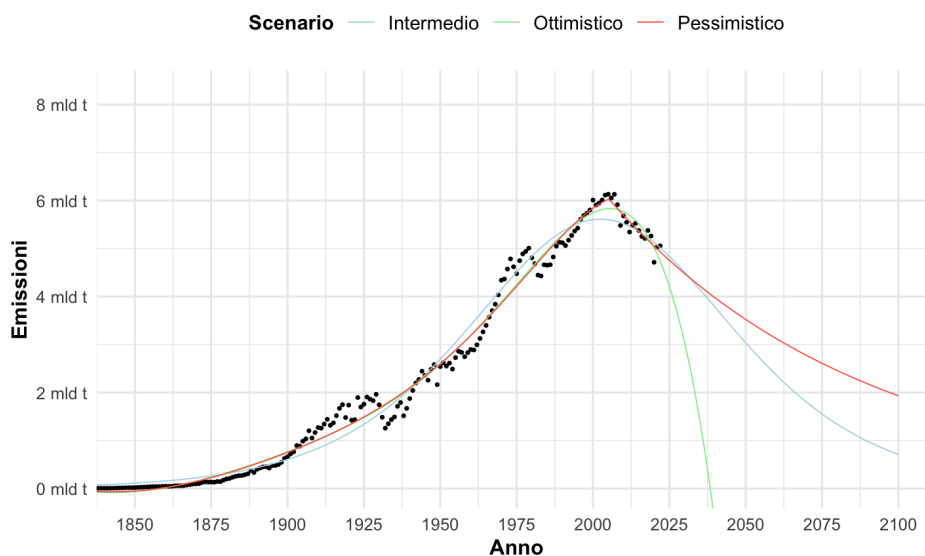


Figura 2.12: Previsioni emissioni negli Stati Uniti d'America fino al 2100.

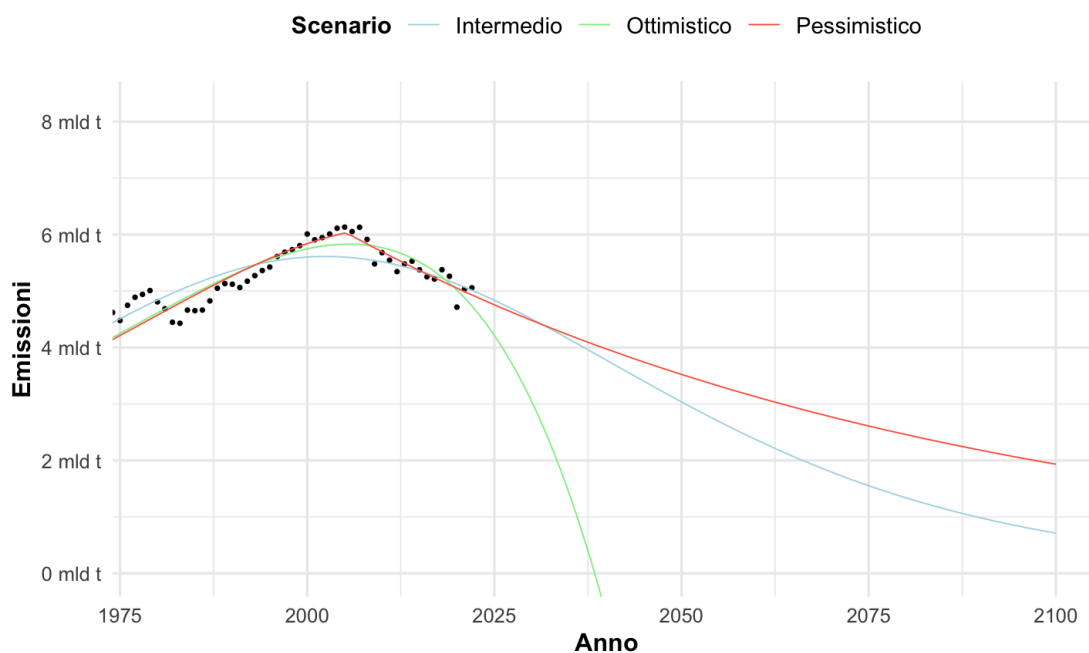


Figura 2.13: Zoom previsioni emissioni negli Stati Uniti d'America fino al 2100.

2.5.3 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica in Cina

Per le emissioni in Cina sono stati stimati possibili scenari futuri, descritti come segue:

1. Scenario pessimistico: Questo scenario è stato ottenuto utilizzando un lisciamento esponenziale di Holt smorzato.
2. Scenario intermedio: Per questo scenario è stato utilizzato un modello di Bass generalizzato con shock rettangolare.
3. Scenario ottimistico: In questo caso, è stato adottato un modello di regressione per la stima di un trend polinomiale.

Specificazione dei modelli

1. Lisciamento esponenziale di Holt smorzato

La stima di una serie storica mediante il lisciamento esponenziale di Holt smorzato è dato dalle seguenti equazioni:

$$\hat{L}_n = \alpha y_n + (1 - \alpha)(\phi \hat{L}_{n-1} + \hat{T}_{n-1})$$

$$\hat{T}_n = \beta(\hat{L}_n - \hat{L}_{n-1}) + (1 - \beta)\phi \hat{T}_{n-1}$$

Le previsioni sono date da:

$$\hat{y}_{n+k} = \hat{L}_n + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^m)\hat{T}_n$$

I parametri stimati sono riportati nella seguente tabella:

Parametro	Stima
α	0.75
β	0.75
ϕ	0.98
Parametro	Valore inizializzazione
l	0.0171
b	0.0032

Tabella 2.12: Parametri stimati e di inizializzazione del modello di lisciamento esponenziale di Holt smorzato.

2. Modello di Bass generalizzato con shock rettangolare

Modello stimato:

$$y(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}$$

con

$$x(t) = 1 + c_1 I_{a_1 \leq t \leq b_1}$$

Parametri	Stima	Errore Std.	P-Value
m	870.5	41.24	1.74×10^{-40}
p	1.576×10^{-5}	5.650×10^{-7}	1.02×10^{-51}
q	0.0633	4.453×10^{-4}	1.67×10^{-126}
a_1	101.2	0.5384	8.99×10^{-140}
b_1	108.6	0.4601	1.19×10^{-150}
c_1	0.2123	0.02237	5.82×10^{-16}

Tabella 2.13: Parametri stimati del modello di Bass generalizzato con shock rettangolare.

3. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale

Modello di regressione stimato:

$$y_t = \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_6 t^6 + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

Coefficienti	Stimati	Errore Std.	Statistica test	P-Value
β_1	0.096	0.0276	3.483	0.000712
β_2	-0.0118	0.00275	-4.306	3.63×10^{-5}
β_3	4.95×10^{-4}	9.97×10^{-5}	4.965	2.53×10^{-6}
β_4	-9.10×10^{-6}	1.66×10^{-6}	-5.476	2.77×10^{-7}
β_5	7.64×10^{-8}	1.29×10^{-8}	5.923	3.68×10^{-8}
β_6	-2.34×10^{-10}	3.79×10^{-11}	-6.191	1.06×10^{-8}

Tabella 2.14: Coefficienti stimati del modello 2.6.

Statistica	Valore
Errore Std. residuo	0.3571 su 110 gdl
R^2	0.9924
R^2 corretto	0.992
Statistica test F	2395 su 6 e 110 gdl
P-Value	$< 2.2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.15: Statistiche di riepilogo del modello 2.6.

Nella figura 2.14 e nella figura 2.15 sono presentate le stime delle previsioni per le emissioni in Cina. I tre scenari stimati delineano possibili futuri distinti: lo scenario ottimistico prevede il raggiungimento delle emissioni zero entro il 2040; lo scenario intermedio prospetta una riduzione delle emissioni al di sotto del miliardo di tonnellate entro il 2100; infine, lo scenario pessimistico suggerisce un aumento delle emissioni fino ad arrivare a circa 17 miliardi di tonnellate entro il 2100.

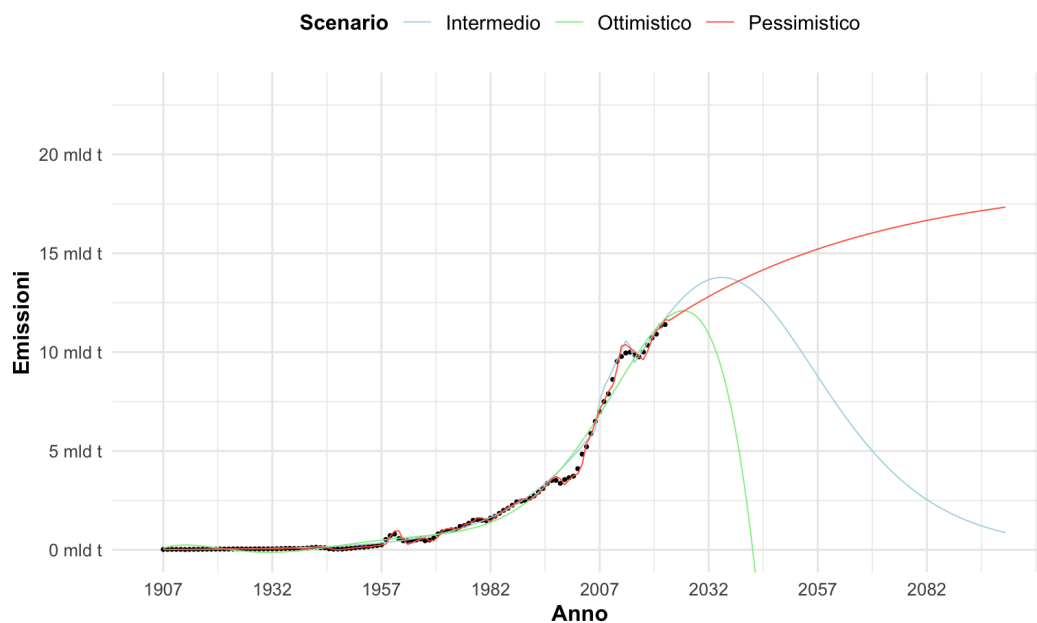


Figura 2.14: Previsioni emissioni in Cina fino al 2100.

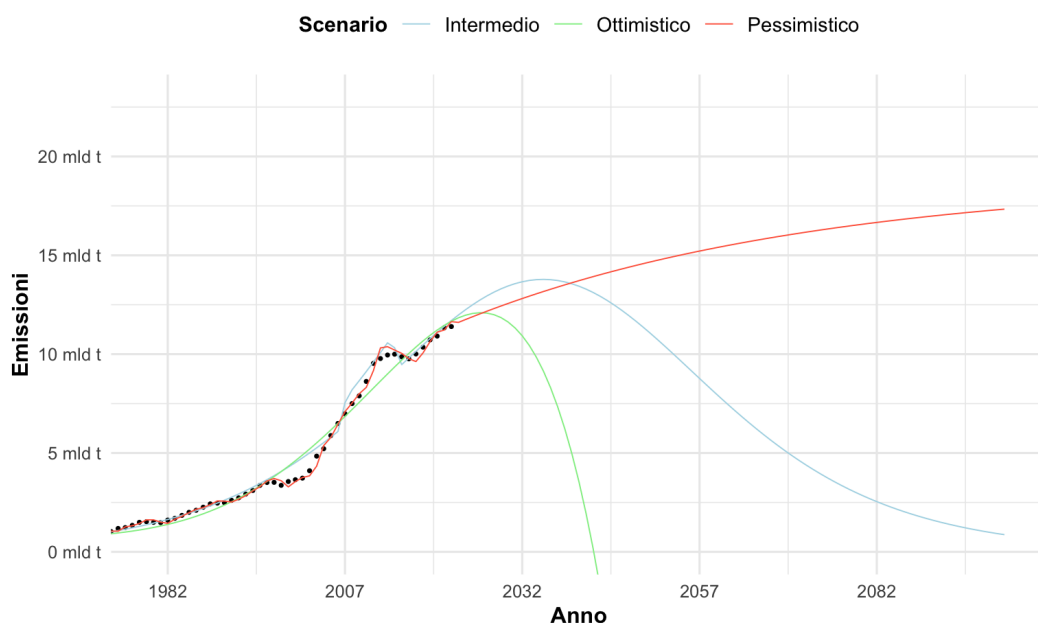


Figura 2.15: Zoom previsioni emissioni in Cina fino al 2100.

2.5.4 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica in Asia

In merito alle emissioni in Asia², sono stati stimati alcuni scenari futuri, descritti come segue:

1. Scenario pessimistico: Questo scenario è stato ottenuto utilizzando un lisciamiento esponenziale di Holt smorzato.
2. Scenario intermedio: Per questo scenario è stato utilizzato un modello di Bass generalizzato con shock esponenziale.
3. Scenario ottimistico: In questo caso, è stato adottato un modello di regressione per la stima di un trend polinomiale.

²Le emissioni sono state calcolate escludendo la Cina e l'India

Specificazione dei modelli

1. Lisciamento esponenziale di Holt smorzato

I parametri del modello stimato sono riportati nella seguente tabella:

Parametro	Stima
α	0.7679
β	0.136
ϕ	0.98
Parametro	Valore inizializzazione
l	-6×10^{-4}
b	5×10^{-4}

Tabella 2.16: Parametri stimati e di inizializzazione del modello di lisciamento esponenziale di Holt smorzato.

2. Modello di Bass generalizzato con shock esponenziale

Modello stimato:

$$y(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}$$

con

$$x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{t \geq a_1}$$

Parametri	Stima	Errore Std.	P-Value
m	682.8	10.80	1.13×10^{-162}
p	3.618×10^{-8}	1.736×10^{-9}	6.03×10^{-58}
q	0.04805	3.392×10^{-4}	3.05×10^{-253}
a_1	217.5	0.2134	0.00
b_1	-0.1057	4.055×10^{-3}	2.69×10^{-75}
c_1	1.065	0.02193	1.38×10^{-134}

Tabella 2.17: Parametri stimati del modello di Bass generalizzato con shock esponenziale.

3. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale

Il modello stimato è rappresentato dalla seguente equazione di regressione:

$$y_t = \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_{12} t^{12} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Coefficienti	Stimati	Errore Std.	Statistica test	P-Value
β_1	0.04172	0.01261	3.308	0.00107
β_2	-8.459×10^{-3}	1.965×10^{-3}	-4.306	2.36×10^{-5}
β_3	6.219×10^{-4}	1.214×10^{-4}	5.121	5.90×10^{-7}
β_4	-2.325×10^{-5}	3.995×10^{-6}	-5.821	1.71×10^{-8}
β_5	5.098×10^{-7}	7.929×10^{-8}	6.430	6.04×10^{-10}
β_6	-7.057×10^{-9}	1.013×10^{-9}	-6.963	2.69×10^{-11}
β_7	6.407×10^{-11}	8.626×10^{-12}	7.427	1.57×10^{-12}
β_8	-3.866×10^{-13}	4.938×10^{-14}	-7.828	1.24×10^{-13}
β_9	1.535×10^{-15}	1.879×10^{-16}	8.171	1.33×10^{-14}
β_{10}	-3.853×10^{-18}	4.556×10^{-19}	-8.458	1.96×10^{-15}
β_{11}	5.537×10^{-21}	6.367×10^{-22}	8.697	3.89×10^{-16}
β_{12}	-3.471×10^{-24}	3.904×10^{-25}	-8.891	$< 2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.18: Coefficienti stimati del modello 2.7.

Statistica	Valore
Errore Std. residuo	0.09044 su 261 gdl
R^2	0.9983
R^2 corretto	0.9982
Statistica test F	1.267×10^4 su 12 e 261 gdl
P-Value	$< 2.2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.19: Statistiche di riepilogo del modello 2.7.

Nella figura 2.16 e nella figura 2.17 sono presentate le stime delle previsioni per le emissioni nei Paesi asiatici escludendo la Cina e l'India. I tre scenari stimati delineano possibili futuri distinti: lo scenario ottimistico prevede il raggiungimento delle emissioni zero entro il 2040; lo scenario intermedio prospetta una riduzione delle emissioni al di sotto del miliardo di tonnellate entro il 2100; infine, lo scenario

pessimistico suggerisce un aumento delle emissioni fino ad arrivare a circa 10.5 miliardi di tonnellate entro il 2100.

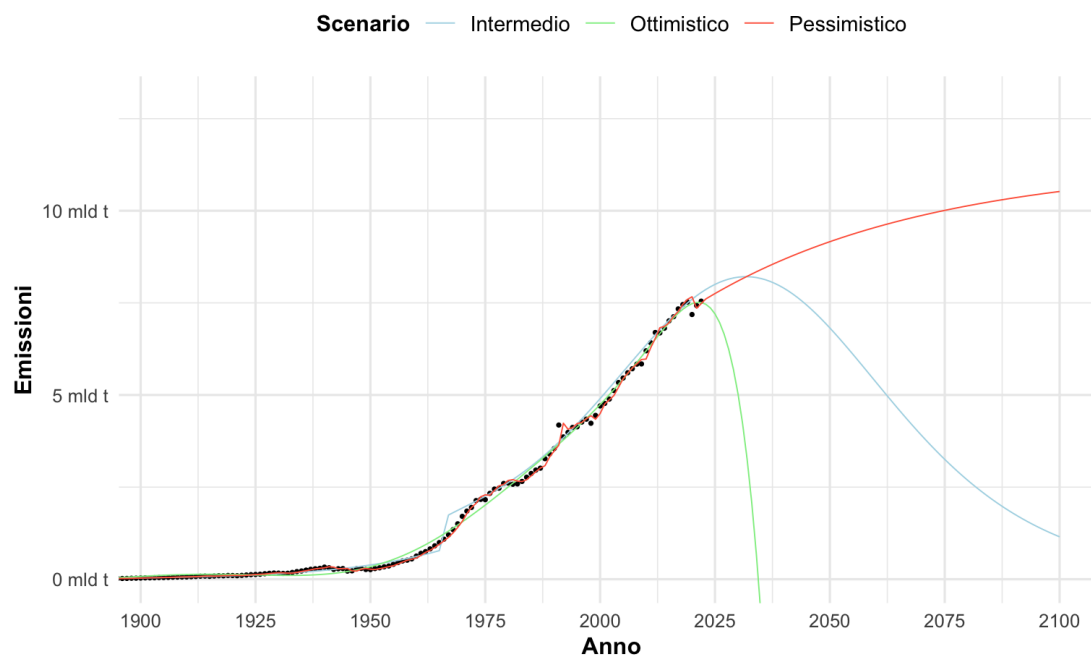


Figura 2.16: Previsioni emissioni nei Paesi asiatici esclusi Cina ed India fino al 2100.

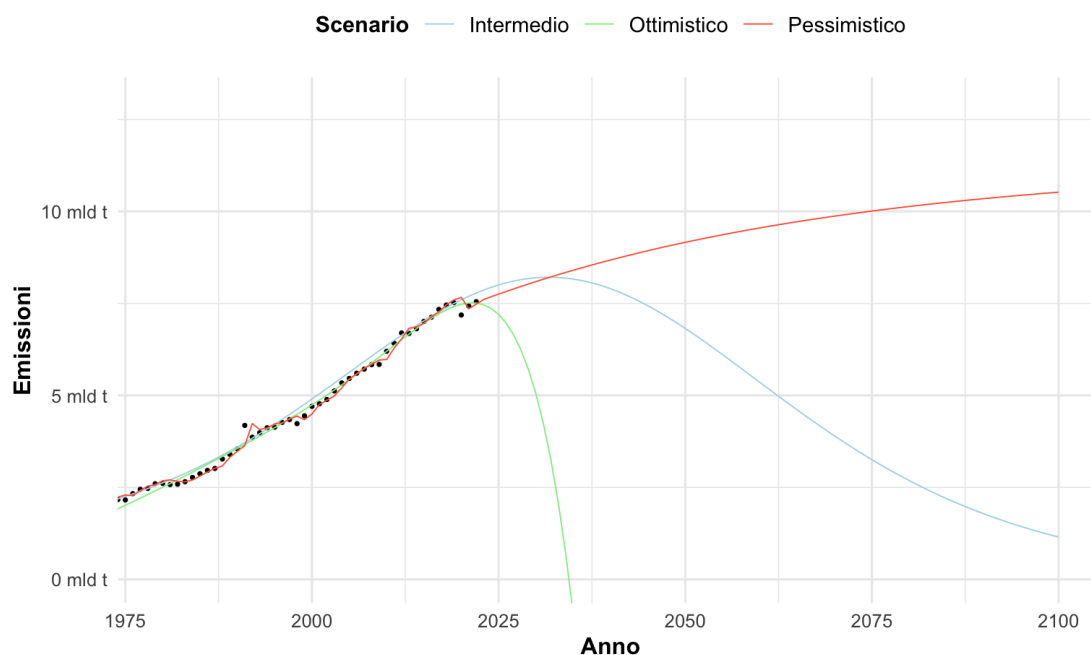


Figura 2.17: Zoom previsioni emissioni nei Paesi asiatici esclusi Cina ed India fino al 2100.

2.5.5 Previsioni delle emissioni di anidride carbonica globali

Anche in questo caso, sono stati stimati tre possibili scenari:

1. Scenario pessimistico: Questo scenario è stato ottenuto utilizzando un modello di Bass generalizzato con shock misto.
2. Scenario intermedio: Per questo scenario è stato utilizzato un modello di Bass standard.
3. Scenario ottimistico: In questo caso, è stato adottato un modello di regressione per la stima di un trend polinomiale.

Specificazione dei modelli

1. Modello di Bass generalizzato con shock misto

Modello stimato:

$$y(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}$$

con

$$x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{t \geq a_1} + c_2 I_{t \geq a_2} I_{t \leq b_2}$$

I parametri stimati sono riportati nella tabella 2.20.

Parametri	Stima	Errore Std.	P-Value
m	9442.549	257.437	1.27×10^{-105}
p	7.768×10^{-7}	1.283×10^{-7}	4.83×10^{-9}
q	0.02768	1.216×10^{-4}	5.30×10^{-305}
a_1	217.080	0.229	0
b_1	-0.08321	3.246×10^{-3}	1.36×10^{-73}
c_1	0.64498	0.01832	1.04×10^{-101}
a_2	90.669	10.203	1.01×10^{-16}
b_2	168.857	0.593	0
c_2	0.57783	0.02034	2.84×10^{-82}

Tabella 2.20: Parametri stimati del modello di Bass generalizzato con shock misto.

2. Modello di Bass standard

Modello stimato:

$$y(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t}}$$

Parametri	Stima	Errore Std.	P-Value
m	4958.302	114.507	1.61×10^{-123}
p	2.002×10^{-6}	3.134×10^{-8}	5.36×10^{-165}
q	0.03348	1.774×10^{-4}	1.01×10^{-288}

Tabella 2.21: Parametri stimati del modello di Bass standard.

3. Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale

Modello di regressione stimato:

$$y_t = \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_{12} t^{12} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Coefficienti	Stimati	Errore Std.	Statistica test	P-Value
β_0	1.504	0.4916	3.058	0.00246
β_1	-0.6905	0.1435	-4.813	2.52×10^{-6}
β_2	0.08437	0.01386	6.088	4.06×10^{-9}
β_3	-4.497×10^{-3}	6.322×10^{-4}	-7.114	1.09×10^{-11}
β_4	1.285×10^{-4}	1.614×10^{-5}	7.961	5.26×10^{-14}
β_5	-2.184×10^{-6}	2.522×10^{-7}	-8.661	4.96×10^{-16}
β_6	2.336×10^{-8}	2.531×10^{-9}	9.233	$< 2 \times 10^{-16}$
β_7	-1.611×10^{-10}	1.663×10^{-11}	-9.689	$< 2 \times 10^{-16}$
β_8	7.147×10^{-13}	7.116×10^{-14}	10.044	$< 2 \times 10^{-16}$
β_9	-1.968×10^{-15}	1.909×10^{-16}	-10.309	$< 2 \times 10^{-16}$
β_{10}	3.061×10^{-18}	2.915×10^{-19}	10.499	$< 2 \times 10^{-16}$
β_{11}	-2.053×10^{-21}	1.932×10^{-22}	-10.625	$< 2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.22: Coefficienti stimati del modello 2.8.

Statistica	Valore
Errore Std. residuo	0.5904 su 261 gdl
R^2	0.9968
R^2 corretto	0.9967
Statistica test F	7447 su 11 e 261 gdl
P-Value	$< 2.2 \times 10^{-16}$

Tabella 2.23: Statistiche di riepilogo del modello 2.8.

Nella figura 2.18 e nella figura 2.19 sono presentate le stime delle previsioni per le emissioni nel mondo. I tre scenari stimati delineano possibili sviluppi futuri distinti. Nello scenario ottimistico, si prevede il raggiungimento delle emissioni zero entro il 2040. Lo scenario intermedio prospetta una riduzione delle emissioni fino a scendere

al di sotto di circa 20 miliardi di tonnellate entro il 2100. Infine, nello scenario pessimistico, si prevede un aumento delle emissioni fino a raggiungere un massimo attorno al 2075, con una stima di circa 65 miliardi di tonnellate, seguito da una lenta diminuzione che porterebbe le emissioni a circa 60 miliardi di tonnellate entro il 2100.

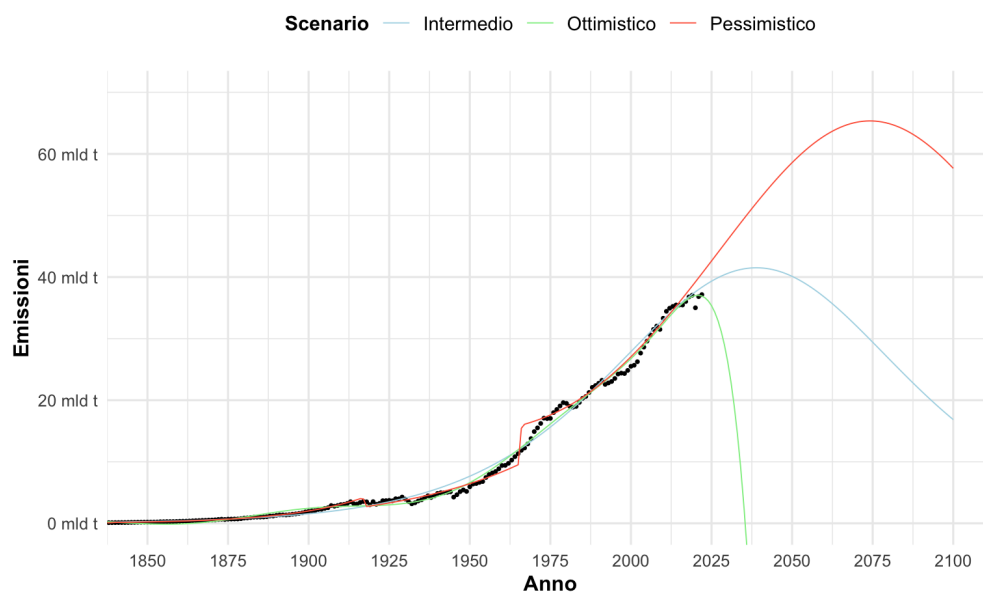


Figura 2.18: Previsioni emissioni globali fino al 2100.

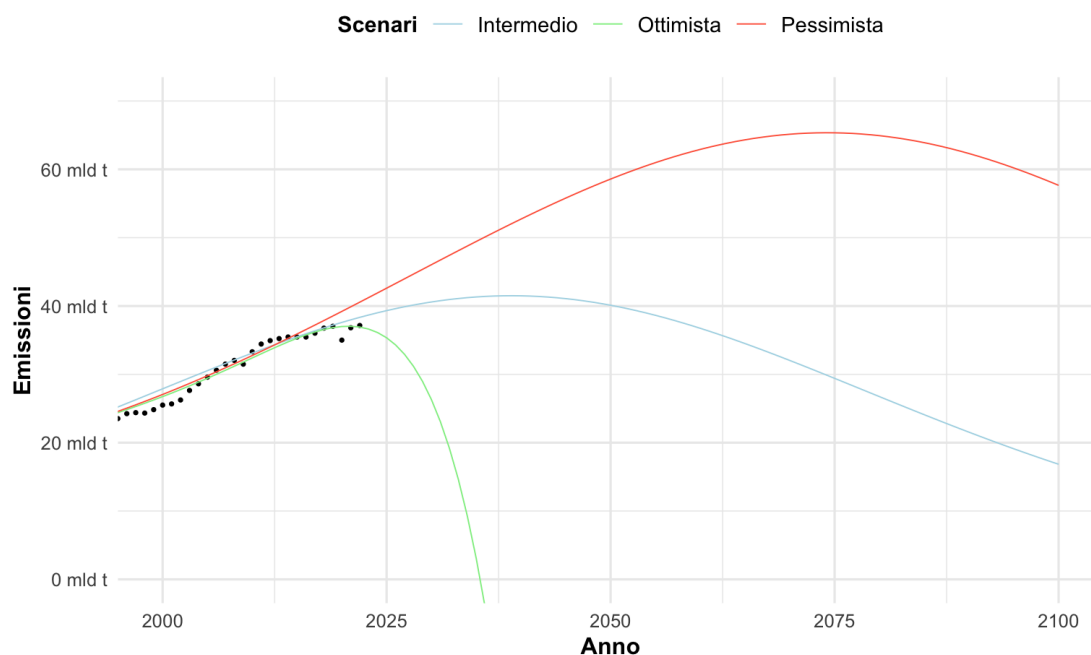


Figura 2.19: Zoom previsioni emissioni globali fino al 2100.

2.6 Nuovo modello per la previsione della deviazione della temperatura

In vista delle previsioni delle future emissioni di anidride carbonica che saranno introdotte nell'atmosfera terrestre, verrà sviluppato un modello di regressione dinamico. In tale modello, gli scenari delle future emissioni costituiranno la variabile esplicativa e le innovazioni saranno distribuite come un processo stocastico della classe *ARIMA*. Questo approccio permetterà di analizzare e prevedere l'impatto delle future emissioni sulle temperature.

2.6.1 Specificazione del modello

Il modello sarà stimato in base ai dati a disposizione delle emissioni, i quali arrivano fino al 2022.

Il modello stimato è il seguente:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 CO_2 + \eta_t \quad (2.9)$$

Dove:

$$\eta_t = \phi_1 \eta_{t-1} + \phi_2 \eta_{t-2} + \phi_3 \eta_{t-3} + \phi_4 \eta_{t-4} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

Le stime dei parametri sono riportate nella seguente tabella:

Coefficienti	Stima	Errore Std.
ar1	0.5488	0.0745
ar2	-0.0499	0.0855
ar3	0.0833	0.0862
ar4	0.2108	0.0751
intercetta	-0.3783	0.0478
CO₂	0.0299	0.0029

Tabella 2.24: Stima dei coefficienti del modello di regressione dinamico 2.9.

2.6.2 Previsioni

Le previsioni del modello sono raffigurate nella figura 2.20 e nella figura 2.21. Sebbene le emissioni di CO_2 siano riconosciute come la principale causa dell'aumento delle temperature globali, esistono ulteriori fattori che possono influenzare questo fenomeno. Pertanto, gli scenari futuri previsti potrebbero essere soggetti a errori di stima. Tuttavia, ciò che può essere ricavato da queste previsioni è l'andamento potenziale del riscaldamento globale nel caso in cui non vengano attuati sforzi significativi per ridurre le emissioni. Dall'analisi degli scenari, emerge che per riportare le temperature circa al livello medio del periodo 1961-1990, sarebbe necessaria una riduzione delle emissioni fino a 20 miliardi di tonnellate entro il 2100. Per tornare alla temperatura media del periodo preindustriale, sarebbe indispensabile raggiungere emissioni zero entro il 2050. Qualora le emissioni future seguissero lo scenario pessimistico, la deviazione delle temperature raggiungerebbe un massimo di $1.58^\circ C$ attorno al 2075, per poi diminuire leggermente fino a $1.35^\circ C$

entro il 2100. Le analisi delle emissioni delle varie regioni del mondo indicano che solo l'Europa e gli Stati Uniti d'America hanno ottenuto riduzioni significative delle emissioni negli ultimi anni. Questi risultati dovrebbero essere presi come esempio dagli altri Paesi, in primis Cina e India, per sviluppare nuove politiche di controllo e riduzione delle emissioni. È evidente che uno sforzo limitato a una sola parte del mondo non sarà sufficiente a mitigare il riscaldamento globale, è necessario un impegno globale concertato.

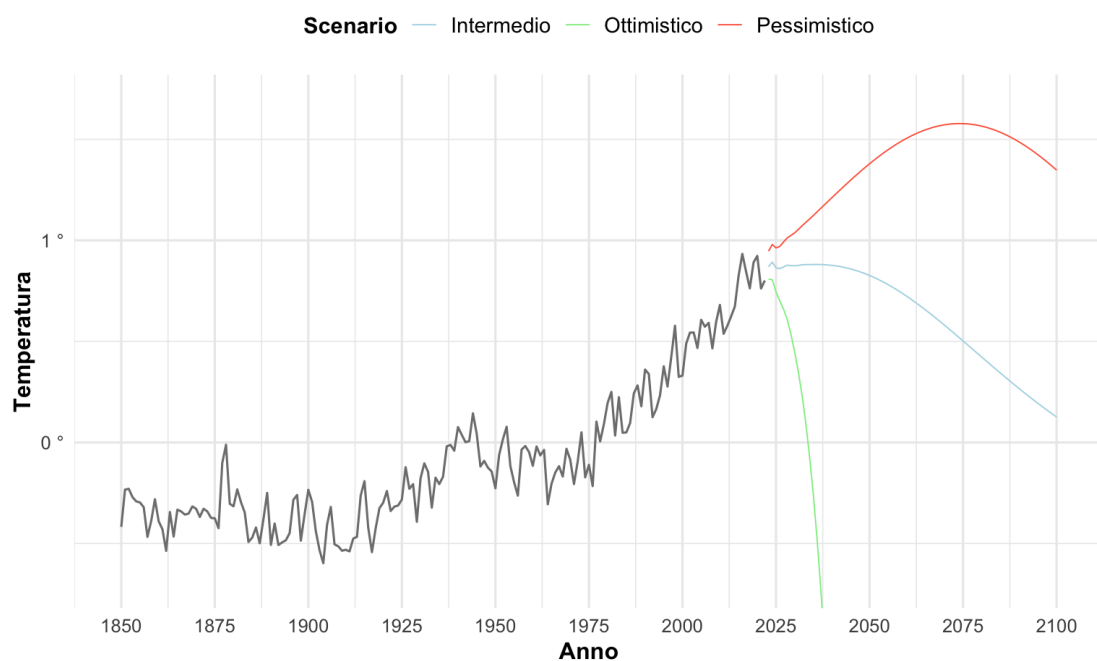


Figura 2.20: Previsioni della deviazione della temperatura con la media del periodo 1961-1990 fino al 2100.

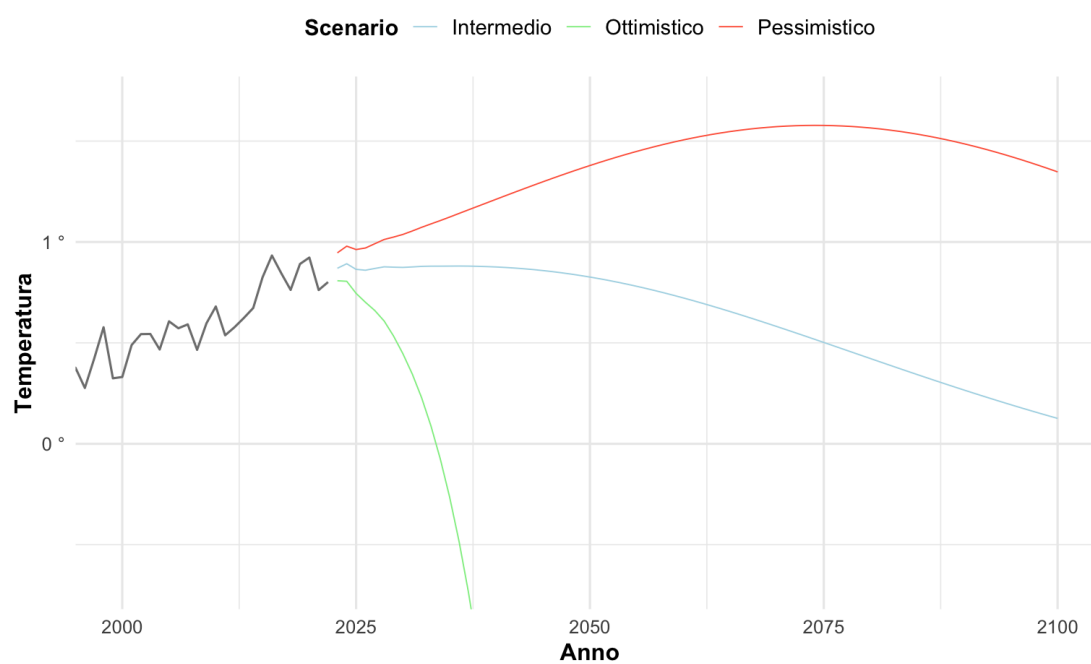


Figura 2.21: Zoom previsioni della deviazione della temperatura con la media del periodo 1961-1990 fino al 2100.

Capitolo 3

Disastri naturali: Analisi dell'aumento e delle cause

3.1 Effetti del riscaldamento globale sulla frequenza e intensità dei disastri naturali

Negli ultimi decenni, si osserva un incremento significativo nella frequenza e intensità di eventi meteorologici estremi come alluvioni, siccità, uragani e cicloni. Questo fenomeno può essere in parte attribuito al riscaldamento globale, che altera i delicati equilibri atmosferici alla base di tali eventi. Il riscaldamento globale comporta un aumento della temperatura media annuale terrestre, il che implica un incremento dell'energia termica disponibile nell'atmosfera. L'energia termica supplementare provoca un aumento dell'energia complessiva dell'atmosfera, la quale, a sua volta, contribuisce alla formazione di fenomeni meteorologici più intensi e frequenti. L'aumento della temperatura superficiale degli oceani e dei mari accelera il processo di evaporazione, immettendo nell'atmosfera quantità superiori di vapore acqueo rispetto ai livelli consueti. L'aria calda ha una maggiore capacità di contenere vapore acqueo e presenta una densità inferiore, facilitando così il sollevamento e la successiva condensazione del vapore. Quando il vapore acqueo si condensa, le nubi formate sono più imponenti e contengono una quantità significativamente maggiore di goccioline d'acqua, pronte a precipitare. Questo fenomeno è particolarmente

rilevante in contesti come gli uragani e i cicloni tropicali, dove l'energia termica accumulata sopra le acque oceaniche gioca un ruolo cruciale. Un surplus di energia termica determina una maggiore quantità di energia cinetica, traducendosi in un intenso moto convettivo dell'aria e nella formazione di nubi di grande estensione che ruotano attorno all'occhio del ciclone. Il continuo rifornimento di vapore e la persistente ascesa dell'aria facilitano l'autoalimentazione del vortice, amplificando così la sua potenza. In sintesi, il riscaldamento globale aumenta la probabilità di condizioni che favoriscono precipitazioni estreme in alcune aree, mentre provoca una riduzione delle precipitazioni in altre. Questo processo si traduce in una "estremizzazione" dei fenomeni meteorologici, caratterizzata da un incremento sia della frequenza che dell'intensità degli eventi estremi (Cutuli 2023).

3.2 L'evoluzione del numero dei disastri naturali

I dati forniti dall'International Disaster Database del Centre for Research on the Epidemiology of Disasters (EM-DAT, CRED / UCLouvain 2024) supportano le affermazioni precedenti. Come illustrato nella figura 3.1, si osserva un incremento nel numero di disastri naturali¹ negli ultimi anni.

¹I disastri naturali considerati includono tutti i disastri classificati come meteorologici, idrologici e climatologici nel dataset EM-DAT (EM-DAT, CRED / UCLouvain 2024).

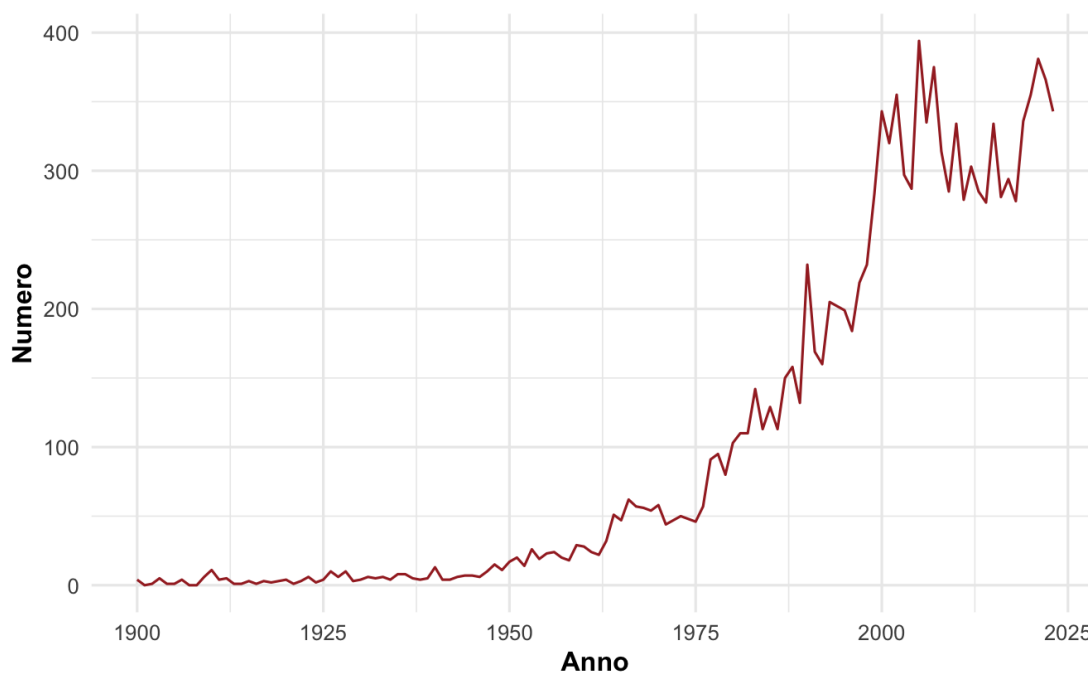


Figura 3.1: Evoluzione del totale dei disastri naturali.

L'analisi dettagliata presentata nella figura 3.2, che mostra la scomposizione della serie storica del totale dei disastri naturali nelle sue componenti², rivela che la maggior parte dei fenomeni registrati sono inondazioni e tempeste.

²Sono stati esclusi dall'analisi i seguenti fenomeni, sebbene appartenenti alle categorie esaminate: inondazione da lago glaciale e nebbia, poiché rappresentano una piccola parte dei fenomeni registrati

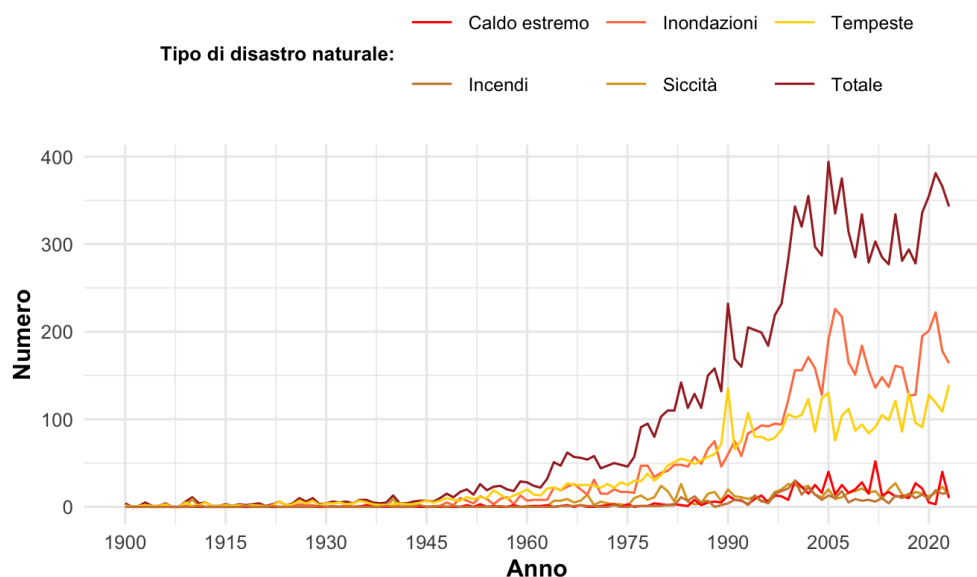


Figura 3.2: Evoluzione del totale dei disastri naturali e degli specifici fenomeni.

3.3 L'impatto dello sviluppo tecnologico sulla documentazione dei disastri naturali

Come discusso nel paragrafo precedente, negli ultimi anni si è osservato un preoccupante aumento dei disastri naturali. Questo incremento può essere in parte attribuito al riscaldamento globale, ma va considerata anche l'evoluzione dei media e dei mezzi di informazione, che hanno reso più agevole la documentazione e la registrazione di tali eventi. Un aspetto interessante da sottolineare è che, sebbene molti eventi di media e grande entità siano rintracciabili nei registri storici, questi ultimi spesso omettono eventi minori con danni o vittime limitati. Grazie allo sviluppo tecnologico, la segnalazione e la registrazione di eventi di piccola entità sono oggi significativamente più accurate e frequenti.

La figura 3.3 illustra la proporzione di disastri segnalati di diverse dimensioni rispetto al totale³. Si osserva che, andando a ritroso nel tempo, gli eventi di grande

³Gli eventi di piccola entità si definiscono come quelli con 5 o meno decessi, meno di 1.500

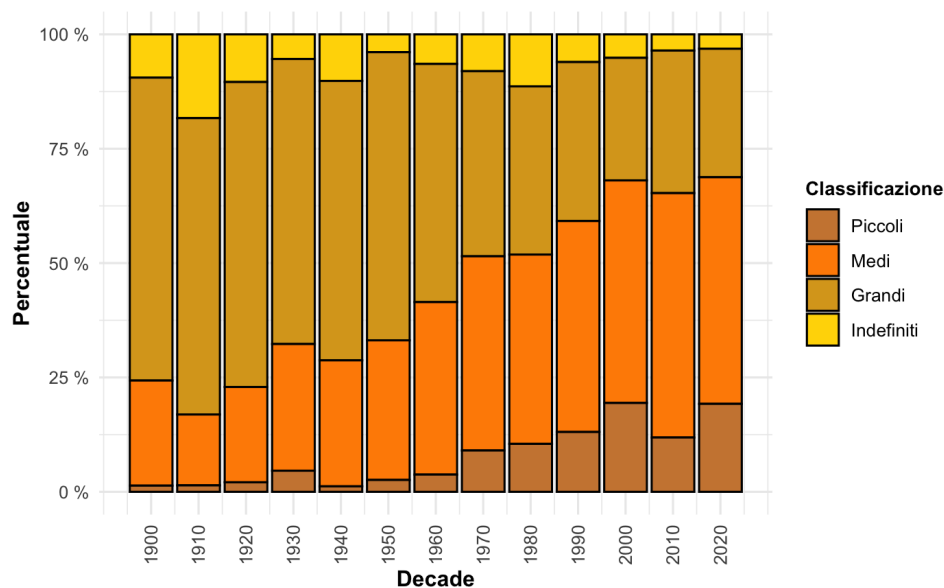


Figura 3.3: Evoluzione delle proporzioni di disastri segnalati di diverse dimensioni rispetto al totale.

entità dominano i registri storici. Questo fenomeno è attribuibile alla perdita e alla difficoltà di identificazione degli eventi di piccola e media entità nei periodi storici precedenti. Con il passare dei decenni, grazie al miglioramento delle tecniche di segnalazione e comunicazione, si registra un incremento delle percentuali di eventi di media e piccola dimensione. Pertanto, è necessario adottare un approccio cauto nell'analisi delle serie storiche dei disastri registrati sin dall'inizio, poiché vi sono fattori esogeni ai disastri naturali che hanno influenzato la loro registrazione e alterato la loro apparente evoluzione nel tempo. Di conseguenza, i modelli di previsione saranno stimati sia utilizzando l'intero campione di dati disponibili, sia limitando l'analisi ai dati raccolti a partire dall'anno 2000, periodo in cui la diffusione di internet ha raggiunto una dimensione globale. Questa delimitazione

persone colpite o danni economici inferiori a 13 milioni di dollari statunitensi. Gli eventi di grande entità, invece, sono caratterizzati da almeno 50 decessi, più di 150.000 persone colpite o danni economici di almeno 320 milioni di dollari statunitensi. Gli eventi di media entità comprendono tutti quelli che non rientrano nei criteri definiti per gli eventi di piccola o grande entità.

temporale garantirà una maggiore accuratezza, poiché la qualità e la quantità delle segnalazioni sono migliorate significativamente grazie alla tecnologia e alla connettività avanzate (Ritchie e Rosado 2024).

3.4 Modelli di previsione

In base all'andamento della serie storica, saranno stimati i seguenti modelli:

1. *ARIMA*
2. Lisciamento esponenziale di Holt

1. *ARIMA*

Dalla figura 3.1 si osserva che la serie presenta caratteristiche di eteroschedasticità, poiché la sua variabilità aumenta nel tempo. In tali casi, è opportuno applicare delle trasformazioni per rendere costante la varianza nel tempo. Una trasformazione particolarmente utile è quella di Box-Cox:

$$T(Y_t) = \begin{cases} \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda} & \lambda \neq 0 \\ \ln Y_t, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

Dopo l'applicazione della trasformazione, la serie si presenta come mostrato in figura 3.4. Si osserva come, in questo caso, la varianza risulti più costante nel tempo.

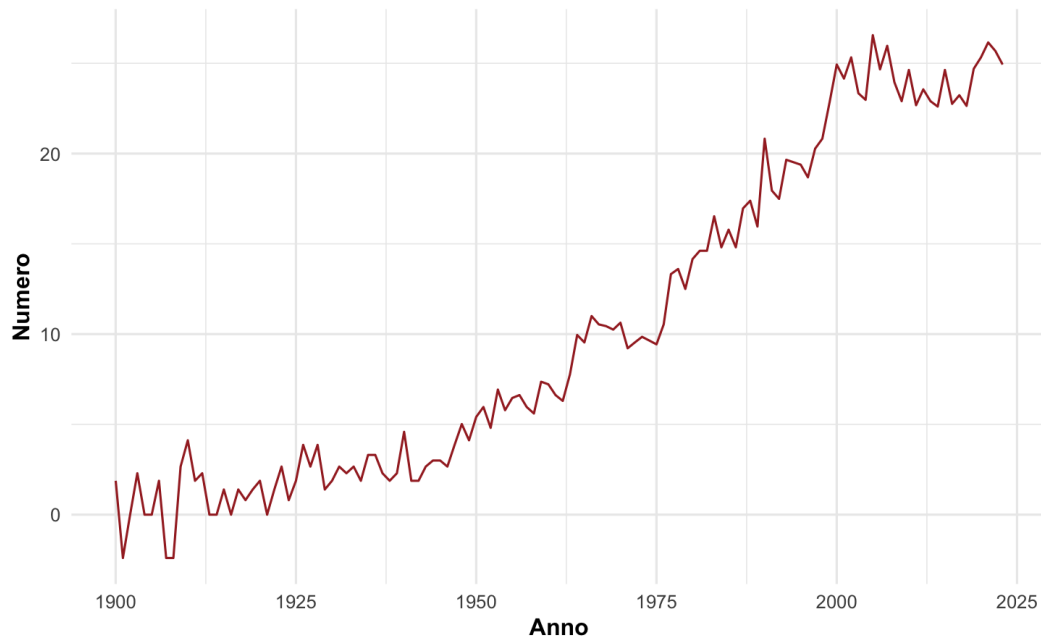


Figura 3.4: Serie storica dei disastri naturali trasformata mediante la trasformazione di Box-Cox.

Modello stimato con tutti i dati registrati

Il modello stimato è descritto dalla seguente specificazione:

$$y_t = \phi_0 + y_{t-1} + \phi_1 y_{t-1} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

I parametri stimati del modello 3.2 sono riportati nella tabella 3.1.

	AR1	MA1	MA2	drift
Coefficienti	-0.6820128	0.2963772	-0.5623101	0.2053412
Errore Std.	0.10928528	0.10086970	0.07190176	0.05312804
Statistica Test	-6.240665	2.938218	-7.820533	3.865025
P-Value	4.357×10^{-10}	3.301×10^{-3}	5.329×10^{-15}	1.111×10^{-4}

Tabella 3.1: Risultati del modello *ARIMA*.

Modello stimato con i dati dal 2000

Il modello stimato utilizzando i dati a partire dal 2000 è descritto dalla seguente equazione, dove ϕ_0 rappresenta la media aritmetica delle osservazioni:

$$y_t = \phi_0 + \varepsilon_t \quad (3.3)$$

I parametri stimati del modello 3.3 sono riportati nella seguente tabella:

	Intercetta
Coefficiente	322.9583
Errore Std.	7.264
Statistica Test	44.4601
P-Value	0

Tabella 3.2: Risultati del modello *ARIMA*.

Previsioni

Le previsioni ottenute dal modello 3.2 e dal modello 3.3 sono illustrate in figura 3.5. Le previsioni basate sul modello stimato su tutta la serie storica mostrano un evidente trend crescente, mentre quelle basate sul modello con i dati a partire dal 2000 risultano costanti e sono pari alla media aritmetica delle osservazioni considerate (322.9583).

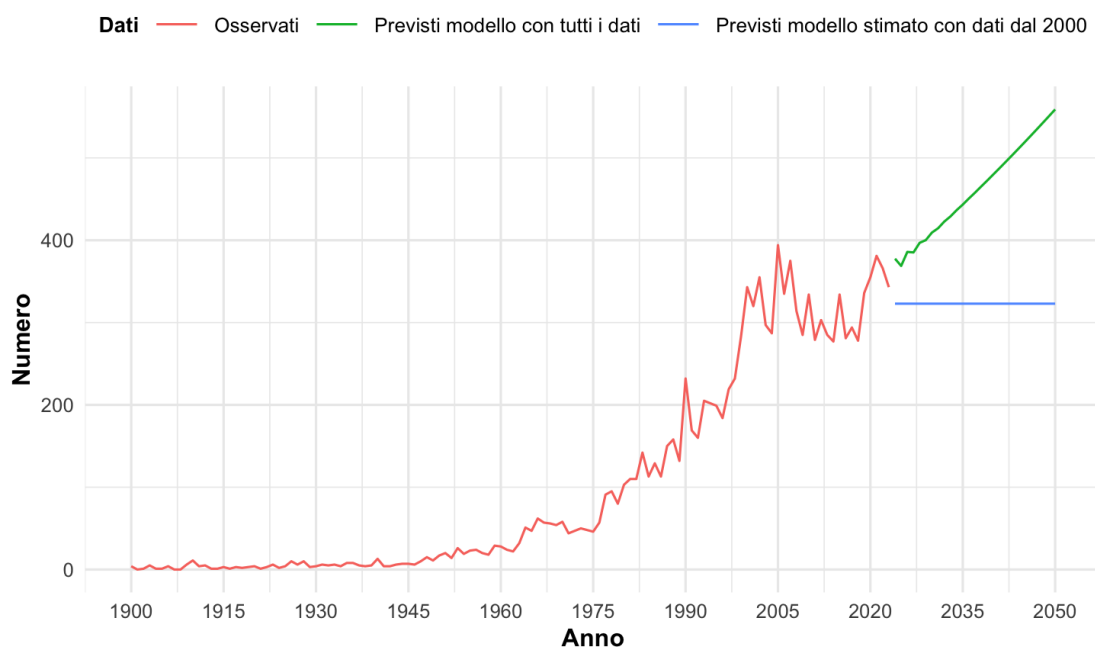


Figura 3.5: Previsioni dei disastri naturali fino al 2050 dei modelli 3.2 e 3.3.

Lisciamento esponenziale di Holt

Modello stimato con tutti i dati registrati

I parametri stimati sono riportati nella seguente tabella:

Parametro	Stima
α	0.5431
β	0.0239
ϕ	0.98
Parametro	Valore inizializzazione
l	1.778
b	0.0999

Tabella 3.3: Parametri stimati e parametri di inizializzazione del modello di lisciamento esponenziale di Holt smorzato.

Modello stimato con i dati dal 2000

I parametri stimati sono riportati nella seguente tabella:

Parametro	Stima
α	0.3543
β	0.0001
Parametro	Valore inizializzazione
l	337.2172
b	0.6611

Tabella 3.4: Parametri stimati e parametri di inizializzazione del modello di lisciamento esponenziale di Holt.

Previsioni

Le previsioni derivanti dai modelli sono presentate in figura 3.6. Confrontando queste previsioni con quelle ottenute tramite il modello $ARIMA(1, 1, 2)$, si osserva che il modello di lisciamento esponenziale ha stimato dei trend meno pronunciati.

Tali trend risultano più plausibili e realistici, in linea con quelli che potrebbero effettivamente manifestarsi.

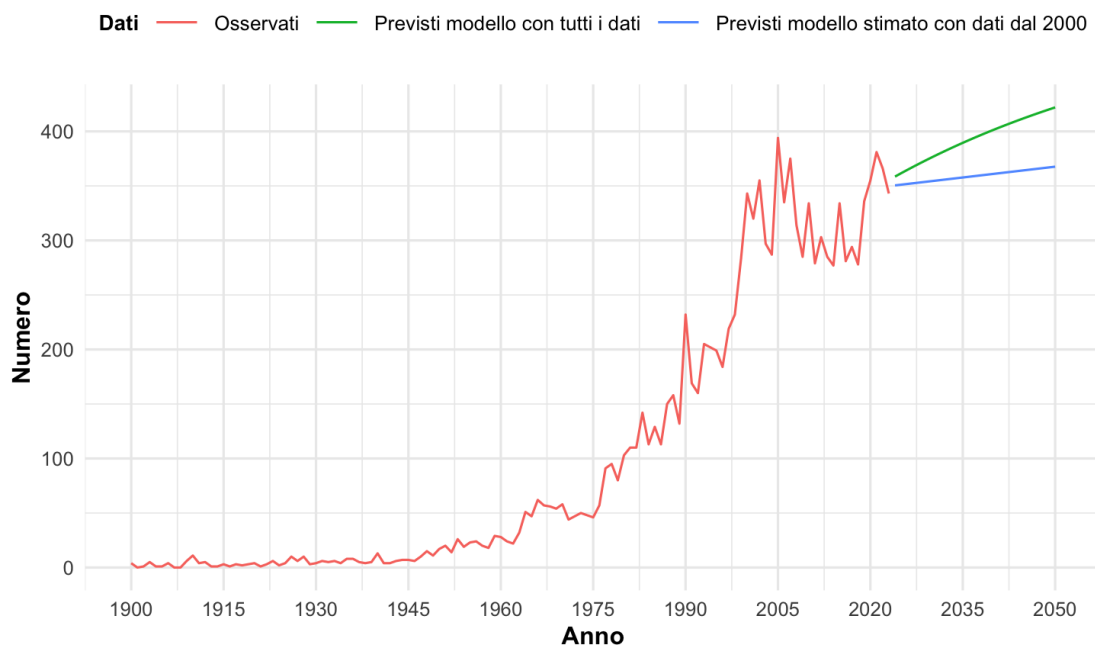


Figura 3.6: Previsioni dei disastri naturali fino al 2050 dei modelli di lisciamiento esponenziali.

Capitolo 4

Analisi delle opinioni sociali sul riscaldamento globale

4.1 Considerazioni sulla preoccupazione pubblica per il cambiamento climatico

La maggior parte delle persone in ogni Paese del mondo sembra preoccupata per il cambiamento climatico e sostiene le politiche volte a contrastarlo. Questo è evidente dai dati del sondaggio¹ riportati nella mappa della figura 4.1, dove sono illustrate le differenze delle percentuali tra i vari Paesi. Un aspetto rilevante da considerare è che i sondaggi, specialmente quelli riguardanti tematiche sociali, possono essere soggetti a incongruenze derivanti dalla discrepanza tra l'opinione effettiva degli intervistati e quella da loro dichiarata. Tale discrepanza può essere influenzata dalla paura del giudizio altrui sulla posizione espressa o dalla sottovalutazione dei sacrifici socio-economici necessari per contribuire attivamente a un piano di contenimento e gestione del riscaldamento globale.

¹La preoccupazione è stata misurata attraverso le risposte a domande relative a vari aspetti del cambiamento climatico: la necessità di un'azione per evitare una catastrofe globale, il ruolo degli esseri umani nel causare il cambiamento climatico, la percezione del cambiamento climatico come una seria minaccia per l'umanità e, infine, la considerazione del fenomeno come un'emergenza globale.

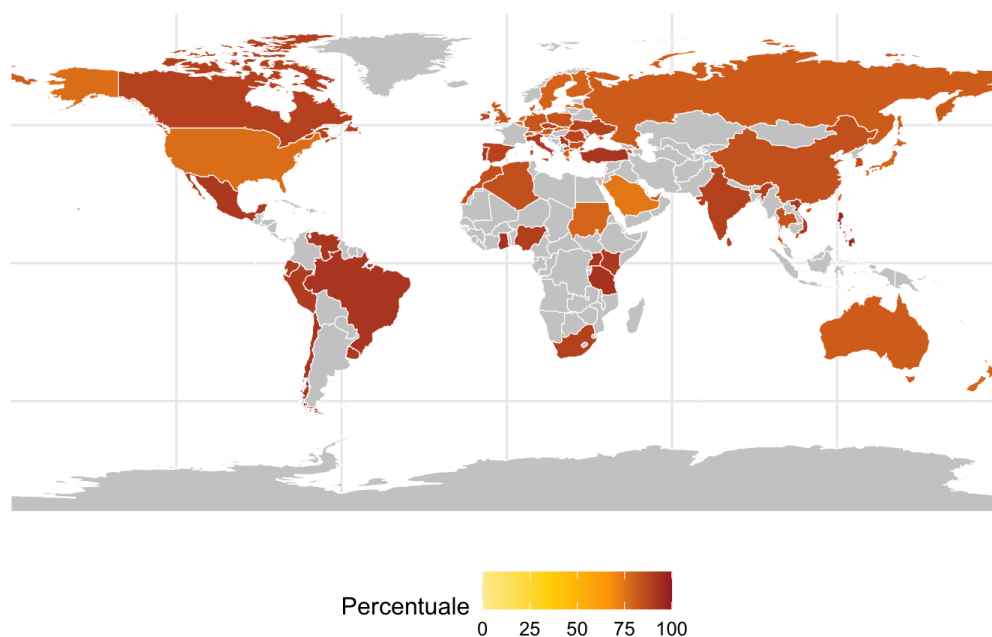


Figura 4.1: Mappa preoccupazione della popolazione mondiale sul cambiamento climatico.

4.2 Riflessioni sulla soddisfazione dell'operato della politica nazionale

Un ulteriore aspetto rilevante da analizzare è la percezione dei cittadini riguardo all'efficacia delle politiche climatiche² adottate dai propri governi. La mappa illustrata nella figura 4.2 evidenzia come, nella maggior parte dei Paesi, l'opinione pubblica consideri insufficiente l'impegno del proprio governo nella lotta contro il riscaldamento globale. Questo dato rivela un diffuso sentimento di insoddisfazione e una percezione condivisa di inadeguatezza delle misure adottate per affrontare la

²L'efficacia è stata valutata sulla base di sondaggi rappresentativi di quasi 130.000 persone in 125 Paesi. Ai partecipanti è stato chiesto: "Pensi che la politica nazionale dovrebbe fare di più per combattere il riscaldamento globale?"

crisi climatica. Tuttavia, è importante considerare che, nonostante la consapevolezza generale riguardo alla gravità del problema, non tutti sono disposti a modificare le proprie abitudini o a sacrificare parte delle proprie risorse economiche attuali per garantire un futuro più sostenibile. È spesso più facile attribuire la responsabilità ai governi, minimizzando così il proprio senso di colpa per la mancanza di un impegno personale attivo. Questa dinamica si complica ulteriormente considerando che, nella maggior parte dei Paesi sviluppati, i governi sono costituiti da rappresentanti scelti direttamente dai cittadini attraverso il voto, riflettendo in qualche misura le priorità e le scelte della popolazione stessa (Ritchie 2024).

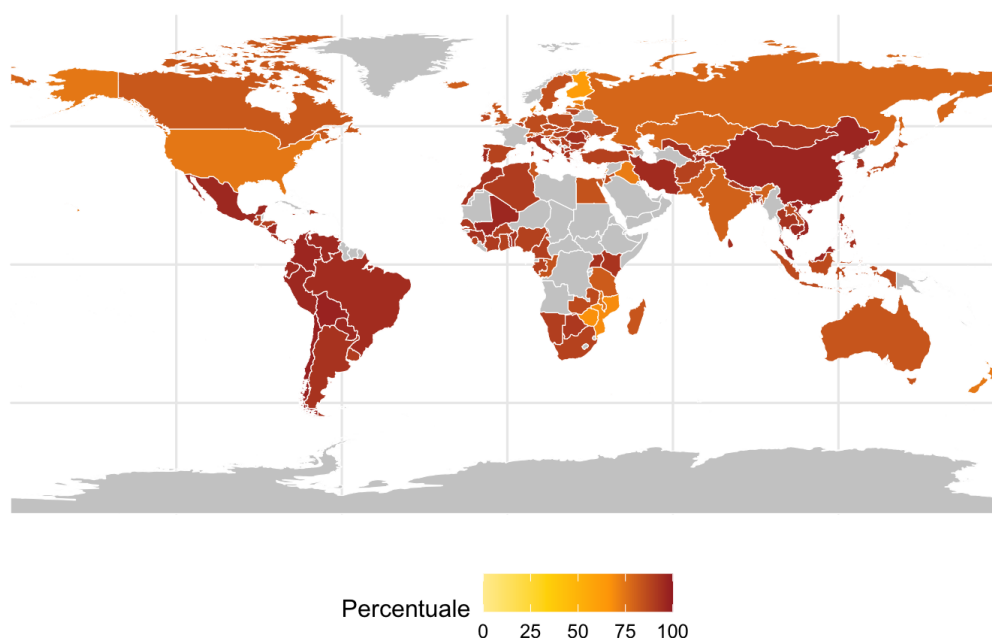


Figura 4.2: Mappa opinione della politica dei propri governi sul cambiamento climatico.

Conclusioni

Alla luce delle analisi condotte in questa tesi, risulta evidente come l'umanità stia alterando, seppur gradualmente, la temperatura e i delicati equilibri del nostro pianeta. Dal primo capitolo si evince che le temperature globali sono aumentate nel tempo, determinando un innalzamento delle temperature dei corpi idrici e un conseguente aumento dei livelli dei mari e degli oceani. Nel secondo capitolo, invece, emerge chiaramente che, per ottenere un cambiamento significativo nel trend crescente delle temperature, è indispensabile una riduzione delle emissioni di gas serra, in particolare dell'anidride carbonica, che rappresenta la quota maggioritaria di queste emissioni. L'analisi dell'evoluzione dei disastri naturali, condotta nel terzo capitolo, propone delle motivazioni che spiegano l'incremento di tali eventi negli ultimi anni, tra cui il riscaldamento globale. Infine, il quarto capitolo mette in luce come l'opinione pubblica non sia indifferente al cambiamento climatico; tuttavia, ciò che risulta realmente determinante non è l'intenzione o i buoni propositi, bensì le azioni concrete. Dall'analisi dei trend delle temperature e delle emissioni, emerge chiaramente che le azioni intraprese finora non sono sufficienti. È cruciale comprendere che ci troviamo di fronte a un bivio, con due strade diametralmente opposte: una implica un impegno globale concertato nell'attuazione di piani di contenimento delle emissioni e nella gestione delle energie rinnovabili, con l'obiettivo di mitigare il progresso del riscaldamento globale; l'altra, invece, si basa su un'apatia verso il futuro, con un vivere esclusivamente nel presente e confidando in avanzamenti tecnologici miracolosi che possano risolvere tutti i problemi. Tuttavia, molti non comprendono che il processo di riscaldamento globale sta già avendo conseguenze tangibili nel presente, e che un futuro in cui le nostre vite saranno fortemente condizionate dai fenomeni legati alle alte temperature è sempre più

imminente. Pertanto, il ruolo delle persone nel contrastare il cambiamento climatico è fondamentale, ed è essenziale fornire quante più informazioni e soluzioni possibili per fronteggiare il riscaldamento globale. Infatti, se qualcuno è scettico sui costi delle energie rinnovabili, sull'impronta di carbonio di un'auto elettrica rispetto a una a benzina, o sul funzionamento delle pompe di calore, parlare esclusivamente di temperature in aumento non cambierà la sua posizione. Per farlo, è necessario tenere in considerazione le legittime perplessità riguardo all'efficacia e ai possibili impatti negativi di questi cambiamenti. È cruciale comunicare chiaramente cosa tali cambiamenti significhino, o non significhino, per la vita individuale, per la comunità, per i prezzi dell'energia e per il reddito. Dunque, è essenziale spiegare i potenziali compromessi e discutere dei benefici. Inoltre, spesso sia i cittadini che gli esponenti politici tendono a sottovalutare il livello di sostegno per l'azione climatica. Questo "gap di percezione" ha un'importanza cruciale. Se i governi percepissero un forte sostegno pubblico, sarebbero più inclini a modificare le loro politiche. Allo stesso modo, le aziende comprenderebbero che i consumatori desiderano prodotti a basse emissioni e cambiamenti nelle pratiche commerciali. La propensione a effettuare cambiamenti aumenta se si percepisce che anche gli altri agiranno nello stesso modo. Questa percezione errata non è rilevante solo all'interno dei singoli Paesi, ma influisce anche sulla cooperazione internazionale. Nessun Paese può affrontare il cambiamento climatico in maniera isolata. Se si crede che le persone negli altri Paesi non siano preoccupate e non agiscano, è più probabile che si rimanga inerti, considerando i propri sforzi vani (Ritchie 2024). In conclusione, la ricerca continua e l'analisi dei dati sono essenziali per comprendere meglio le dinamiche in gioco e per sviluppare soluzioni efficaci. Solo attraverso un impegno collettivo sarà possibile mitigare gli effetti negativi del cambiamento climatico e garantire un futuro sostenibile per le prossime generazioni.

Appendice A

Codice R

Si riporta il codice R utilizzato per la stima dei modelli presentati all'interno della tesi. Di seguito verrà inserito il codice relativo alle librerie e funzioni utilizzate nelle parti di codice proposti.

```
1 # Librerie
2 library(forecast)
3 library(DIMORA)
4 library(tseries)
5 library(FinTS)
6
7 # Controlla stazionarieta' e invertibilita' di un modello ARIMA
8 Check.stationarity.invertibility = function(model) {
9   ar_coefs = model$coef[grep("ar", names(model$coef))]
10  ma_coefs = model$coef[grep("ma", names(model$coef))]
11  ar_roots = if (length(ar_coefs) > 0) polyroot(c(1, -ar_coefs))
12             else numeric(0)
13  ma_roots = if (length(ma_coefs) > 0) polyroot(c(1, ma_coefs))
14             else numeric(0)
15  ar_moduli = Mod(ar_roots)
16  ma_moduli = Mod(ma_roots)
17  ar_stationary = all(ar_moduli > 1)
18  ma_invertible = all(ma_moduli > 1)
19  list(stationary = ar_stationary, invertible = ma_invertible)}
20
21 # Calcola i p-value dei coefficienti di un modello ARIMA
```



```

20 Significativita.arima = function(modello_arima) {
21   coefficienti = modello_arima$coef
22   errori_standard = sqrt(diag(modello_arima$var.coef))
23   t_values = coefficienti / errori_standard
24   p_values = 2 * (1 - pnorm(abs(t_values)))
25   risultati = data.frame(Coefficiente = coefficienti,
26     'Errore Standard' = errori_standard,
27     'Valore t' = t_values,
28     'P-value' = p_values
29   )
30   return(risultati)}
31
32 # Test di Ljung-Box
33 Ljung.Box = function (x, lag = 15, param=1)
34 {   if (NCOL(x) > 1)
35     stop ("x is not a vector or univariate time series")
36   DNAME = deparse(substitute(x))
37   cor = acf (x, lag.max = lag, plot = FALSE)
38   n = length(x)
39   PARAMETER = lag-param
40   obs = cor$acf[2:(lag+1)]
41   STATISTIC = n*(n+2)*sum((1/seq(n-1,n-lag))*obs^2)
42   PVAL = 1-pchisq(STATISTIC,lag-param)
43   return(list(statistic=STATISTIC,
44     gdl = PARAMETER,
45     pvalue = PVAL))
46 }
47
48 # Test di Ljung-Box2
49 Ljung.Box.2 = function(x, maxlag=20, par=0, all=TRUE)
50 {   if (all==TRUE) {
51     LB=matrix(0,nrow=maxlag, ncol=3)
52     dimnames(LB)=list(NULL, c("statistic", "gdl","pvalue"))
53     for (i in (par+1): maxlag) {
54       lbi=Ljung.Box(x, lag=i, par=par)
55       LB[i,]=c(round(lbi$statistic,2), lbi$gdl, lbi$pvalue)
56     }
57     plot(LB[,3], type="h", lwd=4, ylim=c(0,1), main="Ljung-Box
test", ylab="p-value", xlab="k")

```

```
58     abline(h=0.05, lty=2, col="red")
59     abline(h=0)
60   }
61   if (all==FALSE) LB=Ljung.Box(x, lag=maxlag, par=par)
62
63   return(LB)
64 }
```

A.1 Modelli di previsione del capitolo 1

Codice relativo ai modelli stimati all'interno del primo capitolo.

```
1 # Importo i dati
2 dati.Global = readxl::read_xlsx("temperature - anomaly.xlsx", sheet =
   "Global")
3 colnames(dati.Global) = c("Entity", "Code", "Year",
4 "temperature", "Upper", "Lower")
5 Global=data.frame(x = dati.Global$Year,
6                   y = as.numeric(dati.Global$temperature))
7
8 # Modello stimato con auto.arima che minimizza l'AIC
9 Modell = auto.arima(Global[,2], seasonal = T)
10 Check.stationarity.invertibility(Modell)
11 Significativita.arima(Modell)
12 summary(Modell)
13
14 # Analisi dei residui
15 checkresiduals(Modell$residuals)
16
17 # Test Ljung-Box:
18 Box.test(Modell$residuals, 30, type="Ljung", fitdf=5)
19 Ljung.Box.2(Modell$residuals, maxlag = 30, par = 5)
20
21 # Test di Jarque-Bera:
22 jarque.bera.test(Modell$residuals)
23
24
25 # Test LM-Arch
26 ArchTest(Modell$residuals, lag=num_lag)
```

```
27
28 # Modello stimato con auto.arima che minimizza il BIC
29 Model2 = auto.arima(Global$y,ic="bic")
30 Check.stationarity.invertibility(Model2)
31 Significativita.arima(Model2)
32 summary(Model2)
33
34 # Analisi dei residui
35 checkresiduals(Model2$residuals)
36
37 # Test Ljung-Box:
38 Box.test(Model2$residuals,30,type="Ljung",fitdf=2)
39 Ljung.Box.2(Model2$residuals,maxlag = 30,par = 2)
40
41 # Test di Jarque-Bera:
42 jarque.bera.test(Model2$residuals)
43
44 # Test LM-Arch
45 ArchTest(Model2$residuals,lag=num_lag)
46
47 # Stima modello mediante procedura di Box-Jenkins
48
49 # Correlogrammi
50 ggAcf(diff(Global[,2]))
51 ggPacf(diff(Global[,2]))
52 ggtsdisplay(diff(Global[,2]),main = NULL)
53
54 # Stima del modello
55 fit = Arima(Global[,2],order=c(3,1,0),include.drift = T)
56
57 # Parametri modello stimato
58 Check.stationarity.invertibility(fit)
59 Significativita.arima(fit)
60 summary(fit)
61
62 # Analisi dei residui
63 checkresiduals(fit$residuals)
64
65 # Test Ljung-Box:
```

```

66 Box.test(fit$residuals,30,type="Ljung",fitdf=3)
67 Ljung.Box.2(fit$residuals,maxlag = 30,par = 3)
68
69 # Test di Jarque-Bera:
70 jarque.bera.test(fit$residuals)
71
72 # Test LM-Arch
73 ArchTest(fit$residuals,lag=num_lag)

```

A.2 Modelli di previsione del capitolo 2

Codice R relativo ai modelli stimati all'interno del secondo capitolo.

Modelli di previsione emissioni CO_2 in Europa

```

1 # Importo i dati
2 dati = read.csv("owid-co2-data.csv")
3
4 # Definisco le variabili
5 europa = dati[which(dati$country=="Europe"),]
6 europa$co2 = ts(europa$co2)/1000 #Riduco l'ordine di scala
7 Time = seq(1,length(europa$co2))
8 # Fit1 --> Modello combinato (Scenario Pessimistico)
9 # Divido i dati nella crescente e nella parte decrescente
10 Max_Index = which.max(europa$co2)
11 growing_Data = europa$co2[1:Max_Index]
12 declining_Data = europa$co2[(Max_Index + 1):length(europa$co2)]
13 growing_Time = time[1:Max_Index]
14 declining_Time = time[(Max_Index+1):length(europa$co2)]
15
16
17 # Modello regressione parte crescente
18 Fit1_growing_model = lm(growing_Data ~ -1 +
                           poly(growing_time, 10, raw = TRUE))
19 summary(Fit1_growing_model)
20
21 # Modello esponenziale parte decrescente

```

```

22 Fit1_decay_model = nls(declining_Data ~ a * exp(-b *
      (declining_Time - Max_Index)),
23       start = list(a = max(declining_Data),
24       b = 0.1))
25 summary(Fit1_decay_model)
26
27 # Fit 2 --> HOLT (Scenario Intermedio)
28 fit2 = holt(europa$co2,h=78)
29 summary(fit2)
30
31 # Fit 3 --> BASS generalizzato con shock misto (Scenario
      Ottimistico)
32 fit3.mixed = GBM(europa$co2,shock="mixed",nshock = 2,
33       prelimestimates =c(
34       BM(europa$co2,display = F)$Estimate[1,1],
35       BM(europa$co2,display = F)$Estimate[2,1],
36       BM(europa$co2,display = F)$Estimate[3,1],
37       244,0.1,0.1,190,220,0.5))
38 summary(fit3.mixed)

```

Modelli di previsione emissioni CO_2 negli Stati Uniti d'America

```

1 # Definisco le variabili
2 USA = dati[which(dati$country=="United States"),]
3 USA$co2 = ts(USA$co2)/1000 #Riduco l'ordine di scala
4 Time = seq(1,length(USA$co2))
5
6 # Fit 1 --> BASS standard (Scenario Intermedio)
7 fit1 = BM(USA$co2,display = T)
8 summary.Dimora(fit1)
9
10
11 # Fit2 --> Modello combinato (Scenario Pessimistico)
12 # Divido i dati nella parte crescente e nella parte decrescente
13 Max_Index = which.max(USA$co2)
14 growing_Data = USA$co2[1:Max_Index]
15 declining_Data = USA$co2[(Max_Index+1):length(USA$co2)]
16 growing_Time = time[1:Max_Index]
17 declining_Time = time[(Max_Index+1):length(USA$co2)]

```

```

18 # Modello polinomiale parte crescente
19 fit2_growing_model = lm(growing_Data ~ -1 +
                          poly(growing_time, 6, raw = TRUE))
20 summary(fit2_growing_model)
21 # Modello esponenziale parte decrescente
22 fit2_decay_model = nls(declining_Data ~ a * exp(-b *
                          (declining_Time - Max_Index)),
23                        start = list(a = max(declining_Data),
24                                     b = 0.1))
25 summary(fit2_decay_model)
26
27 # Fit 3 --> Regressione polinomiale (Scenario Ottimistico)
28 fit3 = lm(USA$co2 ~ -1 + poly(time, 6, raw = TRUE))
29 summary(fit3)

```

Modelli di previsione emissioni CO_2 in Cina

```

1 # Definisco le variabili
2 USA = dati[which(dati$country=="United States"),]
3 USA$co2 = ts(USA$co2)/1000 #Riduco l'ordine di scala
4 Time = seq(1,length(USA$co2))
5
6 # Fit 1 --> Holt smorzato (Scenario Pessimistico)
7 fit1 = holt(CN.co2,h=78,damped = T,alpha = 0.75,beta = 0.75,phi
             =0.98)
8 summary(fit1)
9
10 # Fit 2 --> Modello di BASS generalizzato con shock rettangolare (
    Scenario Intermedio)
11 fit5 = GBM(CN.co2,shock="rett",nshock = 1,
12            prelestimates = c(
13                BM(CN.co2,display = F)$Estimate[1,1],
14                BM(CN.co2,display = F)$Estimate[2,1],
15                BM(CN.co2,display = F)$Estimate[3,1],
16                105,110,0.5))
17 summary(fit5)
18
19 # Fit 3 --> Regressione polinomiale (Scenario Ottimistico)
20 fit3 = lm(USA$co2 ~ -1 + poly(time, 6, raw = TRUE))

```

```
21 summary(fit3)
```

Modelli di previsione emissioni CO_2 in Asia

```
1 # Definisco le variabili
2 AS = dati[which(dati$country=="Asia (excl. China and India)"),]
3 AS.CO2 = ts(AS$co2)/1000
4 Time = seq(1,length(AS.CO2))
5
6 # Fit 1 --> Holt smorzato (Scenario Pessimistico)
7 fit1 = holt(AS.CO2,h=78,damped = T)
8 fitted.fit1 = predict(fit1,h=78)
9 summary(fit1)
10
11 # Fit 2 --> Modello di BASS generalizzato
12 # con shock esponenziale (Scenario Intermedio)
13 fit6 = GBM(AS.CO2,shock="exp",nshock = 1,
14           prelimestimates = c(
15             BM(AS.CO2,display = F)$Estimate[1,1],
16             BM(AS.CO2,display = F)$Estimate[2,1],
17             BM(AS.CO2,display = F)$Estimate[3,1],
18             217,-0.1,1))
19 summary(fit6)
20
21 # Fit 3 --> Regressione polinomiale (Scenario Ottimistico)
22 fit3 = lm(AS.CO2 ~ -1 + poly(time, 12, raw = TRUE))
23 summary(fit3)
```

Modelli di previsione emissioni CO_2 globali

```
1 # Definisco le variabili
2 AS = dati[which(dati$country=="Asia (excl. China and India)"),]
3 AS.CO2 = ts(AS$co2)/1000
4 Time = seq(1,length(AS.CO2))
5
6 # Fit 1 --> Modello di BASS generalizzato con shock misto (
7   Scenario Pessimistico)
8 fit1 = GBM(GLB,shock="mixed",nshock = 2,
```

```

8     prelimestimates = c(
9     BM(GLB,display = F)$Estimate[1,1],
10    BM(GLB,display = F)$Estimate[2,1],
11    BM(GLB,display = F)$Estimate[3,1],
12    230,-0.01,0.1,150,200,0.5))
13 summary.Dimora(fit1)
14
15 # Fit 2 --> BASS standard (Scenario Intermedio)
16 fit4 = BM(GLB,display = T)
17 summary(fit4)
18 # Fit 3 --> Regressione polinomiale (Scenario Ottimistico)
19 fit3 = lm(GLB ~ poly(time, 11, raw = TRUE))
20 summary(fit3)

```

Modello per la previsione della deviazione della temperatura

```

1 # Importo dati temperature
2 dati.Global = readxl::read_xlsx("temperature-anomaly.xlsx",sheet =
3     "Global")
4 colnames(dati.Global) =c("Entity","Code","Year",
5     "temperature","Upper","Lower")
6 Global = data.frame(x = dati.Global$Year,
7     y = as.numeric(dati.Global$temperature))
8
9 # Modello di regressione dinamico con variabile esogena CO2
10 n = length(Global$y)
11 Temp = ts(Global$y[-c(n-1,n)]) # Tolgo le ultime due osservazioni
12     perche i dati delle emissioni arrivano fino
13     # al 2022
14 Time = seq(1,length(Temp))
15 Time.prev = seq(174,251)
16 xreg = c(GLB[-seq(1:100)]) # Non considero le prime 100
17     osservazioni in quanto i dati della deviazione delle
18     temperature iniziano nel 1850
19
20 # Stima del modello
21 Model = auto.arima(Temp,xreg=GLB[-seq(1:100)])

```



```
19
20 # Diagnostica
21 Significativita.arima(Model)
22 summary(Model)
23 Check.stationarity.invertibility(Model)
24 checkresiduals(Model$residuals)
```

A.3 Modelli di previsione del capitolo 3

Codice R relativo ai modelli stimati all'interno del terzo capitolo.

Modelli *ARIMA*

```
1 # Importo i dati
2 dati = readxl::read_xlsx("disastri naturali clima.xlsx",sheet="
   Foglio1")
3
4 # Totale dei disastri naturali delle categorie Meteorological,
   Hydrological e Climatological
5 disastri = rep(0,124)
6 posizione = 0
7 contatore = 0
8 for(j in 1900:2023){
9   posizione = posizione + 1
10  contatore = 0
11  for(i in 1:nrow(dati)){
12    if(dati[i,1] == j){
13      contatore = contatore + 1
14      disastri[posizione] = contatore}}
15
16 # Stimo valore lambda trasformata di Box-Cox
17 lambda = BoxCox.lambda(disastri)
18
19 # Trasformata di Box-Cox
20 ts_data_bc = BoxCox(disastri, lambda)
21
22 # Modello stimato (tutto il campione)
23 fit = auto.arima(ts_data_bc)
```

```
24
25 # Validazione e analisi residui
26 Significativita.arima(fit)
27 Check.stationarity.invertibility(fit)
28 checkresiduals(fit$residuals)
29
30 # Arima (2000>)
31 disastri2000 = disastri[-seq(1,100)]
32 fit2000 = auto.arima(disastri2000)
33
34 # Validazione e analisi residui
35 Significativita.arima(fit2000)
36 Check_stationarity.invertibility(fit2000)
37 checkresiduals(fit2000$residuals)
```

Modelli di lisciamento esponenziale di Holt

```
1 # Holt smorzato (tutto il campione)
2 fit.damped = holt(disastri,h=30,damped = T)
3 summary(fit.damped)
4 # Holt (2000>)
5 fit.2000 = holt(disastri2000,h=27)
6 summary(fit.2000)
```

Appendice B

Modelli di previsione

B.1 Processi stocastici *ARIMA*

L'approccio Moderno dello studio delle serie storiche

L'obiettivo dell'approccio moderno dello studio delle serie storiche è quello di individuare un modello probabilistico che descriva l'evoluzione del fenomeno in esame, modello che può essere utilizzato sia a fini descrittivi che previsivi e che viene definito processo stocastico. Semplificando si può dire che un processo stocastico è una collezione di variabili indicizzate dal tempo:

$$Y_t, t = t_1, t_2, \dots$$

Un concetto fondamentale per l'utilizzo e lo studio delle serie storiche mediante processi stocastici è la stazionarietà. Un processo stocastico è stazionario se la sua media e la sua variabilità non presentano cambiamenti di natura sistematica e se la sua dinamica non presenta variazioni strettamente periodiche. Nei processi stocastici stazionari l'autocovarianza assume un ruolo primario. Essa è un indice delle relazioni lineari esistenti tra coppie di variabili casuali componenti il processo stocastico prese con uno sfasamento pari a k . Inoltre, l'autocovarianza di un processo stocastico stazionario è una funzione pari di k , nel senso che $\gamma_k = \gamma_{-k}$, il che consente di limitare il calcolo della funzione di autocovarianza ai soli valori positivi di k . Questa proprietà analoga vale per la funzione di autocorrelazione,

che è pari a:

$$\rho_{t,t+k} = \rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (\text{B.1})$$

Il grafico dei valori di ρ_k , per $k = 0, 1, 2, \dots$ viene chiamato correlogramma. In generale, la correlazione tra due variabili può essere dovuta al fatto che esiste effettivamente un legame lineare diretto tra le variabili o al fatto che queste sono correlate con una terza variabile. Nel contesto delle serie storiche, buona parte della correlazione tra Y_t e Y_{t-k} può essere dovuta alla correlazione che tali variabili hanno con $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}$. Un possibile modo per tenere conto di ciò è considerare la funzione di autocorrelazione parziale, che misura l'autocorrelazione tra Y_t e Y_{t-k} al netto delle variabili intermedie. La funzione di autocorrelazione parziale è dunque pari alla correlazione condizionata (Di Fonzo, Lisi 2005):

$$P_k = \text{Corr}(Y_t, Y_{t-k} | Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k+1}) \quad (\text{B.2})$$

Modelli *ARIMA*

I modelli *ARIMA*(p, d, q) sono dei particolari processi stocastici definiti dalla seguente equazione caratteristica:

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d Y_t = \phi_0 + (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

Dove:

- Y_t : è una serie storica.
- B^k : rappresenta l'operatore ritardo, ossia l'operatore che ha la funzione di ritardare di k passi Y_t .
- $(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$: corrisponde al polinomio autoregressivo.
- $(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$: corrisponde al polinomio a media mobile.
- ε_t : è un processo *White Noise*¹.

¹Un *White Noise* è un processo stocastico stazionario avente media nulla, varianza costante e incorrelazione seriale.

- $(1 - B)^d$: individua se il processo è stazionario o meno, in quanto ha la funzione di differenziare d volte la serie storica.

Per l'identificazione, stima e validazione di un modello *ARIMA* si è soliti ad utilizzare la procedura Box-Jenkins che verrà illustrata nel paragrafo successivo.

Procedura Box-Jenkins

La procedura di Box-Jenkins per stimare un modello della classe *ARIMA* su una serie storica si sviluppa in tre fasi le quali in alcuni casi esse possono essere ripetute più volte in maniera iterativa:

1. Identificazione:

Si specifica l'ordine del modello (ad esempio nell'*ARIMA* si specificano p, d, q) grazie alla funzione di autocorrelazione globale e alla funzione di autocorrelazione parziale (entrambe stimate sul campione). L'idea di fondo è quella di riconoscere nella struttura della funzione di autocorrelazione empirica la struttura di una funzione di autocorrelazione teorica. La costruzione di un modello *ARMA* poggia sull'assunto che il processo sia stazionario, nel qual caso sia la funzione di autocorrelazione globale che parziale tendono ad annullarsi a velocità esponenziale al crescere di k .

2. Stima dei parametri:

Una volta che il modello è stato identificato si può passare alla fase di stima dei parametri che lo caratterizzano, ossia di:

$$\delta = (\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma_\varepsilon^2)$$

I metodi più utilizzati sono il metodo dei minimi quadrati non lineari che non dipende da specifiche ipotesi distributive ed il metodo della massima verosimiglianza che richiede la conoscenza della distribuzione del termine di errore, ma fornisce stimatori con migliori proprietà statistiche.

3. Controllo diagnostico:

Una volta che un prefissato modello sia stato stimato, il passo finale nella procedura di costruzione è quello di controllare l'adeguatezza facendo uso di opportune analisi e test diagnostici. Alla base di tali test c'è la considerazione che se il modello è correttamente identificato e stimato, allora i residui $e_t = y_t - \hat{y}_t$ devono potersi riscontrare le ipotesi fatte sui disturbi ε_t . Alcune analisi diagnostiche eseguite sono le seguenti:

- **Analisi grafiche:** se il modello prescelto è un'adeguata rappresentazione del processo generatore dei dati, la serie dei residui non dovrebbe mostrare alcun tipo di regolarità né valori particolarmente diversi gli uni dagli altri.
- **Incorrelazione seriale:** la serie dei residui e_t può essere trattata come una serie storica a sé stante per la quale è possibile calcolare la funzione di autocorrelazione empirica. Quello che ci si aspetta è che i correlogrammi della serie dei residui presenti le stesse caratteristiche di quelli di un *White Noise*.
- **Normalità:** infine, può essere utile verificare se i residui sono distribuiti normalmente. Tale aspetto è importante perché in caso di gaussianità l'incorrelazione dei residui implica anche la loro indipendenza. In ultima analisi, ciò significa che il modello lineare è in grado di spiegare l'intera struttura di dipendenza seriale della serie in esame (Di Fonzo, Lisi 2005).

Teoria delle previsioni dei modelli *ARIMA*

Uno degli obiettivi di stimare un modello *ARIMA* è quello di utilizzarlo per prevedere il valore della serie storica al tempo $n + k$. La previsione \hat{y}_{n+k} di y_{n+k} è il particolare valore che assume il previsore \hat{Y}_{n+k} all'istante $n + k$ ed è data da:

$$\hat{y}_{n+k} = E[\hat{Y}_{n+k} | Y_n = y_n, \dots, Y_1 = y_1, Y_0 = y_0, \dots] \equiv E_n[\hat{Y}_{n+k}]$$

Ossia dal valore atteso di \hat{Y}_{n+k} condizionato all'informazione passata. In linea teorica, il condizionamento dovrebbe avvenire rispetto a tutte le infinite variabili

casuali che compongono il processo fino all'istante n . In pratica ciò non è fattibile e il condizionamento avviene solamente rispetto all'informazione realizzatasi nel passato. Ciò conduce a considerare l'approssimazione:

$$E[\hat{Y}_{n+k}|Y_n = y_n, \dots, Y_1 = y_1, Y_0 = y_0, \dots, Y_{-1} = y_{-1}, \dots] \approx \\ E[\hat{Y}_{n+k}|Y_n = y_n, \dots, Y_1]$$

Dato un modello $ARMA(p, q)$ un'approssimazione del previsore ottimo è data da:

$$\hat{Y}_{n+k} \approx E_n[\phi_1 Y_{n+k-1} + \dots + \phi_p Y_{n+k-p} + \varepsilon_{n+k} - \dots - \theta_q Y_{n+k-q}] = \\ \phi_1 E_n[Y_{n+k-1}] + \dots + \phi_p E_n[Y_{n+k-p}] + E_n[\varepsilon_{n+k}] - \dots - \theta_q E_n[Y_{n+k-q}] \quad (B.3)$$

In cui il calcolo dei valori attesi condizionati per ottenere \hat{y}_{n+k} avviene sulla base delle seguenti regole:

$$E[Y_{t+j}|Y_t = y_t, \dots, Y_1 = y_1] = \begin{cases} y_{t+j} & j \leq 0 \\ \hat{y}_{t+j} & j > 0 \end{cases}$$

e, ponendo $e_t = y_t - \hat{y}_t$

$$E[e_{t+j}|Y_t = y_t, \dots, Y_1 = y_1] = \begin{cases} e_{t+j} & j \leq 0 \\ 0 & j > 0 \end{cases}$$

Il termine e_t viene chiamato anche errore di previsione perché rappresenta l'errore che si commette quando si vuole stimare o prevedere y_t sulla base dell'informazione fino al tempo $t - 1$ (Di Fonzo, Lisi 2005).

B.2 Lisciamiento esponenziale di Holt

Il lisciamiento esponenziale di Holt è una tecnica che generalizza il metodo di lisciamiento esponenziale, estendendolo includendo la stima del trend oltre che del livello della serie storica. Questa metodologia si basa sulla definizione di due equazioni, che rappresentano il livello L_n e il trend T_n della serie storica che si

intende stimare. Dopo aver determinato i valori di L_n e T_n , si procede con la stima mediante una retta avente intercetta pari a L_n e coefficiente angolare pari a T_n . Le stime di L_n e T_n sono ottenute attraverso le seguenti equazioni:

$$\hat{L}_n = \alpha y_n + (1 - \alpha)(\hat{L}_{n-1} + \hat{T}_{n-1})$$

$$\hat{T}_n = \beta \hat{T}_{n-1} + (1 - \beta)(\hat{L}_n - \hat{L}_{n-1})$$

Le previsioni per i periodi futuri sono date da:

$$\hat{y}_{n+k} = \hat{L}_n + \hat{T}_n k$$

Lisciamento esponenziale di Holt smorzato

Esiste anche una variante del metodo di Holt in cui l'effetto del trend viene "smorzato" tramite un parametro (ϕ). In questa versione, le stime di L_n e T_n vengono modificate come segue:

$$\hat{L}_n = \alpha y_n + (1 - \alpha)(\phi \hat{L}_{n-1} + \hat{T}_{n-1})$$

$$\hat{T}_n = \beta(\hat{L}_n - \hat{L}_{n-1}) + (1 - \beta)\phi \hat{T}_{n-1}$$

Le previsioni in questo caso sono date da:

$$\hat{y}_{n+k} = \hat{L}_n + (\phi + \phi^2 + \dots + \phi^m)\hat{T}_n$$

Queste formulazioni consentono di adattare il metodo di Holt alle caratteristiche specifiche della serie storica in esame, migliorando l'accuratezza delle previsioni grazie all'introduzione del parametro di smorzamento ϕ .

B.3 Modello di Bass

Modello di Bass standard

Il modello di Bass è stato sviluppato per spiegare il ciclo di vita di un bene o servizio stimando le varie fasi che lo compongono. Dato il comportamento delle serie storiche delle emissioni questo modello può essere utile per la loro stima essendo che queste hanno una forma simile a quella di un ciclo di vita di un prodotto. Il modello di Bass standard si basa dalla seguente equazione differenziale:

$$z'(t) = \left(p + q \frac{z(t)}{m} \right) (m - z(t)), \quad t > 0 \quad (\text{B.4})$$

dove:

- $z(t)$ è il numero cumulativo di adottanti fino al tempo t ,
- m è il mercato potenziale,
- p è il coefficiente di innovazione,
- q è il coefficiente di imitazione,
- t è il tempo.

La soluzione in forma finita dell'equazione B.4 è data da:

$$z(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t}}$$

La stima dei parametri avviene tramite minimi quadrati non lineari la cui soluzione si ricava mediante metodi numerici come Gauss–Newton² o Levenberg–Marquardt³ (Guidolin 2023).

²Il metodo Gauss–Newton è un algoritmo numerico utilizzato per risolvere problemi di ottimizzazione non lineare, in particolare per minimizzare la somma dei quadrati delle differenze tra i valori osservati e quelli predetti da un modello non lineare.

³Il metodo numerico di Levenberg–Marquardt è un algoritmo per risolvere problemi di ottimizzazione non lineare, in particolare per la minimizzazione di una funzione di errore.

Modello di Bass generalizzato

Il modello di Bass generalizzato amplia la struttura di base del modello standard moltiplicando la sua struttura per una funzione di intervento molto generale $x(t)$, assunta come non negativa e integrabile. Il modello di Bass generalizzato ha la seguente struttura:

$$z'(t) = \left(p + q \frac{z(t)}{m} \right) (m - z(t)) x(t), \quad t > 0 \quad (\text{B.5})$$

dove:

- $z(t)$ è il numero cumulativo di adottanti fino al tempo t ,
- m è il mercato potenziale,
- p è il coefficiente di innovazione,
- q è il coefficiente di imitazione,
- t è il tempo.
- $x(t)$ funzione non negativa e integrabile

La soluzione in forma finita dell'equazione B.5 è data da:

$$z(t) = m \frac{1 - e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q) \int_0^t x(\tau) d\tau}} \quad (\text{B.6})$$

Come mostrato dall'equazione B.6, i parametri interni del modello, m , p e q , non sono modificati dalla funzione $x(t)$. Infatti, la funzione $x(t)$ agisce sulla forma della diffusione, modificando il suo sviluppo nel tempo e non il valore dei parametri m , p e q . In letteratura sono state proposte diverse definizioni della funzione $x(t)$ tramite degli shock strutturati, quelli che verranno presi in considerazione saranno shock esponenziali, rettangolari e la loro combinazione (Guidolin 2023).

Shock esponenziale

Lo shock esponenziale è stato progettato per tenere conto di perturbazioni intense e rapide che possono influenzare la dinamica della diffusione. Sia I_A una funzione indicatrice che assume valore 1 se A è vero e 0 altrimenti. Lo shock esponenziale è:

$$x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{t \geq a_1} \quad (\text{B.7})$$

Dove:

- a_1 rappresenta il tempo d'inizio dello shock,
- b_1 misura la “memoria” dello shock ed è tipicamente negativo,
- c_1 è l'intensità dello shock, che può essere sia positiva che negativa.

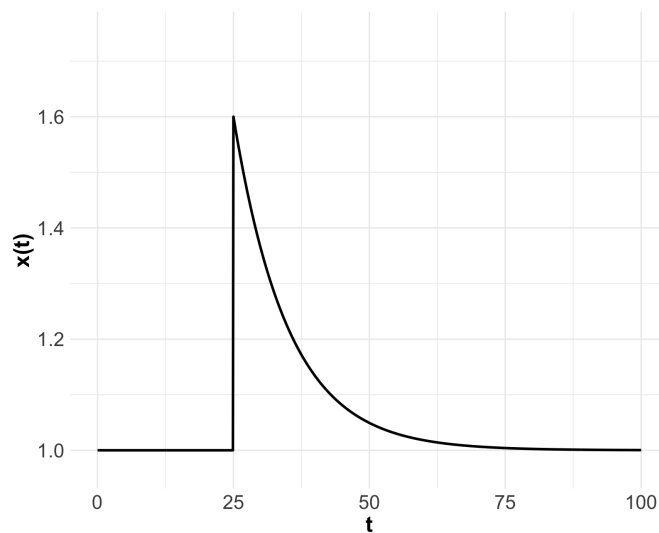


Figura B.1: Shock esponenziale con $a_1 = 25$, $b_1 = -0.1$ e $c_1 = 0.6$

Shock rettangolare

Lo shock rettangolare si adatta bene qualora la perturbazione abbia un andamento costante all'interno di un intervallo di tempo limitato.

Lo shock rettangolare è definito come segue:

$$x(t) = 1 + c_1 I_{a_1 \leq t \leq b_1} \quad (\text{B.8})$$

Dove:

- a_1 tempo d'inizio dello shock,
- b_1 tempo di fine dello shock,
- c_1 è l'intensità dello shock, che può essere sia positiva che negativa.

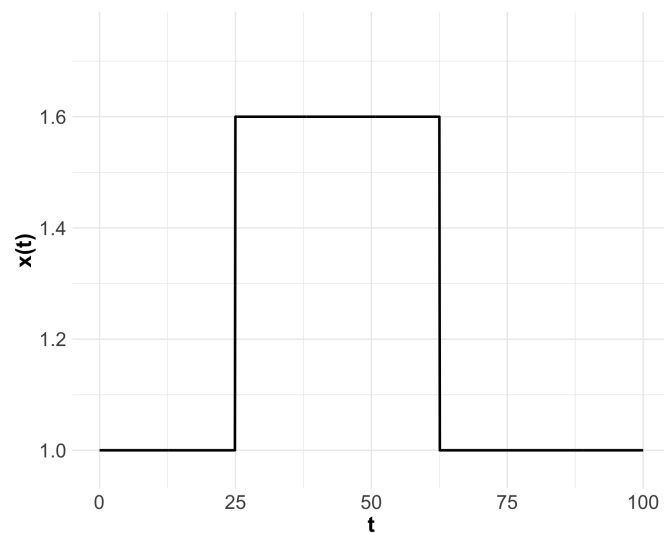


Figura B.2: Shock rettangolare con $a_1 = 25$, $b_1 = 62.5$ e $c_1 = 0.6$

Shock misto

Lo shock misto è la combinazione tra quello esponenziale e quello rettangolare e si ricava nel seguente modo:

$$x(t) = 1 + c_1 e^{b_1(t-a_1)} I_{t \geq a_1} + c_2 I_{t \geq a_2} I_{t \leq b_2} \quad (\text{B.9})$$

Dove:

- a_1 rappresenta il tempo d'inizio dello shock esponenziale,
- b_1 misura la "memoria" dello shock ed è tipicamente negativo,
- c_1 è l'intensità dello shock, che può essere sia positiva che negativa,
- a_2 tempo d'inizio dello shock rettangolare,
- b_2 tempo di fine dello shock rettangolare,
- c_2 è l'intensità dello shock, che può essere sia positiva che negativa.

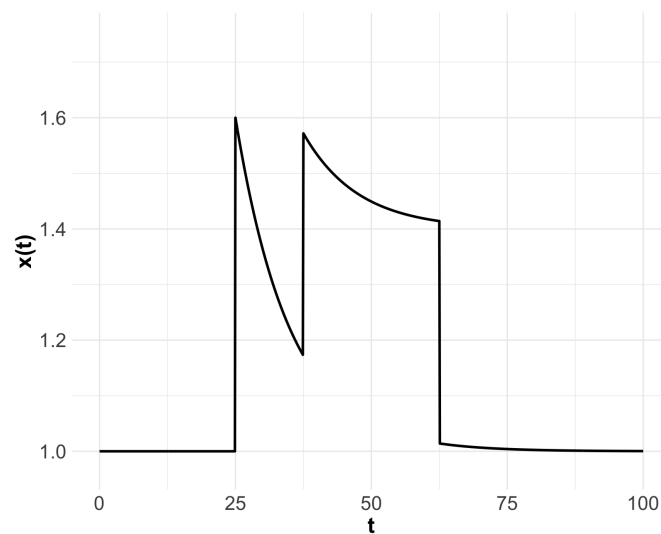


Figura B.3: Shock misto con $a_1 = 25$, $b_1 = -0.1$, $c_1 = 0.6$, $a_2 = 37.5$, $b_2 = 62.5$ e $c_2 = 0.40$

B.4 Modello di regressione per la stima di un trend polinomiale

Il modello di regressione per la stima di un trend polinomiale è definito da p variabili esplicative ed è rappresentato dalla seguente formulazione:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots + \beta_p t^p + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, n \quad (\text{B.10})$$

Il modello si basa sulle seguenti assunzioni:

- Linearità
- Media nulla, omoschedasticità, normalità e indipendenza degli errori
- Indipendenza lineare tra le variabili esplicative

Stima dei parametri

La stima dei parametri è ottenuta mediante il metodo dei minimi quadrati, che corrisponde a minimizzare la somma dei quadrati degli scarti o, equivalentemente, a massimizzare la funzione di log-verosimiglianza rispetto ai parametri β . In altre parole:

$$\hat{\beta} = \operatorname{argmin}_{\beta} S(\beta) = \operatorname{argmax}_{\beta} l(\beta, \sigma^2)$$

Lo stimatore che si ottiene mediante il metodo dei minimi quadrati è dato da:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (\text{B.11})$$

dove X è la matrice che contiene tutte le variabili esplicative presenti all'interno del modello (Grigoletto, Ventura e Pauli 2017).

B.5 Modello per la stima di un trend esponenziale

Esistono fenomeni il cui andamento di lungo periodo è difficilmente descrivibile mediante un trend di tipo polinomiale. La funzione esponenziale è adatta a rappresentare il trend di quelle serie storiche che aumentano o diminuiscono secondo una progressione geometrica. La sua espressione analitica è la seguente:

$$y(t) = ae^{bt} + \varepsilon_t, \quad a > 0 \quad (\text{B.12})$$

dove:

- $y(t)$ è la quantità rimasta al tempo t ,
- a è la quantità iniziale,
- b è un coefficiente che modula la velocità di crescita o decrescita esponenziale,
- $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$

Stima dei parametri

La B.12 è non lineare e non linearizzabile nei parametri. Il ricorso al metodo dei minimi quadrati comporta infatti la deviazione rispetto ad a e b di.

$$S(a, b) = \sum_{t=1}^n (y_t - ae^{bt})^2$$

Il sistema di equazioni normali risultante

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{t=1}^n y_t e^{bt} - a \sum_{t=1}^n e^{2bt} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = a \sum_{t=1}^n t y_t e^{bt} - a^2 \sum_{t=1}^n t e^{2bt} = 0 \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

è non lineare nei parametri e la sua soluzione si ricava mediante algoritmi numerici utilizzati per risolvere problemi di ottimizzazione non lineare (Di Fonzo, Lisi 2005).

Appendice C

Test statistici

C.1 Test LM-Arch

Il test LM-Arch (Engle 1982) presenta il seguente sistema d'ipotesi:

$$\begin{cases} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0 \\ H_1 : \alpha_k \neq 0 \text{ per almeno un } k \in \{1, 2, \dots, q\} \end{cases}$$

Questo test si basa sulla regressione ausiliaria data da:

$$x_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \alpha_2 x_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q x_{t-q}^2 + u_t$$

Dove:

- x_t è la serie storica centrata ($x_t = y_t - \bar{y}_t$)
- α_q sono i coefficienti stimati per i q lag temporali.
- u_t è un termine d'errore distribuito come un *White Noise*.

La statistica test è uguale a:

$$TR^2 \sim \mathcal{X}(q)$$

In cui:

- T è la dimensione del campione.
- R^2 è il coefficiente di determinazione della regressione ausiliaria.
- q è il numero di lag considerati.

C.2 Test di Ljung-Box

Il test di Ljung-Box (Ljung e Box 1978) prevede la seguente formulazione delle ipotesi:

$$\begin{cases} H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_q = 0 \\ H_1 : \rho_k \neq 0 \text{ per almeno un } k \in \{1, 2, \dots, q\} \end{cases}$$

La statistica test del test di Ljung-Box è data dalla seguente formula:

$$Q = T(T+2) \sum_{k=1}^q \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \sim \mathcal{X}(q)$$

Dove:

- T è la dimensione del campione.
- $\hat{\rho}_k$ è l'autocorrelazione campionaria al lag k .
- q è il numero di lag da testare.

C.3 Test di Jarque-Bera

Il test di Jarque-Bera (Jarque e Bera 1980) prevede la seguente formulazione delle ipotesi:

$$\begin{cases} H_0 : \text{I dati seguono una distribuzione normale} \\ H_1 : \text{I dati non seguono una distribuzione normale} \end{cases}$$

La statistica test del test di Jarque-Bera è data dalla seguente formula:

$$JB = \frac{T}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \sim \mathcal{X}(2)$$

Dove:

- T è la dimensione del campione.
- S è il coefficiente di asimmetria.
- K è il coefficiente di curtosi.

C.4 Test di Diabold-Mariano

Il sistema d'ipotesi del test di Diabold-Mariano (Diebold e Mariano 1995) è dato da:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Le previsioni dei due modelli hanno la stessa accuratezza} \\ H_1 : \text{Le previsioni dei due modelli non hanno la stessa accuratezza} \end{cases}$$

La statistica test del test di Diebold-Mariano è data dalla seguente formula:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{1}{M}\sigma_d^2}}$$

Dove:

- \bar{d} è la media delle differenze tra le funzioni di perdita calcolate per i due modelli.

$$\bar{d} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_t$$

Con:

- d_t differenza tra le funzioni di perdita dei due modelli calcolate al tempo t .
- M è il numero delle previsioni effettuate con i due modelli.
- σ_d^2 è la varianza della media delle differenze tra le funzioni di perdita calcolate per i due modelli (\bar{d}) ed è data da:

$$\sigma_d^2 = \sum_{j=-I}^I \hat{\gamma}_d(j)$$

Dove:

- $\hat{\gamma}_d(j)$ è l'autocovarianza al ritardo j di d_t
- I è dato da:

$$I = M^{\frac{1}{3}}$$

Appendice D

Criteri di informazione

I criteri di informazione riassumono l'adattamento del modello ai dati combinando la verosimiglianza nel punto di ottimo con un termine di penalizzazione che dipende dal numero di parametri del modello. Di norma, nei criteri di informazione la penalizzazione entra con un peso positivo e negativo per la verosimiglianza, quindi il modello con minore valore in un dato criterio di informazione risulta essere il migliore (Hyndman e Athanasopoulos 2018).

D.1 Il criterio di informazione di Akaike

Il criterio di informazione di Akaike (Akaike 1974) è dato da:

$$AIC = 2k - 2 \ln(\ell(\hat{\theta}))$$

dove:

- k è il numero di parametri stimati nel modello,
- $\ell(\hat{\theta})$ è il valore della funzione di log-verosimiglianza del modello nel punto di ottimo.

D.2 Il criterio di informazione Bayesiano

Il criterio di informazione Bayesiano (Schwarz 1978) è dato da:

$$\text{BIC} = k \ln(n) - 2 \ln(\ell(\hat{\theta}))$$

dove:

- k è il numero di parametri stimati nel modello,
- n è il numero di osservazioni,
- $\ell(\hat{\theta})$ è il valore della funzione di log-verosimiglianza del modello nel punto di ottimo.

In determinati contesti si preferisce il BIC all'AIC poiché penalizza maggiormente la complessità del modello, offrendo la possibilità di selezione modelli più parsimoniosi.

Bibliografia

- Akaike, H. (1974). «A new look at the statistical model identification». In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 19.6, pp. 716–723.
- Di Fonzo, Lisi (2005). *Serie storiche economiche: Analisi statistiche e applicazioni*. Carocci editore. ISBN: 9788843034239.
- Diebold, F. X. e R. M. Mariano (1995). «Comparing predictive accuracy». In: *Journal of Business and Economic Statistics* 13, pp. 253–263.
- Engle, R. F. (1982). «Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the U.K. inflation». In: *Econometrica* 50, pp. 987–1008.
- Farruggia, A. (2019). *Cambiamenti climatici: Come stiamo perdendo la sfida più importante*. Diarkos. ISBN: 9788836160044. URL: <https://books.google.it/books?id=FomsEAAAQBAJ>.
- Grigoletto, M., L. Ventura e F. Pauli (2017). *Modello Lineare: Teoria e Applicazioni con R*. Giappichelli. ISBN: 9788892107656. URL: <https://books.google.it/books?id=DxVEDgAAQBAJ>.
- Guidolin, M. (2023). *Innovation Diffusion Models: Theory and Practice*. Wiley. ISBN: 9781119756200. URL: <https://books.google.it/books?id=NkDUEAAAQBAJ>.
- Hyndman, R.J. e G. Athanasopoulos (2018). *Forecasting: principles and practice*. OTexts. ISBN: 9780987507112. URL: https://books.google.it/books?id=_bBhDwAAQBAJ.

-
- Jarque, C. M. e A. K. Bera (1980). «Efficient test for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals». In: *Economics Letters* 6.3, pp. 255–259.
- Ljung, G. M. e G. E. P. Box (1978). «On a measure of a lack of fit in time series models». In: *Biometrika* 65.2, pp. 297–303.
- Schwarz, G. E. (1978). «Estimating the dimension of a model». In: *Annals of Statistics* 6.2, pp. 461–464.

Sitografia

Bagatti, F. et al. (2020). *Effetto serra e cambiamenti climatici*. URL: https://educazionecivica.zanichelli.it/download/scheda_effettoserra-pdf.

Cutuli, R. (2023). *L'aumento dei fenomeni meteorologici estremi dipende dal riscaldamento globale*. URL: <https://www.geopop.it/laumento-dei-fenomeni-meteorologici-estremi-dipende-dal-riscaldamento-globale/>.

Hausfather, Z. (2017). *Analysis: Why scientists think 100% of global warming is due to humans*. URL: <https://www.carbonbrief.org/analysis-why-scientists-think-100-of-global-warming-is-due-to-humans/>.

myclimate (2022). *Cosa sono i gas serra?* URL: <https://www.myclimate.org/it-ch/informarsi/dettaglio-faq/cosa-sono-i-gas-serra/>.

— (2023). *Cos'è l'effetto serra?* URL: <https://www.myclimate.org/it-ch/informarsi/dettaglio-faq/cose-leffetto-serra/>.

openpolis (2022). *Gli effetti del metano sul clima*. URL: <https://www.openpolis.it/gli-effetti-del-metano-sul-clima/>.

Parlamento Europeo (2022). *Infografica: la storia dei negoziati sul cambiamento climatico*. URL: <https://www.europarl.europa.eu/topics/it/article/20180404ST000910/infografica-la-storia-dei-negoziati-sul-cambiamento-climatico>.

Ritchie, H. (2024). *More people care about climate change than you think*. URL:
<https://ourworldindata.org/climate-change-support>.

Ritchie, H. e P. Rosado (2024). *Is the number of natural disasters increasing?* URL:
<https://ourworldindata.org/disaster-database-limitations>.

Fonti dei Dati

Copernicus Climate Change Service - Processed by Our World in Data (2023). “1940s - 2020s”. “ERA5 monthly averaged data on single levels from 1940 to present 2” [original data - Copernicus Climate Change Service].

Copernicus Climate Change Service (2019) – with major processing by Our World in Data (2023). “1950-2024”. “ERA5 monthly averaged data on single levels from 1940 to present 2” [original data - Copernicus Climate Change Service].

EM-DAT, CRED / UCLouvain (2024). *Disasters – EM-DAT*. With major processing by Our World in Data. Original data source: EM-DAT, CRED / UCLouvain, “Natural disasters”. URL: <https://www.emdat.be/>.

Global Carbon Project (2023). *Global Carbon Budget (2023) – with major processing by Our World in Data*. “Annual CO₂ emissions – GCB” [dataset]. <https://www.globalcarbonproject.org>. Global Carbon Project, “Global Carbon Budget” [original data].

Met Office Hadley Centre - Processed by Our World in Data (2024a). *Lower*. “HadCRUT5 HadCRUT.5.0.2.0” [original data - Met Office Hadley Centre].

— (2024b). *Lower CI*. [original data - Met Office Hadley Centre].

Vlasceanu, M. et al. (2024). *Addressing climate change with behavioral science: A global intervention tournament in 63 countries*. “Believe climate change is a serious threat to humanity” [dataset].