Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Tesi di laurea triennale in Ingegneria Elettronica

LOG101 e LOG104: amplificatori integrati a transcaratteristica logaritmica

Candidato

Lorenzo Sissa

matricola 1216294

Relatore

Prof. Leopoldo Rossetto

Università di Padova

Anno Accademico

2021/2022

Indice

1 Introduzione **1**

2 Funzionamento, generalità e specifiche **3**
2.1 Generalità 3
2.2 Funzionamento ideale 6

3 Utilizzi e applicazioni **11**
3.1 Assorbanza: cos'è e come si misura 11
3.2 Compressione di segnali 14
3.3 Ricevitore ottico:
misura della corrente assorbita da un fotodiodo a valanga 21

4 Versatilità e condizioni di utilizzo **25**
4.1 Correnti troppo piccole o troppo elevate 25
4.2 Correnti negative 29
4.3 Input in corrente vs Input in tensione 33
4.4 Alimentazioni 39

5 Risposta in frequenza e scelta del condensatore di compensazione **41**

6 Funzionamento non ideale ed errori ammissibili **47**

7 Ultime considerazioni **55**
7.1 LOG101 vs LOG104: confronto e conclusioni 55
7.2 Bibliografia, Sitografia e riferimenti 56

1

Introduzione

Il LOG101 ed il LOG104 sono due circuiti integrati analogici molto versatili i quali presentano in uscita una **tensione proporzionale al logaritmo del rapporto fra due correnti**, quella di input e quella di riferimento: questo fa sì che i due chip presentino una *transcaratteristica logaritmica* nel legame ingresso-uscita.
Questi chip possono essere utilizzati in numerose applicazioni in campo industriale quali la misura dell'assorbanza di una certa soluzione, la misura della corrente generata da un fotodiodo, la compressione di dati o semplicemente per effettuare il logaritmo del rapporto fra due correnti; li possiamo quindi trovare all'interno di svariati tipi di apparecchiature elettroniche utilizzate in medicina, nelle comunicazioni, in circuiti di test e ovviamente in strumentazioni generiche.

Nei capitoli successivi andremo ad analizzare a fondo questi due circuiti integrati illustrandone il funzionamento interno, i principali utilizzi e le possibili applicazioni che rendono questi chip così versatili.

2

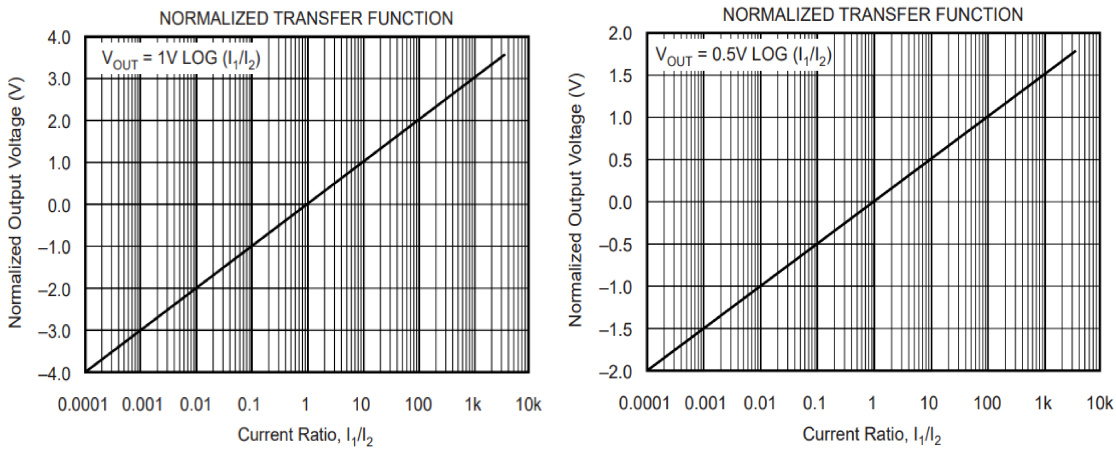
Funzionamento, generalità e specifiche

2.1 Generalità

Il legame ingresso-uscita (ideale) che caratterizza i due circuiti è il seguente:

$$V_{out} = k \cdot \log \frac{I_{in}}{I_{ref}} \, [V] \tag{2.1}$$

dove k viene misurata in $[V]$ ed assume un valore pari ad 1 $[V]$ per il LOG101 e 0.5 $[V]$ per il LOG104; l'argomento del logaritmo risulta ovviamente adimensionale.
I_{in} rappresenta la corrente di ingresso, mentre I_{ref} rappresenta la corrente di riferimento generata esternamente al chip ed assume nella maggior parte delle applicazioni un valore costante.
Risulta chiaro, quindi, che l'unica differenza fra i due chip (quanto meno da una prima osservazione) è che, a parità di correnti di ingresso, il valore di tensione di uscita del LOG104 sarà sempre la metà del rispettivo valore di uscita del LOG101.
Rendiamo più chiaro quanto detto illustrando le **transcaratteristiche ideali** dei relativi chip in figura 2.1: in scala logaritmica vengono riportati, nelle ascisse, i valori dei possibili rapporti ottenibili fra le due correnti di ingresso, mentre sulle ordinate vengono riportati i corrispondenti valori di uscita dei due circuiti; è facile osservare che il LOG104 possiede la metà del range di uscita del LOG101.



(a) (b)

Figura 2.1: Transcaratteristica del LOG101 (a) e del LOG104 (b).

Come vedremo successivamente, però, le due **transcaratteristiche reali** non risultano veramente lineari per tutto il range di input come mostrato in figura: una volta fissata la I_{ref} viene infatti garantita la linearità della risposta solamente attorno a 5-7 decadi di variazione della I_{in} rispetto alla corrente di riferimento, e solamente se entrambe le correnti derivano da un riferimento di corrente esterno; come approfondiremo in seguito, se le correnti dovessero essere generate da un riferimento di tensione e da una resistenza le decadi di variazione in cui verrebbe assicurata la linearità si ridurrebbero solamente a 3 a causa del rumore e delle non idealità dei componenti che realizzano internamente i due chip.
I valori delle correnti di input dovrebbero comunque sempre appartenere all'intervallo **100 [pA]÷3.5 [mA]** per assicurare almeno locamente la **linearità della transcaratteristica**; nell'intervallo 3.5 $[mA] \div 10\ [mA]$ la linearità non viene più garantita, segnando i 10 [mA] come limite massimo per non danneggiare permanentemente i chip: il motivo è che correnti più intense generano temperature di lavoro più elevate, le quali spostano le caratteristiche dei componenti e compromettono la linearità della risposta.
D'altra parte, correnti di input minori di 100 [pA] rendono non più trascurabili alcune non idealità dei circuiti integrati in questione: vedremo più avanti come procedere e quali soluzioni adottare per poter comunque lavorare con correnti così piccole.
Anche l'alimentazione esterna è importante: i datasheet consigliano di usare

un'**alimentazione duale compresa nel range 4.5[V]÷18 [V]** anche se l'uso di valori troppo bassi di tensione genera degli squilibri nei guadagni interni al chip nel caso in cui le correnti di input dovessero essere abbastanza elevate: è consigliato quindi usare un'alimentazione duale abbastanza elevata per poter lavorare con maggior precisione con tutto il range di correnti di input.
I due circuiti possono essere trovati in commercio all'interno di un contenitore SMT di tipo SO (Small Outline Package) di cui riporto la piedinatura in figura 2.2.

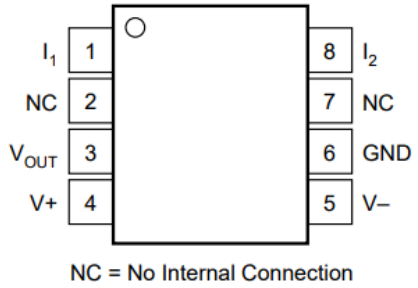


Figura 2.2: piedinaura del LOG101 e del LOG104; notare come i pin 2 e 7 non vengano utilizzati.

È importante far notare che sia il LOG101 che il LOG104 necessitano, oltre che delle alimentazioni esterne, anche di un **condensatore di compensazione esterno collegato fra i pin 3 ed 8 per modellare banda e risposta al transitorio** dei chip: il suo valore va però scelto con cautela in base al range di valori che devono assumere le correnti di input; approfondiremo più avanti come scegliere il condensatore più adatto.

2.2 Funzionamento ideale

Per poter esplicare al meglio le applicazioni possibili di questi circuiti integrati ritengo opportuno illustrare sin da subito il funzionamento interno dei chip in condizioni di idealità: i cortocircuiti virtuali interni presenti sui pin 1 e 8 renderanno chiaro perché certe applicazioni e soluzioni risultano migliori di altre.

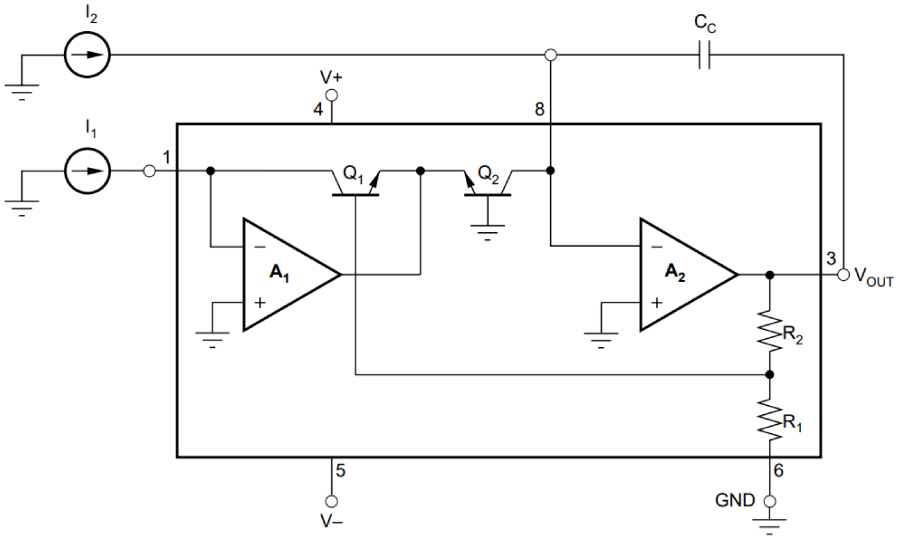


Figura 2.3: circuito presente all'interno del LOG101 e LOG104: i due differiscono solo per i valori delle due resistenze R_1 ed R_2.

In figura 2.3 è visibile l'intera struttura interna dei chip: vi sono presenti due amplificatori operazionali, due bjt npn (il più possibile identici fra loro) e due resistenze di cui una sensibile alla temperatura con coefficiente positivo (R_1)[1]; sono visibili invece dall'esterno le due correnti inserite I_1 (=I_{in}) e I_2 (=I_{ref}) ed il condensatore di compensazione C_c.

Innanzitutto vediamo di capire perché troviamo proprio questi componenti al loro interno e qual è l'idea che sta alla base facendo però inizialmente un passo indietro; in figura 2.4 troviamo i tre tipici elementi di base che compongono un

[1]Si tratta di un termistore PTC (positive Temperature Coefficient) la cui resistenza cresce con l'aumentare della temperatura.

qualsiasi circuito che realizza una risposta logaritmica con compensazione in temperatura:

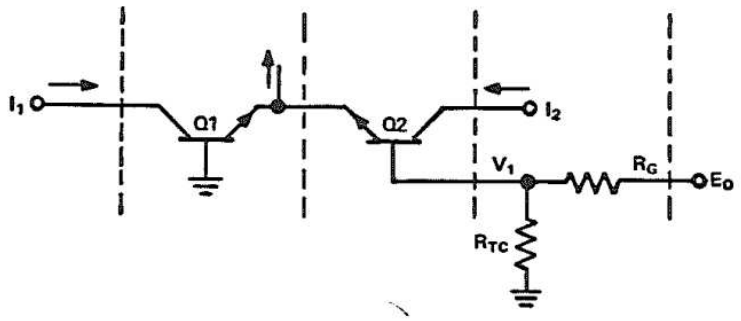


Figura 2.4: struttura di base di un qualsiasi circuito che realizza una risposta logaritmica compensata in temperatura

- 2 bjt npn;
- un partitore di tensione realizzato da una resistenza R_G ed un termistore PTC R_{TC}.

Osserviamo inoltre che il primo bjt ha la base collegata a massa, mentre il secondo ha la base connessa fra le due resistenze; i due emettitori sono invece collegati fra loro.
Scriviamo inizialmente un'equazione alle maglie che lega le due tensioni di base dei transistor:[2]

$$V_1 - V_{be2} + V_{be1} = 0$$

per cui:

$$V_1 = V_{T2} \cdot \ln \frac{I_{c2}}{I_{S2}} - V_{T1} \cdot \ln \frac{I_{c1}}{I_{S1}}$$

Assumendo che i due bjt lavorino alla stessa temperatura e che siano i più identici possibili possiamo presupporre che $V_{T1} = V_{T2} = V_T$ e che $I_{S1} = I_{S2} = I_S$ e per cui, raccogliendo e semplificando tramite le proprietà dei logaritmi concludiamo che:

$$V_1 = V_T \cdot \ln \frac{I_2}{I_1}$$

[2]Ricordiamo che l'equazione che lega la corrente di collettore I_c e la tensione di base V_{be} in un bjt è $V_{be} = \eta \cdot V_T \cdot \ln \frac{I_c}{I_S}$, dove η rappresenta il coefficiente di idealità e vale $\simeq 1$ mentre $V_T \propto$ T.

V_1 è però scrivibile in funzione di E_O, che in questo caso rappresenta la tensione d'uscita del circuito; trascurando la caduta di tensione prodotta dalla corrente di base di Q_2 scriviamo:

$$V_1 \sim E_O \cdot \frac{R_{TC}}{R_{TC} + R_C}$$

e per cui:

$$E_O \sim \frac{R_{TC} + R_C}{R_{TC}} \cdot V_T \cdot \ln \frac{I_2}{I_1}$$

Abbiamo appena ricavato un'espressione che lega la tensione d'uscita E_O con il logaritmo del rapporto delle due correnti, proprio come volevamo.
Il fatto che V_T vari al variare della temperatura può essere risolto usando per l'appunto il termistore R_{TC} in modo tale da rendere costante il termine precedente il logaritmo anche al variare della temperatura, ottenendo quindi

$$E_O \sim k \cdot \ln \frac{I_2}{I_1}$$

Tornando alla figura 2.4 è facile accorgersi che al suo interno è presente lo stesso schema circuitale appena descritto: questo non deve sorprenderci dal momento che sia il LOG101 che il LOG104 sono amplificatori a transcaratteristica logaritmica compensati in temperatura!
Studiamo allora il nostro circuito in esame considerando almeno inizialmente tutti i componenti interni come ideali e a transitorio concluso; osserviamo inizialmente che:

- i pin 1 ed 8 si trovano in cortocircuito virtuale.
- Le correnti I_1 ed I_2 attraversano esclusivamente i due bjt, dal momento che gli OPAMP non assorbono corrente in ingresso.
- Il condensatore C_C, completamente carico, è assimilabile ad un circuito aperto.

Possiamo quindi scrivere le stesse equazioni con le stesse considerazioni:

$$\begin{cases} V_{R1} - V_{be1} + V_{be2} = 0 \\ V_{be1} = V_T \cdot \ln \frac{I_{c1}}{I_S} \\ V_{be2} = V_T \cdot \ln \frac{I_{c2}}{I_S} \\ V_{R1} \sim V_O \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

e per cui:

$$V_O \sim \frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot V_T \cdot \ln \frac{I_1}{I_2}$$

Il circuito però, in questo modo, presenta nella risposta un logaritmo naturale piuttosto che un logaritmo in base 10; ricordando allora la proprietà del cambio di base dei logaritmi[3] possiamo affermare che $\log_{10} x \sim \frac{\ln x}{2.3}$, ottendendo così finalmente l'equazione conclusiva

$$V_O \sim \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1} \cdot V_T \cdot 2.3 \right) \cdot \log \frac{I_1}{I_2} \tag{2.2}$$

dove il termine $\left(\frac{R_2+R_1}{R_1} \cdot V_T \cdot 2.3\right)$ vale 1 $[V]$ **per il LOG101** e 0.5 $[V]$ **per il LOG104**.

Proviamo ora a valutare come il termistore R_1 dovrebbe modificare la propria resistenza in funzione della temperatura, all'interno del LOG101, per renderlo compensato in temperatura e mantenere quindi costante la risposta del chip. Imponiamo $\frac{R_2+R_1}{R_1} \cdot V_T \cdot 2.3 = 1\ [V]$ e riscrivamo l'equazione come $R_1 = f(V_T)$; otteniamo:

$$R_1(V_T) = R_2 \cdot \frac{V_T \cdot 2.3}{1\ [V] - V_T \cdot 2.3} \tag{2.3}$$

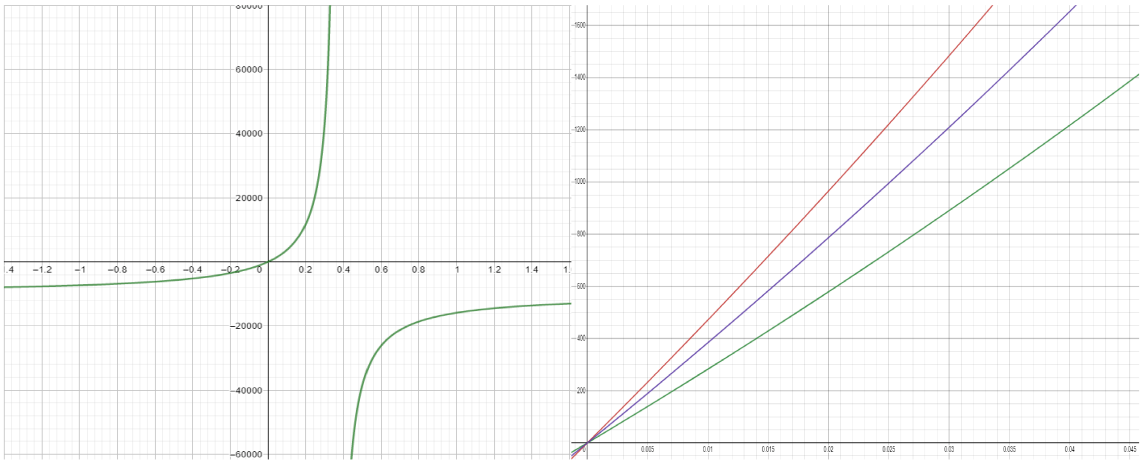
Effettuando lo studio di funzione con, ad esempio, $R_2 = 12\ [k\Omega]$ otteniamo il seguente grafico in figura 2.5(a):

Sulle ascisse troviamo la variabile indipendente "tensione termica" V_T, mentre sulle ordinate troviamo $R_1 = f(V_T)$.
A noi però basterà osservare solo una parte del grafico, dal momento che:

- il valore di R_1 è sicuramente positivo, per cui il limite orizzontale non influirà in nessun modo trovandosi sotto l'asse delle ascisse.
- V_T $(25°C) \sim 25\ [mV]$ e V_T $(200°C) \sim 40\ [mV]$, mentre l'asintoto verticale si trova a 370 $[mV]$: a noi interessa, indipendentemente dalla temperatura esterna, solo la parte del grafico molto più a sinistra dell'asintoto dove l'andamento di R_1 è pressoché lineare.
- $V_T > 0\ \forall t$.

In figura 2.5(b) troviamo quindi uno zoom sull'unica parte del grafico di nostro interesse: mantenendo $R_2 = 12\ [k\Omega]$ (rappresentata dalla funzione in verde) notiamo come, a temperatura ambiente, R_1 debba essere $\sim 750\ [\Omega]$ per

[3] $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$



(a) (b)

Figura 2.5: Grafico della funzione $R_1 = f(V_T)$ con $R_2 = 12k\Omega$ (a) e zoom dello stesso nell'intorno di $V_T = 25\ [mV]$ per diversi valori di R_2: $R_2 = 12\ [k\Omega]$ in verde, $R_2 = 16.3\ [k\Omega]$ in viola e $R_2 = 20\ [k\Omega]$ in rosso (b).

poi crescere in maniera pressoché lineare in base all'aumentare della temperatura di lavoro; basterà scegliere, per cui, un termistore PTC adatto, scegliendo altrimenti più opportunamente il valore di R_2 per facilitare la ricerca di un termistore presente sul mercato: nella stessa figura viene riportato, ad esempio, in *rosso* l'andamento di R_1 in funzione di $R_2 = 16.3\ [k\Omega]$ e in *verde* l'andamento di R_1 in funzione di $R_2 = 20\ [k\Omega]$.
A temperatura ambiente R_1 dovrebbe quindi possedere uno fra i seguenti valori riportati in tabella:

$R_1\ (25°C)$	R_2
750 $[\Omega]$	12 $[k\Omega]$
1 $[k\Omega]$	16.3 $[k\Omega]$
1.2 $[k\Omega]$	20 $[k\Omega]$

3

Utilizzi e applicazioni

Avendo finalmente ricavato l'espressione di uscita in funzione degli ingressi dei due integrati in questione ed avendo analizzato almeno idealmente il loro funzionamento interno siamo ora pronti per esplorare i campi e le applicazioni in cui trovano maggiore utilizzo.

3.1 Assorbanza: cos'è e come si misura

L'assorbanza (A), conosciuta anche come densità ottica (DO), è una grandezza fisica che trova largo impiego nella spettrofotometria.
Viene impiegata per indicare, adimensionalmente, **la quantità di radiazione elettromagnetica assorbita da un corpo**: questa grandezza può rivelarsi molto utile nel caso in cui il campione sia una soluzione perché Assorbanza e Concentrazione (del campione) sono legati linearmente, permettendoci così di ricavare una di queste grandezze avendo a disposizione la misura dell'altra.

In figura 3.1 viene mostrata, ad esempio, una provetta contenente una determinata soluzione; quest'ultima viene fatta attraversare da un raggio luminoso avente intensità di radiazione I_O e lunghezza d'onda λ cosicché il campione possa assorbire una parte della radiazione elettromagnetica incidente; indichiamo allora l'intensità di radiazione uscente dal campione con I.

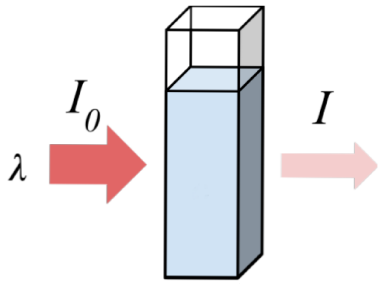


Figura 3.1: Campione attraversato da radiazione elettromagnetica.

L'assorbanza viene quindi indicata e misurata tramite la seguente formula:

$$A = \log \frac{I_O}{I} \tag{3.1}$$

Confrontando l'equazione precedente con la relazione 2.1 possiamo renderci facilmente conto di quanto il LOG101 possa fare a caso nostro per effettuare questo calcolo in modo automatico.
Una buona soluzione potrebbe risultare quella di collegare due fotodiodi identici ai due ingressi del chip per poi illuminare il primo con la radiazione incidente I_O ed il secondo con quella uscente I.
In figura 3.2 è stato fatto invece l'esatto opposto, illuminando D_1 con la luce uscente e D_2 con la luce incidente: seguendo questa strada, però, la tensione in uscita avrà segno negativo dal momento che $I_O > I \; \forall t$, utile se si vuole ottenere un risultato di segno opposto.

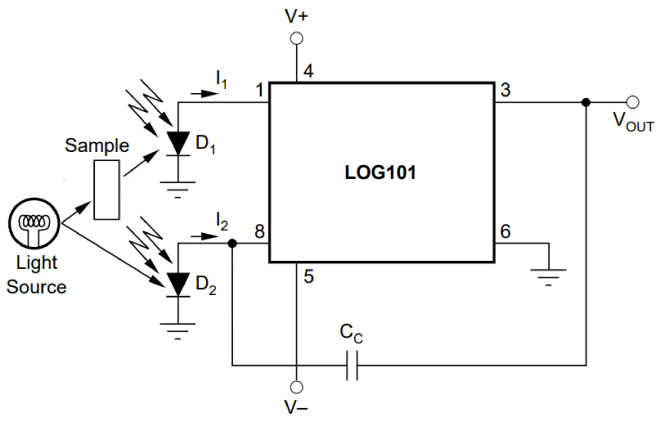


Figura 3.2: LOG101 utilizzato per effettuare la misura dell'assorbanza di un campione.

Ad ogni modo, seguendo la prima soluzione proposta e sapendo che in un fotodiodo vale la relazione

$$I_{Diodo} = R \cdot I_{Incidente} \cdot A_{AreaIncidente}$$

dove $R = f(\lambda)$ indica la responsività del fotodiodo, e ricordando che il LOG101 segue fedelmente la relazione 2.1 possiamo accorgerci che: [1]

$$V_O = 1\ [V] \cdot \log \frac{\frac{I_0}{R(\lambda) \cdot A}}{\frac{I}{R(\lambda) \cdot A}} = 1\ [V] \cdot \log \frac{I_O}{I} \tag{3.2}$$

Ovviamente il valore di tensione presente in uscita sarà proporzionale al valore dell'assorbanza misurata :

$$V_o\ [V] \longleftrightarrow A\ [\emptyset]$$

Usando invece un LOG104, la risposta del chip sarebbe stata:

$$V_O = 0.5\ [V] \cdot \log \frac{I_O}{I} \tag{3.3}$$

Anche in questo caso la scelta di utilizzare un LOG101 piuttosto che un LOG104 ricade sul tipo di applicazione richiesta, proprio come il fatto di invertire le intensità luminose incidenti nei due fotodiodi come suggerito in figura 3.2.

[1] Ricordiamo che la lunghezza d'onda della radiazione luminosa λ varia solo all'interno della soluzione, tornando nuovamente la stessa di quella incidente una volta uscita da quest'ultima; questo significa che $R(\lambda)_{incidente} = R(\lambda)_{uscente} = R(\lambda)$.

3.2 Compressione di segnali

Una delle applicazioni di maggior interesse che possono essere svolte da un sistema avente risposta logaritmica è la **compressione di segnali**.
La funzione logaritmo comprime infatti per sua natura i valori provenienti dal suo dominio in un range del proprio codominio molto più ristretto: in elettronica possiamo sfruttare questa interessante proprietà per **risparmiare**, ad esempio, **sull'accuratezza di un ADC** nel momento in cui venga richiesto di effettuare una conversione Analogico-Digitale di un certo segnale.
Introduciamo il discorso accantonando per un attimo i due integrati LOG101 e LOG104 per concentrarci maggiormente sul concetto generale che sorregge quest'importantissima applicazione.

Supponiamo allora di voler convertire tramite ADC un segnale in tensione che può assumere valori appartenenti all'intervallo $1 \div 10\ [V]$ con un'accuratezza $\leq 1\%$; adattiamo allora, al fine di semplificare il concetto da esporre, l'intervallo dinamico del segnale in esame con il range d'ingresso dell'ADC.
Dal momento che l'1% di $1\ [V]$ è $10\ [mV]$ la conversione dovrà seguire la relazione

$$X_{Reale} = X_{Letto} \pm 10\ [mV]$$

per rientrare nelle specifiche richieste.
Calcolando la risoluzione necessaria all'ADC scopriamo che bastano 10 bit di risoluzione: sapendo che il range di variazione dell'ingresso è pari a $(10-1)\ [V] = 9\ [V]$ scriviamo

$$\frac{9\ [V]}{2^x} \leq 10\ [mV] \longrightarrow 900 \leq 2^x \longrightarrow 9.81 \leq x \longrightarrow x = 10\ bit.$$

Supponiamo ora che il segnale d'ingresso, invece che variare all'interno di un'unica decade come nel caso precedente, vari all'interno di tre: il range è ora $10\ [mV] \div 10\ [V]$ e l' accuratezza richiesta deve essere nuovamente $\leq 1\%$.
Ripetendo di nuovo i precedenti passaggi scopriamo che **un ADC a 16 bit non basterebbe** nemmeno! Infatti:

$$\frac{(10000 - 10)\ [mV]}{2^x} \leq 10\ [\mu V] \longrightarrow 99900 \leq 2^x \longrightarrow 16.608 \leq x\ bit.$$

Un'ottima soluzione per risparmiare sulla risoluzione dell'ADC viene mostrata nello schema a blocchi di figura 3.3, la quale consiste nel comprimere il range di variazione del segnale d'ingresso tramite un circuito a risposta logaritmica.

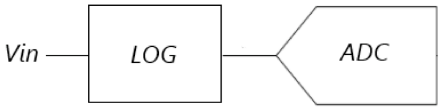


Figura 3.3: Tecnica utilizzabile per comprimere i dati in ingresso ad un ADC.

Il segnale d'ingresso esce da quest'ultimo con un range di variazione enormemente più ristretto rispetto al quello iniziale: basterà quindi un ADC con accurezza di molto minore rispetto al caso precedente per poter rispettare le specifiche richieste; sapendo poi che il segnale digitalizzato è stato inizialmente compresso in questo modo non sarà difficile ricostruire il segnale originale.
Per semplicità consideriamo le seguenti ipotesi:

- il circuito logaritmico possiede una risposta del tipo $V_{out} = 1\,[mV] \cdot \log \frac{V_{in}\,[mV]}{1\,[mV]}$
- il segnale d'ingresso V_{in} varia su un tratto lineare di almeno tre decadi della f.d.t. del circuito logaritmico in questione.

Quindi:

$$V_{out}\,(V_{in\ Minima}) = 1\,[mV] \cdot \log(10) = 1\,[mV]$$

$$V_{out}\,(V_{in\ Massima}) = 1\,[mV] \cdot \log(10000) = 4\,[mV]$$

Dalle specifiche sappiamo inoltre che il massimo errore ammissibile risulta essere l'1% di 10 $[mV]$ che equivale a 100 $[\mu V]$, e per cui vale la relazione

$$X_{Reale} = X_{Letto} \pm 100\,[\mu V]$$

Il massimo errore accettabile proveniente dalla lettura del valore di uscita del modulo logaritmico vale quindi:

$$1\,[mV] \cdot \log(10 + 0.1) - 1\,[mV] \cdot \log(10) = (1.00432 - 1)\,[mV] = 4.32137\,[\mu V]$$

L'ADC avrà bisogno, per cui, **di appena 10 bit di accuratezza di fronte ai 16 richiesti senza l'applicazione del circuito a risposta logaritmica** dal momento che:

$$\frac{(4-1)\,[mV]}{2^x} \leq 4.32137\,[\mu V] \longrightarrow 9.439 \leq x \longrightarrow x = 10\,bit.$$

In questo modo l'ADC commette, al massimo, un errore di lettura pari a $67,67\,[\mu V] \leq 100\,[\mu V]$.
L'applicazione di un modulo logaritmico ci ha portato quindi a **risparmiare** parecchio **sul costo dell'ADC** richiesto!

Dopo questa breve considerazione diventa quindi immediato immaginare come il LOG101 o il LOG104 possano essere utilizzati per comprimere segnali.
A differenza del circuito a risposta logaritmica appena utilizzato i due chip in esame richiedono delle correnti in ingresso piuttosto che tensioni: ci viene permesso, per cui, di quantizzare e digitalizzare l'informazione contenuta in segnali di corrente piuttosto che in tensione.
Nulla ci vieta, ad ogni modo, di sfruttare la legge di ohm per **convertire**, tramite una resistenza collegata in ingresso, **un segnale di tensione in uno di corrente** in modo da sfruttare la resistenza come circuito di condizionamento; come già accennato e come approfondiremo in seguito, però, il range in cui è assicurata la linearità della risposta logaritmica dei circuiti in esame si riduce almeno della metà quando utilizziamo degli input in tensione come appena suggerito piuttosto che in corrente.
Tuttavia, l'esempio appena esplicato potrebbe essere comunque realizzato tramite LOG101 o LOG104 dal momento che **almeno 3 decadi di linearità sono assicurate per un input di tensione**.

Il LOG101 può trovare probabilmente applicazione più facilmente rispetto al LOG104 a causa del guadagno unitario che precede il logaritmo all'interno della sua risposta; di seguito ne viene riportato un esempio, nel quale viene attuata la **compressione di segnali** appena esplicata.

In certi casi può essere richiesto di realizzare un circuito di condizionamento per tradurre il valore di corrente proveniente da un fotodiodo in uno di tensione in modo da poterlo quantizzare tramite un ADC.
Come appena illustrato andremo a sfruttare la **compressione dei valori di corrente presenti in uscita dal fotodiodo** tramite il LOG101 anche se, purtoppo, troviamo ancora due problemi da dover tener conto:

- V_{Out} deve crescere proporzionalmente in funzione dell'incremento di $I_{Fotodiodo}$.
- V_{Out} deve essere adattato al range di ingresso dell'ADC.

Un'ottima soluzione al problema ci viene suggerita dal circuito illustrato in figura 3.4.

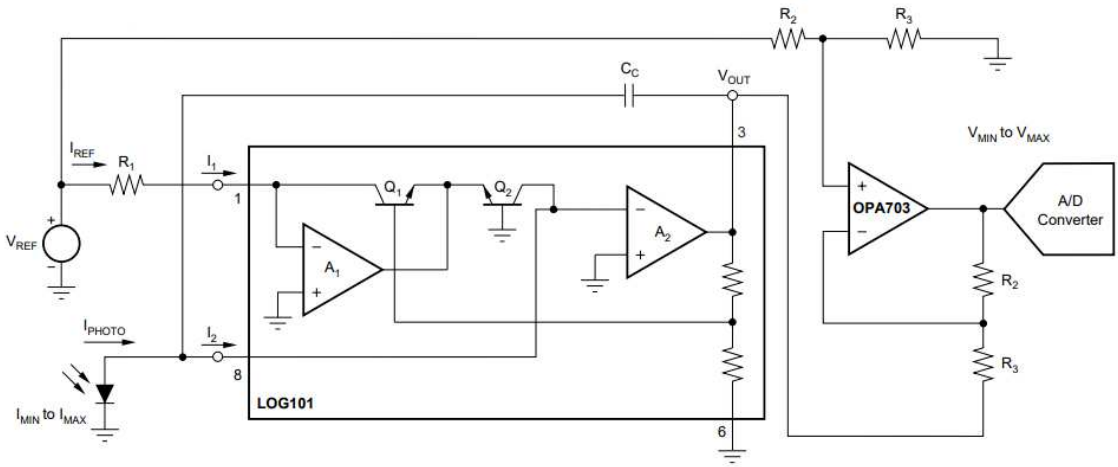


Figura 3.4: Circuito utilizzabile per comprimere e adattare la corrente proveniente da un fotodiodo in vista di una quantizzazione realizzata da parte di un ADC.

Notiamo per prima cosa il fatto di aver collegato il fotodiodo al pin n.8 del LOG101 piuttosto che al pin n.1: in quest'ultimo viene invece inserita una corrente di riferimento generata tramite un generatore di tensione ed un resistore

esterno. [2]
Scegliendo un valore di corrente di riferimento tale che $I_1 > I_2 \, \forall t$ ci assicureremo in uscita dal chip un valore di tensione sempre ≥ 0 dal momento che $\log \frac{I_1}{I_2} \geq 0$ se e solo se $\frac{I_1}{I_2} \geq 1 \, \forall t$.

A prima vista potrebbe risultare un controsenso codesto collegamento dal momento che se I_2 dovesse crescere V_{Out} calerebbe, andando contro alla richiesta di ottenere una caratteristica a pendenza positiva fra queste due grandezze. Tuttavia nella parte destra del circuito possiamo osservare la presenza di uno **shifter di tensione invertente** realizzato tramite un **amplificatore operazionale in configurazione di sommatore pesato con guadagni di segno opposto**: indicando con V_{ADC} la tensione presente all'ingresso dell'ADC possiamo accorgerci che l'operazionale realizza una risposta del tipo:

$$V_{ADC} = V_{Ref} - \frac{R_2}{R_3} \cdot V_{Out}$$

In questo modo diventa possibile:

- regolare il range d'ingresso dell'ADC con quello d'uscita dal LOG101 grazie alle resistenze R_2 ed R_3 oltre che a V_{Ref}.
- Mantenere una caratteristica a pendenza positiva fra V_{ADC} e I_2 dal momento che V_{ADC} crescerebbe se V_{Out} dovesse calare, ma V_{Out} cala se e solo se I_2 cresce: possiamo quindi concludere che V_{ADC} cresce in funzione di quanto incrementa $I_2 \, \forall t$.
- Comprimere V_{Out} il più possibile sfruttando direttamente la risposta logaritmica del LOG101.

Abbiamo quindi ottenuto una configurazione circuitale che ci permette di rispettare tutte le richieste iniziali.

Andiamo ora ad esplorare più in dettaglio codesto circuito. Lo shifter di tensione invertente è stato realizzato, come già accennato, tramite un amplificatore operazionale in configurazione di sommatore pesato con guadagni di segno opposto; una generica configurazione di questo tipo è riportata in figura 3.5.

[2] Dimostreremo in seguito come realizzando la corrente di riferimento grazie ad un generatore di tensione più elevato diventi possibile ridurre gli effetti degli errori derivanti dalle non idealità presenti all'interno del chip.

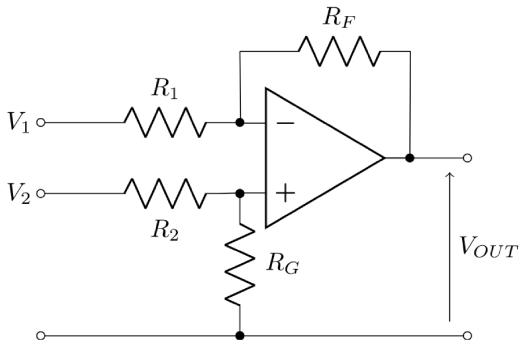


Figura 3.5: Generico amplificatore operazionale in configurazione di sommatore pesato con guadagni di segno opposto.

Proviamo ora a ricavare la relazione ingresso-uscita della configurazione appena illustrata ponendo $R_1 = R_G$ e $R_2 = R_F$ in modo da uguagliare quella presente in figura 3.4; tramite il **teorema di sovrapposizione degli effetti** possiamo scrivere che:

$$V_{Out} = V_1 \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1}\right) + V_2 \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_2 + R_1}{R_1}\right) = V_2 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V_1$$

Riscrivendo la precedente formula utilizzando i nomi dati alle tensioni e ai resistori presenti in figura 3.4 possiamo dire che:

$$V_{ADC} = V_{Ref} - \left(\frac{R_2}{R_3}\right) \cdot V_{Out}$$

e per cui, grazie alla relazione fondamentale 2.2 del LOG101 concludiamo che il circuito di figura 3.4 segue la relazione

$$V_{ADC} = V_{Ref} - \left(\frac{R_2}{R_3}\right) \cdot 1\,[V] \cdot \log \frac{I_{Ref}}{I_{Photo}} \tag{3.4}$$

dove R_1 deve essere scelta in modo tale da rendere $I_{Ref} > I_{Photo}\ \forall t$.

La formula 3.4 può essere riscritta in modo tale da evidenziare la relazione proporzionale fra V_{ADC} e $\log \frac{I_{Photo}}{1\,[A]}$, marcando inoltre la presenza di uno shifter regolabile:

$$V_{ADC} = V_{Ref} - \left(\frac{R_2}{R_3}\right) \cdot 1\,[V] \cdot \log\left(\frac{I_{Ref}}{1\,[A]}\right) + \left(\frac{R_2}{R_3}\right) \cdot 1\,[V] \cdot \log\left(\frac{I_{Photo}}{1\,[A]}\right)$$

e quindi nella forma

$$V_{ADC} = (V_{K1} - V_{K2}) + \left(\frac{R_2}{R_3}\right) \cdot 1\ [V] \cdot \log \frac{I_{Photo}}{1\ [A]}$$

dove $V_{K1} - V_{K2}$ rappresenta lo shifter con offset regolabile.
Il valore che deve assumere I_{Photo} per far sì che l'ADC presenti in output una sfilza di zeri si ricava ponendo $V_{ADC} = 0\ [V]$ nella relazione 3.4 :

$$V_{Ref} = \left(\frac{R_2}{R_3}\right) \cdot \log \frac{I_{Ref}}{I_{Photo}}$$

per cui:

$$I_{Photo} = \frac{V_{Ref}}{R_1} \cdot 10^{-\frac{R_3}{R_2}}$$

3.3 Ricevitore ottico:

misura della corrente assorbita da un fotodiodo a valanga

Un'applicazione del LOG101 o del LOG104 simile alla precedente può essere quella di misurare, senza alterare, la corrente proveniente da un ricevitore ottico per poi convertirla in tensione, facendo però crescere quest'ultima quando la prima si abbassa.
Potremmo ad esempio voler tradurre il range di corrente assorbita dal ricevitore in un range di tensione regolabile in base alle nostre esigenze: una possibile configurazione è osservabile in figura 3.6.

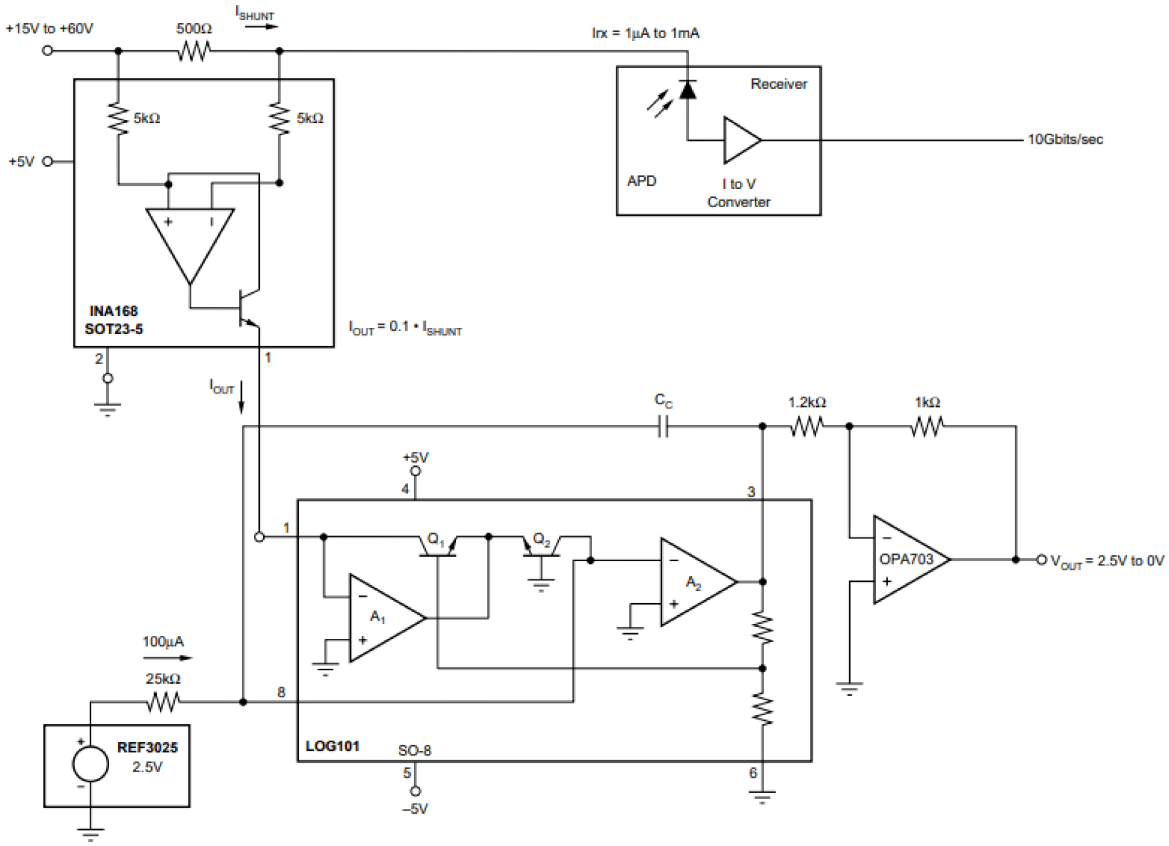


Figura 3.6: Tecnica di misurazione della corrente a valanga assorbita da un APD.

In relazione alla figura possiamo osservare, in alto a destra, il **ricevitore ottico**; quest'ultimo può essere facilmente realizzato tramite un fotodiodo a valanga polarizzato inversamente: funzionando in zona di breakdown, la corrente inver-

sa tende ad incrementare la propria intensità quando il dispositivo viene colpito da fotoni aventi frequenza appartenente ad un determinato range in funzione del materiale che realizza il componente; il fotodiodo a valanga viene comunemente chiamato APD (Avalanche PhotoDiode).
Troviamo poi il solito **LOG101** seguito questa volta da un **amplificatore operazionale in configurazione invertente** e preceduto da un ulteriore integrato, l'**INA168**, il quale viene utilizzato per produrre in output una corrente proporzionale a quella che attraversa il resistore collegato ai suoi pin d'ingresso.

In base al valore di corrente di riferimento che entra nel pin n.8 del LOG101 possiamo calibrare la corrente I_{Out} tramite la resistenza di Shunt in modo da poterci posizionare in **un punto della transcaratteristica del LOG101 in cui venga assicurata la linearità della risposta** per almeno tre decadi di variazione di corrente.
La corrente da misurare I_{Shunt} risulterà indipendente dalla resistenza di Shunt utilizzata dal momento che l'APD, in questa configurazione, può essere considerato come un generatore di corrente.
La regolazione del range di tensione d'uscita verrà invece determinata dalle resistenze utilizzate nell'amplificatore invertente.

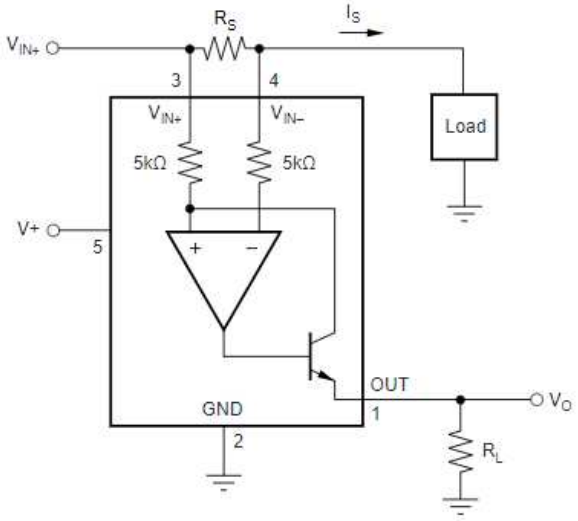


Figura 3.7: SetUp dell'INA168

L'INA168 possiede un **elevatissimo CMRR**[3] per non alterare in nessun modo

[3]Common-Mode Rejection Ratio.

il legame fra $I_{Shunt} = I_S$ e $I_{Out} = I_{E_{BJT}}$; la sua relazione ingresso-uscita può essere ricavata abbastanza facilmente osservando la presenza di una **retroazione positiva** all'interno dell'operazionale che lo realizza come mostrato in figura 3.7.

Indicando con R le due resistenze da 5 $[k\Omega]$ interne, con A il guadagno dell'OPAMP, con $(V^+ - V^-)$ la tensione differenziale d'ingresso dello stesso e ricordando che quest'ultimo non assorbe corrente ai pin di input scriviamo:

$$\begin{cases} (V^+ - V^-) = R_S \cdot I_S - R \cdot I_{C_{BJT}} \\ V_{OutOpamp} = V_{be} + V_O \\ V_{OutOpamp} = A \cdot (V^+ - V^-) \end{cases}$$

da cui, ponendo $I_{E_{BJT}} \sim I_{C_{BJT}}$:

$$R_L \cdot I_{E_{BJT}} = A \cdot (R_S \cdot I_S - R \cdot I_{E_{BJT}}) - V_{be}$$

ottenendo quindi:

$$I_{E_{BJT}} = I_{Out} = \frac{A \cdot I_S \cdot R_S - V_{be}}{R_L + A \cdot R} \sim \frac{A \cdot I_S \cdot R_S}{A \cdot R} = I_S \cdot \frac{R_S}{R}$$

Ecco allora spiegato perché, scegliendo $R = 5$ $[k\Omega]$ ed $R_S = 500$ $[\Omega]$ otteniamo la relazione $I_{Out} = 0.1 \cdot I_{Shunt}$ presente in figura 3.6.
Legando infine la relazione ingresso-uscita di un amplificatore invertente all'equazione 2.2 possiamo concludere che la risposta complessiva del circuito è la seguente:

$$V_{Out} = \left(-\frac{1}{1.2}\right) \cdot V_{Out_{LOG101}} = \left(-\frac{1}{1.2}\right) \cdot 1\ [V] \cdot \log\left(\frac{I_S \cdot 0.1}{I_{Ref}}\right) \tag{3.5}$$

Questi precisi valori di resistenza sono stati scelti appositamente per ottenere un range di variazione d'uscita $V_{Out} \in [2.5 \div 0]\ [V]$ in funzione di $I_S \in [1 \div 1000]\ [\mu A]$; scegliendo quindi $I_{Ref} = 100\ [\mu A]$ otteniamo quanto richiesto:

$$V_{Out}(I_{min}) = -0.833\ [V] \cdot \log 0.001 = 2.5\ [V]$$

$$V_{Out}(I_{max}) = -0.833\ [V] \cdot \log 1 = 0\ [V]$$

4

Versatilità e condizioni di utilizzo

Avendo fin'ora presentato il funzionamento interno dei circuiti integrati in esame ed aver visionato qualche utile applicazione degli stessi trovo interessante approfondire il modo in cui essi vengano interfacciati con l'esterno soffermandoci sulle alimentazioni, sui diversi modi in cui possono esser generate le **correnti di riferimento** e le soluzioni migliori per trattare queste ultime quando devono assumere **valori troppo bassi, troppo elevati o di segno opposto**.

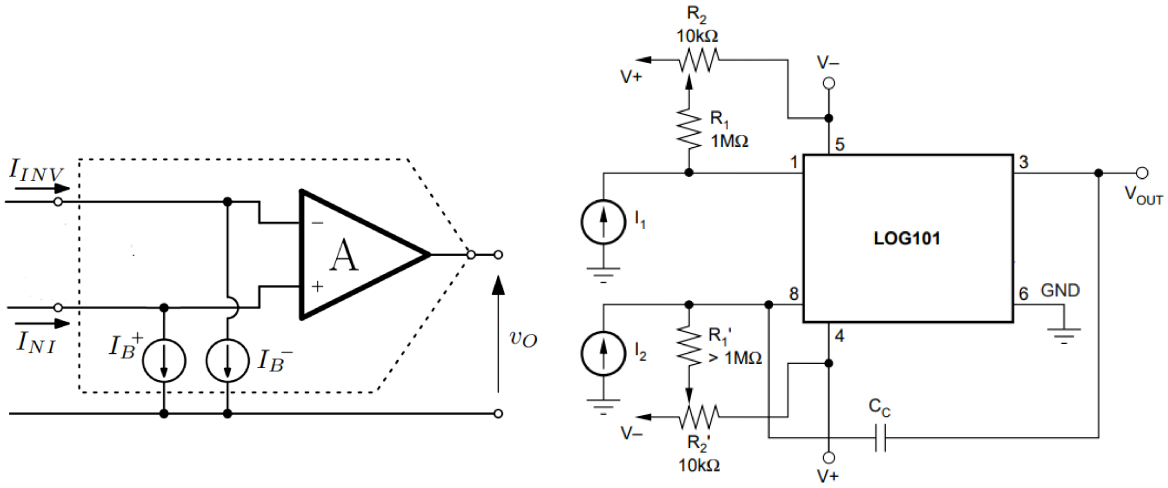
4.1 Correnti troppo piccole o troppo elevate

Come già accennato in precedenza, i valori delle correnti di input dovrebbero sempre appartenere all'intervallo **100 [pA]÷3.5 [mA]** per assicurare almeno locamente la linearità nella transcaratteristica dei circuiti integrati.
L'inserimento di correnti di input minori di 100$[pA]$ non viene consigliato in quanto, essendo di intensità troppo bassa, **assumono lo stesso ordine di grandezza delle correnti di bias** degli operazionali presenti internamente ai due circuiti integrati in questione.
In figura 4.1 (a) viene mostrato un amplificatore operazionale reale in cui vengono messe in evidenza le **correnti di bias** presenti ai due ingressi.

Ricordiamo che queste correnti non possiedono valore costante, bensì **dipendono dalla temperatura di lavoro dell'operazionale**: la presenza di queste correnti parassite è data dal fatto che i morsetti d'ingresso degli OPAMP ven-

gono realizzati tramite uno stadio differenziale utilizzante per l'appunto due transitor; il punto di lavoro di questi ultimi è, come ben sappiamo, in funzione della temperatura.
Il LOG101 ed il LOG104 possiedono al loro interno due operazionali realizzati tramite MOSFET i quali, a differenza dei bjt, presentano un valore di corrente d'assorbimento molto ridotto grazie alla natura del condensatore MOS che li realizza (solitamente $\sim 5\ [pA]$); ad ogni modo, le correnti di bias presenti agli input degli operazionali che realizzano il LOG101 ed il LOG104 **raddoppiano la loro intensità ogni** $10°C$ arrivando ad assumere valori pari a $\sim 160\ [pA]$ per temperature di lavoro di circa $75°C$.

Una possibile soluzione che ci consenta comunque di lavorare con correnti così piccole all'interno dei circuiti integrati in esame è quella di **compensare le correnti di bias tramite l'inserimento di alcuni resistori** come mostrato in figura 4.1 (b).



(a) (b)

Figura 4.1: OPAMP non ideale in cui sono visibili le correnti di bias presenti ai pin d'ingresso (a) e relativa tecnica utilizzabile per eliminarne l'effetto all'interno del LOG101 e LOG104 (b).

Questa soluzione è però praticabile solo se la temperatura si possa considerare pressoché stabile: come appena esposto, infatti, le correnti di bias variano la propria intensità in funzione della temperatura di lavoro.
La tecnica suggerita in figura si basa sul fatto di **introdurre una piccola corrente all'interno dei pin di input tramite un potenziometro direttamente collegato**

alle alimentazioni.
Osserviamo ad esempio il pin n.1 del LOG101[1] in figura 4.1 (b): la corrente presente al morsetto di input vale $I_1 + I_{cmp}$, dove I_{cmp} rappresenta la corrente di compensazione prelevata dalle alimentazioni; ricordando allora il circuito che realizza internamente i chip presente in figura 2.3 osserviamo che, in caso di OPAMP ideale, la corrente che scorrerebbe nel collettore del bjt Q_1 sarebbe proprio $I_1 + I_{cmp}$.
D'altro canto, però, l'OPAMP interno non è da considerarsi ideale; basandoci allora sulla figura 4.1 (a) e sulle due precedenti possiamo scrivere la seguente *equazione ai nodi*:

$$I_1 + I_{cmp} = I_{B^-} + I_{C_{Q1}}$$

quindi

$$I_{C_{Q1}} = I_1 + I_{cmp} - I_{B^-}$$

e per cui

$$I_{C_{Q1}} = I_1 \; se \; I_{cmp} = I_{B^-}$$

Regolando allora il potenziomentro R_2 diventa possibile compensare ed annullare la presenza di queste non idealità dell'OPAMP.
L'inserimento della corrente I_{cmp} diventa utile solo in caso di correnti di input < 100 $[pA]$ dal momento che, lavorando con intensità più elevate, vale la seguente relazione:

$$I_1 = I_{B^-} + I_{C_{Q1}} \simeq I_{C_{Q1}}$$

La possibilità di utilizzare, invece, correnti con intensità più elevate di 3.5 $[mA]$ ci è permessa ma col rischio di **alterare l'accuratezza del risultato**.
Al di sopra di questa soglia, infatti, la risposta dei chip in esame diventa sempre meno lineare in funzione di quanto elevate siano le correnti di input: non esistono purtoppo soluzioni a differenza del caso precedente.
Certamente, però, **le alimentazioni giocano un ruolo fondamentale**: alimentando ad esempio il circuito con ± 5 $[V]$ la corrente totale di input potrà rag-

[1] Lo stesso ragionamento potrà essere replicato per il pin n.8.

giungere al massimo un valore di $I_1 + I_2 = 4.5\ [mA]$ prima di alterare del tutto la risposta del chip: la motivazione risiede nel fatto che lo stadio di uscita di ogni amplificatore operazionale presente internamente viene alimentato direttamente dall'alimentazione duale inserita, e se questa dovesse risultare troppo bassa non potrebbe fisicamente generare la quantità di corrente richiesta dal resto del circuito. Per lavorare con correnti più elevate viene quindi consigliato di **aumentare la tensione delle alimentazioni** per far in modo che i componenti interni possano generare i segnali richiesti senza troppe limitazioni.

4.2 Correnti negative

Il LOG101 ed il LOG104 possono lavorare solo con correnti positive (ovvero esclusivamente entranti all'interno dei pin 1 e 8): i due bjt npn al loro interno devono ovviamente restare polarizzati in zona attiva diretta.
In certe applicazioni può essere richiesto, ad ogni modo, di lavorare con correnti negative; fra le varie soluzioni adottabili ho scelto di riportare due **circuiti invertitori di corrente di precisione** utilizzabili come circuiti di condizionamento da collegare ai pin 1 ed 8.

In figura 4.2 viene riportato il primo dei due circuiti ed il modo in cui può essere sfruttato da un fotodiodo.
Notiamo inoltre che gli amplificatori operazionali scelti sono di precisione, con offset d'ingresso praticamente nullo e indipendente da variazioni di temperatura.

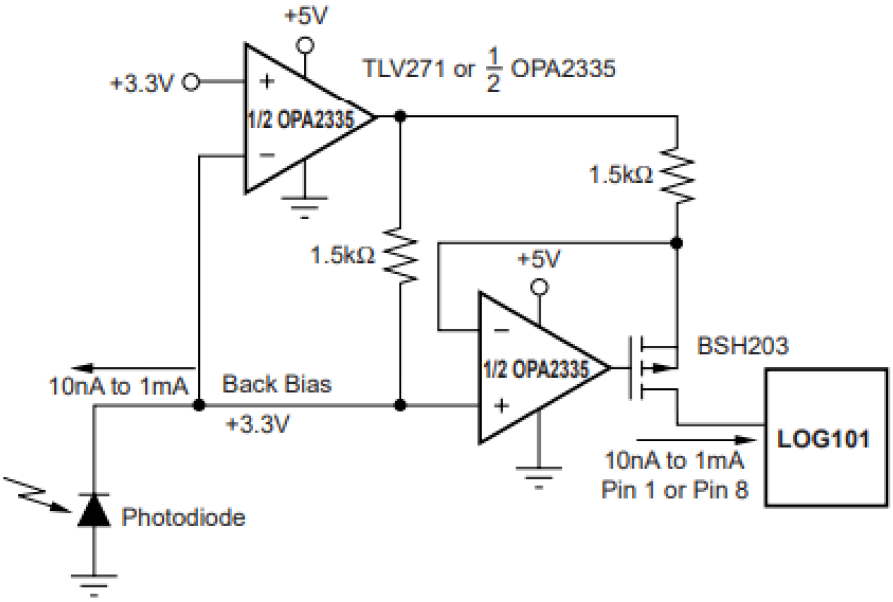


Figura 4.2: Invertitore di corrente di precisione.

Grazie al cortocircuito virtuale generato dal primo OPAMP il fotodiodo viene mantenuto in polarizzazione inversa: essendo OPAMP di precisione possiamo trascurare le non idealità di questi ultimi per questa semplice operazione di inversione di corrente.
La corrente generata dal fotodiodo attraversa allora, per forza di cose, la resisten-

za di retroazione del primo OPAMP; il secondo, invece, impone l'inversione di corrente grazie al suo cortocircuito virtuale: ponendo il suo ingresso negativo a 3.3 $[V]$ forza il primo OPAMP a generare una corrente di intensità doppia rispetto a quella richiamata dal fotodiodo, **facendo scorrere su ciascuna resistenza una corrente di intensità** I_D.
Possiamo dimostrare quanto detto scrivendo un'*equazione alle maglie* che sfrutti il cortocircuito virtuale del secondo OPAMP: indicando con I_D la corrente generata dal fotodiodo e con I_X la corrente richiamata ed entrante nel source del mosfet scriviamo:

$$3.3\,[V] + I_D \cdot R - I_X \cdot R - 3.3\,[V] = 0$$

da cui

$$I_D \cdot R = I_X \cdot R$$

e quindi

$$I_D = I_X$$

Il secondo OPAMP provvederà poi a generare una tensione V_{GS} adatta a far scorrere, attraverso il mosfet, la corrente I_D che giunge al drain.

Una seconda possibile configurazione utilizzabile per invertire la corrente viene mostrata in figura 4.3.

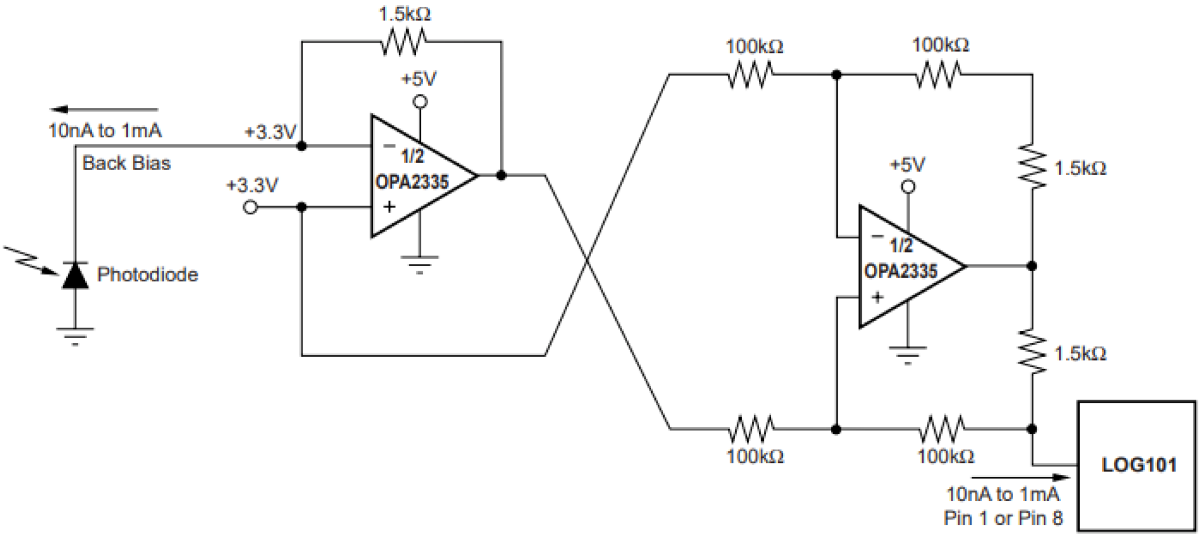


Figura 4.3: Altro esempio di invertitore di corrente di precisione.

Anche quest'ultima viene realizzata tramite due amplificatori operazionali di precisione: il primo effettua semplicemente una conversione corrente-tensione grazie alla resistenza posta nel ramo di retroazione mentre il secondo elimina totalmente la componente di modo comune, operando esclusivamente con quella differenziale per riportare in uscita una corrente pari a quella richiamata in ingresso dal fotodiodo.
Indicando con I_D la corrente generata dal fotodiodo, con R_1 le resistenze da 100 $[k\Omega]$ e con R_2 quelle da 1.5 $[k\Omega]$ scriviamo che, in uscita dal primo OPAMP, troviamo:

$$V_O = 3.3 + I_D \cdot R_2 \, [V] \tag{4.1}$$

La simmetria presente nella configurazione del secondo OPAMP ci suggerisce invece di studiare quest'ultimo suddividendo il suo input di tensione in modo differenziale e modo comune, come suggerito in figura 4.4.

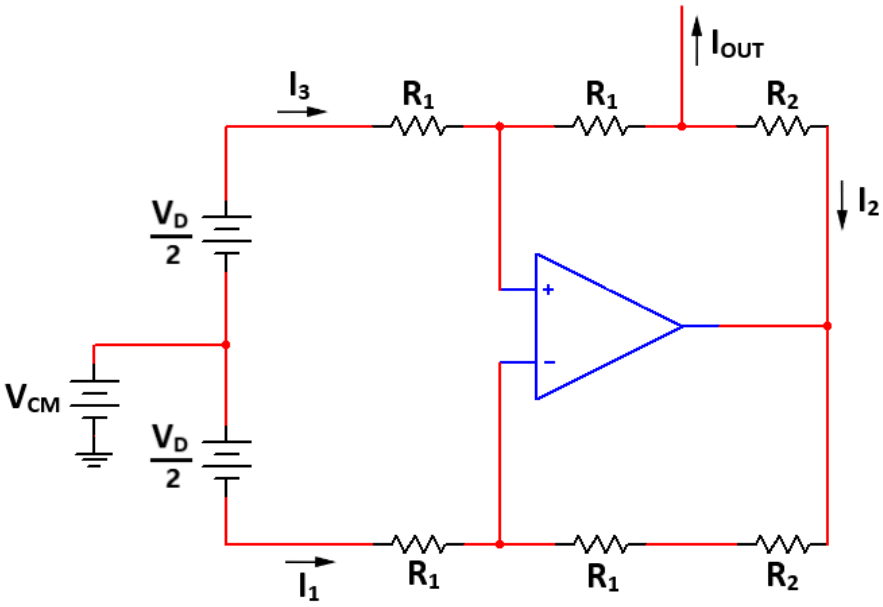


Figura 4.4: Analisi del circuito tramite modo differenziale e modo comune.

In effetti, al suo ingresso invertente sono presenti 3.3 $[V]$ mentre in quello non invertente vi è presente la tensione V_O definita dall'equazione 4.1; assegnamo allora $V_{CM} = 3.3 \, [V]$, $\frac{V_D}{2} = \frac{I_D \cdot R_2}{2} \, [V]$ e cominciamo lo studio tramite il metodo di sovrapposizione degli effetti.

Iniziamo tenendo in considerazione solo il generatore di **modo comune**: nell'ipotesi di cortocircuito virtuale possiamo affermare che le tensioni presenti ai

capi delle resistenze R_1 possiedono pari valore, portandoci quindi a concludere che $I_1 = I_3$; lo stesso vale per i resistori in serie $R_1 + R_2$: avendo ai propri capi la stessa caduta di tensione possiamo subito affermare che $I_3 = I_2$ da cui $I_{OUT} = 0\,[A]$.

Consideriamo ora solo i **generatori di tensione differenziale** ponendo $V_{CM} = 0\,[V]$: utilizzando le stesse convenzioni scelte in precedenza scriviamo:

$$\begin{cases} \frac{V_D}{2} - R_1 \cdot I_3 + R_1 \cdot I_1 + \frac{V_D}{2} = 0 \;\; \rightarrow \frac{V_D}{R_1} = I_3 - I_1 \\ -R_1 \cdot I_3 - R_2 \cdot I_2 + R_2 \cdot I_1 + R_1 \cdot I_1 = 0 \;\; \rightarrow I_1 = \frac{I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_1}{R_2 + R_1} \end{cases}$$

per cui:

$$\frac{V_D}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (I_3 - I_2) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{OUT}$$

e quindi:

$$I_{OUT} = \frac{V_D}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{V_D}{R_1 // R_2} \sim \frac{V_D}{R_2} = \frac{I_D \cdot R_2}{R2} = I_D$$

dal momento che $R_1 // R_2 \sim R_2$ se $R_1 >> R_2$[2]

Il contributo del generatore di modo comune è, come già dimostrato, nullo; **concludiamo allora** che:

$$I_{OUT} = 1.015 \cdot I_D \sim I_D$$

L'errore commesso è irrilevante: con $I_D = 10\,[nA]$ otteremo $I_{OUT} = 10.15\,[nA]$, commettendo un errore relativo dell' 1.5% rispetto al vero valore di I_D; variando il valore delle resistenze diventa comunque possibile ridurre ulteriormente l'errore generato.

[2]Con i valori presenti in figura 4.3 vale $R_1 // R_2 = 100\,[k\Omega]$ // $1.5\,[k\Omega] = 1.477\,[k\Omega] \sim 1.5\,[k\Omega] = R_2$

4.3 Input in corrente vs Input in tensione

Nella maggior parte delle applicazioni del LOG101 e del LOG104 almeno una della due correnti di input viene generata da un riferimento esterno.
Quest'ultimo può essere di **due** tipi:

- generatore di corrente;
- generatore di tensione.

Andiamo allora ad approfondire l'argomento per poi trarre qualche importante conclusione.

Il modo più semplice che abbiamo per realizzare un **riferimento esterno di corrente** è quello di **sfruttare la legge di ohm**: ricordando che ai pin d'ingresso 1 ed 8 è presente il cortocircuito virtuale verso massa (realizzato dagli OPAMP interni ai chip) diventa possibile utilizzare un generatore di tensione ed un resistore collegati in serie.
Per realizzare correnti molto piccole necessitiamo però di resistenze molto elevate: per settare ad esempio una corrente di 10 $[nA]$ utilizzando 2.5 $[V]$ è necessaria una resistenza da 250 $[M\Omega]$: per abbassare allora il valore di resistenza richiesto è possibile utilizzare un **partitore** come mostrato in figura 4.5 in cui viene, inoltre, messa in evidenza la principale causa di errore quando si utilizza un generatore di tensione per realizzare il riferimento di corrente: la presenza di **offset di tensione** ai pin d'ingresso degli OPAMP interni.

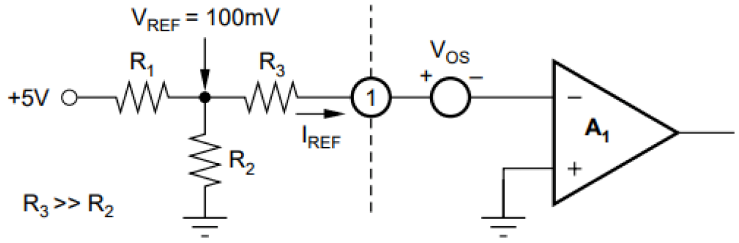


Figura 4.5: riferimento di corrente realizzato tramite generatore di tensione a partitore.

L'offset di tensione presente in ingresso agli OPAMP è, assieme al rumore, **ciò che alimenta maggiormente l'errore prodotto in uscita**: il restringimento del numero di decadi nelle quali la risposta dinamica segue un andamento lineare è causato maggiormente dalla presenza di queste non idealità.
Per sopperire a questo problema abbiamo due possibili soluzioni:

- utilizzare un riferimento elevato di tensione che renda trascurabile l'offset d'ingresso V_{OS};
- utilizzare un generatore di corrente esterno piuttosto che uno di tensione.

Nella precedente figura è stato scelto di attuare la prima soluzione: sapendo infatti che l'offset interno può raggiungere il massimo valore di 1.5 $[mV]$ è stato scelto di utilizzare dei resistori che realizzino un riferimento di tensione di valore molto più elevato rispetto a quello che potrebbe assumere l'offset (in questo caso è stato scelto di usare 100 $[mV]$).
Coi valori presenti in figura possiamo in effetti constatare che:

$$I_{REF} = \frac{V_{REF} - V_{OS}}{R_3} \sim \frac{V_{REF}}{R_3}$$

dal momento che $V_{REF} >> V_{OS}$, commettendo un errore relativo del $\sim 1.47\%$.

La migliore soluzione rimane comunque quella di **utilizzare un generatore esterno di corrente**: in questo modo le non idealità presenti che influenzano maggiormente la risposta del chip influiscono così poco da far raddoppiare, rispetto al caso precedente, il numero di decadi di variazione in cui viene assicurata la linearità della risposta.
Un possibile generatore di corrente è osservabile in figura 4.6[3].

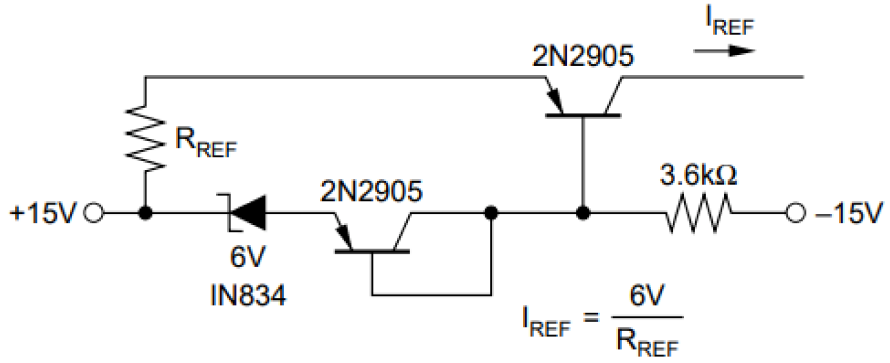


Figura 4.6: Generatore di corrente esterno compensato in temperatura.

Facciamo alcune osservazioni iniziali:

- il diodo zener utilizzato ha tensione di Breakdown fissata a 6 $[V]$: gli zener con questo valore sono praticamente indipendenti dalla temperatura

[3]Uno specchio di corrente sarebbe andato ugualmente bene.

in quanto sia l'effetto tunnel che l'effetto a valanga avvengono all'incirca allo stesso momento quando polarizzato inversamente al giusto valore di tensione, compensando del tutto la variazione che creerebbe un cambio di temperatura.

- Un bjt è utilizzato in configurazione a diodo (lo indicheremo in seguito con Q_1).
- Lo zener ed il bjt Q_1 pongono idealmente una tensione costante ai propri capi, ponendola a loro volta sulla resistenza R_{REF}.

Scriviamo un'*equazione alle maglie* considerando la parte inferiore della figura: indicando con R la resistenza da 3.6 $[k\Omega]$ e con I_R la corrente che vi scorre attraverso otteniamo

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_{CC} - V_{ZENER} - V_{BE} + V_{CC}}{R} = \frac{15 - 6 - 0.7 + 15}{R} = 6.472\ [mA]$$

Lo zener ed il bjt Q_1 fissano, ai capi della resistenza R_{REF}, una tensione costante la quale richiama una corrente I_C di intensità pari a:

$$I_C = \frac{V_{REF}}{R_{REF}} = \frac{V_{ZENER} + V_{BE_{Q1}} - V_{BE_{Q2}}}{R_{REF}} \simeq \frac{V_{ZENER}}{R_{REF}}$$

e per cui: [4]

$$I_{REF} \sim I_C = \frac{V_{ZENER}}{R_{REF}} = \frac{6\ [V]}{R_{REF}}$$

Lo schema circuitale appena presentato permette quindi di generare una corrente di riferimento semplicemente variando il valore di R_{REF}; il valore di I_{REF} è stato ricavato senza porre alcuna ipotesi riguardo al carico da alimentare: **possibili valori di offset di tensione presenti sul carico non possono in alcun modo alterare il valore di corrente erogata** ed è proprio per questo motivo che **utilizzare un generatore di corrente si rivela la scelta migliore rispetto ad uno di tensione**.

Il circuito appena illustrato è inoltre **compensato in temperatura**: se la temperatura dovesse salire Q1 e Q2 si scalderebbero; allora le tensioni V_{BE_1} e V_{BE_2} scenderebbero, lasciando praticamente costante la tensione posta su V_{REF} in quanto lo zener utilizzato risulta praticamente indipendente da cambi di temperatura; la resistenza R si addossa, nel frattempo, la caduta di tensione persa

[4] In un bjt polarizzato in zona attiva diretta vale $I_E = I_C + I_B \sim I_C$ dal momento che $I_C >> I_B$.

da entrambe le tensioni base-emettitore:

$$V_Z + V_{BE_1}(T) = V_{REF} + V_{BE_2}(T)$$

da cui

$$V_Z \sim V_{REF}$$

e per cui possiamo considerare I_{REF} praticamente **costante e indipendente da variazioni di temperatura**.

Un secondo esempio di generatore di corrente realizzabile viene riportato in figura 4.7. Nel pin n.1 viene generata una corrente costante grazie al primo

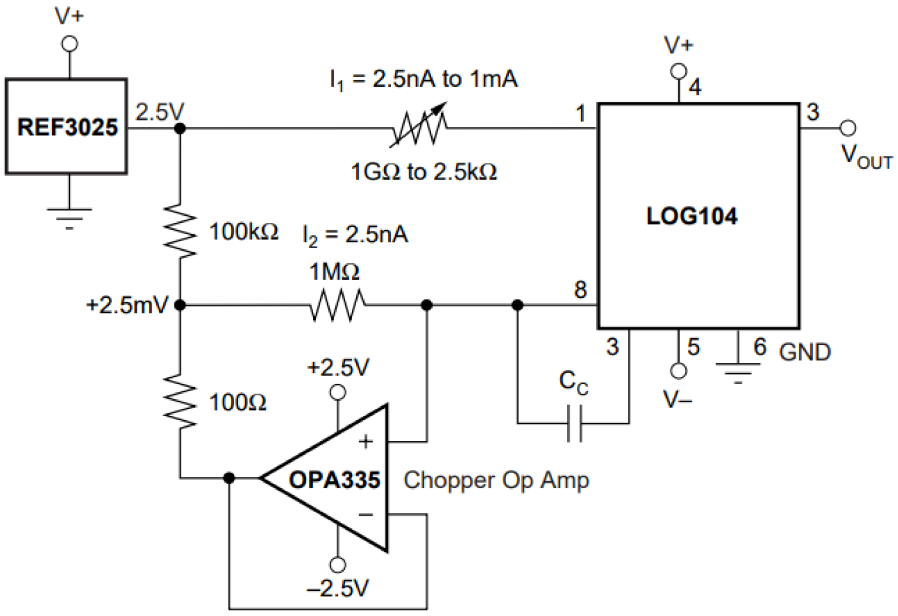


Figura 4.7: Generatore di corrente con compensazione dell'offset.

metodo proposto: la tensione di riferimento utilizzata è di 2.5 $[V]$, abbastanza elevata da rendere la corrente I_1 praticamente indipendente da possibili offset di tensione indesiderati.
Nel pin n.8, invece, troviamo collegato un amplificatore operazionale in una particolare configurazione che ora andremo ad analizzare; indicando allora con R la resistenza da 100 $[k\Omega]$, con R_1 quella da 100 $[\Omega]$, con R_2 quella da 1 $[M\Omega]$, con V_{IN} la tensione di riferimento da 2.5 $[V]$ e supponendo la presenza di un

offset di tensione V_{OS} sul pin n.8 generato dall'OPAMP interno scriviamo:

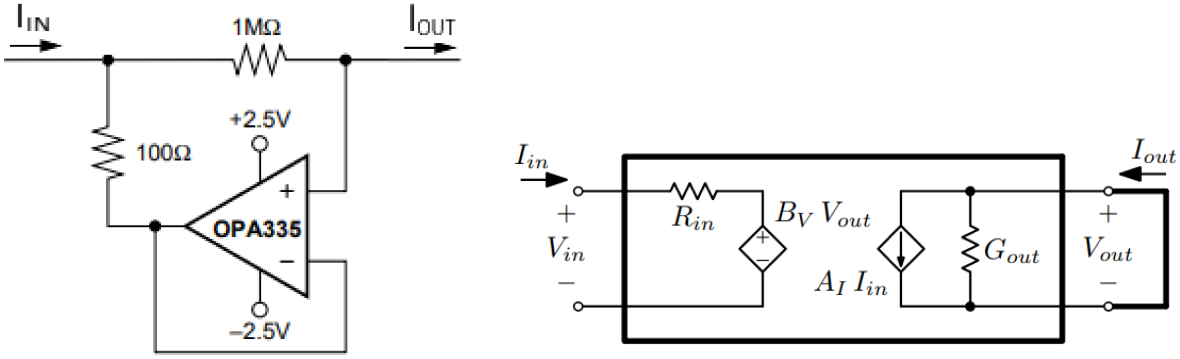
$$\begin{cases} I_{R2} \cdot R_2 = I_{R1} \cdot R_1 \\ I_R = I_{R1} + I_{R2} \\ V_{IN} - R \cdot I_R - I_{R1} \cdot R_1 = V_{OS} \end{cases}$$

da cui

$$I_{R2} = \frac{V_{IN} - V_{OS}}{R + \frac{R_2 \cdot R}{R_1} + R_2} \sim \frac{V_{IN} - V_{OS}}{\frac{R_2 \cdot R}{R_1}} = \frac{V_{IN}}{\frac{R_2 \cdot R}{R_1}} - \frac{V_{OS}}{\frac{R_2 \cdot R}{R_1}} \sim \frac{V_{IN}}{\frac{R_2 \cdot R}{R_1}} = 2.5\ [nA]$$

come riportato in figura.
Il termine $\frac{V_{OS}}{\frac{R_2 \cdot R}{R_1}}$ può essere del tutto trascurato dal momento che, nel caso peggiore (ovvero con $V_{OS} = 1.5\ [mV]$), assumerebbe un valore $< 1.5\ [pA]$; con questa approssimazione commettiamo, nel caso peggiore, un errore relativo del 0.06%.

L'operazionale svolge in questo caso il ruolo di **generatore di corrente comandato in corrente**: analizziamo allora quest'ultimo (in figura 4.8 (a)) cercando di ricavarci il modello a doppio bipolo equivalente (visibile in figura 4.8 (b)) per rendere più chiaro il suo scopo.



(a) (b)

Figura 4.8: OPAMP in configurazione di Generatore di Corrente Comandato in Corrente (a) e relativo modello a doppio bipolo (b).

Abbiamo allora, usando le convenzioni presenti in figura 4.8 (b):

$$R_{in} = \left.\frac{V_{in}}{I_{in}}\right|_{V_{out}=0} = R_1 // R_2 \sim R_1 \sim 100\ [\Omega]$$

$$A_I = \frac{I_{out}}{I_{in}}\bigg|_{V_{out}=0} = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \sim -\frac{R_1}{R_2} \sim -\frac{1}{10^4}$$

$$G_{out} = \frac{I_{out}}{V_{out}}\bigg|_{I_{in}=0} = \frac{0}{V_{out}} = 0\ [S]$$

$$B_V = \frac{V_{in}}{V_{out}}\bigg|_{I_{in}=0} = 0$$

Sostituendo quindi il modello a doppio bipolo con l'OPAMP presente in figura 4.7 possiamo concludere che la corrente I_{in} varrà:

$$I_{in} = \frac{V_{in}}{R + R_{in}} \sim \frac{V_{in}}{R} = \frac{2.5\ [V]}{100\ [k\Omega]} = 25\ [\mu A]$$

e per cui la corrente I_{out} avrà valore pari a:

$$I_{out} = A_I \cdot I_{in} = -2.5\ [nA]$$

L'OPAMP sembra più un attenuatore di corrente piuttosto che un amplificatore: la corrente I_{in}, praticamente indipendente dalla resistenza d'ingresso R_{in}, viene ridotta di 10^4 volte prima di essere erogata in uscita.
Notare come l'OPA335 sia stato considerato ideale: dal datasheet dello stesso troviamo infatti $V_{OS} \sim 0\ [V]$ ed una $I_{BIAS} = 50\ [pA] << 2.5\ [nA]$ da cui $I_{BIAS} \sim 0\ [A]$, risultati che giustificano questa scelta.
Concludiamo quindi con queste considerazioni:

- per ridurre il più possibile gli errori in uscita ed ottenere una risposta dinamica del chip il più possibile lineare **conviene realizzare le correnti di riferimento tramite un generatore di corrente**.
- Usando un generatore di tensione è bene che esso sia di valore elevato per ridurre al minimo gli errori causati dalle non idealità del chip utilizzato.

4.4 Alimentazioni

Vediamo ora alcuni semplici accorgimenti riservati per le alimentazioni dei circuiti integrati in questione.

Affinché un circuito ad OPAMP non presenti problemi di autoscillazione è necessario che le linee di alimentazione presentino un'impedenza adeguatamente bassa; i collegamenti, però, presentano inevitabilmente una certa induttanza parassita: la loro impedenza tenderà quindi ad aumentare al crescere della frequenza peggiorando così l'immunità ai disturbi che l'OPAMP è in grado di fornire nei confronti dell'alimentazione; ne consegue quindi il rischio di ottenere in uscita delle oscillazioni indesiderate ad alta frequenza le quali, grazie alla retroazione, verranno successivamente riportate in ingresso, auto-alimentandosi. **Per ridurre l'impedenza delle linee alle alte frequenze è possibile allora collegare uno o più condensatori in parallelo fra l'alimentazione e la massa**.

I condensatori reali si comportano però diversamente alle alte frequenze rispetto a quelli ideali: il modo in cui vengono posizionati i materiali che li compongono produce una resistenza (ESR) ed un'induttanza parassita (ESL) intrinseche al condensatore, sempre più visibili man mano che la frequenza di lavoro tende ad aumentare.
Ogni tipo di condensatore presenta inoltre caratteristiche diverse: i **condensatori elettrolitici** (e quindi anche quelli al tantalio) presentano ad esempio grandi capacità ma anche elevati valori di ESL, già visibili a frequenze non troppo elevate; i **condensatori ceramici** presentano al contrario valori di ESL ed ESR molto esigui proprio come le capacità che possono generare, prestandosi non troppo bene per ridurre l'impedenza alle basse frequenze.

Una possibile soluzione per ridurre il problema viene riportata quindi in figura 4.9 (a): per ogni connessione di alimentazione sono stati collegati due condensatori in parallelo, uno da 10 $[\mu F]$ al tantalio ed uno ceramico da 1000 $[pF]$, in modo tale da poter **combinare l'elevata capacità offerta dal primo** con conseguente *riduzione dell'impedenza alle basse frequenze* **ed i bassi valori di ESL posseduti dal secondo** in modo da *ridurre l'impedenza* (generata anche dalla elevata ESL del primo) *alle alte frequenze*; collegandoli poi il più possibile vicino al pin d'alimentazione diventa possibile ridurre al massimo l'effetto generato dalle

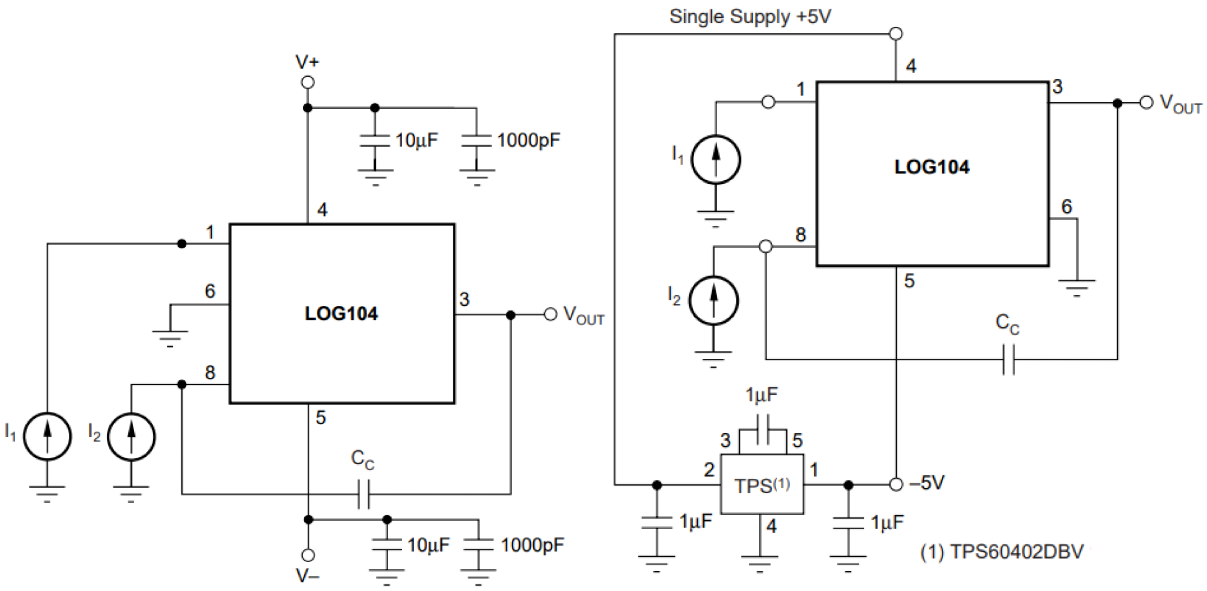


Figura 4.9: Riduzione dell'influenza delle induttanze parassite presenti nella linea dell'alimentazione (a); alimentazione duale ricavata da un'alimentazione singola (b).

induttanze parassite dei collegamenti.
Possibili risonanze fra le ESL intrinseche e le capacità possono essere facilmente smorzate sfruttando la presenza delle **resistenze parassite ESR** realizzate dai condensatori stessi.

In figura 4.9 (b) viene invece presentata un'**alternativa all'alimentazione duale**. Usando il circuito integrato di supporto presente in figura diventa possibile alimentare l'intero circuito con un'unica tensione positiva: l'integrato utilizzato è infatti un inverter di tensione, il quale genera in output una tensione di segno opposto a quella inserita; diventa così possibile alimentare qualsiasi circuito richiedente un'alimentazione duale tramite un'unica alimentazione singola, semplificando di parecchio i collegamenti necessari per alimentare anche solamente un amplificatore operazionale.

5

Risposta in frequenza e scelta del condensatore di compensazione

Come già accennato in precedenza, il condensatore di compensazione C_C va scelto in funzione dei valori che possono assumere le due correnti di input: il valore di capacità scelto contribuisce, in parte, a determinare la velocità di variazione dell'output, modellando la risposta in frequenza dei chip.
In effetti, **il tempo impiegato dall'output per portarsi da un valore di regime ad un altro** in seguito ad una variazione del valore di almeno una corrente d'ingresso **dipende anche dall'intensità delle due correnti I_1 e I_2 e dal fatto che queste incrementino o decrescano**: i bjt interni ai chip, infatti, possiedono un guadagno non lineare che dipende dal punto di lavoro di questi ultimi; i loro parametri interni modificano il proprio valore in base alle correnti che attraversano il componente, portando il chip ad avere tempi di reazione differenti e guadagni diversi in funzione di possibili incrementi o decrementi dei segnali d'ingresso, causando spesso distorsioni indesiderate.

Andiamo inizialmente ad analizzare come varia il punto di lavoro dei due bjt in funzione delle correnti di input per poi **calcolare la risposta in frequenza dei chip in funzione del condensatore di compensazione** C_C inserendo un piccolo segnale AC in uno dei due ingressi, una volta stabilito il punto di lavoro dei componenti.

In figura 5.1 viene riportato il modello ai piccoli segnali di un bjt; i valori dei suoi parametri differenziali principali possono essere ricavati nel modo

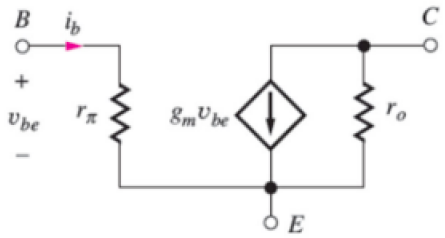


Figura 5.1: Modello ai piccoli segnali per un bjt.

seguente:

$$g_m = \frac{|I_C|}{V_T}, \quad r_\pi = \frac{\beta_o}{g_m}, \; ed \; r_o = \left|\frac{V_A}{I_C}\right|$$

dove:

- β_o rappresenta il *guadagno di corrente diretto a emettitore comune ai piccoli segnali*: per ora lo considereremo costante anche se lievementente dipendente da I_C;
- r_π rappresenta la resistenza d'ingresso;
- g_m indica la transconduttanza del transistor;
- r_o rappresenta la resistenza di uscita del bjt; per ora lo considereremo di valore infinito anche se, in realtà, risulta dipendente dalla tensione di early V_A e dalla corrente di polarizzazione I_C.

Confrontando la precedente figura con la 2.3 possiamo immediatamente accorgerci che, a regime, $I_{C_1} = I_1$ mentre $I_{C_2} = I_2$: possiamo allora concludere che **le due correnti di input determinano direttamente i parametri differenziali dei transistor**!
Questo fatto dimostra sin da subito la presenza di una stretta relazione fra i valori delle correnti d'ingresso e le prestazioni del chip in uscita.
Avendo quindi definito il punto di lavoro dei bjt andiamo ora ad inserire un piccolo segnale di corrente AC all'interno del pin n.1 ed **effettiamo lo studio in frequenza** del chip: consideriamo allora le due correnti I_1 ed I_2 pari a 0 $[A]$ e sostituiamo il modello ai piccoli segnali del bjt al posto dei due transistor presenti all'interno del chip; per mostrare quanto il condensatore C_C influenzi la risposta in frequenza consideriamo innanzitutto ideali i due OPAMP, trascurando inoltre la resitenza di uscita dei due bjt.
Otteniamo quanto segue:

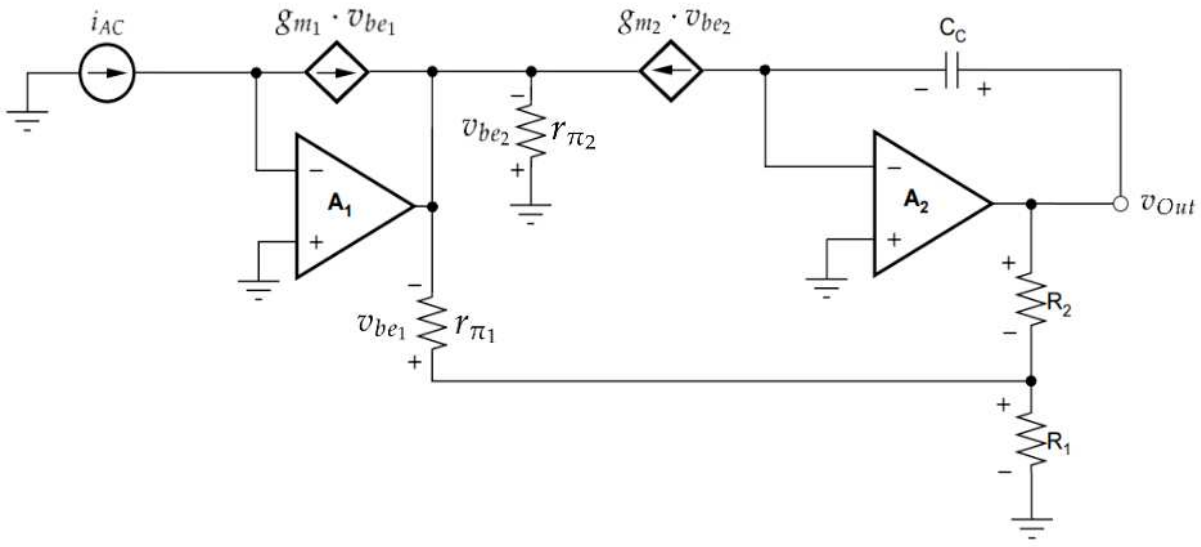


Figura 5.2: LOG101/LOG104 rappresentato con il modello ai piccoli segnali al posto dei transistor bjt.

In seguito userò, come al solito, la *convenzione di utilizzatore* per le resistenze ed il condensatore; indichiamo, anche se non riportate in figura, la corrente che attraversa il resistore R_2 con il termine i_{R_2} e la rispettiva tensione generata con v_{R_2}; usiamo poi lo stesso stile di nomenclatura per tutte le grandezze non riportate in figura.
Passando nel **dominio di Laplace** scriviamo allora le prime equazioni:

$$\begin{cases} i_{AC}(s) = g_{m_1} \cdot v_{be_1}(s) \\ i_{\pi_1} = \frac{v_{be_1}}{r_{\pi_1}} = \frac{i_{AC}(s)}{g_{m_1} \cdot r_{\pi_1}} = \frac{i_{AC}(s)}{\beta_o} \end{cases}$$

Sappiamo poi che:

$$\begin{cases} g_{m_2} \cdot v_{be_2}(s) = i_{C_C}(s) = \frac{v_{C_C}(s)}{\frac{1}{s \cdot C_C}} = v_{Out}(s) \cdot s \cdot C_C \\ v_{Out}(s) = R_2 \cdot i_{R_2}(s) + R_1 \cdot i_{R_1}(s) = R_2 \cdot i_{\pi_1}(s) + \left(R_2 + R_1\right) \cdot \frac{V_{Out}(s)}{R_1} \\ v_{R_1}(s) - v_{be_1}(s) + v_{be_2}(s) = 0 \end{cases}$$

Unendo quanto ricavato finora scriviamo:

$$v_{Out}(s) = R_2 \cdot i_{\pi_1}(s) + \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1}\right) \cdot \left(v_{be_1}(s) - v_{be_2}(s)\right)$$

$$v_{Out}(s) = \frac{R_2}{\beta_o} \cdot i_{AC}(s) + \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1}\right) \cdot \left(\frac{i_{AC}(s)}{g_{m_1}} - \frac{v_{Out}(s) \cdot s \cdot C_C}{g_{m_2}}\right)$$

Sia ora, per semplicità, $\frac{R_2+R_1}{R_1} = K$; quindi:

$$v_{Out}(s) = \left(\frac{R_2}{\beta_o} + \frac{K}{g_{m_1}}\right) \cdot i_{AC}(s) - \frac{K \cdot v_{Out}(s) \cdot s \cdot C_C}{g_{m_2}}$$

$$v_{Out}(s) \cdot \left(\frac{g_{m_2} + K \cdot s \cdot C_C}{g_{m_2}}\right) = \left(\frac{g_{m_1} \cdot R_2 + K \cdot \beta_o}{\beta_o \cdot g_{m_1}}\right) \cdot i_{AC}(s)$$

Da cui

$$v_{Out}(s) = \left(\frac{g_{m_1} \cdot R_2 + K \cdot \beta_o}{\beta_o \cdot g_{m_1}}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{K \cdot C_C}{g_{m_2}} \cdot s} \cdot i_{AC}(s)$$

Abbiamo quindi ricavato la funzione di traferimento $H(s)$:

$$\frac{v_{Out}(s)}{i_{AC}(s)} = H(s) = \left(\frac{g_{m_1} \cdot R_2 + K \cdot \beta_o}{\beta_o \cdot g_{m_1}}\right) \cdot \frac{1}{1 + \frac{K \cdot C_C}{g_{m_2}} \cdot s} \; [\Omega]$$

Volendo studiare il comportamento in frequenza **a regime** trascuriamo la componente σ all'interno della variabile di Laplace $s = \sigma + j\omega$ ottenendo $s = j\omega$; la risposta in frequenza è allora definita da:

$$H(j\omega) = \left(\frac{g_{m_1} \cdot R_2 + K \cdot \beta_o}{\beta_o \cdot g_{m_1}}\right) \cdot \frac{1}{1 + \cdot j\omega \frac{K \cdot C_C}{g_{m_2}}} \; [\Omega]$$

La relazione precedente può essere rielaborata mettendo in evidenza il **suo comportamento passa basso del primo ordine** riscrivendola nella forma:

$$A_o \cdot \frac{1}{1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_o}} \; [\Omega]$$

dove $A_o = \frac{g_{m_1} \cdot R_2 + K \cdot \beta_o}{\beta_o \cdot g_{m_1}} \; [\Omega]$
mentre $\omega_o = \frac{1}{\frac{K \cdot C_C}{g_{m_2}}} = \frac{g_{m_2}}{\frac{R_2+R_1}{R_1} \cdot C_C} = \frac{R_1}{\left(R_2+R_1\right) \cdot C_C} \cdot \frac{|I_2|}{V_{T_2}} \; [\frac{rad}{s}]$.

Facciamo ora qualche osservazione a riguardo di quanto appena calcolato.
Il guadagno di transresistenza A_o può essere riscritto nelle seguenti forme:

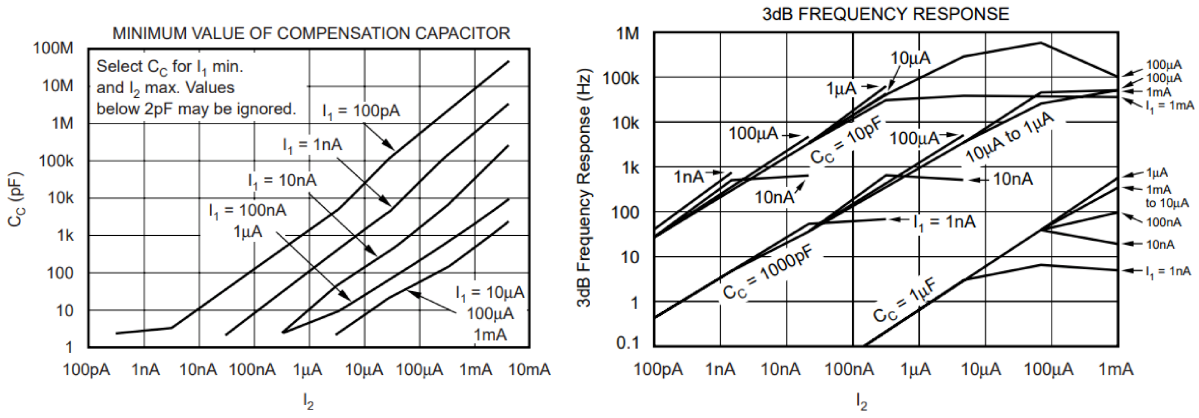
$$A_o = \frac{R_2}{\beta_o} + \frac{K \cdot V_{T_1}}{|I_1|} = \frac{V_{T_1}}{|I_1|} \cdot \left(K + \frac{R_2}{r_{\pi_1}}\right) \; [\Omega]$$

Possiamo subito accorgerci che **il guadagno A_o non è costante**, bensì risulta dipendente dal punto di lavoro del primo bjt: una variazione della corrente d'ingresso I_1, per cui, si ripercuote sul valore del guadagno di transresistenza.
Ciò che più ci interessa, però, è il fatto che la pulsazione di taglio ω_o risulti dipendente dal valore scelto per il condensatore C_C e dalla corrente d'ingresso I_2: notiamo che, una volta fissata la corrente I_2, un incremento del valore di capacità C_C comporta una **riduzione della larghezza di banda** e quindi una riduzione della velocità di risposta del chip, portando d'altra parte ad una **maggior stabilità**.
Non dobbiamo infatti dimenticare che gli OPAMP possiedono delle capacità interne parassite che limitano la loro banda, rendendola di tipo passa-basso; lo studio appena effettuato è stato invece condotto considerando gli OPAMP a banda infinita per evidenziare il ruolo chiave del condensatore C_C: considerando anche queste non idealità scopriremmo che il nostro chip possiede una risposta di tipo passa-basso del secondo ordine, ed aumentare C_C comporta quindi un **aumento del margine di fase** che si traduce in un aumento di stabilità per il circuito.

Sebbene ω_o sembri risultare dipendente solo da C_c e da I_2 non dobbiamo dimenticare le numerose non idealità che non abbiamo considerato nel caso precedente; i bjt, ad esempio, riducono il proprio valore di amplificazione per segnali ad alta frequenza: la frequenza di taglio alla quale l'amplificazione offerta comincia a diminuire è direttamente proporzionale alla corrente di polarizzazione che attraversa il collettore; nel nostro caso, quindi, un incremento di I_1 o di I_2 comporterebbe una **variazione nella frequenza di taglio legata all'amplificazione offerta dai due bjt**.
Quest'ultima considerazione non può essere ad ogni modo dimostrata utilizzando il modello ai piccoli segnali riportato precedentemente, bensì tramite il **modello ad alta frequenza di Giacoletto** il quale arrichisce quello riportato in figura 5.1 con due capacità parassite generate dalle giunzioni pn che realizzano il componente, non più trascurabili ad alta frequenza; inoltre, anche l'OPAMP presenta delle capacità parassite d'ingresso[1] le quali influiscono ulteriormente sulle prestazioni del circuito.

[1]dovute alla presenza dei condensatori MOS appartenenti ai componenti che realizzano lo stadio d'ingresso.

Sia per il LOG101 che per il LOG104 vengono allora riportati, nei rispettivi datasheet, dei possibili valori da utilizzare per il condensatore C_C in modo da poter ottenere il miglior compromesso possibile fra stabilità, velocità di risposta e minor distorsione possibile in funzione dei valori che possono assumere le due correnti d'ingresso.



(a) (b)

Figura 5.3: Valore consigliato per il condensatore C_c in funzione di I_1 e I_2 (a); pulsazione di taglio ω_o in funzione del condensatore C_C e delle correnti d'ingresso I_1 e I_2 (b).

In figura 5.3 (a) viene illustrato come scegliere il condensatore C_C: in base alle applicazioni, in funzione del minimo e del massimo valore che possono assumere rispettivamente I_1 e I_2 viene suggerito il valore di C_C da utilizzare.
In figura 5.3 (b) viene invece riportato il valore di frequenza al quale andrà a porsi la relativa frequenza di taglio riferita alla risposta in frequenza calcolata precedentemente, questa volta espressa in funzione di entrambe le correnti d'ingresso e del condensatore di compensazione appena scelto.
Seguendo quindi queste indicazioni possiamo ottenere le **migliori prestazioni possibili** dai relativi due circuiti integrati in esame.

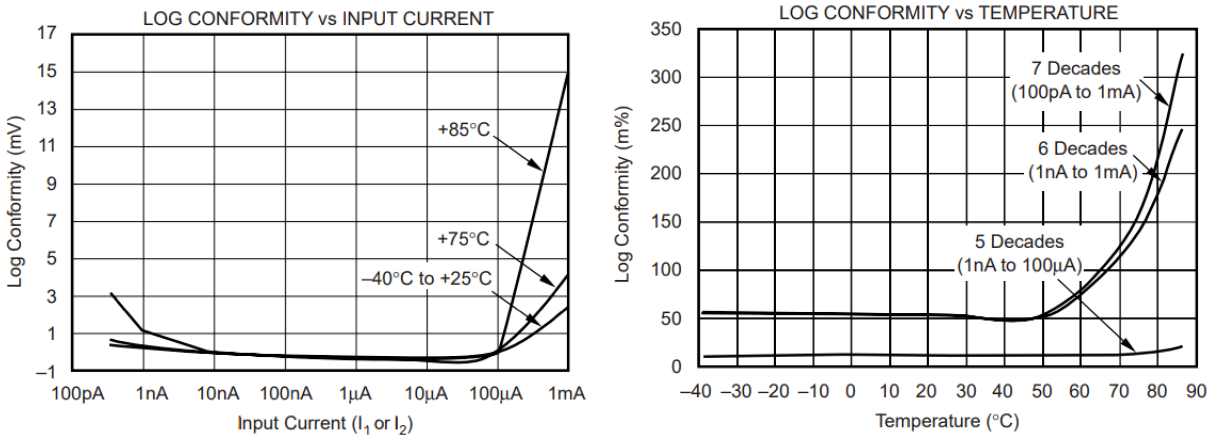
6

Funzionamento non ideale ed errori ammissibili

Come ben noto, il funzionamento di qualsiasi dispositivo materiale non seguirà mai perfettamente le aspettative previste durante una progettazione basata nel caso ideale: il funzionamento ideale dei circuiti in esame descritto in precedenza tende allo stesso modo a subire variazioni da parte di alcuni fattori che possono palesarsi nella pratica: **variazioni di temperatura, rumore termico, offset** e quant'altro possono produrre una certa differenza fra le aspettative del funzionamento ideale rispetto a quello reale.
Per poter approfondire la reale risposta generata dal LOG101 o del LOG104 rispetto a quella ideale precedentemente ricavata andiamo a delineare alcuni aspetti teorici necessari ad una completa comprensione dell'argomento.

Introduciamo allora il concetto di **Conformità Logaritmica**: quest'ultima viene definita come la *differenza fra il valore di output realmente ottenuto e quello predetto dalla caratteristica ingresso-uscita del sistema*.
Rappresentando questa grandezza su un grafico semilogaritmico ponendo l'errore commesso (espresso in $[mV]$ o in $[m\%]$) nelle ordinate ed il rapporto delle due correnti di input nelle ascisse potremmo aspettarci di ottenere, almeno idealmente, una retta orizzontale che percorre l'intero grafico: un risultato del genere ci permetterebbe di concludere che l'errore presente in uscita risulta indipendente dai valori di corrente scelti per l'input.
Ovviamente questo non è possibile: come visto nei capitoli precedenti, infatti,

le intensità di corrente presenti e la loro differenza agiscono attivamente sul guadagno totale del circuito, sui tempi di risposta, sul riscaldamento dei componenti e quindi anche sulla transcaratteristica.
L'errore di conformità logaritmica può essere considerato come un **errore intrinseco nella definizione della funzione logaritmo**: per questo motivo la sua presenza non può essere compensata o eliminata, risultando quindi indipendente da possibili calibrazioni utilizzate all'interno del circuito.



(a) (b)

Figura 6.1: Conformità logaritmica espressa in $[mV]$ in funzione del valore di intensità di una delle due correnti in input (a) ed espressa in $[m\%]$ in funzione della temperatura (b).

In figura 6.1 (a) è visibile quanto appena esposto: una qualsiasi corrente di input di valore compreso all'incirca fra i 10 $[nA]$ ed i 100 $[\mu A]$ non altera quasi per niente il valore atteso dell'output, riportando infatti un errore pari a $\sim 0[mV]$.
Al contrario, **correnti troppo piccole** rendono meno trascurabili le correnti di bias presenti oltre che abbassare troppo i guadagni dei bjt: l'errore presente in output sale infatti a qualche $[mV]$; **correnti troppo elevate** alterano a loro volta in modo troppo evidente il punto di lavoro dei bjt (sia interni che esterni agli OPAMP) rendendo ulteriormente il valore di tensione presente in output dipendente dalla temperatura in maniera più che evidente.

In figura 6.1 (b) possiamo invece osservare l'errore di conformità logaritmica commesso espresso in $[m\%]$ in funzione della temperatura, relazionato inoltre alla distanza, espressa in decadi, fra i valori posseduti da I_1 e I_2.

In figura osserviamo infatti che, come già suggerito in precedenza, se le due correnti di input dovessero distare all'incirca 5 decadi di intensità l'errore commesso sarebbe praticamente nullo e quasi indipendente dalla temperatura; già con 6 decadi di distanza notiamo invece come sia presente in uscita un errore di $\sim 50\ [m\%]$ rispetto a quello ideale per temperature inferiori ai $50°C$, aumentando sempre più in base all'aumento della temperatura ed alla distanza fra i valori posseduti dalle due correnti.

L'errore di conformità logaritmica espressa in $[V]$ può essere calcolata tramite la seguente relazione:

$$Err_{V_{out}} = k \cdot 2 \cdot N \cdot m\ [V] \tag{6.1}$$

dove $k = 1\ [\frac{V}{dec}]$ per il LOG101 e $k = 0.5\ [\frac{V}{dec}]$ per il LOG104; N rappresenta l'errore di conformità logaritmica commesso espresso in percentuale mentre m $[dec]$ rappresenta la distanza in decadi fra i due segnali di input.

In base al grafico di figura 6.1 (b) possiamo concludere che, ad esempio, usando correnti di input distanti fra loro 5 decadi di corrente compiamo un errore di $\sim 10\ [m\%]$ rispetto all'output atteso, per cui $N = 10\ [m\%]$ ed $m = 5\ [dec]$ da cui $Err_{V_{out}} \simeq 1\ [mV]$ per quanto riguarda il LOG101.

Considerando le **principali componenti d'errore** influenti nel LOG101 e nel LOG104 possiamo ora ricavare una formula generica che possa quantificare il massimo errore commettibile dai due circuiti in esame per poter prevedere il più possibile il reale valore presente in output.
Possiamo allora aggiungere alla funzione di trasferimento ideale 2.1 i principali parametri non ideali che agiscono sui due integrati, supponendo di utilizzare dei **generatori di corrente esterni**:

$$V_{Out} = k \cdot (1 \pm \Delta G) \cdot \log\left(\frac{I_1 - I_{B1}}{I_2 - I_{B2}}\right) \pm Err_{Vout} \pm V_{OSO}\ [V] \tag{6.2}$$

dove k rappresenta il solito *guadagano ideale* pari ad 1 $[V]$ per il LOG101 e 0.5 $[V]$ per il LOG104.
Le nuove componenti d'errore sono:

- l'errore di guadagno $(1 \pm \Delta G)$; nel caso ideale $\Delta G = 0$.
- Le correnti di bias I_{B1} e I_{B2}; in caso di OPAMP ideale avrei $I_{B1} = 0\,[A]\ e\ I_{B2} = 0\,[A]$.
- L'errore di conformità logaritmica Err_{Vout} analizzata in precedenza; nel caso ideale $Err_{Vout} = 0\,[V]\ \forall I_1, I_2$.
- L'offset di output del secondo OPAMP V_{OSO} , nullo nel caso ideale.

L'errore di guadagno ΔG deriva, come già mostrato nel capitolo precedente, dal fatto che i valori di corrente di input utilizzati modificano leggermente il guadagno dei due circuiti.
Le correnti di bias presenti nell'equazione si riferiscono ovviamente a quelle presenti negli ingressi invertenti dei due OPAMP, dal momento che quelli non invertenti sono collegati a massa.
L'offset di output del secondo OPAMP ($A2$) fa invece parte delle non idealità di quest'ultimo; la sua presenza è data dal fatto che l'amplificazione prodotta da A2 non è infinita e per cui le non idealità dello stadio d'uscita dello stesso non possono essere trascurate.

Osserviamo che nella formula precedente **non compaiono né l'offset di tensione di input dei due OPAMP né quello di output di A1**: i primi non sono stati considerati perché abbiamo ipotizzato di utilizzare dei generatori di corrente esterni e per cui, per quanto detto in precedenza, il valore di corrente entrante

non è condizionato dalla presenza di queste due non idealità, a differenza di quando si utilizzano dei generatori di tensione esterni seguiti da resistenze.
L'offset di tensione di uscita del primo OPAMP, invece, non viene riportato in quanto non compare effettivamente in nessuna equazione alle maglie stilabile per studiare il circuito: la presenza di non idealità in output di A1 non influenza il funzionamento del circuito in quanto il suo unico scopo risulta essere quello di assorbire le correnti erogate dagli emettitori dei due bjt: **il valore di tensione prodotto da A1 stabilizzerà di conseguenza il circuito anche in funzione di eventuali non idealità presenti**.
L'equazione alle maglie $V_{R_1} - V_{BE1} + V_{BE2} = 0$ riferita alla figura 2.3 resta quindi ancora valida; V_{R_1} è però espressa in funzione del valore di uscita dell'integrato il quale dipende a sua volta dal valore presente in output di A2: ecco perché compare, allora, solo quest'ultimo termine V_{OSO}.

Proviamo ora a farci un'idea circa l'influenza di queste non idealità provando a **quantificare l'errore prodotto** da queste ultime.
Nelle figure 6.2 e 6.3 vengono riportate due tabelle consultabili all'interno dei datasheet del LOG101 e del LOG104 le quali riportano i tipici valori posseduti dalle non idealità di questi ultimi.
I seguenti valori sono stati misurati alimentando gli integrati con ± 5 $[V]$ e gestendo un carico pari a $R_L = 10$ $[k\Omega]$ alla temperatura ambiente di $25°C$.

PARAMETER	CONDITION	LOG101AID MIN	LOG101AID TYP	LOG101AID MAX	UNITS
CORE LOG FUNCTION					
I_{IN}/V_{OUT} Equation			$V_O = (1V) \cdot \log (I_1/I_2)$		V
LOG CONFORMITY ERROR(1)					
Initial	1nA to 100µA (5 decades)		0.01	0.2	%
	100pA to 3.5mA (7.5 decades)		0.06		%
over Temperature	**1nA to 100µA (5 decades)**		0.0001		**%/°C**
	100pA to 3.5mA (7.5 decades)(2)		0.0005		**%/°C**
GAIN(3)					
Initial Value	1nA to 100µA		1		V/decade
Gain Error	1nA to 100µA		0.15	±1	%
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**0.003**	**0.01**	**%/°C**
INPUT, A1 and A2					
Offset Voltage			±0.3	±1.5	mV
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**±2**		**µV/°C**
vs Power Supply (PSRR)	V_S = ±4.5V to ±18V		5	50	µV/V
Input Bias Current			±5		pA
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**Doubles Every 10°C**		
Voltage Noise	f = 10Hz to 10kHz		3		µVrms
	f = 1kHz		30		nV/√Hz
Current Noise	f = 1kHz		4		fA/√Hz
Common-Mode Voltage Range (Positive)		(V+) – 2	(V+) – 1.5		V
(Negative)		(V–) + 2	(V–) + 1.2		V
Common-Mode Rejection Ratio (CMRR)			105		dB
OUTPUT, A2 (V_{OUT})					
Output Offset, V_{OSO}, Initial			±3	±15	mV
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**±2**		**µV/°C**
Full-Scale Output (FSO)	V_S = ±5V	(V–) + 1.2		(V+) – 1.5	V
Short-Circuit Current			±18		mA

Figura 6.2: Tabella riportata nel datasheet del LOG101.

PARAMETER	CONDITION	LOG104AID MIN	LOG104AID TYP	LOG104AID MAX	UNITS
CORE LOG FUNCTION					
I_{IN}/V_{OUT} Equation			$V_O = (0.5V)\log (I_1/I_2)$		V
LOG CONFORMITY ERROR(1)					
Initial	1nA to 100µA (5 decades)		0.01	0.2	%
	100pA to 3.5mA (7.5 decades)		0.06		%
over Temperature	**1nA to 100µA (5 decades)**		0.0001		**%/°C**
	100pA to 3.5mA (7.5 decades)(2)		0.0005		**%/°C**
GAIN(3)					
Initial Value	1nA to 100µA		0.5		V/decade
Gain Error	1nA to 100µA		0.15	±1	%
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**0.003**	**0.01**	**%/°C**
INPUT, A1 and A2					
Offset Voltage			±0.3	±1.5	mV
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**±2**		**µV/°C**
vs Power Supply (PSRR)	V_S = ±4.5V to ±18V		5	50	µV/V
Input Bias Current			±5		pA
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**Doubles Every 10°C**		
Voltage Noise	f = 10Hz to 10kHz		3		µVrms
	f = 1kHz		30		nV/√Hz
Current Noise	f = 1kHz		4		fA/√Hz
Common-Mode Voltage Range (Positive)		(V+) – 2	(V+) – 1.5		V
(Negative)		(V–) + 2	(V–) + 1.2		V
Common-Mode Rejection Ratio (CMRR)			105		dB
OUTPUT, A2 (V_{OUT})					
Output Offset, V_{OSO}, Initial			±3	±15	mV
vs Temperature	**T_{MIN} to T_{MAX}**		**±2**		**µV/°C**
Full-Scale Output (FSO)	V_S = ±5V	(V–) + 1.2		(V+) – 1.5	V
Short-Circuit Current			±18		mA

Figura 6.3: Tabella riportata nel datasheet del LOG104.

Notiamo che per entrambi i circuiti integrati **possiamo assumere mediamente**:

- $\Delta G \sim 0.15\%$;
- $I_{B1} \sim I_{B2} \sim 5\,[pA]$;
- $N \sim 0.01\%$ per $n = 5\,[dec]$, termine presente nel calcolo dell'errore di conformità logaritmica.

Calcoliamo ora l'errore prodotto dai circuiti in esame nel caso in cui, ad esempio, $I_1 = 100\,[\mu A]$ e $I_2 = 1\,[nA]$.

I segnali di input distano fra loro 5 decadi per cui $n = 5\,[dec]$;
scriviamo allora per quanto riguarda il **LOG101**:

$$V_{Out} = 1{\cdot}(1{\pm}0.0015){\cdot}\log\left(\frac{100\cdot 10^{-6} - 5\cdot 10^{-12}}{10^{-9} - 5\cdot 10^{-12}}\right) \pm 2{\cdot}0.0001{\cdot}5 \pm 3{\cdot}10^{-3} = 5.01368\,[V]$$

da cui:

$$Err_{Assoluto} = 0.01368\,[V]$$

$$Err_{Relativo}\% = \frac{0.002736}{5}\cdot 100 \sim 0.27\% \tag{6.3}$$

Per il **LOG104** scriviamo allo stesso modo:

$$V_{Out} = 0.5{\cdot}(1{\pm}0.0015){\cdot}\log\left(\frac{100\cdot 10^{-6} - 5\cdot 10^{-12}}{10^{-9} - 5\cdot 10^{-12}}\right) \pm 0.0001{\cdot}5 \pm 3{\cdot}10^{-3} = 2.50834\,[V]$$

da cui:

$$Err_{Assoluto} = 0.00834\,[V]$$

$$Err_{Relativo}\% = \frac{0.00834}{2.5}\cdot 100 \sim 0.33\% \tag{6.4}$$

L'equazione 6.2 è stata ricavata supponendo di utilizzare dei **generatori di corrente esterni** per generare le correnti di input.
Se le correnti I_1 e I_2 dovessero invece essere generate tramite un **generatore di tensione** posto in serie ad una resistenza dovremmo allora modificare l'equazione 6.2 tenendo conto della presenza degli **offset di tensione di ingresso degli operazionali** di cui abbiamo parlato in precedenza.
Scriviamo allora:

$$V_{Out} = k \cdot (1 \pm \Delta G) \cdot \log\left(\frac{\frac{V_{IN_1}}{R_1} \pm \frac{V_{OS_1}}{R_1} - I_{B1}}{\frac{V_{IN_2}}{R_2} \pm \frac{V_{OS_2}}{R_2} - I_{B2}}\right) \pm Err_{Vout} \pm V_{OSO}\ [V] \tag{6.5}$$

dove V_{IN_1} e V_{IN_2} rappresentano i generatori di tensione usati esternamente mentre R_1 ed R_2 rappresentano le rispettive resistenze utilizzate in serie a questi ultimi; V_{OS_1} e V_{OS_2} rappresentano invece i due offset di tensione presenti in ingresso agli OPAMP.

Per fare un esempio, *basandoci sulla figura* 4.5 e ricordando la presenza della corrente di bias I_{B^-} al pin invertente potremmo scrivere:

$$I_{REF} = \frac{V_{REF} - V_{OS}}{R_3} - I_{B^-} = \frac{V_{REF}}{R_3} - \frac{V_{OS}}{R_3} - I_{B^-}$$

Confrontando la relazione 6.5 con la precedente equazione possiamo subito renderci conto che quest'ultima rappresenta il numeratore dell'argomento del logaritmo contenuto nella 6.5 dal momento che, in riferimento alla figura 4.5, I_{REF} scorre nel pin n.1.

7 Ultime considerazioni

7.1 LOG101 vs LOG104: confronto e conclusioni

Avendo analizzato interamente i due circuiti integrati in questione possiamo ora trarre alcune conclusioni in merito:

- possiedono le **stesse prestazioni**;
- **possono svolgere le stesse applicazioni**; in alcune può comunque risultare più comodo l'uso di uno piuttosto che dell'altro.

I due circuiti integrati si sono rivelati essenziali per una moltitudine di applicazioni grazie alla loro **elevata versatilità**: l'aggiunta di circuiti di condizionamento esterni li rende utilizzabili per un vasto range di valori di correnti d'ingresso, perfino di segno negativo.
I due differiscono solamente per i valori assunti internamente dal termistore $R_1(T)$ e dalla resistenza R_2 e questo dona loro le *stesse prestazioni in termini di errore e precisione*.

7.2 Bibliografia, Sitografia e riferimenti

- Richard C. Jaeger, Travis N. Blalock, (a cura di) Bardella P. *Microelettronica*, Milano, McGraw-Hill Companies, 2018.
- Daniel H. Sheingold, *Nonlinear circuits handbook:designing with analog function modules and IC'S / by the engineering staff of Analog Devices*, Norwood, Massachusetts, 1976.
- immagini e fonti prese dai *datasheet* della "Burr-Brown Products from Texas Instruments", 2004.
- MolecularDevices,2022, *Absorbance*, https://www.moleculardevices.com/technology/absorbance#overview.
- Prof. Limiti E., dispensa "*IL BJT AD ALTA FREQUENZA*",Università degli Studi di Roma Tor Vergata.
- Prof Rossetto L. , dispensa "*Struttura degli amplificatori elettronici*", Università degli Studi di Padova, 2021.
- immagini prese da "*Differenza tra densità ottica e assorbanza*", Sawakinome, https://it.sawakinome.com/articles/analytical-chemistry/difference-between-optical-density-and-absorbance.html.