

Indice

Introduzione	1
1 Stato dell'arte	3
1.1 Space Division Multiplexing	3
1.2 Fibre Few-mode	5
2 Cenni teorici	9
2.1 Teoria modale	9
2.2 Analisi delle perturbazioni in una fibra	11
3 Tecniche e analisi effettuate	13
3.1 Tecnica S^2	13
3.2 Stima dell'orientazione	15
3.3 Verifica delle prove effettuate	17
4 Strumenti utilizzati e misurazioni compiute	19
5 Risultati ottenuti	23
Commenti e conclusioni	35

Introduzione

La società odierna, definita non a caso “società dell’informazione”, si è evoluta negli ultimi decenni in seguito a una rapido miglioramento delle tecnologie, dandoci la possibilità di uno scambio immediato di informazioni in qualsiasi luogo del mondo. Uno degli strumenti fondamentali che ha permesso tutto questo è stato l’utilizzo delle fibre ottiche che oggi formano l’ossatura che sostiene la rete di telecomunicazioni mondiale.

A sua volta questa evoluzione è diventata la spinta verso il miglioramento delle tecnologie che hanno dato lo slancio iniziale. Da diversi anni, infatti, la quantità di informazioni che necessitano di essere trasmesse sta aumentando esponenzialmente; per questo motivo la ricerca è costantemente impegnata nell’intento di sfruttare nel miglior modo possibile le fibre ottiche incanalando la maggior quantità possibile di trasmissioni, aumentandone la capacità. Finora, tecniche di trasmissione come la multiplazione in lunghezza d’onda e in polarizzazione e la modulazione QAM hanno portato la possibilità di trasmettere su una singola fibra monomodale fino a decine di Tb/s. Questo limite non è però sufficiente. Per riuscire a sostenere, infatti, le comunicazioni degli anni futuri ad un costo accettabile, si stanno sperimentando nuovi metodi per superare questa soglia.

Una di queste vie è la Space Division Multiplexing (SDM), la multiplazione spaziale. In particolare, una tipologia di SDM che dà buone prospettive per il futuro è la Mode Division Multiplexing, ovvero la multiplazione sui modi che si propagano sulla fibra. Ogni modo può diventare infatti un canale indipendente trasmettendo le proprie informazioni. Il problema principale di questa tecnica è l’inevitabile interferenza che si genera tra i modi, che causa maggiore probabilità di errore. Questo tipo di trasmissione porta con sé quindi numerose sfide e problematiche da risolvere, ma raggiungere l’obiettivo produrrebbe notevoli miglioramenti, per questo motivo molti sforzi stanno andando in questa direzione. Lo scopo di questa tesi è quello di analizzare la fase iniziale del percorso che porta verso questa tecnologia. Le analisi effettuate si basano infatti principalmente sulla tecnica definita S^2 (Spatially and Spectrally resolved imaging) che permette di visualizzare e studiare i modi che si propagano nella fibra. Come si può facilmente intuire, una corretta visualizzazione dei modi è la base di una trasmissione che si fonda su di essi. La tecnica è stata testata prima su una fibra multimodale e poi su una fibra few-mode, una tipologia di fibra le cui caratteristiche dovrebbero facilitare il tipo di trasmissione a cui si vuole arrivare.

Una volta visualizzati i modi se ne sono studiati i cambiamenti al variare delle condizioni

fisiche della fibra, in particolare per capire come essi cambiano al variare della torsione della stessa. La tesi si sviluppa come segue:

- Nel capitolo 1 viene descritto lo stato dell'arte relativo alle tecnologie sulla trasmissione SDM e sulle fibre few-mode;
- Nel capitolo 2 vengono esposte le principali conoscenze teoriche necessarie per comprendere le analisi successive;
- Nel capitolo 3 vengono presentate le tecniche utilizzate per l'analisi dei dati;
- Nel capitolo 4 viene descritto il lavoro effettuato sul banco, con le caratteristiche degli strumenti utilizzati;
- Nel capitolo 5 vengono presentati i risultati ottenuti dalle prove;
- Nel capitolo 6 vengono commentati i risultati e, a partire da essi, considerate le prospettive future.

1 Stato dell'arte

In questo capitolo viene presentato lo stato dell'arte riguardo le trasmissioni SDM e le fibre few-mode.

1.1 Space Division Multiplexing

La crescita esponenziale della domanda di traffico da supportare sulla rete mondiale ha portato alla necessità di aumentare il più possibile la quantità di informazione trasportabile su una singola fibra. Come si vede dal grafico riportato in figura 1.1 il trend di crescita della capacità di una singola fibra fino ad oggi è cresciuta linearmente nel tempo, il che comunque non è stato sufficiente a tenere il passo con la domanda, portando a dover creare e installare nuovi cavi con un numero maggiore di fibre [2].

Il nuovo passo verso cui ci si sta dirigendo è quello di implementare la Space Division Multiplexing (SDM), ovvero la moltiplicazione a divisione di spazio. Sotto questa denominazione si raggruppano due diverse categorie che in realtà sono piuttosto diverse tra loro [1]: da una parte la trasmissione su Fibre Multicore (MCF), ovvero su fibre in cui sono presenti più nuclei, in maniera da poter utilizzare ciascuno di essi come canale indipendente; e la trasmissione Mode Division Multiplexing (MDM), in cui i canali ortogonali tra loro non sono altro che i modi del campo elettromagnetico sulla fibra.

L'utilizzo delle fibre multicore è la maniera più intuitiva di utilizzare lo SDM, infatti questa tecnologia si trova già ad un livello avanzato di sperimentazione [2]. In questo caso le trasmissioni non interferenti sono create da un array fisicamente distinguibile di nuclei a singolo modo e la diminuzione del livello di interferenza si può ottenere semplicemente aumentando la separazione tra i nuclei. La connessione più lunga finora sperimentata è quella descritta in [4], nella quale è stata utilizzata una fibra con 7 nuclei, ognuno dei quali supportava una trasmissione di 40 canali a 103 Gb/s su una distanza di 6160 km, raggiungendo quindi la capacità di 177 (Pb/s)*km. Ciò che rende però questa tecnologia non ancora economicamente implementabile è la necessità di dover utilizzare strumentazioni apposite, come ad esempio amplificatori EDFA e moltiplicatori in lunghezza d'onda per fibre multicore.

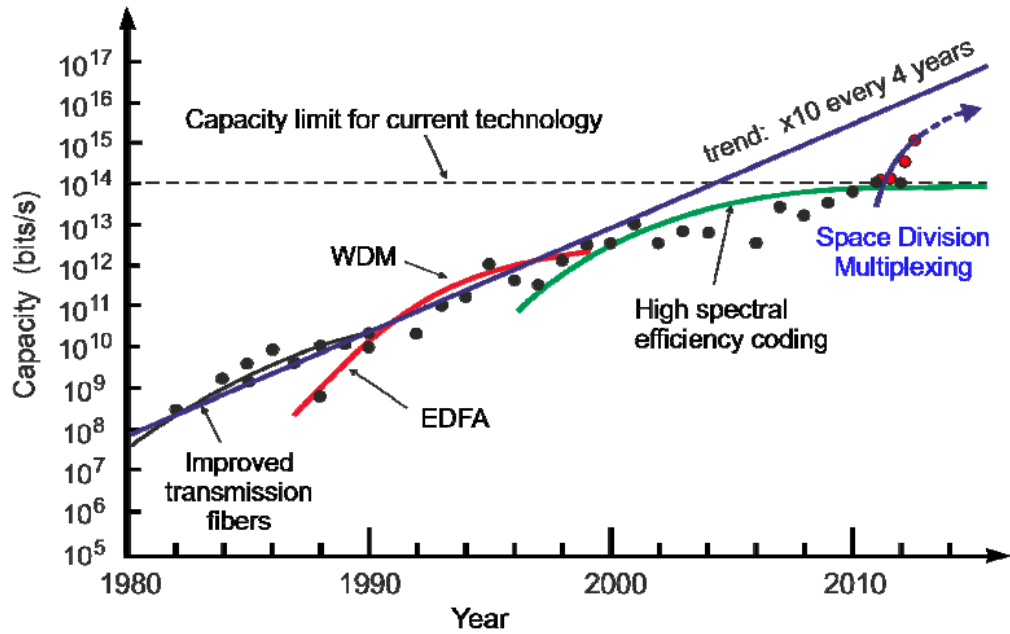


Figura 1.1: Evoluzione della capacità di trasmissione nelle fibre ottiche [3]

L'utilizzo di una trasmissione MDM, invece, necessiterebbe di strumentazioni meno sofisticate in quanto non fa uso di fibre a più nuclei. I canali indipendenti sono infatti creati sfruttando i modi con cui si propaga il campo elettromagnetico all'interno della fibra. E' evidente che questo tipo di trasmissione è però molto più difficoltosa in quanto le interferenze tra i canali sono molto maggiori. Ciò nonostante, diverse trasmissioni sono state testate [5] utilizzando delle fibre multimodali, come riportato nella tabella 1.1.

	Fiber	Bit rate	TX × RX, DD	DSP	MG-MUX
H.R. Stuart, <i>Science</i> , 2000	1 km MMF	100 Mb/s	RF-SC	MIMO	MMF coupler
Schöllmann, Rosenkranz, ECOC 2006, OFC 2007	100 m MMF	3 × 2.5 Gb/s	DD	MIMO	Offset I/O
Tsekrekos, Koonen, <i>Optics Letters</i> 2007	10 m	2 × 2	DD	MIMO	Offset I, optical MG-Demux
Thomsen, OFC 2010	1.1 km GI-MMF	2 × 20 Gb/s	DD	MIMO	MMF coupler
Franz, ECOC 2010	4 km GI-MMF	2 × 4 Gb/s	2 × 4 OFDM	MIMO	Offset I/O
Appaiah, PTL 2011	3 km MMF	12 Gb/s	2 × 2 OFDM	MIMO	MMF coupler
H.S. Chen, Koonen, OFC 2011	20 km GI-MMF	3 × 10 Gb/s	3 × 3 OOK		Offset I/O

DD—Direct detection
 Demux—Demultiplexer
 DSP—Digital signal processing Multiplexing
 ECOC—European Conference on Optical Communication
 GI-MMF—Graded-index MMF
 I/O—Input/output
 MG—Mode group
 MIMO—Multiple input multiple output
 MMF—Multimode fiber

MUX—Multiplexer
 OFC—Optical Fiber Conference
 OFDM—Orthogonal Frequency Division
 OOK—On-off keying
 PTL—Photonics Technology Letters
 RF—Radio frequency
 RX—Receiver
 SC—Sub carrier
 TX—Transceiver

Tabella 1.1: Esperimenti effettuati di trasmissioni MDM [5]

Le trasmissioni che si basano sulla MDM necessitano di una sola strumentazione dedicata: multiplatori/demultiplatori spaziali. Questi strumenti hanno lo scopo di convertire le informazioni provenienti da delle fibre monomodali nel modo con cui l'informazione deve essere trasmessa sulla multimodale e poi combinato con gli altri canali. In figura 1.2 è possibile osservare lo schema di base di questa trasmissione.

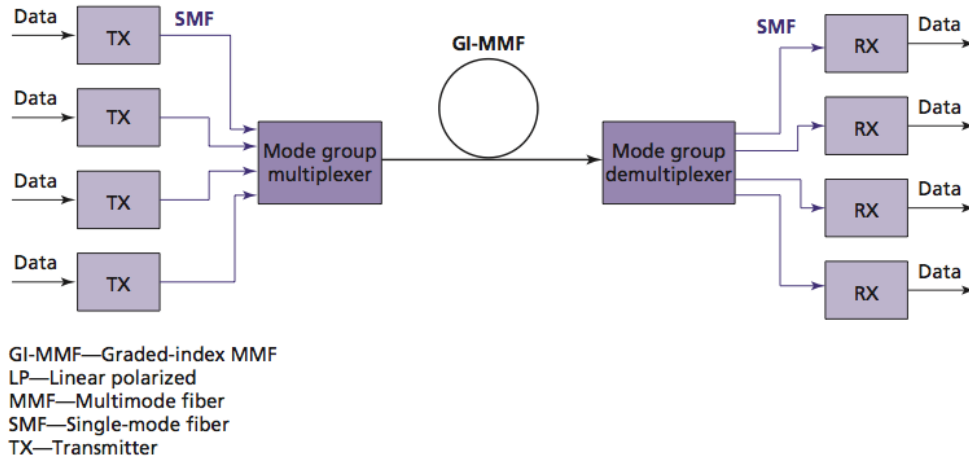


Figura 1.2: Schema di principio di una trasmissione MDM [5]

Una possibilità che invece si sta esplorando solo recentemente è quella della trasmissione MDM tramite fibre a pochi modi. Queste fibre permettono la trasmissione di pochi modi (solitamente due o quattro) a confronto delle decine che vengono trasmesse dalle multimodali. Ciò permette di semplificare la moltiplicazione ma soprattutto di creare una minore interferenza tra i canali e, quindi, un minor errore nella ricezione dei dati. Le fibre few-mode che si stanno ideando e producendo recentemente sono state quindi progettate appositamente con le caratteristiche adatte per questo scopo.

1.2 Fibre Few-mode

Le fibre few-mode sono una tipologia di fibra ancora poco utilizzate ma che presto avranno probabilmente una rapida espansione proprio per essere sfruttate per la trasmissione SDM. La loro caratteristica principale è quella di riuscire a trasmettere pochi modi, solitamente due, quattro o sei modi. I parametri da tenere in considerazione sono però molti e cambiano a seconda dell'utilizzo di destinazione della fibra. A seguire si cercherà di descrivere brevemente quali sono quelle da tenere presente in una trasmissione SDM.

Le fibre few-mode attualmente sono realizzate in due tipologie: a gradiente d'indice, quindi con un indice della fibra che varia in maniera graduale, e a salto d'indice. Ci soffermeremo su quest'ultimo caso, in quanto è il tipo di fibra che è stato utilizzato per i test

effettuati. In [6] vengono analizzati a loro volta due sotto tipi di questo tipo di fibra: a salto singolo o con un profilo d'indice a W. Nel secondo caso, c'è una zona intermedia tra il nucleo e il mantello con un indice di rifrazione più basso, come si può vedere in figura 1.3.

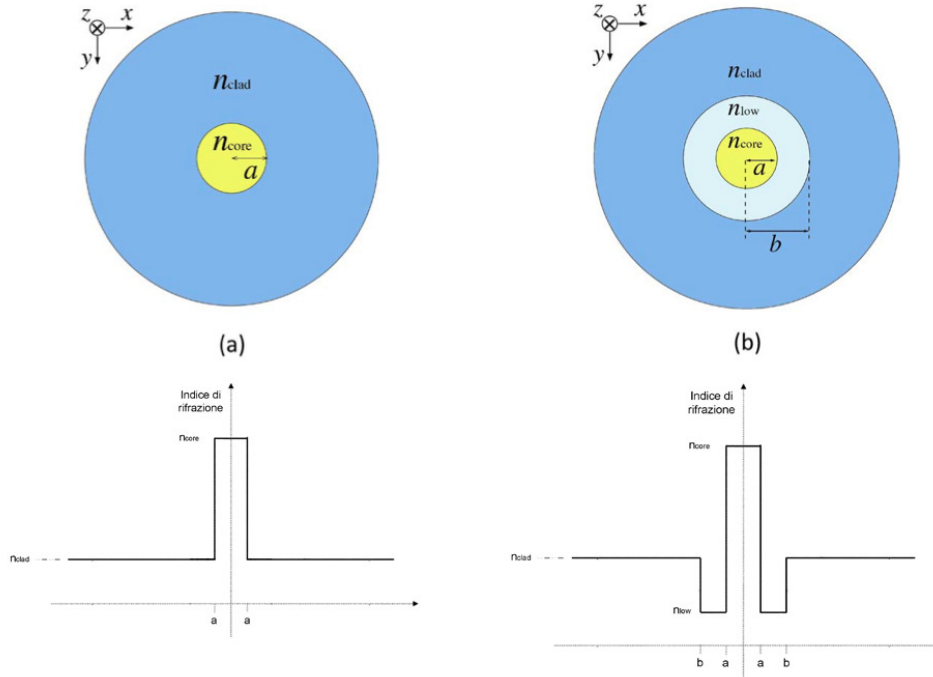


Figura 1.3: Andamento degli indici di rifrazione [6]

I parametri importanti nella caratterizzazione di queste fibre sono: la frequenza di taglio dell'ultimo modo che si vuole si propaghi e quella del primo che si vuole tagliare; il raggio del nucleo; l'area effettiva dei modi che si propagano (più grande è e minore sono gli effetti non lineari); la differenza d'indice effettiva tra modi diversi. Quest'ultima viene definita come il valore dell'indice di rifrazione tale che: $\beta = n_{eff} \frac{2\pi}{\lambda}$ dove β è la costante di fase del modo considerato. Da questo ne discende che aumentando la differenza tra i valori d'indice di rifrazione effettivo tra modi diversi, diminuisce l'interferenza. Vengono inoltre definiti i parametri $\Delta^+ = (n_{core}^2 - n_{clad}^2)/(2n_{core}^2)$ e $\Delta^- = (n_{low}^2 - n_{clad}^2)/(2n_{low}^2)$ (quest'ultimo solo per le fibre con indice a W), utili per progettare le caratteristiche della fibra.

Per semplificare l'analisi, anziché considerare la frequenza di taglio dei modi, si può considerare la loro perdita per curvatura. Per garantire una trasmissione a due modi, è necessario garantire che il modo LP_{21} , che è quello successivo al modo LP_{11} , abbia una perdita maggiore di 1 dB/m a 1530 nm, con un raggio di curvatura di 140 mm. Il modo LP_{11} , che invece si deve propagare, deve avere una perdita inferiore ai 0.5 dB ogni 100 giri a 1625 nm con un raggio di curvatura di 30 mm. In figura 1.4 vengono mostrate queste due soglie al variare del raggio del nucleo della fibra, la zona in cui si deve operare

è quindi quella evidenziata tra le due curve. Nelle figure è inoltre osservabile il relativo valore dell'area effettiva e della differenza di indice: come si nota aumentando l'uno si ottiene la diminuzione dell'altro. A seconda delle esigenze, quindi, sarà necessario in fase di produzione andare a cercare un compromesso tra i due.

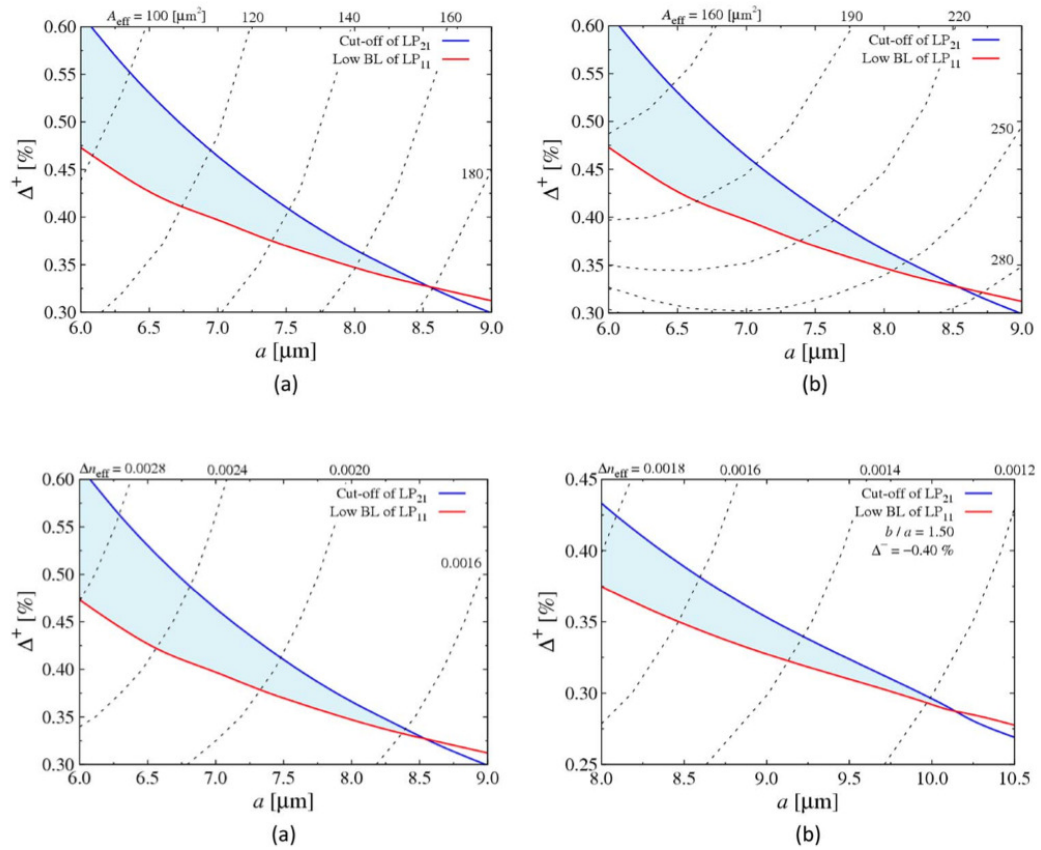


Figura 1.4: Variazione dei parametri di fibre few-mode [6]

2 Cenni teorici

Di seguito vengono espone brevemente le conoscenze teoriche alla base del lavoro svolto.

2.1 Teoria modale

Il campo elettromagnetico che si propaga all'interno della fibra può essere descritto come somma di un numero finito di modi guidati:

$$\bar{E}(\bar{r}) = \sum_{n=1}^N c_n \bar{\mathcal{E}}_n(\bar{r})$$

I modi che si propagano sono classificabili in quattro tipologie diverse: $TE_{0,p}$, $TM_{0,p}$, $HE_{m,p}$ e $EH_{m,p}$. Ovvero, rispettivamente: i modi trasverso elettrico, trasverso magnetico e due modi ibridi, quasi TE e quasi TM. Per semplificare l'analisi si utilizzerà l'approssimazione in guida lieve, che nasce dalla considerazione che $n_{co} \approx n_{cl}$, e quindi che è possibile approssimare la fibra come una zona omogenea e il campo come Trasverso Elettro-Magnetico (TEM). A partire da questa ipotesi si possono definire i modi LP (Linearly Polarized), che sono più semplici da descrivere e che approssimano in maniera ottimale i modi prima descritti. In figura 2.1 si può vedere la frequenza di taglio dei vari modi che si propagano in una fibra multimodale. È bene tenere in mente che utilizzando questa terminologia ogni modo che si propaga è in realtà composto da due o quattro modi degeneri tra loro. Sono due per i modi con ordine azimutale $n = 0$, che presentano una simmetria circolare e quattro per i modi con ordine azimutale $n > 0$.

In figura 2.2 è possibile osservare com'è distribuita l'intensità dei modi del campo all'interno della fibra.

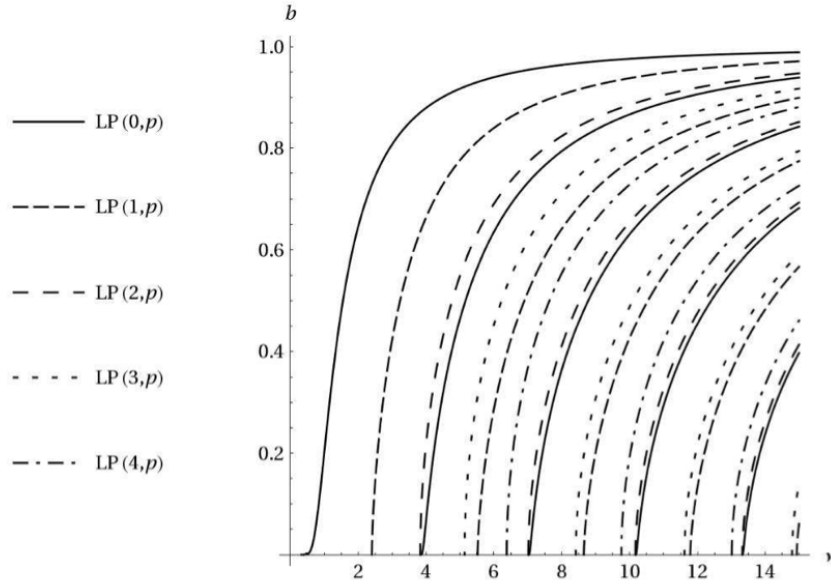


Figura 2.1: Andamento della costante di propagazione dei modi in una fibra multimodale

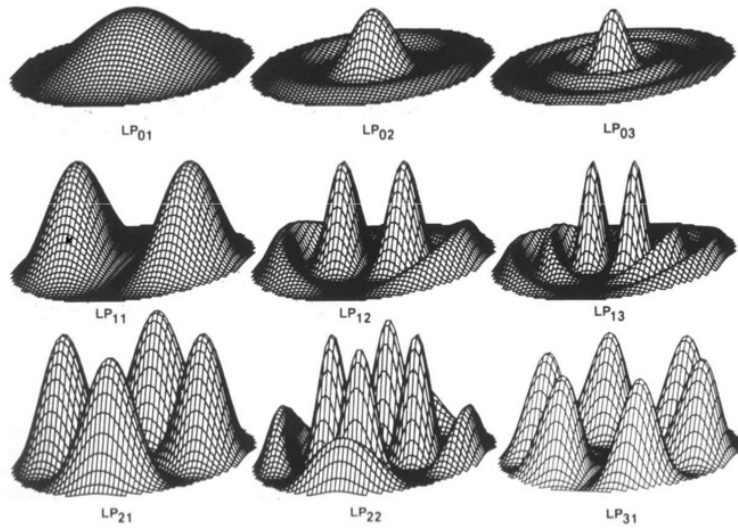


Figura 2.2: Distribuzione nello spazio dell'intensità dei principali modi

Una proprietà del campo elettromagnetico che è bene ricordare perché risulterà essere importante è quella dell'ortogonalità:

$$\int_S \bar{E}_{t,\eta} \times \bar{H}^* \cdot \hat{z} dS = 0$$

che, nel caso dei modi LP, diventa

$$\int_S \bar{E}_{t,\eta} \cdot \bar{E}_{t,\nu}^* dS = 0$$

2.2 Analisi delle perturbazioni in una fibra

Lo studio delle conseguenze causate dalle perturbazioni applicate su una fibra è di fondamentale importanza poiché qualsiasi alterazione che rompe la simmetria di una fibra ottica ideale causa l'accoppiamento di modi diversi. In particolare, considerando il tipo di test che è stato effettuato sulla fibra, si andrà ad esaminare come si modificano i modi in seguito a una torsione della fibra.

Consideriamo il vettore $\bar{c}(z)$ contenente le ampiezze complesse dei modi che si propagano nella fibra. Per fare un'analisi il più possibile generica verranno considerati in maniera disgiunta i modi degeneri che si propagano. Quindi è bene ricordare che se si prendono in considerazione i primi due modi LP, come verrà effettivamente fatto nelle misurazioni, i modi che si propagano sono in realtà sei: i primi due sono l' $\text{HE}_{1,1}^x$ e l' $\text{HE}_{1,1}^y$ e poi i modi $\text{TM}_{0,1}$, $\text{TE}_{0,1}$, $\text{HE}_{2,1}^{\text{even}}$, $\text{HE}_{2,1}^{\text{odd}}$. In questo caso il vettore $\bar{c}(z)$ è composto quindi da sei elementi. Secondo l'analisi proposta in [12], l'evoluzione di \bar{c} lungo z si può esprimere come:

$$\frac{d\bar{c}}{dz} = -j(\bar{\beta} + \bar{K})\bar{c}$$

dove $\bar{\beta}$ è la matrice diagonale con le costanti di propagazione β_i dei modi e \bar{K} è una matrice $N \times N$ (N numero di modi) che rappresenta l'accoppiamento per unità di lunghezza dovuta alla perturbazione. Da [13], ricaviamo che gli elementi di questa matrice possono essere approssimati da:

$$K_{\mu,\nu} = \frac{\omega}{4} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} r \bar{E}_\mu^* \tilde{\epsilon} \bar{E}_\nu d\phi dr$$

dove $\tilde{\epsilon}$ è la matrice 3×3 che rappresenta il tensore dielettrico additivo causato dalla perturbazione. Considerando il caso particolare della torsione di una fibra, quest'ultima matrice può essere espressa come:

$$\tilde{\epsilon} = g\tau\epsilon_0 n_{av}^4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 0 & \cos\phi \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \end{pmatrix}$$

dove τ è la torsione per unità di lunghezza e $g \simeq 0,15$ è un coefficiente elastico-ottico del materiale. Con la matrice $\tilde{\epsilon}$ così definita è possibile calcolare la matrice \bar{K} . Considerando la presenza di sei modi, l'espressione ci porta a:

$$\bar{K} = j\frac{1}{2}g\tau \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

nella quale la sotto-matrice 2×2 in alto a sinistra definisce le trasformazioni nel modo $LP_{0,1}$ e la sotto-matrice 4×4 in basso a destra quelle relative al modo $LP_{1,1}$. In particolare per quanto riguarda quest'ultimo, si deduce che la rotazione del modo avviene in direzione opposta della torsione e che è proporzionale al valore $\frac{1}{2}g\tau$.

Da queste semplici considerazioni ne consegue quindi che in presenza di una torsione di un angolo θ della fibra esiste la relazione:

$$\bar{c}_{out} = \bar{R} \left(\frac{1}{2}g\tau L \right) \bar{c}_0$$

dove \bar{c}_0 sono i coefficienti dei modi all'ingresso della fibra e la matrice $R(\theta)$ è la matrice di rotazione, che viene definita, per modi con ordine azimutale $n = 0$ in cui sono presenti due modi degeneri:

$$\bar{R}_0(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

mentre, per ordine azimutale $n > 0$, in cui sono presenti quattro modi degeneri:

$$\bar{R}_n(\theta) = \begin{pmatrix} \bar{R}_0(\theta) & \bar{0} \\ \bar{0} & \bar{R}_0(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(n\theta)\bar{\sigma}_0 & -\sin(n\theta)\bar{\sigma}_0 \\ \sin(n\theta)\bar{\sigma}_0 & \cos(n\theta)\bar{\sigma}_0 \end{pmatrix}$$

dove $\bar{0}$ è la matrice nulla 2×2 e $\bar{\sigma}_0$ è la matrice identità 2×2 .

3 Tecniche e analisi effettuate

Vengono qui descritte le tecniche applicate per l'analisi dei dati.

3.1 Tecnica S²

La tecnica utilizzata principalmente è la tecnica S² (Spacially and Spectrally resolved imaging), che permette di identificare i modi che si propagano a partire dallo spettro del segnale ricevuto.

Considerando il campo elettrico totale come somma dei modi, $\bar{E}(\bar{r}) = \sum_{n=1}^N c_n \bar{\mathcal{E}}_n(\bar{r})$, ciò che viene rilevato da un fotodiode al termine della fibra è:

$$|\bar{E}_{tot}|^2 = \sum_n |\bar{E}_n|^2 + 2 \sum_{n \neq m} \Re [\bar{E}_n^* \bar{E}_m]$$

Nel caso particolare di due modi, per semplificare l'espressione, si ha che:

$$|\bar{E}_{tot}|^2 = |\bar{E}_{01}|^2 + |\bar{E}_{11}|^2 + 2\Re [\bar{E}_{01}^* \bar{E}_{11}] = |\bar{E}_{01}|^2 + |\bar{E}_{11}|^2 + 2\Re [E_{01}^* E_{11} e^{-j(\beta_{11} - \beta_{01})L}]$$

L'ultimo termine, quello col prodotto misto, è quello che si vuole isolare perché contiene l'informazione completa dei due modi. Il problema nasce dal fatto che, utilizzando un fotodiode per ricevere le informazioni, il valore che si ottiene è l'integrale di quella espressione su tutta la sua superficie e, a causa del teorema dell'ortogonalità, l'ultimo termine è uguale a zero. Così facendo si perdono quindi tutte le informazioni relative ai modi.

La tecnica S², descritta in [4]-[6] si basa su quest'idea: se, anziché considerare l'intensità ricevuta da un solo fotodiode si utilizza una telecamera, in grado di registrare l'informazione pixel per pixel (come se fosse un array di fotodiodi), sarà possibile separare i contributi di ogni modo senza perdere alcuna informazione. Utilizzando una sorgente a banda larga è quindi possibile riuscire a evidenziare il battimento tra il modo fondamentale e quelli secondari. Lo schema di collegamento è mostrato in figura 3.1

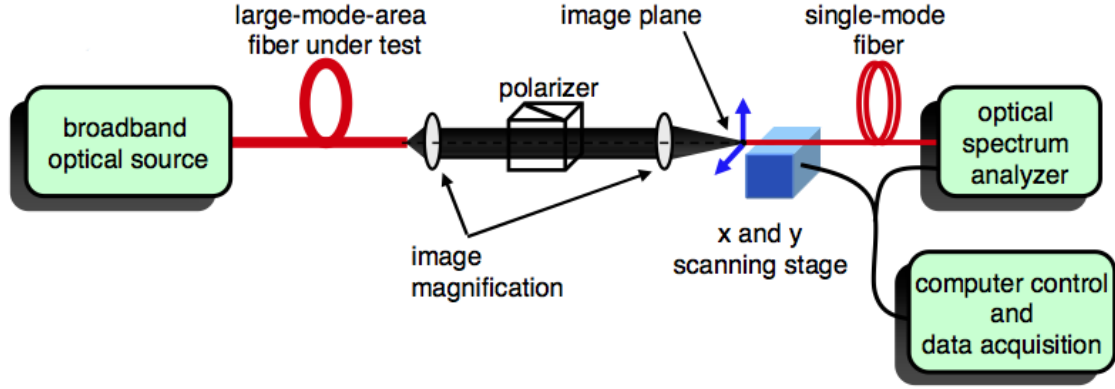


Figura 3.1: Schema di collegamento del metodo S^2 [7]

Chiamando $I(x, y, \omega)$ l'intensità totale ricevuta da un pixel generico alle coordinate (x, y) (figura 3.2 (a)); considerando per semplicità la presenza di due modi (con un numero maggiore l'analisi non cambia) le cui intensità sono $I_1(x, y, \omega)$ e $I_2(x, y, \omega)$ e supponendo che tra loro esista una costante di proporzionalità:

$$I_2(x, y, \omega) = \alpha^2(x, y) I_1(x, y, \omega)$$

allora possiamo scrivere:

$$I(x, y, \omega) = I_1(x, y, \omega) \left[1 + \alpha^2(x, y) + 2\alpha(x, y) \cos(\tau_b \omega) \right]$$

dove τ_b è il periodo della frequenza di battimento dei due modi causata dalla loro velocità di gruppo relativa. La trasformata di Fourier dell'intensità di ogni pixel è, quindi:

$$B(x, y, \tau) = \left[1 + \alpha^2(x, y) \right] B_1(x, y, \tau) + \alpha(x, y) [B_1(x, y, \tau - \tau_b) + B_1(x, y, \tau + \tau_b)]$$

dove $B_1(x, y, \tau) = \mathcal{F}\{I_1(x, y, \omega)\}$ è la trasformata di Fourier dello spettro ottico del singolo modo. Visualizzando la trasformata di Fourier sull'asse dei tempi normalizzata rispetto alla lunghezza totale, è possibile quindi osservare dei picchi dove sono presenti gli istanti di battimento tra modi diversi (figura 3.2 (b)).

Questo è possibile grazie al campionamento in punti diversi dell'intensità ricevuta, altrimenti, se fosse stata presa l'intensità dell'intero fascio, l'interferenza in un punto si sarebbe cancellata con l'interferenza di un altro punto di fase opposta.

Supponendo che la larghezza di banda di B_1 sia molto minore rispetto a τ_b (ovvero che la variazione in frequenza di I_1 sia bassa rispetto alla frequenza di battimento), con un filtro passa-basso si può ottenere l'intensità di I_1 .

Una volta ottenuto I_1 , si può calcolare la funzione

$$J(x, y, \omega) = \frac{I(x, y, \omega) - I_1(x, y, \omega)}{2\sqrt{I_1(x, y, \omega)}}$$

che contiene soltanto le componenti di interferenza tra i due modi.

Filtrando J con un passa-banda all'istante di battimento si ricava quindi il valore di I_2 (figura 3.2 (c)).

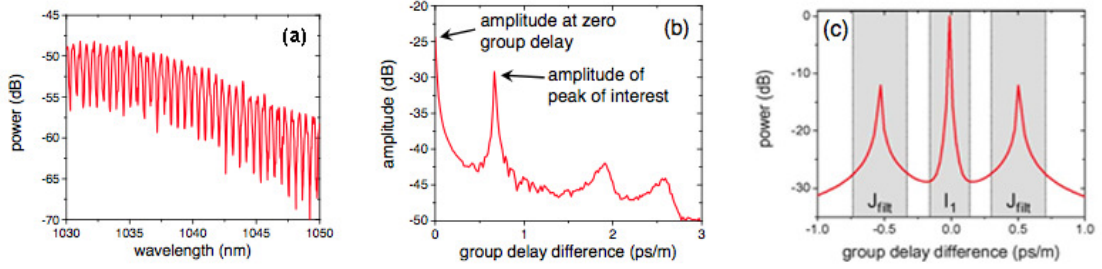


Figura 3.2: Esempi di risultati ottenuti: andamento dell'intensità totale rispetto alla lunghezza d'onda (a) e la sua trasformata (b); bande in cui filtrare per ottenere i modi (c) [8]

3.2 Stima dell'orientazione

A questo punto la necessità è quella di analizzare i modi selezionati. Possiamo esprimere il campo elettrico filtrato nell'istante di battimento come:

$$\bar{E}_{\text{tot}}(r, \phi) = \bar{E}_{0,1}(r) \bar{E}_{1,1}(r, \phi) = \bar{E}_{0,1}(r) f_{1,1}(r, \phi) (c_e \cos(\phi) + c_o \sin(\phi))$$

si vogliono trovare i valori c_e e c_o che corrispondono ai coefficienti del modo pari (scelta sin) e del modo dispari (scelta cos). I coefficienti torneranno utili per il calcolo dell'orientazione del modo e per stimare lo sfasamento tra misurazioni diverse.

I coefficienti della trasformata di Fourier sono proporzionali al valore del campo misurato, quindi se ne calcoliamo l'integrale superficiale moltiplicato per il coseno e quello per il seno otteniamo due valori proporzionali ai coefficienti c_e e c_o .

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} F(r, \phi) r \cos(\phi) d\phi dr = \int_S F(x, y) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy = G \cdot c_e = a_e$$

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} F(r, \phi) r \sin(\phi) d\phi dr = \int_S F(x, y) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy = G \cdot c_o = a_o$$

in quanto gli integrali del prodotto $\cos(\phi) \cdot \sin(\phi)$ sono nulli. Dividendo i due valori è pertanto possibile calcolare modulo e fase del rapporto dei due coefficienti:

$$\frac{a_e}{a_o} = \frac{c_e}{c_o} = \rho e^{j\delta}$$

Inoltre, essendo la potenza in ingresso costante durante la misurazione abbiamo che: $c_e^2 + c_o^2 = 1$, quindi possiamo ottenere: $|G| = \sqrt{a_e^2 + a_o^2}$ da cui si possono calcolare il valore dei due coefficienti a meno di uno sfasamento di π comune ad entrambi.

Per trovare l'orientazione del modo invece è sufficiente calcolare:

$$\alpha = \arctan \left| \frac{c_e}{c_o} \right|$$

Da questi coefficienti è anche possibile calcolare la stima di sfasamento tra due rotazioni successive, infatti, chiamando:

$$\bar{c}_1 = \begin{bmatrix} c_{e,1} \\ c_{o,1} \end{bmatrix} \quad \bar{c}_2 = \begin{bmatrix} c_{e,2} \\ c_{o,2} \end{bmatrix}$$

i coefficienti relativi alle due misurazioni, si ha che è possibile definire i secondi come una rotazione dei primi, ovvero: $\bar{c}_2 = R(\phi) \cdot \bar{c}_1$ con

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$$

matrice di rotazione dell'angolo ϕ . Per trovare quest'angolo basta quindi calcolare per quale suo valore si minimizza la differenza tra le due parti:

$$\min_{\phi} |\bar{c}_2 - R(\phi) \cdot \bar{c}_1|^2 = |\bar{c}_2|^2 + |\bar{c}_1|^2 - 2\Re \{ \bar{c}_2^* R(\phi) \bar{c}_1 \}$$

che equivale a trovare

$$\max_{\phi} \Re \{ \bar{c}_2^* R(\phi) \bar{c}_1 \}$$

Definendo $\bar{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $\bar{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ allora si può scrivere:

$$R(\phi) = \bar{\sigma}_1 \cos(\phi) + \bar{\sigma}_2 \sin(\phi)$$

da cui:

$$\begin{aligned}
& \max_{\phi} \Re \{ \bar{c}_2^* (\bar{\sigma}_1 \cos(\phi) + \bar{\sigma}_2 \sin(\phi)) \bar{c}_1 \} \\
&= \max_{\phi} \Re \{ \bar{c}_2^* (\bar{\sigma}_1 \cos(\phi) + \bar{\sigma}_2 \sin(\phi)) \bar{c}_1 \} \\
&= \max_{\phi} \Re \{ (\bar{c}_2^* \bar{c}_1) \cos(\phi) + (\bar{c}_2^* \bar{\sigma}_2 \bar{c}_1) \sin(\phi) \} \\
&= \max_{\phi} \{ \Re [\bar{c}_2^* \bar{c}_1] \cos(\phi) + \Re [\bar{c}_2^* \bar{\sigma}_2 \bar{c}_1] \sin(\phi) \}
\end{aligned}$$

Per trovare il valore adatto dell'angolo, imponiamo $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$, ovvero:

$$-\Re [\bar{c}_2^* \bar{c}_1] \cos(\phi) + \Re [\bar{c}_2^* \bar{\sigma}_2 \bar{c}_1] \sin(\phi) = 0$$

ottenendo, quindi:

$$\tan(\phi) = \frac{\Re [\bar{c}_2^* \bar{c}_1]}{\Re [\bar{c}_2^* \bar{\sigma}_2 \bar{c}_1]}$$

Da cui si ottiene il valore stimato dell'angolo di rotazione.

3.3 Verifica delle prove effettuate

Dopo una serie di misurazioni con angoli diversi e trovata l'orientazione tramite i calcoli appena descritti, sarà necessario verificare se i risultati ottenuti siano concordi con la teoria presentata. Come espresso nel capitolo 2.2, si ha che i coefficienti in uscita sono legati da quelli in ingresso da: $\bar{c}_{out} = \bar{R} \left(\frac{1}{2} g \tau L \right) \bar{c}_0$

La stessa cosa vale quindi anche per una misurazione successiva, in cui si è variato la torsione della fibra: $\bar{c}_{out,2} = \bar{R} \left(\frac{1}{2} g \tau_2 L \right) \bar{c}_0$.

Da queste espressioni possiamo dunque ricavare che

$$\begin{aligned}
\bar{c}_{out} &= \bar{R} \left(\frac{1}{2} g \tau L \right) \bar{R}^T \left(\frac{1}{2} g \tau_2 L \right) \bar{c}_{out,2} \\
&= \bar{R} \left(\frac{1}{2} g (\tau - \tau_2) L \right) \bar{c}_{out,2}
\end{aligned}$$

Poiché il prodotto τL è l'angolo θ di torsione della fibra, allora possiamo ricavare che lo sfasamento tra modi di misurazione successive è dato da:

$$\phi = \frac{1}{2} g (\theta - \theta_2)$$

da cui

$$g = \frac{2\phi}{(\theta - \theta_2)}$$

Poiché sappiamo che $g \simeq 0,15$, da questo calcolo si potrà controllare la correttezza delle misurazioni e delle analisi effettuate.

4 Strumenti utilizzati e misurazioni compiute

Lo schema di principio che è stato implementato in laboratorio differisce leggermente rispetto a quello descritto nel capitolo 3.1. Anziché usare una sorgente a banda larga in ingresso e un analizzatore di spettro in uscita, è stato utilizzato come sorgente un laser con frequenza regolabile. Lo spettro del segnale è stato ottenuto impostando gli strumenti in maniera da catturare un frame con la telecamera per ogni passo della frequenza del laser.

Gli strumenti utilizzati per le misurazioni sono i seguenti:

- Laser photonetics TUNICS 1550
- Attenuatore variabile EXFO FVA-3100
- Giuntatrice automatica Fujikura FSM-20PMII
- Polarizzatore Physik Instrumente M-037.DDX
- Obiettivo “Epiplan” 50x/0.70
- Telecamera Xenics Xeva-1.7-640

Gli strumenti erano collegati tramite GPIB al PC dal quale era possibile comandarli utilizzando MATLAB.

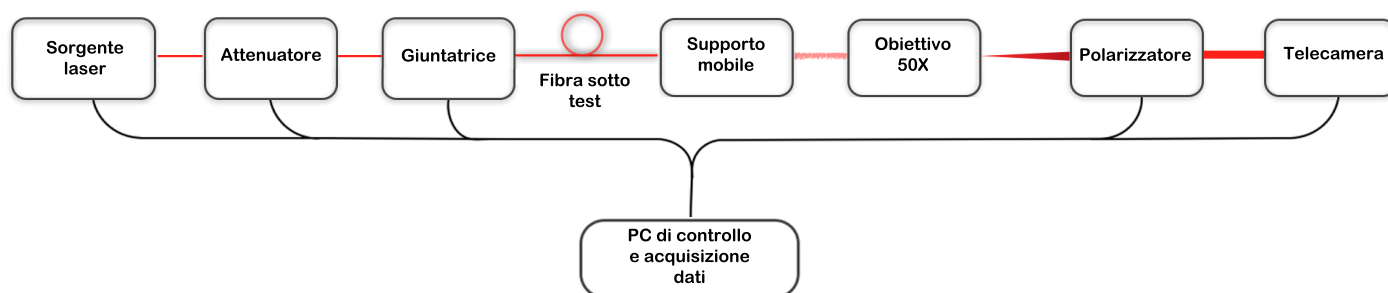


Figura 4.1: Schema di collegamento

Lo schema di collegamento è illustrato in fig.4.1: il segnale proveniente dal laser, opportunamente attenuato, passa dalla fibra monomodale uscente dall'attenuatore alla fibra sotto test tramite la giuntatrice. L'estremità della fibra, tramite opportuni supporti mobili, viene puntato verso l'obiettivo che espande il fascio in uscita, il quale passa attraverso il polarizzatore, ed infine arriva alla telecamera.

Tramite codice MATLAB venivano impostati i parametri degli strumenti e, attraverso un ciclo, comandate le misurazioni decidendo banda e passo delle frequenze. La durata di ogni acquisizione era di circa 10 minuti per 500 frame acquisiti. Per ottenere le misurazioni più accurate sono stati acquisiti fino a 1500 frame con una durata totale di circa 30 minuti.

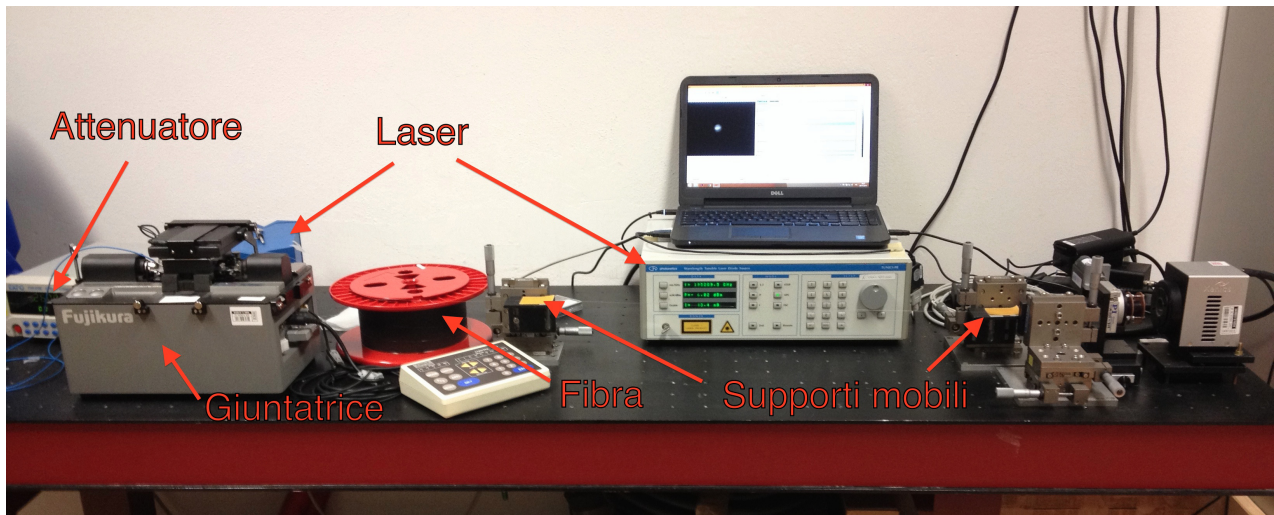


Figura 4.2: Foto del banco di lavoro

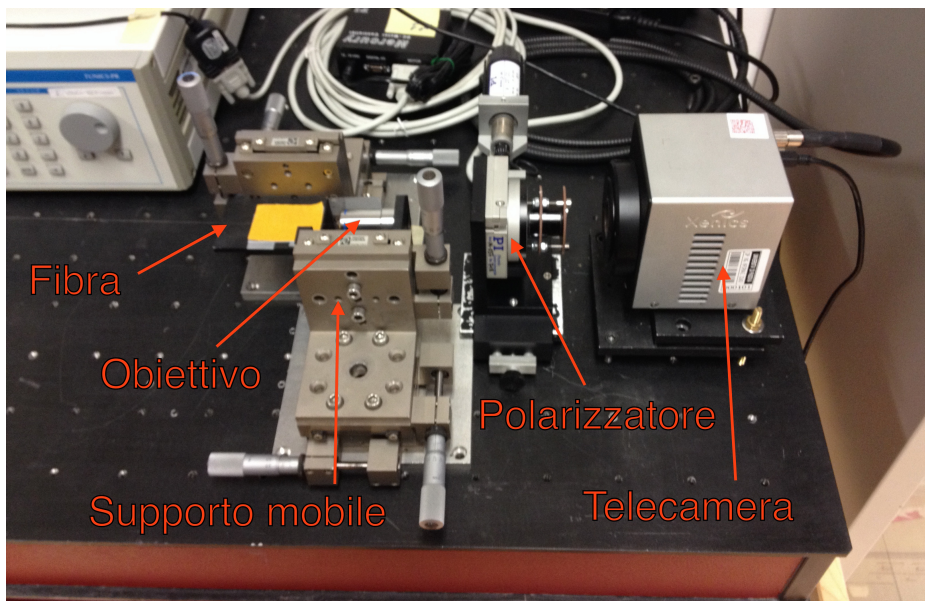


Figura 4.3: Particolare del banco

Sono state testate due fibre di tipo diverso:

- Fibra multimodale 50/125 μm Legacy OM2 Graded-Index
- Fibra two mode step index OFS optics

Sulla fibra multimodale sono state effettuate prove con tratti lunghi 10 e 20 metri, utilizzando una banda di 100 nm con passo di 0,25 nm per la prima e una banda di 40 nm con passo di 0,1 nm per la seconda.

Per la fibra few-mode, invece, è stato testato un tratto lungo 25 metri, utilizzando una banda di 30 nm con un passo di campionamento di 0,02 nm.

Vengono qui riportati i parametri della seconda fibra, in quanto è quella da considerarsi oggetto principale dell'analisi.

Caratteristiche fisiche	
Diametro del mantello (μm)	125 \pm 0.7
Non-circolarità del mantello (%)	< 0.7
Eccentricità del nucleo (%)	< 1.0
Diametro del rivestimento	242 \pm 5
Livello di test	100 kpsi (0.69 GPa)

Proprietà ottiche a 1550 nm	
Differential group delay (ps/m)	LP _{0,1} - LP ₁₁ : 2.1
Dispersione (ps/(nm·km))	LP ₀₁ : 21.1
	LP ₁₁ : 20.7
Dispersione Slope (ps/(nm ² ·km))	LP ₀₁ : 0.065
	LP ₁₁ : 0.060
Diametro del campo del modo (μm)	LP ₀₁ : 15.6
	LP ₁₁ : 13.6
Area effettiva (μm^2)	LP ₀₁ : 215
	LP ₁₁ : 210
Attenuazione dei modi (dB/km)	< 0.22

Tabella 4.1: Caratteristiche della fibra Two ModeStep Index

5 Risultati ottenuti

In questo capitolo vengono riportati i risultati ottenuti dalle misurazioni.

Partendo dagli esiti dei test sulla fibra multimodale, in figura 5.1 viene riportato l'andamento della potenza rilevata da un pixel al variare della lunghezza d'onda. La figura 5.2 è la rispettiva trasformata in cui si possono identificare i picchi relativi al battimento tra i modi. Il primo modo superiore, l' $LP_{1,1}$, ha un ritardo temporale di circa 0.3 ps/m. A seguire si possono individuare i picchi relativi ai battimenti con i modi successivi.

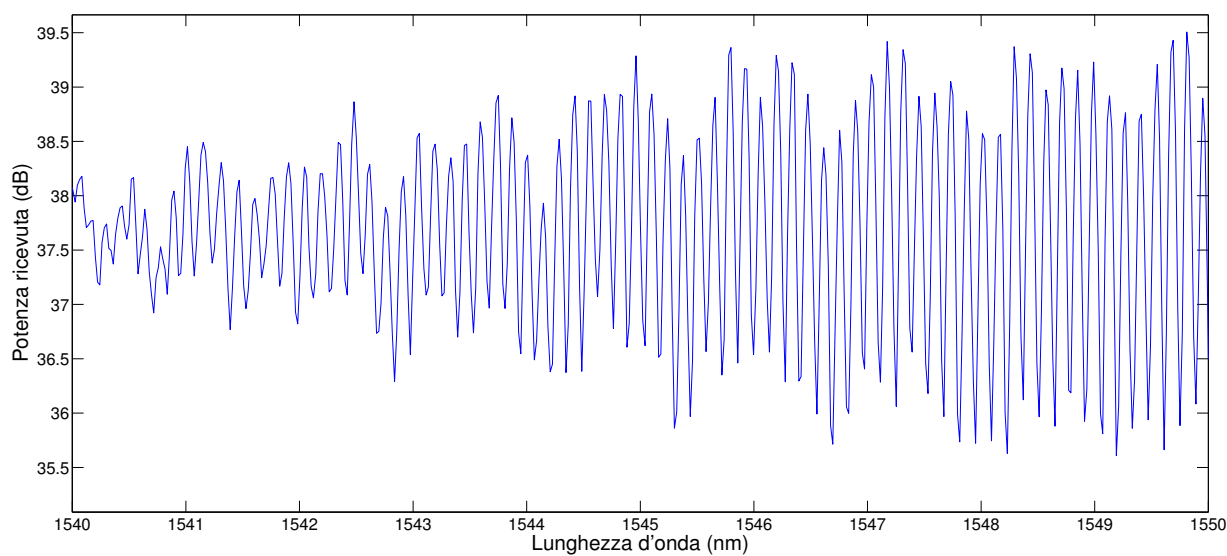


Figura 5.1: Potenza rilevata da un pixel al variare della lunghezza d'onda

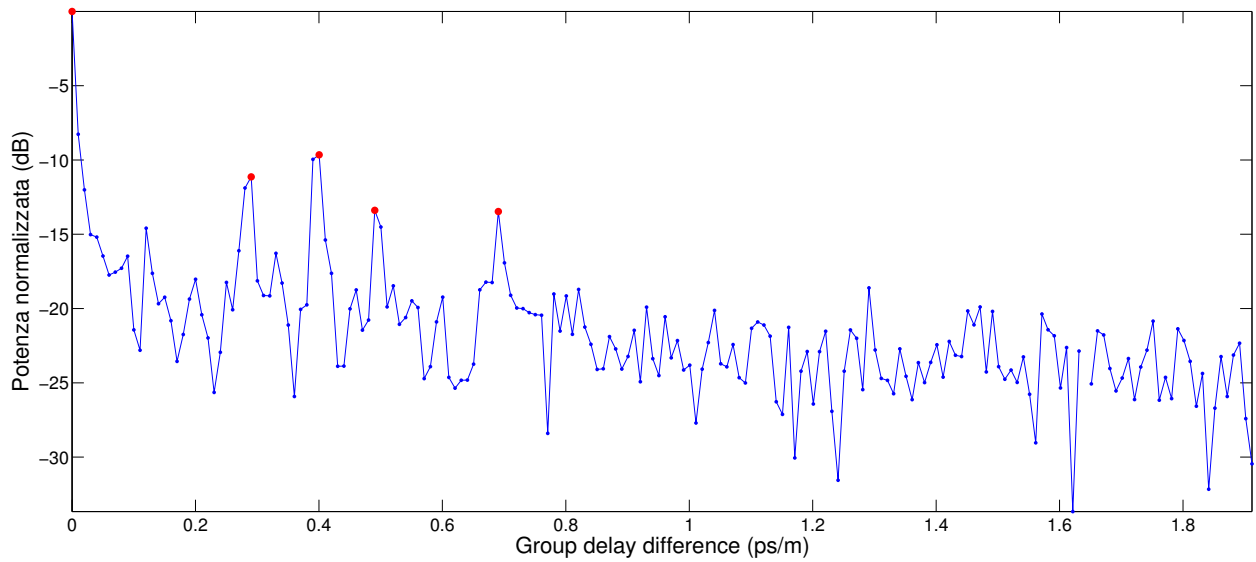


Figura 5.2: Trasformata dello spettro

Di seguito si possono osservare le immagini ottenute filtrando i dati negli istanti relativi ai picchi della trasformata, in modulo e fase. La mappatura dei colori della fase è stata impostata utilizzando il rosso per i valori positivi, il verde per i valori negativi.

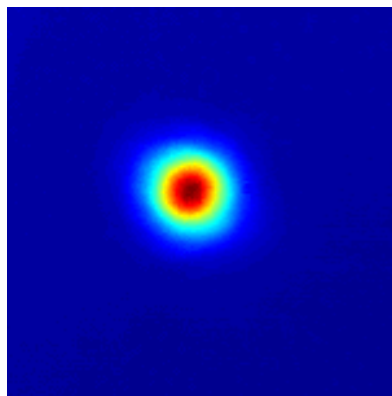


Figura 5.3:

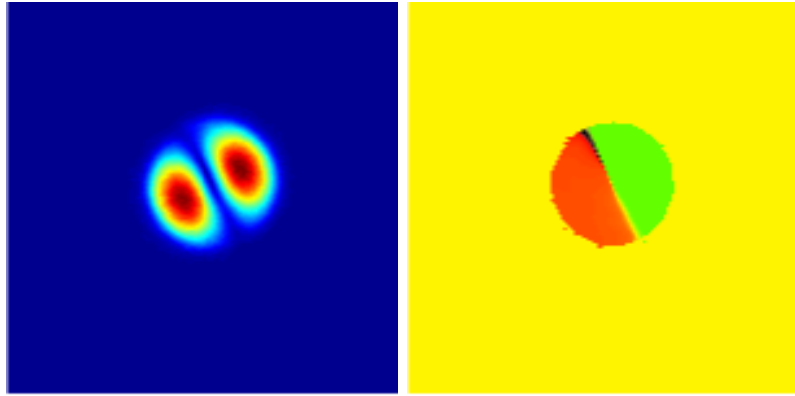


Figura 5.4:

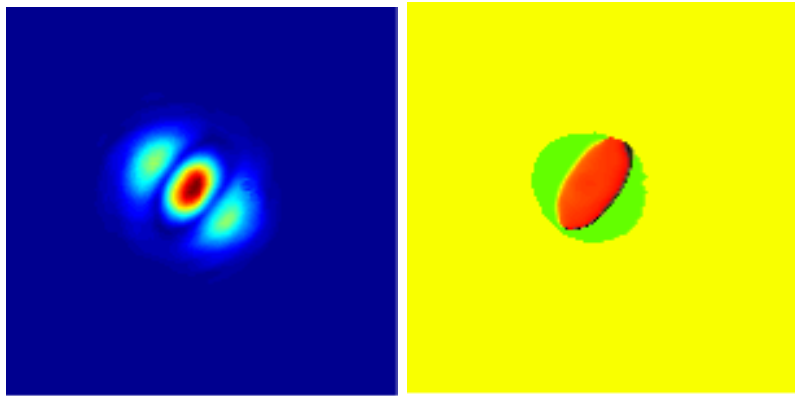


Figura 5.5:

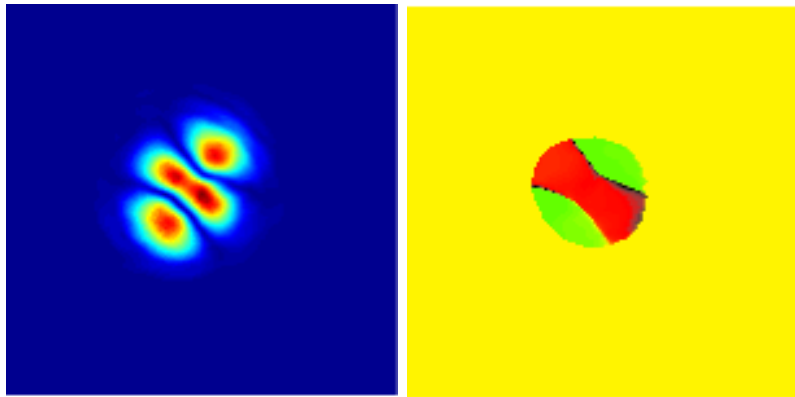


Figura 5.6:

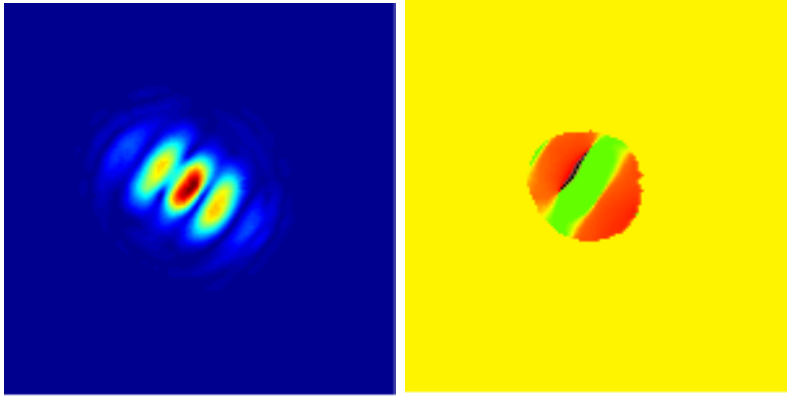


Figura 5.7:

Come si può notare nelle figure 5.3 e 5.4 sono riconoscibili senza ambiguità il modo fondamentale $LP_{0,1}$ e il primo modo superiore $LP_{1,1}$. In figura 5.5 si ha una sovrapposizione del modo $LP_{0,2}$ con un altro modo, probabilmente l' $LP_{2,1}$ che in una multimodale ha la stessa frequenza di taglio (si veda la figura 2.1). Nelle figure 5.6 e 5.7 sono osservabili sovrapposizioni tra modi diversi, ma è più difficile capire esattamente quali.

A seguire vengono invece riportati i risultati ottenuti con la fibra a due modi. Come riconoscibile dalla figura 5.8, i modi che si propagano sono soltanto quello fondamentale e il primo modo superiore. Il ritardo ottenuto è di circa 2,3 ps/m, a fronte di un ritardo dichiarato di 2,1 ps/m. In queste prove è stato analizzato uno spettro molto ampio e ciò comporta un campionamento molto fitto nel dominio del tempo permettendo l'individuazione precisa dell'istante in cui andare a filtrare il modo.

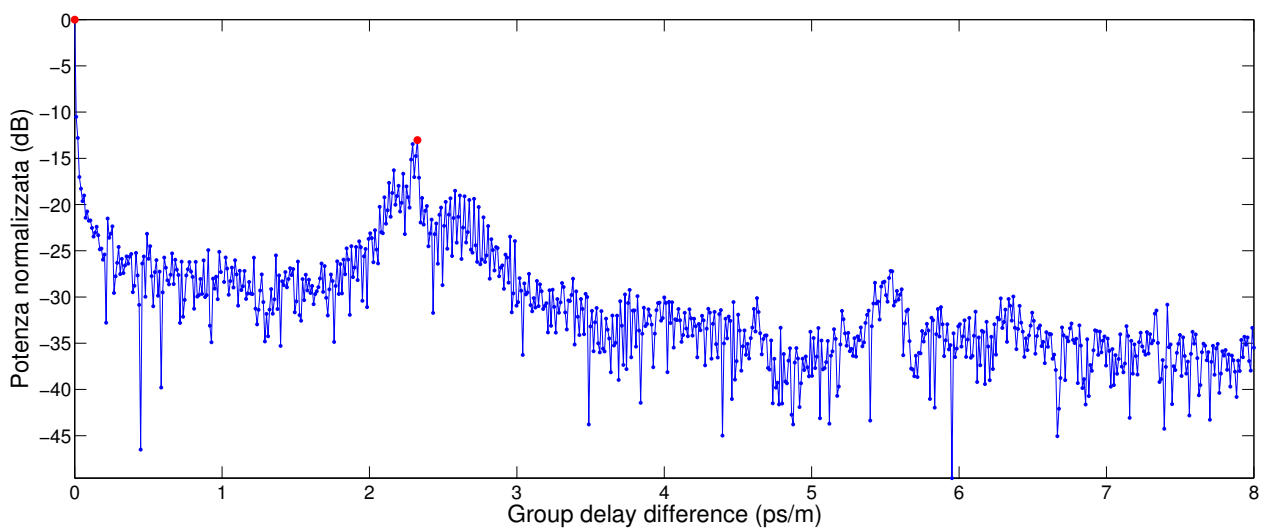


Figura 5.8: Trasformata dello spettro ricevuto dalla fibra few-mode

Le immagini ottenute sono riportate qui sotto.

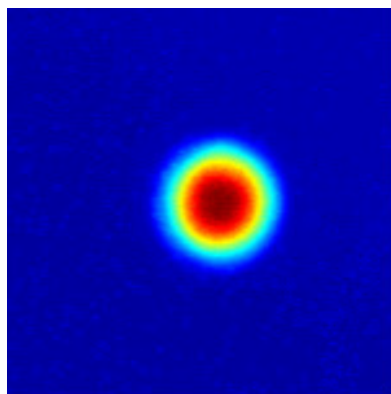


Figura 5.9: Modulo del modo LP_{0,1}

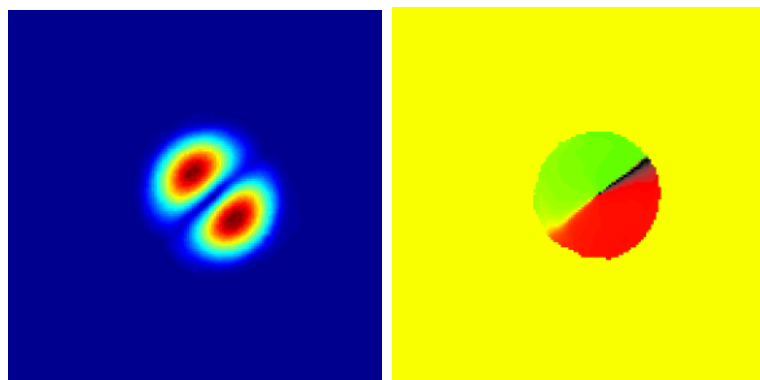
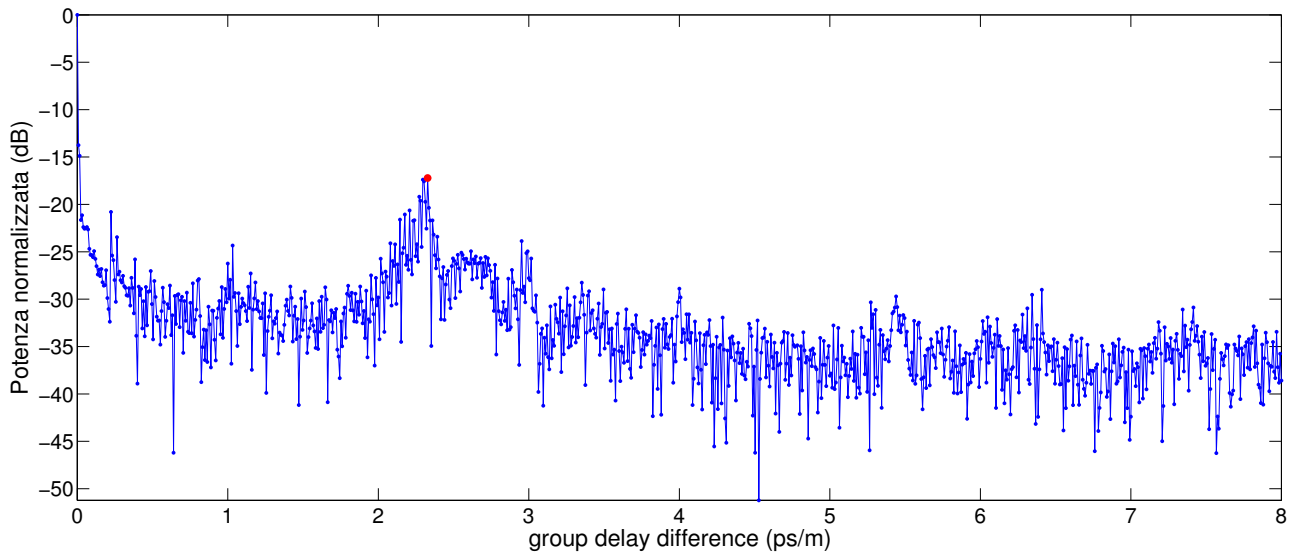
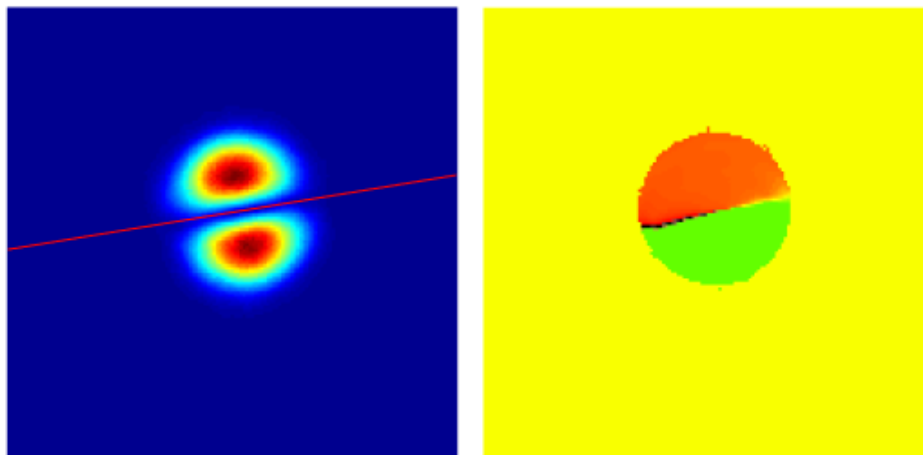


Figura 5.10: Modulo e fase del modo LP_{1,1}

Vengono ora riportati i risultati ottenuti dalle prove di rotazione della fibra. Nelle figure 5.11 - 5.15 si possono osservare i cambiamenti riportati nel modo $LP_{1,1}$ in cinque prove consecutive ruotando ogni volta la fibra di 360° in senso orario. Per ogni figura viene riportato l'angolo di orientazione e il valore del rapporto dei coefficienti c_e/c_o , calcolato come indicato nel capitolo 3.2.

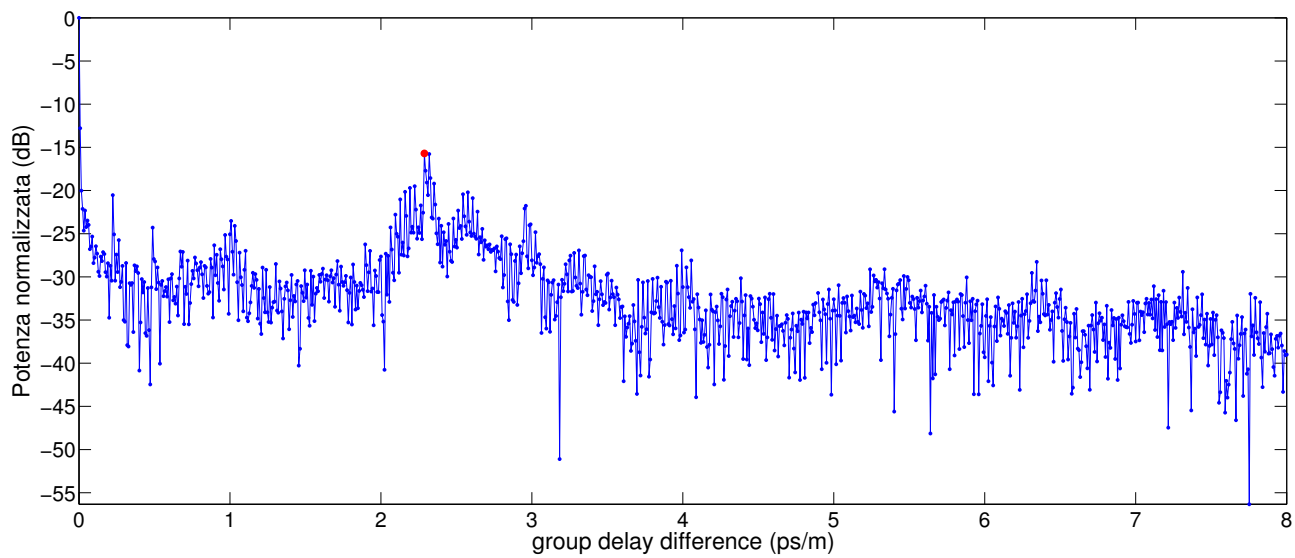


$$C_e/C_o = -0.205 + j0.08$$

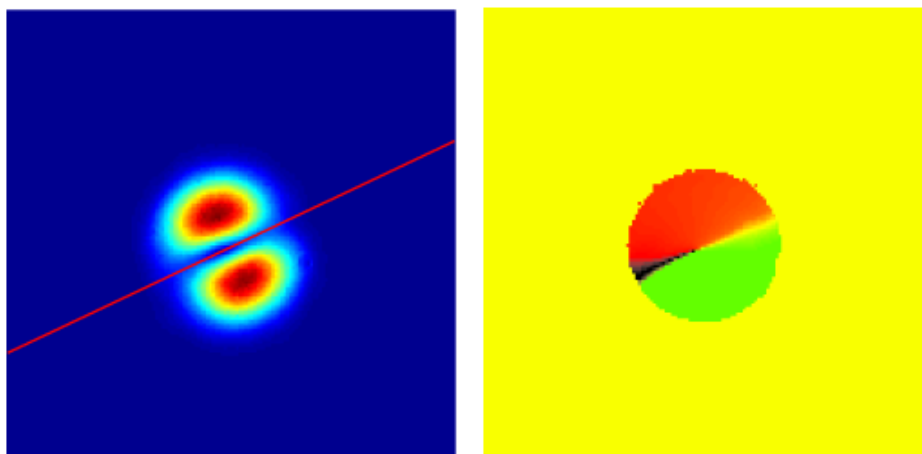


Angolo di orientazione: 9.4 gradi

Figura 5.11: 0 giri



$Ce/Co = -0.407 - j0.242$



Angolo di orientazione: 25.3 gradi

Figura 5.12: 1 giro

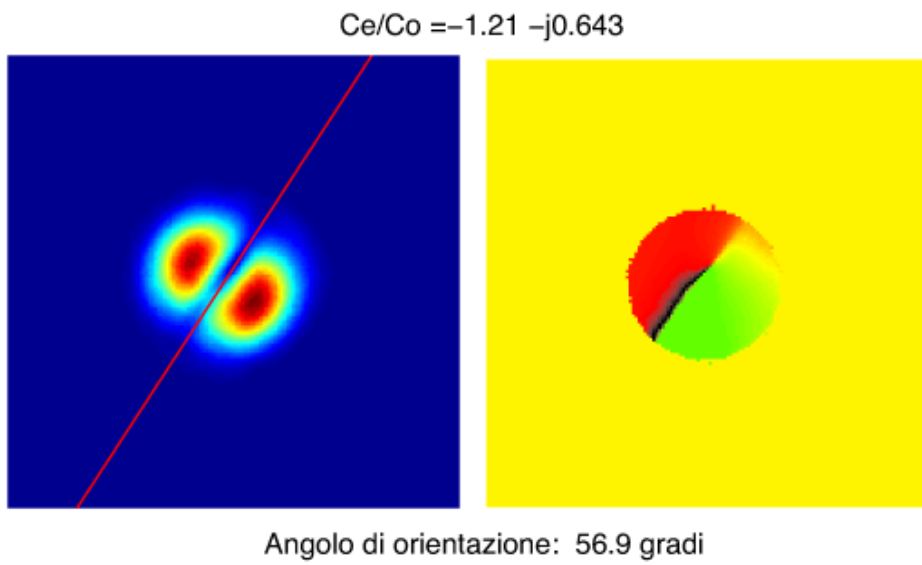
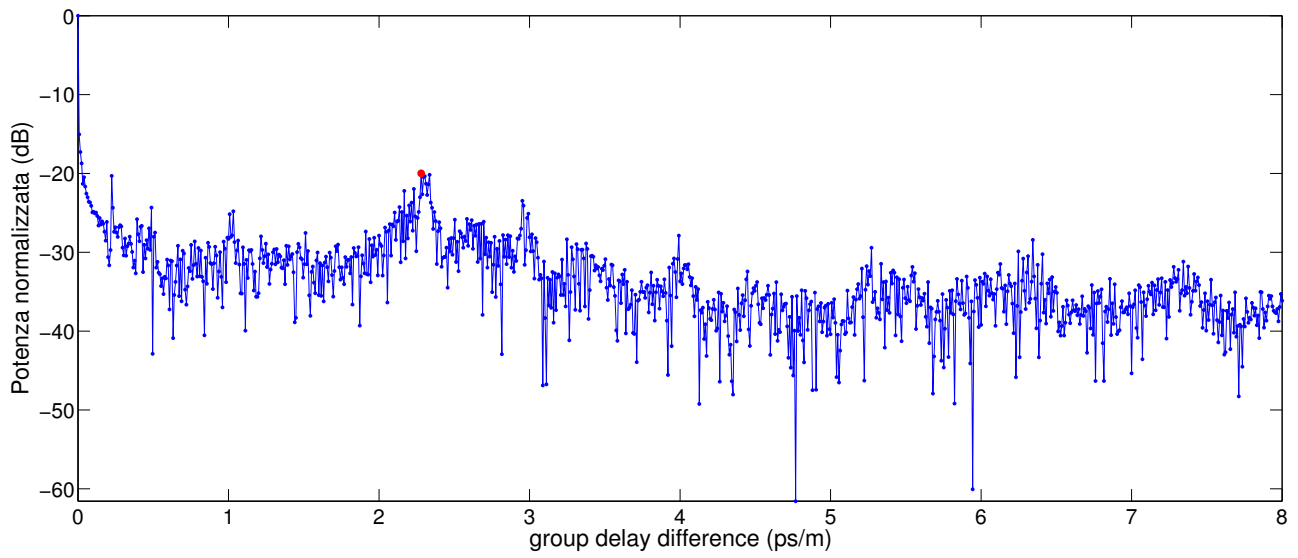
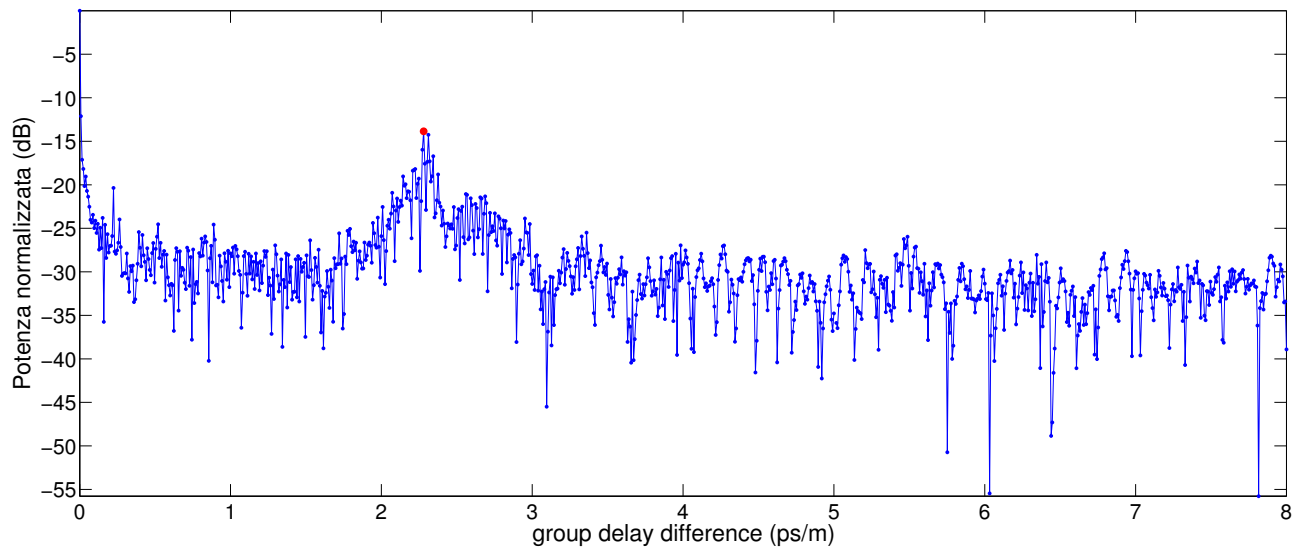
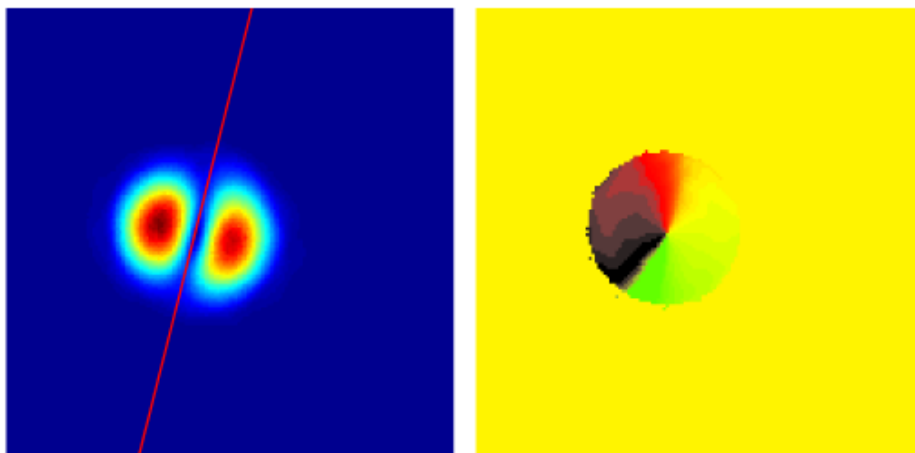


Figura 5.13: 2 giri

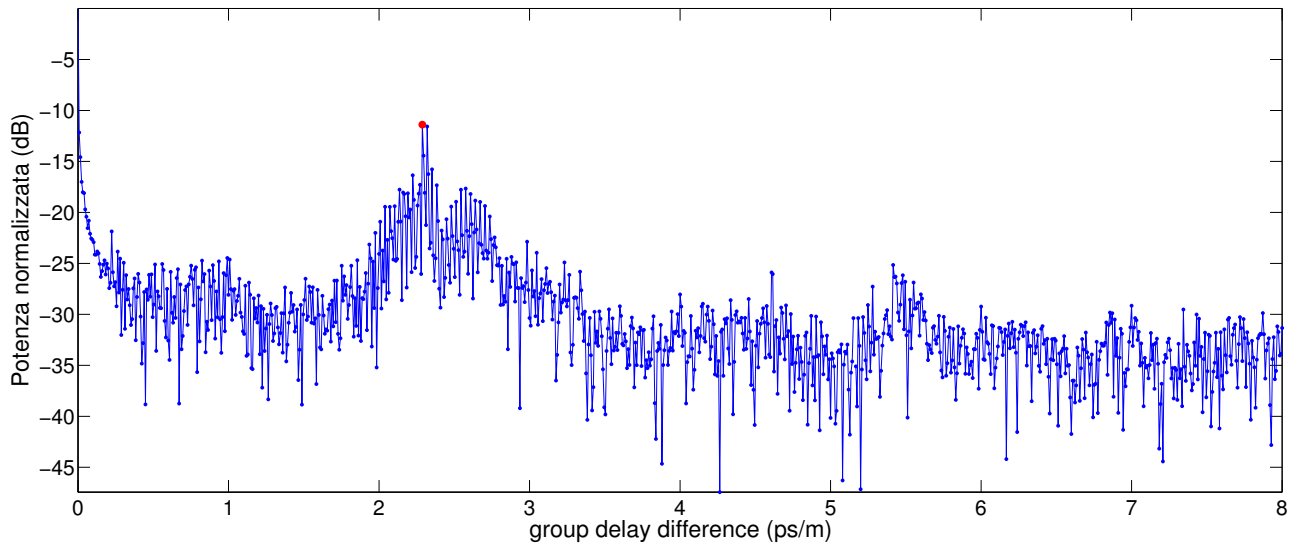


$Ce/Co = -2.656 + j2.2$

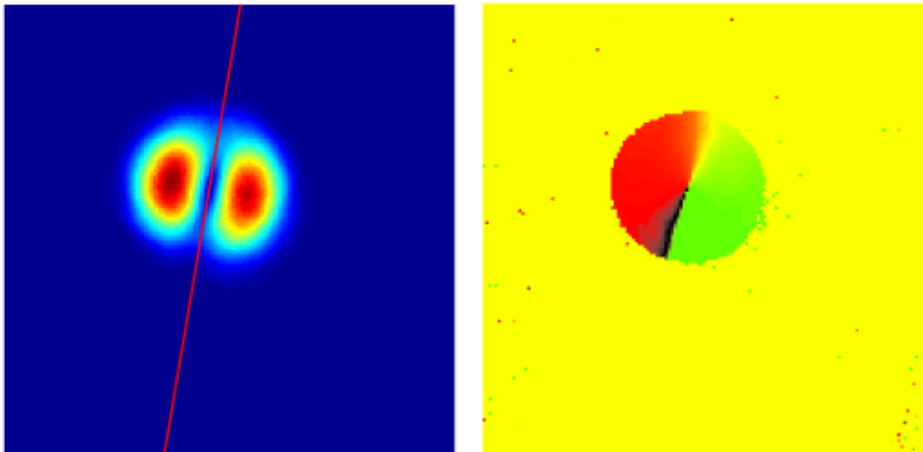


Angolo di orientazione: 75.8 gradi

Figura 5.14: 3 giri



$$C_e/C_o = -1.941 + j2.476$$



Angolo di orientazione: 80.4 gradi

Figura 5.15: 4 giri

In figura 5.16 vengono riportate sullo stesso grafico le misurazioni degli angoli di queste cinque prove. In blu sono indicati gli angoli effettivamente misurati, in rosso quelli stimati utilizzando la matrice che minimizza l'errore (Cap. 3.2). In entrambi i casi è rappresentata anche la retta di regressione lineare.

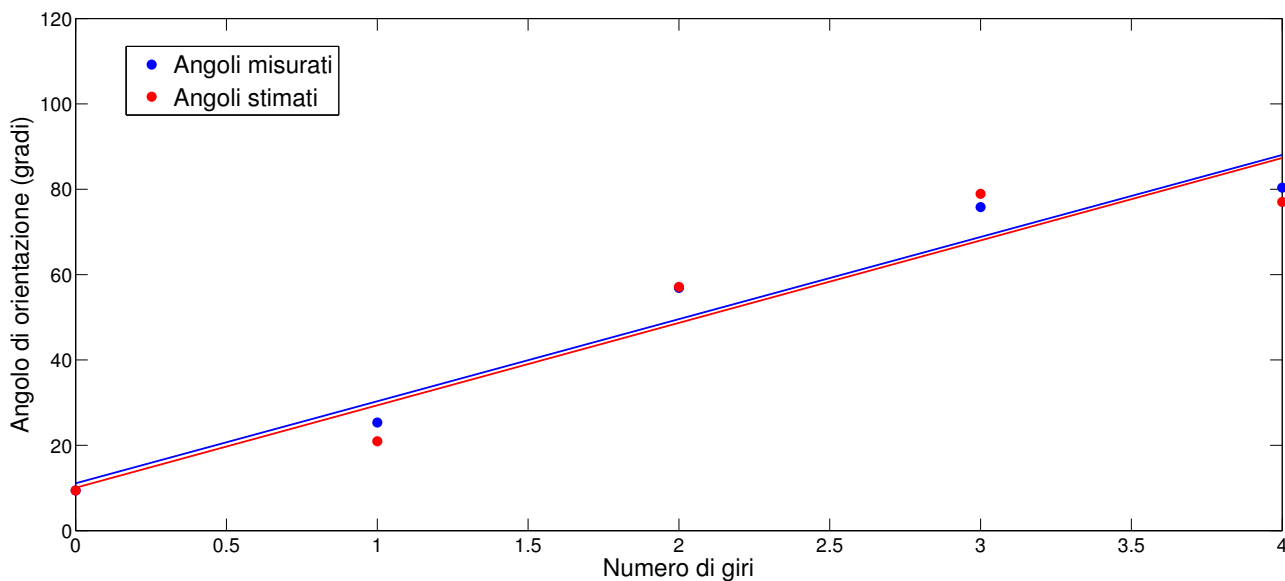


Figura 5.16: Angoli misurati e stimati

Le rette ottenute hanno una pendenza di circa 19,8 gradi/rotazione, da cui si ottiene un valore del coefficiente g (si veda il capitolo 3.3) pari a:

$$g = \frac{2\phi}{(\theta - \theta_2)} = \frac{2 \cdot 19,8}{360} = 0,11$$

Gli errori nel metodo di stima dello sfasamento sono calcolabili da $|\bar{c}_{n+1} - R(\phi)\bar{c}_n|$, il cui risultato è da confrontare con il valore del modulo dei coefficienti, pari a 1. Gli errori riscontrati nelle misurazioni sono riportati in tabella.

Prova	Errore
1	0,19
2	0,001
3	0,18
4	0,005

Tabella 5.1: Errori nella stima dell'orientazione

In figura 5.17 vengono infine riportate le misure degli angoli ottenuti da prove ripetute senza modificare la fibra. Tra una prova e l'altra il tempo passato è di circa 45 minuti. Questi risultati sono utili per avere un'indicazione delle variazioni causate dal cambiamento delle condizioni esterne e che possono creare errori nelle misurazioni consecutive. Il coefficiente angolare della retta di regressione è di $-2,6$ gradi/ora.

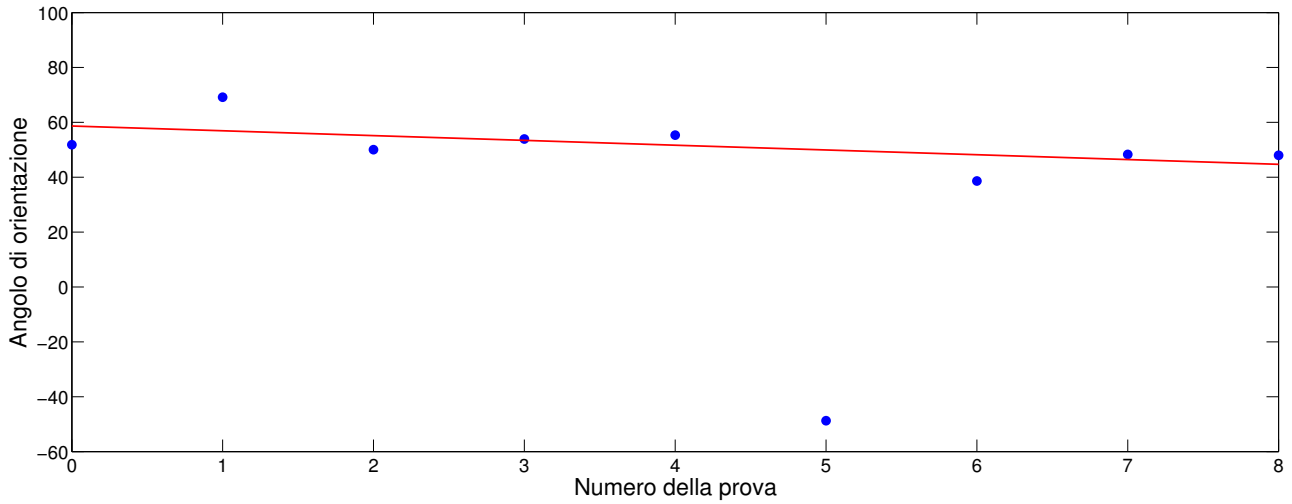


Figura 5.17: Angoli misurati da prove ripetute

Commenti e conclusioni

Il lavoro svolto per questa tesi si è basato sulla tecnica S^2 , che si è rivelata essere molto efficace e funzionale per lo scopo a cui si mirava. Con una complessità di calcolo molto bassa, infatti, si riescono ad ottenere immagini dettagliate dei contributi creati dai diversi modi che si propagano nella fibra.

Il test iniziale sulla fibra multimodale ha permesso di capire come impostare questa tecnica senza errori, ottenendo buoni risultati. Lo scopo principale era studiare le caratteristiche della fibra few-mode e su quella sono state effettuate le misurazioni più precise e dettagliate. Anche lo studio della torsione della fibra ha portato i risultati simili a quelli attesi inizialmente. Su questa parte dell'analisi si sono riscontrate però le difficoltà maggiori: le variabili in gioco erano tante e difficilmente controllabili, riuscire a mantenere una forte correlazione tra diverse prove successive si è rivelato molto complicato. Vale la pena al riguardo soffermarsi sulla figura 5.17 in cui viene mostrato i valori degli angoli misurati in una serie di prove successive svolte durante l'arco di una giornata. Tra una prova e l'altra ci sono circa 45 minuti di differenza. Come si nota non solo l'angolo cambia in maniera abbastanza costante, a causa della variazione delle condizioni esterne, ma è presente anche una misurazione completamente sfalsata dalle altre, forse causata da un cambiamento delle condizioni del laser. Considerando che le prove effettuate con una banda di 30 nm duravano circa 30 minuti, è evidente che ottenere cinque prove consecutive con le stesse condizioni iniziali è stato molto difficile. Ciò nonostante, dei risultati apprezzabili sono stati ottenuti e le considerazioni fatte inizialmente si sono rivelate attendibili. Il valore calcolato della costante $g = 0,11$, a fronte del valore reale di circa $0,14$, è da considerarsi un buon risultato tenendo presente i tanti fattori che andavano a compromettere le misurazioni. Infine anche il calcolo utilizzato per ottenere i coefficienti dei modi è da ritenersi attendibile, gli errori nella stima dello sfasamento tra due misurazioni successive è abbastanza trascurabile (si veda la tabella 5.1).

A conclusione delle prove effettuate si può quindi considerare la tecnica S^2 come fondamentale per le analisi che avverranno in futuro e la MDM la strada da seguire per raggiungere la meta prefissata.

Bibliografia

- [1] Essiambre, R.-J. ; Ryf, R. ; Fontaine, N.K. ; Randel, S., “Breakthroughs in Photonics 2012: Space-Division Multiplexing in Multimode and Multicore Fibers for High-Capacity Optical Communication” *Photonics Journal*, IEEE Volume: 5 , Issue: 2;
- [2] Morioka, T. ; Awaji, Y. ; Ryf, R. ; Winzer, P. ; Richardson, D. ; Poletti, F., “Enhancing optical communications with brand new fibers” *Communications Magazine*, IEEE Volume: 50, Issue: 2;
- [3] D. J. Richardson, J. M. Fini, and L. E. Nelson, "Space-division multiplexing in optical fibres," *Nature Photonics*, 7, 354-362 (2013);
- [4] Takahashi, H. et al. in *Proc. Euro. Conf. Opt. Commun.* paper Th.3.C.3 (IEEE, 2012);
- [5] Franz, Bernd ; Bulow, Henning, “Mode group division multiplexing in graded-index multi-mode fibers”, *Bell Labs Technical Journal* Volume: 18 , Issue: 3;
- [6] Kasahara, M. ; Saitoh, K. ; Sakamoto, T. ; Hanzawa, N. ; Matsui, T. ; Tsujikawa, K. ; Yamamoto, F. ; Koshiha, M., “Design of Few-Mode Fibers for Mode-Division Multiplexing Transmission”, *Photonics Journal*, IEEE Volume: 5 , Issue: 6;
- [7] J. W. Nicholson, A. D. Yablon, S. Ramachandran, and S. Ghalmi, “Spatially and spectrally resolved imaging of modal content in large-mode-area fibers”, *Optics Express*, Vol. 16, Issue 10, pp. 7233-7243 (2008);
- [8] J.W. Nicholson, L. Meng, J.M. Fini, R.S. Windeler, A. DeSantolo, E. Monberg, F. DiMarcello, Y. Dulashko, M. Hassan, and R. Ortiz, “Measuring higher-order modes in a low-loss, hollow-core, photonic-bandgap fiber”, *Optics Express*, Vol. 20, Issue 18, pp. 20494-20505 (2012);
- [9] Nicholson, J.W. ; OFS Labs., Somerset, NJ ; Yablon, A.D. ; Fini, J.M. ; Mermelstein, M.D., “Measuring the Modal Content of Large-Mode-Area Fibers”, *Selected Topics in Quantum Electronics*, IEEE Journal of (Volume:15 , Issue: 1);
- [10] Winzer, P.J., “Optical Networking Beyond WDM”, *Photonics Journal*, IEEE Volume: 4 , Issue: 2;
- [11] Sillard, P. ; Bigot-Astruc, M. ; Molin, D., “Few-Mode Fibers for Mode-Division-Multiplexed Systems”, *Lightwave Technology*, Journal of Volume: 32 , Issue: 16
- [12] Palmieri, L. ; Galtorossa, A., “Coupling effects among degenerate modes in multi-mode optical fibers”, *Photonics Journal*, IEEE Volume: PP , Issue: 99;
- [13] R. Ulrich and A. Simon, “Polarization optics of twisted single-mode fibers,” *Appl. Opt.*, vol. 18, pp. 2241–2251, 1979.