



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione

Corso di Laurea in Psicologia dello Sviluppo e dell'Educazione

Tesi Magistrale

Esiste un'associazione tra *early numeracy abilities* e *home numeracy* nei toddlers? Uno studio pilota

Does exist an association between *early numeracy abilities* and *home numeracy* in toddlers? A pilot study

Relatrice: Prof.ssa Daniela Lucangeli

Correlatrice: Dr.ssa Annamaria Porru

Anna Dalla Montà

Matricola 2017855

Anno Accademico 2021-2022

Abstract

L'intelligenza numerica è una tematica di sempre maggiore interesse, negli anni la letteratura si è arricchita di numerosi contributi che indagano le abilità che la compongono, i meccanismi cognitivi che la regolano, la sua origine e come si sviluppa nel corso della vita dell'individuo.

Oggi sappiamo che alcuni meccanismi sono innati come l'ANS (Approximate Number System) e l'OTS (Object tracking system). L'ANS ci permette di discriminare quantità più o meno grandi tra loro (Dehaene, 1997; Feigenson et al., 2004) mentre l'OTS, tramite il meccanismo alla base del *subitizing*, ci permette di tracciare nello spazio una numerosità riconducibile a una quantità di 3 oggetti.

Nonostante le basi innate si rende necessaria la scolarizzazione e, prima ancora, un ambiente familiare stimolante che definiamo come *home numeracy environment* (Benavides-Varela et al., 2016) per permettere alle abilità numeriche di esprimersi al meglio delle loro potenzialità.

In questo studio abbiamo indagato la relazione tra questo *home numeracy environment* e le *early numeracy abilities*, che sono precursori di abilità matematiche più complesse e comprendono competenze come il conteggio e l'acquisizione di un lessico numerico.

Quello che ci aspettiamo dalla ricerca è che esista una correlazione positiva tra la frequenza di *home numeracy* e la prestazione del bambino/a in una serie di compiti che indagano alcune abilità matematiche come la corrispondenza bi-univoca e la comprensione dei quantificatori semantici.

Il campione è costituito da 20 bambini tra i 25 e i 44 mesi che hanno completato una batteria online in 3 sessioni per le abilità numeriche.

Per quanto riguarda i dati relativi alla *home numeracy*, i genitori hanno compilato un questionario online in cui dovevano indicare su una scala Likert a 5 punti con che frequenza svolgevano una serie di attività.

Dalle correlazioni di Kendall e Spearman tra abilità numeriche e tipi di home numeracy non emergono associazioni significative, tuttavia, eseguendo un t-test di Student per campioni indipendenti per verificare se ci fosse una differenza significativa fra un gruppo con alta frequenza di attività domestica e uno con bassa frequenza emergono alcune differenze, anche se non significative per cui un maggiore coinvolgimento in attività di Home Numeracy porta a performance migliori nel bambino, rispetto ad un basso coinvolgimento.

SOMMARIO

Abstract	3
1. INTELLIGENZA NUMERICA	9
1.1 Introduzione: The Mathematical Brain	9
1.2 Intelligenza innata o acquisita?	14
1.3 Early Numeracy Abilities	17
1.3.1 Conteggio ed enumerazione	18
1.3.2 Lessico numerico	20
1.4 Abilità simboliche e non-simboliche	22
2. HOME NUMERACY ENVIRONMENT	23
2.1 Introduzione: il ruolo del contesto familiare	23
2.2 Definizione, classificazione e strumenti di misurazione	25
2.3 Cosa influenza l'Home Numeracy? Ansia ed aspettative genitoriali e SES	29
2.4 Relazione tra Home Numeracy ed Early Numeracy Abilities	33
3. LA RICERCA	37
3.1 Campione	38
3.2 Metodo	39
3.3 Compiti e strumenti	40
3.3.1 Valutazione delle abilità numeriche dei bambini	40
3.3.2 Valutazione della home numeracy	42
3.4 Analisi dei dati	43
3.5 Risultati	44
3.5.1 Analisi descrittive rispetto alle abilità numeriche dei bambini	44

3.5.2 Analisi descrittive rispetto alle attività domestiche	46
3.5.3 Correlazioni abilità numeriche e attività domestiche	47
4. CONCLUSIONI	50
4.1 Discussione	50
4.2 Limiti e prospettive future	51
BIBLIOGRAFIA	55

1. INTELLIGENZA NUMERICA

1.1 Introduzione: The Mathematical Brain

L'intelligenza numerica può essere definita come la capacità di manipolare, capire, ragionare e interpretare l'ambiente circostante attraverso il complesso sistema cognitivo delle quantità e dei numeri (Lucangeli et al., 2013).

Negli anni questo costrutto è stato argomento di numerosi dibattiti e oggetto di altrettanti progetti di ricerca. Diversi autori (Butterworth, 1999; Case e Okamoto, 1996; Gardner, 1983; Piaget, 1941) si sono interrogati sull'origine di tale conoscenza, se fosse innata o appresa, e sulle abilità specifiche che essa comprende.

Si ritiene che l'abilità di utilizzare informazioni di tipo quantitativo sia diffusa in un'ampia gamma di contesti filogenetici. I primi studi in questo ambito risalgono a inizio 900 e interessano un grande numero di specie animali. Ne è un esempio il caso controverso di Clever Hans, un cavallo che nel primo decennio del XX secolo, era in grado di risolvere questioni aritmetiche toccando i risultati con lo zoccolo. Si è poi scoperto che il cavallo era in grado di dare la risposta corretta leggendo i segnali facciali microscopici dell'interrogante (Samhita e Gross, 2013).

Ciò ha comunque dato il via a una serie di sperimentazioni sulle capacità numeriche di mammiferi, uccelli e pesci.

I risultati mostrano come queste specie animali abbiano effettivamente abilità numeriche somiglianti, sollevando quindi un'ulteriore questione ovvero se i sistemi numerici dei vertebrati siano stati ereditati da un antenato comune (Agrillo e Bisazza, 2017).

Per quanto riguarda il dibattito sull'origine delle abilità numeriche nell'uomo, Piaget nel libro "The Child's Conception of Number" (1941) si interroga sulle operazioni mentali che riguardano i concetti di numero, quantità, spazio, tempo e velocità. L'autore sostiene che le operazioni logiche e aritmetiche costituiscono un singolo sistema naturale, le seconde nascono dalla generalizzazione e fusione delle prime sotto i concetti di inclusione e seriazione di classi.

Questi concetti sono stati poi ripresi anche da Gardner (1983) che parla di un'intelligenza di tipo "logico-matematica" che consiste nell'abilità di operare confronti e valutazioni di oggetti concreti o astratti e di individuare relazioni e rapporti. Inoltre, secondo l'autore in ogni individuo coesistono intelligenze diverse, alcune delle quali predominanti ma che, tuttavia, sono in qualche modo modificabili.

Studi successivi hanno mostrato diverse debolezze del modello piagetiano, sia per quanto riguarda aspetti pratici legati alla formulazione linguistica dei compiti ma anche dal punto di vista concettuale per quanto riguarda la scansione degli stadi di sviluppo delle abilità numeriche (Lucangeli e Tressoldi, 2002).

I primi studi scientifici di reale interesse per la ricerca sono quelli risalenti agli anni 80. I primi ricercatori a muoversi in questa direzione sono stati Starkey e Cooper (1980).

Questi autori, così come altri dopo di loro, utilizzarono la tecnica dell'abituazione per studiare le abilità numeriche nei primi mesi di vita. Questa tecnica consiste nel presentare ripetutamente uno stimolo (esempio: immagine con un N numero di oggetti) fino a quando il tempo di fissazione del bambino si è circa dimezzato. Dopo la fase di abituazione vi è la fase di testing dove viene presentato al bambino un nuovo stimolo con un numero diverso di *dots* o con lo stesso numero di oggetti della figura precedente. Il presupposto è che se il bambino percepisce la differenza di numero, lo stimolo verrà percepito come nuovo e il bambino tenderà a guardarlo significativamente più a lungo rispetto allo stimolo di abituazione. La condizione sperimentale comprendeva matrici che andavano fino a 3 punti mentre la condizione di controllo fino a 6 punti (rapporto 1:2). La condizione sperimentale del numero piccolo è stata selezionata in quanto gli stessi autori avevano già osservato che bambini di due anni sottoposti allo stesso compito ma con matrici fino a 5 punti avevano una percentuale di risposte corrette significativamente migliore per matrici fino a 3 punti. I risultati dello studio sui bambini di 5 mesi conferma quelli già esistenti, essi mostravano tempi di fissazione più lunghi per stimoli nuovi con numerosità diverse (fino a N=4), mostrando quindi di riuscire a riconoscere il cambio di quantità.

Risultati simili sono riscontrati anche da Antell e Keating (1983) con neonati da 1 a 12 giorni di vita e da Strauss e Curtis (1981) con bambini dai 10 ai 12 mesi.

Un altro studio interessante è quello di Karen Wynn (1992a) che mostrò come i bambini di 5 mesi possiedono delle “aspettative” aritmetiche. I bambini partecipanti allo studio venivano divisi in due gruppi. Al primo gruppo è stato mostrato un singolo elemento (bambola) in un’area vuota quindi veniva poi nascosto dietro uno schermo, lo sperimentatore mostrava quindi ai bambini un secondo oggetto identico al primo nell’area di visualizzazione che posizionava poi, come il precedente, dietro lo schermo. In questo modo i bambini vedevano la sequenza di eventi 1+1 che veniva eseguita ma non il risultato dell’operazione. Allo stesso modo al secondo gruppo è stata mostrata una sequenza di eventi che rappresentava la sottrazione di un elemento. In entrambi i gruppi, dopo la sequenza degli eventi, è stato rimosso lo schermo rivelando l’elemento o gli elementi presenti, ai bambini venivano proposte due alternative: la prima in linea con un’aspettativa aritmetica ($1+1=2$ o $2-1=1$), la seconda di violazione dell’aspettativa (Figura 1). E’ stato quindi registrato il tempo di fissazione dei bambini sull’area ed è stato osservato come questi guardano più a lungo gli eventi impreveduti rispetto a quelli attesi. Questo studio è stato oggetto di alcune critiche in quanto alcuni autori suggerivano che i suoi risultati potrebbero riflettere una preferenza di familiarità per lo stimolo iniziale o che potrebbero essere spiegati in termini di tracciamento degli oggetti.

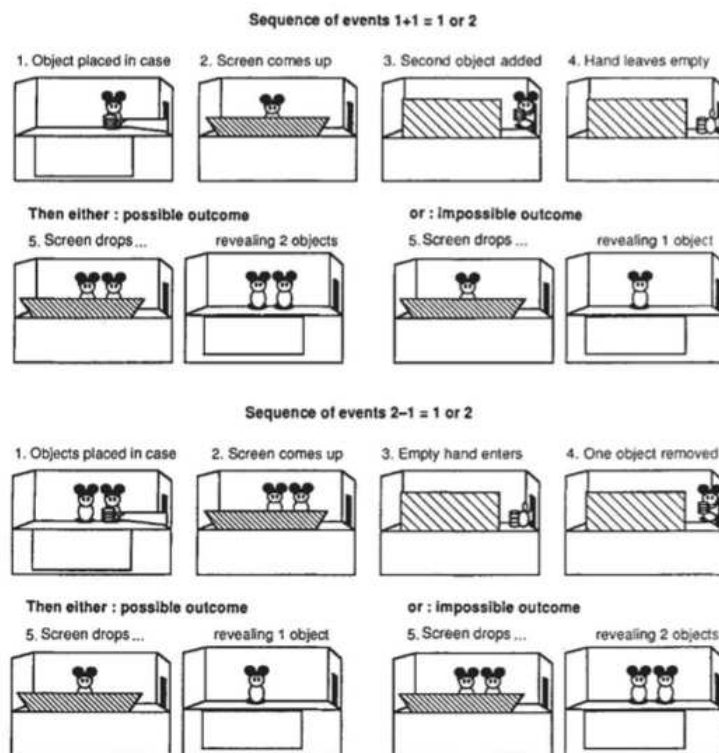


Figura 1 Disegno sperimentale Wynn (1992)

Bremner et al. (2017) hanno voluto verificare le ipotesi di Wynn utilizzando la tecnica del eye tracking, i risultati mostrano come soprattutto nella condizione di violazione della sottrazione l'attenzione dei bambini è rivolta all'oggetto che non dovrebbe più essere lì. Il fatto che l'attenzione del bambino sia diretta solo all'oggetto che viola la norma suggerisce che ci sia un'elaborazione a questo livello che sia precursore dell'abilità numerica simbolica.

Questi studi hanno dato il via ad una sempre crescente attenzione e ricerca nei confronti dell'intelligenza numerica in età prescolare.

Dalle recenti ricerche emerge che i bambini di età prescolare sono in grado di comprendere i concetti di quantità, numerosità, operare confronti tra piccoli insiemi (Berch, 2005; Jordan et al., 2006) e compiere operazioni additive e sottrattive (Levine et al., 1992; Mix et al., 1999) .

Queste abilità, vedremo successivamente, mettono le basi per lo sviluppo di altre abilità più complesse come il conteggio e le operazioni aritmetiche che saranno poi formalizzate con la scrittura, l'istruzione e gli strumenti concettuali forniti dalla società (Butterworth, 2005).

Butterworth afferma nel suo libro "The Mathematical Brain" (1999) che ciascun individuo nasce con un cosiddetto "modulo numerico" o "senso del numero" che ci permette di riflettere e comprendere i concetti di numerosità, molteplicità e insiemi di cose.

Si tratta del nucleo della nostra conoscenza numerica che attraverso le risorse culturali fornite dalla scuola e dalla famiglia si evolve in abilità più complesse. E' importante, quindi, fornire al bambino, fin dai primi mesi di vita, un contesto di apprendimento che promuova lo sviluppo dei precursori del numero e del calcolo favorendo il potenziamento dell'intelligenza numerica.

1.2 Intelligenza innata o acquisita?

Abbiamo già accennato come la ricerca ha dimostrato che non tutte le competenze sopra elencate sono acquisite. Gli individui utilizzano due vie per rappresentare e processare informazioni di carattere numerico/matematico, una prima via innata ed una seconda via acquisita culturalmente.

La prima via è costituita a sua volta da due sistemi distinti: l'ANS (*approximate number system*) e l'OTS (*object tracking system*) (Dehaene, 1997; Feigenson et al., 2004).

L'ANS è un sistema dominio-specifico innato, che permette di fare una stima veloce, tuttavia imprecisa, rispetto alla numerosità di un gruppo di oggetti superiore a 3/4 elementi. Una serie di studi cross-culturali hanno dimostrato che l'ANS è universalmente condiviso, indipendente dal linguaggio, dalla cultura e da altri sistemi simbolici e migliora in acuità durante il corso dello sviluppo.

Esso, secondo alcuni autori, è predittore di abilità matematiche più complesse nei bambini in età scolare (Inglis et al., 2011; Wang et al., 2016) mentre per altri rappresenta una base per le abilità di comparazione e calcolo approssimato (Braham e Libertus, 2016) e conteggio (Gallistel e Gelman, 1992).

Nello specifico, i bambini riescono a discriminare rapporti di 1:3 fin dalla nascita (Izard et al., 2009), rapporti di 3:4 da 3 a 4 anni di età (Halberda & Feigenson, 2008) fino ad arrivare in età adulta ad un rapporto di 7:8 (Barth et al., 2003) e a volte fino ad un rapporto di 9:10 o 10:11 (Pica et al., 2004; Halberda et al., 2012). Nel sistema dell'ANS, quindi, la precisione nel discriminare due set di oggetti dipende, in accordo con la legge di Weber, dalla ratio, piuttosto che dal numero assoluto di elementi presenti, per cui più il rapporto si avvicina a 1 maggiore è la difficoltà nella discriminazione.

Le basi neurobiologiche di questo sistema risiedono in un sottoinsieme di regioni parietali posteriori del cervello, all'interno e intorno ai solchi intraparietali (IPS) (Hyde et al., 2016).

L'OTS, invece, è un sistema che consiste in un insieme di indici che “puntano” verso oggetti nel mondo, tenendone traccia mentre si muovono nello spazio e nel tempo (vanMarle et al., 2016). Si tratta di un meccanismo di base che ha una capacità limitata ovvero permette di individuare nello spazio un massimo di 4 elementi negli adulti e nei bambini un massimo di 3. Il meccanismo alla base del sistema è quello del *subitizing*, cioè, “enumerazione rapida, accurata e sicura di quantità inferiori a sei” (Kaufman et al., 1949).

Questo modello differisce da quello dell'ANS perché la precisione della performance non dipende più dal rapporto numerico (ratio) ma dal numero assoluto di elementi presentati.

La seconda via, quella acquisita e culturalmente condivisa, invece, consiste nell'abilità umana di rappresentare i numeri, le quantità attribuendo loro un valore simbolico. Esso richiede che l'individuo sappia il significato esatto della parola numero (“4” e “quattro” hanno lo stesso significato e significano 4 unità) oltre che i processi di seriazione, ordinamento e corrispondenza che ne derivano. Questo secondo sistema è acquisito attraverso la cultura, l'apprendimento e la scolarizzazione dell'individuo.

Le due vie sopra descritte, abbiamo già accennato, non sono completamente indipendenti tra loro, alcuni studi hanno trovato una correlazione positiva tra acuità dell'ANS e alcune abilità matematiche come l'acquisizione del principio di cardinalità (Shusterman et al., 2016) o altre abilità di tipo non simbolico (Libertus et al., 2013).

Tuttavia, i risultati di questi studi sono spesso controversi e non-lineari (Bonny e Lourenco, 2012) rendendo difficile un'interpretazione di tipo causale della relazione tra le due vie.

1.3 Early Numeracy Abilities

La letteratura attuale definisce con l'espressione *early numeracy abilities* l'insieme delle competenze base nei compiti numerici. Esse comprendono abilità come il conteggio, l'enumerazione, la corrispondenza biunivoca, la discriminazione di quantità, la comprensione di quantificatori semantici e parole-numero, la seriazione e l'ordinamento (Passolunghi et al., 2015).

Numerosi studi longitudinali hanno dimostrato l'importanza nell'acquisizione di questi prerequisiti numerici in quanto predittori delle successive abilità numeriche più complesse e, di conseguenza, delle performance accademiche dell'individuo (Aunio e Niemivirta, 2010; Jordan et al., 2009). Per esempio, difficoltà nel conteggio e nel manipolare quantità mentalmente si riflettono in successive difficoltà nelle combinazioni numeriche e nelle operazioni aritmetiche (Jordan et al., 2003). Inoltre, anche per quanto riguarda l'acquisizione di un lessico numerico vedremo che gioca un ruolo fondamentale nello sviluppo di altre abilità numeriche per cui l'acquisizione di quelli che chiamiamo quantificatori semantici, che permettono di codificare informazioni relative alla quantità, risulta importante nell'apprendimento del significato di parole numeriche più complesse come le parole numero (Almoammer et al., 2013).

Raggiungere un buon livello di abilità numeriche è, quindi, importante per il raggiungimento del successo scolastico e lavorativo ma anche per quanto riguarda tutte quelle attività della vita quotidiana che implicano la manipolazione di quantità.

1.3.1 Conteggio ed enumerazione

I bambini, fin da piccoli, conoscono e recitano la stringa numerica senza, tuttavia, conoscere il significato semantico e simbolico. Questo perché sono esposti a filastrocche, canzoni, giochi e storie della tradizione, come “Il lupo e i sette capretti”, “Un due tre stella” o “44 gatti”, attraverso cui memorizzano la stringa dei numeri ma senza sapere a ciascuna parola-numero (“cinque”; 5) che quantità esatta corrisponde (●●●●●).

Contare è, quindi, un’abilità complessa che richiede tre diverse competenze al bambino: conoscere la parola-numero, collegare in ordine ciascuna parola-numero con ciascun oggetto dell’insieme e identificare con l’ultima parola-numero il totale dell’insieme contato (Lucangeli et al., 2007).

Numerosi autori hanno negli anni proposto dei modelli di spiegazione rispetto ai meccanismi, anche pre-verbali, sottostanti la capacità di conteggio.

Gelman & Gallistel propongono una teoria, oggi la più accreditata, che sostiene che l’abilità del contare è governata da alcuni principi fondamentali (*Counting Principles Theory*).

Nello specifico, gli autori affermano che i bambini hanno innati questi principi “how to count” che sono il principio della *corrispondenza uno-a-uno*, il principio dell'*ordine stabile* e il principio della *cardinalità*.

Il principio uno-a-uno (o della corrispondenza biunivoca) afferma che a ciascun oggetto che deve essere contato venga assegnata un'etichetta corrispondente nell'insieme di parole utilizzate per contare, il bambino deve quindi coordinare due processi: suddividere gli oggetti da contare rispetto a quelli già contati e far corrispondere l'etichetta corretta.

Il principio dell'ordine stabile afferma che l'insieme delle parole-numero che viene utilizzato deve seguire un ordine stabile e coerente. Infine, il principio della cardinalità sostiene che l'ultima parola-numero nell'insieme di riferimento rappresenta la cardinalità, la proprietà numerica dell'insieme stesso.

Successivamente, i due autori aggiungono altri due principi: il principio di astrazione, per cui i principi precedenti possono essere applicati a qualsiasi insieme indipendentemente da quali siano le entità che lo costituiscono (oggetti, persone, animali) e il principio di irrilevanza dell'ordine per cui gli insiemi non hanno un ordine intrinseco, non importa da che elemento si inizi il conteggio, il risultato non cambia.

Fuson, insieme ad altri colleghi, ipotizza, invece, quella che viene denominata *Different Contexts Theory* (Fuson, 1988; Fuson & Hall, 1983; Fuson & Mierkiewicz, 1980; Fuson, Richards, & Briars, 1982). Egli sostiene che le parole-numero hanno diversi significati a seconda del contesto e che i bambini apprendono in sequenza questi significati. I livelli in questione vengono chiamati “*sequence*”, “*counting*” e “*cardinal*”.

Sequence avviene quando il bambino ripete in sequenza la stringa numerica ma senza riferirsi a gruppi di oggetti. Il bambino, quindi, recita i numeri come una lista, come una sequenza di suoni senza significato.

Counting è, invece, quando il bambino acquisisce la corrispondenza uno-a-uno e a ciascuna parola-numero fa corrispondere un oggetto dell'insieme. Infine, *cardinal* viene utilizzato per descrivere la cardinalità, numerosità di un insieme di oggetti.

Spelke (2011) propone un modello in cui mette in relazione la capacità di contare con i due sistemi pre-verbali ANS e OTS. Secondo l'autrice i due sistemi cooperano per cui l'ANS produce valori cardinali per grandi numerosità ma con poca precisione mentre l'OTS genera valori esatti ma per piccole grandezze e senza valore cardinale. Il linguaggio rappresenta il punto di incontro dei due sistemi che così connessi supportano il conteggio verbale, permettendo all'individuo di rappresentare insiemi di diverse numerosità con valori cardinali precisi.

1.3.2 Lessico numerico

Il lessico matematico è un vocabolario a contenuto specifico che si compone di diversi termini per descrivere relazioni quantitative e spaziali tra oggetti (King & Purpura, 2021). Più precisamente, esistono due aree generali del linguaggio matematico che sono più spesso messe in relazione all'acquisizione delle *early numeracy abilities*: *spatial math language* e *quantitative math language*.

La prima area comprende parole come “vicino”, “lontano”, “prima”, utilizzate per descrivere posizioni, direzioni e forme, queste permettono al bambino di rappresentare mentalmente e parlare di relazioni tra oggetti fisici e tra numeri.

Il *quantitative math language* comprende, invece, i cosiddetti quantificatori semantici, “meno”, “alcuni”, “tutti”, parole utilizzate per indicare quantità non precise di oggetti che permettono di confrontare gruppi di oggetti diversi (Purpura & Reid, 2016).

L’acquisizione di questo primo lessico specifico, in particolare per quanto riguarda i quantificatori, risulta essere un forte predittore per le abilità numeriche (Purpura & Logan, 2015). Inoltre, Toll e Van Luit (2014) hanno dimostrato come questo primo lessico matematico media la relazione tra competenze linguistiche generali del bambino e le *early numeracy abilities*, suggerendo che questo vocabolario specifico rappresenti il meccanismo attraverso cui il bambino risolve compiti e problemi numerici. Appare, quindi, di fondamentale importanza l’acquisizione di questo linguaggio per lo sviluppo delle competenze numeriche e di un lessico matematico più complesso (Almoammer et al., 2013) che comprenda anche parole-numero e altri termini specifici riferiti alle operazioni aritmetiche (“addizione”, “differenza”) e alla risoluzione di problemi (“confronta”, “calcola”, “totale”).

1.4 Abilità simboliche e non-simboliche

In linea con le teorie che indagano i meccanismi sottostanti l'intelligenza numerica per cui abbiamo già visto esserci due vie, una innata e una socialmente acquisita, anche dal punto di vista delle abilità numeriche possiamo fare una distinzione tra conoscenze e competenze simboliche e non simboliche (Kolkman et al., 2013).

La rappresentazione non simbolica del numero è condivisa tra tutte le culture e può essere misurata già dalla prima infanzia, essa si riferisce all'abilità di comprendere, manipolare, approssimare insiemi di oggetti (Dehaene, 2002) senza fare riferimento specifico ai numeri arabi ma utilizzando quindi *dots*. Si parla di rappresentazione non-simbolica quando, per esempio, viene chiesto di indicare quale insieme di punti è più grande oppure quando viene chiesto di ordinare un certo numero di *dots* su una linea da 1 a 10 (DeSmedt et al., 2013).

La rappresentazione simbolica del numero è, invece, culturalmente acquisita. Essa fa riferimento all'abilità di rappresentare ed utilizzare simboli numerici come le cifre (Dehaene, 2002). Queste competenze vengono normalmente misurate utilizzando sempre compiti di comparazione e rappresentazione della stringa numerica ma sostituendo ai *dots* i numeri arabi (DeSmedt et al., 2013).

2. HOME NUMERACY ENVIRONMENT

2.1 Introduzione: il ruolo del contesto familiare

Abbiamo già evidenziato come le *early numeracy abilities* siano forti predittori delle successive abilità matematiche più complesse. Negli anni, quindi, si sono andati a ricercare i fattori che potessero potenziare e guidare l'apprendimento precoce di queste competenze. In letteratura, si è indagato l'impatto di abilità non-verbali, altre abilità del bambino (cognitive e linguistiche), componenti genetiche e ambientali sia nell'ambito familiare che scolastico (Bernabini et al., 2020; Burghardt et al., 2020). In accordo con la Teoria Socio-culturale, sappiamo che un ruolo chiave è svolto dall'interazione del bambino con il caregiver (Rogoff, 2003; Vygotsky, 1978) per cui l'apprendimento ha le sue basi nell'interazione con altre persone. Anche secondo la teoria ecologica di Bronfenbrenner (1979) le interazioni dirette genitore-figlio, così come altri aspetti dell'ambiente del bambino, sono importanti per lo sviluppo delle loro competenze. Le esperienze dei primi anni risultano, quindi, importanti sia per lo sviluppo generale della conoscenza sia per lo sviluppo di competenze dominio-specifiche (Burghardt et al., 2020).

La letteratura, ad oggi si è concentrata maggiormente sulla rilevanza della *home literacy* sull'alfabetizzazione dei bambini: numerosi studi raccomandano l'importanza della pratica domestica. Ad esempio, alcune ricerche hanno trovato una correlazione positiva tra esposizione dei bambini alla lettura condivisa di libri e capacità del vocabolario ricettivo e tra istruzione sulle parole da parte dei genitori e acquisizione di abilità di decodifica (LeFevre et al., 2009).

Alcuni autori hanno, anche, sviluppato un modello che sottolinea l'importanza di esperienze indirette, come la lettura di libri di fiabe, e dirette, come l'insegnamento delle lettere, sullo sviluppo del linguaggio e dell'alfabetizzazione dei bambini (Sénéchal & LeFevre, 2002).

Solo di recente è stata messa in rilievo l'importanza anche dei concetti di *home numeracy environment* e *home numeracy* per l'impatto che sembrano avere sul processo di apprendimento precoce della matematica e sullo sviluppo delle prime abilità numeriche (Susperreguy et al., 2020).

Nello specifico, *home numeracy environment* rappresenta un ambiente familiare stimolante dal punto di vista matematico, numerico e spaziale, riguarda tutti quegli aspetti della vita familiare che sono di supporto all'apprendimento matematico precoce dei bambini, come la *home numeracy*, le risorse fisiche matematiche disponibili in casa (es. libri con numeri), lo status socio-economico e l'atteggiamento dei genitori nei confronti della matematica in termini di sentimenti di ansia e avversità o viceversa curiosità e predisposizione ad essa. Questi aspetti sono tutti fortemente correlati tra loro, per esempio bambini che provengono da famiglie con basso status socio-economico (SES) iniziano il percorso scolastico con una minore conoscenza e competenza matematica questo perché ci sono delle differenze nella qualità e quantità di supporto relativo alla matematica che il bambino riceve nell'ambito domestico (DeFlorio & Beliakoff, 2015).

Home numeracy indica, specificatamente, l'insieme di attività a carattere numerico, matematico e spaziale che coinvolgono il bambino e un adulto di riferimento (Bernabini et al., 2020).

Diversi autori hanno sviluppato strumenti di misurazione per la *home numeracy*, tra i tanti citiamo Purpura e colleghi (2021) e LeFevre e colleghi (2009).

Quest'ultimi, similmente a quanto riscontrato in ambito *literacy*, hanno anche proposto un sistema di classificazione che prevede la distinzione in *home numeracy* formale e informale.

Per quanto riguarda, invece, l'importanza rispetto allo sviluppo delle competenze numeriche la letteratura esistente riporta risultati talvolta contrastanti tra loro. Inoltre, sembra avere un'impatto sulle *early numeracy abilities*, non soltanto l'*home numeracy environment*, ma anche l'*home literacy environment*: diversi studi hanno dimostrato che l'alfabetizzazione domestica è a sua volta un predittore delle competenze matematiche all'età di tre anni.

Per questo motivo si ipotizza che gli ambienti domestici di *numeracy* e *literacy* non sono indipendenti l'uno dall'altro ma formano un costrutto globale denominato *home learning environment* (HLE) (Melhuish et al., 2008; LeFevre et al., 2009; Manolitsis et al., 2013; Skwarchuk et al., 2014; Segers et al., 2015).

In questo capitolo andremo ad analizzare alcuni studi i cui risultati hanno contribuito a formulare le nostre ipotesi di ricerca.

2.2 Definizione, classificazione e strumenti di misurazione

Utilizziamo "*home numeracy*" per riferirci sia alla frequenza di attività numeriche svolte in ambito domestico da parte del genitore ma anche alla quantità di interazioni verbali a carattere matematico (Mutaf Yildiz et al., 2018).

LeFevre et al. (2009) propone, al fine di comprendere meglio la relazione tra attività domestiche e abilità matematiche, una distinzione tra due tipi di *home numeracy*: formale e informale. *Home numeracy* formale sono attività focalizzate sul numero, sulla matematica che vengono realizzate con scopi educativi espliciti come contare gli oggetti o ripetere la stringa dei numeri. *Home numeracy informale*, invece, sono attività della vita quotidiana per cui l'acquisizione dei concetti, delle competenze è incidentale, sono attività che implicano dei ragionamenti a carattere numerico, matematico che le rendono improntate all'apprendimento delle abilità numeriche, alcuni esempi possono essere giocare con la cassa o parlare di eventi temporali in sequenza.

Altri studi (Skwarchuk, 2009) propongono altre distinzioni tra attività *basic* e *complex*. Le attività base includevano contare oggetti, recitare la stringa dei numeri e leggere i numeri fino a 20. Le attività complesse, invece, includevano operazioni di addizione, sottrazione e confronto con gruppi di oggetti, contare a gruppi di due, connettere punti e labirinti. Questa classificazione viene poco utilizzata perché un tipo di attività rientra diversamente nelle due categorie anche a seconda dell'età dei soggetti, per bambini in età prescolare un compito che prevede l'operazione della moltiplicazione rientra nella categoria *complex*, mentre, per un bambino che frequenta i primi anni del ciclo di istruzione elementare rientra nella categoria *basic* (Cahoon et al., 2021).

Susperreguy e colleghi (2020) parlano anche di *mapping activities* in cui i genitori si focalizzano su attività numeriche semplici relative ai diversi modi di rappresentare i numeri (per esempio, identificare i numeri scritti) e di *operational activities* che sono, invece, attività più complesse che richiedono al bambino di manipolare e ragionare sulle quantità.

Nuovi studi hanno posto l'attenzione anche su componenti non-numeriche come l'ambiente spaziale. Dearing e colleghi (2012) distinguono tra *numeracy activities* e *spatial activities*. Il ragionamento spaziale include le capacità di visualizzare e manipolare mentalmente informazioni spaziali e le *spatial activities* prevedono esperienze che hanno a che fare con la percezione di oggetti nello spazio come costruire mappe e giocare con i puzzle (Purpura et al., 2020). I genitori, inoltre, ingaggiano interazioni verbali a carattere spaziale, per esempio quando descrivono posizioni di oggetti nello spazio (“tra”, “sotto”, “sopra”). E' importante anche la componente spaziale perché ci sono forti evidenze che la conoscenza spaziale è correlata alle abilità matematiche nei bambini (Zippert & Rittle Johnson, 2020).

Per quanto riguarda gli strumenti di misurazione questi sono principalmente questionari self-report compilati dai genitori oppure attraverso l'osservazione (Skwarchuk, 2009).

Diversi questionari sono stati sviluppati da differenti autori, alcuni di essi presentano dei limiti come il considerare l'*home numeracy* un costrutto unidimensionale o il non considerare altri fattori influenti come la presenza in casa di fratelli o l'utilizzo di forme di tecnologia (Cahoon et al., 2017). Alcuni questionari, oggi maggiormente utilizzati, hanno cercato di porre una soluzione a questi limiti, per esempio LeFevre (2009) inserisce degli item che coprono altri domini della matematica come la geometria oppure Cahoon & Purpura (2021) inseriscono delle sezioni specifiche relative ai fratelli e all'utilizzo della tecnologia in casa.

Per quanto riguarda, invece, l'osservazione questa può avvenire in laboratorio o in contesti più ecologici come l'ambito domestico. Tipicamente, la diade genitore-figlio viene osservata o durante attività della vita quotidiana oppure in sessioni strutturate di gioco proposte dallo sperimentatore (Levine et al., 2010; Eason & Ramani, 2020). Le sessioni vengono registrate e poi trascritte, questo perché questo metodo d'indagine viene utilizzato più spesso per valutare la qualità delle interazioni verbali tra genitore e figlio, piuttosto che la frequenza delle attività numeriche. Abbiamo già accennato, infatti, che *home numeracy* riguarda anche la quantità di interazioni verbali a carattere matematico. Alcuni lavori recenti (Susperreguy e Davis-Kean, 2016) hanno mostrato come il numero e la qualità delle interazioni verbali tra genitore e figlio è un forte predittore delle prime conoscenze numeriche.

Nello specifico, alcuni studi hanno analizzato diversi tipi di interazioni verbali e verificato quali fossero più predittivi di determinate abilità numeriche, per esempio, interazioni che coinvolgono il conteggio e che si riferiscono a numerosi set di oggetti (da 4 a 10) sono forti predittori della conoscenza cardinale (Gunderson & Levine, 2011).

2.3 Cosa influenza l'Home Numeracy? Ansia ed aspettative genitoriali e SES

Quando parliamo di *home numeracy* dobbiamo fare una serie di considerazioni anche su aspetti genitoriali come l'attitudine nei confronti della matematica o le aspettative nei confronti dei figli per capire meglio come queste influenzino un maggiore o minore coinvolgimento nelle interazioni genitore-figlio.

Skwarchuk e colleghi (2014) propongono un modello (Figura 2) in cui viene posta l'attenzione sui *parent factors* come *numeracy attitudes* (in termini di piacevolezza rispetto alle attività matematiche) e *academic expectations* (aspettative rispetto ai risultati accademici dei figli). In passato, altri studi avevano dimostrato come genitori con alte aspettative rispetto alle competenze dei loro bambini prima del *Grade 1* riportassero livelli più alti nella frequenza di attività formali per l'alfabetizzazione e la *numeracy* (LeFevre et al., 2002, LeFevre et al., 2010, Martini e Sénéchal, 2012). Anche nel modello proposto da Skwarchuk viene messo in risalto il ruolo delle aspettative accademiche genitoriali come forte predittore della frequenza di *home numeracy*, sia *basic* che *advanced*.

In generale, ad un aumento delle aspettative genitoriali segue una maggiore frequenza di *home learning activities*, quindi, sia rispetto alla *numeracy* che all'alfabetizzazione. Per quanto riguarda l'aspetto delle attitudini genitoriali, studi precedenti avevano dimostrato che in media i genitori sono più coinvolti e propensi in attività di alfabetizzazione rispetto alle attività matematiche (Skwarchuk, 2009), in questo studio veniva ipotizzato che genitori con un'attitudine positiva alla matematica avrebbero riportato una frequenza maggiore di *home numeracy*. In realtà i risultati necessitano di ulteriori approfondimenti perché l'attitudine genitoriale risulta essere predittrice della performance dei bambini nei compiti matematici piuttosto che della frequenza di *home numeracy*, rimane tuttavia un aspetto importante nella costruzione dell'*Home Numeracy Model*.

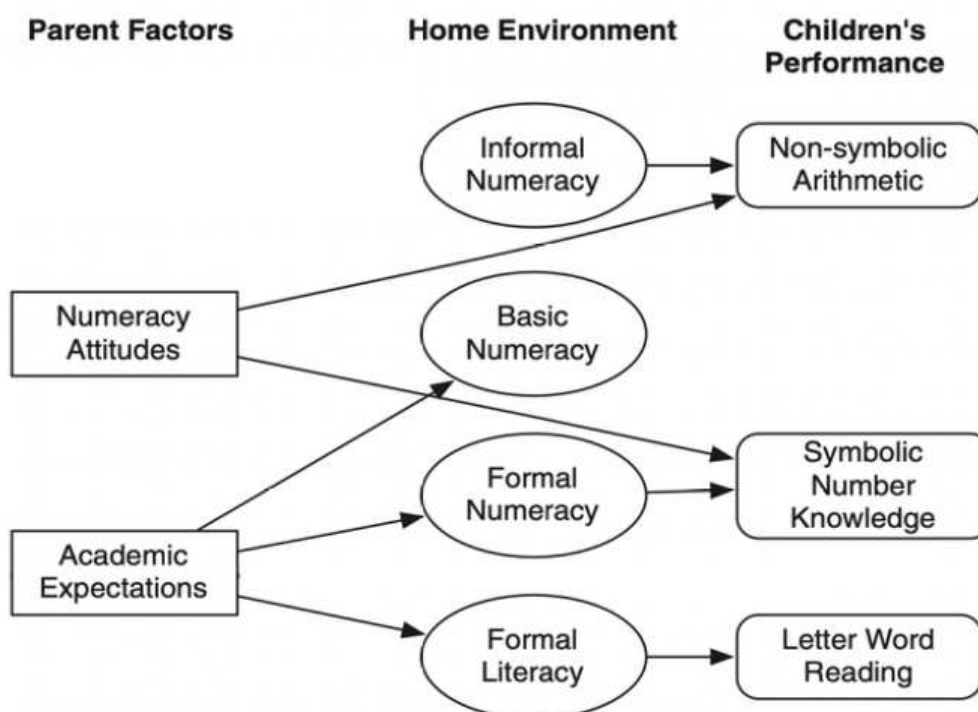


Figura 2 *Home Numeracy Model* (Skwarchuk, 2014)

Un approfondimento per quanto riguarda l'aspetto della *numeracy attitudes* dei genitori può essere fatto rispetto al sentimento di ansia che spesso è frequente nello svolgimento di particolari attività a carattere numerico (Rapporto OECD, 2012). Alcuni studi mettono in evidenza come l'ansia del genitore può influenzare il suo atteggiamento verso l'apprendimento del figlio e trasmettere determinati messaggi sulla matematica che hanno un impatto anche sulla prestazione del bambino (Gunderson et al., 2012). Nello specifico, Soni & Kumari (2017) hanno evidenziato come nei bambini tra i 5 e i 10 anni l'ansia per la matematica viene aumentata dall'ansia per la matematica dei genitori e questo influisce negativamente sul loro atteggiamento per la matematica e sulle loro prestazioni. Alcuni studi hanno dimostrato come l'ansia per la matematica diminuisce la probabilità di esporsi alla matematica e alle opportunità di apprendimento attuando comportamenti di procrastinazione ed evitamento (Ashcraft & Moore, 2009; Scarpello, 2005); questo potrebbe avere un impatto sulla probabilità che i genitori si impegnino con una certa frequenza in attività di *home numeracy* come attività di calcolo e conversazioni a carattere numerico con i propri figli, che abbiamo già visto a loro volta associate alle prestazioni nei compiti dei bambini (Berkowitz et al., 2015; Vukovic et al., 2013).

Un altro aspetto che influisce sulla frequenza di *home numeracy* è lo status socio-economico (SES) (Mutaf-Yildiz, 2020). Lo status socio-economico inteso come livello di educazione dei genitori e reddito familiare è un importante predittore di buone performance dei bambini in ambito scolastico (Davis-Kean, 2005).

Alcuni autori (Conger et al., 2002; Mistry et al., 2002) suggeriscono che questo effetto dello status socio-economico sulle abilità del bambino sia mediato dalla qualità delle interazioni familiari che comprendono a loro volta le attività di *home numeracy* (Dubow et al., 2009). Alcuni studi, analizzano, nello specifico la relazione tra SES e *Home Learning Environment* (Niklas e Schneider, 2017) dimostrando come i due costrutti siano fortemente associati. In realtà gli studi in letteratura sono contrastanti, alcuni sostengono quello già affermato che esiste un'associazione positiva tra *home numeracy* e famiglie con alto SES rispetto a famiglie con basso SES (Dunst et al., 2017), altri studi, invece, non hanno trovato correlazione tra il livello di educazione del genitore e il loro *engagement* nelle attività di *home numeracy* (LeFevre et al., 2010; Niklas and Schneider, 2014).

Un ultimo aspetto che andiamo a considerare è quello delle *beliefs about math*, che Elliot e Bachman (2018) includono nel loro modello di *Home Numeracy* (Figura 3). Il modello, in linea con quello di Skwarchuck (2014), mette in evidenza l'importanza delle *attitudes* e delle *expectations* dei genitori sulla frequenza di pratiche a sostegno dell'apprendimento numerico e sulla performance dei bambini.

Inoltre, pone l'attenzione anche su quelle che chiama *beliefs* relative all'importanza della pratica di alcune abilità scolastiche che comprendono diversi domini, tra cui quello matematico, rispetto all'importanza della matematica e a come questa dovrebbe essere imparata ed insegnata.

I risultati di alcuni studi, che necessitano comunque di ulteriori approfondimenti, hanno dimostrato come esista una correlazione positiva tra queste *math beliefs* genitoriali e la frequenza di *home numeracy* (Sonnenschein et al., 2012).

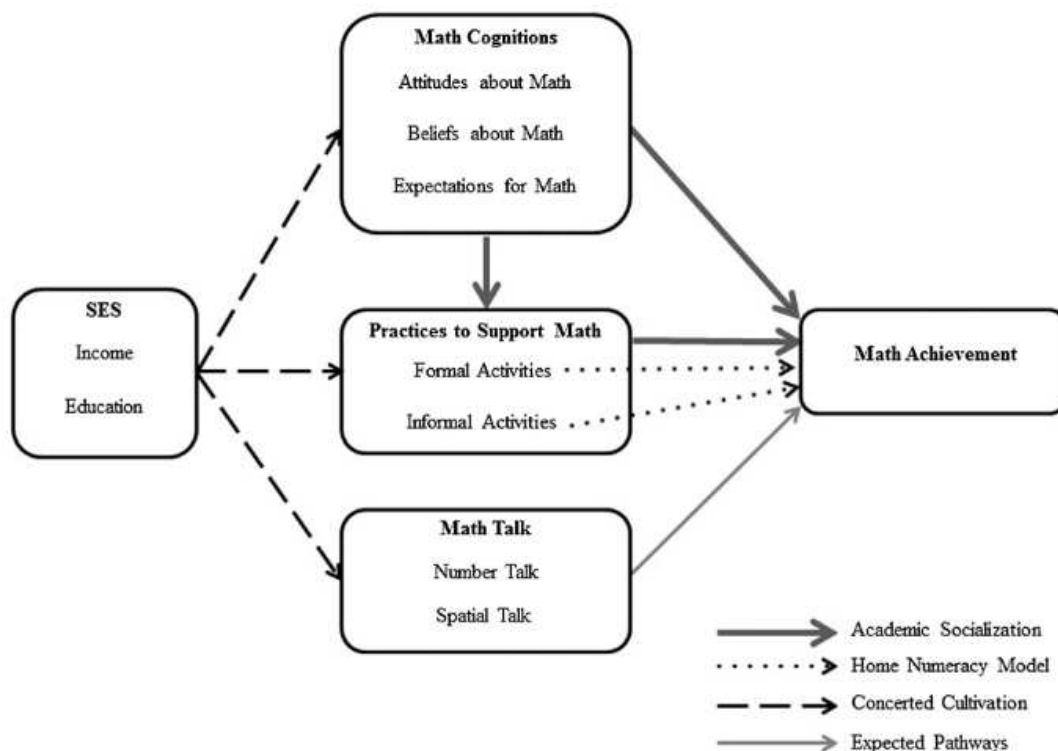


Figura 3 *Home Numeracy Model* (Elliot & Bachman, 2018)

2.4 Relazione tra Home Numeracy ed Early Numeracy Abilities

L'*home numeracy environment* sembra quindi avere un ruolo fondamentale nello sviluppo delle *early numeracy abilities*. Numerosi studi in questo campo di ricerca hanno cercato di indagare se e quali tipi di *home numeracy* fossero maggiormente predittivi di alcune abilità, tuttavia, i risultati sono stati talvolta contrastanti tra loro (Mutaf Yildiz et al., 2018).

Blevins-Knabe e Musun-Miller (1996) furono tra i primi a condurre studi in merito e dimostrarono come alcune abilità matematiche erano correlate positivamente con alcune delle attività di *home numeracy* riportate dai genitori nel questionario come contare 1, 2 e 3 o parlare di piccoli problemi aritmetici come $1+1=2$. Tuttavia, gli stessi autori in successive ricerche (2000) non trovarono le stesse correlazioni positive tra attività di *home numeracy* e le performance dei bambini nelle prove.

Secondo alcuni autori (LeFevre et al., 2009) il limite di questi primi studi fu quello di non distinguere tra i diversi tipi di *home numeracy* (formale o informale).

A sostegno dell'ipotesi per cui la *home numeracy* formale fosse predittore delle abilità matematiche dei bambini ci sono gli studi Huntsinger e colleghi (2000) che dimostrarono che attività con scopo educativo esplicito messe in atto dal genitore correlavano con la performance del bambino.

Altri studi che confermano questi risultati sono quelli di Figuredo e colleghi (2001, citato da LeFevre et al., 2009) che dimostrarono che la frequenza con cui i genitori insegnavano semplici somme ai figli (*home numeracy* formale) era predittore delle competenze numeriche dei bambini in età pre-scolare e di LeFevre e colleghi (2002) che trovarono delle correlazioni positive tra attività di *home numeracy* formale come contare o svolgere semplici addizioni e abilità matematiche come il conteggio e il riconoscimento dei numeri.

Anche Kleemans e colleghi (2012) hanno trovato delle associazioni positive tra attività formali e alcune abilità come comparazione, conteggio e corrispondenza biunivoca.

Viceversa, altri studi sostenevano l'importanza della *home numeracy* informale, per esempio, Susperreguy (2018) condusse un esperimento per verificare quale tipo di *home numeracy* fosse maggiormente predittiva in compiti di fluenza e conoscenza matematica. I risultati dimostrarono come la conoscenza matematica fosse correlata positivamente con la *home numeracy* informale, mentre la fluenza con entrambi i tipi di attività.

Nello specifico i giochi da tavolo sembrano essere forti predittori di abilità numeriche nei bambini, Niklas e Schneider (2014) dimostrano che praticare giochi da tavolo con il dado (esempio di *home numeracy* informale) fosse predittore di alcune competenze. Più nello specifico, Ramani and Siegler (2008) dimostrarono che una maggiore attività con giochi da tavolo era correlata positivamente con abilità di comparazione di grandezze, stima della linea numerica, conteggio e identificazione dei numeri.

La distinzione proposta da LeFevre tra i tipi di attività non sembra, quindi, l'unico aspetto da considerare per risolvere le contraddizioni tra quale sia l'associazione tra *home numeracy* ed *early numeracy abilities*.

A questo proposito, Skwarchuk e colleghi (2014), propongono, come abbiamo già visto nel modello di riferimento, una distinzione tra attività numeriche simboliche e non-simboliche, suggerendo come queste potrebbero essere correlate diversamente ai tipi di *home numeracy*. Questa ipotesi necessita comunque di ulteriori approfondimenti in quanto gli studi riportano risultati ancora contrastanti. Per esempio Mutaf e Yildiz e colleghi (2018) hanno condotto una ricerca i cui risultati mostrano assenza di correlazione tra *home numeracy* formale e attività non simboliche e, viceversa, delle correlazioni tra *home numeracy* informale e calcolo e stima simbolica della linea numerica. Similmente, Benavides-Varela e il gruppo di ricerca (2016) hanno condotto un esperimento i cui risultati mostrano che le attività svolte a casa sono forti predittori della performance dei bambini in compiti numerici esatti ma anche che particolari attività informali come i giochi da tavolo predicevano abilità esatte come il conteggio.

3. LA RICERCA

I risultati degli studi in merito all'associazione tra *home numeracy* e *early numeracy abilities* sono quindi, ancora oggi, ambigui e talvolta in contrasto tra loro. Sulla base della letteratura citata abbiamo ideato le nostre ipotesi di ricerca ponendo l'attenzione su alcuni aspetti tra quelli esaminati, tra cui la distinzione tra *home numeracy informale* e *formale* rispetto a quale delle due abbia un maggiore impatto sulla performance del bambino in ciascun compito. Un altro elemento di interesse nella ricerca è esaminare il ruolo della *home numeracy* spaziale nello sviluppo di alcune abilità numeriche. Infine, abbiamo voluto lavorare con un campione di *toddlers* poiché la letteratura in merito è scarsa al riguardo, nonostante, abbiamo visto, le *early numeracy abilities* siano presenti fin dalla prima infanzia. Le nostre ipotesi specifiche sono, quindi:

1. Esiste una correlazione positiva tra *home numeracy formale/informale/spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE* e acquisizione dei quantificatori in compiti di comparazione, comprensione e produzione (Give me a Set)
2. Esiste una correlazione positiva tra *home numeracy formale/informale/spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE* e comprensione del quantificatore "niente" in un compito di GAN
3. Esiste una correlazione positiva tra *home numeracy formale/informale/spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE* e cardinalità dei numeri (compito di GAN)
4. Esiste una correlazione positiva tra *home numeracy formale/informale/spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE* e proto-aritmetica

5. Esiste una correlazione positiva tra home numeracy formale/informale/ spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE e ANS
6. Esiste una correlazione positiva tra home numeracy formale/informale/ spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE e seriazione
7. Esiste una correlazione positiva tra home numeracy formale/informale/ spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE e comprensione di parole-numero
8. Esiste una correlazione positiva tra home numeracy formale/informale/ spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE e conteggio ed enumerazione
9. Esiste una correlazione positiva tra home numeracy formale/informale/ spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE e corrispondenza bi-univoca
10. Esiste una correlazione positiva tra home numeracy formale/informale/ spaziale/numerica/spaziale+numerica/HLE e gnosi delle dita

3.1 Campione

Hanno partecipato allo studio 20 bambini frequentati l'asilo nido o la scuola dell'infanzia (età media = 33.9 mesi; ds = 4.51; M = 6, F = 14)(Figure 4 e 5) e un genitore per ciascun bambino partecipante (Madre = 16; Padre = 4). Prima della somministrazione del compito al bambino, il genitore ha compilato un questionario online e accettato il consenso informato.

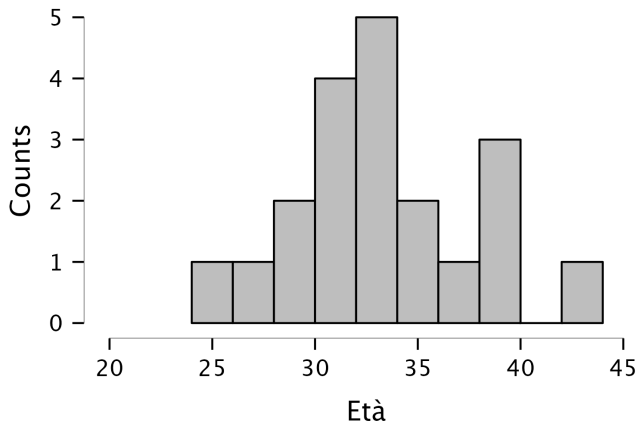


Figura 4. Distribution plot dell'età

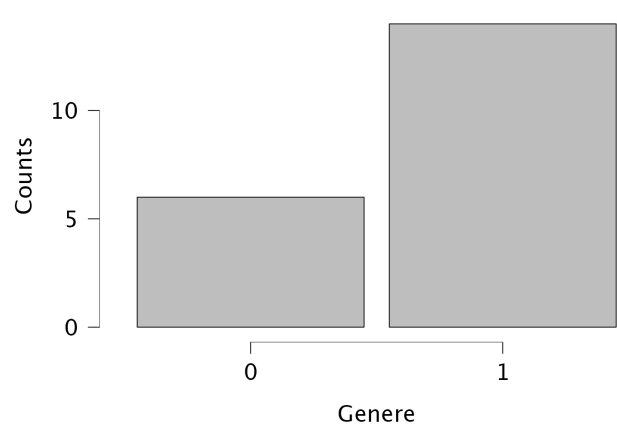


Figura 5. Distribution plot del genere

3.2 Metodo

Per quanto riguarda la misurazione delle *early numeracy abilities* abbiamo realizzato una batteria ad hoc. Si tratta di un adattamento della BIN, batteria per la valutazione delle abilità numeriche in altre fasce d'età.

Ogni bambino ha partecipato a tre sessioni in giornate diverse, a circa una settimana di distanza l'una dall'altra, questo per far sì che non si affaticasse durante la somministrazione. Le sessioni, che duravano circa 20 minuti ciascuna, si sono svolte in presenza, in ambiente domestico o presso l'istituto scolastico di riferimento, la somministrazione delle prove è avvenuta attraverso l'utilizzo di un dispositivo elettronico, tablet o computer portatile. Il bambino veniva fatto sedere, in una stanza silenziosa, vicino ad un banco, ad una distanza di circa 40-50 cm dal dispositivo, posto orizzontalmente sul tavolo, lo sperimentatore sedeva accanto al bambino. L'educatrice di riferimento o il genitore potevano decidere se osservare lo svolgimento del compito, in quel caso veniva chiesto di non interferire con la somministrazione.

Le sessioni erano video e audio registrate e, per una migliore codifica, lo sperimentatore ha compilato un protocollo cartaceo con i punteggi delle prove. Le attività erano interattive e rese coinvolgenti e accattivanti per la fascia di età, in modo che l'interesse e l'attenzione del bambino si mantenessero costanti nel tempo di svolgimento della prova. Le singole prove prevedevano la presentazione di stimoli visivi con delle domande vocali a cui il bambino doveva rispondere ed erano così suddivise.

3.3 Compiti e strumenti

3.3.1 Valutazione delle abilità numeriche dei bambini

Le prove, suddivise in 3 sessioni, indagano le competenze dei bambini in diverse aree numeriche come l'acquisizione del linguaggio matematico, il conteggio, la cardinalità, l'ANS, la proto-aritmetica, la seriazione, la corrispondenza bi-univoca e l'ordinamento.

Lo scoring dei compiti è stato eseguito attribuendo un punto per le risposte corrette e zero punti per quelle errate, il punteggio totale è stato ottenuto sommando i punti delle singole prove.

I compiti proposti erano i seguenti:

1. compito di comparazione semantica per cui al bambino venivano presentate due immagini e veniva posta una domanda che comprendeva un quantificatore semantico (esempio di item "Dove sono tutti i bicchieri pieni?"). La prova comprendeva 11 item.

2. compito di addizione approssimata per cui passavano sullo schermo nero un numero variabile di dots bianchi che confluivano in una scatola al centro dello schermo e il bambino doveva tenere traccia di questi e fornire la risposta corretta tra due alternative (esempio “ $1+1= 2$ o 4 ?”). La prova prevedeva 6 trial.
3. compito di conteggio e cardinalità tramite il Give-N per cui al bambino veniva chiesto di trascinare nel cesto un certo numero di oggetti (esempio “Metti nel cestino 1 mela”). La prova prevedeva 9 trial e comprendeva i numeri da 0 a 7 e un item con il quantificatore “nessuno”.
4. compito di comprensione semantica per cui il bambino doveva confermare o meno la veridicità di un’affermazione che comprendeva un quantificatore semantico (esempio “Dare i palloncini a tutti. Guarda bene...tutte le bambine hanno i palloncini?” Vero/Falso). Gli item della prova erano 10.
5. compito di ANS, lo schermo era diviso in due e da entrambe le parti erano presenti un numero variabile di *dots* e al bambino veniva chiesto di indicare dove c’è ne fossero di più. La prova prevedeva 32 item di cui 4 di familiarizzazione.
6. compito di seriazione per cui il bambino doveva mettere in ordine una serie di oggetti da più grande al più piccolo e viceversa (esempio “Metti in ordine le mele dalla più grande alla più piccola”). I trial della prova erano 4.
7. compito di comprensione semantica rispetto a parole-numero per cui al bambino venivano presentate tre alternative e gli veniva chiesto di indicare dove fosse presente un N numero di oggetti (esempio “Dove ci sono due caramelle?”). Gli item della prova erano 5.

8. compito di conteggio, il bambino doveva contare gruppi di oggetti con diversa numerosità da 2 a 7 (esempio “Quanti palloni ci sono?”)
9. compito di corrispondenza biunivoca, al bambino veniva chiesto di sistemare nell’acquario un certo numero di pesci rispetto al numero di pallini presenti sul dado. La prova prevedeva 4 trial.
10. compito di produzione rispetto ai quantificatori semantici per cui al bambino veniva chiesto di dare un numero diverso di palline tra la volpe e la mucca in accordo a quanto espresso dal quantificatore (esempio “Dai tutte le palline a volpe”). Gli item della prova erano 11.
11. compito di gnosi delle dita per cui veniva chiesto al bambino di riprodurre delle configurazioni numeriche con le dita. Le prove erano 8.

3.3.2 Valutazione della *home numeracy*

Ai genitori è stato chiesto di completare un questionario online suddiviso in 5 sezioni:

1. Informazioni riguardo lo status socio-economico come il titolo di studio e l’occupazione dei genitori
2. Domande riguardo alle aspettative del genitore sulle abilità numeriche che il bambino dovrebbe possedere all’inizio della scuola dell’infanzia e della scuola primaria
3. Domande relative alla frequenza di *home numeracy*, nello specifico ai genitori è stata proposta una serie di 21 attività e gli è stato chiesto di rispondere indicando con quale frequenza avessero svolto tali attività nell’ultimo mese.

Queste comprendevano attività formali (esempio di item “contare piccoli gruppi di oggetti”), informali (esempio “parlare di eventi in ordine cronologico prima, dopo, durante”), numeriche (esempio “Il genitore propone di guardare insieme cartoni animati e/o video, esempio su YouTube, in cui si parla di numeri come -Impariamo i numeri con Leo il camion curioso-”), visuospaziali (esempio “incastrare delle forme negli spazi corrispondenti”) e una serie di attività generali (esempio “leggere libri di favole”). Il punteggio era calcolato su una scala Likert a 5 punti in cui 1 indicava che l’attività non era stata svolta e 5 l’attività era stata svolta quasi tutti i giorni. Gli item del questionario sono stati riadattati a partire dai lavori di LeFevre (2009) e Cahoon (2021)

4. Domande che indagano l’assenza/presenza nel genitore di ansia per la matematica
5. Informazioni relative allo sviluppo linguistico del bambino

3.4 Analisi dei dati

Ai fini della nostra ricerca abbiamo calcolato, sommando la frequenza delle diverse attività ottenendo un punteggio di HLE totale, un punteggio di *home numeracy* formale, *home numeracy* informale, *home numeracy* spaziale e *home numeracy* strettamente numerica. Abbiamo poi calcolato un punteggio per ogni prova del bambino, un punteggio totale per le attività simboliche e un punteggio totale per le attività non-simboliche. Per le attività simboliche abbiamo tenuto in considerazione i punteggi ottenuti nelle prove di cardinalità e conteggio, Give Me a Number e di comprensione semantica di parole-numero.

Per le attività non simboliche, invece, abbiamo sommato i punteggi delle prove comparazione, comprensione e produzione dei quantificatori semantici, di addizione approssimata, di ANS, di seriazione e di corrispondenza biunivoca. Abbiamo svolto delle analisi descrittive delle abilità numeriche dei bambini e delle attività domestiche, successivamente abbiamo indagato le relazioni tra i vari punteggi di home numeracy e le abilità numeriche utilizzando le correlazione di Spearman e Kendall con il software JASP. Abbiamo, infine, svolto un t-test di student per campioni indipendenti per verificare la presenza di differenze significative tra i gruppi molte attività/poche attività domestiche.

3.5 Risultati

3.5.1 Analisi descrittive rispetto alle abilità numeriche dei bambini

Analizzando le prove numeriche somministrate ai bambini (Tabella 1), è emerso che la cardinalità dello zero ($M = 0.100$; $d.s. = 0.308$) sembra essere in ritardo rispetto a quella degli altri numeri ($M = 0.600$; $d.s. = 0.681$), questo in linea con gli studi presenti in letteratura riguardo all'acquisizione dello zero (Krajcsi et al., 2021). Abbiamo svolto anche un t-test di Student per verificare differenze di genere nelle prestazioni dei bambini ma non sono emerse differenze significative (Tabella 2).

Abilità numeriche	M	d.s.	Range
Comparazione quantificatori	6.200	2.285	3-11
GAN totale	0.600	0.681	0-2
GAN - niente	0.350	0.489	0-1
Card 0	0.100	0.308	0-1
Comprensione quantificatori	6.200	1.609	3-8
Proto-aritmetica	2.947	1.224	1-5
ANS	15.053	4.847	3-22
Seriazione	5.000	3.432	1-14
Comprensione parole-numero	1.813	1.047	0-4
Enumerazione	3.688	3.198	0-10
Conteggio	1.688	1.702	0-5
Corrispondenza bi-univoca	3.375	1.628	1-6
GAS	36.125	23.223	3-72
Gnosi delle dita	5.063	2.435	0-8
Quanti anni hai	0.563	0.512	0-1
Conta le dita di una mano	2.688	2.243	0-5

Tabella 1 Analisi descrittive abilità numeriche bambini

Abilità numeriche	t	df	p
Comparazione quantificatori	0.166	18	0.870
GAN totale	-1.157	18	0.262
GAN - niente	0.893	18	0.384
Card 0	0.624	18	0.541
Comprensione quantificatori	0.843	18	0.411
Proto-aritmetica	0.520	17	0.610
ANS	-0.840	17	0.413
Seriazione	-0.140	17	0.890

Abilità numeriche	t	df	p
Comprensione parole-numero	-1.472	14	0.163
Enumerazione	0.945	14	0.361
Conteggio	-0.632	14	0.538
Corrispondenza bi-univoca	-0.385	14	0.706
GAS	-1.749	14	0.102
Gnosi delle dita	-0.077	14	0.940
Quanti anni hai	-0.367	14	0.719
Conta le dita di una mano	0.195	14	0.848

Tabella 2 T-test di Student per differenze di genere

3.5.2 Analisi descrittive rispetto alle attività domestiche

Abbiamo poi confrontato la frequenza delle attività formali ($M = 27.750$; d.s. = 7.677) e di quelle informali ($M = 23.200$; d.s. = 5.376) e notiamo come i genitori investono leggermente più tempo nella home numeracy formale. Per quanto riguarda invece la suddivisione tra attività numeriche ($M = 33.650$; d.s. = 9.593) e quelle visuo-spaziali ($M = 17.800$; d.s. = 3.820), sembra che i genitori si impegnino maggiormente in attività numeriche forse perché poco consapevoli dell'importanza di aspetti meno numerici nello sviluppo delle abilità matematiche (Tabella 3).

Tipo di HN	M	d.s.	Range
HLE	67.750	14.183	40-95
HN generale	16.800	3.397	8-23
HN spaziale	17.800	3.820	11-25
HN numerico	33.650	9.593	20-51
HN formale	27.750	7.677	15-43
HN informale	23.200	5.376	13-34

Tabella 3 Analisi descrittive *home numeracy*

3.5.3 Correlazioni abilità numeriche e attività domestiche

Per quanto riguarda l'analisi con la correlazione di Spearman (Tabella 4) notiamo alcune correlazioni positive tra HLE e gnosi delle dita ($r=0.623$, $p=0.010$), tra HN formale e gnosi delle dita ($r=0.599$, $p=0.014$), tra HN formale e conta le dita di una mano ($r=0.501$, $p=0.048$), tra HN informale e gnosi delle dita ($r=0.506$, $p=0.045$), tra HN spaziale+numerico e conteggio ($r=0.508$, $p=0.044$) e tra HN spaziale+numerico e gnosi delle dita ($r=0.590$, $p=0.016$).

Per quanto riguarda, invece, l'analisi con la correlazione di Kendall (Tabella 5), le associazioni significative sono tra HN formale e gnosi delle dita ($r=0.464$, $p=0.018$), HN spaziale+numerico e conteggio ($r=0.407$, $p=0.043$), tra HN spaziale+numerico e gnosi delle dita ($r=0.407$, $p=0.018$) e tra HLE e gnosi delle dita ($r=0.496$, $p=0.011$).

Variabile		19. HLE	20. HN form.	21. HN inform.	22. HN spaz.	23. HN num.	24. HN spaz+num	25. HN vario
11. Conteggio	rho	0.490	0.464	0.418	0.389	0.322	0.508*	0.273
	p-value	0.054	0.070	0.107	0.137	0.225	0.044	0.305
14. Gnosi dita	rho	0.623*	0.599*	0.506*	0.466	0.412	0.590*	0.318
	p-value	0.010	0.014	0.045	0.069	0.113	0.016	0.230
16. Conta le dita di una mano	rho	0.497	0.501*	0.304	0.167	0.427	0.477	0.128
	p-value	0.050	0.048	0.253	0.537	0.099	0.062	0.637

* $p<.05$, ** $p<.01$, *** $p<.001$ Tabella 4 Correlazione di Spearman

Variabile		19. HLE	20. HN form.	21. HN inform.	22. HN spaz.	23. HN num.	24. HN spaz+num	25. HN vario
11. Conteggio	rho	0.379	0.355	0.331	0.299	0.254	0.407*	0.202
	p-value	0.055	0.075	0.099	0.133	0.195	0.043	0.320
14. Gnosi dita	rho	0.496*	0.464*	0.378	0.355	0.346	0.470*	0.235
	p-value	0.011	0.018	0.057	0.071	0.078	0.018	0.242

*p<.05, **p<.01, ***p<.001 Tabella 5 Correlazione di Kendall

Abbiamo poi voluto eseguire un t-test per campioni indipendenti per verificare se ci fosse una differenza significativa fra due gruppi, uno con alta frequenza di attività domestica e uno con bassa. I due gruppi sono stati costruiti sulla base della media e della deviazione standard, ottenendo così due gruppi: 1- poco HLE fino a M=69.000 -2 tanto HLE.

Sono emerse alcune differenze, anche se non significative: un maggiore coinvolgimento in attività di Home Numeracy porta a performance migliori nel bambino, rispetto ad un basso coinvolgimento. Questo è emerso per il GAN totale ($t(18)=-2.151$; $p=0.045$), per il GAN niente ($t(18)=-0.447$; $p=0.660$), per la comprensione dei quantificatori ($t(18)=-0.271$; $p=0.789$), per l'ANS ($t(17)=-1.415$; $p=0.175$), per la seriazione ($t(17)=-0.261$; $p=0.797$), per l'enumerazione ($t(14)=-0.489$; $p=0.632$), per il conteggio ($t(14)=-2.461$; $p=0.027$), per la corrispondenza bi-univoca ($t(14)=-1.048$; $p=0.312$), per il GAS ($t(14)=-1.048$; $p=0.313$), per la gnosi delle dita ($t(14)=-1.653$; $p=0.121$), per il "quanti anni hai" ($t(14)=-1.049$; $p=0.312$) e per il "conta le dita di una mano" ($t(14)=-1.717$; $p=0.108$).

I grafici riportati (Figura 6) mettono in evidenza come in alcune aree dell'intelligenza numerica, per esempio il conteggio o l'acquisizione di un primo lessico numerico, l'HLE possa essere un fattore agevolante nella riuscita di questi compiti.

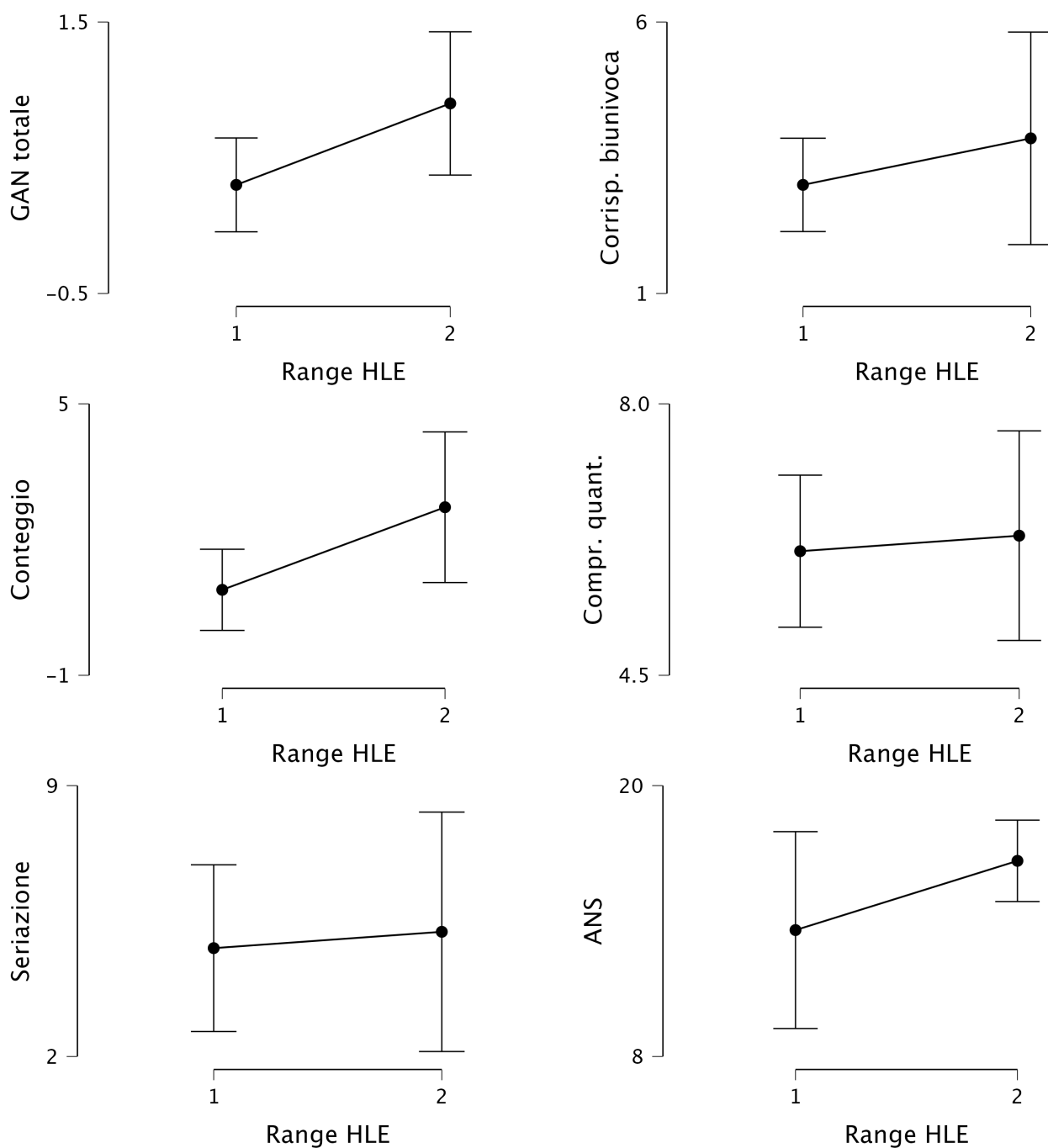


Figura 6. Descriptive Plot del t-test di Student

4. CONCLUSIONI

4.1 Discussione

Dalle analisi correlazionali di Spearman e Kendall non sono emersi risultati significativi tra diversi tipi di attività domestiche (formale vs informale e spaziale vs numerico) e abilità numeriche (simboliche vs non-simboliche).

Le diverse attività di *home numeracy* sembrano essere maggiori predittori di alcune abilità specifiche come il riconoscimento delle configurazioni numeriche sulle dita della mano, il conteggio e l'enumerazione, questo in linea con risultati di altri studi come LeFevre (2002) e Kleemans (2012). Abbiamo poi voluto verificare se ci fossero delle differenze nelle medie dividendo il campione in due gruppi: uno con alta frequenza di HN e uno con bassa. I risultati mostrano come il gruppo con alta frequenza di HN abbia prestazioni in media migliori rispetto al gruppo con bassa frequenza di attività domestica in molti dei *task* svolti come GAN totale, GAN niente, comprensione dei quantificatori, ANS, seriazione, enumerazione, conteggio, corrispondenza bi-univoca, GAS, gnosi delle dita, "quanti anni hai" e "conta le dita di una mano". Questo è un risultato interessante perché sembra confermare gli studi già presenti in letteratura che sottolineano l'impatto importante della *home numeracy* sullo sviluppo di alcune abilità numeriche. I risultati ottenuti in questo studio, così cometa letteratura già esistente, necessitano di ulteriori chiarimenti in quanto ambigui e contrastanti ma rimane comunque fondamentale il ruolo di un HLE stimolante che contribuisca, prima della scolarizzazione, allo sviluppo delle abilità numeriche (Benavides-Varela et al., 2016).

4.2 Limiti e prospettive future

Questo studio presenta sicuramente delle criticità, prima di tutto il campione molto ridotto che non permette di raggiungere una potenza del test significativa, successivamente riscontriamo un problema metodologico nella modalità in cui vengono indagate le attività di Home Numeracy.

In questo studio abbiamo utilizzato un questionario somministrato ai genitori, in questo modo è facile che entri in gioco un fattore di desiderabilità sociale, per cui il genitore tende a dare risposte considerate socialmente più accettabili, sovrastimando la frequenza delle attività che svolge con il bambino.

Inoltre, sarebbe interessante indagare non solo la frequenza degli scambi genitore-figlio, quindi dal punto di vista quantitativo, ma anche la qualità di queste interazioni. Per fare ciò si potrebbe ricorrere a studi osservazionali per cui creare contesti strutturati in laboratorio oppure in contesti casalinghi ed osservare direttamente come interagiscono genitore e figlio impegnati in diverse attività.

Infine, sarebbe utile ampliare la ricerca per la fascia di età dei *toddlers* che è ancora scarsa al riguardo, capire come i bambini piccoli assimilano queste conoscenze e competenze e a quali dimensioni della *home numeracy* sono maggiormente correlate. LeFevre (2010) sottolinea l'importanza dell'esposizione in contesti quotidiani considerato l'impatto che hanno le esperienze genitori-figli nelle prime fasi dello sviluppo, inoltre alcuni autori suggeriscono la possibilità per cui potrebbe essere più facile per il bambino creare associazioni tra parole numeriche astratte ed esperienze di vita reale (Gürgah Oğul et al., 2020).

E' chiara l'importanza dell'ambiente domestico nel sostenere lo sviluppo del bambino, sono necessari ulteriori studi per approfondire le componenti di questi costrutti e come interagiscono ed entrano in relazione tra loro.

La ricerca deve muoversi in questa direzione con due obiettivi, il primo è quello di generare consapevolezza nei genitori dell'importanza di queste prime abilità numeriche come predittori di successive competenze più complesse (Aunio e Niemivirta, 2010; Jordan et al., 2009), infatti, più spesso i genitori si concentrano su attività di alfabetizzazione ritenute più importanti per il successo scolastico, sottovalutando e tralasciando l'aspetto numerico che ritengono essere principalmente responsabilità della scuola (Cannon & Ginsburg, 2008).

Il secondo obiettivo è quello di creare interventi e percorsi di potenziamento che possano guidare ulteriormente il bambino nello sviluppo delle abilità numeriche. Ne è un esempio l'app per tablet *Bedtime Learning Together* (BLT) (Berkovitz et al., 2015) che consiste in un insieme di storie a cui seguono delle domande matematiche che genitore e figlio devono risolvere insieme.

Altri programmi di potenziamento sono stati realizzati da Starkey (2004) e Purpura (2016) .

Quest'ultimo e colleghi (2016) hanno dimostrato come in un gruppo di bambini in età pre-scolare leggere libri a sfondo matematico/numerico per 15/20 minuti al giorno, per due/tre giorni alla settimana per otto settimane migliori non solo l'acquisizione di un linguaggio numerico ma anche le competenze in altri compiti matematici.

Infine, Starkey (2004) propone un intervento con un campione di bambini in età pre-scolare che prevede una componente in classe ed una a casa.

Per quanto riguarda la parte svolta in classe, i bambini venivano ingaggiati con l'educatrice di riferimento in una serie di attività numeriche suddivise in unità, per esempio un'unità si concentrava sull'aspetto del ragionamento aritmetico per cui ai bambini veniva proposta un'attività in cui dovevano giudicare se le banane erano state assegnate in egual misura tra due scimmie peluche, oppure, un'altra unità si concentrava sul ragionamento spaziale per cui l'insegnante proponeva cartoncini di diverse forme e i bambini li replicavano e insieme discutevano su aspetti geometrici come quanti lati o angoli avesse ciascuna figura. La parte svolta a casa, invece, prevedeva una serie di incontri di formazione per i genitori per aiutarli a capire come supportare lo sviluppo matematico dei propri figli e come avviare e gestire queste attività casalinghe di *home numeracy*, infine, veniva fornito un *kit* con materiali e guide per replicare le attività svolte. Alla fine dell'intervento è stato registrato un miglioramento significativo della conoscenza matematica dei bambini.

Questi sono solo alcuni esempi degli interventi realizzati, è importante che la ricerca continui a muoversi su questa traiettoria per fornire strumenti sempre più adeguati per capire e potenziare gli aspetti dell'intelligenza numerica e, in generale, dello sviluppo cognitivo del bambino.

BIBLIOGRAFIA

Agrillo, C., & Bisazza, A. (2017). Understanding the origin of number sense: a review of fish studies. *Phil. Trans. R. Soc. B* 373: 20160511. <http://dx.doi.org/10.1098/rstb.2016.0511>

Almoammer, A., Sullivan, J., Donlan, C., Marušič, F., Žaucer, R., O'Donnell, T., & Barner, D. (2013). Grammatical morphology as a source of early number word meanings. *PSYCHOLOGICAL AND COGNITIVE SCIENCES*. <https://doi.org/10.1073/pnas.1313652110>

Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development*, Vol. 54, No. 3 (Jun., 1983), pp. 695-701

Ashcraft, M. H., & Moore, A. M. (2009). Mathematics anxiety and the affective drop in performance. *Journal of Psychoeducational assessment*, 27(3), 197-205.

Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences* Volume 20, Issue 5, October 2010, Pages 427-435

Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition*, 86(3), 201-221.

Benavides-Varela, S., Butterworth, B., Burgio, F., Arcara, G., Lucangeli, D., & Semenza, C. (2016). Numerical Activities and Information Learned at Home Link to the Exact Numeracy Skills in 5–6 Years-Old Children. *Front. Psychol.*, 11 February 2016. Sec. Developmental Psychology <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00094>

Berch, D.B. (2005). Making Sense of Number Sense: Implications for Children With Mathematical Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333–339

Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. *Science*, 350(6257), 196-198.

Bernabini, L., Tobia, V., Guarini, A., & Bonifacci, P. (2020). Predictors of Children's Early Numeracy: Environmental Variables, Intergenerational Pathways, and Children's Cognitive, Linguistic, and Non-symbolic Number Skills. *Front. Psychol.*, 06 November 2020 Sec. Developmental Psychology <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.505065>

Blevins-Knabe, B., Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting*, 5 (1996), pp. 35-45

- Blevins-Knabe, B., Austin, A. B., Musun, L., Eddy, A., & Jones, R. M. (2000). Family home care providers' and parents' beliefs and practices concerning mathematics with young children. *Early Child Dev. Care* 165, 41–58. doi: 10.1080/0300443001650104
- Bonny, J. W., & Lourenco, S. F. (2013). The approximate number system and its relation to early math achievement: Evidence from the preschool years. *Journal of Experimental Child Psychology* Volume 114, Issue 3, March 2013, Pages 375-388
- Braham, E. J., & Libertus M. E. (2016). Intergenerational associations in numerical approximation and mathematical abilities. *Developmental Science* (2016), pp 1–11 DOI: 10.1111/desc.12436
- Bremner, J. G., Slater, A. M., Hayes, R. A., Mason, U. C., Murphy, C., Spring, J., Draper, L., Gaskell, D., Johnson, S.P. (2017). Young infants' visual fixation patterns in addition and subtraction tasks support an object tracking account. *Journal of Experimental Child Psychology* 162 (2017) 199–208
- Bronfenbrenner, U. (1979). *The ecology of human development: Experiments by nature and design*. Harvard university press.
- Burghardt, L., Linberg, A., Lehrl, S., & Konrad-Ristau, K. (2020). The relevance of the early years home and institutional learning environments for early mathematical competencies. *Journal for educational research online*, 12(3), 103-125.
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. Macmillan.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 46:1, pp 3-18
- Cahoon, A., Cassidy, T., & Simms, V. (2017). Parents' views and experiences of the informal and formal home numeracy environment. *Learning, Culture and Social Interaction* Volume 15, December 2017, Pages 69-79
- Cahoon, A., Cassidy, T., Purpura, D. J., & Simms, V. (2021). Developing a Rigorous Measure of the Pre-School Home Mathematics Environment. *Journal of Numerical Cognition* Volume 7 (2)
- Cannon, J., & Ginsburg, H. P. (2008). “Doing the math”: Maternal beliefs about early mathematics versus language learning. *Early education and development*, 19(2), 238- 260.
- Case, R., & Okamoto, Y. (1996). The role of central conceptual structures in the development of children's thought. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 61(1-2), v–265.

Conger, R.D., Wallace, L.E., Sun, Y., Simons, R.L., McLoyd, V.C., Brody, G. (2002) Economic pressure in African American families: A replication and extension of the family stress model. *Developmental Psychology* 2002;38:179–193.

Davis-Kean, P. E. (2005). The Influence of Parent Education and Family Income on Child Achievement: The Indirect Role of Parental Expectations and the Home Environment. *Journal of Family Psychology*, 19(2), 294–304.

Dearing, E., Casey, B. M., Ganley, C. M., Tillinger, M., Laski, E., & Montecillo, C. (2012). Young girls' arithmetic and spatial skills: The distal and proximal roles of family socioeconomics and home learning experiences. *Early Childhood Research Quarterly* Volume 27, Issue 3, 3rd Quarter 2012, Pages 458-470

DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic Status and Preschoolers' Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs. *Early Education and Development* Volume 26, 2015 - Issue 3: Early Childhood Mathematics Education

Dehaene, S. (1997). *The number sense* Oxford University Press. *New York*.

Dehane, S. (2002). Précis of The Number Sense. *Mind & Language* Volume 16 Issue 1

DeSmedt, B., Noel, M.P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education* Volume 2, Issue 2, June 2013, Pages 48-55

Dubow, E. F., Boxer, P., & Huesmann, L.R. (2009). Long-term Effects of Parents' Education on Children's Educational and Occupational Success: Mediation by Family Interactions, Child Aggression, and Teenage Aspirations. *Merrill Palmer Q* (Wayne State Univ Press). 2009 Jul; 55(3): 224–249

Dunst, C. J., Hamby, D. W., Raab, M., & Bruder, M. B. (2017). Family Socioeconomic Status and Ethnicity, Acculturation and Enculturation, and Parent Beliefs about Child Behavior, Learning Methods, and Parenting Roles. *Journal of Education and Culture Studies* ISSN 2573-0401 (Print) ISSN 2573-041X (Online) Vol. 1, No. 2, 2017

Eason, S. H., & Ramani, G. B. (2020). Parent–child math talk about fractions during formal learning and guided play activities. *Child development*, 91(2), 546-562.

Elliott, L., & Bachman, H. J. (2018). SES disparities in early math abilities: The contributions of parents' math cognitions, practices to support math, and math talk. *Developmental Review*, 49, 1-15.

Figueredo, L., LeFevre, J., & Senechal, M. (2001). *The role of parent teaching in early numeracy*. Paper presented at the biennial meeting of the Society for Research in Child Development, Minneapolis, MN.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307-314

Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Number*. New York, NY: Springer Verlag. doi: 10.1007/978-1-4612-3754-9

Fuson, K. C., & Mierkiewicz, D. (1980). A detailed analysis of the act of counting. Paper presented at the Annual meeting of the American Educational Research Association, Boston.

Fuson, K. C., & Hall, J. W. (1983). The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.

Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. Brainerd (Ed.), *Progress in cognitive development; children's logical and mathematical cognition* (Vol. 1). New York: Springer-Verlag.

Gallistel, C. R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44(1-2), 43-74

Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: A Theory of Multiple Intelligences*. New York: Basic Books.

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 77, 236-263

Gelman, R., & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge

Gunderson, E. A., & Levine, S. C. (2011). Some types of parent number talk count more than others: relations between parents' input and children's cardinal-number knowledge. *Developmental science*, 14(5), 1021-1032.

Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2012). The role of parents and teachers in the development of gender-related math attitudes. *Sex roles*, 66(3), 153-166.

Gürgah Oğul, I., & Aktaş Arnas, Y. (2020). Role of home mathematics activities and mothers' maths talk in predicting children's maths talk and early maths skills, *European Early Childhood Education Research Journal*, DOI: 10.1080/1350293X.2020.1858128

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental psychology*, 44(5), 1457.

Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(28), 11116-11120.

Huntsinger, C., Jose, P.E., Larson, S., Krieg, D.B., & Shaligram C. (2000). Mathematics, vocabulary, and reading development in Chinese American and European American children over the primary school years. *Journal of Educational Psychology*, 92 (4) (2000), pp. 745-760

Hyde, D. C., Berteletti, I., & Mou, Y. (2016). Approximate numerical abilities and mathematics: Insight from correlational and experimental training studies. *Brain Research*, Volume 227, ISSN 0079-6123, <http://dx.doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.04.011>

Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. *Psychon Bull Rev* 18, 1222–1229

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(25), 10382- 10385. *J. Exp. Child Psychol.* 102, 427–444. doi: 10.1016/j.jecp.2008.11.003

Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85, 103–119.

Jordan N.C., Kaplan, D., Olah, L.N., & Locuniak, M. N. (2006). Number Sense Growth in Kindergarten: A Longitudinal Investigation of Children at Risk for Mathematics Difficulties. *Child Development*, January/February 2006, Volume 77, Number 1, Pages 153 – 175

Jordan, N.C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental Psychology* 2009, Vol. 45, No. 3, 850–867

Kaufman, E. L., Lord, M. W., Reese, T. W., & Volkman, J. (1949). The Discrimination of Visual Number. *The American Journal of Psychology*, Oct., 1949, Vol. 62, No. 4 (Oct., 1949), pp. 498-525

King, Y. A., & Purpura, D. J. (2021). Direct numeracy activities and early math skills: Math language as a mediator. *Early Childhood Research Quarterly* 54 (2021) 252–259

Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., and Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Child. Res. Q.* 27, 471–477. doi: 10.1016/j.ecresq.2011.12.004

Kolkman, M.E., Kroesbergen, E.H., & Leseman, P.P.M (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction* Volume 25, June 2013, Pages 95-103

Krajcsi, A., Kojouharova, P., & Lengyel, G. (2021). Development of Preschoolers' Understanding of Zero. *Front. Psychol.*, 27 July 2021 Sec. Educational Psychology

LeFevre, J., Clarke, T., & Stringer, A. P. (2002). Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care*, 172, 283–300.

LeFevre, J.A., Skwarchuk, S. L., & Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children? *International Journal of Early Years Education* 18(1):55-70

LeFevre, J., Skwarchuk, S., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Fast, L., & Kamawar, D. (2009). Home Numeracy Experiences and Children's Math Performance in the Early School Years. *Canadian Journal of Behavioural Science* 2009, Vol. 41, No. 2, 55–66

LeFevre, J. A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child development*, 81(6), 1753-1767.

Levine, S. C., Jordan, N. C., & Huttenlocher, J. (1992). Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 53, 72 – 103.

Levine, S. C., Suriyakham, L. W., Rowe, M. L., Huttenlocher, J., & Gunderson, E. A. (2010). What counts in the development of young children's number knowledge?. *Developmental psychology*, 46(5), 1309.

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Numerical approximation abilities correlate with and predict informal but not formal mathematics abilities. *Journal of Experimental Child Psychology* Volume 116, Issue 4, December 2013, Pages 829-838

Lucangeli, D., & Tressoldi, P. (2002). Lo sviluppo della conoscenza numerica: alle origini del "capire i numeri". *GIORNALE ITALIANO DI PSICOLOGIA* / a. XXIX

Lucangeli, D., Iannitti, A., & Vettore, M. (2007). *Lo sviluppo dell'intelligenza numerica*. Carocci.

Lucangeli, D., Molin, a., & Poli, S. (2013). *Intelligenza numerica nella prima infanzia - 18 -36 mesi. Attività per stimolare le potenzialità numeriche: dalla quantità alla numerosità*. Erickson

Manolitsis, G., Georgiou, G. K., & Tziraki, N. (2013). Examining the effects of home literacy and numeracy environment on early reading and math acquisition. *Early Childhood Research Quarterly* Volume 28, Issue 4, 4th Quarter 2013, Pages 692-703

Martini, F., & Sénéchal, M. (2012). Learning literacy skills at home: Parent teaching, expectations, and child interest. *Canadian Journal of Behavioural Science / Revue canadienne des sciences du comportement*, 44(3), 210–221

Melhuish, E., Phan, M. B., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., & Taggart, B. (2008). Effects of the home learning environment and preschool center experience upon literacy and numeracy development in early primary school.

Mix, K. S., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (1999). Early fraction calculation ability. *Developmental Psychology*, 35, 164 – 174.

Mistry, R. S., Vandewater, E.A., Huston, A. C., & McLoyd, V. C. (2002). Economic well-being and children's social adjustment: the role of family process in an ethnically diverse low-income sample. *Child. Dev.* 2002 May-Jun;73(3):935-51. doi: 10.1111/1467-8624.00448.

Mutaf Yildiz, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2018). Frequency of Home Numeracy Activities Is Differentially Related to Basic Number Processing and Calculation Skills in Kindergartners. *Front. Psychol.*, 22 March 2018 Sec. Developmental Psychology <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00340>

Mutaf Yildiz, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2020). Probing the Relationship Between Home Numeracy and Children's Mathematical Skills: A Systematic Review. *Front. Psychol.*, 18 September 2020 Sec. Educational Psychology <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.02074>

- Niklas, F., & Schneider, W. (2014). Casting the die before the die is cast: The importance of the home numeracy environment for preschool children. *European Journal of Psychology of Education, 29*(3), 327-345.
- Niklas, F., & Schneider, W. (2017). Home learning environment and development of child competencies from kindergarten until the end of elementary school. *Contemporary Educational Psychology, 49*, 263-274.
- Niklas, F., Cohrssen, C., & Tayler, C. (2016). Improving preschoolers' numerical abilities by enhancing the home numeracy environment. *Early Education and Development, 27*(3), 372-383.
- OECD (2012). Programme for International Student Assessment (PISA). Italia
- Passolunghi, M. C., Lanfranchi, S., Altoè, G., & Sollazzo, N. (2015). Early numerical abilities and cognitive skills in kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology 135* (2015) 25–42
- Piaget, J. (1941). *The child's conception of number*. Routledge
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science, 306*(5695), 499-503.
- Purpura, D. J., & Logan, J. A. R. (2015). The nonlinear relations of the approximate number system and mathematical language to early mathematics development. *Developmental Psychology, 51*(12), 1717–1724
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly 36* (2016) 259–268
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., & Gold, Z. S. (2016): Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness*
- Purpura, D. J., King, Y. A., Rolan, E., Hornburg, C. B., Schmitt, S. A., Hart, S. A., & Ganley, C. M. (2020). Examining the Factor Structure of the Home Mathematics Environment to Delineate Its Role in Predicting Preschool Numeracy, Mathematical Language, and Spatial Skills. *Front. Psychol.* 2020 Aug 6;11:1925. doi: 10.3389/fpsyg.2020.01925. eCollection 2020.
- Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child development, 79*(2), 375-394.

Rogoff, B. (2003). *The cultural nature of human development*. Oxford University Press.

Samhita, L., & Gross, H. J. (2013). The "Clever Hans Phenomenon" revisited. *Commun Integr Biol*. 2013 Nov 1;6(6):e27122. doi: 10.4161/cib.27122. PMID: 24563716; PMCID: PMC3921203.

Scarpello, G. V. (2005). *The effect of mathematics anxiety on the course and career choice of high school vocational-technical education students*. Drexel University.

Segers, E., Kleemans, T., & Verhoeven, L. (2015). Role of Parent Literacy and Numeracy Expectations and Activities in Predicting Early Numeracy Skills. *Mathematical Thinking and Learning* Volume 17, 2015 - Issue 2-3: The Acquisition of Preschool Mathematical Abilities: Theoretical, Methodological and Educational Considerations

Sénéchal, M., & LeFevre, J. (2002). Parental involvement in the development of children's reading skill: a five-year longitudinal study. *Child Development* 2002 Mar-Apr;73(2):445-60. doi: 10.1111/1467-8624.00417.

Shusterman, A., Slusser, E., Halberda, J., & Odic, D. (2016). Acquisition of the Cardinal Principle Coincides with Improvement in Approximate Number System Acuity in Preschoolers. *PLoS ONE* 11(4): e0153072. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0153072>

Skwarchuk, S. L. (2009). How do parents support preschoolers' numeracy learning experiences at home?. *Early Childhood Education Journal*, 37(3), 189-197.

Skwarchuk, S. L., Sowinski, C., & LeFevre, J. A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of experimental child psychology*, 121, 63-84.

Soni, A., & Kumari, S. (2017). The role of parental math anxiety and math attitude in their children's math achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(2), 331-347.

Sonnenschein, S., Galindo, C., Metzger, S. R., Thompson, J. A., Huang, H. C., & Lewis, H. (2012). Parents' Beliefs about Children's Math Development and Children's Participation in Math Activities. *Child Development Research*, vol. 2012, Article ID 851657, 13 pages, 2012. <https://doi.org/10.1155/2012/851657>

Spelke, E. S. (2011). Natural number and natural geometry. In *Space, time and number in the brain* (pp. 287-317). Academic Press.

Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of Numbers by Human Infants. *SCIENCE*, VOL. 210, 28 NOVEMBER 1980

Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly* 19 (2004) 99–120

Strauss, M. S., & Curtis, L. E. (1981). Infant Perception of Numerosity. *Child Development*, Vol. 52, No. 4 (Dec., 1981), pp. 1146-1152

Susperreguy, M.I., Davis-Kean, P. E. (2016). Maternal Math Talk in the Home and Math Skills in Preschool Children. *Early Education and Development* Volume 27 Issue 6

Susperreguy, M. I., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., & Chen, M. (2018). Self-concept predicts academic achievement across levels of the achievement distribution: Domain specificity for math and reading. *Child development*, 89(6), 2196-2214.

Susperreguy, M. I., Di Lonardo Burr, S., Xu, C., Douglas, H., & LeFevre J. (2020). Children's Home Numeracy Environment Predicts Growth of their Early Mathematical Skills in Kindergarten. *Child Development*, xxxx 2020, Volume 00, Number 0, Pages 1–18

Toll, S. W., & Van Luit, J. E. (2014). The developmental relationship between language and low early numeracy skills throughout kindergarten. *Exceptional Children*, 81(1), 64-78.

VanMarle, K., Chu, F. W., Mou, Y., Seok, J. H., Rouder, J., & Geary, D. C. (2016). Attaching meaning to the number words: contributions of the object tracking and approximate number systems. *Developmental Science*. 2018;21:e12495 <https://doi.org/10.1111/desc.12495>

Vukovic, R. K., Roberts, S. O., & Green Wright, L. (2013). From parental involvement to children's mathematical performance: The role of mathematics anxiety. *Early Education & Development*, 24(4), 446-467.

Vygotsky, L. S., & Cole, M. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes*. Harvard university press.

Wang, J.J., Odic, D., Halberda, J., & Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. *Journal of Experimental Child Psychology* 147:82-99

Wynn, K. (1992a). Addition and subtraction by human infants. *NATURE* . VOL 358 . 27 AUGUST 1992

Wynn, K. (1992b). Children's acquisition of the Number Words and the Counting System. *Cognitive Psychology* 24, 220-251

Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2020). The home math environment: More than numeracy. *Early Childhood Research Quarterly*, 50(Part 3), 4–15. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.009>