



**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**

DIPARTIMENTO DI TECNICA E GESTIONE DEI SISTEMI INDUSTRIALI  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA GESTIONALE

---

***TESI DI LAUREA MAGISTRALE***

SVILUPPO DI UN INDICE DINAMICO  
PER LA PREVISIONE DEL COMPORTAMENTO  
DI MANIPOLATORI PARALLELLI

*Relatore:* Ch.mo Prof. GIOVANNI BOSCHETTI

*Laureando:* KRISHANTHA LORENZO LAZZARI

Matricola 623189-IG

ANNO ACCADEMICO 2011-2012



# Sommario

---

La valutazione delle prestazioni di manipolatori effettuata mediante indici di prestazione si esegue spesso senza considerare le proprietà dinamiche del meccanismo. Gli ultimi contributi in questo settore della robotica evidenziano come il comportamento di un manipolatore sia fortemente legato alla direzione lungo cui si intende muovere l'organo terminale.

In questo elaborato vengono sviluppati degli indici di prestazione, per manipolatori paralleli, in funzione della direzione del moto dell'organo terminale ma che tengano conto anche delle proprietà dinamiche del manipolatore.

Per mezzo di esperimenti effettuati su un manipolatore parallelo a quattro gradi di libertà si riescono a verificare le proprietà predittive degli indici sviluppati che consentono di identificare le zone dello spazio di lavoro dove il manipolatore raggiunge le prestazioni più elevate.



# Indice

---

<b>Sommario</b>	<b>iii</b>
<b>Indice</b>	<b>v</b>
<b>Elenco delle tabelle</b>	<b>vii</b>
<b>Elenco delle figure</b>	<b>ix</b>
<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Stato dell'arte</b>	<b>3</b>
1.1 Valutazione del comportamento cinematico dei manipolatori . . . . .	3
1.2 Valutazione del comportamento dinamico dei manipolatori . . . . .	4
<b>2 Modello cinematico</b>	<b>11</b>
2.1 Adept Quattro <sup>TM</sup> . . . . .	11
2.2 Modello geometrico . . . . .	12
2.3 Analisi cinematica inversa di posizione . . . . .	16
2.3.1 Validazione dell'analisi inversa di posizione . . . . .	19
2.4 Analisi cinematica di velocità . . . . .	22
2.5 Analisi cinematica di accelerazione . . . . .	25
2.5.1 Derivata della matrice $J_q$ . . . . .	25
2.5.2 Derivata della matrice $J_x$ . . . . .	25
2.5.3 Analisi di accelerazione diretta e inversa . . . . .	26
<b>3 Modello dinamico e indice dinamico unidirezionale</b>	<b>27</b>
3.1 Modifiche al modello geometrico . . . . .	27
3.2 Analisi dinamica . . . . .	28
3.2.1 Contributo della parte attiva . . . . .	29
3.2.2 Contributo della piattaforma mobile . . . . .	30
3.2.3 Contributo del carico . . . . .	32
3.2.4 Calcolo della coppia richiesta . . . . .	32
3.3 Legame tra dinamica e cinematica del manipolatore . . . . .	33
3.3.1 Risultati relativi alla parte attiva . . . . .	33
3.3.2 Risultati relativi alla piattaforma mobile . . . . .	34
3.3.3 Risultati relativi al carico . . . . .	35
3.3.4 Risultante di tutti i contributi . . . . .	35
3.4 Indici dinamici unidirezionali . . . . .	36
<b>4 Validazione sperimentale degli indici <math>dDSI</math></b>	<b>41</b>
4.1 Prove sperimentali . . . . .	41
4.1.1 Misura delle prestazioni . . . . .	41
4.1.2 Raccolta dei dati sperimentali . . . . .	46
4.1.3 Rappresentazione dei dati sperimentali . . . . .	46
4.2 Confronto con i risultati teorici . . . . .	48
<b>Conclusioni</b>	<b>55</b>
<b>Riflessione personale</b>	<b>57</b>

<b>Bibliografia</b>	<b>59</b>
<b>A Appendice A: codice MATLAB®</b>	<b>61</b>
A.1 a_init.m . . . . .	61
A.2 b_pos.m . . . . .	62
A.3 c_vel.m . . . . .	62
A.4 f_graph.m . . . . .	63
A.5 x_grafico.m . . . . .	63
A.6 z_din.m . . . . .	64
A.7 grafico_misurazioni_din.m . . . . .	66
<b>B Appendice B: codice V+</b>	<b>73</b>
B.1 motions() . . . . .	73
B.2 write() . . . . .	74
<b>C Appendice C: dati sperimentali</b>	<b>77</b>
C.1 Misurazioni lungo $x$ . . . . .	77
C.1.1 $z=-800$ mm . . . . .	77
C.1.2 $z=-850$ mm . . . . .	78
C.1.3 $z=-900$ mm . . . . .	79
C.1.4 $z=-950$ mm . . . . .	80
C.1.5 $z=-1000$ mm . . . . .	81
C.1.6 $z=-1050$ mm . . . . .	82
C.1.7 $z=-1100$ mm . . . . .	83
C.1.8 $z=-1150$ mm . . . . .	84
C.1.9 $z=-1200$ mm . . . . .	85
C.2 Misurazioni lungo $y$ . . . . .	86
C.2.1 $z=-800$ mm . . . . .	86
C.2.2 $z=-850$ mm . . . . .	87
C.2.3 $z=-900$ mm . . . . .	88
C.2.4 $z=-950$ mm . . . . .	89
C.2.5 $z=-1000$ mm . . . . .	90
C.2.6 $z=-1050$ mm . . . . .	91
C.2.7 $z=-1100$ mm . . . . .	92
C.2.8 $z=-1150$ mm . . . . .	93
C.2.9 $z=-1200$ mm . . . . .	94
C.3 Misurazioni lungo $z$ . . . . .	95
C.3.1 $z=-800$ mm . . . . .	95
C.3.2 $z=-850$ mm . . . . .	96
C.3.3 $z=-900$ mm . . . . .	97
C.3.4 $z=-950$ mm . . . . .	98
C.3.5 $z=-1000$ mm . . . . .	99
C.3.6 $z=-1050$ mm . . . . .	100
C.3.7 $z=-1100$ mm . . . . .	102
C.3.8 $z=-1150$ mm . . . . .	103
C.3.9 $z=-1200$ mm . . . . .	104

# Elenco delle tabelle

---

2.1	Parametri geometrici di Adept Quattro s650H <sup>TM</sup> . . . . .	17
2.2	Validazione del modello cinematico di posizione: prima prova . . . . .	20
2.3	Validazione del modello cinematico di posizione: seconda prova . . . . .	20
2.4	Validazione del modello cinematico di posizione: terza prova . . . . .	20
3.1	Parametri dimensionali di Adept Quattro s650H <sup>TM</sup> necessari alla risoluzione dell'analisi dinamica . . . . .	33
4.1	Distanza radiale tra due circonferenze successive nei piani analizzati . . . . .	43





# Elenco delle figure

---

1.1	Elissoide di inerzia generalizzato per meccanismo a due gradi di libertà . . . . .	5
1.2	Schema di manipolatore parallelo a tre gradi di libertà . . . . .	7
1.3	Schema di una generica catena cinematica di un manipolatore parallelo . . . . .	7
1.4	Manipolatore piano . . . . .	8
2.1	Manipolatore Adept Quattro s650H <sup>TM</sup> . . . . .	11
2.2	Accoppiamento attuatore - biella. . . . .	12
2.3	Accoppiamento biella - bilancieri. . . . .	12
2.4	Vista dall'alto della piattaforma mobile . . . . .	13
2.5	Vista dall'alto del telaio schematizzato. . . . .	13
2.6	Rappresentazione frontale di una catena cinematica generica . . . . .	15
2.7	Duplica configurazione del sistema biella-bilanciere . . . . .	19
2.8	Validazione del modello cinematico di posizione: prima prova. Configurazione assunta dal manipolatore . . . . .	20
2.9	Validazione del modello cinematico di posizione: seconda prova. Configurazione assunta dal manipolatore . . . . .	21
2.10	Validazione del modello cinematico di posizione: terza prova. Configurazione assunta dal manipolatore . . . . .	21
3.1	Semplificazione delle bielle . . . . .	27
3.2	Semplificazione della piattaforma mobile . . . . .	28
3.3	Angoli generici $q_i$ e $q_{corr_i}$ . . . . .	30
3.4	Indice $dDSI_x$ nello spazio di lavoro. Assenza di carico. . . . .	38
3.5	Indice $dDSI_y$ nello spazio di lavoro. Assenza di carico . . . . .	38
3.6	Indice $dDSI_z$ nello spazio di lavoro. Assenza di carico . . . . .	39
3.7	Indice $dDSI_x$ . Piano $z = -950mm$ . Assenza di carico . . . . .	39
3.8	Indice $dDSI_y$ . Piano $z = -900mm$ . Assenza di carico . . . . .	40
3.9	Indice $dDSI_z$ . Piano $z = -1000mm$ . Assenz di carico . . . . .	40
4.1	Spazio di lavoro di Adept Quattro s650H <sup>TM</sup> . . . . .	42
4.2	Misure dello spazio di lavoro . . . . .	42
4.3	Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piani $-800\text{ mm} \leq z \leq -1000\text{ mm}$ . . . . .	44
4.4	Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano $z=-1050\text{ mm}$ . . . . .	44
4.5	Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano $z=-1100\text{ mm}$ . . . . .	44
4.6	Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano $z=-1150\text{ mm}$ . . . . .	44
4.7	Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano $z=-1200\text{ mm}$ . . . . .	44
4.8	Moto traslatorio attorno al punto di indagine . . . . .	45
4.9	Matrice per la raccolta dei dati sperimentali . . . . .	47
4.10	Prestazioni lungo asse $x$ . Piano $z=-1200\text{ mm}$ . Assenza di carico . . . . .	47
4.11	Prestazioni lungo asse $y$ . Piano $z=-950\text{ mm}$ . Assenza di carico . . . . .	48
4.12	Prestazioni lungo asse $z$ . Piano $z=-1000\text{ mm}$ . Assenza di carico . . . . .	48
4.13	Indice $dDSI_x$ . . . . .	49
4.14	Prestazioni lungo asse $x$ . . . . .	49
4.15	Piano $z=-800\text{ mm}$ . Assenza di carico . . . . .	49
4.16	Indice $dDSI_x$ . . . . .	49
4.17	Prestazioni lungo asse $x$ . . . . .	49
4.18	Piano $z=-850\text{ mm}$ . Assenza di carico . . . . .	49
4.19	Indice $dDSI_x$ . . . . .	50

---

4.20	Prestazioni lungo asse $x$ .	50
4.21	Piano $z=-900$ mm. Assenza di carico	50
4.22	Indice $dDSI_y$ .	50
4.23	Prestazioni lungo asse $y$ .	50
4.24	Piano $z=-800$ mm. Assenza di carico	50
4.25	Indice $dDSI_y$ .	51
4.26	Prestazioni lungo asse $y$ .	51
4.27	Piano $z=-1000$ mm. Assenza di carico	51
4.28	Indice $dDSI_z$ .	51
4.29	Prestazioni lungo asse $z$ .	51
4.30	Piano $z=-1050$ mm. Assenza di carico	51
4.31	Indice $dDSI_z$ .	52
4.32	Prestazioni lungo asse $z$ .	52
4.33	Piano $z=-1100$ mm. Assenza di carico	52
4.34	Indice $dDSI_z$ .	52
4.35	Prestazioni lungo asse $z$ .	52
4.36	Piano $z=-1150$ mm. Assenza di carico	52
4.37	Indice $dDSI_z$ .	53
4.38	Prestazioni lungo asse $z$ .	53
4.39	Piano $z=-1200$ mm. Assenza di carico	53

# Introduzione

---

Nel corso di questo lavoro si sviluppano degli indici di prestazione per manipolatori paralleli che tengano conto del comportamento dinamico del manipolatore stesso. L'obiettivo di questi indici è quello di andare ad individuare delle zone dello spazio di lavoro dove il manipolatore possa raggiungere le migliori prestazioni in termini di tempi di spostamento dell'organo terminale.

Sulla base dei lavori presentati in [4, 2, 3], nella quale si presentano gli indici cinematici *DSI*, si approfondisce la proprietà, che dimostra quanto il comportamento di un manipolatore sia fortemente connesso alla direzione lungo il quale si muove l'organo terminale, andando a considerare le caratteristiche dinamiche del meccanismo.

Nel primo capitolo si descrivono i principali contributi bibliografici legati alle tecniche di valutazione delle prestazioni di manipolatori distinguendo tra metodi di carattere cinematico e strumenti di natura dinamica.

Nel secondo capitolo si presenta il manipolatore parallelo a quattro gradi di libertà Adept Quattro s650H<sup>TM</sup> e se ne tratta l'analisi cinematica di posizione, di velocità e di accelerazione.

Nel terzo capitolo si tratta l'analisi dinamica del suddetto manipolatore, si rielaborano i risultati dell'analisi appena citata e si sviluppano gli dinamici unidirezionali con le caratteristiche prima descritte.

Infine, nel quarto capitolo, viene presentata la parte sperimentale nella quale si descrive con quali modalità si sono effettuati gli esperimenti sul manipolatore Adept Quattro s650H con l'obiettivo di verificare la validità degli indici sviluppati nel capitolo precedente. Si effettua pertanto un confronto tra i risultati sperimentali e quelli teorici e se ne traggono le conclusioni.

In appendice si riportano i codici MATLAB per eseguire le simulazioni, i codici V+ con le istruzioni fornite al manipolatore in fase sperimentale e i dati sperimentali ottenuti.



## Stato dell'arte

---

*In questo capitolo sono descritte le principali tecniche di valutazione sintetiche del comportamento dei manipolatori. Sono analizzati i principali contributi con cui sono stati sviluppati gli indici di prestazione distinguendo tra studi di natura cinematica e studi di carattere dinamico.*

### 1.1 Valutazione del comportamento cinematico dei manipolatori

Negli ultimi trentacinque anni numerosi indici sono stati proposti con il fine di valutare le prestazioni di manipolatori sia seriali che paralleli [4].

In [12] viene proposto un indice di grande diffusione per misurare la qualità dello spazio di lavoro di un manipolatore. Tale indice prende il nome di numero di condizionamento della matrice jacobiana  $[J]$  e viene definito di seguito:

$$K([J]) = \|[J]\| \| [J^{-1}] \| \quad (1.1.1)$$

In [2], sotto determinate condizioni, lo stesso indice viene definito come la radice quadrata del rapporto tra il maggiore e il minore degli autovalori della matrice  $[J][J^T]$ . In seguito a questa definizione il valore risulta sempre maggiore di uno e può assumere valori molto alti, per questo risulta preferibile ricorrere al suo inverso [14]:

$$rK([J]) = \frac{1}{\det J^{-1}} \quad (1.1.2)$$

L'indice  $rK$  presenta valori unitari in caso di perfetta corrispondenza tra la velocità dei giunti e la velocità dell'organo terminale mentre si avvicina a valori nulli per condizioni prossime alla singolarità cinematica. Si è in condizioni accettabili per valori superiore a 0.2. Questa misura è un indice di prestazione locale in quanto dipende dalla configurazione del manipolatore.

In [15] viene introdotto il concetto di manipolabilità al fine di individuare le migliori configurazioni nei manipolatori seriali. Tale indice viene definito come di seguito:

$$\mu = \sqrt{\det([J][J^T])} \quad (1.1.3)$$

La manipolabilità misura l'attitudine del manipolatore a trasmettere velocità all'organo terminale e, per architetture non ridondanti, coincide con il valore assoluto di  $\det [J]$  [2]. Assume valori accettabili tra 0.5 e 2. In caso di manipolatori paralleli, dove risulta più immediato il ricorso alla matrice  $[J^{-1}]$ , l'indice di manipolabilità assume la seguente forma [14]:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\det([J^{-T}][J^{-1}])}} \quad (1.1.4)$$

In [9] viene proposto l'indice di condizionamento globale per valutare la destrezza di un manipolatore sull'intero spazio di lavoro. Tendenzialmente questo indice viene calcolato con una media integrale del numero di condizionamento proposto in [12]. In [2] l'indice globale di condizionamento viene proposto sotto la seguente forma:

$$GCI = \frac{\int rK dV}{V} \quad (1.1.5)$$

$V$  rappresenta lo spazio di lavoro del manipolatore.

Gli indici fin qui proposti ricorrono tutti all'utilizzo della matrice jacobiana  $[J]$ . Questa matrice è costituita dai rapporti di velocità e per questo può essere affetta dalla presenza di inomogeneità che portano a risultati di scarsa utilità. I lavori successivi hanno quindi cercato di risolvere questi problemi di inomogeneità prima nel caso di manipolatori seriali e poi per quanto riguarda i manipolatori paralleli per i quali sono stati rivisitati gli indici fin qui proposti [10, 4].

È emerso inoltre che si giunge a risultati maggiormente significativi nella misura della manipolabilità quando vengono valutate separatamente le capacità di un manipolatore a effettuare movimenti di traslazione e moti di rotazione. A tal proposito la matrice jacobiana  $[J]$  viene suddivisa in due sottomatrici  $[J_T]$  e  $[J_R]$ .

In [4] si approfondisce questo concetto dimostrando che si ottengono ulteriori benefici, in termini di validità di misura della manipolabilità, se la matrice  $[J_T]$  viene ripartita in ulteriori sottomatrici per valutare il comportamento cinematico per moti lineari lungo specifiche direzioni. In riferimento alle architetture parallele, vengono definiti gli indici DSI (*direction selective indexes*) per valutare separatamente l'attitudine del meccanismo a imprimere moti di traslazione orizzontale e verticale. Tale brillante intuizione viene validata attraverso il ricorso a prove sperimentali che mettono in evidenza che la correlazione tra gli indici DSI e le effettive prestazioni di un manipolatore parallelo a quattro gradi di libertà risulta significativamente maggiore rispetto alla stessa correlazione relativa alla misura tradizionale della manipolabilità [4, 3].

## 1.2 Valutazione del comportamento dinamico dei manipolatori

A differenza della costruzione di indici cinematici, che trova in letteratura diverse proposte e formulazioni, lo sviluppo di tecniche sintetiche per la valutazione delle prestazioni di un manipolatore, a partire dallo studio delle proprietà dinamiche, sono meno frequenti.

Asada [1] propone un metodo di rappresentazione grafica che consenta la descrizione del comportamento dinamico di un manipolatore seriale con lo scopo di suggerire delle modifiche progettuali migliorative. Esprimendo l'energia cinetica di una serie di corpi rigidi,  $E$ , in funzione della velocità delle coordinate libere,  $\dot{\mathbf{q}}$ , viene individuata la matrice  $[G]$ , simmetrica e definita positiva, nota come tensore di inerzia generalizzato.

$$E = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}} [G] \dot{\mathbf{q}}^T \quad (1.2.1)$$

Associata al tensore di inerzia generalizzato è possibile scrivere una forma quadratica che è rappresentata da una superficie nota come ellissoide di inerzia generalizzato (GIE):

$$\mathbf{u}^T [G] \mathbf{u} = 1 \quad (1.2.2)$$

L'ellissoide di inerzia generalizzato presenta un numero di assi principali pari al numero di gradi di libertà del meccanismo. Gli assi principali dell'ellissoide sono allineati con gli autovettori del tensore di inerzia generalizzato e la lunghezza di ognuno di essi corrisponde al reciproco della radice quadrata del corrispondente autovalore del tensore.

Nella figura 1.1 viene illustrato l'ellissoide di inerzia generalizzato per un braccio meccanico a due gradi di libertà. Si nota come l'ellissoide assuma diverse forme a seconda della configurazione che assume il meccanismo.

Con il suo contributo, Asada, riduce alla soluzione di un problema agli autovalori la risposta a due quesiti fondamentali nello studio del comportamento dinamico di un meccanismo. La soluzione di questo problema permette di individuare la direzione lungo

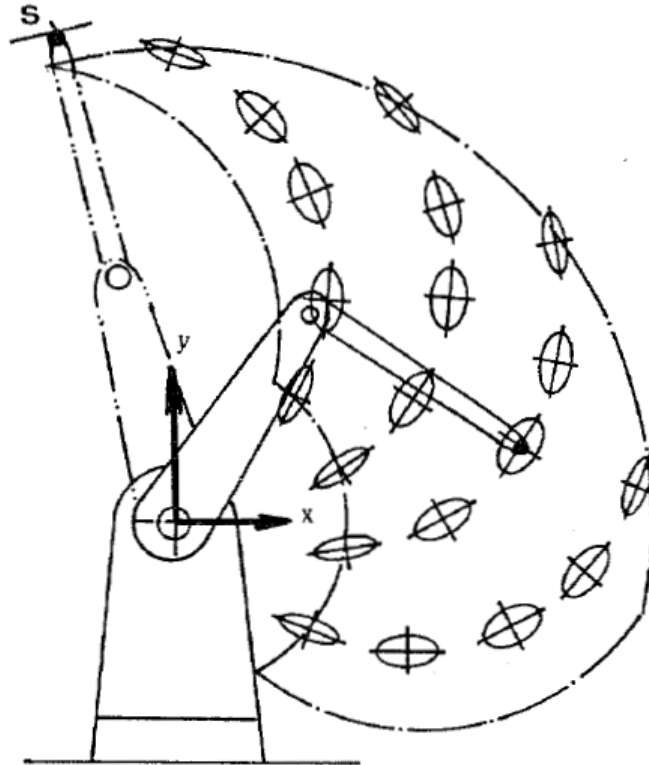


Fig. 1.1: Ellissoide di inerzia generalizzato per meccanismo a due gradi di libertà

la quale è associata l'inerzia maggiore e a quantificare tale grandezza. Nello specifico l'ellissoide di inerzia generalizzato fornisce una rappresentazione grafica alla soluzione di questo problema: a parità di energia cinetica si riscontra inerzia massima, per cui velocità minima, per movimenti in direzione dell'asse minore dell'ellissoide; per moti in direzione dell'asse maggiore si verificheranno le condizioni opposte.

Il luogo geometrico dei punti dello spazio di lavoro del manipolatore nelle quali gli assi principali coincidono corrispondono a punti di isotropia dinamica. Si è in condizioni di isotropia dinamica quando la capacità di produrre accelerazione sull'organo terminale del manipolatore non dipende dalla direzione delle forze generalizzate che la causano [8]. Asada afferma che si tratta di condizioni che vanno ricercate in quanto ideali in termini di controllo del robot.

Quando uno degli assi principali è nullo, l'ellissoide di inerzia generalizzato degenera in un segmento. In questo caso si è in condizioni di singolarità. Le configurazioni del manipolatore che corrispondono a questo tipo di condizioni vanno evitate in quanto portano all'inibizione di un grado di libertà e rendono impossibile un movimento lungo la direzione dell'asse degenero.

In [16], Yoshikawa estende il concetto cinematico di manipolabilità definito in [15] sempre con riferimento ai manipolatori seriali.

Con questo contributo si arriva a definire il concetto di misura della manipolabilità dinamica dei bracci di un manipolatore come la misura quantitativa della abilità di questi nel posizionare e orientare l'organo terminale.

Questa misura viene definita a partire dalla relazione che lega le coppie esercitate dai giunti attuati e l'accelerazione dell'organo terminale:

$$[M(\mathbf{q})]\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau} \quad (1.2.3)$$

$[M]$  indica la matrice di inerzia,  $\mathbf{h}$  è il vettore delle forze non lineari e  $\mathbf{g}$  rappresenta l'effetto della gravità.

Nota la matrice jacobiana,  $[J]$ , del manipolatore è possibile scrivere l'equazione che lega la velocità dell'organo terminale alla velocità dei giunti attuati e l'espressione della sua derivata rispetto al tempo:

$$\dot{\mathbf{X}} = [J]\dot{\mathbf{q}} \quad (1.2.4)$$

$$\ddot{\mathbf{X}} = [J]\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{a}_r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (1.2.5)$$

Il vettore  $\mathbf{a}_r$  rappresenta le accelerazioni causate dalle forze non lineari e viene definito di seguito:

$$\mathbf{a}_r = [\dot{J}]\dot{\mathbf{q}} \quad (1.2.6)$$

Siano i vettori  $\bar{\boldsymbol{\tau}}$  e  $\bar{\ddot{\mathbf{X}}}$  definiti come nelle relazioni seguenti:

$$\bar{\boldsymbol{\tau}} = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{h} - \mathbf{g} \quad (1.2.7)$$

$$\bar{\ddot{\mathbf{X}}} = \ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{a}_r \quad (1.2.8)$$

Combinando le equazioni 1.2.3, 1.2.5, 1.2.7 e 1.2.8 si può arrivare alla seguente conclusione:

$$\bar{\ddot{\mathbf{X}}} = [J][M]^{-1}\bar{\boldsymbol{\tau}} \quad (1.2.9)$$

La misura di manipolabilità dinamica viene così definita:

$$w_d = \sqrt{\det([J]([M]^T[M])^{-1}[J]^T)} \quad (1.2.10)$$

In [7] vengono proposti tre indici di prestazione per valutare il comportamento dinamico di un manipolatore parallelo a tre gradi di libertà. Il primo indice ha la funzione di misurare la vicinanza alle condizioni di isotropia dinamica del manipolatore. Gli altri due indici sviluppati misurano la "rapidità" del manipolatore intesa come l'attitudine del meccanismo a fornire accelerazione sull'organo terminale a parità di variazione di forze attive.

Il punto di partenza, come nel caso del contributo di Asada, risulta sempre il calcolo dell'energia cinetica del manipolatore espresso come somma delle energie cinetiche dei vari componenti mobili che costituiscono il manipolatore. Il modello geometrico di partenza per la valutazione dell'energia cinematica complessiva viene riportato nelle figure 1.2 e 1.3.

Il metodo si distingue dai precedenti perchè, attraverso il ricorso al matrici jacobiane che dipendono dalla geometria del manipolatore, l'energia cinetica  $E$  non viene espressa in funzione della velocità delle coordinate libere ma in funzione della velocità dell'organo terminale come si può osservare nella relazione seguente [14]:

$$E = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{x}}[N]\dot{\mathbf{x}}^T \quad (1.2.11)$$

La matrice  $N$  prende il nome di matrice di inerzia generalizzata ridotta all'organo terminale (GIMRE), essa è simmetrica e definita positiva e dipende dalla configurazione assunta dal manipolatore e dai parametri dinamici dello stesso.

I tre indici vengono sviluppati a partire dalla matrice  $N$  e dipendono tutti dal suo determinante,  $\det N$ , e dalla sua traccia  $\text{tr } N$ .

Il primo indice,  $d_1$ , applicato a un manipolatore parallelo a tre gradi di libertà viene calcolato come segue:

$$d_1 = 27 \frac{\det N}{(\text{tr } N)^3} \quad (1.2.12)$$



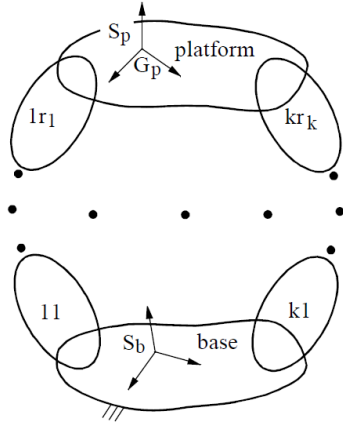


Fig. 1.2: Schema di manipolatore parallelo a tre gradi di libertà

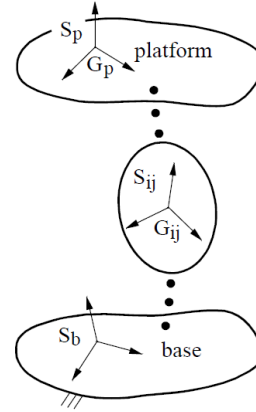


Fig. 1.3: Schema di una generica catena cinematica di un manipolatore parallelo

L'indice  $d_1$  varia tra zero e uno e misura la vicinanza o meno alla condizione di isotropia dinamica. Assume valori unitari in condizioni di isotropia mentre più si allontana da queste condizioni più si avvicina al valore nullo.

Il secondo indice descrive la rapidità del manipolatore, caratteristica già definita in precedenza. Per la stessa tipologia di manipolatori viene definito come segue:

$$d_2 = \frac{3}{\text{tr } N} \quad (1.2.13)$$

Maggiore è il valore di  $d_2$  maggiore è la capacità del manipolatore di produrre accelerazione sull'organo terminale.

Infine l'ultimo indice proposto misura la rapidità media del manipolatore pesata su l'intero spazio di lavoro  $W$

$$d_{2m} = \frac{\int_W d_2 dW}{\int_W dW} \quad (1.2.14)$$

Gli indici sviluppati possono dare molteplici vantaggi: innanzitutto risultano di facile calcolo in quanto non è necessario ricorrere al calcolo degli autovalori della matrice  $N$ , operazione molto più onerosa. In secondo luogo permettono di dar luogo a un veloce confronto tra diversi modelli di manipolatore attraverso la loro espressione numerica. Inoltre, la possibilità di esprimere tali indici in funzione della posa dell'organo terminale permette di mappare lo spazio di lavoro e di individuare le zone dove sono attese prestazioni migliori. Per ultimo, ma di assoluta importanza, la possibilità di scrivere l'espressione degli indici in funzione dei parametri dinamici del manipolatore fornisce dei vantaggi in fase di progettazione del robot.

Uno svantaggio attribuibile all'impiego degli ultimi tre indici è rappresentato dal fatto che il loro utilizzo è possibile solo se le coordinate dell'end effector vengo espresse con grandezze omogenee. In caso contrario risulta necessario ricorrere a dei fattori di scala in modo da omogeneizzare grandezze lineari e grandezze angolari, tale operazione non risulta sempre immediata e spesso porta a risultati di difficile interpretazione [8].

In [8] vengono proposte delle tecniche di valutazione per il comportamento dinamico di manipolatori che consente di evitare questo processo di omogeneizzazione.

Per la misura della rapidità del manipolatore si effettua il seguente ragionamento: il volume di un ellissoide è proporzionale al prodotto della semilunghezza degli assi principali. La semilunghezza degli assi principali coincide con l'inverso della radici quadrate degli autovalori della matrice  $N$  il cui prodotto coincide con il determinante  $\det N$ . Il nuovo

indice per misurare la rapidità viene espresso di seguito:

$$s(q) = \frac{1}{\det N(q)} \quad (1.2.15)$$

Dal momento in cui nell'espressione 1.2.15 non compare la traccia  $\text{tr } N$ , non vengono sommate grandezze disomogenee, perciò l'indice vale anche quando le coordinate dell'organo terminale sono sia di tipo lineare che angolare. Questo è il caso di un manipolatore piano (1.4) la cui posa dell'organo terminale viene descritta da due coordinate cartesiane  $x$  e  $y$  e da una coordinata angolare  $\theta$ .

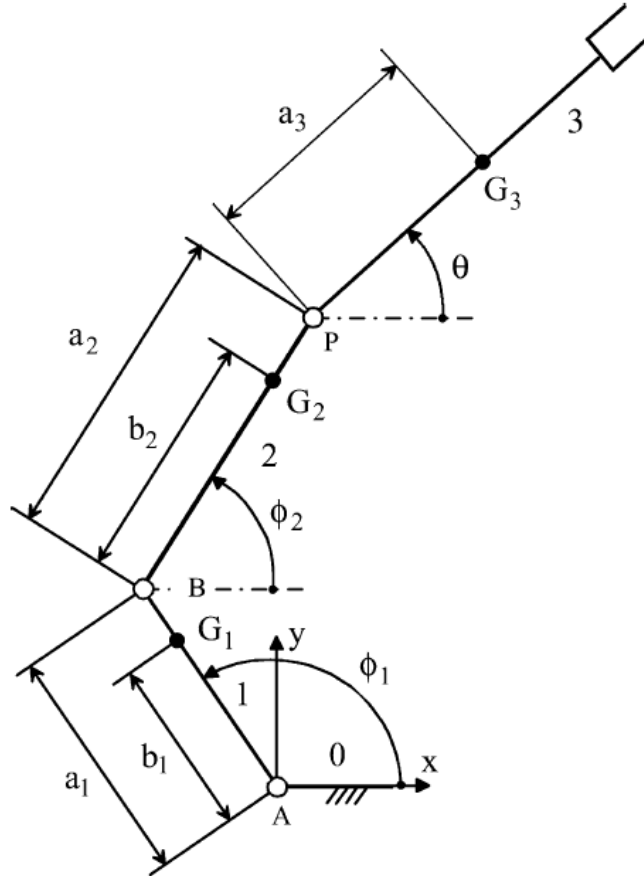


Fig. 1.4: Manipolatore piano

All'indice locale appena definito corrisponde un indice globale pesato sull'intero spazio di lavoro:

$$\bar{s} = \frac{\int_W s(\mathbf{q}) dW}{\int_W dW} \quad (1.2.16)$$

In [8] vengono poi definiti dei concetti alternativi all'isotropia dinamica. Facendo riferimento a un manipolatore piano viene proposta l'espressione lagrangiana della dinamica:

$$[N(q)]\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (1.2.17)$$

Il vettore  $\mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  è il vettore delle forze generalizzate che tiene conto delle forze gravitazionali, delle forze non lineari (forza di Coriolis e forze centripete), delle forze o delle coppie erogate dagli attuatori e da eventuali carichi esterni applicati all'organo terminale.

L'equazione 1.2.17 può essere suddivisa in due equazioni, una vettoriale bidimensionale e una scalare:

$$[M(q)]\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{c}(\mathbf{q})\dot{\theta} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (1.2.18)$$

$$[\mathbf{c}^T(\mathbf{q})]\ddot{\mathbf{p}} + I_p(\mathbf{q})\ddot{\theta} = h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (1.2.19)$$

Le nuove grandezze espresse nelle relazioni appena scritte vengono qui definite:

$$N(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} [M(\mathbf{q})] & \mathbf{c}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{c}^T(\mathbf{q}) & I_p(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (1.2.20)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{array} \right\} \quad (1.2.21)$$

$$\ddot{\mathbf{p}} = \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{array} \right\} \quad (1.2.22)$$

La matrice  $[M(\mathbf{q})]$  è la matrice di massa che lega le forze derivanti nel manipolatore e le accelerazioni sull'organo terminale per moti ad orientazione costante.

Lo scalare  $I_p(\mathbf{q})$  è il momento di inerzia che lega la coppia derivante nel manipolatore quando all'organo terminale è impresso un moto planare accelerato dove il centro di accelerazione è rappresentato dal punto  $P(x, y)$ .

Il vettore bidimensionale  $\mathbf{c}(\mathbf{q})$  raggruppa i termini di  $[N\mathbf{q}]$  che accoppiano le accelerazioni lineari e le accelerazioni angolari. Esso determina la direzione e l'intensità della forza di accoppiamento  $\mathbf{c}(\mathbf{q})\ddot{\theta}$  che nasce nel manipolatore in caso di accelerazione rotazionale dell'organo terminale, e l'intensità del momento di accoppiamento  $\mathbf{c}^T(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{p}}$  che deriva dall'accelerazione traslazionale dello stesso.

Alla luce di queste considerazioni vengono definiti tre indici alternativi al concetto generico di isotropia dinamica. Ha senso parlare di isotropia dinamica solo rispetto alle traslazioni, si definisce quindi il concetto di isotropia dinamica traslazionale e il suo relativo indice  $k_q(\mathbf{q})$ :

$$k_q(\mathbf{q}) = \frac{4 \det [M(\mathbf{q})]}{\text{tr}^2 [M(\mathbf{q})]} \quad (1.2.23)$$

La configurazione del manipolatore sarà dinamicamente isotropica rispetto alle traslazioni quando il valore di  $k_q$  è unitario.

Viene definita poi la rapidità rotazionale locale riferita al punto  $P$  come l'attitudine del manipolatore a generare elevate accelerazioni angolari dell'end effector mantenendo il punto  $P$  in quiete. L'indice per misurare la caratteristica appena definita viene proposto di seguito:

$$r_p(\mathbf{q}) = \frac{1}{I_p(\mathbf{q})} \quad (1.2.24)$$

Infine con il modulo  $c(q)$  del vettore  $\mathbf{c}(\mathbf{q})$ , si misura l'accoppiamento locale tra rotazione e traslazione.

A ciascuno dei tre indici locali appena definiti si associa un indice globale pesato su tutto lo spazio di lavoro del manipolatore:

$$\bar{k}_1 = \frac{\int_W k_1(\mathbf{q}) dW}{\int_W dW} \quad (1.2.25)$$

$$\bar{r}_p = \frac{\int_W r_p(\mathbf{q}) dW}{\int_W dW} \quad (1.2.26)$$

$$\bar{c} = \frac{\int_W c(\mathbf{q}) dW}{\int_W dW} \quad (1.2.27)$$



## Modello cinematico

---

*In questo capitolo verranno trattate le assunzioni semplificative e i passaggi matematici che hanno portato alla costruzione di un modello che rappresenti il comportamento cinematico un manipolatore parallelo. Il robot di riferimento è il modello Quattro s650H del costruttore Adept Technology<sup>TM</sup>.*

### 2.1 Adept Quattro<sup>TM</sup>

Il robot Adept Quattro s650H<sup>TM</sup> è un manipolatore parallelo a quattro assi che, mediante il controllo dei quattro attuatori montati a telaio, consente la traslazione nello spazio dell'organo terminale e la sua rotazione attorno all'asse verticale [17]. Si può notare la struttura nella sua interezza nella figura 2.1.



Fig. 2.1: Manipolatore Adept Quattro s650H<sup>TM</sup>

Il manipolatore in esame è costituito principalmente da tre componenti:

- un telaio;
- quattro catene cinematiche;
- una piattaforma mobile.

Il telaio è una struttura fissa in alluminio nella quale sono alloggiati i quattro motori che movimentano le rispettive catene cinematiche.

Ogni catena cinematica è costituita da una manovella e da una coppia di bilancieri. La manovella è collegata all'attuatore per mezzo di una coppia rotoidale [17] che è visibile in figura 2.2.



Fig. 2.2: Accoppiamento attuatore - biella

A valle di ciascuna biella si collega una coppia di bilancieri per mezzo di due giunti sferici [17] apprezzabili nella figura 2.3.

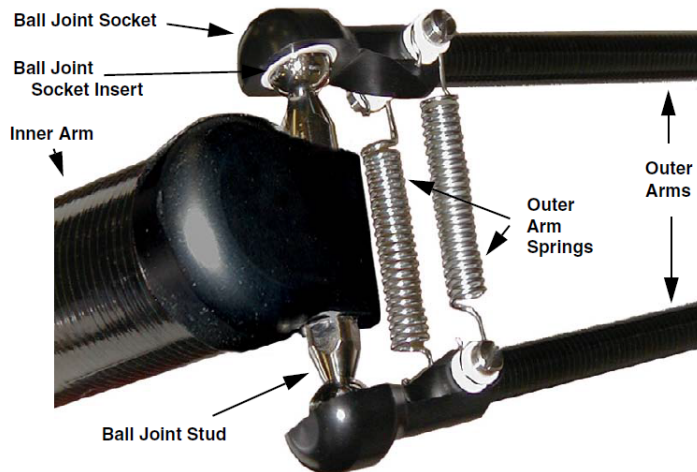


Fig. 2.3: Accoppiamento biella - bilancieri

A valle delle quattro catene cinematiche si collega una piattaforma mobile. Ciascuna coppia di bilancieri viene vincolata alla piattaforma attraverso un giunto universale [13]. Esistono diversi tipi di piattaforma mobile che possono essere utilizzati in questo tipo di manipolatore [17]. Lo schema di piattaforma modellata in questa tesi è raffigurata nella figura 2.4.

All'interno della piattaforma mobile assume un ruolo primario il quadrilatero identificato in figura 2.4 con le lettere  $F_i$ . La deformazione di questo quadrilatero porta alla rotazione della ruota di raggio maggiore che è collegata alla ruota di raggio minore con un rapporto di trasmissione di 1 a 4.

Al di sotto della ruota di raggio minore è possibile vincolare l'organo terminale più adatto a seconda del tipo di lavorazione che si vuole effettuare con il manipolatore.

## 2.2 Modello geometrico

In questo paragrafo vengono definiti i parametri geometrici del manipolatore necessari per risolvere il problema cinematico di posizione. Nella figura 2.5 si propone la schematizzazione della struttura fissa a telaio vista dall'alto.

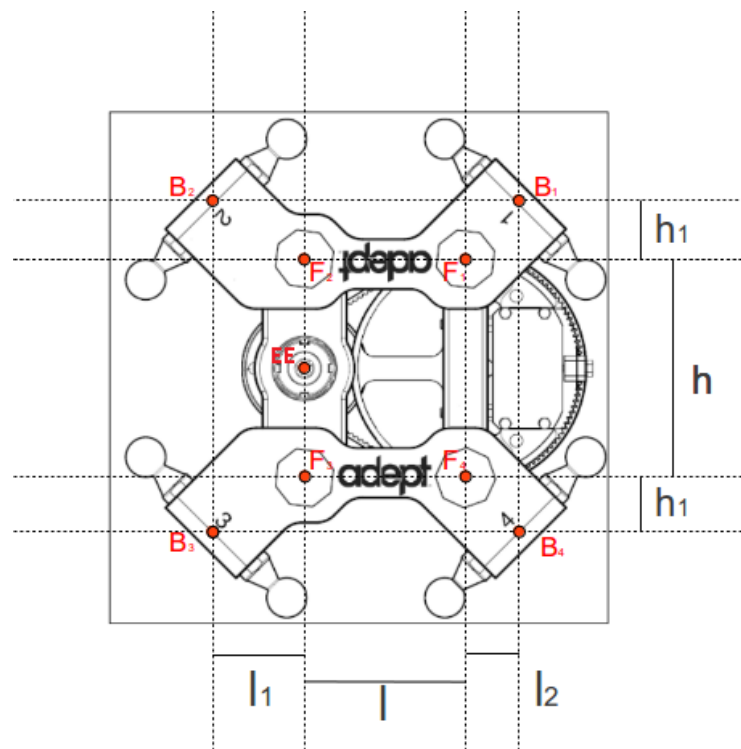


Fig. 2.4: Vista dall'alto della piattaforma mobile

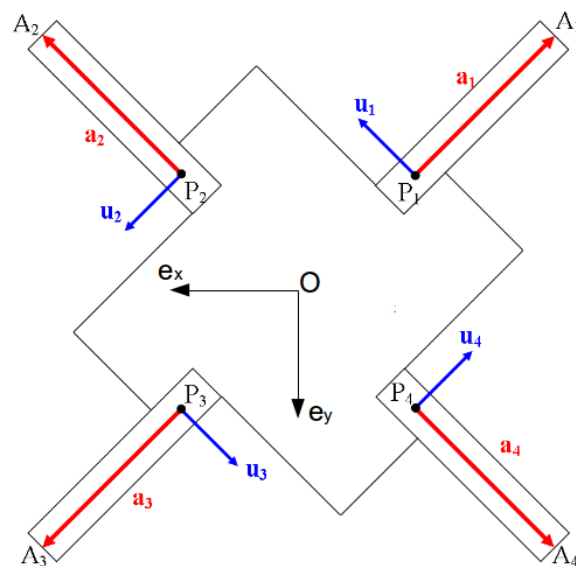


Fig. 2.5: Vista dall'alto del telaio schematizzato

Il sistema di riferimento assoluto del manipolatore è posto al centro del telaio. Essendo il sistema di tipo destrorso, l'asse  $z$ , non visibile nella figura 2.5, sarà in direzione ortogonale rispetto al piano  $xOy$  e di verso uscente rispetto alla figura.

Siano i punti  $P_i$ , con  $i = 1, 2, 3, 4$ , i punti di intersezione tra l'asse di rotazione della coppia rotoidale che vincola la biella all'attuatore e l'asse longitudinale della biella stessa. Da ciascun punto  $P_i$  avrà origine l' $i$ -esima catena cinematica i cui elementi saranno anch'essi denominati con l'indice  $i$ .

Nella figura 2.5 è possibile apprezzare la disposizione simmetrica dei punti  $P_i$ . Essi sono equidistanti dall'origine del sistema di riferimento assoluto e le loro proiezioni sul piano  $xOy$  giacciono sulle bisettrici dei quattro quadranti del medesimo piano cartesiano. La lunghezza del segmento generico  $\overline{OP_i}$  e l'offset in  $z$  dei punti  $P_i$  rispetto al sistema di riferimento assoluto, che indichiamo con  $z_{off1}$ , sono parametri noti forniti dal produttore (tabella 2.1).

I vettori  $\mathbf{P}_i$ , che descrivono la posizione dei punti  $P_i$ , possono quindi essere definiti come di seguito:

$$\mathbf{P}_1 = \begin{Bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_1} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_1} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix} \quad (2.2.1)$$

$$\mathbf{P}_2 = \begin{Bmatrix} x_{P_2} \\ y_{P_2} \\ z_{P_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{OP_2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ -\overline{OP_2} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix} \quad (2.2.2)$$

$$\mathbf{P}_3 = \begin{Bmatrix} x_{P_3} \\ y_{P_3} \\ z_{P_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{OP_3} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ \overline{OP_3} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix} \quad (2.2.3)$$

$$\mathbf{P}_4 = \begin{Bmatrix} x_{P_4} \\ y_{P_4} \\ z_{P_4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{OP_4} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \\ \overline{OP_4} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \\ -z_{off1} \end{Bmatrix} \quad (2.2.4)$$

È quindi ora possibile definire il punto generico  $A_i$  come il punto di intersezione tra l'asse del bilanciere generico e la retta passante per il centro dei giunti sferici visibili in figura 2.3.

La distanza tra i punti  $P_i$  e  $A_i$ , rappresentato dallo scalare  $a_i$ , è un parametro noto fornito dal produttore (tabella 2.1).

L'inclinazione della biella rispetto al piano  $xOy$  viene indicata con gli angoli  $q_i$ . Tali angoli rappresentano le coordinate libere nell'analisi cinematica inversa di posizione che verrà trattata nel paragrafo seguente.

In riferimento alla figura 2.6, che rappresenta una catena cinematica generica del manipolatore in esame, la variabile di giunto  $q_i$  assume valori positivi per rotazioni della biella verso il basso e valori negativi per rotazioni in verso opposto.

I vettori  $\mathbf{A}_i$ , che descrivono la posizione dei punti  $A_i$ , vengono definiti a partire dai punti fissi a telaio  $P_i$  definiti in precedenza.

$$\mathbf{A}_i = \begin{Bmatrix} x_{P_i} + \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \\ y_{P_i} + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \\ z_{P_i} - a_i \sin q_i \end{Bmatrix} \quad (2.2.5)$$

Il vettore  $\mathbf{a}_i$ , che descrive la posizione della generica biella, si calcola con la relazione seguente:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{A}_i - \mathbf{P}_i \quad (2.2.6)$$



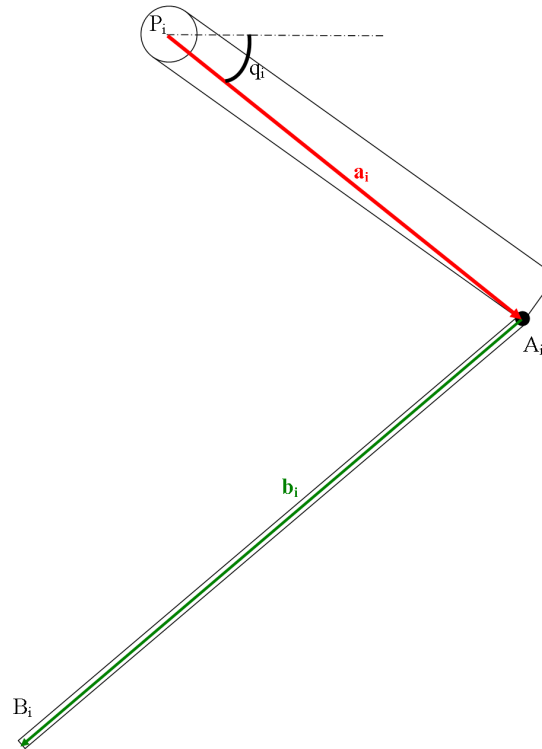


Fig. 2.6: Rappresentazione frontale di una catena cinematica generica

Si possono osservare i vettori biella  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$ ,  $\mathbf{a}_3$  e  $\mathbf{a}_4$  nella figura 2.5. Il corrispondente vettore generico  $\mathbf{a}_i$  è illustrato, in colore rosso, nella figura 2.6.

Si applichi quindi una semplificazione alle quattro catene cinematiche: ciascuna coppia di bilancieri presente a valle della manovella generica sia sostituita da un unico link, di medesima lunghezza e orientazione, posto esattamente a metà tra i due bilancieri originali.

Si definiscono ora i punti  $B_i$  come i punti di intersezione tra l'asse del bilanciere generico e la retta passante per i centri delle due sfere presenti ai quattro vertici della piattaforma mobile.

Si può osservare la collocazione dei punti  $B_i$  anche in figura 2.4.

La posizione dei punti  $F_i$  è già stata descritta nel paragrafo precedente con l'ausilio della figura 2.4. I segmenti  $\overline{F_2F_1}$  e  $\overline{F_3F_4}$  rimangono sempre paralleli all'asse  $x$  mentre i segmenti  $\overline{F_3F_2}$  e  $\overline{F_4F_1}$  possono cambiare orientazione rispetto al sistema di riferimento assoluto. È proprio la rotazione di quest'ultima coppia di segmenti che mette in rotazione la ruota di raggio maggiore che, a sua volta, mette in rotazione, con amplificazione di fattore quattro, la ruota di raggio minore e l'organo terminale ad essa solidale.

Sempre nella figura 2.4, indicato con la notazione  $EE$ , è possibile osservare la posizione dell'organo terminale rispetto alle coordinate  $x$  e  $y$ .

Si scrive di seguito la locazione dell'organo terminale, espressa dal vettore  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (2.2.7)$$

In riferimento alla figura 2.4,  $\theta$  assume valori positivi per rotazioni antiorarie dell'organo terminale e valori negativi per rotazioni orarie.

L'offset in  $z$  tra l'altezza dell'organo terminale e quella del piano dove giacciono i punti  $B_i$  e  $F_i$  è un parametro noto fornito dal produttore che indichiamo con  $z_{off_2}$  (tabella 2.1).

A partire dalle coordinate dell'organo terminale, alla luce delle considerazioni fatte sulla piattaforma mobile, è possibile sviluppare l'espressione dei vettori  $\mathbf{F}_i$  che descrivono la posizione dei punti  $F_i$ :

$$\mathbf{F}_i = \begin{cases} x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} \\ y + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} \\ z + z_{off_2} \end{cases} \quad (2.2.8)$$

$\varepsilon_i$  viene definito di seguito:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} 0, & \text{se } i = 2, 3 \\ 1, & \text{se } i = 1, 4 \end{cases}$$

Lo scalare  $l$  esprime la lunghezza dei segmenti  $\overline{F_2F_1}$  e  $\overline{F_3F_4}$  mentre  $h$  è la misura della lunghezza dei segmenti  $\overline{F_3F_2}$  e  $\overline{F_4F_1}$ .

Si definiscono ora i vettori  $\Delta \mathbf{l}$  e  $\Delta \mathbf{h}$  che permettono di descrivere i punti  $B_i$  a partire dai punti  $F_i$ :

$$\Delta \mathbf{l} = \begin{cases} l_2 \\ l_1 \\ l_1 \\ l_2 \end{cases} \quad (2.2.9)$$

$$\Delta \mathbf{h} = \begin{cases} h_1 \\ h_1 \\ h_1 \\ h_1 \end{cases} \quad (2.2.10)$$

I segmenti di lunghezza  $l$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  e  $h_1$  sono illustrati nella figura 2.4. Queste misure sono tutti parametri forniti dal produttore (tabella 2.1).

È ora possibile andare a esprimere i vettori  $\mathbf{B}_i$  che rappresentano la posizione dei punti  $B_i$ :

$$\mathbf{B}_i = \begin{cases} x_{F_i} + \text{sign}(x_{P_i}) \Delta l_i \\ y_{F_i} + \text{sign}(y_{P_i}) \Delta h_i \\ z_{F_i} \end{cases} = \begin{cases} x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} + \text{sign}(x_{P_i}) \Delta l_i \\ y + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} + \text{sign}(y_{P_i}) \Delta h_i \\ z + z_{off_2} \end{cases} \quad (2.2.11)$$

Si definiscono quindi i vettori  $\mathbf{b}_i$  che descrivono la posizione del bilanciante generico:

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{B}_i - \mathbf{A}_i \quad (2.2.12)$$

I vettori  $\mathbf{b}_i$  sono indicati in colore verde nella figura 2.6 Il modulo  $b_i$  del vettore appena definito, che rappresenta la misura dei quattro bilanciari, è un parametro fornito dal produttore (tabella 2.1).

Per concludere si riportano in tabella 2.1 tutti i parametri geometrici fin qui definiti con le misure dichiarate dal produttore.

## 2.3 Analisi cinematica inversa di posizione

A differenza di quel che succede nella risoluzione cinematica dei manipolatori seriali, dove risulta decisamente più agevole risolvere l'analisi diretta rispetto all'analisi inversa di posizione; nel caso dei manipolatori paralleli avviene esattamente l'opposto. L'obiettivo di questa tesi ci permette di prescindere da questa complicazione poichè, allo scopo di definire un modello dinamico del manipolatore, risulta infatti sufficiente sviluppare l'analisi

Tab. 2.1: Parametri geometrici di Adept Quattro s650H<sup>TM</sup>

Parametro	Misura
$\overline{OP_i}$	0.275000 m
$a_i$	0.375000 m
$b_i$	0.825000 m
$z_{off_1}$	0.104775 m
$z_{off_2}$	0.086511 m
$h$	0.110000 m
$h_1$	0.025000 m
$l$	0.080750 m
$l_1$	0.044250 m
$l_2$	0.025000 m

cinematica inversa di posizione. In questo paragrafo si trattano quindi quei passaggi matematici che consentono di formulare una relazione che permette di calcolare la posizione delle quattro variabili di giunto,  $q_i$ , a partire dalla locazione dell'organo terminale  $\mathbf{X}$ .

Si scrivono ora le equazioni di chiusura del meccanismo [6]:

$$\mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T = b_i^2 \quad (2.3.1)$$

Riscrivendo la (2.3.1) in forma algebrica ne risulta un sistema di quattro equazioni indipendenti del tipo:

$$x_{b_i}^2 + y_{b_i}^2 + z_{b_i}^2 = b_i^2 \quad (2.3.2)$$

L'equazione (2.2.12) ci consente di riscrivere la (2.3.2):

$$(x_{B_i} - x_{A_i})^2 + (y_{B_i} - y_{A_i})^2 + (z_{B_i} - z_{A_i})^2 = b_i^2 \quad (2.3.3)$$

Sostituendo nell'ultima equazione le componenti dei vettori  $\mathbf{A}_i$  e  $\mathbf{B}_i$  scritte nelle equazioni (2.2.5) e (2.2.11) si può scrivere:

$$\begin{aligned} & \left[ x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} + \text{sign}(x_{P_i}) \Delta l_i - x_{P_i} - \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \right]^2 + \\ & + \left[ y + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} + \text{sign}(y_{P_i}) \Delta h_i - y_{P_i} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \right]^2 + \\ & + [z + z_{off_2} - z_{P_i} + a_i \sin q_i]^2 - b_i^2 = 0 \quad (2.3.4) \end{aligned}$$

Siano  $M_i$  e  $N_i$  definite come di seguito:

$$M_i = x - \varepsilon_i l - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} + \text{sign}(x_{P_i}) \Delta l_i - x_{P_i} \quad (2.3.5)$$

$$N_i = y + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} + \text{sign}(y_{P_i}) \Delta h_i - y_{P_i} \quad (2.3.6)$$

Sostituendo la (2.3.5) e la (2.3.6) nella (2.3.3) risulta:

$$(M_i - \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i)^2 + (N_i - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i)^2 + (z + z_{off_2} - z_{P_i})^2 + 2(z + z_{off_2} - z_{P_i}) a_i \sin q_i + a_i^2 (1 - \cos^2 q_i) - b_i^2 = 0 \quad (2.3.7)$$

$$M_i^2 + \frac{1}{2} a_i^2 \cos^2 q_i - \sqrt{2} M_i \text{sign}(x_{P_i}) a_i \cos q_i + N_i^2 + \frac{1}{2} a_i^2 \cos^2 q_i - \sqrt{2} N_i \text{sign}(y_{P_i}) a_i \cos q_i + (z + z_{off_2} - z_{P_i})^2 + 2(z + z_{off_2} - z_{P_i}) a_i \sin q_i + a_i^2 - a_i^2 \cos^2 q_i - b_i^2 = 0 \quad (2.3.8)$$

$$2(z + z_{off_2} - z_{P_i}) a_i \sin q_i - \sqrt{2} [M_i \text{sign}(x_{P_i}) + N_i \text{sign}(y_{P_i})] a_i \cos q_i + M_i^2 + N_i^2 + (z + z_{off_2} - z_{P_i})^2 + a_i^2 - b_i^2 = 0 \quad (2.3.9)$$

Siano  $I_i$ ,  $L_i$ ,  $K_i$  definiti come di seguito:

$$I_i = 2(z + z_{off_2} - z_{P_i}) a_i \quad (2.3.10)$$

$$L_i = -\sqrt{2} [M_i \text{sign}(x_{P_i}) + N_i \text{sign}(y_{P_i})] a_i \quad (2.3.11)$$

$$K_i = M_i^2 + N_i^2 + (z + z_{off_2} - z_{P_i})^2 + a_i^2 - b_i^2 \quad (2.3.12)$$

Sostituendo la (2.3.10), la (2.3.11) e la (2.3.12) nella (2.3.9) risulta:

$$I_i \sin q_i + L_i \cos q_i + K_i = 0 \quad (2.3.13)$$

Ponendo  $t = \tan \frac{q_i}{2}$  nell'equazione (2.3.13) e applicando le formule parametriche note dalla trigonometria si puo scrivere come si seguito:

$$I_i \frac{2t}{1+t^2} + L_i \frac{1-t^2}{1+t^2} + K_i = 0 \quad (2.3.14)$$

$$(K_i - L_i)t^2 + 2I_i t + L_i + K_i = 0 \quad (2.3.15)$$

Risolviendo la semplice equazione di secondo grado:

$$t = \frac{-I_i \pm \sqrt{I_i^2 - K_i^2 + L_i^2}}{K_i - L_i} = \tan \frac{q_i}{2} \quad (2.3.16)$$

Infine è possibile ricavare il valore della  $i$ -esima coordinata libera attraverso la seguente espressione:

$$q_i = 2 \arctan \frac{-I_i \pm \sqrt{I_i^2 - K_i^2 + L_i^2}}{K_i - L_i} \quad (2.3.17)$$

Nell'equazione 2.3.17 si nota la doppia soluzione al problema cinematico inverso di posizione. Come si può notare in figura 2.7 esiste una duplice possibile configurazione del sistema biella-bilanciere che porta appunto a due soluzioni per ogni variabile di giunto  $q_i$ . Il manipolatore, per raggiungere qualsiasi posizione nello spazio di lavoro, sceglie costantemente la soluzione minore tra le due possibili. Il valore della  $i$ -esima coordinata libera si calcola quindi come di seguito:

$$q_i = 2 \arctan \frac{-I_i - \sqrt{I_i^2 - K_i^2 + L_i^2}}{K_i - L_i} \quad (2.3.18)$$

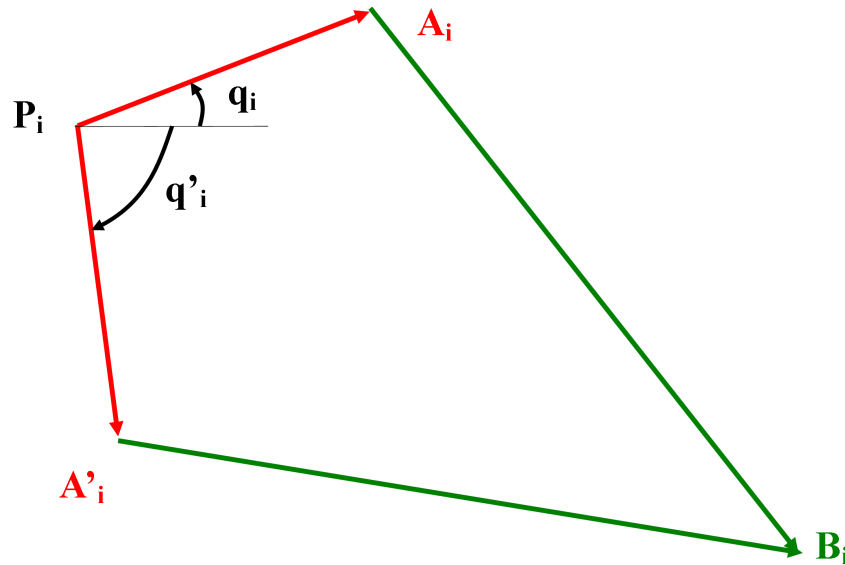


Fig. 2.7: Duplice configurazione del sistema biella-bilanciere

Note le singole variabili di giunto  $q_i$  si può scrivere il vettore posizione  $\mathbf{q}_i$  che rappresenta la posizione angolare delle quattro manovelle del manipolatore:

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} \quad (2.3.19)$$

### 2.3.1 Validazione dell'analisi inversa di posizione

Per verificare la validità dell'analisi di posizione appena trattata sono state effettuate delle prove sul manipolatore Adept Quattro s650H<sup>TM</sup>.

Si è scritto un algoritmo, implementato nel software di calcolo MATLAB di MathWorks<sup>®</sup>, nella quale si calcola l'analisi inversa di posizione. Il programma chiede in ingresso le coordinate che descrivono la posizione dell'organo terminale e fornisce in uscita la posizione delle quattro coordinate libere e un diagramma che rappresenta la configurazione assunta dal manipolatore. Il codice del programma viene riportato in appendice.

Una volta calcolate le coordinate libere tramite il calcolatore, si chiede al manipolatore di raggiungere, con il proprio organo terminale, la stessa posizione inserita nel programma contenente il modello cinematico di posizione. Dal confronto tra i risultati del programma e dalle posizioni delle coordinate libere, fornite direttamente dal manipolatore, emerge la validità o meno dell'analisi inversa di posizione trattata in questo paragrafo.

Nelle tabelle 2.2, 2.3 e 2.4 si riporta il confronto tra i risultati ottenuti al calcolatore e i risultati sperimentali. Le configurazioni assunte dal manipolatore nelle tre prove sono illustrate nei diagrammi 2.8, 2.9 e 2.10.

Si può notare come i risultati teorici coincidano perfettamente con i risultati sperimentali. Il fatto che l'errore tra le coordinate libere misurate e quelle calcolate sia nullo dimostra che il modello costruito rappresenta ottimamente le condizioni reali.

Tab. 2.2: Validazione del modello cinematico di posizione: prima prova

Ingresso	Coordinate libere calcolate	Coordinate libere misurate	Errore assoluto
$x = 0$ mm	$9.6880^\circ$	$9.6880^\circ$	$0^\circ$
$y = 0$ mm	$14.5768^\circ$	$14.5768^\circ$	$0^\circ$
$z = -900$ mm	$14.5768^\circ$	$14.5768^\circ$	$0^\circ$
$\theta = 0^\circ$	$9.6880^\circ$	$9.6880^\circ$	$0^\circ$

Tab. 2.3: Validazione del modello cinematico di posizione: seconda prova

Ingresso	Coordinate libere calcolate	Coordinate libere misurate	Errore assoluto
$x = 37$ mm	$27.1796^\circ$	$27.1796^\circ$	$0^\circ$
$y = -45$ mm	$24.9006^\circ$	$24.9006^\circ$	$0^\circ$
$z = -1032$ mm	$32.1603^\circ$	$32.1603^\circ$	$0^\circ$
$\theta = 45^\circ$	$31.5839^\circ$	$31.5839^\circ$	$0^\circ$

Tab. 2.4: Validazione del modello cinematico di posizione: terza prova

Ingresso	Coordinate libere calcolate	Coordinate libere misurate	Errore assoluto
$x = -53$ mm	$-3.6020^\circ$	$-3.6020^\circ$	$0^\circ$
$y = 61$ mm	$13.1092^\circ$	$13.1092^\circ$	$0^\circ$
$z = -1134$ mm	$0.7317^\circ$	$0.7317^\circ$	$0^\circ$
$\theta = -23^\circ$	$-14.7438^\circ$	$-14.7438^\circ$	$0^\circ$

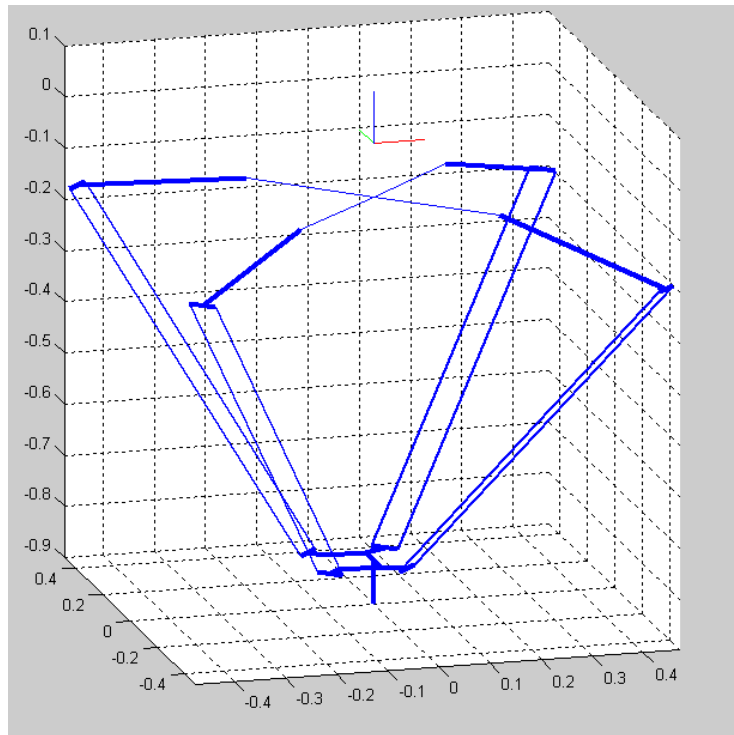


Fig. 2.8: Validazione del modello cinematico di posizione: prima prova. Configurazione assunta dal manipolatore

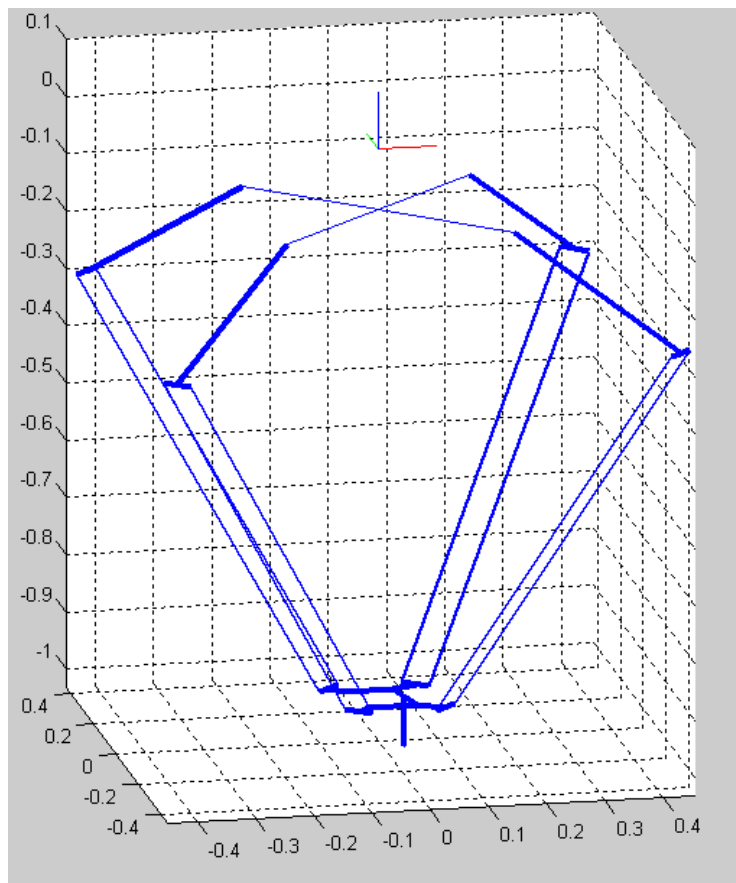


Fig. 2.9: Validazione del modello cinematico di posizione: seconda prova. Configurazione assunta dal manipolatore

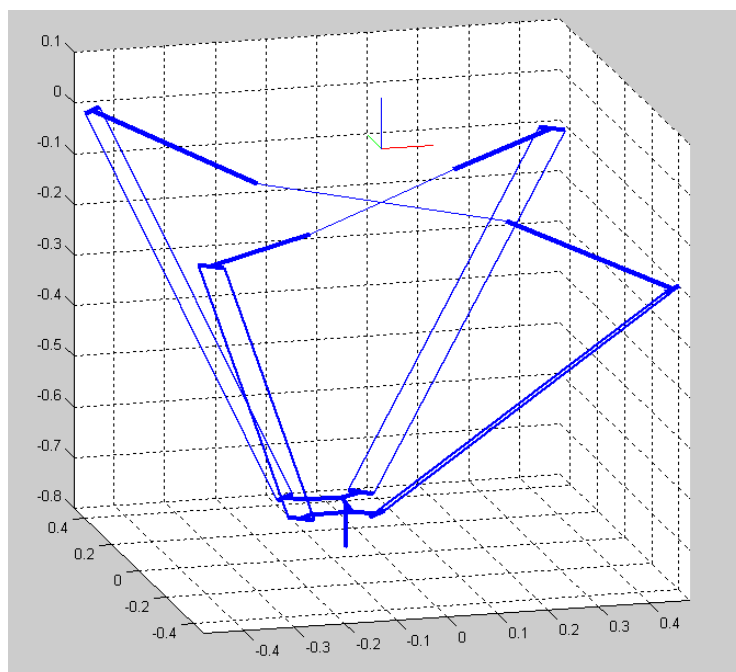


Fig. 2.10: Validazione del modello cinematico di posizione: terza prova. Configurazione assunta dal manipolatore

## 2.4 Analisi cinematica di velocità

In questo paragrafo viene trattato il procedimento che permette di identificare una relazione tra la velocità delle coordinate libere, rappresentate dal vettore  $\dot{\mathbf{q}}$ , e la velocità dell'organo terminale espresso dal vettore  $\dot{\mathbf{X}}$ .

I vettori  $\dot{\mathbf{q}}$  e  $\dot{\mathbf{X}}$  sono le derivate temporali dei vettori  $\mathbf{q}$  e  $\mathbf{X}$  e sono espressi nelle forme seguenti:

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{X}} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (2.4.1)$$

Il problema di velocità è di tipo lineare, trovare una relazione tra i due vettori appena definiti consiste quindi nell'identificare una matrice  $J$  che permette di passare da  $\dot{\mathbf{q}}$  a  $\dot{\mathbf{X}}$  nel modo seguente:

$$\dot{\mathbf{X}} = [J]\dot{\mathbf{q}} \quad (2.4.2)$$

La matrice  $J$ , è detta matrice jacobiana, dipende esclusivamente dalla posizione dell'organo terminale e delle variabili di giunto e contiene i rapporti di velocità tra  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{q}$ .

L'equazione generica di partenza alla base dell'analisi cinematica di velocità è la seguente:

$$\mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{A}}_i = \mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{B}}_i \quad (2.4.3)$$

Il vettore velocità del punto  $A_i$  è esprimibile attraverso la sua derivata temporale:

$$\dot{\mathbf{A}}_i \begin{Bmatrix} -\text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin q_i \\ -\text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin q_i \\ -a_i \dot{q}_i \cos q_i \end{Bmatrix} \quad (2.4.4)$$

Applicando la definizione 2.2.12 è possibile esprimere il vettore  $\mathbf{a}_i$  in questo modo:

$$\mathbf{a}_i = \begin{Bmatrix} \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \\ \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \cos q_i \\ -a_i \sin q_i \end{Bmatrix} \quad (2.4.5)$$

Il vettore velocità del punto generico  $B_i$  è anch'esso esprimibile attraverso la sua derivata temporale:

$$\dot{\mathbf{B}}_i \begin{Bmatrix} \dot{x} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \cos \frac{\theta}{4} \\ \dot{y} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \sin \frac{\theta}{4} \\ \dot{z} \end{Bmatrix} \quad (2.4.6)$$

Sia il vettore generico  $\mathbf{u}_i$  il versore parallelo al piano  $xOy$ , perpendicolare al vettore  $\mathbf{a}_i$  e con verso come in figura 2.5. La sua espressione è la seguente:

$$\mathbf{u}_i \begin{Bmatrix} -\text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.4.7)$$

Lo sviluppo del primo membro dell'equazione (2.4.3) è riportato nell'espressione seguente:



$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{A}}_i &= -[\text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i x_{b_i} \sin q_i + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i y_{b_i} \sin q_i + a_i z_{b_i} \cos q_i] \dot{q}_i = \\ &= \mathbf{u}_i^T (\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i) \dot{q}_i \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

Sia  $\mathbf{h}$  il vettore che rappresenta la posizione del lato della piattaforma a cui è solidale l'end-effector. Esso si calcola effettuando l'operazione  $\mathbf{F}_3 - \mathbf{F}_2$  e assume la forma seguente:

$$\mathbf{h} = \begin{Bmatrix} -h \sin \frac{\theta}{4} \\ h \cos \frac{\theta}{4} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.4.9)$$

Lo sviluppo del secondo membro dell'equazione (2.4.3) è riportato nell'espressione seguente:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i^T \dot{\mathbf{B}}_i &= x_{b_i} \dot{x} + y_{b_i} \dot{y} + z_{b_i} \dot{z} - \frac{h}{8} \text{sign}(y_{P_i}) [x_{b_i} \cos \frac{\theta}{4} + y_{b_i} \sin \frac{\theta}{4}] \dot{\theta} = \\ &= x_{b_i} \dot{x} + y_{b_i} \dot{y} + z_{b_i} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_i) \dot{\theta} \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

Il versore  $\mathbf{e}_z$  identifica l'asse  $z$  del sistema di riferimento assoluto e la sua forma è:

$$\mathbf{e}_z = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.4.11)$$

Sostituendo le equazioni (2.4.8) e (2.4.10) nell'equazione di partenza (2.4.3) è possibile costruire il seguente sistema di quattro equazioni linearmente indipendenti:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_1^T (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1) \dot{q}_1 = x_{b_1} \dot{x} + y_{b_1} \dot{y} + z_{b_1} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_1}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \dot{\theta} \\ \mathbf{u}_2^T (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2) \dot{q}_2 = x_{b_2} \dot{x} + y_{b_2} \dot{y} + z_{b_2} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_2}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \dot{\theta} \\ \mathbf{u}_3^T (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{b}_3) \dot{q}_3 = x_{b_3} \dot{x} + y_{b_3} \dot{y} + z_{b_3} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_3}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \dot{\theta} \\ \mathbf{u}_4^T (\mathbf{a}_4 \times \mathbf{b}_4) \dot{q}_4 = x_{b_4} \dot{x} + y_{b_4} \dot{y} + z_{b_4} \dot{z} + \text{sign}(y_{P_4}) \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \dot{\theta} \end{cases}$$

Per individuare la matrice jacobiana esso va ricondotto alla forma seguente:

$$[J_q] \dot{\mathbf{q}} = [J_x] \dot{\mathbf{X}} \quad (2.4.12)$$

La forma matriciale dei primi membri del sistema può quindi essere scritta come segue:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{u}_2^T (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{u}_3^T (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{b}_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{u}_4^T (\mathbf{a}_4 \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{Bmatrix} \quad (2.4.13)$$

Risulta quindi che:

$$[J_q] = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1^T (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{u}_2^T (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{u}_3^T (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{b}_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{u}_4^T (\mathbf{a}_4 \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \quad (2.4.14)$$

La forma matriciale dei secondi membri del sistema risulta invece la seguente:

$$\begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & -\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & -\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (2.4.15)$$

Risulta quindi che:

$$[J_x] = \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & -\frac{1}{8}\mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & -\frac{1}{8}\mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & \frac{1}{8}\mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & \frac{1}{8}\mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \quad (2.4.16)$$

Ora è possibile ricavare la matrice jacobiana attraverso la relazione seguente:

$$[J] = [J_x]^{-1} \cdot [J_q] \quad (2.4.17)$$

Nota la matrice jacobiana, l'analisi cinematica diretta di velocità si riduce all'applicazione della relazione scritta in [2.4.2](#).

Per l'analisi inversa di velocità si ricorre invece alla seguente equazione:

$$\dot{\mathbf{q}} = [J]^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (2.4.18)$$

## 2.5 Analisi cinematica di accelerazione

L'analisi di accelerazione si effettua andando a derivare rispetto al tempo l'equazione 2.4.12. Il risultato della suddetta operazione è il seguente:

$$[\dot{J}_q]\dot{\mathbf{q}} + [J_q]\ddot{\mathbf{q}} = [\dot{J}_x]\dot{\mathbf{X}} + [J_x]\ddot{\mathbf{X}} \quad (2.5.1)$$

è necessario quindi andare a calcolare le derivate delle matrici jacobiane  $J_x$  e  $J_q$ .

### 2.5.1 Derivata della matrice $J_q$

La matrice  $J_q$  è una matrice diagonale costituita dal termine generico  $\mathbf{u}_i(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i)$ . Sarà quindi sufficiente andare a derivare rispetto al tempo tale termine.

Si calcolano di seguito le derivate rispetto al tempo dei vettori  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$ :

$$\dot{\mathbf{a}}_i = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{a_i} \\ \dot{y}_{a_i} \\ \dot{z}_{a_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin q_i \\ -\text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin q_i \\ -a_i \dot{q}_i \cos q_i \end{Bmatrix} \quad (2.5.2)$$

$$\dot{\mathbf{b}}_i = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{b_i} \\ \dot{y}_{b_i} \\ \dot{z}_{b_i} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \cos \frac{\theta}{4} + \text{sign}(x_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin q_i \\ \dot{y} - \text{sign}(y_{P_i}) \frac{h}{8} \dot{\theta} \sin \frac{\theta}{4} + \text{sign}(y_{P_i}) \frac{\sqrt{2}}{2} a_i \dot{q}_i \sin q_i \\ \dot{z} + a_i \dot{q}_i \cos q_i \end{Bmatrix} \quad (2.5.3)$$

Il prodotto vettoriale tra i vettori  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  si ricava tramite la seguente espressione:

$$\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i = \begin{Bmatrix} y_{a_i} z_{b_i} - z_{a_i} y_{b_i} \\ z_{a_i} x_{b_i} - x_{a_i} z_{b_i} \\ x_{a_i} y_{b_i} - y_{a_i} x_{b_i} \end{Bmatrix} \quad (2.5.4)$$

Il termine generico  $\mathbf{u}_i^T(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i)$  assume la seguente forma:

$$\mathbf{u}_i^T(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i) = \frac{\sqrt{2}}{2} [\text{sign}(y_{P_i})(z_{a_i} y_{b_i} - y_{a_i} z_{b_i}) + \text{sign}(x_{P_i})(x_{a_i} z_{b_i} - z_{a_i} x_{b_i})] \quad (2.5.5)$$

è quindi ora possibile andare a derivare rispetto al tempo il termine appena scritto:

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{u}_i^T(\mathbf{a}_i \times \mathbf{b}_i)] = \frac{\sqrt{2}}{2} [\text{sign}(y_{P_i})(\dot{z}_{a_i} y_{b_i} + z_{a_i} \dot{y}_{b_i} - \dot{y}_{a_i} z_{b_i} - y_{a_i} \dot{z}_{b_i}) + \text{sign}(x_{P_i})(\dot{x}_{a_i} z_{b_i} + x_{a_i} \dot{z}_{b_i} - \dot{z}_{a_i} x_{b_i} - z_{a_i} \dot{x}_{b_i})] \quad (2.5.6)$$

La derivata rispetto al tempo della matrice  $J_q$  avrà quindi la seguente forma:

$$[\dot{J}_q] = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \mathbf{u}_1(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{dt} \mathbf{u}_2(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{d}{dt} \mathbf{u}_3(\mathbf{a}_3 \times \mathbf{b}_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{d}{dt} \mathbf{u}_4(\mathbf{a}_4 \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \quad (2.5.7)$$

### 2.5.2 Derivata della matrice $J_x$

La derivata rispetto al tempo della matrice  $J_x$  è facilmente derivabile con l'eccezione dell'ultima colonna dove compare il termine generico  $\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_i)$ . È dimostrabile che tale termine assume la seguente forma:

$$\frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T(\mathbf{h} \times \mathbf{b}_i) = -\frac{1}{8} h (x_{b_i} \cos \frac{\theta}{4} + y_{b_i} \sin \frac{\theta}{4}) \quad (2.5.8)$$

La derivata rispetto al tempo del termine appena scritto viene riportata di seguito:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_i) \right] = \\ & = -\frac{1}{8} h \left( \dot{x}_{b_i} \cos \frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} x_{b_i} \dot{\theta} \sin \frac{\theta}{4} + \dot{y}_{b_i} \sin \frac{\theta}{4} + \frac{1}{4} y_{b_i} \dot{\theta} \cos \frac{\theta}{4} \right) \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

è ora possibile andare a scrivere la derivata rispetto al tempo della matrice  $J_x$ :

$$[\dot{J}_x] = \begin{bmatrix} \dot{x}_{b_1} & \dot{y}_{b_1} & \dot{z}_{b_1} & -\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \right) \\ \dot{x}_{b_2} & \dot{y}_{b_2} & \dot{z}_{b_2} & -\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \right) \\ \dot{x}_{b_3} & \dot{y}_{b_3} & \dot{z}_{b_3} & \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \right) \\ \dot{x}_{b_4} & \dot{y}_{b_4} & \dot{z}_{b_4} & \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{8} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \right) \end{bmatrix} \quad (2.5.10)$$

### 2.5.3 Analisi di accelerazione diretta e inversa

Note le espressioni di  $[\dot{J}_q]$  e  $[\dot{J}_x]$  è possibile applicare la 2.5.1.

Per l'analisi di accelerazione diretta l'equazione viene espressa come di seguito:

$$\ddot{\mathbf{X}} = [J]\ddot{\mathbf{q}} + [J_x]^{-1}([\dot{J}_q] - [\dot{J}_x][J])\dot{\mathbf{q}} \quad (2.5.11)$$

Per l'analisi di accelerazione inversa l'equazione assume la forma seguente:

$$\ddot{\mathbf{q}} = [J]^{-1}\ddot{\mathbf{X}} + [J_q]^{-1}([\dot{J}_x] - [\dot{J}_q][J]^{-1})\dot{\mathbf{X}} \quad (2.5.12)$$

## Modello dinamico e indice dinamico unidirezionale

*In questo capitolo si effettuano dapprima delle modifiche al modello geometrico, presentato nel capitolo precedente, per diminuire il grado di complessità del problema dinamico del manipolatore. Successivamente viene trattata l'analisi dinamica e i risultati ottenuti vengono analizzati ed elaborati nella loro forma per permettere di costruire degli indici dinamici di prestazione che vengono definiti nella parte finale del capitolo.*

### 3.1 Modifiche al modello geometrico

Prima di procedere con lo sviluppo dell'analisi dinamica si proceda con alcune modifiche al modello geometrico che permettano di ridurre la complessità analitica del modello dinamico. Tale complessità è attribuibile in primo luogo al movimento dei bilancieri [5]. Per questo motivo, l'inerzia rotazionale di questi membri, non viene considerata nella trattazione del problema dinamico. Tale ipotesi, considerando la composizione in fibra di carbonio con cui sono realizzati i bilancieri, non risulta troppo restrittiva [5].

In figura 3.1 viene illustrata un'ulteriore semplificazione adottata per motivi prettamente analitici. Si noti come i bilancieri vengano eliminati dalla struttura e le loro masse vengano distribuite equamente su due masse, di valore  $m_c$ , una concentrata sulle estremità delle manovelle e l'altra sulla piattaforma mobile.

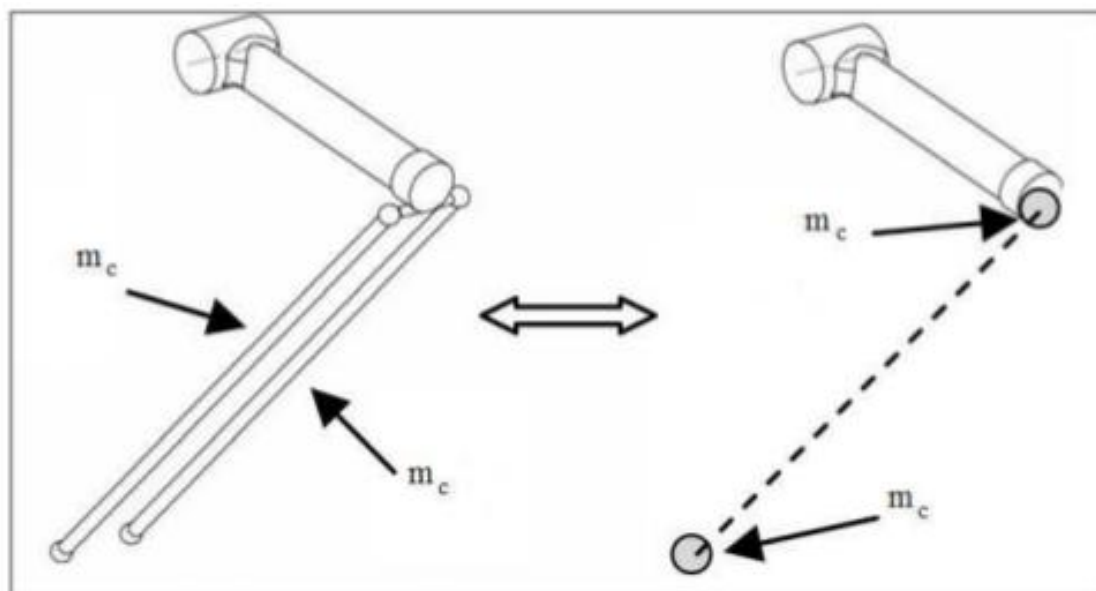


Fig. 3.1: Semplificazione delle bielle

L'ultima semplificazione interessa la piattaforma mobile le cui modifiche vengono illustrate nella figura 3.2.

Con questo passaggio si trascurano innanzitutto i tratti di collegamento tra la piattaforma e i bilancieri. In secondo luogo la piattaforma degenera in due masse concentrate

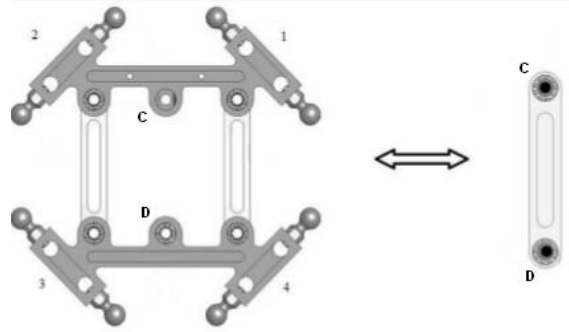


Fig. 3.2: Semplificazione della piattaforma mobile

in due punti, indicati con  $C$  e  $D$ , che corrispondono alle estremità dell'asse centrale della piattaforma stessa [6].

È facilmente riscontrabile come il valore delle masse concentrate nella piattaforma mobile sia esprimibile attraverso la seguente relazione:

$$m_C = m_D = \frac{m_p}{2} + 2m_c \quad (3.1.1)$$

Con  $m_p$  si esprime la massa totale della piattaforma mobile.

### 3.2 Analisi dinamica

Risolvere il problema dinamico del manipolatore in esame significa comprendere il legame esistente tra l'entità delle forze e dei momenti meccanici applicati sull'organo terminale e le coppie che devono erogare gli attuatori.

La legge alla base dell'analisi dinamica di un meccanismo è la seguente:

$$\boldsymbol{\tau} = [\mathbf{J}^T] \mathbf{F} \quad (3.2.1)$$

Il vettore  $\boldsymbol{\tau}$  è il vettore delle coppie  $\tau_i$  richieste all' $i$ -esimo attuatore:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{Bmatrix} \quad (3.2.2)$$

Il vettore  $\mathbf{F}$  è il vettore delle forze generiche applicate sull'organo terminale:

$$\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (3.2.3)$$

Nella relazione 3.2.3  $F_j$  indica la forza impressa dall'organo terminale lungo l'asse  $j$  mentre  $M_j$  è il momento meccanico che imprime una rotazione attorno al medesimo asse generico.

Di seguito si scrivono delle regole convenzionali adottate in questo lavoro per identificare il segno delle coppie e delle forze considerate nel modello che si va a definire in seguito:

- coppie positive sono erogate dal motore quando alla manovella è impresso un movimento verso l'alto;

- coppie negative sono erogate dal motore quando alla manovella è impresso un movimento verso il basso;
- i segni delle forze verticali sono coerenti con l'orientamento dell'asse  $z$  definito nel sistema di riferimento assoluto.

Alla luce delle considerazioni esposte nel paragrafo precedente, le coppie erogate dagli attuatori, indicate dal vettore  $\boldsymbol{\tau}$ , sono il risultato di più contributi attribuibili alle diverse componenti del sistema meccanico. Tali componenti sono costituiti dalla parte attiva, rappresentata dai motori e dalle manovelle, dalla piattaforma mobile e dal carico applicato all'organo terminale.

### 3.2.1 Contributo della parte attiva

La parte attiva è costituita dagli attuatori, dalle manovelle e dalle masse concentrate sull'estremità di esse in seguito alle modifiche al modello apportate nel paragrafo precedente.

Il contributo attribuibile alla parte attiva è espressa con la relazione seguente:

$$\boldsymbol{\tau}_{att} = [I_{att}]\ddot{\mathbf{q}} + \boldsymbol{\tau}_{a,grav} + \boldsymbol{\tau}_{m_c,grav} \quad (3.2.4)$$

Si può osservare come questo contributo sia costituito da un termine inerziale, legato all'accelerazione angolare impressa dai motori, e da due termini gravitazionali relativi alla massa delle manovelle e alla massa concentrata sull'estremità di esse.

La matrice  $I_{att}$  è una matrice diagonale come espresso di seguito:

$$[I_{att}] = \begin{bmatrix} I_{eq} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{eq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{eq} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{eq} \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

Il momento di inerzia equivalente della parte attiva,  $I_{eq}$ , è costituita dal momento di inerzia del motore  $I_{mot}$  ridotta con il rapporto di riduzione  $i$ , dal momento di inerzia della manovella  $I_a$  e dal momento di inerzia associato alla massa  $m_c$  concentrata all'estremità del link.

$$I_{eq} = i^2 I_{mot} + I_a + I_c \quad (3.2.6)$$

$$I_a = \frac{1}{3} m_a a_i^2 \quad (3.2.7)$$

$$I_c = m_c a_i^2 \quad (3.2.8)$$

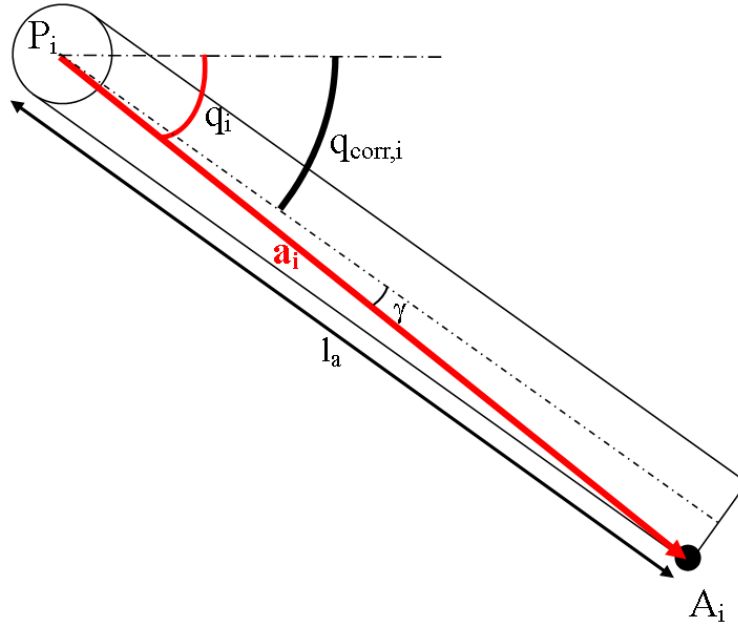
Nell'equazione 3.2.7,  $m_a$  indica la massa della manovella.

Si indichi con il termine  $l_a$  la lunghezza effettiva della manovella. Noto il raggio  $r_a$  della sezione della manovella,  $l_a$  si calcola applicando il teorema di Pitagora:

$$l_a = \sqrt{a_i^2 - r_i^2} \quad (3.2.9)$$

Assumendo con buona approssimazione che la manovella sia un membro di densità uniforme, si può considerare il suo centro di massa esattamente a metà rispetto alla lunghezza del link. Sulla base di queste considerazioni è possibile esprimere di seguito il contributo gravitazionale legato alla massa della manovella:

$$\boldsymbol{\tau}_{a,grav} = m_a g \begin{bmatrix} \frac{l_a}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_a}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_a}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{l_a}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \cos q_{corr,1} \\ \cos q_{corr,2} \\ \cos q_{corr,3} \\ \cos q_{corr,4} \end{pmatrix} \quad (3.2.10)$$

Fig. 3.3: Angoli generici  $q_i$  e  $q_{corr,i}$ 

In figura 3.2.1 si può apprezzare la differenza tra gli angoli generici  $q_i$  e  $q_{corr,i}$ . Tale differenza nasce dalla scelta progettuale di Adept di non orientare il vettore  $\mathbf{a}_i$  nella direzione dell'asse longitudinale della manovella ma di orientarlo come definito nel capitolo precedente. Sia  $\gamma$  l'angolo acuto, indicato in figura 3.2.1, definito come di seguito:

$$\gamma = \arcsin \frac{r_a}{a_i} \quad (3.2.11)$$

L'angolo generico  $q_{corr,i}$  è quindi definito dalla relazione seguente:

$$q_{corr,i} = q_i - \gamma \quad (3.2.12)$$

Si scrive di seguito il contributo gravitazionale relativo alla massa  $m_c$  concentrata sull'estremità della manovella generica:

$$\boldsymbol{\tau}_{m_c,grav} = m_c g \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos q_1 \\ \cos q_2 \\ \cos q_3 \\ \cos q_4 \end{Bmatrix} \quad (3.2.13)$$

Ora è possibile andare a scrivere l'espressione finale del contributo alle coppie fornito dall'intera parte attiva:

$$\boldsymbol{\tau}_{att} = I_{eq} \ddot{\mathbf{q}} + gm_a \frac{l_a}{2} \cos \mathbf{q}_{corr} + gm_c a_i \cos \mathbf{q} \quad (3.2.14)$$

### 3.2.2 Contributo della piattaforma mobile

In seguito alle modifiche apportate alla geometria del modello, la piattaforma mobile viene considerata come una coppia di masse  $m_C$  e  $m_D$  della stessa entità, concentrate nei punti  $C$  e  $D$  indicati nella figura 3.2. Al fine di esprimere il contributo alle coppie totali



riconducibile a questa coppia di masse, si riportano di seguito le coordinate dei punti  $C$  e  $D$  e le loro derivate temporali di primo e secondo ordine:

$$\mathbf{C} = \begin{Bmatrix} x + \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} \\ y - \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{Bmatrix} x - \frac{h}{2} \sin \frac{\theta}{4} \\ y + \frac{h}{2} \cos \frac{\theta}{4} \\ z \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (3.2.15)$$

$$\dot{\mathbf{C}} = \begin{Bmatrix} \dot{x} + \frac{h}{8} \dot{\theta} \cos \frac{\theta}{4} \\ \dot{y} + \frac{h}{8} \dot{\theta} \sin \frac{\theta}{4} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad \dot{\mathbf{D}} = \begin{Bmatrix} \dot{x} - \frac{h}{8} \dot{\theta} \cos \frac{\theta}{4} \\ \dot{y} - \frac{h}{8} \dot{\theta} \sin \frac{\theta}{4} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.2.16)$$

$$\ddot{\mathbf{C}} = \begin{Bmatrix} \ddot{x} + \frac{h}{8} \left[ \ddot{\theta} \cos \frac{\theta}{4} - \frac{\dot{\theta}^2}{4} \sin \frac{\theta}{4} \right] \\ \ddot{y} + \frac{h}{8} \left[ \ddot{\theta} \sin \frac{\theta}{4} + \frac{\dot{\theta}^2}{4} \cos \frac{\theta}{4} \right] \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad \ddot{\mathbf{D}} = \begin{Bmatrix} \ddot{x} - \frac{h}{8} \left[ \ddot{\theta} \cos \frac{\theta}{4} - \frac{\dot{\theta}^2}{4} \sin \frac{\theta}{4} \right] \\ \ddot{y} - \frac{h}{8} \left[ \ddot{\theta} \sin \frac{\theta}{4} + \frac{\dot{\theta}^2}{4} \cos \frac{\theta}{4} \right] \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.2.17)$$

Si proceda ora al calcolo delle matrici jacobiane che legano le velocità dei punti  $C$  e  $D$  con la velocità delle variabili di giunto. Le equazioni di partenza per perseguire questo obiettivo sono quelle che legano le velocità dei punti  $C$  e  $D$  con la velocità dell'organo terminale:

$$[J_{x_C}] \dot{\mathbf{C}} = [J_x] \dot{\mathbf{X}} \quad [J_{x_D}] \dot{\mathbf{D}} = [J_x] \dot{\mathbf{X}} \quad (3.2.18)$$

Le matrici di trasformazione  $[T_C]$  e  $[T_D]$ , di seguito definite, ci consentono di andare a riscrivere i vettori velocità  $\dot{\mathbf{C}}$  e  $\dot{\mathbf{D}}$  in funzione del vettore velocità  $\dot{\mathbf{X}}$ :

$$\dot{\mathbf{C}} = [T_C] \dot{\mathbf{X}} \quad \dot{\mathbf{D}} = [T_D] \dot{\mathbf{X}} \quad (3.2.19)$$

$$[T_C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{h}{8} \cos \frac{\theta}{4} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{h}{8} \sin \frac{\theta}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [T_D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{h}{8} \cos \frac{\theta}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{h}{8} \sin \frac{\theta}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

Sostituendo le equazioni 3.2.20 nelle equazioni 3.2.18 è possibile andare a individuare le matrici  $[J_{x_C}]$  e  $[J_{x_D}]$  a partire dalle relazioni seguenti:

$$[J_{x_C}][T_C] = [J_x] \quad [J_{x_D}][T_D] = [J_x] \quad (3.2.21)$$

è quindi facile dimostrare che le matrici  $[J_{x_C}]$  e  $[J_{x_D}]$  assumono la seguente forma:

$$[J_{x_C}] = \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & 0 \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & 0 \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & \frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_3) \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & \frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_4) \end{bmatrix} \quad [J_{x_D}] = \begin{bmatrix} x_{b_1} & y_{b_1} & z_{b_1} & -\frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_1) \\ x_{b_2} & y_{b_2} & z_{b_2} & -\frac{1}{4} \mathbf{e}_z^T (\mathbf{h} \times \mathbf{b}_2) \\ x_{b_3} & y_{b_3} & z_{b_3} & 0 \\ x_{b_4} & y_{b_4} & z_{b_4} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.22)$$

Ora, ricordando che  $[J_x] \dot{\mathbf{X}} = [J_q] \dot{\mathbf{q}}$ , è possibile calcolare facilmente le matrici jacobiane relative ai punti  $C$  e  $D$ :

$$[J_C] = [J_{x_C}]^{-1} [J_q] \quad [J_D] = [J_{x_D}]^{-1} [J_q] \quad (3.2.23)$$

Sia  $g$  il valore dell'accelerazione gravitazionale e  $\mathbf{G}$  il vettore gravitazionale così definito:

$$\mathbf{G} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.2.24)$$

Il contributo della massa concentrata nel punto C è quindi esprimibile con la relazione seguente:

$$\boldsymbol{\tau}_C = [J_C]^T [M_C] (\ddot{\mathbf{C}} + \mathbf{G}) \quad (3.2.25)$$

Analogamente il contributo della massa concentrata nel punto D è esprimibile con la relazione seguente:

$$\boldsymbol{\tau}_D = [J_D]^T [M_D] (\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{G}) \quad (3.2.26)$$

Le matrici  $[M_C]$  e  $[M_D]$  hanno la seguente forma:

$$[M_C] = \begin{bmatrix} m_C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_C \end{bmatrix} \quad [M_D] = \begin{bmatrix} m_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_D \end{bmatrix} \quad (3.2.27)$$

Le relazioni per il calcolo dei momenti di inerzia  $I_C$  e  $I_D$  sono riportati di seguito:

$$I_C = m_C \left( \frac{h}{2} \right)^2 \quad (3.2.28)$$

$$I_D = m_D \left( \frac{h}{2} \right)^2 \quad (3.2.29)$$

### 3.2.3 Contributo del carico

Il contributo del carico alla coppia totale è espresso dalla seguente equazione:

$$\boldsymbol{\tau}_{pay} = [J]^T [M_{pay}] (\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}) \quad (3.2.30)$$

Sia  $m_{pay}$  la massa applicata all'organo terminale, la matrice  $M_{pay}$  ha la seguente forma:

$$[M_{pay}] = \begin{bmatrix} m_{pay} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{pay} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{pay} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{pay} \end{bmatrix} \quad (3.2.31)$$

Il momento di inerzia  $I_{pay}$  dipende dalla geometria del carico.

### 3.2.4 Calcolo della coppia richiesta

La coppia necessaria agli attuatori per imprimere all'organo terminale un'accelerazione rappresentata dal vettore  $\ddot{\mathbf{X}}$  è data dalla somma di tutti i contributi calcolati:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{att} + \boldsymbol{\tau}_C + \boldsymbol{\tau}_D + \boldsymbol{\tau}_{pay} \quad (3.2.32)$$

Per concludere si riportano in tabella 2.1 tutti i parametri geometrici fin qui definiti con le misure dichiarate dal produttore.

Tab. 3.1: Parametri dimensionali di Adept Quattro s650H<sup>TM</sup> necessari alla risoluzione dell'analisi dinamica

Parametro	Misura
$i$	50
$r_a$	0,01 m
$m_a$	1,85 kg
$m_c$	0,24 kg
$m_p$	3,50 kg
$I_{mot}$	$8,11 \cdot 10^{-5}$ kg m <sup>2</sup>

### 3.3 Legame tra dinamica e cinematica del manipolatore

In questo paragrafo si andranno ad esprimere i risultati dell'analisi dinamica del manipolatore, trattata nel paragrafo precedente, in una forma che permetta di comprendere maggiormente il legame delle coppie erogate dagli attuatori con le caratteristiche del moto dell'organo terminale. Nello specifico, per ogni parte del manipolatore che contribuisce alle coppie totali, si cercheranno di identificare dei termini legati all'accelerazione dell'organo terminale, dei termini legati alla velocità dello stesso e dei termini legati dalla forza di gravità.

#### 3.3.1 Risultati relativi alla parte attiva

Il contributo alle coppie totali spiegato dalla parte attiva è stato calcolato nella relazione 3.2.14.

L'analisi cinematica inversa di accelerazione ci permette, con la relazione 2.5.12, di scrivere il vettore delle accelerazioni angolari degli attuatori,  $\ddot{\mathbf{q}}$ , in funzione dei vettori velocità,  $\dot{\mathbf{X}}$ , e accelerazione,  $\ddot{\mathbf{X}}$ , dell'organo terminale.

Per semplicità di scrittura si definisca la matrice  $[J_{vel}]^{-1}$  come di seguito:

$$[J_{vel}]^{-1} = [J_q]^{-1}([\dot{J}_x] - [J_q][\dot{J}]^{-1}) \quad (3.3.1)$$

L'equazione 3.2.14 può essere quindi riscritta in questo modo:

$$\boldsymbol{\tau}_{att} = I_{eq}[J]^{-1}\ddot{\mathbf{X}} + I_{eq}[J_{vel}]^{-1}\dot{\mathbf{X}} + gm_a \frac{l_a}{2} \mathbf{COS} \mathbf{q}_{corr} + gm_c a_i \mathbf{COS} \mathbf{q} \quad (3.3.2)$$

Nella relazione appena riportata si notano un termine legato all'accelerazione, un termine legato alla velocità e due termini gravitazionali. Definiamo tali termini di seguito:

$$\boldsymbol{\tau}_{att,acc} = I_{eq}[J]^{-1}\ddot{\mathbf{X}} \quad (3.3.3)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{att,vel} = I_{eq}[J_{vel}]^{-1}\dot{\mathbf{X}} \quad (3.3.4)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{att,grav} = gm_a \frac{l_a}{2} \mathbf{COS} \mathbf{q}_{corr} + gm_c a_i \mathbf{COS} \mathbf{q} \quad (3.3.5)$$

### 3.3.2 Risultati relativi alla piattaforma mobile

I termini che contribuiscono alla coppia totale legati alla piattaforma mobile sono riportati nelle equazioni 3.2.25 e 3.2.26. Per andare a individuare dei termini separati come nel caso della parte attiva è necessario dapprima effettuare delle considerazioni matematiche sulle matrici jacobiane legate alla piattaforma mobile.

Dall'equazione 3.2.18 è facile ricavare la seguente relazione:

$$[J_{x_C}] = [J_x][T_C]^{-1} \quad (3.3.6)$$

Sostituendo l'equazione 3.3.6 nella relazione 3.2.25 è possibile scrivere i seguenti passaggi:

$$[J_C] = ([J_x][T_C]^{-1})^{-1}[J_q] = [T_C][J_x]^{-1}[J_q] \quad (3.3.7)$$

Ricordando che  $[J] = [J_x]^{-1}[J_q]$ , allora l'equazione 3.3.7 diventa:

$$[J_C] = [T_C][J] \quad (3.3.8)$$

Derivando rispetto al tempo l'equazione 3.2.19 risulta:

$$\ddot{\mathbf{C}} = [T_C]\ddot{\mathbf{X}} + [\dot{T}_C]\dot{\mathbf{X}} \quad (3.3.9)$$

Sostituendo la 3.3.8 e la 3.3.9 nell'equazione 3.2.25 si può scrivere l'espressione seguente:

$$\boldsymbol{\tau}_C = ([T_C][J])^T[M_C]([T_C]\ddot{\mathbf{X}} + [\dot{T}_C]\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}) \quad (3.3.10)$$

Da cui risulta:

$$\boldsymbol{\tau}_C = [J]^T[T_C]^T[M_C]([T_C]\ddot{\mathbf{X}} + [\dot{T}_C]\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}) \quad (3.3.11)$$

Effettuando analoghi ragionamenti per la massa concentrata in  $D$  risulterà:

$$\boldsymbol{\tau}_D = [J]^T[T_D]^T[M_D]([T_D]\ddot{\mathbf{X}} + [\dot{T}_D]\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{G}) \quad (3.3.12)$$

Sommando i risultati ottenuti nelle equazioni 3.3.11 e 3.3.12 e ricordando che le masse  $m_C$  e  $m_D$ , e di conseguenza le matrici  $[M_C]$  e  $[M_D]$ , sono uguali; si può scrivere il contributo richiesto agli attuatori spiegato dalla presenza della piattaforma mobile:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{piatt} = & [J]^T([T_C]^T[M_C][T_C] + [T_D]^T[M_C][T_D])\ddot{\mathbf{X}} + \\ & + [J]^T([T_C]^T[M_C][\dot{T}_C] + [T_D]^T[M_C][\dot{T}_D])\dot{\mathbf{X}} + \\ & + [J]^T([T_C]^T + [T_D]^T)[M_C]\mathbf{G} \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

Anche in questo caso si individuano nella relazione precedente tre termini legati rispettivamente all'accelerazione dell'organo terminale, alla sua velocità e alla forza di gravità:

$$\boldsymbol{\tau}_{piatt,acc} = [J]^T([T_C]^T[M_C][T_C] + [T_D]^T[M_C][T_D])\ddot{\mathbf{X}} \quad (3.3.14)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{piatt,vel} = [J]^T([T_C]^T[M_C][\dot{T}_C] + [T_D]^T[M_C][\dot{T}_D])\dot{\mathbf{X}} \quad (3.3.15)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{piatt,grav} = [J]^T([T_C]^T + [T_D]^T)[M_C]\mathbf{G} \quad (3.3.16)$$

Sia la matrice  $[M_{piatt}]$  definita come di seguito:

$$[M_{piatt}] = [T_C]^T[M_C][T_C] + [T_D]^T[M_C][T_D] \quad (3.3.17)$$

Effettuando il calcolo della relazione appena scritta risulta:

$$[M_{piatt}] = \begin{bmatrix} 2m_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2m_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2m_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2I_c + \frac{h^2}{32}m_c \end{bmatrix} \quad (3.3.18)$$

È allora possibile scrivere l'equazione 3.3.14 in questo modo

$$\boldsymbol{\tau}_{piatt,acc} = [J]^T [M_{piatt}] \ddot{\mathbf{X}} \quad (3.3.19)$$

Sia invece la matrice  $[M_{piatt,vel}]$  definita come di seguito:

$$[M_{piatt,vel}] = [T_C]^T [M_C] [\dot{T}_C] + [T_D]^T [M_C] [\dot{T}_D] \quad (3.3.20)$$

Effettuando il calcolo della relazione appena scritta risulta che la matrice  $[M_{piatt,vel}]$  coincide con la matrice nulla. Ne deriva che il contributo alle coppie totali spiegato dalla presenza della piattaforma mobile non dipende dalla velocità dell'organo terminale.

Sia la matrice  $[M_{piatt,grav}]$  definita come di seguito:

$$[M_{piatt,grav}] = ([T_C]^T + [T_D]^T) [M_C] \quad (3.3.21)$$

Con dei semplici passaggi matematici è possibile scrivere la relazione precedente come di seguito:

$$[M_{piatt,grav}] = 2M_C \quad (3.3.22)$$

L'equazione 3.3.16 viene quindi espressa nella forma seguente:

$$\boldsymbol{\tau}_{piatt,grav} = 2[J]^T [M_C] \mathbf{G} \quad (3.3.23)$$

### 3.3.3 Risultati relativi al carico

Il contributo alle coppie richieste agli attuatori relativo al carico è calcolato nell'equazione 3.2.32. Si individuano facilmente un contributo legato all'accelerazione e un contributo legato alla forza di gravità:

$$\boldsymbol{\tau}_{pay,acc} = [J]^T [M_{pay}] (\ddot{\mathbf{X}}) \quad (3.3.24)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{pay,grav} = [J]^T [M_{pay}] (\mathbf{G}) \quad (3.3.25)$$

### 3.3.4 Risultante di tutti i contributi

La relazione 3.2.2 mette in evidenza come le diverse parti meccaniche del manipolatore contribuiscono alla risultante finale del vettore  $\boldsymbol{\tau}$ . In seguito alle considerazioni effettuate è possibile andare a riscrivere l'espressione delle coppie totali richieste agli attuatori sotto una forma differente che permetta di individuare i termini legati alla accelerazione dell'organo terminale, i termini legati alla velocità e i termini legati alla forza di gravità:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{acc} + \boldsymbol{\tau}_{vel} + \boldsymbol{\tau}_{grav} \quad (3.3.26)$$

I vettori  $\boldsymbol{\tau}_{acc}$ ,  $\boldsymbol{\tau}_{vel}$  e  $\boldsymbol{\tau}_{grav}$  sono definiti di seguito:

$$\boldsymbol{\tau}_{acc} = \boldsymbol{\tau}_{att,acc} + \boldsymbol{\tau}_{piatt,acc} + \boldsymbol{\tau}_{pay,acc} \quad (3.3.27)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{vel} = \boldsymbol{\tau}_{att,vel} \quad (3.3.28)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{grav} = \boldsymbol{\tau}_{att,grav} + \boldsymbol{\tau}_{piatt,grav} + \boldsymbol{\tau}_{pay,grav} \quad (3.3.29)$$

Sostituendo i risultati delle equazioni 3.3.3, 3.3.4, 3.3.5, 3.3.19, 3.3.23, 3.3.24, 3.3.25, si posso esplicitare i vettori appena definiti come di seguito:

$$\boldsymbol{\tau}_{acc} = [I_{eq}[J]^{-1} + [J]^T([M_{piatt}] + [M_{pay}])] \ddot{\mathbf{X}} \quad (3.3.30)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{vel} = I_{eq}[J_{vel}]^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (3.3.31)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{grav} = [J^T](2[M_C] + [M_{pay}])\mathbf{G} + gm_a \frac{l_a}{2} \cos \mathbf{q}_{corr} + gm_{ca_i} \cos \mathbf{q} \quad (3.3.32)$$

### 3.4 Indici dinamici unidirezionali

In questo paragrafo si propongono i passaggi algebrici che permettono di costruire degli indici dinamici unidirezionali che consentono di prevedere le prestazioni del manipolatore.

La matematica alla base di questi indici si avvale dell'equazione 3.3.30 che mette in relazione l'accelerazione dell'organo terminale e le coppie richieste agli attuatori legate ad essa. Sia  $[M_J^T]$  la matrice così definita:

$$[M_J^T] = [I_{eq}[J]^{-1} + [J]^T([M_{piatt}] + [M_{pay}])] \quad (3.4.1)$$

L'equazione 3.3.30 si può quindi scrivere sotto la seguente forma:

$$\boldsymbol{\tau}_{acc} = [M_J^T] \ddot{\mathbf{X}} \quad (3.4.2)$$

La matrice  $M_J^T$  è una matrice di tipo  $4 \times 4$  il cui ruolo si può osservare bene nella relazione seguente:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{acc1} \\ \tau_{acc2} \\ \tau_{acc3} \\ \tau_{acc4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{J,11}^T & M_{J,12}^T & M_{J,13}^T & M_{J,14}^T \\ M_{J,21}^T & M_{J,22}^T & M_{J,23}^T & M_{J,24}^T \\ M_{J,31}^T & M_{J,32}^T & M_{J,33}^T & M_{J,34}^T \\ M_{J,41}^T & M_{J,42}^T & M_{J,43}^T & M_{J,44}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (3.4.3)$$

La matrice  $M_J^T$  può essere suddivisa in due sottomatrici  $M_{J,t}^T$ , che lega le coppie agli attuatori all'accelerazione lineare dell'organo terminale, e  $M_{J,r}^T$ , che lega le coppie agli attuatori all'accelerazione angolare. Le matrici  $M_{J,t}^T$  e  $M_{J,r}^T$  sono riportate qui sotto:

$$[M_{J,t}^T] = \begin{bmatrix} M_{J,11}^T & M_{J,12}^T & M_{J,13}^T \\ M_{J,21}^T & M_{J,22}^T & M_{J,23}^T \\ M_{J,31}^T & M_{J,32}^T & M_{J,33}^T \\ M_{J,41}^T & M_{J,42}^T & M_{J,43}^T \end{bmatrix} \quad (3.4.4)$$

$$[M_{J,r}^T] = \begin{bmatrix} M_{J,14}^T \\ M_{J,24}^T \\ M_{J,34}^T \\ M_{J,44}^T \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

Gli indici dinamici monodirezionali che sono trattati in questo lavoro sono di tipo traslazionale. Ciò significa che il loro obiettivo è quello di prevedere le prestazioni del manipolatore per movimenti traslatori dell'organo terminale. In caso di movimenti con

assenza di rotazione dell'organo terminale, la relazione che lega le coppie erogate dagli attuatori all'accelerazione lineare è la seguente:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{acc1} \\ \tau_{acc2} \\ \tau_{acc3} \\ \tau_{acc4} \end{Bmatrix} = [M_{J,t}^T] \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix} \quad (3.4.6)$$

La sottomatrice  $M_{J,t}^T$  è una matrice di tipo  $4 \times 3$  le cui colonne legano le coppie richieste agli attuatori con le accelerazioni lineari rispettivamente lungo l'asse  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Questi vettori colonna prendono il nome di  $\mathbf{M}_{J,x}^T$ ,  $\mathbf{M}_{J,y}^T$  e  $\mathbf{M}_{J,z}^T$  e sono esplicitati di seguito:

$$\mathbf{M}_{J,x}^T = \begin{Bmatrix} M_{J,11}^T \\ M_{J,21}^T \\ M_{J,31}^T \end{Bmatrix} \quad (3.4.7)$$

$$\mathbf{M}_{J,y}^T = \begin{Bmatrix} M_{J,12}^T \\ M_{J,22}^T \\ M_{J,32}^T \end{Bmatrix} \quad (3.4.8)$$

$$\mathbf{M}_{J,z}^T = \begin{Bmatrix} M_{J,13}^T \\ M_{J,23}^T \\ M_{J,33}^T \end{Bmatrix} \quad (3.4.9)$$

In caso di moto unidirezionale dell'organo terminale lungo gli assi  $x$ ,  $y$  e  $z$ , il ruolo dei vettori appena definiti viene messo in luce dalle seguenti relazioni:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{acc1} \\ \tau_{acc2} \\ \tau_{acc3} \\ \tau_{acc4} \end{Bmatrix} = \mathbf{M}_{J,x}^T \cdot \ddot{x} \quad (3.4.10)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{acc1} \\ \tau_{acc2} \\ \tau_{acc3} \\ \tau_{acc4} \end{Bmatrix} = \mathbf{M}_{J,y}^T \cdot \ddot{y} \quad (3.4.11)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{acc1} \\ \tau_{acc2} \\ \tau_{acc3} \\ \tau_{acc4} \end{Bmatrix} = \mathbf{M}_{J,z}^T \cdot \ddot{z} \quad (3.4.12)$$

Definiamo infine gli indici dinamici unidirezionali per le tre direzioni  $x$ ,  $y$  e  $z$ :

$$dDSI_x = \sqrt{\mathbf{M}_{J,x}^T \cdot \mathbf{M}_{J,x}^T} \quad (3.4.13)$$

$$dDSI_y = \sqrt{\mathbf{M}_{J,y}^T \cdot \mathbf{M}_{J,y}^T} \quad (3.4.14)$$

$$dDSI_z = \sqrt{\mathbf{M}_{J,z}^T \cdot \mathbf{M}_{J,z}^T} \quad (3.4.15)$$

Il nome *dDSI* assegnato agli indici appena definiti è l'acronimo di *dynamic Direction Selective Index* e mette in luce l'origine della sua costruzione, che è il comportamento dinamico del manipolatore, e il suo obiettivo che consiste nella valutazione dell'attitudine

del manipolatore a muovere il suo organo terminale lungo uno degli assi della terna di riferimento assoluto. Gli indici appena definiti descrivono infatti la capacità degli attuatori a fornire accelerazione all'organo terminale. Perciò, a parità di coppia erogata dagli attuatori, maggiore risulta l'indice cinematico e maggiore sarà l'accelerazione trasmessa sull'organo terminale. Oppure, a parità di accelerazione trasmessa sull'organo terminale, maggiore risulta l'indice di cinematico e minore saranno le coppie richieste agli attuatori del manipolatore.

Nelle figure 3.4, 3.5 e 3.6 si riportano i diagrammi con l'andamento degli indici  $dDSI$  nello spazio.

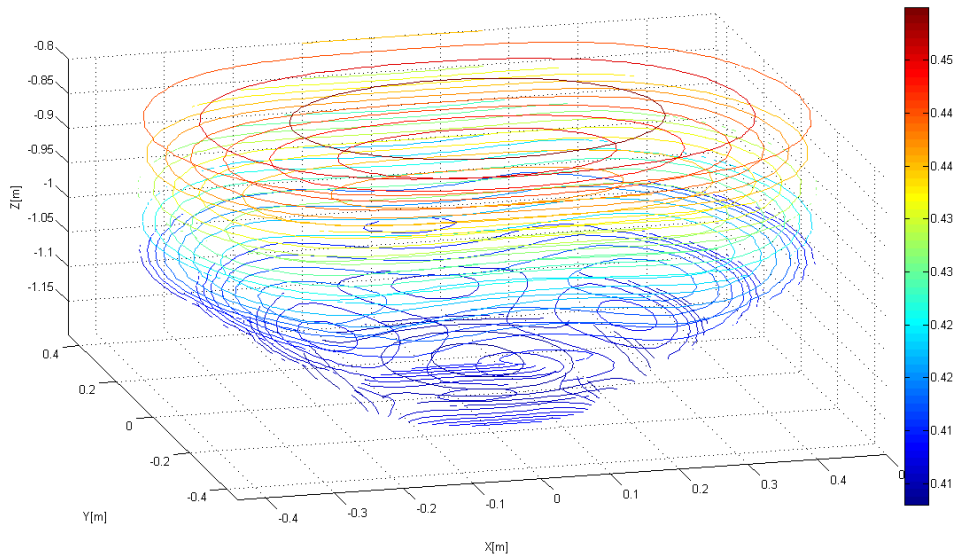


Fig. 3.4: Indice  $dDSI_x$  nello spazio di lavoro. Assenza di carico

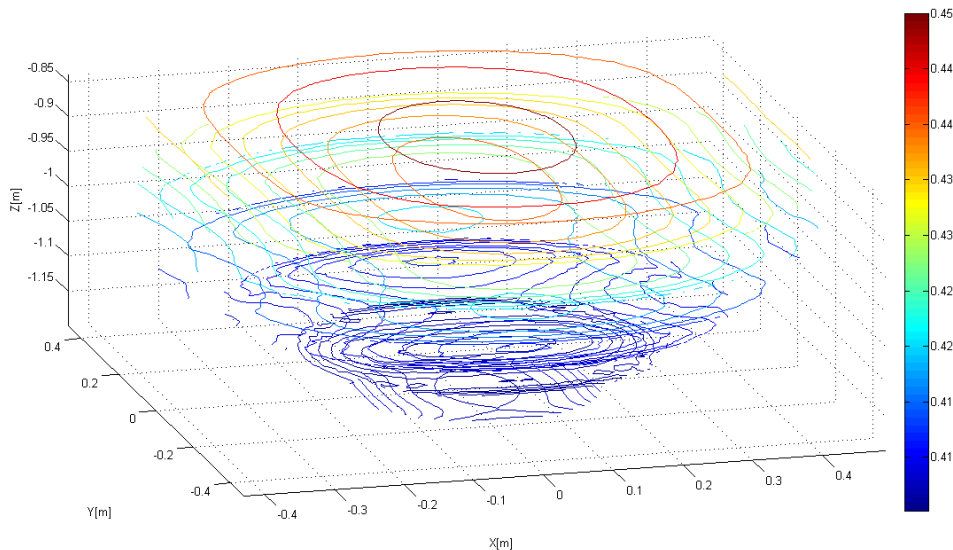


Fig. 3.5: Indice  $dDSI_y$  nello spazio di lavoro. Assenza di carico

Nelle figure 3.7, 3.8 e 3.9, per maggiore chiarezza, si riporta l'andamento degli indici  $dDSI$  su alcuni piani perpendicolari all'asse  $z$ .



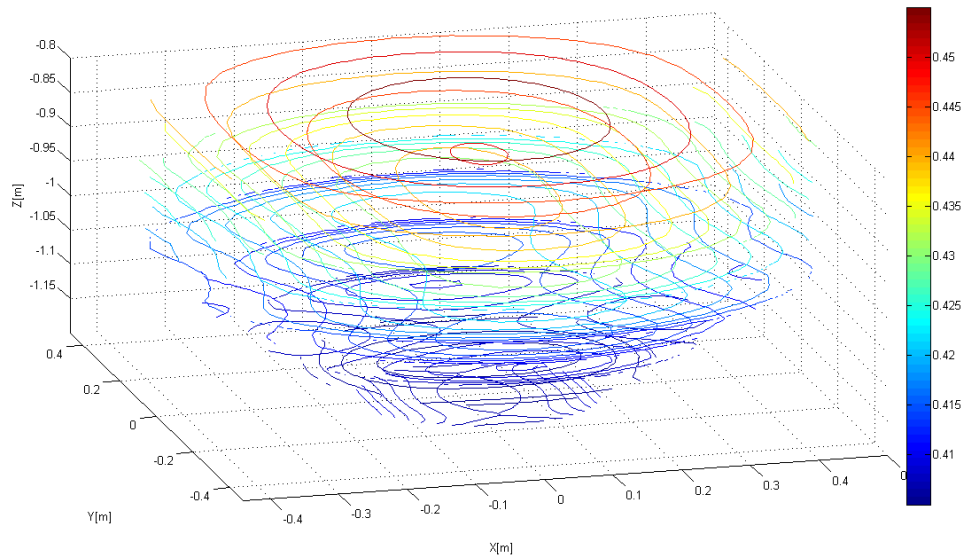


Fig. 3.6: Indice  $dDSI_z$  nello spazio di lavoro. Assenza di carico

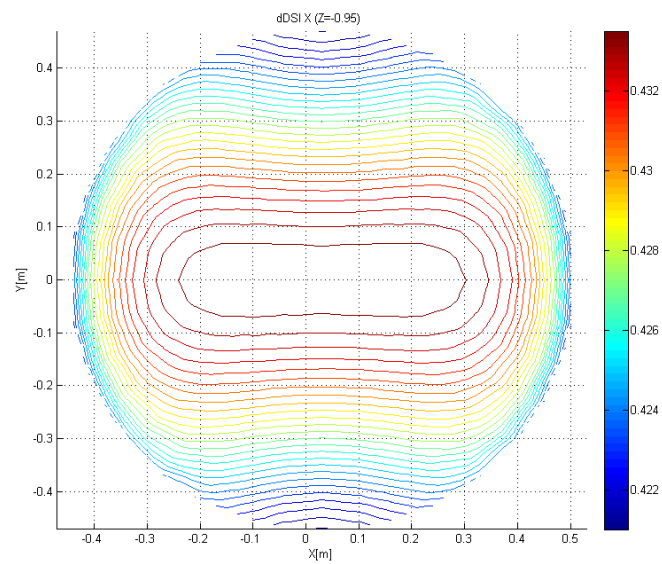


Fig. 3.7: Indice  $dDSI_x$ . Piano  $z = -950\text{ mm}$ . Assenza di carico

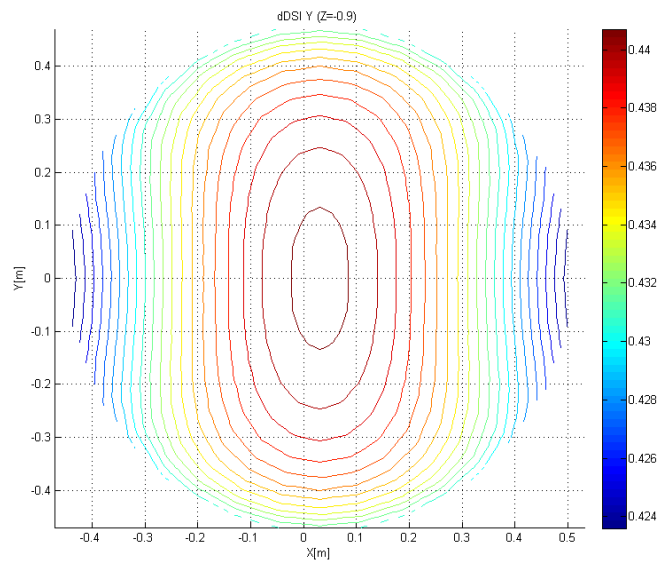


Fig. 3.8: Indice  $dDSI_y$ . Piano  $z = -900mm$ . Assenza di carico

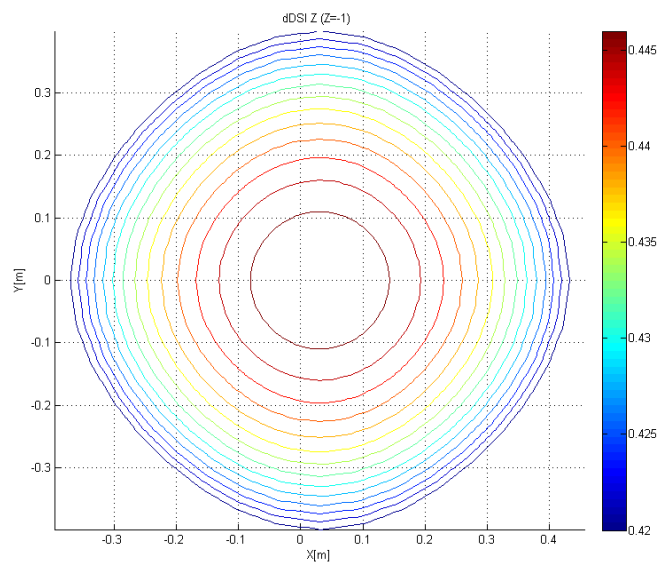


Fig. 3.9: Indice  $dDSI_z$ . Piano  $z = -1000mm$ . Assenz di carico

## Validazione sperimentale degli indici *dDSI*

---

*In questo capitolo si descrive il lavoro sperimentale, eseguito in laboratorio, mosso dall'obiettivo di verificare l'effettiva utilità degli indici dinamici definiti nel capitolo precedente in termini di predizione delle prestazioni del manipolatore. Si descrivono pertanto le modalità di acquisizione dei dati sperimentali, la loro organizzazione e la loro rappresentazione. Al termine del capitolo si effettua un confronto tra i risultati sperimentali e i risultati teorici.*

### 4.1 Prove sperimentali

Al fine di verificare la validità degli indici *dDSI* definiti nel capitolo precedente si sono effettuate delle prove sperimentali sul manipolatore parallelo Adept Quattro s650H<sup>TM</sup>.

Obiettivo dell'esperimento consiste nel verificare una corrispondenza tra la mappatura dello spazio di lavoro suddiviso per zone sulla base del valore ottenuto dal calcolo degli indici *dDSI* e la mappatura dello spazio di lavoro tracciata sulla base delle prestazioni effettivamente misurate. Per prestazioni del manipolatore, in questo lavoro, si intende l'intervallo di tempo che ci impiega l'organo terminale ad effettuare un determinato movimento: il manipolatore dispone di prestazioni migliori nelle zone dello spazio di lavoro dove, a parità di movimento eseguito, impiega un tempo minore nello spostamento del suo organo terminale.

Nelle prove sperimentali eseguite a tal fine si individuano tre fasi:

1. misura delle prestazioni;
2. raccolta dei dati sperimentali;
3. rappresentazione dei dati sperimentali;

#### 4.1.1 Misura delle prestazioni

Per misurare le prestazioni del manipolatore nell'intero spazio di lavoro è necessario scegliere una strategia di rilevamento degli intervalli di tempo impiegati per effettuare lo spostamento. Le scelte da effettuare in fase di definizione di questa strategia si basano principalmente su tre punti:

1. localizzazione delle misure nello spazio di lavoro;
2. percorso da far seguire all'organo terminale;
3. caratteristiche del movimento da misurare.

Maggiori saranno i punti ai quali vengono eseguiti i movimenti da misurare e meno approssimati saranno i risultati dell'interpolazione che permette di mappare l'intero spazio di lavoro. Di contro, chiaramente, risulta che al crescere delle misure aumenta anche il tempo di rilevamento. Va quindi effettuata una scelta di compromesso che, oltre a tenere conto delle esigenze appena descritte, deve considerare che una buona interpolazione dipende anche dal grado di dispersione di questi punti all'interno dello spazio di lavoro.

Come si può notare nella figura 4.1, lo spazio di lavoro è costituito da un cilindro che termina, dal lato della base inferiore, con un tronco di cono. Le misure del volume sono descritte in figura 4.2

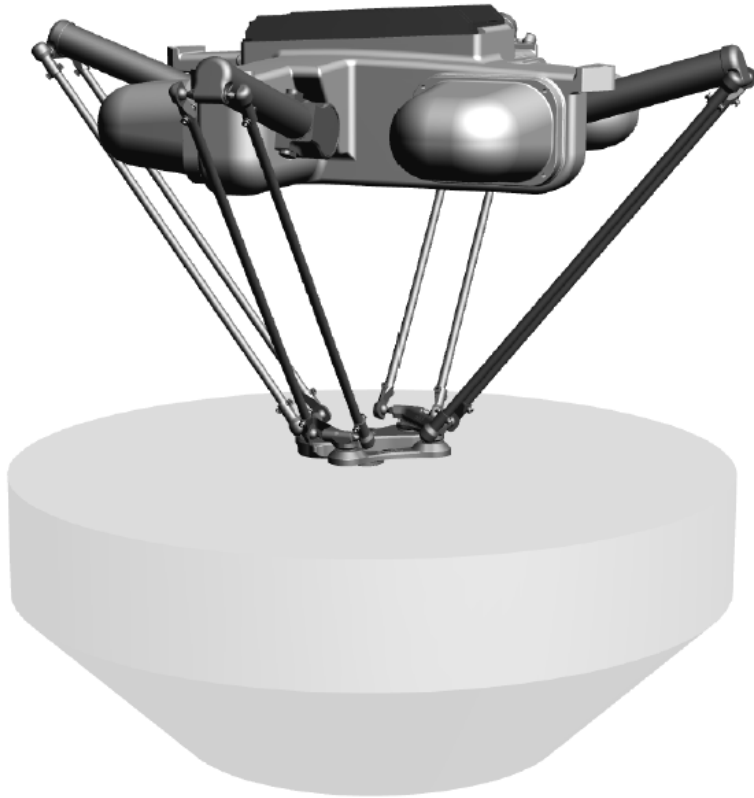


Fig. 4.1: Spazio di lavoro di Adept Quattro s650H<sup>TM</sup>

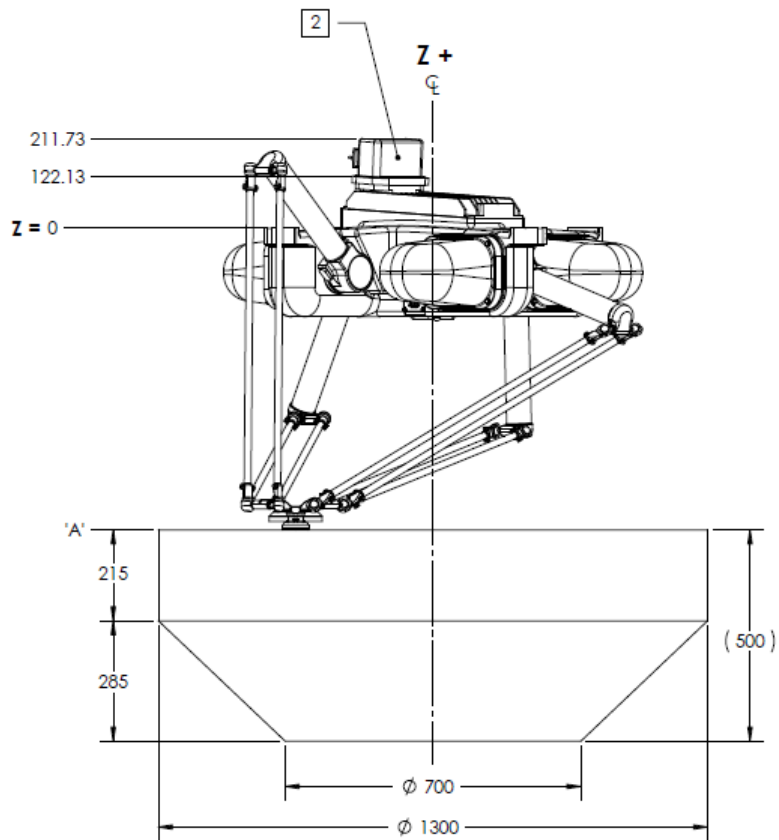


Fig. 4.2: Misure dello spazio di lavoro

Si è deciso quindi di intersecare il volume con nove piani perpendicolari all'asse  $z$  che distano uno dall'altro di 50 millimetri. Il piano più alto viene posto ad altezza -800 millimetri rispetto all'asse  $z$  del sistema di riferimento assoluto; di conseguenza cinque di questi piani attraverseranno la zona dello spazio di lavoro a forma cilindrica mentre i rimanenti quattro intersecheranno la zona sottostante a forma di tronco di cono. In ciascuno di questi piani si costruiscano dodici circonferenze aventi tutte lo stesso centro  $CR$  che è il punto che permette al centro di simmetria della piattaforma mobile di essere allineato verticalmente con l'origine del sistema di riferimento assoluto. Il centro  $CR$  ha le seguenti coordinate rispetto agli  $x$  e  $y$ :

$$CR \left( \frac{l - l_1 + l_2}{2}, 0 \right) \quad (4.1.1)$$

Le circonferenze più interne, in ogni piano, avranno un raggio pari alla somma dell'ascissa,  $x_{CR}$ , del centro  $CR$  e della distanza radiale,  $\Delta r$  tra una circonferenza e la successiva. Nei piani che attraversano il volume cilindrico la distanza radiale tra due circonferenze successive è pari a 48 millimetri. Tale distanza radiale, per i piani che intersecano il tronco di cono, decresce di 6.25 millimetri ogni qualvolta che si scende di piano. In tabella 4.1 si può osservare il valore della distanza radiale tra due circonferenze successive per ogni piano analizzato.

Tab. 4.1: Distanza radiale tra due circonferenze successive nei piani analizzati

$z$	$\Delta r(z)$
-800 mm	48 mm
-850 mm	48 mm
-900 mm	48 mm
-950 mm	48 mm
-1000 mm	48 mm
-1050 mm	41.75 mm
-1100 mm	35.5 mm
-1150 mm	29.25 mm
-1200 mm	23 mm

Ciascuna di queste circonferenze viene suddivisa in trentasei archi, agli estremi di ciascuno di questi archi si individuano i punti attorno al quale l'organo terminale effettuerà il movimento unidirezionale lungo i tre assi principali. Per ogni circonferenza vengono quindi effettuate 432 misurazioni che corrispondono ai 432 punti identificati in ogni piano. La disposizione dei punti per ogni piano si può osservare nelle figure 4.3, dove si osserva la dispersione dei punti nei piani che intersecano la zona cilindrica, e nelle figure 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 dove viene rappresentata la zona a forma di tronchi di cono.

La decisione di disporre i punti di rilevamento delle misure in questo modo suggerisce, per una questione di semplicità, di descrivere la posizione di ogni punto nello spazio per mezzo di un sistema di riferimenti a coordinate cilindriche piuttosto che attraverso un sistema di riferimento cartesiano. Ciascun punto viene quindi caratterizzato da tre coordinate: una distanza  $\rho$  che identifica la sua distanza dall'asse  $z$ , un angolo  $\alpha$  che è nullo se il punto appartiene al semipiano delle  $x$  positive ed è retto se appartiene al semipiano delle  $y$  positive, e dall'altezza  $z$ . Il manipolatore lavora però in coordinate cartesiane per

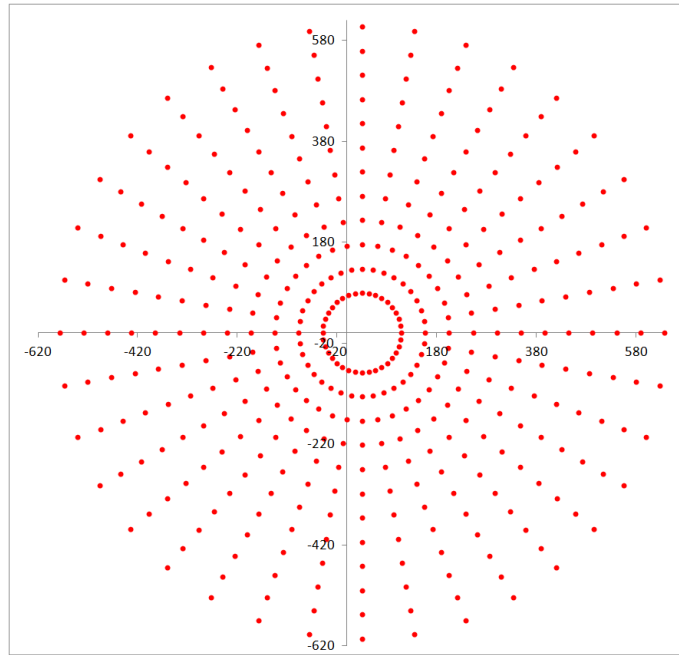


Fig. 4.3: Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piani  $-800 \text{ mm} \leq z \leq -1000 \text{ mm}$

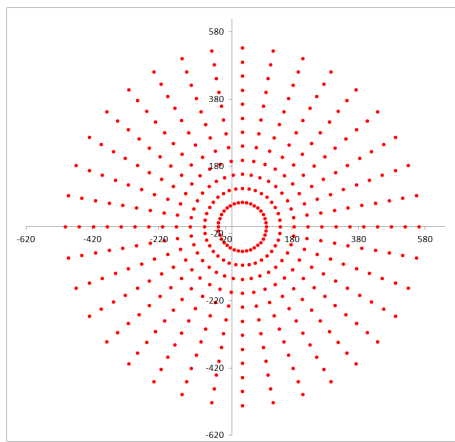


Fig. 4.4: Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano  $z = -1050 \text{ mm}$

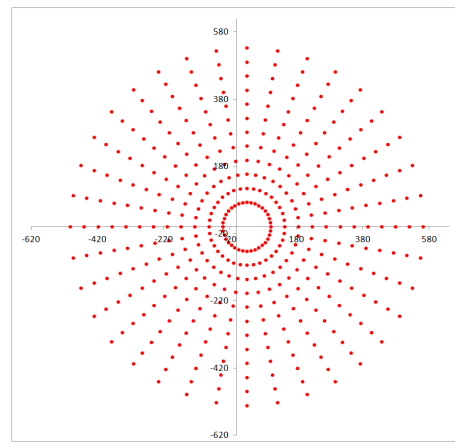


Fig. 4.5: Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano  $z = -1100 \text{ mm}$

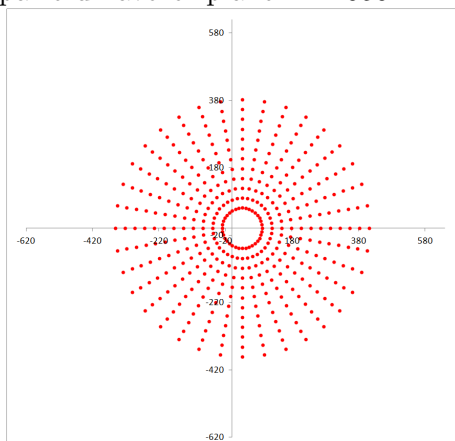


Fig. 4.6: Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano  $z = -1150 \text{ mm}$

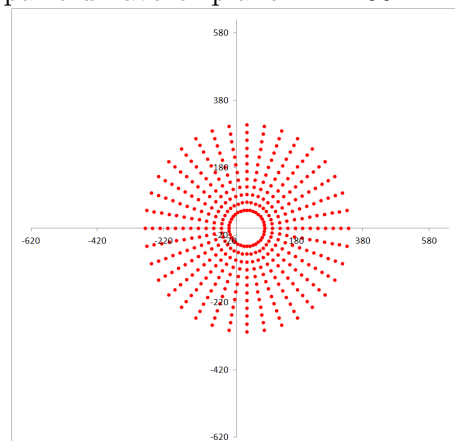


Fig. 4.7: Dispersione delle misure dello spazio di lavoro: piano  $z = -1200 \text{ mm}$

cui si scrivono di seguito le equazioni per passare da un sistema di riferimento all'altro:

$$\begin{cases} x = x_{CR} + \rho \cos \alpha \\ y = \rho \sin \alpha \\ z = z \end{cases}$$

Il percorso effettuato dall'organo terminale in fase di misurazione dei tempi viene sottoposto alle seguenti regole:

1. i piani vengono sondati da quello ad altezza maggiore ( $z = -800mm$ ) a quello ad altezza inferiore ( $z = -1200mm$ );
2. fino a che non sono stati misurati i movimenti attorno a tutti i punti di un piano non viene sondato il piano successivo;
3. per ogni piano le circonferenze vengono sondate da quelle a raggio minore a quelle a raggio maggiore;
4. fino a che non sono stati misurati i movimenti attorno a tutti i punti di una circonferenza non viene sondata la circonferenza successiva;
5. per ogni circonferenza le misure vengono rilevate seguendo il senso orario.

Per quanto riguarda la scelta delle caratteristiche del movimento che deve effettuare l'organo terminale attorno ad ogni punto individuato nello spazio di lavoro valgono le seguenti considerazioni: la direzione del movimento viene dettato da quale dei tre indici  $dDSI$  deve essere validato. In caso di verifica di  $dDSI_x$  vengono effettuati movimenti lungo l'asse  $x$ , in caso di validazione di  $dDSI_y$  vengono effettuati movimenti in direzione di  $y$ , in caso di verifica di  $dDSI_z$  si effettuano movimenti lungo l'asse  $z$ .

Va piuttosto definita l'ampiezza della traslazione che l'organo terminale deve effettuare attorno a quel punto. Gli indici  $dDSI$  sono indici locali e quindi il loro valore dipende dalla configurazione del manipolatore e di conseguenza dalla posizione dell'organo terminale. Spostamenti con ampiezze troppo elevate andrebbero a valutare le prestazioni in posizioni troppo distanti dai punti di indagine. Va però detto che l'ampiezza delle traslazioni deve essere sufficientemente elevata da permettere una rilevazione significativa dei tempi di spostamento, in caso contrario la differenza tra le misure nelle diverse zone dello spazio di lavoro rischia di non essere apprezzabile. Si è quindi deciso di effettuare movimenti di semiampiezza pari a trenta millimetri.

In riferimento alla figura 4.8 sia  $C$  il punto di indagine, Nel corso della misurazione del tempo di traslazione, l'organo terminale si posizionerà in corrispondenza del punto  $R$  facendo partire un timer. L'organo terminale si sposterà quindi nel punto  $L$  per poi tornare nel punto  $R$ . Questo movimento viene ripetuto per cinque volte e una volta che l'organo terminale torna definitivamente nel punto  $R$  il timer viene fermato. La misura di tempo viene così registrata.

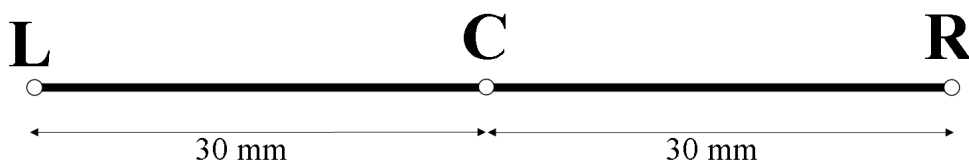


Fig. 4.8: Moto traslatorio attorno al punto di indagine

È fondamentale che nel corso del movimento l'organo terminale segua la traiettoria rettilinea che è appena stata definita andando a raggiungere, nel corso delle cinque iterazioni, precisamente i punti *L* e *R*. Per questo, per permettere questa traslazione all'organo terminale, viene disabilitata la funzione *continuous path* in occasione di questo movimento.

Si riporta in appendice il codice del programma *motions* scritto con il linguaggio proprietario di Adept, *V+*, che riporta le istruzioni fornite al manipolatore per effettuare le misure dei tempi.

#### 4.1.2 Raccolta dei dati sperimentali

Preso la decisione su come andare a raccogliere le misure temporali sull'intero spazio di lavoro va deciso come raccogliere e organizzare questi dati. Ogni misurazione è costituita da 3888 dati temporali ripartite sui nove piani di indagine. Si è deciso quindi di andare a inserire questi dati in nove matrici differenti ognuna contenente i dati relativi al piano di indagine corrispondente. Ciascuna di queste matrici è composta da trentasei righe, che corrispondono ai valori angolari  $\alpha$  che possono assumere le fasi dei punti di indagine, e da dodici colonne, che rappresentano i valori delle possibili distanze radiali  $\rho$  che possono assumere i punti di indagine. Sia quindi  $t_{ij}$  il valore temporale generico misurato e sia posto nell' $i$ -esima riga e nella  $j$ -esima colonna della matrice appena descritta. È possibile risalire alla posizione del punto attorno al quale è stata effettuata la misura attraverso le seguenti relazioni:

$$\rho = \Delta r(z) \cdot j \quad (4.1.2)$$

$$\alpha = 10^\circ(i - 1) \quad (4.1.3)$$

In 4.9 è possibile osservare la forma di una matrice relativa a uno dei piano che intersecano la zona dello spazio di lavoro a forma cilindrica.

Si riporta in appendice il codice del programma *write* che permette di registrare i tempi misurati nelle matrici appena definite. In appendice si riportano anche le matrici contenenti i dati di tutti i dati sperimentali

#### 4.1.3 Rappresentazione dei dati sperimentali

Una volta registrati i dati misurati e organizzati nelle matrici precedentemente definite risulta necessario riuscire a darne una rappresentazione in modo tale da interpretarli e ricavarne informazioni utili.

A tal proposito si è deciso di raffigurare ogni misurazione, caratterizzata da una determinata direzione dello spostamento misurato e dall'applicazione di un determinato carico all'organo terminale, con la rappresentazione bidimensionale di ognuno dei nove piani che la costituiscono. Per ogni piano misurato, a partire dai valori dei tempi misurati nei diversi punti del piano stesso, si effettua un'interpolazione spaziale tramite calcolatore che permette di creare dei diagrammi a due dimensioni in cui vengono evidenziate delle curve di livello. Tali curve permettono di identificare delle aree, all'interno del piano analizzato, dove si stima che le misure producano il medesimo risultato. Ciò permette di andare ad identificare in quali aree del piano, dal punto di vista sperimentale, il manipolatore ottiene le sue migliori prestazioni e in quali aree del piano, di contro, non risulta sufficientemente performante.

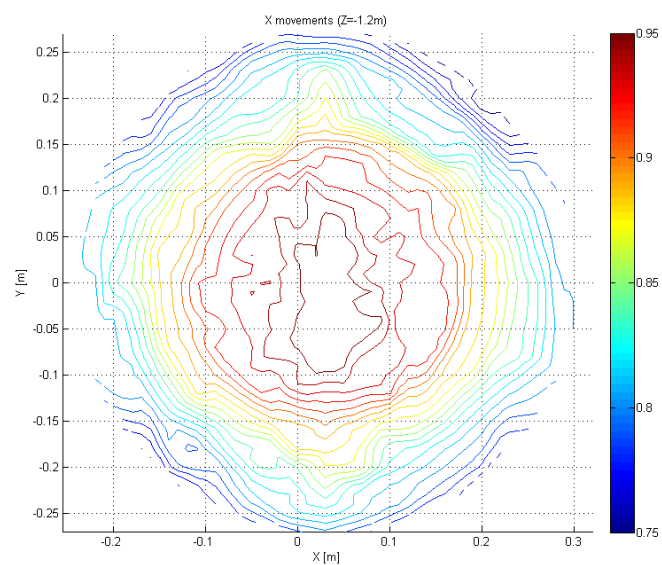
Si ricorda che il valore degli intervalli di tempo ottenuti dalle misurazioni sono inversamente proporzionali alle prestazioni del manipolatore. Per questo motivo all'origine dei dati per la costruzione dei diagrammi vengono presi gli inversi dei valori misurati.

Nelle figure 4.10, 4.11 e 4.12 si riportano alcuni esempi di diagrammi sperimentali ottenuti con questa tecnica.



	48 mm	96 mm	144 mm	192 mm	240 mm	288 mm	336 mm	384 mm	432 mm	480 mm	528 mm	576 mm
0 °												
10 °												
20 °												
30 °												
40 °												
50 °												
60 °												
70 °												
80 °												
90 °												
100 °												
110 °												
120 °												
130 °												
140 °												
150 °												
160 °												
170 °												
180 °												
190 °												
200 °												
210 °												
220 °												
230 °												
240 °												
250 °												
260 °												
270 °												
280 °												
290 °												
300 °												
310 °												
320 °												
330 °												
340 °												
350 °												

Fig. 4.9: Matrice per la raccolta dei dati sperimentali

Fig. 4.10: Prestazioni lungo asse  $x$ . Piano  $z=-1200$  mm. Assenza di carico

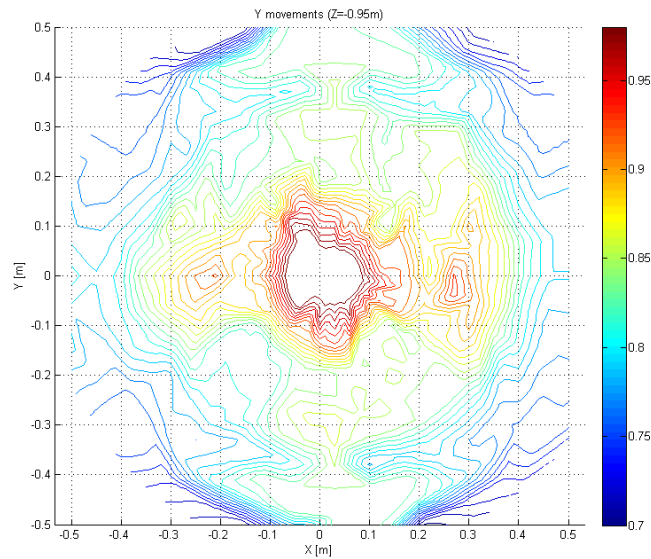


Fig. 4.11: Prestazioni lungo asse  $y$ . Piano  $z=-950$  mm. Assenza di carico

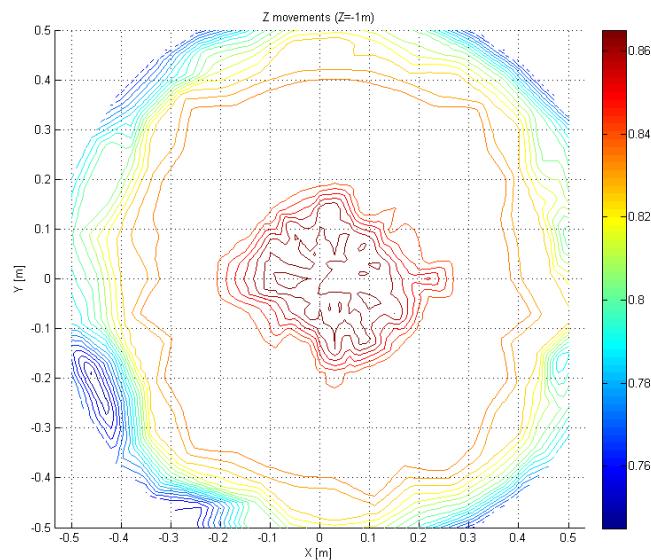


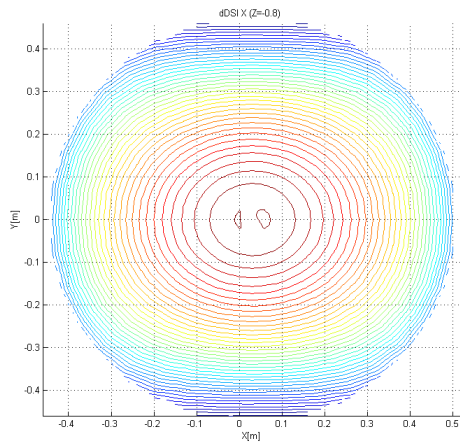
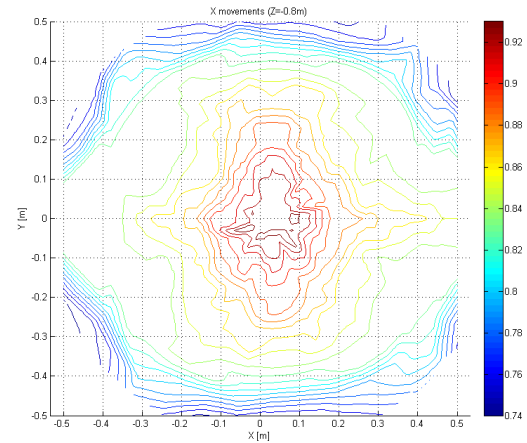
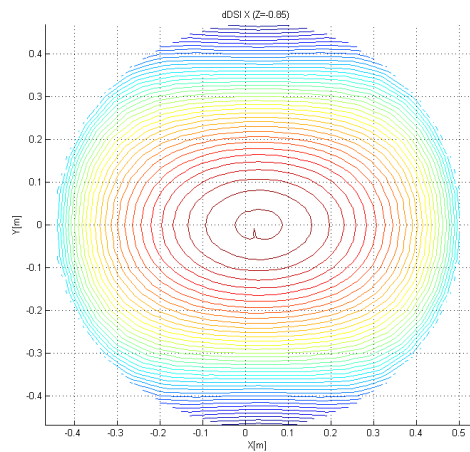
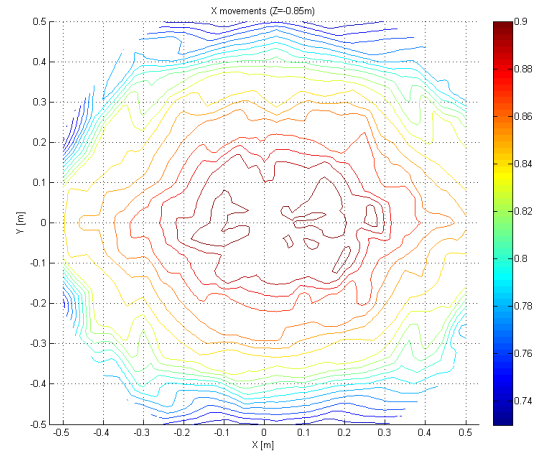
Fig. 4.12: Prestazioni lungo asse  $z$ . Piano  $z=-1000$  mm. Assenza di carico

## 4.2 Confronto con i risultati teorici

Per verificare la validità degli indici dinamici *dDSI* si è deciso di confrontare i diagrammi sperimentali, ottenuti con il metodo spiegato nel paragrafo precedente, con i diagrammi teorici.

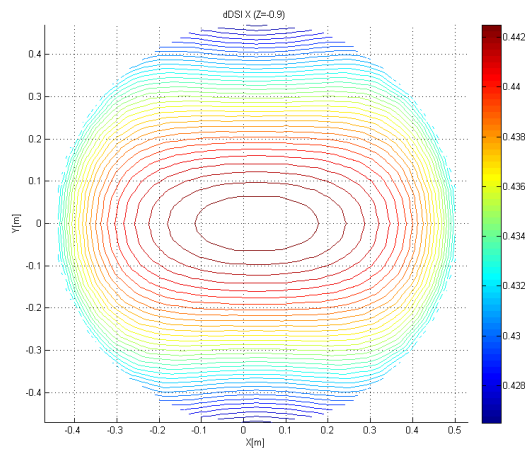
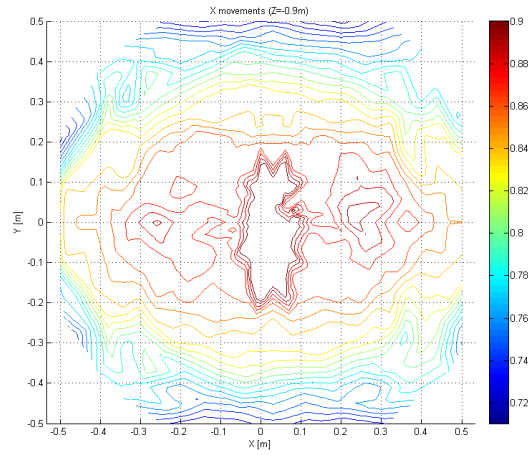
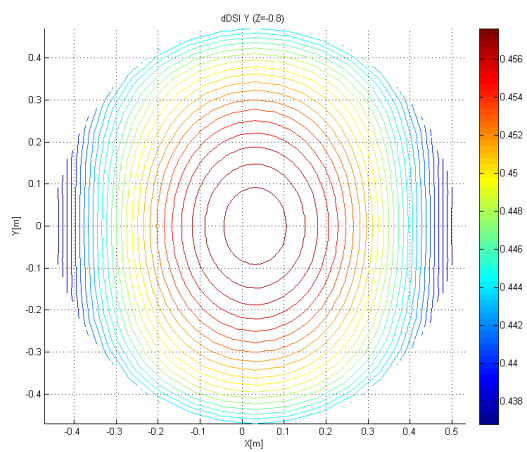
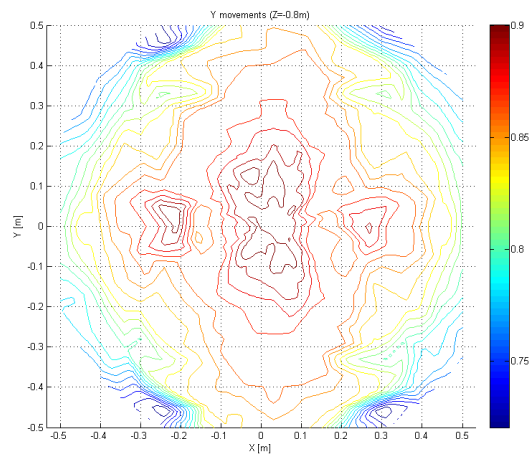
I diagrammi teorici sono dello stesso tipo dei grafici sperimentali bidimensionali dotati di curve di livello. Questi, già anticipati con degli esempi alla fine del capitolo precedente, identificano le aree di un piano di misura dove il valore dell'indice *dDSI* assume valori simili. Si presuppone di conseguenza che in quelle aree il manipolatore abbia delle prestazioni sostanzialmente dello stesso livello.

Si riportano nelle figure 4.15, 4.18, 4.21, 4.24, 4.27, 4.30, 4.33, 4.36 e 4.39 i confronti tra i risultati attesi e quelli ottenuti per diversi piani di indagine analizzati nelle diverse

Fig. 4.13: Indice  $dDSI_x$ Fig. 4.14: Prestazioni lungo asse  $x$ Fig. 4.15: Piano  $z=-800$  mm. Assenza di caricoFig. 4.16: Indice  $dDSI_x$ Fig. 4.17: Prestazioni lungo asse  $x$ Fig. 4.18: Piano  $z=-850$  mm. Assenza di carico

misurazioni.

Si può notare come nei confronti grafici proposti si riscontri un'effettiva corrispondenza tra i risultati teorici e i risultati sperimentali. Ciò permette di affermare che gli indici  $dDSI$  permettono di prevedere con una certa attendibilità le prestazioni attese dal manipolatore.

Fig. 4.19: Indice  $dDSI_x$ Fig. 4.20: Prestazioni lungo asse  $x$ Fig. 4.21: Piano  $z=-900$  mm. Assenza di caricoFig. 4.22: Indice  $dDSI_y$ Fig. 4.23: Prestazioni lungo asse  $y$ Fig. 4.24: Piano  $z=-800$  mm. Assenza di carico

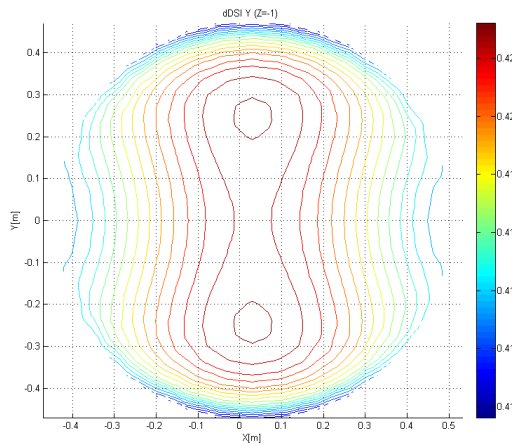


Fig. 4.25: Indice  $dDSI_y$

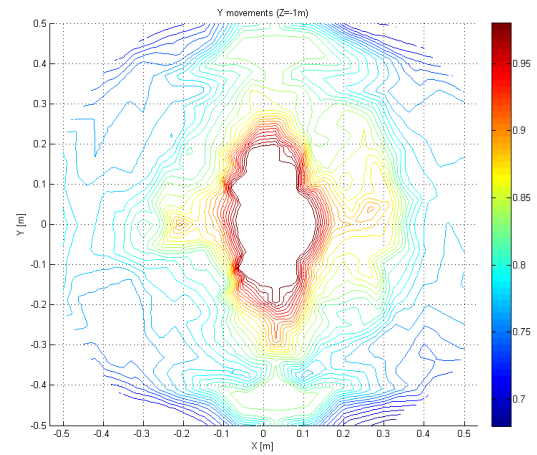


Fig. 4.26: Prestazioni lungo asse  $y$

Fig. 4.27: Piano  $z=-1000$  mm. Assenza di carico

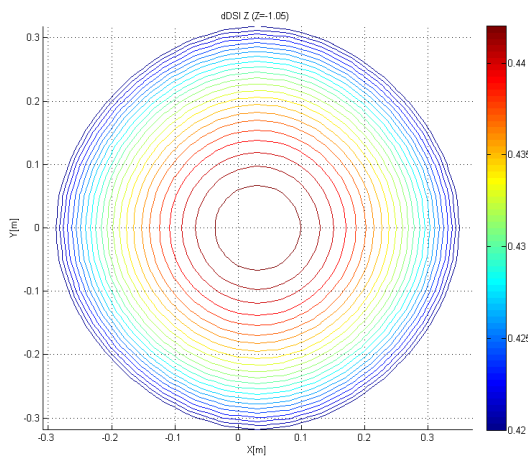


Fig. 4.28: Indice  $dDSI_z$

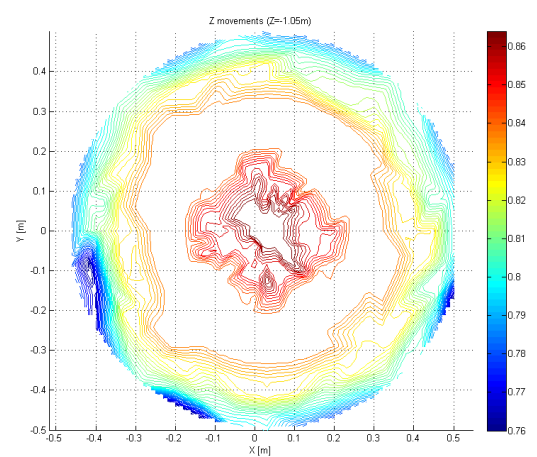
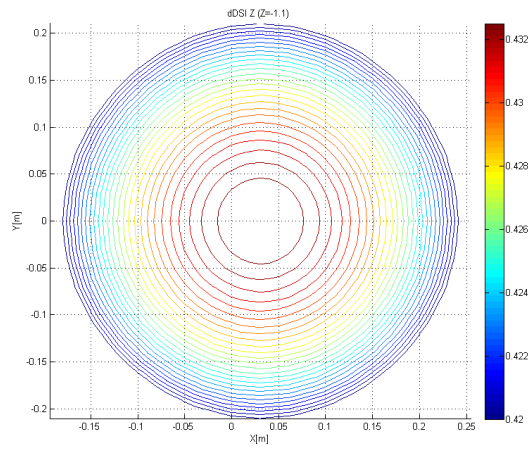
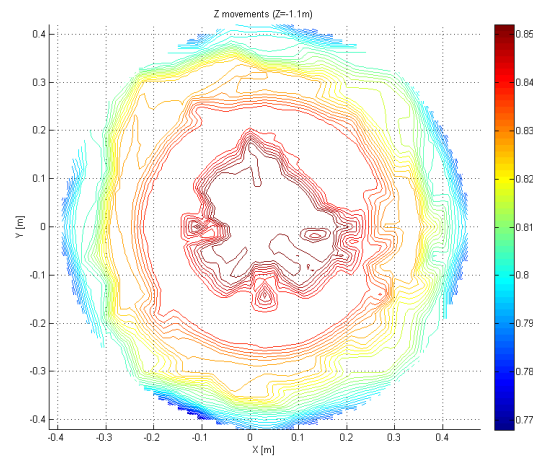
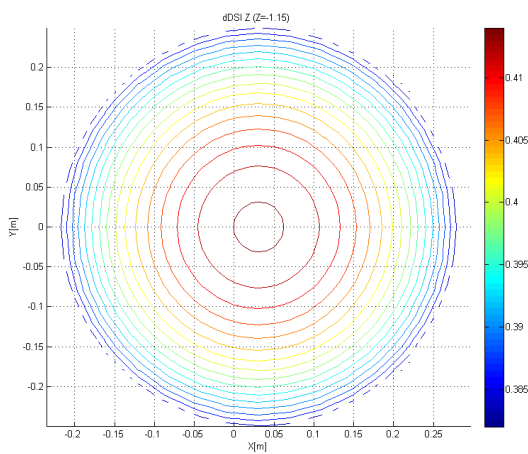
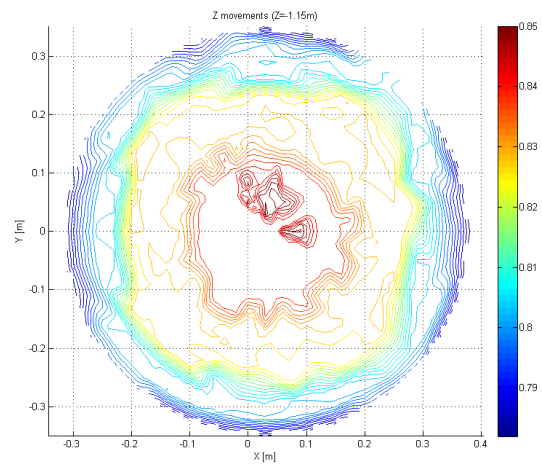
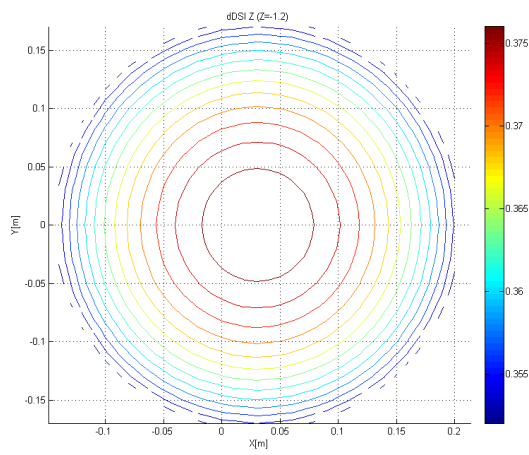
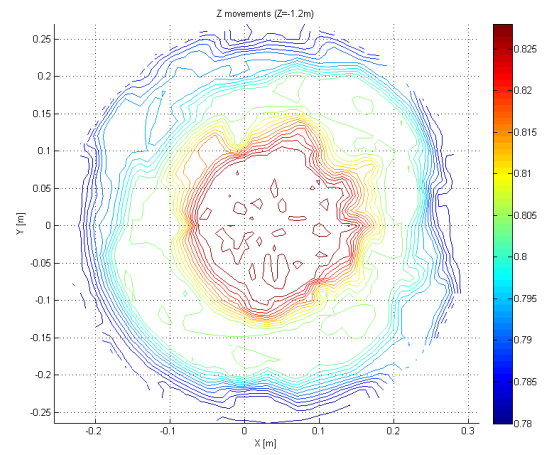


Fig. 4.29: Prestazioni lungo asse  $z$

Fig. 4.30: Piano  $z=-1050$  mm. Assenza di carico

Fig. 4.31: Indice  $dDSI_z$ Fig. 4.32: Prestazioni lungo asse  $z$ Fig. 4.33: Piano  $z=-1100$  mm. Assenza di caricoFig. 4.34: Indice  $dDSI_z$ Fig. 4.35: Prestazioni lungo asse  $z$ Fig. 4.36: Piano  $z=-1150$  mm. Assenza di carico

Fig. 4.37: Indice  $dDSI_z$ Fig. 4.38: Prestazioni lungo asse  $z$ Fig. 4.39: Piano  $z=-1200$  mm. Assenza di carico





# Conclusioni

---

Gli indici  $dDSI$  sono uno strumento sintetico di valutazione delle prestazioni di manipolatori paralleli che si basano sullo studio della dinamica di questi.

Essi permettono di andare a prevedere il comportamento di un manipolatore parallelo in un determinato punto dello spazio di lavoro nella condizione di dover traslare il proprio organo terminale lungo una delle direzioni degli assi che descrivono il sistema di riferimento assoluto.

La loro espressione dipende dalla matrice jacobiana del manipolatore. È noto come tale matrice, costituita dai rapporti di velocità tra le coordinate libere e l'organo terminale, dipenda esclusivamente dalla configurazione assunta dal manipolatore. Ne consegue che gli indici  $dDSI$  dipendano dalla posizione dell'organo terminale nello spazio di lavoro. Ciò permette di andare a mappare l'intero spazio di lavoro e ad andare ad individuare le zone dove si presuppongono le prestazioni migliori del robot.

La validazione sperimentale di tali indici, effettuata attraverso un confronto grafico tra i risultati attesi e i risultati misurati, permette di affermare che effettuare moti di traslazione nelle zone in cui l'indice  $dDSI$  presenta valori elevati, in direzione dell'asse del sistema di riferimento assoluto lungo il quale l'indice è stato calcolato, consenta di ottenere degli effettivi vantaggi in termini di prestazioni.

Dai diagrammi sperimentali prodotti emerge che effettuare il medesimo movimento in differenti punti dello spazio di lavoro consente di ottenere dei risparmi notevoli sui tempi di traslazione. Le applicazioni richieste a questi tipi di manipolatore, caratterizzate da movimenti ad elevata velocità e ripetitività, amplificano questi vantaggi e consentono di ottenere dei benefici economici a fronte di investimenti nulli.

La validazione sperimentale è stata effettuata senza considerare la presenza di un carico applicata all'organo terminale. Le tipiche applicazioni *pick & place*, caratterizzate dallo spostamento rapido e su brevi tratti di oggetti leggeri, rende relativamente rilevante tale scelta.

Oltre che in termini di mappatura dello spazio di lavoro, gli indici  $dDSI$  forniscono ulteriori vantaggi: innanzitutto la loro espressione numerica permette di effettuare un confronto tra diversi manipolatori della stessa categoria. In secondo luogo, la presenza di diversi parametri geometrici e dinamici all'interno della formulazione degli indici, fornisce degli importanti benefici in termini di progettazione del manipolatore.



## Riflessione personale

---

Solitamente, in questa sezione, il laureando trova lo spazio per ringraziare tutte le persone che lo hanno supportato nella redazione della tesi e nel conseguimento del titolo di studio. Se in queste righe non si troveranno riferimenti ad alcuno né tanto meno ringraziamenti nei confronti di persone "speciali" non è certo perché questo traguardo sia stato raggiunto solo con i miei meriti.

Chi mi conosce sa bene come arrivare all'atto conclusivo di questo percorso sia stato come camminare su una mulattiera di montagna che qualche volta non risulta tracciata, spesso tuttavia nelle difficoltà mi sono state offerte vere opportunità che mi permettono di godermi l'esito di questo percorso con qualche soddisfazione in più.

Questa scelta è invece motivata dalla paura di capitolare, come spesso accade nei ringraziamenti di una tesi di laurea, nello scivoloso sentiero della retorica. Preferisco quindi lasciare i ringraziamenti, quelli veri, alla sfera privata e tenermi da parte questo spazio per qualcosa di più mio.

Infatti, queste righe, sono le uniche in questo elaborato dove mi è consentito esprimermi in prima persona e dove le proposizioni non devono essere corredate da una nota bibliografica e, quando decine e decine pagine ti lasciano lo spazio per qualcosa di altro rispetto ad equazioni e diagrammi, allora questa occasione non va perduta.

In questa pagina voglio lasciare un messaggio, una sorta di promemoria, che possa servire a me, in un futuro più o meno prossimo, a ricordare gli stati d'animo con cui mi appresto a lasciare il ruolo di studente per assumerne un altro del tutto ignoto.

Il primo è sicuramente la percezione di incertezza che può risultare una logica e normale conseguenza del cambiamento ma che può anche divenire curiosità o inquietudine, se si considera il periodo storico nella quale questo cambiamento avviene.

Il secondo è il senso di responsabilità. Responsabilità da assumersi e non da delegare. Ritengo infatti che il conseguimento di una laurea, a maggior ragione in ingegneria, oltre a porre le basi per un futuro professionale che tutti, giustamente, si augurano roseo e pieno di soddisfazioni, certifichi le competenze del laureato nel saper leggere certi meccanismi e saper intervenire al fine di proporre miglioramenti nell'interesse di più persone. La differenza sta nel saper scegliere quali interessi.

È da questa riflessione che, con queste righe, voglio "fotografare" le aspettative con cui, in questo momento così significativo, intendo esercitare il mio ruolo di dottore magistrale, all'interno della società, a prescindere dalla posizione che ricoprirò. La mia speranza è quella che da questo titolo possa scaturire un percorso professionale che possa permettere a me di realizzarmi come persona. Accanto a questa speranza credo però sia giusto affermare che non ho intenzione di raggiungere questo obiettivo contravvenendo a certi principi che ritengo fondamentali: mi impegno ad effettuare delle scelte in piena libertà ma senza che mai queste possano costituire una lesione alla dignità di qualunque persona, mi impegno affinché le decisioni che prenderò in ambito professionale, qualunque esso sia, non arrechino mai un danno all'ambiente, mi impegno a operare costantemente all'interno dei confini della legalità intesa come unica possibilità per raggiungere un beneficio per tutti, a partire dalle fasce più indifese.

Ecco, ora che ho scattato questa fotografia non mi resta che conservarla alla fine di questa tesi e sperare che, ogni volta che mi capiterà di riaverla tra le mani, io possa riconoscere con orgoglio di non averla ancora tradita.



# Bibliografia

---

- [1] Asada H., “Dynamic Analysis and Design of Robot Manipulators Using Inertia Ellipsoids”, *Robotics and Automation*, pp. 94-102, Marzo 1984
- [2] Boschetti G., Caracciolo R., Trevisani A., “Kinematics Modeling of a Family of Pure Translational 3-P<sup>^</sup>UR Parallel Linear Manipulators”, *Proceedings of the ASME 2010 10<sup>th</sup> Biennial Conference of Engineering Systems Design and Analysis ESDA2010*, Istanbul, Turchia, 12-14 Luglio 2010
- [3] Boschetti G., Rosa R., Trevisani A., “Parallel Robot Translational Performance Evaluation through Direction-Selective Index (DSI)”, *Journal of Robotics*, 26 Maggio 2011
- [4] Boschetti G., Trevisani A., “Direction Selective Performance Indexes for Parallel Manipulators”, *The 1<sup>st</sup> Joint International Conference on Multibody System Dynamics*, Laaperanta, Finlandia, 25-27 Maggio 2010
- [5] Codourey A., “Dynamic Modelling and Mass Matrix Evaluation of the DELTA Parallel Robot for Axes Decoupling Control”, *IEEE*, 1996
- [6] Company O., Pierrot F., Krut S., Nabat V., “Simplified dynamic modelling and improvement of a four-degree-of-freedom pick-and-place manipulator with articulated moving platform”, *Proceedings of IMech Vol 223 Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, pp. 13-29, 2010
- [7] Di Gregorio R., Parenti Castelli V., Dynamic performanc indices for 3-DOF parallel manipulators, *Advanced in robot: Theory and Applications*, pp. 11-20, 2002
- [8] Di Gregorio R., Parenti Castelli V., On the Characterization of the Dynamic Performances of Planar Manipulators, *Meccanica 40*, pp. 267-279, 2005
- [9] Gosselin C., Angeles J., “A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators”, *Transaction of the ASME, Jorunal of Mechanical Design 113*, pp. 220-226, 1991
- [10] Merlet J.P. “Jacobian, Manipulability, Condition Number, and Accuracy of Parallel Robots”, *Journal of Mechanical Design*, Vol 128, pp. 199-206, Gennaio 2006
- [11] Pierrot F., Nabat V., Company O., Krut S., Poignet P., “Optimal Design of a 4-DOF Parallel Manipulator: From Accademia to Industry”, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 25, No. 2, Aprile 2009
- [12] Salisbury J.K., Craig J.J., “Articulated hands: force control and kinematic issued”, *The International Journal of Robotics Research 1*, pp. 4-17, 1982
- [13] Sartori F., “Analisi Cinematica di un Manipolatore Parallelo a quattro gradi di libertà”, *Tesi di Laurea Triennale in Ingnegneria Gestionale*, Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali, Vicenza, 2010
- [14] Virzì L., “Analisi delle prestazioni di un manipolatore parallelo per il pick-and-place tramite indici cinematici e dinamici”, *Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica*, DipartimentO di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali, Università degli Studi di Padova, Vicenza, 15 Marzo 2011

- [15] Yoshikawa T., “Manipulability of Robotic Mechanisms”, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 3-9, 1985
- [16] Yoshikawa T., “Dynamic Manipulability of Robot Manipulators”, 1985
- [17] “Adept Quattro s650H Robot User’s Guide”, Rev B, Marzo 2010
- [18] Adept Technology, Inc., [www.adept.com](http://www.adept.com)

## Appendice A: codice MATLAB®

Si riporta di seguito il codice degli script MATLAB® utilizzati per il calcolo dell'analisi cinematica, per il calcolo dell'analisi dinamica e per la costruzione dei diagrammi riportati nell'elaborato.

### A.1 a\_init.m

```

%% INIALIZZAZIONE VARIABILI %%

% Costruzione della matrice [P] dei punti P(i) %
p      = 0.275;      %m
5 zp1   = -0.104775; %m
  zp2   = -0.086511; %m
  alpha = pi/4;
  xp1   = p*cos(alpha);

10 P    = [
      -xp1 -xp1 +zp1      %Punto P1
       xp1 -xp1 +zp1      %Punto P2
       xp1 +xp1 +zp1      %Punto P3
      -xp1 +xp1 +zp1      %Punto P4
15 ];

% Altri parametri geometrici %
h      = 0.110; %m      % altezza quadrato articolato
h1     = 0.025; %m      % offset in altezza
20 l    = 0.08075; %m    % larghezza quadrato articolato
  l1    = 0.025; %m      % offset 1 in larghezza
  l2    = 0.04425; %m    % offset 2 in larghezza
  bil   = 0.375; %m      % bilanciante
  bie   = 0.825; %m      % biella

25 epsilon = [1 0 0 1];
  delta_h = h1*[1 1 1 1]; % offsets di h
  delta_l = [l1 l2 l2 l1]; % offsets di l
  a       = bil*[1 1 1 1]; % lunghezza in m delle manovelle (diagonale)%
30 b      = bie*[1 1 1 1]; % lunghezza in m delle bielle %
  %r_a    = 0.010; % raggio in m delle manovelle
  %l_a    = sqrt(0.370^2-0.010^2); % questo cos'è ???

% dinamica
35 g      = 9.81; % costante gravitazionale
  G      = [0 0 -g 0]; % vettore gravitazionale
  r      = 50; % rapporto di trasmissione motori

  m_a    = 1.85; % kg massa manovella
40 m_c    = 0.24; % kg massa concentrata (asta)
  m_p    = 2.62; % kg massa della piattaforma (o 3.5?)

  m_pay  = 0.0; % kg massa del carico

45 I_mot  = 0.811*10^-4; % kg*m^2 inerzia motore
  I_a    = 1/3*m_a*bil^2; % kg*m^2 inerzia bilanciante
  I_c    = m_c*bil^2; % kg*m^2 inerzia massa concentrata
  I_eq   = r^2*I_mot + I_a + I_c; % inerzia equivalente

50 % da togliere ?
  m_C    = 1/2*m_p+2*m_c; % kg massa del punto C
  I_C    = m_C*(h/2)^2; % kg*m^2 inerzia del punto C

  m_D    = m_C; % kg massa del punto D
55 I_D    = m_D*(h/2)^2; % kg*m^2 inerzia del punto D

```

```

%% Inizializzazione vettori %%
A = zeros(4,3);
B = zeros(4,3);
60 F = zeros(4,3);
M = zeros(1,4);
N = zeros(1,4);
I = zeros(1,4);
L = zeros(1,4);
65 K = zeros(1,4);
q = zeros(1,4);
U = zeros(4,3);
Jq = zeros(4);
jv = zeros(1,4);
70
ez = [0 0 1];
for i = 1:4,
    U(i,1) = -sign(P(i,2))*(sqrt(2)/2);
    U(i,2) = +sign(P(i,1))*(sqrt(2)/2);
75    U(i,3) = 0;
end

M.C = diag([m.C,m.C,m.C,I.C]);
80 M.D = diag([m.D,m.D,m.D,I.D]);
% M_pay = diag([m_pay,m_pay,m_pay,I_pay]);

Mm = m.p+4*m.c;
Mn = m.p+4*m.c+m_pay;
85 Mp = diag([Mm,Mm,Mm,2*m.p*0.075]);
Mpp = diag([Mn,Mn,Mn,2*m.p*0.075]);

```

## A.2 b\_pos.m

```

%% ANALISI CINEMATICA INVERSA DI POSIZIONE %%
for i = 1:4
    F(i,1) = x - sign(P(i,2))*(h/2)*sin(theta/4) - epsilon(i)*l ;
5    F(i,2) = y + sign(P(i,2))*(h/2)*cos(theta/4);
    F(i,3) = z;

    B(i,1) = F(i,1) + sign(P(i,1))*delta_l(i) ;
    B(i,2) = F(i,2) + sign(P(i,2))*delta_h(i);
10    B(i,3) = F(i,3);

    M(i) = B(i,1) - P(i,1);
    N(i) = B(i,2) - P(i,2);
    I(i) = 2*(B(i,3)-P(i,3))*a(i);
15
    L(i) = -sqrt(2)*(M(i)*sign(P(i,1)) + N(i)*sign(P(i,2)))*a(i);
    K(i) = (M(i))^2+(N(i))^2+(z-P(i,3))^2+(a(i))^2-(b(i))^2;
end

20 %% SOLUZIONI %%
for i = 1:4,
    q(i) = 2*atan((-I(i)-sqrt((I(i))^2-(K(i))^2)+(L(i))^2))/(K(i)-L(i));
end

25 for i = 1:4,
    A(i,1) = P(i,1) + sign(P(i,1))*(sqrt(2)/2)*a(i)*cos(q(i));
    A(i,2) = P(i,2) + sign(P(i,2))*(sqrt(2)/2)*a(i)*cos(q(i));
    A(i,3) = P(i,3) - a(i)*sin(q(i));
end

```

## A.3 c\_vel.m

```

%% ANALISI CINEMATICA DI VELOCITA'%%

%% Calcolo vettori

```



```

% Costruzione della matrice [a] dei vettori manovella a(i) %
5 aa = A - P;
% Costruzione della matrice [b] dei vettori biella b(i) %
bb = B - A;

%% Calcolo Matrici
10 % Costruzione della matrice Jq %
for i = 1:4,
    Jq(i,i) = (cross(bb(i,:),aa(i,:))*U(i,:))';
end

15 % Costruzione della matrice Jv %
hh = h*[-sin(theta/4) cos(theta/4) 0];
for i = 1:4,
    jv(i) = (sign(P(i,2))/8)*((cross(hh,bb(i,:)))*ez)';
end
20 Jv = [bb jv'] ;

invJ = Jq\Jv;

```

## A.4 f\_graph.m

```

%% Disegna grafico del manipolatore a partire dalla cinematica di posizione %%

off=0.02;

5 % Sistema di Riferimento
line([0,0.1],[0,0],[0,0], 'color', 'R');
line([0,0],[0,0.1],[0,0], 'color', 'G');
line([0,0],[0,0],[0,0.1], 'color', 'B');

10 for i = 1:4
    % Telaio
    line([0,P(i,1)],[0,P(i,2)],[zp1,P(i,3)]);

    % Bilancieri
15 line([P(i,1),A(i,1)],[P(i,2),A(i,2)],[P(i,3),A(i,3)], 'linewidth', 3);
line([A(i,1)+off*sign(P(i,1)),A(i,1)-off*sign(P(i,1))],[A(i,2)-off*sign(P(i,2)),
A(i,2)+off*sign(P(i,2))],[A(i,3),A(i,3)], 'linewidth', 3);

    % Bielle
20 line([A(i,1)+off*sign(P(i,1)),B(i,1)+off*sign(P(i,1))],[A(i,2)-off*sign(P(i,2)),
B(i,2)-off*sign(P(i,2))],[A(i,3),B(i,3)], 'linewidth', 1.5);
line([A(i,1)-off*sign(P(i,1)),B(i,1)-off*sign(P(i,1))],[A(i,2)+off*sign(P(i,2)),
B(i,2)+off*sign(P(i,2))],[A(i,3),B(i,3)], 'linewidth', 1.5);

    % Base Mobile
line([B(i,1)+off*sign(P(i,1)),B(i,1)-off*sign(P(i,1))],[B(i,2)-off*sign(P(i,2)),
B(i,2)+off*sign(P(i,2))],[B(i,3),B(i,3)], 'linewidth', 3);
25 line([B(i,1),F(i,1)],[B(i,2),F(i,2)],[B(i,3),F(i,3)], 'linewidth', 3);
end

line(F(:,1),F(:,2),F(:,3), 'linewidth', 3); % Base Mobile
line([x,x],[y,y],[z,z+zp2], 'linewidth', 3); % Base Mobile (perno)

30 grid on;
view(-15,15);
axis equal;

```

## A.5 x\_grafico.m

```

%% Inizializzazione

a_init

5 %% INTRODUZIONE COORDINATE DELL'ORGANO TERMINALE %%
fprintf('\nInserire il valore delle coordinate cartesiane \n\n');
x = input('x(mm): ');
y = input('y(mm): ');

```

```

z           = input('z(mm): ');
10 theta_deg = input('theta(deg): ');
x           = x/1000;
y           = y/1000;
z           = z/1000;
z           = z-zp2;
15 theta    = theta_deg*pi/180;

```

```
b_pos
```

```
20 f_graph
```

## A.6 z\_din.m

```
%% COSTRUZIONE DIAGRAMMI TEORICI %%
```

```
close all
clear
```

```
5
```

```
%% Inizializzo tutte le variabili
a_init % richiamo la funzione inizializzazione
```

```
10
```

```
% cell = 20;
% step = 1/cell;
% xi = cell+1;
% yi = cell+1;
15 % zi = cell/2+1;
```

```
% theta = 0;
% [X,Y,Z] = meshgrid(-0.5:step:0.5, -0.5:step:0.5, -1.25:step:-0.75);
```

```
20 [X,Y,Z] = meshgrid(-0.5:0.01:0.5, -0.5:0.01:0.5, -1.2:0.01:-0.8);
```

```
detJ = zeros(36,12,9);
detJ1 = zeros(36,12,9);
detJ2 = zeros(36,12,9);
25 XX=zeros(36,12,9);
YY=zeros(36,12,9);
ZZ=zeros(36,12,9);
```

```
decr_rad = 0.040;
30 %decr_rad = 0.004;
incr_ang = pi/18;
z_s=-0.8;
```

```
theta=0;
```

```
35
```

```
%% Cicli for:
```

```
for kk=1:9
```

```
    if kk>5
```

```
40        decr_rad=decr_rad-0.00625;
```

```
    end
```

```
    for ii=1:36
```

```
        for jj=1:12
```

```
            XX(ii,jj,kk)= (jj)*decr_rad*cos(incr_ang*(ii-1))+0.03075;
```

```
45            YY(ii,jj,kk)= (jj)*decr_rad*sin(incr_ang*(ii-1));
```

```
            ZZ(ii,jj,kk)= z_s-(0.05*(kk-1));
```

```
            x = XX(ii,jj,kk); % per passare i valori a b_pos
```

```
            y = YY(ii,jj,kk);
```

```
50            z = ZZ(ii,jj,kk);
```

```
            b_pos; % cinematica di posizione <bil+bie
```

```
            if (norm(P(1,:)-B(1,:))<bil+bie) && (norm(P(2,:)-B(2,:))<bil+bie) && (
                norm(P(3,:)-B(3,:))<bil+bie) && (norm(P(4,:)-B(4,:))<bil+bie)
```

```
55
```

```
            c_vel; % cinematica di velocità
```

```

%invJ=invJ*bil;
60
% g1=1/sqrt(det(invJ(:,1:3) '* invJ(:,1:3)));
g2=1/sqrt(invJ(:,1) '* invJ(:,1)); % X
% g3=1/sqrt(invJ(:,2) '* invJ(:,2)); % Y
% g4=1/sqrt(invJ(:,3) '* invJ(:,3)); % Z
65
Jt=(invJ(:,1:3) '* invJ(:,1:3))\invJ(:,1:3)'; %pseudoInversa inv(a)*b =
a\b

M1 = invJ(:,1:3) '*diag([I-eq,I-eq,I-eq,I-eq])*invJ(:,1:3); % inerzia
bilancieri
M2 = Mp(1:3,1:3) ; % massa end-effector
70 M3 = Mpp(1:3,1:3) ; % massa end-effector + carico
Mat = (M1+M2);
Mat1 = Jt '*Mat;
Mat2 = Jt '* (M1+M3);

75
g10=(Mat(:,1) '*Mat(:,1));
g11=(Mat(:,2) '*Mat(:,2));
g12=(Mat(:,3) '*Mat(:,3));

gg10=(Mat1(:,1) '*Mat1(:,1)); % X - senza carico
80 gg11=(Mat1(:,2) '*Mat1(:,2)); % Y
gg12=(Mat1(:,3) '*Mat1(:,3)); % Z

ggg10=(Mat2(:,1) '*Mat2(:,1)); % X-carico
85 ggg11=(Mat2(:,2) '*Mat2(:,2)); % Y
ggg12=(Mat2(:,3) '*Mat2(:,3)); % Z

detJ(ii,jj,kk) = 1/sqrt(g12);
detJ1(ii,jj,kk) = 1/sqrt(gg12);
detJ2(ii,jj,kk) = 1/sqrt(ggg12);
90 else

detJ(ii,jj,kk) = NaN;
detJ1(ii,jj,kk) = NaN;
detJ2(ii,jj,kk) = NaN;
95 end
end
end
end
100
GF = griddata3(XX,YY,ZZ,detJ,X,Y,Z,'linear');
GF1 = griddata3(XX,YY,ZZ,detJ1,X,Y,Z,'linear');
GF2 = griddata3(XX,YY,ZZ,detJ2,X,Y,Z,'linear');

105 figure(1); %GRAFICO 3D
contourslice(X,Y,Z,GF1,[],[],-1.2:0.05:-0.8);
colorbar;
view([-15,15]);
xlabel('X[m]');ylabel('Y[m]');zlabel('Z[m]');
110 grid on;
axis equal;

%% Prove in X
figure(2);
115 contourslice(X,Y,Z,GF1,[],[],-0.8,0.42:0.0005:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
colorbar;
view([0,90]);
title('dDSI X (Z=-0.8) ');
xlabel('X[m]');ylabel('Y[m]');zlabel('Z[m]');
120 grid on;
axis equal;

figure(3);
contourslice(X,Y,Z,GF1,[],[],-0.85,0.42:0.0005:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
125 colorbar;
view([0,90]);
title('dDSI X (Z=-0.85) ');

```

```

xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
grid on;
130 axis equal;

figure (4);
contourslice (X,Y,Z,GF1,[],[], -0.9,0.42:0.0005:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
colorbar;
135 view ([0,90]);
title('dDSI X (Z=-0.9) ');
xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
grid on;
axis equal;

140 figure (5);
contourslice (X,Y,Z,GF1,[],[], -0.95,0.42:0.0005:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
colorbar;
view ([0,90]);
145 title('dDSI X (Z=-0.95) ');
xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
grid on;
axis equal;

150 figure (6);
contourslice (X,Y,Z,GF1,[],[], -1,0.42:0.001:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
colorbar;
view ([0,90]);
title('dDSI X (Z=-1) ');
155 xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
grid on;
axis equal;

figure (7);
160 contourslice (X,Y,Z,GF1,[],[], -1.05,0.42:0.001:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
colorbar;
view ([0,90]);
title('dDSI X (Z=-1.05) ');
xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
165 grid on;
axis equal;

figure (8);
contourslice (X,Y,Z,GF1,[],[], -1.1,0.42:0.001:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
170 colorbar;
view ([0,90]);
title('dDSI X (Z=-1.1) ');
xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
grid on;
175 axis equal;

figure (9);
contourslice (X,Y,Z,GF1,[],[], -1.15,0.42:0.001:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
colorbar;
180 view ([0,90]);
title('dDSI X (Z=-1.15) ');
xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
grid on;
axis equal;

185 figure (10);
contourslice (X,Y,Z,GF1,[],[], -1.2,0.42:0.001:0.46); % x 0.5:0.001:0.54
colorbar;
view ([0,90]);
190 title('dDSI X (Z=-1.2) ');
xlabel('X[m]'); ylabel('Y[m]'); zlabel('Z[m]');
grid on;
axis equal;

```

## A.7 grafico\_misurazioni\_din.m

```

%% COSTRUZIONE GRAFICI SPERIMENTALI %%

close all;

```

```

clear;
5   decr_rad = 0.048;
    incr_ang = 10;    %deg
    z=-0.8;

10  test = 1; % 1 X - 2 Y - 3 Z

    switch test
        case 1
15  import(:, :, 1)=load ('XL_800.TXT');
    import(:, :, 2)=load ('XL_850.TXT');
    import(:, :, 3)=load ('XL_900.TXT');
    import(:, :, 4)=load ('XL_950.TXT');
    import(:, :, 5)=load ('XL_1000.TXT');
20  import(:, :, 6)=load ('XL_1050.TXT');
    import(:, :, 7)=load ('XL_1100.TXT');
    import(:, :, 8)=load ('XL_1150.TXT');
    import(:, :, 9)=load ('XL_1200.TXT');
        case 2
25  import(:, :, 1)=load ('YL_800.TXT');
    import(:, :, 2)=load ('YL_850.TXT');
    import(:, :, 3)=load ('YL_900.TXT');
    import(:, :, 4)=load ('YL_950.TXT');
    import(:, :, 5)=load ('YL_1000.TXT');
30  import(:, :, 6)=load ('YL_1050.TXT');
    import(:, :, 7)=load ('YL_1100.TXT');
    import(:, :, 8)=load ('YL_1150.TXT');
    import(:, :, 9)=load ('YL_1200.TXT');
        case 3
35  import(:, :, 1)=load ('ZL_800.TXT');
    import(:, :, 2)=load ('ZL_850.TXT');
    import(:, :, 3)=load ('ZL_900.TXT');
    import(:, :, 4)=load ('ZL_950.TXT');
    import(:, :, 5)=load ('ZL_1000.TXT');
40  import(:, :, 6)=load ('ZL_1050.TXT');
    import(:, :, 7)=load ('ZL_1100.TXT');
    import(:, :, 8)=load ('ZL_1150.TXT');
    import(:, :, 9)=load ('ZL_1200.TXT');

45  end

    XX=zeros(36,12,9);
    YY=zeros(36,12,9);
50  ZZ=zeros(36,12,9);
    [X1,Y1,Z1]=meshgrid(-0.5:0.01:0.5, -0.5:0.01:0.5, -1.2:0.01:-0.8);

    for k=1:9
55     if k>5
        decr_rad=decr_rad-0.00625;
        end
        for i=1:36
            for j=1:12
60                 XX(i, j, k)=(j)*decr_rad*cosd(incr_ang*(i-1))+0.03075;
                    YY(i, j, k)=(j)*decr_rad*sind(incr_ang*(i-1));
                    ZZ(i, j, k)=z-(0.05*(k-1));
            end
        end
75  end

    GF=griddata3(XX,YY,ZZ,import,X1,Y1,Z1,'linear');

    if test == 1
70  figure(1)
    contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.8],0.55:0.01:1.1);
    colorbar;
    view([0,90]);
    title('X movements (Z=-0.8m)')
75  xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
    grid on;

```

```

axis equal;

figure(2)
80 contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.85],0.55:0.01:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
title('X movements (Z=-0.85m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
85 grid on;
axis equal;

figure(3)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.9],0.55:0.01:0.85);
90 colorbar;
view([0,90]);
title('X movements (Z=-0.9m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
95 axis equal;

figure(4)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.95],0.55:0.01:1.1);
colorbar;
100 view([0,90]);
title('X movements (Z=-0.95m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;
105

figure(5)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1],0.55:0.01:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
110 title('X movements (Z=-1m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;

115 figure(6)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.05],0.55:0.01:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
title('X movements (Z=-1.05m)')
120 xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;

figure(7)
125 contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.1],0.55:0.01:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
title('X movements (Z=-1.1m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
130 grid on;
axis equal;

figure(8)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.15],0.55:0.01:1.1);
135 colorbar;
view([0,90]);
title('X movements (Z=-1.15m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
140 axis equal;

figure(9)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.2],0.55:0.01:1.1);
colorbar;
145 view([0,90]);
title('X movements (Z=-1.2m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;

```

```
150 end

    if test == 2

155 figure(1)
    contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.8],0.55:0.01:1.1);
    colorbar;
    view([0,90]);
    title('Y movements (Z=-0.8m)')
160 xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
    grid on;
    axis equal;

    figure(2)
165 contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.85],0.55:0.01:1.1);
    colorbar;
    view([0,90]);
    title('Y movements (Z=-0.85m)')
    xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
170 grid on;
    axis equal;

    figure(3)
    contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.9],0.55:0.01:1.1);
175 colorbar;
    view([0,90]);
    title('Y movements (Z=-0.9m)')
    xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
    grid on;
180 axis equal;

    figure(4)
    contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.95],0.55:0.01:1.1);
    colorbar;
185 view([0,90]);
    title('Y movements (Z=-0.95m)')
    xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
    grid on;
    axis equal;
190

    figure(5)
    contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1],0.55:0.01:1.1);
    colorbar;
    view([0,90]);
195 title('Y movements (Z=-1m)')
    xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
    grid on;
    axis equal;

200 figure(6)
    contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.05],0.55:0.01:1.1);
    colorbar;
    view([0,90]);
    title('Y movements (Z=-1.05m)')
205 xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
    grid on;
    axis equal;

    figure(7)
210 contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.1],0.55:0.01:1.1);
    colorbar;
    view([0,90]);
    title('Y movements (Z=-1.1m)')
    xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
215 grid on;
    axis equal;

    figure(8)
    contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.15],0.55:0.01:1.1);
220 colorbar;
    view([0,90]);
    title('Y movements (Z=-1.15m)')
```

```

xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
225 axis equal;

figure(9)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.2],0.55:0.01:1.1);
colorbar;
230 view([0,90]);
title('Y movements (Z=-1.2m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;
235 end

if test == 3

figure(1)
240 contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.8],0.55:0.005:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
title('Z movements (Z=-0.8m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
245 grid on;
axis equal;

figure(2)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.85],0.55:0.003:1.1);
250 colorbar;
view([0,90]);
title('Z movements (Z=-0.85m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
255 axis equal;

figure(3)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.9],0.55:0.002:1.1);
colorbar;
260 view([0,90]);
title('Z movements (Z=-0.9m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;
265

figure(4)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-0.95],0.55:0.005:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
270 title('Z movements (Z=-0.95m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;

275 figure(5)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1],0.55:0.005:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
title('Z movements (Z=-1m)')
280 xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;

figure(6)
285 contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.05],0.55:0.002:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
title('Z movements (Z=-1.05m)')
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
290 grid on;
axis equal;

figure(7)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.1],0.55:0.002:1.1);
295 colorbar;

```



```
view([0,90]);
title('Z movements (Z=-1.1m)');
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
300 axis equal;

figure(8)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.15],0.55:0.002:1.1);
colorbar;
305 view([0,90]);
title('Z movements (Z=-1.15m)');
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;
310

figure(9)
contourslice(X1,Y1,Z1,1/GF,[],[],[-1.2],0.55:0.002:1.1);
colorbar;
view([0,90]);
315 title('Z movements (Z=-1.2m)');
xlabel('X [m]'); ylabel('Y [m]'); zlabel('Z [m]');
grid on;
axis equal;
end
```



## Appendice B: codice V+

---

Si riporta di seguito il codice in linguaggio V+ utilizzato per effettuare le misurazioni delle prestazioni del manipolatore Adept Quattro s650H e per la registrazione dei dati sperimentali.

### B.1 motions()

```
.PROGRAM motions()
    ;r = 600 ; raggio max
    ang = 10 ; incremento angolare
5    incr = 48 ; incremento raggio
;
; Semiampiezze movimenti unidirezionali
    di = 0 ; x
    dj = 30 ; y
10    dk = 0 ; z
;
; centro indagine
    x0 = 30.75
15    y0 = 0
    z0 = -800
;
; Coordinate punto di partenza
    x1 = incr+x0
20    y1 = 0
;
ATTACH ()
25    SPEED 100 ALWAYS
    ACCEL (0) 100, 100
    CPOFF ALWAYS
;
SPEED 10
30    MOVE TRANS(x1,y1,z0,0,180,180)
    BREAK
;
DELAY 0.2
;
35    FOR k = 1 TO 9
        IF k > 5 THEN
            incr = incr -6.25
        END
40    FOR i = 1 TO 12
        FOR j = 1 TO 36
45            x = (incr*(i))*COS(ang*(1-j))+x0
            y = (incr*(i))*SIN(ang*(1-j))+y0
            z = z0-50*(k-1) ;
;
SPEED 50
50    MOVE TRANS(x-di,y-dj,z-dk,0,180,180)
    BREAK
;
tempo = TIMER(0)
FOR k1 = 1 TO 5
55
```

```

        MOVE TRANS(x+di ,y+dj ,z+dk,0,180,180)

        MOVE TRANS(x-di ,y-dj ,z-dk,0,180,180)

60      END

        matrix[j-1,i-1] = TIMER(0)-tempo

        DELAY 0.1

65      END
      END
;      TYPE TIMER(1)
      CALL write()
70    END

    DETACH ()

.END

```

## B.2 write()

```

.PROGRAM write()
; a = 3.14
; b = 1.414214
; matrix[0,0] = a
5 ; matrix[0,1] = b
; matrix[1,0] = 3
; matrix[1,1] = 4

; $lines[0] = "ciao" ;
10 ATTACH (dlun, 4) "DISK" ;Attach the disk interface
CASE k OF
  VALUE 1:
    FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_800.txt"
  VALUE 2:
15   FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_850.txt"
  VALUE 3:
    FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_900.txt"
  VALUE 4:
    FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_950.txt"
20   VALUE 5:
    FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_1000.txt"
  VALUE 6:
    FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_1050.txt"
  VALUE 7:
25   FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_1100.txt"
  VALUE 8:
    FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\yL_1150.txt"
  VALUE 9:
    FOPENW (dlun) "D:\PROGRAM\LORENZO\zL_1200.txt"
30
END
;FOR i = 0 TO LAST($lines[]) ;Loop for all t
;WRITE (dlun) $lines[i] ;to be written
;END
35 ; FOR i = 0 TO 1
; ; FOR j = 0 TO 1
; WRITE (dlun) $matrix[i,0]+" "+$matrix[i,1]
; ;END
; END
40
FOR j = 0 TO 35
  $lines[j] = ""
  FOR i = 0 TO 11
    $lines[j] = $lines[j]+$ENCODE(matrix[j,i])+" "
45
  END
  $lines[j] = $lines[j]+";"
END
50 FOR i = 0 TO LAST($lines[]) ;Loop for all t

```

```
        WRITE (dlun) $lines[i]      ;to be written
    END

    FCLOSE (dlun)                   ;Close the file   DE
55   DETACH (dlun)                   ;Release the disk interface

.END
```



## Appendice C: dati sperimentali

---

Si riportano di seguito i tabulati in formato txt dei dati sperimentali ottenuti dalle misurazioni effettuate al manipolatore Adept Quattro s650H.

### C.1 Misurazioni lungo $x$

#### C.1.1 $z=-800$ mm

```

1.068 1.087867 1.124297 1.124336 1.140016 1.155594 1.156203 1.160164
      1.176336 1.176352 1.191633 1.191969 ;
1.06825 1.084359 1.124055 1.140469 1.176016 1.168344 1.176258 1.191617
      1.192352 1.191672 1.191609 1.272133 ;
1.083523 1.123781 1.123813 1.140094 1.175977 1.176398 1.191805 1.191914
      1.191859 1.192438 1.275586 1.288219 ;
1.084242 1.104141 1.12357 1.139719 1.175938 1.191664 1.19182 1.192211
      1.212344 1.268227 1.275953 1.363797 ;
5 1.083984 1.104031 1.124305 1.15632 1.175898 1.176375 1.191836 1.191531
      1.19632 1.276219 1.30432 1.331578 ;
1.083727 1.115922 1.124063 1.144414 1.175859 1.175641 1.191852 1.191828
      1.195922 1.236398 1.248086 1.283586 ;
1.084445 1.084094 1.12382 1.140133 1.15982 1.175883 1.175867 1.192125
      1.195523 1.260242 1.323516 1.316141 ;
1.084188 1.083516 1.103578 1.139758 1.140289 1.156125 1.156391 1.192422
      1.208102 1.299766 1.335844 1.41168 ;
1.08393 1.083914 1.091844 1.120359 1.120289 1.155898 1.156445 1.191742
      1.228078 1.300414 1.335664 1.443609 ;
10 1.083672 1.084313 1.087828 1.119516 1.11982 1.155672 1.171523 1.192039
      1.227547 1.300086 1.356461 1.464383 ;
1.084391 1.083734 1.099719 1.119648 1.120328 1.156422 1.156047 1.192336
      1.227992 1.263758 1.351773 1.443766 ;
1.084133 1.084133 1.099984 1.135781 1.135859 1.140195 1.172102 1.191656
      1.192438 1.283563 1.316062 1.391656 ;
1.083875 1.099555 1.11625 1.136383 1.151859 1.171594 1.171648 1.187953
      1.191945 1.263836 1.296391 1.332188 ;
1.083711 1.108422 1.116008 1.152008 1.172328 1.171836 1.192172 1.192156
      1.19243 1.227547 1.24425 1.280102 ;
15 1.08443 1.099617 1.135766 1.172102 1.172289 1.192078 1.192188 1.192453
      1.191937 1.228367 1.22768 1.32768 ;
1.084266 1.100484 1.131992 1.171687 1.17225 1.191813 1.192203 1.191773
      1.192422 1.228117 1.307617 1.336383 ;
1.068008 1.100375 1.132125 1.15625 1.168211 1.191547 1.192219 1.19207
      1.19193 1.191867 1.287758 1.336391 ;
1.072352 1.100266 1.116258 1.152344 1.156078 1.188258 1.192234 1.192367
      1.192414 1.191656 1.192125 1.256398 ;
1.083812 1.100156 1.100016 1.136344 1.15557 1.155898 1.17225 1.191687
      1.191922 1.192422 1.192102 1.192484 ;
20 1.083555 1.100047 1.100281 1.155969 1.156039 1.171672 1.183797 1.191984
      1.192406 1.192211 1.192078 1.271672 ;
1.068273 1.067937 1.11957 1.156062 1.171531 1.191914 1.191625 1.192281
      1.191914 1.192 1.272055 1.356133 ;
1.067828 1.099961 1.116398 1.156156 1.164469 1.191648 1.191641 1.191602
      1.192398 1.247789 1.336328 1.355633 ;
1.084359 1.099852 1.116156 1.13625 1.172148 1.172359 1.191656 1.191898
      1.191906 1.212008 1.312148 1.336109 ;
1.068289 1.083742 1.115914 1.135875 1.172109 1.171625 1.175672 1.192195
      1.192391 1.228359 1.248383 1.280023 ;
25 1.067844 1.100141 1.099672 1.136477 1.14807 1.171867 1.172289 1.179516
      1.191898 1.248203 1.271906 1.315602 ;
1.072375 1.100031 1.119938 1.136102 1.156352 1.156109 1.171836 1.191531
      1.196383 1.267539 1.33218 1.396023 ;
1.083836 1.083922 1.119695 1.119727 1.131844 1.155883 1.156359 1.191828
      1.223984 1.276414 1.347906 1.431672 ;

```

1.083578 1.08432 1.10043 1.119859 1.11975 1.155656 1.176414 1.192125  
 1.23243 1.303523 1.356102 1.428258 ;  
 1.084297 1.083742 1.103625 1.119992 1.124258 1.156406 1.175961 1.192422  
 1.231992 1.300266 1.352391 1.427773 ;  
 30 1.084039 1.104141 1.115891 1.120125 1.139883 1.15618 1.163602 1.191742  
 1.215555 1.279844 1.319609 1.384266 ;  
 1.067875 1.088031 1.108438 1.140258 1.139883 1.175953 1.175938 1.192039  
 1.195625 1.26793 1.287938 1.315539 ;  
 1.068219 1.07243 1.10782 1.139883 1.159883 1.176195 1.176461 1.192336  
 1.192203 1.251734 1.252305 1.284055 ;  
 1.07968 1.088453 1.12418 1.140484 1.176445 1.176437 1.192008 1.191656  
 1.195711 1.215953 1.231828 1.283633 ;  
 1.067516 1.103875 1.119938 1.140109 1.176406 1.175703 1.192023 1.191953  
 1.196289 1.212305 1.291859 1.352188 ;  
 35 1.083766 1.091766 1.123602 1.139734 1.176367 1.191945 1.192039 1.19225  
 1.191891 1.195586 1.271719 1.287688 ;  
 1.068484 1.084352 1.124336 1.140336 1.156328 1.15968 1.176055 1.19157  
 1.192375 1.192445 1.191617 1.272242 ;

### C.1.2 z=-850 mm

1.103961 1.104195 1.099727 1.119539 1.103633 1.139641 1.143617 1.156055  
 1.159852 1.175781 1.191656 1.191555 ;  
 1.120359 1.12018 1.107992 1.119672 1.107672 1.139922 1.140367 1.176391  
 1.176469 1.192078 1.191633 1.291719 ;  
 1.10425 1.103562 1.100445 1.119805 1.139805 1.152203 1.155953 1.176219  
 1.192484 1.191867 1.211609 1.372273 ;  
 1.103766 1.103547 1.099734 1.119938 1.139805 1.151883 1.168008 1.192047  
 1.211992 1.191656 1.224055 1.288242 ;  
 5 1.120258 1.119531 1.104 1.12007 1.139805 1.139562 1.176344 1.192344  
 1.231969 1.212422 1.279805 1.283914 ;  
 1.104148 1.119891 1.120359 1.120203 1.155805 1.155844 1.155891 1.191664  
 1.216414 1.251703 1.283984 1.300469 ;  
 1.119664 1.12025 1.120117 1.136336 1.156273 1.155617 1.171945 1.191961  
 1.232484 1.299922 1.316352 1.347539 ;  
 1.119555 1.119633 1.119875 1.139961 1.155766 1.156367 1.192469 1.208258  
 1.255953 1.319594 1.356398 1.427922 ;  
 1.120328 1.119992 1.119633 1.13968 1.156234 1.172141 1.192484 1.212047  
 1.268078 1.319734 1.391711 1.47632 ;  
 10 1.120031 1.120352 1.120367 1.140375 1.155727 1.192383 1.191523 1.215836  
 1.248484 1.299875 1.391961 1.447984 ;  
 1.119828 1.119734 1.136125 1.148094 1.156195 1.172117 1.191539 1.207813  
 1.259539 1.315547 1.388211 1.447969 ;  
 1.119719 1.120094 1.120352 1.14 1.155687 1.156359 1.191555 1.191602  
 1.247945 1.315688 1.352461 1.407953 ;  
 1.119609 1.120453 1.120109 1.119719 1.156156 1.156133 1.19157 1.191898  
 1.227977 1.299828 1.291773 1.351883 ;  
 1.120477 1.119836 1.119867 1.119852 1.155648 1.155906 1.171586 1.180195  
 1.224422 1.240477 1.279633 1.284266 ;  
 15 1.120367 1.120195 1.119625 1.119984 1.136117 1.15568 1.172109 1.192211  
 1.223891 1.207719 1.292 1.267938 ;  
 1.120258 1.119578 1.108359 1.120117 1.136117 1.15643 1.171656 1.191531  
 1.192336 1.191977 1.275766 1.352117 ;  
 1.120148 1.103938 1.103742 1.12025 1.136117 1.156203 1.17218 1.187828  
 1.191844 1.191766 1.272227 1.387523 ;  
 1.120039 1.119828 1.104008 1.120383 1.132117 1.135977 1.155727 1.172031  
 1.176328 1.191555 1.191617 1.271867 ;  
 1.11993 1.120188 1.104273 1.119539 1.120023 1.136258 1.139781 1.155859  
 1.172438 1.17232 1.191594 1.192422 ;  
 20 1.11982 1.09957 1.111562 1.099672 1.119555 1.139562 1.156438 1.156195  
 1.176453 1.191641 1.19157 1.287609 ;  
 1.119711 1.104437 1.104109 1.120312 1.136063 1.139938 1.171516 1.175555  
 1.191586 1.192406 1.271547 1.359656 ;  
 1.119602 1.120328 1.120375 1.132445 1.136063 1.156312 1.172039 1.192453  
 1.19207 1.192195 1.211914 1.260227 ;  
 1.120469 1.119711 1.120133 1.119977 1.136063 1.156086 1.171586 1.191773  
 1.223578 1.207984 1.268453 1.280219 ;  
 1.120359 1.12007 1.119891 1.120109 1.156062 1.155859 1.172109 1.19207  
 1.200023 1.240242 1.247656 1.299797 ;  
 25 1.12025 1.12043 1.119648 1.140242 1.155555 1.155633 1.171656 1.192367  
 1.231719 1.284461 1.280156 1.331844 ;  
 1.120141 1.119812 1.124383 1.139867 1.156023 1.156383 1.19218 1.191687  
 1.268352 1.315758 1.351734 1.415758 ;



1.120031 1.120172 1.120234 1.140469 1.155516 1.156156 1.192195 1.207984  
 1.247969 1.315898 1.384023 1.427969 ;  
 1.119734 1.119555 1.119992 1.140094 1.155984 1.15993 1.192211 1.223773  
 1.268 1.320039 1.37218 1.432461 ;  
 1.119531 1.119914 1.11975 1.139719 1.156453 1.171797 1.192227 1.211938  
 1.271523 1.32018 1.383961 1.43207 ;  
 30 1.120398 1.120273 1.120484 1.15632 1.155945 1.172039 1.192242 1.211727  
 1.268023 1.32032 1.352023 1.41968 ;  
 1.104289 1.119656 1.120242 1.140414 1.156414 1.156281 1.192258 1.191516  
 1.23643 1.288461 1.308219 1.351891 ;  
 1.103805 1.120016 1.12 1.120039 1.155906 1.156055 1.176273 1.191813  
 1.215992 1.255758 1.268078 1.296367 ;  
 1.120203 1.112375 1.119758 1.108172 1.156375 1.139828 1.17582 1.192109  
 1.232062 1.21607 1.24807 1.26832 ;  
 1.120094 1.104453 1.119516 1.10793 1.139867 1.156109 1.176344 1.192406  
 1.203531 1.212422 1.288477 1.287523 ;  
 35 1.119984 1.120438 1.12025 1.107687 1.139867 1.155883 1.175891 1.175727  
 1.192297 1.191703 1.251773 1.308078 ;  
 1.103875 1.11982 1.100008 1.120422 1.139867 1.139656 1.156414 1.175555  
 1.191805 1.192469 1.19218 1.308125 ;

### C.1.3 $z=-900$ mm

1.091727 1.155758 1.156125 1.119914 1.12775 1.156039 1.140391 1.156352  
 1.175742 1.176352 1.191953 1.215898 ;  
 1.091656 1.140078 1.151844 1.120047 1.120445 1.123813 1.155977 1.175711  
 1.175758 1.191672 1.19193 1.327648 ;  
 1.135586 1.15593 1.148445 1.136273 1.135977 1.139719 1.160031 1.215539  
 1.191773 1.192438 1.227906 1.32807 ;  
 1.092039 1.15625 1.155977 1.139898 1.135977 1.156 1.16018 1.232305  
 1.204258 1.212227 1.30375 1.283609 ;  
 5 1.156438 1.155594 1.155695 1.155523 1.139977 1.155773 1.176328 1.188469  
 1.252047 1.288484 1.283516 1.284164 ;  
 1.156383 1.155914 1.156391 1.155617 1.15607 1.175547 1.191875 1.231695  
 1.267984 1.255594 1.299883 1.299742 ;  
 1.156328 1.092234 1.156109 1.155711 1.155563 1.191789 1.191891 1.231953  
 1.284391 1.319906 1.335742 1.367789 ;  
 1.09218 1.091656 1.155828 1.155805 1.172031 1.191523 1.211906 1.248211  
 1.284289 1.336047 1.412445 1.407664 ;  
 1.092109 1.092055 1.091547 1.155898 1.191992 1.192234 1.208391 1.247961  
 1.300187 1.35568 1.428187 1.443594 ;  
 10 1.092039 1.092453 1.15632 1.159992 1.188422 1.191969 1.207805 1.243711  
 1.299578 1.335781 1.428398 1.448461 ;  
 1.075969 1.075875 1.092039 1.15618 1.191781 1.191703 1.192289 1.244437  
 1.263945 1.352391 1.407633 1.432445 ;  
 1.075898 1.092273 1.156211 1.156273 1.176211 1.192414 1.192305 1.228187  
 1.284445 1.315516 1.388352 1.411961 ;  
 1.075922 1.09207 1.15593 1.156367 1.156172 1.192148 1.19232 1.227563  
 1.280437 1.315656 1.311625 1.371984 ;  
 1.075945 1.139867 1.155648 1.156461 1.155664 1.155883 1.192336 1.223914  
 1.264336 1.239797 1.283859 1.299953 ;  
 15 1.075969 1.139719 1.156344 1.155578 1.156133 1.155656 1.172352 1.208172  
 1.255859 1.312016 1.248227 1.284 ;  
 1.075992 1.15557 1.156062 1.155672 1.155625 1.156406 1.159898 1.191961  
 1.192266 1.20825 1.32375 1.335672 ;  
 1.092016 1.155891 1.155781 1.155766 1.140094 1.15618 1.156047 1.200352  
 1.191773 1.191531 1.288453 1.40768 ;  
 1.092039 1.156211 1.140477 1.139859 1.156188 1.155953 1.156102 1.171953  
 1.172258 1.192297 1.192312 1.327609 ;  
 1.092438 1.143555 1.15582 1.139578 1.13968 1.119727 1.136156 1.155781  
 1.172273 1.172086 1.192289 1.303711 ;  
 20 1.091859 1.155594 1.139539 1.156273 1.13968 1.135539 1.155742 1.156117  
 1.176289 1.192383 1.192266 1.304227 ;  
 1.075789 1.147914 1.155859 1.140367 1.13968 1.15582 1.155797 1.172453  
 1.176398 1.192172 1.288242 1.307766 ;  
 1.075812 1.139953 1.155578 1.139992 1.14368 1.155594 1.155852 1.192281  
 1.191531 1.207961 1.300102 1.376281 ;  
 1.075836 1.087805 1.156273 1.155617 1.155773 1.156344 1.175906 1.191695  
 1.256016 1.276219 1.248148 1.28425 ;  
 1.075859 1.092484 1.155992 1.155711 1.172242 1.172117 1.19243 1.199992  
 1.268422 1.239516 1.283672 1.299922 ;  
 25 1.075883 1.092281 1.155711 1.155805 1.172109 1.176266 1.192445 1.228477  
 1.284039 1.331734 1.300133 1.363969 ;

1.063906 1.092078 1.092406 1.155898 1.171977 1.191531 1.192461 1.227758  
 1.284031 1.336344 1.384086 1.39975 ;  
 1.027648 1.075875 1.075602 1.091992 1.175844 1.192242 1.208477 1.228109  
 1.280023 1.351977 1.400242 1.404469 ;  
 1.076031 1.092273 1.092375 1.155563 1.191805 1.191977 1.211984 1.252461  
 1.300016 1.336078 1.399797 1.404305 ;  
 1.011586 1.091695 1.09157 1.107656 1.172234 1.191711 1.208469 1.252305  
 1.316383 1.351711 1.400328 1.404141 ;  
 30 1.027688 1.092094 1.156344 1.156203 1.172195 1.192422 1.191883 1.236148  
 1.288148 1.319719 1.383883 1.403977 ;  
 1.092164 1.091516 1.156062 1.156297 1.172156 1.192156 1.191898 1.235523  
 1.284141 1.335859 1.303945 1.367813 ;  
 1.076187 1.139914 1.155781 1.156391 1.156117 1.171891 1.191914 1.215875  
 1.252039 1.256375 1.267805 1.299688 ;  
 1.091836 1.155766 1.156477 1.156484 1.155609 1.156133 1.19193 1.195758  
 1.271977 1.227711 1.251797 1.283734 ;  
 1.091859 1.156086 1.156195 1.155602 1.156078 1.155906 1.175945 1.224148  
 1.212383 1.228344 1.308297 1.372289 ;  
 35 1.091883 1.156406 1.147914 1.155695 1.13957 1.15568 1.160469 1.192219  
 1.192359 1.192 1.292156 1.400258 ;  
 1.091906 1.13975 1.140422 1.147789 1.123664 1.14043 1.159641 1.176422  
 1.175867 1.191789 1.191547 1.331906 ;

#### C.1.4 z=-950 mm

1.011883 1.011648 1.092031 1.156078 1.152031 1.156461 1.171719 1.175812  
 1.176109 1.192148 1.191563 1.212438 ;  
 1.011984 1.092125 1.091828 1.156172 1.152406 1.156234 1.172148 1.175641  
 1.192125 1.191937 1.311539 1.464094 ;  
 1.012086 1.091547 1.091625 1.172266 1.155805 1.156008 1.159602 1.256445  
 1.191633 1.191727 1.328375 1.42357 ;  
 1.012187 1.091945 1.112398 1.175852 1.172273 1.171781 1.17575 1.272195  
 1.192117 1.303516 1.275727 1.283875 ;  
 5 1.012289 1.112344 1.111688 1.192414 1.176141 1.19193 1.192273 1.232414  
 1.267625 1.30807 1.283906 1.30043 ;  
 1.012391 1.076234 1.111953 1.192469 1.192102 1.191664 1.228289 1.251695  
 1.303938 1.283742 1.300273 1.336477 ;  
 1.011516 1.092258 1.112219 1.191547 1.191555 1.208375 1.232266 1.267539  
 1.320305 1.355922 1.336133 1.372484 ;  
 1.011617 1.01168 1.112484 1.111602 1.191984 1.212484 1.228242 1.283852  
 1.320164 1.37593 1.427953 1.476453 ;  
 1.011719 1.012156 1.091773 1.112242 1.112414 1.131711 1.240219 1.267563  
 1.300023 1.375523 1.444164 1.480023 ;  
 10 1.01182 1.011656 1.01157 1.011906 1.112453 1.107523 1.228477 1.263781  
 1.336391 1.388188 1.427867 1.584062 ;  
 1.011922 1.012133 1.092422 1.092156 1.111516 1.128312 1.244453 1.26  
 1.315742 1.388156 1.428078 1.555797 ;  
 1.012023 1.075633 1.079711 1.19182 1.192023 1.195617 1.227922 1.264219  
 1.315602 1.352219 1.388289 1.483758 ;  
 1.012125 1.080031 1.111602 1.191875 1.192453 1.192422 1.243898 1.263555  
 1.316437 1.34832 1.331563 1.376078 ;  
 1.012227 1.075547 1.172336 1.18793 1.191906 1.192156 1.208344 1.247867  
 1.300297 1.280422 1.300266 1.336141 ;  
 15 1.012328 1.075945 1.171547 1.191891 1.188336 1.187891 1.191852 1.235711  
 1.255781 1.279625 1.280125 1.300148 ;  
 1.01243 1.076344 1.171734 1.155945 1.171695 1.191531 1.191867 1.256344  
 1.208187 1.327898 1.307516 1.368195 ;  
 1.011555 1.091766 1.167922 1.172039 1.155656 1.172242 1.155883 1.239586  
 1.192164 1.191531 1.33975 1.42807 ;  
 1.011656 1.076164 1.156016 1.171625 1.156125 1.156391 1.171937 1.172406  
 1.187672 1.192297 1.320039 1.456469 ;  
 1.011758 1.075586 1.095734 1.156188 1.155617 1.156164 1.156461 1.164234  
 1.172063 1.192086 1.191859 1.207664 ;  
 20 1.011859 1.027984 1.116 1.156281 1.156086 1.139938 1.155539 1.171875  
 1.180078 1.191875 1.319836 1.340297 ;  
 1.011961 1.075859 1.091758 1.156375 1.155578 1.156219 1.155594 1.247703  
 1.192281 1.199664 1.287656 1.403797 ;  
 1.012063 1.012258 1.091555 1.156469 1.176047 1.175992 1.191648 1.271828  
 1.195789 1.275734 1.315516 1.359633 ;  
 1.012164 1.011758 1.091727 1.171586 1.172008 1.176234 1.207664 1.239539  
 1.240367 1.280008 1.280031 1.316109 ;  
 1.012266 1.012234 1.075523 1.172055 1.175875 1.192477 1.228148 1.248266  
 1.288305 1.264281 1.300398 1.331555 ;

25	1.012367	1.011734	1.076297	1.095547	1.191836	1.192211	1.228219	1.284109
	1.300484	1.336086	1.332258	1.364445				
	1.012469	1.012211	1.052094	1.060187	1.192266	1.191945	1.232195	1.247914
	1.315875	1.359812	1.411984	1.472227				
	1.011594	1.011711	1.044117	1.075891	1.099719	1.12368	1.228266	1.267852
	1.315734	1.384102	1.411914	1.560078				
	1.011695	1.012187	1.011953	1.012063	1.111852	1.131867	1.228242	1.244258
	1.327594	1.36807	1.399844	1.632133				
	1.011797	1.011688	1.031828	1.112313	1.111891	1.12768	1.232219	1.271914
	1.319734	1.38357	1.400375	1.600016				
30	1.011898	1.012164	1.112172	1.095977	1.19193	1.212375	1.236289	1.268227
	1.303594	1.352422	1.38393	1.536031				
	1.012	1.011664	1.112437	1.112242	1.192359	1.191602	1.216359	1.268445
	1.304055	1.33643	1.335992	1.383937				
	1.012102	1.092141	1.095727	1.191906	1.191813	1.192312	1.231961	1.235687
	1.300422	1.267969	1.299813	1.332188				
	1.012203	1.091563	1.095617	1.183961	1.192242	1.192047	1.215937	1.252039
	1.291719	1.259773	1.267672	1.300102				
	1.012305	1.091961	1.112484	1.171734	1.171695	1.191781	1.191539	1.291789
	1.215617	1.228273	1.391664	1.392148				
35	1.011523	1.060359	1.111773	1.156297	1.155656	1.155516	1.175555	1.276477
	1.191687	1.21993	1.331914	1.463609				
	1.011719	1.012008	1.092039	1.172391	1.156219	1.156266	1.160078	1.175812
	1.192172	1.192375	1.352242	1.459969				

C.1.5  $z=-1000$  mm

	1.011711	1.01243	1.01193	1.072125	1.160242	1.15175	1.247633	1.176211
	1.191961	1.191797	1.212453	1.247641				
	1.011906	1.01193	1.011805	1.079828	1.171734	1.176312	1.215891	1.176039
	1.192445	1.191586	1.235922	1.268234				
	1.012102	1.012406	1.01168	1.095719	1.175602	1.171578	1.216375	1.231867
	1.191953	1.236352	1.267953	1.47232				
	1.012297	1.011906	1.011555	1.111984	1.191563	1.179727	1.231883	1.252125
	1.232437	1.248195	1.283852	1.423984				
5	1.011516	1.012383	1.032406	1.095648	1.187992	1.208063	1.247859	1.283875
	1.231906	1.296414	1.300219	1.320383				
	1.011711	1.011883	1.011773	1.111914	1.192328	1.212172	1.248305	1.287586
	1.272352	1.299898	1.320078	1.355922				
	1.011906	1.012359	1.011648	1.091578	1.111781	1.232375	1.247773	1.300367
	1.355781	1.32357	1.352406	1.600398				
	1.012102	1.011859	1.011523	1.09175	1.12782	1.22007	1.268219	1.29557
	1.355602	1.407711	1.411719	1.771813				
	1.012297	1.012336	1.012375	1.011922	1.120328	1.171578	1.264156	1.283563
	1.356398	1.408242	1.411555	1.82382				
10	1.012398	1.011836	1.01225	1.012172	1.031672	1.144422	1.228	1.28425
	1.356219	1.427797	1.416367	1.83207				
	1.011617	1.012313	1.012125	1.012422	1.107883	1.220195	1.227977	1.283961
	1.352039	1.40782	1.412297	1.807531				
	1.011812	1.011812	1.012	1.011695	1.104391	1.207703	1.259953	1.259766
	1.335859	1.388352	1.408133	1.760477				
	1.012008	1.012289	1.011875	1.091945	1.207828	1.207906	1.227891	1.283984
	1.332281	1.328414	1.371875	1.612016				
	1.012203	1.011789	1.03975	1.095609	1.20775	1.208109	1.263961	1.279789
	1.255633	1.299953	1.299656	1.335617				
15	1.012398	1.012266	1.092281	1.091875	1.207672	1.208313	1.223992	1.272477
	1.228039	1.263625	1.283516	1.355625				
	1.011617	1.011766	1.07957	1.192328	1.187594	1.183539	1.223969	1.272
	1.207602	1.324312	1.375977	1.392102				
	1.011812	1.012336	1.092438	1.192383	1.18793	1.172063	1.239945	1.287711
	1.191578	1.207945	1.431852	1.448445				
	1.012008	1.011836	1.011727	1.076437	1.188266	1.188305	1.188484	1.187891
	1.192062	1.208203	1.20825	1.352336				
	1.012203	1.012313	1.019602	1.059539	1.191625	1.187945	1.175523	1.188094
	1.19157	1.192461	1.207719	1.244023				
20	1.012398	1.011812	1.011664	1.056219	1.188055	1.187586	1.208141	1.192297
	1.192055	1.20825	1.208164	1.463641				
	1.011617	1.012289	1.011539	1.079547	1.160391	1.192203	1.187648	1.271617
	1.191563	1.207531	1.323633	1.48				
	1.011812	1.011789	1.012391	1.087719	1.191883	1.191937	1.227664	1.284305
	1.212047	1.227789	1.40843	1.427852				
	1.012008	1.012266	1.012266	1.076078	1.192312	1.207672	1.227734	1.268391
	1.232117	1.271633	1.340172	1.39625				

1.012203 1.011766 1.012141 1.060156 1.191766 1.211875 1.247805 1.26382  
 1.283773 1.283531 1.299992 1.343898 ;  
 25 1.012398 1.012242 1.012016 1.047859 1.132195 1.216172 1.268344 1.268133  
 1.331953 1.331805 1.347852 1.612188 ;  
 1.011617 1.011742 1.011891 1.011977 1.108195 1.227586 1.228469 1.283563  
 1.348281 1.399531 1.399953 1.763883 ;  
 1.011812 1.012219 1.011766 1.012227 1.059727 1.160258 1.231562 1.248344  
 1.348008 1.399875 1.404484 1.823609 ;  
 1.011914 1.011719 1.011641 1.012477 1.011992 1.148406 1.235727 1.300281  
 1.347734 1.400219 1.404133 1.875859 ;  
 1.012109 1.012195 1.011516 1.01175 1.107641 1.168273 1.239891 1.252461  
 1.348344 1.383586 1.387781 1.848258 ;  
 30 1.012305 1.011695 1.012367 1.092 1.131586 1.216047 1.236148 1.264211  
 1.335977 1.384437 1.384031 1.795812 ;  
 1.011523 1.012172 1.012242 1.112172 1.116094 1.216344 1.236219 1.268336  
 1.336211 1.320313 1.368094 1.647914 ;  
 1.011719 1.011672 1.012117 1.095836 1.208227 1.211664 1.236289 1.251578  
 1.272445 1.284359 1.299781 1.352078 ;  
 1.011914 1.012242 1.011992 1.096102 1.192055 1.211867 1.232359 1.272305  
 1.291875 1.267563 1.299641 1.316367 ;  
 1.012109 1.011836 1.047867 1.096367 1.160484 1.17607 1.232336 1.295641  
 1.231773 1.236344 1.424477 1.407812 ;  
 35 1.012305 1.012406 1.075609 1.095656 1.139977 1.160313 1.208313 1.244422  
 1.196219 1.212188 1.279617 1.479836 ;  
 1.011523 1.011906 1.012008 1.095922 1.139977 1.15618 1.195633 1.199984  
 1.19182 1.352445 1.211797 1.463688 ;

### C.1.6 z=-1050 mm

1.012313 1.011844 1.011945 1.012031 1.027781 1.096203 1.175875 1.216375  
 1.192195 1.19193 1.212242 1.21207 ;  
 1.011531 1.01232 1.011727 1.012094 1.059617 1.175961 1.196117 1.235883  
 1.192398 1.196414 1.212406 1.216422 ;  
 1.01182 1.01182 1.012484 1.012156 1.104203 1.156016 1.175852 1.251859  
 1.247625 1.212016 1.215594 1.247891 ;  
 1.012109 1.012297 1.012266 1.012219 1.027961 1.155602 1.200094 1.252305  
 1.252164 1.231992 1.255852 1.284203 ;  
 5 1.012398 1.011797 1.012047 1.012281 1.107797 1.184164 1.243922 1.267773  
 1.27182 1.256438 1.268164 1.300477 ;  
 1.011711 1.012273 1.011828 1.012344 1.107648 1.228406 1.247992 1.283711  
 1.319945 1.291586 1.299875 1.336242 ;  
 1.012 1.011773 1.011609 1.012406 1.096477 1.22782 1.264156 1.300117  
 1.319523 1.356461 1.32843 1.351969 ;  
 1.012289 1.01225 1.012367 1.012469 1.128047 1.168305 1.227719 1.268016  
 1.320078 1.376281 1.427594 1.408164 ;  
 1.012484 1.01175 1.012148 1.011555 1.048367 1.171891 1.196391 1.219953  
 1.319656 1.391594 1.423523 1.411813 ;  
 10 1.011703 1.012133 1.01193 1.011617 1.047789 1.14357 1.195938 1.263555  
 1.304211 1.372352 1.428336 1.411555 ;  
 1.011898 1.011539 1.011711 1.01568 1.048187 1.160133 1.184461 1.260375  
 1.316391 1.351664 1.408266 1.396273 ;  
 1.012187 1.012016 1.012469 1.01193 1.107609 1.180094 1.192289 1.244313  
 1.315969 1.352461 1.387727 1.391641 ;  
 1.012477 1.011516 1.01225 1.011992 1.131836 1.18843 1.244023 1.263875  
 1.315547 1.352281 1.331695 1.371891 ;  
 1.011883 1.011992 1.012031 1.012055 1.155648 1.223883 1.240188 1.259906  
 1.316102 1.256102 1.300211 1.319578 ;  
 15 1.012266 1.011586 1.011812 1.012117 1.12393 1.204273 1.244258 1.259844  
 1.27568 1.219531 1.267789 1.339906 ;  
 1.011672 1.012156 1.011594 1.01218 1.100438 1.156195 1.188422 1.247781  
 1.240273 1.211789 1.264477 1.347633 ;  
 1.012055 1.01175 1.012352 1.012242 1.076383 1.155781 1.172156 1.240414  
 1.20793 1.207859 1.212094 1.27243 ;  
 1.012437 1.01232 1.012133 1.012305 1.075766 1.156344 1.172398 1.203883  
 1.191625 1.199836 1.208352 1.208422 ;  
 1.01175 1.01182 1.011914 1.012367 1.076125 1.09193 1.171664 1.204367  
 1.191828 1.191531 1.207539 1.207797 ;  
 20 1.012039 1.012297 1.011695 1.01243 1.012484 1.091969 1.155906 1.267875  
 1.192031 1.208016 1.207703 1.208148 ;  
 1.012328 1.011797 1.012453 1.011516 1.011945 1.092008 1.17168 1.224281  
 1.204234 1.207992 1.207867 1.279523 ;  
 1.011641 1.012367 1.012234 1.011578 1.012383 1.156047 1.227922 1.260352  
 1.239836 1.231969 1.268031 1.383703 ;

1.01193 1.011961 1.012016 1.011641 1.011844 1.207633 1.243617 1.276289  
 1.260469 1.247625 1.267742 1.340461 ;  
 1.012219 1.012437 1.011797 1.011703 1.092281 1.223648 1.243781 1.271625  
 1.307711 1.279656 1.30043 1.316188 ;  
 25 1.011531 1.011937 1.011578 1.011766 1.096039 1.192039 1.231945 1.23975  
 1.304078 1.347742 1.332008 1.348422 ;  
 1.011727 1.012414 1.012336 1.011828 1.059891 1.14368 1.211734 1.228195  
 1.304352 1.348445 1.399547 1.391547 ;  
 1.011922 1.011914 1.012117 1.011891 1.047594 1.144242 1.192125 1.216359  
 1.327648 1.348172 1.399797 1.387797 ;  
 1.012023 1.012297 1.011898 1.011953 1.047992 1.143828 1.204141 1.224242  
 1.327602 1.363898 1.400047 1.403953 ;  
 1.012125 1.011797 1.01168 1.012016 1.080391 1.164391 1.203875 1.236219  
 1.300437 1.356 1.400297 1.404484 ;  
 30 1.012414 1.012273 1.012437 1.016078 1.095586 1.163883 1.235609 1.252383  
 1.30043 1.34782 1.38357 1.387945 ;  
 1.011727 1.011773 1.012219 1.016234 1.112133 1.148352 1.204281 1.251852  
 1.316422 1.34043 1.336328 1.368008 ;  
 1.012016 1.01225 1.012 1.016391 1.116078 1.180445 1.252203 1.252297  
 1.303906 1.275781 1.299773 1.315602 ;  
 1.012305 1.01175 1.011781 1.01157 1.108117 1.179617 1.228461 1.247859  
 1.267992 1.224375 1.268328 1.299742 ;  
 1.011617 1.012227 1.011562 1.011633 1.091875 1.175766 1.176062 1.248211  
 1.312023 1.223656 1.444039 1.452484 ;  
 35 1.011906 1.011727 1.01232 1.011695 1.092234 1.15582 1.176305 1.259586  
 1.232109 1.211914 1.212438 1.256375 ;  
 1.012195 1.012203 1.012102 1.011758 1.027617 1.124383 1.17557 1.216219  
 1.232273 1.211891 1.211625 1.211898 ;

### C.1.7 $z=-1100$ mm

1.012234 1.015687 1.015789 1.031648 1.048391 1.108227 1.179594 1.203742  
 1.252008 1.199531 1.211594 1.211734 ;  
 1.011547 1.012164 1.01557 1.031992 1.047531 1.108078 1.179742 1.219664  
 1.252359 1.195828 1.212359 1.211711 ;  
 1.011836 1.011664 1.016328 1.044336 1.047648 1.10793 1.175891 1.211961  
 1.251734 1.216031 1.212148 1.215688 ;  
 1.012219 1.012141 1.016109 1.032078 1.047766 1.107781 1.175945 1.26807  
 1.280086 1.263727 1.243937 1.267758 ;  
 5 1.011625 1.011641 1.011891 1.032422 1.047883 1.107633 1.196 1.283727  
 1.304211 1.30357 1.267594 1.288258 ;  
 1.012008 1.012117 1.027578 1.047789 1.048 1.132461 1.203547 1.299852  
 1.320016 1.339563 1.311906 1.30425 ;  
 1.012391 1.011617 1.011641 1.031625 1.048117 1.155992 1.196258 1.268445  
 1.304289 1.339516 1.37618 1.343734 ;  
 1.011703 1.012094 1.012305 1.031969 1.060234 1.148086 1.195805 1.236102  
 1.304094 1.344445 1.372281 1.408062 ;  
 1.011992 1.012477 1.011992 1.044312 1.051656 1.115992 1.188141 1.211797  
 1.275898 1.335516 1.392383 1.424312 ;  
 10 1.012281 1.011883 1.011586 1.028055 1.047867 1.111523 1.176289 1.227813  
 1.263836 1.336445 1.371977 1.407961 ;  
 1.011594 1.012266 1.012156 1.028398 1.063984 1.147563 1.179742 1.200484  
 1.26368 1.320398 1.372078 1.408211 ;  
 1.011977 1.011766 1.027844 1.027766 1.063594 1.159844 1.180266 1.219711  
 1.263617 1.319977 1.35618 1.388461 ;  
 1.012359 1.012242 1.012 1.048109 1.06418 1.171523 1.187812 1.240383  
 1.259555 1.331555 1.351906 1.332242 ;  
 1.011766 1.011836 1.027781 1.048039 1.071789 1.140273 1.188336 1.22757  
 1.268469 1.336484 1.279539 1.299594 ;  
 15 1.012148 1.012406 1.028031 1.027969 1.048469 1.148273 1.191883 1.244336  
 1.275523 1.287555 1.24832 1.267961 ;  
 1.011555 1.012 1.028281 1.032406 1.047609 1.124461 1.172406 1.207523  
 1.275836 1.240336 1.216164 1.248461 ;  
 1.011937 1.011594 1.011555 1.031961 1.047727 1.108086 1.172461 1.191727  
 1.240148 1.207898 1.208141 1.211516 ;  
 1.01232 1.012164 1.028312 1.031516 1.031844 1.096219 1.171539 1.204437  
 1.239523 1.208477 1.20793 1.207586 ;  
 1.011727 1.011758 1.012469 1.031953 1.031586 1.09607 1.171594 1.17157  
 1.239875 1.192078 1.207719 1.207562 ;  
 20 1.012109 1.012234 1.012156 1.028484 1.032305 1.071922 1.171648 1.195812  
 1.240227 1.208187 1.208484 1.207539 ;  
 1.012398 1.011734 1.011937 1.031945 1.032047 1.107906 1.171703 1.223734  
 1.239602 1.223789 1.208273 1.207516 ;

1.011711 1.012305 1.011719 1.024477 1.031789 1.096039 1.175758 1.228406  
 1.271953 1.239859 1.212062 1.244469 ;  
 1.012 1.011898 1.012477 1.027844 1.047531 1.107891 1.227906 1.256195  
 1.304172 1.296398 1.263945 1.280406 ;  
 1.012289 1.012375 1.012258 1.028281 1.047648 1.160023 1.192391 1.239758  
 1.272164 1.324484 1.296164 1.300305 ;  
 25 1.011602 1.011969 1.012039 1.027742 1.059766 1.127516 1.192031 1.255828  
 1.252383 1.32825 1.344437 1.331695 ;  
 1.011891 1.012445 1.011727 1.02818 1.060258 1.148211 1.179672 1.204367  
 1.256133 1.324109 1.363883 1.396023 ;  
 1.01218 1.011945 1.012391 1.015547 1.047773 1.147516 1.180195 1.207687  
 1.235977 1.331875 1.363797 1.399992 ;  
 1.012375 1.012328 1.012078 1.043609 1.059891 1.147797 1.179742 1.212078  
 1.232234 1.331734 1.363711 1.400055 ;  
 1.011688 1.011734 1.011672 1.032328 1.060383 1.152078 1.195703 1.219586  
 1.236305 1.315594 1.363625 1.396117 ;  
 30 1.011977 1.012211 1.012336 1.031695 1.063805 1.164078 1.184039 1.219789  
 1.252187 1.331961 1.347539 1.384086 ;  
 1.012266 1.011711 1.012023 1.032039 1.096297 1.144359 1.200094 1.215992  
 1.251562 1.315727 1.351961 1.34368 ;  
 1.011672 1.012187 1.015711 1.032383 1.047586 1.160172 1.195734 1.248289  
 1.251914 1.320094 1.304477 1.300102 ;  
 1.012055 1.011688 1.011586 1.031844 1.059703 1.14357 1.200352 1.224359  
 1.252266 1.267578 1.251586 1.268469 ;  
 1.012437 1.012258 1.01225 1.032281 1.048102 1.112266 1.176086 1.191867  
 1.251641 1.251516 1.232406 1.247992 ;  
 35 1.011844 1.011758 1.016031 1.031742 1.048219 1.108211 1.176141 1.191602  
 1.243992 1.228055 1.211781 1.21593 ;  
 1.012227 1.012234 1.015906 1.03218 1.048336 1.112062 1.176195 1.212312  
 1.236156 1.236031 1.21157 1.212 ;

### C.1.8 z=-1150 mm

1.032281 1.047984 1.048047 1.051656 1.067664 1.07575 1.143805 1.180187  
 1.231672 1.256891 1.256844 1.212406 ;  
 1.032289 1.047539 1.047695 1.060469 1.068063 1.123547 1.143617 1.179266  
 1.23625 1.252266 1.236406 1.211031 ;  
 1.032297 1.03207 1.04832 1.051609 1.068461 1.123586 1.144406 1.176297  
 1.248922 1.255547 1.2555 1.211609 ;  
 1.032305 1.044133 1.047969 1.048422 1.067883 1.123625 1.176219 1.179281  
 1.235922 1.288875 1.271062 1.252187 ;  
 5 1.032313 1.047594 1.047617 1.052258 1.068281 1.083664 1.179992 1.180313  
 1.268594 1.319141 1.340953 1.303844 ;  
 1.032187 1.032125 1.048242 1.048187 1.067703 1.083742 1.163859 1.215391  
 1.300156 1.324297 1.340812 1.328812 ;  
 1.031969 1.032187 1.047891 1.04793 1.068102 1.09982 1.196234 1.239313  
 1.284562 1.319594 1.344672 1.376391 ;  
 1.027977 1.03225 1.047539 1.047672 1.063523 1.120273 1.184383 1.203984  
 1.252594 1.28875 1.356625 1.391328 ;  
 1.027984 1.048313 1.04807 1.048391 1.075828 1.116219 1.164156 1.211531  
 1.231594 1.267109 1.340953 1.360687 ;  
 10 1.027992 1.031773 1.047625 1.048039 1.064414 1.09607 1.176437 1.207266  
 1.208078 1.272719 1.336812 1.35525 ;  
 1.028 1.031836 1.048156 1.047688 1.063836 1.12843 1.156023 1.200859 1.204  
 1.232563 1.320672 1.351672 ;  
 1.028008 1.031992 1.031805 1.056406 1.064234 1.119773 1.183609 1.200781  
 1.208109 1.295656 1.320156 1.356094 ;  
 1.028016 1.028148 1.048055 1.047547 1.067656 1.115906 1.171852 1.208703  
 1.224313 1.300344 1.319641 1.356609 ;  
 1.028023 1.032305 1.047703 1.048359 1.068242 1.116039 1.187625 1.208719  
 1.268891 1.263266 1.299125 1.331172 ;  
 15 1.028031 1.047578 1.048422 1.048195 1.063852 1.112172 1.171867 1.196641  
 1.244641 1.283203 1.296094 1.263125 ;  
 1.031906 1.032203 1.048164 1.064125 1.064344 1.116211 1.171641 1.180187  
 1.211828 1.239609 1.256969 1.24325 ;  
 1.028008 1.032453 1.047906 1.04843 1.063859 1.116344 1.140391 1.191359  
 1.200031 1.240844 1.232906 1.228672 ;  
 1.032016 1.031727 1.047648 1.056266 1.064352 1.096477 1.172391 1.172766  
 1.207859 1.240125 1.240188 1.207859 ;  
 1.032117 1.031977 1.048367 1.048383 1.063867 1.096141 1.172164 1.17175  
 1.207969 1.239406 1.239656 1.208437 ;  
 20 1.032219 1.048133 1.032016 1.048219 1.064359 1.063711 1.127938 1.176687  
 1.224078 1.240641 1.239125 1.207062 ;

	1.02832	1.031687	1.048359	1.048055	1.063875	1.064297	1.171563	1.175766
		1.240656	1.239922	1.240547	1.207641 ;			
	1.028328	1.031937	1.048102	1.047891	1.052367	1.063906	1.172312	1.192797
		1.23975	1.259203	1.304016	1.244219 ;			
	1.028336	1.028188	1.047844	1.04782	1.063602	1.083516	1.172086	1.20825
		1.272797	1.267047	1.307406	1.275781 ;			
	1.028344	1.02825	1.047586	1.047656	1.064094	1.083594	1.171859	1.204172
		1.232641	1.291078	1.324563	1.312281 ;			
25	1.032352	1.028312	1.032305	1.048469	1.047609	1.107672	1.179633	1.220094
		1.239547	1.275766	1.324234	1.343766 ;			
	1.032453	1.028375	1.027578	1.048305	1.075633	1.095523	1.167594	1.200484
		1.224594	1.271984	1.308	1.364094 ;			
	1.027578	1.028344	1.027734	1.048047	1.064312	1.115977	1.172344	1.200406
		1.223312	1.240109	1.315203	1.348797 ;			
	1.015586	1.048219	1.047797	1.047695	1.079734	1.131828	1.168211	1.152328
		1.163984	1.267484	1.316547	1.363172 ;			
	1.032195	1.03168	1.048328	1.048414	1.063531	1.10443	1.176078	1.196609
		1.220828	1.251328	1.315938	1.347875 ;			
30	1.032203	1.031742	1.031977	1.048156	1.067836	1.104	1.171664	1.219969
		1.235078	1.268563	1.315234	1.368109 ;			
	1.031984	1.031805	1.044133	1.047992	1.068234	1.11557	1.160227	1.191891
		1.251656	1.260219	1.316484	1.348906 ;			
	1.031859	1.031867	1.047688	1.047828	1.067656	1.124398	1.160414	1.19125
		1.236703	1.267688	1.299781	1.331187 ;			
	1.031734	1.03193	1.048313	1.047664	1.068148	1.124437	1.159625	1.196656
		1.243422	1.267344	1.284562	1.268813 ;			
	1.031609	1.032086	1.048055	1.048477	1.067664	1.119594	1.175812	1.180203
		1.228281	1.248953	1.284875	1.232844 ;			
35	1.032461	1.032148	1.047703	1.048313	1.068156	1.111539	1.144562	1.179281
		1.208766	1.248141	1.251234	1.252031 ;			
	1.032336	1.032305	1.048328	1.052148	1.067672	1.12418	1.128375	1.176312
		1.196781	1.251328	1.252656	1.211594 ;			

C.1.9  $z=-1200$  mm

	1.047406	1.063578	1.067406	1.083969	1.083406	1.092719	1.1285	1.144094
		1.175313	1.204141	1.2515	1.255125 ;			
	1.052766	1.068484	1.068594	1.067672	1.083203	1.088891	1.123656	1.143719
		1.180063	1.219875	1.256453	1.256359 ;			
	1.052266	1.063531	1.067828	1.084859	1.084953	1.104969	1.124672	1.159344
		1.180906	1.219984	1.255547	1.267641 ;			
	1.051766	1.052438	1.067062	1.068563	1.08475	1.103469	1.107734	1.159438
		1.199797	1.236094	1.256594	1.279203 ;			
5	1.048109	1.051109	1.08025	1.083797	1.084641	1.087922	1.112375	1.159531
		1.19525	1.252578	1.323688	1.343047 ;			
	1.048359	1.047734	1.067766	1.0675	1.084437	1.104	1.119156	1.215625
		1.228562	1.251484	1.340562	1.340859 ;			
	1.048609	1.048266	1.068859	1.068688	1.084234	1.104359	1.120078	1.211078
		1.232578	1.252344	1.307953	1.344437 ;			
	1.048859	1.048797	1.052	1.067922	1.084031	1.088719	1.119047	1.200391
		1.232687	1.231156	1.284453	1.340109 ;			
	1.048266	1.047375	1.048625	1.067062	1.083828	1.084703	1.119969	1.187469
		1.204703	1.223453	1.260391	1.303687 ;			
10	1.047672	1.047812	1.047203	1.064156	1.083531	1.0845	1.120891	1.136219
		1.152063	1.171563	1.247578	1.304281 ;			
	1.047078	1.048344	1.059734	1.063297	1.063234	1.100391	1.115859	1.159844
		1.20025	1.2045	1.240531	1.284969 ;			
	1.048437	1.060875	1.064734	1.064484	1.084516	1.09675	1.164781	1.184125
		1.219984	1.220422	1.247531	1.315234 ;			
	1.048687	1.047828	1.063969	1.063719	1.068406	1.099156	1.135203	1.179203
		1.204188	1.240813	1.284672	1.316484 ;			
	1.047078	1.048359	1.063203	1.063047	1.083922	1.099609	1.132781	1.152234
		1.203922	1.251719	1.268703	1.315781 ;			
15	1.047422	1.048891	1.064391	1.068328	1.083812	1.100062	1.132406	1.152422
		1.199563	1.240859	1.288359	1.300844 ;			
	1.047766	1.063469	1.067625	1.06775	1.083703	1.100609	1.119938	1.140609
		1.192969	1.219766	1.248578	1.279578 ;			
	1.048109	1.064469	1.064906	1.063172	1.083594	1.099203	1.131188	1.140516
		1.176234	1.207969	1.223766	1.239797 ;			
	1.047609	1.063516	1.064141	1.084453	1.083484	1.099656	1.124766	1.132422
		1.171125	1.207891	1.22425	1.240937 ;			
	1.048969	1.064516	1.063375	1.06825	1.083375	1.084109	1.116109	1.140141
		1.171875	1.191813	1.240734	1.240125 ;			

20 1.048469 1.063563 1.064563 1.063672 1.083266 1.084094 1.115172 1.139953  
1.192625 1.235266 1.239734 1.239313 ;  
1.047969 1.064563 1.063797 1.068953 1.083156 1.100078 1.116187 1.131859  
1.191891 1.231938 1.240687 1.244453 ;  
1.048219 1.059609 1.063031 1.068375 1.083047 1.084531 1.115344 1.139578  
1.191156 1.240609 1.247687 1.275734 ;  
1.048469 1.060516 1.064219 1.063797 1.084891 1.084516 1.116359 1.131484  
1.192375 1.239516 1.292828 1.323953 ;  
1.048719 1.047469 1.059453 1.063125 1.064781 1.0845 1.127422 1.171203  
1.223641 1.272375 1.255188 1.323531 ;  
25 1.048969 1.048 1.048453 1.060406 1.080203 1.084484 1.128719 1.167859  
1.203844 1.256031 1.288609 1.311203 ;  
1.047266 1.048531 1.047125 1.063547 1.063906 1.100469 1.128062 1.184422  
1.179578 1.219313 1.252828 1.292453 ;  
1.048719 1.047109 1.04775 1.048734 1.063234 1.096828 1.131406 1.1355  
1.200516 1.219703 1.224203 1.280953 ;  
1.048125 1.047547 1.048281 1.047406 1.072422 1.095141 1.116609 1.135125  
1.15625 1.184094 1.216781 1.267125 ;  
1.047531 1.048078 1.048906 1.048031 1.067844 1.095312 1.135484 1.144609  
1.156531 1.231266 1.236891 1.284828 ;  
30 1.051031 1.048609 1.047578 1.06475 1.067172 1.099484 1.144781 1.192328  
1.204813 1.235562 1.251422 1.300953 ;  
1.047375 1.047187 1.048203 1.067891 1.068453 1.083844 1.144406 1.163219  
1.212172 1.239953 1.268375 1.2995 ;  
1.047625 1.047719 1.048922 1.067219 1.067781 1.099828 1.124031 1.1595  
1.207719 1.244437 1.26775 1.316 ;  
1.047875 1.05225 1.047688 1.0685 1.075203 1.084188 1.127187 1.159688  
1.207359 1.243156 1.283125 1.299203 ;  
1.048125 1.064875 1.048406 1.083828 1.080859 1.084172 1.128297 1.143875  
1.192953 1.227828 1.248922 1.263797 ;  
35 1.048375 1.051828 1.067172 1.083625 1.084656 1.084156 1.127453 1.143594  
1.176219 1.192125 1.227828 1.247359 ;  
1.048625 1.048453 1.068359 1.079422 1.084547 1.084141 1.128562 1.143312  
1.176969 1.199578 1.236219 1.252406 ;

## C.2 Misurazioni lungo $y$

### C.2.1 $z=-800$ mm

1.119995 1.156008 1.175995 1.136014 1.120014 1.155982 1.156 1.191978  
1.192021 1.251999 1.264 1.264009 ;  
1.120004 1.13999 1.176 1.136005 1.136001 1.136028 1.156022 1.171998  
1.207985 1.243974 1.263988 1.264001 ;  
1.120012 1.155992 1.156004 1.155997 1.156029 1.163971 1.171983 1.191977  
1.20399 1.243977 1.263976 1.279994 ;  
1.119992 1.156005 1.155997 1.172029 1.155977 1.191993 1.191985 1.191997  
1.208023 1.24398 1.280024 1.300027 ;  
5 1.100002 1.119988 1.155991 1.155981 1.155985 1.192 1.192029 1.192017  
1.224028 1.255983 1.279993 1.31598 ;  
1.120002 1.120009 1.140015 1.156014 1.155994 1.160007 1.192012 1.207976  
1.240013 1.207995 1.280022 1.331975 ;  
1.12001 1.12 1.119997 1.139986 1.156003 1.156024 1.171995 1.223976  
1.191979 1.191976 1.30799 1.391979 ;  
1.099988 1.115991 1.119999 1.119977 1.156012 1.156009 1.155998 1.156018  
1.192003 1.191976 1.28398 1.412017 ;  
1.119985 1.10001 1.120001 1.135988 1.136021 1.155994 1.15602 1.156016  
1.156028 1.175977 1.192019 1.296008 ;  
10 1.119994 1.10399 1.104003 1.119979 1.135988 1.139979 1.15598 1.156014  
1.17203 1.172029 1.188023 1.191994 ;  
1.120002 1.100003 1.115996 1.13599 1.136016 1.156016 1.156002 1.156012  
1.172013 1.191988 1.191996 1.192003 ;  
1.10001 1.116013 1.103996 1.135981 1.139983 1.156001 1.156024 1.17201  
1.171996 1.191989 1.292001 1.384012 ;  
1.100008 1.116002 1.103989 1.135972 1.155983 1.155986 1.155985 1.223989  
1.191979 1.191989 1.40401 1.396018 ;  
1.120005 1.099991 1.128013 1.136024 1.155992 1.155971 1.156007 1.19197  
1.240003 1.19599 1.268021 1.328028 ;  
15 1.120013 1.120001 1.119989 1.140016 1.156001 1.156017 1.192029 1.19199  
1.22403 1.248023 1.28398 1.319999 ;  
1.119991 1.115992 1.140021 1.156007 1.15601 1.156001 1.192012 1.19201  
1.192016 1.24403 1.295981 1.332026 ;



1.099999 1.116012 1.156003 1.155979 1.156018 1.155986 1.155995 1.17603  
 1.191979 1.228005 1.263991 1.27994 ;  
 1.103994 1.14 1.156027 1.176011 1.104027 1.107971 1.139989 1.15598  
 1.176003 1.223999 1.260011 1.244035 ;  
 1.119992 1.136002 1.15599 1.172024 1.104005 1.140019 1.156002 1.160011  
 1.192019 1.192021 1.243999 1.244047 ;  
 20 1.12 1.136002 1.156014 1.183977 1.124012 1.124023 1.144024 1.17598  
 1.195982 1.216022 1.248006 1.256059 ;  
 1.104008 1.140002 1.155977 1.163994 1.155999 1.176019 1.159976 1.17602  
 1.195979 1.251975 1.284014 1.283985 ;  
 1.10401 1.120004 1.156001 1.15597 1.156007 1.175984 1.191998 1.191998  
 1.207975 1.25201 1.267982 1.299958 ;  
 1.104012 1.103995 1.136025 1.156003 1.156016 1.176011 1.191981 1.192019  
 1.252008 1.252013 1.26797 1.316033 ;  
 1.104013 1.104005 1.127975 1.139975 1.156025 1.175976 1.192025 1.195978  
 1.235974 1.216016 1.348019 1.363995 ;  
 25 1.104015 1.119985 1.123981 1.140027 1.155973 1.160002 1.176008 1.19603  
 1.191992 1.19603 1.40397 1.368021 ;  
 1.104012 1.120007 1.124016 1.140018 1.155981 1.15602 1.15601 1.175989  
 1.176016 1.188002 1.216013 1.388018 ;  
 1.12001 1.115998 1.123989 1.140009 1.13999 1.156005 1.159971 1.156029  
 1.175999 1.19197 1.19197 1.231995 ;  
 1.115988 1.103987 1.120024 1.14 1.140019 1.15599 1.156026 1.156027  
 1.159982 1.17597 1.191975 1.192026 ;  
 1.103992 1.103997 1.120026 1.123992 1.139986 1.155975 1.155987 1.156025  
 1.176017 1.18799 1.19198 1.331975 ;  
 30 1.103989 1.112008 1.120028 1.123974 1.152014 1.156021 1.156009 1.160023  
 1.176 1.192019 1.287984 1.372011 ;  
 1.103986 1.103992 1.12003 1.140018 1.15599 1.156005 1.15597 1.231993  
 1.191983 1.19602 1.408014 1.372008 ;  
 1.119986 1.120002 1.139971 1.15598 1.155999 1.15599 1.191992 1.207974  
 1.252007 1.219992 1.284028 1.352005 ;  
 1.103996 1.123993 1.155986 1.156013 1.156008 1.171975 1.191975 1.192002  
 1.251973 1.28401 1.283997 1.320022 ;  
 1.119998 1.152015 1.15601 1.171985 1.156017 1.192001 1.192019 1.192022  
 1.212 1.268002 1.300026 1.315955 ;  
 35 1.120006 1.155995 1.155973 1.176026 1.156025 1.176008 1.176001 1.191981  
 1.220005 1.247985 1.284003 1.284039 ;  
 1.120014 1.156008 1.151997 1.171978 1.127973 1.151974 1.156004 1.176001  
 1.212014 1.247988 1.283971 1.268012 ;

### C.2.2 $z=-850$ mm

1.155946 1.171945 1.187997 1.135969 1.044036 1.087972 1.123963 1.156036  
 1.208016 1.251952 1.264017 1.263998 ;  
 1.155977 1.156059 1.171949 1.131988 1.10004 1.100039 1.136057 1.172034  
 1.204021 1.244049 1.263943 1.26399 ;  
 1.15595 1.156041 1.188015 1.136008 1.135985 1.120021 1.156037 1.172013  
 1.208054 1.256052 1.263992 1.279982 ;  
 1.156046 1.156023 1.191967 1.179999 1.136014 1.151984 1.159998 1.171991  
 1.208059 1.24797 1.280041 1.307955 ;  
 5 1.15602 1.156006 1.180013 1.192017 1.172042 1.156059 1.192053 1.19197  
 1.223941 1.259944 1.279948 1.331945 ;  
 1.155993 1.155988 1.15605 1.171949 1.172031 1.155982 1.155975 1.192051  
 1.240049 1.22405 1.295978 1.33201 ;  
 1.155967 1.155971 1.156013 1.156023 1.172021 1.184028 1.172058 1.20401  
 1.192015 1.20795 1.260016 1.411952 ;  
 1.15594 1.155953 1.155976 1.155995 1.15601 1.15597 1.155999 1.203949  
 1.172039 1.191992 1.211971 1.448004 ;  
 1.155942 1.156058 1.156061 1.155967 1.156018 1.156016 1.15596 1.156011  
 1.171961 1.172054 1.19205 1.304045 ;  
 10 1.139973 1.15204 1.156023 1.156061 1.120027 1.139939 1.156043 1.156009  
 1.172005 1.172013 1.172055 1.192007 ;  
 1.155966 1.140051 1.155986 1.156032 1.139953 1.155977 1.156004 1.156007  
 1.172049 1.171972 1.191957 1.239955 ;  
 1.155939 1.140053 1.139949 1.156004 1.155981 1.156022 1.155965 1.188005  
 1.171971 1.192053 1.211962 1.424004 ;  
 1.156035 1.140055 1.156054 1.155976 1.15599 1.155946 1.176048 1.207964  
 1.176015 1.195992 1.324041 1.371971 ;  
 1.156009 1.152057 1.156017 1.155947 1.175999 1.167992 1.155989 1.171997  
 1.24003 1.228025 1.35604 1.347996 ;  
 15 1.139982 1.155974 1.15598 1.160041 1.191988 1.172047 1.15595 1.175976  
 1.191996 1.25202 1.30002 1.335947 ;

1.155976 1.155956 1.155942 1.175984 1.171958 1.135951 1.140033 1.160048  
 1.192021 1.24406 1.296001 1.295983 ;  
 1.155949 1.156061 1.176027 1.192059 1.139947 1.116017 1.139985 1.168018  
 1.192045 1.244034 1.280011 1.279965 ;  
 1.156045 1.156043 1.175971 1.175991 1.075976 1.072008 1.12006 1.148024  
 1.175947 1.224009 1.24404 1.24006 ;  
 1.156018 1.156025 1.176036 1.191943 1.060054 1.068001 1.09206 1.143957  
 1.167963 1.204031 1.227986 1.211977 ;  
 20 1.155992 1.156008 1.17198 1.191998 1.140038 1.103994 1.140042 1.143946  
 1.180035 1.232008 1.247952 1.248 ;  
 1.155966 1.15599 1.175951 1.192053 1.171973 1.139977 1.144022 1.176058  
 1.212051 1.25203 1.27202 1.284012 ;  
 1.155939 1.155973 1.156017 1.191985 1.19199 1.144042 1.151975 1.176036  
 1.232056 1.252033 1.284041 1.315984 ;  
 1.156035 1.155955 1.15598 1.17204 1.19196 1.175957 1.175992 1.196015  
 1.236041 1.268036 1.283948 1.315946 ;  
 1.156009 1.15606 1.155942 1.156021 1.176052 1.175983 1.160056 1.175945  
 1.251998 1.21602 1.283978 1.36403 ;  
 25 1.143982 1.156042 1.156027 1.155992 1.176041 1.17201 1.155988 1.216046  
 1.175964 1.196033 1.280007 1.400056 ;  
 1.156041 1.156024 1.15599 1.155964 1.15603 1.155942 1.155949 1.211985  
 1.176008 1.191944 1.235971 1.415948 ;  
 1.156015 1.156007 1.155953 1.156058 1.156039 1.143988 1.156032 1.155953  
 1.176052 1.176006 1.19203 1.347943 ;  
 1.155988 1.155989 1.152038 1.156029 1.140048 1.155997 1.155993 1.155951  
 1.155974 1.175965 1.192035 1.192008 ;  
 1.155962 1.155972 1.156029 1.140001 1.140048 1.156043 1.155954 1.155949  
 1.176037 1.176046 1.19204 1.307956 ;  
 30 1.156058 1.155954 1.155992 1.143964 1.156048 1.155967 1.156037 1.215947  
 1.175959 1.196005 1.248045 1.408031 ;  
 1.156031 1.156059 1.155955 1.156021 1.172057 1.156013 1.155998 1.232009  
 1.211975 1.196038 1.407991 1.407989 ;  
 1.156005 1.156041 1.17204 1.171992 1.192046 1.156059 1.155959 1.192051  
 1.251979 1.247949 1.348006 1.343947 ;  
 1.155979 1.156023 1.171983 1.171944 1.176016 1.155982 1.164042 1.19201  
 1.239945 1.287952 1.303957 1.336049 ;  
 1.155952 1.156006 1.192049 1.176019 1.140005 1.140028 1.159946 1.187969  
 1.227996 1.268038 1.295967 1.319963 ;  
 35 1.156048 1.171988 1.191973 1.175971 1.104033 1.123972 1.140001 1.175956  
 1.22001 1.264022 1.280005 1.284019 ;  
 1.156021 1.15598 1.192019 1.104045 1.043979 1.104057 1.139981 1.176057  
 1.227958 1.248005 1.26394 1.263991 ;

### C.2.3 z=-900 mm

1.112039 1.192035 1.191957 1.091942 1.056003 1.083978 1.119959 1.164057  
 1.231945 1.263971 1.264098 1.243918 ;  
 1.112043 1.191979 1.192003 1.136001 1.09195 1.11998 1.119959 1.171998  
 1.239902 1.264076 1.263902 1.26408 ;  
 1.092056 1.192044 1.192049 1.135992 1.136009 1.095942 1.155959 1.203977  
 1.239897 1.279938 1.279951 1.280072 ;  
 1.09206 1.191987 1.191973 1.171983 1.152037 1.135981 1.17192 1.172066  
 1.227891 1.280023 1.27998 1.316045 ;  
 5 1.091941 1.192053 1.192019 1.172058 1.155952 1.156047 1.156106 1.172045  
 1.240092 1.260109 1.31201 1.335979 ;  
 1.091945 1.191996 1.191942 1.19201 1.191961 1.155971 1.156066 1.208023  
 1.239936 1.275971 1.311906 1.359893 ;  
 1.095978 1.191939 1.191988 1.191942 1.192024 1.188017 1.188027 1.203963  
 1.224023 1.212057 1.324047 1.427975 ;  
 1.091953 1.176005 1.180034 1.191997 1.191994 1.192023 1.187949 1.235902  
 1.191887 1.19207 1.323924 1.447941 ;  
 1.103985 1.175968 1.179949 1.176052 1.191964 1.17203 1.156115 1.236047  
 1.176033 1.19201 1.207895 1.324076 ;  
 10 1.092055 1.156053 1.175958 1.156004 1.176056 1.156057 1.156076 1.171947  
 1.172049 1.187949 1.192002 1.19199 ;  
 1.091965 1.156035 1.156023 1.171976 1.176045 1.171981 1.156037 1.187926  
 1.171971 1.192039 1.191885 1.248061 ;  
 1.075969 1.176018 1.159986 1.175956 1.176034 1.176007 1.179998 1.255885  
 1.175893 1.191979 1.272012 1.424072 ;  
 1.075992 1.17598 1.176043 1.17603 1.192023 1.192033 1.176033 1.20801  
 1.239908 1.211918 1.35991 1.408039 ;  
 1.076016 1.111943 1.191986 1.191982 1.191993 1.19204 1.163975 1.172043  
 1.24409 1.263932 1.352105 1.356119 ;

15 1.076039 1.111965 1.192032 1.192037 1.191963 1.208047 1.163879 1.216022  
     1.248027 1.279887 1.320113 1.336014 ;  
 1.08794 1.076006 1.191956 1.19197 1.192055 1.148034 1.136027 1.180055  
     1.231965 1.264066 1.291953 1.315928 ;  
 1.059973 1.043944 1.192002 1.192024 1.192024 1.112043 1.127914 1.175977  
     1.224016 1.276021 1.280113 1.280105 ;  
 1.091987 1.111987 1.112048 1.191957 1.067994 1.071969 1.112102 1.156049  
     1.219879 1.264014 1.259898 1.228078 ;  
 1.092039 1.092028 1.13205 1.120012 1.052007 1.052056 1.087914 1.140047  
     1.175893 1.236119 1.243947 1.219959 ;  
 20 1.111969 1.111967 1.192052 1.211985 1.079954 1.099946 1.120047 1.148064  
     1.192059 1.232057 1.248016 1.232047 ;  
 1.107973 1.112008 1.191976 1.20802 1.212041 1.132051 1.124047 1.176025  
     1.228111 1.279957 1.284084 1.284078 ;  
 1.112005 1.128049 1.192021 1.191962 1.191991 1.152051 1.171896 1.204004  
     1.251881 1.303949 1.300113 1.320051 ;  
 1.112009 1.175957 1.191945 1.192017 1.191961 1.212003 1.171988 1.195906  
     1.251969 1.288016 1.320029 1.335984 ;  
 1.112013 1.176042 1.191991 1.191949 1.192053 1.19199 1.21208 1.244109  
     1.268057 1.284102 1.36402 1.367898 ;  
 25 1.108017 1.176005 1.192037 1.192004 1.192022 1.191997 1.195982 1.235916  
     1.252031 1.216094 1.384102 1.399924 ;  
 1.112049 1.175968 1.191961 1.192059 1.191992 1.172004 1.171904 1.24408  
     1.192119 1.196107 1.32792 1.400061 ;  
 1.111959 1.168053 1.172007 1.191991 1.175962 1.156059 1.155996 1.196037  
     1.176021 1.191896 1.21591 1.427953 ;  
 1.095991 1.172044 1.16395 1.176046 1.155951 1.155982 1.155957 1.187996  
     1.191943 1.19208 1.192111 1.192107 ;  
 1.112015 1.172007 1.171978 1.171998 1.17196 1.171906 1.171918 1.212012  
     1.17609 1.19202 1.287994 1.327934 ;  
 30 1.096047 1.17997 1.172044 1.17195 1.175949 1.188055 1.172104 1.252102  
     1.192012 1.195959 1.32793 1.408111 ;  
 1.112042 1.171998 1.171987 1.176024 1.188032 1.18809 1.156045 1.219908  
     1.251914 1.211992 1.35192 1.407947 ;  
 1.112046 1.191961 1.192053 1.191948 1.17603 1.155881 1.156006 1.175941  
     1.260002 1.287912 1.363965 1.372027 ;  
 1.11205 1.192026 1.191977 1.192003 1.14002 1.140049 1.147967 1.17592  
     1.252033 1.291998 1.319953 1.351902 ;  
 1.112054 1.19197 1.192022 1.172058 1.140048 1.099992 1.139891 1.191898  
     1.252121 1.283934 1.299943 1.319947 ;  
 35 1.096058 1.192035 1.191946 1.119944 1.087954 1.095975 1.140115 1.176008  
     1.251965 1.28402 1.283953 1.283881 ;  
 1.112053 1.191979 1.191992 1.103955 1.047984 1.068014 1.136096 1.175986  
     1.247902 1.264105 1.263982 1.260098 ;

### C.2.4 $z=-950$ mm

1.01193 1.071902 1.092 1.15593 1.072102 1.120039 1.156 1.227906 1.263951  
     1.264006 1.263916 1.244098 ;  
 1.012031 1.091963 1.092021 1.152023 1.103936 1.120002 1.151961 1.21607  
     1.26002 1.280111 1.263965 1.256016 ;  
 1.011889 1.092004 1.092043 1.148023 1.155881 1.103965 1.156072 1.239953  
     1.279994 1.279953 1.280014 1.280064 ;  
 1.01199 1.092045 1.092064 1.14793 1.156012 1.156041 1.140033 1.224004  
     1.280043 1.316039 1.316043 1.316037 ;  
 5 1.012092 1.091936 1.184086 1.11993 1.187898 1.155965 1.156107 1.223924  
     1.296092 1.316086 1.316033 1.335971 ;  
 1.011949 1.071977 1.192066 1.1761 1.18799 1.171889 1.172068 1.176088  
     1.276121 1.275889 1.332023 1.391885 ;  
 1.012051 1.091887 1.11199 1.192023 1.188082 1.188037 1.17201 1.247916  
     1.251926 1.243975 1.3759 1.431984 ;  
 1.011908 1.071928 1.111992 1.172078 1.19193 1.207922 1.207951 1.256004  
     1.1919 1.2081 1.308076 1.447988 ;  
 1.01201 1.091988 1.111994 1.187908 1.172115 1.176031 1.172098 1.255885  
     1.192047 1.20402 1.224029 1.447879 ;  
 10 1.012111 1.052029 1.099996 1.192113 1.187982 1.172029 1.172039 1.17201  
     1.191949 1.19209 1.192023 1.207957 ;  
 1.011969 1.051885 1.092111 1.191924 1.19198 1.171934 1.171981 1.251988  
     1.192096 1.192029 1.207906 1.360008 ;  
 1.01207 1.047984 1.063889 1.099979 1.192072 1.192082 1.183922 1.255982  
     1.191998 1.231969 1.424014 1.407883 ;  
 1.011928 1.012027 1.052043 1.11198 1.19192 1.207967 1.227994 1.256107  
     1.2399 1.215963 1.423887 1.423963 ;

1.012029 1.011922 1.031879 1.191889 1.192012 1.212076 1.228121 1.243895  
 1.275988 1.28007 1.348004 1.392023 ;  
 15 1.011887 1.01191 1.091959 1.111943 1.196104 1.227941 1.196004 1.284039  
 1.284037 1.316006 1.316012 1.335879 ;  
 1.011988 1.011898 1.11198 1.112076 1.196045 1.164031 1.199926 1.267994  
 1.299936 1.316053 1.316002 1.316037 ;  
 1.01209 1.011887 1.092002 1.111984 1.151986 1.184049 1.147941 1.248062  
 1.279965 1.3041 1.315992 1.279971 ;  
 1.011947 1.012025 1.112023 1.132117 1.10808 1.140047 1.179959 1.216057  
 1.256014 1.280016 1.279982 1.243943 ;  
 1.012049 1.01192 1.092045 1.1321 1.084025 1.099934 1.139994 1.175939  
 1.243988 1.264102 1.244012 1.227955 ;  
 20 1.011906 1.012059 1.116086 1.131988 1.127896 1.108066 1.139975 1.191918  
 1.248076 1.267963 1.28408 1.23208 ;  
 1.012008 1.011953 1.115957 1.132121 1.167953 1.139898 1.187955 1.228027  
 1.25207 1.292068 1.284109 1.284111 ;  
 1.012109 1.011941 1.116072 1.21201 1.232121 1.224086 1.204121 1.284098  
 1.299914 1.320098 1.319895 1.316084 ;  
 1.011967 1.01193 1.115943 1.228045 1.228023 1.235988 1.235986 1.267959  
 1.284094 1.3199 1.319885 1.335924 ;  
 1.012068 1.051918 1.112059 1.212061 1.228076 1.228022 1.248057 1.260084  
 1.299898 1.283947 1.364119 1.380082 ;  
 25 1.011926 1.080111 1.11208 1.212096 1.227885 1.228111 1.22792 1.284021  
 1.268078 1.23594 1.391957 1.415994 ;  
 1.012027 1.031984 1.112102 1.191887 1.191937 1.175957 1.191953 1.271883  
 1.192053 1.232027 1.416057 1.440111 ;  
 1.011885 1.060104 1.087879 1.191941 1.192029 1.156106 1.176025 1.240008  
 1.191955 1.191928 1.331986 1.464059 ;  
 1.011986 1.043902 1.08007 1.191996 1.192121 1.156029 1.159967 1.176115  
 1.192102 1.192111 1.191977 1.21208 ;  
 1.012088 1.068059 1.096074 1.188051 1.171969 1.175953 1.192021 1.292094  
 1.192004 1.192051 1.212103 1.443887 ;  
 30 1.011945 1.036045 1.187965 1.192012 1.18008 1.171951 1.191943 1.271955  
 1.195906 1.21199 1.431967 1.432078 ;  
 1.012047 1.092107 1.188039 1.180066 1.172041 1.192006 1.192016 1.25208  
 1.271902 1.24791 1.383934 1.424082 ;  
 1.011904 1.080018 1.192113 1.15999 1.180059 1.196041 1.196088 1.25198  
 1.303971 1.288035 1.36809 1.391898 ;  
 1.012006 1.111891 1.192037 1.207934 1.18402 1.195926 1.19601 1.251881  
 1.308 1.320121 1.320022 1.371998 ;  
 1.012107 1.072025 1.091961 1.156119 1.140074 1.128055 1.163932 1.276025  
 1.283879 1.315924 1.316012 1.336117 ;  
 35 1.011965 1.091955 1.091982 1.127969 1.13998 1.104111 1.17608 1.231943  
 1.283928 1.300121 1.299908 1.284031 ;  
 1.012066 1.052109 1.092004 1.124102 1.067943 1.104094 1.160022 1.240107  
 1.283977 1.283943 1.263918 1.248004 ;

### C.2.5 z=-1000 mm

1.011986 1.012029 1.112 1.124027 1.132111 1.156045 1.259941 1.291934  
 1.300053 1.280098 1.264019 1.212103 ;  
 1.011937 1.012018 1.112002 1.152104 1.104074 1.135969 1.219936 1.280076  
 1.284082 1.283939 1.268068 1.24391 ;  
 1.011889 1.012006 1.112004 1.172104 1.156113 1.139912 1.259969 1.279938  
 1.299981 1.300119 1.299967 1.279922 ;  
 1.012084 1.011994 1.112006 1.183934 1.172 1.139949 1.220057 1.280043  
 1.30001 1.299941 1.299977 1.315894 ;  
 5 1.012035 1.011982 1.108008 1.172045 1.172111 1.171986 1.20409 1.279904  
 1.316039 1.316008 1.315986 1.352072 ;  
 1.011986 1.011971 1.159916 1.200119 1.191979 1.191891 1.175992 1.24001  
 1.316049 1.316055 1.363977 1.411967 ;  
 1.011937 1.011959 1.091916 1.199967 1.20807 1.19202 1.192027 1.27191  
 1.256059 1.276102 1.400115 1.432084 ;  
 1.011889 1.011947 1.011937 1.092059 1.207898 1.207904 1.223949 1.255922  
 1.207883 1.260094 1.420121 1.443975 ;  
 1.012084 1.011936 1.012057 1.043967 1.155971 1.192014 1.191982 1.240047  
 1.19201 1.207955 1.324051 1.48009 ;  
 10 1.012035 1.011924 1.011932 1.01199 1.075951 1.171898 1.191904 1.192004  
 1.191912 1.208119 1.208022 1.207959 ;  
 1.011893 1.012063 1.012051 1.011996 1.075916 1.172047 1.17207 1.223963  
 1.192059 1.208039 1.275885 1.500047 ;  
 1.012088 1.012051 1.011926 1.012002 1.139881 1.191951 1.224012 1.255883  
 1.207961 1.327959 1.392121 1.427973 ;

1.012039 1.012039 1.012045 1.064008 1.183881 1.21193 1.244045 1.312008  
 1.264088 1.34808 1.375939 1.428033 ;  
 1.01199 1.012027 1.01192 1.155898 1.195879 1.227889 1.275908 1.291981  
 1.3121 1.315957 1.332115 1.408094 ;  
 15 1.011941 1.012016 1.012039 1.180086 1.227914 1.215979 1.299883 1.295879  
 1.316016 1.316004 1.331992 1.36793 ;  
 1.011893 1.012004 1.091914 1.180104 1.227967 1.240088 1.283932 1.300115  
 1.300025 1.316051 1.316113 1.331955 ;  
 1.012088 1.011992 1.091936 1.144121 1.19602 1.199971 1.28 1.299957  
 1.300055 1.316098 1.300104 1.28002 ;  
 1.012039 1.01198 1.091957 1.148121 1.180018 1.179949 1.248068 1.276043  
 1.280084 1.2959 1.288113 1.247992 ;  
 1.01199 1.011969 1.111979 1.148084 1.104035 1.223891 1.212025 1.256055  
 1.275889 1.292117 1.260086 1.208098 ;  
 20 1.011941 1.011957 1.132094 1.151953 1.15998 1.176037 1.223928 1.247992  
 1.280088 1.283996 1.284041 1.231904 ;  
 1.011893 1.011945 1.128096 1.227916 1.235904 1.263885 1.267961 1.316043  
 1.316043 1.316082 1.31607 1.283936 ;  
 1.012088 1.011934 1.128004 1.227932 1.2359 1.268086 1.284049 1.315922  
 1.319959 1.320035 1.319967 1.327908 ;  
 1.012039 1.011922 1.115912 1.227947 1.251897 1.287893 1.288117 1.283895  
 1.319969 1.320082 1.319957 1.367879 ;  
 1.01199 1.01191 1.012027 1.227963 1.248023 1.284018 1.280035 1.312  
 1.315979 1.315885 1.363947 1.427904 ;  
 25 1.011941 1.011898 1.011902 1.091979 1.228057 1.244049 1.26001 1.300029  
 1.271895 1.296082 1.416029 1.419965 ;  
 1.011893 1.011887 1.012022 1.075906 1.156109 1.208025 1.24391 1.288021  
 1.211963 1.335961 1.416109 1.439932 ;  
 1.011994 1.012119 1.011896 1.043947 1.139996 1.176041 1.212074 1.291883  
 1.19209 1.211951 1.352039 1.483879 ;  
 1.012096 1.012014 1.012016 1.011971 1.091996 1.095945 1.207977 1.191988  
 1.191992 1.212115 1.212103 1.216068 ;  
 1.012047 1.011908 1.011891 1.043977 1.091961 1.176041 1.192029 1.311947  
 1.195894 1.212035 1.347967 1.491969 ;  
 30 1.011998 1.011896 1.01201 1.092 1.171926 1.207945 1.271951 1.280033  
 1.215891 1.351955 1.443938 1.432008 ;  
 1.011949 1.011885 1.075885 1.159928 1.227943 1.227961 1.267982 1.307951  
 1.276111 1.284076 1.412035 1.496012 ;  
 1.0119 1.012117 1.124039 1.176115 1.203996 1.243957 1.23607 1.319887  
 1.320029 1.339918 1.336022 1.396051 ;  
 1.012096 1.012105 1.128098 1.175945 1.196031 1.223934 1.219953 1.315953  
 1.320039 1.355945 1.351992 1.372094 ;  
 1.012047 1.012094 1.144006 1.180019 1.159879 1.163986 1.251949 1.291926  
 1.320049 1.319953 1.320094 1.319969 ;  
 35 1.011998 1.012082 1.143895 1.159943 1.155953 1.224098 1.244057 1.291975  
 1.300059 1.3 1.300084 1.283902 ;  
 1.011949 1.01207 1.132027 1.152094 1.159896 1.16 1.231977 1.288117  
 1.300088 1.300066 1.288094 1.252119 ;

### C.2.6 $z=-1050$ mm

1.011982 1.043928 1.115926 1.144057 1.188008 1.179881 1.24001 1.29991  
 1.30016 1.299813 1.299918 1.263832 ;  
 1.012121 1.048027 1.127984 1.144113 1.184119 1.159936 1.223986 1.284203  
 1.300152 1.300086 1.299891 1.300031 ;  
 1.011922 1.035977 1.12393 1.147926 1.171986 1.15601 1.231926 1.300121  
 1.304145 1.303871 1.299863 1.300191 ;  
 1.011967 1.031889 1.124119 1.160076 1.19191 1.17199 1.240053 1.283926  
 1.31623 1.316238 1.315836 1.299863 ;  
 5 1.012012 1.027951 1.116064 1.171926 1.192059 1.179951 1.223973 1.271844  
 1.316203 1.316004 1.335789 1.336023 ;  
 1.012057 1.02792 1.100066 1.164057 1.191963 1.1921 1.223912 1.243969  
 1.316176 1.31577 1.336211 1.332144 ;  
 1.012102 1.011889 1.035994 1.112 1.192111 1.192041 1.192096 1.259926  
 1.296148 1.316023 1.280145 1.380172 ;  
 1.011902 1.012121 1.032094 1.111945 1.192016 1.191982 1.208074 1.255769  
 1.280141 1.223789 1.280137 1.343859 ;  
 1.012098 1.012109 1.0281 1.031891 1.11192 1.123924 1.191789 1.204008  
 1.243758 1.208141 1.228129 1.307867 ;  
 10 1.011955 1.012004 1.016012 1.028027 1.095902 1.11198 1.192012 1.191816  
 1.191902 1.208023 1.207785 1.208008 ;  
 1.012057 1.011898 1.012037 1.02807 1.047904 1.124 1.176234 1.192227  
 1.224012 1.207906 1.207855 1.219777 ;

1.012008 1.012037 1.011969 1.028113 1.059965 1.148057 1.192082 1.256148  
 1.276082 1.259789 1.307926 1.415828 ;  
 1.012053 1.012025 1.0279 1.047912 1.160063 1.207943 1.263816 1.275898  
 1.308094 1.316195 1.28818 1.412059 ;  
 1.012098 1.012014 1.028057 1.087936 1.215949 1.208109 1.275961 1.296117  
 1.307879 1.307961 1.331871 1.332195 ;  
 15 1.011898 1.012002 1.032063 1.127957 1.228022 1.252031 1.295992 1.315828  
 1.316152 1.316027 1.336199 1.332223 ;  
 1.011943 1.01199 1.047918 1.139883 1.227887 1.256102 1.300004 1.304102  
 1.316125 1.335793 1.316133 1.331762 ;  
 1.011988 1.011979 1.047904 1.14409 1.183996 1.240021 1.300109 1.316  
 1.316098 1.316027 1.316086 1.315789 ;  
 1.012033 1.011967 1.047891 1.151902 1.1759 1.231961 1.260215 1.295785  
 1.30007 1.299793 1.300039 1.29993 ;  
 1.011984 1.011955 1.048027 1.148016 1.180105 1.212051 1.227871 1.271984  
 1.288062 1.296066 1.296012 1.26409 ;  
 20 1.011936 1.011943 1.04792 1.147922 1.208066 1.216066 1.232055 1.276109  
 1.311773 1.315758 1.311891 1.283801 ;  
 1.011887 1.011932 1.047906 1.184072 1.203951 1.239988 1.283844 1.304234  
 1.316047 1.315918 1.316145 1.31598 ;  
 1.011932 1.01192 1.047893 1.167902 1.212043 1.283928 1.287875 1.316039  
 1.319926 1.320078 1.336004 1.320027 ;  
 1.011883 1.015908 1.043879 1.168053 1.211928 1.288016 1.304094 1.320219  
 1.319898 1.335844 1.351938 1.352168 ;  
 1.011928 1.01199 1.032072 1.127996 1.212057 1.283953 1.303805 1.312004  
 1.315871 1.336078 1.351758 1.340176 ;  
 25 1.011879 1.011979 1.031984 1.071941 1.191941 1.272041 1.25591 1.29609  
 1.316238 1.336219 1.316066 1.383809 ;  
 1.012074 1.011967 1.031896 1.032039 1.12809 1.176092 1.191773 1.251801  
 1.284117 1.267871 1.335926 1.367871 ;  
 1.011932 1.011955 1.032053 1.032082 1.108072 1.128053 1.191996 1.196152  
 1.204035 1.21209 1.21216 1.35216 ;  
 1.012033 1.012094 1.015965 1.031881 1.032074 1.128072 1.192219 1.216168  
 1.199937 1.211973 1.21223 1.211887 ;  
 1.011984 1.011988 1.03199 1.031924 1.10791 1.128092 1.191953 1.252164  
 1.256234 1.211855 1.211812 1.388144 ;  
 30 1.012029 1.011977 1.031902 1.071967 1.175912 1.188111 1.240176 1.304027  
 1.303891 1.256227 1.283883 1.396207 ;  
 1.012074 1.011965 1.036059 1.156065 1.19208 1.251959 1.284152 1.307832  
 1.319883 1.340164 1.367875 1.336176 ;  
 1.011969 1.011953 1.083914 1.171971 1.195984 1.267936 1.283789 1.320219  
 1.319855 1.35591 1.355863 1.363809 ;  
 1.012107 1.031941 1.123918 1.156008 1.199889 1.236043 1.235914 1.320004  
 1.323828 1.352125 1.355777 1.352098 ;  
 1.012002 1.032004 1.123977 1.155914 1.199887 1.243945 1.252098 1.319789  
 1.319895 1.335758 1.33618 1.348105 ;  
 35 1.011896 1.036066 1.131941 1.160064 1.195885 1.204035 1.287773 1.300063  
 1.319867 1.319992 1.320113 1.30002 ;  
 1.012035 1.047979 1.111943 1.148121 1.17994 1.21592 1.279992 1.283867  
 1.29984 1.299758 1.300066 1.30018 ;

### C.2.7 z=-1100 mm

1.04818 1.055824 1.107816 1.152082 1.15602 1.207871 1.247836 1.284113  
 1.300109 1.300172 1.300187 1.300121 ;  
 1.048035 1.064148 1.115988 1.151801 1.176113 1.187812 1.252113 1.284145  
 1.29982 1.30007 1.319785 1.307906 ;  
 1.047797 1.064078 1.107953 1.152008 1.168187 1.219867 1.228184 1.283781  
 1.30402 1.319969 1.319945 1.311879 ;  
 1.048141 1.056008 1.132125 1.132215 1.172168 1.191789 1.24818 1.299906  
 1.315824 1.319941 1.320105 1.335945 ;  
 5 1.035996 1.048238 1.132164 1.139953 1.172148 1.191937 1.243762 1.287918  
 1.316004 1.319914 1.335777 1.33618 ;  
 1.031965 1.048187 1.080203 1.131973 1.192129 1.204086 1.192227 1.248137  
 1.300184 1.315887 1.335824 1.351926 ;  
 1.03184 1.048137 1.059906 1.132199 1.19209 1.204121 1.208168 1.227906  
 1.279988 1.315766 1.315871 1.332141 ;  
 1.032203 1.048086 1.047836 1.063938 1.140051 1.192156 1.20809 1.20809  
 1.275813 1.300133 1.271937 1.295887 ;  
 1.032078 1.039941 1.051879 1.048242 1.10377 1.143816 1.192012 1.208199  
 1.220031 1.240125 1.207949 1.26016 ;  
 10 1.027953 1.032098 1.048016 1.060078 1.064016 1.127816 1.175953 1.19182  
 1.192121 1.208082 1.208133 1.211984 ;

1.028223 1.036066 1.048059 1.048195 1.056113 1.07993 1.172008 1.191949  
 1.207949 1.240078 1.207828 1.207961 ;  
 1.028004 1.040129 1.048102 1.056031 1.07593 1.132102 1.191969 1.208078  
 1.271758 1.292035 1.268012 1.299844 ;  
 1.027785 1.047891 1.048238 1.064055 1.108008 1.16382 1.25591 1.272187  
 1.311789 1.31184 1.33193 1.332211 ;  
 1.028055 1.03584 1.047887 1.063871 1.13216 1.207801 1.272168 1.300031  
 1.307875 1.312113 1.311977 1.347957 ;  
 15 1.03193 1.047996 1.052023 1.080176 1.18818 1.20793 1.275824 1.316043  
 1.311867 1.315898 1.331949 1.336078 ;  
 1.027805 1.047945 1.055766 1.095973 1.184141 1.260059 1.284063 1.316035  
 1.331953 1.315777 1.331902 1.335824 ;  
 1.036168 1.047894 1.06409 1.120144 1.172102 1.260129 1.288 1.316027  
 1.31602 1.316145 1.331855 1.332059 ;  
 1.036137 1.047844 1.060207 1.123996 1.172176 1.244199 1.284031 1.27602  
 1.296199 1.316023 1.331809 1.332199 ;  
 1.036012 1.048187 1.06423 1.139848 1.171762 1.215895 1.263969 1.291957  
 1.291816 1.295902 1.299762 1.295852 ;  
 20 1.031887 1.048043 1.067859 1.136074 1.176043 1.204211 1.251926 1.271781  
 1.307828 1.312195 1.311848 1.312031 ;  
 1.032156 1.047992 1.067977 1.135813 1.19193 1.216059 1.271902 1.267926  
 1.316215 1.315887 1.316215 1.316098 ;  
 1.031937 1.047941 1.068094 1.143945 1.191797 1.251793 1.259859 1.319977  
 1.315812 1.32816 1.352188 1.33577 ;  
 1.032207 1.047984 1.067816 1.127777 1.191758 1.195977 1.28393 1.319969  
 1.319898 1.331832 1.336121 1.352004 ;  
 1.031988 1.047934 1.051934 1.084117 1.192207 1.192219 1.267773 1.315961  
 1.316078 1.331992 1.328168 1.352125 ;  
 25 1.03177 1.047883 1.052164 1.067914 1.132168 1.191879 1.212219 1.271859  
 1.316164 1.316152 1.335934 1.335758 ;  
 1.032039 1.047832 1.051906 1.052219 1.115906 1.192027 1.192141 1.212098  
 1.271762 1.303938 1.271887 1.335898 ;  
 1.03182 1.048176 1.052043 1.052148 1.059758 1.144176 1.192082 1.192207  
 1.212094 1.223836 1.212012 1.232133 ;  
 1.031996 1.040031 1.04818 1.052078 1.068156 1.127895 1.192023 1.191848  
 1.251902 1.252113 1.212195 1.211996 ;  
 1.031777 1.036188 1.048223 1.060008 1.095766 1.144215 1.175965 1.191977  
 1.25216 1.26007 1.215891 1.211879 ;  
 30 1.032141 1.039762 1.055871 1.068125 1.128031 1.191934 1.219926 1.280105  
 1.31993 1.340215 1.292168 1.311762 ;  
 1.036016 1.047918 1.068195 1.083941 1.176164 1.232082 1.264035 1.320043  
 1.320109 1.356074 1.355879 1.339828 ;  
 1.047984 1.047961 1.067824 1.160227 1.212144 1.232191 1.299898 1.320035  
 1.335801 1.355914 1.355906 1.356063 ;  
 1.04784 1.048004 1.084035 1.171852 1.204086 1.227906 1.300211 1.320027  
 1.335961 1.336242 1.355934 1.355789 ;  
 1.036184 1.048141 1.100227 1.171852 1.19584 1.236016 1.283941 1.320019  
 1.320121 1.336102 1.335961 1.336004 ;  
 35 1.048152 1.047789 1.115816 1.171945 1.211801 1.236125 1.271785 1.304012  
 1.319813 1.335961 1.336008 1.320238 ;  
 1.048008 1.067926 1.139781 1.152039 1.208043 1.232234 1.23623 1.300117  
 1.303992 1.30382 1.304055 1.300004 ;

C.2.8  $z=-1150$  mm

1.083949 1.083781 1.115902 1.152031 1.172027 1.208191 1.275949 1.279816  
 1.295871 1.300094 1.299773 1.303781 ;  
 1.079898 1.083785 1.119867 1.152051 1.16782 1.227945 1.251812 1.279961  
 1.316184 1.300199 1.307973 1.303773 ;  
 1.064242 1.083789 1.115926 1.15207 1.168008 1.207773 1.24409 1.280199  
 1.300082 1.307816 1.319871 1.331766 ;  
 1.064211 1.083793 1.115891 1.151789 1.180195 1.223809 1.239785 1.283949  
 1.316 1.316109 1.320145 1.33602 ;  
 5 1.06418 1.083797 1.099855 1.151902 1.163875 1.204219 1.239875 1.267793  
 1.315898 1.316195 1.33593 1.319879 ;  
 1.063922 1.071801 1.099934 1.152016 1.151969 1.203973 1.223965 1.240238  
 1.299797 1.315793 1.320184 1.335852 ;  
 1.064152 1.068012 1.084012 1.104129 1.147781 1.208215 1.220074 1.240027  
 1.275809 1.299879 1.315969 1.352199 ;  
 1.064121 1.064129 1.084109 1.083906 1.127895 1.192062 1.20809 1.224211  
 1.260234 1.288078 1.332148 1.316039 ;  
 1.05609 1.064152 1.076113 1.084004 1.083934 1.11193 1.148219 1.163926  
 1.212191 1.211996 1.25982 1.259918 ;

10 1.047777 1.064082 1.06793 1.072102 1.084219 1.084176 1.131824 1.160094  
 1.191813 1.207805 1.224059 1.211855 ;  
 1.047766 1.064012 1.063953 1.083918 1.084016 1.08416 1.116031 1.156168  
 1.207848 1.240008 1.259848 1.243945 ;  
 1.048016 1.055941 1.071977 1.084109 1.083812 1.100145 1.14777 1.172148  
 1.211863 1.276172 1.316086 1.347996 ;  
 1.047777 1.064172 1.071793 1.083812 1.100191 1.124203 1.183863 1.220016  
 1.308066 1.307809 1.343777 1.34423 ;  
 1.048027 1.056195 1.072098 1.084098 1.100062 1.171848 1.235824 1.304219  
 1.303777 1.324195 1.344219 1.343883 ;  
 15 1.047789 1.063938 1.083914 1.083894 1.116027 1.219922 1.25582 1.304137  
 1.303883 1.327981 1.332172 1.348023 ;  
 1.048039 1.063961 1.084012 1.10018 1.155973 1.251844 1.275797 1.316055  
 1.331988 1.331859 1.336238 1.347769 ;  
 1.047801 1.063984 1.084109 1.111957 1.180066 1.203934 1.316242 1.315766  
 1.331773 1.331832 1.33191 1.332004 ;  
 1.048051 1.068008 1.084207 1.116016 1.17984 1.215875 1.227766 1.299965  
 1.332047 1.311805 1.331977 1.33177 ;  
 1.052039 1.084125 1.083816 1.116168 1.152102 1.188191 1.279969 1.296184  
 1.311832 1.311797 1.312043 1.312023 ;  
 20 1.052121 1.084129 1.083914 1.111832 1.16782 1.192152 1.25202 1.25582  
 1.284031 1.304184 1.312035 1.312203 ;  
 1.052203 1.072133 1.084012 1.111891 1.152195 1.200207 1.244109 1.252191  
 1.303969 1.315801 1.332027 1.331895 ;  
 1.047797 1.075762 1.084109 1.103949 1.171914 1.191867 1.252012 1.30398  
 1.319887 1.319793 1.352094 1.352148 ;  
 1.048047 1.067973 1.084207 1.100215 1.148102 1.191828 1.244102 1.284199  
 1.319785 1.351879 1.352141 1.351894 ;  
 1.047809 1.067996 1.083816 1.083898 1.108121 1.191789 1.208004 1.263855  
 1.316172 1.331926 1.328187 1.352129 ;  
 25 1.051797 1.06802 1.083914 1.084184 1.104086 1.160145 1.192039 1.24002  
 1.259977 1.315805 1.336066 1.351875 ;  
 1.051879 1.068043 1.072012 1.083887 1.083957 1.120051 1.156188 1.192109  
 1.212234 1.263797 1.312133 1.316109 ;  
 1.051961 1.071973 1.068129 1.084078 1.104242 1.087902 1.155793 1.175957  
 1.195762 1.211848 1.232125 1.235895 ;  
 1.052043 1.067996 1.068152 1.083781 1.08402 1.11198 1.127887 1.163824  
 1.191891 1.252051 1.251914 1.231965 ;  
 1.052125 1.067926 1.084176 1.083879 1.099816 1.112133 1.160207 1.191805  
 1.195926 1.252215 1.288172 1.288035 ;  
 30 1.052207 1.067949 1.083785 1.08407 1.103988 1.159797 1.191906 1.212141  
 1.312055 1.319891 1.355902 1.355953 ;  
 1.055801 1.067973 1.083883 1.099773 1.139859 1.192191 1.240055 1.299969  
 1.323766 1.355977 1.356043 1.355793 ;  
 1.055977 1.071996 1.08398 1.115945 1.17618 1.224152 1.283957 1.320187  
 1.339758 1.340023 1.356184 1.356121 ;  
 1.068152 1.080207 1.100078 1.136004 1.191973 1.227887 1.284008 1.311898  
 1.336219 1.336184 1.351836 1.355961 ;  
 1.064121 1.084117 1.104156 1.136137 1.208234 1.236203 1.296059 1.31591  
 1.320098 1.335762 1.335883 1.335801 ;  
 35 1.063996 1.084215 1.11584 1.135781 1.203894 1.236219 1.271996 1.300016  
 1.319996 1.335828 1.336043 1.336148 ;  
 1.063871 1.083824 1.119898 1.135914 1.191949 1.232141 1.27216 1.284234  
 1.299895 1.319895 1.320203 1.308008 ;

### C.2.9 $z=-1200$ mm

1.084066 1.115941 1.124012 1.159996 1.191898 1.22784 1.267848 1.287926  
 1.295895 1.300176 1.300121 1.299988 ;  
 1.083922 1.119812 1.11977 1.152203 1.188066 1.211969 1.276219 1.283977  
 1.299832 1.299813 1.299945 1.304 ;  
 1.083777 1.119777 1.119922 1.152223 1.172141 1.219816 1.255988 1.276027  
 1.283863 1.295938 1.29977 1.308105 ;  
 1.084121 1.104231 1.120074 1.152242 1.16784 1.204039 1.235777 1.275891  
 1.280008 1.299969 1.316082 1.319816 ;  
 5 1.083844 1.09982 1.120227 1.135773 1.167934 1.203793 1.240074 1.256242  
 1.296059 1.300094 1.315887 1.319902 ;  
 1.084055 1.099805 1.119891 1.131906 1.168027 1.184035 1.223977 1.240125  
 1.28009 1.300219 1.31618 1.319988 ;  
 1.083777 1.099789 1.115949 1.119945 1.136121 1.168203 1.215898 1.256027  
 1.276234 1.311855 1.315984 1.336074 ;  
 1.083988 1.099773 1.099914 1.116004 1.119766 1.135902 1.168027 1.207816  
 1.243797 1.259867 1.315789 1.316141 ;



	1.083844	1.100152	1.099992	1.099969	1.115918	1.120129	1.140215	1.151758
		1.175887	1.216031	1.244082	1.260133			
10	1.084188	1.084043	1.099977	1.099953	1.099977	1.119793	1.120141	1.135758
		1.152242	1.175953	1.211965	1.244184			
	1.084137	1.083953	1.099961	1.100031	1.120148	1.116039	1.119992	1.135777
		1.151941	1.16782	1.208074	1.239766			
	1.083766	1.083863	1.084039	1.100109	1.099906	1.119797	1.135937	1.139797
		1.156129	1.223988	1.259996	1.271836			
	1.083977	1.083867	1.100137	1.099793	1.116172	1.124137	1.135863	1.176004
		1.235922	1.256191	1.307859	1.339773			
	1.084188	1.083871	1.09982	1.099965	1.11593	1.135781	1.167883	1.231777
		1.295918	1.307867	1.331965	1.335934			
15	1.08391	1.083875	1.099992	1.11223	1.116176	1.156195	1.227863	1.256168
		1.303949	1.307879	1.320238	1.336			
	1.084121	1.083879	1.100164	1.115801	1.127934	1.188195	1.236066	1.276238
		1.315773	1.331891	1.332137	1.348066			
	1.083844	1.083883	1.099848	1.115953	1.136066	1.196156	1.235875	1.288102
		1.311879	1.315977	1.331828	1.335926			
	1.084055	1.083887	1.10002	1.116105	1.147898	1.171816	1.236172	1.275852
		1.303797	1.312176	1.312008	1.331898			
	1.08391	1.083891	1.100098	1.120164	1.148012	1.168098	1.21998	1.264203
		1.300016	1.295793	1.332207	1.331777			
20	1.083859	1.083894	1.100176	1.115922	1.144125	1.199797	1.227809	1.28018
		1.312141	1.303918	1.315898	1.316145			
	1.083809	1.083805	1.10416	1.116074	1.144145	1.179852	1.236125	1.252043
		1.267965	1.284137	1.320098	1.316043			
	1.083926	1.084203	1.103844	1.120227	1.136164	1.163832	1.240141	1.244039
		1.267941	1.319793	1.331902	1.335941			
	1.084043	1.084207	1.104016	1.119984	1.135902	1.171926	1.223762	1.239941
		1.272012	1.319898	1.331988	1.351914			
	1.08416	1.084117	1.104094	1.12023	1.120035	1.144207	1.183984	1.236145
		1.260176	1.280004	1.332074	1.343773			
25	1.083789	1.084027	1.104172	1.115895	1.119793	1.120227	1.144152	1.191859
		1.228059	1.259961	1.28016	1.332121			
	1.083906	1.099938	1.103762	1.103953	1.120039	1.120078	1.132172	1.16382
		1.160074	1.211938	1.259816	1.263906			
	1.084023	1.088223	1.10384	1.104031	1.115797	1.11993	1.13591	1.160008
		1.159773	1.18816	1.21198	1.243863			
	1.083879	1.084227	1.104219	1.104016	1.103855	1.120176	1.144137	1.144008
		1.159961	1.180215	1.211902	1.23184			
	1.084223	1.08423	1.103809	1.104094	1.120027	1.13184	1.144063	1.172121
		1.196148	1.232082	1.267824	1.26793			
30	1.084078	1.084234	1.103887	1.119777	1.131785	1.135879	1.171988	1.208008
		1.251902	1.279797	1.320176	1.355981			
	1.083801	1.104238	1.104059	1.11993	1.135824	1.172105	1.219781	1.263855
		1.316086	1.351848	1.355981	1.355934			
	1.084144	1.104223	1.11623	1.120082	1.151957	1.207805	1.247816	1.312227
		1.320004	1.33582	1.340234	1.356074			
	1.083867	1.104207	1.119801	1.13584	1.18807	1.228047	1.252113	1.299957
		1.320016	1.331906	1.336113	1.348027			
	1.084078	1.104191	1.119953	1.147973	1.188145	1.231781	1.284016	1.315894
		1.316027	1.315992	1.331898	1.335793			
35	1.083801	1.104176	1.120106	1.163992	1.208219	1.232098	1.267879	1.300207
		1.315945	1.316098	1.320078	1.335766			
	1.084144	1.12016	1.13177	1.155898	1.195785	1.227832	1.267762	1.284145
		1.299863	1.300203	1.299883	1.320227			

## C.3 Misurazioni lungo $z$

### C.3.1 $z=-800$ mm

	1.248813	1.248781	1.256953	1.267719	1.267906	1.248844	1.247766	1.231484
		1.212891	1.212281	1.19225	1.191125			
	1.247891	1.252422	1.267297	1.268672	1.267187	1.247937	1.247141	1.248625
		1.211797	1.271469	1.271156	1.192172			
	1.248922	1.268156	1.267875	1.267672	1.268422	1.247031	1.248469	1.248281
		1.288656	1.272063	1.271937	1.271266			
	1.248094	1.268266	1.268453	1.268625	1.283703	1.288078	1.271844	1.247937
		1.287484	1.288656	1.288719	1.208703			
5	1.247266	1.268375	1.267078	1.271625	1.287359	1.288109	1.287781	1.287594
		1.216266	1.227766	1.228016	1.212266			

1.248391 1.268484 1.267656 1.280672 1.287109 1.272141 1.212094 1.228187  
 1.227266 1.227422 1.227859 1.215922 ;  
 1.247563 1.268594 1.268234 1.283953 1.288813 1.271703 1.280484 1.319375  
 1.308594 1.227078 1.227703 1.227578 ;  
 1.248688 1.268703 1.268813 1.267328 1.288563 1.287266 1.288516 1.292719  
 1.311891 1.212687 1.211547 1.211609 ;  
 1.247766 1.248813 1.267437 1.268281 1.288313 1.287297 1.288828 1.287359  
 1.291188 1.291875 1.192875 1.191266 ;  
 10 1.248797 1.248453 1.252016 1.267281 1.268062 1.251328 1.287187 1.239953  
 1.211969 1.272938 1.191781 1.192312 ;  
 1.247969 1.252094 1.268219 1.268234 1.267344 1.248469 1.2475 1.223328  
 1.212828 1.211578 1.192641 1.191406 ;  
 1.247141 1.267828 1.268797 1.267234 1.268578 1.247563 1.288828 1.212281  
 1.211734 1.276719 1.251547 1.208453 ;  
 1.248266 1.267938 1.267422 1.268188 1.267859 1.268609 1.211187 1.212953  
 1.228594 1.227453 1.227859 1.228016 ;  
 1.247531 1.268047 1.268 1.267187 1.267141 1.232078 1.211578 1.211672  
 1.227969 1.227109 1.227703 1.228047 ;  
 15 1.24875 1.264156 1.268578 1.268141 1.268375 1.232656 1.211969 1.228344  
 1.227344 1.228719 1.227547 1.228078 ;  
 1.248016 1.268172 1.267203 1.267141 1.267656 1.247281 1.248359 1.239531  
 1.280672 1.228375 1.239391 1.208109 ;  
 1.247187 1.268281 1.267781 1.268094 1.268891 1.248328 1.247734 1.248953  
 1.231313 1.212031 1.211516 1.267672 ;  
 1.248312 1.248391 1.268359 1.267094 1.268172 1.247422 1.247109 1.248609  
 1.212734 1.211219 1.192844 1.192641 ;  
 1.247391 1.248031 1.268937 1.268047 1.267453 1.268469 1.248438 1.232266  
 1.215641 1.212359 1.19175 1.191734 ;  
 20 1.248422 1.251672 1.251562 1.267047 1.252687 1.248031 1.267812 1.247453  
 1.272594 1.211547 1.208609 1.192781 ;  
 1.247687 1.251406 1.267766 1.252 1.267594 1.267125 1.287656 1.287109  
 1.288906 1.224687 1.271891 1.267875 ;  
 1.248906 1.251141 1.268344 1.268578 1.264828 1.288641 1.287969 1.287703  
 1.287734 1.228156 1.228672 1.227266 ;  
 1.248172 1.268828 1.272922 1.267578 1.288016 1.288672 1.228281 1.228297  
 1.228516 1.211812 1.228516 1.227297 ;  
 1.247437 1.268937 1.267641 1.268531 1.287766 1.272703 1.271188 1.211484  
 1.211891 1.212953 1.212359 1.227328 ;  
 25 1.248656 1.267094 1.268219 1.267531 1.267516 1.288266 1.271031 1.212156  
 1.21275 1.228141 1.211734 1.227359 ;  
 1.247922 1.247203 1.268797 1.256484 1.26875 1.288297 1.240828 1.228922  
 1.291656 1.275797 1.211109 1.211391 ;  
 1.247094 1.268797 1.255422 1.267203 1.248031 1.248328 1.288016 1.272016  
 1.212438 1.272484 1.192438 1.191047 ;  
 1.248125 1.248906 1.247719 1.268156 1.252797 1.247422 1.232328 1.216141  
 1.211344 1.271125 1.191344 1.192094 ;  
 1.247203 1.248547 1.267828 1.267156 1.251703 1.248469 1.287234 1.272906  
 1.272203 1.271719 1.192203 1.191188 ;  
 30 1.248234 1.248188 1.268406 1.268109 1.252563 1.287562 1.287547 1.271078  
 1.292516 1.212312 1.199109 1.212234 ;  
 1.2475 1.263828 1.267031 1.267109 1.267469 1.275594 1.271859 1.271203  
 1.227344 1.2115 1.212156 1.227891 ;  
 1.248719 1.267844 1.267609 1.268062 1.288703 1.271344 1.271703 1.271328  
 1.228672 1.228641 1.227531 1.227922 ;  
 1.247984 1.267953 1.268188 1.267063 1.288453 1.288859 1.287547 1.287453  
 1.272047 1.228297 1.227375 1.223953 ;  
 1.24725 1.268062 1.268766 1.268016 1.288203 1.288891 1.287859 1.288047  
 1.288359 1.275953 1.227219 1.207891 ;  
 35 1.248469 1.248172 1.267391 1.268969 1.247953 1.248922 1.248172 1.268641  
 1.287187 1.272641 1.271062 1.207453 ;  
 1.247734 1.247813 1.267969 1.267969 1.268719 1.248016 1.247547 1.248766  
 1.251969 1.271281 1.191844 1.192969 ;

### C.3.2 z=-850 mm

1.212672 1.212766 1.2125 1.211156 1.211406 1.211922 1.212031 1.192156  
 1.191516 1.191563 1.191797 1.192422 ;  
 1.212953 1.211469 1.211672 1.212656 1.211234 1.212031 1.212422 1.212359  
 1.191906 1.192234 1.192656 1.287516 ;  
 1.211281 1.212125 1.212797 1.212203 1.211063 1.212141 1.212813 1.207078  
 1.192297 1.192906 1.207562 1.207469 ;  
 1.211563 1.212781 1.211969 1.21175 1.212844 1.21225 1.21125 1.211656  
 1.208688 1.207625 1.212891 1.211031 ;

5 1.211844 1.211484 1.211141 1.211297 1.212672 1.192359 1.211641 1.212328  
 1.2115 1.228766 1.228359 1.212641 ;  
 1.212125 1.212141 1.212266 1.212797 1.2125 1.192 1.192031 1.211047  
 1.212359 1.200422 1.200203 1.212297 ;  
 1.212406 1.212797 1.211437 1.212344 1.212328 1.191641 1.191953 1.191719  
 1.191266 1.191328 1.199297 1.199953 ;  
 1.212687 1.2115 1.212562 1.211891 1.212156 1.195281 1.191875 1.195922  
 1.191656 1.192 1.208344 1.211234 ;  
 1.212969 1.212156 1.211734 1.211437 1.211984 1.272969 1.199797 1.192219  
 1.192047 1.192672 1.191719 1.212844 ;  
 10 1.211297 1.212813 1.212859 1.212937 1.211812 1.212531 1.191906 1.192422  
 1.192438 1.191391 1.192578 1.2085 ;  
 1.211578 1.211516 1.212031 1.212484 1.211641 1.212641 1.191828 1.192625  
 1.192828 1.192062 1.191484 1.208063 ;  
 1.211859 1.212172 1.211203 1.212031 1.211469 1.21275 1.19175 1.192828  
 1.191266 1.192734 1.208344 1.211625 ;  
 1.212141 1.212828 1.212328 1.211578 1.211297 1.212859 1.191672 1.191078  
 1.191656 1.195453 1.207719 1.211281 ;  
 1.212422 1.211531 1.2115 1.211125 1.211125 1.212969 1.191594 1.191281  
 1.196047 1.196219 1.219094 1.208891 ;  
 15 1.212703 1.212188 1.212625 1.212625 1.212906 1.211125 1.191516 1.191484  
 1.212531 1.223031 1.228703 1.224453 ;  
 1.211031 1.212844 1.211797 1.212172 1.212734 1.211234 1.195438 1.195688  
 1.211437 1.192547 1.208547 1.212391 ;  
 1.211313 1.211547 1.212922 1.211719 1.212562 1.211344 1.211453 1.195984  
 1.192297 1.191266 1.191922 1.208047 ;  
 1.211594 1.212203 1.212094 1.211266 1.212391 1.211453 1.211844 1.192281  
 1.192688 1.191937 1.192781 1.271609 ;  
 1.211875 1.212859 1.211266 1.212766 1.212219 1.211563 1.212234 1.192484  
 1.191125 1.192609 1.191687 1.191094 ;  
 20 1.212156 1.211563 1.212391 1.212312 1.212047 1.211672 1.212625 1.212687  
 1.191516 1.191328 1.192547 1.272141 ;  
 1.212438 1.212219 1.211563 1.211859 1.211875 1.211781 1.211063 1.211406  
 1.195906 1.192 1.191453 1.291625 ;  
 1.212719 1.212875 1.212687 1.211406 1.211703 1.195891 1.191453 1.192078  
 1.192391 1.208672 1.292313 1.299672 ;  
 1.211047 1.211578 1.211859 1.212906 1.211531 1.191625 1.191375 1.192281  
 1.192781 1.211859 1.228172 1.211906 ;  
 1.211422 1.212234 1.211031 1.212453 1.211359 1.191266 1.191297 1.192484  
 1.195219 1.195141 1.196016 1.211563 ;  
 25 1.211703 1.212891 1.212156 1.212 1.211187 1.192859 1.191219 1.192688  
 1.191703 1.195906 1.212969 1.211219 ;  
 1.211984 1.211594 1.211328 1.211547 1.212969 1.1925 1.191141 1.192891  
 1.192094 1.192672 1.208437 1.212828 ;  
 1.212266 1.21225 1.212453 1.211094 1.212797 1.212141 1.191062 1.191141  
 1.192484 1.191391 1.191813 1.208484 ;  
 1.212547 1.212906 1.211625 1.212594 1.212625 1.21225 1.192937 1.191344  
 1.192875 1.192062 1.192672 1.192047 ;  
 1.212828 1.211609 1.21275 1.212141 1.212453 1.212359 1.192859 1.191547  
 1.191313 1.192734 1.191578 1.191141 ;  
 30 1.211156 1.212266 1.211922 1.211687 1.212281 1.212469 1.192781 1.19175  
 1.191703 1.191453 1.192438 1.212188 ;  
 1.211437 1.212922 1.211094 1.211234 1.212109 1.192578 1.192703 1.191953  
 1.196094 1.192125 1.191344 1.211844 ;  
 1.211719 1.211625 1.212219 1.212734 1.211938 1.256219 1.192625 1.208156  
 1.196578 1.196797 1.192203 1.2075 ;  
 1.212 1.212281 1.211391 1.212281 1.211766 1.191406 1.192547 1.232734  
 1.207109 1.211609 1.227109 1.211063 ;  
 1.204281 1.212937 1.212516 1.211828 1.211594 1.211047 1.208469 1.191922  
 1.191875 1.208844 1.208906 1.208672 ;  
 35 1.212375 1.211641 1.211687 1.211375 1.211422 1.211156 1.212766 1.212125  
 1.192266 1.192031 1.192281 1.208234 ;  
 1.212656 1.212297 1.212813 1.212875 1.21125 1.211266 1.211203 1.192797  
 1.192656 1.192703 1.191188 1.287797 ;

### C.3.3 $z=-900$ mm

1.192266 1.192344 1.192312 1.192406 1.191953 1.191672 1.191188 1.191625  
 1.191594 1.192547 1.208406 1.208609 ;  
 1.192172 1.192531 1.192969 1.191484 1.191313 1.191313 1.191109 1.191828  
 1.191984 1.195266 1.207781 1.212172 ;  
 1.192078 1.192719 1.191672 1.192516 1.192625 1.192906 1.191031 1.192031  
 1.192375 1.208031 1.207156 1.279828 ;

1.191984 1.192906 1.192328 1.191594 1.191984 1.192547 1.192906 1.192234  
 1.196766 1.207219 1.208484 1.211125 ;  
 5 1.191891 1.191141 1.191031 1.192625 1.191344 1.192188 1.192828 1.192438  
 1.191297 1.200359 1.211859 1.212734 ;  
 1.191797 1.175328 1.191687 1.191703 1.192656 1.191828 1.19275 1.192641  
 1.191687 1.195266 1.211328 1.212391 ;  
 1.191703 1.191047 1.192344 1.192734 1.192016 1.191469 1.192672 1.192844  
 1.192078 1.192031 1.19275 1.212047 ;  
 1.191609 1.191234 1.191047 1.191813 1.191375 1.191109 1.192594 1.191094  
 1.192469 1.192703 1.207656 1.211703 ;  
 1.191516 1.191422 1.191703 1.192844 1.176687 1.192703 1.192516 1.191297  
 1.192859 1.191422 1.207031 1.231359 ;  
 10 1.191328 1.191609 1.192359 1.191922 1.191578 1.192344 1.192438 1.1915  
 1.191297 1.192094 1.208359 1.207484 ;  
 1.191234 1.191797 1.191062 1.192953 1.192891 1.191984 1.176359 1.191703  
 1.191687 1.192766 1.207734 1.271047 ;  
 1.191141 1.191984 1.191719 1.176031 1.19225 1.191625 1.191906 1.191906  
 1.192078 1.207484 1.207109 1.288484 ;  
 1.191047 1.192172 1.176375 1.192594 1.191609 1.191266 1.191828 1.192109  
 1.192469 1.192625 1.208437 1.244437 ;  
 1.192906 1.192359 1.192562 1.191672 1.192922 1.192859 1.19175 1.192312  
 1.192859 1.191344 1.207813 1.228938 ;  
 15 1.192812 1.192547 1.191266 1.192703 1.192281 1.1925 1.191672 1.192516  
 1.191297 1.192016 1.211187 1.212969 ;  
 1.192719 1.192734 1.175922 1.175781 1.191641 1.192141 1.191594 1.192719  
 1.191687 1.208688 1.208609 1.228625 ;  
 1.192625 1.192922 1.188109 1.192344 1.192953 1.191781 1.191516 1.192922  
 1.192078 1.207875 1.207984 1.324656 ;  
 1.192531 1.191156 1.192672 1.191422 1.192312 1.191422 1.175437 1.191172  
 1.192469 1.191062 1.207359 1.223594 ;  
 1.192438 1.191344 1.191375 1.192453 1.191672 1.179062 1.192937 1.191375  
 1.192859 1.191734 1.208688 1.291531 ;  
 20 1.192344 1.191531 1.192031 1.191531 1.191031 1.192281 1.192859 1.191578  
 1.191297 1.200406 1.276062 1.411391 ;  
 1.19225 1.191719 1.192688 1.192562 1.192344 1.191922 1.192781 1.191781  
 1.191687 1.207312 1.211453 1.324203 ;  
 1.192156 1.191906 1.191391 1.191641 1.191703 1.191563 1.192703 1.191984  
 1.192078 1.208453 1.212875 1.307141 ;  
 1.192062 1.192094 1.192047 1.192672 1.191062 1.191203 1.192625 1.192188  
 1.192469 1.191641 1.212344 1.211563 ;  
 1.191969 1.192281 1.192703 1.19175 1.192375 1.192797 1.192547 1.192391  
 1.192859 1.196313 1.195812 1.211219 ;  
 25 1.191875 1.192469 1.191406 1.192781 1.191734 1.192438 1.192469 1.192594  
 1.191297 1.191125 1.212766 1.248828 ;  
 1.191781 1.192656 1.192062 1.191859 1.175094 1.192078 1.192391 1.192797  
 1.191687 1.207797 1.208234 1.291375 ;  
 1.191687 1.192844 1.192719 1.192891 1.191937 1.191719 1.192312 1.191047  
 1.192078 1.192937 1.207609 1.207328 ;  
 1.1915 1.191078 1.191422 1.191969 1.175297 1.175359 1.176234 1.19125  
 1.192469 1.191656 1.208938 1.208844 ;  
 1.191406 1.191266 1.192078 1.191047 1.192141 1.176484 1.191687 1.191453  
 1.192859 1.192328 1.208313 1.208406 ;  
 30 1.191313 1.191453 1.188734 1.176078 1.1875 1.179656 1.191609 1.191656  
 1.191297 1.191047 1.207687 1.211969 ;  
 1.191219 1.191641 1.19125 1.192641 1.192719 1.192969 1.191531 1.191859  
 1.191687 1.191719 1.207062 1.211625 ;  
 1.191125 1.191828 1.191906 1.191719 1.192078 1.192609 1.191453 1.192062  
 1.192078 1.192391 1.192391 1.211281 ;  
 1.191031 1.192016 1.192562 1.19275 1.191437 1.19225 1.191375 1.192266  
 1.192469 1.191109 1.191297 1.212891 ;  
 1.192891 1.192203 1.191266 1.191828 1.19275 1.191891 1.191297 1.192469  
 1.192859 1.191781 1.208156 1.208547 ;  
 35 1.192797 1.192391 1.191922 1.192859 1.192109 1.191531 1.191219 1.192672  
 1.191297 1.192453 1.207531 1.284109 ;  
 1.192703 1.192578 1.192578 1.191937 1.191469 1.183172 1.191141 1.192875  
 1.191687 1.199172 1.208859 1.207969 ;

### C.3.4 z=-950 mm

1.159891 1.163547 1.167438 1.176875 1.176375 1.191156 1.192359 1.192062  
 1.192031 1.207906 1.2085 1.243203 ;  
 1.160906 1.160938 1.175437 1.191484 1.191266 1.19275 1.192281 1.192266  
 1.208422 1.207094 1.275875 1.275703 ;

1.155969 1.176281 1.175625 1.192516 1.192578 1.192391 1.192203 1.192469  
 1.207328 1.212234 1.291266 1.275187 ;  
 1.159031 1.176094 1.175812 1.191594 1.191937 1.192031 1.192125 1.192672  
 1.208187 1.211516 1.275031 1.252625 ;  
 5 1.156141 1.192 1.176 1.192625 1.191297 1.191672 1.192047 1.192875 1.191094  
 1.21275 1.212281 1.243359 ;  
 1.159203 1.192281 1.176188 1.191703 1.192609 1.191313 1.191969 1.191125  
 1.191484 1.196031 1.21175 1.227859 ;  
 1.160219 1.156562 1.176375 1.192734 1.191969 1.192906 1.191891 1.191328  
 1.191875 1.192797 1.211219 1.275891 ;  
 1.155375 1.175906 1.176563 1.191813 1.191328 1.192547 1.191813 1.191531  
 1.192266 1.207516 1.212641 1.283375 ;  
 1.160297 1.155625 1.17675 1.192844 1.192641 1.192188 1.191734 1.191734  
 1.192656 1.212656 1.276109 1.244812 ;  
 10 1.159359 1.156828 1.192937 1.175922 1.192 1.191828 1.191656 1.191937  
 1.191094 1.207937 1.207406 1.223359 ;  
 1.176375 1.156078 1.187641 1.176484 1.191359 1.191469 1.191578 1.192141  
 1.191484 1.207125 1.224734 1.243391 ;  
 1.155813 1.175328 1.168203 1.179094 1.192672 1.191109 1.1915 1.192344  
 1.191875 1.208266 1.228578 1.355891 ;  
 1.156734 1.155141 1.176203 1.17575 1.192031 1.192703 1.191422 1.192547  
 1.192266 1.207453 1.212516 1.291297 ;  
 1.155703 1.156438 1.156391 1.192312 1.191391 1.192344 1.191344 1.19275  
 1.192656 1.192594 1.211984 1.275156 ;  
 15 1.156719 1.155781 1.172109 1.191391 1.192703 1.191984 1.191266 1.192953  
 1.191094 1.207312 1.211453 1.276594 ;  
 1.155781 1.155125 1.176203 1.176422 1.192062 1.191625 1.191188 1.191203  
 1.191484 1.208453 1.292875 1.276078 ;  
 1.156797 1.160422 1.176391 1.175031 1.175422 1.191266 1.191109 1.191406  
 1.207875 1.207641 1.276641 1.243562 ;  
 1.155859 1.159859 1.168578 1.175594 1.192266 1.192859 1.191031 1.191609  
 1.208734 1.208781 1.275938 1.244063 ;  
 1.160781 1.159203 1.156578 1.156156 1.191625 1.1845 1.192906 1.191813  
 1.207641 1.207969 1.275234 1.244563 ;  
 20 1.155844 1.1765 1.176297 1.19225 1.176937 1.191953 1.192828 1.192016  
 1.2085 1.215156 1.292484 1.263109 ;  
 1.160766 1.176312 1.176484 1.191328 1.191828 1.191594 1.19275 1.192219  
 1.207406 1.228484 1.29225 1.380078 ;  
 1.159828 1.160125 1.172672 1.176359 1.191188 1.191234 1.192672 1.192422  
 1.192266 1.212141 1.308016 1.307953 ;  
 1.176844 1.175563 1.160766 1.192922 1.1925 1.192828 1.192594 1.192625  
 1.192656 1.211422 1.21225 1.276188 ;  
 1.160281 1.175375 1.176578 1.192 1.191859 1.192469 1.192516 1.192828  
 1.191094 1.192656 1.211719 1.275672 ;  
 25 1.159344 1.159188 1.176766 1.191078 1.191219 1.192109 1.192438 1.191078  
 1.191484 1.211375 1.227188 1.355156 ;  
 1.160359 1.176578 1.176953 1.180109 1.192531 1.19175 1.192359 1.191281  
 1.191875 1.212609 1.275031 1.280516 ;  
 1.155422 1.176297 1.175187 1.176766 1.191891 1.191391 1.192281 1.191484  
 1.200266 1.207891 1.276281 1.244 ;  
 1.156344 1.176016 1.159375 1.175375 1.17525 1.191031 1.192203 1.191687  
 1.192844 1.191078 1.207672 1.2245 ;  
 1.159312 1.171734 1.175187 1.175938 1.176094 1.192625 1.192125 1.191891  
 1.191281 1.20775 1.211047 1.344531 ;  
 30 1.156328 1.159453 1.159375 1.1765 1.192937 1.192266 1.192047 1.192094  
 1.191672 1.208891 1.228469 1.355469 ;  
 1.155297 1.160844 1.167187 1.191109 1.192297 1.191906 1.191969 1.192297  
 1.192062 1.192078 1.228312 1.292828 ;  
 1.156219 1.168281 1.175187 1.192141 1.191656 1.191547 1.191891 1.1925  
 1.192453 1.19275 1.212156 1.244688 ;  
 1.155281 1.159906 1.175375 1.191219 1.192969 1.191188 1.191813 1.192703  
 1.192844 1.207469 1.207625 1.243234 ;  
 1.156297 1.159344 1.159562 1.19225 1.192328 1.192781 1.191734 1.192906  
 1.191281 1.208609 1.208953 1.243734 ;  
 35 1.159266 1.176734 1.155375 1.191328 1.187688 1.192422 1.191656 1.191156  
 1.207672 1.207797 1.264328 1.276234 ;  
 1.176375 1.160547 1.191094 1.192359 1.192906 1.192062 1.191578 1.191359  
 1.208531 1.208938 1.279344 1.243719 ;

C.3.5  $z=-1000$  mm

1.156641 1.156766 1.172781 1.168453 1.191344 1.192562 1.192 1.207703  
 1.208906 1.224953 1.244313 1.307203 ;

1.155703 1.156109 1.176969 1.192922 1.192656 1.192203 1.191922 1.208375  
 1.211812 1.260609 1.244625 1.287344 ;  
 1.156719 1.155453 1.183203 1.192 1.192016 1.191844 1.191844 1.207094  
 1.212766 1.227344 1.260937 1.280969 ;  
 1.155875 1.16075 1.183672 1.191078 1.191375 1.191484 1.191766 1.191766  
 1.211766 1.243094 1.247672 1.288453 ;  
 5 1.156891 1.156281 1.192141 1.192109 1.192688 1.191125 1.191687 1.191969  
 1.208719 1.211219 1.248078 1.320125 ;  
 1.155953 1.155625 1.180797 1.191188 1.192047 1.192719 1.191609 1.192172  
 1.191625 1.212453 1.244484 1.320547 ;  
 1.156969 1.156922 1.191125 1.192219 1.191406 1.192359 1.191531 1.192375  
 1.208016 1.211734 1.244797 1.320969 ;  
 1.156031 1.156266 1.191781 1.191297 1.192719 1.192 1.191453 1.192578  
 1.208875 1.228969 1.243156 1.331531 ;  
 1.155094 1.155609 1.172438 1.192328 1.192078 1.191641 1.191375 1.192781  
 1.207781 1.216625 1.243469 1.308234 ;  
 10 1.156109 1.156906 1.156531 1.191406 1.191437 1.191281 1.191297 1.191031  
 1.208641 1.208 1.243781 1.276375 ;  
 1.155172 1.15625 1.15625 1.192438 1.19275 1.192875 1.191219 1.191234  
 1.207547 1.207188 1.244094 1.287766 ;  
 1.156188 1.155594 1.171969 1.191516 1.192109 1.192516 1.191141 1.191437  
 1.208406 1.228328 1.264406 1.363438 ;  
 1.15525 1.156891 1.172156 1.192547 1.191469 1.192156 1.191062 1.191641  
 1.207312 1.227984 1.247234 1.319031 ;  
 1.156359 1.156234 1.15625 1.191625 1.192781 1.191797 1.192937 1.191844  
 1.192172 1.207641 1.275641 1.319453 ;  
 15 1.155609 1.155578 1.171969 1.192656 1.192141 1.191437 1.192859 1.192047  
 1.208562 1.212781 1.276891 1.319875 ;  
 1.156719 1.156875 1.156156 1.191734 1.1915 1.191078 1.192781 1.19225  
 1.207469 1.244063 1.244187 1.280297 ;  
 1.155875 1.156219 1.155875 1.188766 1.192812 1.192672 1.192703 1.196453  
 1.208328 1.244187 1.2445 1.279781 ;  
 1.155031 1.155563 1.155594 1.17575 1.192172 1.192312 1.192625 1.20075  
 1.207234 1.224313 1.244812 1.279266 ;  
 1.156047 1.156859 1.155313 1.172406 1.191531 1.191953 1.192547 1.207188  
 1.212094 1.243969 1.259172 1.280703 ;  
 20 1.155109 1.156203 1.155031 1.176969 1.192844 1.191594 1.192469 1.191859  
 1.211094 1.244094 1.271859 1.280187 ;  
 1.156125 1.155547 1.176703 1.191578 1.192203 1.191234 1.192391 1.212062  
 1.212047 1.288219 1.344922 1.283672 ;  
 1.155187 1.156937 1.179031 1.192609 1.191563 1.192828 1.192312 1.192828  
 1.211047 1.275609 1.339766 1.29925 ;  
 1.156203 1.156375 1.175313 1.191687 1.192875 1.192469 1.192234 1.191078  
 1.208 1.212672 1.272469 1.299203 ;  
 1.155266 1.155719 1.1915 1.192719 1.192234 1.192109 1.192156 1.191281  
 1.192859 1.211953 1.259578 1.319156 ;  
 25 1.156281 1.155063 1.192156 1.191797 1.191594 1.19175 1.192078 1.191484  
 1.207297 1.227234 1.324359 1.331578 ;  
 1.155344 1.156453 1.192812 1.192828 1.192906 1.191391 1.192 1.191687  
 1.208156 1.244844 1.244781 1.348375 ;  
 1.156359 1.155797 1.167516 1.191906 1.192266 1.191031 1.191922 1.191891  
 1.207062 1.212969 1.243141 1.307594 ;  
 1.155328 1.155141 1.155609 1.188938 1.191625 1.192625 1.191844 1.192094  
 1.207922 1.20825 1.243453 1.287734 ;  
 1.156344 1.156438 1.171422 1.191922 1.192937 1.192266 1.191766 1.192297  
 1.192781 1.211437 1.243766 1.291406 ;  
 30 1.155406 1.155781 1.155609 1.192953 1.192297 1.191906 1.191687 1.1925  
 1.207219 1.228672 1.260078 1.335172 ;  
 1.156516 1.155125 1.155328 1.192031 1.191656 1.191547 1.191609 1.192703  
 1.192078 1.212328 1.248766 1.320063 ;  
 1.155578 1.156422 1.171047 1.191109 1.192969 1.191188 1.191531 1.192906  
 1.196469 1.211609 1.243219 1.312484 ;  
 1.156687 1.155859 1.171234 1.192141 1.192328 1.192781 1.191453 1.191156  
 1.208953 1.208844 1.243531 1.280719 ;  
 1.155844 1.155297 1.155422 1.191219 1.191687 1.192422 1.191375 1.191359  
 1.207859 1.228031 1.243844 1.280203 ;  
 35 1.156953 1.156687 1.163141 1.19225 1.191047 1.192062 1.191297 1.207562  
 1.208719 1.275687 1.244156 1.279688 ;  
 1.156109 1.156031 1.171141 1.191328 1.192359 1.191703 1.191219 1.192234  
 1.207625 1.20875 1.244469 1.319172 ;

### C.3.6 z=-1050 mm

1.156391 1.172375 1.17275 1.171844 1.192141 1.192375 1.192875 1.207594  
 1.207422 1.207312 1.244672 1.259484 ;  
 1.155641 1.172187 1.17275 1.192219 1.191313 1.191828 1.192609 1.207984  
 1.208 1.244172 1.244703 1.264172 ;  
 1.156844 1.168 1.17275 1.191109 1.192438 1.191281 1.192344 1.208375  
 1.212578 1.228016 1.248734 1.280953 ;  
 1.156094 1.163719 1.17275 1.191953 1.191609 1.192688 1.192078 1.192766  
 1.223297 1.227391 1.244859 1.280156 ;  
 5 1.155344 1.155344 1.172844 1.192797 1.192734 1.192141 1.191813 1.192688  
 1.20825 1.228719 1.244891 1.247359 ;  
 1.156547 1.172641 1.192937 1.191687 1.191906 1.191594 1.191547 1.192609  
 1.220828 1.224094 1.228922 1.243672 ;  
 1.155703 1.156453 1.171453 1.192531 1.191078 1.191047 1.191281 1.192531  
 1.227734 1.227375 1.244484 1.279891 ;  
 1.156813 1.171797 1.171453 1.191422 1.192203 1.192453 1.192969 1.192453  
 1.224781 1.228703 1.244516 1.279094 ;  
 1.155969 1.155609 1.171453 1.192266 1.191375 1.191906 1.192703 1.192375  
 1.207781 1.236078 1.244547 1.27625 ;  
 10 1.155125 1.172812 1.171453 1.171156 1.1925 1.191359 1.192438 1.192297  
 1.208359 1.207734 1.244578 1.275359 ;  
 1.156234 1.172531 1.159453 1.171531 1.191672 1.192766 1.192172 1.192219  
 1.208938 1.212594 1.244609 1.252422 ;  
 1.155391 1.156344 1.171172 1.171906 1.192797 1.192219 1.191906 1.192141  
 1.195562 1.211594 1.244641 1.280828 ;  
 1.156594 1.155687 1.171266 1.192281 1.191969 1.191672 1.191641 1.192062  
 1.207859 1.208547 1.244672 1.280031 ;  
 1.155844 1.155031 1.171359 1.191172 1.191141 1.191125 1.191375 1.191984  
 1.192438 1.207453 1.228703 1.247234 ;  
 15 1.155094 1.156422 1.171453 1.192016 1.192266 1.192531 1.191109 1.191906  
 1.192547 1.208313 1.228266 1.243547 ;  
 1.156297 1.155859 1.171547 1.188859 1.191437 1.191984 1.192797 1.191828  
 1.208656 1.219219 1.243828 1.259766 ;  
 1.155547 1.155297 1.171641 1.175656 1.192562 1.191437 1.192531 1.19175  
 1.207281 1.212359 1.243859 1.280453 ;  
 1.15675 1.168594 1.171734 1.172125 1.191734 1.192844 1.192266 1.191672  
 1.207859 1.243359 1.243891 1.279656 ;  
 1.156 1.172312 1.167734 1.1725 1.192859 1.192297 1.192 1.207594 1.208437  
 1.227203 1.243922 1.280813 ;  
 20 1.155156 1.172125 1.171641 1.188875 1.192031 1.19175 1.191734 1.207984  
 1.207062 1.244625 1.319953 1.280016 ;  
 1.156266 1.171937 1.171734 1.171672 1.191203 1.191203 1.191469 1.208375  
 1.207641 1.244469 1.307906 1.279219 ;  
 1.167516 1.171844 1.171828 1.192047 1.192328 1.192609 1.191203 1.204766  
 1.212219 1.212312 1.255484 1.308375 ;  
 1.171047 1.171656 1.191922 1.192891 1.1915 1.192062 1.192891 1.191109  
 1.192891 1.211313 1.231797 1.272234 ;  
 1.172719 1.171563 1.192484 1.191781 1.192625 1.191516 1.192625 1.191031  
 1.191047 1.212266 1.227547 1.24325 ;  
 25 1.172344 1.171375 1.171094 1.192625 1.191797 1.192922 1.192359 1.192906  
 1.20725 1.211266 1.243109 1.319469 ;  
 1.155969 1.175187 1.171094 1.187516 1.192922 1.192375 1.192094 1.192828  
 1.211828 1.228219 1.243141 1.319609 ;  
 1.155125 1.171094 1.171094 1.192266 1.192094 1.191828 1.191828 1.19275  
 1.2085 1.211594 1.243172 1.25975 ;  
 1.156234 1.172766 1.155094 1.175156 1.191266 1.191281 1.191563 1.192672  
 1.207125 1.208547 1.243203 1.252437 ;  
 1.155391 1.172484 1.172578 1.175625 1.192391 1.192688 1.191297 1.192594  
 1.207703 1.211453 1.247234 1.280844 ;  
 30 1.1565 1.172297 1.172578 1.192094 1.191563 1.192141 1.191031 1.192516  
 1.212281 1.228406 1.247359 1.288047 ;  
 1.15575 1.156109 1.172672 1.192937 1.192688 1.191594 1.192719 1.192438  
 1.208953 1.211781 1.243484 1.279438 ;  
 1.156953 1.155453 1.156766 1.191828 1.191859 1.191047 1.192453 1.208359  
 1.211578 1.212734 1.227516 1.248594 ;  
 1.156203 1.156844 1.172391 1.192672 1.191031 1.192453 1.192188 1.20875  
 1.20825 1.207734 1.243078 1.244906 ;  
 1.155453 1.160281 1.172484 1.187562 1.192156 1.191906 1.191922 1.191188  
 1.212828 1.208594 1.243109 1.283172 ;  
 35 1.156656 1.171813 1.172578 1.176312 1.191328 1.191359 1.191656 1.191109  
 1.211547 1.2435 1.243141 1.320422 ;  
 1.155906 1.171719 1.172672 1.176781 1.192453 1.192766 1.191391 1.191031  
 1.208219 1.211344 1.243172 1.280563 ;

## C.3.7 z=-1100 mm

1.171813 1.172109 1.171156 1.172312 1.176437 1.192328 1.208375 1.208141  
 1.208625 1.22325 1.244641 1.260797 ;  
 1.171531 1.172016 1.171156 1.1725 1.191047 1.1915 1.204297 1.20825  
 1.208922 1.244203 1.244297 1.279156 ;  
 1.17125 1.171922 1.171156 1.192688 1.191984 1.192625 1.192125 1.208359  
 1.211266 1.243672 1.243953 1.279938 ;  
 1.172922 1.171828 1.17125 1.191484 1.192922 1.191797 1.191578 1.208469  
 1.227656 1.231141 1.243609 1.276719 ;  
 5 1.172641 1.171734 1.171344 1.192234 1.191906 1.192922 1.191031 1.208578  
 1.224422 1.228281 1.227266 1.255453 ;  
 1.172359 1.171641 1.171344 1.192891 1.192844 1.192094 1.192438 1.200688  
 1.223141 1.223281 1.228406 1.243578 ;  
 1.172078 1.171453 1.171344 1.191594 1.191828 1.191266 1.191891 1.208516  
 1.223812 1.228141 1.243594 1.243422 ;  
 1.171703 1.171359 1.171344 1.18825 1.192766 1.192391 1.191344 1.208625  
 1.208484 1.227141 1.24325 1.275266 ;  
 1.171328 1.171172 1.171344 1.172812 1.19175 1.191563 1.19275 1.208734  
 1.208781 1.240094 1.244859 1.279953 ;  
 10 1.172906 1.172938 1.17125 1.171047 1.188687 1.192688 1.192203 1.208844  
 1.207125 1.243469 1.244516 1.256734 ;  
 1.172531 1.172656 1.175156 1.175234 1.171578 1.191859 1.191656 1.208953  
 1.207422 1.212891 1.244172 1.252953 ;  
 1.17225 1.172469 1.17125 1.175516 1.192047 1.191031 1.191109 1.203109  
 1.211719 1.211516 1.247828 1.279031 ;  
 1.171969 1.172281 1.17125 1.175797 1.191031 1.192156 1.192516 1.191125  
 1.212109 1.212094 1.243578 1.247813 ;  
 1.171687 1.172187 1.17125 1.172078 1.191969 1.191328 1.191969 1.208719  
 1.2085 1.212672 1.211234 1.24375 ;  
 15 1.171406 1.172094 1.171344 1.172359 1.192906 1.192453 1.191422 1.208828  
 1.208797 1.207297 1.228 1.243594 ;  
 1.171125 1.172 1.171438 1.172547 1.191891 1.191625 1.192828 1.208938  
 1.207141 1.211781 1.243188 1.243438 ;  
 1.172797 1.172 1.171531 1.192828 1.192828 1.19275 1.192281 1.207094  
 1.207438 1.244359 1.244797 1.259281 ;  
 1.172516 1.172 1.171625 1.191531 1.191813 1.191922 1.191828 1.207203  
 1.207734 1.243828 1.244453 1.279594 ;  
 1.172234 1.171906 1.191719 1.172187 1.19275 1.191094 1.191281 1.207312  
 1.208031 1.243297 1.244109 1.264375 ;  
 20 1.171953 1.171813 1.192188 1.192375 1.191734 1.192219 1.192688 1.207422  
 1.208328 1.228719 1.243766 1.280781 ;  
 1.171578 1.171719 1.17275 1.175078 1.192672 1.191391 1.192141 1.207531  
 1.208625 1.243812 1.247422 1.279609 ;  
 1.171203 1.171625 1.172844 1.175453 1.191656 1.192516 1.191594 1.207641  
 1.208922 1.211281 1.243172 1.264391 ;  
 1.172875 1.171531 1.172938 1.179828 1.192594 1.191687 1.191047 1.19175  
 1.207266 1.223859 1.244781 1.244797 ;  
 1.172594 1.175437 1.175078 1.176203 1.191578 1.192812 1.192453 1.203391  
 1.207562 1.224719 1.224437 1.244641 ;  
 25 1.172312 1.171438 1.171172 1.176484 1.192516 1.191984 1.191906 1.207406  
 1.207859 1.211625 1.243531 1.292484 ;  
 1.172031 1.17125 1.175172 1.192766 1.1915 1.191156 1.191359 1.207516  
 1.208156 1.228203 1.243188 1.3075 ;  
 1.171656 1.171062 1.191266 1.191469 1.192438 1.192281 1.192766 1.207625  
 1.208453 1.211203 1.244797 1.276937 ;  
 1.171281 1.172734 1.191641 1.176125 1.191422 1.191453 1.192219 1.207734  
 1.21275 1.211781 1.244453 1.263672 ;  
 1.172953 1.172547 1.192016 1.192406 1.192359 1.192578 1.191672 1.207844  
 1.211187 1.228359 1.244109 1.284078 ;  
 30 1.176672 1.172359 1.176484 1.191109 1.191344 1.19175 1.191125 1.207953  
 1.211578 1.227359 1.247766 1.280953 ;  
 1.176484 1.172266 1.172578 1.175766 1.192281 1.192875 1.192531 1.208063  
 1.227969 1.228312 1.243516 1.263781 ;  
 1.176297 1.176172 1.172672 1.176141 1.191266 1.192047 1.191984 1.208172  
 1.212734 1.227312 1.227172 1.248094 ;  
 1.176109 1.176266 1.176766 1.176516 1.192203 1.191219 1.191437 1.204281  
 1.211172 1.224266 1.228312 1.244031 ;  
 1.175922 1.172359 1.172953 1.172891 1.191188 1.192344 1.192844 1.192297  
 1.223562 1.227172 1.2435 1.243875 ;  
 35 1.171734 1.172359 1.171094 1.171219 1.176125 1.191516 1.208297 1.207937  
 1.208234 1.216125 1.243156 1.279719 ;



1.171453 1.172359 1.183187 1.1715 1.192688 1.192641 1.192219 1.208047  
1.208531 1.244797 1.244766 1.2805 ;

### C.3.8 $z=-1150$ mm

1.176687 1.175906 1.19125 1.191203 1.1965 1.2075 1.208453 1.207891  
1.227203 1.243891 1.260109 1.280234 ;  
1.191656 1.176 1.191719 1.191766 1.191391 1.208906 1.208094 1.207719  
1.211781 1.243078 1.263859 1.280641 ;  
1.19175 1.192094 1.192188 1.192422 1.208141 1.208359 1.207734 1.207547  
1.243891 1.244219 1.247703 1.279094 ;  
1.191844 1.192469 1.19275 1.191125 1.207406 1.207813 1.207375 1.207375  
1.212844 1.243406 1.243078 1.2635 ;  
5 1.191937 1.184844 1.191359 1.191781 1.204719 1.207266 1.208969 1.207203  
1.212953 1.228547 1.244313 1.247531 ;  
1.192125 1.175078 1.191828 1.192438 1.207797 1.208672 1.208609 1.207031  
1.207109 1.227266 1.243594 1.243094 ;  
1.192219 1.175078 1.192297 1.191141 1.207062 1.208031 1.20825 1.212813  
1.207125 1.243937 1.244828 1.248516 ;  
1.176312 1.175078 1.192766 1.191703 1.204281 1.207391 1.207891 1.208734  
1.227141 1.243125 1.244109 1.276078 ;  
1.192031 1.175078 1.175281 1.192266 1.207359 1.208703 1.207531 1.212562  
1.243719 1.244266 1.255391 1.280391 ;  
10 1.175375 1.176937 1.187281 1.192734 1.204484 1.208063 1.207172 1.208484  
1.244672 1.243453 1.247047 1.280797 ;  
1.176297 1.176844 1.191563 1.191344 1.199563 1.207422 1.208766 1.212312  
1.243672 1.244594 1.248375 1.26325 ;  
1.192109 1.192844 1.176031 1.191906 1.208406 1.208734 1.208406 1.212234  
1.216625 1.243781 1.26375 1.279281 ;  
1.192203 1.175266 1.192125 1.192562 1.191672 1.208187 1.208047 1.208156  
1.212828 1.244922 1.247594 1.263687 ;  
1.192391 1.191359 1.192688 1.191266 1.208422 1.207641 1.207687 1.207984  
1.212937 1.228109 1.244922 1.259812 ;  
15 1.192578 1.191828 1.191297 1.191922 1.191781 1.207094 1.207328 1.207813  
1.207094 1.244875 1.244297 1.25975 ;  
1.192766 1.192297 1.191859 1.192578 1.192625 1.2085 1.208922 1.207641  
1.207109 1.244063 1.243578 1.259688 ;  
1.192953 1.192766 1.192422 1.191281 1.207516 1.207953 1.208562 1.207469  
1.243125 1.24325 1.260813 1.271625 ;  
1.192297 1.191281 1.191031 1.191937 1.204828 1.207406 1.208203 1.207297  
1.244078 1.244391 1.260563 1.279844 ;  
1.191641 1.191656 1.1915 1.192594 1.207906 1.208812 1.207844 1.207125  
1.243078 1.243578 1.260313 1.28025 ;  
20 1.192937 1.192031 1.191969 1.191297 1.207266 1.208266 1.207484 1.212906  
1.244031 1.244719 1.260062 1.280656 ;  
1.192281 1.192406 1.192438 1.191953 1.200484 1.207719 1.207125 1.212828  
1.243031 1.243906 1.263813 1.279109 ;  
1.192375 1.192781 1.192906 1.192609 1.207656 1.207172 1.208719 1.20875  
1.207984 1.243094 1.243656 1.263516 ;  
1.192469 1.191297 1.191516 1.191313 1.208969 1.208578 1.208359 1.208578  
1.212 1.244234 1.244891 1.259547 ;  
1.192562 1.191672 1.192078 1.191969 1.192234 1.207937 1.208 1.208406  
1.208109 1.243422 1.244266 1.259484 ;  
25 1.192656 1.192047 1.192547 1.192531 1.191031 1.207297 1.207641 1.212234  
1.208125 1.244563 1.243547 1.275516 ;  
1.19275 1.192422 1.191062 1.191234 1.191781 1.208609 1.207281 1.212156  
1.244141 1.24375 1.244781 1.275828 ;  
1.192094 1.192797 1.191531 1.191797 1.208531 1.207969 1.208875 1.208078  
1.231141 1.244891 1.248062 1.280141 ;  
1.191437 1.191125 1.191906 1.192266 1.191703 1.207328 1.212516 1.211906  
1.227813 1.244078 1.247437 1.280547 ;  
1.192734 1.1915 1.192281 1.192828 1.208359 1.208641 1.20825 1.211828  
1.212391 1.247266 1.248766 1.280953 ;  
30 1.192922 1.191875 1.19275 1.191437 1.195531 1.208 1.211891 1.21175 1.2285  
1.2445 1.248141 1.279406 ;  
1.191156 1.19225 1.191266 1.192 1.192469 1.207359 1.207625 1.211672  
1.211031 1.243688 1.247516 1.263906 ;  
1.191344 1.192719 1.191828 1.192656 1.207266 1.208766 1.207266 1.211594  
1.211141 1.228828 1.243078 1.264031 ;  
1.191531 1.191234 1.192391 1.191359 1.208578 1.208219 1.208859 1.207516  
1.20725 1.227547 1.244313 1.260062 ;  
1.191719 1.191703 1.192953 1.192016 1.191937 1.207672 1.2085 1.207344  
1.223266 1.244313 1.243688 1.276 ;

35 1.191906 1.192172 1.191563 1.192672 1.192781 1.207125 1.208141 1.207172  
 1.23975 1.2435 1.244922 1.276312 ;  
 1.18325 1.176641 1.192125 1.191375 1.207672 1.208531 1.207781 1.208953  
 1.244609 1.244641 1.260203 1.280625 ;

### C.3.9 z=-1200 mm

1.208234 1.208344 1.207469 1.208781 1.207047 1.224328 1.243797 1.243703  
 1.259844 1.276438 1.280313 1.279484 ;  
 1.208797 1.207234 1.2085 1.207953 1.228172 1.236063 1.244094 1.244187  
 1.244891 1.28 1.280156 1.279516 ;  
 1.207406 1.208078 1.207578 1.207125 1.211906 1.228172 1.244484 1.244672  
 1.243516 1.259656 1.28 1.279547 ;  
 1.207969 1.208922 1.208609 1.20825 1.211266 1.228094 1.228875 1.243203  
 1.244094 1.244797 1.271844 1.279578 ;  
 5 1.208531 1.207813 1.207687 1.207422 1.228484 1.240016 1.244891 1.243688  
 1.244672 1.243516 1.2635 1.279609 ;  
 1.207141 1.208656 1.208719 1.208453 1.228125 1.240125 1.243328 1.244172  
 1.243297 1.244187 1.264922 1.263641 ;  
 1.207703 1.207547 1.207797 1.207531 1.211766 1.228234 1.243625 1.244563  
 1.243875 1.244859 1.264391 1.279297 ;  
 1.208266 1.208391 1.208734 1.208562 1.211031 1.216063 1.243922 1.244953  
 1.244453 1.263578 1.263859 1.279328 ;  
 1.208828 1.207188 1.207719 1.207547 1.212156 1.227422 1.244125 1.243391  
 1.243078 1.264812 1.279328 1.279359 ;  
 10 1.208641 1.207937 1.208656 1.208484 1.223328 1.235156 1.244328 1.243781  
 1.259656 1.264094 1.279172 1.279391 ;  
 1.208453 1.208688 1.207641 1.207469 1.224828 1.243078 1.244531 1.244172  
 1.264703 1.263375 1.284969 1.283422 ;  
 1.207062 1.207578 1.208578 1.2085 1.244375 1.243281 1.244828 1.244563  
 1.259891 1.264609 1.264906 1.279547 ;  
 1.207625 1.208422 1.207656 1.207578 1.224484 1.223484 1.243172 1.248953  
 1.260937 1.259891 1.264375 1.279578 ;  
 1.208187 1.207312 1.208688 1.208609 1.224125 1.223219 1.243469 1.259484  
 1.260031 1.259078 1.271844 1.279797 ;  
 15 1.20875 1.208156 1.207766 1.207781 1.227859 1.227047 1.243859 1.260437  
 1.259125 1.260219 1.2595 1.279828 ;  
 1.207359 1.207047 1.208797 1.208906 1.227687 1.228922 1.24425 1.259437  
 1.260172 1.259406 1.260828 1.279859 ;  
 1.207922 1.207891 1.207875 1.208078 1.227516 1.240844 1.244641 1.244391  
 1.259266 1.260547 1.280203 1.279891 ;  
 1.208484 1.208734 1.208906 1.20725 1.227344 1.243094 1.243078 1.244875  
 1.260313 1.267734 1.280047 1.279922 ;  
 1.208203 1.207625 1.207984 1.208375 1.243078 1.243391 1.243469 1.243406  
 1.259406 1.263109 1.279891 1.279953 ;  
 20 1.207922 1.208469 1.207062 1.211453 1.227188 1.243594 1.243859 1.243891  
 1.244453 1.264344 1.279734 1.279984 ;  
 1.207734 1.207359 1.208094 1.212672 1.228875 1.243891 1.24425 1.244375  
 1.243078 1.263625 1.279578 1.284016 ;  
 1.207547 1.208203 1.207172 1.211844 1.228609 1.244187 1.244547 1.244859  
 1.243656 1.264859 1.279422 1.280141 ;  
 1.208109 1.207094 1.208203 1.211109 1.228344 1.248484 1.244938 1.243391  
 1.244234 1.264141 1.279266 1.264172 ;  
 1.208672 1.207937 1.207281 1.212328 1.227984 1.244781 1.243281 1.243875  
 1.244812 1.263422 1.279109 1.271828 ;  
 25 1.207281 1.208781 1.208313 1.2115 1.223625 1.243031 1.243578 1.244266  
 1.243438 1.264656 1.280906 1.279672 ;  
 1.207844 1.207672 1.207297 1.212625 1.223172 1.243234 1.243875 1.244656  
 1.248016 1.263937 1.28075 1.279703 ;  
 1.208406 1.208516 1.208234 1.207797 1.212672 1.243438 1.244078 1.243094  
 1.244688 1.279219 1.280594 1.283734 ;  
 1.208125 1.207312 1.207219 1.208734 1.211844 1.243547 1.244281 1.243484  
 1.259313 1.280828 1.280437 1.283859 ;  
 1.207844 1.208156 1.208156 1.207719 1.220969 1.243656 1.244484 1.243875  
 1.244359 1.264484 1.280281 1.283984 ;  
 30 1.207656 1.207047 1.207141 1.20875 1.228516 1.243859 1.244781 1.244266  
 1.248937 1.263766 1.280125 1.284109 ;  
 1.208219 1.207891 1.208172 1.207828 1.224156 1.244063 1.243125 1.244656  
 1.243656 1.259047 1.279969 1.280234 ;  
 1.208781 1.208734 1.20725 1.208859 1.243797 1.244266 1.243422 1.243094  
 1.244234 1.260188 1.263813 1.264266 ;  
 1.207391 1.207625 1.208281 1.212031 1.224 1.244563 1.243812 1.243578  
 1.244812 1.259375 1.259281 1.264109 ;

---

1.207953 1.208469 1.207359 1.207297 1.219734 1.232859 1.244203 1.244063  
1.259437 1.260516 1.260609 1.279766 ;  
35 1.208516 1.207359 1.208391 1.208422 1.211281 1.244875 1.244594 1.244547  
1.244484 1.259703 1.259984 1.279797 ;  
1.207219 1.208203 1.207469 1.207594 1.216594 1.243219 1.243031 1.243078  
1.259109 1.260844 1.279359 1.279828 ;