

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

MODELLO DINAMICO A
PARAMETRI CONCENTRATI
DELL'IMPATTO DI MANIPOLATORI
ROBOTICI COLLABORATIVI

RELATORE: PROF. ING. GIULIO ROSATI

CORRELATORE: PROF. ING. MATTEO BOTTIN

LAUREANDO: NICOLÒ CARRARO

MATRICOLA: 2072351

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

ai miei genitori...

“ Non è perché le cose sono difficili che non osiamo, è perché non osiamo che sono difficili. ”

LUCIO ANNEO SENECA

Indice

Sommario	XI
Introduzione	XIII
1 Cinematica, dinamica e modelli di contatto per un manipolatore	1
1.1 Cinematica del robot	2
1.1.1 Notazione di Denavit-Hartenberg	2
1.1.2 Problema cinematico diretto	4
1.1.3 Problema cinematico inverso	5
1.2 Problema dinamico inverso	6
1.2.1 Metodo lagrangiano	6
1.2.2 Metodo ricorsivo di Newton-Eulero	8
1.2.3 Quantità di moto	11
1.2.4 Energia cinetica	12
1.3 Modelli di contatto	12
1.3.1 Modello di Hertz	12
1.3.2 Modello di Hunt-Crossley	14
1.4 Requisiti per la sicurezza delle applicazioni robotiche collaborative .	15
1.4.1 Normativa ISO/TS 15066:2016(E)	16
1.4.2 Modello di Contatto Transitorio	16
1.4.3 Formula per il Calcolo dell'Energia Trasferita	17

1.4.4	Relazione tra Energia Trasferita e Velocità del Robot	17
1.4.5	Conclusioni sui modelli proposti	18
2	Implementazione dei modelli dinamici a parametri concentrati	21
2.1	Equivalenza Dinamica	21
2.2	Posizionamento Masse Concentrate	23
2.2.1	Casi particolari	26
2.3	Applicazione del modello semplificato	28
2.3.1	Adept Viper 650	29
2.3.2	TechMan TM5-700	33
2.4	Simulazione e calcolo degli errori per traiettorie random	40
2.4.1	Errori e tempi computazionali Adept Viper 650	42
2.4.2	Errori e tempi computazionali TechMan TM5-700	45
2.5	Conclusioni sui modelli semplificati	46
3	Simulazioni di impatto	51
3.1	Modello dinamico di contatto continuo	53
3.2	Determinazione della matrice di inerzia del manipolatore	56
3.2.1	Energia Cinetica Totale	59
3.3	Determinazione delle matrici di rigidità e smorzamento equivalenti	60
3.3.1	Valori di Rigidità e Smorzamento dei giunti Adept Viper 650	66
3.3.2	Conclusioni sui risultati ottenuti dal testing modale per il Viper 650	67
3.4	Implementazione in ambiente Simulink	68
3.5	Simulazioni di impatto per Viper 650	71
3.5.1	Simulazione di impatto lineare	71
3.5.2	Simulazione di impatto rotazionale	83
4	Set-up sperimentale	95

4.1	Guida e Carrello	97
4.2	Sistema di visione	98
4.3	Elaborazione immagini	98
4.3.1	Calibrazione	100
4.4	Valutazione dell'incertezza	101
4.4.1	Propagazione dell'incertezza	102
4.4.2	Manipolazione dei dati e analisi dell'incertezza	103
4.4.3	Incetezza della prova	105
5	Test sperimentali per Techman TM5-700	107
5.1	Procedura di test	108
5.2	Configurazioni di prova	110
5.3	Risultati per impatti lineari	115
5.4	Risultati per impatti rotazionali	126
	Conclusioni	135
	A Documentazione Tecnica	139
A.1	Omron Viper 650	139
A.2	Techman TM5-700	139
	B Grafici di approfondimento	147
	C Ellissoidi di manipolabilità	157
	D Normativa ISO/TS 15066:2016(E)	161
D.1	Limiti biomeccanici	162
	E Testing modale Omron Viper 650	167
	Bibliografia	175

Sommario

Il lavoro di tesi qui presentato nasce con il duplice scopo di proporre dei modelli semplificati per la soluzione del problema dinamico di un robot nell'ambito collaborativo e industriale e, al contempo, di andare a realizzare un modello che permetta di simulare con buona approssimazione il comportamento reale del sistema nelle applicazioni che prevedano fenomeni di contatto o urto con l'ambiente circostante, al fine di ottenere uno strumento previsionale utile a validare la sicurezza di una determinata applicazione robotica. In merito alla complessità del problema dinamico, essa dipende prevalentemente dalla necessità di estrapolare una quantità elevata di parametri tipicamente non disponibili o difficilmente reperibili nella documentazione tecnica fornita dal produttore (e.g. inerzie, posizioni dei centri di massa dei link ecc.); a questo scopo dunque vengono implementati e validati dei modelli approssimati ottenuti secondo il principio dell'equivalenza dinamica, elaborati e simulati per due diversi manipolatori. Per quanto concerne invece la simulazione della risposta del sistema ad urti o contatti con l'ambiente di lavoro, è stato realizzato un modello **Simulink** che permette di caratterizzare il comportamento del robot durante un movimento tenendo conto non solo di un modello di contatto visco-elastico in grado di restituire i valori stimati delle forze di impatto, ma anche di determinare l'energia cinetica trasferita agli ostacoli, il tutto anche al fine di ottenere stime più realistiche e affidabili di quelle ottenibili secondo l'attuale normativa ISO/TS 15066:2016. Infine i risultati sono stati confrontati con quelli ottenuti mediante prove di impatto realizzate presso il laboratorio del DII utilizzando un manipolatore collaborativo ed un setup sperimentale costruito appositamente.

Introduzione

La tesi esposta nelle pagine a seguire si concentra sull'implementazione e la validazione di alcuni modelli a parametri concentrati atti a semplificare l'analisi dinamica tradizionale dei robot manipolatori. Dopodiché l'obiettivo prefissato diventerà quello di sviluppare un modello capace di simulare i parametri di maggiore interesse nella dinamica dell'urto tra il manipolatore e l'ambiente circostante.

Il Capitolo 1 ha natura prevalentemente introduttiva ed è diviso in quattro sezioni che hanno l'obiettivo di definire in modo sintetico ed esaustivo gli strumenti necessari per la realizzazione dei suddetti modelli: nella prima parte verranno brevemente illustrati i principi fondamentali di cinematica diretta e inversa, nonché la notazione adottata. Nella seguente sezione si passerà alla descrizione del problema dinamico inverso secondo le due formulazioni più note, quella di Lagrange ed il metodo ricorsivo di Newton-Eulero tipicamente adottato in ambito computazionale. Nella terza parte ci si concentrerà invece sulla descrizione delle più collaudate teorie del contatto continuo: la teoria del contatto Hertziana ed il modello viscoelastico di Hunt-Crossley. Infine verrà presentata la normativa attualmente in vigore per l'attestazione di sicurezza di un robot collaborativo.

Una volta definiti i fondamenti teorici, nel Capitolo 2 si passerà alla validazione dei modelli a parametri concentrati. Questo capitolo sarà diviso in due parti, relative rispettivamente ai due manipolatori 6 assi adottati in questo studio. Verranno elencati i dati dei due robot, si applicherà il principio di equivalenza dinamica per

realizzare i modelli a parametri concentrati ed infine verranno riportati i risultati ottenuti dal confronto con il modello dinamico completo in termini di errori relativi per diverse grandezze di interesse.

Nel Capitolo 3 si andrà poi a realizzare un nuovo modello implementato mediante **Simulink** che permetta di impiegare la dinamica inversa secondo una qualsiasi delle tecniche descritte, integrando inoltre la possibilità di verificare la risposta dinamica del robot ad un comando di movimento, tenendo conto anche della rigidità e dello smorzamento dei singoli giunti nonché aggiungendo al sistema uno dei modelli di contatto sopra citati per poter simulare i fenomeni di impatto con degli ostacoli, a loro volta labili o vincolati.

Per concludere, il Capitolo 4 si concentrerà sulla descrizione dell'apparato sperimentale adottato per andare poi a confrontare, nel Capitolo 5, i risultati ottenuti mediante le simulazioni con quelli ricavati dai test di impatto svolti in laboratorio sfruttando un manipolatore collaborativo ed un set-up sperimentale realizzato ad hoc. Verranno qui descritti la scelta dei movimenti di impatto, i metodi di controllo del manipolatore ed il sistema di misura dei parametri utilizzati per il confronto.

Capitolo 1

Cinematica, dinamica e modelli di contatto per un manipolatore

Per *manipolatore robot*, comunemente noto come braccio robotico, intendiamo un dispositivo meccanico che riproduce la struttura e le funzioni di un braccio umano, dotato di uno o più giunti che ne permettono il movimento in diverse direzioni. Questi sistemi robotici sono progettati per eseguire una varietà di compiti, spesso in ambienti industriali, collaborativi ma anche in contesti di ricerca, medici e di servizio. La loro capacità di svolgere operazioni ripetitive con alta precisione, forza e velocità li rende strumenti essenziali in molte applicazioni. La realizzazione di un manipolatore robotico coinvolge diverse componenti meccaniche, elettroniche e informatiche. La struttura principale di un manipolatore comprende giunti e link, dove i giunti connettono i vari segmenti rigidi del braccio, noti come link. Ogni giunto fornisce uno o più gradi di libertà (DoF) al manipolatore, permettendogli di muoversi in un determinato modo, come rotazioni o traslazioni. Gli attuatori, prevalentemente motori elettrici, forniscono la forza necessaria per muovere i giunti. Sensori di posizione, forza, velocità e altri parametri sono utilizzati per monitorare e controllare il movimento del manipolatore in tempo reale. Un sistema di controllo, spesso basato su un microcontrollore o un computer, gestisce

gli input dai sensori e comanda i motori elettrici per eseguire movimenti precisi e coordinati. L'elemento terminale del manipolatore, chiamato end-effector, può essere un utensile, una pinza o qualsiasi dispositivo necessario per eseguire il compito specifico del robot. I manipolatori robotici trovano impiego in una vasta gamma di settori grazie alla loro versatilità e precisione: nell'industria manifatturiera, essi sono utilizzati per assemblaggio, saldatura, pittura, imballaggio e altre operazioni ripetitive che richiedono alta precisione; in medicina, sono impiegati in chirurgia robotica; nella logistica e magazzinaggio, sono utilizzati per la movimentazione e la gestione automatizzata dei materiali, migliorando l'efficienza e riducendo i rischi per i lavoratori. Un'area emergente è quella della robotica collaborativa, dove manipolatori robotici lavorano fianco a fianco con gli esseri umani in ambienti di produzione condivisi. Questi robot collaborativi, o cobot, sono progettati per essere sicuri, flessibili e facili da programmare, migliorando ulteriormente l'efficienza e la produttività nelle applicazioni industriali. L'adozione di manipolatori robotici comporta numerosi vantaggi, tra cui l'aumento della produttività, la riduzione dei costi operativi, la migliorata qualità del prodotto e la riduzione dei rischi per la sicurezza dei lavoratori. La loro capacità di operare in ambienti pericolosi o inaccessibili agli esseri umani li rende strumenti indispensabili in molte industrie.

1.1 Cinematica del robot

1.1.1 Notazione di Denavit-Hartenberg

Al fine di descrivere le equazioni che governano il moto di un robot risulta indispensabile per prima cosa la scelta di un criterio per il posizionamento delle terne di riferimento con le quali verrà schematizzata la catena cinematica aperta del manipolatore. La notazione di Denavit-Hartenberg [1] è il metodo più comune e diffuso per sistematizzare la scelta delle terne di riferimento, semplificando il calcolo dei parametri che definiscono le matrici di trasformazione relative. Essa riduce

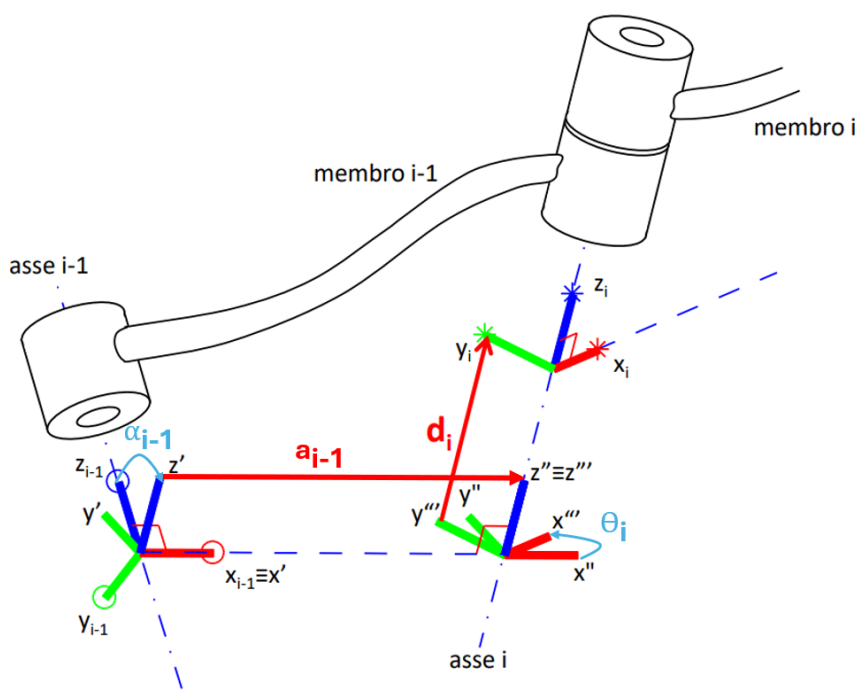


Figura 1.1: Parametri cinematici di Denavit–Hartenberg

i parametri a quattro per ciascuna trasformazione: due rotazioni e due traslazioni, di cui una coordinata libera e tre costanti.

La procedura per l'assegnazione delle terne di riferimento secondo la notazione D-H è la seguente: identificazione degli assi z , che vengono definiti lungo la direzione del moto dei giunti; definizione delle normali comuni ai due assi di riferimento; rappresentazione delle terne di riferimento (prima l'origine, poi l'asse z e l'asse x , poi l'asse y secondo la regola della mano destra); calcolo dei parametri DH, misurando e annotando i parametri DH per ciascuna coppia di giunti contigui.

Definiamo quindi i parametri relativi alle trasformazioni tra la terna $i-1$ -esima e la terna i -esima. Con riferimento alla figura 1.1: α_{i-1} l'angolo di rotazione attorno all'asse x_{i-1} ; a_{i-1} la distanza dall'asse $i-1$ all'asse i lungo x_{i-1} ; θ_i l'angolo di rotazione attorno all'asse z_i ; d_i la distanza tra le origini delle terne lungo l'asse z_i .

Per ottenere la matrice di trasformazione $\mathbf{T}_{i,i-1}$, che rappresenta la trasformazione dal sistema di riferimento del link i al sistema di riferimento del link $i-1$, è necessario realizzare 4 trasformazioni successive secondo assi mobili partendo dalla terna $i-1$ esima, descritte dalla seguente equazione:

$$\mathbf{T}_{i,i-1} = \mathbf{T}_{Rx}(\alpha_{i-1})\mathbf{T}_{Tx}(a_{i-1})\mathbf{T}_{Rz}(\theta_i)\mathbf{T}_{Tz}(d_i) \quad (1.1)$$

da cui, adottando le coordinate omogenee:

$$\mathbf{T}_{i,i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -d_i \sin \alpha_{i-1} \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & d_i \cos \alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

La matrice complessiva di trasformazione che descrive la posizione e l'orientamento della terna i -esima rispetto alla base del robot è ottenuta moltiplicando in sequenza tutte le matrici di trasformazione T_i per i giunti da 1 a n :

$$\mathbf{T}_{i,0} = \mathbf{T}_{10}\mathbf{T}_{21}\cdots\mathbf{T}_{i,i-1} \quad (1.3)$$

Questa notazione semplifica il processo di modellazione dei robot, rendendo più facile la derivazione delle equazioni di cinematica diretta e inversa.

1.1.2 Problema cinematico diretto

Una volta identificate le terne di riferimento che descrivono la posizione e l'orientazione relativa dei singoli link appartenenti al robot, è necessario definire due ulteriori terne, tipicamente costanti come nel caso qui trattato. Definiamo quindi la terna ambiente (world) attraverso la trasformazione \mathbf{T}_{0w} e la terna utensile (tool) \mathbf{T}_{tn} .

Il problema cinematico diretto per un generico meccanismo spaziale in catena aperta ad n gradi di libertà sarà quindi definito dalla seguente relazione:

$$\mathbf{T}_{tw} = \mathbf{T}_{0w}\mathbf{T}_{n0}(\mathbf{q})\mathbf{T}_{tn} \quad (1.4)$$

Nella quale identifichiamo con \mathbf{T}_{tw} la posizione ed orientazione dell'end-effector rispetto all'ambiente. La trasformazione \mathbf{T}_{n0} corrisponde invece alla posizione della terna n-esima (riferimento della flangia robot) rispetto alla base, secondo Denavit-Hartenberg, che è funzione di $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$, vettore delle coordinate di giunto. In generale la soluzione di questo sistema ha la proprietà di esistere ed essere sempre unica. Tale proprietà sarà fondamentale per poter ricostruire la posizione esatta di un qualsiasi punto appartenente al robot nello spazio operativo.

1.1.3 Problema cinematico inverso

Designata una posizione ed orientazione del tool \mathbf{T}_{tw} nello spazio, il problema cinematico inverso può essere descritto per una manipolatore in catena aperta nel seguente modo :

$$\mathbf{T}_{n0}(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_{0w}^{-1}\mathbf{T}_{tw}(\mathbf{q})\mathbf{T}_{tn}^{-1} = \mathbf{A} \quad (1.5)$$

Nell'equazione 1.5 la matrice \mathbf{A} è nota e viene ricavata una volta assegnata \mathbf{T}_{tw} . In questo problema l'incognita è rappresentata dalle \mathbf{n} variabili di giunto, che compaiono nella matrice \mathbf{T}_{n0} . Attraverso questa formulazione è possibile dunque ricavare le posizioni dei singoli giunti \mathbf{q} assunta dal robot per raggiungere la data posizione/orientazione \mathbf{T}_{tw} del tool. Occorre precisare che la soluzione del problema cinematico inverso a differenza di quello diretto riportato in 1.4 non ammette sempre soluzioni e, nel caso queste esistessero, le soluzioni possono essere uniche o multiple. Per questo motivo è necessario definire una locazione \mathbf{T}_{tw} interna allo spazio di lavoro e bisogna specificare l'informazione relativa alla specifica configurazione adottata dal robot. Nei casi qui esposti, faremo riferimento solo a manipolatori 6 assi a giunti rotazionali che ammettono di conseguenza 8 possibili configurazioni, ottenute dalla combinazione delle condizioni lefty-righty per la

spalla, above-below per il gomito ed infine flip-nonflip.

1.2 Problema dinamico inverso

L'analisi della dinamica inversa di un manipolatore consiste nel determinare le forze e le coppie necessarie per produrre un dato movimento. Esistono due metodi principali per derivare le equazioni del moto di un manipolatore nello spazio dei giunti : il metodo di Lagrange e il metodo di Newton-Eulero [2] [3]. La formulazione di Lagrange è sistematica e concettualmente semplice, mentre la formulazione di Newton-Eulero è computazionalmente più efficiente, essendo almeno tre volte più veloce [4] grazie alla sua natura ricorsiva che sfrutta la struttura aperta della catena cinematica del manipolatore per poter calcolare le azioni mutue che agiscono tra link contigui a partire dall'ultimo giunto. Il problema dinamico inverso, in generale, è espresso dalla seguente equazione:

$$\boldsymbol{\tau} = f(model, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \quad (1.6)$$

nella quale $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ e $\boldsymbol{\tau}$ rappresentano i vettori $\in \mathbb{R}^n$ relativi alle coordinate generalizzate di posizione, velocità, accelerazioni e forze; *model* invece indica una particolare modellazione fisica del sistema meccanico, in quanto in generale le coppie da applicare ai singoli giunti dipendono anche dagli attriti coulombiani, viscosi e dalle azioni esterne al sistema robot, come la forza di gravità ed anche forze applicate dall'esterno.

1.2.1 Metodo lagrangiano

La relazione tra le coppie degli attuatori dei singoli giunti e il moto del meccanismo è definito dall'equazione del moto. La formulazione di Lagrange, in questo senso, permette di derivare in modo sistematico tali equazioni, prescindendo dal sistema di coordinate adottato. Concettualmente il metodo lagrangiano si basa sul principio di minimizzazione dell'azione, noto come principio di Hamilton, che stabilisce

che il percorso reale seguito tra due punti nello spazio-tempo è quello che minimizza l'integrale dell'azione delle forze applicate ad un corpo. Per definire il metodo si considera un insieme di variabili q_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, chiamate coordinate generalizzate, che rappresentano le posizioni dei collegamenti di un manipolatore con n gradi di libertà, la lagrangiana \mathcal{L} del sistema meccanico può essere formulata come una funzione delle coordinate generalizzate:

$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{U} \quad (1.7)$$

dove T e U indicano l'energia cinetica totale e l'energia potenziale del sistema. Il sistema di equazioni di Lagrange è espresso da:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \xi_i \quad i = 1, \dots, n \quad (1.8)$$

laddove ξ_i è la forza generalizzata associata alla coordinata generalizzata q_i . In forma compatta possiamo scrivere:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\xi} \quad (1.9)$$

Nel caso di un manipolatore con catena cinematica aperta, le coordinate generalizzate sono raccolte nel vettore q e le forze generalizzate nel vettore ξ . Il contributo alle forze generalizzate è dato dalle forze non conservative, ossia le coppie dell'attuatore del giunto, le coppie di attrito statico e viscoso del giunto, ed infine le coppie indotte ai giunti dal contatto con l'ambiente esterno in un qualsiasi punto della catena cinematica. Le equazioni 1.8 stabiliscono le relazioni esistenti tra le forze generalizzate applicate al manipolatore e le posizioni, le velocità e le accelerazioni del giunto permettendo di derivare il modello dinamico del manipolatore a partire dalla determinazione dell'energia cinetica e dell'energia potenziale del sistema meccanico.

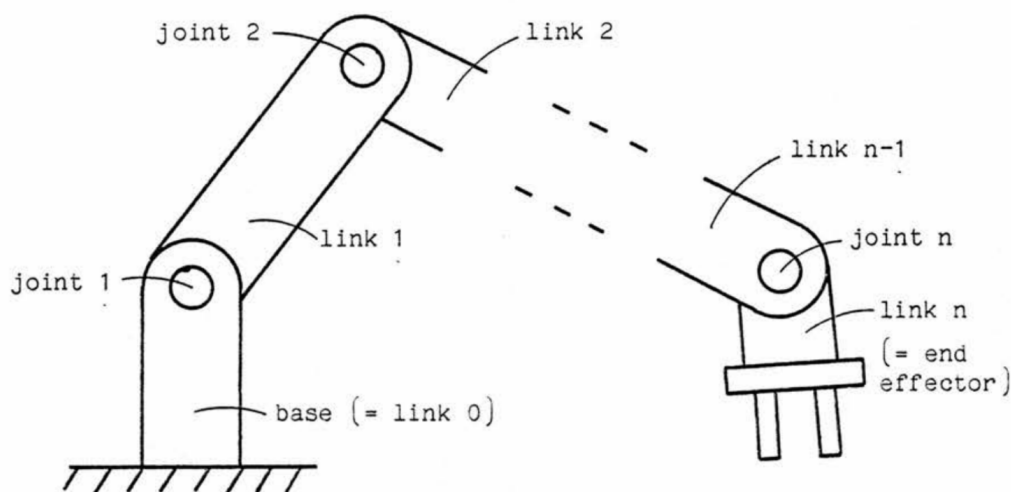


Figura 1.2: Schema di collegamento tra link [5]

1.2.2 Metodo ricorsivo di Newton-Eulero

Un metodo alternativo per la soluzione del problema dinamico associato a un generico meccanismo in catena aperta è rappresentato dal metodo di Newton-Eulero. Questo algoritmo di tipo ricorsivo consiste essenzialmente nell'imporre l'equilibrio dinamico ai singoli link noti che siano i termini inerziali e le accelerazioni, velocità e posizioni dei singoli link, ottenute attraverso cinematica diretta a partire da una traiettoria designata. Il vantaggio sostanziale derivante dall'utilizzo di questo algoritmo consiste in una drastica riduzione dei tempi di calcolo associati alla soluzione del problema dinamico, resa possibile dalla intrinseca semplicità del metodo, in quanto i contributi di coppia agli attuatori vengono ricavati attraverso una logica a cascata, ricostruendo le forze e le coppie mutue agenti tra le singole coppie di membri, partendo dall'ultimo elemento della catena cinematica. Per definire il metodo prendiamo in considerazione una catena cinematica aperta a ramo singolo (fig. 1.2).

Siano dati n membri mobili, cui corrispondono n giunti a 1 DoF, tali per cui

ciascun giunto colleghi in un punto il link i con il link $i-1$. Il primo membro sarà quindi collegato alla base (membro 0) mediante il giunto 1.

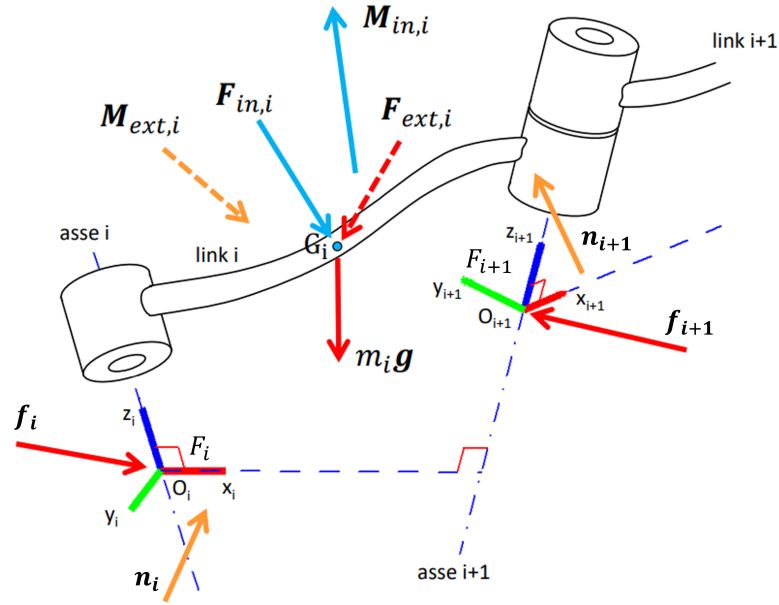
Occorre ora definire i parametri geometrici e inerziali dei singoli link e giunti; a ciascun membro i viene quindi assegnato un sistema di riferimento F_i scelto secondo quanto visto nella sezione 1.1.1. Per l'ipotesi di corpo rigido, ciascun link avrà una posizione e orientazione fissa nel proprio sistema di coordinate, così come resteranno invariati i momenti di inerzia del link rispetto agli assi del sistema F_i . Chiameremo quindi \mathbf{I}_i^{cm} l'inerzia rotazionale riferita al centro di massa del link e z l'asse di rotazione del giunto i , il tutto espresso nel riferimento F_i .

Per poter passare da un sistema di riferimento all'altro utilizziamo le matrici di trasformazione di coordinate tra link adiacenti $\mathbf{R}_{i+1,i}$, utilizzando la notazione descritta in precedenza.

Nel caso in analisi ciascuna matrice di trasformazione tra due membri contigui sia funzione di un'unica variabile. Le variabili di giunto saranno quindi: q_i rotazione del giunto i , \dot{q}_i la corrispondente velocità di rotazione, \ddot{q}_i l'accelerazione e Q_i la forza generalizzata.

Per calcolare la dinamica inversa dell'albero cinematico si procederà nel seguente modo:

1. Calcolo delle velocità e delle accelerazioni dei link a partire da una assegnata traiettoria dei giunti.
2. Calcolo delle coppie necessarie a realizzare tali accelerazioni.
3. Computo delle azioni mutue tra link adiacenti trasmesse attraverso gli accoppiamenti ai giunti a partire dall'ultimo elemento della catena.


 Figura 1.3: Forze generalizzate per un generico giunto i

Le equazioni a cui fare riferimento sono:

$$\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{R}_{i-1,i} \boldsymbol{\omega}_{i-1} + \mathbf{z}_i \dot{q}_i \quad (1.10)$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{R}_{i-1,i} (\mathbf{v}_{i-1} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{r}_{i,i-1}) \quad (1.11)$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \mathbf{R}_{i-1,i} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} + \mathbf{z}_i \ddot{q}_i + (\mathbf{R}_{i-1,i} \boldsymbol{\omega}_i) \times \mathbf{z}_i \dot{q}_i \quad (1.12)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{R}_{i-1,i} (\dot{\mathbf{v}}_{i-1} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{i-1} \times \mathbf{r}_{i,i-1} + \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{r}_{i,i-1})) \quad (1.13)$$

$$\mathbf{F}_i = m_i (\dot{\mathbf{v}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{c}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{c}_i)) \quad (1.14)$$

$$\mathbf{M}_i = \mathbf{I}_i^{cm} \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{I}_i^{cm} \boldsymbol{\omega}_i \quad (1.15)$$

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_{i+1,i} \mathbf{f}_{i+1} \quad (1.16)$$

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{M}_i + \mathbf{c}_i \times \mathbf{F}_i + \mathbf{R}_{i+1,i} \mathbf{n}_{i+1} + \mathbf{r}_{i+1,i} \times \mathbf{R}_{i+1,i} \mathbf{f}_{i+1} \quad (1.17)$$

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{z}_i^T \mathbf{n}_i \quad (1.18)$$

nelle quali:

$\boldsymbol{\omega}_i$, $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i$ sono la velocità e l'accelerazione angolari del corpo i ;

$\mathbf{v}_i, \dot{\mathbf{v}}_i$ sono la velocità e l'accelerazione lineari nell'origine della terna F_i (sistema di coordinate di riferimento del corpo i);

$\mathbf{F}_i, \mathbf{M}_i$ sono la forza e il momento netti nel corpo i , espressi nel loro centro di massa;

$\mathbf{f}_i, \mathbf{n}_i$ sono la forza e il momento esercitati dal corpo i attraverso il giunto i ;

$m_i, \mathbf{c}_i, \mathbf{I}_{\text{cm}_i}$ sono la massa, il centro di massa e l'inerzia rotazionale rispetto al centro di massa del corpo i nelle coordinate di F_i ;

$\mathbf{R}_{i+1,i}$ è la matrice di rotazione ortogonale 3×3 che trasforma le coordinate dalla terna F_{i+1} alla terna F_i ;

$\mathbf{r}_{i,i-1}$ è la posizione dell'origine della terna F_i rispetto alla terna F_{i-1} , espressa nelle coordinate della terna F_{i-1} ;

\dot{q}_i, \ddot{q}_i sono la velocità e l'accelerazione angolari del giunto i ;

τ_i è la forza generalizzata applicata al giunto i ;

\mathbf{z}_i è la direzione dell'asse del giunto i espresso nelle coordinate della terna F_i .

1.2.3 Quantità di moto

La quantità di moto complessiva di un robot è ottenuta sommando le quantità di moto di ciascun braccio:

$$\mathbf{Q} = \sum_i \mathbf{Q}_i \quad (1.19)$$

La quantità di moto di un sistema meccanico è data da:

$$\mathbf{Q}_i = m_i \mathbf{v}_{ci} \quad (1.20)$$

dove

$$\mathbf{v}_{ci} = \mathbf{v}_i + (\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{c}_i) \quad (1.21)$$

è la velocità lineare del centro di massa.

1.2.4 Energia cinetica

L'energia cinetica totale di un manipolatore è calcolata sommando le energie cinetiche di ciascun braccio:

$$E_k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \sum_i E_{ki}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (1.22)$$

Sappiamo che l'energia cinetica di un sistema meccanico che subisce traslazioni e rotazioni è la somma dell'energia cinetica traslazionale, che dipende dal quadrato della velocità lineare del centro di massa, e dell'energia cinetica rotazionale, che dipende dal quadrato della velocità angolare del braccio:

$$E_{ki}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \mathbf{v}_{ci}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) m_i \mathbf{v}_{ci}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{I}_{0i} \boldsymbol{\omega}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (1.23)$$

dove \mathbf{v}_{ci} è la velocità lineare del centro di massa (equazione 1.21), $\boldsymbol{\omega}_i$ è la velocità angolare (equazione 1.10), m_i è la massa e $\mathbf{I}_{0i} = \mathbf{R}_{i0} \mathbf{I}_i \mathbf{R}_{0i}$ è la matrice d'inerzia espressa nel sistema di riferimento inerziale F_0 (base robot).

1.3 Modelli di contatto

Nel contesto dell'analisi del contatto meccanico, i modelli di contatto di Hertz e Hunt-Crossley rappresentano strumenti fondamentali per descrivere e comprendere il comportamento delle superfici interagenti sotto carico. Entrambi i modelli forniscono una descrizione matematica delle forze di contatto, ma differiscono per le assunzioni di base e l'applicabilità a diverse condizioni di contatto.

1.3.1 Modello di Hertz

Il modello di contatto di Hertz, sviluppato da Heinrich Hertz nel 1882 [6] [7] [8], è uno dei modelli più utilizzati per descrivere il contatto elastico tra due superfici curve. Questo modello si basa sull'assunzione che le superfici in contatto siano idealmente lisce e isotrope, e che il contatto avvenga senza attrito e senza penetrazione plastica. La teoria di Hertz fornisce relazioni analitiche per il calcolo

della distribuzione delle pressioni di contatto e della deformazione delle superfici in funzione delle proprietà elastiche dei materiali e della geometria delle superfici stesse.

Forza di Contatto

La forza di contatto che si sviluppa tra due corpi elastici convessi viene descritta dalla seguente relazione:

$$F = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} \delta^{3/2} \quad (1.24)$$

dove:

- E^* è il modulo di elasticità equivalente, definito come:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.25)$$

dove E_1 e E_2 sono i moduli di elasticità dei due materiali in contatto e ν_1 e ν_2 sono i rispettivi coefficienti di Poisson.

- R è il raggio di curvatura equivalente, dato da:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.26)$$

dove R_i è il raggio della superficie del corpo i

- δ è la profondità di penetrazione.

Pressione Massima di Contatto p_0

$$p_0 = \frac{3F}{2\pi a^2} \quad (1.27)$$

dove a è il raggio dell'area di contatto, dato da:

$$a = \left(\frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1.28)$$

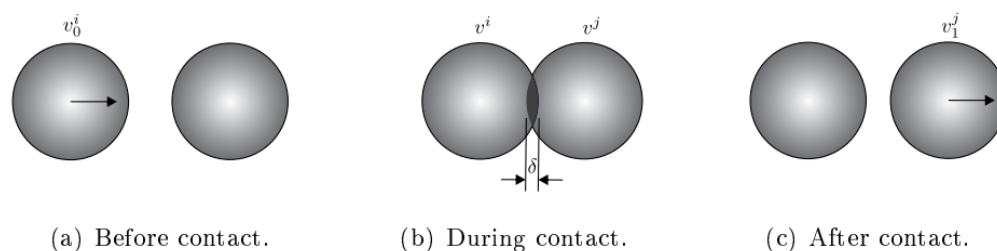


Figura 1.4: Processo di contatto tra due sfere solide [8]

L'utilità del modello di Hertz risiede nella sua capacità di descrivere con precisione il comportamento elastico di corpi in contatto sotto carichi moderati, risultando particolarmente utile in applicazioni ingegneristiche come la progettazione di cuscinetti, ruote dentate e altri componenti meccanici dove il contatto superficiale è predominante. Tuttavia, il modello di Hertz presenta limiti significativi. Esso non tiene conto degli effetti di attrito, dell'eventuale presenza di deformazioni plastiche e delle non linearità che possono emergere in presenza di grandi deformazioni. Inoltre, l'assunzione di superfici perfettamente lisce non sempre rispecchia le condizioni reali delle superfici coinvolte nell'urto.

1.3.2 Modello di Hunt-Crossley

Un'estensione del modello proposto da Hertz viene proposta da Hunt e Crossley nel 1975 [7] [8], ampliando la teoria del contatto per includere l'effetto dell'energia dissipativa durante il contatto. Questo modello introduce un termine di smorzamento che rappresenta la dissipazione di energia dovuta a fenomeni viscoelastici e attrito interno nel materiale. La forza di contatto totale in questo modello è quindi data dalla somma di una componente elastica, descritta dalla teoria di Hertz, e di una componente dissipativa proporzionale alla velocità di penetrazione:

$$F = k\delta^n + \chi\delta^m\dot{\delta} \quad (1.29)$$

dove:

- k è la costante di rigidità elastica relativa tra due corpi, funzione della loro geometria e del materiale.
- n è l'esponente che, per contatto hertziano, è $3/2$.
- χ è il coefficiente di smorzamento definito come $\frac{3(1-c_r)}{2} \cdot \frac{k}{\delta_0}$.
- m è l'esponente associato al termine di smorzamento, tipicamente $3/2$.
- $\dot{\delta}$ è la velocità di penetrazione.
- $\dot{\delta}_0$ è la velocità di penetrazione all'istante iniziale di contatto.
- c_r è il coefficiente di restituzione.

L'utilità del modello di Hunt-Crossley si manifesta nelle applicazioni dove gli effetti dissipativi sono rilevanti, come nei contatti dinamici e negli impatti. Questo modello è ampiamente utilizzato nella simulazione di sistemi biomeccanici, nei quali le proprietà viscoelastiche dei tessuti umani giocano un ruolo cruciale, e nella robotica, per modellare il comportamento di robot in contatto con superfici variabili. Nonostante i suoi vantaggi, il modello di Hunt-Crossley ha anch'esso dei limiti. La determinazione dei parametri di smorzamento richiede sperimentazioni accurate e il modello potrebbe non essere accurato in presenza di comportamenti non lineari complessi o di deformazioni plastiche significative. Inoltre, come il modello di Hertz, presuppone superfici lisce e isotrope, limitando la sua applicabilità a scenari reali più complessi.

1.4 Requisiti per la sicurezza delle applicazioni robotiche collaborative

Nell'ottica di realizzare un modello capace di simulare contatti tra robot e ambiente esterno è imperativo, nel caso specifico delle applicazioni che coinvolgono

operatori umani, rifarsi alla più recente normativa ISO/TS 15066:2016(E) [9] nella quale vengono specificati i requisiti di sicurezza per i sistemi robotici industriali collaborativi e l'ambiente di lavoro.

1.4.1 Normativa ISO/TS 15066:2016(E)

I principali passaggi della normativa al fine di validare la sicurezza di una applicazione robotica possono essere così riassunti:

1. È necessario condurre una valutazione dei rischi per identificare i pericoli e stimare i rischi associati a un'applicazione del sistema robotico collaborativo.
2. La valutazione dei rischi deve considerare i potenziali contatti intenzionali e non intenzionali tra l'operatore e il sistema robotico.
3. La progettazione del sistema deve includere misure protettive per garantire la sicurezza dell'operatore in ogni momento durante il funzionamento collaborativo del robot.

Limiti Biomeccanici

I limiti biomeccanici sono stabiliti per prevenire che i carichi biomeccanici generati dal movimento del robot possano creare un potenziale di lesioni minori all'operatore. Questi limiti includono valori massimi per la pressione e la forza di contatto in situazioni di contatto quasi-statico e transitorio (vedi D.1).

1.4.2 Modello di Contatto Transitorio

Per valutare la sicurezza durante i contatti transitori tra il robot e l'operatore, la normativa suggerisce un modello semplificato di contatto basato su un sistema a due corpi:

- **Massa efficace del robot m_R** : è funzione della sua postura e del movimento (vedi Figura 1.5). Viene ricavata secondo l'equazione 1.33;

- **Massa efficace del corpo umano** m_H : è la massa della regione del corpo umano (vedi Tabella D.2);
- **Velocità relativa** v_{rel} : è la velocità relativa tra il robot e la regione del corpo umano.

1.4.3 Formula per il Calcolo dell'Energia Trasferita

L'energia trasferita E in caso di contatto peggiore può essere calcolata tenendo conto di urti completamente anelastici, ossia nei quali viene completamente dissipata l'energia cinetica in energia di deformazione elastica, seconda la relazione:

$$E = \frac{F_{\max}^2}{2k} = \frac{p_{\max}^2 A^2}{2k} \quad (1.30)$$

dove:

- F_{\max} è la forza massima di contatto per una specifica regione del corpo.
- p_{\max} è la pressione massima di contatto per una specifica area del corpo.
- k è la costante elastica efficace per la specifica regione del corpo.
- A è l'area di contatto tra il robot e la regione del corpo.

1.4.4 Relazione tra Energia Trasferita e Velocità del Robot

Una volta stabilito il valore limite dell'energia trasferita per lo scenario di contatto, esso può essere utilizzato per identificare la velocità massima del robot v_{rel} che mantiene i valori di pressione e forza al di sotto dei limiti:

$$v_{rel} = \sqrt{\frac{2E}{\mu}} \quad (1.31)$$

dove μ è la massa ridotta del sistema a due corpi, calcolata come:

$$\mu = \left(\frac{1}{m_H} + \frac{1}{m_R} \right)^{-1} \quad (1.32)$$

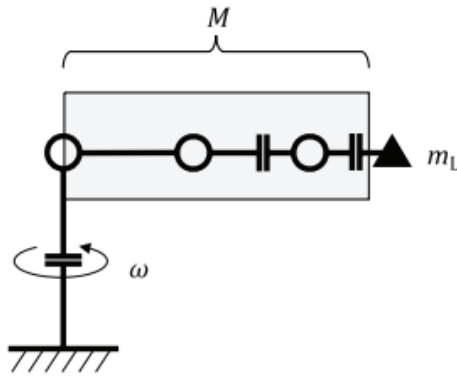


Figura 1.5: Schema semplificato per l'identificazione della massa ridotta [9]

dove:

$$m_R = \frac{M}{2} + m_L \quad (1.33)$$

- m_L è il carico efficace del sistema robotico, compreso l'utensile e il pezzo in lavorazione;
- M è la massa totale delle parti in movimento del robot.

1.4.5 Conclusioni sui modelli proposti

La normativa sopra riportata utilizza modelli semplificati per valutare le forze e l'energia trasferita in caso di contatto tra il robot e l'operatore, rifacendosi in particolare al caso di impatto più semplice tra due masse. Questi modelli, sebbene utili per una vasta gamma di applicazioni, presentano alcune limitazioni. Infatti sono progettati per essere ampiamente applicabili in differenti contesti, tuttavia questa generalizzazione può portare a una precisione limitata nelle valutazioni specifiche. Inoltre non si tiene conto di tutte le variabili e della complessità delle interazioni reali, come la variazione delle proprietà fisiche, l'effetto di dissipazione dell'energia durante l'urto, le proprietà dei materiali come il coefficiente di Poisson o i moduli

elastici nonché le geometrie relative. Queste semplificazioni, sebbene vengano realizzate in vantaggio di sicurezza tenendo conto di impatti perfettamente anelastici e sovrastimando la massa effettiva reale del manipolatore, possono determinare una riduzione consistente dell'efficienza dei fattori produttivi a stampo collaborativo e soprattutto aprono ad una varietà piuttosto ampia di interpretazioni nella fasi applicative. Dunque, è a partire da queste considerazioni che si discuterà la possibilità di utilizzare tecniche alternative, proposte nel Capitolo 3.

Capitolo 2

Implementazione dei modelli dinamici a parametri concentrati

Nel seguente capitolo verrà illustrata una possibile tecnica di semplificazione della dinamica inversa di due manipolatori a 6 assi: il modello Adept Viper s650 ed il robot collaborativo TM5-700 TECHMAN. Il principio fondamentale di semplificazione consiste in una applicazione dell'equivalenza dinamica ai singoli link dei manipolatori, al fine di poter descrivere le loro proprietà inerziali attraverso la sostituzione dei corpi reali che compongono l'albero cinematico del meccanismo con delle coppie di masse, opportunamente dimensionate e posizionate [10].

2.1 Equivalenza Dinamica

Possiamo considerare due corpi rigidi dinamicamente equivalenti quando sottoposti all'applicazione di uno stesso sistema di forze, si muovono in modo identico, sviluppando la stessa quantità di moto e momento angolare. Affinché l'equivalenza venga rispettata i due sistemi devono avere:

- la stessa massa m ;
- la stessa posizione del baricentro G ;

- gli stessi momenti d'inerzia I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} rispetto agli assi baricentrici x, y, z e gli stessi prodotti d'inerzia I_{yz}, I_{zx}, I_{xy} .

In totale le condizioni di equivalenza corrispondono a dieci equazioni se consideriamo il caso tridimensionale. Definita la posizione (x_i, y_i, z_i) delle masse concentrate m_i rispetto al baricentro del sistema, otteniamo:

$$\begin{aligned}
 \sum_i m_i &= m & \sum_i m_i(z_i^2 + x_i^2) &= I_{yy} \\
 \sum_i m_i x_i &= 0 & \sum_i m_i(x_i^2 + y_i^2) &= I_{zz} \\
 \sum_i m_i y_i &= 0 & \sum_i m_i y_i z_i &= I_{yz} \\
 \sum_i m_i z_i &= 0 & \sum_i m_i z_i x_i &= I_{zx} \\
 \sum_i m_i(y_i^2 + z_i^2) &= I_{xx} & \sum_i m_i x_i y_i &= I_{xy}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Ai fini della semplificazione del modello dinamico tuttavia, riterremo trascurabili i parametri inerziali dei singoli link, dato che tipicamente risultano difficili da determinare a causa della loro complessità geometrica e della loro composizione interna, che in generale prevede la presenza di diversi materiali per cavi elettrici, motori ed armature, in alcuni casi elementi idraulici e via dicendo. È evidente che queste approssimazioni andranno a generare un piccolo errore. Per questo motivo la tecnica adottata non permetterà di ottenere un sistema perfettamente equivalente a quello reale, permettendo di soddisfare solo le condizioni d'uguaglianza della massa totale e del posizionamento del CoM, a tutto vantaggio però della complessità computazionale richiesta al sistema di controllo che governa il manipolatore. L'errore generato da queste approssimazioni sarà oggetto di studio nelle seguenti sezioni.

2.2 Posizionamento Masse Concentrate

Prendiamo ad esempio un braccio robotico a catena aperta composto da n membri connessi alla base e tra loro tramite n giunti a un solo grado di libertà. Nel modello completo, la massa di ciascun collegamento è concentrata nel centro di massa (CoM) e la matrice di inerzia descrive la distribuzione spaziale della massa. Pertanto, la dinamica inversa può essere calcolata attraverso la formulazione di Newton-Eulero [2] descritta nel capitolo 1, conoscendo le proprietà di inerzia dei collegamenti.

Consideriamo il membro i -esimo del braccio robotico. Nel modello semplificato, sostituiamo il collegamento rigido con due masse concentrate m_{1i} e m_{2i} , la prima posta sull'asse del giunto i -esimo e la seconda posta sull'asse del giunto $(i + 1)$ -esimo, disposte in modo tale da garantire la posizione del CoM C_i e la massa totale M_i del collegamento (l'equivalenza dell'inerzia non è garantita). Scegliendo i riferimenti del collegamento i e $i+1$ e le loro origini O_i e O_{i+1} secondo la notazione di Denavit-Hartenberg, proponiamo di posizionare la massa m_{1i} lungo l'asse z_i a una distanza L_{1i} da O_i e la massa m_{2i} lungo l'asse z_{i+1} a una distanza L_{2i} dal punto di intersezione tra l'asse z_{i+1} e l'asse x_i . Pertanto, la posizione del centro di massa C_i e la massa totale M_i sono mantenute solo se:

$$\mathbf{C}_i = \frac{m_{1i}}{M_i} \mathbf{r}_{1i} + \frac{m_{2i}}{M_i} \mathbf{r}_{2i} \quad (2.2)$$

$$M_i = m_{1i} + m_{2i} \quad (2.3)$$

dove \mathbf{r}_{1i} e \mathbf{r}_{2i} sono i vettori posizione delle due masse concentrate rispetto a O_i .

Proiettando l'equazione 2.2 nel sistema i e normalizzando l'equazione 2.3 a M_i otteniamo:

$$\begin{cases} x_{C_i} = \mu_{2i} a_i \\ y_{C_i} = -\mu_{2i} L_{2i} \sin \alpha_i \\ z_{C_i} = \mu_{1i} L_{1i} + \mu_{2i} L_{2i} \cos \alpha_i \\ \mu_{1i} + \mu_{2i} = 1 \end{cases} \quad (2.4)$$

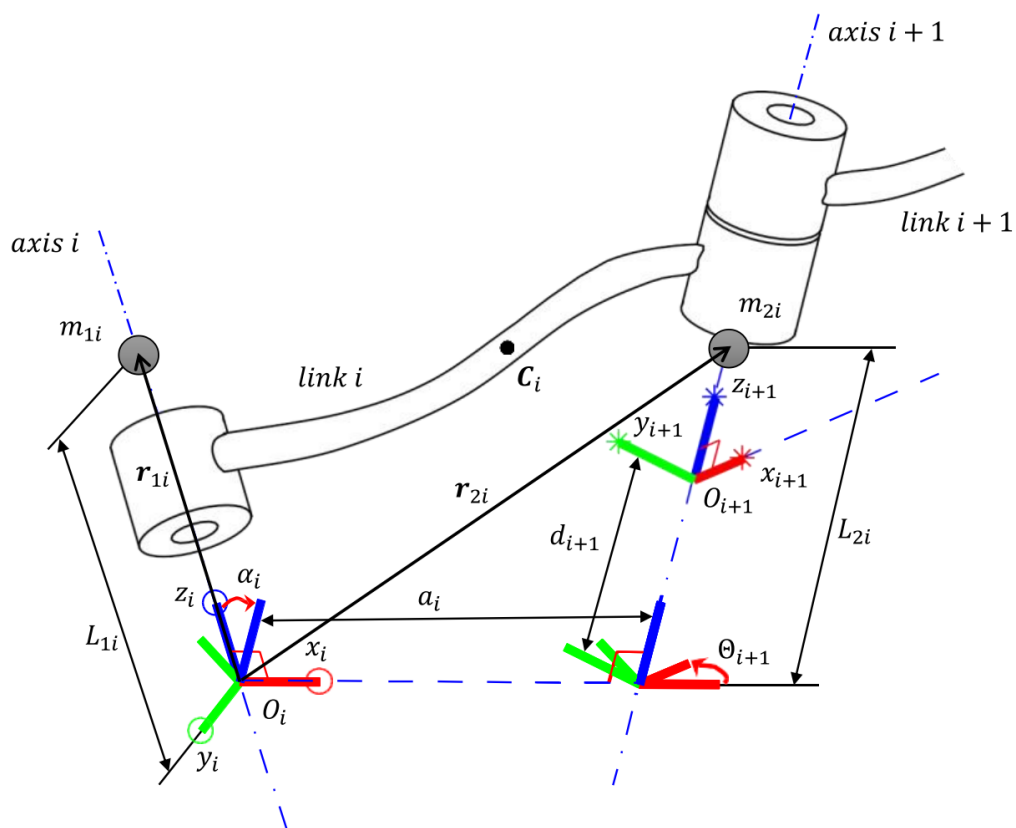


Figura 2.1: Parametri DH per il link i -esimo e posizione masse m_{1i} e m_{2i}

dove $\mu_{1i} = \frac{m_{1i}}{M_i}$ e $\mu_{2i} = \frac{m_{2i}}{M_i}$ sono le due masse normalizzate, a_i e α_i sono due parametri DH (vedi Fig. 2.1) e x_{C_i} , y_{C_i} e z_{C_i} sono le coordinate di C_i nel riferimento i -esimo.

Dalle equazioni 2.4 otteniamo le seguenti equazioni che determinano le quattro incognite (la posizione e il valore di ciascuna massa concentrata):

$$\begin{cases} x_{C_i} = \mu_{2i} a_i \\ y_{C_i} = -\mu_{2i} L_{2i} \sin \alpha_i \\ z_{C_i} = \mu_{1i} L_{1i} + \mu_{2i} L_{2i} \cos \alpha_i \\ \mu_{1i} + \mu_{2i} = 1 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \mu_{2i} = \frac{x_{C_i}}{a_i} \\ \mu_{1i} = 1 - \mu_{2i} \\ L_{2i} = -\frac{y_{C_i}}{\mu_{2i} \sin \alpha_i} \\ L_{1i} = (z_{C_i} - \mu_{2i} L_{2i} \cos \alpha_i) \frac{1}{\mu_{1i}} \end{cases} \quad (2.5)$$

Questa soluzione è valida solo se $a_i \neq 0$ e $\alpha_i \neq k\pi$, cioè se gli assi z_i e z_{i+1} sono assi sghembi. Inoltre, poiché i parametri a_i e α_i arrivano fino a a_{n-1} e α_{n-1} come per la notazione DH, questa soluzione può essere applicata fino al $(n-1)$ -esimo collegamento. Pertanto, i parametri concentrati dell' n -esimo collegamento, che include l'utensile, devono essere calcolati in un altro modo. Ad esempio, nel caso di robot con polso sferico e utensile assial-simmetrico, la prima massa concentrata può essere posizionata nel centro del polso, l'altra alla punta dell'utensile.

Una volta assegnate le quattro incognite per ciascun collegamento, possiamo calcolare le forze e i momenti applicati su ciascun collegamento i del sistema composto dalle masse concentrate:

$$\mathbf{F}_{1i} = \mu_{1i} M_i (\dot{\mathbf{v}}_{O_i} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \mathbf{r}_{1i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{1i}) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{F}_{2i} = \mu_{2i} M_i (\dot{\mathbf{v}}_{O_i} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \times \mathbf{r}_{2i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{2i}) \quad (2.7)$$

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{F}_{1i} + \mathbf{F}_{2i} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_{i+1} + (O_{i+1} - O_i) \times \mathbf{f}_{i+1} + \mathbf{r}_{1i} \times \mathbf{F}_{1i} + \mathbf{r}_{2i} \times \mathbf{F}_{2i} \quad (2.9)$$

dove:

- \mathbf{F}_{1i} e \mathbf{F}_{2i} sono le forze di reazione applicate dal collegamento i sulle masse concentrate.
- $\dot{\mathbf{v}}_{O_i}$ è l'accelerazione lineare dell'origine O_i .
- $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i$ è l'accelerazione angolare del collegamento i espresso nel suo sistema di riferimento.
- \mathbf{f}_i e \mathbf{n}_i sono la forza e il momento esercitati sul collegamento i attraverso il giunto i .

La coppia di giunto τ_i del collegamento i può essere calcolata come segue:

$$\tau_i = \hat{\mathbf{z}}_i \cdot \mathbf{n}_i \quad (2.10)$$

dove \mathbf{z}_i è il vettore unitario che definisce la direzione dell'asse di giunto i . Il momento lineare \mathbf{Q} del sistema di masse concentrate è dato da:

$$\mathbf{Q} = \sum_{i=1}^n [\mu_{1i}(\mathbf{v}_{O_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{1i}) + \mu_{2i}(\mathbf{v}_{O_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{2i})] M_i \quad (2.11)$$

mentre l'energia cinetica E_k è:

$$E_k = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\mu_{1i}}{2} (\mathbf{v}_{O_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{1i}) \cdot (\mathbf{v}_{O_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{1i}) + \frac{\mu_{2i}}{2} (\mathbf{v}_{O_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{2i}) \cdot (\mathbf{v}_{O_i} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{2i}) \right] M_i \quad (2.12)$$

Questo modello è approssimato, poiché la matrice di inerzia è stata trascurata. Per questo motivo, il momento lineare calcolato è uguale nei due modelli (modello completo e semplificato), poiché è indipendente dalla matrice di inerzia, mentre le coppie articolari e l'energia cinetica hanno un grado di approssimazione.

2.2.1 Casi particolari

Quando $\alpha_i = 0$ o $\alpha_i = k\pi$ la soluzione del sistema 2.5 non è valida. In questa sezione affrontiamo come i parametri concentrati del modello semplificato possono essere calcolati in tali casi.

Assi paralleli

Se $\alpha_i = 0$ gli assi z_i e z_{i+1} sono paralleli tra loro e il CoM del sistema di masse concentrate appartiene al piano $x_i z_i$. In questo caso, riscriviamo il sistema 2.5 come segue:

$$\begin{cases} x_{Ci} = \mu_{2i}a_i \\ y_{Ci} = 0 \\ z_{Ci} = \mu_{1i}L_{1i} + \mu_{2i}L_{2i} \\ \mu_{1i} + \mu_{2i} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mu_{2i} = \frac{x_{Ci}}{a_i} \\ \mu_{1i} = 1 - \mu_{2i} \\ y_{Ci} = 0 \\ L_{1i} = (z_{Ci} - \mu_{2i}L_{2i}) \frac{1}{\mu_{1i}} \end{cases} \quad (2.13)$$

dove una delle incognite tra L_{1i} e L_{2i} può essere scelta a piacere. In questo caso particolare, l'equivalenza in termini di CoM è ottenuta solo se $y_{Ci} = 0$, altrimenti il modello semplificato introduce un errore di approssimazione sulla posizione y del CoM.

Assi intersecanti

Se $a_i = 0$ gli assi z_i e z_{i+1} si intersecano tra loro e il CoM del sistema di masse concentrate appartiene al piano $y_i z_i$. In questo caso, riscriviamo il sistema 2.5 come segue:

$$\begin{cases} x_{Ci} = 0 \\ y_{Ci} = -\mu_{2i}L_{2i} \sin \alpha_i \\ z_{Ci} = \mu_{1i}L_{1i} + \mu_{2i}L_{2i} \cos \alpha_i \\ \mu_{1i} + \mu_{2i} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_{Ci} = 0 \\ \mu_{1i} = 1 - \mu_{2i} \\ L_{2i} = -\frac{y_{Ci}}{\mu_{2i} \sin \alpha_i} \\ L_{1i} = (z_{Ci} - \mu_{2i}L_{2i} \cos \alpha_i) \frac{1}{\mu_{1i}} \end{cases} \quad (2.14)$$

dove una delle quattro incognite può essere scelta a piacere. In questo caso particolare, l'equivalenza in termini di CoM è ottenuta solo se $x_{Ci} = 0$, altrimenti il modello semplificato introduce un errore di approssimazione sulla posizione x del CoM.

Assi coincidenti

Se $\alpha_i = 0$ e $a_i = 0$ gli assi z_i e z_{i+1} sono assi coincidenti e il CoM del sistema di masse concentrate appartiene all'asse z_i . In questo caso, riscriviamo il sistema 2.5

come segue:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{Ci} = 0 \\ y_{Ci} = 0 \\ z_{Ci} = \mu_{1i}L_{1i} + \mu_{2i}L_{2i} \\ \mu_{1i} + \mu_{2i} = 1 \end{array} \right. \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_{Ci} = 0 \\ \mu_{1i} = 1 - \mu_{2i} \\ y_{Ci} = 0 \\ L_{1i} = (z_{Ci} - \mu_{2i}L_{2i}) \frac{1}{\mu_{1i}} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

in cui due delle quattro incognite possono essere scelte a piacere. In questo caso, l'equivalenza in termini di CoM è ottenuta solo se $x_{Ci} = 0$ e $y_{Ci} = 0$, altrimenti il modello semplificato introduce un errore di approssimazione sulla posizione x e y del CoM.

2.3 Applicazione del modello semplificato

Il modello semplificato proposto sostituisce ogni collegamento rigido del braccio robotico con due masse concentrate. Se il numero di collegamenti è n , allora il numero totale di masse concentrate è $2n$. Tuttavia, molto spesso, quando si considera un robot reale, ulteriori semplificazioni possono essere fatte grazie ai casi particolari descritti nel capitolo precedente: è possibile combinare più masse concentrate tra loro (scegliendo opportunamente le loro posizioni lungo gli assi dei giunti) per creare un modello di masse concentrate ancora più semplice. In questa sezione presenteremo il posizionamento delle masse concentrate di due robot diversi che rappresentano alcune tra le architetture più conosciute e utilizzate nell'industria, ovvero robot a 6 assi con gli ultimi tre assi concorrenti e robot a 6 assi di cui 3 paralleli.

2.3.1 Adept Viper 650

Consideriamo il manipolatore industriale 6 assi antropomorfo Adept Viper 650. Nella Tabella 2.1 vengono presentati, oltre ai parametri DH, la massa totale M_i di ciascun collegamento e i valori delle quattro incognite del sistema di masse concentrate assegnate al collegamento. Complessivamente, il modello semplificato consiste in 7 masse concentrate come mostrato in Fig. 2.2, di cui la prima è fissa (poiché appartiene all'asse z_1) e le altre sei sono mobili.

La massa M_i e la posizione del centro di massa (CoM) di ciascun collegamento sono state calcolate con un software CAD, ipotizzando che la densità del robot sia omogenea. I valori segnati con asterischi nella Tabella 2.1 sono stati scelti arbitrariamente secondo i casi particolari, per aggregare più masse concentrate in un unico punto. Inoltre, i collegamenti 4-5-6 sono stati considerati assial-simmetrici, il che introduce ulteriori semplificazioni e un'approssimazione trascurabile rispetto al manipolatore reale. Infine si precisa che nella rappresentazione semplificata l'ultimo link, corrispondente al end-effector (in questo caso un semplice gripper a pinza) viene unito al membro 6 del robot.

i	$\alpha_{i-1}(\text{°})$	$a_{i-1}(\text{mm})$	$\theta_i(\text{°})$	$d_i(\text{mm})$	$L_{1i}(\text{mm})$	$L_{2i}(\text{mm})$	μ_{1i}	μ_{2i}	$M_i(\text{kg})$
1	0	0	q_1	335	-87	-15	0.502	0.498	6.59
2	-90	75	$q_2 - 90$	0	218	-25*	0.575	0.425	5.38
3	0	270	q_3	0	-25	11	0.498	0.502	5.01
4	-90	90	q_4	295	-284*	0*	0.354	0.646	2.22
5	90	0	q_5	0	0*	330*	0.951	0.049	0.48
6	-90	0	q_6	80	-80*	250*	0.479	0.521	0.77

Tabella 2.1: Parametri DH e parametri delle masse concentrate per i collegamenti del manipolatore Adept Viper 650

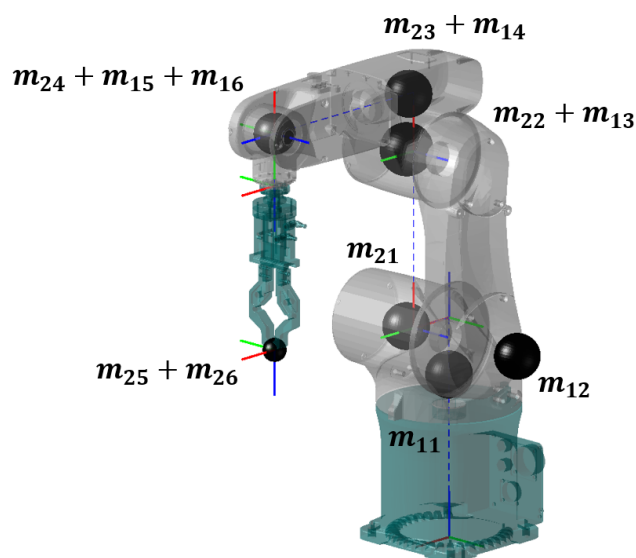


Figura 2.2: Adept Viper 650 con masse concentrate

Per confrontare il modello dinamico completo con il modello semplificato proposto, consideriamo il calcolo delle coppie articolari, il momento lineare e l'energia cinetica del manipolatore robotico utilizzando entrambi i modelli. A tal fine, utilizziamo una traiettoria campione Fig.2.3 in cui ogni giunto esegue una rotazione di almeno 45 gradi, utilizzando una legge temporale polinomiale di quinto grado per ciascun giunto. Il tempo totale di movimentazione è di 2 secondi e le locazioni iniziali e finali del robot sono definite secondo la notazione di Eulero come:

$$\mathbf{T}_{tw1} : [x = 300 \text{ mm}, y = -200 \text{ mm}, z = 150 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = 180^\circ, \gamma = 180^\circ]$$

$$\mathbf{T}_{tw2} : [x = 400 \text{ mm}, y = 500 \text{ mm}, z = 650 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = 90^\circ, \gamma = 90^\circ]$$

in configurazione lefty, above, no-flip.

A queste corrispondono gli angoli di giunto:

$$\mathbf{q}_{in} : [q_1 = -33.69^\circ, q_2 = 0.76^\circ, q_3 = 40.11^\circ, q_4 = 0.00^\circ, q_5 = 49.13^\circ, q_6 = -33.69^\circ]$$

$$\mathbf{q}_f : [q_1 = 82.00^\circ, q_2 = 29.23^\circ, q_3 = -27.18^\circ, q_4 = -90.29^\circ, q_5 = 82.03^\circ, q_6 = 2.07^\circ]$$

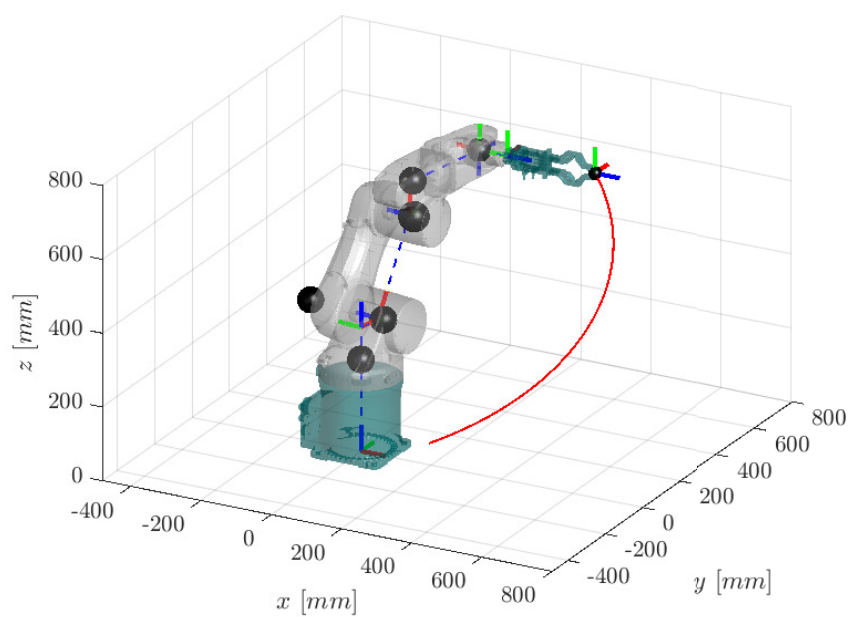


Figura 2.3: Traiettoria campione per testare l'accuratezza del metodo semplificato per Adept Viper 650

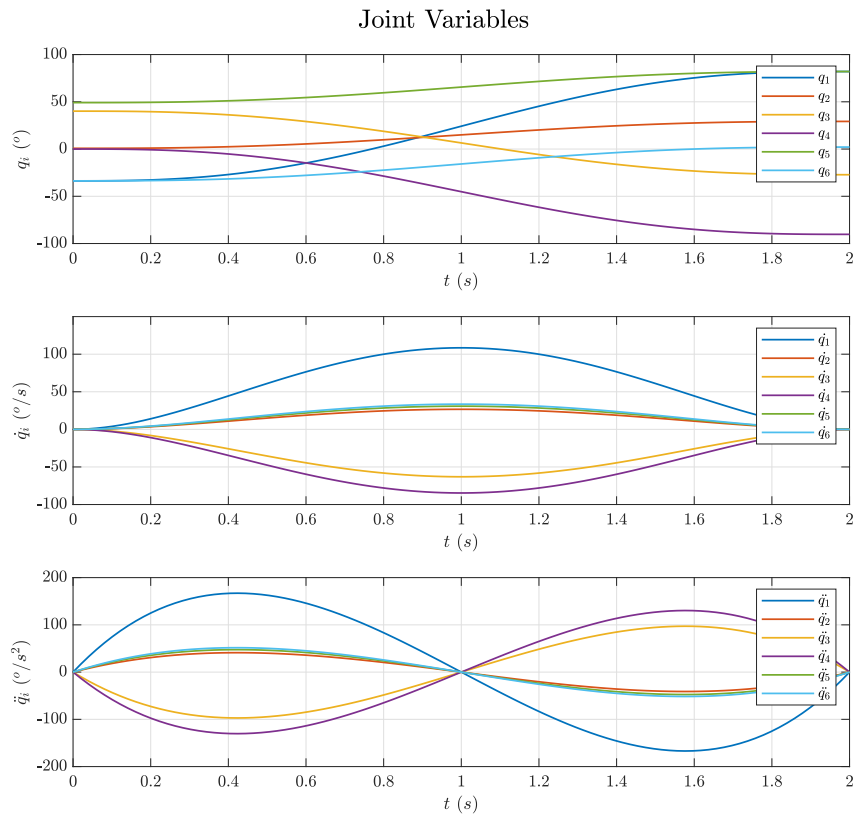


Figura 2.4: Traiettorie dei giunti per il movimento in Fig 2.3

I risultati in termini di coppie articolari sono riassunti nella Fig. 2.5. Complessivamente, osserviamo che la differenza nelle coppie tra i due modelli è ragionevolmente piccola. In particolare, le coppie stimate dei primi tre giunti mostrano una buona sovrapposizione con quelle del modello completo; le coppie dei giunti 1 e 2 mostrano gli errori assoluti maggiori e la coppia del giunto 6 nel modello semplificato rimane costantemente a zero, poiché le masse raggruppate corrispondenti appartengono all'asse z_6 . In generale l'errore relativo più alto riguarda i giunti 5 e 6 per la traiettoria data. Nella Fig. 2.6 sono presentati il momento lineare e l'energia cinetica dei due robot. La piccola differenza nel momento lineare tra i due modelli deriva dall'approssimazione nel posizionamento del centro di massa (CoM) delle masse raggruppate rispetto al CoM dei collegamenti nei casi particolari. La differenza più evidente nell'energia cinetica è principalmente attribuita al fatto che la matrice di inerzia è trascurata nel modello semplificato. Poiché il modello potrebbe funzionare meglio o peggio a seconda delle configurazioni del robot considerate, è necessario effettuare simulazioni specifiche per valutare l'accuratezza del modello per ciascuna applicazione. Dal punto di vista computazionale, nell'esempio considerato, il tempo di calcolo del modello semplificato è circa il 10% più breve rispetto a quello del modello completo.

2.3.2 TechMan TM5-700

Nel robot manipolatore TechMan TM5-700, un esempio di robot a 6 assi dei quali 3 sono paralleli tra loro (assi relativi ai giunti 2°, 3° e 4°), il posizionamento delle masse concentrate è molto simile al precedente. In particolare, il modello semplificato consiste ancora di 7 masse concentrate, come mostrato in Figura 2.7, ma in questo caso il posizionamento delle masse concentrate nei collegamenti è sempre rispettato in accordo con i casi particolari del paragrafo 2.2.1, eccetto per il sesto collegamento in cui, come già menzionato, questa procedura non può essere applicata. I parametri DH, la massa totale M_i di ciascun collegamento e i valori delle

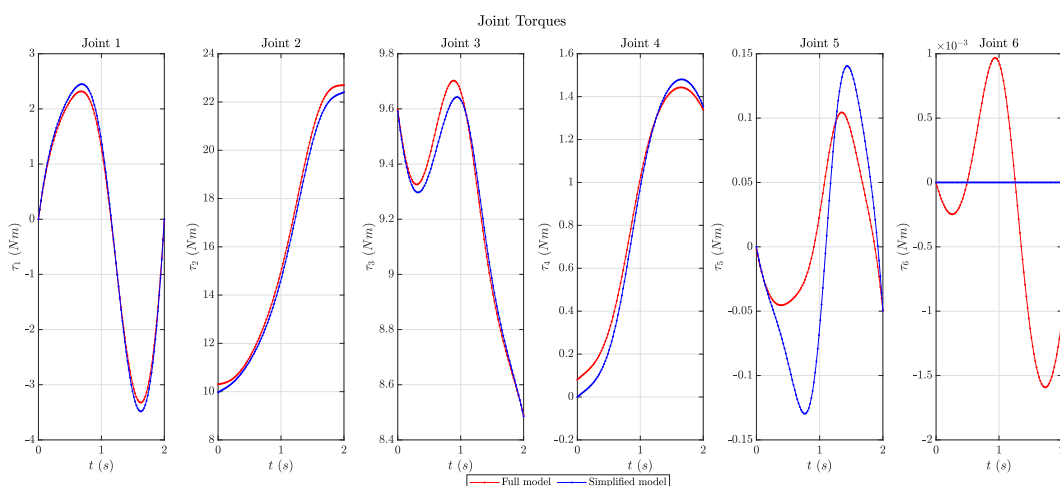


Figura 2.5: Coppie di giunto per la traiettoria campione mostrata in Fig. 2.4: le linee rosse rappresentano le coppie fornite dal modello dinamico completo, mentre le linee blu rappresentano le coppie fornite dal modello semplificato nel tempo

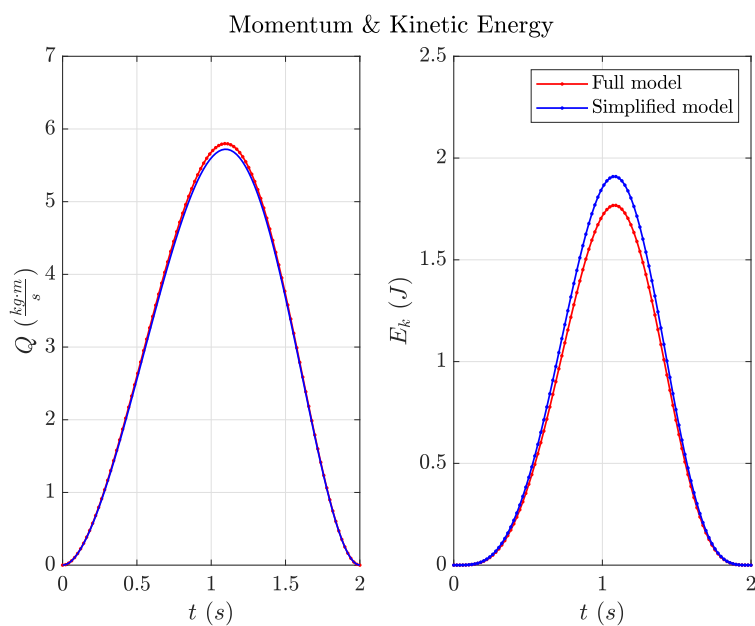


Figura 2.6: Modulo della quantità di moto lineare ed energia cinetica fornite dai due modelli per la traiettoria campione mostrata in Fig. 2.4 nel tempo (modello completo in rosso e modello semplificato in blu)

quattro incognite del sistema di masse concentrate sono riassunti nella Tabella 2.2. I valori contrassegnati con un asterisco nella tabella sono stati scelti arbitrariamente in base ai casi particolari.

i	$\alpha_{i-1}(\text{°})$	$a_{i-1}(\text{mm})$	$\theta_i(\text{°})$	$d_i(\text{mm})$	$L_{1i}(\text{mm})$	$L_{2i}(\text{mm})$	μ_{1i}	μ_{2i}	$M_i(\text{kg})$
1	0	0	q_1	145.2	3	-146*	0.962	0.038	3.20
2	-90	0	$q_2 - 90$	0	-146*	-150	0.500	0.500	9.14
3	0	329	q_3	0	-150*	106	0.491	0.509	4.18
4	0	311.5	$q_4 - 90$	-122.3	228*	-4	0.018	0.982	1.27
5	-90	0	q_5	106	-110*	-4	0.037	0.963	1.27
6	-90	0	q_6	113.2	-117*	120*	0.500	0.500	2.31

Tabella 2.2: Parametri DH e parametri delle masse concentrate per i collegamenti del manipolatore TechMan TM5-700

Nuovamente consideriamo il calcolo delle coppie articolari, il momento lineare e l'energia cinetica del manipolatore robotico utilizzando entrambi i modelli, sfruttando leggi polinomiali di quinto grado per le traiettorie dei giunti. Il tempo di movimento è pari a 2.7 secondi e le locazioni di partenza ed arrivo secondo Eulero sono:

$$\mathbf{T}_{\text{tw}1} : [x = 500 \text{ mm}, y = -200 \text{ mm}, z = 150 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = 180^\circ, \gamma = 180^\circ]$$

$$\mathbf{T}_{\text{tw}2} : [x = 100 \text{ mm}, y = 400 \text{ mm}, z = 450 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = 180^\circ, \gamma = 180^\circ]$$

in configurazione lefty, above, no-flip.

A queste corrispondono gli angoli di giunto:

$$\mathbf{q}_{in} : [q_1 = -8.67^\circ, q_2 = 20.83^\circ, q_3 = 83.77^\circ, q_4 = -14.60^\circ, q_5 = 90.00^\circ, q_6 = -98.67^\circ]$$

$$\mathbf{q}_f : [q_1 = 93.22^\circ, q_2 = 47.91^\circ, q_3 = -39.87^\circ, q_4 = 81.95^\circ, q_5 = 90.00^\circ, q_6 = 3.21^\circ]$$

I risultati proposti sono riassunti nelle Figure 2.8, 2.9, 2.10 e 2.11.

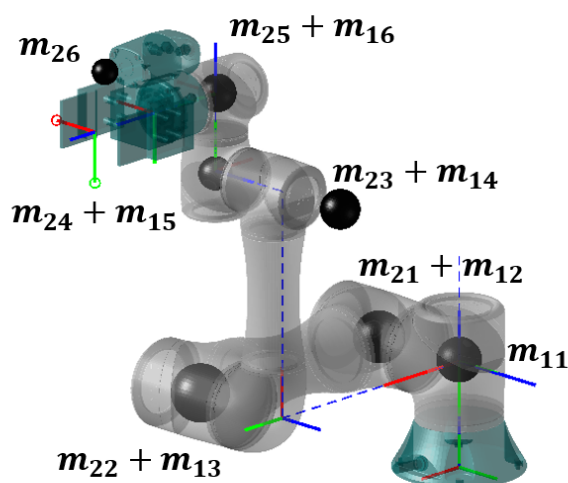


Figura 2.7: TechMan TM5-700 con masse concentrate

Complessivamente osserviamo un'ottima sovrapposizione delle curve di coppia per i giunti 4, 5 e 6 con errori relativi quasi del tutto trascurabili. Anche le curve relative ai primi 3 giunti mostrano scostamenti contenuti e in linea con le approssimazioni effettuate. In questo caso è plausibile attendere errori leggermente superiori per i primi 3 giunti in quanto sono responsabili del movimento dei link caratterizzati da maggiore inerzia e che di conseguenza risentono maggiormente delle semplificazioni attuate. Per quanto riguarda la quantità di moto lineare del sistema, riassunta in Fig. 2.11 possiamo notare una quasi completa sovrapposizione delle curve tra i due modelli. La ragione è che nel caso del Techman, data la particolare configurazione ad assi paralleli del robot, è stato possibile rispettare le

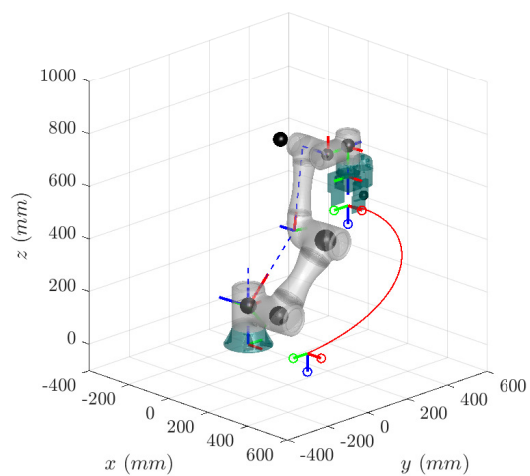


Figura 2.8: Traiettoria campione per testare l'accuratezza del metodo semplificato per TM5-700

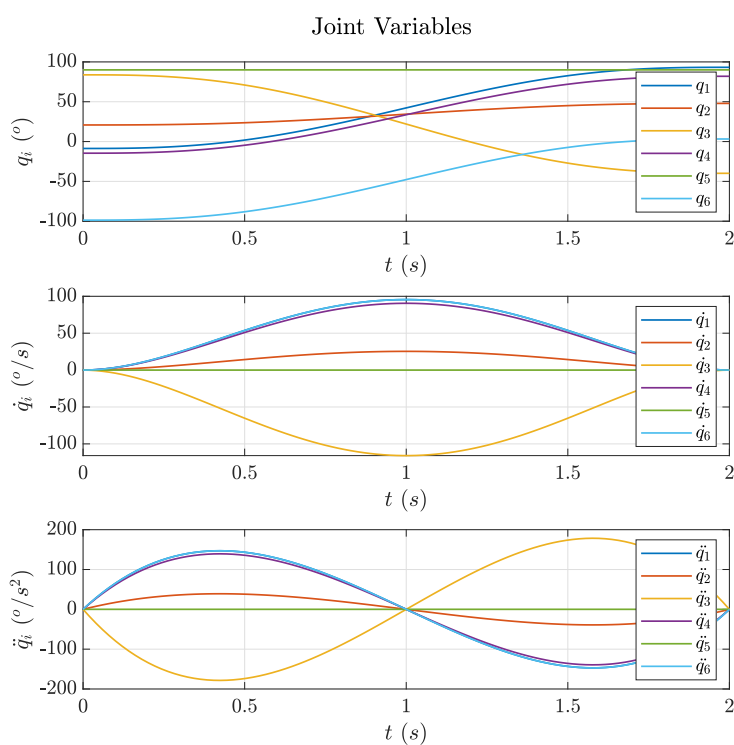


Figura 2.9: Traiettorie dei giunti per il movimento in Fig. 2.8

relazioni descritte ad inizio capitolo per il posizionamento delle masse concentrate (eccezion fatta per l'ultimo asse, laddove è necessario attuare scelte particolari in mancanza di un asse di riferimento successivo). Questo comporta dal punto di vista del computo della quantità di moto lineare una quasi completa corrispondenza tra i modelli, dato che essa è funzione unicamente delle velocità e dei parametri di massa, non di inerzia. Il grafico delle energie invece, in continuità con quanto osservato per il Viper 650, mostra la tendenza del modello semplificato a sovrastimare i valori di energia totale; tuttavia i risultati tra i due modelli possono considerarsi sufficientemente allineati.

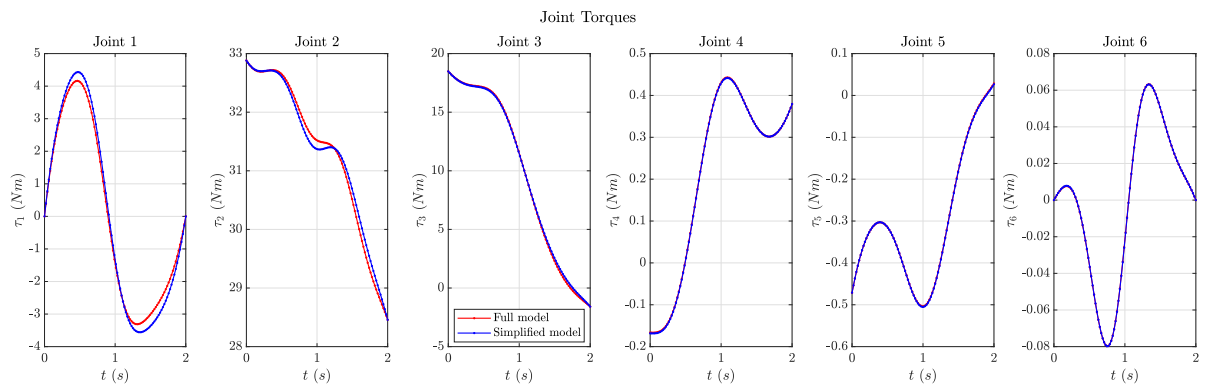


Figura 2.10: Coppie di giunto per la traiettoria campione mostrata in Fig. 2.9: le linee rosse rappresentano le coppie fornite dal modello dinamico completo, mentre le linee blu rappresentano le coppie fornite dal modello semplificato nel tempo

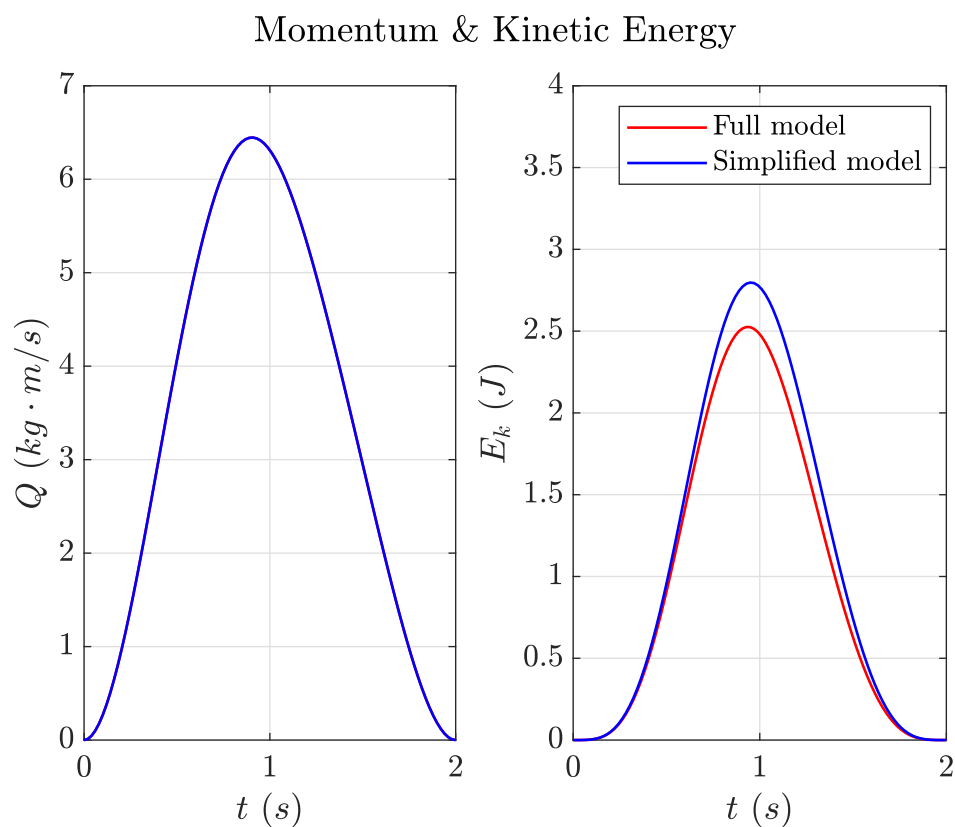


Figura 2.11: Modulo della quantità di moto lineare ed energia cinetica fornite dai due modelli per la traiettoria campione mostrata in Fig. 2.9 nel tempo (modello completo in rosso e modello semplificato in blu)

2.4 Simulazione e calcolo degli errori per traiettorie random

Normalized Root Mean Squared Error (NRMSE)

Per poter stimare adeguatamente il grado di approssimazione introdotto nella soluzione del problema dinamico è necessario definire una metrica adeguata per il calcolo degli errori delle stime di coppie ai giunti, energia cinetica del manipolatore e quantità di moto. La Normalized Root Mean Squared Error (NRMSE) è una misura di accuratezza che normalizza l'errore quadratico medio (RMSE) con la differenza tra il valore massimo e minimo del dataset osservato. In termini percentuali la formula per calcolare la NRMSE è la seguente:

$$\text{NRMSE} = 100 \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}}{\max(x) - \min(x)} \quad (2.16)$$

Dove:

- N è il numero totale di campioni,
- x_i è il valore osservato,
- \hat{x}_i è il valore stimato,
- $\max(x)$ e $\min(x)$ sono rispettivamente i valori massimo e minimo del dataset osservato.

L'NRMSE è particolarmente utile perché, basandosi sull'errore quadratico medio, è sensibile alle grandi deviazioni, penalizzando maggiormente gli errori elevati rispetto a quelli minori. Questo è vantaggioso in contesti in cui è cruciale ridurre il rischio di previsioni estremamente inaccurate. Inoltre, essendo una metrica globale, l'NRMSE combina in un singolo valore le differenze tra i valori previsti e quelli osservati, offrendo una valutazione complessiva dell'accuratezza del modello, applicabile in vari contesti di analisi dati. Infine, essendo una metrica normalizzata,

fornisce una misura dell'errore relativa alla scala dei dati osservati, rendendo più facile confrontare le performance dei modelli in condizioni eque, come richiesto dalla tipologia di confronto che si intende qui realizzare.

Dato quindi N il numero totale di istanti in cui viene discretizzato il movimento simulato del robot, con riferimento alla relazione 2.16 verranno impiegate le seguenti relazioni espresse in percentuale:

Errore percentuale sulla coppia di giunto j -esimo τ_j

$$\Delta\tau_j \text{ NRMSE} = 100 \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\tau_{j,i} - \tau_{j,i \text{ app}})^2}}{\max(\tau_{j,i}) - \min(\tau_{j,i})} \quad (2.17)$$

Dove:

- $\tau_{j,i}$ è la coppia del giunto j osservata nel modello completo all'istante i
- $\tau_{j,i \text{ app}}$ è la coppia calcolata per il modello lumped, al giunto j nell'istante i

Errore percentuale sul momento lineare Q

$$\Delta Q \text{ NRMSE} = 100 \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\|Q_i\|_2 - \|Q_{\text{app},i}\|_2)^2}}{\max(\|Q_i\|_2) - \min(\|Q_i\|_2)} \quad (2.18)$$

Dove:

- Q_i è il momento lineare nel modello completo all'istante i
- $Q_{\text{app},i}$ è il momento lineare per il modello lumped

Errore percentuale sull'energia cinetica E_k

$$\Delta E_k \text{ NRMSE} = 100 \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_{k,i} - E_{k,\text{app},i})^2}}{\max(E_{k,i}) - \min(E_{k,i})} \quad (2.19)$$

Dove:

- $E_{k,i}$ è l'energia cinetica nel modello completo all'istante i

- $E_{k,app,i}$ è l'energia cinetica per il modello lumped

Nel caso delle simulazioni condotte per i due manipolatori presentati, ogni metrica viene calcolata per ciascuna simulazione nel numero di intervalli di discretizzazione temporale \mathbf{N} . Le leggi di moto adottate sono sempre di tipo polinomiale di quinto grado e il tempo totale per le simulazioni è pari 2 secondi.

Dopo aver estrapolato i valori di $NRMSE$ per le tre diverse grandezze di interesse ad ogni simulazione, i dati vengono riportati in funzione della simulazione corrispondente così da poter valutare l'andamento medio dell'errore introdotto attraverso il modello semplificato a masse concentrate. Nella fattispecie è stato ritenuto adeguato un numero di simulazioni pari a 100.

Infine viene valutato il tempo di simulazione relativo alle diverse prove, così da poter osservare il vantaggio computazionale derivante dall'applicazione della metodologia proposta.

2.4.1 Errori e tempi computazionali Adept Viper 650

Di seguito vengono riportati i valori di $NRMSE$ ottenuti su un totale di 100 traiettorie campione generate randomicamente. Particolare attenzione è stata riservata al computo di simulazioni che risultassero realizzabili, tenendo conto dei limiti di rotazione dei giunti nonché scartando eventuali casi di auto-intersezione dei link del robot. Nelle Figure 2.12 e 2.13 vengono illustrati i risultati ottenuti con l'Adept Viper 650 in termini di errori di coppia, quantità di moto ed energie tra i due modelli, mentre in Fig. 2.14 viene mostrato il vantaggio derivante dall'impiego del modello semplificato in termini di tempi computazionali. Ciò che si osserva nel complesso è un valore medio percentuale di errore piuttosto contenuto sia per quanto riguarda i valori di coppia dei giunti che dei parametri di energia e quantità di moto.

L'errore percentuale maggiore in termini di coppie si osserva al giunto 6 con un errore circa del 50%, esattamente come messo in luce dalla traiettoria cam-

2.4. SIMULAZIONE E CALCOLO DEGLI ERRORI PER TRAIETTORIE RANDOM⁴³

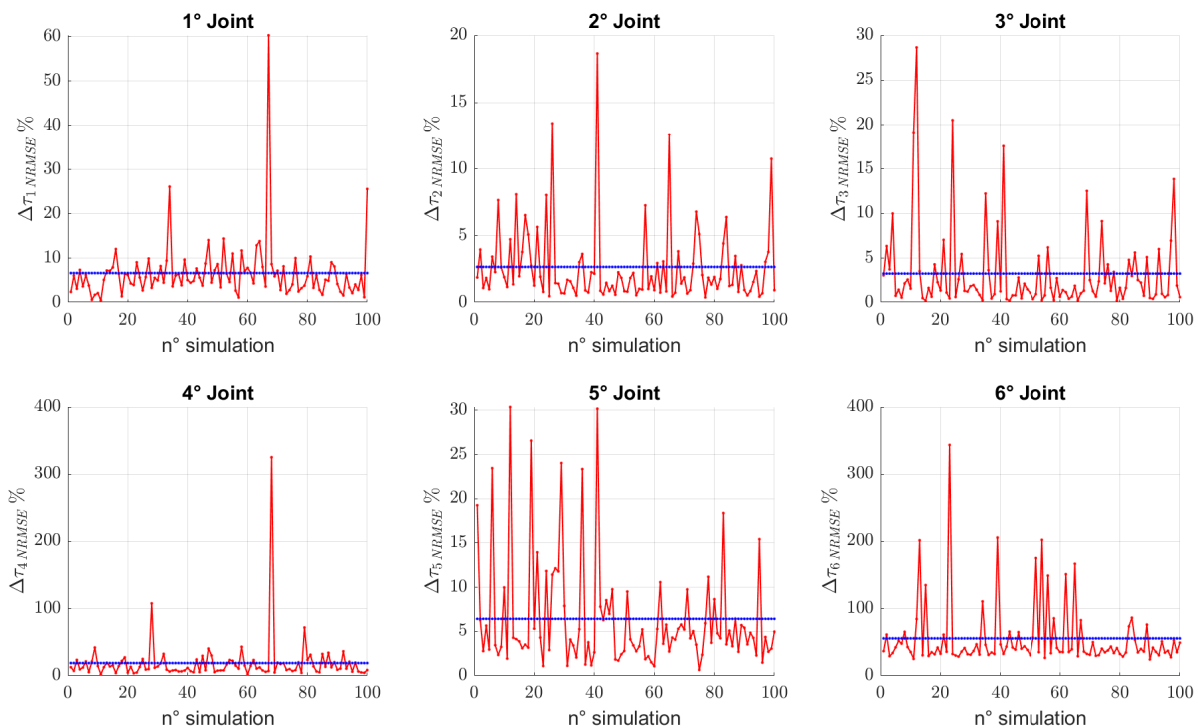


Figura 2.12: NRMSE per le coppie dei collegamenti da uno a sei del robot Adept Viper 650 con il valore puntuale dell'errore per ogni simulazione in rosso e la media in blu

pione illustrata nella precedente sezione. Tuttavia gli errori relativi ai primi 4 giunti mostrano un andamento medio piuttosto contenuto, nell'ordine del 5% mediamente, ed inoltre è necessario specificare che le coppie in gioco nel link 6 e in minima parte anche nel 4 e 5, sono talmente ridotte che l'errore non risulta essere significativo, a differenza invece dei primi tre giunti. Anche l'andamento medio di quantità di moto ed energia totale mostrano una buona sovrapposizione degli errori medi, con picchi massimi di errore del 15%. Va tuttavia precisato che gli spike osservati in determinate simulazioni corrispondono a casi di traiettorie particolari, tipicamente caratterizzate da un avvicinamento del robot alle configurazioni singolari. Per questo motivo è necessario osservare prevalentemente gli andamenti

medi degli errori; da questo punto di vista la scelta di una metrica d'errore normalizzata risulta vantaggiosa dato che privilegia la continuità dei risultati ottenuti nella maggior parte delle simulazioni, senza penalizzare eccessivamente il metodo in presenza di picchi di errore sporadici.

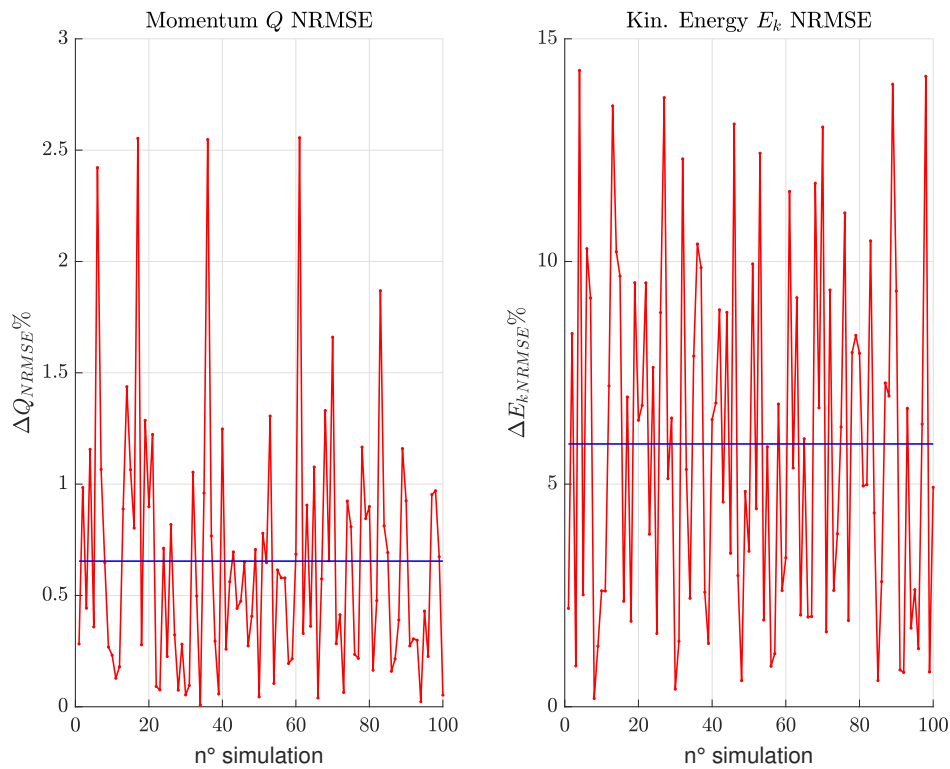


Figura 2.13: NRMSE per il momento lineare e l'energia cinetica del robot Adept Viper 650 con il valore puntuale dell'errore per ogni simulazione in rosso e la media in blu

I tempi di calcolo medi osservati in Figura 2.14 dimostrano il vantaggio derivante dall'impiego del modello semplificato. Al netto di una deviazione relativamente contenuta nel computo dei valori di coppia da attuare per rispettare le traiettorie stabilite, l'effetto della semplificazione dinamica produce un risparmio di circa il 9% a beneficio del costo computazionale richiesto.

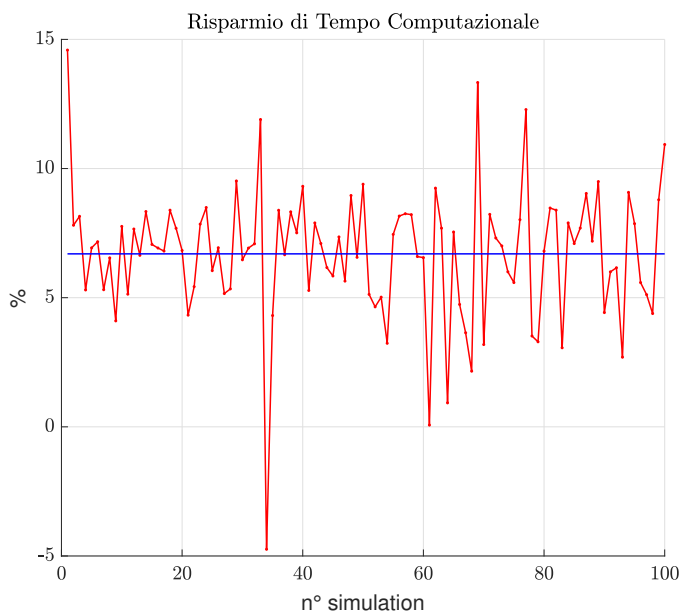


Figura 2.14: Riduzione percentuale del tempo di calcolo per determinare le coppie, il momento lineare e l'energia cinetica del robot Viper 650 durante la simulazione per ciascun modello (in blu il valore medio ottenuto nelle diverse simulazioni)

2.4.2 Errori e tempi computazionali TechMan TM5-700

Vengono ora riportati i medesimi risultati d'errore relativi al TechMan TM5-700, sempre basati su 100 traiettorie random con leggi polinomiali. In Figura 2.15 e 2.11 sono presentati gli errori di coppia ai giunti e quelli di energia cinetica totale e quantità di moto lineare. In merito ai risultati delle coppie notiamo valori d'errore percentuale inferiori per i primi 3 assi rispetto al 4, 5 e 6 che invece si attestano intorno ad un errore del 40%. La continuità tra gli errori rilevati a questi giunti si può spiegare sempre considerando la particolare dinamica del TM5-700. A differenza del Viper 650, dotato di polso sferico, in questo caso le inerzie degli ultimi link non possono essere ritenute del tutto trascurabili, il che spiegherebbe un aumento dell'errore dovuto alle approssimazioni apportate. Tuttavia sappiamo che i principali responsabili delle movimentazioni dell'end-effector nello spazio di

lavoro sono i primi 3 giunti, i quali invece presentano errori molto più contenuti, nell'ordine del 10-20% in media. I valori della quantità di moto invece, come già evidenziato nel caso preso ad esempio in sezione 2.3.2, dimostrano un'ottima accordanza tra modello completo e semplificato; in valori di energia cinetica totale differiscono invece del 10-15% mediamente. In merito ai singoli picchi di errore valgono le stesse considerazioni già proposte per il Viper 650.

Nuovamente, in analogia a quanto osservato nel caso del Viper 650 osserviamo il vantaggio del modello a parametri concentrati rispetto al modello dinamico completo. In questo caso il risparmio computazionale si attesta attorno al 7% al netto delle semplificazioni già discusse.

2.5 Conclusioni sui modelli semplificati

I risultati proposti dimostrano la validità dell'approccio adottato nel proporre uno strumento di analisi dinamica semplificata in assenza di dati esaustivi relativi ad un manipolatore. La possibilità di applicare un modello a parametri concentrati infatti garantisce un risparmio computazionale significativo a tutto vantaggio dei sistemi di controllo robot e che può dimostrarsi efficiente nei contesti che non prevedano capacità di posizionamento particolarmente precise ed accurate a vantaggio piuttosto della velocità di esecuzione dei movimenti. Il punto di forza del metodo consiste poi nella capacità di generare dati sufficientemente accurati senza la necessità di dover ricostruire i dettagli tecnici del robot attraverso strumentazione particolare.

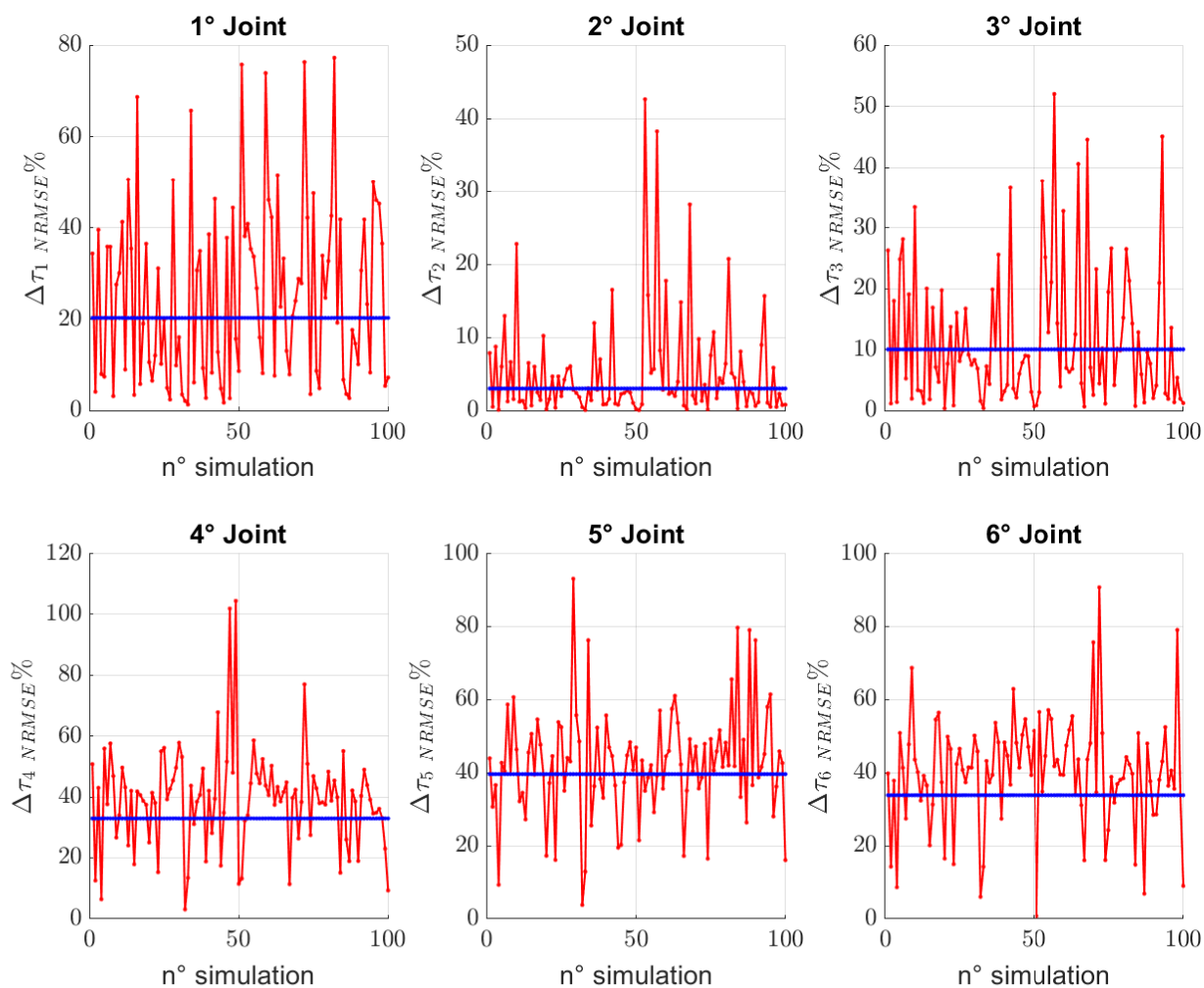


Figura 2.15: NRMSE per le coppie dei collegamenti da uno a sei del robot TM5-700 con il valore puntuale dell'errore per ogni simulazione in rosso e la media in blu

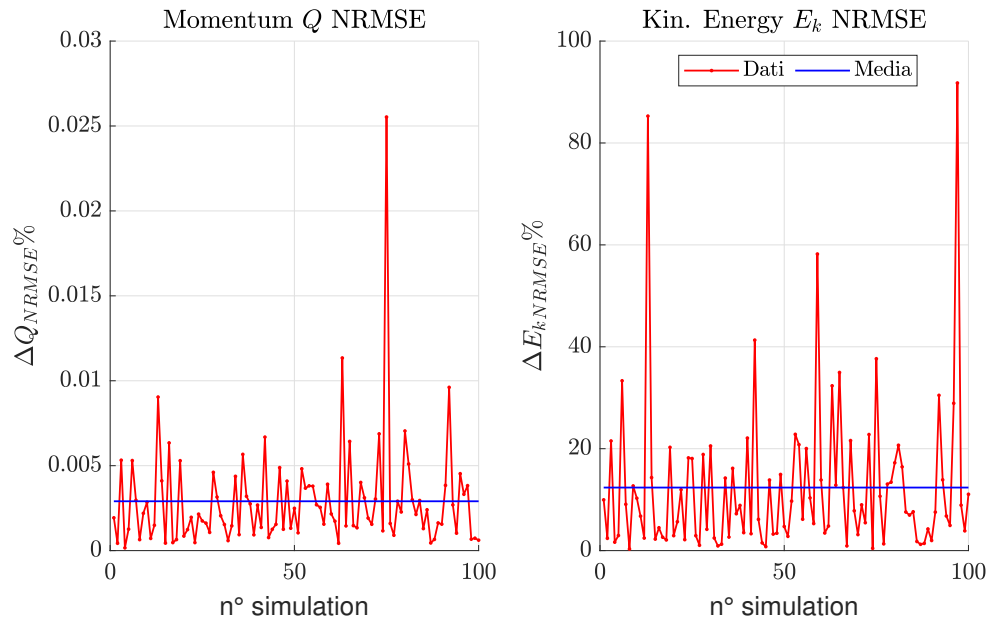


Figura 2.16: NRMSE per il momento lineare e l'energia cinetica del robot TM5-700 con il valore puntuale dell'errore per ogni simulazione in rosso e la media in blu

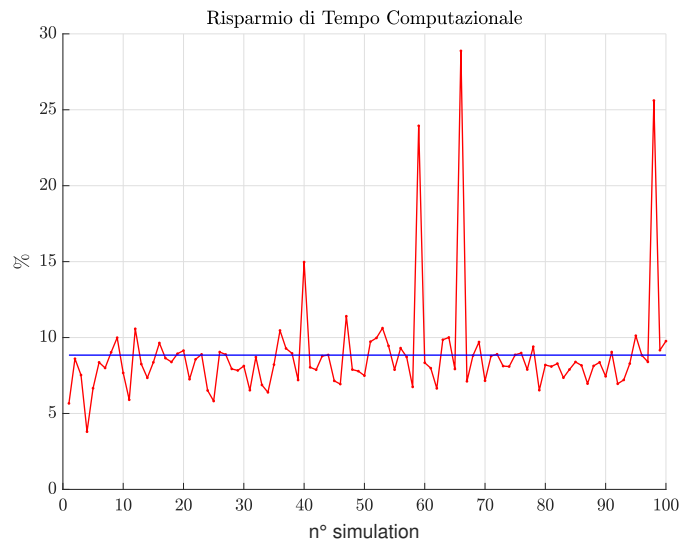


Figura 2.17: Riduzione percentuale del tempo di calcolo per determinare le coppie, il momento lineare e l'energia cinetica del robot TM5-700 durante la simulazione per ciascun modello (in blu il valore medio ottenuto nelle diverse simulazioni)

NRSME medio %	Viper 650	TM5-700
τ_{J1}	6.69	20.29
τ_{J2}	2.68	3.04
τ_{J3}	3.27	10.06
τ_{J4}	18.84	32.95
τ_{J5}	6.43	39.58
τ_{J6}	55.63	33.82
Q	0.65	$2.96 \cdot 10^{-3}$
E_k	5.9	12.37
Vantaggio Computazionale %	6.69	8.84

Tabella 2.3: Risultati complessivi nella valutazione del modello dinamico a parametri concentrati

Capitolo 3

Simulazioni di impatto

In letteratura sono stati proposti diversi modelli computazionali che permettono di descrivere i fenomeni di impatto tra un manipolatore e l'ambiente esterno [11] [12]. Tuttavia spesso la finalità di tali simulazioni consiste primariamente nella costruzione di un modello semplificato del robot, attraverso il computo di una cosiddetta massa equivalente.

Massa equivalente per un sistema robot

La massa equivalente (anche detta effettiva) in un punto della struttura robot può essere ricavata a partire dal principio di equivalenza dell'energia cinetica del sistema reale con un sistema fittizio costituito appunto da una massa puntiforme. La formula per l'energia cinetica per un generico manipolatore è:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.1)$$

dove $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ è la matrice di inerzia del manipolatore.

La velocità del punto operativo (ad esempio l'end-effector) $\dot{\mathbf{x}}$ è legata alle velocità delle giunture $\dot{\mathbf{q}}$ attraverso la matrice jacobiana $\mathbf{J}(\mathbf{q})$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.2)$$

Sostituendo l'espressione della velocità dell'end effector nell'equazione dell'energia cinetica, otteniamo:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} (\mathbf{J}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{x}})^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) (\mathbf{J}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{x}}) \quad (3.3)$$

Questa equazione può essere riorganizzata come:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}^T (\mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q}))^{-1} \dot{\mathbf{x}} \quad (3.4)$$

Definiamo la matrice di inerzia nello spazio operativo $\mathbf{H}(\mathbf{q})$ come:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) = (\mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q}))^{-1} \quad (3.5)$$

Se consideriamo la direzione del movimento come un vettore unitario \mathbf{u} nello spazio operativo, la velocità dell'end effector lungo questa direzione è $\dot{x}_{\mathbf{u}} = \mathbf{u}^T \dot{\mathbf{x}}$. L'energia cinetica può quindi essere scritta come:

$$T = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^T \dot{\mathbf{x}})^T m (\mathbf{u}^T \dot{\mathbf{x}}) \quad (3.6)$$

Confrontando questa espressione con l'equazione originale dell'energia cinetica, possiamo identificare la massa equivalente m come:

$$m^{-1} = \mathbf{u}^T \mathbf{H}^{-1} \mathbf{u} \quad (3.7)$$

Invertendo questa relazione, otteniamo la massa equivalente:

$$m = \frac{1}{\mathbf{u}^T \mathbf{H}^{-1} \mathbf{u}} \quad (3.8)$$

L'equazione 3.8 mostra che la massa effettiva del robot è influenzata dalla sua configurazione e dalla direzione della collisione.

Il limite di questo metodo consiste nel fatto che tale rappresentazione non permette di caratterizzare efficacemente i parametri di interesse descritti dalla normativa (vedi Capitolo 1), come le forze di impatto e le pressioni che sviluppano al

contatto tra due superfici, concentrandosi piuttosto sulla previsione della velocità acquisita dall'ostacolo soggetto all'impatto e sul computo delle forze impulsive, ricavate dal principio della variazione della quantità di moto dei corpi [13] [14]. Non solo, la definizione di una proprietà inerziale equivalente del manipolatore a partire dalla definizione di una particolare direzione del moto costituisce una semplificazione matematica del problema che difficilmente può essere applicata a contesti specifici, in quanto non può essere direttamente collegata al computo di una forza di contatto e poiché non permette di cogliere completamente le proprietà dinamiche del manipolatore.

Alla luce di queste considerazioni viene proposto un modello d'impatto alternativo, che secondo gli obiettivi previsti dovrà avere le seguenti caratteristiche:

- consentire l'impiego di un modello dinamico semplificato o completo
- simulare il comportamento reale del manipolatore in risposta ad un segnale di controllo, tenendo conto degli effetti di labilità strutturali, dovuti alla rigidità dei giunti e alla loro capacità di smorzamento
- permettere di simulare il fenomeno di contatto con ostacoli vincolati o labili
- possibilità di adattare il modello di contatto e di impostare la simulazione al variare della geometria relativa delle superfici e dei materiali coinvolti nell'urto
- capacità di simulare l'impatto non solo nel punto operativo dell'end-effector, ma in qualsiasi punto della struttura.

3.1 Modello dinamico di contatto continuo

A partire dall'equazione 1.8, sostituendo al termine cinetico la relazione 1.23 ed infine introducendo la relazione ottenuta in 1.9, è possibile ricavare in linea del

tutto generale la seguente relazione, valida per un generico manipolatore ad n gradi di libertà:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}_{att} - \boldsymbol{\tau}_r \quad (3.9)$$

Qui, $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ denota le posizioni dei giunti a valle della trasmissione, $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matrice di inerzia nello spazio dei giunti, $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^n$ gli effetti di Coriolis e centrifughi, $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^n$ il contributo gravitazionale, mentre $\boldsymbol{\tau}_{att} \in \mathbb{R}^n$ e $\boldsymbol{\tau}_r \in \mathbb{R}^n$ sono rispettivamente le coppie applicate ai giunti dagli attuatori e quelle dovute dal contributo delle forze resistenti esterne. In ipotesi semplificativa trascureremo l'effetto dovuto ad altre componenti di forza e momento, come l'attrito statico, dinamico o viscoso. Inoltre supponiamo in prima approssimazione che la traiettoria realizzata dai motori di ogni giunto corrisponda perfettamente a quella stabilita in fase di pianificazione dal sistema di controllo.

Per poter simulare il comportamento di una catena cinematica flessibile definiamo allora $\boldsymbol{\theta}_{att} \in \mathbb{R}^n$ le posizioni dei motori inclusa la riduzione degli ingranaggi che corrisponderanno dunque alle posizioni dei giunti da realizzare secondo il sistema di controllo $\mathbf{q}_c \in \mathbb{R}^n$:

$$\boldsymbol{\theta}_{att} = \mathbf{q}_c \quad (3.10)$$

Nella maggior parte dei contesti applicativi un manipolatore robotico può essere considerato dal punto di vista strutturale come costituito da membri perfettamente rigidi collegati tra loro da giunti caratterizzati da una certa cedevolezza [15]. Definiamo quindi $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, matrice di rigidità equivalente dei giunti e $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, l'analoga matrice di smorzamento. Di conseguenza l'effetto di attuazione dovuto alle coppie erogate dai singoli motori collegati ai giunti all'interno dell'equazione 3.9 diverrà:

$$\boldsymbol{\tau}_{att} = \mathbf{K}_q(\mathbf{q}_c - \mathbf{q}) + \mathbf{C}_q(\dot{\mathbf{q}}_c - \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.11)$$

In sostanza ciò che stiamo descrivendo è il moto di una catena di membri rigidi che vengono movimentati in risposta ad una generica movimentazione grazie al

contributo delle forze interne che si sviluppano ai giunti di collegamento. Il vantaggio derivante dall'impiego di questa formulazione, come vedremo in seguito, è legato non solo alla possibilità di studiare il comportamento oscillatorio reale del robot, ma soprattutto grazie all'impostazione del problema nello spazio dei giunti piuttosto che nello spazio operativo, alla semplificazione dei termini di rigidità e smorzamento dato che in generale \mathbf{K}_q e \mathbf{C}_q sono costanti e definite positive.

Per quanto riguarda le forze ed i momenti esterni, questi verranno considerati in termini di coppie effettive ai giunti. Per poter trasformare i contributi di forza espressi dallo spazio operativo a quello dei giunti è necessario applicare il Principio dei Lavori Virtuali, espresso della seguente espressione cinetostatica:

$$\boldsymbol{\tau}_r^T \delta \mathbf{q} = \mathbf{F}_{ext}^T \delta \mathbf{x} \quad (3.12)$$

dove $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{F}_{ext} \in \mathbb{R}^n$ definiscono i vettori di spostamenti e forze generalizzate nello spazio operativo. Ricordando il legame tra spostamenti nello spazio operativo e rotazioni dei giunti attraverso lo Jacobiano geometrico $\mathbf{J}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{6 \times n}$:

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \delta \mathbf{q} \quad (3.13)$$

possiamo quindi scrivere:

$$\boldsymbol{\tau}_r = \mathbf{J}^T(\mathbf{q}) \mathbf{F}_{ext} \quad (3.14)$$

Introducendo le equazioni 3.11 e 3.14 nella 3.9 si ottiene così:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{K}_q(\mathbf{q}_c - \mathbf{q}) + \mathbf{C}_q(\dot{\mathbf{q}}_c - \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F}_{ext} \quad (3.15)$$

equazione differenziale completa della dinamica del manipolatore che comprende tutti gli effetti delle forze considerate e che descrive completamente il comportamento reale del sistema in risposta ad un comando di controllo definito da una traiettoria pianificata $\mathbf{q}_c(t)$.

Esplicitando la relazione 3.15 in termini di accelerazioni ai giunti $\ddot{\mathbf{q}}$ infine otteniamo:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \frac{1}{\mathbf{M}(\mathbf{q})} [\mathbf{K}_q(\mathbf{q}_c - \mathbf{q}) + \mathbf{C}_q(\dot{\mathbf{q}}_c - \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{J}^T(\mathbf{q})\mathbf{F}_{ext} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{g}(\mathbf{q})] \quad (3.16)$$

Una volta determinate le matrici di rigidità \mathbf{K} e di smorzamento \mathbf{C} equivalenti nello spazio dei giunti e aver calcolato la matrice di massa $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ in funzione delle coordinate robot, è possibile implementare l'equazione 3.16 nell'ambiente **Matlab Simulink**, che permette di integrare la relazione differenziale del secondo ordine attraverso la trasformata di Laplace. Per quanto riguarda il computo delle componenti relative ai termini centrifughi e di Coriolis $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ e della forza peso $\mathbf{g}(\mathbf{q})$, questi potranno essere calcolati imponendo una accelerazione dei giunti $\ddot{\mathbf{q}} = 0$ (dato che essi dipendono unicamente dalle posizioni e dalle velocità dei giunti) all'interno delle equazioni ricorsive presentate ai Capitoli 1 e 2, rispettivamente per casi a dinamica completa o semplificata [3]. In tal modo risulta possibile simulare il comportamento dinamico del manipolatore.

3.2 Determinazione della matrice di inerzia del manipolatore

Con riferimento alla formulazione lagrangiana descritta al Capitolo 1, all'eq. 1.23 possiamo descrivere l'energia cinetica di un link i -esimo con somma delle energie cinetiche traslazionale e rotazionale, espressa come:

$$E_{\ell_i} = \frac{1}{2}m_{\ell_i}\mathbf{v}_{ci}^T\mathbf{v}_{ci} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_i^T\mathbf{R}_i\mathbf{I}_i\mathbf{R}_i^T\boldsymbol{\omega}_i \quad (3.17)$$

dove:

- m_{ℓ_i} è la massa del link i -esimo,

- \mathbf{v}_{ci} è la velocità lineare del centro di massa del link i -esimo,
- $\boldsymbol{\omega}_i$ è la velocità angolare del link i -esimo,
- \mathbf{R}_i è la matrice di rotazione del link i -esimo,
- \mathbf{I}_i è il tensore d'inerzia del link i -esimo rispetto al suo centro di massa.

L'espressione per la velocità lineare e la velocità angolare in termini delle velocità articolari $\dot{\mathbf{q}}$ e degli Jacobiani \mathbf{J} è data da:

$$\mathbf{v}_{ci} = \mathbf{J}_P^{(\ell_i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.18)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{J}_O^{(\ell_i)} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.19)$$

dove:

- $\mathbf{J}_P^{(\ell_i)}$ è lo Jacobiano traslazionale del link i -esimo,
- $\mathbf{J}_O^{(\ell_i)}$ è lo Jacobiano rotazionale del link i -esimo.

Jacobiano Traslazionale

Lo Jacobiano traslazionale $\mathbf{J}_P^{(\ell_i)}$ è costruito a partire dalle velocità lineari delle coordinate generalizzate e ha la forma:

$$\mathbf{J}_P^{(\ell_i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{P1}^{(\ell_i)} & \dots & \mathbf{J}_{Pi}^{(\ell_i)} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Le colonne di questa matrice sono calcolate secondo la regola generale basata sulla natura del giunto j -esimo:

$$\mathbf{J}_{Pj}^{(\ell_i)} = \begin{cases} \mathbf{z}_{j-1} & \text{per un giunto prismatico} \\ \mathbf{z}_{j-1} \times (\mathbf{p}_{\ell_i} - \mathbf{p}_{j-1}) & \text{per un giunto rotoidale} \end{cases} \quad (3.21)$$

dove \mathbf{z}_{j-1} è il vettore unitario lungo l'asse z del frame $j-1$, \mathbf{p}_{ℓ_i} è il vettore posizione del centro di massa del link i -esimo, e \mathbf{p}_{j-1} è il vettore posizione dell'origine del frame $j-1$.

Jacobiano Rotazionale

Lo Jacobiano rotazionale $\mathbf{J}_O^{(\ell_i)}$ descrive la relazione tra le velocità angolari e le velocità articolari, ed è costruito come:

$$\mathbf{J}_O^{(\ell_i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{O1}^{(\ell_i)} & \dots & \mathbf{J}_{Oi}^{(\ell_i)} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Le colonne di questa matrice sono date da:

$$\mathbf{J}_{Oj}^{(\ell_i)} = \begin{cases} 0 & \text{per un giunto prismatico} \\ \mathbf{z}_{j-1} & \text{per un giunto rotoidale} \end{cases} \quad (3.23)$$

Ottenuti gli jacobiani l'energia cinetica del link può essere espressa come:

$$E_{\ell_i} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_P^{(\ell_i)} \mathbf{J}_P^{(\ell_i)T} \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_O^{(\ell_i)} \mathbf{R}_i \mathbf{I}_i \mathbf{R}_i^T \mathbf{J}_O^{(\ell_i)T} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.24)$$

Energia Cinetica del Rotore

Per il rotore del giunto i -esimo, l'energia cinetica è data da:

$$E_{m_i} = \frac{1}{2} m_{m_i} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_P^{(m_i)} \mathbf{J}_P^{(m_i)T} \dot{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{J}_O^{(m_i)} \mathbf{R}_{m_i} \mathbf{I}_{m_i} \mathbf{R}_{m_i}^T \mathbf{J}_O^{(m_i)T} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.25)$$

dove:

- m_{m_i} è la massa del rotore,
- $\mathbf{J}_P^{(m_i)}$ è lo Jacobiano traslazionale del rotore,
- $\mathbf{J}_O^{(m_i)}$ è lo Jacobiano rotazionale del rotore,

- \mathbf{R}_{m_i} è la matrice di rotazione del rotore,
- \mathbf{I}_{m_i} è il tensore d'inerzia del rotore rispetto al suo centro di massa.

3.2.1 Energia Cinetica Totale

L'energia cinetica totale del manipolatore, considerando sia i link che i rotori, è:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{b}_{ij} \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.26)$$

dove $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ è la matrice di inerzia del sistema, che è somma dei contributi dovuti ai link e ai rotori:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n \left(m_{\ell_i} \mathbf{J}_P^{(\ell_i)T} \mathbf{J}_P^{(\ell_i)} + \mathbf{J}_O^{(\ell_i)T} \mathbf{R}_i \mathbf{I}_{\ell_i}^i \mathbf{R}_i^T \mathbf{J}_O^{(\ell_i)} \right. \\ \left. + m_{m_i} \mathbf{J}_P^{(m_i)T} \mathbf{J}_P^{(m_i)} + \mathbf{J}_O^{(m_i)T} \mathbf{R}_{m_i} \mathbf{I}_{m_i}^m \mathbf{R}_{m_i}^T \mathbf{J}_O^{(m_i)} \right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Questa espressione finale rappresenta la matrice di inerzia del manipolatore $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ [3]. Ai fini di questa trattazione i motoriduttori verranno considerati come parte integrante dei link (verranno perciò ignorate le componenti relative ai rotori nell'eq. 3.27).

Occorre precisare che il calcolo della matrice di inerzia del sistema e l'intero modello dinamico di contatto continuo descritto precedentemente è valido per un generico manipolatore; ciò significa che il computo può essere realizzato sia considerando un modello completo con masse e inerzie dei singoli link, sia ad esempio adottando un sistema a parametri concentrati, come quello descritto al 2 in cui le masse dei link m_{ℓ_i} saranno sostituite nel calcolo di $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ con le masse concentrate del robot.

3.3 Determinazione delle matrici di rigidità e smorzamento equivalenti

Per tenere conto dell'effetto della rigidità e smorzamento del sistema è necessario determinare anzitutto una metodologia sperimentale che permetta di estrarre i suddetti parametri relativi alle matrici \mathbf{K}_q e \mathbf{C}_q . In questa sezione si illustrerà la procedura applicativa del testing modale [16] per lo studio delle rigidità e smorzamenti equivalenti dei giunti, da intendersi integralmente come gli accoppiamenti costituiti dai motoriduttori dei due robot analizzati al Capitolo 2.

La rigidità dei giunti di un robot industriale è fondamentale per una varietà di applicazioni. Ad esempio bassa rigidità può causare vibrazioni a bassa frequenza, modificando la risposta del sistema rispetto alle traiettorie pianificate. Per questo motivo, è necessario identificarne la rigidità tramite un approccio modale selettivo.

Consideriamo l'Omron Adept Viper 650, robot industriale a sei gradi di libertà (DoF). Le equazioni del moto libero per piccole oscillazioni, considerando la cedevolezza dei giunti attorno agli assi di rotazione, sono:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_0)\Delta\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_q\Delta\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_q\Delta\mathbf{q} = 0 \quad (3.28)$$

Le proprietà inerziali sono calcolate utilizzando i modelli CAD del robot, assumendo densità uniforme e nessuno spazio vuoto all'interno dei link.

Testing Modale Selettivo

Quando viene applicata una forza impulsiva in un punto del robot attraverso un martello per testing modale, vengono misurate N accelerazioni in punti diversi della catena cinematica attraverso degli accelerometri. Di conseguenza viene identificato un set di N modi di vibrare. Questi modi trasformano le equazioni del moto (3.28) in un set di equazioni indipendenti nelle coordinate modali η_k per $k = 1, \dots, N$:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} M_{11}^*(\mathbf{q}) & 0 & 0 \\ 0 & M_{kk}^*(\mathbf{q}) & 0 \\ 0 & 0 & M_{NN}^*(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_k \\ \ddot{\eta}_N \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11}^*(\mathbf{q}) & 0 & 0 \\ 0 & C_{kk}^*(\mathbf{q}) & 0 \\ 0 & 0 & C_{NN}^*(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_k \\ \dot{\eta}_N \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} K_{11}^*(\mathbf{q}) & 0 & 0 \\ 0 & K_{kk}^*(\mathbf{q}) & 0 \\ 0 & 0 & K_{NN}^*(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ \eta_k \\ \eta_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Equazione modale per un giunto

In una configurazione specifica in cui un modo di vibrazione è dominato da un singolo giunto, dunque assumendo la coordinata modale η_i coincidente con q_i , otteniamo:

$$I_{i_{zz}}(\mathbf{q})\ddot{q}_i + c_i\dot{q}_i + k_iq_i = F_i(t) \tag{3.30}$$

Dove:

- $I_{i_{zz}}(\mathbf{q})$ è il momento d'inerzia rispetto al giunto i , calcolato nella configurazione \mathbf{q} .
- c_i è lo smorzamento del giunto.
- k_i è la rigidezza del giunto.
- $F_i(t)$ è la forza applicata al giunto i .

Calcolo dell'inerzia del giunto

L'inerzia rispetto al giunto i si calcola adottando il teorema di Huygens–Steiner come:

$$I_{i_{zz}}(\mathbf{q}) = \sum_{j=i}^N (\mathbf{R}_{ji} \mathbf{I}_j \mathbf{R}_{ji}^T + m_j \mathbf{P}_{ji}) \quad (3.31)$$

Dove:

- \mathbf{R}_{ji} è la matrice di rotazione dalla terna del link j a quella del giunto i .
- \mathbf{P}_{ji} rappresenta le coordinate del centro di massa del link j nel riferimento del giunto i .

$$\mathbf{P}_{ji} = \begin{bmatrix} y_{ji}^2 + z_{ji}^2 & -x_{ji}y_{ji} & -x_{ji}z_{ji} \\ -y_{ji}x_{ji} & x_{ji}^2 + z_{ji}^2 & -y_{ji}z_{ji} \\ -z_{ji}x_{ji} & -z_{ji}y_{ji} & x_{ji}^2 + y_{ji}^2 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

In cui x_{ji} , y_{ji} and z_{ji} sono le coordinate del centro di massa del link j definite nella terna del giunto i .

Poiché i termini di accoppiamento inerziale possono essere positivi o negativi, a seconda della configurazione, sono stati calcolati i valori medi e le deviazioni standard dei moduli degli elementi della matrice di massa per evitare cancellazioni.

In una configurazione specifica, i termini di accoppiamento inerziale tra il giunto i e gli altri giunti (M_{ij} , con $j \neq i$) risultano piccoli o trascurabili se la velocità del giunto i induce una distribuzione delle velocità del braccio robotico che non può essere riprodotta dalle velocità degli altri giunti. Tuttavia, anche se questa condizione è soddisfatta, possono comunque emergere termini di accoppiamento inerziale se gli assi dei giunti non coincidono con gli assi principali. In base ai risultati mostrati nella Figura 3.1, sono state selezionate le configurazioni per i test modali selettivi che massimizzano l'eccitazione di un singolo giunto e che minimizzano il cross-coupling inerziale tra i giunti. Queste particolari configurazioni sono illustrate in Figura 3.2 e nella Tabella 3.1.

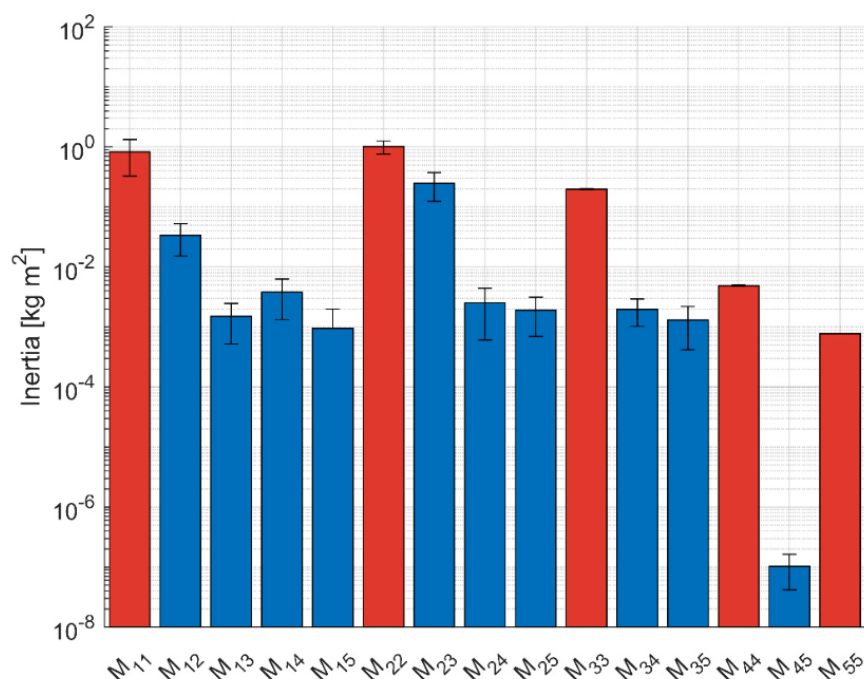


Figura 3.1: Valori medi e deviazioni standard dei termini della matrice di massa (106 configurazioni casuali), termini di inerzia diretta (barre rosse) e termini di accoppiamento inerziale (barre blu) [16]

Test Sperimentali

I test sperimentali sono stati eseguiti utilizzando un martello modale e un accelerometro triassiale, registrando le risposte in 10 punti di test (Figura 3.3). Le funzioni di risposta in frequenza (FRF) e la funzione indicatore di modo complesso (CMIF) sono utilizzate per identificare i modi di vibrazione dominati dai singoli giunti. Le frequenze naturali e i rapporti di smorzamento sono estratti dai picchi nelle FRF e CMIF. I risultati relativi alle differenti configurazioni di test sono riportati in Appendice E.

Configuration	Joint 1 [°]	Joint 2 [°]	Joint 3 [°]	Joint 4 [°]	Joint 5 [°]	Joint 6 [°]
Test 1	0	0	90	0	0	0
Test 2	0	0	17	0	-17	0
Test 3	0	-189	243	0	-54	0
Test 4	0	0	90	0	90	0
Test 5	0	-90	180	0	90	0

Tabella 3.1: Configurazioni dei giunti per i test modali [16]

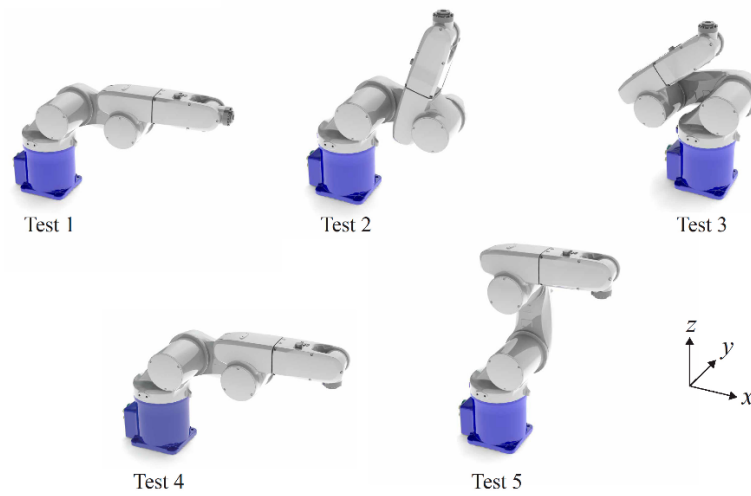


Figura 3.2: Configurazioni per i test modali [16]

Identificazione delle Proprietà di Rigidezza e Smorzamento

La soluzione generale dell'equazione omogenea associata alla legge del moto espressa in 3.30 è espressa da:

$$q_i(t) = e^{-\zeta\omega_n t} (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t)) \quad (3.33)$$

Dove:

- $\omega_n = \sqrt{\frac{k_i}{I_{i_{zz}}(\mathbf{q})}}$ è la pulsazione naturale non smorzata del sistema.
- $\zeta = \frac{c_i}{2\sqrt{k_i I_{i_{zz}}(\mathbf{q})}}$ è il fattore di smorzamento.

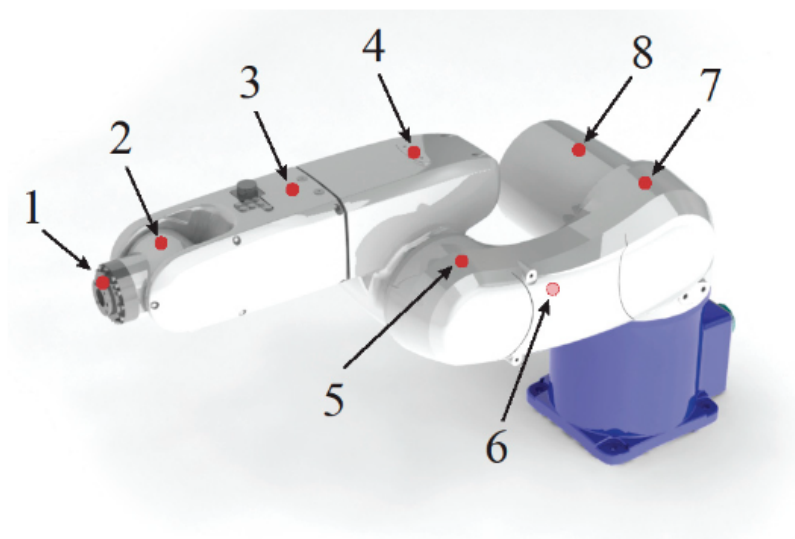


Figura 3.3: Nodi di misura per il testing modale [16]

- $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ è la pulsazione naturale smorzata (per un sistema sottosmorzato).
- A e B sono costanti determinate dalle condizioni iniziali (velocità iniziale nulla e posizione dei giunti nota).

Possiamo ricavare le proprietà di rigidità k e smorzamento c a partire dal calcolo delle frequenze naturali f identificate utilizzando le equazioni:

$$f_{ni} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_i}{I_{i_{zz}}(\mathbf{q}_i)}} \quad (3.34)$$

$$k_i = (2\pi f_{ni})^2 I_{i_{zz}}(\mathbf{q}_i) \quad (3.35)$$

$$c_i = \frac{2\zeta_i k_i}{2\pi f_{ni}} \quad (3.36)$$

dove $I_{i_{zz}}(\mathbf{q}_i)$ è il momento d'inerzia e ζ_i è il rapporto di smorzamento identificato nella configurazione \mathbf{q}_i . I valori di rigidità e smorzamento sono ottimizzati per minimizzare le differenze tra le frequenze naturali misurate e quelle previste.

3.3.1 Valori di Rigidezza e Smorzamento dei giunti Adept Viper 650

I valori di rigidezza e smorzamento ottenuti per i giunti del robot sono riportati nella seguente tabella:

Giunto	Rigidezza ($\frac{Nm}{rad}$)	Smorzamento ($\frac{Nms}{rad}$)
Giunto 1	12602	7.21
Giunto 2	9257	3.20
Giunto 3	7490	1.63
Giunto 4	643	0.11
Giunto 5	898	0.05

Tabella 3.2: Valori di rigidezza e smorzamento dei giunti del robot Adept Viper 650

Per il giunto 3, la stima iniziale della rigidezza k_3 si è rivelata inaccurata a causa dell'influenza significativa del giunto 2 e della deformabilità strutturale. Per migliorare l'identificazione della rigidezza del giunto 3, è stata impiegata una tecnica di ottimizzazione. La funzione di penalità definita è la seguente:

$$F_p(k_3) = \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^5 (f_{njk} - f_{pjk}(k_3))^2 \quad (3.37)$$

Dove:

- f_{njk} sono le frequenze naturali misurate,
- $f_{pjk}(k_3)$ sono le frequenze naturali previste dal modello con k_3 assegnato.

Questa ottimizzazione ha portato a un valore di rigidezza del giunto 3 di 6485 Nm/rad, significativamente diverso dal valore iniziale stimato. Successivamente, il coefficiente di smorzamento del giunto 3 è stato calcolato, ottenendo un valore di 1,41 Nms/rad. Questi risultati sono stati implementati nel modello matematico

del robot, e le frequenze naturali e i rapporti di smorzamento sono stati calcolati in alcune configurazioni di validazione non testate sperimentalmente, mostrando una buona corrispondenza con i dati misurati. Le proprietà identificate sono quindi state validate confrontando le frequenze naturali e i rapporti di smorzamento calcolati con quelli ottenuti sperimentalmente.

3.3.2 Conclusioni sui risultati ottenuti dal testing modale per il Viper 650

Il metodo di analisi modale selettivo ha dimostrato un'elevata efficacia nell'identificazione delle proprietà di rigidità e smorzamento dei giunti del robot. Le configurazioni di test scelte hanno minimizzato gli effetti del cross-coupling inerziale, permettendo l'identificazione precisa delle caratteristiche dei singoli giunti. Questo approccio ha consentito di ottenere stime accurate anche in presenza di interazioni complesse tra i giunti, come evidenziato dal caso del giunto 3.

Le simulazioni numeriche hanno confermato che la configurazione del robot influisce significativamente sulle frequenze naturali e sui rapporti di smorzamento dei modi di vibrazione principali. In particolare, è emerso che la configurazione del robot determina variazioni delle proprietà dinamiche, con un impatto significativo sulle prestazioni operative. Tuttavia, le variazioni delle frequenze naturali restano contenute all'interno di bande di frequenza tipiche, con le frequenze associate ai giunti del polso sempre superiori a quelle associate ai giunti del braccio. Questo comportamento suggerisce che la selezione ottimale della configurazione del robot può essere utilizzata per evitare risonanze indesiderate durante le operazioni industriali, migliorando così le prestazioni complessive del robot.

Le semplificazioni adottate nel modello, come la trascurabilità della flessibilità dei link e l'assunzione di piccole oscillazioni, sono giustificate dalla necessità di ridurre la complessità del modello e di focalizzarsi sulle principali fonti di flessibilità e smorzamento, ovvero i giunti. La trascurabilità dei termini di Coriolis e cen-

trifughi è supportata dall'assunzione di piccole oscillazioni attorno alla configurazione di lavoro selezionata.

3.4 Implementazione in ambiente Simulink

In Figura 3.4 viene riportato lo schema logico del diagramma di flusso adottato per descrivere il comportamento del manipolatore. All'interno del modello vengono anzitutto generate le traiettorie di riferimento da far eseguire al robot, sotto forma del vettore di coordinate di giunto temporali \mathbf{q}_c ; è necessario inoltre definire i parametri di taratura del modello di contatto scegliendo le costanti adeguate, ad esempio come descritto nella sezione 1.3.2. Ad ogni time-step della simulazione vengono quindi ricalcolati gli scostamenti Δq e $\Delta \dot{q}$ rispetto alle posizioni e velocità reali dei giunti del robot. Questi parametri vengono poi moltiplicati per le matrici di rigidità \mathbf{K}_q e smorzamento \mathbf{C}_q dei giunti e sommati ai contributi di coppia dovuti ai termini centrifughi, di Coriolis e di gravità ottenuti dinamicamente mediante il metodo ricorsivo di Newton-Eulero, trattato al Capitolo 1. La posizione del punto operativo viene dunque calcolata attraverso un blocco che esegue la cinematica diretta del manipolatore per poi inviare le coordinate cartesiane ottenute all'interno della sezione relativa al modello di contatto, schematicamente riassunta in Figura 3.5.

A partire dalle coordinate del robot è possibile definire una cosiddetta *funzione di contatto* \mathbf{g}_N , ottenuta come la differenza tra il vettore posizione robot $\mathbf{r}(\mathbf{q})$ nello spazio operativo e la posizione attuale dell'ostacolo \mathbf{x} . Per semplicità si decide di ignorare gli effetti di momenti e forze di strisciamento che si possono verificare durante l'impatto, dato che tipicamente la componente principale delle forze che si sviluppano è quella ottenuta in direzione ortogonale alle superfici di contatto. Per questo motivo, definito il versore di impatto previsto $\hat{\mathbf{u}}_{imp}$ normale alla superficie dell'ostacolo, si calcola il prodotto scalare di \mathbf{g}_N in questa direzione. Il risultato di questa operazione corrisponde alla deformazione δ locale dovuta alla compen-

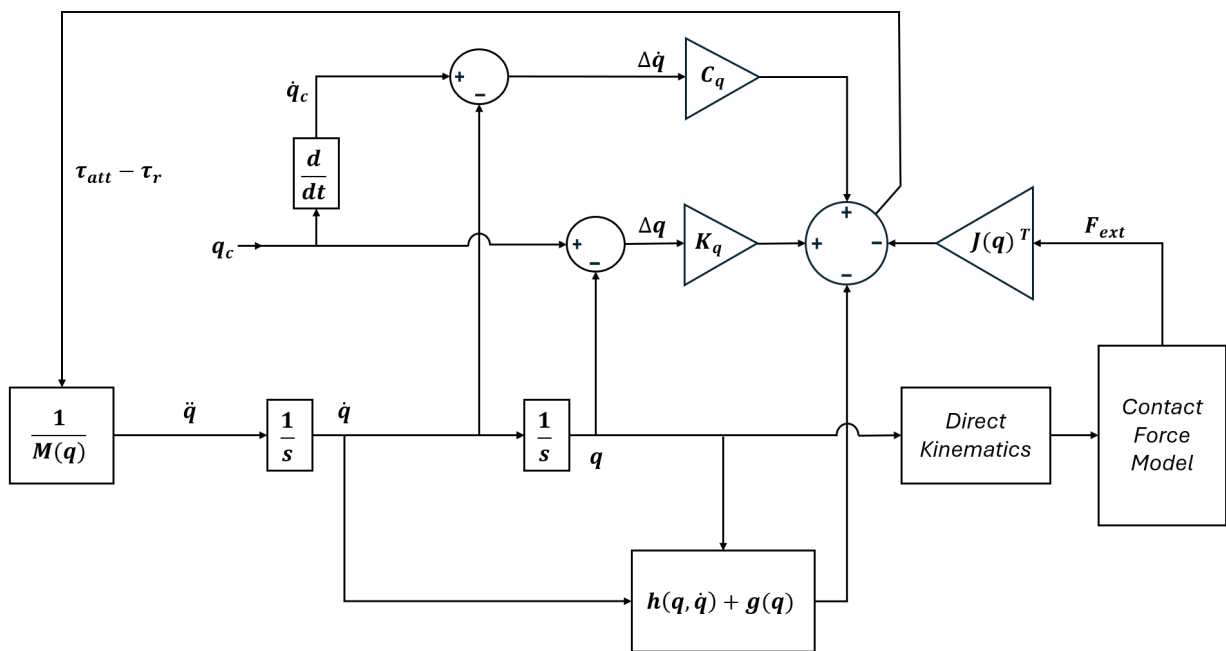


Figura 3.4: Diagramma di flusso semplificato della legge di moto implementata in Simulink

3.5 Simulazioni di impatto per Viper 650

Verranno ora proposti i risultati ottenuti attraverso l'implementazione del modello dinamico di impatto prendendo ad esempio due traiettorie particolari per l'Adept Omron 650.

3.5.1 Simulazione di impatto lineare

Consideriamo la movimentazione lineare nello spazio operativo raffigurata in Fig. 3.6. Il movimento avviene tra le locazioni definite secondo notazione euleriana:

$$\mathbf{T}_{tw1} : [x = -100 \text{ mm}, y = 400 \text{ mm}, z = 100 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = 90^\circ, \gamma = 0^\circ]$$

$$\mathbf{T}_{tw2} : [x = 600 \text{ mm}, y = 400 \text{ mm}, z = 100 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = 90^\circ, \gamma = 0^\circ]$$

in configurazione lefty, above, no-flip.

Le traiettorie cartesiane sono di tipo trapezoidale per le velocità, le corrispondenti variabili di giunto sono riportate in Fig. 3.8.

L'ostacolo viene considerato labile con 6 DoF, inizialmente fermo e si ipotizza un impatto perfettamente normale e in direzione x. La velocità al momento di impatto è pari a 1 m/s . L'impatto avviene a metà dell'esecuzione della traiettoria. La rigidità equivalente considerata è $k_c = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^{1.5}}$, equivalente al contatto tra una superficie in alluminio ed un tool in PLA o plastica rigida.

I parametri di interesse principali da individuare sono la curva della forza di contatto e l'energia cinetica trasferita all'ostacolo. In particolare viene studiata la risposta del sistema al variare della massa dell'ostacolo nelle Figure 3.9 e 3.11. Inoltre nelle Fig. 3.10 e 3.12 viene rappresentato il medesimo andamento delle forze ed energie trasmesse al variare del coefficiente di restituzione ipotizzato, imponendo in questo caso una massa dell'ostacolo pari a 1 kg .

Le curve di contatto ottenute, nel caso della traiettoria lineare impostata a parità di velocità di impatto di $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, mostrano un andamento crescente della forza di impatto, il che è in accordo con l'intuizione fisica del problema in quanto,

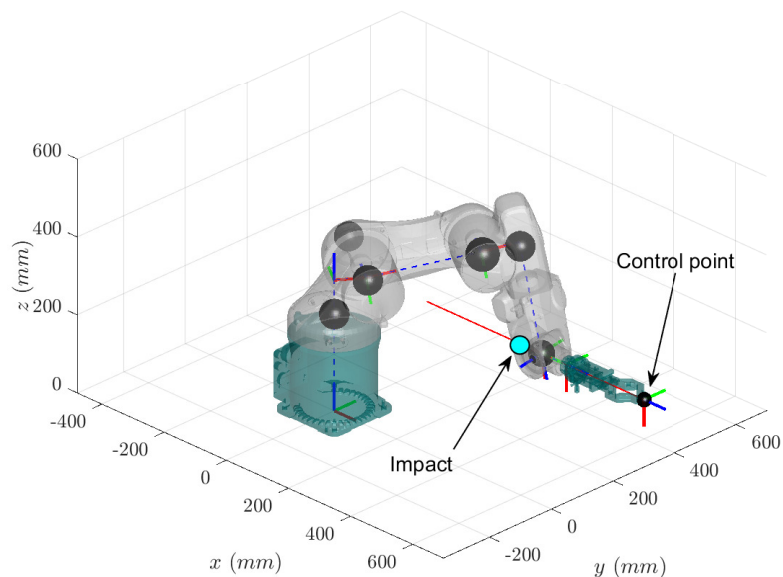


Figura 3.6: Traiettoria campione per simulare un contatto lineare (traiettoria in rosso)

all'aumentare dell'inerzia, il contatto relativo tra i corpi perdurerà per un tempo maggiore permettendo anche una maggiore deformazione locale delle zone di contatto. In particolare si osserva che aumentando la massa a 1.5 kg ed oltre è possibile, dal punto di vista teorico, che si verifichi un fenomeno di doppio contatto. Va precisato comunque che la durata media dell'impatto è nell'ordine al più dei centesimi di secondo, ergo sarebbe difficile notare simili comportamenti in un caso reale, caratterizzato per altro da complessi fenomeni di attrito (se si ipotizza che l'ostacolo viaggi su di una guida lineare ad esempio). Tuttavia la prima porzione delle curve permette di ottenere un'ottima stima dei valori della massima forza trasmessa, nonché dell'energia cinetica trasferita all'ostacolo. Va poi precisato che il punto di impatto scelto è collocato in una zona della traiettoria in cui il robot avanza a velocità costante ed inoltre viene simulata la risposta oscillatoria del

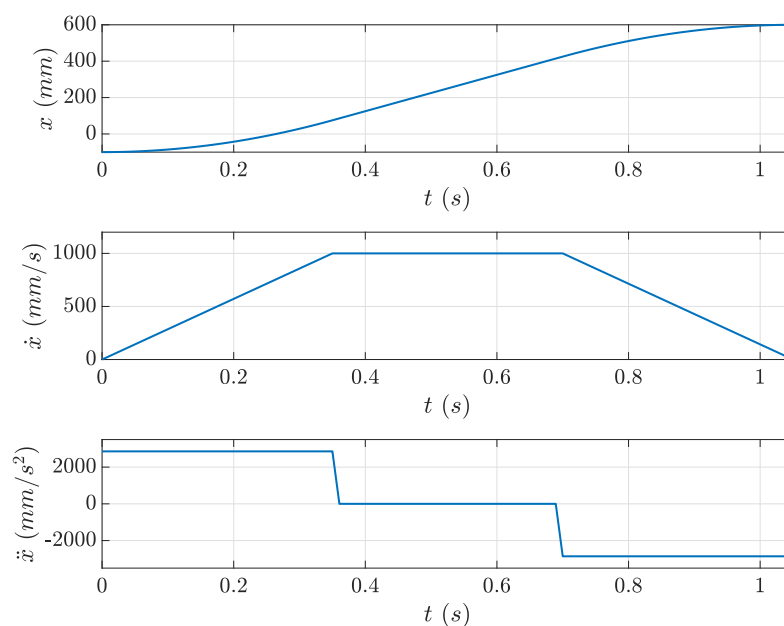


Figura 3.7: Traiettoria cartesiana in x per il movimento in Fig. 3.6

meccanismo dovuta alla rigidità e smorzamento dei giunti. Queste caratteristiche danno origine ad una dinamica dell'impatto complessa, con fasi di contatto e ricontatto o eventualmente con fenomeni di spinta che si protrendono per alcuni istanti a seguito dell'urto iniziale, come evidenziano le curve ottenute per una massa di 2 kg.

In merito al comportamento del modello al variare del coefficiente di restituzione non si notano particolari variazioni dei risultati, sebbene comunque sia possibile osservare che l'energia trasmessa varia considerevolmente, come atteso, aumentando al crescere di c_r . In Figura 3.14 e 3.15 osserviamo poi che, a parità di massa e coefficiente di restituzione, all'aumentare della velocità di impatto, aumentano altresì le forze e l'energia cinetica trasferite all'ostacolo.

Infine in Fig. 3.13 è possibile osservare la differenza tra la forza di impatto calcolata adottando il modello a parametri concentrati ed il modello completo del Viper 650, a seconda della matrice di inerzia considerata (vedi 3.2). Naturalmente

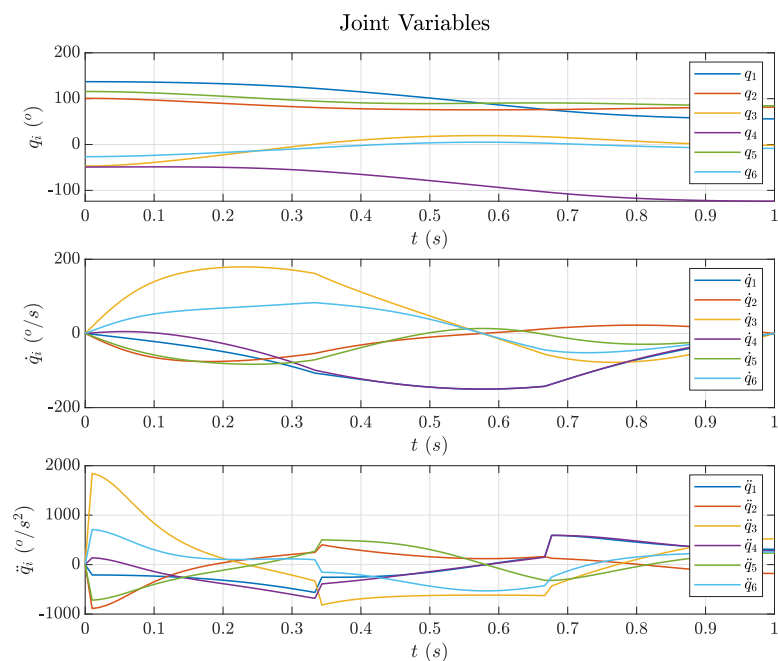


Figura 3.8: Traiettorie dei giunti per il movimento in Fig. 3.6

la scelta della matrice di inerzia influenza anche il calcolo del parametro $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ legato alle componenti di Coriolis e centrifughe. La tendenza porta il modello a parametri concentrati a sovrastimare i valori di forza massima di impatto, con un errore inferiore al 10%. La stabilità del modello semplificato, già evidenziata in precedenza e la tendenza a sovrastimare leggermente i parametri di contatto garantiscono da questo punto di vista un buon margine in vantaggio di sicurezza. Infine in Tabella 3.3 vengono riassunti i valori delle grandezze di interesse ottenuti nei differenti casi studiati. $\Delta F\%$ fa riferimento alla differenza percentuale tra la massima forza di contatto sovrastimata con il modello lumped e quella reale ottenuta nel caso completo. Gli altri valori fanno quindi riferimento a quest'ultimo modello.

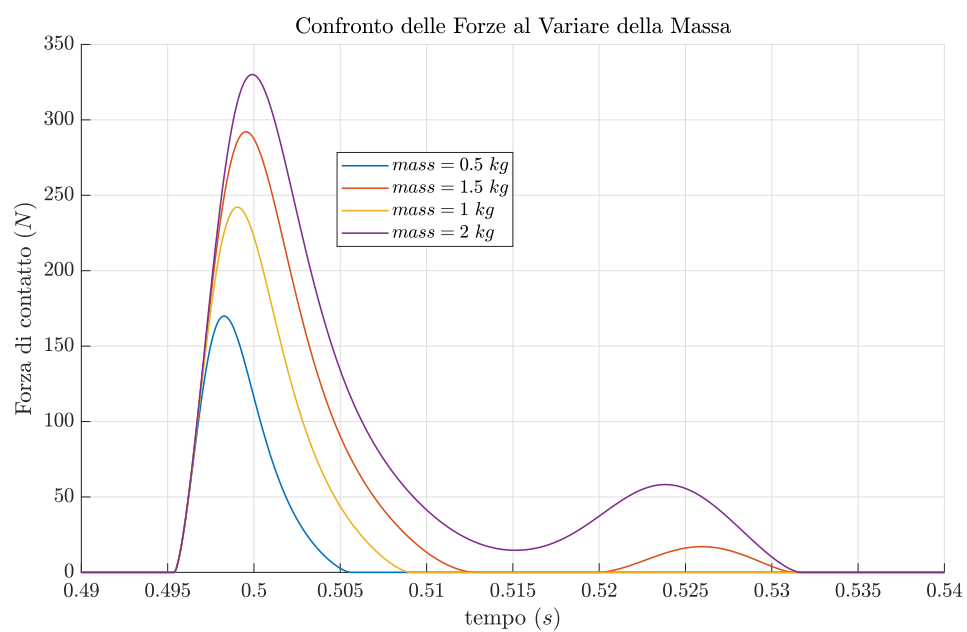


Figura 3.9: Forza di contatto al variare della massa dell'ostacolo per un movimento lineare

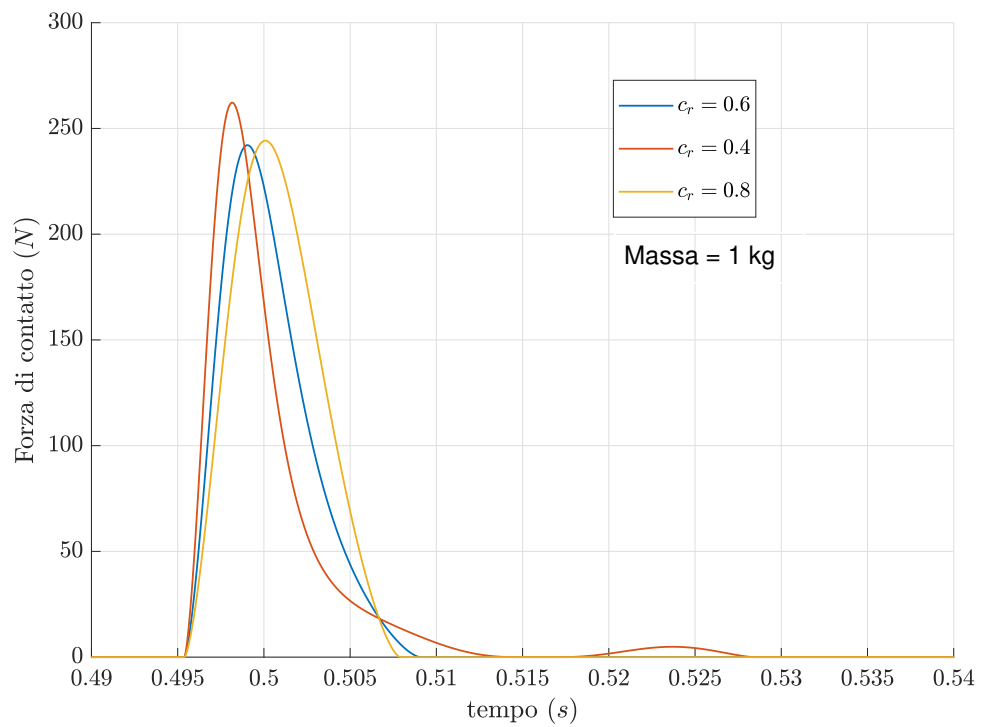


Figura 3.10: Forza di contatto al variare del coefficiente di restituzione del modello di Hunt-Crossley (massa ostacolo pari a 1 kg)

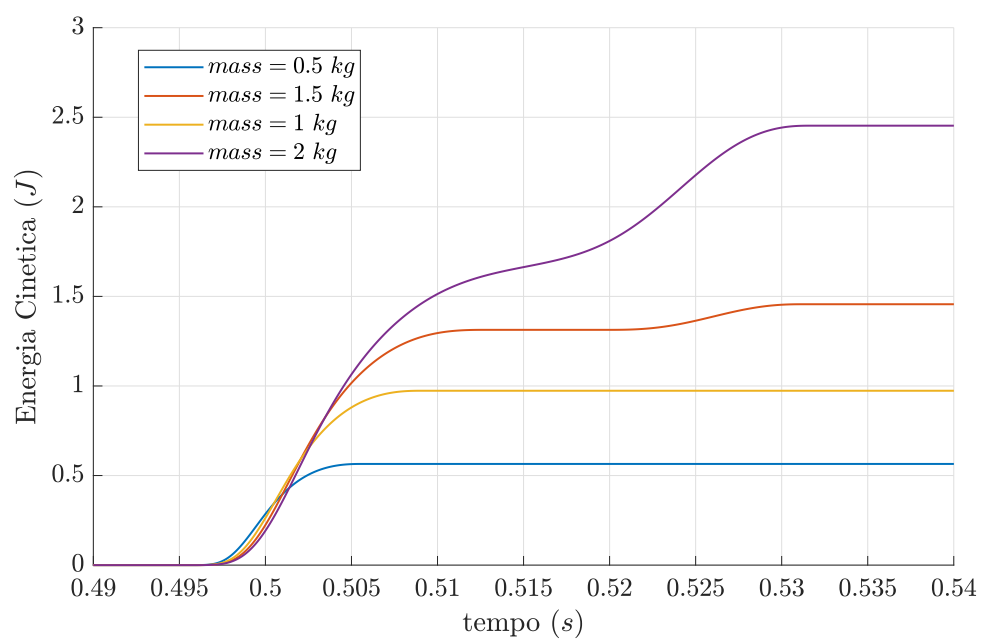


Figura 3.11: Energia cinetica acquisita dall'ostacolo in seguito all'urto al variare della sua massa ($c_r = 0.6$)

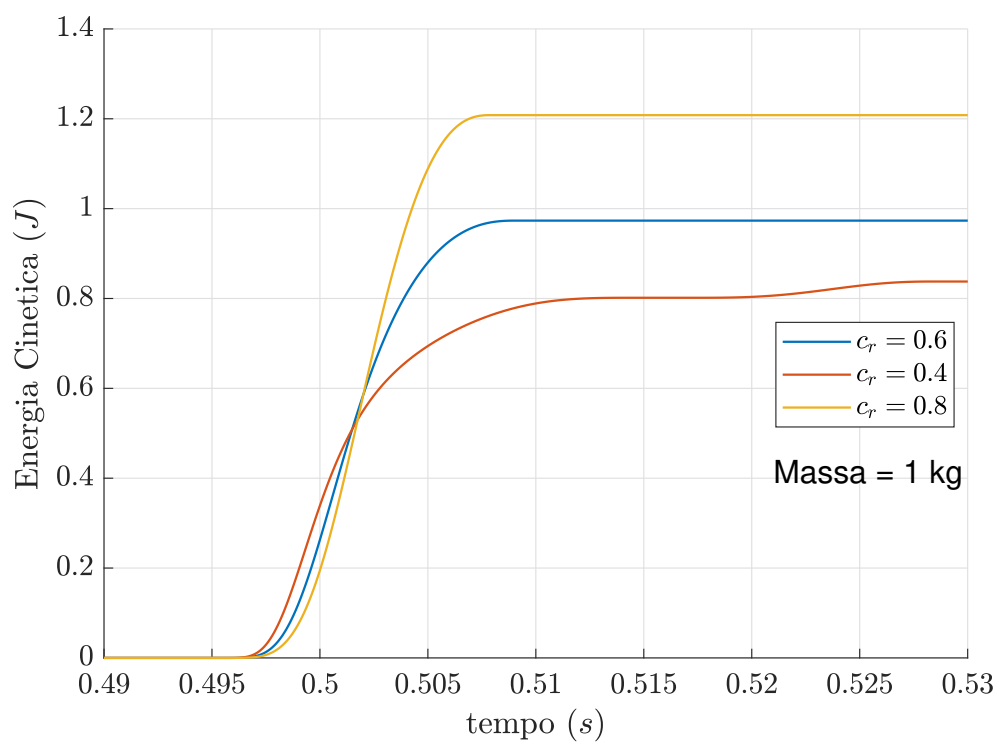


Figura 3.12: Energia cinetica acquisita dall'ostacolo in seguito all'urto al variare di c_r (massa ostacolo pari a 1 kg)

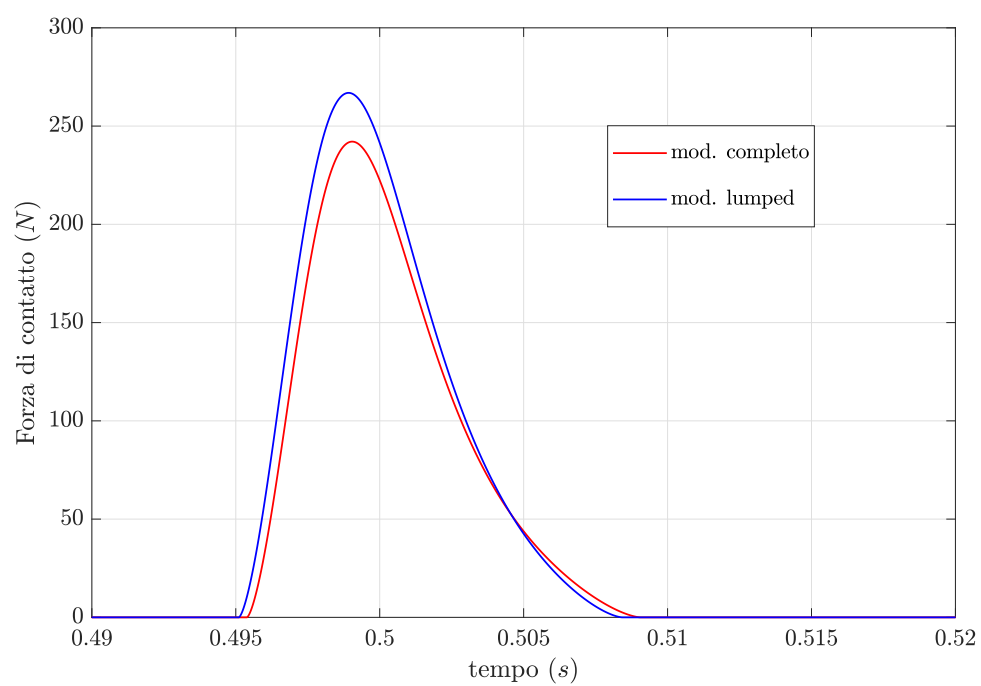


Figura 3.13: Confronto tra le forze di contatto per modello dinamico completo (rosso) e semplificato (blu)

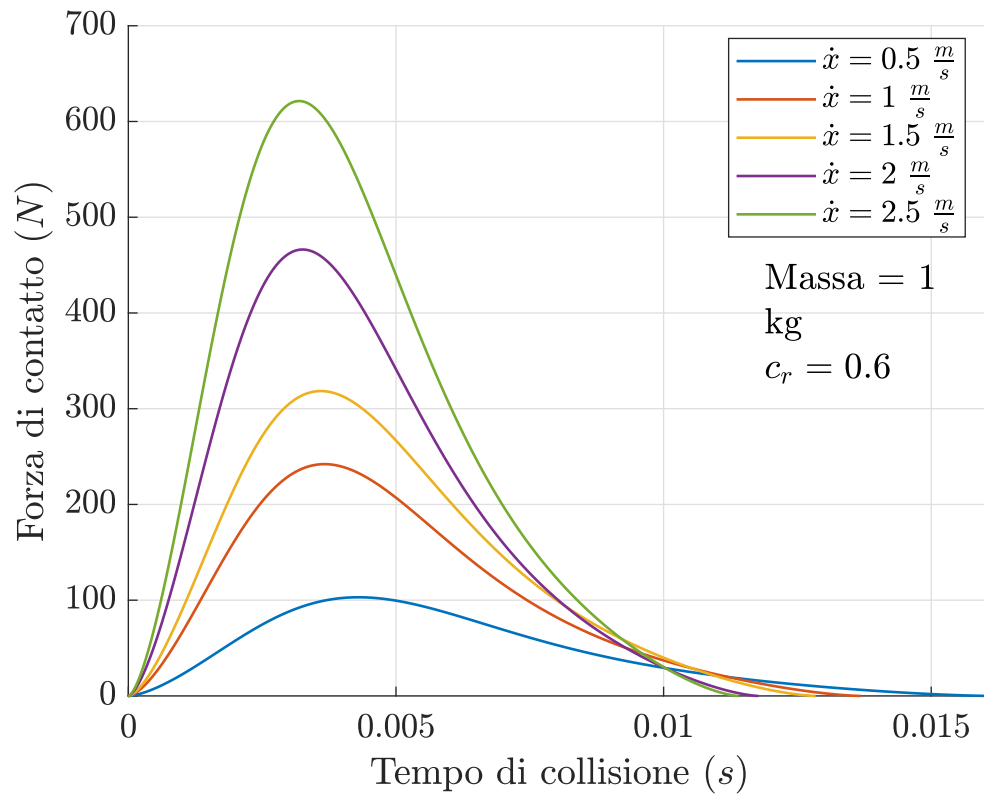


Figura 3.14: Forza di contatto al variare della velocità di impatto (massa ostacolo pari a 1 kg e $c_r = 0.6$)

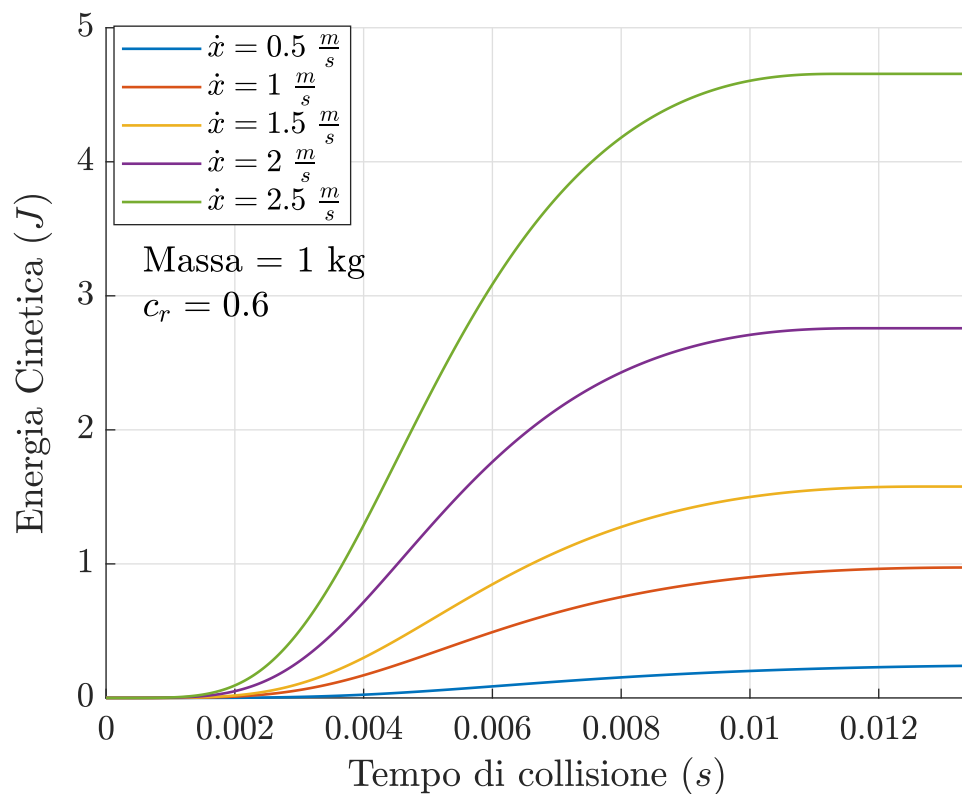


Figura 3.15: Energia cinetica trasferita al variare della velocità di impatto (massa ostacolo pari a 1 kg e $c_r = 0.6$)

Configurazione di impatto lineare					
Velocità di impatto $v_{imp} (\frac{m}{s})$	Coefficiente di restituzione c_r	Massa ostacolo $mass (kg)$	Forza max contatto $F_{max} (N)$	Energia cinetica trasferita $E_k (J)$	Differenza rispetto al modello lumped $\Delta F\%$
1	0.6	0.5	168	0.6	7.4
1	0.6	1	245	0.98	8.1
1	0.6	1.5	280	1.4	8.2
1	0.6	2	331	1.7	8.1
1	0.4	1	260	0.8	7.3
1	0.8	1	248	1.21	8.3
0.5	0.6	1	103	0.23	7.2
1.5	0.6	1	318	1.58	8.5
2	0.6	1	466	2.75	8.8
2.5	0.6	1	619	4.65	9.2

Tabella 3.3: Tabella riassuntiva dei risultati delle simulazioni di impatto lineare al variare dei diversi parametri (valori ottenuti con il modello completo). La differenza percentuale rispetto al modello a parametri concentrati è rappresentata da $\Delta F\%$

3.5.2 Simulazione di impatto rotazionale

Il modello dinamico di impatto consente non solo di valutare gli urti al livello di punto operativo dell'end-effector, ma permette anche di simulare il comportamento della struttura nel caso di contatti che possano avvenire in punto generico del robot. Infatti è sufficiente modificare la costruzione della matrice jacobiana $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ che trasforma l'effetto della forza \mathbf{F}_{ext} nel contributo di coppia a giunti, considerando non più lo jacobiano geometrico completo del robot, bensì quello relativo al punto particolare della struttura che si vuole studiare. Ovviamente infatti, l'effetto di una generica forza applicata al membro i -esimo del robot genererà coppie resistenti unicamente ai giunti $i, i - 1, \dots, 1$.

A titolo d'esempio si considererà un movimento rotazionale del primo giunto, supponendo che un contatto avvenga in direzione normale alla superficie del secondo link, esattamente in corrispondenza dell'intersezione con il 3° asse. Di conseguenza $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ diverrà funzione unica delle coordinate di giunto q_1 e q_2 . La traiettoria eseguita è rappresentata in Figura 3.16 e viene realizzata nuovamente secondo leggi temporali polinomiali di 5° grado, per una durata complessiva del movimento di 2 secondi. Le posizioni dei giunti iniziali e finali previste sono:

$$\mathbf{q}_{in} : [q_1 = 0^\circ, q_2 = 90^\circ, q_3 = 45^\circ, q_4 = -90^\circ, q_5 = 90^\circ, q_6 = 0^\circ]$$

$$\mathbf{q}_f : [q_1 = 135^\circ, q_2 = 90^\circ, q_3 = 45^\circ, q_4 = -90^\circ, q_5 = 90^\circ, q_6 = 0^\circ]$$

L' impatto avviene a metà della traiettoria di riferimento, quindi dopo 1 secondo. L'ostacolo possiede anche in questo caso 6 DoF e verrà colpito in direzione normale alla sua superficie. La velocità di impatto è pari a $1 \frac{m}{s}$, in continuità con il caso precedente per poter realizzare un paragone.

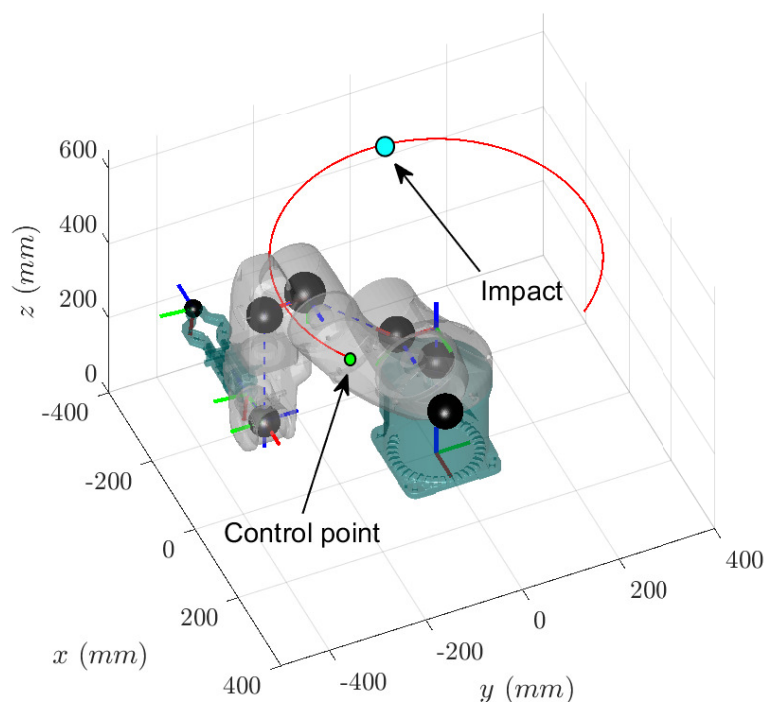


Figura 3.16: Traiettoria campione per simulare un contatto rotazionale sul secondo link (traiettoria in rosso)

Non notiamo in questo caso fenomeni di spinta, data la particolare traiettoria adottata priva di plateau di velocità nella fase di contatto. Nei grafici ottenuti in Fig. 3.18 e 3.19 osserviamo nuovamente i profili delle forze di contatto al variare della massa e del coefficiente di restituzione. Rispetto al caso lineare notiamo che, a parità di velocità di $1 \frac{m}{s}$ la forza calcolata risulta inferiore circa del 20%. Questo comportamento evidenzia l'importanza della configurazione del robot e dunque dell'inerzia equivalente nel fenomeno d'urto. Ancora una volta il valore di c_r ha una rilevanza marginale nel computo della forza massima di contatto; non vale la stessa considerazione per il grafico in Fig. 3.21, nel quale osserviamo un aumento dell'energia trasferita tanto più ci avviciniamo al caso di urto completamente elastico ($c_r = 1$). In Fig. 3.22 si rappresenta il confronto tra i due modelli nel calcolo

della forza massima, ed ancora notiamo la tendenza del modello semplificato a sovrastimare l'entità dell'urto. Nelle Fig. 3.23 e 3.24 osserviamo un comportamento non dissimile da quello ottenuto nella sezione relativa all'impatto lineare, a meno di una diminuzione generale delle grandezze di forza ed energia cinetica. Infine in Tabella 3.4 vengono riassunti i valori delle grandezze di interesse ottenuti.

Configurazione di impatto rotazionale					
Velocità di impatto $v_{imp} \left(\frac{m}{s}\right)$	Coefficiente di restituzione c_r	Massa ostacolo $mass (kg)$	Forza max contatto $F_{max} (N)$	Energia cinetica trasferita $E_k (J)$	Differenza rispetto al modello lumped $\Delta F\%$
1	0.6	0.5	138	0.41	3.2
1	0.6	1	199	0.77	3.9
1	0.6	1.5	247	1.14	4
1	0.6	2	278	1.41	3.9
1	0.4	1	215	0.60	3.5
1	0.8	1	204	0.97	4.1
0.5	0.6	1	93	0.18	3.3
1.5	0.6	1	281	1.32	4.1
2	0.6	1	402	2.47	4.2
2.5	0.6	1	553	4.11	4.4

Tabella 3.4: Tabella riassuntiva dei risultati delle simulazioni di impatto rotazionale al variare dei diversi parametri (valori ottenuti con il modello completo). La differenza percentuale rispetto al modello a parametri concentrati è rappresentata da $\Delta F\%$.

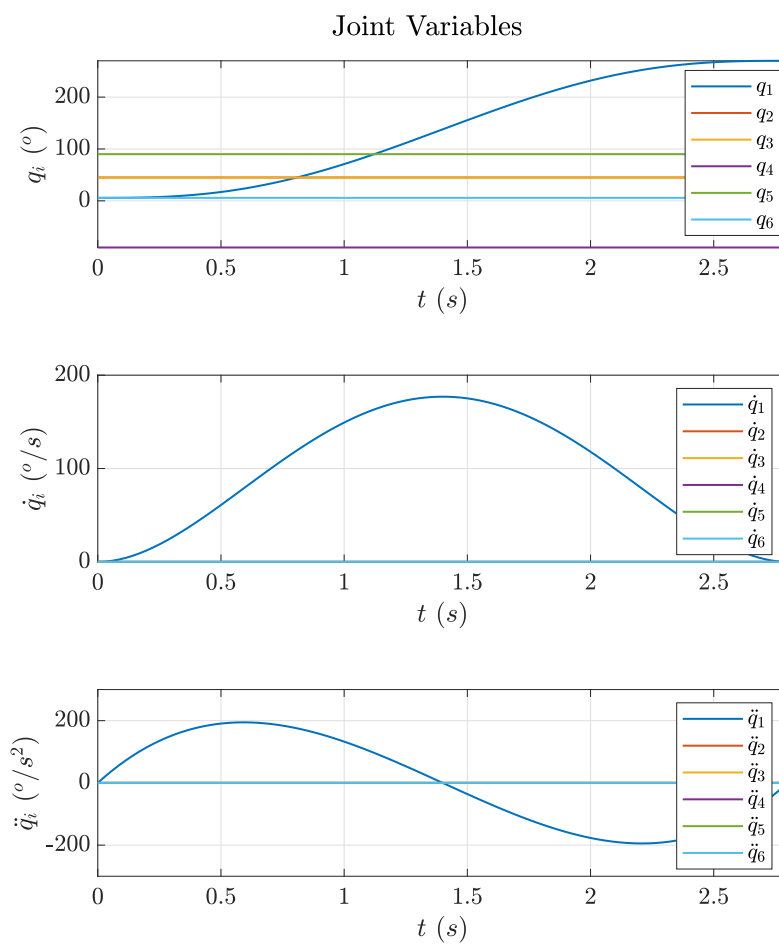


Figura 3.17: Traiettorie dei giunti per il movimento in Fig. 3.16

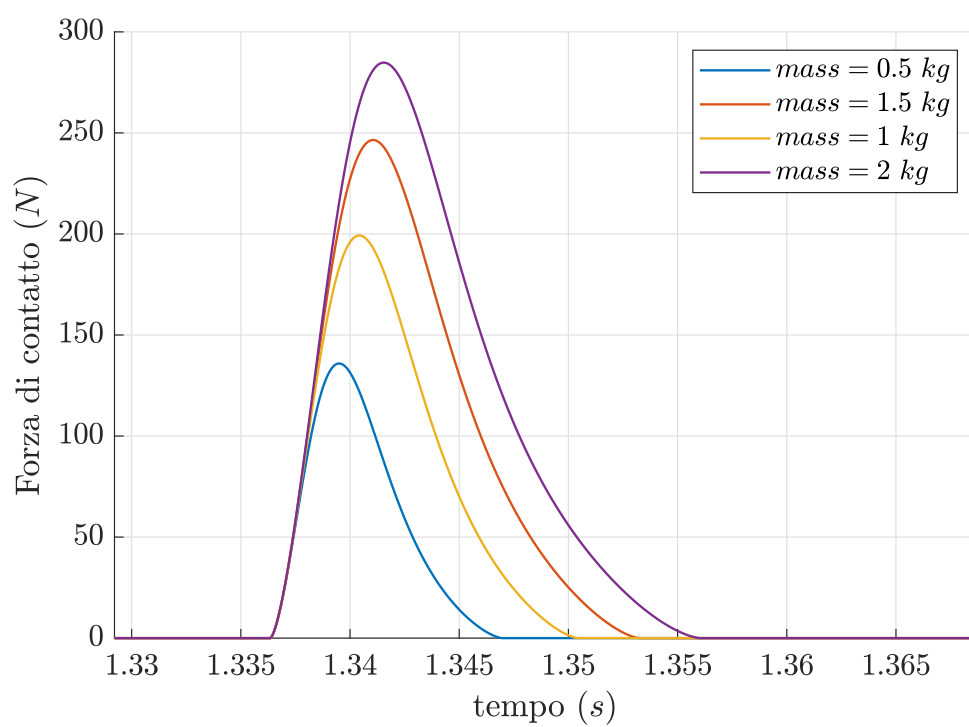


Figura 3.18: Forza di contatto al variare della massa dell'ostacolo per un movimento rotatorio

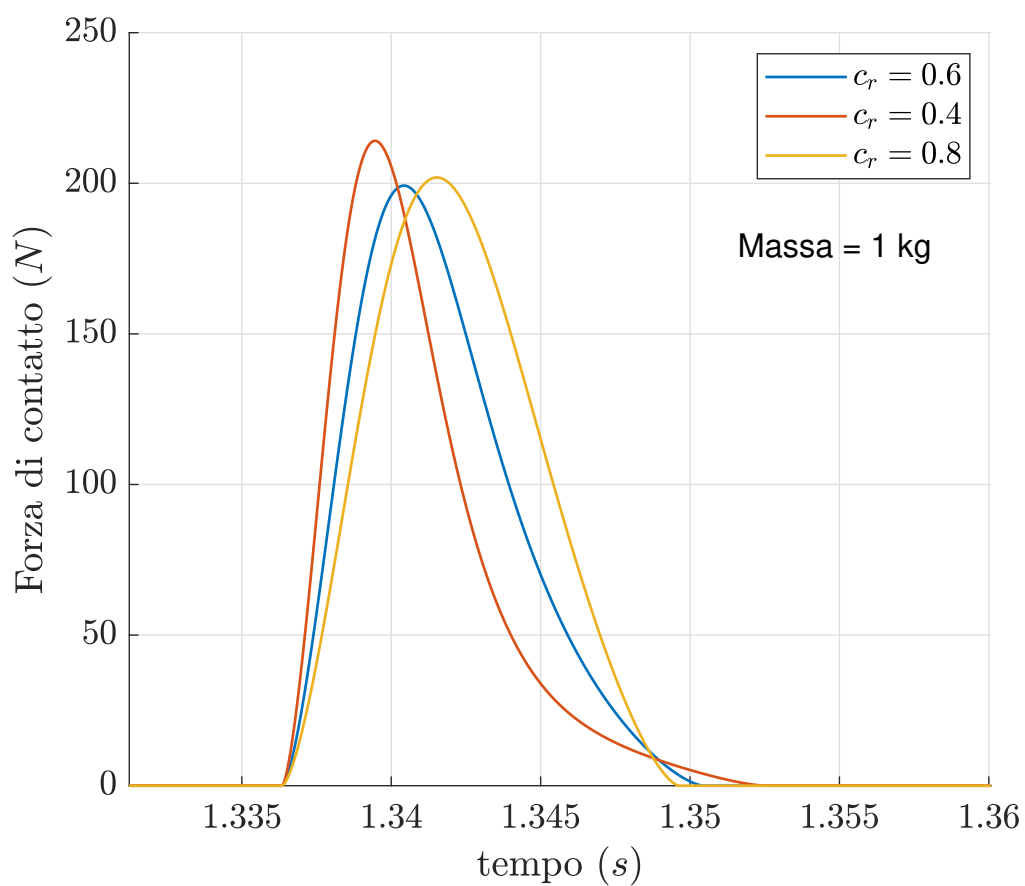


Figura 3.19: Forza di contatto al variare del coefficiente di restituzione del modello di Hunt-Crossley (massa ostacolo pari a 1 kg)

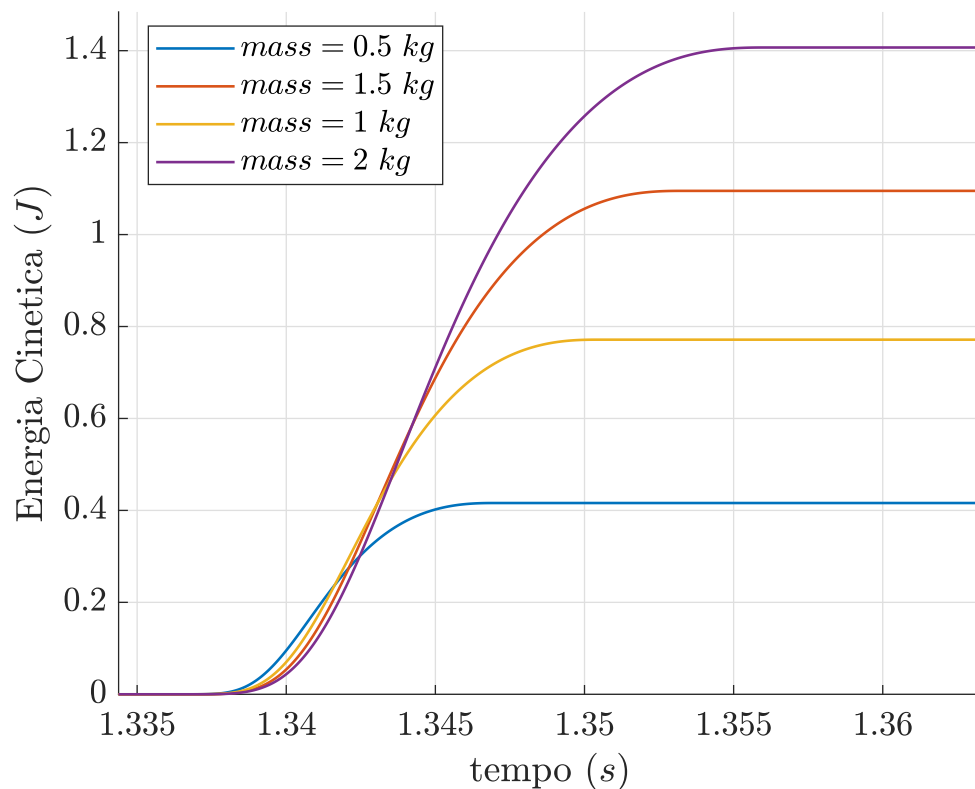


Figura 3.20: Energia cinetica acquisita dall'ostacolo in seguito all'urto al variare della sua massa ($c_r = 0.6$)

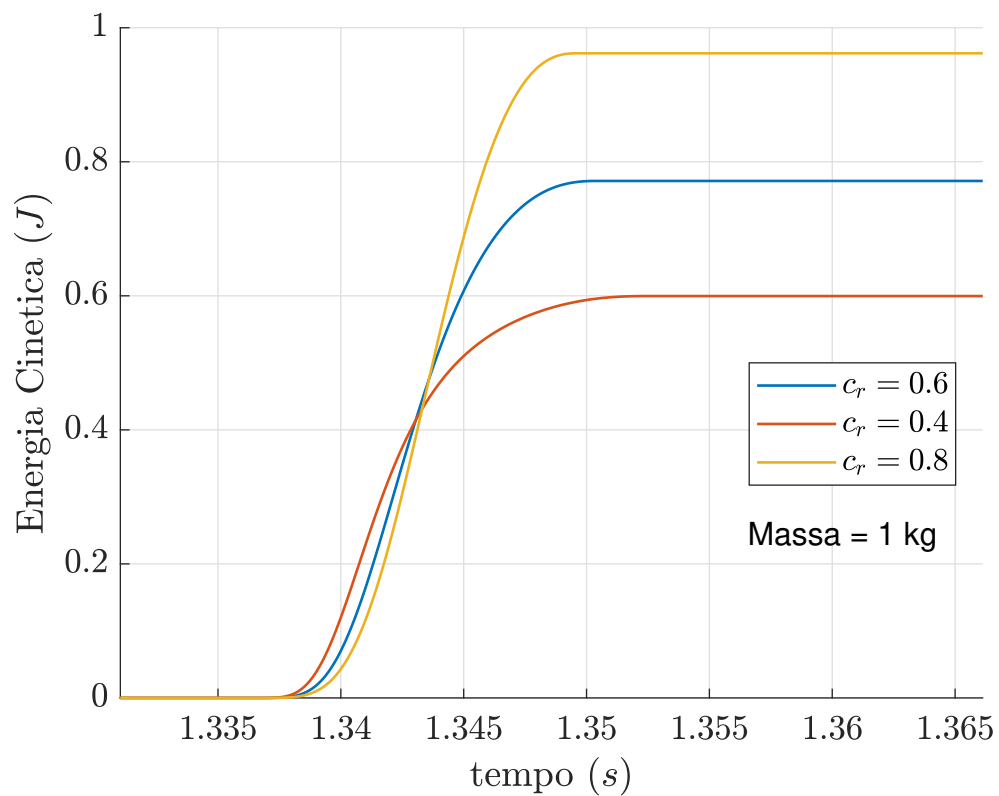


Figura 3.21: Energia cinetica acquisita dall'ostacolo in seguito all'urto al variare di c_r (massa ostacolo pari a 1 kg)

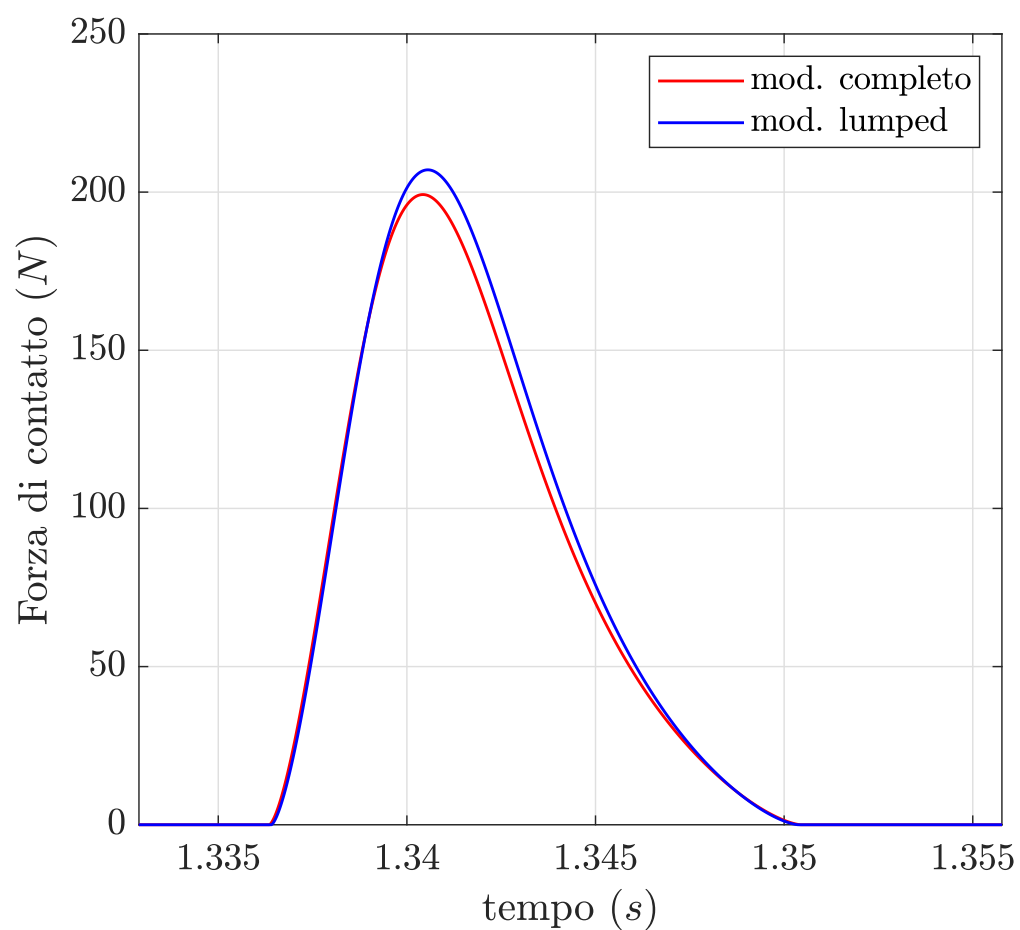


Figura 3.22: Confronto tra le forze di contatto per modello dinamico completo (rosso) e semplificato (blu)

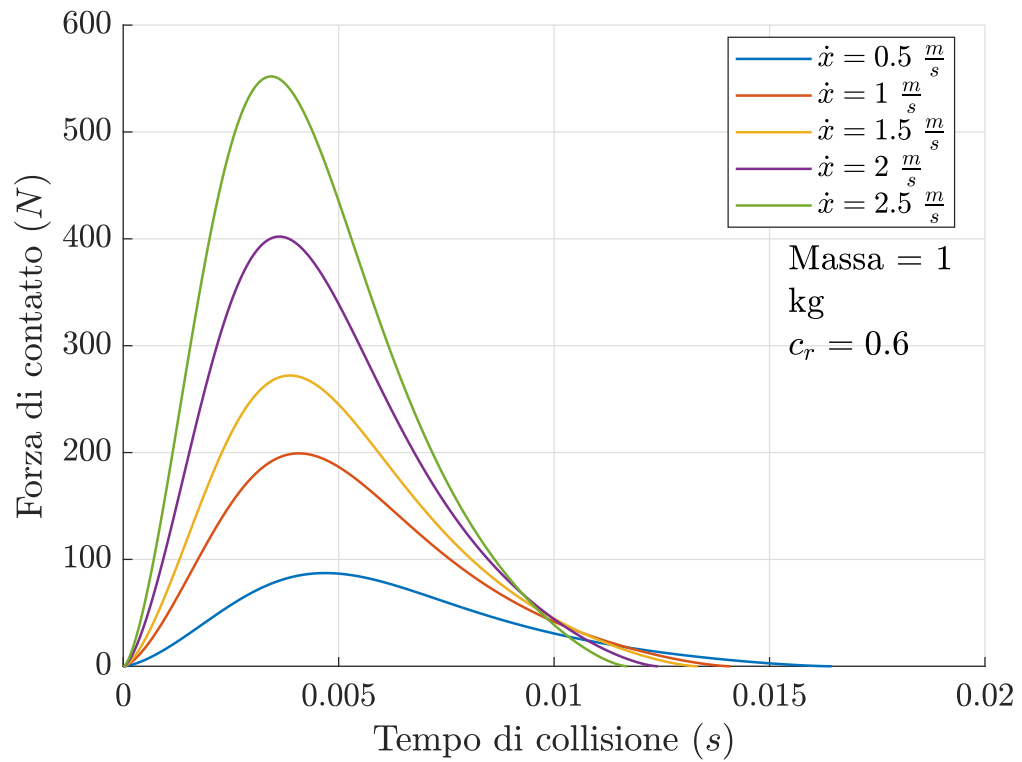


Figura 3.23: Forza di contatto al variare della velocità di impatto (massa ostacolo pari a 1 kg e $c_r = 0.6$)

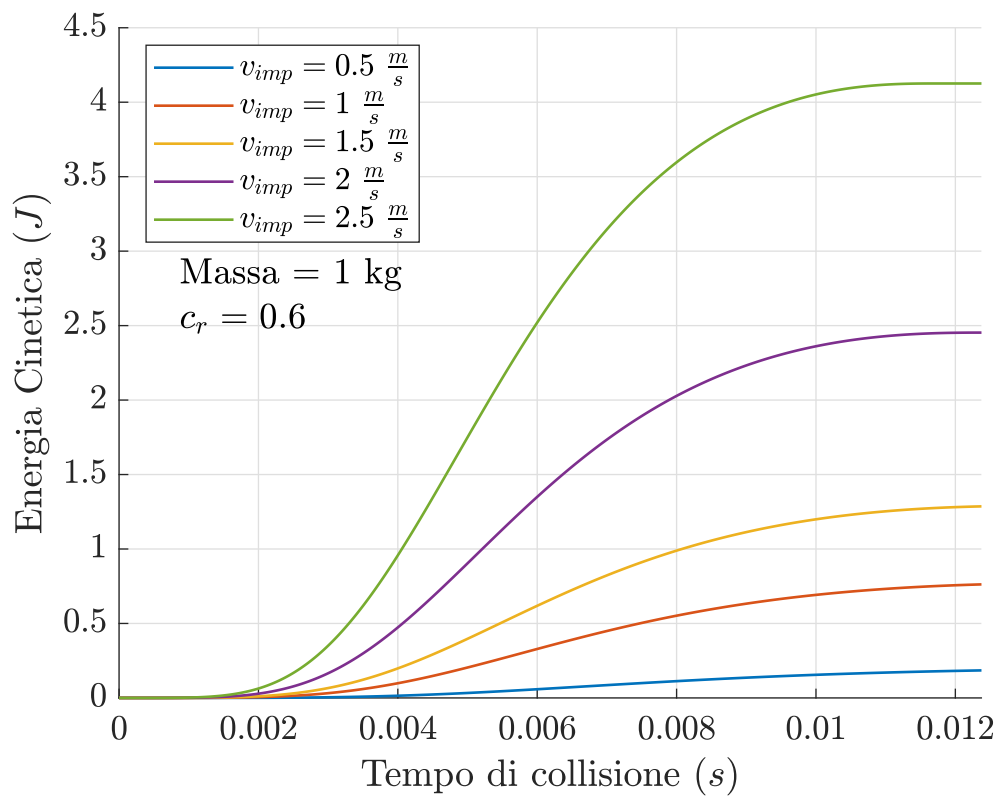


Figura 3.24: Energia cinetica trasferita al variare della velocità di impatto (massa ostacolo pari a 1 kg e $c_r = 0.6$)

Capitolo 4

Set-up sperimentale

In questo capitolo viene descritto il set-up sperimentale adottato per l'esecuzione dei test atti a validare i modelli descritti precedentemente. Il sistema di prova impiegato si basa sull'utilizzo del manipolatore collaborativo Techman TM5-700, installato su un banco fisso rialzato per garantire una posizione stabile e adeguata all'esecuzione delle operazioni necessarie. Davanti al robot, è posizionato un tavolo che supporta una struttura costruita con profilati in alluminio collegati mediante staffe angolari e bulloni, progettata per fornire un supporto modulare e robusto agli elementi del sistema.

Sopra la struttura è montata una guida lineare su cui scorre un pattino, al quale è fissata una massa aggiuntiva con una piastra in alluminio avvitata. Questo sistema permette di simulare e analizzare il comportamento dinamico del pattino in conseguenza ad un urto. Infine, il set-up sperimentale è completato da un sistema di acquisizione dati costituito da una telecamera posizionata sopra la guida, che consente di monitorare e registrare i movimenti del sistema con precisione. L'acquisizione del sistema permette di rilevare gli spostamenti di due marker collocati rispettivamente sull'end effector del robot e sul pattino. A partire da queste misure è quindi possibile ricostruire la velocità e la direzione di impatto reale del robot, nonché misurare la velocità e dunque l'energia cinetica trasferita alla massa

in seguito ad un contatto. In merito al tool adottato per i test, si è optato per un probe in PLA. La testa del componente è semi-sferica mentre il corpo di collegamento alla flangia robot è cilindrico con infill del 20%. La combinazione di queste caratteristiche unitamente al fatto che il pezzo sia stato realizzato per estrusione mediante additive manufacturing adottando la stessa stampante (Ultimaker S3) sfruttata per la realizzazione di tool simili in precedenti ricerche, ha permesso di stimare il coefficiente di rigidezza di contatto $k_c = 10^6 \frac{N}{m^{3/2}}$ [17]. Va sottolineato che la scelta del parametro k_c rappresenta un'approssimazione, ogni modello di contatto andrebbe infatti tarato sulla base dell'esperimento da svolgere. Tuttavia la caratterizzazione specifica di questo parametro esula dagli obiettivi della tesi, pertanto il valore scelto è stato ritenuto verosimile nel caso di un contatto tra plastica rigida e alluminio. In Figura 4.1 viene rappresentato il set-up di prova impiegato.

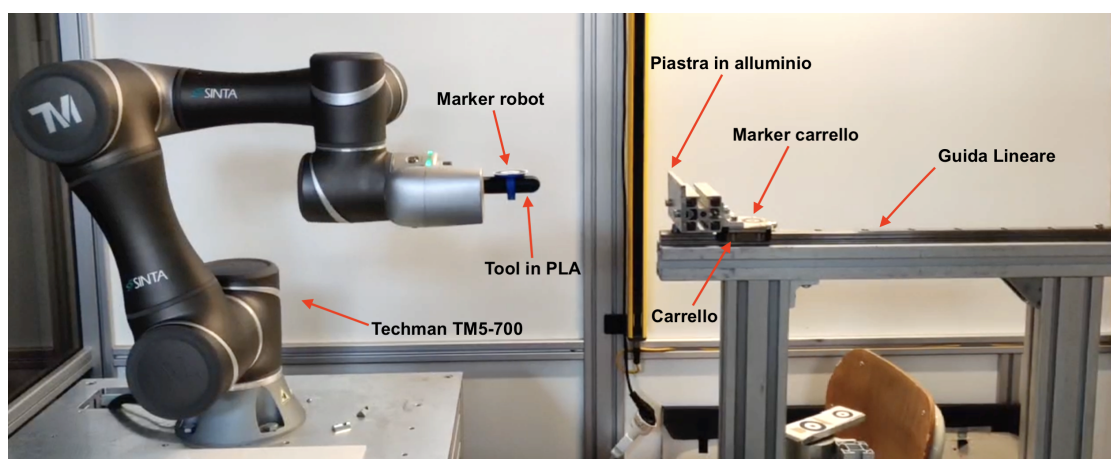


Figura 4.1: Set-up sperimentale e robot TM5-700 Techman

Occorre precisare che l'utilizzo di un end-effector differente da quello simulato al Capitolo 2 comporta un leggero cambiamento dei parametri geometrici e dinamici del robot. Con riferimento alla tabella 2.2 vengono perciò ad essere modificati i seguenti parametri: $L_{26} = 111 \text{ mm}$ e $M_6 = 1.24 \text{ kg}$ e viene ricalcolata l'inerzia del tool attraverso CAD. Ogni altro parametro resta invece invariato.



Figura 4.2: Tool stampato in PLA e marker di posizione (CAD in Appendice A.7)

Seguirà ora una descrizione dettagliata di ciascun componente del set-up, illustrando le motivazioni alla base della loro scelta e il loro ruolo specifico all'interno dell'esperimento; infine verranno illustrate le tipologie di prove realizzate accompagnate dai risultati teorici e sperimentali a confronto.

4.1 Guida e Carrello

Per le prove sperimentali è stato utilizzato un carrello a ricircolo di sfere, modello SXWT28, acquistato dal sito Misumi [18], abbinato a una guida lineare lunga 580 mm. Questo tipo di carrello offre un basso coefficiente di attrito grazie al sistema di ricircolo delle sfere, che introduce anche un contributo viscoso all'attrito. Durante le prove, si è osservato che la forza di attrito diminuisce gradualmente con la riduzione della velocità del carrello, con valori compresi tra 1.5 e 3 Newton. La massa stimata del solo carrello è di 350 grammi. La massa complessiva del carrello predisposto per le prove aggiungendo una piastra in alluminio e dei pesi aggiuntivi ammonta invece a 729,5 grammi con un'incertezza del decimo di grammo.



(a) Foto della piastra in alluminio agganciata al carrello



(b) Foto del carrello

Figura 4.3: Componenti montati sul carrello

4.2 Sistema di visione

Per il rilevamento degli spostamenti del carrello, è stata utilizzata una camera Teledyne Dalsa, modello Genie Nano 640 Mono, con obiettivo largo, modello Kova LM8JC5MC e specifiche : 2/3" 8mm 5MP. La fotocamera è stata posizionata sopra la guida, montata all'interno di un supporto realizzato in stampa 3D. Il contenitore è stato progettato per consentire regolazioni di orientamento, permettendo di allineare con precisione l'asse ottico della fotocamera perpendicolarmente al terreno tramite una livella a bolla.

4.3 Elaborazione immagini

Le misurazioni sono state effettuate utilizzando due programmi `Matlab`: uno dedicato alla registrazione dei video e l'altro per l'analisi dei dati. I video sono stati registrati in scala di grigi, con una risoluzione di 672x512 pixel, in cui a ogni pixel viene attribuito un valore compreso tra 0 e 255. Prima di salvare il video, viene applicato un processo di sogliatura per convertire l'immagine in bianco e nero: i pixel con valori inferiori alla soglia impostata diventano neri (0), mentre quelli

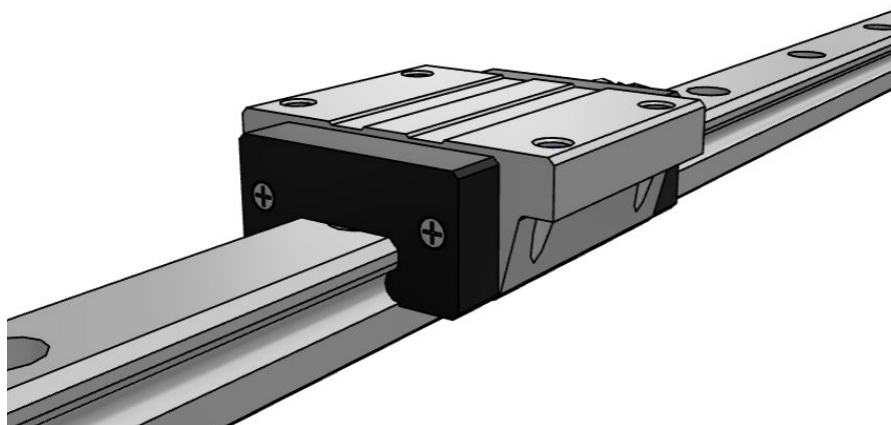


Figura 4.4: Carrello e guida Misumi

superiori diventano bianchi (255).

Per migliorare le prestazioni della fotocamera, in alcune prove è stata utilizzata la tecnica del ROI (Region of Interest), che limita la registrazione a una porzione dell'immagine, riducendo la risoluzione effettiva e concentrandosi solo sull'area di interesse dove si verifica lo spostamento del carrello. Questa riduzione consente di diminuire il tempo di esposizione, aumentando così il frame rate della camera, particolarmente utile per catturare la velocità del carrello subito dopo l'impatto.

La distanza percorsa dal carrello è calcolata attraverso un algoritmo di riconoscimento di forme, nello specifico l'algoritmo `imfindcircles`, che può operare con due diversi metodi di riconoscimento: "PhaseCode" e "TwoStage". Entrambi i metodi possono identificare cerchi chiari o scuri, a seconda delle impostazioni di soglia. L'algoritmo restituisce le coordinate del centro e il raggio dei cerchi rilevati in pixel, consentendo di distinguere cerchi di diverse dimensioni. Per il rilevamento del movimento, sono stati utilizzati target di dimensioni note applicati agli oggetti da monitorare; l'algoritmo `imfindcircles` è stato impiegato con il metodo "TwoStage" per identificare con precisione i target neri sull'immagine.



Figura 4.5: Fotocamera per l'acquisizione della posizione robot e del carrello

4.3.1 Calibrazione

La calibrazione della fotocamera è stata effettuata per correggere le distorsioni dell'immagine dovute al raggio di curvatura della lente, fondamentale per ottenere misurazioni accurate. Il processo di calibrazione è stato ripetuto ogni qualvolta si è modificata la posizione della fotocamera o l'obiettivo, utilizzando un pattern a scacchiera composto da quadrati di dimensioni note. Una serie di immagini della scacchiera è stata catturata da diverse angolazioni e posizioni nell'inquadratura per massimizzare la copertura dell'area, specialmente ai bordi dove l'effetto della distorsione è più pronunciato. Le immagini sono state elaborate in *Matlab* utilizzando funzioni specifiche, come `detectCheckerboardPoints`, `generateCheckerboardPoints`, `estimateCameraParameters`, e `undistortImage`, per determinare i parametri di calibrazione e rimuovere la distorsione dall'immagine originale.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.6: Inseguimento del target allo spostamento del carrello utilizzando la funzione di Matlab

4.4 Valutazione dell'incertezza

La posizione del target è registrata dalla camera come una matrice composta da due vettori, uno per l'asse x e uno per l'asse y . La risoluzione della camera dipende dal numero di pixel; nella direzione principale di movimento, ci sono 672 pixel. Inizialmente, possiamo assumere che l'incertezza nella misura della posizione del target sia di ± 1 pixel. Tuttavia, poiché la posizione del target è determinata attraverso l'algoritmo `imfindcircles`, l'incertezza del sistema di misura non è nota esplicitamente.

Per stimare l'incertezza, si esegue un insieme di M prove con il target fermo. Ogni tipo di prova i dell'insieme contiene un campione di N misurazioni j della posizione x_{ij} . Si calcola la media delle posizioni per ogni prova i come:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ij}}{N} \quad (4.1)$$

La deviazione standard σ_i di ciascun campione è calcolata come:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{N - 1}} \quad (4.2)$$

Assumendo un livello di confidenza del 95%, l'incertezza associata alla singola prova è data da:

$$i_i = 2\sigma_i(95\%) \quad (4.3)$$

Dove i_i rappresenta l'incertezza di singola misura sul dato grezzo acquisito dalla camera. Tuttavia, poiché il dato viene manipolato per calcolare altre grandezze, l'incertezza si propaga seguendo la legge di propagazione degli errori.

4.4.1 Propagazione dell'incertezza

Se una grandezza y è funzione di x secondo la relazione:

$$y = f(x) \quad (4.4)$$

l'incertezza associata a y può essere derivata dall'incertezza di x :

$$\bar{y} + \delta y = f(\bar{x} + i) \quad (4.5)$$

L'incertezza δy può essere approssimata come:

$$\delta y \approx \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\bar{x}} i \quad (4.6)$$

dove $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=\bar{x}}$ è l'indice di sensibilità di y rispetto a variazioni di x .

Se la funzione dipende da L variabili:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_L) \quad (4.7)$$

si definisce l'indice di sensibilità per ciascuna variabile x_i come:

$$\theta_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} \Big|_{x=\bar{x}}, \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (4.8)$$

L'incertezza complessiva di y , i_y , può essere stimata utilizzando la formula di Kline-McClintock:

$$i_y = \sqrt{\sum_{i=1}^L (\theta_i i_{x_i})^2 (P\%)} \quad (4.9)$$

dove $(P\%)$ rappresenta il livello di confidenza sull'incertezza misurata.

4.4.2 Manipolazione dei dati e analisi dell'incertezza

Il dato grezzo acquisito dalla camera è una posizione p_p in pixel al tempo t , con un'incertezza associata i_i :

$$p_p \pm i_i \quad (4.10)$$

Questa posizione viene convertita in metri utilizzando un fattore di scala r_p , secondo la relazione:

$$p_m = r_p p_p \quad (4.11)$$

L'incertezza associata alla posizione in metri i_{pm} è calcolata propagando le incertezze i_i dello spostamento e i_r del fattore di scala (dato dal rapporto di posizione):

$$i_{pm} = \sqrt{(p_p i_r)^2 + (r_p i_i)^2} \quad (4.12)$$

La posizione viene quindi manipolata per calcolare lo spostamento s_m rispetto a uno zero di riferimento z_m . Lo zero viene assegnato facendo una media della posizione su un campione di dati appartenente al tratto di dati iniziale, nel quale il carrello è fermo in attesa dell'impatto. Si ipotizza che l'incertezza dello zero sia la stessa del punto nell'istante t .

$$s_m = p_m - z_m \quad (4.13)$$

L'incertezza dello spostamento i_{sm} diventa:

$$i_{sm} = \sqrt{i_{pm}^2 + i_{zm}^2} = i_{pm} \sqrt{2} \quad (4.14)$$

La velocità v è calcolata derivando lo spostamento, utilizzando la differenza finita sull'intervallo di tempo Δt , che corrisponde all'inverso della frequenza di acquisizione della telecamera $\frac{1}{\text{Framerate}}$:

$$v = \frac{ds_m}{dt} \approx \frac{s_{m,t+\Delta t} - s_{m,t}}{\Delta t} \quad (4.15)$$

L'incertezza sulla velocità i_v è quindi:

$$i_v = \frac{i_{sm} \sqrt{2}}{\Delta t} \quad (4.16)$$

Basandosi sulla derivata temporale della posizione è possibile identificare il picco di velocità v_{max} , considerata come la velocità subito dopo l'impatto. L'incertezza è quella già calcolata per la velocità all'equazione 4.16.

Conoscendo la velocità, l'energia cinetica massima trasmessa al carrello di massa m è calcolata come:

$$E_k = \frac{1}{2} m (v_{max})^2 \quad (4.17)$$

I coefficienti di sensibilità per questa relazione sono:

- Indice di sensibilità della massa m :

$$\theta_m = \frac{1}{2} v_{max}^2 \quad (4.18)$$

- Indice di sensibilità della velocità:

$$\theta_v = mv_{max} \quad (4.19)$$

L'incertezza dell'energia cinetica diventa:

$$i_{E_k} = \sqrt{(\theta_v i_v)^2 + (\theta_m i_m)^2} \quad (4.20)$$

dove i_m è l'incertezza sulla misura della massa del carrello illustrato in Sezione 4.1.

La quantità di moto è espressa come:

$$Q = mv_{max} \quad (4.21)$$

E l'incertezza associata è:

$$i_Q = \sqrt{(v_{max} i_m)^2 + (m i_v)^2} \quad (4.22)$$

Seguendo questo metodo si ottiene l'incertezza di risoluzione legata allo strumento per la singola prova $i_{x,i}$. Tuttavia, dato che i test sono stati organizzati in set da M prove è possibile ottenere il valore dell'incertezza di risoluzione legata al set stesso $i_{x,ris}$, come mostrato nell'espressione seguente:

$$\pm i_{x,ris} = \pm \frac{i_{x,i}}{\sqrt{M}} \quad (4.23)$$

4.4.3 Incertezza della prova

Per poter determinare l'incertezza associata alla ripetibilità di una prova, è necessario basarsi sui dati ottenuti. In effetti, non è possibile fare affidamento sulla caratterizzazione della velocità d'impatto, dell'angolo d'impatto o del comportamento d'attrito per ogni singola prova, in quanto richiederebbe strumenti di misura più avanzati di quelli a disposizione.

Pertanto, si considera un insieme di prove della grandezza di riferimento e si calcola l'incertezza $i_{x,prova}$ come il doppio della deviazione standard $\sigma_{x,prova}$, ovvero:

$$\pm i_{x,prova} = \pm 2\sigma_{x,prova} \text{ (95\%)} \quad (4.24)$$

In questo modo, si conosce l'incertezza relativa allo strumento di misura per ciascun set di prove, oltre a quella legata alla variabilità delle prove all'interno del set stesso. Queste due grandezze possiedono eventualmente un grado di correlazione, tuttavia per semplificare la procedura si riterranno essere indipendenti. Per ottenere un unico valore rappresentativo dell'incertezza complessiva, si utilizza dunque la seguente relazione:

$$\pm i_x = \pm \sqrt{(i_{x,ris})^2 + (i_{x,prova})^2} \quad (4.25)$$

Attraverso le relazioni descritte sarà possibile elaborare i risultati ottenuti attraverso i test sperimentali trattati nel Capitolo 5.

Capitolo 5

Test sperimentali per Techman TM5-700

Una volta definita la metodologia di elaborazione dei dati, è stata condotta una campagna di test sperimentali, sfruttando diverse configurazioni del robot, modalità di movimentazione (lineari o rotazionali) e differenti velocità di impatto previste. Per ciascun test sono state eseguite almeno 9 prove, al fine di determinare l'incertezza dei risultati, come descritto nel Capitolo 4, per poi confrontarli con i risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche, impostate seguendo la procedura illustrata nel Capitolo 3 e adattata al caso del Techman TM5-700.

È importante notare che, in assenza di dati specifici relativi alla rigidità e allo smorzamento dei giunti del TM5-700, le simulazioni di confronto sono state condotte utilizzando i valori massimi di rigidità e smorzamento indicati per il Viper 650 nella tabella 3.2. Tale scelta è giustificata dal fatto che le dimensioni e l'architettura dei due manipolatori sono comparabili, almeno in prima approssimazione.

5.1 Procedura di test

Per assicurare un corretto funzionamento e un'esecuzione sicura dei test sperimentali con il manipolatore robotico, bisogna seguire attentamente i passaggi descritti di seguito al fine di minimizzare gli errori e ottimizzare la raccolta dei dati.

Setup Iniziale

1. Posizionamento del robot e del carrello:

- Posizionare il robot all'interno della camera di test in modo che il movimento sia facilmente eseguibile senza raggiungere i limiti di forza sui giunti o incorrere in configurazioni di singolarità cinematica.
- Inserire i freni alle ruote del carrello e fissarlo saldamente al banco di lavoro per evitare spostamenti non desiderati. Assicurarsi che il carrello sia stabile anche in caso di urti accidentali.

2. Preparazione dei dispositivi:

- Assicurarsi che il robot sia collegato alla corrente e che l'interruttore principale sia su ON. Il robot deve rimanere spento fino al termine del setup.
- Posizionare il carrello all'inizio della guida, assicurandosi che sia allineato correttamente con il percorso desiderato.
- Sistemare la telecamera in modo che sia parallela alla guida, per facilitare l'analisi dei dati. Verificare che il valore del pixel sull'asse y della telecamera sia costante lungo tutta la lunghezza della guida.
- Collegare la telecamera al computer tramite cavo Ethernet e aprire il software di acquisizione video.

3. Configurazione del robot:

- Accendere il robot utilizzando il telecomando. Posizionarlo in modo che il probe tocchi il carrello nella posizione centrale sull'asse orizzontale e alla minima altezza necessaria per evitare collisioni con la struttura del banco durante il movimento.
- Determinare il punto di impatto sulla guida e regolare il robot in modo che l'impatto avvenga con un angolo corretto rispetto alla direzione di movimento.
- Avviare il programma `TMflow` per predisporre il robot alla ricezione di un segnale di movimento. Utilizzare l'apposito script `Matlab` per impostare la traiettoria desiderata, assicurandosi che sia ottimizzata per i parametri del test e che l'interfaccia del programma sia correttamente sincronizzata con il robot.
- Verificare che il software `Matlab` sia pronto per acquisire i dati e gestire il controllo del robot in tempo reale. `Matlab` sarà utilizzato per avviare il programma di acquisizione video (`Video Acquisition`) e per eseguire l'elaborazione preliminare dei dati.

Esecuzione del Test

1. Assicurarsi che la porta del box sia chiusa, e che il robot, la telecamera e tutti gli altri dispositivi siano accesi e funzionanti.
2. Utilizzando il programma `TMflow`, avviare il movimento del robot lungo la traiettoria preimpostata. Contemporaneamente, avviare il software `Matlab` per monitorare e registrare i dati attraverso il modulo `Video Acquisition`.
3. Attendere che il robot impatti contro il carrello e si arresti completamente. Verificare che l'impatto sia stato correttamente registrato dalla telecamera.

4. Utilizzare `Matlab` per verificare che il video sia stato acquisito correttamente e che il programma `Video Manipulation` sia attivo per l'elaborazione dei dati. Effettuare un controllo preliminare per assicurarsi che non vi siano perdite di frame o anomalie nel video registrato.

5. Valutare la qualità della traiettoria acquisita per verificare che sia idonea per l'analisi. In caso di problemi come perdita di frame o errori nella manipolazione dei dati, ripetere il test. Utilizzare le funzionalità di salvataggio del software `Save Robot` per archiviare i dati se necessario.

6. Riposizionare il carrello nel punto di partenza e ripetere la prova finché non si ottiene un campione statisticamente significativo (generalmente 9 ripetizioni per test).

5.2 Configurazioni di prova

Le configurazioni adottate per eseguire i test sperimentali vengono suddivise in due categorie. Nelle Figure 5.1 e 5.2 sono rappresentate le casistiche di impatto lineare, mentre in Figura 5.3 e 5.4 troviamo movimenti ottenuti mediante la sola rotazione del primo giunto. Si precisa che nel caso specifico delle movimentazioni su traiettoria cartesiana lineare (dunque le prime due configurazioni di test illustrate di seguito), il robot è stato mantenuto in condizioni "lefty", "above", "flip".

Configurazione 1

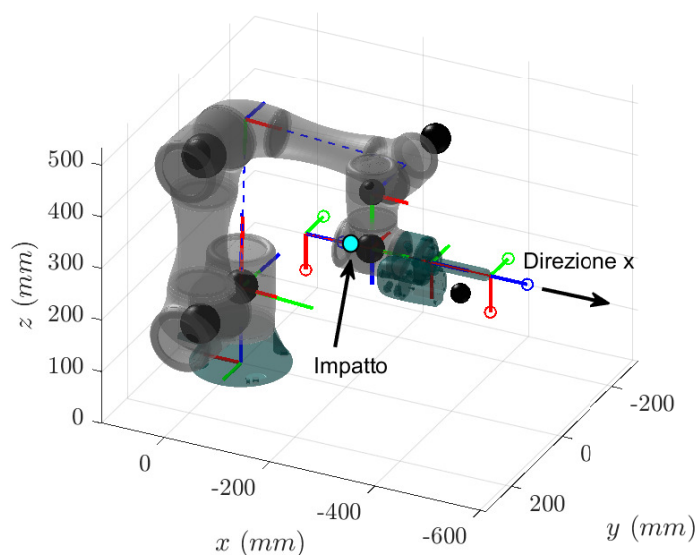


Figura 5.1: Simulazione di impatto per TM5-700 nella prima configurazione dei test sperimentali (**Configurazione 1**)

Le posizioni iniziale e finale della traiettoria sono rispettivamente:

$$\mathbf{T}_{tw1} : [x = -189 \text{ mm}, y = 136 \text{ mm}, z = 360 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = -90^\circ, \gamma = 180^\circ]$$

$$\mathbf{T}_{tw2} : [x = -539 \text{ mm}, y = 136 \text{ mm}, z = 360 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = -90^\circ, \gamma = 180^\circ]$$

Le velocità adottate per i test in questa configurazione sono:

700 mm/s	800 mm/s	900 mm/s	1000 mm/s	1100 mm/s
----------	----------	----------	-----------	-----------

Configurazione 2

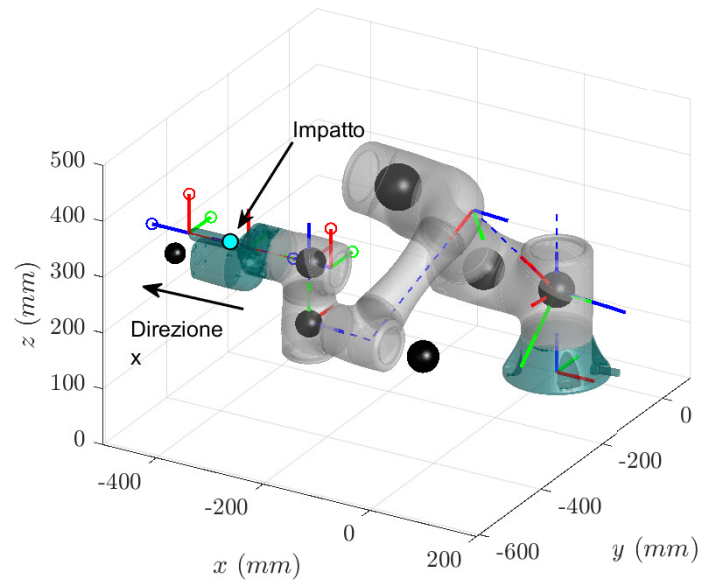


Figura 5.2: Simulazione di impatto per TM5-700 nella seconda configurazione dei test sperimentali (**Configurazione 2**)

Le posizioni iniziale e finale della traiettoria sono rispettivamente:

$$\mathbf{T}_{tw1} : [x = -245 \text{ mm}, y = -502 \text{ mm}, z = 360 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = -90^\circ, \gamma = 0^\circ]$$

$$\mathbf{T}_{tw2} : [x = -510 \text{ mm}, y = -502 \text{ mm}, z = 360 \text{ mm}, \alpha = 0^\circ, \beta = -90^\circ, \gamma = 0^\circ]$$

Le velocità adottate per i test in questa configurazione sono:

700 mm/s	800 mm/s	900 mm/s
----------	----------	----------

Configurazione 3

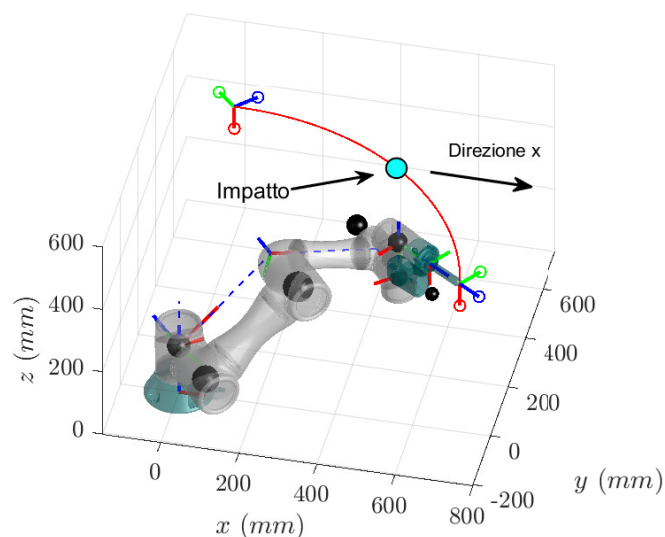


Figura 5.3: Simulazione di impatto per TM5-700 nella terza configurazione dei test sperimentali (**Configurazione 3**)

Le posizioni iniziale e finale della traiettoria sono rispettivamente:

$$\mathbf{q}_{in} : [q_1 = 120^\circ, q_2 = 52.95^\circ, q_3 = 55.60^\circ, q_4 = -107.54^\circ, q_5 = 15.76^\circ, q_6 = 90^\circ]$$

$$\mathbf{q}_f : [q_1 = 40^\circ, q_2 = 52.95^\circ, q_3 = 55.60^\circ, q_4 = -107.54^\circ, q_5 = 15.76^\circ, q_6 = 90^\circ]$$

Le velocità adottate per i test in questa configurazione sono:

50% $v_{\max, J1}$	60% $v_{\max, J1}$	70% $v_{\max, J1}$
--------------------	--------------------	--------------------

dove $v_{\max, J1} = 190^\circ/\text{s}$.

Configurazione 4

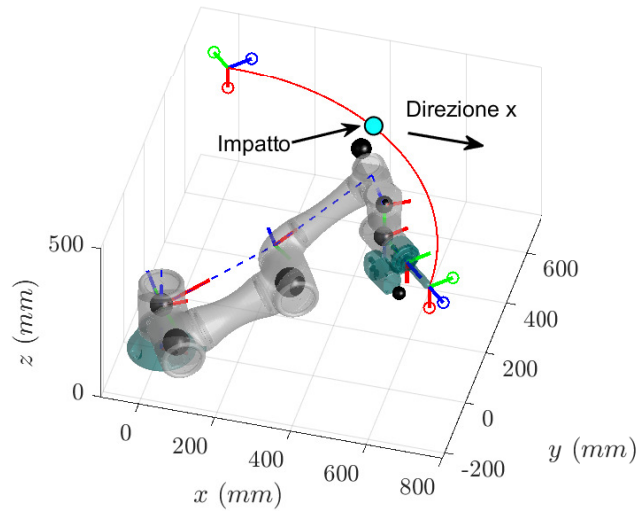


Figura 5.4: Simulazione di impatto per TM5-700 nella quarta configurazione dei test sperimentali (**Configurazione 4**)

Le posizioni iniziale e finale della traiettoria sono rispettivamente:

$$\mathbf{q}_{in} : [q_1 = 120^\circ, q_2 = 65.28^\circ, q_3 = -10.29^\circ, q_4 = 124.92^\circ, q_5 = -15.81^\circ, q_6 = -90^\circ]$$

$$\mathbf{q}_f : [q_1 = 30^\circ, q_2 = 65.28^\circ, q_3 = -10.29^\circ, q_4 = 124.92^\circ, q_5 = -15.81^\circ, q_6 = -90^\circ]$$

Le velocità adottate per i test in questa configurazione sono:

50% $v_{\max,J1}$	60% $v_{\max,J1}$	70% $v_{\max,J1}$
-------------------	-------------------	-------------------

dove $v_{\max,J1} = 190^\circ/\text{s}$.

5.3 Risultati per impatti lineari

In questa sezione vengono illustrati i risultati ottenuti per il caso specifico del test in configurazione 1, con una velocità di impatto prevista di $700 \frac{mm}{s}$, come esempio di impatto lineare. Successivamente vengono riportate le tabelle riassuntive 5.1 e 5.2 contenenti i risultati ottenuti e relativi errori per tutti i test nelle configurazioni 1 e 2. I valori relativi alla normativa vengono calcolati sfruttando le relazioni illustrate al Capitolo 1 sezione 1.4.4, ponendo $v_{rel} = v_{imp}$ dove v_{imp} corrisponde al valore della velocità cartesiana di impatto nella direzione della guida lineare. Di conseguenza ipotizzando che la massa dell'ostacolo sia $m_H = 0.73 \text{ kg}$ e conoscendo la massa del robot $M \approx 20 \text{ kg}$ è possibile risalire alla massa ridotta del sistema $\mu \approx 0.68 \text{ kg}$ secondo le relazioni 1.32 e 1.33. Note queste grandezze è semplice determinare la quantità di moto ed energia cinetica trasmesse.

Con riferimento alla configurazione 1 presa ad esempio, possiamo osservare in Figura 5.5 un tipico esempio di profili di velocità ottenuti per robot e carrello a partire da una serie di esperimenti condotti a velocità di impatto costante ($700 \frac{mm}{s}$ in questo caso). Il grafico illustra completamente la procedura di ricostruzione della simulazione numerica realizzata per ottenere un confronto con il dato sperimentale. Un problema non banale nella realizzazione di tale confronto risiede infatti nella capacità di ricondursi con sufficiente precisione ad una traiettoria e soprattutto ad una configurazione di impatto che rispecchino completamente quanto misurato in laboratorio all'interno dell'ambiente simulato. Per assicurare quindi, specialmente nel caso delle configurazioni di impatto lineare nello spazio cartesiano, che esperimento e simulazione coincidano, è stato necessario determinare un intervallo di tempo, chiamato T_a che identificasse, negli esperimenti, l'anticipo temporale tra l'istante di contatto robot-carrello rispetto all'istante di inizio frenata dei giunti. Conoscendo quindi la traiettoria impostata per il movimento robot (a profilo trapezoidale di velocità in questo caso) e l'istante di contatto, risulta dunque immediato

ricostruire accuratamente il fenomeno di impatto nella simulazione. Alcune precisazioni sempre relative alla ricostruzione della traiettoria robot a partire da quella impostata per gli esperimenti: sempre in Figura 5.5 si osserva che la curva di velocità arancione, ottenuta come media dei valori calcolati per uno specifico test su più prove, non ha origine all'istante iniziale di movimento. Il motivo consiste puramente nel fatto che la disposizione della telecamera non consente la registrazione del movimento robot in uno spazio esteso oltre la zona della guida lineare, al di sopra della quale essa è posizionata. Questa limitazione dunque consente di osservare solo una porzione del profilo di velocità del tool, sebbene sia comunque sufficiente a garantire che l'impatto avvenga a velocità costante, come desiderato. Infine, si osserva che il tratto di decelerazione del robot differisce da quello simulato. Questa differenza è dovuta al fatto che, a causa della natura collaborativa del Techman TM5-700, è piuttosto semplice superare i limiti di coppia consentiti ai giunti per determinate movimentazioni a regimi di velocità sostenute. In ogni caso, la frenata di emergenza attuata dal robot qualora vengano superati i limiti di sicurezza non influenza la dinamica del contatto in nessuno dei casi in analisi, dato che la modifica della traiettoria robot ad opera del sistema di controllo insorge unicamente nelle fasi di frenata e comunque ben oltre la fase precedente di contatto. Di conseguenza questa limitazione non è stata considerata un elemento di disturbo nei test.

Passando all'analisi dei risultati osserviamo nelle Figure 5.6 e 5.7 i risultati ottenuti in termini di energia cinetica e quantità di moto trasmesse nell'impatto attraverso esperimenti e simulazioni secondo modelli dinamici completi e a parametri concentrati. L'andamento della curva sperimentale mostra un andamento decrescente successivamente al raggiungimento della velocità massima del carrello, come previsto a causa dell'attrito tra carrello e guida. In merito ai valori ottenuti, possiamo notare un'ottima stima dei parametri di energia cinetica massima e della quantità di moto trasferite secondo la simulazione completa, che in questo caso

tende a sottostimare leggermente i valori ottenuti rispetto a quelli osservati. Il modello lumped invece permette di individuare valori sovrastimati, tuttavia anche questa volta del tutto compatibili con l'osservazione sperimentale e all'interno dell'incertezza di misura. Un ulteriore aspetto da osservare riguarda i tempi medi di durata del contatto tra tool e carrello. Infatti possiamo osservare che la previsione di impatto raggiunge un picco in circa 12 *cs* mentre il picco sperimentale viene osservato circa a 15*cs* rispetto all'inizio del contatto. La buona compatibilità dei risultati in termini sia di valori assoluti di energie e quantità di moto trasmesse che di durata media dell'urto si traducono dunque in una buona rappresentazione del fenomeno d'impatto in ambiente simulato.

In tabella 5.1 vengono riportati i risultati in termini di massime energie cinetiche e quantità di moto trasmesse per tutte le tipologie di test nelle configurazioni 1 e 2. Le colonne relative alla normativa contengono i dati calcolati come descritto precedentemente sfruttando le relazioni semplificate proposte nella ISO/TS 15066:2016(E). La tabella 5.2 relativa agli errori percentuali permette poi di valutare la differenza tra i risultati ottenuti mediante normativa e simulazioni rispetto ad i dati osservati in laboratorio. Per maggior chiarezza è possibile consultare anche l'Appendice B dove i medesimi risultati vengono proposti in formato grafico al variare delle velocità di impatto. In merito agli errori calcolati per i test di tipo lineare notiamo che la ricostruzione più accurata degli impatti viene realizzata con il modello simulativo completo che tuttavia tende a sottostimare leggermente il risultato sperimentale in configurazione 1. La tendenza del modello lumped invece è quella di sovrastimare i parametri di interesse con errori percentuali intorno a 10% - 15%. In merito all'errore risultante da normativa notiamo che adottando le relazioni suggerite il risultato è una sottostima di tutti i parametri con errori piuttosto rilevanti. Va tuttavia evidenziato che il problema risiede nella natura della relazione 1.32 che, nel caso di masse contenute per quanto riguarda l'ostacolo non permette di stimare in modo opportuno la massa efficace necessaria per il computo dell'energia cinetica trasmessa nell'urto. Questa limitazione da un lato

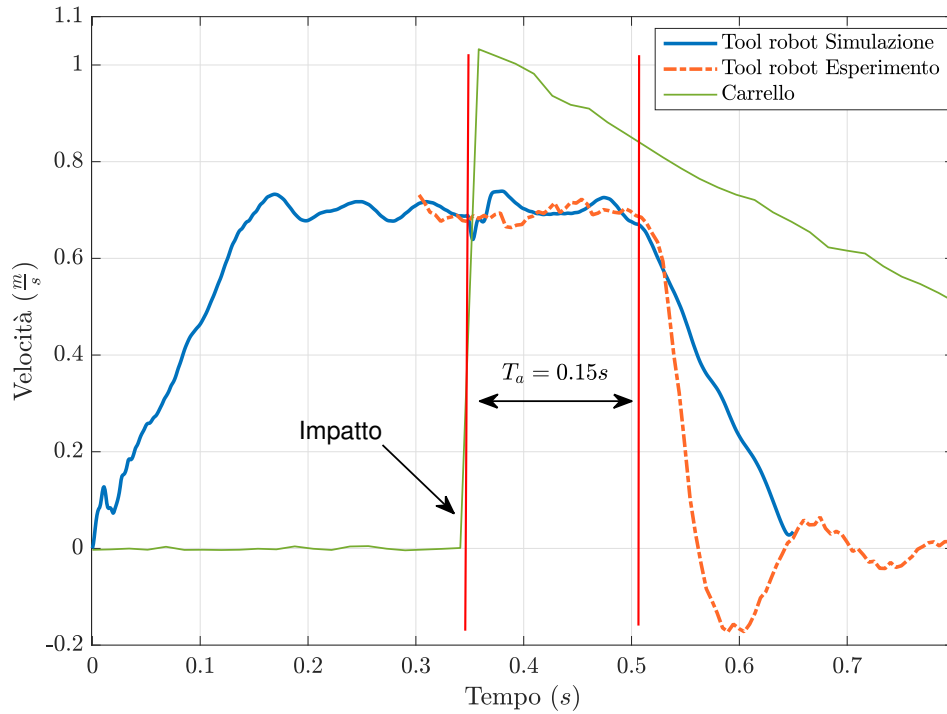


Figura 5.5: Profili di velocità ottenuti mediante simulazione numerica (blu) e campionamento del robot durante con telecamera (arancione) e del carrello (verde) nel caso di contatto lineare a $0.7 \frac{m}{s}$ in configurazione 1. T_a indica l'intervallo temporale rilevato nelle prove tra l'istante di impatto e il punto di inizio decelerazione. ($i_{sm} = 3.75 \cdot 10^{-3} m$; $i_v = 3.31 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s}$)

dimostra l'elevato grado di approssimazione introdotto dalla normativa nei casi delle diverse applicazioni robotiche, dall'altro fa riflettere sulla possibilità, non meglio specificata, che tali modelli risultino unicamente validi entro determinati range delle masse interessate nel fenomeno di impatto. Un'ultima osservazione riguarda i valori assoluti ottenuti al variare delle velocità di test e del tipo di configurazione del robot. Come prevedibile un aumento di velocità di impatto genera spostamenti del carrello più rapidi e dunque un maggiore livello di energia cinetica e quantità di moto trasferite, ma ancora più interessante è osservare il confronto

tra impatti realizzati a medesime velocità tra configurazione 1 e 2. Pare infatti che nel caso della seconda configurazione l'impatto con il carrello determini un leggero aumento dell'energia trasferita alle velocità più contenute di $700 \frac{mm}{s}$ e $800 \frac{mm}{s}$, tendenza che sembra interrompersi a velocità maggiori. Sebbene il paragone tra differenti configurazioni risulti complicato a causa dei potenziali fattori di disturbo e del fatto che la configurazione del robot non rimanga perfettamente identica all'istante di impatto tra i vari test, ciononostante queste differenze mettono in luce l'importanza della configurazione del manipolatore nel determinare accuratamente la dinamica d'urto con l'ambiente esterno. Per concludere un commento sui valori di incertezza delle misure: notiamo che in quasi tutte le tipologie di test i risultati secondo modellazione dinamica completa rientrano nell'intervallo d'errore e lo stesso può dirsi per buona parte delle simulazioni a parametri concentrati eccezion fatta per alcune prove in cui i valori stimati eccedono in modo marginale l'intervallo di misura. In ogni caso il grado di incertezza sembra crescere all'aumentare della velocità di test, a motivo naturalmente delle limitazioni legate alla frequenza di campionamento della fotocamera e dell'effetto sempre più preponderante della propagazione dell'errore. La massima soglia d'errore si aggira intorno al 12% per l'energia cinetica e del 4.7% per la quantità di moto.

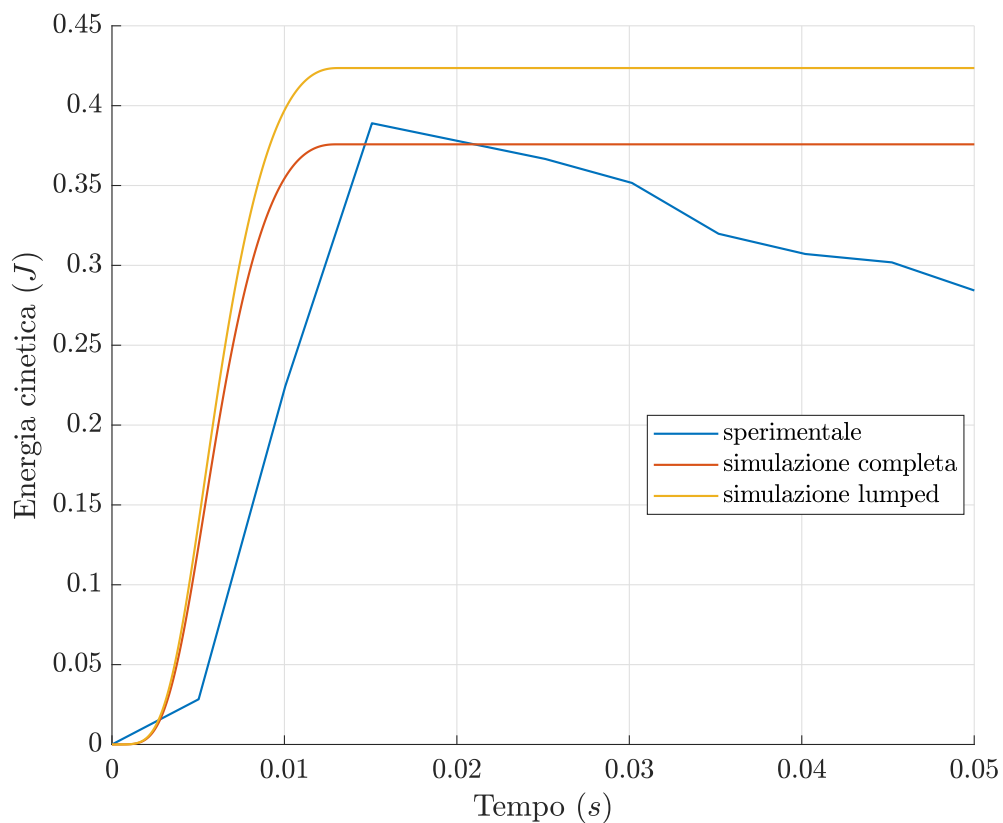


Figura 5.6: Confronto tra energie cinetiche trasferite al carrello secondo i diversi modelli dinamici (caso con matrice di inerzia completa in arancione, caso a parametri concentrati in giallo) e il risultato medio ottenuto dagli esperimenti (in blu con $i_{E_k} = 0.04 J$) nel caso di contatto lineare a $0.7 \frac{m}{s}$ in configurazione 1

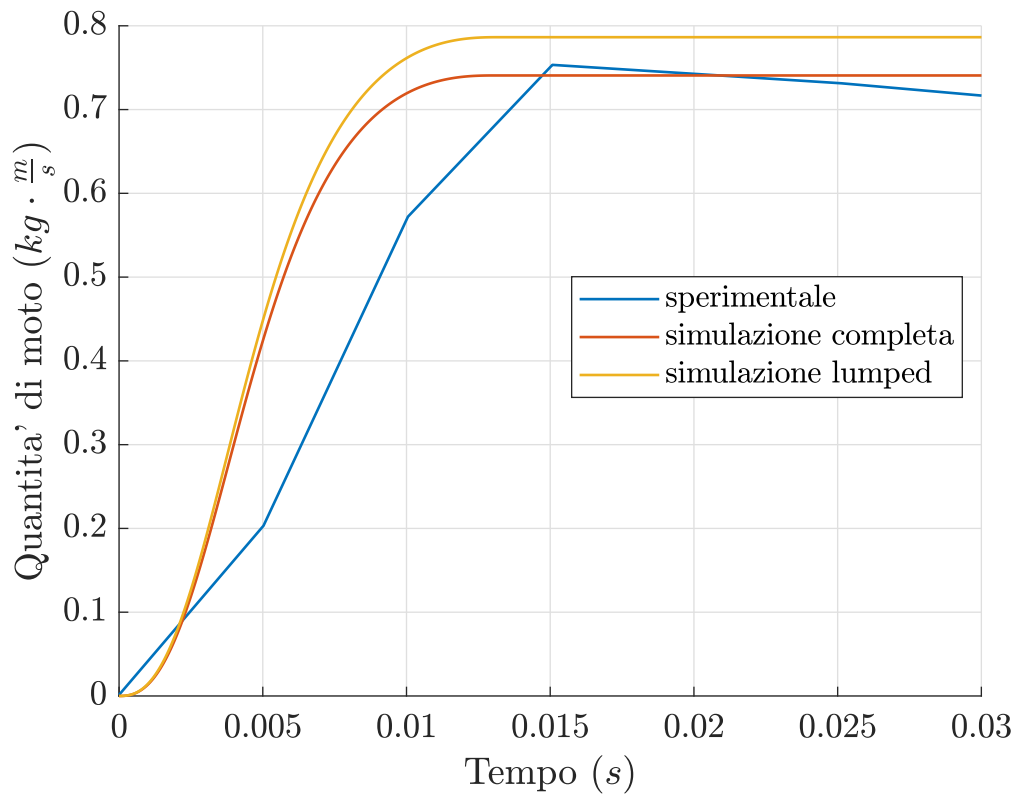


Figura 5.7: Confronto tra quantità di moto trasferite al carrello secondo i diversi modelli dinamici (caso con matrice di inerzia completa in arancione, caso a parametri concentrati in giallo) e il risultato medio ottenuto dagli esperimenti (in blu con $i_Q = 0.02 \frac{kg \cdot m}{s}$) nel caso di contatto lineare a $0.7 \frac{m}{s}$ in configurazione 1

Configurazione 1								
Velocità v_{imp}	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa		Esperimenti	
	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k
700	0.74	0.38	0.77	0.42	0.47	0.17	0.76 ± 0.02	0.39 ± 0.04
800	0.83	0.48	0.89	0.55	0.54	0.22	0.85 ± 0.04	0.49 ± 0.06
900	1.01	0.7	1.02	0.71	0.61	0.28	1.02 ± 0.04	0.71 ± 0.08
1000	1.12	0.86	1.13	0.87	0.68	0.34	1.15 ± 0.03	0.91 ± 0.06
1100	1.28	1.21	1.41	1.27	0.75	0.41	1.33 ± 0.07	1.24 ± 0.13
Configurazione 2								
Velocità v_{imp}	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa		Esperimenti	
	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k
700	0.76	0.41	0.87	0.47	0.48	0.17	0.77 ± 0.03	0.41 ± 0.04
800	0.84	0.54	0.91	0.59	0.54	0.22	0.88 ± 0.03	0.55 ± 0.05
900	1.00	0.69	1.01	0.7	0.61	0.27	0.99 ± 0.03	0.67 ± 0.06

Tabella 5.1: Risultati per le configurazioni di test 1 e 2. La velocità di impatto v_{imp} è misurata in (mm/s). La quantità di moto Q è espressa in ($kg \cdot \frac{m}{s}$), mentre l'energia cinetica E_k è espressa in Joule (J). I valori vengono arrotondante alla seconda cifra decimale. Per ogni velocità sono state realizzate 9 prove da cui si è ricavata l'incertezza delle misure per gli esperimenti.

Configurazione 1						
Velocità v_{imp}	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa	
	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k
700	-2.63	-2.56	1.32	7.69	-38.16	-56.41
800	-2.35	-2.04	4.71	12.24	-36.47	-55.10
900	-0.98	-1.41	0.98	0.11	-40.20	-60.56
1000	-2.61	-5.49	3.48	4.40	-40.87	-62.64
1100	-3.76	-2.42	6.02	2.42	-43.61	-66.94
Configurazione 2						
Velocità v_{imp}	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa	
	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k
700	-1.30	0.21	12.99	14.63	-37.66	-58.54
800	-4.55	-1.82	3.41	7.27	-38.64	-60.00
900	1.01	2.98	2.03	4.47	-38.38	-59.70

Tabella 5.2: Errori percentuali dei risultati per le configurazioni di test 1 e 2. Gli errori sono calcolati come: $(\text{Valore simulato o da normativa} - \text{Valore Medio Esperimento}) / \text{Valore Medio Esperimento} \times 100$.

A completamento dei risultati ottenuti per le configurazioni di impatto lineare viene riportata la tabella 5.3 dove sono illustrati i valori delle massime forze di contatto stimate con le simulazioni dinamiche.

F_{max} trasmessa - Configurazione 1		
Velocità (v_{imp}) [mm/s]	Simulazione Completa [N]	Simulazione Lumped [N]
700	128.62	135.28
800	147.87	158.23
900	181.57	185.56
1000	206.81	211.36
1100	237.15	244.58
F_{max} trasmessa - Configurazione 2		
Velocità (v_{imp}) [mm/s]	Simulazione Completa [N]	Simulazione Lumped [N]
700	134.50	138.12
800	154.14	157.89
900	185.11	187.21

Tabella 5.3: Valori di Forza massima di contatto ottenuta nelle simulazioni - Configurazione 1 e 2

A titolo d'esempio, viene realizzata anche la rappresentazione grafica degli ellissoidi di forza e di velocità nella configurazione 1 in Figura 4.2, utile a comprendere maggiormente le limitazioni cinematiche del manipolatore. Si osservi ad esempio come in questa particolare configurazione l'ellissoide di velocità si trovi orientato con i due assi principali maggiori in direzioni quasi ortogonali alla direzione del movimento del robot, fattore che assieme ai vincoli di coppia massima raggiungibili ai singoli giunti costringe a limitare fortemente le massime velocità di test

realizzabili. Al fine di alleggerire la trattazione, i riferimenti relativi al calcolo degli ellissoidi di manipolabilità vengono riportati in Appendice C.

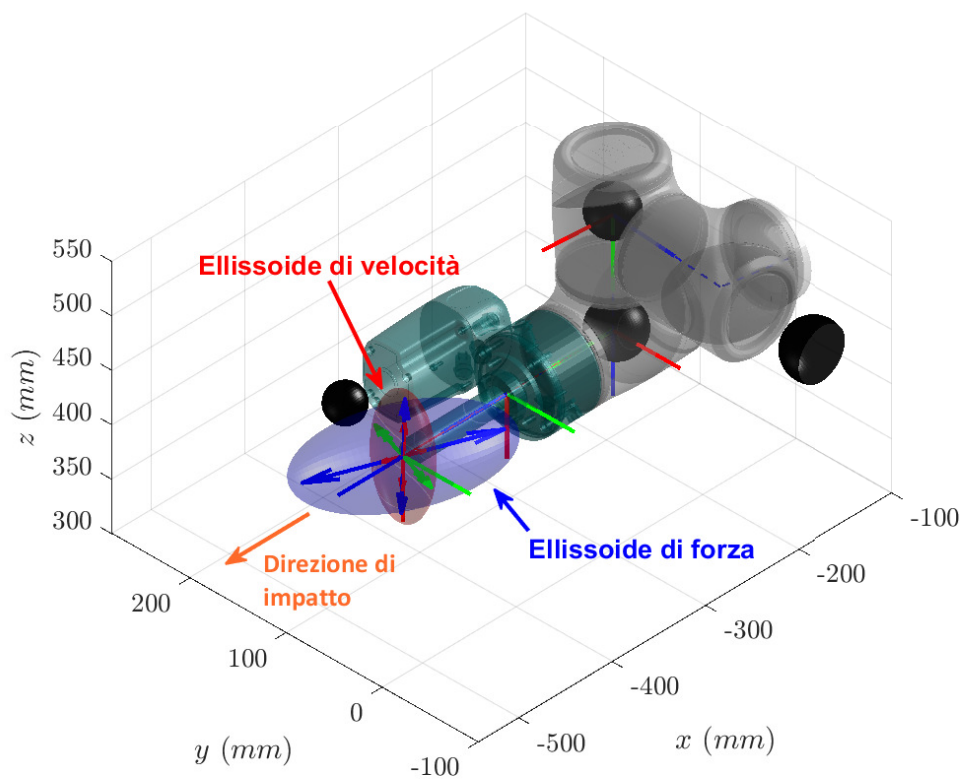


Figura 5.8: Ellissoidi di velocità (rosso) e di forza (blu) calcolati nel punto di impatto nel caso di test a $700 \frac{mm}{s}$ in configurazione 1

5.4 Risultati per impatti rotazionali

In questa sezione vengono illustrati i risultati ottenuti per il caso specifico del test in configurazione 3, con una velocità di impatto prevista di $95^\circ/\text{s}$, come esempio di impatto rotazionale. Successivamente vengono riportate le tabelle riassuntive dei risultati ottenuti per tutti i test nelle configurazioni 3 e 4. I risultati ottenuti secondo il modello da normativa seguono le indicazioni riportate nel caso precedente per i test lineari. In questo caso la velocità di impatto v_{imp} viene calcolata prendendo in considerazione il modulo della componente di velocità lineare nella direzione della guida al momento di impatto, facilmente ottenibile data la velocità del primo giunto e supponendo che il moto del robot avvenga rigidamente.

A differenza di quanto descritto nella sezione precedente relativa alle configurazioni di impatto lineare, in questo caso, dato che la traiettoria realizzata dal robot è di tipo puramente rotazionale, non è necessario fare particolari considerazioni in merito alla definizione dell'istante di impatto. In questo caso infatti la pianificazione della traiettoria è stata realizzata nello spazio dei giunti per gli esperimenti, imponendo che il robot urtasse il carrello con il tool rivolto nella direzione della guida. Di conseguenza l'unica condizione da rispettare risulta quelle di far avvenire l'impatto in un intervallo temporale corrispondente al tratto a velocità costante del robot, sempre sfruttando traiettorie a profilo di velocità trapezoidale.

Consideriamo ora la configurazione 3 a velocità $\omega_{J1} = 95 \frac{\circ}{\text{s}}$. Nelle Figure 5.9 e 5.10 troviamo i risultati ottenuti sia tramite esperimenti sia tramite simulazione dei modelli dinamici completo e semplificato a parametri concentrati. Questa volta i risultati ottenuti tra modello semplificato e completo sono caratterizzati da differenze marginali, pur sempre mantenendo la tendenza del modello semplificato a stimare parametri maggiori rispetto a quello completo (il medesimo comportamento era già stato messo in luce nel confronto dinamico dei modelli al Capitolo 2). Di nuovo, possiamo notare una buona compatibilità tra risultato medio speri-

mentale e simulazioni, con picchi di energie, quantità di moto trasmesse e durate medie degli impatti del tutto simili. La marginale differenza tra i risultati nei due modelli è dovuta con buona probabilità al fatto che in queste movimentazioni la struttura robot non viene modificata ed essa si muove essenzialmente come un unico corpo rigido (se trascuriamo l'effetto della cedevolezza dei giunti).

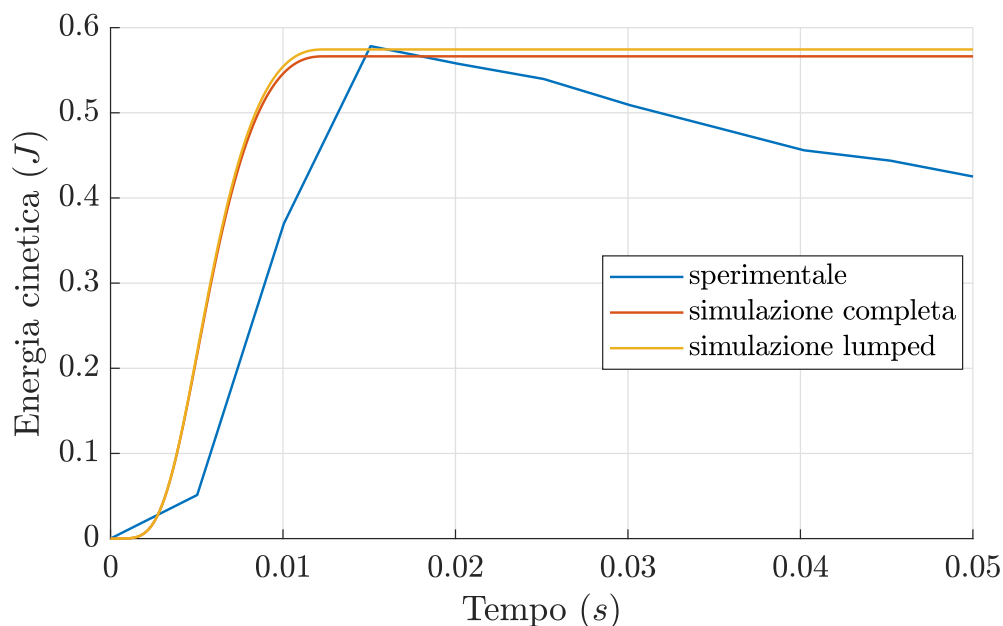


Figura 5.9: Confronto tra energie cinetiche trasferite al carrello secondo i diversi modelli dinamici (caso con matrice di inerzia completa in arancione, caso a parametri concentrati in giallo) e il risultato medio ottenuto dagli esperimenti (in blu con $i_{E_k} = 0.05 J$) nel caso di contatto rotazionale a $\omega_{J_1} = 95 \frac{\circ}{s}$ in configurazione 3

In tabella 5.4 vengono riportati i risultati ottenuti per le configurazioni 3 e 4 nelle diverse tipologie di test, per simulazioni secondo modello dinamico completo, semplificato e secondo normativa oltre che i risultati medi ottenuti attraverso le diverse prove sperimentali e relativo errore di misurazione. I medesimi risultati in termini di errore percentuale rispetto al dato empirico vengono indicati in tabella

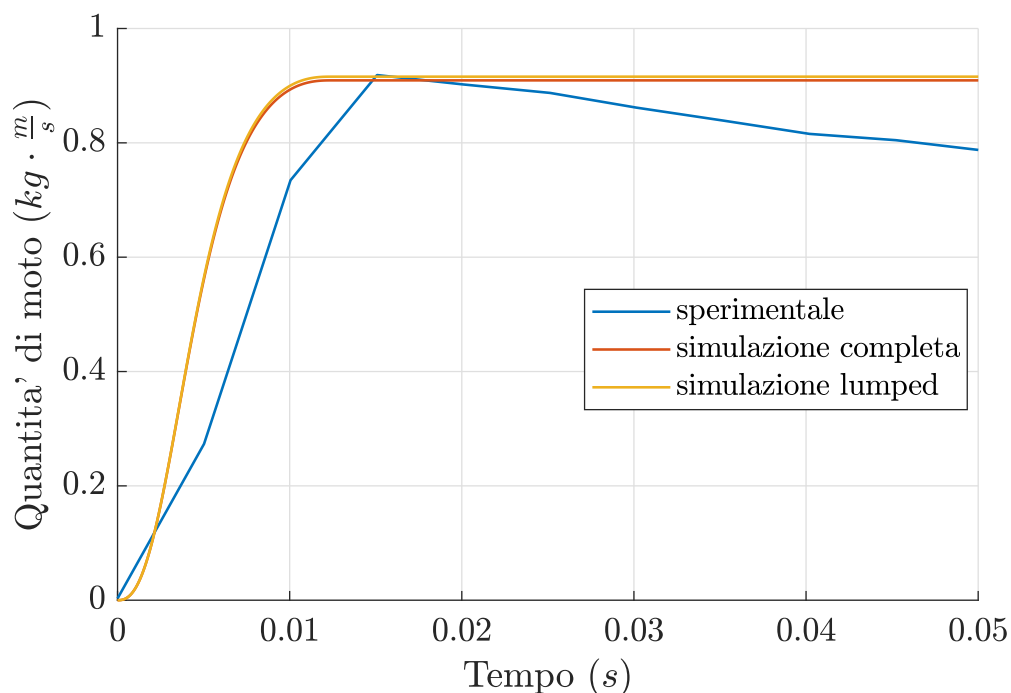


Figura 5.10: Confronto tra quantità di moto trasferite al carrello secondo i diversi modelli dinamici (caso con matrice di inerzia completa in arancione, a parametri concentrati in giallo) e il risultato medio ottenuto dagli esperimenti (in blu con $i_Q = 0.03 \frac{kg \cdot m}{s}$) nel caso di contatto rotazionale a $\omega_{J1} = 95 \frac{\circ}{s}$ in configurazione 3

5.5. È possibile osservare i grafici ad istogramma delle tabelle d'errore in Appendice B. In generale l'errore medio ottenuto al variare della velocità di test mediante simulazioni è piuttosto contenuto dato che non eccede quasi mai la soglia del 12%. È interessante osservare che in questo caso le stime dei valori di energia cinetica e quantità di moto tendono a sottostimare in tutti i casi i valori calcolati a partire dalle misurazioni sperimentali in configurazione 4. In merito agli errori relativi ai risultati da normativa valgono le stesse considerazioni già discusse nella sezione precedente, legate al grado di approssimazione introdotto dai modelli semplificati proposti nella ISO/TS 15066:2016(E). Per quanto riguarda invece i valori assoluti ottenuti dalle prove possiamo osservare che, come previsto, le energie e quantità di

moto trasmesse tendono ad aumentare all'aumentare delle velocità di impatto, ma soprattutto dalle simulazioni emerge che al variare della configurazione del robot, passando da 3 a 4, a parità di velocità e di distanza del punto di impatto dall'asse di rotazione principale, l'entità dell'urto varia leggermente. Questo risultato mette in luce nuovamente l'effetto determinante della configurazione del robot nel trasferimento di energie, forze e quantità di moto all'impatto con un ostacolo, dato che da essa ovviamente dipende, istante per istante, la distribuzione di massa della struttura.

Infine, in merito ai parametri di incertezza possiamo notare, esattamente come osservato per le configurazioni lineari, che i valori derivanti da una analisi dinamica completa rientrano le quasi totalità dei casi all'interno dell'intervallo di misura. In questo caso la differenza risultante tra i due modelli alternativi garantisce un'ottima affidabilità delle stime anche per il caso del modello a parametri concentrati. La valutazione dell'incertezza mostra anche qui in trend crescente all'aumentare della velocità di impatto, per motivi non dissimili da quelli precedentemente illustrati, tuttavia gli errori si mantengono contenuti entro una soglia massima del 8.62% per l'energia cinetica e del 3.6% per la quantità di moto.

Configurazione 3								
Velocità $\%v_{max,J1}$	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa		Esperimenti	
	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k
50%	0.90	0.57	0.91	0.57	0.68	0.34	0.92 \pm 0.03	0.58 \pm 0.05
60%	1.01	0.83	1.11	0.84	0.81	0.49	1.08 \pm 0.03	0.80 \pm 0.05
70%	1.25	1.08	1.27	1.10	0.95	0.67	1.22 \pm 0.03	1.03 \pm 0.06
Configurazione 4								
Velocità $\%v_{max,J1}$	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa		Esperimenti	
	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k	Q	E_k
50%	0.86	0.53	0.89	0.54	0.68	0.34	0.94 \pm 0.02	0.60 \pm 0.04
60%	1.06	0.77	1.07	0.79	0.81	0.49	1.11 \pm 0.04	0.84 \pm 0.07
70%	1.23	1.04	1.25	1.07	0.95	0.67	1.25 \pm 0.03	1.08 \pm 0.06

Tabella 5.4: Risultati per le configurazioni di test 3 e 4. La velocità del primo giunto J_1 è misurata in percentuale rispetto alla massima velocità del giunto $v_{max,J1} = 190^\circ/s$. La quantità di moto Q è espressa in $(kg \cdot \frac{m}{s})$, mentre l'energia cinetica E_k è espressa in Joule (J). I valori vengono arrotondante alla seconda cifra decimale. Per ogni velocità sono state eseguite 9 prove da cui è si è ricavata l'incertezza delle misure per gli esperimenti.

Configurazione 3						
Velocità $\%v_{max,J1}$	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa	
	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k
50%	-2.17	-1.72	-1.09	-1.72	-26.09	-41.38
60%	-6.48	3.75	2.78	5.00	-25.00	-38.75
70%	2.46	4.85	4.10	6.80	-22.13	-34.95
Configurazione 4						
Velocità $\%v_{max,J1}$	Sim. Compl.		Sim. Lump.		Normativa	
	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k	err% Q	err% E_k
50%	-8.51	-11.67	-5.32	-10.01	-27.66	-43.33
60%	-4.50	-8.33	-3.60	-5.95	-27.03	-41.67
70%	-1.60	-3.70	0.16	-0.93	-24.01	-37.96

Tabella 5.5: Errori percentuali dei risultati per le configurazioni di test 3 e 4. Gli errori sono calcolati come: (Valore simulato o da normativa – Valore Medio Esperimento)/Valore Medio Esperimento \times 100.

Infine in tabella 5.6 si riassumono le massime forze di contatto stimate attraverso le simulazioni dinamiche per le configurazioni di impatto rotazionale.

F_{max} trasmessa - Configurazione 3		
Velocità (v_{imp}) [% $v_{max,J1}$]	Simulazione Completa [N]	Simulazione Lumped [N]
50%	166.46	167.46
60%	209.39	210.83
70%	246.24	247.82
F_{max} trasmessa - Configurazione 4		
Velocità (v_{imp}) [% $v_{max,J1}$]	Simulazione Completa [N]	Simulazione Lumped [N]
50%	160.53	161.33
60%	199.92	200.87
70%	239.62	240.84

Tabella 5.6: Valori di Forza massima di contatto ottenuta nelle simulazioni - Configurazione 3 e 4

A titolo d'esempio, in Figura 5.11 si propone anche in questo caso la rappresentazione degli ellissoidi di manipolabilità per il caso specifico dell'impatto in configurazione 3 con velocità del primo asse $\omega_{J1} = 95 \frac{\circ}{s}$. A differenza del caso lineare, la traiettoria di movimento del punto operativo è di tipo circolare (vedi Figura 5.3), tuttavia l'orientamento dell'end-effector è tale da generare un impatto nella direzione della guida lineare (asse x nella simulazione). In questo scenario, si osserva che l'ellissoide di velocità non orienta più i suoi assi principali maggiori in direzioni ortogonali rispetto alla direzione d'impatto. Al contrario, gli assi si allineano maggiormente lungo la direzione di contatto, consentendo lo sviluppo di velocità di contatto più elevate.

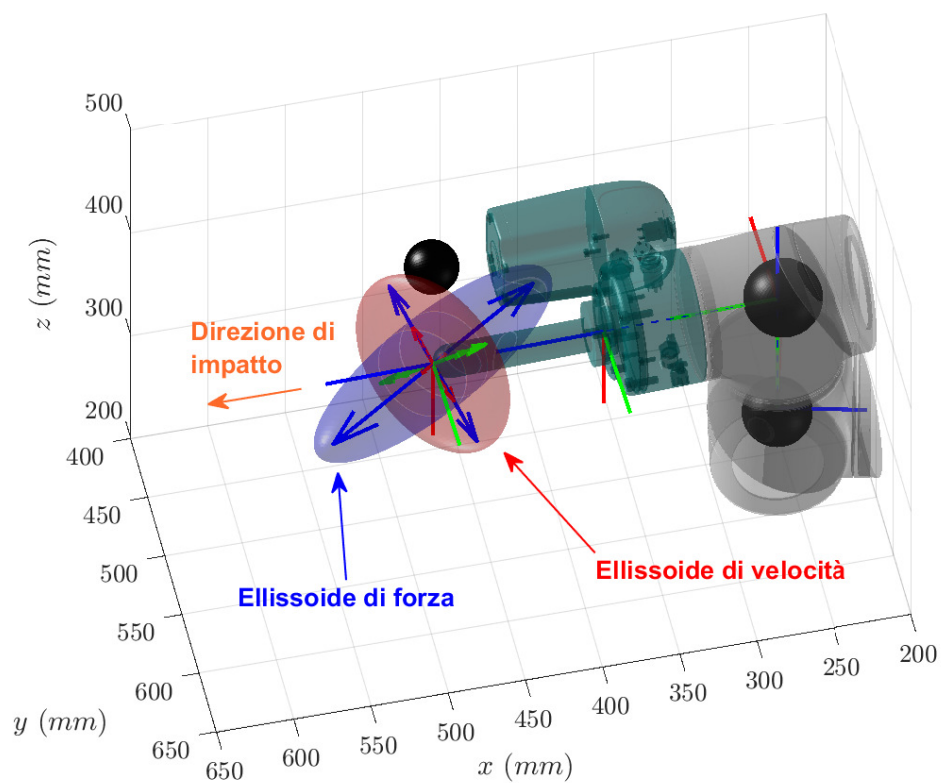


Figura 5.11: Ellissoidi di velocità (rosso) e di forza (blu) calcolati nel punto di impatto nel caso di test a $\omega_{J1} = 95 \frac{\circ}{s}$ in configurazione 3

Conclusioni

In questa tesi è stato implementato e validato un modello dinamico a parametri concentrati per l'analisi degli impatti tra manipolatori robotici e l'ambiente circostante. La prima parte del lavoro si è concentrata sulla costruzione dei modelli dinamici, sia completi che semplificati, utilizzando il principio dell'equivalenza dinamica per ridurre la complessità computazionale senza compromettere significativamente l'accuratezza. Il modello semplificato è stato ottenuto sostituendo i link rigidi dei robot con masse concentrate, mantenendo l'equivalenza di massa e centro di massa, ma semplificando l'inerzia.

Il confronto tra il modello dinamico completo e quello semplificato è stato realizzato per due manipolatori: l'Adept Viper 650 e il TechMan TM5-700. Per entrambi i robot, sono stati condotti test simulativi su traiettorie campione, evidenziando che le differenze tra i due modelli, sia in termini di coppie articolari che di energia cinetica, rientrano in limiti accettabili, specialmente per i primi tre giunti, mentre l'approssimazione risulta più evidente sugli ultimi giunti a causa delle semplificazioni introdotte. Tuttavia, i benefici in termini di semplicità di impiego riduzione del carico computazionale giustificano ampiamente tali approssimazioni.

Successivamente, è stato implementato un modello di contatto in Simulink, che integra la dinamica inversa e gli effetti di rigidità e smorzamento dei giunti con la possibilità di simulare la risposta a fenomeni di impatto sia lineari che rotazionali, utilizzando il modello visco-elastico di Hunt-Crossley per stimare le forze di contatto e l'energia cinetica trasferita ad un ostacolo. Le simulazioni di impatto hanno dimostrato che, pur con un certo grado di approssimazione, il modello a

parametri concentrati offre una stima affidabile delle forze di impatto.

Per validare il modello, è stato allestito un set-up sperimentale presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Industriale, che ha coinvolto un sistema di visione per monitorare la posizione e la velocità del manipolatore durante gli impatti. I dati sperimentali sono stati utilizzati per confrontare i risultati delle simulazioni, con particolare attenzione agli errori relativi e alle differenze tra i modelli teorici e i dati reali. I risultati sperimentali hanno confermato la validità del modello semplificato per l'applicazione a scenari realistici, al netto di alcune leggere discrepanze legate ai gradi di approssimazione introdotti.

In riferimento alla normativa ISO/TS 15066:2016, i risultati di questa ricerca offrono uno strumento utile per la valutazione della sicurezza in applicazioni robotiche collaborative. Ulteriori studi saranno poi necessari per approfondire la correlazione tra i modelli proposti e i limiti biomeccanici previsti dalla normativa, in modo da migliorare la precisione delle stime e garantire una maggiore sicurezza nelle applicazioni pratiche, così come risulterà necessario definire accuratamente le proprietà di cedevolezza dei giunti del TechMan TM5-700, ad esempio attraverso l'analisi modale selettiva, come già fatto per l'Adept Viper 650. Un ultimo sviluppo riguarda la possibilità di impiegare il set-up di prova e le simulazioni dinamiche proposte per poter ricostruire accuratamente le caratteristiche inerziali dei manipolatori a partire da test sperimentali e sfruttando un apposito algoritmo numerico.

Appendice A

Documentazione Tecnica

A.1 Omron Viper 650

A.2 Techman TM5-700

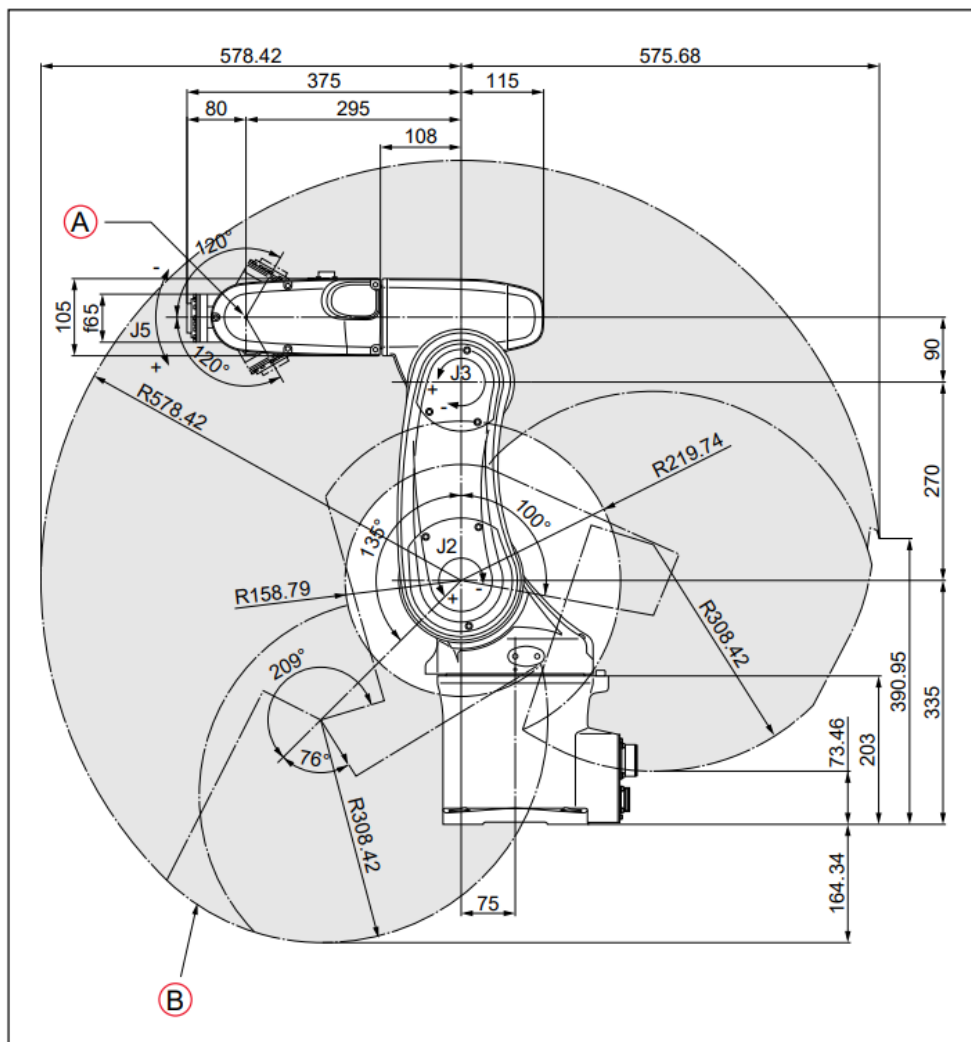


Figura A.2: Dimensioni laterali e volume di lavoro del Viper 650 [19]. Le unità sono in mm

Specification	Viper 650	Viper 850
Overall arm length	270 (first link) + 295 (second link) = 565 mm	365 (first link) + 405 (second link) = 770 mm
Arm offset	J1 (swing): 75 mm, J3 (front link): 90 mm	
Maximum motion area	R = 733 mm (end-effector mounting face) R = 653 mm (Point P: J4, J5, J6 center)	R = 934 mm (end-effector mounting face) R = 854 mm (Point P: J4, J5, J6 center)
Motion range	J1: $\pm 170^\circ$ J2: $-190^\circ, +45^\circ$ J3: $-29^\circ, +256^\circ$ J4: $\pm 190^\circ$ J5: $\pm 120^\circ$ J6: $\pm 360^\circ$	
Position detection	Simplified absolute encoder	Simplified absolute encoder
Drive motor and brake	AC servomotors for all joints, Brakes for joints J2 to J6	
User air lines (Note 1)	7 systems ($\varnothing 4 \times 6$, $\varnothing 6 \times 1$), 3 solenoid valves (2-position, double solenoid) contained.	
User signal line	10 (for proximity sensor signals, etc.)	
Air source - Operating pressure	0.1 to 3.9 MPa (14.5 to 56.6 psi)	
Air source - Maximum allowable pressure	0.49 MPa (71.1 psi)	
Degree of Protection	IP40 (IP54/65 w/ option)	IP40 (IP54/65 w/ option)
Weight	Approx. 34 kg	Approx. 36 kg
Note 1: Only the $\varnothing 4 \times 6$ air tubing system may be controlled by built-in solenoid valves.		

Figura A.3: Specifiche fisiche del robot [19]

Specification	Viper 650	Viper 850
Maximum joint speed	J1: 328°/sec J2: 300°/sec J3: 375°/sec J4: 375°/sec J5: 375°/sec J6: 600°/sec	J1: 250°/sec J2: 250°/sec J3: 250°/sec J4: 375°/sec J5: 375°/sec J6: 600°/sec
Maximum composite speed (at the center of an end-effector mounting face)	8200 mm/s	7600 mm/s
Maximum payload	5 kg	
Position repeatability (Note 2)	In each of X, Y and Z directions: ± 0.02 mm	In each of X, Y and Z directions: ± 0.03 mm
Maximum allowable inertia moment	Around J4: 0.295 kgm ² Around J5: 0.295 kgm ² Around J6: 0.045 kgm ²	
Note 2: Position repeatability is the value at constant ambient temperature.		

Figura A.4: Prestazioni del robot [19]

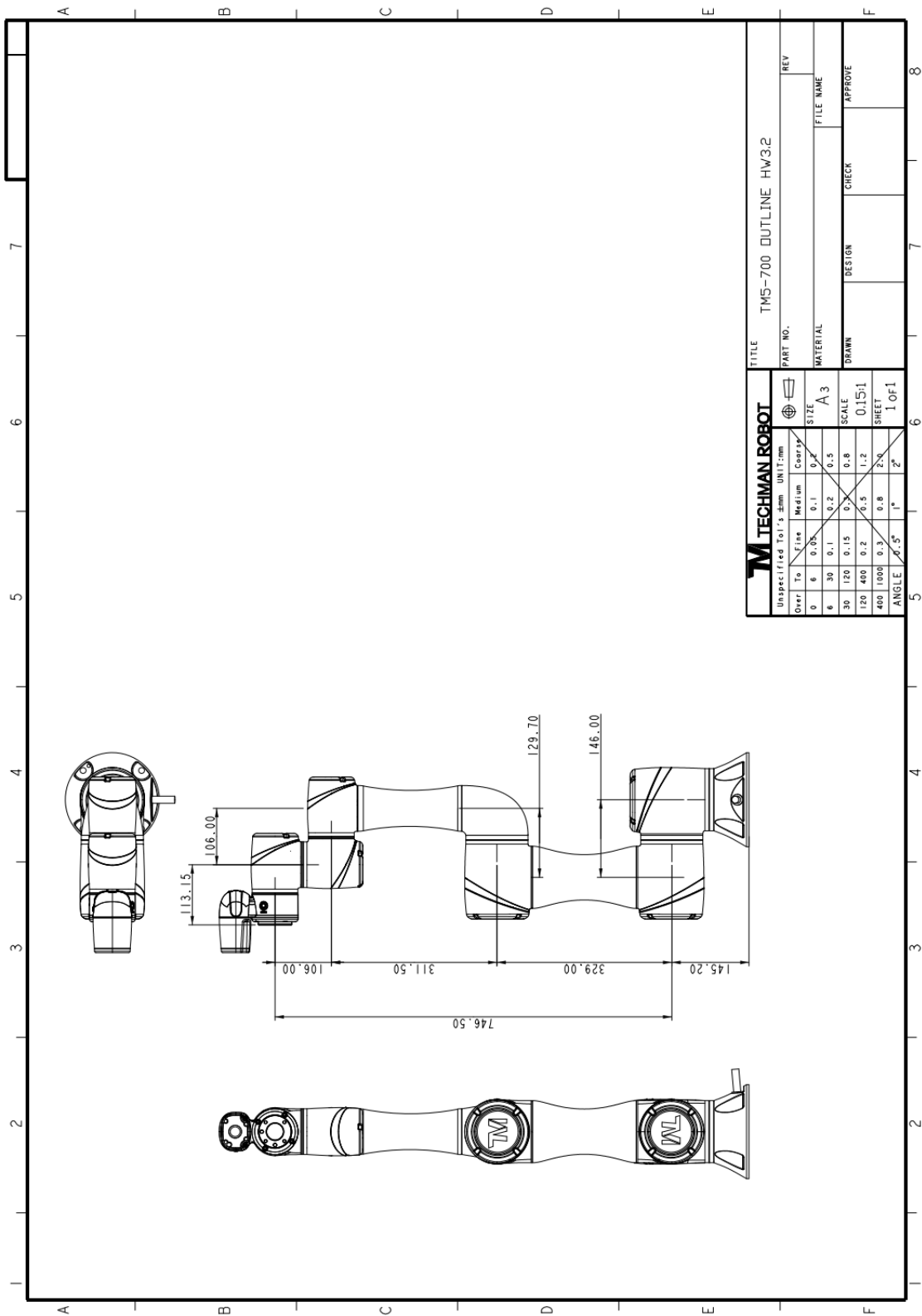


Figura A.5: Proiezioni ortogonali del robot [20]. Le unità sono in mm.

Specification						
Model	TM5-700	TM5-900	TM5M-700	TM5M-900	TM5X-700	TM5X-900
Weight	22.1kg	22.6kg	22.1kg	22.6kg	21.8kg	22.3kg
Maximum Payload	6kg	4kg	6kg	4kg	6kg	4kg
Reach	746mm	946mm	746mm	946mm	746mm	946mm
Joint ranges	J1,J6	+/- 270°	+/- 270°	+/- 270°	+/- 270°	+/- 360°
	J2,J4,J5	+/- 180°	+/- 180°	+/- 180°	+/- 180°	+/- 360°
	J3					+/- 155°
Speed	J1,J2	180°/s				
	J3	225°/s				
	J4	225°/s				
	J5	225°/s				
	J6	225°/s				
Max. Speed	4 m/s					
Repeatability	+/- 0.05 mm					
Degree Of Freedom	6 rotating joints					
I/O	Control box	Digital In: 16 / Digital Out: 16				
	Tool Conn.	Analog In: 2 / Analog Out: 1				
		Digital In: 4 / Digital Out: 4				
		Analog In: 1 / Analog Out: 0				
I/O Power Supply	24V 2.0A for control box; 24V 1.5A for tool					
IP Classification	IP54 (Robot Arm); IP32 (Control Box)					
Typical Power Consumption	220 watts					
Temperature	0-50°C					
Cleanliness	ISO Class 3					
Power Supply	100-240 VAC, 50-60 Hz		22-60 VDC		100-240 VAC, 50-60 Hz	
I/O Interface	3 × COM、1 × HDMI、3 × LAN、4 × USB2.0、2 × USB3.0					
Communication	RS-232, Ethernet, Modbus TCP/RTU (master & slave)					
	PROFINET (optional), EtherNet/IP (optional)					
Programming Environment	TMflow (flowchart/script based)					
Certification	CE, SEMI S2 (optional)					
AI & Robot Vision						
AI Function	Classification, Object Detection, Segmentation, Anomaly Detection, AI OCR					N/A
Application	Positioning, 1D/2D Barcode Reading, OCR, Defect Detection, Measurement, Assembly Check					
Positioning Accuracy	2D Positioning: 0.1 mm* ⁽¹⁾					
Eye in Hand (Built in)	Auto-focused color camera with 5M resolution, Working distance 100 mm ~ ∞					
Eye to Hand (Optional)	Support Maximum 2 × GigE 2D cameras or 1 × GigE 2D Camera + 1 × 3D Camera* ⁽²⁾					
* ⁽¹⁾ The data in this table are measured by TM laboratory and the working distance is 100mm. It should be noted that in practical applications, the relevant values may be different due to factors such as the on-site ambient light source, object characteristics, and vision programming methods that will affect the change in accuracy.						
* ⁽²⁾ Refer to the official website of TM Plug&Play for camera models compatible to TM Robot.						

Figura A.6: Specifiche e prestazioni [20]

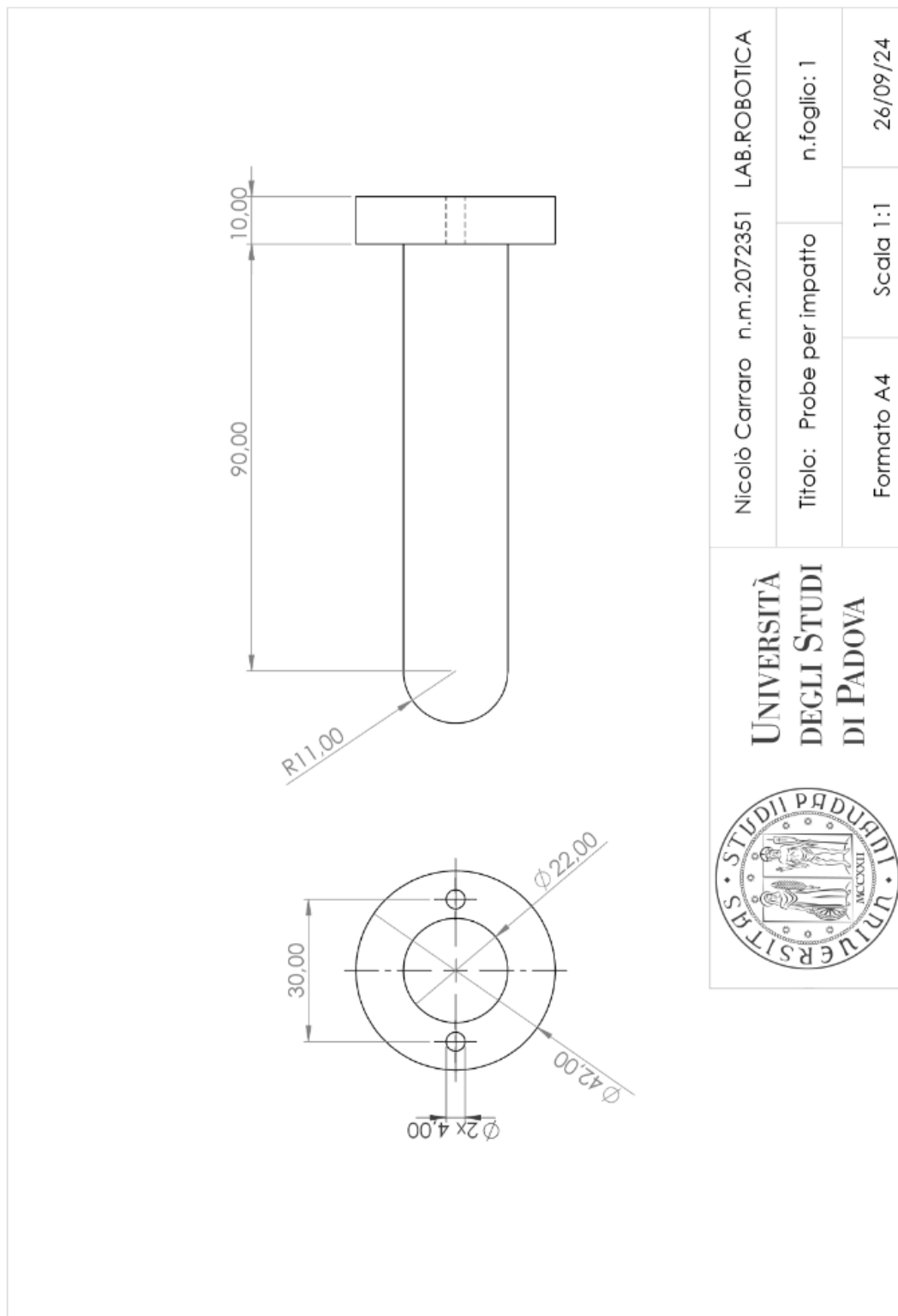


Figura A.7: Messa in tavola del tool in PLA adottato nei test sperimentali

Appendice B

Grafici di approfondimento

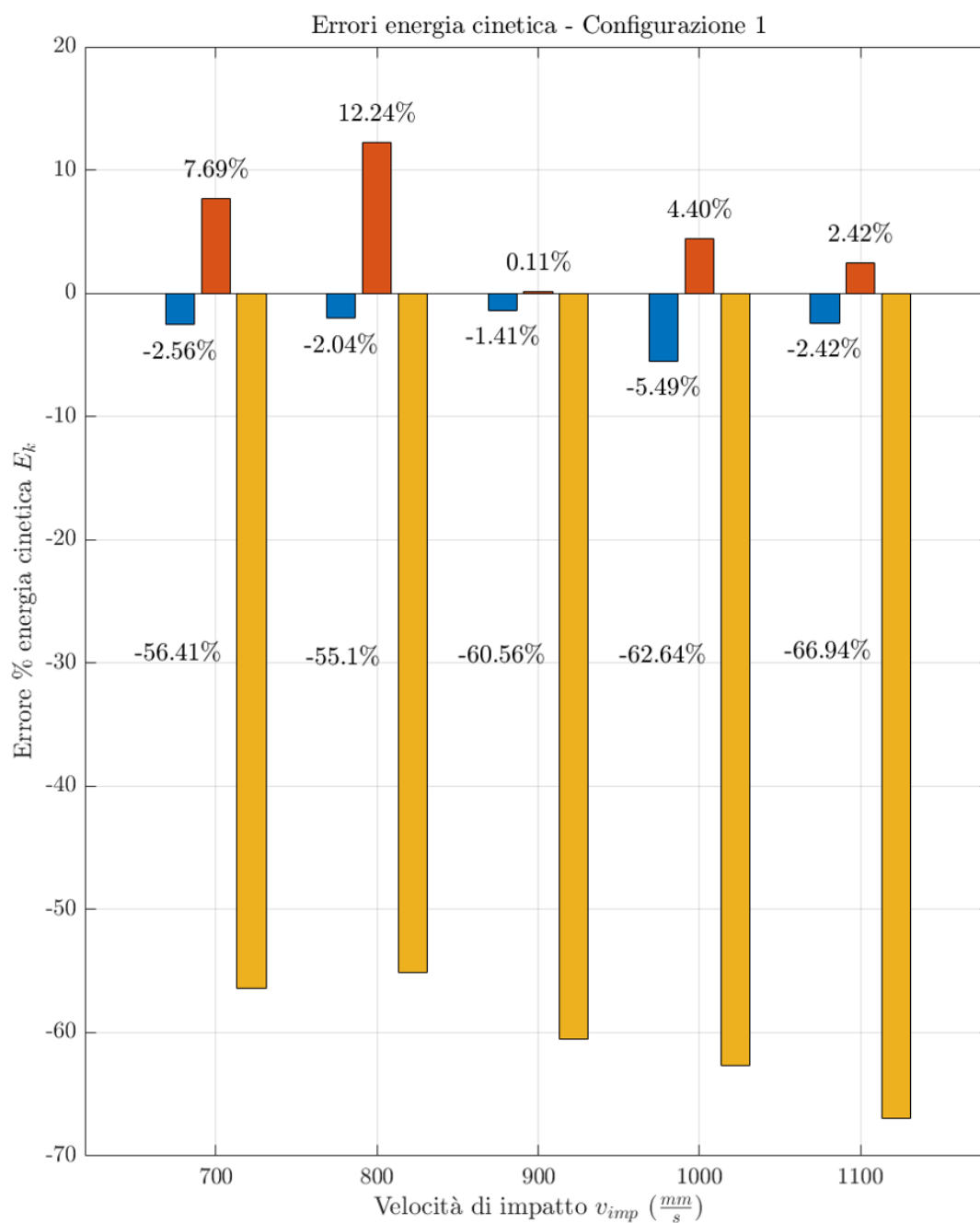


Figura B.1: Istogrammi degli errori percentuali per E_k in **configurazione 1** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

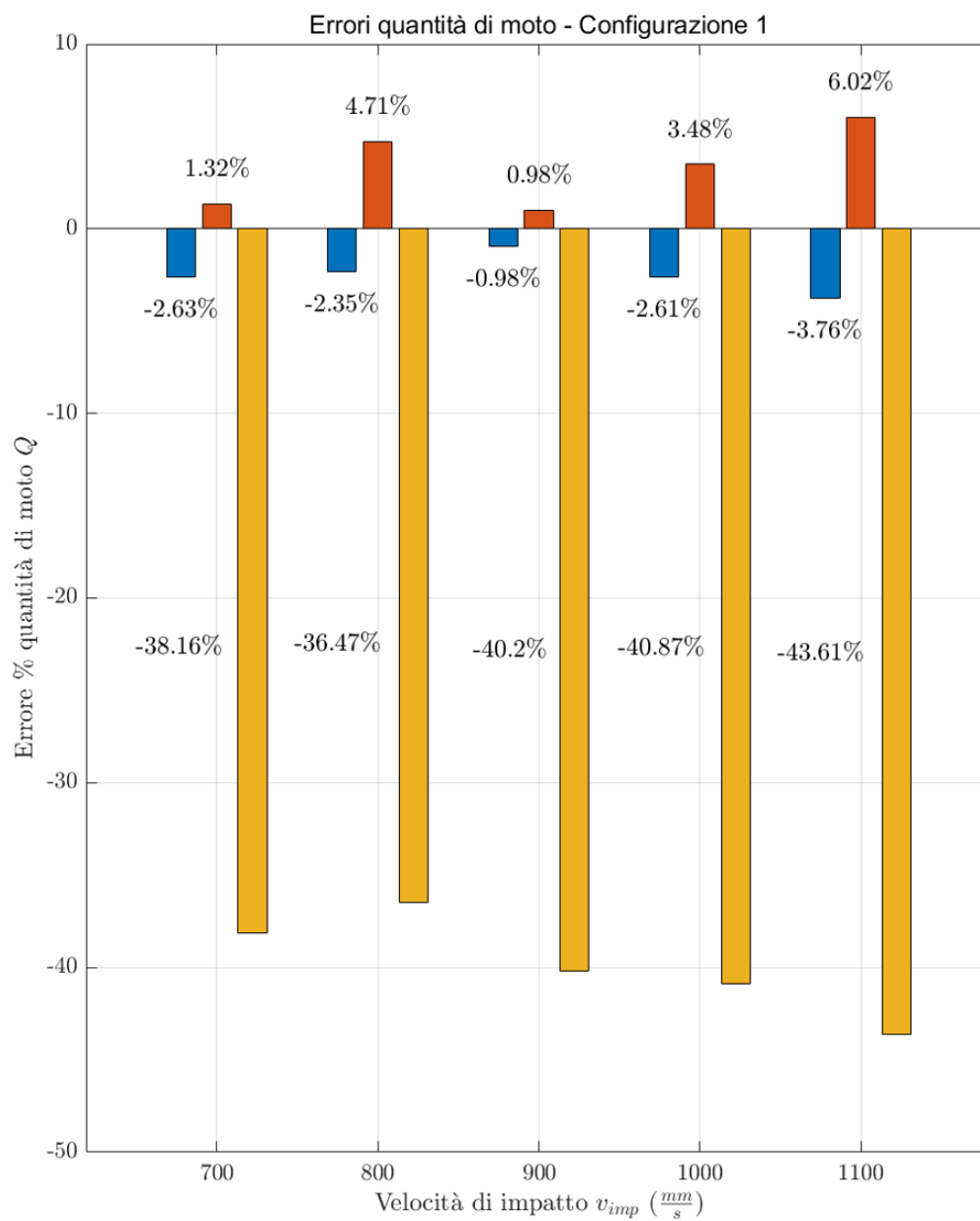


Figura B.2: Istogrammi degli errori percentuali per Q in **configurazione 1** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

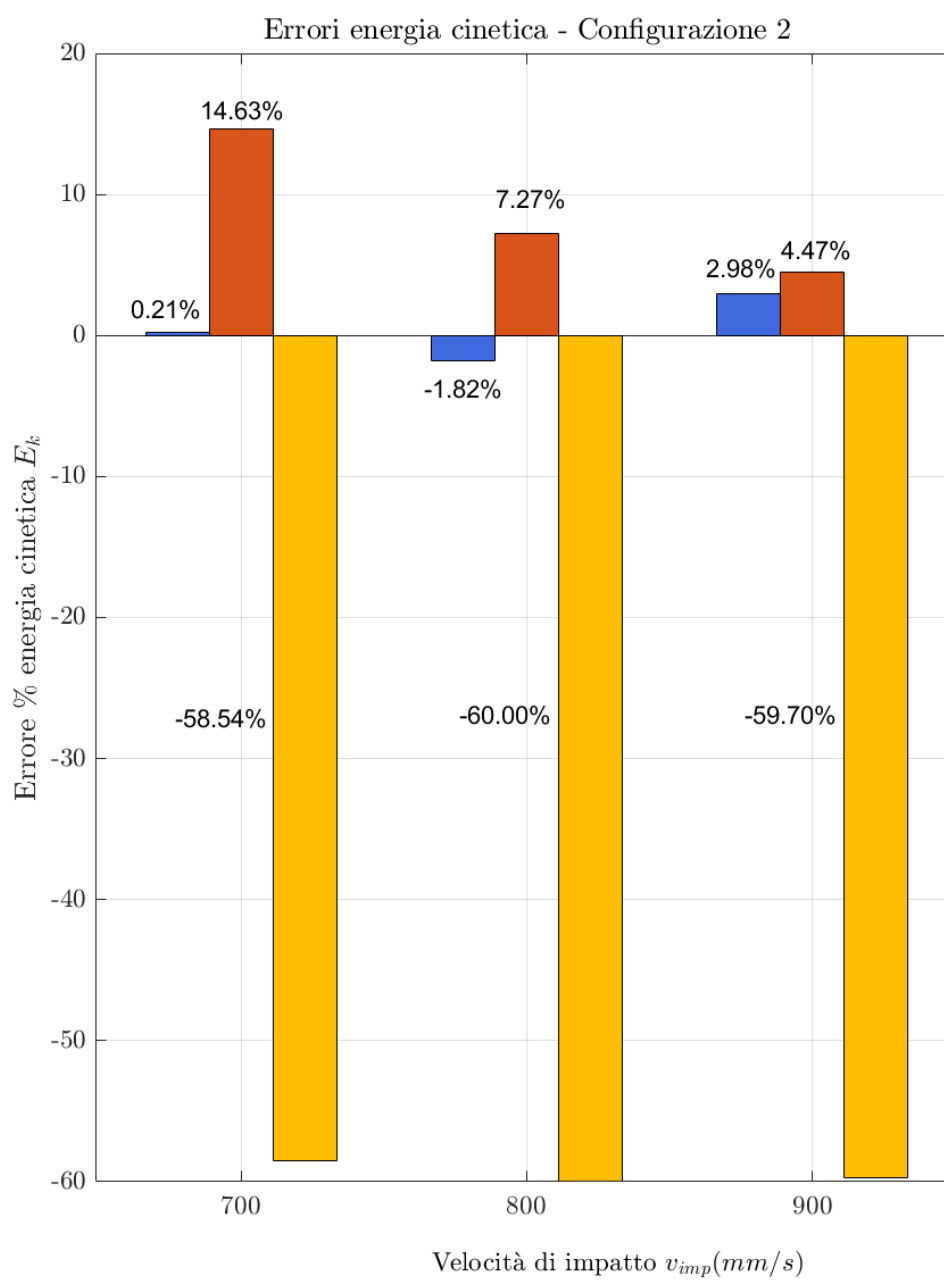


Figura B.3: Istogrammi degli errori percentuali per E_k in **configurazione 2** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

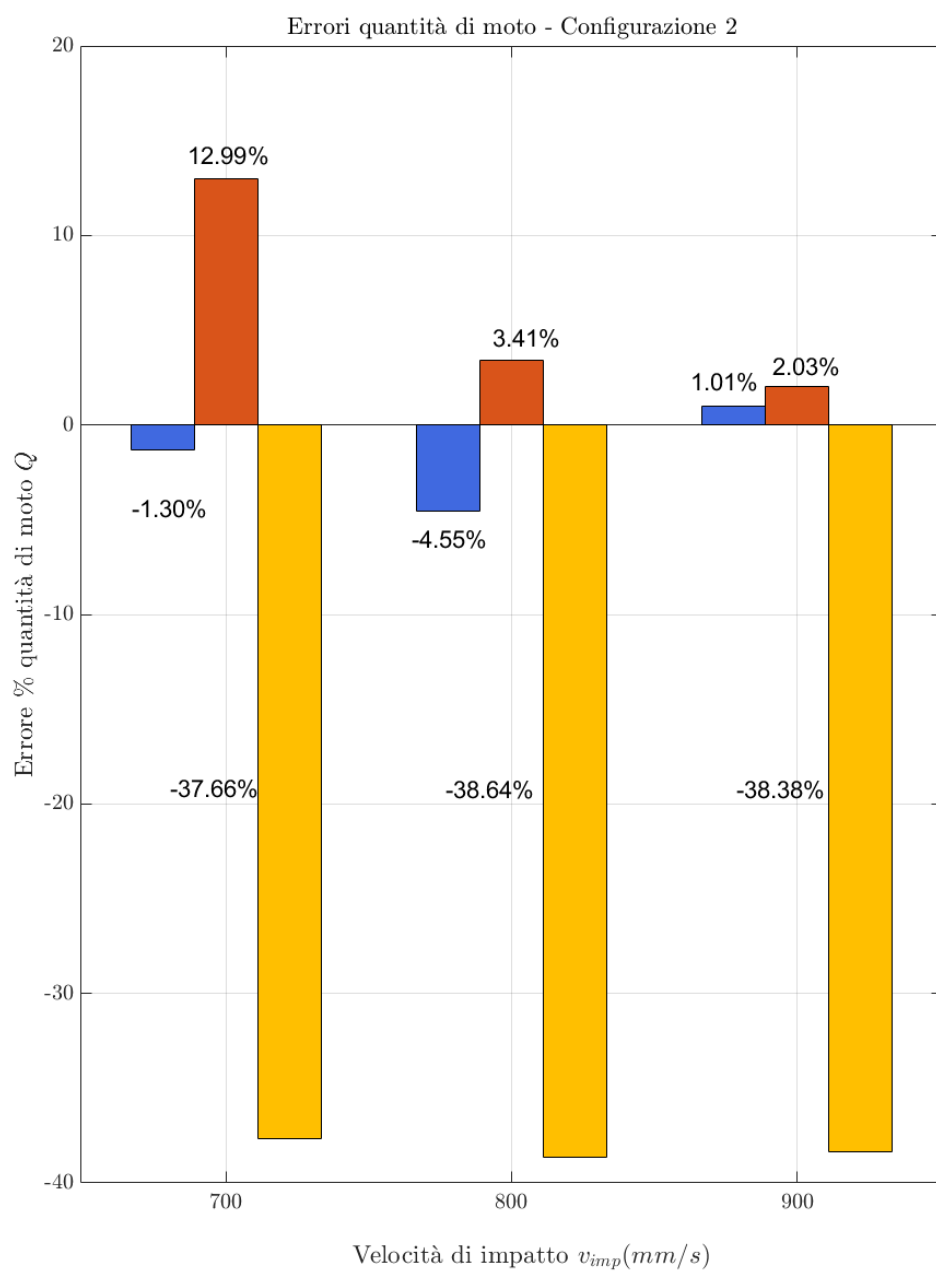


Figura B.4: Istogrammi degli errori percentuali per Q in **configurazione 2** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

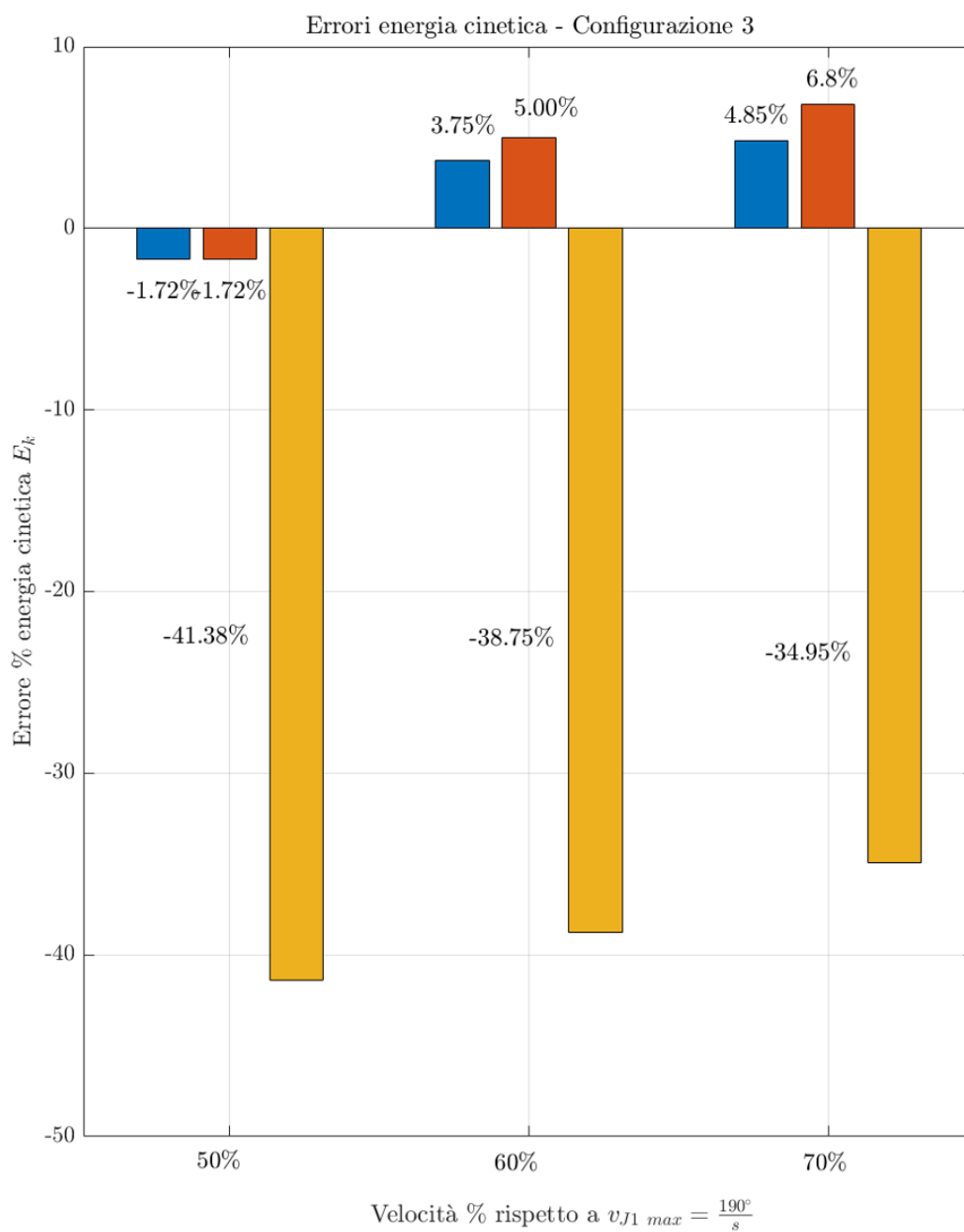


Figura B.5: Istogrammi degli errori percentuali per E_k in **configurazione 3** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

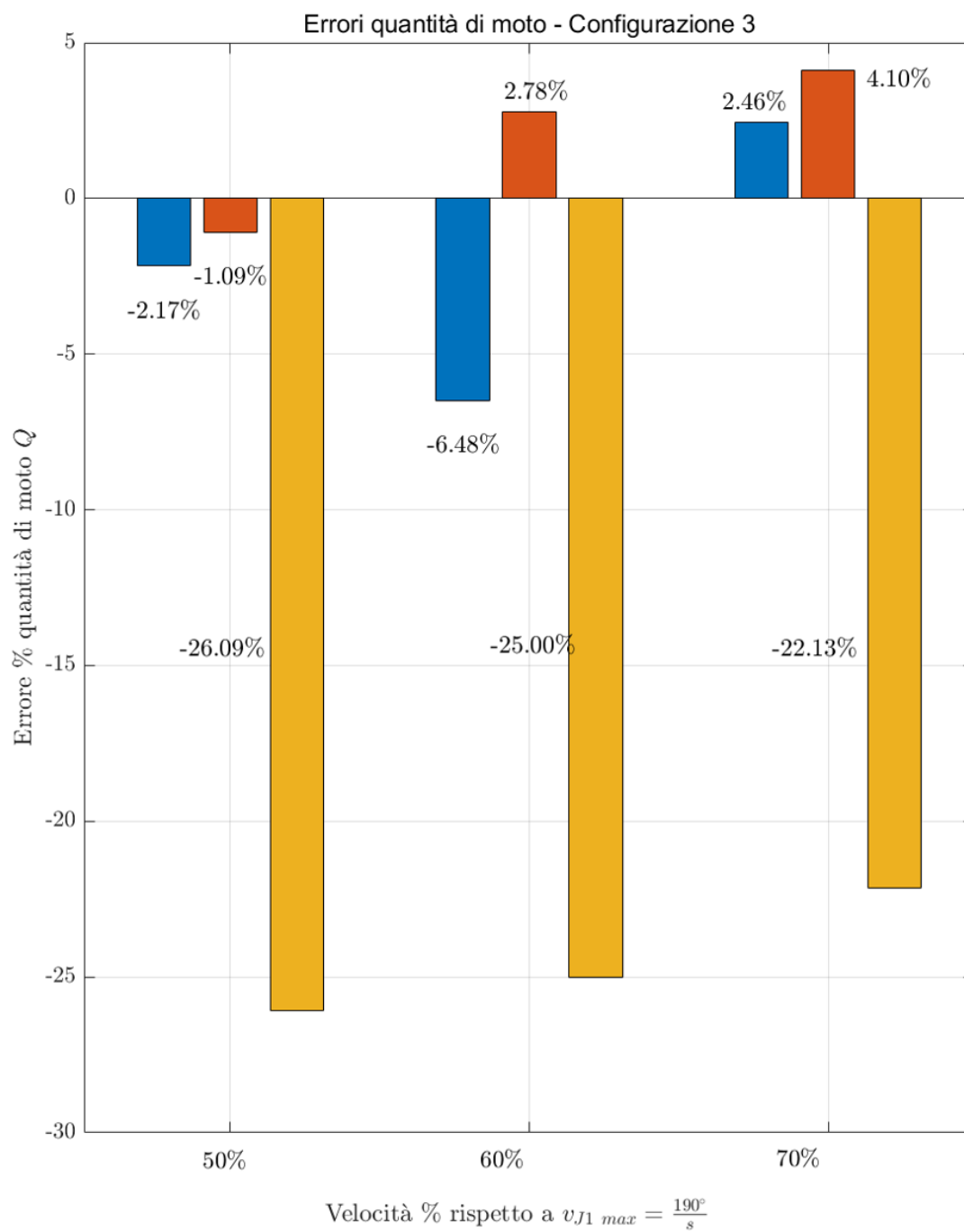


Figura B.6: Istogrammi degli errori percentuali per Q in **configurazione 3** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

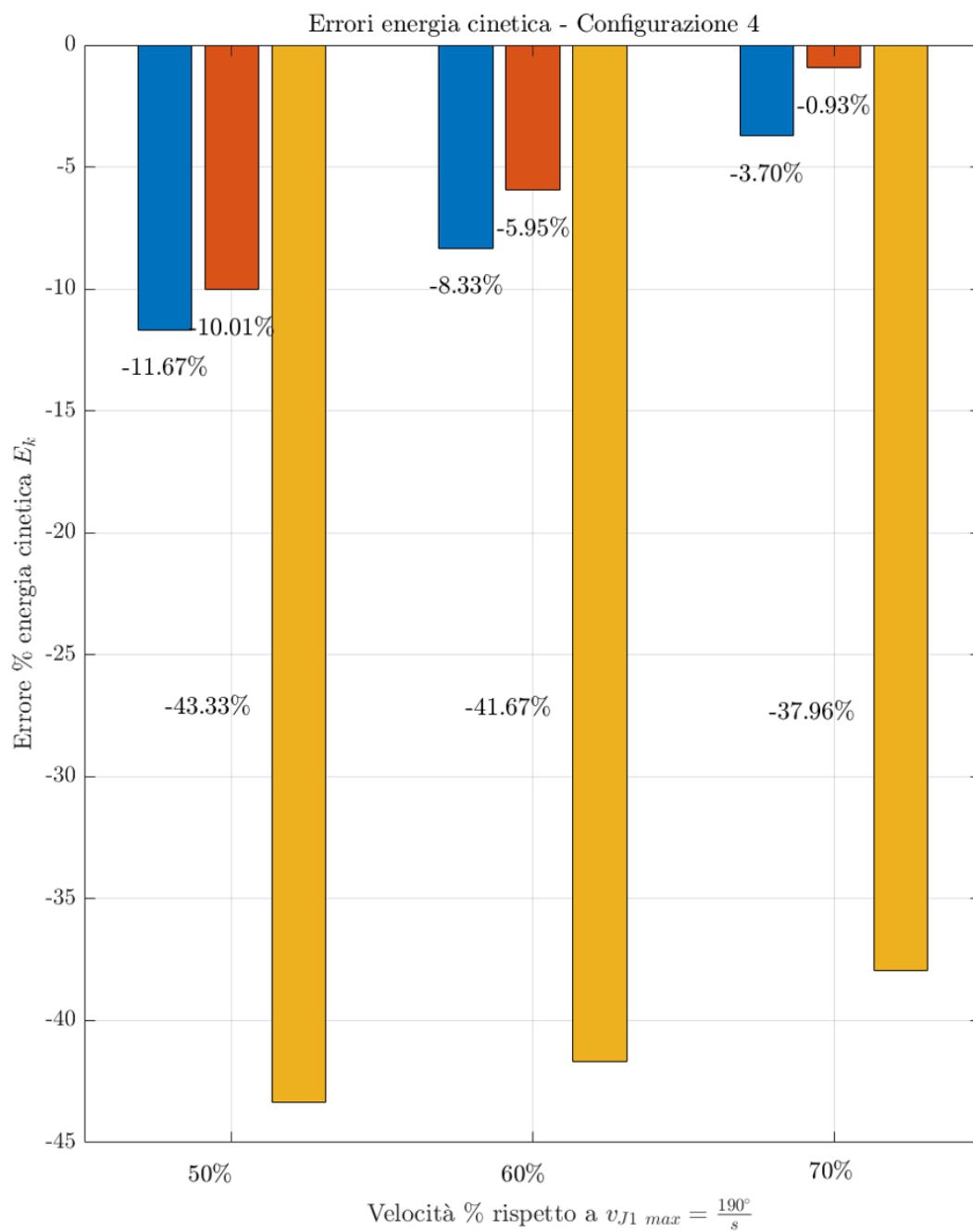


Figura B.7: Istogrammi degli errori percentuali E_k in **configurazione 4** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

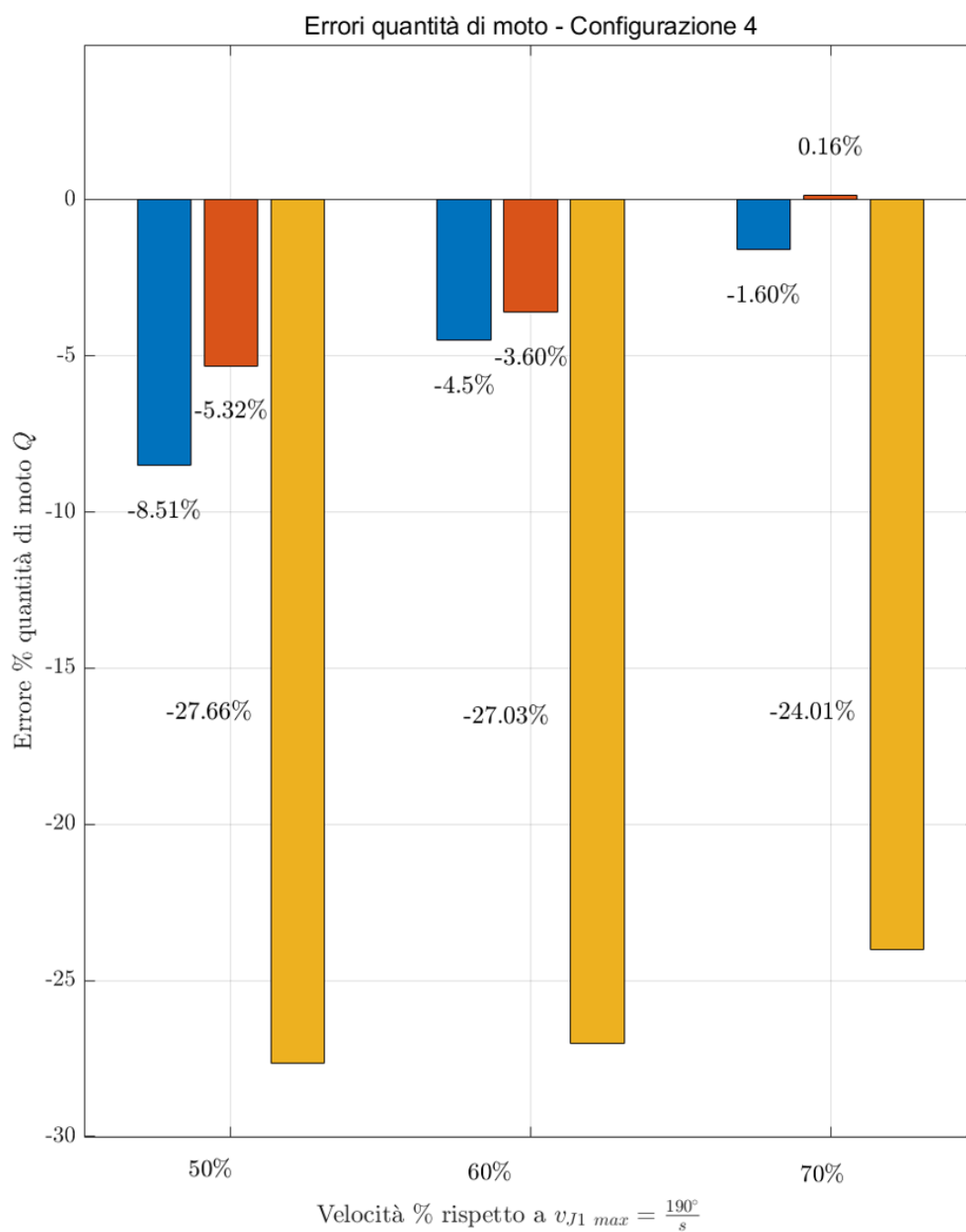


Figura B.8: Istogrammi degli errori percentuali Q in **configurazione 4** (vedi Capitolo 5). Modello completo (blu), Lumped (arancione), Normativa (giallo)

Appendice C

Ellissoidi di manipolabilità

La costruzione degli ellissoidi di manipolabilità [3] per valutare le prestazioni di un manipolatore robotico si basa sulla cinematica differenziale e sulla statica differenziale. La loro funzione è descrivere la capacità del manipolatore di generare velocità o forze in diverse direzioni dello spazio operativo.

Per gli ellissoidi di velocità, si parte dalla cinematica differenziale che lega le velocità dei giunti $\dot{\mathbf{q}}$ alle velocità dell'end-effector \mathbf{v}_e tramite la matrice jacobiana $\mathbf{J}(\mathbf{q})$:

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (\text{C.1})$$

Considerando un insieme di velocità dei giunti con norma unitaria:

$$\dot{\mathbf{q}}^T \dot{\mathbf{q}} = 1 \quad (\text{C.2})$$

Sostituendo questa espressione nella cinematica differenziale, si ottiene un'equazione che descrive un ellissoide nello spazio delle velocità dell'end-effector:

$$\mathbf{v}_e^T (\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q}))^{-1} \mathbf{v}_e = 1 \quad (\text{C.3})$$

Questo rappresenta l'ellissoide di velocità, la cui forma e orientamento dipendono dalle proprietà della matrice $\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q})$, con le dimensioni degli assi date

dai valori singolari della matrice jacobiana.

Allo stesso modo, per l'ellissoide di forza, si considera la statica differenziale, che lega le forze dell'end-effector γ_e alle coppie di giunto τ tramite la matrice jacobiana:

$$\gamma_e = \mathbf{J}^{-T}(\mathbf{q})\tau \quad (\text{C.4})$$

Assumendo un insieme di coppie di giunto con norma unitaria:

$$\tau^T \tau = 1 \quad (\text{C.5})$$

Si ottiene un'ellisse nello spazio delle forze:

$$\gamma_e^T (\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q})) \gamma_e = 1 \quad (\text{C.6})$$

, in quanto la natura della loro costruzione trova finalità puramente rappresentative.

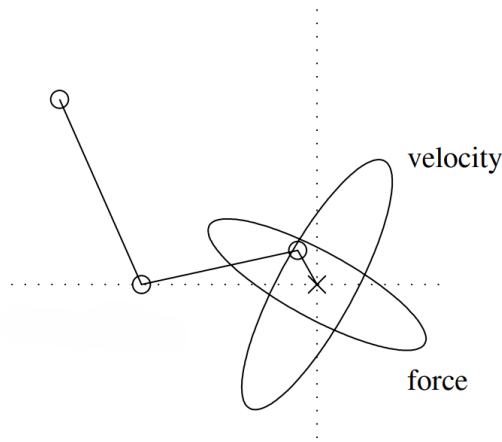


Figura C.1: Ellissi di manipolabilità di velocità e forza per un braccio planare a 3 giunti in una configurazione tipica per un compito di controllo della forza e della velocità [3]

Nell'ambito di questa tesi, la costruzione degli ellissoidi è stata operata pren-

dendo in considerazione unicamente le componenti di moto lineare, separando quindi le velocità lineari da quelle angolari e le forze da momenti torcenti, garantendo l'omogeneità delle dimensioni fisiche. Inoltre, dato che la grandezza degli ellissoidi ha finalità puramente rappresentativa, è stato deciso di imporre la lunghezza del semiasse maggiore pari ad una costante arbitraria, scalata per l'autovalore corrispondente.

Appendice D

Normativa ISO/TS 15066:2016(E)

D.1 Limiti biomeccanici

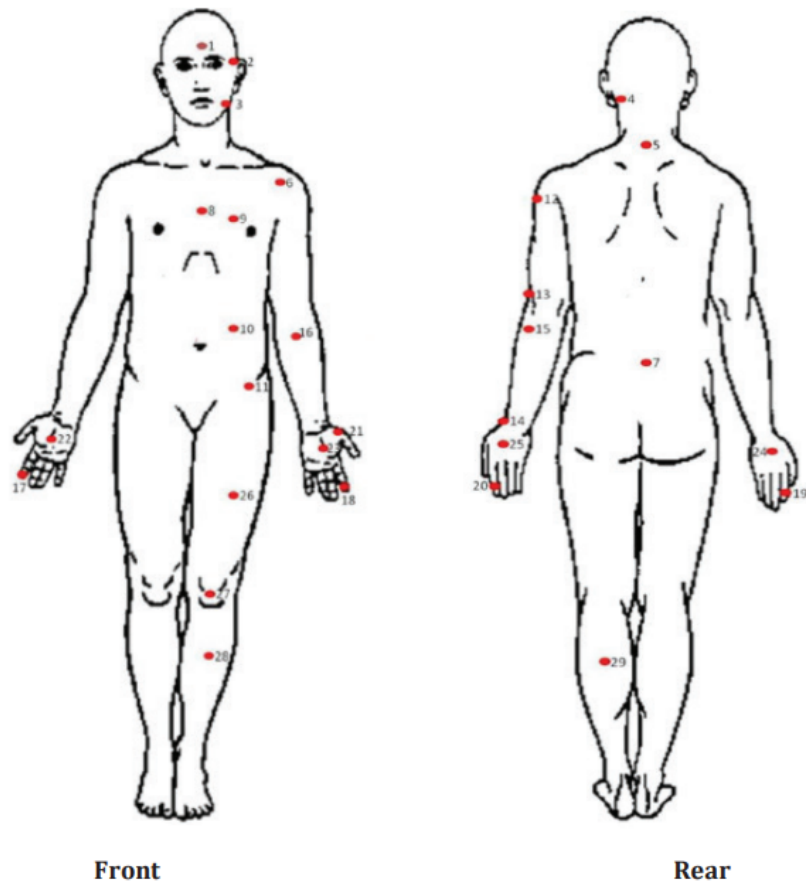


Figura D.1: Body Model [9]

Body region	Effective spring constant	Effective mass
	K N/mm	m_H kg
Skull and forehead	150	4,4
Face	75	4,4
Neck	50	1,2
Back and shoulders	35	40
Chest	25	40
Abdomen	10	40
Pelvis	25	40
Upper arms and elbow joints	30	3
Lower arms and wrist joints	40	2
Hands and fingers	75	0,6
Thighs and knees	50	75
Lower legs	60	75

NOTE Mass values for thighs, knees and lower legs are set to the full body weight, since these body parts are not free to recoil or retract from impact while the operator is standing.

Figura D.2: Body Model [9]

Body region	Specific body area		Front/Rear
Skull and forehead	1	Middle of forehead	Front
	2	Temple	Front
Face	3	Masticatory muscle	Front
Neck	4	Neck muscle	Rear
	5	Seventh neck vertebra	Rear
Back and shoulders	6	Shoulder joint	Front
	7	Fifth lumbar vertebra	Rear
Chest	8	Sternum	Front
	9	Pectoral muscle	Front
Abdomen	10	Abdominal muscle	Front
Pelvis	11	Pelvic bone	Front
Upper arms and elbow joints	12	Deltoid muscle	Rear
	13	Humerus	Rear
Lower arms and wrist joints	14	Radial bone	Rear
	15	Forearm muscle	Rear
	16	Arm nerve	Front
Hands and fingers	17	Forefinger pad D ^a	Front
	18	Forefinger pad ND ^a	Front
	19	Forefinger end joint D ^a	Rear
	20	Forefinger end joint ND ^a	Rear
	21	Thenar eminence	Front
	22	Palm D ^a	Front
	23	Palm ND ^a	Front
	24	Back of the hand D ^a	Rear
	25	Back of the hand ND ^a	Rear
Thighs and knees	26	Thigh muscle	Front
	27	Kneecap	Front
Lower legs	28	Middle of shin	Front
	29	Calf muscle	Rear

^a D = dominant body side; ND = non-dominant body side.

Figura D.3: Body model descriptions [9]

Body region	Specific body area		Quasi-static contact		Transient contact	
			Maximum permissible pressure ^a p_s N/cm ²	Maximum permissible force ^b N	Maximum permissible pressure multiplier ^c P_T	Maximum permissible force multiplier ^c F_T
Skull and forehead ^d	1	Middle of forehead	130	130	not applicable	not applicable
	2	Temple	110		not applicable	
Face ^d	3	Masticatory muscle	110	65	not applicable	not applicable
Neck	4	Neck muscle	140	150	2	2
	5	Seventh neck muscle	210		2	
Back and shoulders	6	Shoulder joint	160	210	2	2
	7	Fifth lumbar vertebra	210		2	
Chest	8	Sternum	120	140	2	2
	9	Pectoral muscle	170		2	
Abdomen	10	Abdominal muscle	140	110	2	2
Pelvis	11	Pelvic bone	210	180	2	2
Upper arms and elbow joints	12	Deltoid muscle	190	150	2	2
	13	Humerus	220		2	
Lower arms and wrist joints	14	Radial bone	190	160	2	2
	15	Forearm muscle	180		2	
	16	Arm nerve	180		2	

Figura D.4: Body model descriptions [9]

Body region	Specific body area		Quasi-static contact		Transient contact	
			Maximum permissible pressure ^a p_s N/cm ²	Maximum permissible force ^b N	Maximum permissible pressure multiplier ^c P_T	Maximum permissible force multiplier ^c F_T
Hands and fingers	17	Forefinger pad D	300	140	2	2
	18	Forefinger pad ND	270		2	
	19	Forefinger end joint D	280		2	
	20	Forefinger end joint ND	220		2	
	21	Thenar eminence	200		2	
	22	Palm D	260		2	
	23	Palm ND	260		2	
	24	Back of the hand D	200		2	
	25	Back of the hand ND	190		2	
Thighs and knees	26	Thigh muscle	250	220	2	2
	27	Kneecap	220		2	
Lower legs	28	Middle of shin	220	130	2	2
	29	Calf muscle	210		2	

Figura D.5: Body model descriptions [9]

Appendice E

Testing modale Omron Viper 650

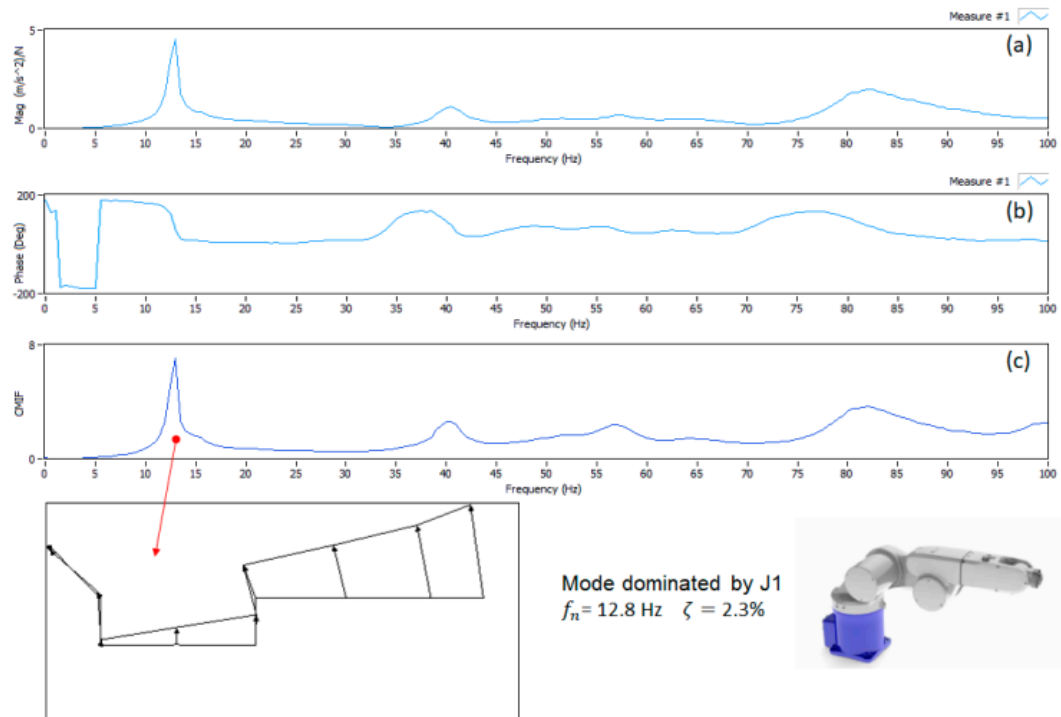


Figura E.1: Configurazione del Test 1, (a) modulo della funzione di risposta in frequenza (FRF) del punto diretto, (b) fase, (c) funzione indicatrice dei modi complessi (CMIF) [16]

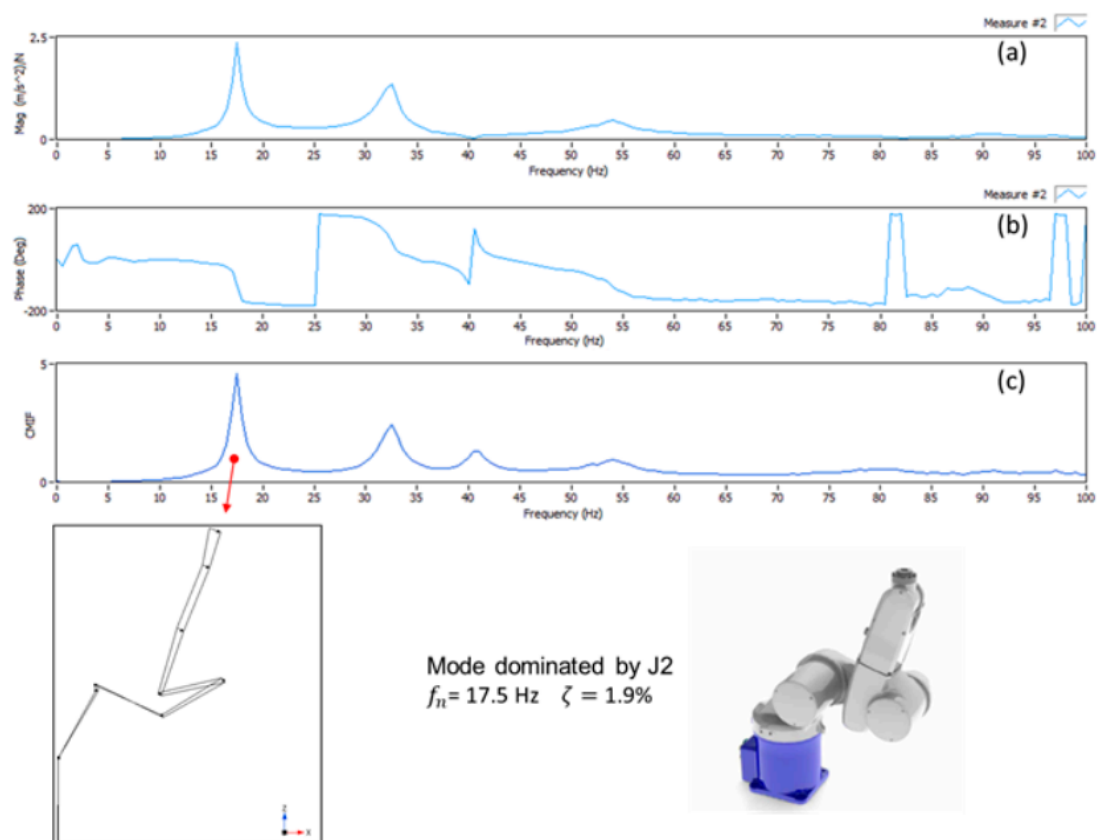


Figura E.2: Configurazione del Test 2, (a) modulo della funzione di risposta in frequenza (FRF) del punto diretto, (b) fase, (c) funzione indicatrice dei modi complessi (CMIF) [16]

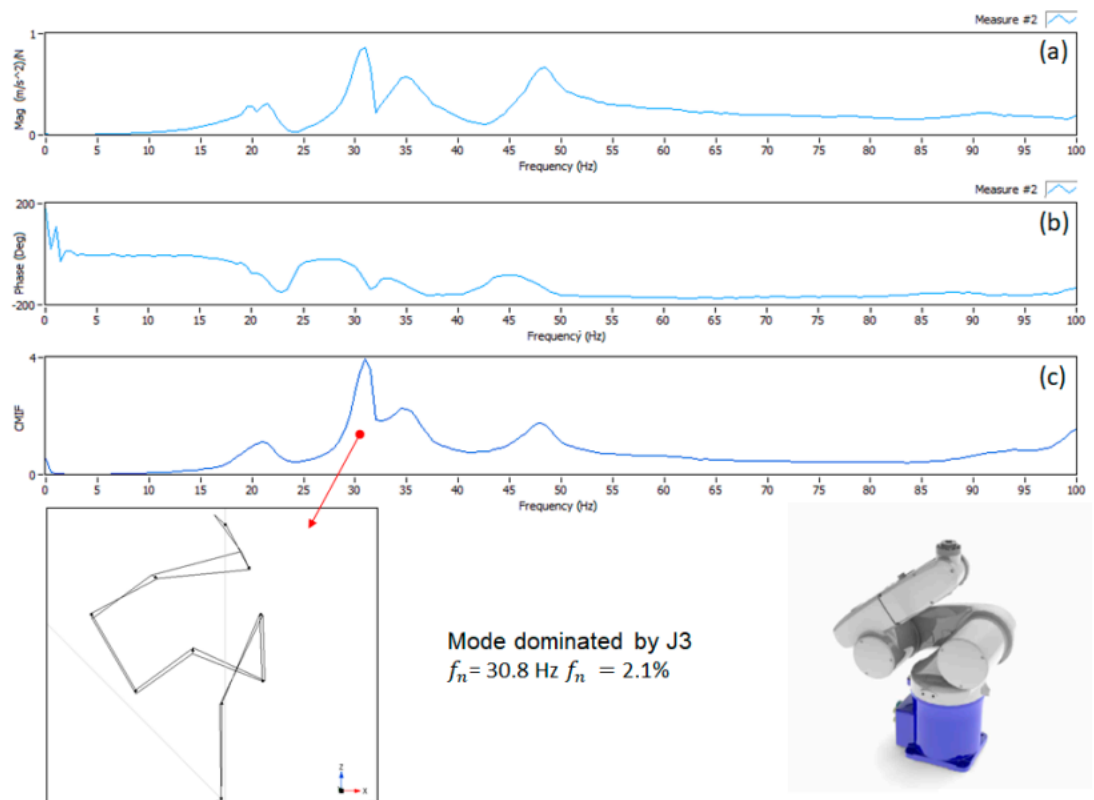


Figura E.3: Configurazione del Test 3, (a) modulo della funzione di risposta in frequenza (FRF) del punto diretto, (b) fase, (c) funzione indicatrice dei modi complessi (CMIF) [16]

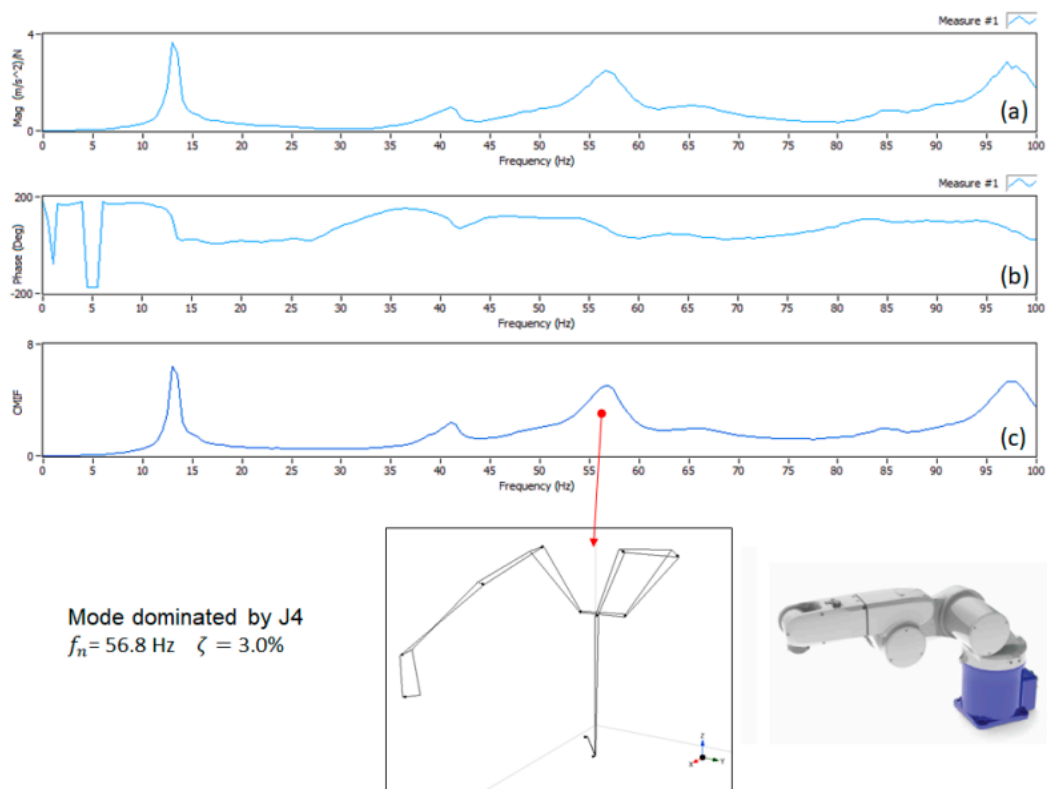


Figura E.4: Configurazione del Test 4, (a) modulo della funzione di risposta in frequenza (FRF) del punto diretto, (b) fase, (c) funzione indicatrice dei modi complessi (CMIF) [16]

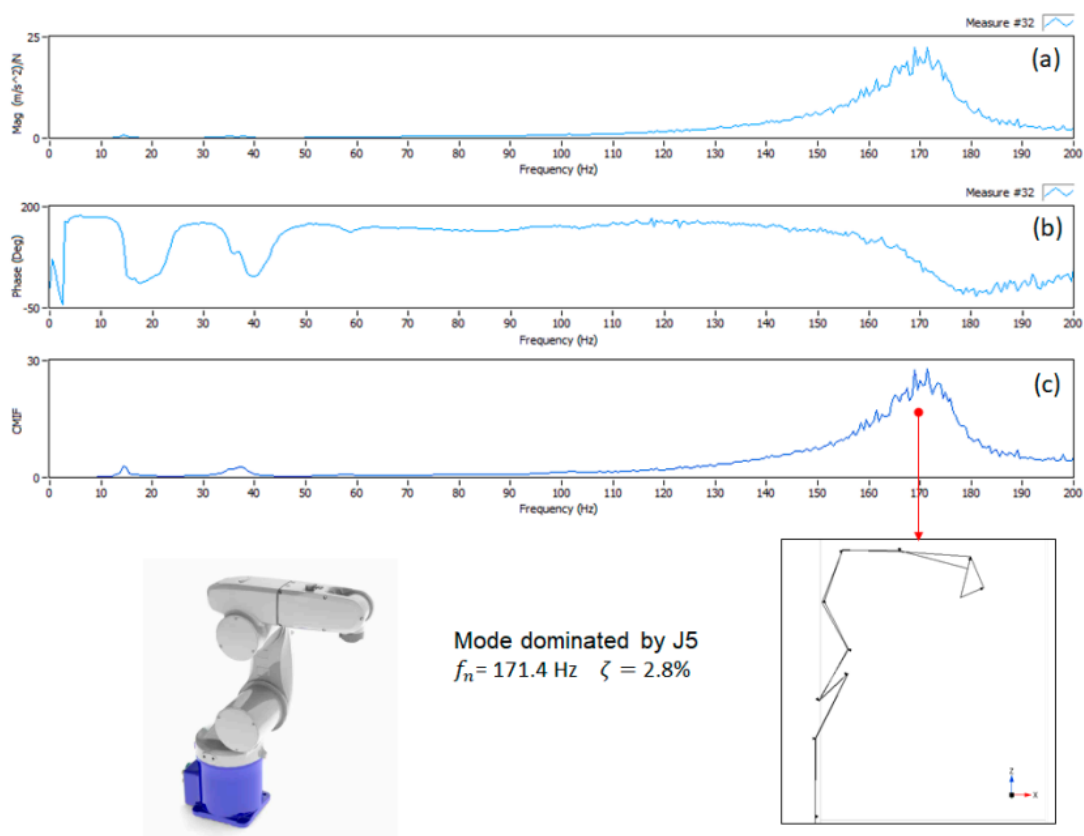


Figura E.5: Configurazione del Test 5, (a) modulo della funzione di risposta in frequenza (FRF) del punto diretto, (b) fase, (c) funzione indicatrice dei modi complessi (CMIF) [16]

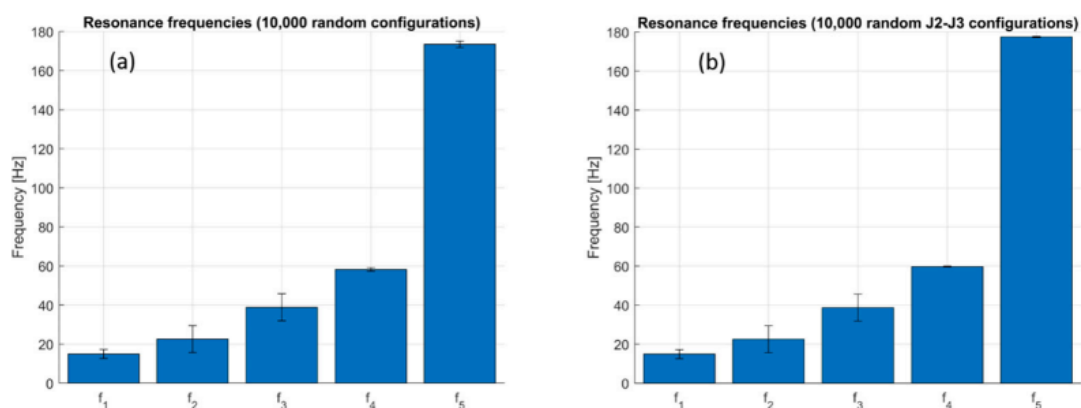


Figura E.6: Valori medi e deviazioni standard delle frequenze naturali nello spazio di lavoro, (a) variazioni casuali di J2, J3, J4, J5, (b) variazioni casuali di J2 e J3 [16]

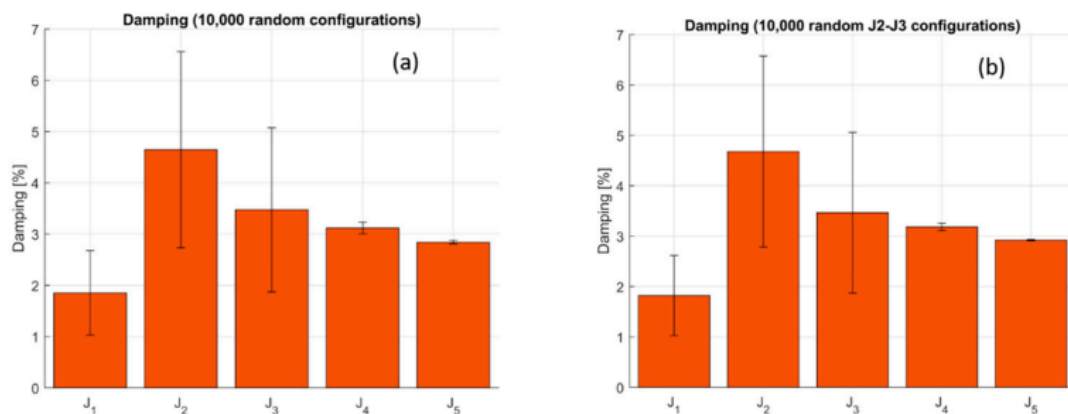


Figura E.7: Valori medi e deviazioni standard dello smorzamento modale nello spazio di lavoro, (a) variazioni casuali di J2, J3, J4, J5, (b) variazioni casuali di J2 e J3 [16]

Bibliografia

- [1] R. Hartenberg and J. Danavit, *Kinematic synthesis of linkages*. New York: McGraw-Hill, 1964.
- [2] R. Featherstone, *Rigid body dynamics algorithms*. Springer, 2014.
- [3] L. Sciavicco and B. Siciliano, *Modelling and control of robot manipulators*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] M. Brady, *Robot motion: Planning and control*. MIT press, 1982.
- [5] R. Featherstone, “Robot dynamics algorithms,” *Annexe Thesis Digitisation Project 2016 Block 5*, 1984.
- [6] H. Hertz, “Ueber die berührung fester elastischer körper.” 1882.
- [7] K. H. Hunt and F. R. E. Crossley, “Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact,” 1975.
- [8] L. Skrinjar, J. Slavič, and M. Boltežar, “A review of continuous contact-force models in multibody dynamics,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 145, pp. 171–187, 2018.
- [9] *ISO/TS 15066:2016 Robots and robotic devices – Collaborative robots*, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland, February 2016, first edition, Published in Switzerland. <https://www.iso.org/standard/62996.html>.

- [10] A. Caneschi, M. Bottin, A. Doria, A. Cesaro, and G. Rosati, “Lumped parameters robot models to study impact dynamics,” in *European Conference on Mechanism Science*. Springer, 2024, pp. 253–260.
- [11] Y.-B. Jia and F. Wang, “Analysis and computation of two body impact in three dimensions,” *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 12, no. 4, p. 041012, 2017.
- [12] R. J. Kirschner, N. Mansfeld, G. G. Peña, S. Abdolshah, and S. Haddadin, “Notion on the correct use of the robot effective mass in the safety context and comments on iso/ts 15066,” in *2021 IEEE International Conference on Intelligence and Safety for Robotics (ISR)*. IEEE, 2021, pp. 6–9.
- [13] Y. Wang, N. Dehio, and A. Kheddar, “On inverse inertia matrix and contact-force model for robotic manipulators at normal impacts,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 7, no. 2, pp. 3648–3655, 2022.
- [14] C. A. R. Arias, W. Weekers, M. Morganti, V. Padois, and A. Saccon, “Refined post-impact velocity prediction for torque-controlled flexible-joint robots,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2024.
- [15] H. Zhang, J. Wang, G. Zhang, Z. Gan, Z. Pan, H. Cui, and Z. Zhu, “Machining with flexible manipulator: toward improving robotic machining performance,” in *Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*. IEEE, 2005, pp. 1127–1132.
- [16] M. Bottin, S. Cocuzza, N. Comand, and A. Doria, “Modeling and identification of an industrial robot with a selective modal approach,” *Applied Sciences*, vol. 10, no. 13, p. 4619, 2020.
- [17] D. Tommasino, M. Bottin, G. Cipriani, A. Doria, and G. Rosati, “Development and validation of an end-effector for mitigation of collisions,” *Journal of Mechanical Design*, vol. 144, no. 4, p. 043301, 2022.

-
- [18] https://it.misumi-ec.com/vona2/detail/110300048850/?rid=cat_&CategorySpec=.
- [19] r.-r. https://assets.omron.eu/downloads/manual/en/v1/i599_viper_650.
- [20] <https://www.tm-robot.com/en/tm5-700/>.

Ringraziamenti

Desidero anzitutto esprimere la mia più sincera gratitudine al Professor Giulio Rosati, mio relatore, per l'opportunità che mi ha concesso di svolgere questa tesi sotto la sua supervisione.

Un sentito ringraziamento va anche al Professor Matteo Bottin, mio correlatore, per la guida preziosa e i consigli ricevuti, fondamentali per il raggiungimento di questo importante traguardo.

Un ringraziamento speciale al Professor Alberto Doria il cui contributo è stato essenziale nello sviluppo del mio lavoro.

Esprimo profonda gratitudine anche ad Andrea Cesaro, l'assegnista che mi ha indirizzato lungo tutto il percorso della tesi, fornendomi un continuo supporto e orientamento.

Desidero inoltre ringraziare il mio collega Brando Zanin per la collaborazione efficace e produttiva nella fase dei test sperimentali, che ha reso possibile il raggiungimento degli obiettivi prefissati.

Un ringraziamento speciale va ai miei amici più cari e a Greta, la mia ragazza, per avermi sempre sostenuto e per la pazienza dimostrata anche nei momenti più difficili. A loro devo anche tanti momenti preziosi che resteranno per me indimenticabili.

Infine, un ringraziamento di cuore va ai miei genitori, che hanno sempre creduto nelle mie capacità e mi hanno permesso di perseguire i miei studi con determinazione e serenità.

Un pensiero va anche a tutti coloro che non ho menzionato, ma che, in vari modi, hanno contribuito a questo percorso. Sebbene sia stato un cammino impegnativo, è stato anche un'occasione di crescita personale e professionale.

Concludo con un augurio a me stesso per il futuro: consapevole che questo traguardo non rappresenta una fine, ma piuttosto un nuovo inizio, ricco di opportunità e sfide da affrontare con entusiasmo e coraggio.