

Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Scienze Statistiche
Corso di Laurea Magistrale in
Scienze Statistiche



**UN METODO ALTERNATIVO DI VALIDAZIONE DELLE SCALE DI MISURA:
L'ANALISI A CLASSI LATENTI**

Relatore Prof.ssa Francesca Bassi
Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureando: Luca Volini
Matricola N. 1038678

Anno Accademico 2014/2015

Indice

INTRODUZIONE	5
1 LO SVILUPPO DELLE SCALE DI MISURA <i>MULTI-ITEM</i>	7
1.1 ALCUNE TIPOLOGIE DI SCALE <i>MULTI-ITEM</i> : LA SCALA LIKERT E DEL DIFFERENZIALE SEMANTICO	7
1.2 IL QUADRO DI LAVORO PROPOSTO DA CHURCHILL PER LO SVILUPPO DI UNA SCALA DI MISURA	8
2 UNA SCALA PER MISURARE LA SODDISFAZIONE DEL CONSUMATORE RIFERITA AD UN BENE SHOPPING	13
2.1 RIESAME DEL <i>PARADIGMA DELLA DISCREPANZA</i>	13
2.2 GLI ITEM CHE COMPONGONO LA SCALA E IL QUESTIONARIO IN CUI È INSERITA.....	15
2.3 LA RACCOLTA DEI DATI: METODO DI CAMPIONAMENTO E DI INTERVISTA.....	16
3 VALUTAZIONE DELLA SCALA DI SODDISFAZIONE SEGUENDO IL PROTOCOLLO TRADIZIONALE	19
3.1 AFFIDABILITÀ INTERNA DELLA SCALA	19
3.2 VALIDITÀ DEL CRITERIO DELLA SCALA.....	20
3.3 VALIDITÀ DEL COSTRUTTO DELLA SCALA.....	21
3.4 CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE.....	23
4 MODELLI A CLASSI LATENTI	25
4.1 LA MODELLAZIONE TRADIZIONALE: IL MODELLO A CLASSI LATENTI DI TIPO <i>CLUSTER</i>	25
4.1.1 Stima dei parametri.....	28
4.1.2 Valutazione della bontà del modello	31
4.1.3 Testare la significatività degli effetti	34
4.1.4 Classificazione	35
4.1.5 Covariate	35

4.2	LA MODELLAZIONE A CLASSI LATENTI NON TRADIZIONALE.....	36
4.2.1	I modelli fattoriali a classi latenti	37
4.2.1.1	<i>I modelli fattoriali a classi latenti “elementari” ed alcune loro</i> estensioni	39
4.2.1.2	Covariate	41
4.2.2	I modelli di regressione a classi latenti	42
4.2.2.1	<i>Alcuni casi particolari</i>	43
5	VALUTAZIONE DELLA SCALA DI SODDISFAZIONE ATTRAVERSO L’IMPIEGO DI MODELLI A CLASSI LATENTI	45
5.1	DIMENSIONALITÀ DELLA SCALA.....	45
5.1.1	Determinazione del numero di fattori latenti.....	46
5.1.2	Caratterizzazione dei fattori latenti individuati	47
5.2	VALIDITÀ DEL CRITERIO DELLA SCALA.....	50
5.2.1	Stima di alcuni modelli a classi latenti di tipo <i>cluster</i> per determinare il numero di gruppi della variabile latente di interesse	50
5.2.2	Interpretazione dei parametri stimati e descrizione delle classi latenti individuate	51
5.2.3	verifica della presenza di associazione tra la variabile latente individuata e la variabile-criterio (item S1).....	54
5.3	VALIDITÀ DEL COSTRUTTO DELLA SCALA.....	55
	CONCLUSIONI	59
	APPENDICE A	61
	BIBLIOGRAFIA	65

Introduzione

Le scale di misura sono uno strumento cruciale nella ricerca di marketing al fine di misurare variabili non osservabili come gli atteggiamenti, le opinioni e le credenze degli individui oggetto di studio. Alcuni esempi di tali variabili sono la soddisfazione, il coinvolgimento nell'atto d'acquisto, la fedeltà alla marca, lo scetticismo nei confronti della pubblicità.

Di solito, nell'uso, così come nella valutazione e sviluppo di scale di misura *multi-item*, si fa ricorso a delle procedure e si seguono delle linee guida che assicurino che la scala sia quanto migliore possibile sotto il profilo psicometrico. Tali procedure sono state definite nella letteratura psicometrica a partire dalla fine degli anni settanta e, tradizionalmente, a parte alcune eccezioni, la letteratura ha seguito quella delineata da Churchill (1979), che ha identificato e messo in luce una successione di passi da compiere per sviluppare una buona scala di misura. Ognuno di questi passi si riferisce ad un aspetto diverso di quelli da considerare per valutare la bontà di una scala, in particolare:

- la *definizione del costrutto* e del suo *dominio*;
- la *validità* della scala;
- l'*affidabilità* della scala;
- la *dimensionalità* della scala;
- la *generalizzabilità* della scala.

Diversi strumenti statistici vengono utilizzati nello sviluppo di una scala di misura e quasi sempre si riferiscono a variabili misurate su scala metrica (e.g. coefficienti di correlazione, analisi fattoriale e modelli di regressione). Tuttavia, gli item che compongono una scala sono di tipo ordinale e in qualche raro caso nominale. Per esempio, due delle tipologie di scala più usate, quella Likert e Staple, generano variabili ordinali.

Lo scopo di questa tesi è mostrare come l'implementazione di una analisi basata sui modelli a classi latenti (McCutcheon, 1987) può migliorare il processo di sviluppo di una scala di misura, poiché essa considera esplicitamente il fatto che le variabili generate dagli item sono di tipo ordinale o nominale. In particolare, attraverso l'impiego di modelli a classi latenti appropriati sarà possibile valutare la validità e l'affidabilità della scala in modo migliore che attraverso l'uso dei metodi tradizionali.

I dati utilizzati sono stati raccolti per mezzo di una scala disegnata al fine di misurare la soddisfazione del cliente con riferimento ad un bene *shopping*, in particolare un paio di jeans di marca.

La tesi è organizzata nel modo seguente. Per prima cosa, nel Capitolo 1, viene effettuato un riesame della letteratura riguardante lo sviluppo delle scale di misura, delineando il quadro di lavoro entro il quale questo avviene e soffermandosi su alcune loro tipologie.

In seguito, nel Capitolo 2, viene descritta la scala oggetto di studio, gli item che la costituiscono e i dati raccolti, focalizzando l'attenzione sul metodo di campionamento e di intervista adottati. Inoltre, in apertura del capitolo, viene descritto il nuovo paradigma utilizzato per definire la soddisfazione del consumatore, derivante da una rivisitazione di quello tradizionale della discrepanza, a cui è stato fatto riferimento nel costruire la scala in esame.

Nel Capitolo 3 sono riportate alcune analisi preliminari, effettuate sui dati raccolti, per valutare la bontà della scala; gli aspetti che vengono considerati sono l'affidabilità interna della scala, la validità del criterio e del costrutto. Queste analisi sono condotte utilizzando gli strumenti statistici tradizionali, di cui si è parlato in precedenza, che si riferiscono a variabili misurate su scala metrica.

Successivamente, nel Capitolo 4, viene introdotta l'analisi a classi latenti (modello a classi latenti di tipo *cluster*) e alcune sue estensioni utili allo scopo di valutare la bontà della scala (il modello fattoriale a classi latenti e il modello di regressione a classi latenti).

Infine, nel Capitolo 5, la scala in questione verrà valutata attraverso l'impiego di un metodo che tiene in considerazione la natura non osservabile (latente) del costrutto che si vuole studiare (la soddisfazione) e il fatto che gli item generano variabili ordinali.

La tesi terminerà con alcune conclusioni riguardo le analisi svolte.

Capitolo 1

LO SVILUPPO DELLE SCALE DI MISURA *MULTI-ITEM*

In questo capitolo, attraverso un riesame della letteratura sul tema, viene descritta la procedura adottata per lo sviluppo delle scale di misura *multi-item*, accennando a quelle più comunemente usate. Le scale di misura *multi-item* sono largamente impiegate nella ricerca di marketing per svariati motivi. Innanzitutto, le scale di misura basate su un singolo item sono uniche in relazione al fatto che il singolo item tende ad avere solo una bassa correlazione con il costrutto che si intende misurare; in secondo luogo, l'utilizzo di un singolo item comporta la tendenza ad assegnare gli individui ad un numero relativamente piccolo di classi, e porta a commettere un errore di misura di una certa entità. Infine, molti fenomeni di cui si occupa la ricerca di marketing sono multidimensionali e non direttamente osservabili, facendo sì che una scala costituita da un singolo item risulti inadeguata. Molte domande che vengono poste nell'ambito della ricerca di marketing riguardano gli atteggiamenti degli individui, ossia, costrutti psicologici, modi di concettualizzare stati mentali intangibili che vengono utilizzati al fine di strutturare il loro modo di percepire l'ambiente che li circonda e guidare le modalità di risposta verso quest'ultimo. Alcuni esempi di atteggiamenti rilevanti nel campo del marketing sono

- la soddisfazione;
- il coinvolgimento nell'atto d'acquisto;
- l'orientamento di mercato;
- l'atteggiamento verso il marketing e la qualità del servizio.

1.1 Alcune tipologie di scale *multi-item*: la scala Likert e del differenziale semantico

Non è realistico ritenere di poter misurare l'atteggiamento di un individuo verso entità complesse con scale di misura costituite da un singolo item. In letteratura sono state proposte numerose scale *multi-item* ma le più comunemente usate sono quella Likert e del differenziale semantico, entrambe compatibili con il quadro teorico che concettualizza una scala di misura come una serie di indicatori, gli item, in grado di cogliere diversi aspetti di un unico costrutto latente comune.

- a) *Scala Likert*: questo tipo di scala richiede al rispondente di indicare il proprio grado di accordo o disaccordo con un numero molteplice di affermazioni, o item, legati all'oggetto di interesse. Le

modalità di risposta possono essere in numero pari o dispari, nel caso siano pari non è contemplata una opzione neutra; inoltre, le modalità di risposta dovrebbero essere formulate in modo tale che la differenza nel grado di accordo tra due modalità adiacenti sia pressappoco la stessa per ciascuna coppia di possibili risposte. Spesso le modalità di risposta sono costituite da una scala ordinata a cinque modalità ma talvolta quest'ultima può averne anche un numero superiore, pari a sette o nove. Dopo essere stata somministrata, i punteggi assegnati ai singoli item vengono sommati per ottenere quello complessivo totalizzato da ogni rispondente; per questa ragione un'assunzione importante alla base di una scala Likert, è che ognuno degli item misuri aspetti diversi di un unico oggetto.

- b) *Scala del differenziale semantico*: quando si usa una scala di misura di questo tipo, per esempio nel caso degli atteggiamenti, viene chiesto al rispondente di valutare degli stimoli assegnando un punteggio su un certo numero di scale di valutazione a cinque o sette punti delimitate alle estremità da coppie di aggettivi (o frasi) diametralmente opposti che definiscono un continuum. Nel caso di scale a sette modalità di risposta, ad ognuna di esse viene assegnato un valore da -3 a +3 o da 1 a 7; anche in questo contesto, una volta raccolti i dati, i punteggi ottenuti per ogni coppia di aggettivi vengono sommati per ciascun rispondente, assumendo che valutino aspetti diversi di un unico costrutto. Una versione semplificata della scala del differenziale semantico è la scala Staple, che è caratterizzata dalla presenza di un unico polo invece che da due.

1.2 Il quadro di lavoro proposto da Churchill per lo sviluppo di una scala di misura

Lo sviluppo di una scala *multi-item* è una procedura complessa che richiede molta esperienza e competenza. Molti articoli scientifici appartenenti alla letteratura di marketing sono dedicati a questo argomento. Il primo articolo fu pubblicato negli anni settanta; in particolare, sono stati pubblicati due lavori fondamentali, Peter (1979) e Churchill (1979), a cui in seguito ha fatto riferimento quasi tutta la letteratura riguardante questo argomento.

Peter (1979) riesaminò la tradizionale teoria e misura dell'affidabilità di una scala, discutendo i concetti fondamentali ed esaminando le procedure di valutazione per un loro impiego nella ricerca di marketing. Inoltre introdusse la teoria sulla generalizzabilità delle scale di misura, fornendo un approccio concettuale e operativo unificato per affrontare i problemi legati all'affidabilità. Infine applicò la valutazione dell'affidabilità nell'ambito del marketing, in particolare per quanto riguarda il comportamento del consumatore.

Churchill (1979) propose un quadro di lavoro, una sorta di protocollo, attraverso il quale potevano essere sviluppate delle scale per misurare i costrutti di interesse per il marketing che godessero delle proprietà di affidabilità e validità desiderabili. Questo quadro è tutt'ora seguito in molti studi che propongono nuovi o più raffinati strumenti per misurare tali costrutti e per questo motivo merita particolare attenzione.

La procedura proposta da Churchill è costituita da una sequenza di passi da compiere per lo sviluppo di una buona scala.

1. Il primo passo consiste nello specificare il *dominio* e la *definizione del costrutto*. La descrizione del costrutto implica l'identificare ciò che appartiene o meno al dominio e la dimensionalità a priori del costrutto stesso. Una meticolosa revisione della letteratura esistente e l'opinione di persone esperte sono estremamente utili in questa fase del processo.
2. Il secondo passo consiste nel generare una serie di *item* che catturino tutto ciò che appartiene al dominio del costrutto definito in precedenza.

I passi successivi mirano a ripulire lo strumento in modo da ottenere una scala di misura che sia valida e affidabile.

3. Il terzo passo riguarda la *validità del contenuto* degli item che consiste nel loro essere coerenti con il dominio teorico del costrutto. Pertanto devono essere visionati e selezionati da giudici esperti ed essere sottoposti a diversi test pilota condotti su campioni della popolazione oggetto di studio. Gli item devono essere valutati anche sulla base di ulteriori aspetti come la *leggibilità*, la *chiarezza* e la *ridondanza*. Sulla base di questi criteri gli item che non si rivelano necessari vanno eliminati e quelli poco chiari riscritti. In questa fase è anche possibile includere nella scala item trascurati in precedenza ma rilevanti allo scopo di misurare il costrutto oggetto di interesse.
4. La procedura prosegue valutando l'*affidabilità interna* della scala. Una scala è considerata affidabile se è capace di misurare un oggetto su campioni diversi della medesima popolazione, sempre allo stesso modo, generando valori compatibili del fenomeno misurato. In particolare, si valuta il grado di *coerenza interna* della scala, cioè il grado in cui gli item sono tra loro coerenti, che costituisce una delle forme principali di affidabilità. L'affidabilità è una condizione necessaria ma non sufficiente di validità. Allo scopo di valutare l'affidabilità della scala, gli item vengono somministrati sottoforma di questionario a un campione di rispondenti e gli indicatori di affidabilità vengono calcolati con i dati raccolti. Per esempio, elevati valori di correlazione tra gli item (*inter-item correlation*) indicano che questi ultimi sono stati estratti dal dominio di un singolo costrutto, mentre, basse correlazioni *inter-item* indicano che alcuni item non sono stati estratti dal dominio appropriato e stanno generando errori. Elevate correlazioni *inter-item* in concomitanza con elevati valori di correlazione tra gli item e la scala nel suo complesso (*item-to-total correlation*) testimoniano la coerenza interna della scala. La correlazione tra i punteggi ottenuti dallo stesso individuo in corrispondenza di due istanti

temporali differenti in relazione allo stesso insieme di item è una misura di affidabilità del tipo *test-retest*. Il calcolo del coefficiente alfa di Cronbach è fortemente consigliato per avere una misura della coerenza interna della scala così come sono estremamente utili le informazioni riguardo questo aspetto che si evincono da ulteriori indici come l'indice G di Guttman e l'indice Y di Spearman-Brown. In questa fase dello sviluppo della scala viene anche esaminato l'aspetto riguardante la sua *dimensionalità*. Il dominio di un costrutto può essere unidimensionale o multidimensionale. Vari strumenti vengono proposti per indagare la dimensionalità di un costrutto. L'analisi fattoriale è una delle tecniche suggerite in quest'ambito, in quanto consente di determinare il numero di dimensioni che sottostanno al costrutto di interesse. La unidimensionalità della scala di misura è considerata un prerequisito essenziale per la valutazione dell'affidabilità e validità della scala; se, per esempio, una scala è multidimensionale, la sua affidabilità deve essere valutata per ognuna di queste dimensioni.

Oltre alla validità del contenuto, la dimensionalità e l'affidabilità della scala, nello sviluppo di quest'ultima devono essere tenuti in considerazione anche altri aspetti.

5. Il quinto passo della procedura verifica che la scala goda di altre due forme di validità, ossia del grado in cui l'oggetto misurato effettivamente coincide con il fenomeno ipotizzato e quindi la scala misura il costrutto per cui è stata costruita e non un altro:
 - la *validità del criterio*;
 - la *validità del costrutto*, che si articola in validità convergente e validità discriminante.

La validità del criterio riguarda la capacità della scala di misurare un costrutto in maniera coerente, rispetto ad altri strumenti di rilevazione dello stesso fenomeno. In altre parole, la scala e la misura alternativa, utilizzata come criterio, devono essere associate e correlate. Per verificare il grado in cui una scala presenta questa proprietà, un'analisi utilizzata in molti studi consiste nel calcolare il coefficiente di correlazione tra il punteggio complessivo della scala e quello di una misura sintetica (*mono-item*) del medesimo costrutto, preventivamente inserita nel questionario insieme alla scala. Pur non essendoci particolari soglie critiche da considerare, occorre precisare che valori elevati del coefficiente di correlazione indicano che la scala è valida rispetto alla variabile criterio, e viceversa. Un'altra analisi, complementare alla precedente, consiste nel costruire un modello statistico di Analisi della varianza (ANOVA), in cui la scala da validare è considerata come variabile dipendente e la misura sintetica come variabile-criterio (o indipendente). Tale analisi verifica se le differenze tra i valori medi della variabile dipendente (cioè, i punteggi medi della scala) assunti in corrispondenza dei diversi livelli della variabile-criterio sono statisticamente significative, consentendo di valutare se le due misure variano in maniera coerente. In questo caso, differenze significative tra i punteggi

medi della scala, accompagnate da variazioni coerenti degli stessi lungo i vari livelli della variabile indipendente, indicano un buon grado di validità della scala.

La validità del costrutto si riferisce alla capacità della scala di fornire una misura del costrutto indagato che sia coerente con misure di fenomeni teoricamente collegati ad esso. Sul piano operativo, congiuntamente alla scala sono normalmente inserite nel questionario misure sintetiche di fenomeni che, secondo la letteratura di riferimento, costituiscono antecedenti o conseguenze teoriche del costrutto indagato. Anche in questo caso, un'analisi tipica da condurre, per verificare il grado di validità della scala, consiste nel calcolare il coefficiente di correlazione tra la scala e le misure dei fenomeni ritenuti collegati: valori elevati di questo coefficiente indicano un buon grado di validità della scala, e viceversa. In alternativa, è altresì possibile condurre un'ANOVA, allo scopo di verificare se le singole misure dei fenomeni teoricamente associati al costrutto indagato variano in modo coerente, rispetto ai diversi livelli di intensità dello stesso. Inoltre, si possono condurre due ulteriori tipi di analisi: la versione multivariata dell'Analisi della varianza (MANOVA) e quella chiamata post-hoc test che verranno descritte nel Capitolo 3. Infine, determinando il grado in cui la misura del costrutto indagato correla con altre disegnate per misurare lo stesso costrutto, si genera o meno evidenza di validità convergente; determinando il grado in cui questa misura correla con altre che non si suppone valutino aspetti legati al costrutto di interesse, si genera o meno evidenza di validità discriminante.

6. Il passo conclusivo consiste nel determinare le *norme*, cioè valutare la posizione di ciascun individuo con riferimento alle caratteristiche misurate, confrontando il suo punteggio con quello ottenuto dagli altri rispondenti¹.

Nei capitoli successivi, il Capitolo 2 e il Capitolo 3, verranno descritte, rispettivamente, la scala *multi-item* oggetto di studio in questa tesi e le analisi condotte per valutarne la bontà, sulla falsariga della procedura e degli strumenti appena descritti.

¹ In letteratura sono presenti ulteriori contributi, rilevanti e più recenti, riguardanti lo sviluppo di scale di misura *multi-item*. Tra questi, quello di De Vellis (1991), che raffina il metodo per ottenere scale di misura valide, affidabili e generalizzabili.

Capitolo 2

UNA SCALA PER MISURARE LA SODDISFAZIONE DEL CONSUMATORE RIFERITA AD UN BENE *SHOPPING*

In questo capitolo viene descritta la scala oggetto di studio in questa tesi, gli item che la costituiscono e i dati raccolti. Inoltre, viene descritto il nuovo paradigma, su cui si basa la definizione di soddisfazione, a cui questa scala fa riferimento.

I dati usati in questa tesi sono stati raccolti utilizzando una scala che si propone di misurare la soddisfazione del consumatore in relazione all'acquisto di un paio di jeans di marca con alle spalle una forte comunicazione pubblicitaria. Con l'intento che gli intervistati facessero riferimento ad una esperienza realmente vissuta, non volendo limitare la dimensione del campione, non è stata specificata una marca ma è stato richiesto all'intervistato di fare riferimento ad un paio di jeans a scelta purché fosse un prodotto con una forte comunicazione pubblicitaria alle spalle. Questo prodotto appartiene alla categoria dei beni *shopping*. I beni *shopping*, detti anche beni di soddisfazione si caratterizzano per una frequenza di acquisto moderata, infatti l'acquisto è saltuario, e un prezzo medio-alto; inoltre la scelta è frutto di ponderazione e selezione. I consumatori operano una consistente ricerca, tra più punti vendita e tra più marche, per raccogliere informazioni sulla categoria di appartenenza, sulle opzioni e sui prezzi, e per mettere a confronto le alternative sulla base della convenienza, dello stile e dei costi. Il coinvolgimento è elevato e la procedura di apprendimento di tipo affettivo, ovvero basato sull'intuito e sull'emozione poiché sono prodotti legati all'immagine che il consumatore vuole dare di sé. Questa tipologia di beni è sottoposta ad una valutazione da parte del consumatore più sovente rispetto alle altre categorie; infatti, i beni *convenience*, per il loro basso prezzo ed alta frequenza di acquisto, consentono al consumatore di acquistarli più per un'abitudine di spesa che a seguito di una valutazione; mentre, per quanto riguarda i beni *specialty*, la loro bassa frequenza di acquisto rende meno frequente l'espressione di un giudizio di soddisfazione.

2.1 Riesame del *Paradigma della discrepanza*

La scala utilizzata è stata disegnata in un contesto di ricerca che ha come obiettivo quello di misurare la soddisfazione del consumatore considerando tutti gli aspetti coinvolti nell'esperienza di consumo. La

soddisfazione del consumatore (Guido, Bassi, e Peluso, 2010) è stata tradizionalmente considerata, all'interno del paradigma della discrepanza, come l'esito positivo della comparazione tra le aspettative presenti prima dell'acquisto di un bene, che sono lo *standard* di confronto nella mente del consumatore, e la *performance* percepita con il suo utilizzo. La *performance* percepita del prodotto, si differenzia dalla *performance* oggettiva a causa del processo di percezione attraverso il quale gli individui elaborano le informazioni o stimoli a cui sono sottoposti. La soddisfazione del consumatore è definita come uno stato psicologico post-acquisto che rappresenta la valutazione di una esperienza di consumo. Dal punto di vista della misurazione, la soddisfazione è una funzione additiva degli attributi posseduti dall'oggetto, che hanno importanza per il consumatore e per questo entrano in gioco nel determinarne la soddisfazione.

il paradigma della discrepanza tuttavia presenta dei limiti, poiché ad incidere sulla soddisfazione non è mai il solo compimento delle funzioni per cui il bene è stato acquistato, ma l'intera esperienza di consumo, che si estende dal momento in cui il prodotto è scelto fino a quando viene dismesso.

La presenza di limiti intrinseci nel paradigma della discrepanza ha portato ad una rivisitazione di quest'ultimo, gettando le basi per un nuovo approccio che è lo stesso a cui si fa riferimento nel costruire la scala utilizzata in questa tesi. Con la rivisitazione di tale paradigma (Guido, Bassi, e Peluso, 2010) il secondo termine di confronto viene ampliato passando dalla semplice *performance* del prodotto all'intera esperienza di consumo: le attese maturate dal consumatore, sulla base delle proprie aspettative e desideri, sono relative a tutte le fasi, a monte e a valle, dell'utilizzo del bene e all'esperienza di consumo considerata nella sua totalità e complessità. Questa visione innovativa impone lo sviluppo di nuovi strumenti di misurazione della soddisfazione del consumatore; una scala per la misura della soddisfazione che si basi su questo nuovo approccio deve tenere in considerazione ed essere in grado di valutare l'intera esperienza di consumo, tenendo in considerazione due tipi di approccio:

- cognitivo-razionale, secondo il quale l'esperienza di consumo incorpora le fasi che vanno dall'insorgere dell'esigenza di consumare, all'acquisto e utilizzo del bene
- emotivo-esperienziale, secondo il quale l'esperienza di consumo incorpora anche gli aspetti simbolici che influenzano il vissuto degli individui in rapporto ai beni acquistati.

La scala quindi può essere definita come lo strumento per misurare la soddisfazione interpretata come l'esito positivo del confronto tra l'esperienza di consumo del prodotto considerata nel suo complesso e le aspettative dell'individuo. Pertanto deve essere in grado di considerare non solo la *performance* del prodotto, ma tutto ciò che ruota intorno all'esperienza vissuta col prodotto stesso e che incide sulla soddisfazione sperimentata. Inoltre, deve consentire di distinguere la soddisfazione generata dalle varie fasi del processo di consumo e di comprenderne la diversa incidenza sulla soddisfazione complessiva. Bisogna tenere presente, che per disporre di uno strumento di facile utilizzo, è necessario apportare due semplificazioni operative:

1. per prima cosa, nonostante l'esperienza debba essere considerata nel suo complesso, nella pratica viene considerata come unione di diversi aspetti che, sommati tra loro, danno il grado di soddisfazione;
2. per seconda, nonostante la soddisfazione si sviluppi in un certo arco temporale, nella pratica viene misurata in modo puntuale, ad un certo istante, come "livello di soddisfazione".

La soddisfazione derivante da un singolo atto di consumo va intesa come l'esito della soddisfazione sperimentata in ogni singola fase del processo di consumo avvenuta fino a quel momento.

2.2 Gli item che compongono la scala e il questionario in cui è inserita

La scala adottata è composta da 23 item suddivisi in cinque gruppi ognuno dei quali si riferisce a una diversa fase dell'esperienza di consumo in ordine consecutivo.

- Gli item E1-E2 riguardano la fase di riconoscimento del bisogno e quindi l'insorgere dell'esigenza di consumo, indagando quali aspetti influiscono maggiormente nel determinare i bisogni e i desideri del consumatore (aspetti sui quali si concentra l'attività comunicativa delle imprese) inducendolo all'acquisto;
- gli item R1-R6 riguardano la fase di raccolta delle informazioni e indagano sulle informazioni ricercate dal consumatore prima dell'acquisto e le modalità di raccolta di queste ultime, si cerca di evidenziare i criteri in base ai quali vengono valutate le informazioni raccolte come chiarezza, attendibilità e accessibilità;
- gli item V1-V4 si riferiscono alla fase di valutazione delle alternative ed esaminano i parametri di giudizio e i criteri utilizzati dal consumatore nella selezione delle alternative d'acquisto;
- gli item U1-U5 riguardano la decisione d'acquisto e l'utilizzo del bene e si soffermano sugli elementi che inducono un individuo ad acquistarlo (prezzo, qualità, servizi del punto vendita ecc...);
- gli item P1-P6 riguardano la valutazione post-acquisto, in particolare i criteri in base ai quali il consumatore valuta la performance del prodotto, e altri aspetti legati all'esperienza post-acquisto.

Nel questionario che è stato somministrato agli individui del campione oggetto di studio, sono stati inclusi degli ulteriori item funzionali alla valutazione della validità del criterio (item S1) e del costrutto (item C1, C2, C3). Il primo riguarda la soddisfazione complessiva e chiede di esprimere in modo sintetico e diretto il grado di soddisfazione riguardo l'esperienza di consumo considerata nel suo complesso; gli item C1, C2, C3, invece, riguardano l'intenzione di riacquisto, il passaparola positivo e le lamentele nei confronti del prodotto rispettivamente.

Nell'ambito di questa indagine per ognuno degli item E1-P6 e l'item S1 è stata adottata una scala Likert a sette modalità attraverso la quale l'intervistato poteva esprimere il proprio grado di soddisfazione riguardo l'aspetto dell'esperienza di consumo a cui l'item era riferito su una scala ordinata da uno a sette, in cui uno esprime *completa insoddisfazione* e sette *completa soddisfazione*; anche per gli item C1, C2 e C3 è stata adottata una scala Likert a sette modalità; in questo caso è stato chiesto all'intervistato di esprimere il proprio grado di accordo con le affermazioni rappresentate da questi item attraverso un giudizio da uno a sette, dove uno rappresenta *completo accordo* e sette *completo disaccordo* con l'affermazione.

Infine per completare il questionario sono state inserite due domande riguardanti i dati socio-demografici dell'individuo in particolare il sesso e l'età. Per la rilevazione del sesso è stata utilizzata una domanda chiusa ad alternativa semplice cioè con due sole possibilità di risposta, *maschio* o *femmina*, mentre per l'età è stata usata una domanda aperta con lo spazio per inserire il numero di anni.

Nell'introduzione al questionario è stata inserita una domanda di *screening* in modo che fosse somministrato solo a chi avesse avuto una esperienza di consumo con prodotto oggetto di indagine.

2.3 La raccolta dei dati: metodo di campionamento e di intervista

Il questionario è stato somministrato ad un campione di 300 rispondenti la cui estrazione è avvenuta su base non probabilistica, non essendo disponibile una lista completa della popolazione oggetto di indagine, cioè tutti gli acquirenti di jeans di marca. Di conseguenza la scelta delle unità campionarie non è avvenuta su base casuale ma secondo criteri di convenienza, e non è nota la probabilità che ogni elemento ha di essere selezionato. Il campionamento non probabilistico può essere di varie tipologie a seconda delle modalità con cui le unità statistiche vengono estratte; nel caso in questione sono state utilizzate diverse procedure. Le prime unità del campione sono state selezionate adottando una procedura a *scelta ragionata*, attraverso la quale l'intervistatore seleziona le unità sulla base della propria esperienza, facendo in modo di ottenere un campione rappresentativo della popolazione. In questo caso è stata attuata pensando alle persone conosciute dall'intervistatore alle quali quest'ultimo aveva visto indossare un paio di *jeans* di marca almeno una volta. Successivamente, non avendo ancora raggiunto il numero di unità campionarie desiderato, la selezione dei rispondenti è proseguita attraverso un campionamento *di convenienza*, con cui si selezionano le unità che consentono il minor dispendio di risorse economiche, temporali, di energia ecc. all'intervistatore, intervistando alcune persone fuori dai negozi di abbigliamento. Infine, per completare il campione è stato adottato un metodo di selezione *a palla di neve*, che costituisce una specificazione particolare del campionamento a scelta ragionata caratterizzata dallo scegliere una prima unità casualmente e le successive sulla base delle informazioni fornite dall'unità precedente,

chiedendo a persone di conoscenza dell'intervistatore, che erano già state intervistate, di distribuire o inviare via *e-mail* il questionario ad amici o conoscenti che avessero acquistato almeno una volta un paio di *jeans* di marca.

La maggior parte dei questionari è stata somministrata personalmente da un intervistatore (250) e i restanti (50) sono stati somministrati via *e-mail*. Una parte dei 250 questionari cartacei è stata somministrata nei pressi di negozi di abbigliamento che vendono jeans di marca cercando di intervistare soggetti di entrambi i sessi che fossero abbastanza adulti per poter effettuare da soli l'acquisto (maggiori di quattordici anni) in modo da avere un campione distribuito omogeneamente per sesso e fascia d'età. Nel farlo si sono riscontrate parecchie difficoltà in quanto non tutti gli intervistati si sono dimostrati disponibili. Tra coloro che hanno accettato di sottoporsi all'intervista pensandola veloce, probabilmente ingannati dall'impostazione grafica del questionario, con le domande concentrate in due sole facciate di un unico foglio, alcuni, al dilungarsi della stessa, hanno dimostrato insofferenza dando l'impressione di rispondere senza ragionare, altri, alla visione della seconda facciata di domande, l'hanno sospesa lasciandola a metà.

Si può ipotizzare che coloro che non hanno accettato di sottoporsi alla somministrazione del questionario avessero caratteristiche diverse rispetto quelle di chi ha risposto.

Inoltre, bisogna sottolineare come la rilevazione nei pressi dei negozi sia potenzialmente soggetta a distorsione dovuta a tre elementi:

- il *punto vendita*, poiché i clienti di uno stesso punto vendita abitano generalmente nella stessa zona o quartiere e hanno più o meno le stesse abitudini di consumo, oltre al fatto che i frequentatori più assidui hanno maggiore probabilità di essere intervistati;
- il *luogo fisico*, poiché i clienti in entrata e in uscita dal negozio possono avere una disponibilità diversa all'intervista e avere cambiato atteggiamento nel corso della loro visita al negozio;
- l'*orario*, in quanto la composizione della clientela in diverse fasce della giornata è molto diversificata.

Per la somministrazione si è cercato di scegliere giorni diversi della settimana, momenti diversi della giornata e luoghi differenti. Il maggior numero di interviste è stato raccolto il sabato pomeriggio nei pressi di negozi situati nel centro storico di Padova o in zone limitrofe. Questo perché le persone che il sabato pomeriggio lo frequentano sono lì per divertimento e svago, quindi hanno più tempo a disposizione e conseguentemente maggiore disponibilità a dedicare qualche minuto all'intervista. Negli altri giorni della settimana è stato più difficile trovare persone che fossero disponibili all'intervista per il fatto che molte erano di fretta.

La scelta della somministrazione del questionario via *e-mail* si è resa necessaria per avere il maggior numero di dati nel minor tempo possibile, nella consapevolezza che la maggior parte dei soggetti avrebbe risposto senza riflettere alle domande che fossero risultate meno chiare. Dei quattrocento questionari inviati via *e-mail* ne sono tornati solo una minima parte (50), probabilmente perché molte persone non

hanno consultato la propria casella di posta elettronica dopo l'invio del questionario o non avevano voglia di rispondere.

Dopo aver descritto la scala, il metodo di campionamento e di intervista, in questo capitolo, nel successivo verranno presentate le analisi svolte per valutare la bontà di questo strumento, allo scopo di comprenderne l'adeguatezza per rilevare ciò per cui è stato pensato, ossia la soddisfazione.

Capitolo 3

VALUTAZIONE DELLA SCALA DI SODDISFAZIONE SEGUENDO IL PROTOCOLLO TRADIZIONALE

Come anticipato in precedenza, in questo capitolo vengono presentati i risultati delle analisi svolte allo scopo di valutare la bontà dello strumento di misurazione adottato. Le analisi sono condotte facendo ricorso a strumenti che si riferiscono a variabili misurate su scala metrica.

La scala è stata valutata seguendo l'approccio tradizionale di cui si è parlato in precedenza e i risultati ottenuti sono illustrati di seguito. In particolare, gli aspetti che sono stati analizzati al fine di valutare la bontà della scala di misura adottata sono

- la affidabilità interna della scala;
- la validità del criterio;
- la validità del costrutto.

3.1 Affidabilità interna della scala

Il primo aspetto ad essere preso in considerazione al fine di valutare la bontà della scala è stata la sua affidabilità interna. L'affidabilità interna della scala è stata misurata sia mediante il coefficiente alfa di Cronbach sia con la tecnica *split-half*, che prevede la suddivisione casuale degli item della scala in due gruppi omogenei di indicatori e il confronto dei relativi punteggi. Il valore dei diversi coefficienti di affidabilità interna della scala è stato: *split-half* $R = 0,674$; Spearman-Brown $Y = 0,806$ (lunghezza diversa); Guttman $G = 0,805$; Cronbach $\alpha = 0,893$. Tutti questi indici assumono un valore soddisfacente in quanto i primi tre sono tutti superiori a 0,60 mentre il coefficiente alfa di Cronbach è compreso tra 0,80 e 0,90. È stata, quindi, condotta una analisi fattoriale, con il Metodo delle componenti principali, su tutti gli item della scala, al fine di verificare la sua dimensionalità. I risultati hanno evidenziato come tutti gli indicatori, ad eccezione degli item E1, R3, R5, saturino prevalentemente il primo fattore estratto, che presenta un auto valore pari a 7,451 e spiega il 32,4% della varianza totale. Tutti gli item ad eccezione dei suddetti indicatori E1, R3, R5, presentano un coefficiente di saturazione superiore alla soglia di 0,35, indicando con ciò una discreta affidabilità interna della scala, confermata anche dai valori dell'*item-to-total correlation* i

quali superano la soglia dello 0,30, ad eccezione dell'item R3, con gli indicatori E1 ed R5 al limite di quest'ultima.

Poiché l'affidabilità di uno strumento di misura è legata alla sua capacità di produrre risultati coerenti nel tempo ed in situazioni analoghe, se in due somministrazioni successive della scala con riferimento allo stesso costrutto e su campioni simili non si ottengono risultati analoghi, lo strumento di misura non può essere considerato affidabile. Per verificare questa proprietà sulla scala utilizzata in questo studio, si è suddiviso il campione di 300 soggetti in due sottocampioni casuali della stessa numerosità, e i punteggi medi sia dei singoli indicatori, sia della scala nel suo complesso, sono stati sottoposti a un *t*-test a campioni indipendenti, al fine di verificare l'esistenza di differenze significative (con un livello di confidenza del 95%). I risultati ottenuti hanno dimostrato che le differenze in questione non sono statisticamente significative ($p > 0,05$) ad eccezione dell'item V2 per il quale la differenza tra la media dei punteggi nei due sottocampioni è statisticamente significativa al 5% ma non al 1%. Nel complesso questi risultati indicano un buon livello di affidabilità della scala. Successivamente, su ciascun sottocampione, sono stati calcolati i coefficienti di affidabilità (*Split-half R*; Spearman-Brown *Y*; Guttman *G*; Cronbach α), riportati in Tabella 3.1, i quali, dal momento che non differiscono troppo tra i due gruppi, forniscono un'altra indicazione di buona affidabilità.

	<i>Split-half R</i>	<i>Spearman-Brown Y</i>	<i>Guttman G</i>	<i>Cronbach α</i>
<i>Campione 1 (n=150)</i>	0,689	0,816	0,815	0,886
<i>Campione 2 (n=150)</i>	0,666	0,800	0,799	0,900

Tabella 3.1 – Coefficienti per la valutazione dell'affidabilità interna degli item nei due sottocampioni

3.2 Validità del criterio della scala

Il secondo aspetto ad essere preso in considerazione al fine di valutare la bontà della scala è la validità del criterio. La validità di uno strumento di misurazione può essere definita come il grado con cui le differenze nei risultati ottenuti riflettono reali differenze presenti nelle caratteristiche degli oggetti misurati, anziché la presenza di errori casuali o sistematici. La validità del criterio (*criterion validity*), in particolare, valuta la misura ottenuta con la scala in relazione ad altre variabili assunte in qualità di criterio significativo, nonché strumento alternativo di misura del costrutto. Per verificare tale proprietà è stato calcolato il coefficiente di correlazione tra il punteggio medio della scala e quello di un ulteriore indicatore, l'item S1 ("Quanto sono soddisfatto complessivamente della mia esperienza con i jeans della marca da me scelta?"), che misura direttamente il grado di soddisfazione del consumatore e costituisce la variabile-

criterio. Le due misure ottenute con la scala e con la variabile criterio devono variare in modo coerente cioè nella stessa direzione e con la stessa intensità. L'indice di correlazione in questione è risultato positivo e piuttosto elevato, pari a 0,721, inoltre è risultato statisticamente significativo, indicando una buona validità della scala.

Per confermare la bontà dello strumento di misurazione e verificare se le due misure considerate variano con la stessa intensità, è stata anche condotta una Analisi della varianza (ANOVA) sulla scala di misura, utilizzando l'item S1 come variabile-criterio. Sono stati calcolati i punteggi medi della scala all'interno dei sette gruppi formati sulla base della variabile criterio. Tali punteggi medi sono pari, rispettivamente, a 0, 64,01, 84,41, 92,14, 106,31, 117,37, 125,51, dove, ad esempio, il valore 64,01 è il punteggio medio sulla scala ottenuto dai rispondenti classificati nella seconda modalità della variabile criterio. I risultati ottenuti con l'ANOVA hanno evidenziato che i punteggi medi della scala all'interno dei sette gruppi, formati sulla base della variabile criterio sono significativamente differenti tra loro ($F = 65,949$, $p < 0,001$), dimostrando come, a valori crescenti della variabile criterio S1, corrispondano valori crescenti sulla scala.

3.3 Validità del costrutto della scala

La validità del costrutto (*construct validity*) è la proprietà della scala di riuscire a misurare realmente l'oggetto di interesse; essa è verificata studiando i punteggi, ottenuti con lo strumento di misura, in relazione ad aspetti strettamente collegati al costrutto che si vuole misurare. A tal fine, sono stati inseriti nel questionario tre ulteriori item di controllo: C1 ("Ho intenzione di acquistare il prodotto in una prossima occasione"); C2 ("Parlerò positivamente dell'esperienza di consumo vissuta con il prodotto"); e C3 ("Non ho lamentele riguardo ad alcun aspetto dell'esperienza di consumo del prodotto), relativi rispettivamente all'intenzione di riacquisto, al passaparola positivo e all'assenza di lamentele quali conseguenze della soddisfazione.

Per verificare la validità del costrutto della scala, è stata condotta, innanzitutto, una analisi di correlazione tra la scala e le variabili di controllo. I risultati hanno evidenziato una correlazione positiva e piuttosto elevata tra il punteggio complessivo della scala e le tre variabili di controllo C1, C2 e C3 pari a 0,628, 0,700 e 0,602 rispettivamente; inoltre tutti questi valori sono risultati statisticamente diversi da zero. Al fine di verificare se l'effetto del grado di soddisfazione influisce sulle precedenti tre variabili di controllo, successivamente, sono stati individuati tre livelli di soddisfazione (basso, medio e alto) in base alla distribuzione delle risposte degli intervistati. In particolare, gli intervistati che hanno totalizzato un punteggio sulla scala non superiore al venticinquesimo percentile, pari a 99, sono stati considerati come

soggetti con un basso livello di soddisfazione; quelli che hanno totalizzato un punteggio compreso tra il venticinquesimo e il settantacinquesimo percentile, ossia tra 100 e 122, come soggetti con un livello medio di soddisfazione; mentre quelli che hanno totalizzato un punteggio superiore al settantacinquesimo percentile, come soggetti con un elevato grado di soddisfazione. Sono state quindi condotte tre ANOVA sulle variabili di controllo (C1, C2, C3), considerando come variabile dipendente il loro punteggio medio e come variabile indipendente il livello di soddisfazione (basso, medio, o alto) dei soggetti. I risultati ottenuti hanno dimostrato l'esistenza di un effetto statisticamente significativo del livello di soddisfazione sulle tre variabili di controllo.

Per verificare la validità del costrutto sono state condotte due ulteriori tipi di analisi

- Post-hoc test;
- Analisi della varianza multivariata (MANOVA).

Riguardo il primo, questo tipo di analisi, detta anche confronto a posteriori, consente di valutare la significatività statistica delle differenze ottenute confrontando i valori medi assunti dalle variabili di controllo (C1, C2 e C3) rispetto a tutte le possibili coppie di gruppi in cui sono stati classificati gli individui sulla base del livello di soddisfazione (basso, medio o alto).

I risultati del test a posteriori confermano che i punteggi medi sui tre item, riportati nella Tabella 3.2, inseriti per valutare la validità del costrutto, crescono in modo statisticamente significativo all'aumentare del livello di soddisfazione dell'individuo, confermando la validità del costrutto della scala.

<i>Variabili</i>	<i>Livello di soddisfazione</i>		
	<i>Basso</i>	<i>Medio</i>	<i>Alto</i>
<i>C1</i>	4,066	5,503	6,324
<i>C2</i>	3,868	5,471	6,366
<i>C3</i>	3,763	5,144	5,887

Tabella 3.2 – Punteggi medi sui tre item inseriti per valutare la validità del costrutto nei tre gruppi definiti dalla nuova variabile “Livello di soddisfazione”

Riguardo il secondo, l'Analisi della varianza multivariata (MANOVA – *Multivariate ANalysis Of VAriance*), considera tutti e tre gli item C1, C2 e C3 simultaneamente con riferimento a ciascun livello di soddisfazione e le loro medie sono risultate statisticamente differenti in corrispondenza dei tre livelli considerati. Questo risultato significa che i rispondenti che hanno totalizzato un punteggio basso sulla scala hanno assegnato punteggi alle tre variabili di controllo che sono stati diversi da quelli assegnati dai rispondenti che hanno totalizzato un punteggio medio o elevato, e questa risulta essere una prova ulteriore della validità della scala oggetto di studio.

3.4 Considerazioni conclusive

In conclusione, secondo le linee guida e raccomandazioni sviluppate in letteratura, i risultati delle analisi appena descritte portano a concludere che la scala adottata per misurare la soddisfazione del consumatore con riferimento ad un bene *shopping*, è unidimensionale valida e affidabile.

Questa tesi si propone di discutere i risultati sopra esposti partendo dalla considerazione che nell'ambito della procedura adottata, le proprietà della scala di misura sono state valutate applicando delle tecniche statistiche che assumono che le variabili generate dagli item siano misurate su scala metrica. Nel seguito l'obiettivo sarà mostrare come l'analisi basata su modelli a classi latenti (LC), che considerano esplicitamente la natura ordinale delle variabili osservate, permetta una valutazione più accurata della bontà della scala. Un altro vantaggio dell'analisi a classi latenti sta nel fatto che permette di considerare la natura non osservabile dell'oggetto che la scala si prefigge di misurare, ossia la soddisfazione. In particolare, ci sono tre aspetti della procedura per lo sviluppo di una scala di misura che meritano attenzione:

- 1) nel valutare la dimensionalità della scala, l'analisi fattoriale che tradizionalmente viene impiegata ed il cui utilizzo è fortemente raccomandato, è sostituita da una estensione dei modelli a classi latenti, che risulta essere maggiormente appropriata e si identifica nei modelli fattoriali a classi latenti;
- 2) per valutare la validità del criterio viene proposto un approccio che prende in considerazione esplicitamente il fatto che l'oggetto di interesse, che deve essere misurato, non è direttamente osservabile;
- 3) nel valutare la validità del costrutto, i coefficienti di correlazione sono sostituiti dai modelli di regressione a classi latenti che si rivelano più adatti per la natura ordinale delle variabili coinvolte.

Nel capitolo seguente, dunque, verranno presentati questi modelli, che poi saranno utilizzati per condurre delle nuove analisi, i cui risultati verranno confrontati con quelli appena descritti al fine di comprendere il contributo che un'analisi a classi latenti può dare all'implementazione di analisi di questo tipo finalizzate a valutare l'adeguatezza di uno strumento di misura.

Capitolo 4

MODELLI A CLASSI LATENTI

Poiché lo scopo di questa tesi consiste nel condurre delle nuove analisi, i cui risultati saranno confrontati con quelli sopracitati, basate sull'impiego di modelli a classi latenti, per valutare la bontà della scala oggetto di studio, in questo capitolo vengono presentati i modelli a classi latenti utili a condurle. In particolare, vengono presentati i modelli a classi latenti di tipo *cluster* (*LC cluster models*), i modelli fattoriali a classi latenti (*LC factor models*) e i modelli di regressione a classi latenti (*LC regression models*). La modellazione a classi latenti fu presentata per la prima volta da Lazarsfeld ed Henry (1968) come un modo per esprimere variabili latenti di tipo attitudinale a partire dagli item dicotomici impiegati nell'effettuare un sondaggio. Diversamente da tecniche come l'analisi fattoriale, che assume che le variabili latenti siano continue, questi modelli assumono che la variabile latente sia di tipo categoriale, e il loro ambito di applicazione ha uno spettro più ampio. La metodologia di utilizzo è stata formalizzata ed estesa alle variabili nominali da Goodman (1974a, 1974b), che ha sviluppato anche l'algoritmo, basato sulla massima verosimiglianza (*ML*), sul quale si basano molti programmi software utilizzati oggi per la stima di modelli a classi latenti. In anni recenti, i modelli a classi latenti sono stati estesi ulteriormente al fine di includere variabili osservabili di diversa natura (nominali, ordinali, continue e conteggio) e covariate, come anche per gestire dati sparsi, soluzioni di frontiera, e aspetti problematici in altri ambiti.

In questo capitolo, verranno descritti tre importanti casi particolari di modelli a classi latenti che hanno come ambito di applicazione analisi di tipo *cluster*, fattoriale e di regressione.

- 1) Il modello a classi latenti di tipo *cluster* applicato a variabili nominali, ossia il modello a classi latenti tradizionale, del quale saranno discussi alcuni limiti e verrà mostrato come recenti estensioni possano essere usate per superarli;
- 2) il modello fattoriale a classi latenti;
- 3) il modello di regressione a classi latenti.

4.1 La modellazione tradizionale: il modello a classi latenti di tipo *cluster*

L'analisi tradizionale a classi latenti (i.e. Goodman, 1974b) assume che ogni osservazione appartenga ad una e una sola classe latente t , non osservabile, $t = 1, \dots, T$, e che esista *indipendenza locale* tra le variabili manifeste. Cioè, condizionatamente all'appartenenza ad una certa classe latente, le variabili manifeste

sono mutualmente indipendenti l'una dall'altra. Questo modello può essere espresso usando come parametri le probabilità (non condizionate) di appartenere ad ognuna delle classi latenti e le probabilità di risposta condizionate. Per esempio, nel caso di quattro variabili nominali manifeste A , B , C , e D , e una variabile latente X , si ha

$$\pi_{ijklt}^{ABCDX} = \pi_t^X \pi_{it}^{A|X} \pi_{jt}^{B|X} \pi_{kt}^{C|X} \pi_{lt}^{D|X}, \quad (1)$$

dove π_{ijklt}^{ABCDX} è la proporzione di unità nella tabella di contingenza a cinque vie; π_t^X denota la probabilità di appartenere alla classe latente $t = 1, 2, \dots, T$ della variabile latente X ; $\pi_{it}^{A|X}$ denota la probabilità condizionata di ottenere la i -esima risposta all'item A , da parte degli individui appartenenti alla classe latente t , $i = 1, 2, \dots, I$; e $\pi_{jt}^{B|X}$, $\pi_{kt}^{C|X}$, $\pi_{lt}^{D|X}$, $j = 1, 2, \dots, J$, $k = 1, 2, \dots, K$, $l = 1, 2, \dots, L$, denotano le corrispondenti probabilità condizionate per gli item B , C , e D , rispettivamente.

Haberman (1979: Capitolo 10) ha dimostrato che il modello appena descritto è equivalente ad un modello log-lineare gerarchico che, nel caso di quattro indicatori e una variabile latente, si esprime nel modo seguente:

$$\ln F_{ijklt}^{ABCDX} = \lambda + \lambda_t^X + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_l^D + \lambda_{it}^{AX} + \lambda_{jt}^{BX} + \lambda_{kt}^{CX} + \lambda_{lt}^{DX}, \quad (2)$$

dove F_{ijklt}^{ABCDX} è la frequenza assoluta della generica cella nella tabella di contingenza a cinque vie; i termini ad una variabile $\lambda_t^X, \lambda_i^A, \lambda_j^B, \lambda_k^C$ e λ_l^D , associati alla variabile latente X e ai quattro indicatori manifesti A, B, C e D , sono gli effetti di primo ordine, chiamati *effetti principali*; e i termini a due variabili $\lambda_{it}^{AX}, \lambda_{jt}^{BX}, \lambda_{kt}^{CX}$ e λ_{lt}^{DX} sono gli effetti di secondo ordine, chiamati *effetti di interazione* poiché riguardano l'associazione tra la variabile latente X e gli indicatori osservati. L'assunzione di indipendenza locale è imposta omettendo tutti i termini di interazione che si riferiscono alle associazioni tra gli indicatori.

Perché i parametri log-lineari siano identificabili è necessario imporre alcune restrizioni su di essi. Esistono diversi insiemi di vincoli funzionali a questo scopo, uno di questi, detto *dummy coding*, è costituito dalle seguenti restrizioni:

$$\begin{aligned} \lambda_1^X &= \lambda_1^A = \lambda_1^B = \lambda_1^C = \lambda_1^D = 0, \\ \lambda_{i1}^{AX} &= \lambda_{j1}^{BX} = \lambda_{k1}^{CX} = \lambda_{l1}^{DX} = 0 && \text{per } i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; \\ & && k = 1, \dots, K; l = 1, \dots, L, \\ \lambda_{1t}^{AX} &= \lambda_{1t}^{BX} = \lambda_{1t}^{CX} = \lambda_{1t}^{DX} = 0 && \text{per } t = 2, \dots, T. \end{aligned}$$

La relazione tra i parametri delle due diverse parametrizzazioni del modello a classi latenti, cioè tra le probabilità condizionate e i parametri log-lineari è (Haberman, 1979:551; Heinen, 1993:13-22)

$$\pi_{it}^{A|X} = \frac{\exp(\eta_{i|t}^A)}{\sum_{i'=1}^I \exp(\eta_{i'|t}^A)},$$

con

$$\eta_{i|t}^A = \lambda_i^A + \lambda_{it}^{AX}.$$

In questo caso si considera la probabilità di risposta condizionata $\pi_{it}^{A|X}$ ma in modo analogo avviene per tutte le altre. Se l'indicatore corrispondente è una variabile nominale, ad eccezione dei vincoli di identificazione *dummy coding*, non c'è necessità di imporre ulteriori restrizioni sui parametri λ_{it}^{AX} . D'altro canto, se A è un indicatore di tipo ordinale, il termine a due variabili che compare nella espressione logistica di $\pi_{it}^{A|X}$ è vincolato usando i punteggi di categoria y_i^{A*} ; cioè,

$$\lambda_{it}^{AX} = \lambda_t^A y_i^{A*}.$$

A volte ci si riferisce ad una associazione vincolata di questo tipo con il termine modello associazione-riga o modello associazione-colonna, a seconda che la variabile latente sia vista come variabile di riga o di colonna (Agresti, 2002; Goodman, 1979). Questo modello di associazione produce un modello logit ordinale categoria-adiacente per la variabile risposta A .

Il modello (1) può essere descritto graficamente da un *path diagram*, ossia un modello grafico, nel quale le variabili manifeste non sono collegate l'una all'altra in modo diretto, ma indirettamente attraverso la fonte comune X . Si assume che la variabile latente spieghi tutte le associazioni tra le variabili manifeste. Un obiettivo dell'analisi a classi latenti tradizionale è quello di determinare il più piccolo numero di classi latenti T che sia sufficiente a spiegare le associazioni (relazioni) osservate tra le variabili manifeste.

L'analisi solitamente ha inizio stimando il modello con $T = 1$ classi che rappresenta il riferimento di partenza (H_0), e ipotizza l'indipendenza reciproca tra le variabili. Modello H_0 :

$$\pi_{ijkl}^{ABCD} = \pi_i^A \pi_j^B \pi_k^C \pi_l^D,$$

e in termini log-lineari

$$\ln F_{ijkl}^{ABCD} = \lambda + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_l^D.$$

Assumendo che questo modello *nulla* non si adatti ai dati in modo soddisfacente, allora viene stimato un modello a classi latenti unidimensionale con $T = 2$ classi. Questo processo continua stimando in successione dei modelli a classi latenti in cui si aggiunge di volta in volta una dimensione ulteriore incrementando di 1 il numero delle classi, fino a quando non si trova il modello più semplice con il migliore adattamento ai dati.

4.1.1 Stima dei parametri

In questo sottoparagrafo verrà illustrata la procedura, tracciata inizialmente da Goodman (1974a, 1974b, e 1979), per ottenere le stime di massima verosimiglianza (MLE) delle probabilità condizionate e delle probabilità (marginali) di appartenere ad una certa classe latente. A differenza dei metodi determinanti proposti in precedenza per stimare queste quantità (Anderson, 1954; Lazarsfeld ed Henry, 1968), la procedura basata sulla massima verosimiglianza proposta da Goodman fornisce delle stime che non possono trovarsi al di fuori dell'intervallo consentito (0,1). Inoltre, nonostante McHugh (1956) avesse suggerito un metodo di stima efficiente per i modelli a classi latenti, la procedura delineata da Goodman è più semplice e generale. Di conseguenza, gli stimatori che si ottengono applicandola rappresentano una svolta cruciale rispetto a quelli ottenuti con gli altri approcci in precedenza.

Goodman (1974a, e 1979) rileva che quando si è in presenza di un insieme di proporzioni, p_{ijkl} , di individui che si trovano ai livelli (i, j, k, l) di una tabella di contingenza osservata relativa alle variabili (A, B, C, D) , è possibile utilizzare metodi standard per verificare che le stime di massima verosimiglianza dei parametri soddisfano il seguente insieme di equazioni:

$$\hat{\pi}_t^X = \sum_{ijkl} p_{ijkl} \hat{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}, \quad (3)$$

$$\hat{\pi}_{it}^{A|X} = \frac{\sum_{jkl} p_{ijkl} \hat{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}, \quad (4)$$

$$\hat{\pi}_{jt}^{B|X} = \frac{\sum_{ikl} p_{ijkl} \hat{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}, \quad (5)$$

$$\hat{\pi}_{kt}^{C|X} = \frac{\sum_{ijl} p_{ijkl} \hat{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}, \quad (6)$$

$$\hat{\pi}_{lt}^{D|X} = \frac{\sum_{ijk} p_{ijkl} \hat{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}, \quad (7)$$

dove le quantità con l'accento circonflesso sono le stime di massima verosimiglianza dei parametri corrispondenti e $\pi_{tijk}^{X|ABCD}$ indica la probabilità condizionata che una osservazione al livello (i, j, k, l) della variabile osservata (A, B, C, D) appartenga alla classe t della variabile latente X . Questo insieme di equazioni, a sua volta, permette di ottenere le stime di massima verosimiglianza delle probabilità condizionate e marginali del modello a classi latenti, attraverso l'applicazione del processo iterativo chiamato *algoritmo EM* (*Expectation – Maximization*). Esso consiste nel fornire i valori iniziali delle stime dei parametri da utilizzare per ottenerne di nuove che a loro volta vengono impiegate in questo modo, attraverso una procedura iterativa di stima e ri-stima che produce quelle di massima verosimiglianza cercate.

Siano $\bar{\pi}_t^X, \bar{\pi}_{it}^{A|X}, \bar{\pi}_{jt}^{B|X}, \bar{\pi}_{kt}^{C|X}$ e $\bar{\pi}_{lt}^{D|X}$ le stime iniziali dei parametri, allora si ottiene il valore iniziale $\bar{\pi}_{ijkl}^{ABCDX}$ attraverso la seguente equazione:

$$\bar{\pi}_{ijkl}^{ABCDX} = \bar{\pi}_t^X \bar{\pi}_{it}^{A|X} \bar{\pi}_{jt}^{B|X} \bar{\pi}_{kt}^{C|X} \bar{\pi}_{lt}^{D|X}. \quad (8)$$

A sua volta questo valore iniziale viene utilizzato per calcolarne due ulteriori, $\bar{\pi}_{ijkl}$ e $\bar{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}$, nel modo seguente:

$$\bar{\pi}_{ijkl} = \sum_{t=1}^T \bar{\pi}_{ijkl}^{ABCDX}, \quad (9)$$

$$\bar{\pi}_{tijk}^{X|ABCD} = \frac{\bar{\pi}_{ijkl}^{ABCDX}}{\bar{\pi}_{ijkl}}. \quad (10)$$

A questo punto ricorrendo alle proporzioni osservate, p_{ijkl} , è possibile ottenere un nuovo valore per la stima della probabilità marginale di appartenere alla classe latente t , $\bar{\pi}_t^X$, attraverso l'equazione (3):

$$\bar{\pi}_t^X = \sum_{ijkl} p_{ijkl} \bar{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}. \quad (11)$$

Questo, a sua volta, può essere utilizzato per produrre nuovi valori per le stime delle probabilità condizionate, $\bar{\pi}_{it}^{A|X}, \bar{\pi}_{jt}^{B|X}, \bar{\pi}_{kt}^{C|X}$ e $\bar{\pi}_{lt}^{D|X}$, attraverso le equazioni (4), (5), (6) e (7):

$$\bar{\pi}_{it}^{A|X} = \frac{\sum_{jkl} p_{ijkl} \bar{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}, \quad (12)$$

$$\bar{\pi}_{jt}^{B|X} = \frac{\sum_{ikl} p_{ijkl} \bar{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}, \quad (13)$$

$$\bar{\pi}_{kt}^{C|X} = \frac{\sum_{ijl} p_{ijkl} \bar{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}, \quad (14)$$

$$\bar{\pi}_{lt}^{D|X} = \frac{\sum_{ijk} p_{ijkl} \bar{\pi}_{tijk}^{X|ABCD}}{\hat{\pi}_t^X}. \quad (15)$$

Il processo iterativo, quindi, comincia con i valori iniziali delle stime delle probabilità condizionate e delle probabilità (marginali) di appartenere ad una certa classe latente, da utilizzare nell'equazione (8); quelle che si ottengono dalle quantità sul lato sinistro di questa equazione, vengono poi sfruttate nelle equazioni (9) e (10) e, successivamente, è possibile ottenere nuove stime delle probabilità condizionate e marginali attraverso le equazioni (11), (12), (13), (14) e (15). Infine, con le stime così ottenute viene fatto ricominciare il processo in modo iterativo.

Per arrestare questa procedura di stima e ri-stima, si possono utilizzare due metodi diversi:

1. Il primo consiste nello stabilire il numero di iterazioni da completare;
2. il secondo consiste nel confrontare, al termine di ogni iterazione, le stime delle probabilità condizionate e marginali ottenute attraverso le equazioni (11) – (15) con quelle inserite nell'equazione (8); se le differenze tra le stime sono inferiori ad un certo ammontare predeterminato (*tolleranza*), il processo si arresta.

Lo svantaggio del primo metodo è che le stime possono continuare a cambiare in modo significativo tra una iterazione e l'altra.

Nello stimare i parametri di un modello ci sono tre aspetti che devono essere tenuti presente:

1. le equazioni di verosimiglianza potrebbero ammettere molteplici soluzioni, cioè possono esistere più insiemi di probabilità condizionate e marginali che le soddisfano per ciascun numero di classi T fissato. In altre parole, le stime di massima verosimiglianza possono rappresentare un massimo locale invece che globale, e per questo motivo bisognerebbe provare diversi insiemi di valori iniziali dei parametri nell'equazione (8). Tuttavia, questo rappresenta un problema relativo poiché la maggior parte delle volte insiemi diversi di valori iniziali producono gli stessi valori finali delle stime.
2. Il numero di parametri stimabili è limitato dai gradi di libertà disponibili associati alla tabella di contingenza relativa alle variabili osservate, pari a $IJKL - 1$. Solo quando il numero di parametri distinti è inferiore a quello dei gradi di libertà della tabella di contingenza considerata è possibile stimare il modello e al tempo stesso testarne la bontà di adattamento.
3. Il modello può non essere identificato, cioè può non essere possibile ottenere stime uniche dei parametri. Una condizione necessaria e sufficiente per determinare l'*identificabilità locale* dei

parametri è fornita dallo stesso Goodman (1974a), e si basa sulla determinazione del rango della matrice di dimensioni $(IJKL - 1) \times ([I + J + K + L - 3]T - 1)$ delle derivate parziali delle probabilità π_{ijkl} non ridondanti rispetto ai parametri distinti del modello, ossia la matrice seguente in cui ogni elemento è la derivata parziale di quello di riga rispetto a quello di colonna corrispondente.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \pi_{1111}}{\partial \pi_1^X} & \dots & \frac{\partial \pi_{1111}}{\partial \pi_{(L-1),T}^{D|X}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \pi_{IJKL-1}}{\partial \pi_1^X} & \dots & \frac{\partial \pi_{IJKL-1}}{\partial \pi_{(L-1),T}^{D|X}} \end{pmatrix}.$$

Perché i parametri siano localmente identificabili la matrice precedente deve essere di rango pieno rispetto alle proprie colonne, quindi il rango per colonne deve essere uguale a

$$(I + J + K + L - 3)T - 1.$$

In altre parole, non ci devono essere colonne linearmente dipendenti. Nel caso in cui un modello non sia identificato può essere reso identificabile imponendo delle restrizioni su uno o più parametri, e quando questo avviene il numero dei parametri distinti che devono essere stimati si riduce di un ammontare pari al numero di restrizioni imposte (non ridondanti).

4.1.2 Valutazione della bontà del modello

Vengono ora presentati alcuni metodi utili a valutare la bontà di un modello. Si possono utilizzare numerosi approcci complementari per valutare la bontà di adattamento di un modello a classi latenti, di questi, tre sono illustrati nel seguito.

1. Nell'approccio più frequentemente utilizzato si ricorre alla statistica L^2 (*likelihood ratio chi-squared statistic*) che permette di valutare la misura in cui le stime di massima verosimiglianza (*ML*) per le frequenze attese di ciascuna cella, \hat{F}_{ijkl}^{ABCD} , differiscono da quelle osservate corrispondenti, f_{ijkl}^{ABCD} , sotto l'ipotesi di un modello con T classi:

$$L^2 = 2 \sum_{ijkl} f_{ijkl}^{ABCD} \ln(\hat{F}_{ijkl}^{ABCD} / f_{ijkl}^{ABCD}).$$

Un modello si adatta bene ai dati se il valore della statistica L^2 risulta abbastanza piccolo da poter attribuire al caso la differenza che si riscontra tra le frequenze attese e quelle osservate, cioè cade entro i normali limiti determinati in modo da contenere l'errore statistico che si può commettere, generalmente posto pari ad un livello del 5%.

Gli \hat{F}_{ijkl}^{ABCD} sono calcolati seguendo la seguente procedura a due passi. Per prima cosa, si calcolano le stime di massima verosimiglianza dei parametri del modello che poi vengono sostituite nel lato destro dell'equazione (1), così da ottenere le stime di massima verosimiglianza delle probabilità π_{ijklt}^{ABCDX} , $\hat{\pi}_{ijklt}^{ABCDX}$. Le stime di queste probabilità vengono poi sommate rispetto alle classi latenti, in modo da ottenere le probabilità stimate per ogni cella della tabella di contingenza osservata, e infine moltiplicate per la numerosità campionaria N così da ottenere le stime di massima verosimiglianza per le frequenze attese:

$$\hat{F}_{ijkl}^{ABCD} = N \sum_{t=1}^T \hat{\pi}_{ijklt}^{ABCDX}.$$

Nel caso in cui $\hat{F}_{ijkl}^{ABCD} = f_{ijkl}^{ABCD}$ per ogni cella (i, j, k, l) , l'adattamento del modello sarebbe perfetto e la statistica L^2 sarebbe uguale a zero. Quando il valore di L^2 è superiore a zero, la statistica L^2 fornisce una misura della mancanza di adattamento ai dati da parte del modello, quantificando l'ammontare di associazione (non-indipendenza) che rimane inspiegata dal modello. Quando N è abbastanza grande, L^2 segue una distribuzione chi-quadrato e, come regola generale, il numero di gradi di libertà (df) è uguale al numero di celle nella tabella di contingenza, meno il numero di parametri distinti M , meno uno. Per esempio, nel caso di quattro variabili categoriali, il numero di celle è pari a $IJKL$, e il numero di parametri è il seguente:

$$M = T - 1 + T[(I - 1) + (J - 1) + (K - 1) + (L - 1)]$$

M è ottenuto contando le $T - 1$ distinte probabilità di appartenere ad una classe latente e, per ognuna di esse, le $I - 1$ distinte probabilità condizionate associate alle categorie della variabile A , le $J - 1$ distinte probabilità condizionate associate alle categorie della variabile B , e così via. Poiché le probabilità sommano a uno, per ogni variabile manifesta la probabilità associata ad una categoria è ridondante (e quindi non viene conteggiata come parametro *distinto*): infatti può essere ottenuta come 1, meno la somma delle altre. Nel caso del modello nullo, risulta $M(H_0) = (I - 1) + (J - 1) + (K - 1) + (L - 1)$, di conseguenza l'espressione che indica il numero di gradi di libertà,

$$df = IJKL - M - 1,$$

può essere riscritta come

$$df = IJKL - [1 + M(H_0)]T.$$

Pertanto, a partire dal modello nullo, ogni volta che si incrementa di una unità il numero di classi latenti, quello di parametri distinti aumenta di $1 + M(H_0)$ e i gradi di libertà diminuiscono dello stesso ammontare.

In situazioni che coinvolgono dati sparsi, la distribuzione chi-quadrato non dovrebbe essere utilizzata per calcolare il p -value perché in questo caso la statistica L^2 non è ben approssimata. Al contrario, un approccio di tipo *bootstrap* può essere usato per stimare p (Langeheine, Pannekoek, e Van de Pol, 1996).

Tipicamente, ci si ritrova con dati sparsi quando il numero di variabili osservate o il numero delle loro categorie è elevato. In questi casi, il numero complessivo di celle della tabella di contingenza risultante è grande rispetto alla numerosità del campione, comportando la presenza di molte celle vuote. I dati risultano sparsi anche quando i modelli a classi latenti sono estesi per includere a variabili continue.

2. Un metodo alternativo per valutare la bontà di adattamento di un modello anche nel caso di dati sparsi, usa uno dei criteri di informazione che prendono in considerazione simultaneamente l'adattamento e la parsimonia del modello stesso. Queste misure, come il criterio di informazione di Akaike (AIC) o il criterio di informazione Bayesiano (BIC), sono molto utili per effettuare confronti tra modelli diversi. Quello più ampiamente utilizzato nell'ambito dell'analisi a classi latenti è il BIC, che può essere definito nel modo seguente

$$\text{BIC}_{L^2} = L^2 - \ln(N) df.$$

Un modello a cui corrisponde un valore più basso del BIC è preferibile rispetto a un modello a cui corrisponde un valore dell'indice più elevato. Una definizione più generale di questo indice si basa sulla log-verosimiglianza (LL) e il numero di parametri (M) invece che su L^2 e df ; e corrisponde alla definizione seguente:

$$\text{BIC}_{LL} = -2LL + \ln(N) M.$$

Di nuovo, uno modello con un valore del BIC più basso è preferibile ad un modello con un valore del BIC più elevato.

3. Se il modello di base (H_0) dimostra di adattarsi bene ai dati, non è necessaria alcuna analisi a classi latenti dal momento che non c'è alcuna associazione tra le variabili che debba essere spiegata. In molti casi, tuttavia, il modello H_0 non si adatta bene ai dati, nel qual caso $L^2(H_0)$ può fungere da misura di riferimento dell'associazione complessiva presente nei dati. Questo suggerisce un terzo approccio per valutare la bontà di adattamento dei modelli a classi latenti che si basa sul confronto degli L^2 associati ai diversi modelli, per i quali $T > 1$, avendo come riferimento il valore di base $L^2(H_0)$, al fine di determinare la riduzione percentuale dell' L^2 . Poiché il grado di associazione presente nei dati può essere quantificato dal valore $L^2(H_0)$, il valore della riduzione percentuale rappresenta l'associazione totale spiegata dal modello. Questo approccio meno formale può essere visto come complementare a quelli più statisticamente precisi basati sull' L^2 e il BIC.

4.1.3 Testare la significatività degli effetti

Il passo successivo nell'analisi a classi latenti tradizionale consiste nell'eliminare dal modello qualsiasi variabile che non mostri di variare in modo significativo tra le classi. Ad esempio, per testare se la variabile A può essere eliminata da un modello a T classi, bisognerebbe testare l'ipotesi nulla che la distribuzione tra le I categorie della variabile A sia la stessa entro ciascuna classe t :

$$\pi_{i1}^{A|X} = \pi_{i2}^{A|X} = \dots = \pi_{iT}^{A|X} \text{ per } i = 1, 2, \dots, I.$$

Per implementare questo test, si ricorre alla relazione tra le probabilità di risposta condizionate e i parametri log-lineari (vedere, e.g., Formann, 1992; Haberman, 1979; Heinen, 1996):

$$\pi_{it}^{A|X} = \frac{\exp(\lambda_i^A + \lambda_{it}^{AX})}{\sum_{i'=1}^I \exp(\lambda_{i'}^A + \lambda_{i't}^{AX})}$$

A questo punto le tecniche standard utilizzate nell'ambito della modellazione log-lineare possono essere utilizzate per testare l'ipotesi nulla, che, riformulata in termini dei parametri log-lineari associati alla relazione AX , può essere espressa nel modo seguente:

$$\lambda_{i1}^{AX} = \lambda_{i2}^{AX} = \dots = \lambda_{iT}^{AX} = 0 \text{ per } i = 1, 2, \dots, I.$$

4.1.4 Classificazione

L'ultimo stadio di un'analisi a classi latenti tradizionale consiste nello sfruttare i risultati ottenuti con la stima del modello per classificare i soggetti nella classe latente appropriata. Per ciascuno schema di risposta (i, j, k, l) , si possono ottenere le stime delle probabilità a posteriori di appartenere ad una certa classe, usando il teorema di Bayes nel modo seguente:

$$\hat{\pi}_{ijkl}^{X|ABCD} = \frac{\hat{\pi}_{ijkl}^{ABCDX}}{\sum_{t=1}^T \hat{\pi}_{ijkl}^{ABCDX}}, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (16)$$

dove il numeratore e il denominatore nell'equazione (16) sono calcolati sostituendo le stime dei parametri ottenute al posto dei corrispondenti parametri nell'equazione (1).

Magidson e Vermunt (2001) e Vermunt e Magidson (2002) si riferiscono a questo tipo di modelli con l'appellativo di modelli classi latenti di tipo *cluster* poiché l'obiettivo di classificare i soggetti in T gruppi omogenei è identico a quello della *cluster analysis*. Ciò che le differenzia è che al posto di usare una misura di distanza ad hoc per definire l'omogeneità, come avviene nell'ambito della *cluster analysis*, l'analisi a classi latenti la definisce in termini di probabilità. Come indicato dall'equazione (1), i casi appartenenti alla stessa classe latente sono simili l'uno all'altro poiché le loro risposte sono generate dalla medesima distribuzione di probabilità.

I casi sono poi assegnati alla classe in corrispondenza della quale la probabilità a posteriori risulta maggiormente elevata (i.e., la classe modale).

4.1.5 Covariate

Una importante estensione del modello a classi latenti tradizionale appena descritto si ottiene includendo delle covariate. Supponendo di avere un modello con tre indicatori categoriali (y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}) , due covariate $(z_{i1}^{cov}$ e $z_{i2}^{cov})$ e una variabile latente (x) con K categorie, il modello a classi latenti di tipo *cluster* è

$$P(y_{i1} = m_1, y_{i2} = m_2, y_{i3} = m_3 | z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov}) = \sum_{x=1}^K P(x | z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov}) \prod_{t=1}^3 P(y_{it} = m_t | x).$$

Da notare che rispetto al modello senza covariate, la probabilità $P(x)$ è stata sostituita con $P(x | z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov})$ che rende la distribuzione di x dipendente da z_{i1}^{cov} e z_{i2}^{cov} . È importante essere consapevoli del fatto che in

questo modo si stanno facendo ulteriori assunzioni sull'indipendenza condizionale: gli indicatori sono assunti indipendenti dalle covariate data la variabile latente x .

Alle probabilità $P(x|z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov})$ vengono imposte delle restrizioni utilizzando un modello di regressione logistica multinomiale, sia per escludere termini di interazione di ordine superiore, sia per poter trattare covariate numeriche (ordinali, a intervalli discreti, o continue). Pertanto risulta

$$P(x|z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov}) = \frac{\exp(\eta_{x|z_{i1}, z_{i2}})}{\sum_{x'=1}^K \exp(\eta_{x'|z_{i1}, z_{i2}})}, \quad (17)$$

con

$$\eta_{x|z_{i1}, z_{i2}} = \lambda_x + \lambda_{x1}z_{i1} + \lambda_{x2}z_{i2}.$$

4.2 La modellazione a classi latenti non tradizionale

Il rifiuto di un modello a classi latenti tradizionale con T classi a causa di un cattivo adattamento ai dati, significa che l'assunzione di indipendenza locale non è valida quando si considerano T classi. In questi casi, la tradizionale strategia per ottenere un modello a classi latenti che si adatti meglio ai dati, consiste nello stimare un modello con $T + 1$ classi. Tuttavia, si possono prendere in considerazione anche strategie diverse per modificarlo. Inoltre, queste strategie alternative possono condurre a modelli più parsimoniosi di quelli tradizionali, e più coerenti con le ipotesi fatte inizialmente. Le alternative prese in considerazione sono le seguenti:

- 1) aggiungere uno o più effetti diretti;
- 2) eliminare uno o più item;
- 3) aumentare il numero di variabili latenti.

La prima opzione è quella di includere parametri di "effetto-diretto" nel modello (Hagenaars, 1988) per tenere conto dell'associazione residua tra le variabili osservate che è responsabile della dipendenza locale. Questo approccio è particolarmente utile quando alcuni fattori esterni, non collegati alla variabile latente, creano una associazione non attinente tra due variabili. Esempi di questi fattori esterni includono l'utilizzo di parole simili nel formulare due domande usate come item nello stesso sondaggio, oppure dello stesso criterio scorretto da parte di due valutatori nel giudicare gli item.

La seconda opzione ha sempre a che vedere con la situazione in cui due variabili, per qualche motivo, sono responsabili della presenza di dipendenza locale. In questi casi, piuttosto che aggiungere un effetto diretto tra le due variabili, potrebbe avere più senso eliminare la dipendenza semplicemente cancellandone

una delle due. Questa strategia di riduzione delle variabili è particolarmente utile in situazioni in cui ci sono *molte* variabili ridondanti.

La terza alternativa è particolarmente utile quando un gruppo di diverse variabili spiega la dipendenza locale. Magidson e Vermunt (2001) mostrano che aumentando la dimensionalità del modello attraverso l'aggiunta di variabili latenti, piuttosto che con l'incremento del numero di classi, spesso, quello *fattoriale* risultante si adatta meglio ai dati di quello tradizionale di tipo *cluster* con lo stesso numero di parametri. Inoltre, i modelli fattoriali a classi latenti sono identificati in alcune situazioni in cui i modelli a classi latenti tradizionali non lo sono.

Una statistica diagnostica chiamata *residuo bivariato* (BVR) può essere utilizzata per lo sviluppo di modelli alternativi a quello tradizionale. Il BVR aiuta a definire con precisione quali relazioni *bivariate* non sono spiegate adeguatamente dal modello a classi latenti e può essere utile per determinare quale delle tre strategie impiegare tra quelle sopracitate. Anche in situazioni in cui la statistica L^2 mostra un buon adattamento *complessivo* del modello, l'adattamento rispetto ad una o più tabelle di contingenza a due-vie può non esserlo e può essere sintomo di un difetto o una debolezza del modello stesso.

Il BVR è dunque una misura formale del grado in cui il modello riesce a cogliere l'associazione osservata tra due variabili. Ogni BVR corrisponde ad una statistica chi-quadrato di Pearson (divisa per i gradi di libertà) che mette a confronto le frequenze osservate nella tabella di contingenza a due-vie associata ad una coppia di variabili con quelle attese, stimate usando il corrispondente modello a classi latenti. Un valore del BVR molto più grande di 1 indica che il modello risulta in qualche modo inadeguato nello spiegare l'associazione che emerge dalla corrispondente tabella di contingenza a due-vie.

4.2.1 I modelli fattoriali a classi latenti

I modelli fattoriali a classi latenti sono stati proposti come alternativa generale alla tradizionale modellazione a classi latenti di tipo esplorativo da Magidson e Vermunt (2001), e, inizialmente, da Goodman (1974a) nell'ambito dell'analisi a classi latenti di tipo confermativo. Certi modelli a classi latenti di tipo tradizionale con quattro o più classi possono essere interpretati in termini di due o più variabili latenti trattando queste ultime come un'unica variabile congiunta. Per esempio, una variabile latente X con $T = 4$ classi può essere espressa in termini di due variabili latenti dicotomiche $V = \{1, 2\}$ e $W = \{1, 2\}$ usando la

seguinte corrispondenza:

	$W = 1$	$W = 2$
$V = 1$	$X = 1$	$X = 2$
$V = 2$	$X = 3$	$X = 4$

In questo modo, $X = 1$ corrisponde a $V = 1$ e $W = 1$, $X = 2$ a $V = 1$ e $W = 2$, $X = 3$ a $V = 2$ e $W = 1$, e $X = 4$ a $V = 2$ e $W = 2$.

Formalmente, per quattro variabili nominali, il modello a classi latenti con quattro classi può essere riparametrizzato come un modello fattoriale a classi latenti non vincolato con due variabili latenti dicotomiche nel modo seguente:

$$\pi_{ijklrs}^{ABCDVW} = \pi_{rs}^{VW} \pi_{ijklrs}^{ABCD|VW} = \pi_{rs}^{VW} \pi_{irs}^{A|VW} \pi_{jrs}^{B|VW} \pi_{krs}^{C|VW} \pi_{lrs}^{D|VW}.$$

Analogamente a quanto accade per i modelli di tipo *cluster*, anche questo modello può essere espresso in una forma log-lineare equivalente del tipo

$$\begin{aligned} \ln F_{ijklrs}^{ABCDVW} = & \lambda + \lambda_r^V + \lambda_s^W + \lambda_{rs}^{VW} + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_l^D + \lambda_{ir}^{AV} + \lambda_{jr}^{BV} + \lambda_{kr}^{CV} + \lambda_{lr}^{DV} + \lambda_{is}^{AW} + \lambda_{js}^{BW} + \lambda_{ks}^{CW} \\ & + \lambda_{ls}^{DW} + \lambda_{irs}^{AVW} + \lambda_{jrs}^{BVW} + \lambda_{krs}^{CVW} + \lambda_{lrs}^{DVW}. \end{aligned} \quad (18)$$

La corrispondenza tra le rappresentazioni (2) e (18) si evince osservando che i termini ad una variabile inerenti alla X , sono ora espressi nel modo seguente:

$$\lambda_{2(r-1)+s}^X = \lambda_r^V + \lambda_s^W + \lambda_{rs}^{VW};$$

e quelli a due variabili che la coinvolgono diventano

$$\lambda_{i,2(r-1)+s}^{AX} = \lambda_{ir}^{AV} + \lambda_{is}^{AW} + \lambda_{irs}^{AVW}, \quad \lambda_{j,2(r-1)+s}^{BX} = \lambda_{jr}^{BV} + \lambda_{js}^{BW} + \lambda_{jrs}^{BVW}, \quad \text{ecc.}$$

Si può verificare che questa riparametrizzazione non altera il numero di parametri distinti del modello. Alla probabilità di risposta condizionata $\pi_{irs}^{A|VW}$, e in modo analogo alle probabilità $\pi_{jrs}^{B|VW}$, $\pi_{krs}^{C|VW}$, $\pi_{lrs}^{D|VW}$, sono imposte delle restrizioni attraverso un modello logit con termini lineari

$$\eta_{i|r,s}^A = \lambda_i^A + \lambda_{iV}^A x_r^{V*} + \lambda_{iW}^A x_s^{W*}.$$

Come si può vedere, ai termini a due variabili sono imposte delle restrizioni usando i punteggi di categoria x_r^{V*}, x_s^{W*} e i termini legati a interazioni di ordine superiore sono escluse dal modello. Come risultato di queste restrizioni, i parametri che descrivono la forza della relazione tra i fattori discreti e gli indicatori (λ_{iV}^A e λ_{iW}^A) possono essere interpretati come coefficienti di saturazione (*factor loadings*).

È possibile individuare alcune differenze importanti tra un modello fattoriale a classi latenti e uno di tipo *cluster*.

1. La principale differenza tra un modello fattoriale a classi latenti e un modello a classi latenti di tipo *cluster* è che il primo può contenere più di una variabile latente;
2. un'altra differenza significativa sta nel fatto che in un modello fattoriale a classi latenti si assume che le categorie delle variabili latenti siano ordinate. Così, piuttosto che lavorare con un'unica variabile latente di tipo nominale, si lavora con una o più variabili latenti dicotomiche o politomiche ordinate.

Il vantaggio di questo approccio è di garantire che ognuno dei fattori discreti (*DFactors*) sia unidimensionale.

Anche tra il modello fattoriale a classi latenti e quello fattoriale-analitico tradizionale esiste una differenza sostanziale legata al fatto che nel primo modello le variabili latenti sono assunte dicotomiche o ordinali, nel secondo continue e normalmente distribuite. Data la forte somiglianza con l'analisi fattoriale tradizionale questo approccio viene chiamato analisi fattoriale a classi latenti.

D'altra parte, come nell'analisi fattoriale, anche nell'ambito dei modelli fattoriali a classi latenti si può procedere aumentando il numero dei fattori latenti discreti fino a quando non si ottiene un modello che mostri un buon adattamento ai dati; questo approccio metodologico fornisce una alternativa generale a quello tradizionale che si basa sull'aumento del numero delle classi latenti al fine di ottenere un modello che si adatti bene ai dati. Pertanto, nell'analisi esplorativa, invece che aumentare il numero delle classi è possibile aumentare il numero dei fattori latenti discreti fino a quando non si ottiene un adattamento soddisfacente.

4.2.1.1 I modelli fattoriali a classi latenti "elementari" ed alcune loro estensioni

Magidson e Vermunt (2001) considerano diversi modelli fattoriali con delle restrizioni e usano la nomenclatura modelli fattoriali a classi latenti *elementari* per riferirsi a quelli contenenti due o più variabili latenti dicotomiche, mutualmente indipendenti l'una dall'altra e che escludono interazioni di ordine superiore dalle probabilità di risposta condizionate. Un modello di questo tipo è analogo all'approccio basato sulla tradizionale analisi fattoriale, in cui molteplici variabili latenti sono usate per modellare

relazioni multidimensionali tra le variabili manifeste. Precisamente, un modello fattoriale a classi latenti elementare si ottiene imponendo due insiemi di vincoli al modello a classi latenti fattoriale corrispondente non vincolato. Nel caso di due fattori latenti discreti, il modello elementare risultante è una forma vincolata del modello a classi latenti di tipo *cluster* con quattro classi. Senza questi vincoli, il modello con due fattori latenti discreti sarebbe non vincolato e quindi equivalente al modello *cluster* con quattro classi.

Il primo insieme di vincoli uguaglia a zero tutti i termini di interazione a tre variabili e quelli di ordine superiore. Nel caso del modello elementare con due fattori latenti discreti, si ha

$$\lambda_{irs}^{AVW} = \lambda_{jrs}^{BVW} = \lambda_{krs}^{CVW} = \lambda_{lrs}^{DVW} = 0;$$

imponendo questi vincoli, i termini a due variabili nel modello elementare con due fattori latenti discreti diventano

$$\lambda_{i,2(r-1)+s}^{AX} = \lambda_{ir}^{AV} + \lambda_{is}^{AW}, \quad \lambda_{j,2(r-1)+s}^{BX} = \lambda_{jr}^{BV} + \lambda_{js}^{BW}, \quad \text{ecc.}$$

Per la variabile A , λ_{ir}^{AV} rappresenta il coefficiente di saturazione di A sul fattore V e λ_{is}^{AW} il coefficiente di saturazione A di sul fattore W . I corrispondenti coefficienti a due variabili per gli altri indicatori possono essere interpretati in modo analogo. Inoltre, uguagliando a zero i termini di interazione a tre variabili, si ottiene un modello concettualmente simile all'analisi fattoriale standard, in cui ogni fattore può avere un effetto su ciascuna variabile manifesta, ma non sono inclusi termini di interazione di ordine superiore. Questo tipo di vincoli è necessario per poter esprimere le quattro classi latenti come tabulazione incrociata di due variabili latenti e quindi sono necessari per distinguere i modelli fattoriali a classi latenti da quelli a classi latenti di tipo *cluster*.

Il secondo insieme di vincoli impone l'indipendenza reciproca tra i fattori latenti e rende il modello più simile alla tradizionale analisi fattoriale esplorativa.

In conclusione il modello espresso dall'equazione (18) diventa:

$$\ln F_{ijklrs}^{ABCDVW} = \lambda + \lambda_r^V + \lambda_s^W + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_k^C + \lambda_l^D + \lambda_{ir}^{AV} + \lambda_{jr}^{BV} + \lambda_{kr}^{CV} + \lambda_{lr}^{DV} + \lambda_{is}^{AW} + \lambda_{js}^{BW} + \lambda_{ks}^{CW} + \lambda_{ls}^{DW}.$$

Un risultato importante è che formulando un modello in termini di R fattori latenti dicotomici, mutualmente indipendenti, il modello fattoriale a classi latenti elementare che ne risulta ha lo stesso numero di parametri distinti di un modello a classi latenti tradizionale con $R + 1$ classi. Cioè, la parametrizzazione fattoriale a classi latenti permette di specificare un modello con 2^R classi e lo stesso numero di parametri di un modello a classi latenti di tipo *cluster* con solo $R + 1$ classi. Questo fatto offre un grande vantaggio in termini di parsimonia rispetto ai modelli a T classi di tipo *cluster* dal momento che il

numero di parametri è grandemente ridotto dalle naturali restrizioni. Inoltre, questa grande riduzione del numero di parametri li rende identificabili in molte situazioni; cioè, in pratica, il modello fattoriale a classi latenti elementare con R fattori latenti risulta identificato quando quello di tipo *cluster* con 2^R classi non lo è.

Nel modello fattoriale a classi latenti standard, i fattori discreti sono dicotomici. Una estensione importante di questo modello è quella che permette di considerare un numero maggiore di livelli per i fattori discreti, dando la possibilità di descrivere in modo più accurato la distribuzione del fattore latente sottostante. I livelli dei fattori latenti discreti rimangono ordinati attraverso l'uso di punteggi di categoria ad intervalli uguali fissati, nella loro relazione con gli indicatori. Con questa parametrizzazione ogni livello ulteriore ha un costo di un unico grado di libertà.

Di base i fattori discreti sono assunti indipendenti l'uno dall'altro. Questo è specificato dai vincoli logit appropriati imposti sulle probabilità che descrivono la distribuzione della variabile latente congiunta. Nel caso di due fattori discreti, questo si traduce nell'imporre delle restrizioni al termine lineare che compare nel modello logit per la probabilità π_{rs}^{VW} attraverso

$$\eta_{r,s} = \lambda_r^V + \lambda_s^W.$$

Lavorare con fattori discreti correlati è equivalente ad operare una rotazione obliqua. L'associazione tra ciascuna coppia di fattori discreti è descritta da un unico parametro uniforme di associazione:

$$\eta_{r,s} = \lambda_r^V + \lambda_s^W + \lambda_{..}^{VW} x_r^{V*} x_s^{W*}.$$

Va notato che al contrario dell'analisi fattoriale tradizionale, il modello fattoriale a classi latenti è identificato senza vincoli aggiuntivi, come per esempio quello di uguaglianza a zero di certi coefficienti di saturazione. In ogni caso, è possibile specificare modelli in cui sono presenti dei coefficienti di saturazione uguali a zero, insieme alla possibilità di includere la presenza di correlazione tra i fattori latenti discreti; quest'ultima opzione può essere utilizzata per una analisi fattoriale confermativa.

4.2.1.2 Covariate

Anche nel caso dei modelli fattoriali a classi latenti è possibile includere delle covariate (\mathbf{z}_i^{cov}), e in questo caso il modello, nella sua forma più generale, con L fattori discreti, x_1, x_2, \dots, x_L , che hanno

K_1, K_2, \dots, K_L categorie rispettivamente, diventa

$$f(\mathbf{y}_i | \mathbf{z}_i^{cov}) = \sum_{x_1=1}^{K_1} \sum_{x_2=1}^{K_2} \dots \sum_{x_L=1}^{K_L} P(x_1, x_2, \dots, x_L | \mathbf{z}_i^{cov}) \prod_{h=1}^H f(\mathbf{y}_{ih} | x_1, x_2, \dots, x_L, \mathbf{z}_i^{cov}).$$

La funzione $f(\cdot)$ può essere una probabilità o una densità di probabilità a seconda della natura degli indicatori \mathbf{y}_i . La somiglianza tra questa equazione e quella di un modello a classi latenti di tipo *cluster* è evidente notando che la variabile latente congiunta (x_1, x_2, \dots, x_L) può essere considerata come un'unica variabile latente con $K = \prod_{l=1}^L K_l$ categorie. Da notare, infine, che come un modello di tipo *cluster* anche uno fattoriale può contenere effetti diretti tra gli indicatori ed effetti diretti delle covariate sugli indicatori.

4.2.2 I modelli di regressione a classi latenti

L'ultima estensione dell'analisi a classi latenti tradizionale che viene affrontata, è quella rappresentata dai modelli di regressione a classi latenti². La struttura di probabilità più generale che un modello di regressione a classi latenti può assumere è la seguente:

$$f(\mathbf{y}_i | \mathbf{z}_i^{cov}, \mathbf{z}_i^{pred}) = \sum_{x=1}^K P(x | \mathbf{z}_i^{cov}) \prod_{t=1}^{T_i} f(y_{it} | x, \mathbf{z}_{it}^{pred}). \quad (19)$$

Da questa struttura di probabilità si evincono alcune differenze significative tra l'analisi di regressione a classi latenti e quelle descritte in precedenza, di tipo *cluster* e fattoriale. In particolare,

1. viene fatta una distinzione tra covariate (\mathbf{z}_i^{cov}) e predittori (\mathbf{z}_i^{pred}): le prime sono variabili esogene che influenzano la singola variabile latente nominale x , i secondi sono variabili esogene che influenzano la variabile dipendente \mathbf{y}_i ;
2. è inclusa un'unica variabile dipendente che può, tuttavia, essere osservata più volte, T_i , per ciascun caso, e il valore che assume in corrispondenza della t -esima osservazione per il caso i -esimo è indicato con y_{it} ;
3. si assume che le densità di probabilità condizionate $f(y_{it} | x, \mathbf{z}_{it}^{pred})$ abbiano la stessa forma per ogni t ;
4. non si assumono effetti diretti tra le risposte multiple.

² Riferimenti bibliografici sui modelli di regressione a classi latenti sono Agresti (2002, sezione 13.2), Vermunt e Van Dijk (2001), Wedel e DeSarbo (1994), e Wedel e Kamakura (1998).

Tra tutte la seconda è la più importante: di fatto, si ha a che fare con *data set* a due livelli in cui t indicizza le osservazioni al livello più basso entro quella i al livello superiore. In questi termini, le covariate fungono da variabili esogene di livello più alto e i predittori da variabili esogene di livello più basso.

Il predittore lineare che compare nell'espressione della probabilità condizionata $P(x|\mathbf{z}_i^{cov})$ ha la stessa forma che nei modelli di tipo *cluster* (si veda l'equazione (17)), al contrario il predittore lineare $\eta_{m|x,z_{it}}$ presenta alcune differenze.

In particolare, per *indicatori nominali* si usa un modello logit multinomiale con un predittore lineare avente forma

$$\eta_{m|x,z_{it}} = \lambda_{xm} + \sum_{q=1}^Q \lambda_{xm q} z_{itq}^{pred},$$

con, a seconda del tipo di codifica selezionato per la variabile nominale, le restrizioni di identificazione $\sum_{m=1}^M \lambda_{xm q} = 0, \lambda_{x1q} = 0, \text{ o } \lambda_{xMq} = 0, \text{ per } 0 \leq q \leq Q$.

Nel caso di un *indicatore ordinale* invece, si usa un modello logit categoria-adiacente in cui

$$\eta_{m|x,z_{it}} = \lambda_{xm} + \sum_{q=1}^Q \lambda_{xq} y_m^* z_{itq}^{pred}.$$

In questa equazione, y_m^* è il punteggio assegnato alla categoria m della variabile risposta. Nel caso ordinale, c'è bisogno solo di un effetto di identificazione o vincoli *dummy* per il termine di intercetta λ_{xm0} .

4.2.2.1 Alcuni casi particolari

Vengono ora presentati alcuni casi particolari del modello di regressione a classi latenti nella sua forma più generale. La struttura di probabilità più semplice per un modello di regressione a classi latenti si ha nel caso in cui ci sia un'unica risposta per ciascun individuo, in assenza di predittori; in questa situazione il modello assume la forma seguente:

$$f(y_i) = \sum_{x=1}^K P(x) f(y_i|x).$$

Questo rappresenta un semplice modello misto, finito e univariato in cui la media ed eventualmente la varianza della distribuzione di y_i sono dipendenti dalla classe considerata. Un modello di questo tipo, senza predittori, permette di descrivere l'eterogeneità non osservata riguardo alla distribuzione di y_i nella popolazione oggetto di studio.

Un modello di regressione a classi latenti più utile si ottiene includendo dei predittori, ad esempio,

$$f(y_i | z_{i1}^{pred}, z_{i2}^{pred}) = \sum_{x=1}^K P(x) f(y_i | x, z_{i1}^{pred}, z_{i2}^{pred}).$$

In questo caso, $f(y_i | x, z_{i1}^{pred}, z_{i2}^{pred})$ indica la distribuzione della variabile dipendente y data la classe x e il valore dei predittori z_{i1}^{pred} e z_{i2}^{pred} . A seconda del tipo di variabile dipendente, al valore atteso della distribuzione appropriata vengono imposte delle restrizioni attraverso un modello di regressione logistica, log-lineare o lineare.

Una estensione importante del modello appena citato si ottiene facendo dipendere l'appartenenza ad una certa classe da un certo numero di covariate. Un esempio di un modello di questo tipo è:

$$f(y_i | z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov}, z_{i1}^{pred}, z_{i2}^{pred}) = \sum_{x=1}^K P(x | z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov}) f(y_i | x, z_{i1}^{pred}, z_{i2}^{pred}).$$

In questo modello si assume che la probabilità di appartenere ad una certa classe latente x dipenda dai valori assunti da z_{i1}^{cov} e z_{i2}^{cov} , equivalentemente al modo in cui le covariate possono essere utilizzate nei modelli a classi latenti di tipo *cluster*.

Come già detto in precedenza, ci possono essere diverse osservazioni per ciascun caso; estendendo il modello precedente al caso di osservazioni multiple si ottiene la seguente struttura di probabilità:

$$f(\mathbf{y}_i | z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov}, \mathbf{z}_{i1}^{pred}, \mathbf{z}_{i2}^{pred}) = \sum_{x=1}^K P(x | z_{i1}^{cov}, z_{i2}^{cov}) \prod_{t=1}^{T_i} f(y_{it} | x, z_{it1}^{pred}, z_{it2}^{pred}).$$

Nel prossimo capitolo verranno presentati i risultati delle analisi ottenuti attraverso l'impiego dei modelli a classi latenti appena illustrati, per confrontarli con quelli discussi nel Capitolo 3 e capire se l'utilizzo di questi modelli, che rispecchiano più fedelmente la natura delle variabili coinvolte, porta o meno a conclusioni diverse riguardo la bontà della scala di misura considerata.

Capitolo 5

VALUTAZIONE DELLA SCALA DI SODDISFAZIONE ATTRAVERSO L'IMPIEGO DI MODELLI A CLASSI LATENTI

In questo capitolo vengono presentati i risultati delle analisi, condotte utilizzando i modelli a classi latenti illustrati nel capitolo precedente. Lo scopo è quello di valutare se l'impiego di questi modelli, le cui assunzioni rispecchiano più fedelmente la natura delle variabili coinvolte, porta a risultati diversi da quelli descritti nel Capitolo 3, che sono stati ottenuti utilizzando tecniche statistiche tipicamente adottate nell'ambito dei protocolli tradizionali per la validazione di una scala di misura, ma che da un punto di vista teorico sembrano essere meno coerenti in questo contesto. In particolare, gli aspetti che vengono analizzati con il supporto di questi modelli sono

- a) la dimensionalità della scala;
- b) la validità del criterio;
- c) la validità del costrutto³.

5.1 Dimensionalità della scala

Nella procedura di validazione di una scala di misura, l'analisi fattoriale è una tecnica statistica largamente impiegata, in particolare per verificare la dimensionalità del costrutto descritto dall'insieme di item che la costituiscono. Nonostante sia ben noto che l'analisi fattoriale è una tecnica adatta nel caso in cui le variabili siano misurate su scala metrica, essa viene utilizzata anche quando le variabili generate dagli item sono di tipo ordinale. In questo caso, tuttavia, si possono ottenere risultati distorti e anche gli indici di adattamento del modello rischiano di fornire informazioni fuorvianti; al contrario, un modello fattoriale a classi latenti risulta più adatto, permettendo di considerare esplicitamente la natura ordinale delle variabili coinvolte (Bassi, 2011).

³ Tutti i risultati presentati in questo capitolo sono stati ottenuti con il software *Latent Gold* (Vermunt, e Magidson, 2013).

5.1.1 Determinazione del numero di fattori latenti

Per stabilire la dimensionalità del costrutto che la scala oggetto di studio in questa tesi è volta a misurare, ossia la soddisfazione del consumatore rispetto ad un paio di jeans di marca, è stata condotta sui dati raccolti una analisi fattoriale. Richiamando i risultati mostrati precedentemente, essa suggerisce la presenza di un fattore latente che spiega il 32,4% della variabilità totale degli item; inoltre, le stime dei coefficienti di saturazione (*factor loadings*) associati a questo fattore sono superiori alla soglia, pari a 0,35, per quasi tutti gli item. Sulla base di questo risultato si è portati a concludere che la scala in questione è unidimensionale, tuttavia, stimando alcuni modelli fattoriali a classi latenti, che considerano esplicitamente la natura ordinale delle variabili osservate, si ottengono risultati diversi che non concordano con quello appena citato. Questa analisi, infatti, rivela presenza di tre fattori latenti associati ad altrettante dimensioni del costrutto indagato.

La Tabella 5.1 riporta alcuni valori utili per confrontare i modelli fattoriali a classi latenti stimati e stabilire quale si adatta meglio ai dati determinando il numero di fattori latenti coinvolti. In particolare, sono riportati il valore del BIC (*Bayesian Information Criterion*) basato sulla log-verosimiglianza (LL) e il numero di parametri, la statistica L^2 , i gradi di libertà della sua distribuzione approssimata (quando è possibile assumerla) e il p -value ad essa associato. Infine, nella colonna più a destra, è riportato l'errore di classificazione commesso con il modello stimato nel prevedere la classe di appartenenza di ciascun caso, sulla base delle risposte date agli item.

	LL	BIC _{LL}	Num. par.	L^2	df	p -value	Err. class.
1 fattore	-10874,405	22644,304	157	18362,585	143	0,098	0,016
2 fattori	-10605,576	22243,537	181	17824,926	119	0,120	0,056
3 fattori	-10421,964	22013,204	205	17457,703	95	0,106	0,017
4 fattori	-10270,417	21847,001	229	17154,609	71	0,012	0,009
5 fattori	-10162,079	21767,214	253	16937,932	47	0,030	0,002

Tabella 5.1 – Valori delle quantità utilizzate per confrontare i modelli fattoriali a classi latenti stimati

Come si evince da questa tabella, ottenuta stimando i diversi modelli, la statistica L^2 , che misura la quantità di associazione non spiegata tra le variabili osservate e rappresenta il principale indicatore della bontà di adattamento di un modello a classi latenti, decresce all'aumentare del numero dei fattori. Tuttavia, per considerare accettabile l'adattamento di un modello il valore di questa statistica deve essere sufficientemente piccolo. Osservando i valori dei p -value, calcolati con il metodo *bootstrap*, poiché il numero di indicatori e delle loro modalità è elevato e quindi i dati sono sparsi, risulta evidente che il modello con due fattori latenti e quello con tre sembrano essere quelli che si adattano meglio ai dati;

infatti, in questi due casi si accetta l'ipotesi nulla di buon adattamento in corrispondenza di tutti gli usuali livelli di significatività.

A questo punto è stato effettuato un ulteriore confronto per determinare quale tra loro fosse preferibile calcolando il decremento nel valore dell' L^2 . Aumentando il numero di fattori latenti, da due a tre, l' L^2 si riduce di un ammontare pari a

$$L^2(2 \text{ fattori}) - L^2(3 \text{ fattori}) = 17824,9260 - 17457,7029 = 367.2231,$$

che risulta statisticamente significativo poiché il p -value ad esso associato è nullo e porta a rifiutare l'ipotesi che il valore di questa differenza sia uguale a zero.

Infine, anche il valore del BIC, pari a 22013,2041, porta a ritenere che il modello migliore sia quello con tre fattori latenti; infatti, tra quelli che si adattano bene ai dati, ossia con un p -value associato alla statistica L^2 maggiore di 0.05, è proprio in corrispondenza di questo modello che il BIC assume il valore più basso suggerendo che risulta quello più adatto anche rispetto al *trade-off* tra bontà di adattamento e numero di parametri.

5.1.2 Caratterizzazione dei fattori latenti individuati

Dopo aver determinato il numero di fattori latenti associati ad altrettante dimensioni del costrutto oggetto di indagine, è necessario caratterizzarli in modo da poterli interpretare. Le stime dei coefficienti di saturazione (*factor loadings*) riportati nella Tabella 5.2, insieme alla comunanza approssimata (R^2), permettono di descrivere i fattori evidenziando la loro relazione con ciascun item e, conseguentemente, di identificare le dimensioni del costrutto ad essi associate. Come emerge dalle stime riportate in questa tabella, gli item E1 ed R3 saturano prevalentemente il primo fattore, gli item E2, R2, V1, V3, V4, U1, U4 e P1 sono correlati principalmente con il secondo, mentre il terzo è legato agli item R1, R4, R5, R6, V1, U2, U3, U5, P2, P3, P4, P5, P6. Sulla base del contenuto degli item che pesano su ciascun fattore è possibile caratterizzare questi ultimi e identificare le dimensioni del costrutto ad essi associate; in particolare:

- il primo fattore rappresenta la capacità della comunicazione pubblicitaria di coinvolgere e catturare l'attenzione del consumatore
- il secondo fattore si riferisce alle caratteristiche del prodotto in termini di vestibilità e immagine trasmessa
- il terzo fattore esprime la qualità del prodotto, anche in rapporto al prezzo.

<i>Item</i>	<i>Fattori latenti</i>			<i>R</i> ²
	<i>Fattore 1</i>	<i>Fattore 2</i>	<i>Fattore 3</i>	
<i>E1</i>	-0,607	0,360	-0,151	0,530
<i>E2</i>	-0,052	0,671	-0,197	0,502
<i>R1</i>	0,028	0,100	-0,325	0,116
<i>R2</i>	0,003	0,349	-0,265	0,194
<i>R3</i>	-0,620	0,268	-0,167	0,493
<i>R4</i>	0,007	0,047	-0,508	0,260
<i>R5</i>	0,049	-0,035	-0,380	0,148
<i>R6</i>	0,159	0,277	-0,447	0,308
<i>V1</i>	0,126	0,271	-0,549	0,395
<i>V2</i>	0,099	0,567	-0,301	0,436
<i>V3</i>	-0,108	0,358	-0,329	0,255
<i>V4</i>	0,209	0,509	-0,332	0,447
<i>U1</i>	-0,044	0,394	-0,338	0,282
<i>U2</i>	0,132	0,093	-0,469	0,248
<i>U3</i>	0,277	0,162	-0,455	0,318
<i>U4</i>	-0,029	0,548	-0,397	0,474
<i>U5</i>	0,096	0,335	-0,416	0,298
<i>P1</i>	0,280	0,500	-0,399	0,519
<i>P2</i>	0,298	0,383	-0,423	0,424
<i>P3</i>	0,378	0,307	-0,479	0,495
<i>P4</i>	0,334	0,203	-0,444	0,363
<i>P5</i>	0,315	0,226	-0,410	0,325
<i>P6</i>	0,121	0,175	-0,606	0,413

Tabella 5.2 – Stime dei coefficienti di saturazione (*factor loadings*) per il modello fattoriale a classi latenti con tre fattori

Nella Tabella 5.3 sono riportati i coefficienti di saturazione per il modello fattoriale a classi latenti con due fattori. Ponendo l'attenzione sugli item E1 ed R3, dal valore di questi coefficienti si evince che entrambi sono correlati prevalentemente con il secondo fattore, legato all'immagine trasmessa dal prodotto e alla capacità di coinvolgere il consumatore attraverso la comunicazione pubblicitaria e il personale all'interno del punto-vendita. Il primo fattore, invece, rappresenta la qualità del prodotto tenendo conto anche del suo rapporto col prezzo.

<i>Item</i>	<i>Fattori latenti</i>		<i>R</i> ²
	<i>Fattore 1</i>	<i>Fattore 2</i>	
<i>E1</i>	-0,042	-0,408	0,168
<i>E2</i>	0,254	-0,552	0,374
<i>R1</i>	0,234	-0,262	0,123
<i>R2</i>	0,163	-0,456	0,235
<i>R3</i>	-0,072	-0,381	0,151
<i>R4</i>	0,181	-0,324	0,138
<i>R5</i>	0,227	-0,180	0,084
<i>R6</i>	0,357	-0,390	0,284
<i>V1</i>	0,443	-0,433	0,390
<i>V2</i>	0,434	-0,454	0,405
<i>V3</i>	0,256	-0,442	0,266
<i>V4</i>	0,510	-0,381	0,429
<i>U1</i>	0,286	-0,492	0,333
<i>U2</i>	0,254	-0,294	0,153
<i>U3</i>	0,523	-0,130	0,293
<i>U4</i>	0,323	-0,605	0,478
<i>U5</i>	0,398	-0,319	0,263
<i>P1</i>	0,572	-0,356	0,471
<i>P2</i>	0,571	-0,257	0,395
<i>P3</i>	0,675	-0,218	0,514
<i>P4</i>	0,580	-0,141	0,359
<i>P5</i>	0,545	-0,119	0,312
<i>P6</i>	0,453	-0,379	0,350

Tabella 5.3 – Stime dei coefficienti di saturazione (*factor loadings*) per il modello fattoriale a classi latenti con due fattori

Dunque, stimando alcuni modelli fattoriali a classi latenti, che considerano esplicitamente la natura ordinale delle variabili osservate, al posto di utilizzare l'analisi fattoriale, che è una tecnica statistica adatta per variabili misurate su scala metrica, viene messo in luce che il costrutto di interesse non è unidimensionale, bensì è caratterizzato da tre diverse dimensioni giungendo ad una conclusione piuttosto diversa rispetto a quella a cui porta l'approccio tradizionale. In un caso come questo, come già detto in precedenza, l'affidabilità della scala dovrebbe essere valutata separatamente per ognuna di queste dimensioni; come lo stesso Churchill (1979) scrive, se il costrutto di interesse è multidimensionale, il coefficiente alfa di Cronbach deve essere calcolato separatamente per ciascuna dimensione. Per quanto

riguarda la scala oggetto di studio, i coefficienti alfa calcolati per le tre dimensioni sono risultati pari a 0,800, 0,840 e 0,855 per il fattore 1, il fattore 2 e il fattore 3 rispettivamente.

5.2 Validità del criterio della scala

Il secondo aspetto ad essere preso in considerazione è la validità del criterio della scala; come per la dimensionalità, anche in relazione ad esso viene proposto un metodo alternativo per valutarlo basato sull'utilizzo di modelli a classi latenti. Il nuovo approccio, a differenza delle tecniche statistiche impiegate seguendo i protocolli tradizionali (calcolo del coefficiente di correlazione e Analisi della varianza), prende in considerazione simultaneamente il fatto che il costrutto di interesse che si vuole misurare non è direttamente osservabile e che gli item utilizzati per costruire la scala di misura generano variabili di natura ordinale (Bassi, 2011). In particolare, per verificare che la scala goda di questa proprietà si fa ricorso ai modelli a classi latenti di tipo *cluster*.

5.2.1 Stima di alcuni modelli a classi latenti di tipo *cluster* per determinare il numero di gruppi della variabile latente di interesse

Il primo passo da compiere al fine di valutare la validità del criterio della scala, consiste nello stimare alcuni modelli a classi latenti di tipo *cluster* con l'obiettivo di stabilire il numero di classi da cui è costituita la variabile latente di interesse, individuando gruppi di clienti con diversi livelli di soddisfazione. I risultati ottenuti, utili ad effettuare un confronto tra i modelli stimati, sono riportati nella Tabella 5.4; le grandezze considerate sono le stesse descritte in precedenza per i modelli fattoriali a classi latenti.

	LL	BIC _{LL}	Num. par.	L^2	df	p-value	Err. class.
1 classe	-11493,602	23745,807	133	19600,978	167	0,042	0,000
2 classi	-10874,405	22644,304	157	18362,585	143	0,088	0,016
3 classi	-10676,984	22386,352	181	17967,741	119	0,114	0,045
4 classi	-10545,795	22260,866	205	17705,365	95	0,132	0,044
5 classi	-10437,151	22180,467	229	17488,075	71	0,082	0,054
6 classi	-10372,127	22187,311	253	17358,028	47	0,060	0,059
7 classi	-10319,534	22219,016	277	17252,842	23	0,054	0,058

Tabella 5.4 – Valori delle quantità utilizzate per confrontare i modelli a classi latenti di *cluster* stimati

Quello che emerge dai dati riportati in Tabella 5.4, è che i modelli che si adattano meglio ai dati, facendo riferimento al valore della statistica L^2 , sono quello con tre e quello con quattro classi latenti; infatti, in corrispondenza di questi due modelli il valore del p -value associato a questa statistica porta ad accettare l'ipotesi nulla di buon adattamento in corrispondenza di tutti gli usuali livelli di significatività, e quindi modo più netto rispetto a tutti gli altri.

Effettuando un ulteriore confronto tra questi due modelli sulla base del decremento nel valore della statistica L^2 , per stabilire quale tra i due sia preferibile, è emerso che quest'ultima si riduce in modo statisticamente significativo aumentando il numero di classi, infatti il suo valore decresce di un ammontare pari a

$$L^2(3 \text{ classi}) - L^2(4 \text{ classi}) = 17967,7414 - 17705,3650 = 217,3764,$$

a cui corrisponde un p -value nullo. Pertanto il modello con quattro classi latenti risulta preferibile poiché si riduce in maniera statisticamente significativa la quantità di associazione non spiegata tra le variabili osservate.

Infine, anche il valore del BIC porta a scegliere il modello con quattro classi latenti poiché in corrispondenza di quest'ultimo risulta inferiore rispetto a quello con tre. In effetti, questo indice, che considera contemporaneamente la bontà di adattamento e la parsimonia di un modello, assume il valore più basso nel caso di quello con cinque classi latenti; tuttavia, ci sono diversi aspetti che portano ad escludere che questo modello sia quello più adeguato. Innanzitutto, con un livello di significatività del 10% il valore della statistica L^2 non è sufficientemente piccolo per poter ritenere che ci sia un buon adattamento ai dati, inoltre, seppur in misura contenuta, l'errore di classificazione commesso (5,4%) è superiore rispetto a quello che si riscontra nel caso del modello con quattro classi latenti (4,4%). In aggiunta a questi due aspetti, le stime dei parametri suggeriscono la presenza di una classe di ampiezza troppo contenuta (pari al 4%) per poterla giudicare rilevante ai fini delle analisi che devono essere svolte e i risultati ottenuti con questo modello sono più difficilmente interpretabili, in particolare a livello della descrizione delle classi risultanti. Pertanto il modello con quattro classi latenti è quello che risulta preferibile e sembra adattarsi meglio ai dati raccolti.

5.2.2 Interpretazione dei parametri stimati e descrizione delle classi latenti individuate

Per il modello con quattro classi latenti, nella Tabella 5.5 sono riportate le stime dei parametri legati agli effetti di interazione che descrivono la relazione tra gli indicatori e la variabile latente sottostante, il valore della statistica di Wald, utilizzata per testare l'ipotesi nulla che le stime dei parametri corrispondenti ad un

certo item siano tutte uguali a zero e il valore del p -value ad essa associato. Infine, nella colonna più a destra, sono riportati i valori dell' R^2 che esprimono la misura in cui la variabilità di ciascun item è spiegata dal modello. Dai dati riportati in questa tabella, si evince che tutti gli item contribuiscono in modo significativo a discriminare tra le varie classi poiché il valore del p -value associato alla statistica di Wald è sempre inferiore all'1%.

<i>Item</i>	<i>Classi</i>				<i>Wald</i>	<i>p-value</i>	R^2
	<i>Classe 1</i>	<i>Classe 2</i>	<i>Classe 3</i>	<i>Classe 4</i>			
<i>E1</i>	0,651	0,752	0,084	-1,487	31,628	< 0,001	0,267
<i>E2</i>	-0,043	1,139	-0,720	-0,377	56,945	< 0,001	0,348
<i>R1</i>	-0,032	0,246	-0,517	0,303	28,607	< 0,001	0,121
<i>R2</i>	0,007	0,453	-0,475	0,015	33,002	< 0,001	0,154
<i>R3</i>	0,632	0,606	0,196	-1,434	33,546	< 0,001	0,269
<i>R4</i>	0,158	0,368	-0,331	-0,194	30,272	< 0,001	0,132
<i>R5</i>	0,082	0,184	-0,321	0,055	18,366	< 0,001	0,073
<i>R6</i>	-0,013	0,730	-0,823	0,106	59,092	< 0,001	0,285
<i>V1</i>	0,019	1,041	-1,150	0,090	65,937	< 0,001	0,376
<i>V2</i>	-0,401	1,675	-1,242	-0,032	66,646	< 0,001	0,399
<i>V3</i>	0,236	0,781	-0,492	-0,525	50,956	< 0,001	0,268
<i>V4</i>	-0,457	1,411	-1,347	0,393	74,358	< 0,001	0,418
<i>U1</i>	0,018	0,985	-0,635	-0,367	54,997	< 0,001	0,285
<i>U2</i>	0,037	0,369	-0,375	-0,031	32,679	< 0,001	0,142
<i>U3</i>	-0,290	0,145	-1,213	1,358	65,218	< 0,001	0,346
<i>U4</i>	0,163	1,479	-0,977	-0,665	74,120	< 0,001	0,445
<i>U5</i>	-0,012	0,698	-0,704	0,018	51,660	< 0,001	0,245
<i>P1</i>	-0,467	1,602	-1,858	0,723	74,091	< 0,001	0,491
<i>P2</i>	-0,323	0,906	-1,393	0,810	70,766	< 0,001	0,393
<i>P3</i>	-0,719	0,946	-1,869	1,642	67,850	< 0,001	0,455
<i>P4</i>	-0,214	0,322	-1,258	1,150	59,287	< 0,001	0,346
<i>P5</i>	-0,244	0,228	-1,184	1,201	60,765	< 0,001	0,329
<i>P6</i>	0,036	0,860	-0,900	0,004	56,438	< 0,001	0,302

Tabella 5.5 – Stime dei parametri legati agli effetti di interazione per il modello a classi latenti di tipo cluster con quattro gruppi

	<i>Classi</i>			
	<i>Classe 1</i>	<i>Classe 2</i>	<i>Classe 3</i>	<i>Classe 4</i>
<i>Dim. classe</i>	0,444	0,246	0,228	0,082
<i>Liv. medio sodd.</i>	4,865	5,572	3,686	4,763

Tabella 5.6 – Dimensione di ciascuna classe e livello medio di soddisfazione per il modello a classi latenti di tipo cluster con quattro gruppi

Nella Tabella 5.6, invece, sono riportati la dimensione di ciascuna classe e il livello medio di soddisfazione che la caratterizza. Da questi valori si evince che tutti i *cluster* hanno una dimensione non irrilevante e ad ognuno di essi corrisponde un diverso livello di soddisfazione. In particolare, la classe più ampia, che include il 44% della popolazione, è caratterizzata da un livello di soddisfazione intermedio, pari a 4,865; un livello di soddisfazione simile, pari a 4,763, si riscontra anche nella classe più esigua costituita dall'8% dei casi. La classe caratterizzata dal livello di soddisfazione maggiore, pari 5,572, comprende il 25% dei soggetti, e quella con il livello di soddisfazione più basso (livello medio di soddisfazione pari a 3,686) ha una dimensione del 23%.

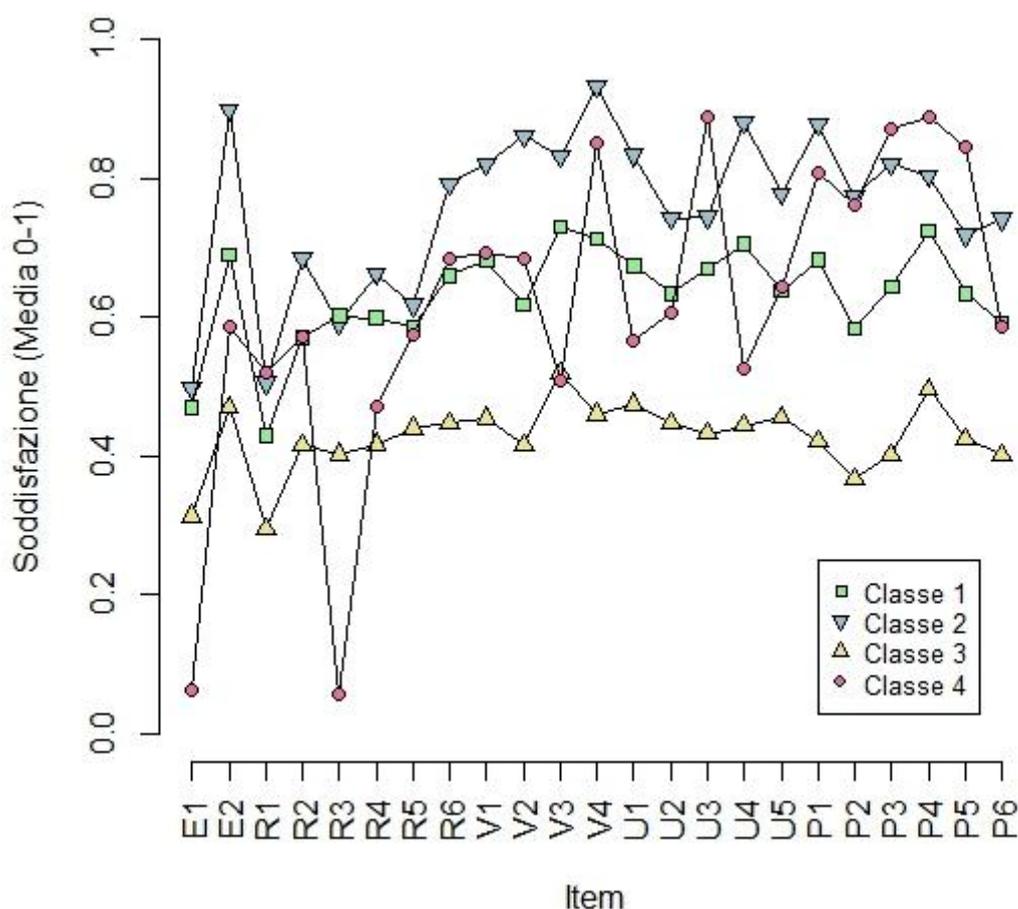


Grafico 5.1 – Soddisfazione media (su scala 0-1) in corrispondenza di ciascun item per ogni classe

Nonostante ci siano due classi in cui si riscontra un livello di soddisfazione intermedio, quella più numerosa e quella più esigua, il profilo di coloro che vi appartengono è piuttosto diverso come si evince dal Grafico 5.1, nel quale, per ogni classe, sono riportate le medie in scala 0-1 di ciascun item; questi valori sono interpretabili come livelli medi di soddisfazione. Osservando questo grafico, si nota che nel caso della classe più numerosa il livello di soddisfazione in corrispondenza di ciascun item assume un valore intermedio rispetto quello che caratterizza le classi alle estremità opposte; al contrario, nel caso della classe più esigua, pur riscontrando un valore della soddisfazione che nel complesso è simile a quello della precedente, il profilo degli individui che vi appartengono è piuttosto diverso. Infatti, sebbene per la maggior parte degli item, anche in questo caso, il grado di soddisfazione relativo ad ognuno di essi si collochi ad un livello intermedio tra quelli che caratterizzano le classi alle estremità opposte, è evidente la presenza di picchi in corrispondenza degli item E1, R3, U3, P3, P4 e P5. Infatti, nel caso di questi indicatori, la soddisfazione, mediamente, si colloca ad un livello eccezionalmente basso od eccezionalmente elevato. Se si considerano gli item E1 ed R3, quest'ultima risulta ben più bassa rispetto a quella manifestata dagli individui meno soddisfatti; al contrario, nel caso degli item U3, P3, P4 e P5, questa risulta superiore a quella dei soggetti che appartengono alla classe con il maggior livello di soddisfazione. Di conseguenza gli appartenenti a questa classe, che nel complesso godono di un livello di soddisfazione intermedio hanno la peculiarità, rispetto agli individui appartenenti alla classe più ampia, di essere particolarmente insoddisfatti riguardo la capacità della comunicazione pubblicitaria di coinvolgerli e catturare la loro attenzione (item E1 ed R3), ma al tempo stesso molto soddisfatti della qualità del prodotto, anche in rapporto al prezzo (item U3, P3, P4 e P5). Inoltre, in questa classe, la variabilità della soddisfazione rispetto a ciascun item risulta più elevata.

5.2.3 Verifica della presenza di associazione tra la variabile latente individuata e la variabile-criterio (item S1)

A questo punto delle analisi, dunque, è stata individuata una variabile latente con quattro classi, ad ognuna delle quali corrispondente un diverso livello di soddisfazione. La procedura proposta per valutare la validità del criterio, consiste nel mettere a confronto questa variabile con l'item S1, che misura direttamente il grado di soddisfazione, per verificare la presenza di associazione tra queste due variabili. Pertanto è stato condotto un test Chi-quadrato di Pearson ed è stato calcolato l'indice gamma di Goodman e Kruskal, un indice di cograduazione che misura il grado di associazione tra due variabili ordinali. I risultati ottenuti confermano la presenza di associazione significativa tra queste due variabili, infatti, la statistica Chi-quadrato di Pearson assume il valore 181,5849, al quale corrisponde un p -value nullo che porta a

rifiutare l'ipotesi di indipendenza tra le variabili, e l'indice gamma di Goodman e Kruskal risulta pari a 0,665 evidenziando la presenza di un elevato grado di concordanza tra i due caratteri. Sulla base di questi risultati, pertanto, è possibile ritenere che in relazione alla scala considerata la validità del criterio sia soddisfatta.

È importante sottolineare che il protocollo tradizionale prevede di valutare la validità del criterio calcolando il coefficiente di correlazione tra il punteggio complessivo ottenuto con la scala di misura e la variabile criterio considerata come *"gold standard"*. In questo nuovo approccio, la variabile criterio continua ad essere considerata tale ma cambia il termine di confronto, che diventa la variabile latente individuata in precedenza, e il modo in cui questo avviene, poiché si utilizzano indici di associazione e cograduazione che sono adatti a variabili di tipo ordinale.

5.3 Validità del costrutto della scala

Il terzo ed ultimo aspetto ad essere preso in considerazione in questa tesi riguardo alla procedura di validazione della scala di misura oggetto di studio è la validità del costrutto. Per verificare se la scala gode di questa proprietà, viene proposto un approccio alternativo a quello tradizionale. Quest'ultimo, si basa sul calcolo del coefficiente di correlazione tra il punteggio complessivo della scala e le variabili di controllo, rappresentate, in questo caso, dagli item C1 ("Ho intenzione di acquistare il prodotto in una prossima occasione"), C2 ("Parlerò positivamente dell'esperienza di consumo vissuta con il prodotto") e C3 ("Non ho lamenti riguardo ad alcun aspetto dell'esperienza di consumo vissuta con il prodotto"), e sull'Analisi della varianza; tuttavia, questi strumenti risultano più adatti nel caso di variabili misurate su scala metrica. La nuova procedura proposta, invece, si basa sulla stima di modelli di regressione a classi latenti e considera contemporaneamente la natura ordinale delle variabili coinvolte e il fatto che il costrutto di interesse, ossia la soddisfazione, non è osservabile.

I modelli di regressione a classi latenti stimano una relazione causale tra una o più variabili che hanno il ruolo di predittori, e una variabile dipendente. La differenza con i modelli di regressione tradizionali in cui tutti i predittori sono osservati, sta nel fatto che una variabile latente, caratterizzata da un certo numero di classi, interagisce con quelle indipendenti osservate; pertanto, con questi modelli, si prende in considerazione il fatto che la relazione causale che intercorre tra le variabili osservate può differire tra le diverse classi latenti.

Nelle tabelle 5.7, 5.8 e 5.9 sono riportati i risultati ottenuti stimando alcuni modelli di regressione a classi latenti con un numero crescente di classi che rappresentano gruppi di clienti con diversi livelli di soddisfazione, per ognuno degli item C1, C2 e C3. Questi valori, che possono essere utilizzati per effettuare un confronto tra i diversi modelli, si riferiscono a quantità del tutto analoghe a quelle considerate in

precedenza nel caso dei modelli fattoriali a classi latenti e di tipo *cluster*. In tutti e tre i casi, i modelli di regressione stimati hanno come predittore osservato il punteggio complessivo della scala e come variabile dipendente l'item C1, C2 e C3 rispettivamente. Essi rappresentano una specificazione appropriata della formula generale per i modelli di regressione a classi latenti espressa nell'equazione (19), rappresentata dalla seguente espressione:

$$f(y_i|z_{i1}^{pred}) = \sum_{x=1}^K P(x)f(y_i|x, z_{i1}^{pred}),$$

in cui y_i è la variabile dipendente che corrisponde, di volta in volta, all'item C1, C2 o C3, $K = 1, 2, \dots, 7$ e z_{i1}^{pred} è il punteggio complessivo della scala.

	LL	BIC _{LL}	Num. par.	L^2	df	p-value	Err. class.	R ²
1 classe	-417,554	875,034	7	278,269	293	0,720	0,000	0,402
2 classi	-414,930	915,416	15	273,021	285	0,690	0,167	0,498
3 classi	-410,806	952,798	23	264,773	277	0,690	0,247	0,574
4 classi	-407,474	991,766	31	258,111	269	0,670	0,368	0,674
5 classi	-404,454	1031,355	39	252,069	261	0,640	0,370	0,799
6 classi	-405,756	1079,590	47	254,674	253	0,460	0,430	0,796
7 classi	-402,521	1118,749	55	248,203	245	0,430	0,363	0,827

Tabella 5.7 – Valori delle quantità utilizzate per confrontare i modelli di regressione a classi latenti stimati, per l'item C1

	LL	BIC _{LL}	Num. par.	L^2	df	p-value	Err. class.	R ²
1 classe	-386,335	812,596	7	275,514	293	0,760	0,000	0,490
2 classi	-377,191	839,939	15	257,226	285	0,880	0,232	0,538
3 classi	-371,903	874,992	23	246,649	277	0,900	0,225	0,586
4 classi	-370,427	917,672	31	243,699	269	0,860	0,235	0,832
5 classi	-368,205	958,858	39	239,255	261	0,830	0,322	0,832
6 classi	-367,174	1002,426	47	237,193	253	0,760	0,369	0,874
7 classi	-364,115	1041,939	55	231,075	245	0,730	0,331	0,893

Tabella 5.8 – Valori delle quantità utilizzate per confrontare i modelli di regressione a classi latenti stimati, per l'item C2

	LL	BIC _{LL}	Num. par.	L ²	df	p-value	Err. class.	R ²
1 classe	-429,984	899,895	7	306,109	293	0,290	0,000	0,368
2 classi	-422,802	931,160	15	291,744	285	0,380	0,149	0,448
3 classi	-420,406	971,999	23	286,953	277	0,330	0,283	0,679
4 classi	-418,003	1012,824	31	282,148	269	0,280	0,257	0,743
5 classi	-415,235	1052,917	39	276,611	261	0,240	0,261	0,792
6 classi	-412,043	1092,164	47	270,227	253	0,220	0,257	0,899
7 classi	-408,829	1131,365	55	263,798	245	0,200	0,317	0,940

Tabella 5.9 – Valori delle quantità utilizzate per confrontare i modelli di regressione a classi latenti stimati, per l'item C3

Come si evince dai dati riportati nelle tabelle 5.7, 5.8 e 5.9, in tutti e tre i casi il modello che risulta preferibile, guardando il valore del BIC, è quello con un'unica classe latente poiché in questo caso il valore dell'indice risulta più basso; di conseguenza, la relazione tra il punteggio complessivo della scala e le variabili di controllo è la stessa per tutto il campione. Inoltre questa relazione è significativa, come emerge dai valori della statistica z riportati nella Tabella 5.10 per ciascun coefficiente di regressione che la rappresenta, e risulta positiva per tutti gli item di controllo C1, C2 e C3.

	Coefficiente di regressione	Statistica z
C1	0,039	8,657
C2	0,053	9,240
C3	0,038	8,584

Tabella 5.10 – Coefficienti di regressione e statistiche z per i modelli di regressione a classi latenti con una classe, aventi come variabili dipendenti gli item C1, C2 e C3 e come predittore osservato il punteggio complessivo della scala

Sulla base di questi risultati, la validità del costrutto della scala sembra essere confermata, anche considerando esplicitamente la natura ordinale delle variabili generate dagli item C1, C2 e C3, che rappresentano misure sintetiche di fenomeni che, secondo la letteratura di riferimento, sono teoricamente collegati al costrutto indagato. Questo, data la significatività statistica della relazione che intercorre tra le risposte date ad ognuno di essi e il punteggio complessivo della scala, e il fatto che questa relazione sia positiva. Risultati analoghi si ottengono utilizzando come predittore la variabile latente definita in precedenza con l'analisi a classi latenti di tipo *cluster*. Una ulteriore conferma della presenza di associazione tra la soddisfazione e gli item C1, C2 e C3 è fornita dai valori del coefficiente gamma di Goodman e Kruskal. Infatti, considerando la variabile latente definita in precedenza con l'ausilio dei modelli a classi latenti di tipo *cluster* e gli item di controllo, C1, C2 e C3, questo indice assume i valori 0,603, 0,695 e 0,522

rispettivamente, suggerendo un elevato livello di cograduazione tra le diverse coppie di variabili. Pertanto, al crescere del livello di soddisfazione espresso dalla variabile latente crescono la propensione al riacquisto e al passaparola positivo, oltre alla percezione di non avere lamentele riguardo all'esperienza di consumo. Nel condurre queste analisi, volte a verificare la validità del costrutto della scala, si è scelto di utilizzare i modelli di regressione a classi latenti poiché ci si aspettava che la relazione tra il punteggio complessivo della scala e le variabili di controllo fosse diversa tra le varie classi latenti individuate in precedenza. Tuttavia, poiché la relazione è la stessa, stimare un modello di regressione a classi latenti è equivalente a stimare un modello di regressione multinomiale per variabili dipendenti ordinali.

Conclusioni

L'obiettivo di questa tesi è stato quello di verificare se l'impiego di modelli a classi latenti potesse migliorare l'approccio tradizionale seguito per sviluppare e validare una scala di misura. In particolare, l'analisi a classi latenti permette di considerare il fatto che i dati raccolti sono di natura ordinale, e che il costrutto di interesse che si vuole misurare non è direttamente osservabile. Invece, l'approccio tradizionale, basato sul protocollo proposto da Churchill (1979), non considera esplicitamente la natura latente del costrutto di interesse, e propone strumenti statistici volti a valutare la validità e l'affidabilità della scala che si adattano bene a variabili misurate su scala metrica ma non di altra natura.

I dati utilizzati in questa tesi sono stati raccolti attraverso la somministrazione di un questionario ad un campione di 300 rispondenti, nel quale è stata inserita una scala per misurare la soddisfazione con riferimento ad un bene *shopping*: un paio di jeans di marca accompagnato da una forte comunicazione pubblicitaria. Inoltre, la scala di misura è stata sviluppata in modo da considerare tutte le fasi dell'esperienza di consumo, secondo un nuovo paradigma che afferma che la soddisfazione derivante da un singolo atto d'acquisto va intesa come l'esito di quella sperimentata in ogni singola fase del processo di consumo avvenuta fino a quel momento.

La modellazione a classi latenti tradizionale che è basata sui modelli a classi latenti di tipo *cluster* è stata utilizzata per valutare la validità del criterio della scala; i modelli fattoriali a classi latenti, invece, sono stati impiegati con lo scopo di studiarne la dimensionalità, e per valutare la validità del costrutto è stato fatto ricorso ai modelli di regressione a classi latenti. In tutti e tre i casi i modelli stimati prendono in considerazione il fatto che la soddisfazione del consumatore non è direttamente osservabile e deve essere rappresentata da una variabile latente, oltre al fatto che le variabili osservate sono di tipo ordinale.

I risultati ottenuti stimando questi modelli non sempre confermano le evidenze emerse valutando la scala attraverso l'applicazione dei metodi tradizionali; questo fatto dimostra che i protocolli seguiti abitualmente non sono sufficientemente robusti e possono condurre a conclusioni fuorvianti riguardo alle proprietà della scala di misura oggetto di studio. Nell'esempio considerato in questa tesi, una scala che era stata giudicata unidimensionale si è rivelata, invece, multidimensionale; questo implica, per esempio, che l'affidabilità della scala debba essere valutata separatamente per ognuna delle tre dimensioni rilevate. In altri casi, i risultati ottenuti si sono rivelati concordi con quanto emerso seguendo l'approccio tradizionale, in particolare la validità della scala è stata confermata, sebbene la presenza di questa proprietà sia stata verificata con strumenti più idonei rispetto a quelli impiegati tradizionalmente. Inoltre, l'utilizzo dell'analisi a classi latenti ha permesso di ricavare informazioni ulteriori sulla relazione che intercorre tra la soddisfazione e le variabili teoricamente collegate ad essa, impiegate per verificare che la scala di misura

sia uno strumento valido. Per esempio, nel verificare la validità del costrutto della scala è stato possibile mettere in luce che la relazione tra la soddisfazione misurata con il punteggio complessivo della scala e le variabili di controllo, ossia gli item C1, C2 e C3, è la stessa per tutto il campione. O ancora, nello studiare la validità del criterio, l'utilizzo di modelli a classi latenti di tipo *cluster* ha permesso di tracciare diversi profili dei consumatori dai quali è possibile trarre informazioni utili da tradurre in azioni di marketing. Tutte informazioni, che i protocolli tradizionali non sono stati in grado di evidenziare con possibili ripercussioni sull'efficacia dell'utilizzo dello strumento di misurazione in questione.

Per queste ragioni le analisi condotte sottolineano le potenzialità dell'analisi a classi latenti nell'ambito dei protocolli per lo sviluppo e validazione delle scale di misura, ne suggeriscono l'applicazione in questo campo e raccomandano ulteriori lavori di ricerca.

Appendice A

QUESTIONARIO FINALE

Questionario:
Scala di soddisfazione nel consumo dei beni shopping

Questionario N° _____

Data _____

Domanda di screening:

Consideri un'esperienza di acquisto in riferimento ad un paio di jeans di marca con una forte comunicazione pubblicitaria.

ATTENZIONE: Se l'intervistato non ha tale esperienza, ringraziare e chiudere l'intervista. Altrimenti, continuare l'intervista.

Anzitutto desideriamo ringraziarLa per la Sua gentile collaborazione. Stiamo conducendo una ricerca sulla soddisfazione dei consumatori nelle esperienze di consumo.

La informiamo che le Sue risposte rimarranno del tutto anonime e che i pochi dati anagrafici richiesti serviranno solamente per realizzare dei calcoli statistici.

La preghiamo di rispondere *a tutti i quesiti* con la massima sincerità (non omettere alcuna risposta), dato che riteniamo le Sue opinioni particolarmente importanti.

SCALA DI SODDISFAZIONE NEL CONSUMO DEI BENI SHOPPING

Cod.	Quanto sono soddisfatto...	Del tutto insoddisfatto			Del tutto soddisfatto			
E1	... del modo in cui la forte comunicazione pubblicitaria del prodotto mi ha coinvolto?	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
E2	... dello stile del prodotto: del grado di adesione a nuove mode e tendenze?	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
R1	... della raccolta di informazioni circa la lavorazione del prodotto tramite fonti commerciali?	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
R2	... della raccolta di informazioni di carattere estetico (linea e colore) del prodotto tramite fonti commerciali?	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
R3	... della capacità delle campagne pubblicitarie del prodotto di catturare la mia attenzione?	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>

Cod.	Quanto sono soddisfatto...	Del tutto insoddisfatto						Del tutto soddisfatto
		1	2	3	4	5	6	7
R4	... della competenza del personale del punto-vendita nel descrivere le caratteristiche del prodotto?	<input type="checkbox"/>						
R5	... della chiarezza delle informazioni contenute nelle etichette?	<input type="checkbox"/>						
R6	... delle informazioni che ho dedotto in riferimento all'immagine legata alla marca in termini di qualità?	<input type="checkbox"/>						
V1	... della qualità percepita del prodotto rispetto a quella delle alternative disponibili sul mercato?	<input type="checkbox"/>						
V2	... della presenza nel prodotto delle caratteristiche desiderate, rispetto alle alternative presenti sul mercato?	<input type="checkbox"/>						
V3	... della notorietà dei jeans della marca da me scelta rispetto a quella degli altri jeans disponibili sul mercato?	<input type="checkbox"/>						
V4	... della vestibilità dei jeans della marca da me scelta rispetto a quella degli altri jeans disponibili sul mercato?	<input type="checkbox"/>						
U1	... della modernità e accoglienza del punto vendita	<input type="checkbox"/>						
U2	... della disponibilità del personale del punto-vendita?	<input type="checkbox"/>						
U3	... del rapporto qualità/prezzo del prodotto?	<input type="checkbox"/>						
U4	... dell'immagine trasmessa dai jeans della marca da me scelta?	<input type="checkbox"/>						
U5	... del prezzo pagato in relazione all'offerta (ossia non considerando solo il prodotto in sé, ma anche la garanzia, l'immagine legata alla marca, ecc.)?	<input type="checkbox"/>						
P1	... della performance complessiva (vestibilità) dei jeans della marca da me scelta che ho riscontrato nel loro effettivo utilizzo?	<input type="checkbox"/>						
P2	... del grado in cui le informazioni raccolte riguardanti i jeans della marca da me scelta sono state confermate?	<input type="checkbox"/>						
P3	... dell'affidabilità del prodotto che ho effettivamente riscontrato durante il suo effettivo utilizzo?	<input type="checkbox"/>						
P4	... della capacità del prodotto di mantenere invariate le caratteristiche iniziali: colore, linea, dimensioni?	<input type="checkbox"/>						
P5	... della convenienza del prodotto?	<input type="checkbox"/>						
P6	... della validità della certificazione di qualità fornita dal produttore?	<input type="checkbox"/>						

In definitiva:

Cod.	Quanto sono soddisfatto...	Del tutto insoddisfatto					Del tutto soddisfatto	
S1	...complessivamente della mia esperienza con i jeans della marca da me scelta?	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
Cod.	Quanto mi trovo d'accordo con le seguenti affermazioni?	Per niente d'accordo					Del tutto d'accordo	
C1	Ho intenzione di acquistare il prodotto in una prossima occasione	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
C2	Parlerò positivamente dell'esperienza di consumo vissuta con il prodotto	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>
C3	Non ho lamenti riguardo ad alcun aspetto dell'esperienza di consumo con prodotto	1 <input type="checkbox"/>	2 <input type="checkbox"/>	3 <input type="checkbox"/>	4 <input type="checkbox"/>	5 <input type="checkbox"/>	6 <input type="checkbox"/>	7 <input type="checkbox"/>

Per classificare i dati precedenti, risponda infine alle seguenti domande:

Cod.	Dati socio-demografici		
SESSO	Sesso	1 <input type="checkbox"/>	Maschio
		2 <input type="checkbox"/>	Femmina
ETA'	Età	<i>Inserire numero di anni:</i> _____	

Il test è finito. La ringraziamo per la cortesia accordataci.

Bibliografia

- Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis*. Second Edition, New York: Wiley.
- Anderson, T. W. (1954). On estimation of parameters in latent structure analysis. *Psychometrika*, 19, 1-10.
- Bassi, F. (2011). Latent class analysis for marketing scale development. *International Journal of Market Research*, 53, 2, 211-232.
- Churchill, G. A. (1979). A paradigm for developing better measures of marketing constructs. *Journal of Marketing Research*, 16, 1, pp. 64-73.
- De Vellis, R. F. (1991). *Scale Development. Theory and Applications*. Newbury Park: Sage.
- Formann, A. K. (1992). Linear logistic latent class analysis for polytomous data. *Journal of the American Statistical Association*, 87, 476-486.
- Goodman, L. A. (1974a). The analysis of systems of qualitative variables when some of the variables are unobservable: Part I. A modified latent structure approach. *American Journal of Sociology*, 79, 1179-1259.
- Goodman, L. A. (1974b). Exploratory latent structure analysis using both identifiable and unidentifiable models. *Biometrika*, 61, 215-231.
- Goodman, L. A. (1979). Simple models for the analysis of association in cross-classification having ordered categories. *Journal of the American Statistical Association*, 74, 537-552.
- Guido, G., Bassi, F., e Peluso, A. M. (2010). *La soddisfazione del consumatore. La misura della customer satisfaction nelle esperienze di consumo*. Franco Angeli, Milano, 2010.
- Haberman, S. J. (1979). *Analysis of qualitative data, Vol. 2, New developments*. New York: Academic Press.
- Hagenaars, J. A. (1988). Latent structure models with direct effects between indicators: Local dependence models. *Sociological Methods & Research*, 16, 379-405.
- Heinen, A. (1993). *Discrete latent variables models*. Tilburg: Tilburg University Press.
- Heinen, T. (1996). *Latent class and discrete latent trait models: Similarities and differences*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Langeheine, R., Pannekoek, J., & Van de Pol, F. (1996). Bootstrapping goodness-of-fit measures in categorical data analysis. *Sociological Methods & Research*, 24, 492-516.
- Lazarsfeld, P. F., & Henry, N. W. (1968). *Latent structure analysis*. Boston: Houghton Mifflin.
- Magidson, J., & Vermunt, J. K. (2001). Latent class factor and cluster models, bi-plots and related graphical displays. *Sociological Methodology*, 31, 223-264.

- McCutcheon, A. L. (1987). *Latent class analysis*. Sage University Paper series on Quantitative Applications in the Social Sciences, series no. 07-064. Newbury Park, CA: Sage.
- McHugh, R. B. (1956). Efficient estimation and local identification in latent class analysis. *Psychometrika*, 21, 331-347.
- Peter, J. P. (1979). Reliability: a review of psychometric basics and recent marketing practices. *Journal of Marketing Research*, 16, 1, pp. 6-17.
- Vermunt, J. K., & Magidson, J. (2002). Latent class cluster analysis. In J. A. Hagenaars & A. L. McCutcheon (Eds.), *Applied latent class analysis* (pp. 89-106). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Vermunt, J. K., & Magidson, J. (2013). *Technical Guide for Latent GOLD 5.0: Basic, Advanced, and Syntax*. Belmont, MA: Statistical Innovations Inc.
- Vermunt, J. K., & Van Dijk, L. (2001). A nonparametric random-coefficients approach: the latent class regression model. *Multilevel Modelling Newsletter*, 13, 6-13.
- Wedel, M., & DeSarbo, W. S. (1994). A review of recent developments in latent class regression models. R. P. Bagozzi (ed.), *Advanced Methods of Marketing Research*, 352-388, Cambridge: Blackwell Publishers.
- Wedel, M., & Kamakura, W. A. (1998). *Market Segmentation: Concepts and Methodological Foundations*. Boston: Kluwer Academic Publishers.