

Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "GALILEO GALILEI" Corso di Laurea Triennale in Fisica

Tesi di Laurea Triennale

Misure del Fattore di Qualità di Cavità a Microonde alla Temperatura dei Millikelvin

Candidato: Alessio Meggiolaro Matricola 1070855 Relatore: Prof. Giovanni Carugno

Correlatore: Dott. Luca Taffarello

Indice

Int	trod	uzione	v
1	Ref	rigeratore a diluizione ${}^{3}\mathrm{He}/{}^{4}\mathrm{He}$	1
	1.1	Considerazioni teoriche	1
		1.1.1 Diagramma delle fasi	1
		1.1.2 Composizione del refrigeratore	3
		1.1.3 Resistenze termiche	5
	1.2	Apparato sperimentale	6
		1.2.1 Gas Handling System	7
		1.2.2 Sistema di pompaggio	8
2	Ter	mometria nella regione dei milliKelvin	9
	2.1	Termometri	9
	2.2	Transizioni del Fixed Point Thermometer	11
		2.2.1 Berillio @20mK	11
		2.2.2 Record di temperatura minima	12
	2.3	Calibrazione Fixed Point	13
	2.4	Risultati	14
3	Cav	vità a microonde e misure RF	15
	3.1	Cavità risonante	15
		3.1.1 Circuito equivalente RLC	18
		3.1.2 Resistenze di superficie	18
	3.2	Network Analyzer	20
		3.2.1 S-parametri	20
	3.3	Cavità sperimentale	21
	3.4	Misure RF	22
	3.5	Misure a 4.2 K \ldots	23
4	Con	nclusioni	25
\mathbf{A}	Car	atterizzazione del sistema	27
	A.1	Termometri @R.T.	27
	A.2	Livello di elio nel dewar e recupero	28
	A.3	Procedura di condensazione dell'elio	29
		A.3.1 Condensing ⁴ He	29
		A.3.2 Condensing ³ He automatico \ldots	30
		A.3.3 Condensing ³ He manuale	31
	A.4	Ottimizzazione della potenza sulla still	35
	A.5	Tempo di svuotamento del dewar	36
Bi	bliog	grafia	37

Introduzione

L'esperimento QUAX (QUaerere AXion)[1] si propone di osservare gli assioni, particelle teorizzate dai fisici Peccei e Quinn per risolvere il problema della CP. Gli assioni di piccola massa (tra i μ eV e i meV) potrebbero essere stati prodotti nell'universo primordiale e costituirebbero gran parte della materia oscura fredda (Cold Dark Matter) che forma gli aloni galattici. Per individuare gli assioni se ne analizza l'interazione con gli spin delle particelle elementari, quali gli elettroni.

Seguendo lo spunto di Krauss, Barbieri, Kolokolov e Vorobyev, si studia il vento assionico dovuto al moto del Sistema Solare attraverso l'alone[2]. Dallo spostamento relativo tra assioni e sistema di riferimento del laboratorio, solidale alla Terra, si induce un campo magnetico, la cui frequenza è determinata dalla massa dell'assione. Il campo assionico orienta la magnetizzazione totale di un campione di materiale ferrimagnetico, collocato in una cavità a microonde, e produce un segnale a radiofrequenza. Per minimizzare il rumore dovuto al bagno di fotoni termici, si sottopone il sistema a temperature ultra-criogeniche.

L'esperimento effettuato in laboratorio consta di due parti:

- utilizzo di un refrigeratore a diluizione, per ottenere la temperatura più bassa possibile;
- misura del fattore di qualità di una cavità cilindrica superconduttiva, in bagno di elio liquido.

In questo elaborato viene descritto un metodo per raggiungere temperature di decine di milli-Kelvin utilizzando due isotopi di elio: ⁴He ed ³He. Quest'ultimo ha un punto di condensazione più basso rispetto all'⁴He, pari a 3.19 K, e parimenti una temperatura critica di 3.35 K, contro i 5.3 K dell'altro isotopo. Sfruttando le caratteristiche differenti dei due tipi di elio si riesce a raffreddare la camera a contatto con la miscela.

Ci si propone di effettuare delle misure del fattore di qualità Q di una cavità risonante alla temperatura di 4.2 K, confrontandolo con quello nominale a temperatura ambiente. Lo step successivo, non trattato in questa tesi, sarà collocare tale cavità all'interno del refrigeratore a diluizione per spingersi a punti di lavoro più freddi per la misurazione di microonde.

Nel primo capitolo è presentata la teoria che interessa il processo di raffreddamento per diluizione dell'³He nell'⁴He. E' riportato uno schema del refrigeratore e delle diverse camere di cui è composto. E' descritto il Gas Handling System, strumento per il controllo delle pressioni di lavoro e per il corretto funzionamento del sistema.

Nel secondo capitolo sono spiegati i principi di funzionamento del termometro a punti fissi (FPT), utilizzato per conoscere le temperature della Mixing Chamber, e del ponte resistivo

AVS-46. Sono riportati i risultati delle misure di temperatura e la calibrazione delle resistenze del termometro di RuO_2 della Mixing Chamber con le transizioni del Fixed Point.

Nel terzo capitolo è presentata la teoria sulle cavità risonanti e i loro circuiti equivalenti RLC. Sono spiegati il principio di funzionamento del Network Analyzer e la caratterizzazione di device passivi per mezzo degli S-parametri. Sono presentate le misure del fattore di qualità Q e lo spettro di risonanza della cavità.

Nell'ultimo capitolo si riportano i risultati finali e ulteriori considerazioni.

In appendice sono riportate le resistenze dei termometri di lavoro a temperatura ambiente, una caratterizzazione del sistema di refrigerazione nelle fasi di condensazione dell'³He e dell'⁴He e durante lo svuotamento del dewar e i parametri atti ad ottimizzare il raffreddamento, fornendo potenza sulla camera di distillazione.

Capitolo 1

Refrigeratore a diluizione ${}^{3}\text{He}/{}^{4}\text{He}$

1.1 Considerazioni teoriche

Il refrigeratore a diluizione è un apparecchio criogenico che permette di raggiungere temperature estremamente basse, fino a decine di milliKelvin. Il sistema utilizza l'isotopo dell'elio più comune (⁴He) e quello con un solo neutrone (³He), molto più raro in natura, ed è l'unico che permette di mantenere temperature al di sotto di 300 mK. Il minimo di temperatura ottenibile è di circa 2 mK.

Il metodo di refrigerazione a diluizione fu proposto per la prima volta nel 1962 da H. London, G.R. Clarke ed E. Mendoza da un'idea suggerita da London undici anni prima. Fino agli anni '50 infatti l'unico metodo per ottenere temperature inferiori a 1 K era il refrigeratore magnetico, che sfruttava la demagnetizzazione di un sale paramagnetico.

1.1.1 Diagramma delle fasi

Il sistema criogenico sfrutta le proprietà dei due isotopi di elio, una volta condensati, per poter fornire dei punti di lavoro a temperature stabili prossime allo zero assoluto. In figura è riportato il diagramma delle fasi dell'elio per temperature inferiori a quella in cui l'⁴He diventa superfluido, T = 2.117 K. La linea lambda distingue tra il comportamento normale e quello superfluido della mistura fino al punto triplo, in cui incontra la linea di separazione di fase. Le concentrazioni di ³He ed ⁴He sono rispettivamente $x_3 = \frac{n_3}{n_3+n_4}$ e $x_4 = \frac{n_4}{n_3+n_4}$, ove $n_{3,4}$ è il numero di atomi (o equivalentemente di moli) dell'isotopo.

Si nota che al di sotto del punto triplo, a T = 0.867 K, la mistura di ³He e ⁴He si separa in due fasi liquide ben distinte:

- una fase ricca di ³He (lungo i punti a destra della linea di equilibrio, sotto il punto triplo);
- $\bullet\,$ una fase povera di $^{3}{\rm He}$ (lungo i punti a sinistra della linea di equilibrio, sotto il punto triplo).

Tali fasi si mantengono separate tra di loro, con il liquido ricco di ³He, meno denso, sopra quello ricco di ⁴He¹. Per temperature tendenti a 0 K, la fase ricca di ³He diventa puro ³He,

¹ Per T = 0 K, la densità dell'³He è 0.0823 g/cm³, quella dell'⁴He è 0.146 g/cm³



Figura 1.1: Diagramma delle fasi dell'³He e ⁴He. Oltre alla linea lambda e alle linee di separazione delle due fasi, è riportato l'andamento della temperatura di Fermi $(T_{\rm F})$ dell'³He.

mentre la concentrazione di ³He nella fase povera tende al 6.6%[3]. Le concentrazioni degli isotopi sulla linea di separazione delle fasi alla pressione di vapore saturo sono:

$$x_3 = 0.066(1 + 8.3T^2) \tag{1.1}$$

$$x_4 = 0.85T^{3/2}e^{-0.56/\mathrm{T}} \tag{1.2}$$

E' necessario spendere energia per far passare le particelle dall'una all'altra fase, ad esempio tramite una pompa. Tra di esse infatti vi è una regione proibita, per cui ³He ed ⁴He sono vincolati a determinate concentrazioni.

Alcune particelle di ³He quindi vengono a diluirsi nella soluzione di ⁴He più pesante, nella parte inferiore della camera. Abbassando la pressione si induce il circolo del solo ³He, che ha un punto di ebollizione inferiore, e la conseguente distillazione. Riducendosi la concentrazione di ³He nella parte diluita, per pressione osmotica² alcuni atomi di ³He si spostano dalla zona concentrata, andando ad occupare le vacanze. Gli atomi spostatisi dalla fase concentrata a quella diluita aumentano l'entropia e assorbono calore, abbassando la temperatura della camera circostante.

La potenza criogenica (*cooling power*) prodotta con l'"evaporazione" dell'³He dalla fase concentrata $\hat{e}[4]$:

$$\dot{Q} = \dot{n_3}\Delta H(T) = \dot{n_3}[H_d(T) - H_c(T)] \propto x_3 \int \Delta C dT$$
(1.3)

ove n_3 è il numero di moli che evaporano nell'unità di tempo, H è l'entalpia molare di mixing e ΔC la differenza dei calori specifici delle due fasi.

 $^{^2~}$ Si veda la spiegazione al paragrafo §1.1.2, eq. (1.6) e (1.7)

Utilizzando una pompa con un rate di pompaggio \dot{V} alla pressione di vapore P, si ricava una potenza:

$$\dot{Q} = \dot{V}P(T)L(T) \propto e^{-1/T} \tag{1.4}$$

con il calore latente di evaporazione pressoché costante $(L(T) \approx L)$.

Nel processo di diluizione, invece, la dipendenza del cooling power dalla temperatura è:

$$\dot{Q} \propto x \Delta H(T) \propto T^2$$
 (1.5)

Per temperature T < 0.4 K la refrigerazione per mezzo di ³He ed ⁴He è più vantaggiosa rispetto all'utilizzo di criostati a evaporazione di solo ³He.

Fondamentale caratteristica dell'³He è che i suoi nuclei si comportano come fermioni di spin nucleare I = 1/2, pertanto obbediscono alla statistica di Fermi-Dirac (e al principio di esclusione di Pauli). Al contrario, l⁴He è composto da bosoni di I = 0 e alla temperatura di 2.117 K transisce allo stato superfluido, corrispondente alla condizione di condensazione di Bose-Einstein.

Una volta condensato, l'⁴He raggiunge il ground state per T < 0.5 K, il suo calore specifico e l'entropia tendono a zero e si viene a formare un "background di superfluido inerte", il quale contribuisce solo in termini di volume alla mistura totale.

1.1.2 Composizione del refrigeratore

Il refrigeratore comprende differenti camere, attraverso cui circola l'elio che raffredda l'intero sistema. La temperatura più bassa viene raggiunta nella Mixing Chamber (MC), solitamente di rame, dove risiedono le fasi concentrata e diluita interfacciate fra loro. L'interno viene ricoperto di polvere metallica sinterizzata, come Cu o Ag, per ridurre la resistenza termica.

Sopra la Mixing Chamber è posizionata la still, collegata alla prima attraverso una serie di scambiatori di calore (*heat exchangers*). Questi ultimi consistono in due capillari concentrici di materiale con bassa conduttività termica, come CuNi, ottone o acciaio, e sono avvolti a spirale. Nel condotto più interno fluisce l'elio verso la fase concentrata, in quello esterno circola l'³He dalla fase diluita alla still. L'³He gassoso contenuto nella still viene rimosso attraverso una pompa e raffreddato a 4.2 K dal bagno di ⁴He circostante le camere. Una volta raffreddato, viene fatto ricondensare a contatto con la 1K POT, che mantiene una temperatura di circa 1.5 K grazie all'evaporazione dell'⁴He contenuto in questa camera. L'³He concentrato scende nella still e attraverso gli heat exchangers viene ulteriormente raffreddato dalla mistura circolante in senso opposto.

Per una soluzione ideale (per $T > T_{\rm F}$) è valida la legge di van't Hoff:

$$\pi V_{\mathrm{m},4} = xRT \tag{1.6}$$

ove $V_{m,4}$ è il volume molare dell'⁴He. Pertanto, la differenza di pressione tra Mixing Chamber e still è:

$$\pi_{\rm mc} - \pi_{\rm st} \approx \frac{x_{\rm mc} T_{\rm mc} - x_{\rm st} T_{\rm st}}{V_{\rm m,4}} \tag{1.7}$$



Figura 1.2: Schema di un refrigeratore a diluizione ${}^{3}He/{}^{4}He$.

Pompando l'³He dalla still, si riduce la concentrazione x_{st} e si aumenta la differenza di pressione. Per $T < T_F$ la legge di van't Hoff non è più valida e viene corretta per un fattore costante³.

Il bilancio entalpico è stabilito dalla relazione:

$$\dot{n}_3[H_{3,\rm d}(T_{\rm mc}) - H_3(T_{\rm mc})] = \dot{n}_3[H_3(T_{\rm ex}) - H_3(T_{\rm mc})] + \dot{Q}$$
(1.9)

$$\pi V_{\mathrm{m},4} = 0.4xRT \tag{1.8}$$

 $^{^3~}$ Per $T < T_{\rm F}/3,$ la legge diventa:

La dipendenza delle entalpie dell'³He concentrato e diluito dalla temperatura assumono la forma:

$$H_3(T) = H_3(0) + 11T^2 \tag{1.10}$$

$$H_{3,d}(T) = H_3(0) + 95T^2 \tag{1.11}$$

Dalle eq. (1.10) e (1.11) si ricava il cooling power:

$$\dot{Q} = \dot{n_3}(95T_{\rm mc}^2 - 11T_{\rm ex}^2) \tag{1.12}$$

La massima potenza si otti
ene quando $T_{\rm mc}$ = $T_{\rm ex},$ e risulta:

$$\dot{Q} = 84\dot{n}_3 T_{\rm mc}^2 \tag{1.13}$$

Da (1.10), la minima temperatura possibile della mixing chamber è:

$$T_{\rm mc,min} = (\dot{Q}/(84\dot{n_3}))^{1/2} \tag{1.14}$$

Il massimo di temperatura permessa all'elio proveniente dagli scambiatori di calore verso la mixing chamber si ottiene ponendo a zero la potenza criogenica del refrigeratore, $\dot{Q} = 0$, e risulta: $T_{\rm ex} \leq 3T_{\rm mc}$.

1.1.3 Resistenze termiche

Lavorando a basse temperature, sono molto rilevanti i contatti termici tra le parti del sistema criogenico. Le resistenze di contatto $R_{\rm C}$ alla superficie di separazione tra due solidi implicano una dissipazione di temperatura:

$$\Delta T = \frac{R_{\rm C}}{A} \dot{Q} \tag{1.15}$$

Altrettanto rilevante è la resistenza di Kapitza $R_{\rm K}$, dovuta al contatto tra l'elio e gli altri materiali, che aumenta al diminuire della temperatura:

$$R_{\rm K} = \frac{a}{AT^3} \left[K/W \right] \tag{1.16}$$

ove A è l'area della superficie di contatto e a una costante dipendente dal materiale ($a_c \approx 0.05 \text{ m}^2\text{K}^4/\text{W}$ per l'³He puro, $a_d \approx 0.02 \text{ m}^2\text{K}^4/\text{W}$ per la mixture di ³He/⁴He).

La presenza di tale resistenza che interessa l'elio per T < 4.2 K è spiegata da un "modello di mismatch acustico" teorizzato dapprima da Khalatnikov nel 1952 e indipendentemente da Mazo e Onsager nel 1955. Il modello prevede che l'interfaccia tra elio e materiale sia trattata come un piano e ai fononi siano associate delle onde piane che si propagano in uno spazio continuo. L'assunzione di questo continuum è valida se la lunghezza d'onda associata al fonone è maggiore delle distante interatomiche. I fononi incidenti possono riflettersi o rifrangersi, in maniera speculare o invertendo il modo. La probabilità di trasmissione è la frazione di

energia trasmessa attraverso la superficie. Esperimenti effettuati da Harrison indicano una buona efficacia del modello per 0.01 K < T < 0.2 K.

Per quanto concerne la resistenza di contatto $R_{\rm C}$ tra due superfici, si è proposto un "modello di mismatch diffusivo", per cui tutti i fononi sono scatterati. Lo scattering distrugge la correlazione tra il vettore d'onda del fonone incidente e di quello diffuso. Pertanto la probabilità di trasmissione è indipendente da quale dei materiali provenga il fonone ed è proporzionale alla densità di stati fononici, secondo la Golden Rule di Fermi.

1.2 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale utilizzato consta di un sistema di refrigerazione che permette di ottenere temperature di qualche decina di mK. Questo comprende una camera da vuoto (IVC, Inner Vacuum Chamber), portata a una pressione dell'ordine dei 10^{-6} mbar. Al suo interno verrà attaccata la cavità, con cui effettuare la misura delle radiazioni a microonde e la rilevazione dei picchi di risonanza. Per conoscere le temperature a cui sono sottoposti il tubo da vuoto e le varie componenti del refrigeratore si utilizzano: un ponte resistivo a corrente alternata, di modello AVS-46 (PicoWatt), e un termometro a punti fissi (FPT), collegati ai sensori posti sulle camere per mezzo di fili con uscita in testa al cryocooler. Le pressioni delle varie camere e i flussi di ³He e/o ⁴He sono controllati per mezzo del Gas Handling System, che contiene nel cabinet già l'elio da far circolare all'interno delle camere per poter raffreddare il sistema.

Il refrigeratore prevede due distinte camere. La camera di iridio in cui viene inserito l'³He e quella sperimentale in alluminio, ancorata alla prima per mezzo di una flangia, sigillata con viti. Tra le due parti è stato apposto un filo di indio.

Le parti principali del refrigeratore sono:

- 1K POT, comprendente l'asta che preleva elio liquido dal dewar circostante. Sullo stesso piano è posta una pompa a carboni attivi (*sorb pump*);
- STILL, sulla quale è termicamente ancorato anche un riscaldatore, per registrare la potenza termica e incrementare il flusso di ³He freddo proveniente dalla Mixing Chamber;
- HEAT EXCHANGER, gli scambiatori di calore che collegano la still alla Mixing Chamber;
- MIXING CHAMBER, il punto più freddo del sistema.

Anche sulla Mixing Chamber è ancorato un riscaldatore, per registrare la potenza criogenica e per poter effettuare delle misure di fino delle temperature critiche col FPT, oltre che per facilitare il riscaldamento delle camere per estrarre l'elio.

Il refrigeratore è immerso in un bagno di elio liquido a 4.2 K. Sulla testa sono stati posizionati tre sensori Pfeiffer per rilevare le pressioni delle varie camere da vuoto. Si è locata sulla linea della IVC una turbo. Sulla linea della 1K POT si è posta, oltre al sensore, una valvola, per permettere un miglior controllo del flusso di elio durante i check di occlusione della canna.

E' presente inoltre una sonda di livello per controllare il quantitativo di elio nel dewar.

1.2.1 Gas Handling System



Figura 1.3: Gas Handling System.

Il Gas Handling System a cui è collegato il refrigeratore è costituito da un pannello di controllo, il quale mostra a sinistra (in giallo) il circuito ausiliario in cui circola solamente ⁴He, nella parte destra (verde) si ha il ciclo dell'³He che assieme all'⁴He forma la mistura.⁴

Il circuito ausiliario comprende:

- la linea di recupero dell'elio;
- la linea che proviene dal dewar, in cui è contenuto l'⁴He che isola le camere sperimentali dall'ambiente esterno;
- la linea dalla 1K POT;
- la linea dalla Inner Vacuum Chamber⁵.

Le ultime tre linee conducono alla 1K pump (pump-4), la quale pompa il vuoto e riduce la pressione in particolare della 1K POT e della IVC. Viene indicata la pressione del dewar (P1), della 1K POT $(P2)^6$ e della IVC (P3).

 $^{^4~}$ I valori iniziali di pressione della Dump $^3{\rm He}$ e $^4{\rm He}$ sono rispettivamente 945 mbar e 924 mbar.

⁵ Priva della turbo e della valvola A2 (NC = Not Counted)

 $^{^{6}\,}$ Lo zero della pressione della 1K POT è -1 mbar.

Il circuito primario è quello in cui avviene il ciclo vero e proprio di refrigerazione, e contiene:

- la linea dalla still, a cui è collegata soltanto una turbo (S1), controllata dal corrispondente pulsante di accensione;
- la linea con le due trappole in parallelo;
- la linea per far circolare l'³He all'interno dei tubi che portano fino alla Mixing Chamber.

Dalla pompa della still si raggiunge in serie una dry backing pump (pump-3) che conduce alle trappole o alle riserve di elio non circolato. Viene indicata la pressione sul back della turbo (P4), sul back della dry pump (P5), il flusso di elio condotto all'interno del refrigeratore (Flow)⁷ e infine il quantitativo di ³He e ⁴He nelle Dump.

1.2.2 Sistema di pompaggio

Dopo aver inserito il refrigeratore all'interno del dewar, si sono fatti i test per il vuoto con il cercafughe e si è iniziato a pompare. Per regolare l'apertura e chiusura delle valvole, tenere sotto controllo le pressioni e i flussi si è utilizzato il Gas Handling System sopracitato.

Per pulire le linee si usano le due trappole (Trap e Aux. trap) a carboni attivi. Facendo compiere dei cicli da un'entrata delle trappole verso la pump-3 si intrappolano le particelle d'aria e si fa diminuire la pressione in tale circuito. La 1K POT viene tenuta a una leggera sovrapressione di circa 1.5 bar per evitare che si inquini. Aprendo la valvola (A9), si è iniziato il circolo. La pressione della 1K POT diminuisce, mentre quella del dewar aumenta. Aprendo l'AUX-1, facendo quindi partire la turbo V-551 Navigator (Controller V-550) e aumentandone la potenza (e anche la corrente), viene a diminuire la pressione della still.

La pressione minima raggiunta col processo di pompaggio della turbo sulla IVC è stata di $\approx 5\cdot 10^{-6}$ mbar, ottenuta dopo aver più volte riscaldato la sorb pump.

⁷ Ogni unità indicata sul display corrisponde a un flusso di 33 μ moli/s. Lo zero del flusso è -022 circa.

Capitolo 2

Termometria nella regione dei milliKelvin

2.1 Termometri

Per misurare le temperature delle varie camere del refrigeratore si sono utilizzati un ponte resistivo AVS-46 e un termometro a punti fissi. A temperatura ambiente (@R.T. ≈ 300 K) si sono effettuate le misurazioni solo mediante l'AVS-46 AC RESISTANCE BRIDGE. Esso converte dei segnali di corrente alternata in continua e manda in output il valore delle resistenze dei sensori¹.



Figura 2.1: Front Panel del ponte resistivo AVS-46.

Le resistenze dei termometri² di RuO₂ sono state misurate con il metodo a 4 terminali (2 di corrente, 2 di tensione). La misurazione a 4 terminali è una tecnica di misura che permette di ricavare il valore dell'impedenza elettrica a partire dalla corrente misurata ai capi di un amperometro e dalla differenza di potenziale ai capi di un voltmetro.

¹ Si è cablata la logica atta a collegare le uscite dei connettori dal refrigeratore al Rear Panel dell'AVS-46 per mezzo di un cavo da Fischer con 24 pin a una vaschetta a 37 pin, per ottenere un output a 7 canali con le rispettive masse.

 $^{^2\,}$ Cfr. appendix A.1: Termometri @R.T.

Utilizzando solamente un ohmmetro verrebbero comprese nella misura anche le resistenze dei fili che, se di considerevole lunghezza, contribuirebbero a sovrastimare la misura, con un errore non trascurabile. Se invece si usano un amperometro e un voltmetro non si tiene conto delle resistenze dei fili. Attraverso il voltmetro passa una corrente trascurabile, perciò non si ha perdita di potenziale lungo i fili ed è come se si andasse a misurare la differenza di potenziale direttamente ai capi della resistenza.



(a) Front panel del ponte resistivo AVS-46

(b) Sensore del termometro a punti fissi

Figura 2.2: Nella foto a sinistra sono evidenziate le camere interne del refrigeratore: 1K POT, Still, Mixing Chamber. Tra la still e la MC sono situati gli scambiatori di calore. All'altezza delle tre camere e sulla trappola a carboni sono posti i termometri. Sono evidenziati anche i riscaldatori sulla Still (Q STILL) e sulla MC (QMC). Sotto quest'ultima è posto il sensore del termometro a punti fissi (foto a destra).

Si è termicamente ancorato alla base della Mixing Chamber un termometro a punti fissi (FPT, Fixed Point Thermometer). Esso è costituito da un sensore opportunamente schermato con Cryoperm per limitare l'influenza del campo magnetico terrestre. All'interno sono collocate due bobine tra le quali sono posti campioni di differenti materiali: Al, AuIn₂, AuAl₂, Ir, Ir₉₂Rh₀₈, Ir₈₀Rh₂₀, Be, W. Al variare della temperatura la tensione ai capi dei punti varia, transiendo da un regime normale a uno superconduttivo a temperature diverse a seconda del campione.

Le specifiche del termometro a punti fissi forniscono l'andamento del voltaggio a partire dalla transizione dell'alluminio ($T_{\rm c} = 1.2$ K). Perciò, dopo aver immerso l'apparato nel dewar e averlo riempito con elio, si è usufruito del solo ponte resistivo per registrare le temperature dai 4.2 K fino a circa 1 K.

Dalla transizione dell'alluminio si sono registrate le tensioni del FPT, che diminuiscono con lo scendere di temperatura, e contemporaneamente si è utilizzato il ponte resistivo per leggere le resistenze per effettuare successivamente la calibrazione del termometro della Mixing Chamber. La conversione in temperatura per una prima caratterizzazione del sistema è effettuata per mezzo di un programma con algoritmo prestabilito, interfacciando l'AVS-46 al computer via GPIB (o RS232).



Figura 2.3: Andamento della resistenza dei termometri di RuO_2 della 1K POT e della STILL secondo i dati raccolti in esperimenti precedenti a Trento con lo stesso refrigeratore.

2.2 Transizioni del Fixed Point Thermometer

Per effettuare le misure dopo la condensazione dell'³He e dell'⁴He si lascia il sistema in condizioni di Normal Circulation. Sono aperte le linee che conducono dalla still all'ingresso dell'elio. Viene inoltre lasciata attiva la pump-4 e aperte le valvole dalla 1K POT (A1 e A7).

2.2.1 Berillio @20mK

Riscaldando la camera della still per mezzo dell'Agilent E3620A si è potuto scendere in temperatura sotto la transizione dell' $Ir_{80}Rh_{20}$ (la cui temperatura critica è ≈ 31.5 mK). Questo perché scaldando la still si induce un maggior flusso di ³He per via di una differenza di pressione e, ottimizzando la potenza immessa sul riscaldatore, si arriva ad un minimo oltre il quale viene a riscaldarsi anche la Mixing Chamber³. Durante tale operazione si è potuta osservare la transizione del berillio, per la quale sono stati sufficienti circa 3 mW di potenza sulla still, con tensione di 0.75 V e 0.004 A di corrente.

Aumentando il voltaggio a 0.85 V la resistenza ha raggiunto i 9.11 kOhm e il Fixed Point si è fermato a 482.2 mV.

³ Cfr. appendix A.4: Ottimizzazione della potenza sulla still.



Figura 2.4: Curva di transizione dell'alluminio



Figura 2.5: Curva di transizione di $AuIn_2$, $AuAl_2$, Ir e $Ir_{92}Rh_{08}$. In blu i dati raccolti con temperatura in aumento, in rosso con temperatura in diminuzione.

2.2.2 Record di temperatura minima

Con il metodo di *Single Shot*, che consiste nel riportare l'³He nella Dump, si è riusciti a diminuire ulteriormente la temperatura della Mixing Chamber. Si è partiti da 482.0 mV registrati dal Fixed Point e 9.08 kOhm letti dal TMC e si è acceso il generatore con potenza di circa 6 mW (1 V x 0.006 A) sulla still. Lasciando il riscaldatore in queste condizioni, il valore minimo del Fixed Point è risultato 480.3 mV, mentre la resistenza massima 9.25 kOhm, a cui corrisponde una temperatura inferiore a 19.5 mK.



Figura 2.6: Curva di transizione del berillio.

2.3 Calibrazione Fixed Point

Per calibrare il termometro ancorato alla Mixing Chamber si è sfruttata la lettura della tensione del Fixed Point. Si sono confrontati i dati delle temperature a cui avvengono le transizioni dei campioni nel sensore con le resistenze lette sul canale dell'AVS-46 collegato al termometro di RuO_2 .

Si è ricorso ad un fit lineare dei punti di discesa (e salita) della temperatura, e di conseguenza della tensione del FPT. Per ottenere i punti di stato superconduttivo (con resistenza maggiore) e normal conduttivo (di resistenza minore) si è scelto di usare le intersezioni di rette interpolanti il tratto di transizione con quelle interpolanti i punti dei plateau. Essendo stato utilizzato un fit lineare, la resistenza critica è stata calcolata come $R_{C} = R_{SC} + 0.5$ ($R_{SC} - R_{NC}$).

Per ottenere i valori medi delle resistenze critiche di AuIn₂, AuAl₂, Ir e $Ir_{92}Rh_{08}$ si è calcolata la media pesata dei risultati estrapolati dai fit con temperatura a scendere e con temperatura a salire.

Material	V_{SC} (mV)	$\begin{array}{c} R_{SC} \\ (Ohm) \end{array}$	$egin{array}{c} V_{ m NC} \ ({ m mV}) \end{array}$	$\begin{array}{c} R_{NC} \\ (Ohm) \end{array}$	${ m V_C} { m (mV)}$	$\begin{array}{c} R_{C} \\ (Ohm) \end{array}$
Be	480 ± 10	8962 ± 8	513 ± 7	8909 ± 8	500 ± 10	8936 ± 6
$\mathrm{Ir}_{92}\mathrm{Rh}_{08}$	570.7 ± 0.7	5915 ± 7	606.8 ± 0.7	5806 ± 7	588.0 ± 0.6	5858 ± 6
Ir	606.4 ± 0.5	4629 ± 4	639.7 ± 0.5	4550 ± 4	623.0 ± 0.3	4589 ± 3
$AuAl_2$	640.1 ± 0.5	3240 ± 20	657 ± 1	3152 ± 8	648.6 ± 0.6	3198 ± 9
$AuIn_2$	657 ± 2	2641 ± 4	668 ± 1	2603 ± 4	662 ± 1	2623 ± 3
Al	668 ± 3	1118 ± 2	678 ± 7	1107 ± 2	673 ± 4	1113 ± 1

2.4 Risultati

Material	T _{SC} (mK)	$\begin{array}{c} R_{SC} \\ (Ohm) \end{array}$	${ m T_{NC}}\ ({ m mK})$	$ m R_{NC}$ (Ohm)	T _C (mK)	$\begin{array}{c} R_{C} \\ (Ohm) \end{array}$
Be	19.5	8962 ± 8	21.5	8909 ± 8	20.4	8936 ± 6
$Ir_{92}Rh_{08}$	64	5915 ± 7	68	5806 ± 7	66.1	5858 ± 6
Ir	90	4629 ± 4	96	4550 ± 4	93.1	4589 ± 3
$AuAl_2$	154	3240 ± 20	158	3152 ± 8	156.3	3198 ± 9
$AuIn_2$	205	2641 ± 4	210	2603 ± 4	207.7	2623 ± 3
Al	1150	1118 ± 2	1210	1107 ± 2	1183	1113 ± 1

Dai dati relativi alle temperature di transizione dei materiali si è calibrato il termometro di RuO_2 della Mixing Chamber con i seguenti risultati:

Non si è riusciti a raccogliere dati sulla transizione dell' $Ir_{80}Rh_{20}$ per problemi di instabilità dei valori della resistenza sulla Mixing Chamber registrati dall'AVS-46. La scelta di aver utilizzato un'interpolazione con una retta e non con polinomi di grado più alto ha comportato una sovrastima degli errori per le transizioni, specie dell'AuAl₂, nonché una inaccuratezza dovuta all'istereticità del sistema.



Figura 2.7: Calibrazione delle resistenze in funzione delle temperature per mezzo del FPT.

Capitolo 3

Cavità a microonde e misure RF

3.1 Cavità risonante

La cavità risonante è un risuonatore in cui le onde EM sono vincolate ad uno spazio limitato all'interno di un box metallico e si riflettono avanti e indietro. Se una sorgente genera onde di frequenza pari a quella di risonanza della cavità, l'oscillazione ha grande ampiezza e si immagazzina energia elettromagnetica. Un'onda riflettente al suo interno diventa stazionaria se la lunghezza della cavità è multiplo intero di mezza lunghezza d'onda:

$$l=n\frac{\lambda}{2}, n\in N$$

Le frequenze usualmente utilizzate per queste cavità spazzano il range tra le decine di MHz e le decine di GHz, corrispondenti alle microonde.

All'interno del risuonatore il campo elettrico (e magnetico) obbedisce alle equazioni di Maxwell¹:

$$\nabla^2 \vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} \tag{3.1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \tag{3.2}$$

Assumendo che le pareti siano di materiale di bassa resistenza superficiale, le condizioni al contorno sono:

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0 \tag{3.3}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{H} = 0 \tag{3.4}$$

le quali impongono l'assenza di componente tangenziale alla superficie per il campo elettrico, di quella normale per il campo magnetico. Nella pratica, si osservano sempre effetti dissipativi alle pareti e vi sono delle correnti evanescenti. Ad alte frequenze il campo oscilla varie volte all'interno della cavità, spostandosi dal centro in maniera radiale.

¹ Per alte frequenze non sono più valide le approssimazioni alle equazioni di Maxwell.

Per una particolare configurazione della cavità, il campo elettrico ha andamento[5]:

$$E = E_0 e^{i\omega t} J(x) \tag{3.5}$$

ove la variabile $x = \omega r/c$ dipende dalla distanza radiale dal centro del punto considerato. La funzione J(x) che modula il campo viene chiamata funzione di Bessel² ed è definita in prima approssimazione dalla seguente formula:

$$J_0(x) = 1 - \frac{1}{(1!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^4 - \frac{1}{(3!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^6 \pm o(x^6)$$
(3.6)

In qualsiasi punto lungo una superficie cilindrica corrispondente alla parete della cavità il campo elettrico è nullo. Attorno al campo elettrico si inviluppa il campo magnetico in cerchi concentrici con l'asse e oscilla sfasato di 90°. Il campo magnetico ha caratteristiche induttive, quello elettrico capacitive e complessivamente vanno a formare un circuito risonante LC.

Si può fornire della potenza elettrica da un generatore attraverso una antenna (o spira, *loop*) inserita in un foro nelle pareti della cavità. Dalla frequenza della sorgente dipende l'intensità dei campi interni, che non risuonano se ω è lontana da quella propria del modo.

Per mezzo di un'altra antenna si può catturare il campo magnetico, che oscillando va a creare una forza elettromotrice, la quale induce una corrente su un circuito esterno collegato all'uscita. Se dunque si invia un segnale da generatore, si rileva in output una corrente funzione della frequenza del segnale in input. In corrispondenza della frequenza di risonanza ω_0 appare un picco, mentre per le altre frequenze la corrente è piccola.



Figura 3.1: Cavità cilindrica con direzione del campo elettrico e magnetico di un particolare modo risonante. Il probe di sinistra immette in input un segnale all'interno della cavità, quello di destra riceve in output l'onda trasmessa.

In realtà non si nota soltanto un picco di risonanza, ma ve ne sono molteplici che corrispondono a differenti modi, ovvero a differenti configurazioni dei campi elettrico e magnetico all'interno della cavità.

 $^{^2}$ Si veda la spiegazione fornita più avanti in questo paragrafo.

A seconda della geometria della cavità i modi di risonanza variano. Per una cavità cilindrica, i modi elettrici e magnetici sono[6]:

Modo TM

$$f_{\rm mnp} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_{\rm r}\epsilon_{\rm r}}} \sqrt{\left(\frac{X_{\rm mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2} \tag{3.7}$$

Modo TE

$$f_{\rm mnp} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_{\rm r}\epsilon_{\rm r}}} \sqrt{\left(\frac{X'_{\rm mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}$$
(3.8)

ove R è il raggio, L l'altezza del cilindro. $X_{\rm mn}$ è una funzione di Bessel di ordine m con n-esimo zero, mentre $X'_{\rm mn}$ è la sua derivata ³.

Per una cavità a forma di parallelepipedo, invece, la frequenza dei modi risonanti é[8]:

$$f_{\rm mnl} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_{\rm r}\epsilon_{\rm r}}} k_{\rm mnl} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_{\rm r}\epsilon_{\rm r}}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2}$$

$$= \frac{c}{2\sqrt{\mu_{\rm r}\epsilon_{\rm r}}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}$$
(3.10)

ove k_{mnl} è il vettore d'onda, con indici m, n, l a indicare i numeri corrispondenti ai modi nelle tre dimensioni $a, b \in d$.

Nel caso in cui la cavità abbia una geometria semplice si può ricavare il Q-valore a partire dalle dimensioni, come ad esempio per una cavità a forma di parallelepipedo:

$$Q_0 = \frac{abc(a^2 + c^2)}{\delta \left[2b(a^3 + c^3) + ac(a^2 + c^2)\right]}$$
(3.11)

ove δ è la "skin depth", ovvero la distanza a cui si ha una diminuzione dell'ampiezza del campo dell'ordine di 1/e[9]:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}} \tag{3.12}$$

e σ la conduttività del materiale di cui è costituita la cavità.

Il Q-valore nominale Q_0 è definito come quello proprio della cavità; tuttavia, nella pratica, per ricavarlo occorre connettere il risuonatore a un circuito esterno con Q-valore Q_e . Si ottiene in tal caso un *loaded* Q_L , la cui espressione è data da:

$$Q_{\rm L} = \left(\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\rm e}}\right)^{-1} \tag{3.13}$$

$$z^{2}\frac{d^{2}w}{dz^{2}} + z\frac{dw}{dz} + (z^{2} - \nu^{2})w = 0$$
(3.9)

³ In generale, le funzioni di Bessel w(z) di ordine ν -esimo sono soluzioni canoniche dell'equazione differenziale[7]:

3.1.1 Circuito equivalente RLC

La cavità risonante può essere comparata ad un circuito LC parallelo, essendo entrambi dei risonatori elettromagnetici. Il circuito LC ha una frequenza (pulsazione) di risonanza $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$, la quale può essere diminuita andando ad aumentare l'induttanza, per esempio aggiungendo un certo numero di spire alla bobina. Per aumentare ω_0 si può diminuire il numero di spire o porre più bobine in parallelo. Un circuito con un condensatore cilindrico con in parallelo più bobine è equivalente ad una *loaded cavity* cilindrica.

La parte capacitiva è dove si trova il campo elettrico, quella induttiva dove c'è campo magnetico. Cambiando la geometria del circuito, i due campi gradualmente si possono avvicinare fino a sovrapporsi.

Trattandosi di cavità reali, l'impedenza comprende anche una parte resistiva, pertanto si può costruire un modello di circuito risonante con gli elementi in parallelo R, L e C. L'impedenza totale è:

$$Z_{\rm in} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} + i\omega C\right)^{-1} = \frac{R}{1 + iQ(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$
(3.14)

con fattore di merito:

$$Q_0 = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC = R\sqrt{\frac{C}{L}}$$
(3.15)

In regime di risonanza, ove $\omega \approx \omega_0$, si ha $\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0$, da cui:

$$\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega} = \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega_0 \omega} \approx \frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega}$$
(3.16)

Da (3.14), definito $\Delta = (\omega - \omega_0)/\omega$:

$$Z_{\rm in} = \frac{R}{1 + iQ2\Delta} \tag{3.17}$$

Per un circuito risonante, si definisce il fattore di accoppiamento:

$$\beta = \frac{Q_0}{Q_e} = \frac{R}{Z_0} \tag{3.18}$$

con Z₀ l'impedenza caratteristica della linea. Se $\beta > 1$ il risuonatore è sovraccoppiato, se $\beta = 1$ è accoppiato critico, se $\beta < 1$ è sottoaccoppiato. In regime di risonanza si ha $\beta = 1$ e Q_L = Q₀/2.

3.1.2 Resistenze di superficie

Quando si lavora con onde elettromagnetiche in cavità si deve tener conto di diversi fattori che influiscono sulla misura dello spettro. Alcuni di questi dipendono dalla resistenza $R_{\rm S}$ opposta dalle superfici interne. La superficie della cavità ha un ruolo chiave perchè nell'incidenza di un campo EM, una parte viene soppressa per il cosiddetto "effetto pelle" (*skin effect*). In termini di densità di corrente dipendente dalla posizione, la diminuizione esponenziale assume la forma[10]:

$$j(x) = j_0 e^{-x/\delta} \cos(x/\delta) \tag{3.19}$$

La corrente è inversamente proporzionale alla conduttività σ del materiale di cui è costituita la cavità e alla radice della frequenza dell'onda. Da ciò si può ricavare la resistenza superficiale come:

$$R_{\rm S} = \frac{1}{\sigma\delta} = \sqrt{\frac{\pi\mu f}{\sigma}} \tag{3.20}$$

ove μ è la permeabilità magnetica del mezzo. Passando allo stato superconduttivo, il valore della resistenza segue la teoria di Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS)[11]. Al decrescere della temperatura il moto delle cariche è caratterizzato da minor impedimento e si vengono a costituire delle coppie di Cooper. Nel limite T = 0 K tutti i portatori condensano in tali coppie. La resistenza superficiale è data dagli elettroni singoli, messi in oscillazione dal campo magnetico penetrante ad alta frequenza.

La risposta di un materiale superconduttore a un campo alternato è comprensibile con un "modello a due fluidi", simile a quello che spiega il comportamento dell'elio liquido al di sotto dei 2.117 K[12]. La corrente si compone di una parte costituita dagli elettroni singoli (j_n) e l'altra dalle coppie di Cooper (j_s) , le quali sono accelerate da una forza:

$$F = -2E_0 e^{-i\omega t} \tag{3.21}$$

La corrente totale si può allora scrivere, secondo la legge di Ohm, come:

$$j = j_{\rm n} + j_{\rm s} = \sigma E_0 e^{-i\omega t} = \sigma_{\rm n} E_0 e^{-i\omega t} + i \frac{2n_{\rm e}e^2}{m_{\rm e}\omega} E_0 e^{-i\omega t}$$
(3.22)

ove $\sigma_{\rm s} = \frac{2n_{\rm c}e^2}{m_{\rm e}\omega} = \frac{1}{\mu_0\lambda_{\rm L}^2\omega}$, con $\lambda_{\rm L}$ la lunghezza di penetrazione per il superconduttore e $n_{\rm c}$ la densità di coppie. La conduttività nello stato normale segue invece la formula classica di Drude:

$$\sigma_{\rm n} = \frac{n_{\rm n} e^2 l}{m_{\rm e} v_{\rm F}} \tag{3.23}$$

ove $n_{\rm n}$ è la densità di elettroni spaiati, l
 il cammino libero medio e $v_{\rm F}$ la velocità di Fermi.

La frazione di elettroni singoli incrementa esponenzialmente con la temperatura come $e^{-\Delta/kT}$, con Δ il gap energetico tra il ground state BCS e lo stato di elettrone libero, fino alla $T_{\rm C}$ di transizione. Pertanto, la resistenza di superficie secondo la teoria BCS diventa:

$$R_{\rm BCS} = Re(\frac{1}{\lambda_{\rm L}\sigma}) = \frac{\sigma_{\rm n}}{\lambda_{\rm L}(\sigma_{\rm n}^2 + \sigma_{\rm s}^2)} \propto \lambda_{\rm L}^3 \omega^2 e^{-\Delta/kT}$$
(3.24)

Il Q-valore, definito come rapporto tra la frequenza di risonanza e la FWHM, può essere espresso nel seguente modo:

$$Q = 2\pi \frac{U f_0}{P_{\text{diss}}} \tag{3.25}$$

U è l'energia immagazzinata nella cavità, che dipende dall'intensità del campo elettrico e dalle dimensioni, P_{diss} è la potenza dissipata sulle superfici, direttamente proporzionale alla resistenza superficiale. Quindi la (3.25) può essere scritta:

$$Q = \frac{G}{R_{\rm sup}} \tag{3.26}$$

con G una costante geometrica, e dato che la resistenza diminuisce al diminuire della temperatura, il fattore di merito cresce.

3.2 Network Analyzer

Il Network Analyzer è uno strumento che permette di caratterizzare strumenti attivi e passivi, calcolando specifici parametri (S-parametri) funzioni della frequenza dell'onda immessa nel sistema da misurare. Nel suo utilizzo più semplice, può misurare impedenze come rapporto tra tensione in input e corrente in output. Per frequenze dell'ordine delle microonde o RF, il generatore stimola il sistema inviando onde sinusoidali e si registra ampiezza e fase del segnale incidente e riflesso.

Se si vuol caratterizzare uno strumento per mezzo dell'ampiezza del segnale si utilizza uno Scalar Network Analyzer (SNA), che converte un segnale in banda larga in uno DC, o a bassa frequenza, per misurare la potenza. Se si vuole conoscere anche la fase del segnale riflesso (o trasmesso) si utilizza un Vector Network Analyzer (VNA), comprendente eterodine che filtrano (con filtri LC) e modulano i segnali a seconda delle frequenze richieste.

Nel caso trattato in questa esperienza, si sfrutta un Agilent 8720ES Network Analyzer per definire lo spettro di risonanza della cavità⁴, analizzando il segnale di uscita da uno dei due probe per individuare la frequenza del modo risonante ricercato, la larghezza del picco e in automatico calcolare il Q-valore.

3.2.1 S-parametri

I parametri di scattering (S-parametri) descrivono l'intensità e la fase di onde incidenti e riflesse, numerate a seconda della provenienza e della propagazione di tali onde. Sono così chiamati perché ottenuti da una matrice di scattering, la cui definizione e spiegazione completa è proposta in [14].

Il comportamento delle onde immesse all'interno di un *device* può essere assimilato all'incidenza su una lente, oltre la quale è posto un ostacolo. L'onda può essere riflessa direttamente, trasmessa e riflessa (o trasmessa) dall'ostacolo e di nuovo riflessa (o trasmessa) dalla lente.



Figura 3.2: Schema di un DUT (device under test) con due probe (Port1 e Port2) per misurare i quattro S-parametri. Sono indicati con freccie i versi di percorrenza delle onde incidenti e trasmesse ai due probe.

Secondo l'analogia con il circuito elettrico, si ottiene un sistema di equazioni in forma matriciale del tipo:

$$f(x; x_0, \gamma, I) = I[\frac{\gamma^2}{(x - x_0)^2 + \gamma^2}]$$
(3.27)

con parametri x_0, γ, I .

⁴ Ogni picco dello spettro può essere interpolato con una Lorentziana[13] del tipo:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$
(3.28)

ove $a_i e b_i$ indicano le correnti e tensioni, oppure le potenze delle onde incidenti e riflesse attraverso i probe (i = 1,2):

$$a_{\rm i} = \frac{V_{\rm i} + Z_{\rm i}I_{\rm i}}{2\sqrt{|ReZ_{\rm i}|}}, \ b_{\rm i} = \frac{V_{\rm i} - Z_{\rm i}I_{\rm i}}{2\sqrt{|ReZ_{\rm i}|}}$$
(3.29)

I parametri di scattering vengono definiti come⁵:

$$S_{ij} = \left(\frac{b_i}{a_j}\right)_{a_{\bar{j}}=0} \tag{3.30}$$

Nel caso di rapporto tra tensioni e corrente si ricava l'impedenza. Se le quantità $a_i e b_i$ indicano potenze si ricava un coefficiente di potenza (o di tensione, se l'impedenza Z_i è reale) dell'onda riflessa o trasmessa.

3.3 Cavità sperimentale



Figura 3.3: Cavità sperimentale cilindrica utilizzata in laboratorio

La cavità cilindrica utilizzata per registrare le misure in risonanza è fatta di rame, lunga 150 mm e ha diametro di 26.1 mm. Essa è ricoperta internamente con un film di circa 10 μ m di piombo e stagno. Prima di essere chiusa per mezzo di viti, si è proceduto a pulire la superficie di rame interna, con acqua e acido citrico, poi nuovamente con acqua e alcol. Per la piombatura si sono disposte le due metà della cavità in una soluzione di piombo e stagno, con interposto un foglio di analogo materiale. Si sono collegati i fili provenienti dalle semicavità a due elettrodi alimentati con una corrente di 0.150 A, affinchè per elettrolisi si venisse a depositare il soluto sulle pareti. Per determinare lo spessore stratificato sulle pareti interne della cavità si sfrutta una formula empirica:

$$s[\mu m] = 3413 \frac{i[mA]}{S[mm^2]} t[h]$$
(3.31)

ove s è lo spessore del film, i l'intensità di corrente fornita dal generatore, S l'area da ricoprire, t il tempo, mentre il coefficiente numerico rappresente l'efficienza termica espressa in mm/h mA.

⁵ Per esempio se j = 1, $\overline{j} = 2$



Figura 3.4: Dimensioni della cavità sperimentale, con dettaglio dei coni estremali

Le estremità della cavità non sono circolari, bensì a forma di tronco di cono, non ricoperte dal piombo, di altezza 20 mm e diametro della base minore di 6 mm. Tale accorgimento permette un'ulteriore guadagno nel fattore di qualità, imponendo un cut-off alle correnti che si vengono a creare alle pareti della cavità.

3.4 Misure RF

Per analizzare lo spettro dei modi risonanti, si possono registrare misure di trasmissione del segnale da un'antenna all'altra (come nel caso di questa tesi), oppure misure di riflessione, per cui un'unica antenna funge sia da trasmettitore che da ricevitore. Occorre fornire energia al risuonatore per mezzo delle antenne (*probe*), le quali inviano segnali di bassa corrente. Si crea un campo elettrico tra ciascuna delle antenne e le parti interne della cavità e in tal modo viene irradiata energia. Si ha grande accoppiamento se l'antenna è posta in un punto di massimo campo elettrico.

Da uno dei due lati corti della cavità sono posizionate le due antenne, allineate una sopra l'altra a distanza di 8.5 mm dal centro, una che funge da input e l'altra da output. Si è effettuata una misura di prova a temperatura ambiente in cui il picco risonante risultava a circa 14.046 GHz in aria⁶, con un Q-valore nominale di circa 18000. Si colloca la cavità all'interno di un dewar riempito di elio liquido. Scendendo in temperatura il picco si sposta verso frequenze più alte (con massimo a 14.10 GHz), fino a una temperatura dell'ordine di 30 K, quando inizia a spostarsi verso frequenze inferiori. Giunti in prossimità della temperatura di transizione del piombo (T = 7.193 K) il picco è cresciuto in ampiezza e si è ristretto, essendovi minori resistenze dissipative ad allargare la banda.

Per valutare la potenza trasmessa nella cavità si è usufruito di un NA che registra sul display il segnale in output⁷, mostrando i picchi risonanti corrispondenti ai diversi modi. La funzione di trasferimento risulta essere una Lorentziana della forma:

$$T(f) = \frac{P_{\max}}{1 + 4Q^2(f/f_0 - 1)^2}$$
(3.32)

 $^{^{6}\,}$ Secondo le specifiche di costruzione, la frequenza è di 14.045 GHz in condizioni di vuoto.

 $^{^7~}$ Il range di frequenze di lavoro è: 50 MHz - 20.05 GHz. L'accuratezza sulla misura di frequenza è \pm 10 ppm.

ove P_{max} è la potenza trasmessa associata al picco e f_0 la relativa frequenza. Sul NA si visualizza l'andamento del segnale come rapporto tra le potenze input/output in scala logaritmica, misurato in dB.

3.5 Misure a 4.2 K

Il picco di risonanza di interesse si individua in una prima misura⁸ ad una frequenza di 13.757119 ± 0.000003 GHz (con larghezza del picco 6.209 kHz). Il Q-valore registrato risulta: $2.2157 \cdot 10^6$. La larghezza di picco si ottiene come FWHM, che in scala logaritmica diventa la dispersione del picco a -3dB dal massimo.⁹



Figura 3.5: Picco risonante di frequenza 13.757119 GHz @4.2 K

Una volta individuato il picco e stabilizzatasi la temperatura, si sono effettuate quattro misure per avere una stima media della frequenza e del fattore di qualità. Si riportano i valori delle potenze sorgenti espresse in dBm¹⁰, la frequenza del picco, la band-width (BW) e il Q-valore estrapolato.

I risultati medi di frequenza e fattore di qualità sono:

- Frequenza: 13.757108 \pm 0.000002 GHz
- Q-valore: $(2.28 \pm 0.05) \cdot 10^6$

$$x[dBm] = 10log_{10}(\frac{P}{1mW})$$
(3.33)

ove P è espressa in mW. 1 mW di potenza equivale a 0 dBm.

⁸ Il termometro collegato sopra la cavità registrava temperature ancora oscillanti vicine a quella dell'elio liquido.

⁹ $10\log(1/2) = -3.010 \approx -3 (dB)$

¹⁰ Una potenza espressa in dBm è definita come il rapporto in dB di questa riferita a 1 mW. La conversione in dBm si ottiene come:

Power level (dBm)	Frequenza (GHz)	BW (kHz)	Q-valore
+5	13.757109	6.299	2184000
0	13.757107	6.168	2230400
-5	13.757109	5.659	2431000
-10	13.757107	6.051	2273500



Figura 3.6: Misure del picco risonante @4.2 K con diversi livelli di potenza in input

Di seguito si mostra lo spettro complessivo delle risonanze tra 13.5 GHz e 14 GHz, che mostra anche i picchi dei modi vicini a quello centrale, di cui si è calcolato il Q valore in precedenza.



Figura 3.7: Spettro con i picchi corrispondenti ai diversi modi di risonanza @4.2 K

Capitolo 4

Conclusioni

Al termine dell'esperienza in laboratorio si è riusciti a raggiungere una temperatura di 19.5 mK, corrispondenti allo stato superconduttivo del berillio. Per ottenere tale minimo si è riscaldata la still con una potenza di 6 (\pm 10%) mW fornita dal generatore, con corrente di 0.006 mA e tensione di 1 V.

A una temperatura di 90 mK si è ottenuta una potenza refrigerante sulla Mixing Chamber di 75 μ W, con un errore del 10 %. Il flusso di ³He registrato durante questa misura di *cooling* power è stato di ≈ 4 mmoli/s.

Durante l'ultima misurazione, riportando l'³He in automatico nella Dump (in cui era conservato prima dell'esperienza) si è vista aumentare la resistenza della Mixing Chamber fino ad un valore di circa 9.6 kOhm, indice di un'ulteriore abbassamento della temperatura al di sotto dei 19.5 mK.

Si è potuto caratterizzare il sistema e si è fatta la calibrazione del termometro della Mixing Chamber per le temperature di transizione con intepolazioni lineari. Tuttavia, non si è potuto ricostruire per intero la curva di calibrazione poiché i dati del Fixed Point concernevano solamente le temperature di transizione dei differenti materiali e non vi erano altri punti di temperatura nei plateau della curva.

Per quanto concerne la misura della cavità, si sono registrati i punti del picco di risonanza con frequenza in media di 13.757108 \pm 0.000002 GHz alla temperatura di 4.2 K circa. Si è ottenuto un fattore di qualità pari a $(2.28 \pm 0.05) \cdot 10^6$. Effettuate altre misure del picco, la frequenza rimane costante a meno di fluttuazioni di 1-2 ppm, mentre il fattore di qualità varia al più del 10%.

Appendice A

Caratterizzazione del sistema

A.1 Termometri @R.T.

Nella tabella seguente sono riportati i valori delle resistenze dei termometri di RuO₂ registrate con l'AVS-46 @R.T. ("at room temperature" ≈ 300 K). Le misure sono state effettuate prima di inserire il refrigeratore nel dewar. Nella prima colonna è riportato il canale del ponte cui è collegato il termometro.

Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)
1	1K POT	10040 ± 10
2	STILL	10070 ± 10
3	TRAPPOLA	10110 ± 10
5	TMC	536.0 ± 0.7

A.2 Livello di elio nel dewar e recupero

Durante il riempimento del dewar con l'elio liquido si è preso nota del quantitativo di elio evaporato e quindi condotto al recupero. Il trasferimento è stato condotto in due tempi. Il livello stentava a salire dopo il riempimento completo della parte inferiore del dewar, di altezza 460 mm. Si è pompato sulla still fino a 10^{-4} mbar, messa in leggera sovrapressione la 1K POT e fatto circolare gas di scambio tra la still e l'IVC. Dopodiché (dalle ore 17.10) si è ripreso a riempire il dewar.

Con tali stime, l'elio evaporato durante il riempimento¹ ha un rate di $0.4 \text{ m}^3/\text{min}$ di trasmissione al recupero.

Ora	$\begin{array}{c} \text{Tempo} \\ \text{(min)} \end{array}$	Livello (mm)	$\begin{array}{c} \text{Recupero} \\ \text{(m}^3) \end{array}$	
11.15	0	0 ± 1	76720.0 ± 0.1	
12.00	45	22 ± 1	76760.0 ± 0.1	
12.30	75	460 ± 1	76785.5 ± 0.1	
12.45	90	450 ± 1	76800.0 ± 0.1	
13.20	125	470 ± 1	76817.7 ± 0.1	
14.00	165	448 ± 1	76822.4 ± 0.1	
15.30	255	434 ± 1	76829.3 ± 0.1	
17.10	355	200 ± 1	76856.0 ± 0.1	
17.30	375	434 ± 1		
18.00	405	660 ± 1		
18.15	420	748 ± 1		
18.30	435	865 ± 1		
18.35	440	954 ± 1	76896.0 ± 0.1	



Figura A.1: Andamento del recupero dell'elio

 $^{^1\,}$ Ffino ad un livello di 954 mm con acquisizione in fast, 942 mm in slow.

A.3 Procedura di condensazione dell'elio

Si riportano di seguito le misure dei termometri² e delle pressioni del sistema in fase di Condensing dell'⁴He e dell'³He.

La condensazione dei due isotopi dell'elio può essere operata in automatico, attivando le procedure con il corrispettivo pulsante. Viene aperta la linea che conduce dalla still, attraverso la turbo V-550 (AUX 1 manuale), alla pump-3 e aperto il suo back alla Dump ³He (o ⁴He). Sono pertanto aperte le valvole 0, 2, 3, 9 e 10 (o 11 e 14). In contemporanea viene aperta una trappola (4 e 5) e la linea di ingresso dell'elio (6). Durante tale operazione si nota un incremento del flusso, una diminuzione della pressione della Dump ³He (o ⁴He), l'equalizzazione di quest'ultima con la pressione del back (P5) e infine una diminuzione dei RPM della turbo sulla still, essendo attiva in serie anche l'altra turbo.

Si è dapprima mandato l'⁴He dalla Dump ⁴He all'impedenza tramite la linea dell'³He IN, partendo da una pressione di $7.6 \cdot 10^{-2}$ mbar. Si è poi ripulito il circuito e le trappole, lasciando operative le pompe tutta la notte per ottenere la migliore pressione possibile.

Si è fatta una prima prova con solo ⁴He in circolo, lo si è poi recuperato tutto nella Dump ⁴He e si è fatto circolare il solo ³He. L'³He lo si può recuperare una volta mescolato con l'⁴He, ed entra nel ciclo, mentre il recupero dell'⁴He avviene in un secondo momento.

A.3.1 Condensing ⁴He

Nel primo tentativo di circolo del solo ⁴He si è partiti dalle seguenti pressioni:

- 1K POT: 1.6 mbar
- STILL: 3.21 mbar
- IVC: $5.22 \cdot 10^{-2}$ mbar

La pressione della Dump $^4\mathrm{He}$ nel circolo è 785 mbar.

Ora	Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)
	1	1K POT	14400 ± 20 11610 \pm 10	6.86 16 55
9.30	$\frac{2}{3}$	TRAPPOLA	11010 ± 10 14350 ± 20	7.05
	5	TMC	597.0 ± 0.8	15.11
	1	1K POT	15840 ± 20	5.27
	2	STILL	12180 ± 20	13.10
9.55	3	TRAPPOLA	15890 ± 20	5.19
	5	TMC	597.0 ± 0.8	15.11

² Le temperature apportate nelle tabelle sono state ottenute per mezzo dell'algoritmo implementato coi dati di Trento, antecedenti quindi alla calibrazione effettuata col FPT.

••				
Ora	Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)
	1		10050 - 00	2.04
	1	IK POI	19650 ± 20	3.24
	2	STILL	17070 ± 20	4.24
10.35	3	TRAPPOLA	18870 ± 20	3.51
	5	TMC	598.5 ± 0.8	14.93
	1	1K POT	19480 ± 20	3.30
	2	STILL	17620 ± 20	4.05
11.05	3	TRAPPOLA	18850 ± 20	3.52
	5	TMC	597.1 ± 0.8	15.10
	1	1K POT	19560 ± 20	3.27
	2	STILL	18000 ± 20	3.87
11.35	3	TRAPPOLA	18960 ± 20	3.48
	5	TMC	598.1 ± 0.8	14.98
	1	1K POT	19640 ± 20	3.25
	2	STILL	18150 ± 20	3.81
12.05	3	TRAPPOLA	19010 ± 20	3.46
	5	TMC	598.1 ± 0.8	14.98
	1	1K POT	19650 ± 20	3.24

In seguito si è fatto circolare più 4 He, diminuendo la pressione nella Dump a 547 mbar. Si è inoltre aumentata la pressione al back della pump-3 da 1190 mbar a 1450 mbar e si è attivata una delle due trappole da GHS.

A.3.2 Condensing ³He automatico

12.35

 $\mathbf{2}$

3

5

Il flusso è risultato basso ($\approx 1000 \ \mu \text{moli/s}$) e la pressione della Dump ³He si è fatta scendere a 808 mbar circa (con pressione in back 815 mbar). Si riportano i valori di resistenza (convertita in temperatura) e pressione della still

 $18230\,\pm\,20$

 19060 ± 20

 $598.7\,\pm\,0.8$

3.77

3.44

14.91

STILL

TRAPPOLA

TMC

Ora	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)	Pressione (mbar)
$\begin{array}{c} 14.10\\ 14.20\\ 14.30\\ 14.40\\ 14.50\\ 15.00\\ 15.10\\ 15.20\\ \end{array}$	$12160 \pm 20 \\ 12270 \pm 20 \\ 12360 \pm 20 \\ 12420 \pm 20 \\ 12460 \pm 20 \\ 12490 \pm 20 \\ 12510 \pm 20 \\ 12510 \pm 20 \\ 12530 \pm 20 \\ 125$	$13.16 \\ 12.60 \\ 12.18 \\ 11.89 \\ 11.71 \\ 11.57 \\ 11.48 \\ 11.43 \\ 11.43$	$\begin{array}{c} (4.79 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \\ (4.82 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \\ (4.87 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \\ (4.95 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \\ (5.01 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \\ (5.02 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \\ (5.05 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \\ (5.06 \pm 0.01) \cdot 10^{-2} \end{array}$
15.20 15.30 15.40	12530 ± 20 12530 ± 20 12530 ± 20	11.40 11.40	$(5.06 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$ $(5.07 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$ $(5.07 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$

A.3.3 Condensing ³He manuale

Durante il primo tentativo manuale si è fatto circolare ancor più ³He (nella Dump 640 mbar). La pressione della still aumenta oltre il fondo scala (> 1000 mbar).

Ora	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)	P5 (mbar)
16.30	13162 ± 20	9.21	1154 ± 1
16.40	13250 ± 20	8.97	1149 ± 1
16.50	13268 ± 20	8.92	1150 ± 1
17.00	13277 ± 20	8.90	1147 ± 1

Per ottenere sulla IVC (e sulla still) una pressione tale da poter avere dei punti di lavoro a temperature più basse si è pompato con la turbo V81-M, mentre si è scaldata la trappola a carboni del refrigeratore. Per quest'ultima operazione si usa il generatore Agilent E-3620A, con tensione di circa 15 V e corrente di 150 mA. La pressione rimasta sulla Dump è di 723 mbar. Le altre pressioni sono:

- 1K POT: 1.3 mbar
- STILL: $3.17 \cdot 10^{-2}$ mbar
- IVC: 4.58.10⁻⁶ mbar

Il flusso aumenta fino a $\approx 1150 \ \mu \text{moli/s}$.

Ora (Pressione STILL) (mbar)	Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)
	1	1K POT	11850 ± 20	14.78
$1500(917+001)10^{2}$	2	STILL	10810 ± 10	27.11
$15.00 ((3.17 \pm 0.01) \cdot 10^{-2})$	3	TRAPPOLA	12110 ± 10	15.65
	5	TMC	605.8 ± 0.8	14.10
	1	1K POT	11950 ± 20	14.16
$15.10((2.28\pm0.01).10^{-2})$	2	STILL	10870 ± 10	26.14
$15.10 ((5.28 \pm 0.01) \cdot 10)$	3	TRAPPOLA	12190 ± 20	15.02
	5	TMC	606.0 ± 0.8	14.08
	1	1K POT	12040 ± 20	13.61
$15.90 (/2.27 + 0.01) 10^{-2})$	2	STILL	10920 ± 10	25.18
$15.20((5.57 \pm 0.01) \cdot 10)$	3	TRAPPOLA	12290 ± 20	14.30
	5	TMC	606.0 ± 0.8	14.08
	1	1K POT	12220 ± 20	12.72
15.20 ((2.51 \pm 0.01) 10 ⁻²)	2	STILL	10980 ± 10	24.67
$15.50((5.51 \pm 0.01).10)$	3	TRAPPOLA	12430 ± 20	13.40
	5	TMC	606.0 ± 0.8	14.08
	1	1K POT	12520 ± 20	11.47
$1550((445\pm001)10^{-2})$	2	STILL	11170 ± 10	21.85
$15.50 ((4.45 \pm 0.01) \cdot 10)$	3	TRAPPOLA	12760 ± 20	11.59
	5	TMC	606.0 ± 0.8	14.08

	1	1K POT	12730 ± 20	10.70
$16.00((4.67 \pm 0.01) 10^{-2})$	2	STILL	11270 ± 10	19.90
$10.00 ((4.07 \pm 0.01) \cdot 10)$	3	TRAPPOLA	12970 ± 20	10.67
	5	TMC	606.1 ± 0.8	14.07
	1	1K POT	13060 ± 20	9.70
$16\ 10\ ((4\ 01\ \pm\ 0\ 01)\ 10^{-2})$	2	STILL	11430 ± 10	17.80
$10.10((4.91 \pm 0.01).10)$	3	TRAPPOLA	13300 ± 20	9.50
	5	TMC	606.3 ± 0.8	14.05
	1	1K POT	13440 ± 20	8.71
16.20 ((5.18 \pm 0.01) 10 ⁻²)	2	STILL	11600 ± 10	16.60
$10.20 ((5.18 \pm 0.01).10)$	3	TRAPPOLA	13670 ± 20	8.46
	5	TMC	606.3 ± 0.8	14.05
	1	1K POT	13890 ± 20	7.74
$16.30 ((5.46 \pm 0.01) 10^{-2})$	2	STILL	11820 ± 20	15.19
$10.30((3.40 \pm 0.01).10)$	3	TRAPPOLA	14120 ± 20	7.47
	5	TMC	606.3 ± 0.8	14.05
	1	1K POT	14370 ± 20	6.91
16.40 ((5.79 ± 0.01).10 ⁻²)	2	STILL	12050 ± 20	13.78
$10.40((0.19 \pm 0.01)^{10})$	3	TRAPPOLA	14620 ± 20	6.63
	5	TMC	606.4 ± 0.8	14.03
	1	1K POT	15050 ± 20	6.05
$1650((616 \pm 0.01),10^{-2})$	2	STILL	12360 ± 20	12.17
10.00 ((0.10 ± 0.01)/10)	3	TRAPPOLA	15280 ± 20	5.78
	5	TMC	606.4 ± 0.8	14.03
	1	1K POT	15430 ± 20	5.66
$17.00 ((6.38 \pm 0.01) \cdot 10^{-2})$	2	STILL	12540 ± 20	11.36
11.00 ((0.00 ± 0.01) 10)	3	TRAPPOLA	15670 ± 20	5.39
	5	TMC	606.4 ± 0.8	14.03

Ora (Pressione STILL) (mbar)	Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)
	1	1K POT	15910 ± 20	5.21
1710(991+01)	2	STILL	12830 ± 20	10.27
$17.10(32.1\pm0.1)$	3	TRAPPOLA	16130 ± 20	4.99
	5	TMC	606.5 ± 0.8	14.02
	1	1K POT	16550 ± 20	4.68
$17.20(26.2\pm0.1)$	2	STILL	13140 ± 20	9.28
$17.20 (30.2 \pm 0.1)$	3	TRAPPOLA	16760 ± 20	4.54
	5	TMC	606.5 ± 0.8	14.02
	1	1K POT	16870 ± 20	4.46
$17.20(27.1 \pm 0.1)$	2	STILL	13320 ± 20	8.80
$17.30(37.1 \pm 0.1)$	3	TRAPPOLA	17080 ± 20	4.35
	5	TMC	606.5 ± 0.8	14.02
	1	1K POT	17040 ± 20	4.36
$17.40.(27.1\pm0.1)$	2	STILL	13420 ± 20	8.53
$11.40 (31.1 \pm 0.1)$	3	TRAPPOLA	17250 ± 20	4.25
	5	TMC	606.6 ± 0.8	14.01

Si è aumentato l'³He in circolo (Dump ³He: 689 mbar) con aumento del flusso fino a ≈ 1400 $\mu \rm{moli/s}.$

Spenta la turbo della STILL, la pressione aumenta oltre il fondo scala.

Ora (Pressione STILL) (mbar)	Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)
$17.50~(95.0\pm0.1)$	1 2 3 5	1K POT STILL TRAPPOLA TMC	$\begin{array}{c} 17223 \pm 20 \\ 13510 \pm 20 \\ 17415 \pm 20 \\ 606.7 \pm 0.8 \end{array}$	$ \begin{array}{r} 4.25 \\ 8.33 \\ 4.16 \\ 14.00 \end{array} $

Ora	Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)
	1	1К РОТ	17500 ± 20	4 12
	2	STILL	13741 + 20	7.84
18.00	3	TRAPPOLA	17695 ± 20	4.02
	5	TMC	606.7 ± 0.8	14.00
	1	1K POT	17583 ± 20	4.07
10 10	2	STILL	13833 ± 20	7.67
18.10	3	TRAPPOLA	17792 ± 20	3.97
	5	TMC	606.7 ± 0.8	14.00
	1	1K POT	17623 ± 20	4.05
18.20	2	STILL	13894 ± 20	7.55
	3	TRAPPOLA	17830 ± 20	3.95
	5	TMC	606.8 ± 0.8	13.99
18.30	1	1K POT	17655 ± 20	4.04
	2	STILL	13930 ± 20	7.49
	3	TRAPPOLA	17857 ± 20	3.94
	5	TMC	606.8 ± 0.8	13.99

Viene aggiunto altro ³He (Dump ³He: 454 mbar) e aumentato il flusso a $\approx 2200 \ \mu \text{moli/s}$.

Viene infine attivata la turbo sulla still.

$\begin{array}{c} \text{Ora (Pressione STILL)} \\ \text{(mbar)} \end{array}$	Channel	Termometro	Resistenza (Ohm)	Temperatura (K)
$18.50 \; ((5.82 \pm 0.01) \cdot 10^{-2})$	1 2 3	1K POT STILL TRAPPOLA	17740 ± 20 13400 ± 20 17938 ± 20	4.00 8.59 3.90
	5	TMC 1K POT	$\frac{606.9 \pm 0.1}{17200 \pm 20}$	13.98
19.00 ((5.60 \pm 0.01) \cdot 10 ⁻²)	2 3 5	STILL TRAPPOLA TMC	17200 ± 20 13200 ± 20 17482 ± 20 606.8 ± 1	$9.11 \\ 4.13 \\ 13.99$

Tempo	Flusso	Pressione STILL	Dump ³ He
(mm)		(mbar)	(mbar)
5	24 ± 1	$(3.8 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	704 ± 1
10	31 ± 1	$(4.3 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	662 ± 1
15	35 ± 1	$(5.0 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	614 ± 1
20	34 ± 1	$(4.7 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	570 ± 1
27	32 ± 1	$(4.9 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	525 ± 1
34	30 ± 1	$(4.9 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	462 ± 1
40	28 ± 1	$(4.0 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	412 ± 1
45	25 ± 1	$(3.8 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	372 ± 1
50	23 ± 1	$(3.4 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	334 ± 1
56	20 ± 1	$(3.1 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	287 ± 1
60	17 ± 1	$(3.2 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	263 ± 1
65	14 ± 1	$(3.0 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	227 ± 1
70	12 ± 1	$(2.3 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	194 ± 1
75	10 ± 1	$(2.5 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	168 ± 1
85	7 ± 1	$(2.4 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	120 ± 1
90	3 ± 1	$(2.4 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	100 ± 1
95	1 ± 1	$(2.3 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	84 ± 1
101	-2 ± 1	$(2.2 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	70 ± 1

Si riportano i flussi e le pressioni registrate nel tentativo definitivo di Condensing che ha permesso di raggiungere temperature inferiori ai 30 mK, sotto la transizione dell'Ir₈₀Rh₂₀. La pressione ottimale di lavoro della 1K POT si è attestata su 3.4 - 3.5 mbar.

A.4 Ottimizzazione della potenza sulla still

Si riportano i dati di voltaggio e corrente immessi dal riscaldatore Agilent E3620A sulla still per aumentare il potere refrigerante e diminuire la temperatura sulla Mixing Chamber. Si osserva un flusso massimo in corrispondenza di 1.84 V, tuttavia la tensione segnalata al FPT aumenta, a segnalare un'aumento della temperatura. Ciò denota un'instabilità del sistema non appena si fornisca una tensione eccessiva (> 1.30 V).

Voltaggio (V)	Corrente (A)	Fixed Point (mV)	T5 (Ohm)	Flusso $(\mu \text{moli/s})$	Pressione (mbar)
0.00	0.000	514.1	7600	462	$(2.30 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$
0.52	0.002	513.3	7574	858	$(4.05 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$
0.80	0.004	513.0	7573	1254	$(5.65 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$
1.30	0.008	482.0	7571	2244	$(9.00 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$
1.61	0.010	482.1	7571	2970	$(1.15 \pm 0.01) \cdot 10^{-1}$
1.84	0.011	482.2	7570	3630	$(1.36 \pm 0.01) \cdot 10^{-1}$
1.60	0.010	482.5	7570	2970	$(1.15 \pm 0.01) \cdot 10^{-1}$
1.31	0.008	482.7	7569	2244	$(8.95 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$
0.79	0.004	482.9	7569	1287	$(5.65 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$
0.51	0.002	513.7	7568	858	$(4.00 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$
0.00	0.000	513.9	7572	462	$(2.30 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$

A.5 Tempo di svuotamento del dewar

Si riporta il tempo impiegato a svuotare il dewar dall'elio, e la resistenza (e temperatura) della 1K POT. Al diminuire della pressione la temperatura sale essendo minore il quantitativo di elio @4.2 K pescato tramite la canna. I valori della pressione nel dewar sono registrati con un gaussimetro Edwards³ (Controller 553).

Tempo (min)	Pressione (mbar)	Resistenza (kOhm)	Temperatura (K)
0	940.6	15.15 ± 0.02	5.94
10	435.6	15.90 ± 0.02	5.22
20	280.6	18.12 ± 0.02	3.82
30	185.6	19.24 ± 0.02	3.38
40	135.6	19.79 ± 0.02	3.20
50	77.6	20.55 ± 0.03	2.98
60	50.1	21.35 ± 0.03	2.77
70	40.3	21.68 ± 0.03	2.70
80	34.7	22.10 ± 0.03	2.61
90	29.4	22.45 ± 0.03	2.54
100	23.2	22.70 ± 0.03	2.49
110	18.0	22.98 ± 0.03	2.44
120	13.9	23.31 ± 0.03	2.38
130	9.8	23.78 ± 0.03	2.30
140	6.7	24.10 ± 0.03	2.25



Figura A.2: Pressione all'interno del dewar in funzione del tempo di svuotamento, azionata la pompa

 $^{^3\;}$ L'offset del gaussimetro Edwards è di -35.6 mbar

Bibliografia

- [1] INFN, "Nota (articolo non pubblicato)", (2015).
- M. Kuster, G. Raffelt e B. Beltrán, Axions (Springer, 2008), 10.1007/978-3-540-73518-2.
- [3] F. Pobell, Matter and methods at low temperatures, 3^a ed. (Springer, 1992), pp. 149–188.
- G. Ventura e S. Risegari, The art of criogenics low temperature experimental techniques, 1^a ed. (Elsevier, 2008), pp. 89–100, 143–153.
- [5] R. Feynman, The feynman lectures on physics, vol. 2 (Caltech, 1963) cap. 23.
- [6] T. P. Wangler, *Rf linear accelerators*, 2^a ed. (Wiley, 2008), pp. 16–30, 10.1002/ 9783527623426.
- [7] M. Abramowitz e I. A. Stegun, Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables (Dover Publication, 1964), p. 358.
- [8] D. M. Pozar, *Microwave engineering*, 3^a ed. (Wiley, 2005).
- [9] J. D. Jackson, *Elettrodinamica classica*, 2^a ed. (Zanichelli, 2001).
- P. H., "Superconducting versus normal conducting cavities", CERN Yellow Report, 151– 170 10.5170/CERN-2013-001.151.
- H. Padamsee, "The science and technology of superconducting cavities for accelerators", Superconductor Science and Technology 14 (2001) 10.1088/0953-2048/14/4/202.
- [12] P. Schmuser, "Basic principles of rf superconductivity and superconducting cavities", 11th workshop on RF-superconductivity (2003).
- [13] T. Satogata, "Oscillators, resonances, and lorentzians", (2013).
- [14] K. Kurokawa, "Ieee transactions on microwave theory and techniques", 13, 194–202 (1965) 10.1109/TMTT.1965.1125964.
- [15] M. Golio, The rf and microwave handbook, 1^a ed. (CRC Press Taylor e Francis Group, 2001).
- [16] H. Padamsee, *Rf superconductivity* (Wiley-VCH, 2009).