

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Energia

Relazione per la prova finale
**METODI INTEGRALI PER IL CALCOLO
DI CAMPI MAGNETICI IN RFX-MOD**

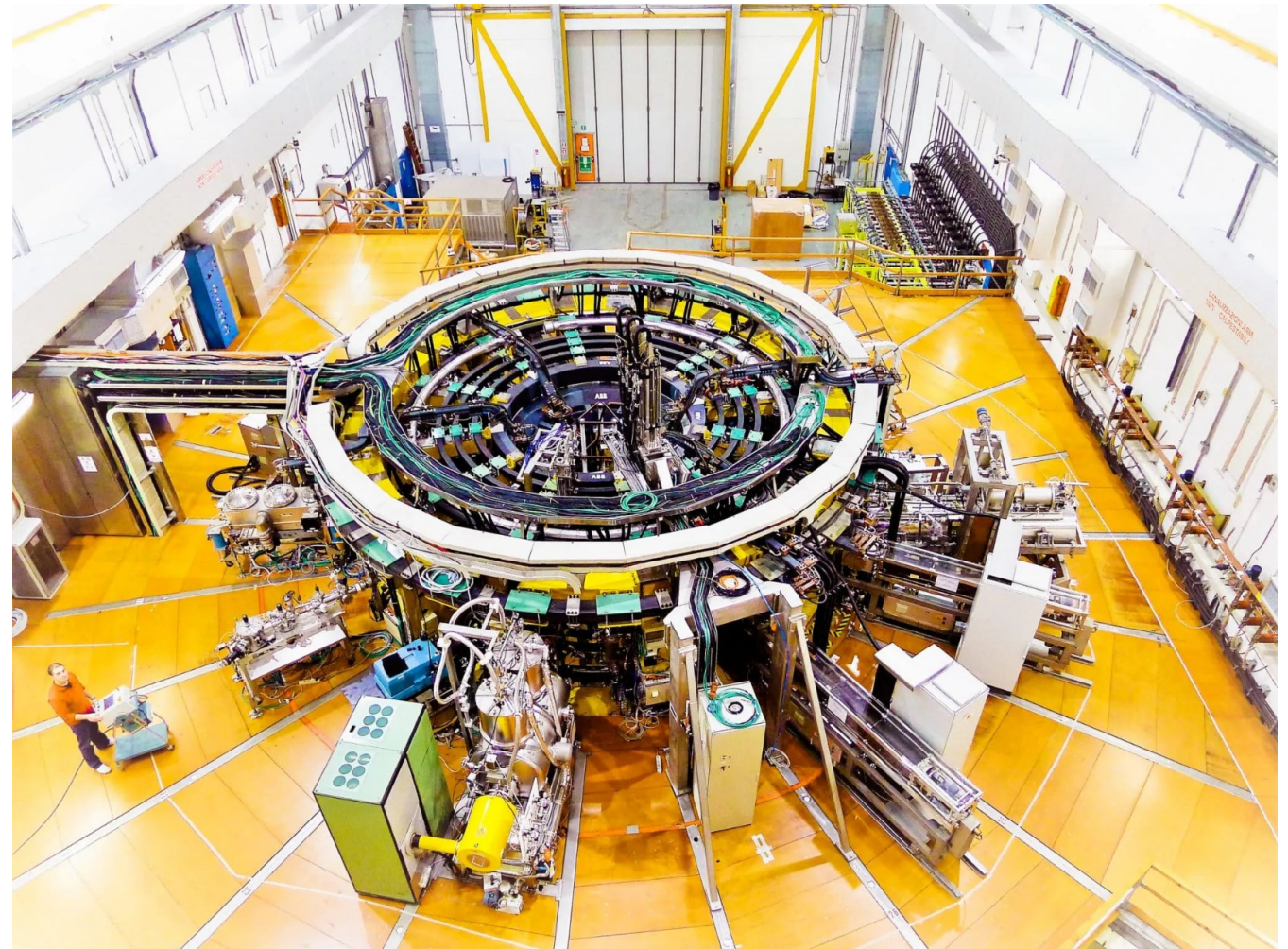
Tutor universitario: *Prof. Paolo Bettini*

Laureanda: *Diletta Badaile*

Padova, 28/09/2023

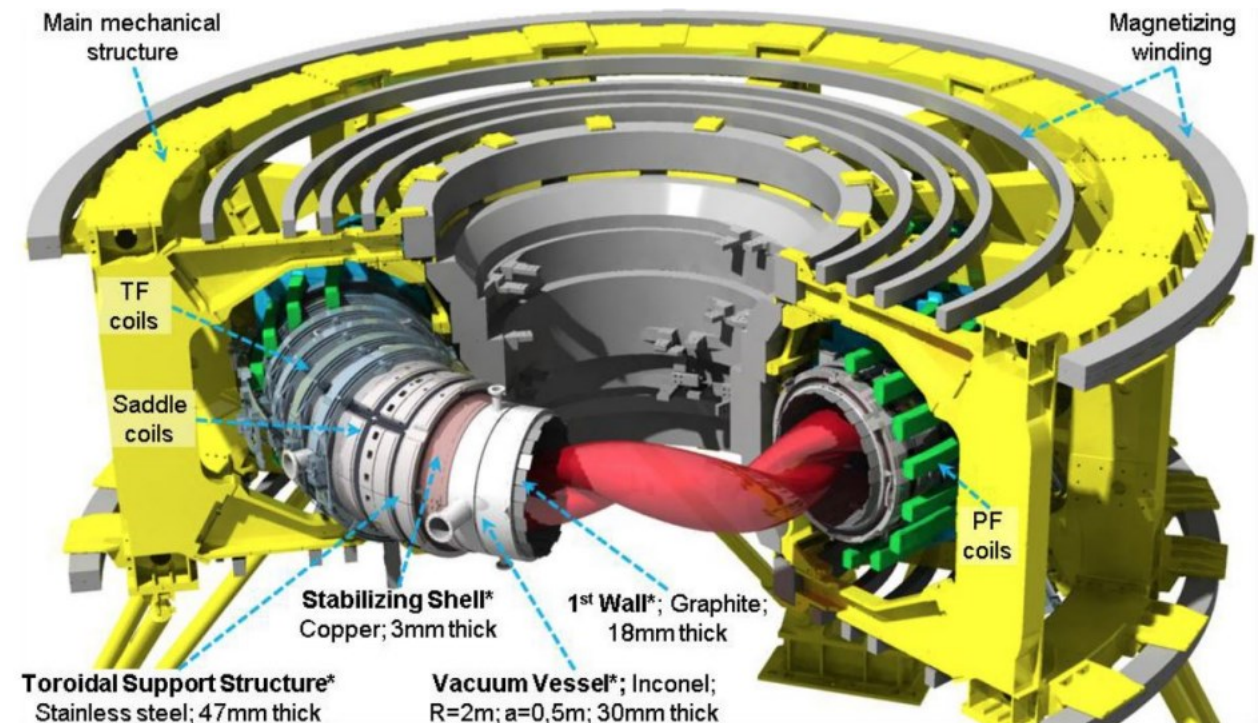
RFX (*Reversed Field eXperiment*) è la **macchina toroidale** per la produzione di plasmi costruita a Padova fra il 1985 e il 1991. Scopo dell'esperimento è:

- studiare la **fisica dei plasmi** da fusione per comprenderne il comportamento e imparare a controllarli;
- dimostrare che il **confinamento magnetico** in configurazione **RFP** (*Reversed Field Pinch*) potrebbe consentire la realizzazione di un reattore a fusione più **semplice** ed **economico**.



L'obiettivo del presente elaborato è studiare i campi magnetici prodotti da un gruppo di induttori di RFX-mod, attraverso:

1. lo sviluppo di un **modello teorico** applicabile ad induttori di forma generica percorsi da corrente;
2. l'**implementazione in MATLAB** della relativa *function*;
3. la **validazione** del modello con un semplice caso applicativo.

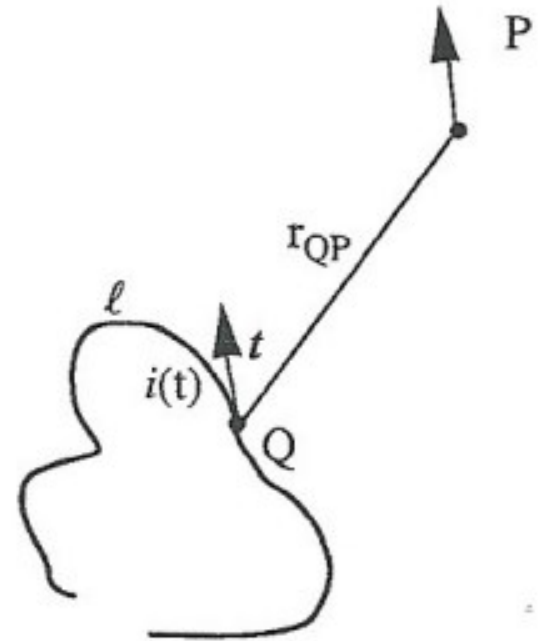


- Il campo di **induzione magnetica** è sempre **conservativo del flusso**, ovvero è **solenoidale** in tutto lo spazio

$$\Rightarrow \mathbf{B}(P, t) = \text{rot } \mathbf{A}(P, t)$$

- Il **potenziale vettore magnetico** prodotto in un mezzo uniforme dalla corrente di conduzione $i(t)$ di un **conduttore filiforme** che si sviluppa lungo la linea l si determina con la seguente espressione:

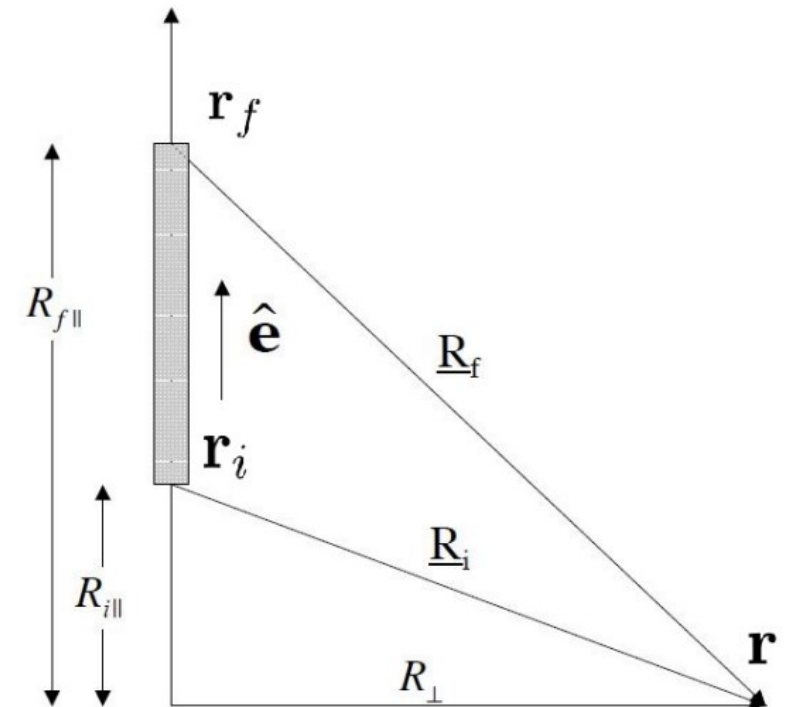
$$\mathbf{A}(P, t) = \frac{\mu i(t)}{4\pi} \int \frac{\mathbf{t}(Q)}{r_{QP}} dl$$



- Un induttore di forma generica percorso da corrente produce i campi di induzione magnetica \mathbf{B} e del potenziale vettore \mathbf{A}
- Il loro calcolo in un punto qualsiasi dello spazio può essere sviluppato **approssimando l' induttore con una sequenza discreta di elementi rettilinei filiformi** \Rightarrow

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{n_{sticks}} \mathbf{A}_k(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{n_{sticks}} \mathbf{B}_k(\mathbf{r})$$



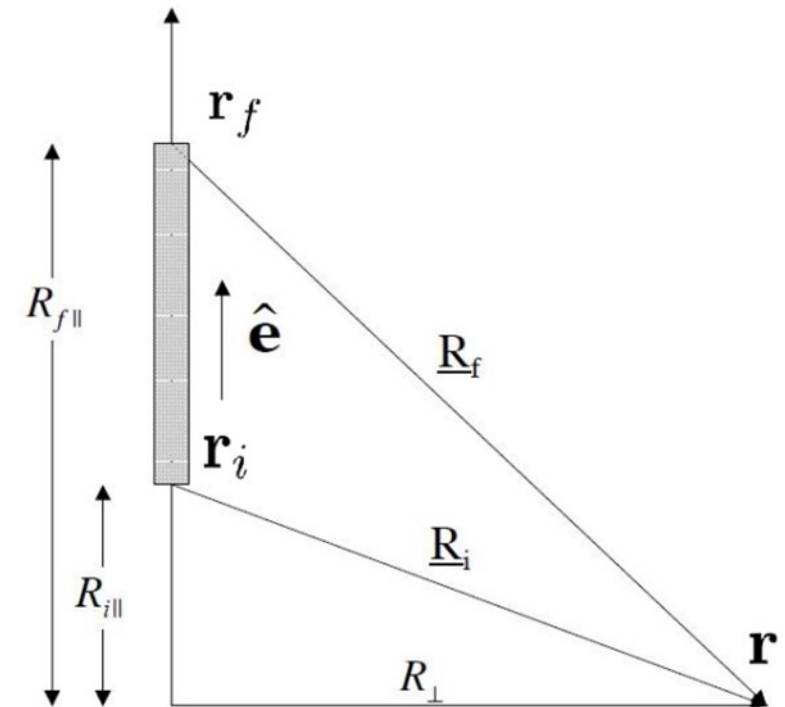
- Per determinare \mathbf{A}_k e \mathbf{B}_k :
 1. si assume un **sistema di riferimento cartesiano**;
 2. si definiscono le **grandezze** riferite ad un **generico elemento della sequenza** e ad un **punto di calcolo** qualsiasi dello spazio;
 3. si **sostituiscono** tali grandezze alle **espressioni del potenziale vettore e dell'induzione magnetica** di una corrente filiforme;
 4. si eseguono gli opportuni **passaggi analitici**.

Alla fine si ottiene:

$$\mathbf{A}_k(\mathbf{r}) = \frac{\mu I}{4\pi} \ln \left(\frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} \right) \hat{\mathbf{e}}$$

$$\mathbf{B}_k(\mathbf{r}) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{2\epsilon}{(1 - \epsilon^2)R_i R_f} \hat{\mathbf{e}} \times \mathbf{R}_i$$

$$\text{con } \epsilon = \frac{L}{R_i + R_f}$$



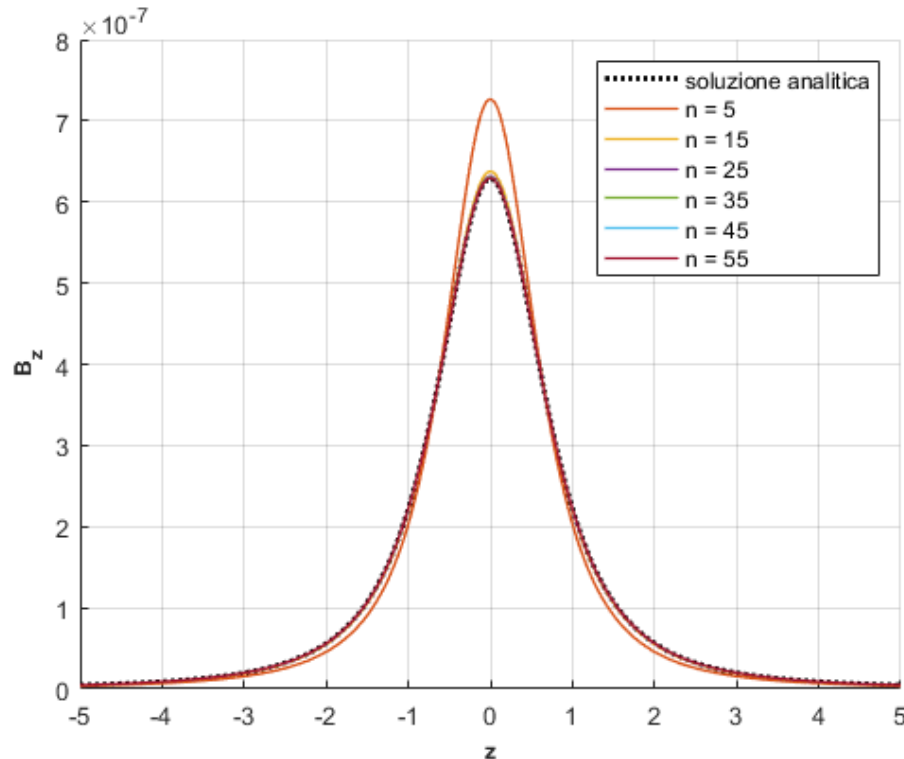
La valutazione puntuale di \mathbf{A} e \mathbf{B} è stata implementata in ambiente MATLAB attraverso la creazione della function *campo.m*

```
function[field] = campo(u,I,x,y,z,P)
% ----- Inputs -----
% u      : permeabilità magnetica [H/m]
% I      : corrente [A]
% x,y,z  : coordinate punti che individuano la sequenza discreta dell'induttore
% P      : generico punto nello spazio
% ----- Outputs -----
% field.A : potenziale vettore in P [T*m]
% field.B : induzione magnetica in P [T]
% -----
```

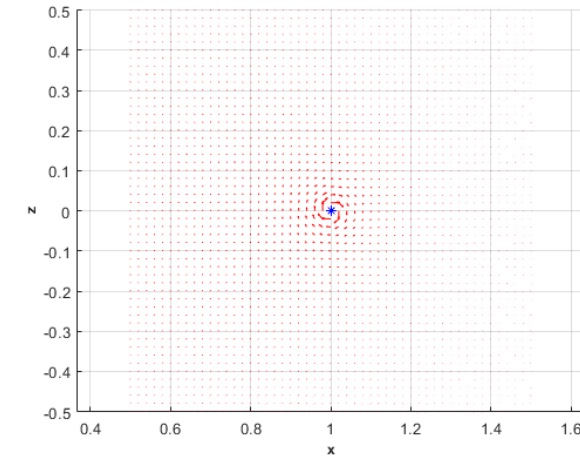
1. Definisce una matrice le cui colonne rappresentano i vettori posizione dei punti che individuano la sequenza discreta di segmenti filiformi approssimante l'induttore
2. Determina il numero di segmenti che compongono la sequenza discreta dell'induttore
3. Calcola le grandezze per descrivere i segmenti: L , \hat{e}
4. Calcola le grandezze per descrivere la relazione tra i segmenti e il punto P nello spazio: R_i , R_f
5. Determina \mathbf{A} e \mathbf{B} in P

La validità del metodo integrale è stata dimostrata con un semplice caso applicativo: la **spira circolare filiforme**

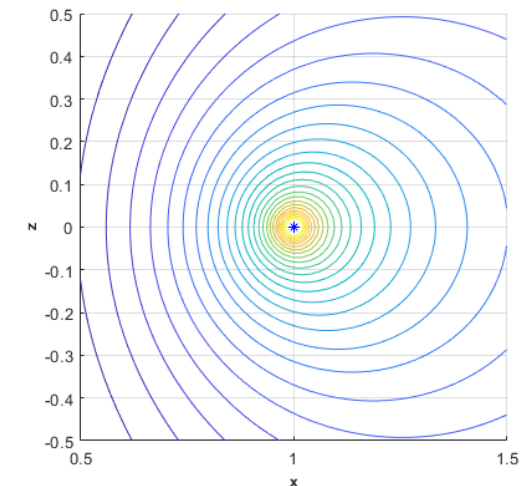
- Confronto dell'andamento di \mathbf{B} sull'asse tra la soluzione analitica $\mathbf{B}(z) = \frac{\mu r_0^2 I}{2(r_0^2 + z^2)^{3/2}} \mathbf{u}_z$ e una serie di soluzioni numeriche



- Campo di \mathbf{B} nel piano x-z

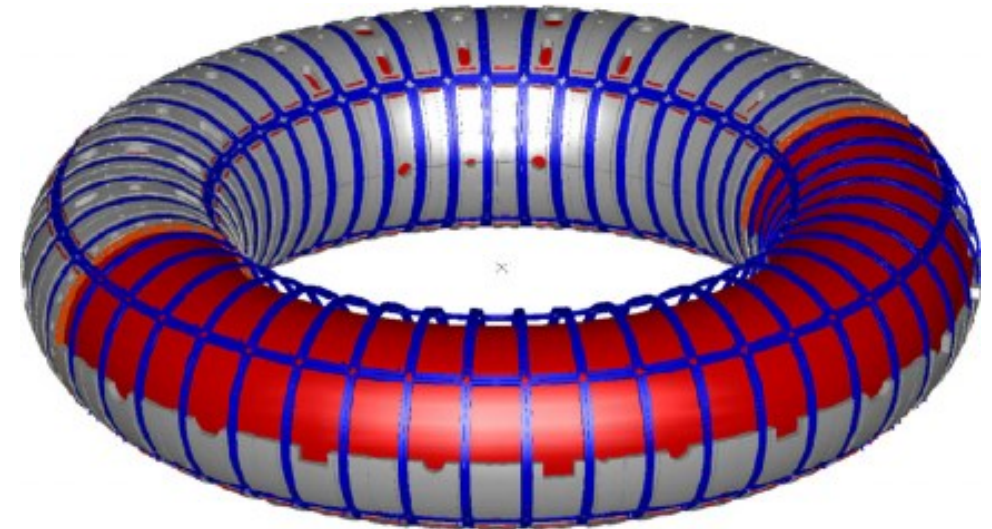


- Linee isoflusso nel piano x-z



RFX-mod presenta **192 bobine a sella** (*Saddle Coils*, SC):

- 48 in direzione toroidale e 4 in direzione poloidale;
- installate nelle scanalature ricavate esternamente alla TSS;
- alimentate e controllate in modo indipendente ($I_{MAX} = 400A$);
- generano un **campo radiale** uguale in modulo ma opposto a quello prodotto dalle **eliche di plasma** \Rightarrow definiscono un sistema di controllo attivo (*feedback*) delle instabilità del plasma.

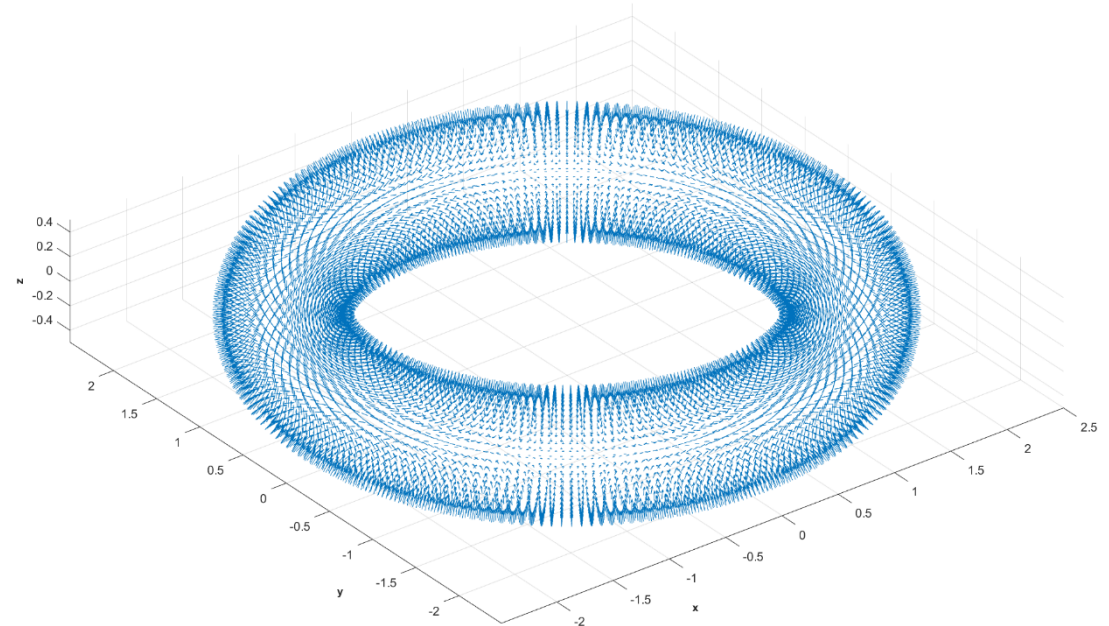
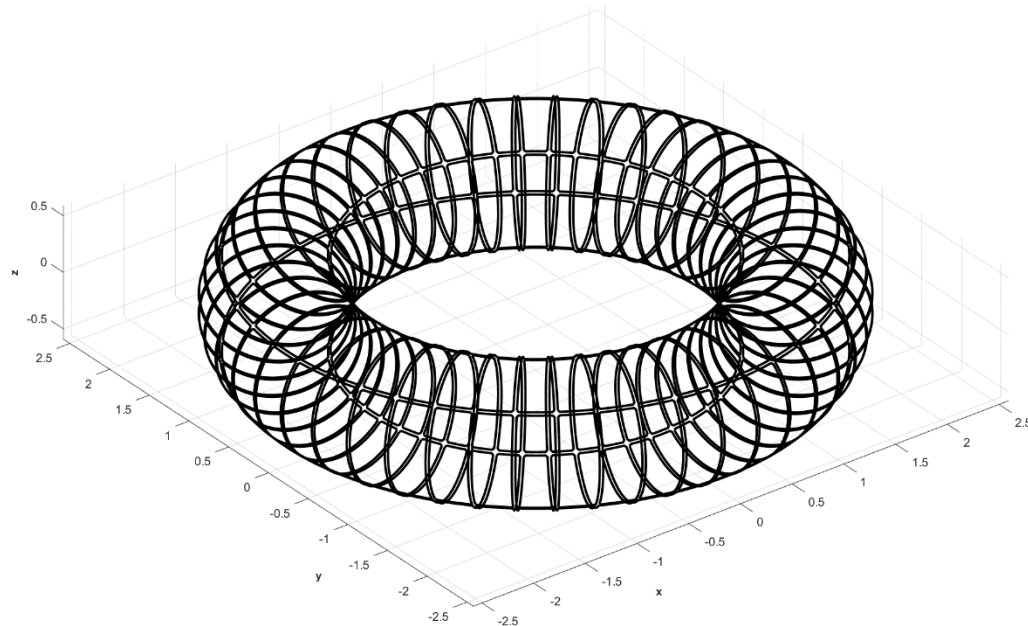


- Sono caricati i file *RFXmod.mat* e *RFX_saddlecoils.mat*
- Viene realizzata la superficie toroidale delimitante il volume di plasma attraverso le seguenti equazioni:

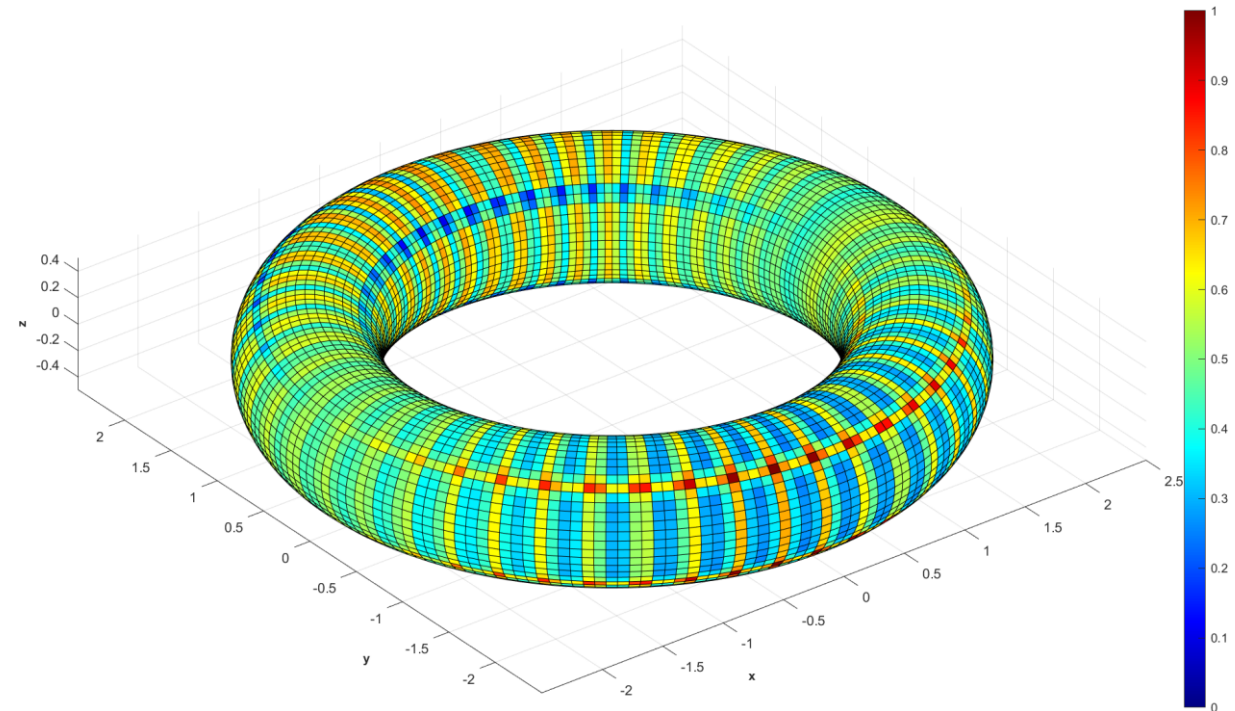
$$\begin{cases} x = (R_0 + a \cos \theta) \cos \phi \\ y = (R_0 + a \cos \theta) \sin \phi \\ z = a \sin \theta \end{cases}$$

e su di essa è definita una griglia di punti con *meshgrid*

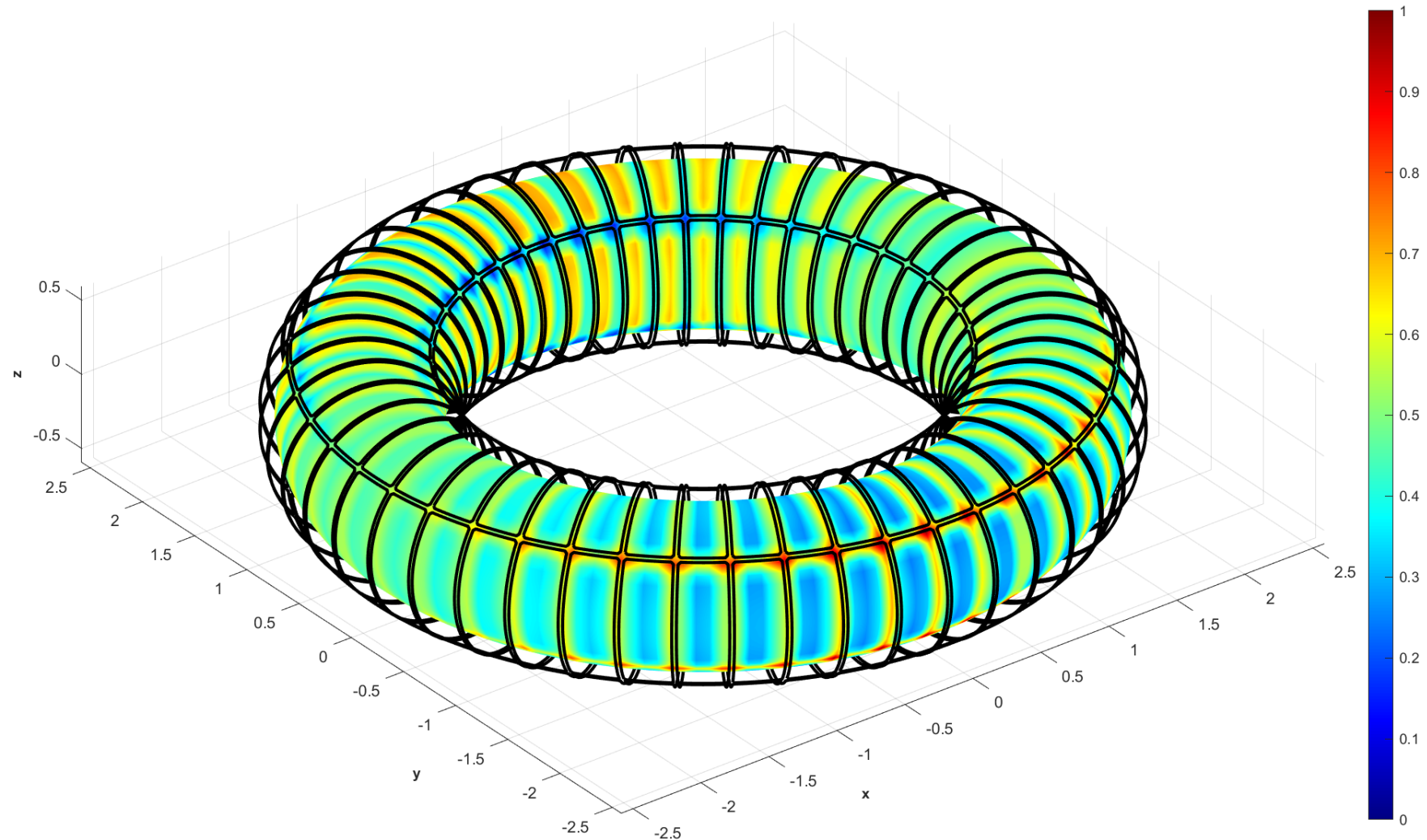
- La rappresentazione delle bobine a sella è eseguita attraverso l'array di celle **coils** e con l'aiuto di un *ciclo for*
- I vettori perpendicolari alla superficie toroidale in ognuno dei punti della mesh sono determinati con il comando *surfnorm*



- Viene valutato il campo di induzione magnetica prodotto da tutte le bobine a sella funzionanti:
 1. è imposta a ciascuna bobina una corrente che dipende dalla sola posizione toroidale con legge sinusoidale;
 2. è definito un doppio *ciclo for* per comporre una matrice le cui colonne sono il campo di induzione magnetica totale prodotto dalle bobine in ciascun punto della mesh;
 3. viene dichiarato un *ciclo for* per costruire un vettore i cui elementi rappresentano la componente del campo di induzione magnetica totale in direzione perpendicolare alla superficie toroidale in ogni punto della mesh;
 4. da tale vettore si ottiene la matrice **Color** di elementi compresi tra 0 e 1;
 5. per colorare i rettangoli della mesh in funzione dell'entità del campo in direzione radiale è usato il comando *surf*.



- Viene eseguito il plot finale delle 192 bobine a sella e della superficie toroidale delimitante il volume di plasma colorata come descritto interpolando il colore lungo le linee della mesh



- Il modello sviluppato permette di calcolare i campi di induzione magnetica e del potenziale vettore prodotti da un induttore di forma generica percorso da corrente
- Ipotesi semplificativa fondamentale: **corrente filiforme** \Rightarrow i risultati sono un'approssimazione dei valori reali
- La metodologia di implementazione numerica appresa ha permesso di **migliorare le prestazioni computazionali** delle varie routine
- Individuazione del giusto **compromesso tra l'accuratezza del calcolo e l'onere computazionale** \Rightarrow scegliere n_{sticks} in modo opportuno

Grazie per l'attenzione