



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

CONTROLLO D'ASSETTO A TRE
ASSI DI UN SIMULATORE PER IL
VOLO IN FORMAZIONE - SOFTWARE
DESIGN E HARDWARE TEST

*Three-axis attitude control of a formation flying
simulator - Software design and hardware tests*

RELATORE: PROF. ENRICO LORENZINI

CORRELATORE: ING. ANDREA VALMORBIDA

LAUREANDO: MATTIA MAZZUCATO

MATRICOLA: 1014156

Anno Accademico 2013-2014

Abstract

The Spacecraft Formation Flying Hardware Simulator (SFF-HSim), developed at the Center of Studies and Activities for Space (CISAS) “G. Colombo” and the Department of Industrial Engineering of the University of Padova, is aimed at providing a ground based formation flight testbed for satellite formation flight. The facility, that at present has one complete module, in its final form will be composed by two or more cooperating spacecrafts which interact in terms of relative attitude and position

The final aim of this work is to develop a three axis attitude control for the module of the hardware simulator.

This thesis presents the development of a quaternion-based Proportional - Integral - Derivative (PID) controller, whose performance is predicted by a dedicated software simulator. This software simulator, developed in Matlab, reproduces the attitude dynamics of the testbed accounting for real behavior of sensors and actuators.

Friction phenomena and inertia tensor characterization are required in order to simulate the attitude dynamic. A sperimental procedure based on torsional pendulum was conducted to estimate the moments of inertia of the simulator with accuracy laying within the 2% range.

Several 3-D attitude control tests were carried out leading to results which validated the numerical model developed. The control strategy developed proved to be tolerant of errors when tested in a realistic environment. This work extends the control capabilities of the attitude simulator from a single degree of freedom to three degrees of freedom.

Indice

| | |
|--|-----------|
| Elenco delle figure | V |
| Elenco delle tabelle | IX |
| Introduzione | XI |
| Il Progetto: Formation Flying Hardware Simulator | XII |
| Obiettivi della tesi | XIII |
| Outline della tesi | XIII |
| 1 Il modulo d'assetto | 1 |
| 1.1 Il sistema strutturale | 1 |
| 1.1.1 La struttura | 1 |
| 1.1.2 Il sistema di sospensione | 2 |
| 1.2 ADCS | 4 |
| 1.2.1 I sensori | 4 |
| 1.2.2 Il sottosistema elettronico | 5 |
| 1.3 Il sottosistema propulsivo | 5 |
| 1.3.1 Il circuito pneumatico | 5 |
| 1.3.2 Gli attuatori | 8 |
| 1.4 Il sistema elettrico e di potenza | 9 |
| 1.5 Il software del microcontrollore | 10 |
| 1.6 Comunicazione e gestione dei dati | 12 |
| 2 La modellazione matematica | 15 |
| 2.1 La cinematica d'assetto | 15 |
| 2.1.1 Gli angoli di Eulero | 15 |
| 2.1.2 I quaternioni | 17 |
| 2.2 La dinamica d'assetto | 20 |
| 2.3 Le equazioni ideali del controllo | 21 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.3.1 | L'azione proporzionale | 22 |
| 2.3.2 | L'azione integrale | 23 |
| 2.3.3 | L'azione derivativa | 24 |
| 2.3.4 | Relazione tra i guadagni e le prestazioni del controllo | 26 |
| 2.4 | Correzione alle equazioni ideali del controllo | 27 |
| 2.4.1 | L'azione derivativa: filtro passa basso e derivative-kick avoidance | 27 |
| 2.4.2 | Azione proporzionale: set-point weighting | 28 |
| 2.4.3 | Azione integrale: anti-reset windup | 29 |
| 2.5 | Le equazioni del controllo discretizzate | 31 |
| 2.6 | Il problema della sintonizzazione | 33 |
| 3 | Il software di simulazione | 35 |
| 3.1 | La struttura del software | 36 |
| 3.2 | La programmazione ad oggetti | 37 |
| 3.2.1 | La discretizzazione della simulazione | 39 |
| 3.2.2 | I parametri inerziali | 39 |
| 3.2.3 | Il propagatore dinamico | 40 |
| 3.2.4 | I sensori | 41 |
| 3.2.5 | La navigazione | 42 |
| 3.2.6 | Guidance | 43 |
| 3.2.7 | Il controllo | 43 |
| 3.2.8 | Gli attuatori | 44 |
| 3.3 | Applicazioni | 46 |
| 3.3.1 | Manovra d'assetto con ingresso a gradino | 47 |
| 3.3.2 | Manovra di ripuntamento | 52 |
| 3.3.3 | Osservazioni | 59 |
| 4 | Caratterizzazione del simulatore | 61 |
| 4.1 | Caratterizzazione dell'attrito | 61 |
| 4.2 | Determinazione delle caratteristiche inerziali | 64 |
| 4.2.1 | Bilanciamento delle masse | 65 |
| 4.2.2 | Misure d'inerzia tramite pendolo torsionale | 66 |
| 4.2.3 | Analisi preliminare per l'esecuzione dei test d'inerzia | 67 |
| 4.2.4 | Apparato sperimentale | 71 |
| 4.2.5 | Risultati | 75 |
| 4.3 | Conclusioni | 77 |

| | |
|--|-----------|
| 5 Test di controllo d'assetto | 79 |
| 5.1 Programma dei test | 79 |
| 5.2 Test 1. Reiezione dei disturbi | 80 |
| 5.3 Test 2. Manovra con ingresso a gradino | 82 |
| 5.4 Test 3. Manovra di ripuntamento | 87 |
| 5.5 Considerazioni conclusive | 91 |
| Conclusioni | 93 |
| Bibliografia | 95 |

Elenco delle figure

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Modello CAD della struttura. | 2 |
| 1.2 | Sistema cardanico a tre giunti. | 3 |
| 1.3 | Configurazione di montaggio delle elettroniche di bordo. | 6 |
| 1.4 | Architettura del circuito pneumatico. | 6 |
| 1.5 | Circuito pneumatico: porzione di alta pressione. | 7 |
| 1.6 | Schematizzazione del funzionamento PWM. | 8 |
| 1.7 | Schema elettrico di bordo. | 9 |
| 1.8 | Moduli principali del software e flusso di dati. | 11 |
| 1.9 | Aggiornamento del loop GNC periodico. | 12 |
| 1.10 | Interfaccia grafica per la comunicazione tra PC e simulatore. | 13 |
| | | |
| 2.1 | Schema a blocchi di un sistema controllato in retroazione. | 22 |
| 2.2 | Risposta a un ingresso a gradino - regolatore P (proporzionale). | 23 |
| 2.3 | Risposta a un ingresso a gradino - regolatore PI. | 24 |
| 2.4 | Risposta a un ingresso a gradino - regolatore PD. | 25 |
| 2.5 | Risposta a un ingresso a gradino - regolatore PID. | 26 |
| 2.6 | Modello di saturazione degli attuatori. | 29 |
| 2.7 | Schema a blocchi del regolatore PID nel caso reale. | 30 |
| | | |
| 3.1 | Simulatore Matlab: architettura del loop principale e flusso dati. | 37 |
| 3.2 | Schema a blocchi del processo di misura con encoder. | 42 |
| 3.3 | Angoli di Eulero. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo continuo. | 47 |
| 3.4 | Velocità angolari. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo continuo. | 48 |
| 3.5 | Coppie erogate. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo continuo. | 48 |

| | | |
|------|--|----|
| 3.6 | Angoli di Eulero. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo discreto. | 50 |
| 3.7 | Velocità angolari. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo discreto. | 51 |
| 3.8 | Coppie erogate. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo discreto. | 51 |
| 3.9 | Traiettoria di ripuntamento. Traccia degli assi body sulla sfera unitaria. | 53 |
| 3.10 | Riferimento angolare per la manovra di ripuntamento. Angoli di Eulero. | 54 |
| 3.11 | Riferimento angolare per la manovra di ripuntamento. Quaternione. . . | 54 |
| 3.12 | Velocità angolare di riferimento per la manovra di ripuntamento. . . . | 55 |
| 3.13 | Coppie teoriche per l'esecuzione della manovra di ripuntamento. . . . | 55 |
| 3.14 | Angoli di Eulero. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo. | 56 |
| 3.15 | Errore di puntamento. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo. | 57 |
| 3.16 | Errore sulle velocità angolari. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo. | 57 |
| 3.17 | Coppie erogate. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo. | 58 |
| 3.18 | Errore di puntamento. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo discreto. | 59 |
| 3.19 | Errore sulle velocità angolari. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo discreto. | 60 |
| 3.20 | Coppie erogate. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo discreto. | 60 |
| 4.1 | Sistema di bloccaggio per il moto di roll e pitch | 62 |
| 4.2 | Sistema per il bilanciamento delle masse del modulo d'assetto. | 65 |
| 4.3 | Sistema di misura d'inerzia. | 72 |
| 4.4 | Esempi di configurazioni per l'esecuzione dei test d'inerzia. | 72 |
| 4.5 | Schema elettrico e circuito elettrico per l'acquisizione del periodo. | 74 |
| 4.6 | Tensione misurata nel processo di determinazione del periodo (esempio). | 74 |
| 5.1 | Test 1.1. Angoli di Eulero per reiezione dei disturbi con regolatore PD a tempo continuo. | 81 |
| 5.2 | Test 1.2. Angoli di Eulero per reiezione dei disturbi con regolatore PID a tempo discreto. | 81 |
| 5.3 | Test 2.1. Profilo angolare di manovra. | 83 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.4 | Test 2.1. Azioni di controllo calcolate. | 84 |
| 5.5 | Test 2.2. Profilo angolare di manovra. | 85 |
| 5.6 | Test 2.2. Profilo delle azioni di controllo calcolate. | 86 |
| 5.7 | Test 3.1. Manovra di ripuntamento: profilo angolare reale. | 87 |
| 5.8 | Test 3.1. Errore di puntamento. | 88 |
| 5.9 | Test 3.1. Coppie di controllo erogate. | 89 |
| 5.10 | Test 3.1. Azioni di controllo calcolate. | 89 |
| 5.11 | Test 3.2. Errore di puntamento. | 90 |
| 5.12 | Test 3.2. Coppie di controllo erogate. | 91 |

Elenco delle tabelle

| | | |
|-----|--|-----|
| 1 | Confronto tra diverse tipologie di test. | XIV |
| 2.1 | Effetti di un regolatore PID sui parametri prestazionali. | 27 |
| 3.1 | Classi implementate nel software. | 38 |
| 3.2 | Requisiti di manovra. | 46 |
| 3.3 | Manovra con ingresso a gradino. Sintonizzazione regolatore PD. . . . | 47 |
| 3.4 | Prestazioni di manovra: ingresso a gradino, controllo a tempo continuo. | 49 |
| 3.5 | Manovra con ingresso a gradino. Sintonizzazione regolatore PID. . . . | 49 |
| 3.6 | Prestazioni di manovra: ingresso a gradino, controllo a tempo discreto. | 50 |
| 3.7 | Parametri per la definizione della manovra di ripuntamento. | 52 |
| 3.8 | Manovra di ripuntamento. Sintonizzazione regolatore PD. | 56 |
| 3.9 | Manovra di ripuntamento. Sintonizzazione regolatore PID. | 58 |
| 4.1 | Risultati dei test per la caratterizzazione dell'attrito statico. | 63 |
| 4.2 | Prospetto riassuntivo delle direzioni di misura adottate in simulazione. | 69 |
| 4.3 | Risultati dello studio preliminare sulle misure d'inerzia. | 70 |
| 4.4 | Risultati dei test di misura d'inerzia. | 75 |
| 4.5 | Risultati dell'analisi di incertezza nel processo di misura d'inerzia. . . | 76 |
| 5.1 | Requisiti di manovra. | 79 |
| 5.2 | Programma dei test di manovra. | 80 |
| 5.3 | Prestazioni di manovra del sistema reale: ingresso a gradino, controllo a tempo continuo. Confronto tra prestazioni ottenute in fase di test e in simulazione. | 83 |
| 5.4 | Prestazioni di manovra del sistema reale: ingresso a gradino, controllo a tempo discreto. Confronto tra prestazioni ottenute in fase di test e in simulazione. | 85 |

Introduzione

Sin dagli albori dell'era spaziale i costi delle missioni e i rischi di fallimento delle stesse sono stati elementi interconnessi tra loro in maniera indissolubile: le risorse economiche necessarie infatti per finanziare una missione sono tanto maggiori quanto maggiore è il rischio che, in tutto il ciclo di vita operativa dello spacecraft, si verifichino guasti che compromettano l'intera missione.

L'avvento del volo in formazione ha reso possibile il superamento di molti limiti e ha presentato nuove soluzioni per molti aspetti critici legati alle missioni tradizionali. Innanzitutto i moduli di volo hanno dimensioni contenute e generalmente hanno tempi di sviluppo “rapidi” con design semplificati, garantiscono alti livelli di ridondanza permettendo di rimpiazzare elementi della formazione in tempi rapidi e con costi contenuti, permettono di effettuare osservazioni con altissima risoluzione combinando le osservazioni effettuate da diversi moduli attraverso un'opportuna elaborazione dei dati e forniscono la possibilità di osservare un dato obiettivo da più angolazioni o in più istanti successivi.

L'impiego di più satelliti cooperanti, tuttavia, presenta alcuni aspetti critici connessi al corretto mantenimento della formazione. È necessario infatti prevedere algoritmi di controllo, sia per l'assetto che per la dinamica orbitale, che siano robusti e molto affidabili, si richiede un maggiore scambio di dati tra i moduli della formazione e con la stazione di terra, e in genere il consumo di propellente per le manovre di station keeping è maggiore rispetto a una missione tradizionale per permettere il corretto mantenimento delle distanze e dell'assetto relativo tra i moduli della stessa formazione.

Nonostante i limiti appena presentati non siano eliminabili, una progettazione efficiente in termini di algoritmi di controllo e dei consumi di propellente, permette di esaltare i vantaggi offerti dall'architettura di missione in questione.

Il Progetto: Formation Flying Hardware Simulator

Il Centro di Ateneo di Studi e Attività Spaziali (CISAS) e il Dipartimento di Ingegneria Industriale (DII) dell'Università degli Studi di Padova, grazie all'impulso fornito dal professor Enrico Lorenzini e al prezioso lavoro del dottorando Andrea Valmorbida, ha dato vita a un ambizioso progetto finalizzato alla costruzione di un simulatore per il volo in formazione per effettuare test di volo in formazione, docking autonomo, rendezvous e per progettare e validare algoritmi di controllo e strategie di riconfigurazione.

Lo "Spacecraft Formation Flying Hardware Simulator" (SFF-HSim) è stato concepito per ricreare con buona approssimazione sia le caratteristiche fisiche tipiche dei satelliti utilizzati per missioni di volo in formazione, sia per riprodurre le condizioni operative di microgravità nelle quali uno spacecraft opera in ambiente spaziale. L'obiettivo è quello di ricreare a terra un sistema per il quale sia possibile progettare e testare algoritmi di controllo (in termini di posizione e assetto relativo), integrare e caratterizzare sensori e sistemi di bordo (in particolare sistemi di docking) su un sistema che sia rappresentativo della dinamica di satelliti cooperanti. L'obiettivo del progetto è quello di fornire uno strumento vantaggioso e competitivo, che possa diventare un strumento di ricerca di riferimento all'interno del dipartimento e più in generale per gli attori operanti anche a livello internazionale nel settore spaziale.

L'apparato sperimentale è composto nel suo insieme da due o più unità satellitari e da una Control Station, consistente in un PC. Ogni simulatore è composto da un modulo d'assetto con tre gradi di libertà rotazionali forniti da un giunto meccanico, e da un modulo traslazionale con due gradi di libertà per il moto nel piano a cui è permesso lo spostamento su un piano di vetro sfruttando un cuscinetto d'aria. La Control Station è parte inscindibile del sistema in quanto permette il caricamento del software del simulatore, l'invio dei comandi dello sperimentatore e la ricezione dei dati di telemetria e housekeeping.

I principali vantaggi garantiti dall'architettura qui presentata riguardano tre aspetti fondamentali: (1) facilità di accesso al simulatore da parte dello sperimentatore; (2) costi molto contenuti per l'esecuzione dei test; (3) durata dei test limitata solamente dalla quantità di propellente immagazinata a bordo. Questi aspetti sono sufficienti a fare di SFF-HSim un'alternativa valida e molto competitiva rispetto alle alternative tradizionali per i test in condizioni di microgravità, alcune delle quali sono considerate in tabella 1 con i relativi vantaggi e svantaggi.

All'interno dello scenario presentato è d'obbligo citare il Formation Control Test-

bed (FCT), sviluppato da JPL-Caltech [1], e il Test Environment for Applications of Multiple Spacecraft (TEAMS), sviluppato dal DLR [2]. Tali sistemi permettono di effettuare a terra test a sei gradi di libertà per il volo in formazione. Inoltre il sistema Synchronized Position Hold, Engage, and Reorient Experimental Satellites (SPHERES), progettato nei Space System Laboratories (SSL) del MIT [3], fornisce un tesbed a terra caratterizzato da tre gradi di libertà mentre un sistema a sei gradi di libertà è già operativo a bordo della Stazione Spaziale Internazionale e permette l'esecuzione di test per il volo in formazione in condizioni di microgravità.

Obiettivi della tesi

Il presente lavoro rappresenta un contributo, seppur modesto, al progetto presentato nel paragrafo precedente. In particolare questo elaborato presenterà le fasi di progettazione e test riguardanti l'estensione a tre gradi di libertà del modulo d'assetto.

Poiché allo stato attuale l'apparato sperimentale si compone di un solo simulatore, nel seguito ci si riferirà ad un solo corpo pur facendo riferimento al progetto globale SFF-HSim. Ci si riferirà pertanto a “modulo d'assetto” e “minisatellite” come sinonimi.

Sfruttando come punto di partenza i risultati relativi alle fasi di design e test ottenuti per il controllo d'assetto attorno all'asse di *yaw* [8], sarà sviluppato un controllo d'assetto completo a tre assi sul sistema fisico. Parallelamente si svilupperà a livello software un simulatore del sistema finalizzato alla modellazione preliminare dei parametri del controllo per ottimizzare i parametri di manovra in termini di costi, tempi e stabilità del controllo.

Outline della tesi

Il presente elaborato si divide concettualmente in due sezioni: nella prima viene presentato il contesto teorico e gli aspetti numerici del progetto, mentre nella seconda è presentata la procedura sperimentale adottata per caratterizzare il sistema e per validare le strategie di controllo adottate in progettazione.

Nel primo capitolo viene presentata l'architettura e le principali caratteristiche del simulatore d'assetto, le quali rappresentano il punto di partenza per la progettazione della fase sperimentale.

| Tipo di test | Pro | Contro |
|-------------------------|--|--|
| Test in orbita | Totalmente rappresentativa delle condizioni operative | Molto costosa |
| Test in ISS | Eccellente simulazione di microgravità Facile interazione con il payload Microgravità a lunga durata | Molto costosa Problemi logistici |
| Voli parabolici | Eccellente simulazione di microgravità Discreta facilità di interazione con il payload | Costosa La microgravità dura circa 20 s |
| Torri di caduta | Buona simulazione di microgravità di microgravità | Costosa La microgravità dura pochi secondi |
| Serbatoi ad acqua | Buona simulazione di microgravità Simulazione a lunga durata | Elevati momenti e forze viscosi Richiede un payload resistente all'acqua |
| Simulatori di satelliti | Buona simulazione di microgravità Facilità di interazione con il payload | Forze e momenti di disturbo da compensare Numero limitato di gradi di libertà |

Tabella 1: Confronto tra diverse tipologie di test.

Nel secondo capitolo sono riportate le equazioni che permettono di modellare il comportamento del simulatore d'assetto: in particolare è stata curata la modellazione matematica della cinematica e della dinamica dell'assetto, e si è ricavata un'opportuna formulazione delle leggi del controllo.

Il terzo capitolo presenta il simulatore software, sviluppato in ambiente Matlab, utilizzato per la simulazione numerica del comportamento del sistema controllato e la stima preliminare delle prestazioni di manovra. Nella prima parte del capitolo sono presentate le principali caratteristiche del software mentre, nel seguito, si riportano i risultati ottenuti in relazione a particolari casi di studio.

Il quarto capitolo sancisce l'inizio della sezione della tesi riguardante i test sperimentali: in particolare nel capitolo è presentata la metodologia adottata per caratterizzare il modulo d'assetto in relazione ai fenomeni d'attrito, al comportamento dei propulsori e alla distribuzione delle masse del sistema.

Nel quinto capitolo infine sono riportati i risultati dei test di controllo d'assetto effettuati, prestando particolare attenzione al confronto con i risultati ottenuti in sede di simulazione numerica.

Capitolo 1

Il modulo d'assetto

Nel presente capitolo viene presentato il modulo d'assetto su cui sarà implementato e testato il controllo d'assetto, mettendo in evidenza le caratteristiche funzionali relative ad ogni sottosistema.

Il modulo si compone di cinque sottosistemi principali:

- il sottosistema strutturale;
- il sottosistema di determinazione e controllo d'assetto (ADCS);
- il sottosistema propulsivo;
- il sottosistema elettrico e di potenza;
- il sottosistema di comunicazione e gestione dei dati.

1.1 Il sistema strutturale

1.1.1 La struttura

Il modulo d'assetto presenta una forma assimilabile a quella di un parallelepipedo a base quadrata, di base 540 mm e altezza 400 mm . Lo scheletro esterno della struttura è realizzato tramite barre profilate in alluminio a sezione quadrata di lato 20 mm . Quattro barre verticali, poste in corrispondenza degli spigoli del parallelepipedo, sono collegate tra loro da due barre orizzontali per ogni faccia e poste simmetricamente ad uguale distanza dal piano medio della struttura.

Ogni profilato presenta un foro centrale e una scanalatura per ogni faccia nella direzione perpendicolare alla sezione: ciò permette di ottenere componenti leggeri

con buone caratteristiche di rigidità. L'utilizzo di piccoli inserti scorrevoli forati e filettati in acciaio, detti "chiocciolate", all'interno delle scanalature dei profilati, permette il collegamento delle diverse componenti strutturali senza dover forare le barre e impedendo moti relativi tra i diversi componenti.

La rigidità complessiva della struttura è migliorata grazie all'inserimento di piastre di collegamento tra le barre verticali e orizzontali sulle facce esterne del telaio, e mediante l'integrazione di due barre orizzontali aggiuntive in corrispondenza della faccia superiore e inferiore del modulo.

L'alloggiamento di componenti non strutturali sul modulo d'assetto è reso possibile dall'introduzione di otto piastre in alluminio, quattro delle quali disposte sulle facce parallele al piano orizzontale, e quattro poste perpendicolarmente al suddetto piano sulla porzione esterna della struttura per il posizionamento dei propulsori grazie a degli angolari a "L".

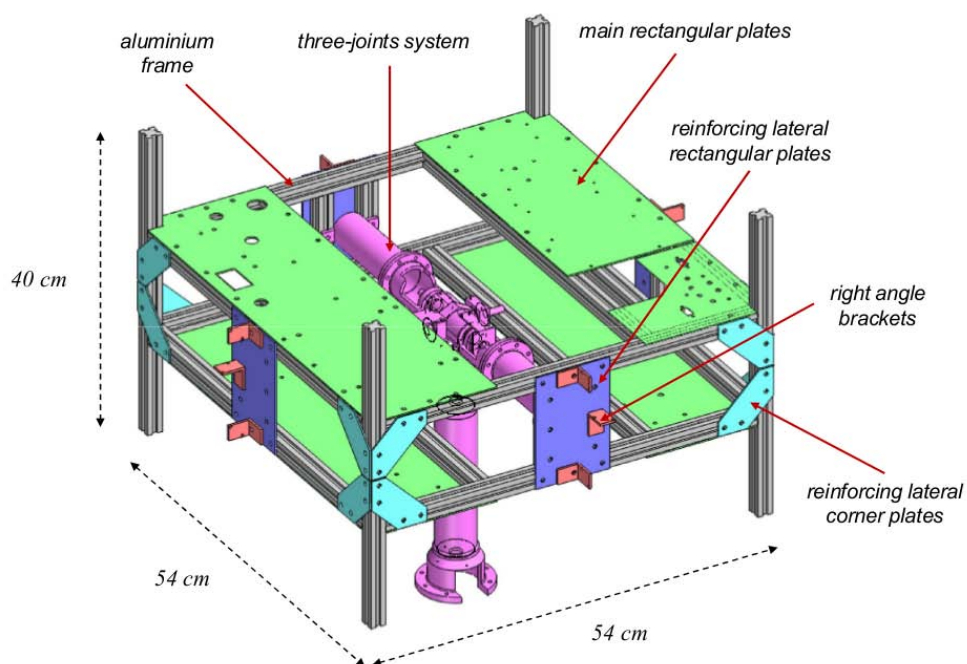


Figura 1.1: Modello CAD della struttura.

1.1.2 Il sistema di sospensione

Il sistema di sospensione è stato concepito per riprodurre nella maniera più fedele possibile le condizioni operative che sperimenta un generico spacecraft in orbita.

Il sistema è composto da uno stelo verticale in alluminio alto circa 40 cm, e da un giunto cardanico che permette rotazioni attorno a qualsiasi direzione nello spazio.

Lo stelo è fissato ad una base in alluminio, e permette il sostegno del modulo d'assetto e il suo innalzamento rispetto al piano d'appoggio, evitando la possibilità che si verifichino contatti e urti.

Lo snodo si compone di tre cerniere cilindriche a basso attrito, la prima delle quali è ricavata all'interno dello stelo e permette le rotazioni attorno alla verticale (asse di *yaw*); la seconda cerniera è solidale alla prima e lascia libere le rotazioni attorno a un asse parallelo al piano orizzontale (asse di *pitch*); la terza cerniera a sua volta è fissata alla precedente e permette la rotazione attorno all'asse che completa la terna levogira (asse di *roll*). I tre assi così definiti individuano la terna solidale al modulo d'assetto a cui ci si riferirà nel seguito come terna *Body*.

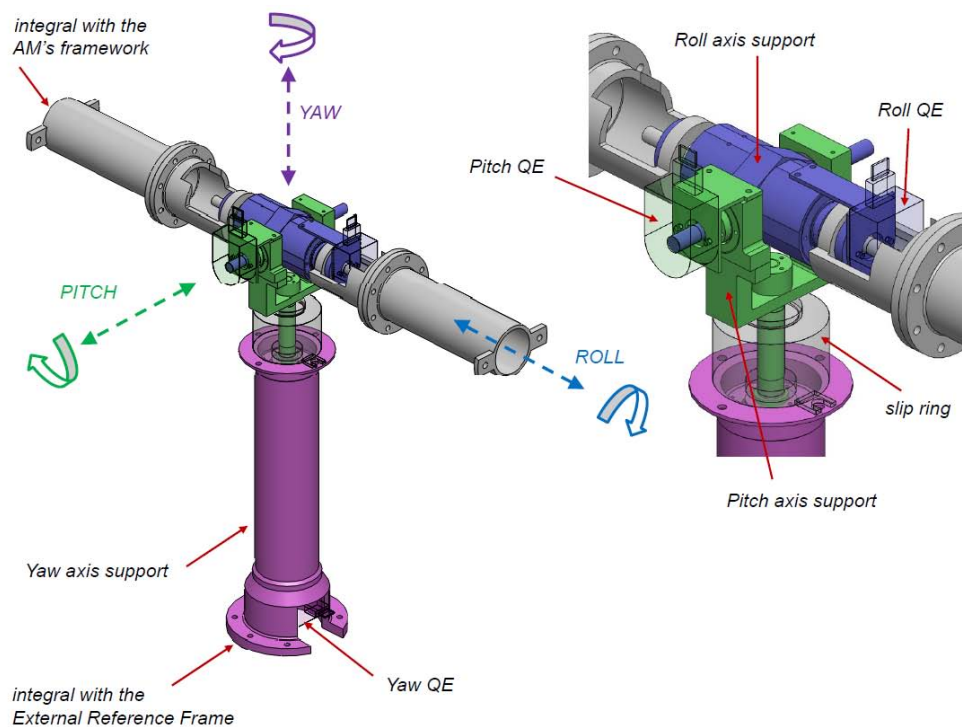


Figura 1.2: Sistema cardanico a tre giunti.

Gli assi di rotazione sono incidenti in uno stesso punto, il centro di rotazione. Le rotazioni permesse attorno agli assi di *roll* e *pitch* sono limitate a $\pm 40^\circ$ a causa di limiti meccanici determinati dalla configurazione del giunto stesso, mentre le rotazioni attorno all'asse di *yaw* non sono in alcun modo limitate.

Il modulo d'assetto è fissato al sostegno in modo che il centro geometrico del minisatellite e il centro di rotazione siano coincidenti. Attraverso un fine bilanciamento

delle masse è possibile far coincidere tale centro con il baricentro del sistema: tale risultato garantisce, a meno di piccoli disallineamenti, che sul modulo non agiscano coppie gravitazionali di disturbo nella dinamica d'assetto.

1.2 ADCS

Il sistema di determinazione e controllo d'assetto si compone di due moduli fondamentali: il sottosistema dei sensori, che forniscono una stima dell'orientazione del modulo d'assetto attorno agli assi di *roll pitch* e *yaw*, e il sottosistema elettronico che ricostruisce l'assetto a partire dalle misure dei sensori, calcola e comanda l'attuazione delle coppie di controllo.

1.2.1 I sensori

Il modulo d'assetto è equipaggiato con tre encoder ottici incrementali *HEDM 5500-B13*, prodotti da Avago Technologies, e con una piattaforma inerziale (IMU) Microstrain 3DM-GX1, non ancora in funzione allo stato attuale del progetto.

Gli encoder (QE), o sensori di posizione angolare, sono alloggiati in corrispondenza delle cerniere del giunto cardanico, come indicato in fig.1.2 e permettono la misura delle rotazioni attorno agli assi di *roll, pitch* e *yaw*. Le informazioni angolari sono inviate al microcontrollore, il quale ricostruisce lo stato cinematico del sistema e calcola le azioni di controllo da erogare.

Ogni encoder si compone di un emettitore di radiazione luminosa (LED), di uno schermo di lettura circolare che vede alternarsi zone trasparenti e opache di uguale ampiezza per un totale di mille porzioni, e di un rilevatore a fotodiodi. La rotazione dello schermo fa sì che l'elemento sensibile alla radiazione rilevi un'alternanza di luci e ombre fornendo in output un'onda di tensione quadra. Il sistema di lettura della tensione si compone di due canali in quadratura, i quali permettono di determinare oltre che l'entità della rotazione anche il verso. Grazie a un'adeguata elaborazione del segnale, il sistema di misura permette di ottenere misure con risoluzione angolare pari a 0.09° .

Le misure fornite dall'IMU sono soggette a incertezza che varia con il tempo. Essendo le prestazioni di misura degli encoder migliori in termini di accuratezza e stabilità, si intende usare tali dati come riferimento per stimare periodicamente il drift e il bias che incidono sulle misure dell'IMU.

1.2.2 Il sottosistema elettronico

Il nucleo di acquisizione dei dati e di calcolo dei processi di Guida Navigazione e Controllo è composto dalla scheda di prototipazione Rabbit, su cui è installato un microcontrollore Rabbit RCM 4510W e un chip Rabbit RIO.

Il RIO gestisce la corretta lettura dei sensori di posizione angolare e comunica al microcontrollore i dati per ogni intervallo di campionamento in maniera sincrona.

Il microcontrollore gestisce l'acquisizione dei dati di housekeeping, stima lo stato cinematico del sistema elaborando i dati provenienti dalla scheda RIO, calcola le azioni di controllo sulla base dello stato attuale e di quello desiderato, e genera il comando in tensione per l'apertura delle elettrovalvole. La scheda RCM 4510W inoltre gestisce la comunicazione dei dati con il PC attraverso un opportuno protocollo di comunicazione definito a livello software.

Poiché le componenti appena descritte non sono in grado di erogare un segnale in tensione sufficiente a comandare l'azionamento dei propulsori, nel sistema è integrata una scheda di potenza la quale incrementa la tensione fornita ai propulsori fino al valore richiesto. Delle otto uscite presenti sulla scheda ne sono usate solamente sei, numero pari a quello di coppie di attuatori. Ogni coppia agente attorno a un asse viene comandata dallo stesso segnale in tensione e ciò garantisce l'azione sincrona delle coppie concordi.

L'insieme delle schede elettroniche alloggiato sul modulo d'assetto è mostrato in fig.1.3.

1.3 Il sottosistema propulsivo

Il sottosistema propulsivo di bordo è formato da un sistema di 12 elettrovalvole e da un circuito pneumatico che permette di immagazzinare e distribuire adeguatamente il propellente.

1.3.1 Il circuito pneumatico

Il circuito pneumatico è il sottosistema che permette l'immagazzinamento e la corretta distribuzione del propellente, consistente in aria compressa, agli attuatori. Esso si compone di una parte di alta pressione e una di bassa pressione. L'architettura del circuito è mostrata in fig.1.4. La porzione di alta pressione del circuito (fig.1.5) si compone di due serbatoi, ognuno della capacità di un litro, i quali permettono di contenere fluidi fino alla pressione di 200 *bar*.

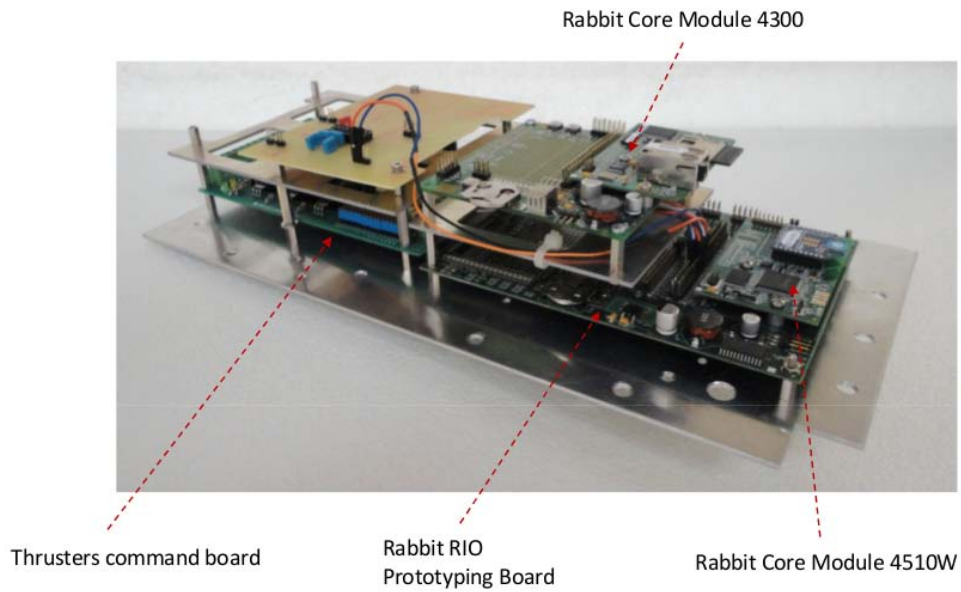


Figura 1.3: Configurazione di montaggio delle elettroniche di bordo.

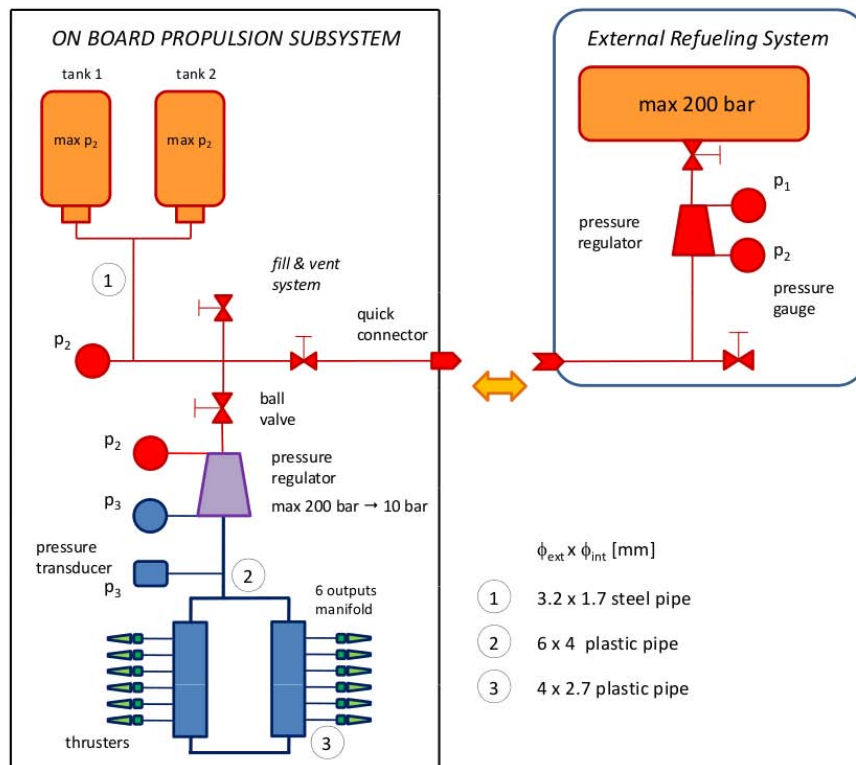


Figura 1.4: Architettura del circuito pneumatico.

I serbatoi di bordo sono ricaricati grazie a un serbatoio esterno al sistema, il quale si interfaccia al modulo d'assetto mediante un attacco rapido e permettendo procedure di rifornimento semplici e rapide. Il fluido viene distribuito mediante un sistema di condotti e raccordi in acciaio. Un sistema di valvole dà la possibilità, in base alle particolari esigenze dello sperimentatore, di svuotare i serbatoi, di mettere in comunicazione la parte di alta e quella di bassa pressione e di convogliare il fluido dalla sorgente esterna ai serbatoi.

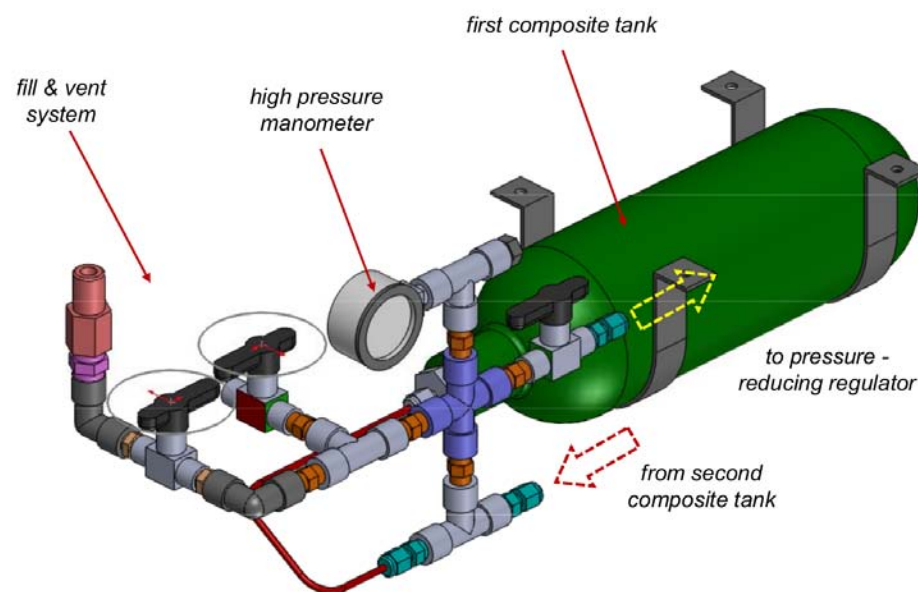


Figura 1.5: Circuito pneumatico: porzione di alta pressione.

Le porzioni di alta e di bassa pressione si interfacciano mediante un riduttore di pressione, regolabile, che fornisce in condizioni di progetto aria alla pressione di 10 bar.

A valle del riduttore di pressione il fluido è convogliato, mediante l'utilizzo di condotti in materiale plastico flessibile, a due collettori per la ripartizione del flusso di bassa pressione. Ogni collettore ha sei uscite e alimenta altrettanti attuatori. L'uniformità della pressione del fluido indirizzato agli attuatori è garantita dal collegamento dei due collettori tra loro così da formare un circuito chiuso: tale soluzione permette di mediare eventuali cadute di pressione del fluido ai collettori per effetto di perdite di carico lungo le tubazioni.

1.3.2 Gli attuatori

Il sistema di propulsivo è responsabile dell'erogazione delle coppie di controllo e si compone di dodici elettrovalvole solenoidali.

Il propellente viene convogliato a ogni elettrovalvola attraverso i condotti provenienti dal circuito di bassa pressione, e l'attuazione delle azioni di controllo è realizzata mediante un opportuno comando in tensione alle elettrovalvole. I propulsori sono alloggiati sulla porzione esterna delle facce laterali del modulo d'assetto e sono orientati in modo che, attorno ad ogni asse della terna *body*, una coppia di attuatori possa erogare un'azione positiva e un'altra coppia un'azione negativa.

Nel momento in cui un'elettrovalvola viene aperta, il fluido in pressione viene fatto espandere nell'ugello generando una spinta e conseguentemente una coppia attorno al relativo asse.

Poiché sia la pressione del fluido in ingresso ai propulsori che il braccio della forza sono costanti, la coppia istantanea erogata assumerà un valore costante dato da:

$$\tau_{max} = S \cdot b.$$

L'apparente limitata flessibilità del funzionamento "on/off" dei propulsori viene superata grazie alla tecnica della modulazione degli impulsi (PWM, Pulse Width Modulation): tale tecnica di modulazione digitale permette di approssimare un impulso di coppia (calcolato in una finestra temporale di campionamento di durata T_c) con un impulso generato da una coppia τ_{max} agente per un tempo limitato $t \leq T_c$ (fig. 1.6).

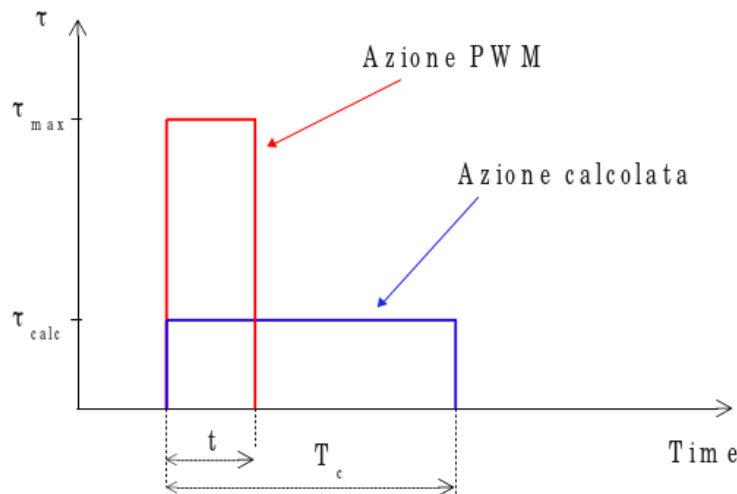


Figura 1.6: Schematizzazione del funzionamento PWM.

Definito il *duty cycle* come il rapporto tra il tempo di apertura dell'elettrovalvola e il tempo di campionamento:

$$\delta = \frac{t}{T_c}$$

si può esprimere la coppia effettivamente erogata, di valore compreso tra zero e τ_{max} , come:

$$\tau = \delta \tau_{max}. \quad (1.1)$$

Le coppie di controllo, calcolate dal microcontrollore, saranno pertanto erogate come un treno di impulsi di ampiezza costante.

1.4 Il sistema elettrico e di potenza

La potenza elettrica necessaria al funzionamento dell'intero modulo d'assetto è fornita da due batterie al Nichel-Cadmio, ognuna di capacità 4 Ah, le quali forniscono una tensione nominale pari a 12 V. Le due batterie, alloggiare sulle piastre di supporto, sono collegate in serie garantendo una tensione nominale di 24 V. La corretta alimentazione delle schede elettroniche e della strumentazione di bordo avviene grazie alla presenza di opportuni convertitori DC/DC. Lo schema elettrico completo è mostrato in fig.1.7.

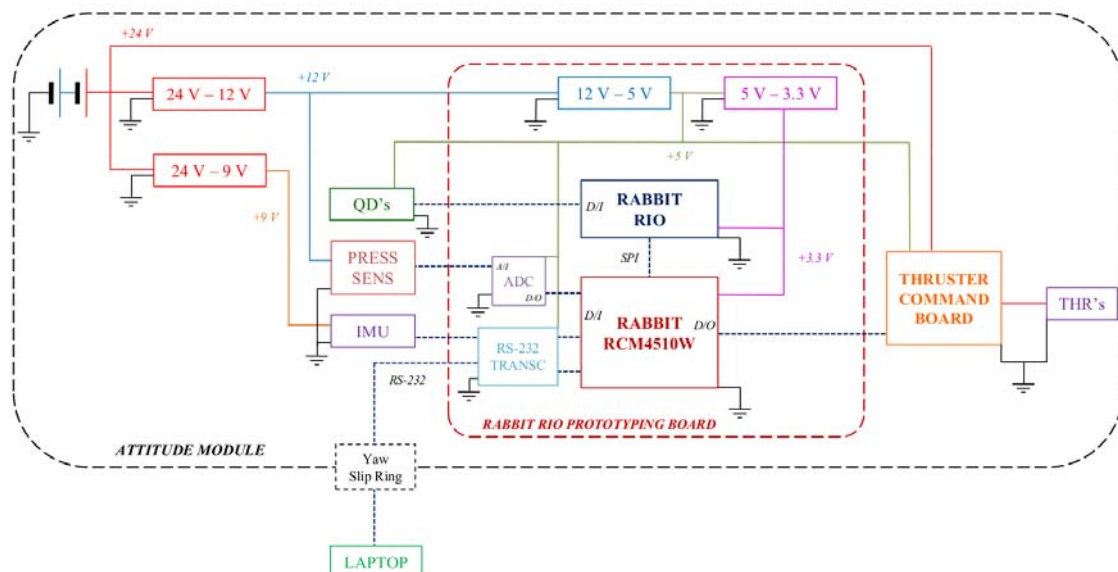


Figura 1.7: Schema elettrico di bordo.

Il sistema può essere alimentato all'occorrenza anche da rete elettrica (sorgente esterna al modulo d'assetto). Un sistema di interruttori permette di scegliere

la tipologia di alimentazione voluta e di fornire potenza ai sottosistemi desiderati, fornendo uno strumento molto utile nelle fasi di test.

1.5 Il software del microcontrollore

Il software di bordo implementato nel microcontrollore è scritto in Dynamic-C, linguaggio basato su C e sviluppato da Digi International. Il codice è strutturato in sei moduli, ai quali corrispondono i principali processi che devono essere gestiti dal Rabbit. Per ogni modulo funzionale è stata scritta un'apposita libreria:

- Sensori (SENS);
- Determinazione della posizione e dell'assetto (PADS);
- Calcolo delle azioni di controllo (CTRL);
- Propulsione (PROP);
- Comunicazione (COMM);
- Processi di house keeping (HKP).

Le relazioni e il flusso dei dati tra i diversi moduli è mostrato in fig. 1.8.

La necessità di gestire funzioni finalizzate alla corretta esecuzione dei moduli principali ha portato alla definizione di alcune librerie "secondarie":

- gestione delle costanti globali (CNST);
- funzioni matematiche (MY_MATH);
- funzioni che non rientrano concettualmente negli altri moduli (UTILS);
- definizione delle frequenze di aggiornamento dei moduli (SYST_SCHED);
- definizione delle caratteristiche del sistema (SYST);
- pianificazione dei test da parte dello sperimentatore, Guest Scientist Program (GSP).

Ogni libreria include due tipologie di funzioni: quelle di inizializzazione, in cui vengono definite le strutture di dati e inizializzate le variabili, e quelle di aggiornamento, eseguite in maniera periodica o condizionata dal verificarsi di un evento.

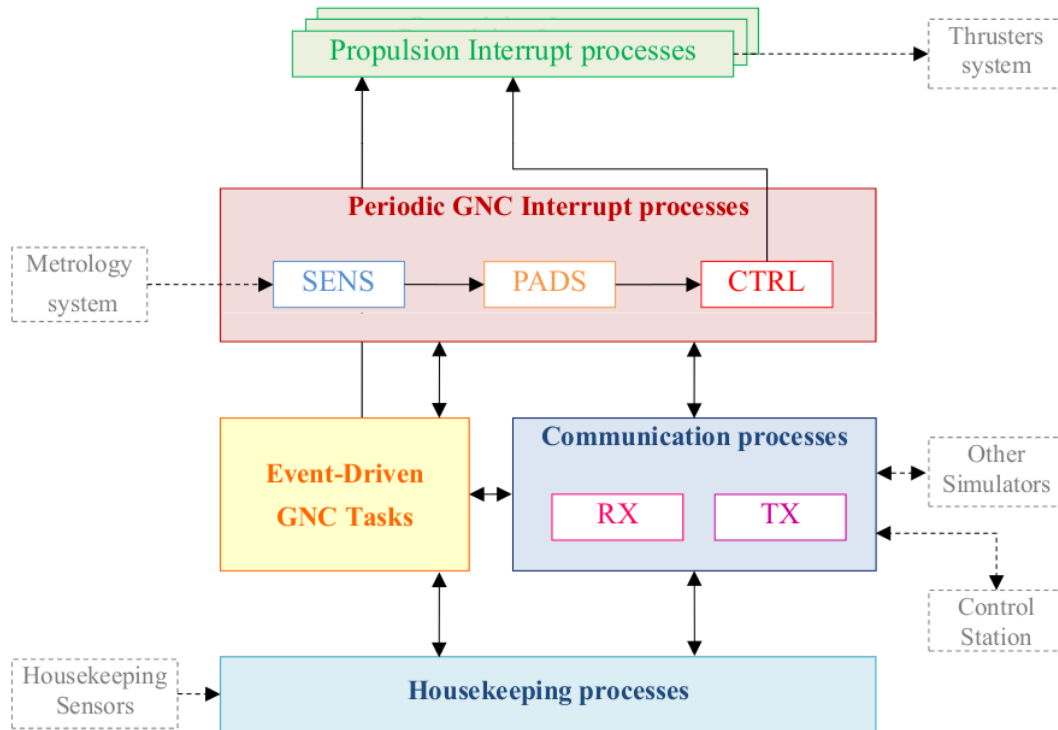


Figura 1.8: Moduli principali del software e flusso di dati.

Il nucleo centrale del software è costituito dal loop di Guidance, Navigation and Control. Esso viene eseguito con frequenza prefissata e prevede l'esecuzione sequenziale della lettura dei sensori di posizione, della determinazione dello stato cinematico del sistema e del calcolo delle azioni di controllo. Ad ogni processo è attribuito un livello di priorità e una relativa frequenza di aggiornamento. Ad esempio l'esecuzione dei moduli SENS e PADS sarà effettuata ad ogni intervallo di campionamento al fine di conoscere con la massima accuratezza possibile lo stato del modulo d'assetto, mentre il modulo CTRL dovrà essere eseguito con frequenza minore o al più uguale a quella degli altri processi che compongono il loop GNC. La sincronizzazione delle operazioni del processo di GNC periodico è fondamentale per il corretto calcolo delle azioni di controllo le quali devono essere costruite usando i dati aggiornati provenienti dai sensori. Definiti con Δt_{SENS} , Δt_{PADS} e Δt_{CTRL} rispettivamente l'intervallo temporale di aggiornamento dei sensori, della determinazione d'assetto e di controllo, dovrà essere verificata la seguente relazione:

$$\Delta t_{SENS} \leq \Delta t_{PADS} \leq \Delta t_{CTRL}. \quad (1.2)$$

Un esempio della pianificazione del loop periodico di GNC è mostrato in fig.1.9 dove si mostra il caso in cui, all'interno della finestra di campionamento, viene

eseguito l'aggiornamento delle azioni di controllo calcolate con frequenza pari alla metà di quella relativa alla lettura dei sensori e di determinazione d'assetto.

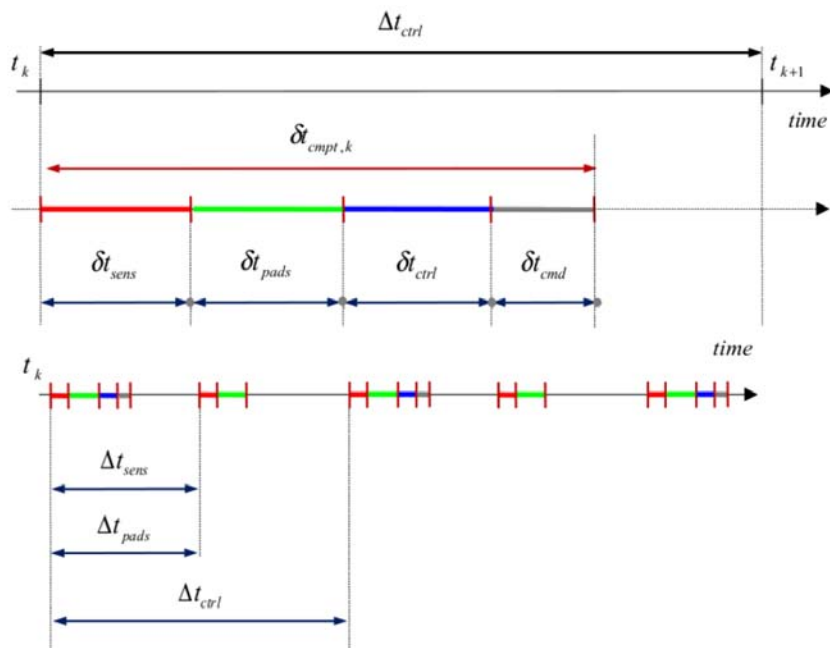


Figura 1.9: Esempio della pianificazione dell'aggiornamento del loop GNC periodico.

Il software del microcontrollore, oltre a gestire i processi periodici di GNC, è pensato per poter rispondere adeguatamente al verificarsi di eventi occasionali non dipendenti dal tempo quali ad esempio l'interruzione dei test da parte dello sperimentatore o la riconfigurazione della formazione nel momento in cui si verifichi il rischio di una collisione.

1.6 Comunicazione e gestione dei dati

Nella configurazione finale, il simulatore per il volo in formazione prevede l'utilizzo di un modulo Zig-Bee per la comunicazione wireless tra i moduli d'assetto e il computer secondo un protocollo peer-to-peer. È previsto l'utilizzo di due canali di comunicazione: un primo canale sarà utilizzato per l'invio di comandi e per la ricezione di dati di telemetria con il computer, un secondo canale permetterà lo scambio di dati tra i due moduli d'assetto.

Allo stato attuale del progetto la comunicazione tra il modulo d'assetto e il PC è realizzata tramite un'interfaccia seriale RS-232.

Il protocollo di comunicazione si basa sullo scambio di pacchetti di dati i quali si compongono di un header, composto da 5 byte in cui sono contenute le informazioni

circa il dispositivo emittente, quello ricevente e il codice identificativo del messaggio, una porzione centrale di dimensione variabile (n byte) in cui è contenuto il “payload” del messaggio, e una parte conclusiva formata da 2 byte per l’individuazione di eventuali errori.

Tutti i dati sono trasmessi come interi con o senza segno, a 8, 16 o 32 bit, preventivamente scalati secondo opportuni fattori di scala in base al range di variabilità dei dati stessi: ciò permette di non intaccare l’accuratezza nella rappresentazione del numero inviato e di ridurre le dimensioni complessive dei pacchetti in termini di byte.

Le tipologie di messaggi possono essere raggruppate in cinque categorie:

1. Inizializzazione del link tra le unità;
2. Conferma di ricezione di un comando;
3. Richiesta di dati (telemetria e housekeeping);
4. Trasmissione di dati (telemetria e housekeeping);
5. Invio di comandi per l’esecuzione di specifiche operazioni.

The figure shows a complex GUI with the following sections:

- ATTITUDE STATE:** Input fields for roll [deg], pitch [deg], yaw [deg], q0, q1, q2, q3, w1 [deg/s], w2 [deg/s], w3 [deg/s].
- SYSTEM DATA:** Input fields for Program ID and SIM ID.
- HOUSEKEEPING DATA:** Input fields for Batteries charge level and Tanks charge level.
- SET CONTROL PARAMETERS:** Input fields for Kp, Kd, Ki, Kt, N, beta, gamma, ref [deg]. A dropdown for Control Type (pid continuous time, pid discrete time) and a dropdown for Axis (x, y, z).
- EXECUTE TEST:** Input fields for TEST and SIM ID (value 1), with a Send message button.
- GNC DATA:** Input fields for Test Number, Test Time, Maneuver Number, Maneuver Time, and Test Result.
- Manual Thrusters Control:** A checkbox for SET THRUSTERS IMMEDIATELY, directional buttons (-X, +X, -Y, +Y, -Z, +Z), ALL OFF, ALL ON buttons, and a SET THRUSTERS NOW button.
- DATA REQUEST:** Input fields for MSG ID (value 0) and MSG MODE (value 0), with a Send message button.
- Bottom Buttons:** Initialize serial comm, Start getting data, INITIALIZE LINK, TERMINATE PROGRAM, EXIT.

Figura 1.10: Interfaccia grafica per la comunicazione tra PC e simulatore.

Al fine di agevolare l'interazione dello sperimentatore con il microcontrollore è stata sviluppata in ambiente MATLAB un'interfaccia grafica (GUI), la cui maschera è mostrata in fig.1.10, che permette di codificare, decodificare e scambiare messaggi con il modulo d'assetto. Questo strumento inoltre permette di visualizzare istantaneamente lo stato di carica dei serbatoi, i dati relativi a posizione e velocità angolare e permette di testare il funzionamento degli attuatori grazie a pulsanti dedicati.

Il salvataggio dei dati inviati al PC viene gestito attraverso la creazione di strutture matriciali. Il post-processing dei dati viene effettuato una volta terminate le fasi di test grazie a script dedicati in ambiente MATLAB.

Capitolo 2

Modellazione matematica del sistema: le equazioni

Nel presente capitolo sarà presentata la modellazione matematica del sistema focalizzando l'attenzione, in particolare, sulle equazioni della cinematica e della dinamica d'assetto per un corpo rigido, e sulle equazioni del controllo.

2.1 La cinematica d'assetto

Le equazioni della cinematica descrivono l'evoluzione nel tempo di un insieme di parametri che definiscono l'assetto del satellite rispetto a un fissato riferimento inerziale. L'orientazione del sistema viene ricavata attraverso la conoscenza delle velocità angolari, indipendentemente dalle coppie esterne agenti su di esso, note le condizioni iniziali.

Esistono diverse possibilità per la parametrizzazione dell'assetto: si farà riferimento nel seguito solamente alle descrizioni mediante angoli di Eulero e quaternioni, mettendo in luce gli aspetti positivi e negativi del loro utilizzo.

Per brevità si indicherà con Γ un terna solidale al satellite (anche detta terna *body*) e con Γ_{ref} una terna inerziale di riferimento. Si assume che le due terne siano centrate entrambe in corrispondenza del centro di massa del sistema.

2.1.1 Gli angoli di Eulero

La parametrizzazione dell'assetto mediante angoli di Eulero prevede l'utilizzo di tre parametri (ϕ, θ, ψ) i quali descrivono tre rotazioni sequenziali nello spazio tali che permettano di ruotare la terna Γ fino a coincidere con Γ_{ref} .

Il numero di parametri utilizzato coincide con il numero minimo di parametri necessari a descrivere i tre gradi di libertà rotazionali. Sebbene l'orientazione di un corpo nello spazio sia unico dal punto di vista fisico, la descrizione matematica dello stesso dipende dalla particolare sequenza di rotazioni che si considera. Esistono 12 differenti sequenze possibili ma, dato l'ampio utilizzo che ne viene fatto nella pratica per problemi d'assetto, si farà riferimento nel seguito a un set di rotazioni di ordine 3-2-1 .

Ogni rotazione può essere rappresentata da una matrice ortogonale: considerando tre rotazioni sequenziali, rispettivamente di angoli ψ , θ e ϕ , si definiscono le seguenti matrici di rotazione:

$$\begin{aligned} R_3(\psi) &= \begin{bmatrix} c(\psi) & s(\psi) & 0 \\ -s(\psi) & c(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R_2(\theta) &= \begin{bmatrix} c(\theta) & 0 & -s(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ s(\theta) & 0 & c(\theta) \end{bmatrix} \\ R_1(\phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c(\phi) & s(\phi) \\ 0 & -s(\phi) & c(\phi) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

La prima rotazione è effettuata attorno all'asse z_B appartenente a Γ , la seconda attorno all'asse y_1 e la terza attorno a x_2 , dove con i pedici 1 e 2 si indicano le due terne intermedie che vengono implicitamente definite nel passaggio tra Γ e Γ_{ref} .

É possibile determinare la matrice di rotazione che trasforma Γ in Γ_{ref} semplicemente moltiplicando opportunamente le tre matrici appena elencate:

$$R_{321}(\psi, \theta, \phi) = R_1(\phi) R_2(\theta) R_3(\psi). \quad (2.2)$$

Dal prodotto si ottiene

$$R_{321} = \begin{bmatrix} c(\psi)c(\theta) & c(\theta)s(\psi) & -s(\theta) \\ c(\psi)s(\phi)s(\theta) - c(\phi)s(\psi) & c(\phi)c(\psi) + s(\phi)s(\psi)s(\theta) & c(\theta)s(\phi) \\ s(\phi)s(\psi) + c(\phi)c(\psi)s(\theta) & c(\phi)s(\psi)s(\theta) - c(\psi)s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

in cui si utilizzano rispettivamente s e c al posto di \sin e \cos .

In base a tale formulazione è possibile pensare la velocità angolare come un vettore composto dalla somma di tre vettori rispettivamente di modulo $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$ orientate secondo gli assi z_B , y_1 e x_2 .

La velocità angolare della terna body espressa nelle coordinate di Γ_{ref} è determinata mediante la seguente:

$$\vec{\omega}_{BI} = R_1 \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + R_1 R_2 \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{Bmatrix} + R_1 R_2 R_3 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

la quale, eseguendo i prodotti, può essere espressa in forma matriciale come

$$\vec{\omega}_{BI} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s(\theta) \\ 0 & c(\phi) & s(\phi)c(\theta) \\ 0 & -s(\phi) & c(\phi)c(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Gli angoli di Eulero hanno un significato geometrico semplice e si prestano ad essere utilizzati per satelliti stabilizzati a tre assi per i quali risulta ammissibile l'approssimazione dell'assetto a piccoli angoli. La determinazione dell'assetto a grandi angoli tuttavia è piuttosto onerosa e poco efficiente, soprattutto dal punto di vista computazionale, per la presenza delle funzioni trigonometriche e per la possibilità che si verifichino singolarità numeriche: esistono infatti alcune configurazioni (ad esempio $\theta = 90^\circ$ per un set di rotazioni 3-2-1) per le quali due delle tre rotazioni avvengono attorno a una stessa direzione nello spazio, facendo perdere a tutti gli effetti un grado di libertà al sistema.

2.1.2 I quaternioni

Per comprendere la parametrizzazione dell'assetto con i quaternioni si richiama il seguente teorema:

Teorema 2.1.1. *Teorema di Eulero. Ogni moto sferico può essere rappresentato come una rotazione di ampiezza finita attorno ad un asse passante per il punto fisso.*

L'asse di rotazione è comunemente chiamato asse di Eulero, il versore che ne identifica la direzione nello spazio sarà indicato con \hat{e} , l'entità della rotazione sarà indicata con Φ .

I quaternioni, o parametri di Eulero-Rodrigues, descrivono orientamenti a tre gradi di libertà avvalendosi di quattro parametri e sono definiti in funzione di \hat{e} e Φ

secondo la seguente relazione:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(\Phi, \hat{e}) = \begin{Bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \hat{e}_x \\ \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \hat{e}_y \\ \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \hat{e}_z \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Esiste la possibilità di esprimere il quaternione anche in funzione degli angoli di Eulero: utilizzando la notazione già adottata nel paragrafo precedente vale anche

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(\phi, \theta, \psi) = \begin{Bmatrix} c\left(\frac{\phi}{2}\right) c\left(\frac{\theta}{2}\right) c\left(\frac{\psi}{2}\right) + s\left(\frac{\phi}{2}\right) s\left(\frac{\theta}{2}\right) s\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ s\left(\frac{\phi}{2}\right) c\left(\frac{\theta}{2}\right) c\left(\frac{\psi}{2}\right) - c\left(\frac{\phi}{2}\right) s\left(\frac{\theta}{2}\right) s\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ c\left(\frac{\phi}{2}\right) s\left(\frac{\theta}{2}\right) c\left(\frac{\psi}{2}\right) + c\left(\frac{\phi}{2}\right) c\left(\frac{\theta}{2}\right) s\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ c\left(\frac{\phi}{2}\right) c\left(\frac{\theta}{2}\right) s\left(\frac{\psi}{2}\right) - s\left(\frac{\phi}{2}\right) s\left(\frac{\theta}{2}\right) c\left(\frac{\psi}{2}\right) \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

Le ultime tre componenti del quaternione possono essere considerate come componenti di un vettore dello spazio euclideo, mentre la prima come componente scalare, così che si possa utilizzare anche la notazione $\mathbf{q} = \{q_0, \mathbf{q}\}^{\mathbf{T}}$. La definizione stessa di quaternione verifica automaticamente la condizione di vincolo

$$\|\mathbf{q}\| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1 \quad (2.8)$$

necessaria affinché i quattro parametri siano univocamente definiti. Questa condizione vincola le quattro componenti a muoversi su un'ipersfera di raggio unitario.

Data la relazione biunivoca esistente tra parametri e angoli di Eulero è possibile esprimere la matrice di rotazione 2.3 dalla terna body a quella di riferimento in funzione delle componenti del quaternione. L'espressione diventa:

$$R_{BI} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Si è già data una connotazione ai quaternioni come strumenti composti da una parte scalare e una vettoriale, tuttavia è possibile reinterpretarne il significato matematico degli stessi come estensione a più dimensioni dei numeri complessi. Effettuando un cambio di notazione per le componenti dell'asse di Eulero, pur mantenendo

lo stesso significato, si avrà

$$\mathbf{q} = \{q_0, q_1 \hat{i}, q_2 \hat{j}, q_3 \hat{k}\}^T$$

dove $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ possono essere interpretate come unità immaginarie. Il prodotto tra tali unità non è commutativo ed è regolato dalla seguente relazione

$$\begin{aligned} \hat{i} \otimes \hat{i} &= -1 & \hat{i} \otimes \hat{j} &= \hat{k} & \hat{i} \otimes \hat{k} &= -\hat{j} \\ \hat{j} \otimes \hat{i} &= -\hat{k} & \hat{j} \otimes \hat{j} &= -1 & \hat{j} \otimes \hat{k} &= \hat{i} \\ \hat{k} \otimes \hat{i} &= \hat{j} & \hat{k} \otimes \hat{j} &= -\hat{i} & \hat{k} \otimes \hat{k} &= -1 \end{aligned} \quad (2.10)$$

la quale implica che anche il prodotto tra due quaternioni non sia commutativo.

Detti \mathbf{r} e \mathbf{p} i quaternioni che esprimono l'orientamento rispetto ad una terna inerziale rispettivamente della terna body e della terna di riferimento, il quaternionone \mathbf{q} che esprime la rotazione dalla prima terna alla seconda è calcolato attraverso

$$\mathbf{q} = \mathbf{p} \otimes \mathbf{r} \quad (2.11)$$

e ha lo stesso significato della matrice di rotazione R_{BI} , già definita in 2.3. É possibile esprimere il prodotto tra i due quaternioni con notazione matriciale, e in tal caso risulta

$$\begin{Bmatrix} q_0 \\ \mathbf{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 & -\mathbf{p}^T \\ \mathbf{p} & -p_0 I_{3 \times 3} + \tilde{\mathbf{p}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_0 \\ \mathbf{r} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

dove

$$I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} 0 & p_3 & -p_2 \\ -p_3 & 0 & p_1 \\ p_2 & -p_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Il quaternionone \mathbf{q} pertanto esprime l'assetto della terna body rispetto a quella di riferimento.

É possibile caratterizzare la variazione temporale del quaternionone in base alla conoscenza del quaternionone d'assetto e della velocità angolare del sistema attraverso la seguente relazione:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{Q} \vec{\omega} \quad (2.13)$$

in cui \mathbf{Q} è la matrice contenente le componenti di \mathbf{q} , definita come

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}.$$

Un risultato evidente che discende dalla 2.13 è che la derivata del quaternionione d'assetto non coincide con la velocità angolare del sistema, tuttavia le due grandezze sono legate tra loro da una relazione lineare.

Sebbene la parametrizzazione dell'assetto con i quaternioni non sia vantaggiosa per l'interpretazione fisica dell'assetto, garantisce vantaggi notevoli in termini di velocità ed efficienza computazionale: a differenza della parametrizzazione con angoli di Eulero, infatti, è possibile descrivere l'orientamento del sistema e le relative rotazioni attraverso relazioni lineari evitando la valutazione di numerose funzioni trigonometriche. Ciò snellisce i tempi di calcolo e garantisce una migliore gestione della propagazione degli errori, soprattutto in sede di integrazione numerica. Inoltre la parametrizzazione con un parametro aggiuntivo evita l'insorgere di singolarità geometriche nel sistema (come succede con gli angoli di Eulero).

Per i vantaggi appena elencati si è scelto di parametrizzare l'assetto del simulatore per il volo in formazione utilizzando i quaternioni.

2.2 La dinamica d'assetto

La dinamica rotazionale di un corpo è completamente caratterizzata dalla seconda equazione cardinale della dinamica la quale, nella sua forma più semplice e generale, può essere scritta come

$$\frac{d\vec{h}}{dt} = \vec{h} + \vec{\omega} \times \vec{h} = \vec{\tau}. \quad (2.14)$$

Per la descrizione della dinamica d'assetto è conveniente proiettare le equazioni del moto in una terna solidale al sistema: indicando con B il riferimento body e considerando un corpo la cui massa vari nel tempo, si ha:

$$[I]_B \dot{\vec{\omega}}_B + [\dot{I}]_B \vec{\omega}_B + \vec{\omega}_B \times [I]_B \vec{\omega}_B = \vec{\tau}_B. \quad (2.15)$$

Considerando per semplicità un sistema schematizzabile come un corpo rigido, per il quale la terna body sia anche principale d'inerzia, le equazioni della dinamica proiettate sono anche note con il nome di equazioni di Eulero, ed assumono la forma:

$$\begin{cases} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y)\omega_y\omega_z = \tau_x \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z)\omega_x\omega_z = \tau_y \\ I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y = \tau_z \end{cases} \quad (2.16)$$

Le equazioni della dinamica permettono, una volta integrate, di ricavare la legge oraria della velocità angolare del sistema. La conoscenza di questa grandezza permette, attraverso le equazioni della cinematica dell'assetto, di determinare l'orientazione del sistema rispetto ad un'opportuna terna di riferimento.

2.3 Le equazioni ideali del controllo

Tra le strategie di controllo più utilizzate in ambito industriale un ruolo predominante è riservato alle tecniche di controllo a tre termini Proporzionale, Integrale e Derivativo (PID). Sin dai primi sviluppi dei controlli automatici, i regolatori PID hanno infatti fornito uno strumento applicativo che potesse garantire buone prestazioni, semplicità e un alto livello di affidabilità, caratteristiche che ne hanno favorito da sempre un larghissimo impiego.

Tale strategia di controllo è detta “a struttura fissa” in quanto i parametri che ne definiscono il comportamento sono definiti in sede preliminare e mantenuti costanti per tutto il periodo di controllo: questa caratteristica permette di avere una struttura snella, che non richiede calcoli particolarmente onerosi garantendo un notevole risparmio in termini di tempi di calcolo.

L'impossibilità effettiva di adattare il controllo alle condizioni variabili in cui il sistema si trova ad operare rappresenta il limite maggiore per i regolatori PID. L'efficacia del controllo risulta pertanto influenzata dall'obiettivo particolare che il sistema deve raggiungere. In quest'ottica risulta evidente pertanto la necessità di caratterizzare opportunamente i guadagni in maniera che la risposta del sistema soddisfi requisiti specifici definiti in fase preliminare.

Si consideri un generico sistema fisico, per il quale saranno indicati rispettivamente con y e r la variabile da controllare e il riferimento (o target) a cui si vuole che y tenda. Il sistema sia dotato di:

- sensori, per la misura della variabile y ;
- controllore, per il calcolo delle azioni di controllo;
- attuatori, per l'erogazione delle azioni di controllo.

Lo schema a blocchi rappresentativo di un sistema retroazionato con le caratteristiche elencate è mostrato in fig. 2.1. Il controllo agisce in maniera tale da annullare l'errore tra lo stato desiderato e quello istantaneo del sistema. Adottando una

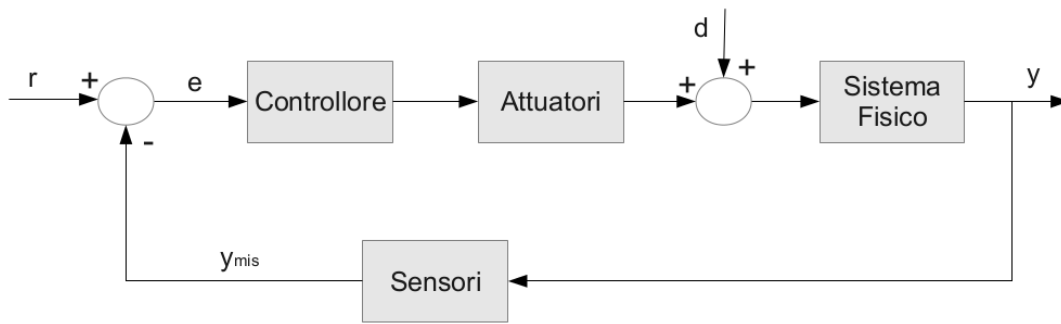


Figura 2.1: Schema a blocchi di un sistema controllato in retroazione.

formulazione il più possibile generale, l'errore viene espresso come

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.17)$$

e viene opportunamente utilizzato per calcolare le azioni di controllo come somma di tre contributi

$$u(t) = P(t) + I(t) + D(t) \quad (2.18)$$

espressione nella quale a destra dell'uguale compaiono rispettivamente le azioni proporzionale $P(t)$, integrale $I(t)$ e derivativa $D(t)$.

Al fine di evidenziare gli effetti che ognuno dei tre termini provoca sul sistema controllato in retroazione, nel seguito sarà fornita una breve descrizione del comportamento di un sistema del secondo ordine del tipo massa-molla-smorzatore, focalizzando l'attenzione sulla risposta del sistema a un ingresso a gradino unitario ($r(t > 0) = 1$).

I contributi che saranno analizzati in questa sede faranno riferimento esclusivo alle equazioni del controllo scritte in forma ideale.

2.3.1 L'azione proporzionale

L'azione di controllo proporzionale è costruita in maniera proporzionale all'errore istantaneo ed è definita secondo l'espressione

$$P(t) = k_p e(t) = k_p [r(t) - y(t)] \quad (2.19)$$

dove k_p rappresenta il guadagno proporzionale.

Questo termine richiede l'erogazione di un'azione che cresce al crescere dell'errore. La funzione di trasferimento è costante e può essere ricavata semplicemente come

$$H_p(s) = k_p. \quad (2.20)$$

All'aumentare del valore del guadagno proporzionale aumenta l'autorità del controllo, tuttavia un'autorità troppo alta causa una sovraelongazione elevata della variabile controllata. La risposta a un ingresso a gradino di entità unitaria è mostrata in fig. 2.2. È evidente che un controllore ad azione puramente proporzionale comporta la presenza di un errore a regime non eliminabile.

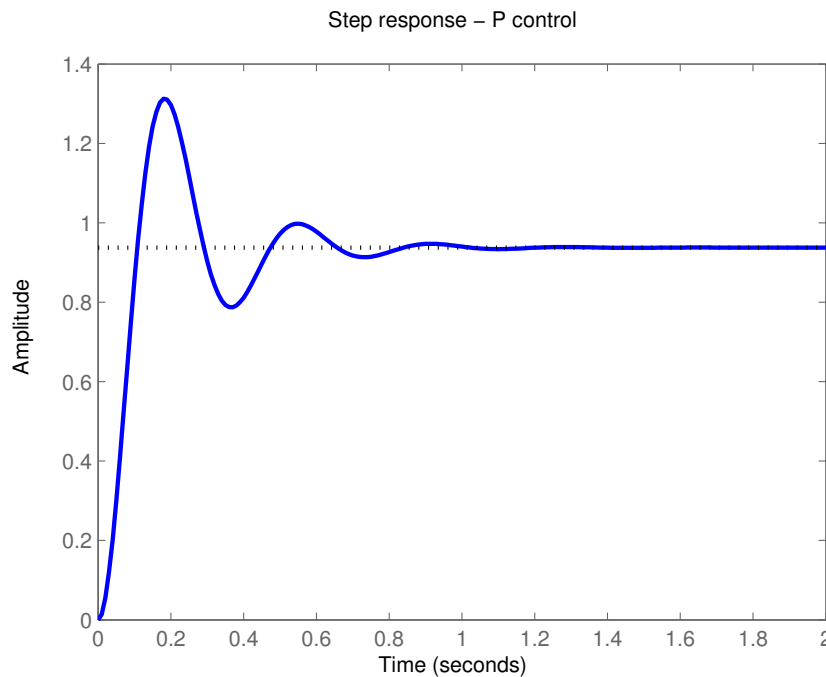


Figura 2.2: Risposta a un ingresso a gradino - regolatore P (proporzionale).

2.3.2 L'azione integrale

L'azione integrale è costruita in maniera proporzionale all'errore accumulato nel tempo:

$$I(t) = k_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.21)$$

dove k_i è il guadagno integrale. L'azione introdotta prende in considerazione i valori dell'errore precedenti all'istante in cui viene calcolata l'azione stessa.

La funzione di trasferimento corrispondente è

$$H_i(s) = \frac{k_i}{s}. \quad (2.22)$$

La presenza di un polo nell'origine del piano complesso permette l'annullamento dell'errore a regime per un ingresso a gradino. Questo aspetto è evidenziato in

fig. 2.3, nella quale è mostrato il comportamento di un sistema del secondo ordine controllato mediante un regolatore ad azione proporzionale-integrale. La funzione di trasferimento di un siffatto controllore è

$$H_{pi}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (2.23)$$

dove $T_i = k_p/k_i$ è detto tempo integrale.

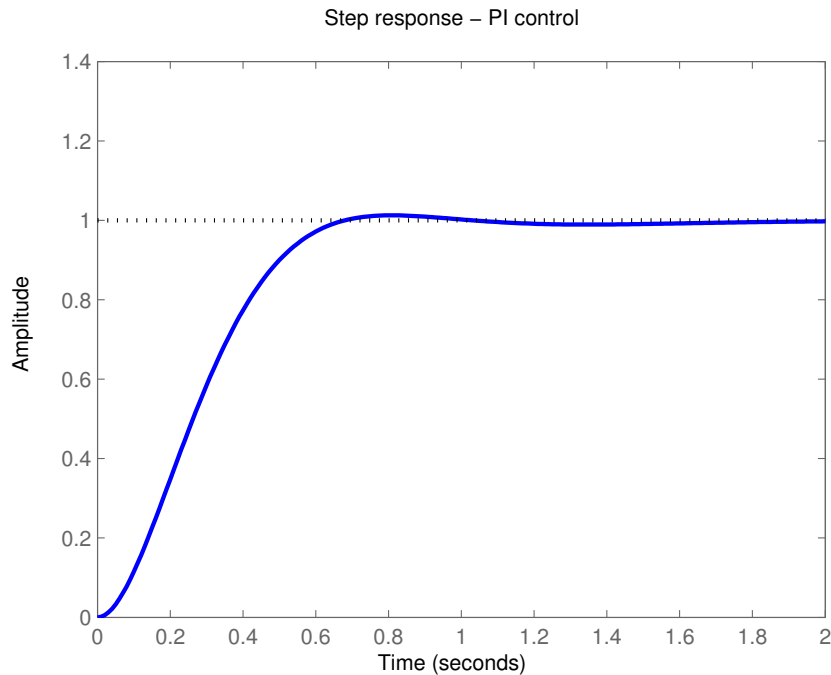


Figura 2.3: Risposta a un ingresso a gradino - regolatore PI.

L'introduzione dell'azione integrale tuttavia può portare all'indesiderato effetto della saturazione degli attuatori (*windup*) nel caso in cui l'errore accumulato nel tempo raggiunga valori troppo elevati. Nel seguito della trattazione saranno analizzati metodi per ridurre l'incidenza di questo effetto sul controllo.

2.3.3 L'azione derivativa

L'azione di controllo derivativa è costruita sulla base della derivata temporale dell'errore secondo la relazione:

$$D(t) = k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.24)$$

dove k_d è il guadagno derivativo. Se l'azione integrale effettua una sintesi degli errori relativi agli istanti precedenti a quello attuale, l'azione derivativa può essere

interpretata come uno strumento che permette di predire lo stato della variabile controllata negli istanti successivi a quello di controllo, fornendo a tutti gli effetti un'azione anticipatrice.

La funzione di trasferimento relativa al contributo derivativo viene espressa come:

$$H_d(s) = k_d s. \quad (2.25)$$

Sebbene l'azione derivativa offra grandi potenzialità nell'ottica del miglioramento delle prestazioni di controllo, esistono alcuni aspetti critici che rendono questa tecnica di fatto poco utilizzata nei problemi di controllo analogico in ambito industriale.

In fig. 2.4 e fig. 2.5 sono mostrati rispettivamente gli andamenti della variabile controllata in relazione a un ingresso a gradino unitario nel caso di un regolatore PD e PID.

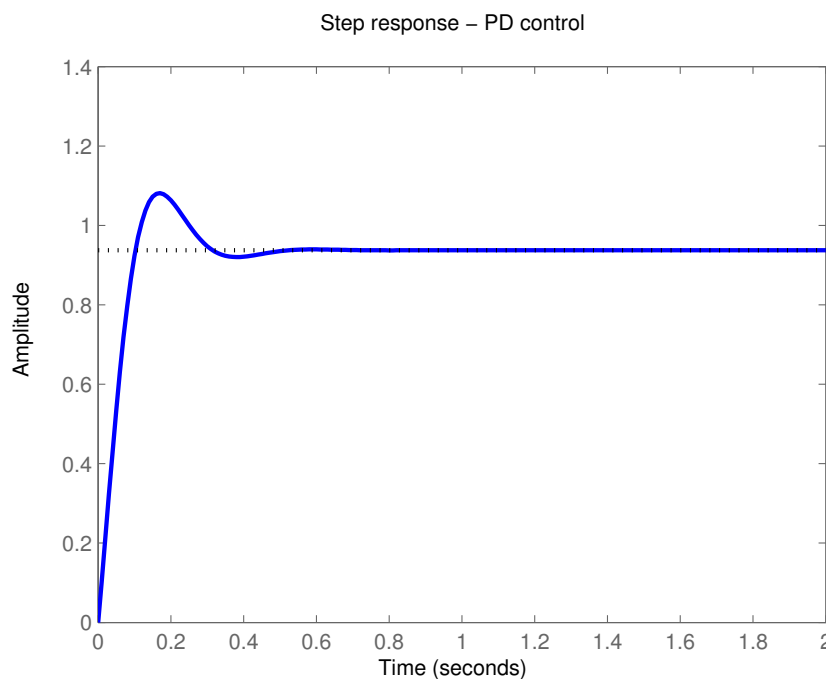


Figura 2.4: Risposta a un ingresso a gradino - regolatore PD.

Il regolatore PD evidenzia uno smorzamento delle oscillazioni della variabile controllata rispetto a un sistema controllato con un regolatore P. È evidente la presenza di un errore a regime che, data l'assenza del contributo integrale, non può essere eliminato.

La funzione di trasferimento del controllore è

$$H_{pd}(s) = k_p + k_d s = k_p(1 + T_d s) \quad (2.26)$$

dove $T_d = k_d/k_p$ è detto tempo derivativo.

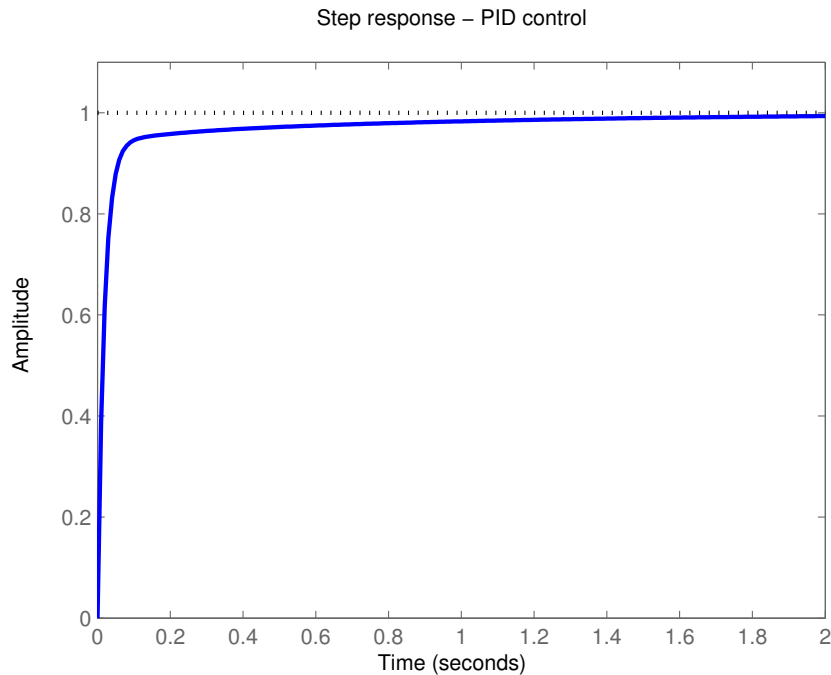


Figura 2.5: Risposta a un ingresso a gradino - regolatore PID.

Un regolatore PID per il quale i guadagni siano stati ben sintonizzati mostra buone caratteristiche in termini di tempo di salita, bassa sovraelongazione della variabile controllata (al più assente se il sistema è sovrasmorzato) e eliminazione dell'errore a regime.

La funzione di trasferimento di tale sistema può essere scritta come:

$$\begin{aligned} H_{pid}(s) &= k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \\ &= k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right). \end{aligned} \quad (2.27)$$

2.3.4 Relazione tra i guadagni e le prestazioni del controllo

Le prestazioni di un controllore possono essere analizzate, in relazione a un ingresso a gradino, in termini di:

- rising time;
- overshoot;
- settling time;

- errore a regime.

È possibile evidenziare l'effetto che hanno i tre contributi (proporzionale, integrale e derivativo) sui parametri prestazionali per un sistema controllato ad anello chiuso. Il contributo proporzionale (k_p) ha l'effetto di diminuire il rise time e ridurre, ma mai eliminare, l'errore steady state. Il contributo integrale (k_i) permette di eliminare l'errore a regime sulla variabile controllata ma sortisce l'effetto di peggiorare la risposta nel transitorio. Il contributo derivativo permette di ridurre l'overshoot, di migliorare la risposta nel transitorio e, per sistemi ideali, di aumentare la stabilità del sistema.

Quanto detto è riassunto schematicamente in tabella 2.1.

| Tipo di controllo | Rise time | Overshoot | Settling time | Errore a regime |
|-------------------|---------------------|-------------|---------------------|---------------------|
| k_p | Diminuzione | Aumento | Leggero cambiamento | Diminuzione |
| k_i | Diminuzione | Aumento | Aumento | Eliminazione |
| k_d | Leggero cambiamento | Diminuzione | Diminuzione | Leggero cambiamento |

Tabella 2.1: Effetti di un regolatore PID sui parametri prestazionali.

2.4 Correzione alle equazioni ideali del controllo

Le equazioni del controllo in forma ideale così come sono state presentate nel paragrafo 2.3 non sono impiegate in applicazioni pratiche a meno di opportune modifiche. L'analisi delle problematiche legate alla forma ideale delle equazioni e le relative soluzioni saranno l'oggetto di questo paragrafo.

2.4.1 L'azione derivativa: filtro passa basso e derivative-kick avoidance

L'equazione 2.25 presentata nel paragrafo precedente permette di calcolare, nel dominio della frequenza, il contributo dell'azione derivativa.

La conoscenza della variabile controllata y è possibile, nel caso reale, solo attraverso un opportuno processo di misura il quale, inevitabilmente, introduce fattori di

incertezza sulla conoscenza stessa della variabile. Supponendo che si siano eliminati opportunamente tutti gli errori deterministici che intervengono nel processo di misura e che il contributo d'errore rimanente sia descrivibile come un rumore bianco, la variabile misurata sarà esprimibile come:

$$y_{mis} = y + \varepsilon_{WN} \quad (2.28)$$

dove y indica il valore vero della variabile e ε_{WN} il rumore di misura.

Il contributo derivativo potrà pertanto essere riscritto come:

$$D(s) = k_d[s y(s) + s \varepsilon_{WN}(s)]. \quad (2.29)$$

Si nota che il contributo all'azione derivativa fornito dall'errore di misura aumenta al crescere della frequenza del rumore stesso. Ciò può portare nella pratica a un degrado delle prestazioni del controllo, alla saturazione e all'eventuale danneggiamento degli attuatori.

Il problema presentato può essere risolto filtrando l'azione derivativa con un filtro passa-basso almeno del primo ordine. La funzione di trasferimento per tale contributo pertanto diventa

$$H_{d,f}(s) = \frac{k_p T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \quad (2.30)$$

dove N è un numero intero generalmente compreso tra 1 e 33.

Un altro effetto indesiderato è quello del calcio derivativo, o *derivative kick*, il quale consiste in un brusco aumento dell'azione derivativa calcolata a seguito di una variazione discontinua (a gradino) del valore di riferimento r . Una semplice soluzione per evitare il problema è quella di calcolare l'azione derivativa sulla base della derivata della variabile controllata y anziché su quella dell'errore

$$D(t) = -k_p T_d \frac{dy}{dt}.$$

Tale strategia è giustificata dal fatto che la derivata dell'errore, finché il riferimento rimane costante, coincide con la derivata di y .

2.4.2 Azione proporzionale: set-point weighting

Il valore del guadagno proporzionale k_p determina l'autorità del controllo per il contrasto dei disturbi esterni agenti sul sistema e influisce sulle oscillazioni attorno al riferimento per ingressi a gradino. A valori via via crescenti di tale parametro corrispondono pertanto una maggiore stabilità attorno alla posizione di riferimento

in presenza di disturbi e maggiori oscillazioni in fase di manovra, così che la scelta del valore del guadagno debba essere fatta trovando un buon compromesso tra i due comportamenti.

Tale limitazione può essere aggirata moltiplicando il valore del riferimento r , all'interno della componente proporzionale del controllo, per un coefficiente correttivo β :

$$P(t) = k_p [\beta \cdot r(t) - y(t)] \quad \text{dove } \beta \in [0, 1]. \quad (2.31)$$

Tale strategia prende il nome di *set-point weighting* o *proportional-kick avoidance* e permette, attraverso il grado di libertà introdotto dal parametro β , di privilegiare rispettivamente la reiezione dei disturbi esterni o il raggiungimento di un set-point fissato, imponendo valori di β più prossimi a 0 o a 1, sulla base del requisito più stringente per le prestazioni del sistema fisico.

2.4.3 Azione integrale: anti-reset windup

Una delle maggiori fonti di degrado delle prestazioni del controllo è il fenomeno del *windup*, il quale si verifica generalmente negli istanti iniziali di una manovra a causa della non linearità degli attuatori. Ogni attuatore reale infatti è caratterizzato da un limite massimo e minimo oltre ai quali agisce in condizioni di saturazione.

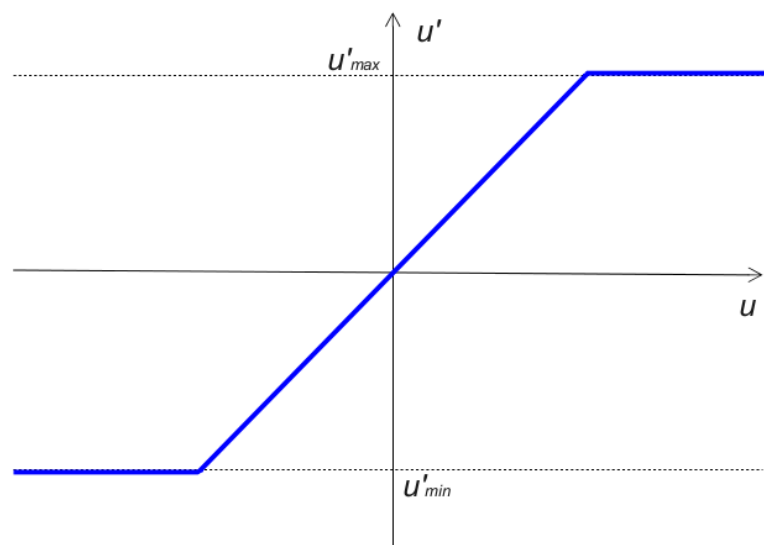


Figura 2.6: Modello di saturazione degli attuatori. u' : azione erogata, u : azione calcolata.

Nel caso in cui il segnale di riferimento coincida con un ingresso a gradino, il termine integrale può crescere fino a che l'azione richiesta sia superiore a quella ero-

gabile, facendo sì che gli attuatori operino in condizioni di saturazione (windup). Questa condizione si rivela essere particolarmente svantaggiosa in quanto il sistema retroazionato, di fatto, si comporta come un sistema ad anello aperto in cui gli attuatori erogano l'azione massima indipendentemente dal valore assunto dalla variabile controllata: ciò comporta un aumento del tempo di assestamento (settling time) e dell'overshoot.

L'azione correttiva applicata prende il nome di *anti-reset windup* ed è responsabile della riduzione del termine integrale di una quantità proporzionale al livello di saturazione stesso. Indicando rispettivamente con u e u' l'azione calcolata e quella erogata dagli attuatori, il contributo relativo all'anti-windup è esprimibile come:

$$I_{a.r.w.}(t) = \frac{u'(t) - u(t)}{T_t} \quad (2.32)$$

dove T_t è la costante di tempo che determina la velocità con cui l'azione di anti-saturazione agisce. Per poter applicare questa tecnica è necessario disporre di un modello degli attuatori così da poter stimare il valore effettivo di u' .

È possibile notare che il contributo $I_{a.r.w.}$ è diverso da zero solamente quando l'azione calcolata supera quella effettivamente erogabile dagli attuatori, ovvero nel momento in cui operano in condizioni di saturazione.

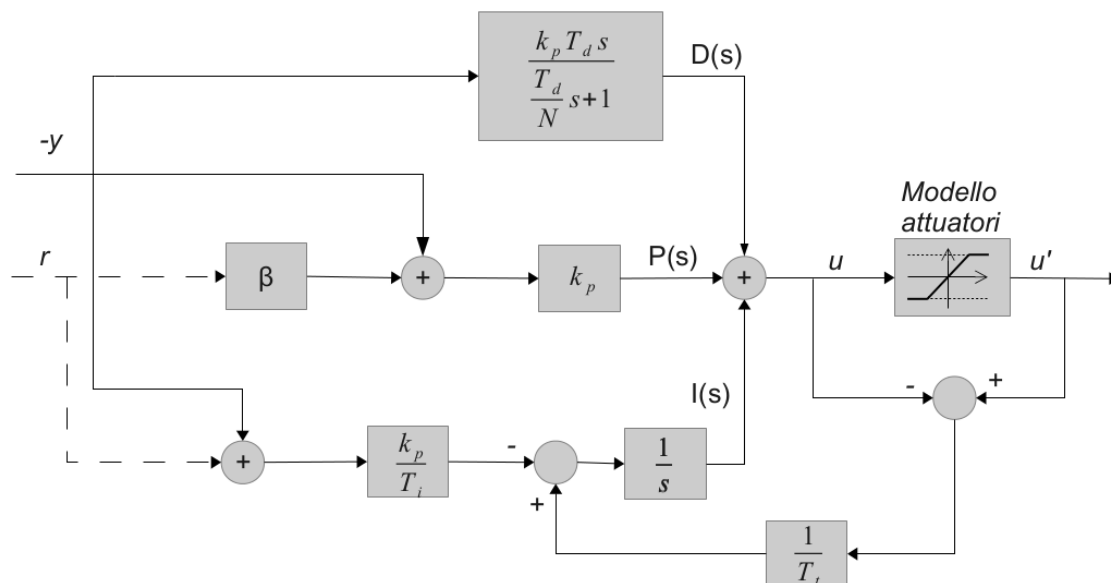


Figura 2.7: Schema a blocchi del regolatore PID nel caso reale.

Le strategie di correzione alle equazioni del controllo in forma ideale mostrate in questo paragrafo sono riassunte e schematizzate in fig. 2.7, dove è riportato lo

schema a blocchi relativo al controllo PID in presenza di un filtro passa-basso del primo ordine, azione di derivative-kick avoidance, set-point weighting e anti-reset windup.

2.5 Le equazioni del controllo discretizzate

La scrittura delle equazioni del controllo non può prescindere dalla parametrizzazione scelta per rappresentare l'assetto del simulatore: per le ragioni di cui si è già discusso nel paragrafo 2.1, si è scelto di descrivere la cinematica del sistema attraverso i parametri di Eulero-Rodrigues o quaternioni.

In accordo con l'equazione 2.11, detti rispettivamente \mathbf{q}_s e \mathbf{q}_t il quaternione d'assetto istantaneo e quello di riferimento espressi rispetto ad un riferimento inerziale, è possibile ricavare l'errore d'assetto \mathbf{q}_e come

$$\mathbf{q}_e = \mathbf{q}_s^{-1} \otimes \mathbf{q}_t \quad (2.33)$$

dove $\mathbf{q}^{-1} = \{q_0, -q_1, -q_2, -q_3\}^T$.

Secondo tale parametrizzazione le equazioni che permettono di implementare un controllore PD a tempo continuo sono [9]:

$$P_i(t) = 2 k_{p,i} q_{e,0}(t) q_{e,i}(t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.34a)$$

$$D_i(t) = k_{d,i} (\omega_{ref,i} - \omega_i) \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.34b)$$

le quali, pur essendo molto semplici, non includono alcuna azione integrale e, in sede applicativa, non saranno sufficienti a compensare eventuali errori a regime.

La formulazione a tempo continuo presentata non è pienamente rappresentativa del sistema elettronico di bordo il quale è a tutti gli effetti un sistema a tempo discreto, agente in maniera discontinua, che esegue il loop di controllo con una prefissata frequenza di aggiornamento. Le prestazioni di un tale sistema si discostano da quelle di un sistema a tempo continuo in maniera tanto maggiore quanto è inferiore la frequenza di aggiornamento dell'azione di controllo.

Al fine di modellare opportunamente il comportamento del sistema discreto si è scelto di modificare le equazioni 2.34 così da ricavarne una formulazione equivalente discretizzata, tale che l'azione di controllo sia espressa come:

$$u(t_k) = P(t_k) + I(t_k) + D(t_k). \quad (2.35)$$

Azione proporzionale. L'azione proporzionale dipende solamente dall'errore all'istante temporale t_k , e può essere scritta per l'asse i -esimo semplicemente come:

$$P_i(t_k) = 2 k_{p,i} q_{e,0}(t_k) q_{e,i}(t_k).$$

In tale espressione non viene considerato il contributo correttivo del set-point weighting, il quale può essere introdotto definendo un errore "proporzionale" \mathbf{q}_{ep} nel quale l'ingresso di riferimento in termini di posizione viene opportunamente pesato con un coefficiente $\beta \in [0, 1]$ così che l'azione proporzionale modificata sia espressa da:

$$P_i(t_k) = 2 k_{p,i} q_{ep,0}(t_k) q_{ep,i}(t_k). \quad (2.36)$$

Azione derivativa. Al fine di ricavare una formulazione per il controllo basata solamente sui quaternioni, a partire dall'equazione 2.13 si ricava la velocità angolare del sistema come:

$$\vec{\omega} = 2 \mathbf{Q}^* \dot{\mathbf{q}} \quad (2.37)$$

dove $\mathbf{Q}^* = (\mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T$ è la pseudoinversa di \mathbf{Q} e $\dot{\mathbf{q}}$ viene stimato attraverso il metodo delle differenze finite all'indietro a partire dalla conoscenza temporale del quaternioni \mathbf{q} .

Tale relazione permette di stimare sia la velocità angolare istantanea del sistema che quella di riferimento. L'azione di derivative-kick avoidance è introdotta semplicemente pesando il riferimento in velocità per un opportuno coefficiente $\gamma \in [0, 1]$.

Il filtro passa basso, di cui si è già discusso in precedenza, viene applicato al contributo derivativo dell'azione di controllo così che nel dominio della frequenza questo possa essere espresso mediante:

$$D(s) = \frac{k_p T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} e_d(s) \quad (2.38)$$

dove si è indicato con e_d la componente derivativa dell'errore.

Riscrivendo l'equazione nel dominio del tempo e approssimando le derivate mediante il metodo delle differenze all'indietro, dopo qualche passaggio si ricava l'espressione per il calcolo dell'azione derivativa in forma discreta come:

$$D(t_k) = \frac{T_d}{N\Delta t + T_d} D(t_{k-1}) + \frac{Nk_p T_d \Delta t}{N\Delta t + T_d} e_d(t_k) \quad (2.39)$$

in cui Δt coincide con l'intervallo temporale nel quale viene aggiornato il loop di controllo.

La strategia presentata permette di costruire l'azione di controllo sulla base della conoscenza del solo quaternioni d'assetto. Tuttavia la procedura numerica necessaria a stimare la velocità angolare implica un degrado delle stime dovuto alla propagazione dell'errore. Per tali ragioni, nel seguito, l'errore derivativo e_d sarà ricavato semplicemente come differenza tra la velocità di riferimento e quella istantanea.

Azione integrale. Derivando l'equazione 2.21 rispetto al tempo e riscrivendo la componente integrale dell'errore attorno all'asse i -esimo come $e_{I,i} = 2q_{e,0}q_{e,i}$ si ottiene

$$\frac{d}{dt}I(t) = \frac{2k_p}{T_{I,i}} q_{e,0} q_{e,i}. \quad (2.40)$$

Passando a una formulazione a tempo discreto e approssimando la derivata con il metodo delle differenze finite in avanti, dopo qualche passaggio il contributo integrale può essere riscritto come:

$$I_i(t_k) = I_i(t_{k-1}) + \frac{2k_{p,i}\Delta t}{T_{I,i}} q_{e,0}(t_k) q_{e,i}(t_k) \quad (2.41)$$

contributo al quale andrà sommata l'azione relativa all'azione di anti-windup:

$$I_{ARW}(t_k) = \frac{\Delta t}{T_t} [u'(t_{k-1}) - u(t_{k-1})]. \quad (2.42)$$

É pertanto possibile scrivere in termini discreti l'equazione completa per il calcolo dell'azione integrale come:

$$I_i(t_k) = I_i(t_{k-1}) + \frac{2k_{p,i}\Delta t}{T_{I,i}} q_{e,0}(t_k) q_{e,i}(t_k) + \frac{\Delta t}{T_{t,i}} [u'_i(t_{k-1}) - u_i(t_{k-1})]. \quad (2.43)$$

2.6 Il problema della sintonizzazione

Il problema della sintonizzazione del controllore consiste nella scelta di opportuni valori da attribuire ai parametri del controllo affinché il sistema controllato presenti un comportamento che soddisfi determinati requisiti. Tali requisiti in genere coincidono con l'ottimizzazione di alcuni parametri prestazionali quali ad esempio il consumo di propellente, l'accuratezza del puntamento, la durata del controllo, parametri strettamente collegati al particolare sistema fisico nel quale viene implementato il controllo.

Nel caso specifico della sintonizzazione del controllo per il modulo d'assetto si dovranno determinare, per ognuno dei tre assi controllati, i valori dei guadagni proporzionale (k_p), integrale (k_i) e derivativo (k_d), il valore del coefficiente N per

la determinazione della frequenza di taglio del filtro del prim'ordine e di quello per l'azione anti-windup (k_t), e i parametri per le azioni di set-point weighting (β) e di derivative-kick avoidance (γ).

É possibile reperire in letteratura vari metodi per la sintonizzazione del controllo, i quali generalmente sono classificati in base alla conoscenza del sistema da controllare. Si parla di metodi analitici nel caso in cui le equazioni che descrivono il sistema controllato siano ben note, per le quali sono applicabili tecniche d'indagine che permettono di modellare la risposta del sistema controllato ad anello chiuso. Si parla invece di metodi sperimentali nel caso in cui le equazioni che regolano il sistema non siano note, a causa di modelli matematici troppo complessi o non conosciuti adeguatamente, e per le quali i parametri del controllo sono determinati secondo regole empiriche.

In assoluto, tra i metodi sperimentali, la sintonizzazione per tentativi permette l'approccio più semplice e immediato al problema del controllo in quanto non è richiesta nè la conoscenza del modello fisico nè quella di particolari parametri empirici. Tale approccio tuttavia risulta essere particolarmente dispendioso in termini temporali: il set di parametri che soddisfa infatti i requisiti desiderati può essere trovato, dato anche l'elevato numero dei parametri da determinare, dopo numerose prove sperimentali, implicando tra l'altro un elevato consumo di propellente.

Tali problematiche possono essere facilmente evitate grazie allo sviluppo di un simulatore software, sufficientemente rappresentativo del simulatore d'assetto, grazie al quale la sintonizzazione dei parametri del controllo può essere effettuata impiegando tempi e risorse molto contenuti.

Capitolo 3

Il software di simulazione

Il simulatore d'assetto SFF-HSim è stato concepito per essere uno strumento finalizzato al test e alla validazione di strategie di GNC in relazione alle particolari architetture adottate in termini di attuatori e sensori di bordo. Le prestazioni di tale sistema, oltre ad essere condizionate dalle caratteristiche della strumentazione di bordo, sono fortemente influenzate dalle strategie di controllo adottate.

Nell'ottica di valutare le prestazioni del simulatore in termini di affidabilità, accuratezza e consumo di propellente, si è scelto di sviluppare un software di simulazione in ambiente Matlab. Tale strumento è stato concepito per simulare il comportamento del sistema fisico in relazione alle particolari scelte progettuali effettuate: in tempi molto contenuti e con costi quasi nulli è possibile pertanto testare l'efficacia dell'utilizzo di diversi sistemi di bordo, mostrando come i limiti intrinseci ad ogni sottosistema si ripercuotono sul comportamento complessivo del minisatellite.

L'analisi delle prestazioni del sistema in sede di simulazione fornisce la possibilità di agire sui parametri del controllo in modo che, grazie a un'analisi del comportamento del sistema controllato, sia possibile agire sui valori dei guadagni affinché vengano soddisfatti i requisiti di missione.

Una prima versione del software, sviluppata per l'esecuzione di manovre a un grado di libertà, è stata aggiornata mediante l'implementazione di nuovi moduli che permettono la simulazione numerica di un sistema controllato a tre assi. Il seguito del capitolo avrà come obiettivo quello di presentare la struttura generale e le caratteristiche del software e di mostrare alcune applicazioni relative al suo impiego.

3.1 La struttura del software

Il software di simulazione presenta una struttura modulare che permette all'utente di progettare e testare particolari elementi del simulatore, quali ad esempio gli algoritmi di controllo o le strategie di Guidance, per poi valutarne l'efficienza considerando gli effetti reali agenti sul sistema legati ai processi di misura, di attuazione delle coppie di controllo e alla presenza di coppie esterne di disturbo.

Il software permette la simulazione della dinamica d'assetto di un corpo rigido del quale siano note le caratteristiche inerziali, le condizioni iniziali e le forzanti esterne agenti sul sistema. La presenza di un propagatore dinamico d'assetto permette l'integrazione delle equazioni del moto. L'implementazione di un regolatore PID permette il calcolo delle azioni necessarie a garantire un controllo a tre assi per il modulo d'assetto, azioni che sono calcolate sulla base della conoscenza dell'assetto istantaneo fornito dal modulo di navigazione a partire dai dati forniti dai sensori. Un modello dei thrusters è infine implementato per simulare l'erogazione delle coppie di controllo.

Il programma scritto in Matlab è organizzato in tre sezioni principali: il pre-processing, il loop principale e il post-processing.

Pre-processing. La sezione relativa al pre-processing occupa la porzione iniziale del codice e permette, grazie all'impiego di alcune variabili, di:

- impostare i parametri temporali relativi all'aggiornamento dei loop di controllo e di stima d'assetto;
- scegliere se includere o meno gli effetti reali legati a:
 - misura con encoder;
 - erogazione di coppie con i thrusters;
- scegliere la strategia di controllo;
- impostare la tipologia di manovra d'assetto da effettuare.

Loop principale. Il loop principale è il nucleo operativo del software ed è responsabile dell'esecuzione dei processi di GNC, di simulazione dei processi di misura, della propagazione della dinamica d'assetto e dell'attuazione delle coppie di controllo. In fig. 3.1 è riportato lo schema a blocchi nel quale sono mostrati i moduli fondamentali del simulatore software e il flusso di dati tra essi.

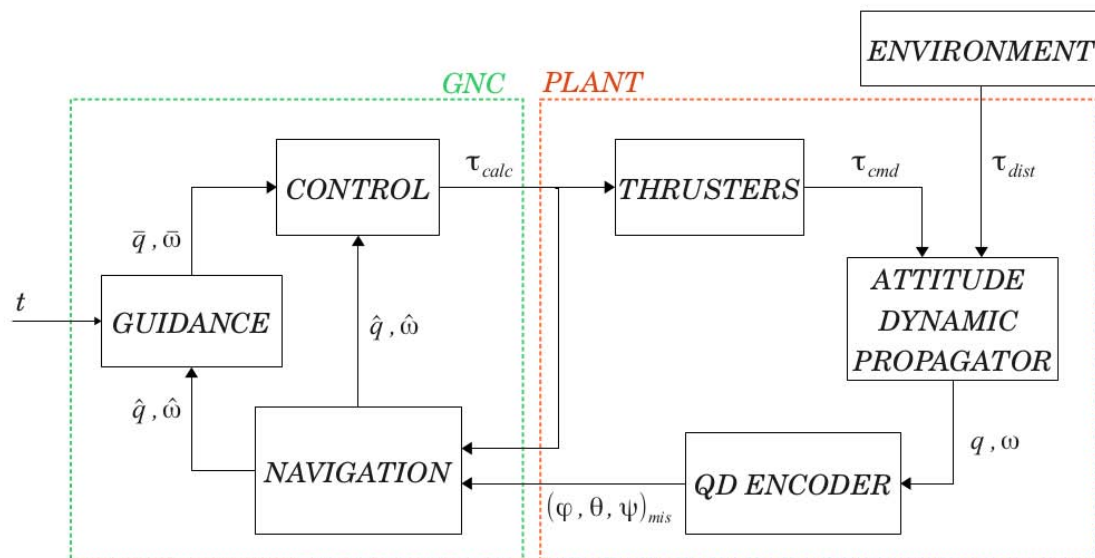


Figura 3.1: Simulatore Matlab: architettura del loop principale e flusso dati.

I moduli mostrati in figura sono raggruppati in due sezioni principali: il sistema “PLANT”, che rappresenta il mondo reale, e il sistema “GNC” che rappresenta il centro decisionale del minisatellite e interagisce con il mondo reale attraverso gli attuatori e i sensori.

Post-processing. La sezione relativa al post-processing occupa la porzione finale del programma Matlab e ha la funzione di processare opportunamente i dati provenienti dal loop principale: in particolare vengono visualizzati gli andamenti temporali delle variabili cinematiche e del controllo, e viene effettuata una stima dell’accuratezza con cui le manovre d’assetto sono effettuate.

3.2 La programmazione ad oggetti

La struttura modulare del simulatore d’assetto si traduce nella pratica in un approccio di programmazione orientata agli oggetti. Tale strategia di programmazione è ottimale per garantire flessibilità al software di simulazione e permette di semplificare le fasi di scrittura del codice per simulazioni multibody.

Riprendendo la suddivisione in moduli già mostrata nel capitolo 1, è stata definita una classe per ogni modulo funzionale del simulatore d’assetto. Ogni classe è indipendente dalle altre e raccoglie al suo interno i parametri e le relazioni necessarie a riprodurre il funzionamento del particolare modulo a cui si riferisce. La

gestione delle relazioni che intercorrono tra i diversi moduli viene opportunamente implementata, a un livello superiore, nello script principale del simulatore software.

L'approccio seguito permette di scrivere un codice flessibile nel quale possono essere facilmente implementate simulazioni tra più corpi operanti in maniera cooperativa: i moduli d'assetto e i relativi sottosistemi possono essere definiti molto semplicemente come istanze delle corrispondenti classi.

In tabella 3.1 è riportato l'elenco delle classi definite nel software, con una breve descrizione per ognuna di esse. Si può notare che, in riferimento alla fig. 3.1, ad ogni blocco contenuto nel loop principale corrisponde una classe, ad eccezione della classe relativa ai parametri inerziali e della classe per la definizione della pianificazione dei tempi di aggiornamento dei loop di simulazione.

| Classe | Funzione |
|---------------|--|
| CTRL_PID | Calcola le azioni di controllo da erogare. |
| ENCODER | Gestisce i sensori di misura angolare e ne simula il processo di misura reale. |
| GUIDANCE | Calcola le traiettorie di riferimento che il modulo d'assetto deve seguire. |
| INERZIA | Gestisce i parametri inerziali del sistema e stima le variazioni nel tempo di massa e inerzia. |
| PLANT_ATT | Agisce da propagatore dinamico dell'assetto integrando le equazioni del moto e permette il salvataggio del vettore di stato. |
| SIM.PARAM | Gestisce i parametri relativi all'aggiornamento temporale dei processi di simulazione. |
| THRUSTER_SYS | Simula il funzionamento dei thrusters. |

Tabella 3.1: Classi implementate nel software.

Il sottosistema di comunicazione, il quale non ha effetti diretti sulla dinamica del modulo d'assetto, è stato volutamente escluso nel codice di simulazione.

Nel seguito saranno descritte più dettagliatamente le peculiarità delle classi implementate nel codice Matlab, caratterizzandole seguendo un approccio input-output secondo la notazione simbolica utilizzata in fig.3.1.

3.2.1 La discretizzazione della simulazione

La simulazione numerica del comportamento di un qualsiasi sistema fisico, implicitamente, determina il passaggio da una formulazione continua a una discreta. Nel caso del simulatore per il volo in formazione, le cui equazioni fondamentali sono state scritte secondo una formulazione a tempo discreto, è necessario gestire opportunamente i parametri temporali di simulazione: la classe “*SYS_PARAM*” è stata sviluppata appositamente a tale scopo.

Sebbene il modulo relativo alla gestione dei parametri legati alla discretizzazione della simulazione non rappresenti un modulo funzionale del sistema fisico, esso è fondamentale per definire il dominio temporale nel quale il codice di simulazione riproduce il comportamento del sistema.

La finestra temporale di simulazione viene suddivisa in un numero intero di intervalli, di ampiezza Δt_{sim} , all’interno dei quali il moto del sistema viene determinato grazie all’integrazione delle equazioni della dinamica da parte del propagatore dinamico.

Facendo riferimento alla figura 1.9, nel codice di simulazione è stata implementata la possibilità di aggiornare le operazioni di controllo, di acquisizione dei sensori e di navigazione a frequenze diverse nel rispetto della relazione 1.2.

3.2.2 I parametri inerziali

L’implementazione delle caratteristiche inerziali del sistema fisico viene effettuata grazie alla classe “*INERZIA*”, la quale permette di:

- inizializzare le matrici d’inerzia
 - I_{fix} , relativa al modulo d’assetto a serbatoi vuoti;
 - $I_{prop,0}$, relativa al propellente contenuto nei serbatoi;
- stimare la variazione dell’inerzia del modulo d’assetto nel tempo dovuta all’espulsione del propellente.

Data la convenienza nei problemi di dinamica d’assetto di riferire le grandezze a una terna solidale al sistema controllato, le matrici d’inerzia sono state riferite agli assi body del modulo d’assetto.

L’andamento temporale dell’inerzia totale del simulatore, nell’ipotesi che il volume occupato dal propellente sia costante, può essere espressa in funzione della massa

di propellente contenuto nei serbatoi:

$$I_{tot}(t) = I_{fix} + I_{prop,0} \frac{m_{prop}(t)}{m_{prop,0}}. \quad (3.1)$$

Derivando l'espressione appena riportata è possibile stimare la variazione dell'inerzia nell'unità di tempo come

$$\frac{d}{dt} I_{tot}(t) = I_{prop,0} \frac{\dot{m}_{prop}(t)}{m_{prop,0}} \quad (3.2)$$

dove \dot{m}_{prop} rappresenta la portata di propellente in uscita dagli attuatori, con segno negativo.

La conoscenza delle caratteristiche del sistema propulsivo e dello stato termodinamico del gas con il quale vengono alimentati gli attuatori è possibile determinare il valore della portata. La conoscenza di tale parametro permette di aggiornare la matrice d'inerzia del modulo d'assetto ad ogni intervallo di simulazione così da riprodurre con buona accuratezza la dinamica di un corpo propulso con perdita di massa.

3.2.3 Il propagatore dinamico

Il propagatore dinamico è il modulo del software in cui, note le condizioni iniziali e le coppie esterne agenti, vengono integrate le equazioni del moto del sistema.

Il problema dell'assetto richiede la soluzione di otto equazioni differenziali scalari del primo ordine. La soluzione delle equazioni della dinamica 2.15, della cinematica 2.13 e della portata di massa fornisce rispettivamente le tre componenti di ω espressa in terna body, le quattro componenti del quaternione d'assetto q e la massa m di propellente a bordo.

Il modulo del propagatore dinamico è implementato nella classe `"PLANT_ATT"` e simula il comportamento reale del sistema fisico fornendo, per ogni intervallo di integrazione, il vettore di stato espresso come

$$\vec{X} = \{q_0, q_1, q_2, q_3, \omega_x, \omega_y, \omega_z, m\}$$

il quale viene opportunamente salvato per ogni step temporale in una struttura dedicata che sarà successivamente sfruttata per le fasi di post-processing e visualizzazione dei risultati.

3.2.4 I sensori

La classe degli encoder ha l'obiettivo di simulare il comportamento del sottosistema dei sensori presenti sul modulo d'assetto.

Per definizione ogni processo di misura introduce un termine di incertezza sulla grandezza che si intende misurare. Sulla base di questa premessa, lo schema concettuale attraverso il quale è stato implementato il sottosistema degli encoder nel software prevede che la posizione angolare vera del modulo d'assetto sia nota, e sia successivamente degradata associandole un opportuno livello di incertezza.

L'incertezza sulla grandezza misurata può essere scomposta in una componente intrinseca allo strumento stesso e in una componente relativa agli effetti interferenti dell'ambiente circostante.

Gli encoder ottici incrementali montati sul simulatore reale, già presentati nel paragrafo 1.2.1, permettono di effettuare misure angolari la cui precisione è limitata dal numero di zone sensibili in cui è suddivisa l'area dello schermo di lettura. La risoluzione angolare dei sensori di bordo, in accordo con i datasheet forniti dal produttore, è pari a $\delta\theta = 0.09^\circ$ così che, detta θ la generica variabile angolare, la grandezza misurata possa essere espressa come $\theta_{mis} = k \cdot \delta\theta$. Le caratteristiche costruttive degli encoder pertanto sono responsabili di un primo termine d'incertezza dovuto alla discretizzazione della grandezza misurata, il quale può essere espresso come:

$$|\varepsilon_{discr}| = \frac{\delta\theta}{2}.$$

Il software di simulazione inoltre considera l'eventuale effetto di fattori esterni non deterministici sul processo di misura stesso, quali ad esempio vibrazioni o giochi dei giunti. Tali fattori di incertezza sono stati implementati come un rumore bianco applicato al valore "vero" della grandezza. La deviazione standard σ , associata alla gaussiana dell'errore, viene fissata sulla base di opportune valutazioni relative all'influenza dei fattori esterni sul processo di misura ed è un parametro della cui scelta viene incaricato lo sperimentatore.

La simulazione della misura pertanto viene effettuata sulla base del vettore di stato istantaneo proveniente dal propagatore d'assetto e successivamente modificata secondo il modello fisico dei sensori, secondo la relazione:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix}_{mis} = f(q(t_k), \omega(t_k), \text{noise}, \varepsilon_{discr}).$$

In fig.3.2 è riportato lo schema a blocchi rappresentativo del processo di misura con gli encoder.

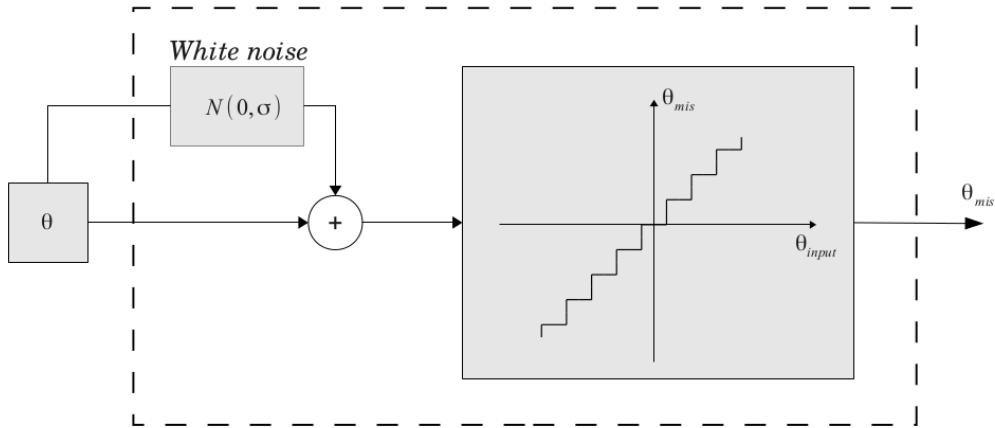


Figura 3.2: Schema a blocchi del processo di misura con encoder.

3.2.5 La navigazione

La stima dello stato cinematico del sistema è affidata al modulo di navigazione il quale determina, al generico istante t_k , il quaternione d'assetto e la velocità angolare sulla base dei dati forniti dal modulo dei sensori:

$$[\bar{q}(t_k), \bar{\omega}(t_k)] = f(\phi_{mis}(t_k), \theta_{mis}(t_k), \psi_{mis}(t_k)).$$

La conversione tra i dati angolari provenienti dagli encoder in termini di angoli di Eulero e il quaternione istantaneo d'assetto viene eseguita mediante l'utilizzo della funzione *angle2quat* di Matlab.

Essendo gli encoder gli unici sensori implementati, la velocità angolare del sistema deve essere ricavata sulla base degli angoli di Eulero misurati: i valori di $\dot{\phi}_{mis}$, $\dot{\theta}_{mis}$, $\dot{\psi}_{mis}$ sono ricavati per derivazione numerica attraverso il metodo delle differenze all'indietro e sono successivamente impiegati nella relazione 2.5 per ricavare il valore della velocità angolare espressa in terna body.

Si prevede, in un prossimo futuro, di implementare un filtro di Kalman nel modulo di navigazione così da migliorare la stima del vettore di stato del sistema anche in vista dell'implementazione, sia a livello software che hardware, di una piattaforma inerziale.

3.2.6 Guidance

La definizione delle traiettorie di riferimento per il modulo d'assetto è gestita attraverso l'implementazione della classe "GUIDANCE" la quale, sulla base del tempo di simulazione, della modalità di manovra da effettuare e della stima del vettore di stato $(\hat{q}, \hat{\omega})$ comunica al modulo del controllo il profilo della traiettoria desiderata in termini di quaternioni \bar{q} e velocità angolare $\bar{\omega}$.

$$[\bar{q}(t_k), \bar{\omega}(t_k)] = f(\hat{q}(t_k), \hat{\omega}(t_k), t_k, \text{mode}).$$

Nella sezione di pre-processing del codice l'utente ha la possibilità di definire la tipologia di traiettoria di riferimento per il modulo d'assetto scegliendo tra due alternative:

1. manovra d'assetto con ingresso di riferimento a gradino;
2. manovra di ripuntamento con profilo in posizione e velocità angolare fissato.

La prima tipologia di manovra richiede semplicemente la definizione dell'assetto finale desiderato.

La manovra di ripuntamento richiede la conoscenza del profilo del quaternioni d'assetto e della velocità angolare desiderati. Al fine di rendere flessibile la gestione dei dati, le funzioni implementate nella classe ricevono in input da file esterni le traiettorie di riferimento campionate con una frequenza qualsiasi e, successivamente e in maniera autonoma, effettuano l'interpolazione dei dati rendendoli compatibili con il tempo di aggiornamento del loop di controllo e con il tempo totale di manovra.

La classe implementata supporta inoltre la possibilità di ridefinire in simulazione le traiettorie di riferimento sulla base di particolari eventi non prevedibili, quali ad esempio il raggiungimento dei limiti fisici del sistema.

3.2.7 Il controllo

La classe "CTRL_PID" permette di calcolare le azioni di controllo richieste τ_{calc} sulla base della conoscenza dello stato attuale stimato dagli algoritmi di navigazione $(\hat{q}, \hat{\omega})$ e di quello di riferimento $(\bar{q}, \bar{\omega})$ fornito dal modulo di Guidance, così che la relazione funzionale che lega le variabili sia esprimibile come:

$$\tau_{calc}(t_k) = f(\hat{q}(t_k), \hat{\omega}(t_k), \bar{q}(t_k), \bar{\omega}(t_k)).$$

Gli errori di puntamento non dipenderanno solamente dalla tipologia di controllo utilizzata, ma anche dalle caratteristiche dei sensori, dall'accuratezza con cui gli

algoritmi di navigazione ricostruiscono la cinematica d'assetto e dal modello degli attuatori.

Nella classe sono state inserite due diverse strategie di controllo:

1. regolatore PD, implementato secondo una formulazione a tempo continuo come descritto nelle equazioni 2.34;
2. regolatore PID, implementato secondo una formulazione a tempo discreto, le cui equazioni sono state ricavate in 2.36, 2.39, 2.43.

La scelta di implementare due diverse formulazioni per le equazioni del controllo è giustificata dalla volontà di valutare il livello di precisione con il quale il comportamento del sistema reale viene predetto, sulla base degli effetti reali considerati nel codice di simulazione, al variare della tecnica di controllo adottata.

3.2.8 Gli attuatori

La classe “THRUSTER_SYS” simula il comportamento reale del sottosistema propulsivo nel momento in cui sono erogate le azioni di controllo. Le coppie erogate sono costruite sulla base delle azioni τ_{calc} calcolate dal controllore, alle quali sono sommati un rumore bianco e un bias per simulare rispettivamente gli effetti di eventuali oscillazioni della pressione di alimentazione degli attuatori e di disallineamenti rispetto alla direzione di spinta nominale. I valori delle coppie sono quindi confrontate con quelle massime e minime compatibili con il modello fisico degli attuatori, così che la coppia comandata sia esprimibile come:

$$\tau_{cmd}(t_k) = f(\tau_{calc}(t_k), \tau_{max}, \tau_{min}) + \text{noise}(t_k) + \text{bias}(t_k).$$

Il modello implementato tiene conto, oltre che alla saturazione degli attuatori, anche del valore minimo in modulo della coppia erogabile. Nel caso in cui i valori delle coppie richieste eccedano quelle effettivamente erogabili dai propulsori, le coppie erogate sono opportunamente scalate in maniera che il rapporto tra le azioni sui tre assi rimanga invariato. Tale accorgimento garantisce che, nel caso di funzionamento in condizioni di saturazione degli attuatori, la direzione della coppia risultante coincida con quella della coppia calcolata. Sebbene i valori delle coppie erogate siano inferiori a quelli richiesti, gli effetti delle non linearità degli attuatori non degradano le prestazioni del controllo. Nel seguito si riporta un frammento di codice nel quale è implementato il modello fisico dei propulsori.


```
1 function u_comm = ctrl_Actuator_Model(u_calc, tau_max, tau_min)
2
3 global I;
4 tau_comm = zeros(1,3);
5 tau_calc = I * u_calc';
6
7 control_value = abs(tau_max./tau_calc);
8 [reduction_ratio,index] = min(control_value);
9
10 if abs(tau_calc(index)) > tau_max(index)
11     tau_comm(index) = sign(tau_calc(index))*tau_max(index);
12     switch index
13         case 1
14             tau_comm(2) = tau_calc(2)*reduction_ratio;
15             tau_comm(3) = tau_calc(3)*reduction_ratio;
16         case 2
17             tau_comm(1) = tau_calc(1)*reduction_ratio;
18             tau_comm(3) = tau_calc(3)*reduction_ratio;
19         case 3
20             tau_comm(1) = tau_calc(1)*reduction_ratio;
21             tau_comm(2) = tau_calc(2)*reduction_ratio;
22     end
23     for i = 1:3
24         if abs(tau_comm(i)) < tau_min(i)
25             tau_comm(i) = 0;
26         end
27     end
28 else
29     for i=1:3
30         if abs(tau_calc(i))<tau_min(i)
31             tau_comm(i)=0;
32         end
33         if ((abs(tau_calc(i)) > tau_min(i)) && ...
34             (abs(tau_calc(i)) < tau_max(i)))
35             tau_comm(i) = tau_calc(i);
36         end
37     end
38 end
39 u_comm = I\tau_comm';
40 end
```

Codice 3.1: Funzione per l'implementazione del modello di attuatori.

3.3 Applicazioni

L'esecuzione di manovre d'assetto da parte del simulatore SFF-HSim, per i motivi di cui si è già discusso nei paragrafi precedenti, è preceduta da una fase di simulazione numerica del sistema controllato. Tale fase operativa permette di valutare le prestazioni del sistema e di dimensionare opportunamente il controllore affinché i requisiti presentati in tabella 3.2 siano soddisfatti. Si sottolinea per chiarezza che il settling time è stato valutato al fine di indicare l'istante temporale in cui l'errore di puntamento si attesta ad un valore inferiore a 0.5 deg .

Si intende testare il sistema fisico per manovre con ingresso a gradino e per manovre di ripuntamento: ogni manovra sarà eseguita sfruttando rispettivamente le equazioni del controllo scritte secondo la formulazione a tempo continuo e a tempo discreto.

| MANOVRA CON INGRESSO A GRADINO | |
|---------------------------------------|-------------------------|
| Rising time | $\leq 10 \text{ s}$ |
| Settling time | $\leq 30 \text{ s}$ |
| Overshoot | $\leq 10\%$ |
| Errore a regime | $\leq 0.5 \text{ deg}$ |
| MANOVRA DI RIPUNTAMENTO | |
| Errore in fase di manovra | $\leq 2 \text{ deg}$ |
| Errore a regime | $\leq 0.5 \text{ deg};$ |

Tabella 3.2: Requisiti di manovra.

Le caratteristiche inerziali del sistema sono state determinate per via sperimentale e sono presentate nel dettaglio nel capitolo 4. Al fine di comprendere i risultati ottenuti in simulazione si anticipa che gli assi della terna body non sono assi principali d'inerzia.

I risultati che saranno presentati comprendono gli effetti reali agenti sui processi di misura e di attuazione delle coppie, e sono stati ottenuti per una finestra temporale di simulazione di 60 secondi con un intervallo di simulazione pari a $\Delta t_{sim} = 0.25 \text{ s}$.

3.3.1 Manovra d'assetto con ingresso a gradino

Nel rispetto dei limiti fisici imposti dalla configurazione del simulatore reale si è scelto di fornire un ingresso di riferimento a gradino esprimibile in termini angolari come:

$$\phi_{ref} = 5 \text{ deg} \quad \theta_{ref} = -7.5 \text{ deg} \quad \psi_{ref} = 25 \text{ deg}. \quad (3.3)$$

Controllo a tempo continuo

La manovra d'assetto con riferimento angolare definito in 3.3 è stata effettuata imponendo ai guadagni i valori riportati in tabella 3.3.

| | Asse x | Asse y | Asse z |
|-------|--------|--------|--------|
| k_p | 1.5 | 1.5 | 1.7 |
| k_d | 2.73 | 2.73 | 2.99 |

Tabella 3.3: Manovra con ingresso a gradino. Sintonizzazione regolatore PD.

In figura 3.3, 3.4 e 3.5 sono mostrati rispettivamente gli andamenti temporali degli angoli di Eulero, delle velocità angolari e delle coppie erogate sui tre assi.

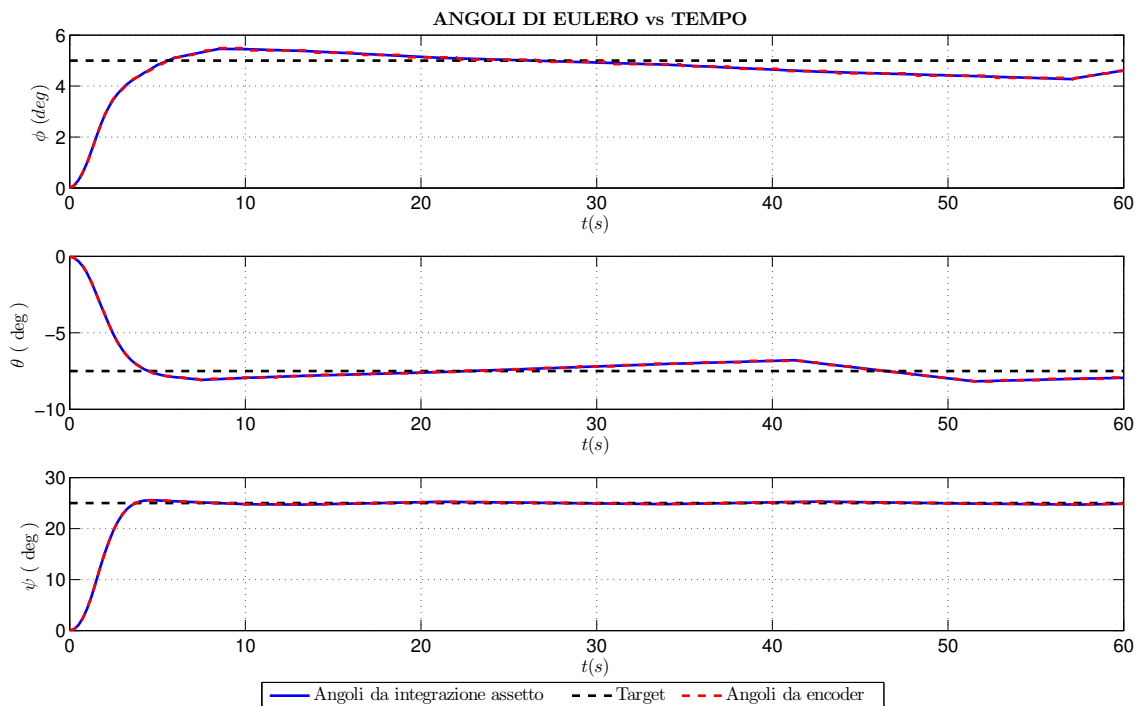


Figura 3.3: Angoli di Eulero. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo continuo.

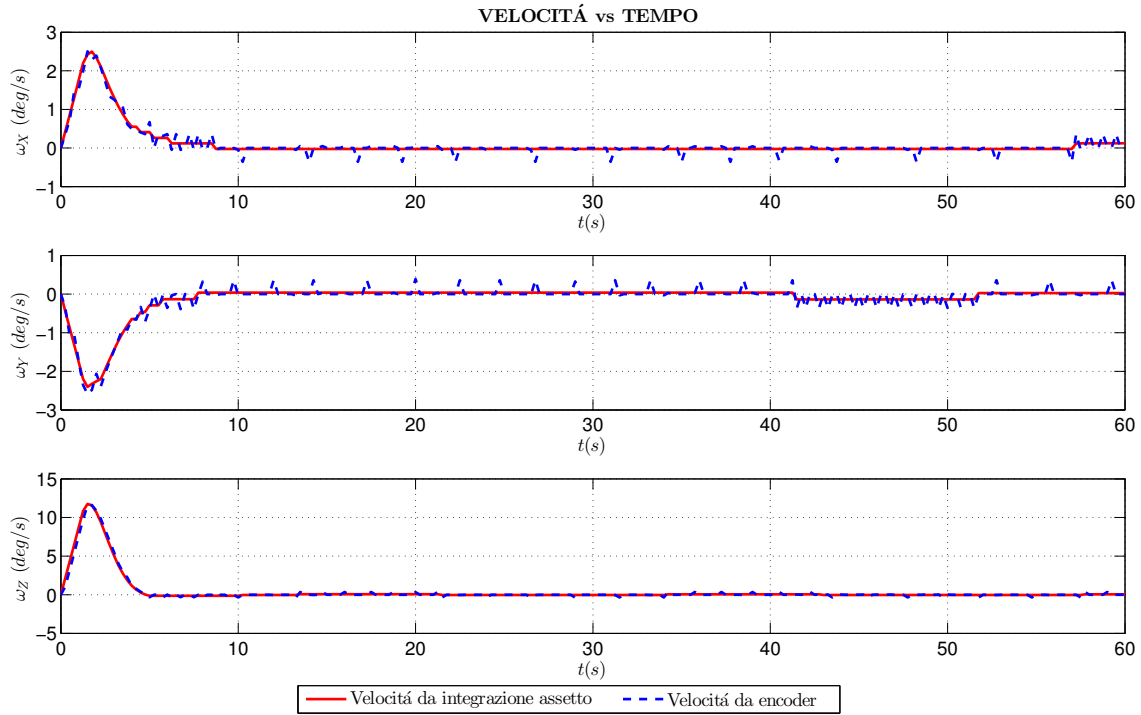


Figura 3.4: Velocità angolari. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo continuo.

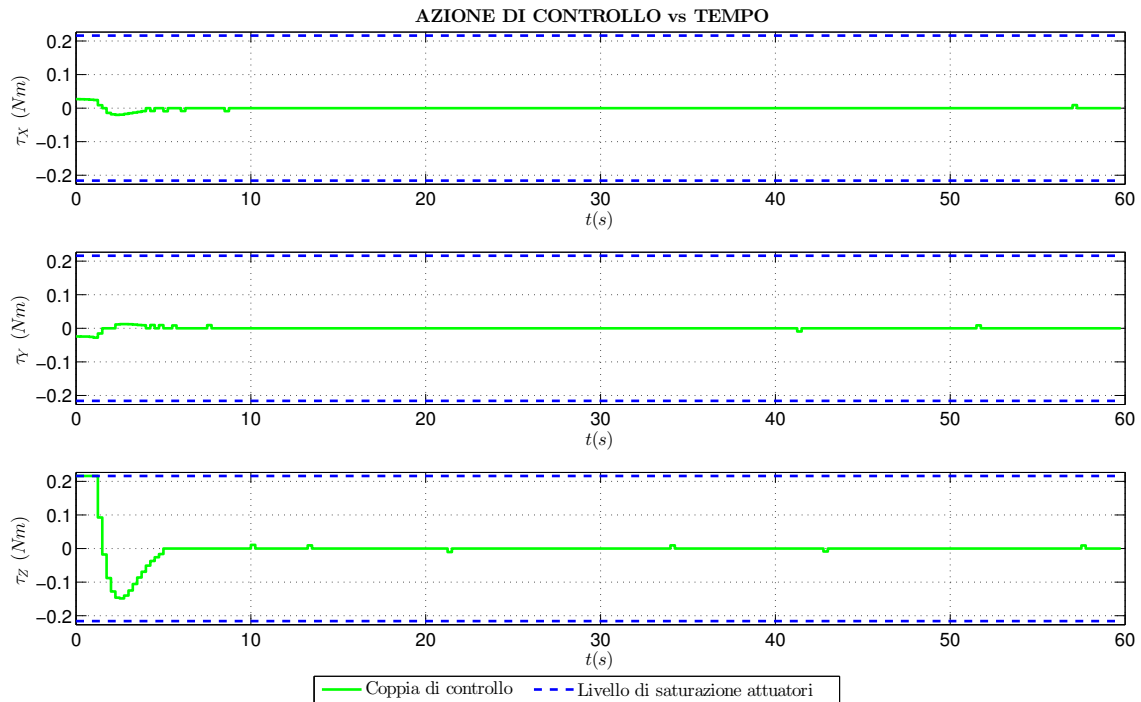


Figura 3.5: Coppie erogate. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo continuo.

Le prestazioni di manovra sono riassunte in tabella 3.4.

| | Asse x | Asse y | Asse z |
|------------------------|--------|--------|----------|
| Rising time | 3.15 s | 3.61 s | 3.47 s |
| Settling time | / | / | 5.29 s |
| Overshoot | 3.78 % | 5.05 % | 0.32 % |
| Errore a regime | / | / | 0.08 deg |

Tabella 3.4: Prestazioni di manovra: ingresso a gradino, controllo a tempo continuo.

L'andamento temporale seguito dagli angoli di Eulero mette in evidenza come il controllore PD garantisca una risposta molto rapida del sistema.

L'accuratezza di puntamento, sebbene sia molto buona per l'asse z , risulta essere del tutto insoddisfacente per gli assi x e y . Tale comportamento è imputabile a due motivi: da un lato i tempi caratteristici di apertura e chiusura delle elettrovalvole impediscono l'erogazione di coppie in modulo inferiori a una certa soglia, dall'altro l'accoppiamento dinamico tra gli assi di roll e pitch fa sì che l'erogazione di una coppia di controllo attorno a un asse generi un effetto di disturbo attorno all'altro, così che la posizione angolare relativa agli assi x e y continui a oscillare attorno alla posizione desiderata con ampiezza di circa 0.5 deg.

Controllo a tempo discreto

La manovra d'assetto con riferimento angolare definito in 3.3 è stata effettuata imponendo ai coefficienti delle equazioni del controllo discretizzate i valori riportati in tabella 3.5.

| | Asse x | Asse y | Asse z |
|----------------|--------|--------|--------|
| \mathbf{k}_p | 1.5 | 1.5 | 1.7 |
| \mathbf{k}_i | 0.12 | 0.12 | 0.12 |
| \mathbf{k}_d | 2.73 | 2.73 | 2.99 |
| \mathbf{k}_t | 0.15 | 0.15 | 0.15 |
| \mathbf{N} | 23.66 | 23.66 | 22.86 |
| γ | 1 | 1 | 1 |
| β | 1 | 1 | 1 |

Tabella 3.5: Manovra con ingresso a gradino. Sintonizzazione regolatore PID.

Nelle figure 3.6, 3.7 e 3.8 sono mostrati rispettivamente gli andamenti temporali degli angoli di Eulero, delle velocità angolari e delle coppie erogate sui tre assi.

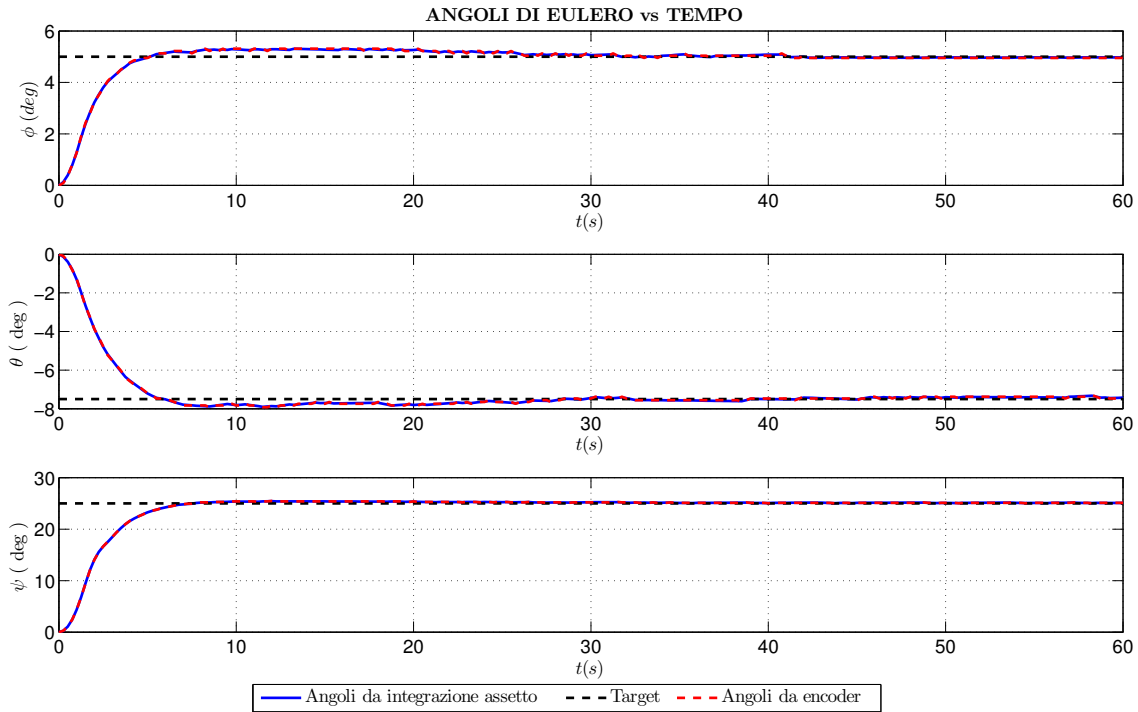


Figura 3.6: Angoli di Eulero. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo discreto.

L'andamento degli angoli di Eulero mette subito in evidenza come la presenza del contributo integrale migliori la stabilità del moto controllato: sebbene il valore dell'overshoot sui tre assi sia leggermente superiore al caso di manovra effettuata con il regolatore PD a tempo continuo, il moto si attesta nell'intorno del valore desiderato in tempi brevi e con un errore a regime comparabile con la risoluzione di misura degli encoder. Le prestazioni della manovra sono riassunte in tabella 3.6.

| | Asse x | Asse y | Asse z |
|------------------------|----------|----------|----------|
| Rising time | 2.95 s | 3.58 s | 3.74 s |
| Settling time | 3.51 s | 4.68 s | 6.36 s |
| Overshoot | 6.13 % | 5.38 % | 1.73 % |
| Errore a regime | 0.03 deg | 0.08 deg | 0.09 deg |

Tabella 3.6: Prestazioni di manovra: ingresso a gradino, controllo a tempo discreto.

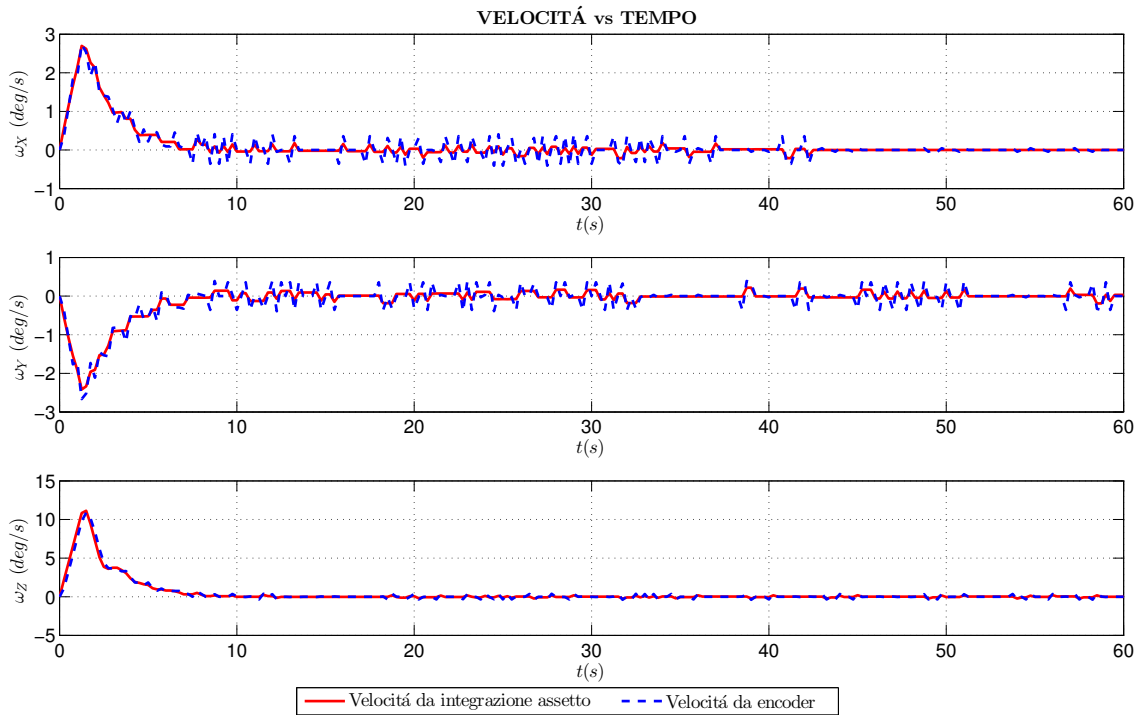


Figura 3.7: Velocità angolari. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo discreto.

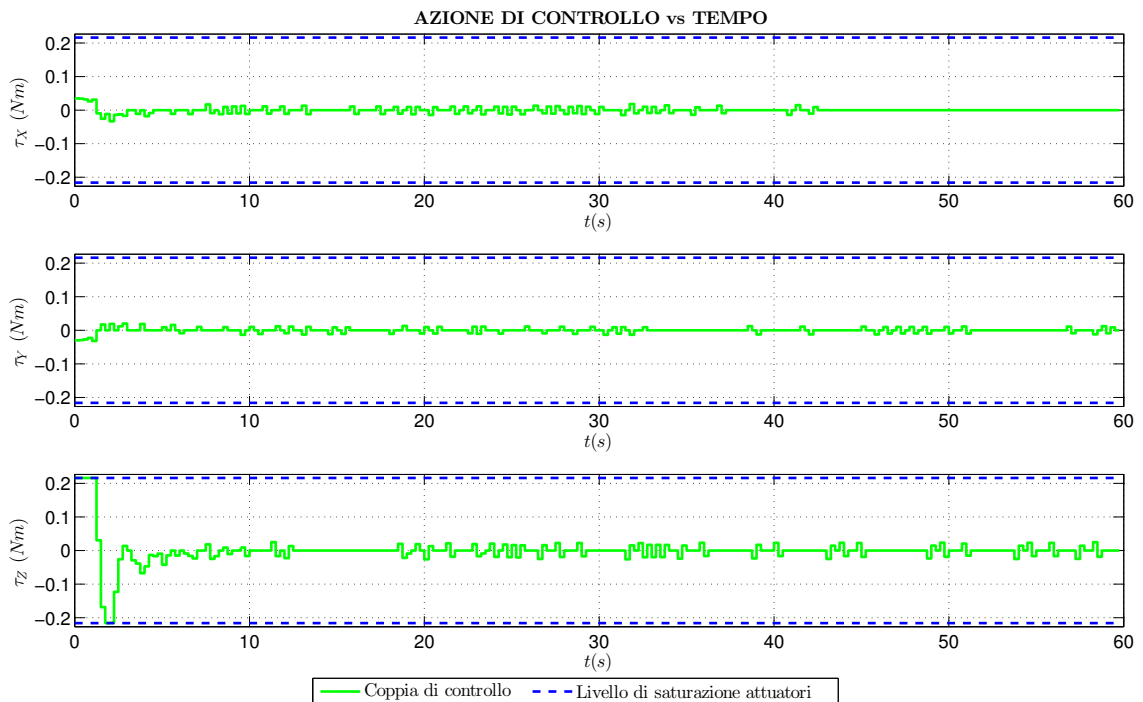


Figura 3.8: Coppie erogate. Manovra con ingresso a gradino, controllo a tempo discreto.

3.3.2 Manovra di ripuntamento

Per la simulazione numerica della manovra di ripuntamento si è scelta una traiettoria di riferimento determinata per via numerica come soluzione di un problema di minimizzazione vincolata.

La manovra richiede che l'asse x della terna body, avente direzione \hat{u}_i all'istante $t_0 = 0$ s, sia riorientato in direzione \hat{u}_f all'istante finale $t_f = 40$ s minimizzando il consumo di propellente.

Si richiede che l'asse x_B , il quale può rappresentare l'asse sensibile di uno strumento ottico di bordo, eviti di puntare le direzioni individuate da cinque coni con direzione assiale individuata dai versori \hat{c}_i , caratterizzati da una semiapertura α e i cui vertici coincidono con l'origine della terna body.

I parametri di manovra sono riassunti in tabella 3.7, nella quale le direzioni degli assi dei coni di esclusione sono espresse in termini di azimuth ϕ ed elevazione λ rispetto alla terna di riferimento inerziale.

| | ϕ (deg) | λ (deg) |
|-------------|--------------|-----------------|
| \hat{u}_i | 0 | 0 |
| \hat{u}_f | 270 | 0 |

| | ϕ (deg) | λ (deg) | α (deg) |
|-------------|--------------|-----------------|----------------|
| \hat{c}_1 | 180 | 90 | 70 |
| \hat{c}_2 | 180 | -90 | 70 |
| \hat{c}_3 | 80 | -25 | 35 |
| \hat{c}_4 | 190 | 25 | 35 |
| \hat{c}_5 | 315 | 0 | 35 |

Tabella 3.7: Parametri per la definizione della manovra di ripuntamento.

La traiettoria di ripuntamento può essere determinata risolvendo il seguente problema di controllo ottimo: si determini l'andamento delle azioni di controllo $\vec{u}(t)$ e del vettore di stato $[q(t), \vec{\omega}(t)]$ nell'intervallo temporale $[t_i, t_f]$ che minimizzano la funzione di costo

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \|u(t)\|_2^2 dt \quad (3.4)$$

soggetta ai vincoli differenziali

$$\dot{q}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{Q} \omega \quad (3.5)$$

$$\dot{\omega}(t) = I^{-1}[u(t) - \omega \times I\omega] \quad (3.6)$$

e ai vincoli geometrici

$$-1 \leq x_B \cdot \hat{c}_i \leq \cos(\alpha_i) \quad i = 1 \dots 5. \quad (3.7)$$

La soluzione del problema di minimizzazione è mostrata in figura 3.9 nella quale, in coordinate polari, viene riportato in rosso, verde e blu rispettivamente la traiettoria seguita dagli assi x_B , y_B e z_B rispetto alla terna di riferimento inerziale. In colore azzurro sono evidenti le proiezioni dei coni di esclusione sulla sfera unitaria: come richiesto l'asse x_B non punta in nessun istante di manovra le direzioni individuate dai coni.

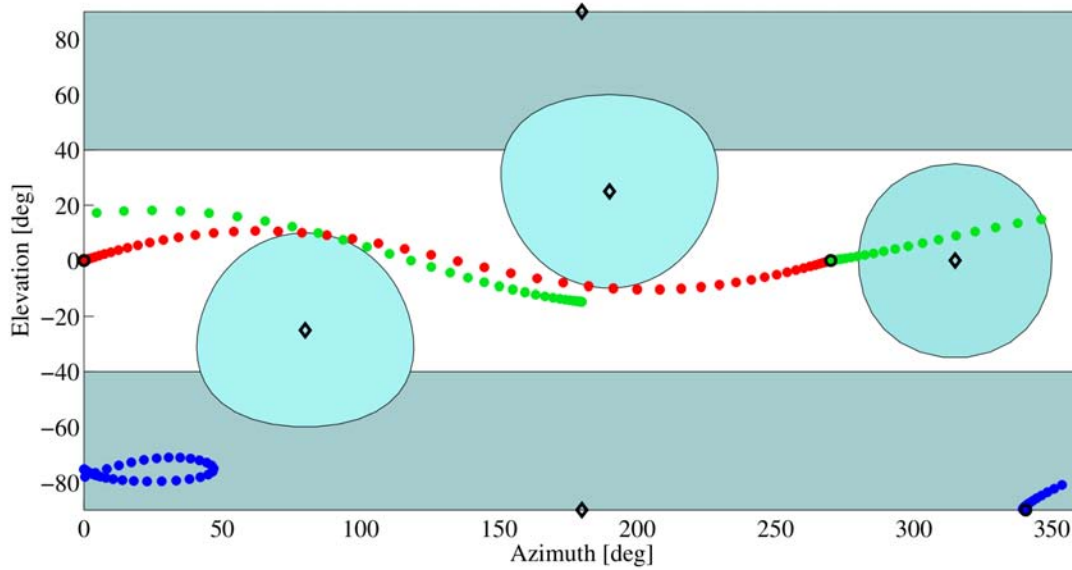


Figura 3.9: Traiettoria di ripuntamento. Traccia degli assi body sulla sfera unitaria.

Il profilo di manovra ottenuto viene mostrato in termini di angoli di Eulero in figura 3.10, mentre il quaternion d'assetto, l'andamento delle velocità angolari e delle coppie da erogare sono mostrate rispettivamente nelle figure 3.11, 3.12 e 3.13.

La traiettoria definita mediante il procedimento illustrato nel presente paragrafo sarà utilizzata come riferimento per la manovra di ripuntamento, sia in sede di simulazione che in fase di test sul simulatore d'assetto SFF-HSim.

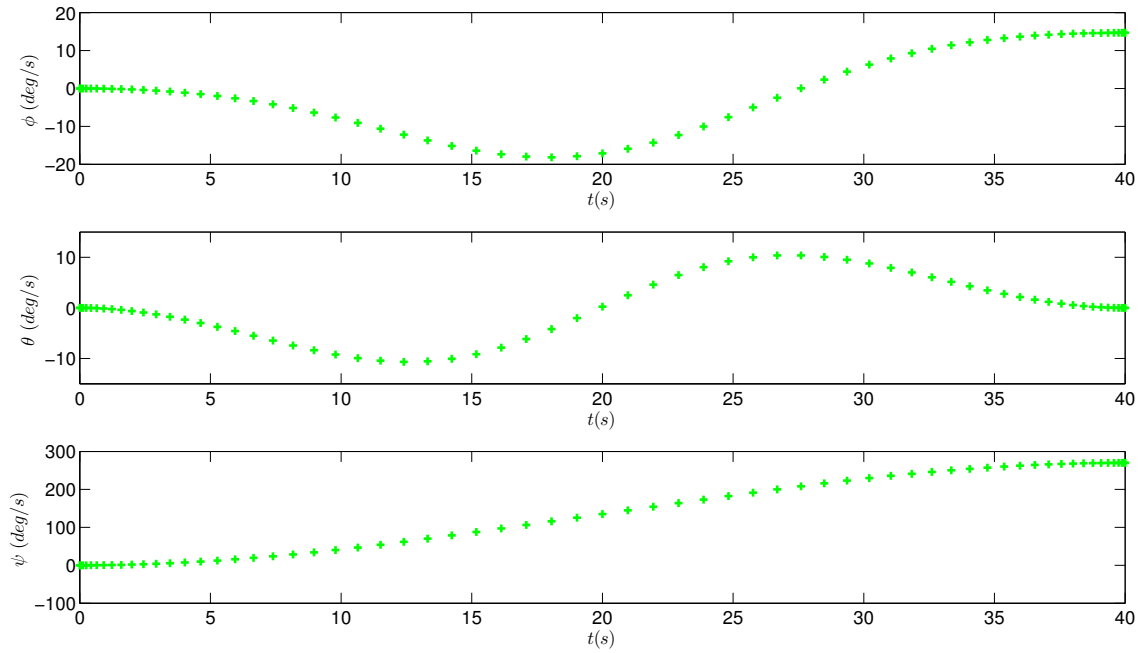


Figura 3.10: Riferimento angolare per la manovra di ripuntamento. Angoli di Eulero.

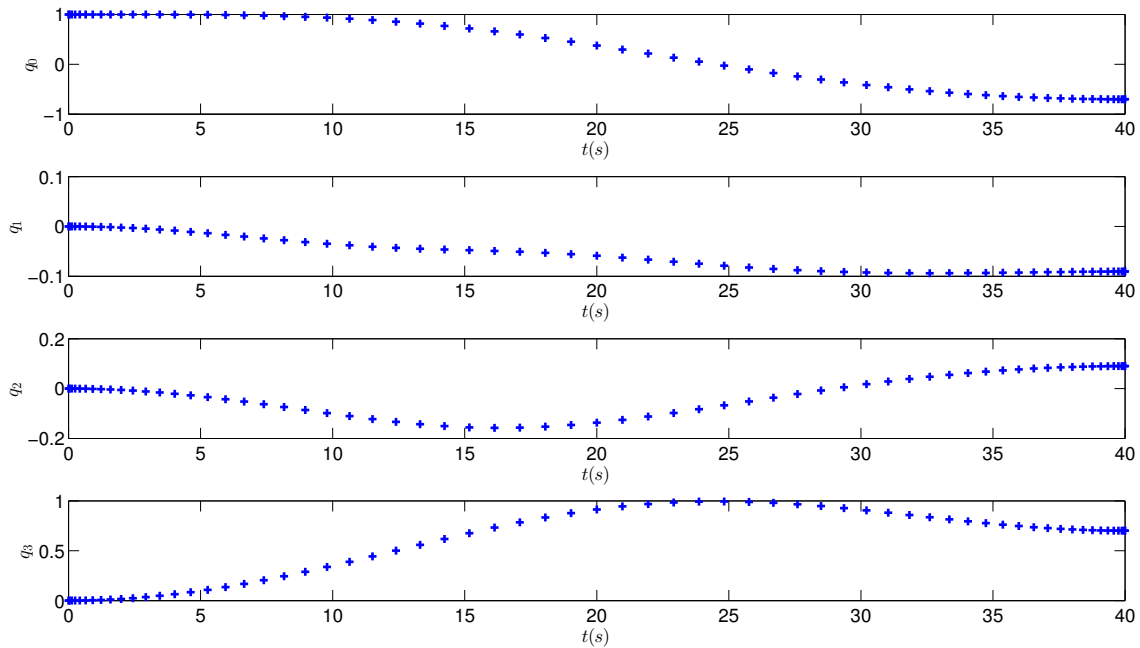


Figura 3.11: Riferimento angolare per la manovra di ripuntamento. Quaternione.

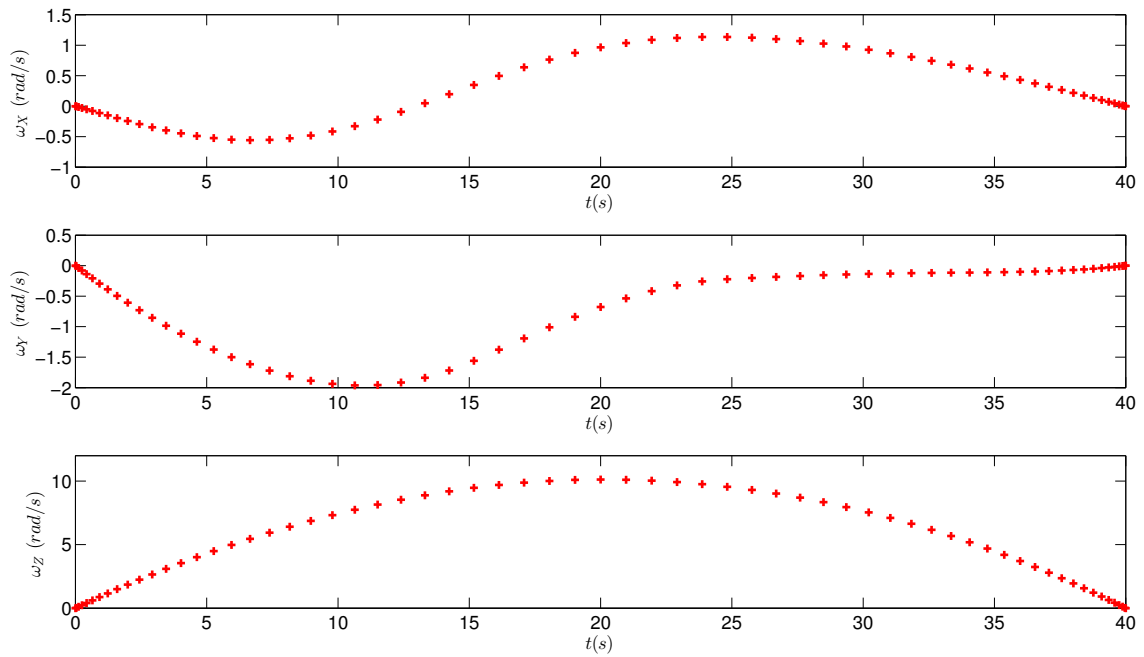


Figura 3.12: Velocità angolare di riferimento per la manovra di ripuntamento.

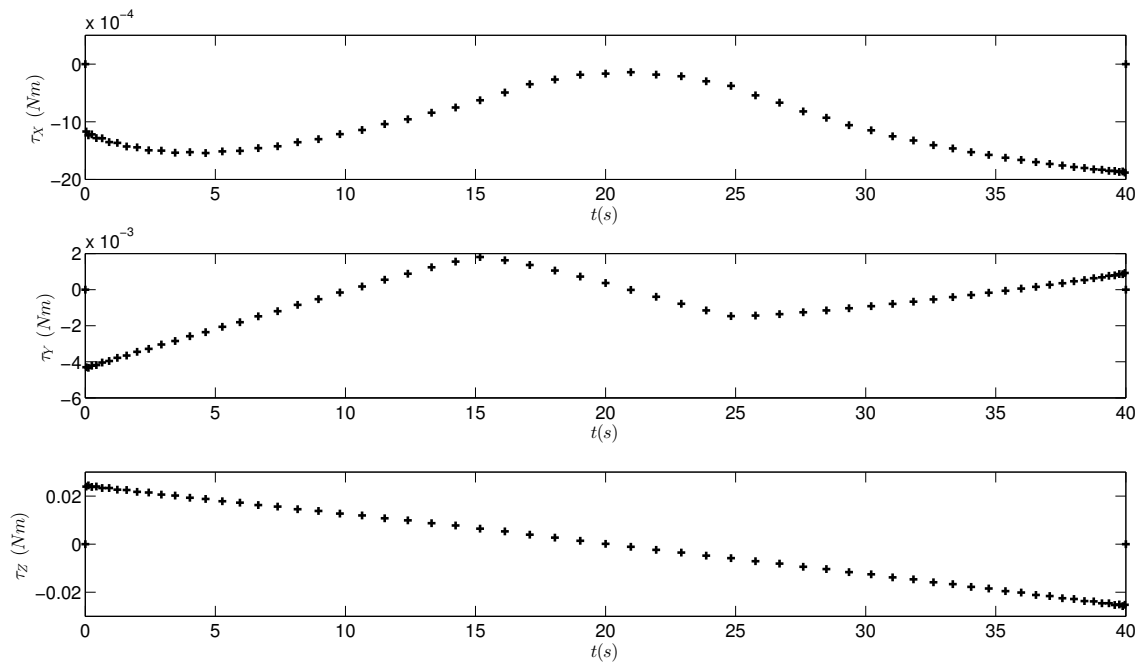


Figura 3.13: Coppie teoriche per l'esecuzione della manovra di ripuntamento.

Controllo a tempo continuo

La manovra di ripuntamento è stata effettuata dimensionando il controllore a tempo continuo mediante i coefficienti riportati in tabella 3.8.

| | Asse x | Asse y | Asse z |
|-------|--------|--------|--------|
| k_p | 3.3 | 3.3 | 3.74 |
| k_d | 4.5 | 4.5 | 4.6 |

Tabella 3.8: Manovra di ripuntamento. Sintonizzazione regolatore PD.

I risultati ottenuti in simulazione mostrano come l'assetto del simulatore, mostrato in fig. 3.14, segua con ottima approssimazione il riferimento angolare definito. In figura 3.15 è possibile osservare come l'errore di puntamento in tutto l'intervallo di simulazione rimanga inferiore a 0.5 deg , soddisfacendo ampiamente i requisiti di manovra.

La velocità angolare, stimata grazie alla simulazione di misura con encoder, oscilla attorno al valore di riferimento per tutto il tempo di simulazione con un'ampiezza massima inferiore a 0.5 deg/s , come può essere osservato in figura 3.16.

In figura 3.17 viene mostrato l'andamento delle coppie erogate sui tre assi: poichè la coppia minima erogabile in modulo è maggiore di zero, il processo risulta rumoroso soprattutto negli intervalli temporali in cui l'azione di controllo richiesta è molto piccola. L'andamento generale tuttavia segue i profili determinati in via teorica.

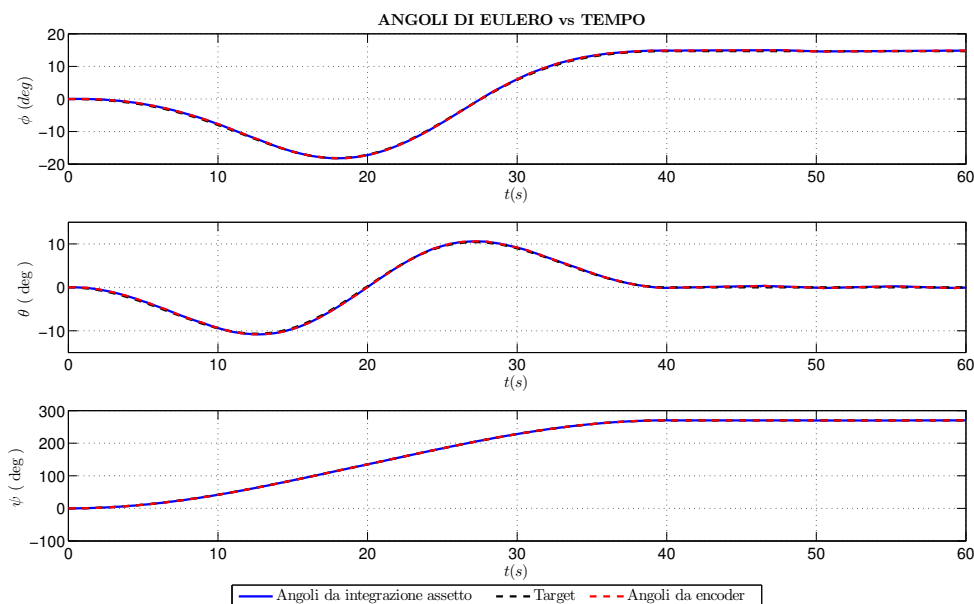


Figura 3.14: Angoli di Eulero. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo.

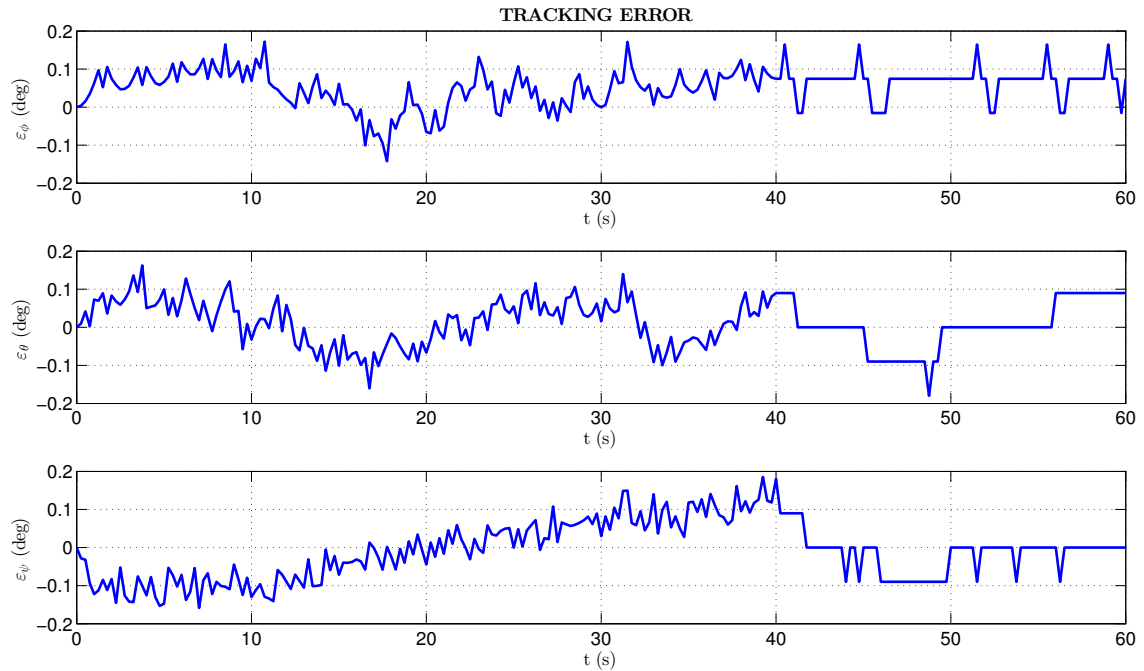


Figura 3.15: Errore di puntamento. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo.

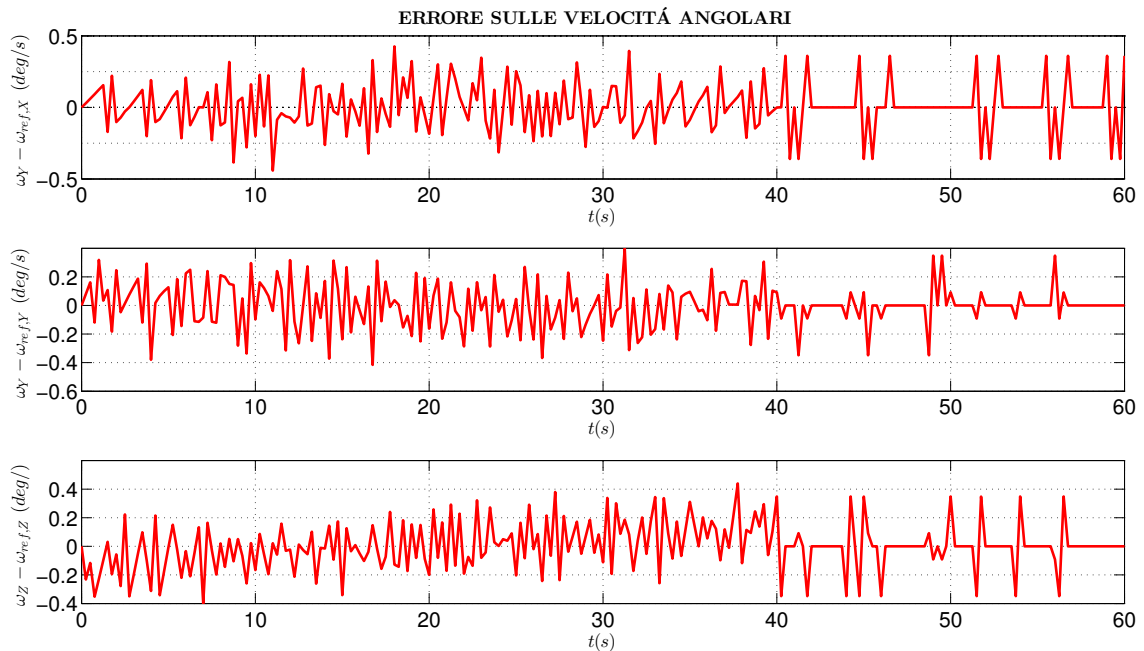


Figura 3.16: Errore sulle velocità angolari. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo.

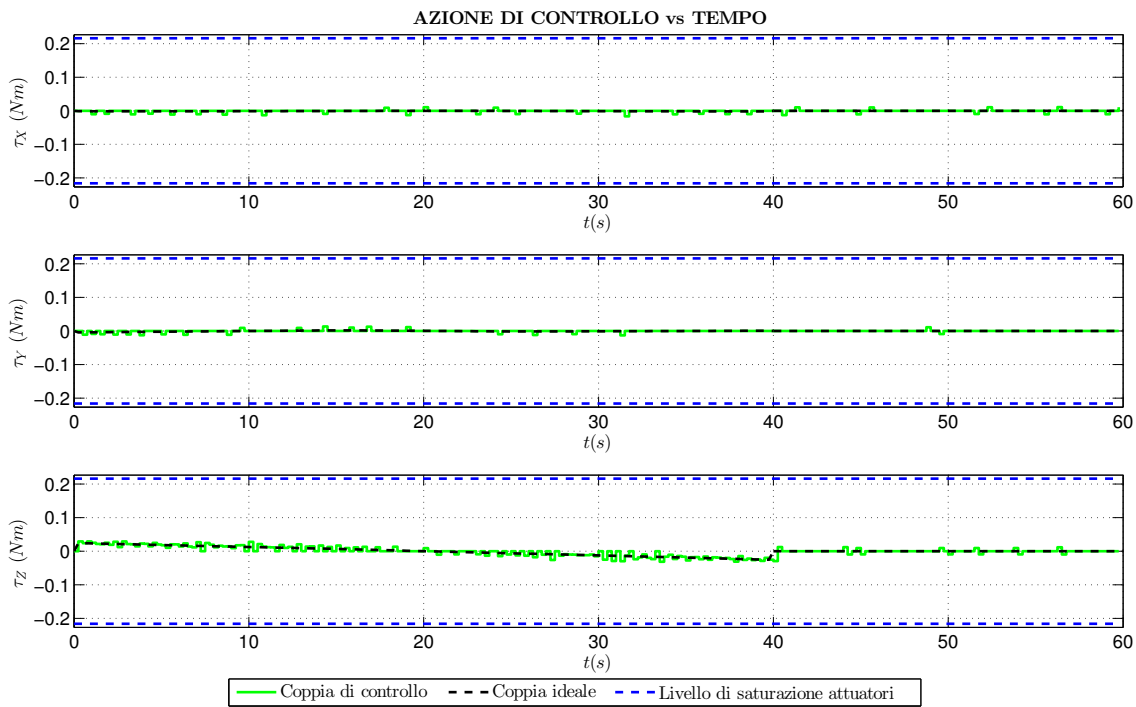


Figura 3.17: Coppie erogate. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo continuo.

Controllo a tempo discreto

La manovra di ripuntamento effettuata secondo la formulazione discretizzata delle equazioni del controllo è stata eseguita scegliendo i valori dei guadagni riportati in tabella 3.9.

| | Asse x | Asse y | Asse z |
|----------|--------|--------|--------|
| k_p | 3.3 | 3.3 | 3.74 |
| k_i | 0.12 | 0.12 | 0.12 |
| k_d | 3.15 | 3.15 | 3.75 |
| k_t | 0.15 | 0.15 | 0.15 |
| N | 24.82 | 24.82 | 23.99 |
| γ | 1 | 1 | 1 |
| β | 1 | 1 | 1 |

Tabella 3.9: Manovra di ripuntamento. Sintonizzazione regolatore PID.

La traiettoria seguita dal modulo d'assetto risulta essere molto vicina a quella di riferimento. L'andamento degli angoli di Eulero è omesso in quanto non introduce elementi di novità rispetto alla figura 3.14. Più interessante è fare riferimento al profilo dell'errore di puntamento relativo agli assi di roll, pitch e yaw: come si vede

in figura 3.18 l'errore in fase di manovra rimane inferiore a 0.5 deg per tutto il tempo di simulazione, soddisfacendo i requisiti prestazionali.

In figura 3.19 viene mostrato l'errore espresso come differenza tra la velocità di riferimento e quella misurata: come nel caso di controllo a tempo continuo le prestazioni sono soddisfacenti e l'errore massimo è dell'ordine di 0.5 deg/s .

L'andamento delle coppie erogate è mostrato in figura 3.20. Il processo risulta essere più rumoroso rispetto a quello mostrato in figura 3.17, tuttavia l'andamento segue il profilo determinato per via teorica e garantisce in simulazione il soddisfacimento dei requisiti definiti.

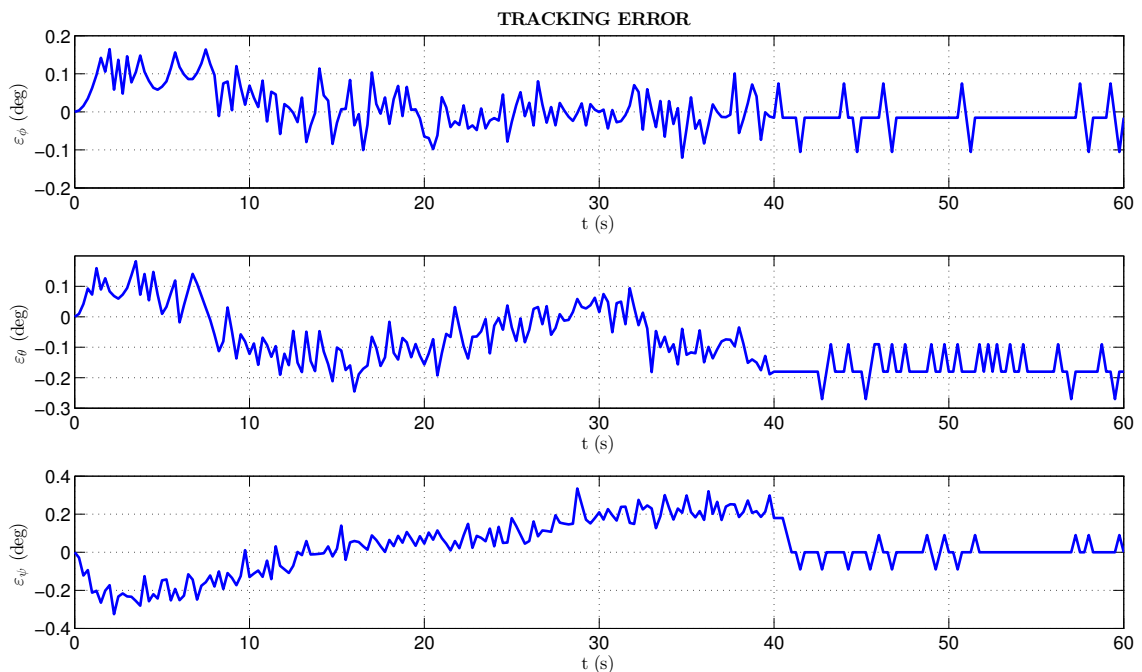


Figura 3.18: Errore di puntamento. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo discreto.

3.3.3 Osservazioni

La sintonizzazione del controllore è stata notevolmente facilitata dalla possibilità di valutare, in tempi molto contenuti, le prestazioni di manovra del sistema controllato.

I parametri di controllo e le traiettorie di manovra mostrati nel presente paragrafo saranno oggetto di test sul modulo d'assetto reale con lo scopo di validare le funzionalità del software di simulazione come strumento per l'analisi del comportamento del sistema reale. I risultati relativi ai test di manovra in laboratorio saranno presentati nel capitolo 5.

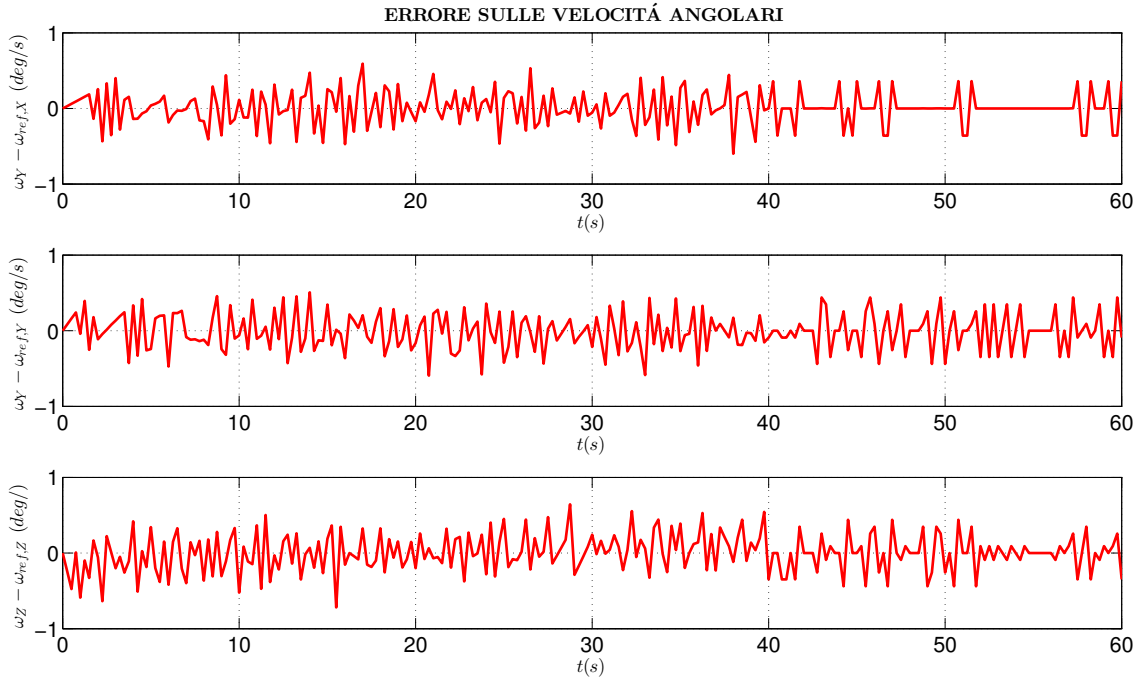


Figura 3.19: Errore sulle velocità angolari. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo discreto.

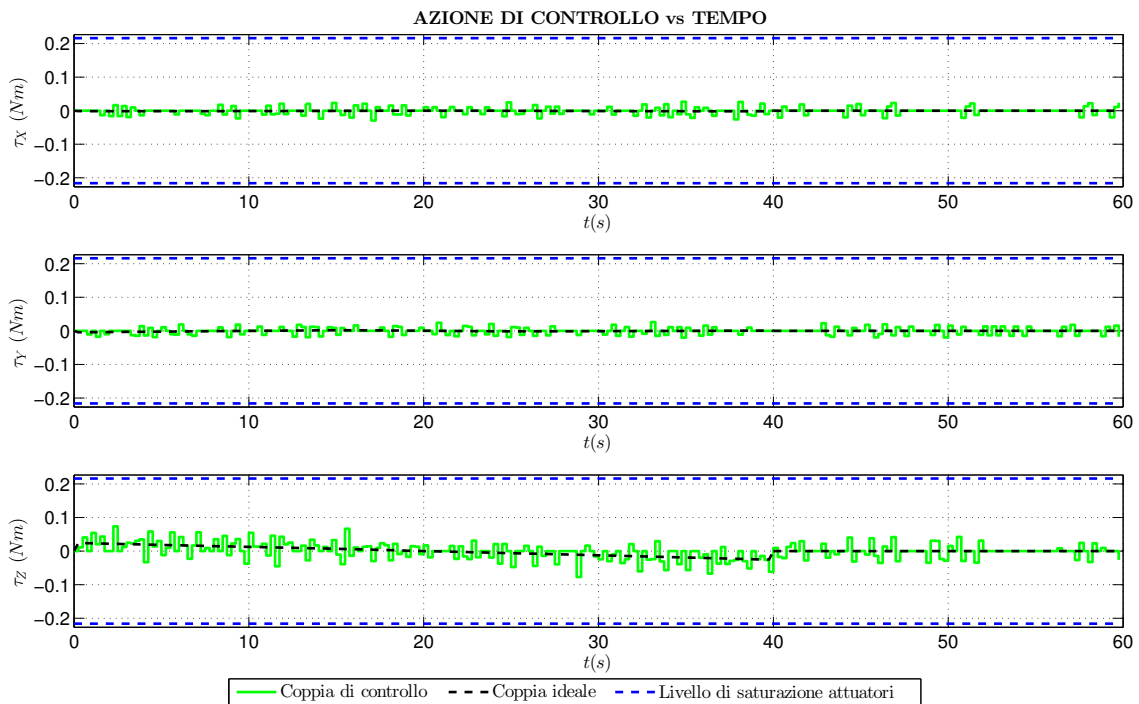


Figura 3.20: Coppie erogate. Manovra di ripuntamento, controllo a tempo discreto.

Capitolo 4

Caratterizzazione del simulatore. Test sperimentali

La progettazione del controllo a tre assi per il simulatore per il volo in formazione SFF-HSim richiede, oltre alla conoscenza accurata del modello matematico che descrive il sistema, la determinazione delle caratteristiche fisiche del sistema reale.

Il presente capitolo si pone l'obiettivo di presentare i risultati sperimentali ottenuti in relazione ai seguenti aspetti:

- (1) caratterizzazione della coppia d'attrito di primo distacco agente sul giunto cardanico;
- (2) determinazione delle caratteristiche inerziali del modulo d'assetto.

4.1 Caratterizzazione dell'attrito

Il moto rotazionale del modulo d'assetto è reso possibile dalla presenza del giunto cardanico il quale, progettato per minimizzare l'attrito agente ai giunti, permette di riprodurre con buona approssimazione le condizioni operative proprie dell'ambiente spaziale. Sebbene l'entità dei fenomeni dissipativi sia estremamente ridotta, la morfologia stessa del giunto implica l'azione, anche se minima, di coppie d'attrito.

Poiché lo spostamento angolare relativo all'asse di yaw permesso dal giunto non è in alcun modo limitato, contrariamente a quanto accade per gli assi di roll e pitch, si è scelto di caratterizzare le coppie d'attrito agenti in direzione z . La scelta effettuata, sebbene possa sembrare limitante, è supportata dal fatto che i cuscinetti utilizzati nelle tre direzioni sono uguali e pertanto in prima approssimazione si può supporre che il comportamento nelle tre direzioni sia lo stesso.

Le rotazioni attorno agli assi x e y sono impedito dall'applicazione al giunto di un apposito sistema di bloccaggio meccanico, realizzato mediante piastre in alluminio collegate alla struttura come mostrato in fig. 4.1.

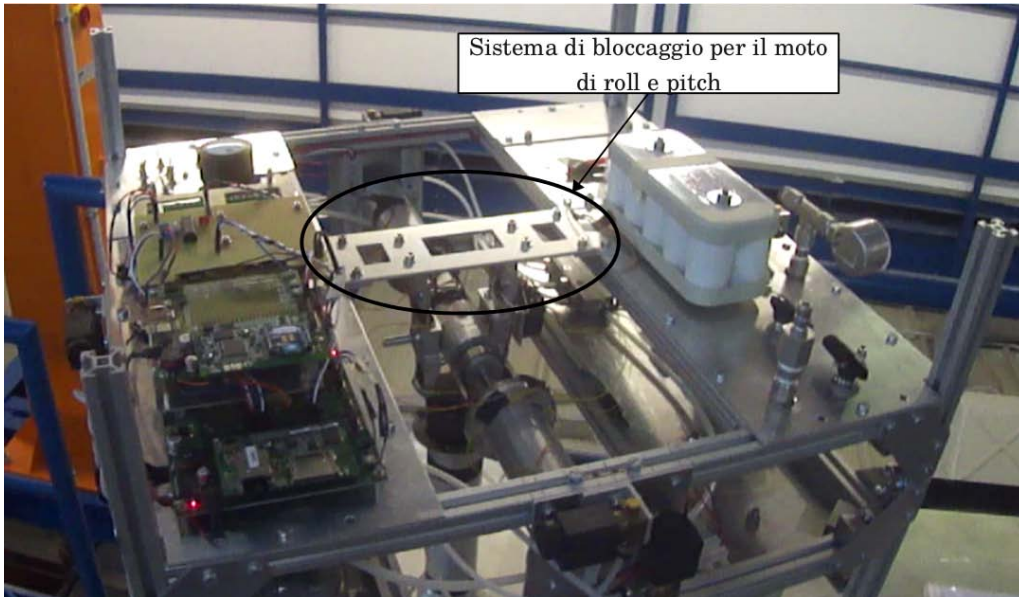


Figura 4.1: Sistema di bloccaggio per il moto di roll e pitch utilizzato per la caratterizzazione dell'attrito.

Per poter conoscere con precisione i valori delle coppie necessarie a vincere l'attrito di primo distacco si è sfruttato il sistema propulsivo di bordo controllato dal microcontrollore Rabbit: il test è stato pianificato in maniera tale da azionare i thrusters per ogni intervallo di controllo incrementando di volta in volta il tempo di apertura delle elettrovalvole di uno step δt noto. Fissato pertanto l'intervallo di aggiornamento del loop di controllo il valore della coppia erogata è stato determinato secondo la relazione 1.1, dove τ_{max} è stata determinata sperimentalmente e ha valore pari a $0.0216 Nm$ [8].

Il tempo nominale d'apertura delle elettrovalvole necessario ad ottenere il funzionamento a regime degli attuatori, secondo quanto riportato a catalogo dal produttore, è pari a $16 ms$. Sulla base di questo dato si è scelto di effettuare due test preliminari, rispettivamente con valori di δt pari a $20 ms$ e $15 ms$, per valutare se effettivamente la coppia erogata fosse sufficiente a dare inizio al moto del simulatore. Si sono effettuati quattro test per ognuno dei set di δt indicati e ogni test ha mostrato come al primo impulso erogato corrispondesse un atto di moto non nullo del sistema.

Per caratterizzare pertanto con la massima accuratezza il fenomeno, si è allestito un test nel quale il tempo di azionamento dei propulsori fosse incrementato di 1 ms ad ogni step di controllo, di durata $\Delta t = 0.5\text{ s}$. Anche per questo setup si è scelto di effettuare quattro test, i quali hanno fornito i risultati riassunti in tabella 4.1, dove con t si indica il tempo di apertura delle elettrovalvole necessario a innescare il moto, e con T il valore scalare della coppia corrispondente stimata.

| Test | t (ms) | T (Nm) |
|------|----------|----------------|
| 1 | 10 | ≤ 0.00432 |
| 2 | 8 | ≤ 0.00346 |
| 3 | 8 | ≤ 0.00346 |
| 4 | 11 | ≤ 0.00475 |

| VALORI MEDI | |
|----------------|--------------|
| \bar{t} (ms) | 9.25 |
| \bar{T} (Nm) | ≤ 0.004 |

Tabella 4.1: Risultati dei test per la caratterizzazione dell'attrito statico.
(t : tempo di apertura delle elettrovalvole, T : coppia erogata.)

I test effettuati evidenziano come l'erogazione di coppia da parte dei propulsori sia garantita anche per tempi di attuazione inferiori ai 16 ms necessari al funzionamento in regime stazionario. Sebbene i tempi di apertura delle elettrovalvole siano noti grazie all'elaborazione dei dati in fase di postprocessing, le coppie effettivamente erogate possono essere al più limitate superiormente: ciò è imputabile al fatto che in regime transitorio il valore effettivo di spinta non è noto e, utilizzando la relazione 1.1, è possibile stimare solamente in prima approssimazione il valore della coppia erogata.

Il valore della coppia di primo distacco risulta pertanto limitata superiormente dalla relazione:

$$\tau_{att,stat} \leq 0.004\text{ Nm}.$$

Il risultato ottenuto permette, se opportunamente implementato nel software di simulazione numerica, di ottenere previsioni più accurate del comportamento del simulatore reale.

La determinazione della coppia d'attrito statico agente al giunto rotazionale ha richiesto l'applicazione di una metodologia relativamente semplice e immediata.

Sebbene si siano effettuate prove finalizzate alla caratterizzazione dei coefficienti necessari a descrivere l'attrito dinamico agente sul sistema, una descrizione semplice del fenomeno è risultata impossibile a causa della dipendenza di questo da innumerevoli parametri (tra i quali la temperatura, la finitura superficiale del giunto ecc.). Il problema della caratterizzazione del fenomeno dell'attrito dinamico è ampio e

complesso e richiede una trattazione approfondita che si allontana dagli obiettivi del presente lavoro.

4.2 Determinazione delle caratteristiche inerziali

La determinazione delle caratteristiche inerziali del simulatore per il volo in formazione è un aspetto fondamentale nell'ottica della progettazione del controllo d'assetto a tre assi: la conoscenza della matrice d'inerzia espressa nelle coordinate della terna body permette infatti di caratterizzare la dinamica d'assetto del sistema.

Per eseguire la caratterizzazione inerziale del modulo d'assetto è necessario:

- (1) fare coincidere il centro di massa con il centro di rotazione del sistema per annullare le coppie gravitazionali agenti;
- (2) determinare attraverso opportuni metodi sperimentali i momenti d'inerzia del modulo d'assetto.

È possibile individuare alcune metodologie di indagine, consolidate e ampiamente usate nella pratica, per la determinazione delle caratteristiche inerziali di corpi di forma complessa. Allo scopo di individuare la tecnica più conveniente in relazione alle risorse a disposizione, si sono considerate principalmente tre possibili strade: la determinazione dell'inerzia attraverso lo sviluppo di modelli CAD, attraverso l'utilizzo di un pendolo trifilare o di un pendolo torsionale.

I software di modellazione tridimensionale forniscono risultati numerici tanto migliori quanto più accuratamente è stato riprodotto il sistema reale, non richiedono l'allestimento di particolari setup sperimentali ma generalmente forniscono risultati caratterizzati da precisioni non soddisfacenti.

L'utilizzo di un pendolo trifilare o di un pendolo torsionale, al contrario, richiede l'allestimento di un opportuno apparato sperimentale. I valori d'inerzia sono determinati a partire dalla misura del periodo d'oscillazione del sistema attorno ad un asse di rotazione. Tali metodologie, tendenzialmente, permettono di ottenere risultati migliori rispetto a quelli ricavati per via numerica.

Tra le alternative possibili si è scelto di adottare il metodo di misura basato sul pendolo torsionale, il quale permette di gestire con relativa semplicità il processo di misura. Nel seguito sarà presentata nel dettaglio la procedura seguita per la caratterizzazione inerziale e i risultati a cui ha condotto.

4.2.1 Bilanciamento delle masse

La procedura di bilanciamento delle masse del modulo d'assetto rappresenta una fase fondamentale per il corretto allestimento dell'apparato sperimentale. L'eliminazione delle coppie gravitazionali agenti sul simulatore è possibile solamente facendo coincidere il baricentro del sistema con il centro di rotazione dello stesso.

Sebbene siano stati adottati accorgimenti in fase di progettazione affinché la distribuzione delle masse fosse il più possibile simmetrica rispetto al centro di rotazione, la complessità e il numero dei sottosistemi di bordo ha reso impossibile la realizzazione di un sistema perfettamente bilanciato.

La procedura utilizzata per il bilanciamento delle masse ha sfruttato la costruzione di un sistema a leva: al modulo d'assetto, sganciato dallo stelo di supporto, è stata fissata una barra profilata il cui asse fosse esattamente posto al di sopra del centro geometrico del sistema. Le estremità della barra sono state appoggiate a due punte coniche in modo che il modulo d'assetto fosse sollevato dal piano orizzontale come mostrato in figura 4.2.

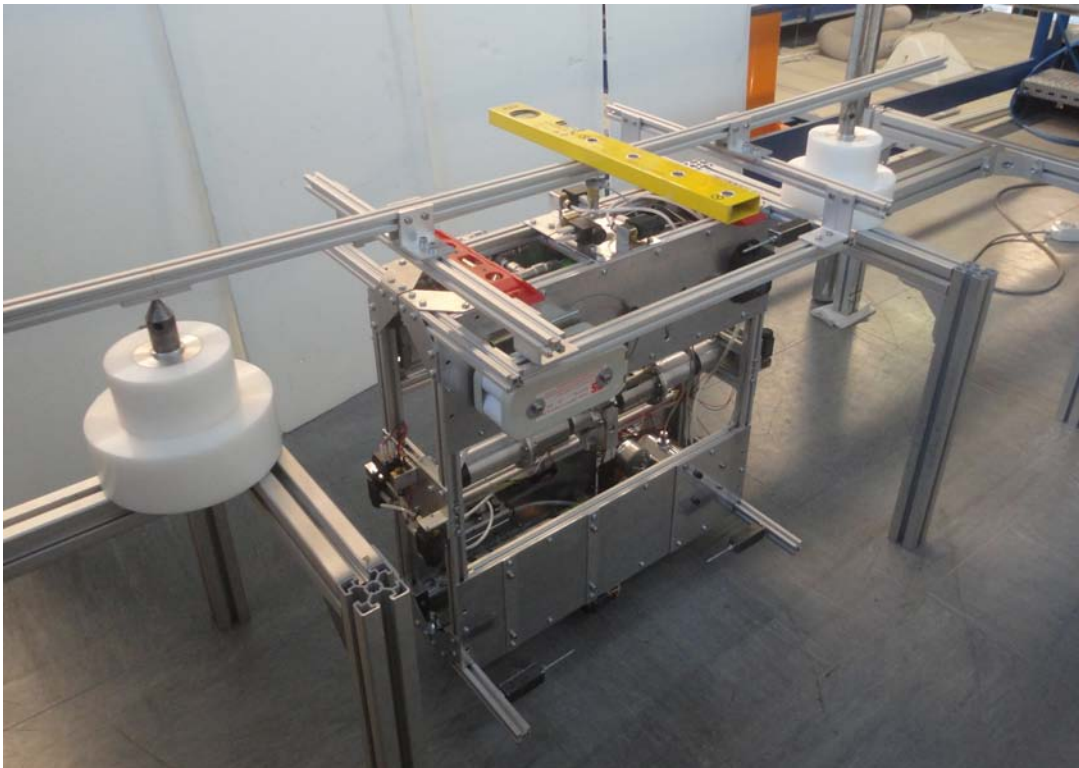


Figura 4.2: Sistema per il bilanciamento delle masse del modulo d'assetto.

Lo sbilanciamento delle masse del sistema si traduce in un angolo di inclinazione non nullo rispetto alla direzione verticale.

Attraverso l'applicazione di una quantità di massa nota si è modificata la posizione del baricentro del sistema in modo che questo fosse contenuto nel piano parallelo alla direzione verticale passante per il centro di rotazione. La quantità di massa necessaria al bilanciamento rispetto al piano considerato è stata fissata al modulo d'assetto attraverso l'impiego di barre filettate .

L'esecuzione della procedura presentata rispetto ai piani xy , xz e yz ha permesso di posizionare il centro di massa in corrispondenza del centro di rotazione del modulo d'assetto con buona accuratezza. Il sistema progettato per il bilanciamento ha mostrato sensibilità a coppie dell'ordine di $0.02 Nm$.

4.2.2 Misure d'inerzia tramite pendolo torsionale

La caratterizzazione inerziale del modulo d'assetto richiede la determinazione della matrice d'inerzia del sistema espressa in un'opportuna terna di riferimento.

Il pendolo torsionale, la cui configurazione sarà presentata nel dettaglio in sezione 4.2.4, permette di effettuare misure d'inerzia sulla base di una semplice applicazione della seconda equazione cardinale della dinamica.

Si consideri un generico corpo appeso ad un filo il cui asse passi per il centro di massa del sistema. Detto θ l'angolo che esprime la rotazione del sistema, l'equazione della dinamica può essere espressa come:

$$M = I\ddot{\theta}.$$

Se la reazione esercitata dal filo è di tipo elastico, il momento di richiamo può essere espresso come:

$$M_{el} = -k\theta.$$

Uguagliando le espressioni dei momenti, dopo qualche semplice passaggio, si ricava l'equazione differenziale del secondo ordine che descrive il moto libero del sistema:

$$\ddot{\theta} + \frac{k}{I} \theta = 0.$$

L'espressione, opportunamente manipolata, permette di esprimere il momento d'inerzia I rispetto a una generica direzione, in funzione del periodo di oscillazione T e della costante di elasticità torsionale k del filo:

$$I = \frac{k T^2}{4 \pi^2}. \quad (4.1)$$

La caratterizzazione inerziale del simulatore d'assetto richiede la determinazione dei sei parametri indipendenti che compaiono all'interno della matrice d'inerzia. Il problema può essere risolto mediante la soluzione di un sistema lineare di almeno sei equazioni in sei incognite. Poiché le equazioni della dinamica d'assetto del sistema sono espresse nelle coordinate della terna body, sarà conveniente esprimere il tensore d'inerzia rispetto tale terna.

Detto \hat{n} il versore che descrive la generica direzione di misura, espresso nelle coordinate della terna body, è possibile esprimere il momento d'inerzia misurato J_{mis} come combinazione lineare delle componenti della matrice d'inerzia:

$$\hat{n}_i \mathbf{I} \hat{n}_i^T = J_{mis,i} \quad (4.2)$$

nella quale \mathbf{I} è la matrice d'inerzia e rappresenta l'incognita del problema.

La conoscenza di almeno sei momenti d'inerzia, misurati rispetto sei differenti direzioni, permette di chiudere il problema determinando univocamente la matrice d'inerzia.

Nel caso in cui il numero di rilievi sperimentali sia superiore a sei, la soluzione del problema è possibile grazie all'applicazione di metodologie risolutive basate sulla minimizzazione degli scarti.

4.2.3 Analisi preliminare per l'esecuzione dei test d'inerzia

La scelta delle direzioni rispetto le quali effettuare le misure d'inerzia e il numero stesso delle misure risulta essere un fattore critico per quanto riguarda l'accuratezza dei risultati. Al fine di individuare la procedura ottimale per la determinazione sperimentale della matrice d'inerzia si è scelto di simulare numericamente il processo di misura con il fine di valutare, per diverse configurazioni, l'accuratezza attesa sul risultato finale.

Non avendo a disposizione alcun dato preciso sulla distribuzione delle masse del simulatore si è ipotizzata, secondo considerazioni di buonsenso, una matrice d'inerzia per il modulo d'assetto. Fissata una generica direzione di misura, individuata dal versore \hat{n} , si è ricavato mediante la soluzione dell'equazione 4.2 il valore J_{mis} atteso; tale valore è stato quindi "degradato" attraverso l'applicazione un errore random a media nulla e deviazione standard assunta nota a priori.

Detto r il numero delle misure simulate, è stato possibile risalire alle componenti della matrice d'inerzia del sistema risolvendo il sistema lineare espresso come:

$$[\mathbf{N}] J = J_{mis} \quad (4.3)$$

dove $\mathbf{N} \in \mathbb{R}^{r \times 6}$ è la matrice dei coefficienti costruita con le componenti dei versori delle direzioni di misura, e J è il vettore contenente le sei componenti incognite della matrice d'inerzia.

Nel caso in cui il sistema sia determinato, la soluzione prevede semplicemente l'inversione della matrice dei coefficienti; al contrario, nel caso in cui il sistema sia sovradeterminato, la soluzione viene ricavata grazie alla pseudoinversa della matrice N , esprimibile come $p(N) = (N^T N)^{-1} N^T$.

L'analisi delle prestazioni di misura attese è stata effettuata sulla base di due parametri:

- il numero di condizionamento della matrice dei coefficienti N ;
- la matrice di covarianza relativa al vettore J .

Il numero di condizionamento κ è definito come

$$\kappa(N) = \|N\| \|N^{-1}\| \geq 1 \quad (4.4)$$

ed esprime come gli errori sui dati sono amplificati nella soluzione: all'aumentare di κ la soluzione sarà via via meno precisa.

La matrice di covarianza M_J è definita come

$$M_J = (N^T N)^{-1} N^T \Sigma N (N^T N)^{-1} \quad (4.5)$$

dove Σ è la matrice diagonale nella quale compaiono le deviazioni standard relative delle misure.

Per semplicità si è assunto un valore della deviazione standard relativa pari a 0.04 (1σ) su tutte le misure.

La matrice di covarianza permette di estendere il concetto di varianza per problemi con dimensione maggiore di due e rappresenta la mutua correlazione tra le variabili coinvolte nel fenomeno. Nel caso in analisi la matrice è composta da 36 componenti ($M_J \in \mathbb{R}^6$), di cui 21 indipendenti, le quali sono espresse rispetto ad una base ortonormale di ordine sei per la quale le componenti del vettore J sono autovalori.

Al fine di rendere più agevole la comprensione dei risultati si è scelto di diagonalizzare la matrice di covarianza. Effettuando un cambio di base è possibile caratterizzare facilmente l'iperellissoide dell'errore relativo associato al processo di misura: agli autovalori della matrice di covarianza infatti corrispondono le dimensioni dei semiassi dell'iperellissoide, mentre ai relativi autovettori corrispondono le direzioni

dei semiassi stessi. Sebbene da un lato questa strategia faccia perdere di vista il significato fisico della matrice di covarianza, dall'altro caratterizza completamente l'incertezza di misura attraverso l'utilizzo di soli sei parametri.

La scelta delle direzioni ottimali per effettuare la caratterizzazione inerziale è stata effettuata sulla base di sette possibili configurazioni sperimentali, le quali si differenziano per direzione e numero delle misure.

| SETUP 1 | | |
|-----------|--------------|-------------------|
| 21 MISURE | ϕ (deg) | λ (deg) |
| | 0 | 0, 30, 45, 60, 90 |
| | 30 | 0, 30, 45, 60 |
| | 45 | 0, 30, 45, 60 |
| | 60 | 0, 30, 45, 60 |
| | 90 | 0, 30, 45, 60 |

| SETUP 2 | | |
|-----------|--------------|-------------------|
| 12 MISURE | ϕ (deg) | λ (deg) |
| | 0 | 0, 30, 45, 60, 90 |
| | 30 | 0 |
| | 45 | 0 |
| | 60 | 0 |
| | 90 | 0, 30, 45, 60 |

| SETUP 3 | | |
|----------|--------------|-----------------|
| 9 MISURE | ϕ (deg) | λ (deg) |
| | 0 | 0, 30, 45, 90 |
| | 90 | 0, 30, 45 |
| | 30, 45 | 0 |

| SETUP 4 | | |
|-----------|---------------------|-----------------------------|
| 15 MISURE | ϕ (deg) | λ (deg) |
| | 0 | 0, ± 30 , ± 45 , 90 |
| | 90 | 0, ± 30 , ± 45 |
| | ± 30 , ± 45 | 0 |

| SETUP 5 | | |
|-----------|--------------------------------|--|
| 21 MISURE | ϕ (deg) | λ (deg) |
| | 0 | 0, ± 30 , ± 45 , ± 60 , 90 |
| | 90 | 0, ± 30 , ± 45 , ± 60 |
| | ± 30 , ± 45 , ± 60 | 0 |

| SETUP 6 | | |
|----------|--------------|------------------|
| 9 MISURE | ϕ (deg) | λ (deg) |
| | 0 | 0, ± 45 , 90 |
| | 90 | 0, ± 45 |
| | ± 45 | 0 |

| SETUP 7 | | |
|-----------|---------------------|-----------------------------|
| 15 MISURE | ϕ (deg) | λ (deg) |
| | 0 | 0, ± 30 , ± 60 , 90 |
| | 90 | 0, ± 30 , ± 60 |
| | ± 30 , ± 60 | 0 |

Tabella 4.2: Prospetto riassuntivo delle direzioni di misura adottate in simulazione.
(ϕ : azimuth, λ : elevazione.)

In tabella 4.2 sono riportate, in termini di azimuth ϕ ed elevazione λ rispetto

alla terna body, le direzioni di misura scelte nella valutazione dei diversi setup.

L'analisi numerica effettuata sui sette setup considerati ha portato ai risultati mostrati in tabella 4.3.

| SETUP | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Autovalori ($\cdot 10^{-4}$) | 0.0090 | 0.3838 | 0.3972 | 0.0305 | 0.0492 | 0.1067 | 0.0582 |
| | 0.0352 | 0.0263 | 0.2456 | 0.0568 | 0.0229 | 0.0533 | 0.0320 |
| | 0.0379 | 0.1714 | 0.1916 | 0.0948 | 0.0492 | 0.1067 | 0.0582 |
| | 0.1676 | 0.1714 | 0.0358 | 0.0457 | 0.0320 | 0.0800 | 0.0533 |
| | 0.1541 | 0.0433 | 0.0532 | 0.0457 | 0.0320 | 0.0800 | 0.0533 |
| | 0.1595 | 0.0433 | 0.0708 | 0.0457 | 0.0320 | 0.0800 | 0.0533 |
| κ | 4.3208 | 3.8200 | 3.3296 | 1.7621 | 1.4676 | 1.4142 | 1.3484 |

Tabella 4.3: Risultati dello studio preliminare sulle misure d'inerzia.

Nell'ottica di determinare il setup sperimentale più conveniente per effettuare i test d'inerzia, si sono subito escluse le prime tre configurazioni le quali presentano numeri di condizionamento molto grandi e un range di variabilità degli autovalori troppo elevato.

Tra le rimanenti configurazioni, per le quali le prestazioni previste sono pressoché paragonabili, si è effettuata una scelta di compromesso la quale ha portato a individuare nel setup 6 la soluzione pratica più conveniente per l'esecuzione dei test in laboratorio. Esistono quattro ragioni fondamentali che hanno permesso di effettuare tale scelta:

- (1) il numero di misure necessarie alla determinazione della matrice d'inerzia è inferiore ai setup alternativi. Ciò permette di ridurre i tempi di test;
- (2) l'allestimento del setup risulta essere semplice;
- (3) gli autovalori della matrice di covarianza mostrano come non ci siano direzioni nello spazio delle soluzioni in cui l'errore sia marcatamente predominante;
- (4) il numero di condizionamento è sufficientemente prossimo al valore unitario. Ciò garantisce che il sistema lineare non sia malcondizionato.

Il setup 6 sarà pertanto riprodotto per l'esecuzione delle operazioni di caratterizzazione inerziale del modulo d'assetto con le modalità che saranno descritte nel seguito della trattazione.

4.2.4 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale allestito per l'esecuzione delle misure d'inerzia può essere suddiviso in due sottosistemi principali: la struttura e il sistema di acquisizione del periodo.

La struttura

Il sottosistema strutturale, necessario per l'esecuzione dei test, ha la funzione di sostenere il modulo d'assetto nell'orientazione spaziale desiderata e si compone di:

- un filo in acciaio a sezione circolare, di raggio 1 *mm* e lungo 1 *m*;
- un telaio di sostegno formato dall'opportuna giunzione di profilati e piastre in alluminio;
- un sistema di morsetti per il fissaggio delle estremità del filo al telaio e alla struttura di supporto;
- due puntatori laser solidali al telaio.

Il modulo d'assetto è agganciato al telaio, mediante collegamenti filettati, nell'orientazione desiderata. Il sistema così ottenuto viene fissato a una struttura di supporto mediante il filo in acciaio così che sia permessa la rotazione attorno alla direzione verticale. Il moto rotazionale del sistema, sospeso grazie al filo, è soggetto alla sola coppia di richiamo elastico esercitata dal filo stesso. I puntatori laser, fissati alle estremità del profilato superiore del telaio, proiettano un fascio luminoso in direzione del circuito elettrico di misura per la determinazione del periodo di oscillazione del sistema.

Gli elementi principali del sottosistema strutturale sono mostrati in figura 4.3 dove è possibile osservare, per una particolare configurazione, la disposizione degli elementi del sottosistema in questione.

A titolo esemplificativo sono riportate in figura 4.4 alcune configurazioni sperimentali adottate per l'effettuazione di misure d'inerzia; si noti come sia possibile, sfruttando diverse modalità costruttive del telaio, garantire un elevato numero di orientazioni di misura per il modulo d'assetto.

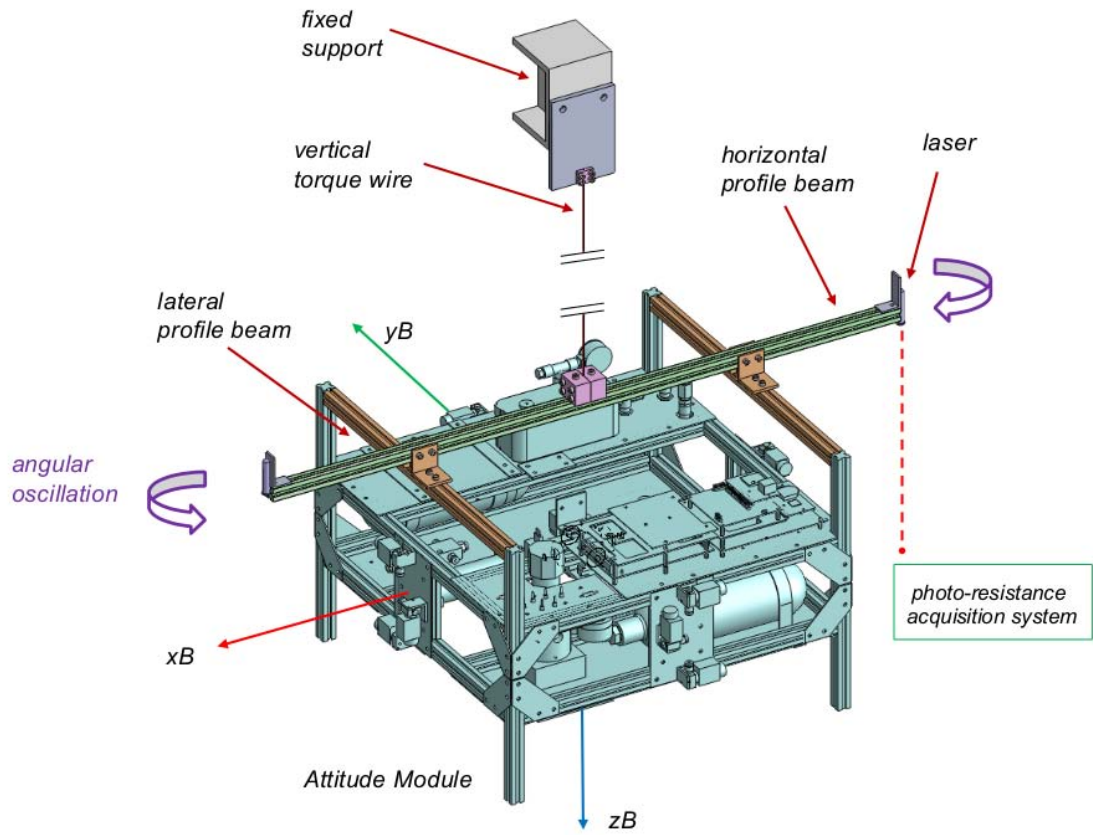


Figura 4.3: Sistema di misura d'inerzia.

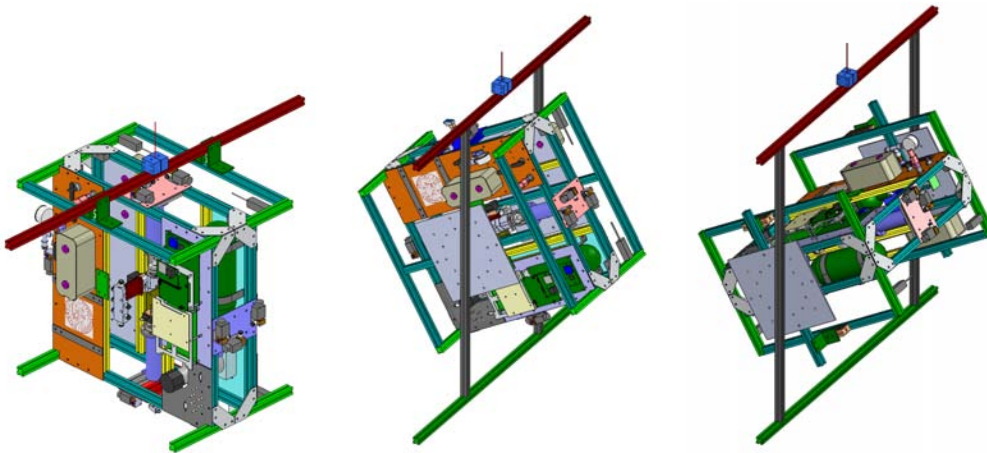


Figura 4.4: Esempi di configurazioni per l'esecuzione dei test d'inerzia.

Sistema di acquisizione del periodo

L'evoluzione del moto libero del pendolo torsionale presenta un comportamento ciclico caratterizzato da un periodo di oscillazione determinato dall'equazione:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}. \quad (4.6)$$

La determinazione sperimentale di tale parametro viene effettuata grazie ad un opportuno circuito elettrico di misura. La catena di misura si compone dei seguenti elementi:

- una fotoresistenza;
- una resistenza di misura;
- un microcontrollore Arduino Uno;
- un laptop.

Le fotoresistenze sono componenti caratterizzate da resistività decrescente all'aumentare della radiazione luminosa incidente. Il fascio luminoso proveniente dal puntatore laser, solidale al pendolo torsionale in moto, viene fatto passare ciclicamente sopra la fotoresistenza, la quale è inserita in un circuito elettrico come mostrato in figura 4.5. Il microcontrollore Arduino Uno fornisce una tensione di alimentazione per il circuito pari a $5V$ e effettua un'acquisizione della tensione misurata ai capi della resistenza R_m con frequenza di campionamento pari a $f_s = 50 Hz$.

Ad ogni passaggio del puntatore laser al di sopra dell'elemento sensibile del circuito, il sistema di lettura rileva un picco di tensione dovuto al crollo della resistività della fotoresistenza. I dati di misura sono inviati "in continuo" al laptop che li immagazina per il post-processing.

In figura 4.5 è mostrato il circuito di misura e il relativo schema elettrico.

Il periodo che effettivamente caratterizza l'oscillazione del pendolo torsionale viene determinato in fase di post-processing grazie a uno script Matlab dedicato. Ogni ciclo presenta due picchi, uno relativo al percorso di andata e uno di ritorno, così che il periodo sia misurato valutando il tempo che intercorre tra due picchi corrispondenti.

In figura 4.6 è riportato a titolo esemplificativo l'andamento della tensione misurata dal microcontrollore, in cui è possibile osservare i picchi di tensione che si distinguono nettamente dal rumore di fondo. L'elaborazione dei risultati ottenuti in termini di tensione misurata sono processati successivamente per determinare il valore medio del periodo di oscillazione e la deviazione standard della misura.

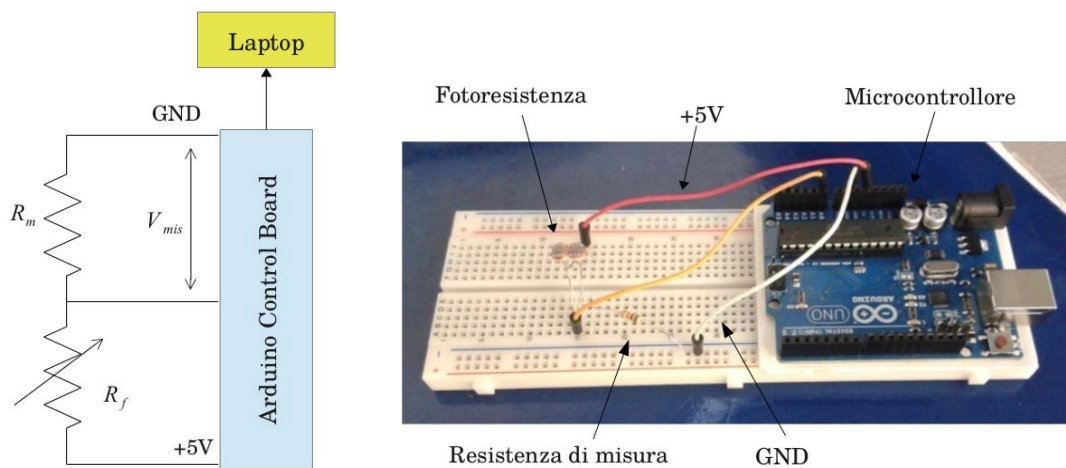


Figura 4.5: Schema elettrico e circuito elettrico per l'acquisizione del periodo.

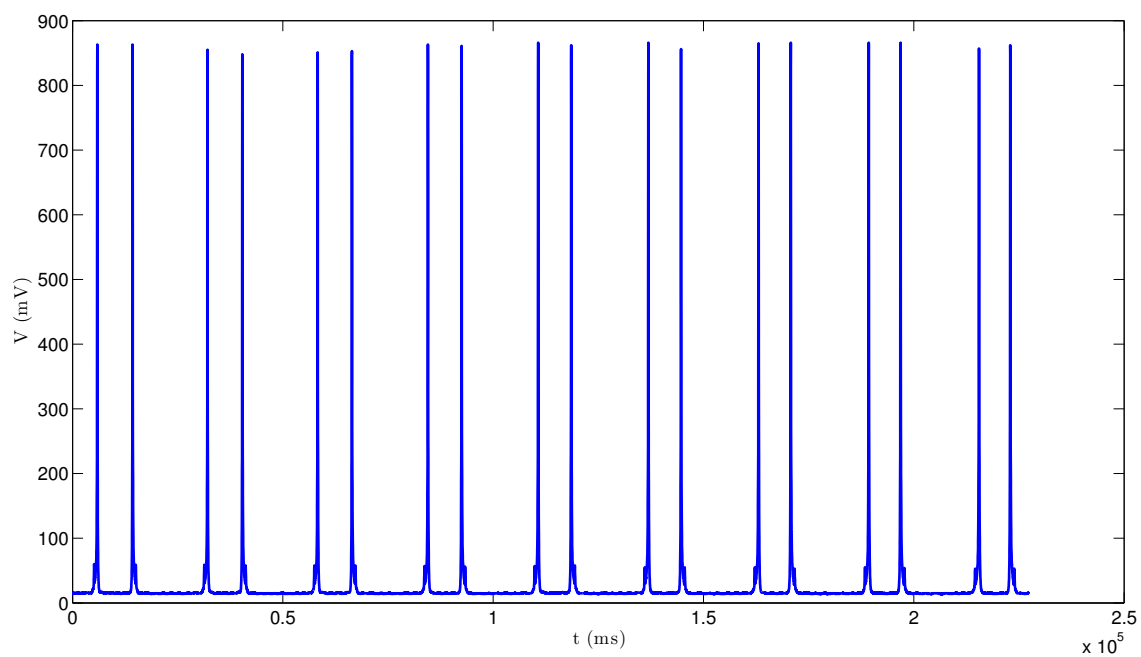


Figura 4.6: Tensione misurata nel processo di determinazione del periodo (esempio).

4.2.5 Risultati

I test eseguiti in laboratorio per la caratterizzazione inerziale del modulo d'assetto sono stati effettuati secondo le direzioni di misura determinate con l'analisi preliminare presentata in sezione 4.2.3.

Al fine di mediare gli effetti di disturbo dovuti a eventuali oscillazioni indesiderate del sistema si sono effettuati per ogni configurazione due test.

Attraverso la relazione 4.1 sono stati determinati, per ogni direzione di misura, il momento d'inerzia del sistema completo, composto dal modulo d'assetto e dal telaio di supporto, e quello della struttura.

Il valore della rigidezza torsionale del filo, determinata sperimentalmente come descritto in [8], è pari a:

$$k = 0.109 \pm 0.001 \text{ Nm/rad.}$$

L'inerzia effettiva del modulo d'assetto (AM) è stata pertanto determinata, per sottrazione, a partire dai valori determinati in fase di test:

$$I_{AM} = I_{tot} - I_{frame}. \quad (4.7)$$

In tabella 4.4 sono riassunti i risultati a cui ha condotto l'indagine sperimentale.

| ϕ (deg) | λ (deg) | I_{tot} (kg m ²) | I_{frame} (kg m ²) | I_{AM} (kg m ²) |
|--------------|-----------------|-----------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| 0 | 0 | 1.6956 | 0.8105 | 0.8851 |
| 90 | 0 | 1.2333 | 0.4573 | 0.7760 |
| 0 | 90 | 1.8198 | 0.3985 | 1.4213 |
| 45 | 0 | 1.1494 | 0.4284 | 0.7210 |
| -45 | 0 | 1.3619 | 0.4290 | 0.9329 |
| 0 | 45 | 1.9456 | 0.7936 | 1.1520 |
| 0 | -45 | 1.9390 | 0.7936 | 1.1454 |
| 90 | 45 | 1.8879 | 0.7936 | 1.0943 |
| 90 | -45 | 1.8897 | 0.7936 | 1.0961 |

Tabella 4.4: Risultati dei test di misura d'inerzia.
(ϕ : azimuth, λ : elevazione.)

La soluzione del sistema lineare 4.3 permette di determinare, a partire dai valori d'inerzia determinati per via sperimentale, la matrice d'inerzia espressa nelle

coordinate della terna body, la quale risulta essere pari a:

$$I = \begin{bmatrix} 0.8823 & -0.1060 & 0.0033 \\ -0.1060 & 0.7739 & -0.0009 \\ 0.0033 & -0.0009 & 1.4186 \end{bmatrix} (kg m^2). \quad (4.8)$$

Analisi dell'incertezza

La procedura sperimentale che ha portato alla determinazione della matrice d'inerzia del modulo d'assetto introduce un errore sui risultati ottenuti: tale contributo è il risultato della propagazione degli errori di misura sulla rigidezza torsionale k del filo d'acciaio e della dispersione dei tempi di oscillazione del pendolo torsionale.

Poiché i momenti d'inerzia sono determinati attraverso una misura indiretta, l'errore di misura complessivo è determinato grazie alla legge di propagazione dell'incertezza. Assumendo che le misure effettuate con il pendolo torsionale siano tra loro non correlate, l'incertezza è determinata dall'equazione:

$$i_c = \sqrt{\sum_{i=1}^p \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot i_i \right)^2}. \quad (4.9)$$

In tabella 4.5 sono riportati i valori della deviazione standard σ_T del periodo di oscillazione del pendolo torsionale e l'incertezza complessiva σ_{AM} , stimata attraverso l'equazione 4.9, sui momenti misurati.

| ϕ (deg) | λ (deg) | $\sigma_{T,tot}$ (s) | $\sigma_{T,frame}$ (s) | σ_{AM} (kg m ²) |
|--------------|-----------------|----------------------|------------------------|------------------------------------|
| 0 | 0 | 0.078 | 0.034 | 0.0269 |
| 90 | 0 | 0.109 | 0.035 | 0.0219 |
| 0 | 90 | 0.037 | 0.073 | 0.0236 |
| 45 | 0 | 0.024 | 0.027 | 0.0152 |
| -45 | 0 | 0.071 | 0.029 | 0.0196 |
| 0 | 45 | 0.063 | 0.051 | 0.0288 |
| 0 | -45 | 0.072 | 0.051 | 0.0293 |
| 90 | 45 | 0.070 | 0.051 | 0.0288 |
| 90 | -45 | 0.078 | 0.051 | 0.0293 |

Tabella 4.5: Risultati dell'analisi di incertezza nel processo di misura d'inerzia.
(ϕ : azimuth, λ : elevazione.)

Dall'analisi dell'errore è emerso come il contributo predominante sull'errore di misura sia attribuibile all'incertezza sulla stima di k : supponendo di dimezzare l'errore sulla rigidità torsionale del filo l'errore sui momenti risulta ridotto circa del 30%.

Attraverso l'equazione 4.5 è stata determinata la matrice di covarianza relativa al vettore costruito con le componenti della matrice d'inerzia, espresso nella forma:

$$J = \{I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}\}^T$$

La matrice di covarianza che caratterizza l'accuratezza del processo di misura è pari a:

$$M_J = \begin{bmatrix} 0.372 & -0.121 & -0.047 & -0.017 & -0.004 & 0.002 \\ -0.121 & 0.298 & -0.029 & -0.017 & 0.002 & -0.004 \\ -0.047 & -0.029 & 0.361 & 0.009 & -0.004 & -0.004 \\ -0.017 & -0.017 & 0.009 & 0.154 & 0 & 0 \\ -0.004 & 0.002 & -0.004 & 0 & 0.423 & 0 \\ 0.002 & -0.004 & -0.004 & 0 & 0 & 0.423 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} (kg^2m^4) \quad (4.10)$$

la quale risulta essere in linea con le stime sull'incertezza ottenuti nell'analisi preliminare, e fornisce stime percentuali sull'errore commesso nella determinazione della matrice d'inerzia prossime al 2%, con un fattore di copertura pari a 1.

4.3 Conclusioni

Nel presente capitolo è stata presentata la procedura sperimentale adottata per la caratterizzazione del modulo d'assetto.

L'indagine condotta sui parametri d'attrito ha permesso di stimare il valore della coppia di primo distacco e l'entità della spinta minima erogata dai propulsori, mentre la metodologia per la caratterizzazione inerziale del sistema ha permesso di determinare la matrice d'inerzia del simulatore con un livello di incertezza non superiore al 2%.

I risultati presentati sono stati fondamentali per la simulazione numerica delle manovre d'assetto e per la corretta implementazione degli algoritmi di controllo sul sistema reale.

Capitolo 5

Test di controllo d'assetto

L'esecuzione di manovre d'assetto a tre assi rappresenta lo step conclusivo del presente elaborato e permette, sulla base dell'analisi delle prestazioni di manovra, di valutare l'efficacia del controllore progettato e la validità della procedura sperimentale adottata nella caratterizzazione del sistema reale.

Nel presente capitolo saranno presentati i risultati sperimentali ottenuti per l'esecuzione di manovre d'assetto a tre assi, in particolare confrontando il comportamento reale con quello previsto in sede di simulazione numerica.

5.1 Programma dei test

L'esecuzione dei test di controllo d'assetto ha come obiettivo principale il soddisfacimento dei requisiti di manovra già presentati in tabella 3.2 e riportati per completezza nel seguito.

| MANOVRA CON INGRESSO A GRADINO | |
|---------------------------------------|-----------------|
| Rising time | $\leq 10 s$ |
| Settling time | $\leq 30 s$ |
| Overshoot | $\leq 10\%$ |
| Errore a regime | $\leq 0.5 deg$ |
| MANOVRA DI RIPUNTAMENTO | |
| Errore in fase di manovra | $\leq 2 deg$ |
| Errore a regime | $\leq 0.5 deg;$ |

Tabella 5.1: Requisiti di manovra.

Al fine di caratterizzare il comportamento del sistema controllato e di valutare l'efficacia delle scelte progettuali effettuate nella realizzazione del sistema, è stata pianificata una sessione sperimentale composta di sei test come mostrato in tabella 5.2.

| Test number | Formulazione del controllore | Obiettivo del test |
|-------------|------------------------------|---|
| 1.1 | Continua | Reiezione dei disturbi |
| 1.2 | Discreta | |
| 2.1 | Continua | Esecuzione di una manovra d'assetto con set point fisso |
| 2.2 | Discreta | |
| 3.1 | Continua | Esecuzione di una manovra di ripuntamento |
| 3.2 | Discreta | |

Tabella 5.2: Programma dei test di manovra.

É possibile identificare tre tipologie di manovra, ognuna delle quali è stata eseguita secondo una delle due possibili formulazioni del controllore, a tempo continuo o a tempo discreto, come già discusso nel capitolo 2.

5.2 Test 1. Reiezione dei disturbi

I test finalizzati alla reiezione dei disturbi sono stati condotti con finalità diagnostiche e hanno permesso di verificare la stabilità del sistema in presenza di disturbi, l'affidabilità del programma del microcontrollore e la corretta gestione della comunicazione con il laptop.

Il riferimento cinematico per il modulo d'assetto, per tale tipologia di test, è stato definito imponendo valori nulli sia in termini di posizione che di velocità angolare:

$$\begin{aligned}
 \phi_{ref} &= 0 & \omega_{X,ref} &= 0 \\
 \theta_{ref} &= 0 & \omega_{Y,ref} &= 0 \\
 \psi_{ref} &= 0 & \omega_{Z,ref} &= 0.
 \end{aligned}$$

I disturbi esterni agenti sul sistema controllato sono invece stati introdotti in maniera arbitraria viste le finalità qualitative dell'indagine.

In figura 5.1 e 5.2 è riportato il profilo angolare dei sistemi controllati rispettivamente con il regolatore PD e con quello PID.

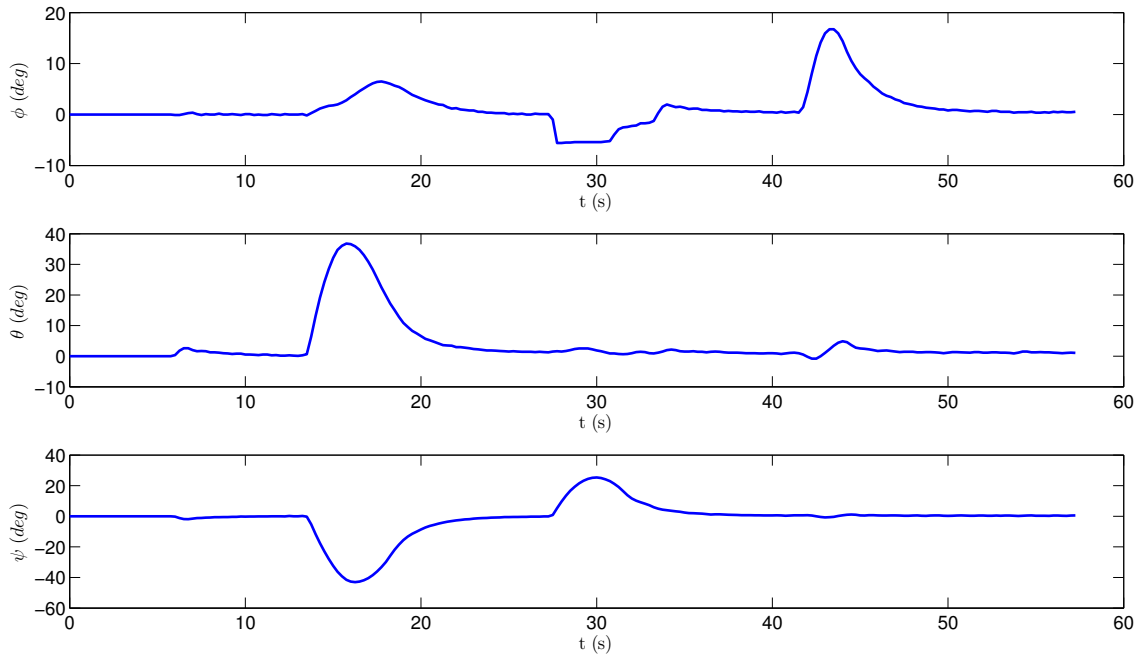


Figura 5.1: Test 1.1. Angoli di Eulero per reiezione dei disturbi con regolatore PD a tempo continuo.

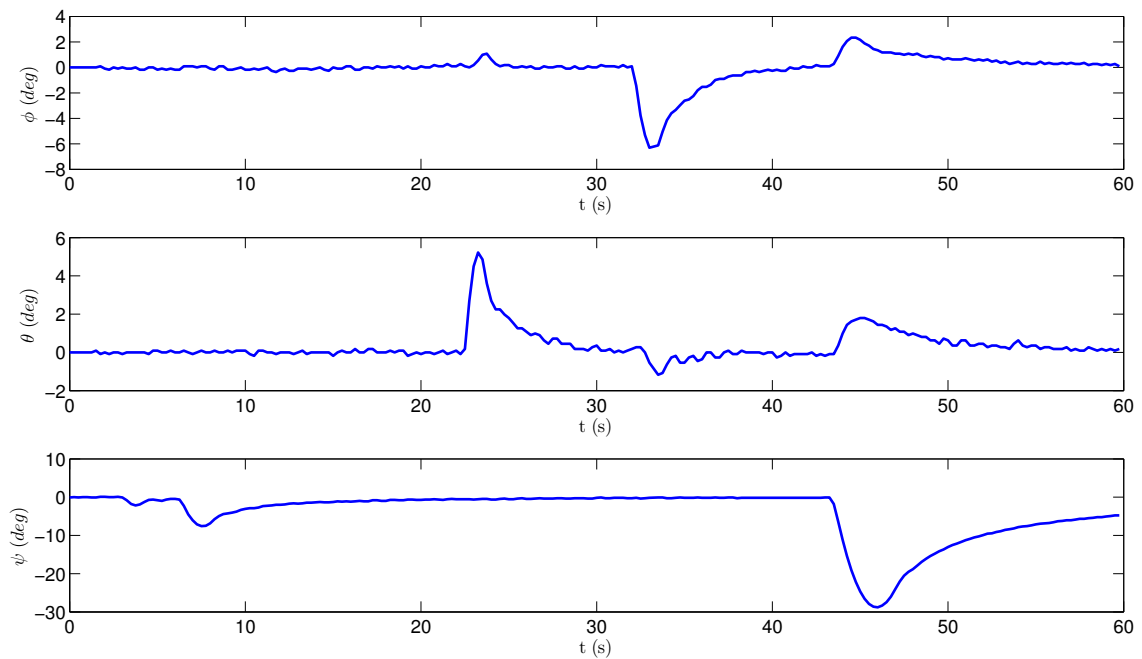


Figura 5.2: Test 1.2. Angoli di Eulero per reiezione dei disturbi con regolatore PID a tempo discreto.

Nei grafici riportati ad ogni brusco incremento dello spostamento angolare corrisponde una coppia di disturbo applicata, la quale viene contrastata da un'opportuna azione di controllo calcolata dal microcontrollore. Il sistema di controllo garantisce il ripristino dell'assetto alla configurazione desiderata in tempi contenuti e mostrando un comportamento stabile.

I due test effettuati hanno permesso di:

- validare gli algoritmi di controllo implementati nel microcontrollore;
- verificare la correttezza del protocollo di comunicazione per lo scambio di dati tra il microcontrollore e il laptop.

La corretta esecuzione delle prove appena descritte ha permesso di effettuare in sicurezza i test 2 e 3.

5.3 Test 2. Manovra con ingresso a gradino

L'esecuzione di una manovra con ingresso a gradino è stata effettuata adottando il riferimento angolare già utilizzato in fase di simulazione numerica ed espresso in termini di angoli di Eulero come:

$$\phi_{ref} = 5 \text{ deg} \qquad \theta_{ref} = -7.5 \text{ deg} \qquad \psi_{ref} = 25 \text{ deg}.$$

L'intervallo di aggiornamento del loop di controllo e di lettura dei sensori è stato fissato a $\Delta t = 0.250 \text{ s}$.

I risultati di manovra ottenuti sperimentalmente sono presentati nel seguito, in relazione alle prestazioni previste in simulazione numerica.

Test 2.1. Regolatore PD a tempo continuo

L'esecuzione della manovra d'assetto con ingresso a gradino è stata effettuata sintonizzando il regolatore PD con i guadagni presentati in tabella 3.3 e già utilizzati nella fase di simulazione numerica.

In figura 5.5 è possibile osservare il profilo di manovra reale (in nero) in relazione all'andamento previsto in simulazione (rosso).

Le prestazioni di manovra sono riportate in tabella 5.3, nella quale sono messi a confronto i risultati ottenuti in simulazione e in fase di test.

La manovra effettuata dal modulo d'assetto è caratterizzata da prestazioni che si discostano parzialmente da quelle previste.

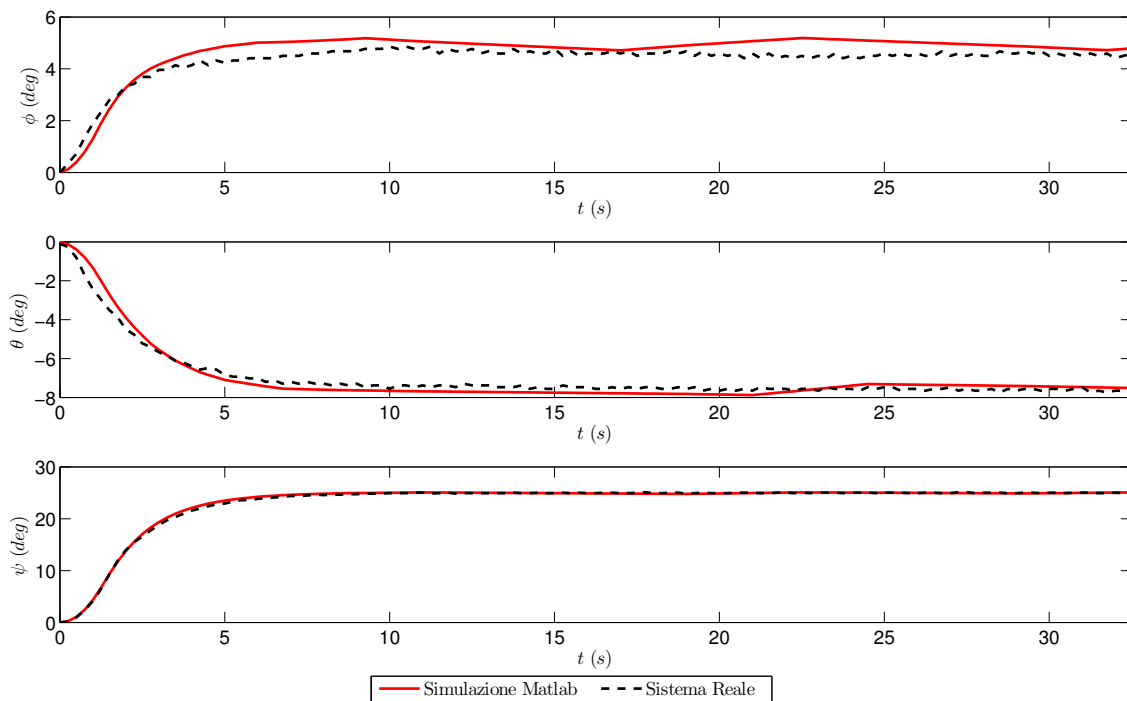


Figura 5.3: Test 2.1. Profilo angolare di manovra.

| | Asse x | | Asse y | | Asse z | |
|------------------------|--------|--------|--------|---------|----------|---------|
| | Sim | Test | Sim | Test | Sim | Test |
| Rising time | 3.15 s | 6.40 s | 3.61 s | 4.41 s | 3.47 s | 3.79 s |
| Settling time | / | / | / | 5.71 s | 5.29 s | 7.52 s |
| Overshoot | 3.78% | 0.0% | 5.05% | 3.20% | 0.32% | 0.44% |
| Errore a regime | / | / | / | 0.2 deg | 0.08 deg | 0.1 deg |

Tabella 5.3: Prestazioni di manovra del sistema reale: ingresso a gradino, controllo a tempo continuo. Confronto tra prestazioni ottenute in fase di test e in simulazione.

Il moto sui tre assi presenta un tempo di salita superiore a quello stimato attraverso la simulazione numerica: ciò è imputabile all'azione dell'attrito che perturba parzialmente il moto del modulo d'assetto.

Le prestazioni di manovra relative all'asse di roll sono quelle che maggiormente si discostano dalle previsioni. L'azione delle coppie d'attrito al giunto frenano il sistema facendo sì che l'angolo effettivo si attesti ad un valore leggermente inferiore a quello atteso; sebbene l'azione di controllo sia diversa da zero per tutto il tempo di manovra, come mostrato in figura 5.4, il sistema presenta un bias che non può essere eliminato data l'assenza del contributo integrale.

La manovra effettuata indica che i requisiti di manovra non sono stati soddisfatti

per il moto attorno all'asse x.

É lecito supporre che analisi più accurate sull'attrito possano permettere di migliorare le performance di manovra: una maggiore accuratezza delle simulazioni numeriche infatti porterebbe a una sintonizzazione del controllore tale da incrementare l'accuratezza della manovra stessa.

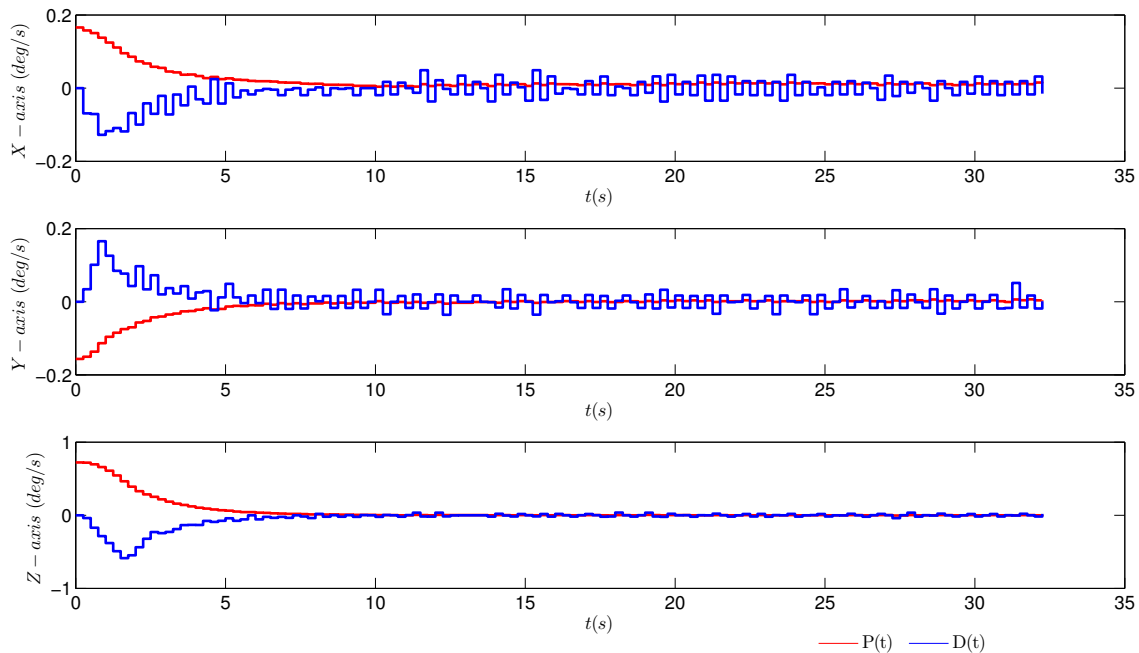


Figura 5.4: Test 2.1. Azioni di controllo calcolate.

Test 2.2. Regolatore PID a tempo discreto

L'esecuzione della manovra d'assetto con ingresso a gradino è stata effettuata sintonizzando il regolatore PID con i guadagni presentati in tabella 3.5 e già utilizzati nella fase di simulazione numerica.

In figura 5.5 è possibile osservare il profilo di manovra reale (in nero) in relazione all'andamento previsto in simulazione (rosso).

In tabella 5.4 sono riportati i parametri prestazionali ottenuti in fase di test e di simulazione numerica.

Dall'analisi del moto sui tre assi risulta evidente come il comportamento reale del sistema controllato sia previsto con ottima accuratezza dal software di simulazione. I parametri prestazionali di manovra si discostano di quantità molto ridotte dai valori attesi: la tendenza mostrata è tuttavia giustificata dall'azione delle coppie d'attrito le quali, tuttavia, non sono tali da degradare il comportamento del sistema controllato.

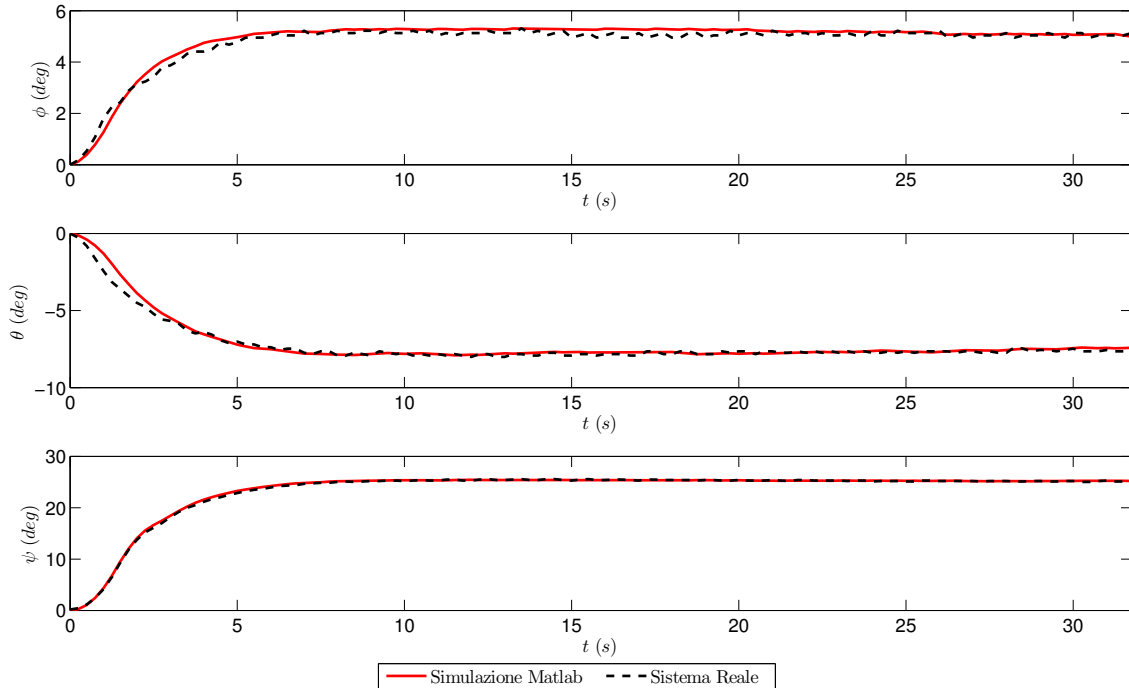


Figura 5.5: Test 2.2. Profilo angolare di manovra.

| | Asse x | | Asse y | | Asse z | |
|------------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
| | Sim | Test | Sim | Test | Sim | Test |
| Rising time | 2.95 s | 3.78 s | 3.58 s | 3.90 s | 3.74 s | 3.98 s |
| Settling time | 3.51 s | 4.25 s | 4.68 s | 13.01 s | 6.36 s | 15.59 s |
| Overshoot | 6.13% | 6.20% | 5.38% | 6.80% | 1.73% | 2.24% |
| Errore a regime | 0.03 deg | 0.1 deg | 0.08 deg | 0.1 deg | 0.09 deg | 0.1 deg |

Tabella 5.4: Prestazioni di manovra del sistema reale: ingresso a gradino, controllo a tempo discreto. Confronto tra prestazioni ottenute in fase di test e in simulazione.

Un'osservazione è d'obbligo per il comportamento relativo moto di pitch: il tempo necessario affinché l'errore si attesti a un valore inferiore a 0.5 deg denota la presenza di oscillazioni del sistema causate dal disallineamento tra il centro di rotazione e il centro di massa.

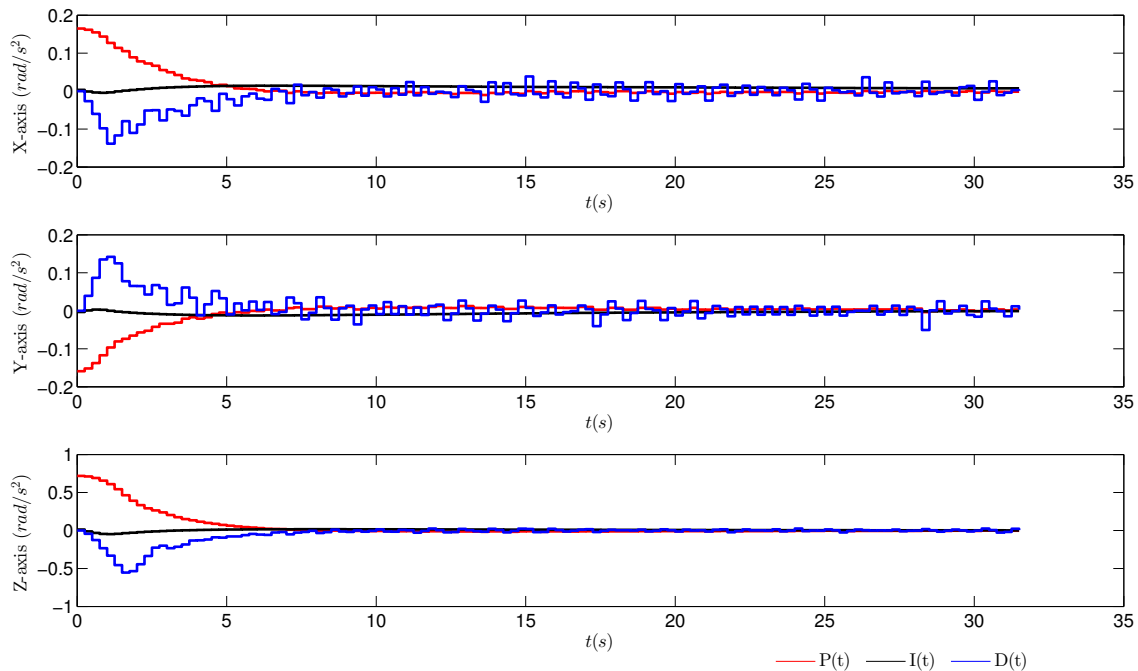


Figura 5.6: Test 2.2. Profilo delle azioni di controllo calcolate.

L'andamento delle azioni di controllo calcolate, mostrate in figura 5.6, evidenzia come la coppia erogata sia rumorosa. Sebbene il contributo proporzionale e integrale tendano ad assestarsi a un valore nullo in prossimità dell'assetto obiettivo, il contributo derivativo mostra un comportamento oscillante per tutto il tempo di manovra. Tale comportamento è dovuto alla strategia utilizzata per stimare la velocità angolare del modulo d'assetto a partire dalle misure angolari effettuate con gli encoder. L'implementazione nel futuro di algoritmi di navigazione più sofisticati dovrebbe permettere l'eliminazione del rumore della coppia.

La presenza del contributo integrale dell'azione di controllo stabilizza il moto del simulatore e permette di abbattere l'errore a regime fino a valori prossimi alla risoluzione degli encoder.

5.4 Test 3. Manovra di ripuntamento

L'esecuzione di una manovra di ripuntamento è stata effettuata adottando il riferimento angolare presentato in sezione 3.3.2 e derivante dalla soluzione del problema di minimizzazione vincolata finalizzato all'ottimizzazione dei consumi di propellente.

L'intervallo di aggiornamento dei processi del microcontrollore è stato fissato a $\Delta t = 0.250$ s.

I risultati di manovra ottenuti in fase di test saranno presentati nel seguito.

Test 3.1. Regolatore PD a tempo continuo

L'esecuzione della manovra di ripuntamento è stata effettuata sintonizzando il regolatore PD con i guadagni presentati in tabella 3.8 e già utilizzati nella fase di simulazione numerica.

Il profilo di manovra ottenuto in fase di test è riportato in figura 5.7, nella quale è possibile osservare come il moto sui tre assi segua i profili di manovra stabiliti in fase preliminare e riportati in figura 3.10.

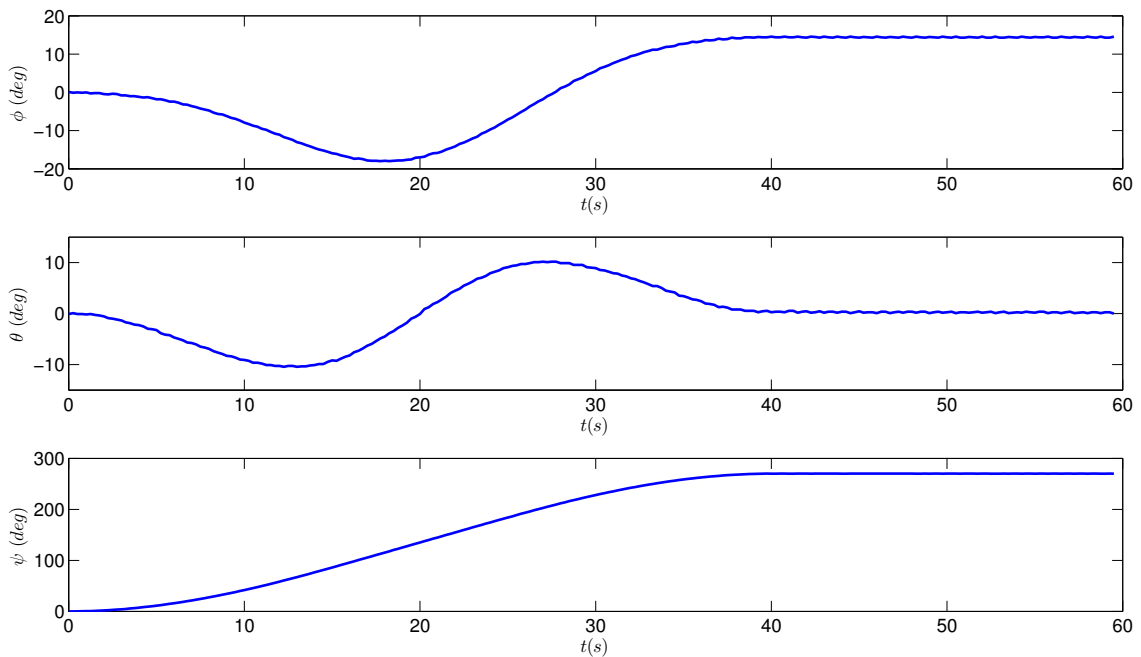


Figura 5.7: Test 3.1. Manovra di ripuntamento: profilo angolare reale.

Poiché la valutazione delle prestazioni di manovra viene effettuata in relazione all'errore di puntamento, si riportano in figura 5.8 i profili d'errore relativi al moto sui tre assi, espresso in termini di angoli di Eulero.

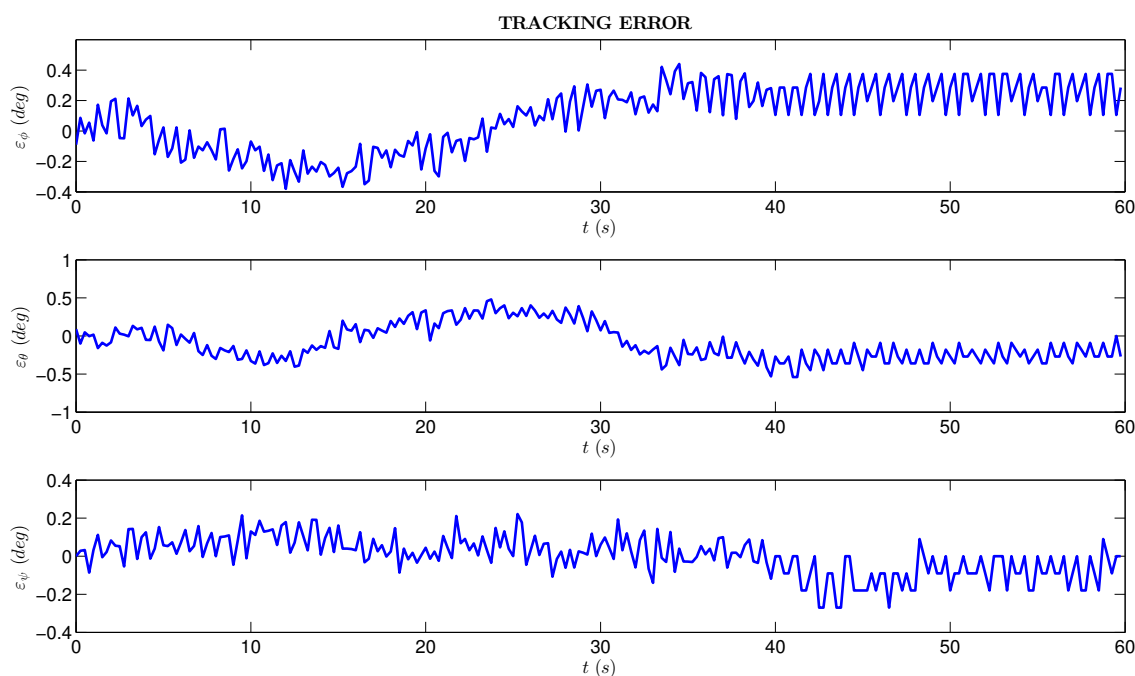


Figura 5.8: Test 3.1. Errore di puntamento.

Il profilo dell'errore mostra come lo scostamento dalla posizione di riferimento sui tre assi sia mantenuto, per tutto il tempo di manovra, ad un valore inferiore a 0.5 deg soddisfacendo con ampio margine i requisiti di manovra.

L'andamento dell'errore previsto dal software di simulazione trova conferma sperimentale nel test effettuato.

L'andamento della coppia di controllo erogata e delle azioni di controllo calcolate è mostrato rispettivamente nelle figure 5.9 e 5.10.

Sebbene la traiettoria di riferimento sia stata definita così da minimizzare il consumo di propellente nel processo di acquisizione dell'assetto desiderato, l'analisi dell'andamento delle azioni di controllo indica un'erogazione molto rumorosa di coppia, la quale si traduce inevitabilmente in consumi elevati. L'errore di puntamento rimane contenuto per tutto il tempo di manovra, così che il contributo proporzionale si mantiene molto piccolo; gli algoritmi di navigazione utilizzati per stimare la velocità angolare del sistema, sebbene permettano di eseguire con ottima accuratezza manovre d'assetto, si rivelano essere inadeguati nell'ottica dell'ottimizzazione del consumo di propellente.

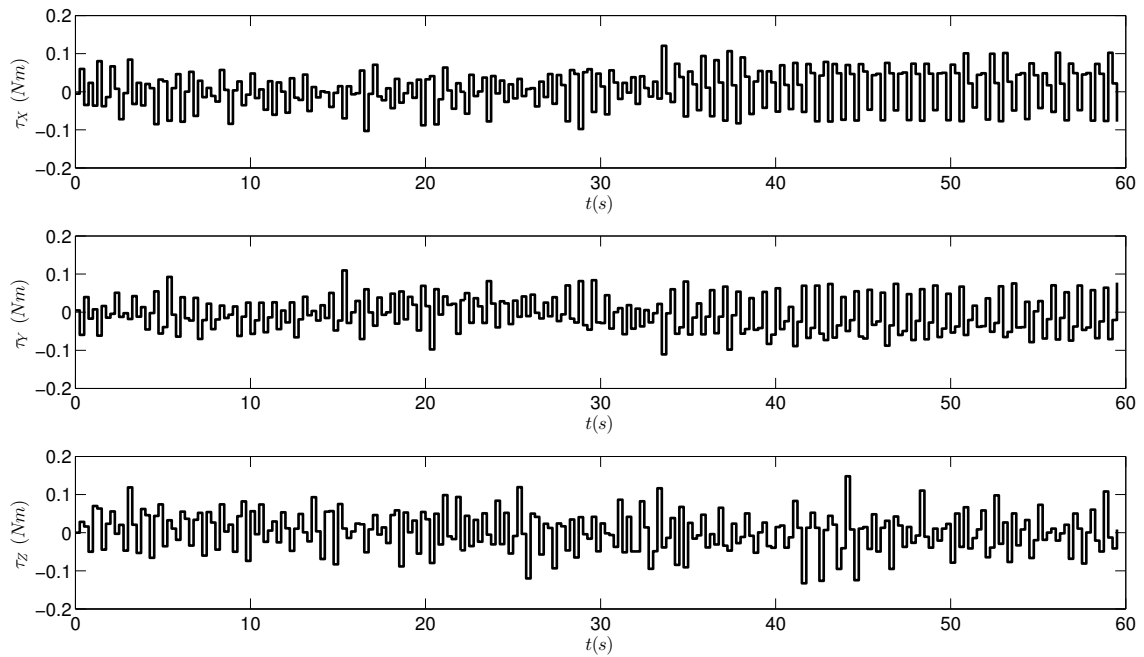


Figura 5.9: Test 3.1. Coppie di controllo erogate.

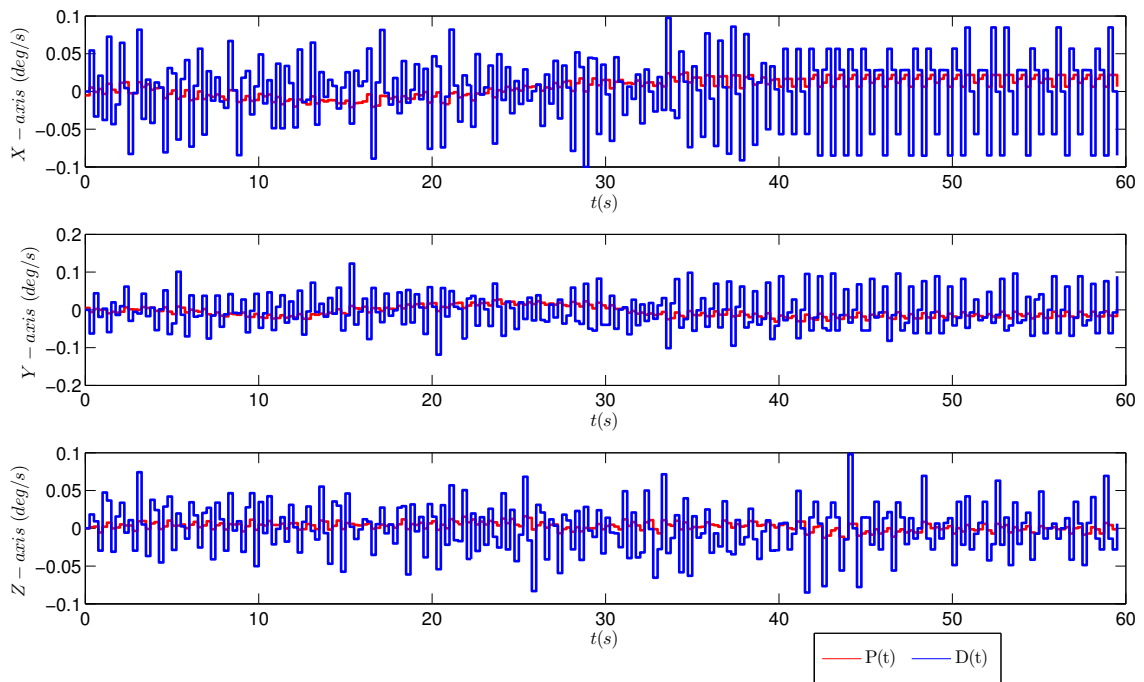


Figura 5.10: Test 3.1. Azioni di controllo calcolate.

Test 3.2. Regolatore PID a tempo discreto

L'esecuzione della manovra di ripuntamento è stata effettuata sintonizzando il regolatore PID con i guadagni presentati in tabella 3.9 e già utilizzati nella fase di simulazione numerica.

Si è scelto di non riportare il profilo angolare di manovra ottenuto in fase di test perché, essendo questo molto simile a quello mostrato in figura 5.8, non introduce nessun elemento di novità nella trattazione.

Più interessante è rivolgere l'attenzione all'errore di puntamento sui tre assi, il cui andamento è mostrato in figura 5.11, così da poter valutare l'accuratezza della strategia di controllo.

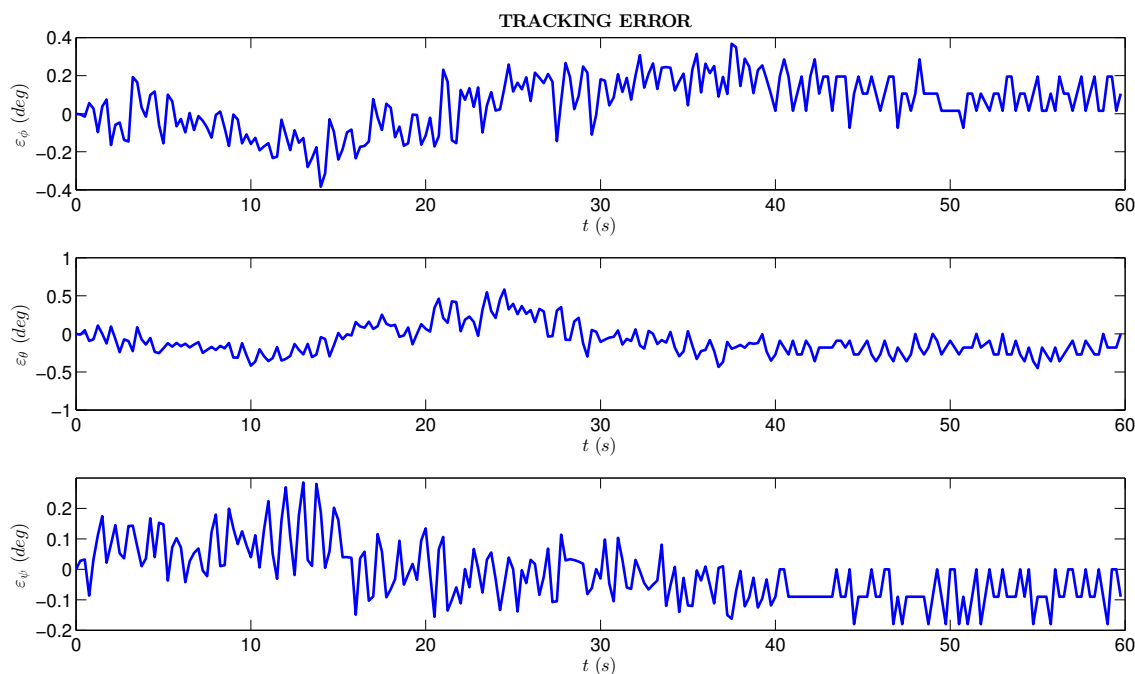


Figura 5.11: Test 3.2. Errore di puntamento.

Come per il test 3.1 l'errore di puntamento rimane inferiore a 0.5 deg per tutto l'intervallo di manovra, garantendo il soddisfacimento dei requisiti posti in fase preliminare.

I benefici forniti dall'azione integrativa sono evidenti soprattutto se si analizza il comportamento del sistema per $t \geq 40 \text{ s}$, ovvero nel momento in cui la manovra è stata ultimata: l'errore di puntamento negli istanti finali del test risulta essere inferiore rispetto a quello relativo al test 3.1.

In figura 5.12 è mostrato l'andamento delle coppie di controllo erogate sui tre assi. È possibile osservare come i profili di coppia siano caratterizzati da un andamento

particolarmente rumoroso che, causato dal contributo derivativo del controllo, implica consumi di propellente maggiori rispetto a quelli previsti in fase di simulazione numerica. Sebbene vi siano differenze tra il profilo teorico di coppia e quello effettivamente erogato, il sistema di controllo è in grado di garantire parametri prestazionali tali da soddisfare i requisiti di manovra.

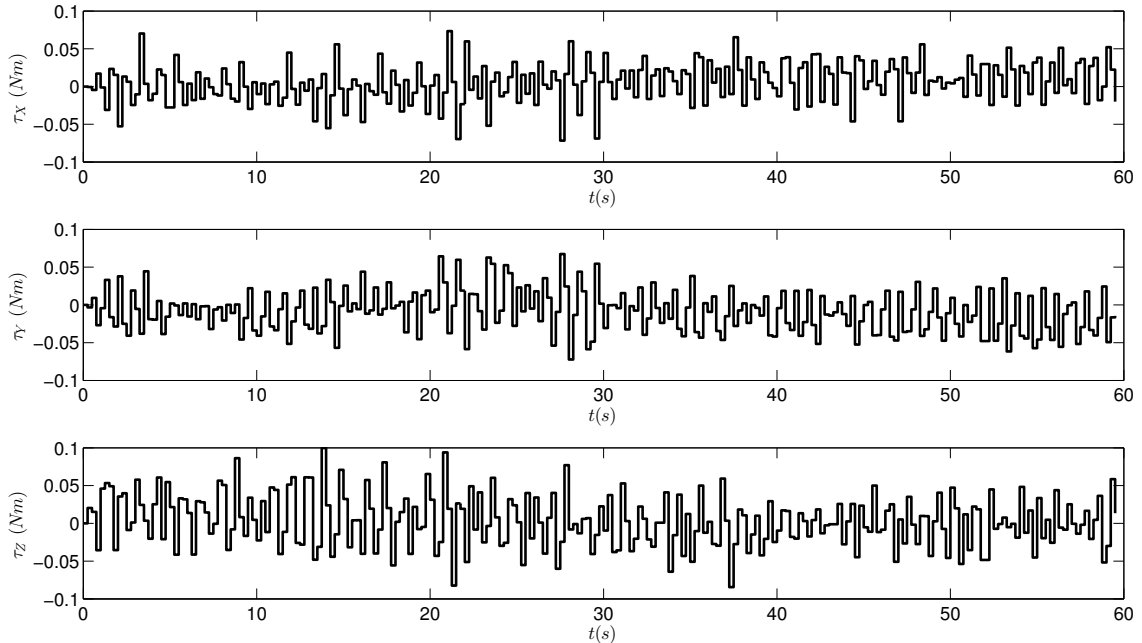


Figura 5.12: Test 3.2. Coppie di controllo erogate.

5.5 Considerazioni conclusive

I test di controllo d'assetto presentati in questo capitolo rappresentano il coronamento del lavoro di progettazione e test del controllore d'assetto a tre assi per il simulatore SFF-HSim.

Le manovre effettuate hanno evidenziato come il regolatore PID, parametrizzato secondo la formulazione a tempo discreto, abbia fornito prestazioni di manovra migliori rispetto a quelle effettuate sfruttando il regolatore PD a tempo continuo.

Entrambe le strategie di controllo hanno mostrato un andamento rumoroso della coppia di controllo erogata. Ciò è imputabile agli algoritmi di navigazione utilizzati per la stima della velocità angolare del sistema a partire dalle misure angolari effettuate con gli encoder.

Il sistema reale è stato caratterizzato mediante opportune procedure sperimentali (capitolo 4) con precisione tale da permettere di prevedere, in sede di simulazione numerica, molti degli effetti non ideali agenti in fase di manovra.

La presenza di coppie d'attrito, agenti a livello del giunto rotazionale, e di coppie gravitazionali, dovute a un parziale disallineamento tra il baricentro e il centro di rotazione del sistema, non hanno compromesso la corretta esecuzione delle manovre d'assetto. Il sistema di controllo ha infatti permesso di compensare in maniera adeguata l'azione dei disturbi agenti sul modulo d'assetto.

La procedura numerica utilizzata in fase di simulazione di manovra si è rivelata uno strumento prezioso per l'opportuna sintonizzazione del controllo e per la valutazione preliminare delle prestazioni di manovra.

Complessivamente i risultati ottenuti hanno messo in luce le potenzialità dell'apparato sperimentale sviluppato il quale, allo stato attuale, si dimostra uno strumento affidabile, preciso e facilmente accessibile per l'esecuzione di manovre d'assetto a tre gradi di libertà.

Conclusioni

Il lavoro di tesi svolto ha permesso di progettare e validare, attraverso l'esecuzione di test sperimentali, il controllo d'assetto a tre assi per il simulatore per il volo in formazione SFF-HSim.

La procedura che ha portato all'esito finale può essere riassunta in cinque step fondamentali:

- (1) sviluppo di un modello matematico per la descrizione del comportamento del sistema reale;
- (2) sviluppo delle equazioni del controllo;
- (3) sviluppo di un software di simulazione per la previsione delle prestazioni del controllore;
- (4) sviluppo di una metodologia sperimentale per la caratterizzazione del modulo d'assetto, in particolare riguardo:
 - le caratteristiche inerziali del modulo d'assetto;
 - il comportamento del sistema in relazione ai fenomeni d'attrito;
 - il funzionamento dei propulsori;
- (5) esecuzione dei test di controllo d'assetto.

La procedura seguita ha permesso di ricavare le leggi del controllo per un sistema non lineare a tempo discreto, necessarie all'esecuzione di manovre d'assetto.

Il simulatore software ha permesso di analizzare in via preliminare le prestazioni del sistema controllato e di eseguire il tuning accurato dei parametri del controllo.

L'analisi sperimentale condotta ha permesso la caratterizzazione del sistema reale da cui si sono ricavate indicazioni circa il funzionamento dei propulsori operanti in regime transitorio e una stima delle coppie d'attrito di primo distacco agenti sul giunto rotazionale. È stata quindi elaborata una metodologia basata sul principio di

funzionamento del pendolo torsionale per la determinazione della matrice d'inerzia del modulo d'assetto, la quale ha fornito risultati affetti da un'incertezza pari al 2%.

I test di controllo d'assetto hanno permesso di verificare il soddisfacimento dei requisiti di manovra imposti in sede preliminare, di validare le strategie di controllo adottate e hanno fornito una conferma sperimentale alle prestazioni previste dal simulatore software.

Le indicazioni fornite dai risultati dei test suggeriscono lo sviluppo nel futuro di strategie di navigazione più accurate, ad esempio attraverso l'implementazione di un filtro di Kalman per le stime della velocità angolare del sistema, al fine di ridurre il rumore rilevato nel processo di erogazione delle coppie di controllo e di minimizzare i consumi di propellente.

La riproduzione delle condizioni operative di uno spacecraft in orbita sarà migliorata attraverso lo sviluppo del modulo traslazionale per il simulatore il quale permetterà di fornire, in aggiunta ai tre gradi di libertà rotazionali, due gradi di libertà relativi alle traslazioni nel piano.

Complessivamente la metodologia illustrata ha permesso di ultimare la fase di progettazione del controllo d'assetto e rappresenta uno step importante nello sviluppo complessivo del simulatore per il volo in formazione SFF-HSim.

Bibliografia

- [1] Formation Control Testbed. http://dst.jpl.nasa.gov/test_beds/.
- [2] TEAMS - test environment for applications of multiple spacecraft. <http://www.dlr.de>.
- [3] SHERES flight program. <http://ssl.mit.edu/spheres/>.
- [4] Paolo Bozern, Riccardo Scattolini, and Nicola Schiavoni. *Fondamenti di controlli automatici*. McGraw-Hill, 2004.
- [5] *DynamicC funtion reference manual*. Digi International Inc., 2007.
- [6] Bernard Friedland. *Control system design*. McGraw-Hill, 2005.
- [7] P.L. Ringegni, M.D. Actis, and A.J. Patanella. An experimental technique for determining mass inertial properties of irregular shape bodies and mechanical assemblies. *Journal of the International Measurement Confederation*, 44:1849–1859, 2001.
- [8] Francesco Scarpa. Progettazione e test tramite bilancia di torsione del controllo d’assetto di un simulatore per volo in formazione. Master’s thesis, Università degli Studi di Padova, 2013.
- [9] Marcel J. Sidi. *Spacecraft dynamics and control. A practical engineering approach*. Cambridge University Press, 1997.
- [10] Liang Tang and Wen-Bin Shangguan. An improved pendulum method for the determination of the center of gravity and inertia tensor for irregular-shaped bodies. *Journal of the International Measurement Confederation*, 29:63–75, 2011.

- [11] Nikolas Trawny and Stergios I. Roumeliotis. Indirect Kalman Filter for 3D Attitude Estimation. Technical Report 2005-002, Rev. 57, University of Minnesota, March 2005.
- [12] Antonio Visioli. *Practical PID control*. McGraw-Hill, 2006.

Ringraziamenti

Il mio ringraziamento va al Prof. Enrico Lorenzini per avermi permesso di svolgere quest'attività di ricerca, e all'Ing. Andrea Valmorbida per il sostegno, la pazienza e le preziose competenze che ha messo a mia disposizione.