



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Tesi di Laurea Triennale in
INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Titolo Tesi

Progetto di un Sistema di Cruise
Control
in ambiente MATLAB/Simulink

Relatore
Professor Luca Schenato

Laureando
Marcello Calzavara

Anno Accademico 2021/2022

Indice

Indice	2
1 Analisi del sistema	5
1.1 Configurazione fisica	5
1.2 Equazioni del modello e Parametri del Sistema	5
1.3 Funzione di Trasferimento e Risposta impulsiva	7
1.3.1 Implementazione della funzione di trasferimento in <i>Matlab</i>	8
1.4 Requisiti progettuali da rispettare	8
1.5 Analisi in catena aperta	9
1.5.1 Risposta al gradino	9
1.5.2 Rappresentazione di zeri e poli ad anello aperto	9
1.5.3 Diagramma di Bode	10
2 Progetto del controllore	12
2.1 Analisi in catena chiusa	12
2.2 Considerazioni preliminari	12
2.3 Controllori PID	13
2.3.1 Tipologia di controllore proporzionale P	14
2.3.2 Tipologia di controllore proporzionale PI	16
2.3.3 Tipologia di controllore proporzionale PID	18
2.4 Osservazioni conclusive	19
3 Analisi mediante luogo delle radici	20
3.1 Considerazioni preliminari	20
3.2 Luogo delle radici	20
3.3 Introduzione rete ritardatrice	24
3.4 Conclusioni sul luogo delle radici	25
4 Analisi in frequenza	26
4.1 Considerazioni preliminari	26
4.2 Considerazioni catena aperta e catena chiusa	27
4.3 Rete ritardatrice	28
4.4 Considerazioni conclusive	29
5 Analisi in Simulink	30
5.1 Considerazioni preliminari	30
5.2 Creazione modello Simulink	30
5.3 Simulazione catena aperta	32
5.4 Simulazione catena chiusa	32
5.4.1 Controllore PI	32
5.4.2 Rete ritardatrice	34
5.5 Considerazioni conclusive	35
6 Conclusioni	36
Riferimenti bibliografici	37

Introduzione

L'automatic cruise control è un dispositivo elettronico presente in molti autoveicoli moderni. Responsabile della regolazione automatica della velocità, è un perfetto esempio di un sistema controllato in retroazione (*feedback*). Il pilota seleziona la velocità desiderata ed essa viene mantenuta costante nel tempo anche in presenza di disturbi esterni.

Ne esistono due tipologie: il cruise control e l'adaptive cruise control.

Il primo permette al conducente di impostare una velocità in modo che rimanga costante, ed eventualmente può essere modificata in seguito. Nel caso in cui il pilota prema l'acceleratore, quando questo viene rilasciato il veicolo torna alla velocità impostata in precedenza; invece nel caso in cui il conducente prema il freno, la velocità memorizzata viene cancellata e deve essere impostata nuovamente.

Il secondo può diminuire la velocità del veicolo nel caso in cui si presentano degli ostacoli di fronte alla vettura. Il conducente ha la possibilità di modificare la distanza (di conseguenza anche la velocità dell'auto) dalle vetture che lo precedono in modo da garantire la distanza di sicurezza.

Il cruise control non è solo un dispositivo che agevola la guida del conducente, ma è anche un ottimo strumento per risparmiare carburante nei viaggi con lunghi tratti rettilinei, come ad esempio le autostrade.

La tesi in questione ha l'obiettivo di studiare il sistema Cruise Control e le sue caratteristiche, effettuando un'analisi del modello matematico in forma di sistema lineare. Si progetteranno diverse tipologie di controllore usando alcuni approcci studiati durante il corso (*PID*, *Luogo delle Radici* e *Reti correttrici*). Le caratteristiche del modello verranno delineate usando l'analisi dinamica in catena aperta (*open-loop*) e l'analisi dinamica in catena chiusa (*closed-loop*) per poter soddisfare le nostre specifiche progettuali.

Come materiale aggiuntivo per lo studio e l'analisi del modello verranno utilizzati il software *Matlab* e l'ambiente *Simulink* per progettare, calcolare e simulare la risposta del sistema fornendogli un riferimento e un controllore che verrà progettato con differenti metodi.

Capitolo 1

1 Analisi del sistema

1.1 Configurazione fisica

Il sistema cruise control, come affermato in precedenza, ha l'obiettivo di mantenere la velocità del veicolo v costante anche se soggetto a disturbi esterni, come il vento o l'aumento dell'inclinazione del piano stradale. Per ottenere una modellazione fisica del controllore è necessario astrarre il problema e semplificare la dinamica dell'autoveicolo.

Consideriamo una vettura di massa m puntiforme e ipotizziamo che su di essa agisca una forza motrice di controllo u e una forza di attrito $F_a = bv$ che si oppone ad essa (nell'attrito b si ipotizza la somma dell'attrito volvente e dell'attrito viscoso).

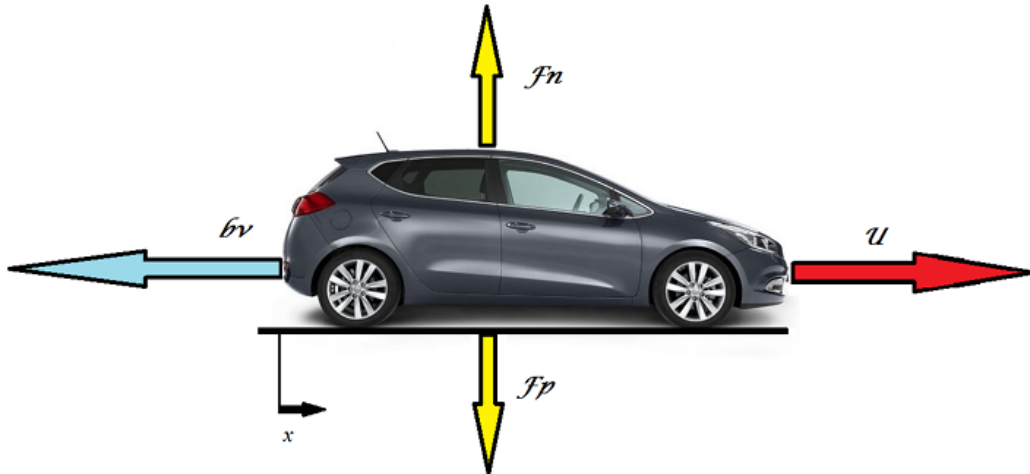


Figura 1: Modello grafico del Sistema

Da Figura (1) si può anche notare la presenza della forza peso $F_p = mg$ e della reazione vincolare $F_n = -F_p$ che agiscono sul sistema.

In questo modello semplificato si assume di poter controllare direttamente la forza motrice u generata dal motore che permette il movimento delle ruote sulla strada e di conseguenza il movimento del veicolo.

1.2 Equazioni del modello e Parametri del Sistema

Utilizzando la legge di Newton $F = ma$ è possibile ricavare le equazioni descrittive del modello semplificato, infatti, sommando le forze applicate lungo gli assi si può notare che la forza peso viene bilanciata dalla reazione vincolare e di conseguenza non c'è spostamento lungo l'asse verticale. Invece, per quanto riguarda l'asse orizzontale, si ottiene l'equazione $F = ma = u - bv$ (1.2).

Poiché al fine di ottenere il progetto si è interessati alla velocità dell'autoveicolo si possono dedurre le equazioni del sistema definendo la velocità v come derivata

prima dello spostamento x e l'accelerazione a come derivata seconda di x :

$$\begin{aligned} v &= \dot{x} \\ a &= \dot{v} = \ddot{x} \end{aligned} \quad (1)$$

Il modello matematico così definito descrive il fenomeno in modo deterministico, il quale dipende dall'evoluzione della velocità v nel tempo e il valore che essa assume in un determinato istante iniziale.

Per ottenere la formulazione di un modello ingresso-uscita a tempo continuo si effettua l'analisi su un sistema lineare ottenendo il seguente modello generale in spazio di stato:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = F\mathbf{x}(t) + G\mathbf{u}(t) \\ y(t) = H\mathbf{x}(t) + J\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (2)$$

in cui nel caso specifico si impone $y = v$:

$$\begin{cases} m\dot{v} + bv = u \\ y = v \end{cases} \quad (3)$$

dove, in generale F (*matrice dinamica*) è una matrice quadrata di dimensioni $n \times n$, con n il numero delle variabili di stato, G (*matrice di ingresso*) è una matrice di dimensioni $n \times m$, con m il numero di ingressi del sistema, H (*matrice di uscita*) è una matrice di dimensioni $p \times n$, con p il numero di uscite, e infine J (*matrice di legame diretto ingresso-uscita*) una matrice $p \times m$.

Per poter proseguire nella progettazione del controllore occorre fornire dei valori ai parametri in modo da definire il sistema che si vuole controllare.

Per questo progetto sono stati utilizzati i seguenti dati:

<i>Parametri del Sistema</i>		
m	massa del veicolo	1000 [kg]
b	coefficiente di attrito	50 [Ns/m]
u	forza elettromotrice	500 [N]
r	velocità di riferimento	10 [m/s]

(4)

1.3 Funzione di Trasferimento e Risposta impulsiva

Considerando la soluzione dell'equazione differenziale del sistema (3) ottenuta dopo la risoluzione matematica, si ottiene:

$$x(t) = \underbrace{e^{Ft}x(0)}_{\text{evoluzione libera}} + \underbrace{\int_0^t e^{F(t-\tau)}Gu(\tau)d\tau}_{\text{evoluzione forzata}} \quad (5)$$

Sostituendo la variabile $x(t)$ nell'equazione dell'evoluzione di uscita si può riscrivere l'uscita come:

$$y(t) = He^{Ft}x(0) + \int_0^t [He^{F(t-\tau)}G + J\delta(t-\tau)]u(\tau)d\tau \quad (6)$$

dove l'integrale ottenuto rappresenta la convoluzione tra la risposta impulsiva e l'ingresso u :

$$w(t) = He^{Ft}G + J\delta(t) \quad (7)$$

Per ottenere una semplificazione dei calcoli, si passa dal dominio del tempo al dominio delle trasformate di Laplace s in modo da ricavare la funzione di trasferimento $W(s)$ associata alla risposta impulsiva $w(t)$:

$$W(s) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \quad W(s) = \mathcal{L}[w(t)](s) = \int_0^{+\infty} w(t)e^{-st}dt \quad (8)$$

Consegue che la trasformata di Laplace dell'uscita Y è:

$$\mathbf{Y}(s) = H\mathbf{X}(s) + J\mathbf{U}(s) \quad \text{dove} \quad \mathbf{X}(s) = \mathcal{L}[x] \quad , \quad \mathbf{U}(s) = \mathcal{L}[u] \quad (9)$$

e sapendo che:

$$\mathbf{X}(s) = (sI - F)^{-1}x(0) + (sI - F)^{-1}G\mathbf{U}(s) \quad (10)$$

si ottiene infine:

$$\mathbf{Y}(s) = H(sI - F)^{-1}x(0) + [H(sI - F)^{-1}G + J] \mathbf{U}(s) \quad (11)$$

da cui si ricava la funzione di trasferimento del sistema:

$$\mathbf{W}(s) := H(sI - F)^{-1}G + J = \mathcal{L} [He^{Ft}G + J\delta(t)] = \mathcal{L}(w(t)) \quad (12)$$

Nel caso specifico del sistema applicando la trasformata di Laplace alla prima equazione differenziale, dopo alcuni passaggi algebrici si ricava l'equazione:

$$\mathbf{U}(s) = ms\mathbf{V}(s) + b\mathbf{V}(s) \quad (13)$$

da cui la funzione di trasferimento del nostro sistema:

$$\mathbf{W}(s) = \frac{\mathbf{V}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \frac{1}{ms + b} \quad (14)$$

1.3.1 Implementazione della funzione di trasferimento in *Matlab*

Utilizzando il software *Matlab* si possono definire le variabili e le matrici di spazio di stato del sistema con i valori definiti in precedenza in Tabella (4):

```
m = 1000;      % Massa dell'autovettura
b = 50;        % Coefficiente di attrito
u = 500;       % Forza elettromotrice
F = -b/m;     % Matrici dello spazio di stato
G = 1/m;
H = 1;
J = 0;
```

Eseguendo ora il comando predefinito in *Matlab* *ss* e definendo la variabile complessa di Laplace *s*, otteniamo il modello in spazio di stato e la funzione di trasferimento:

```
state_space = ss(F,G,H,J);    % Inizializzazione modello in spazio di stato
s = tf('s');                 % Variabile di Laplace
W = 1/(m*s+b);               % Definizione della funzione di trasferimento
```

1.4 Requisiti progettuali da rispettare

Per progettare il dispositivo che dovrà soddisfare l'analisi e la simulazione del nostro sistema di controllo è necessario imporre dei vincoli progettuali da rispettare.

Si riprende la Tabella (4) in cui è stato ipotizzato che il veicolo è soggetto a una forza motrice $u = 500$ N la quale lo fa accelerare fino alla velocità di 10 m/s. Inoltre si è stabilito che questa velocità debba essere raggiunta in meno di 5 s di tempo supponendo che il veicolo parta con velocità iniziale $v(0) = 0$ m/s.

Oltre a queste specifiche è necessario imporre un margine di errore che può assumere la velocità. Consideriamo una sovraelongazione (*overshoot*) del 10%, un errore a regime (*steady-state error*) del 2% e un tempo di assestamento (*settling time*) in meno di 15 s:

- $t_r < 5$ s
- $M_p < 10\%$
- $e_r < 2\%$
- $t_s < 15$ s

1.5 Analisi in catena aperta

1.5.1 Risposta al gradino

Per poter osservare la risposta del sistema, è necessario inserire come riferimento un ingresso a gradino e valutare successivamente l'evoluzione forzata in uscita. Nel nostro caso specifico imponiamo come ingresso una forza $u = 500$ N e, utilizzando il comando *step* in *Matlab*, si ottiene il seguente grafico:

```
step(u*w) % Risposta al gradino con ingresso u = 500 N
```

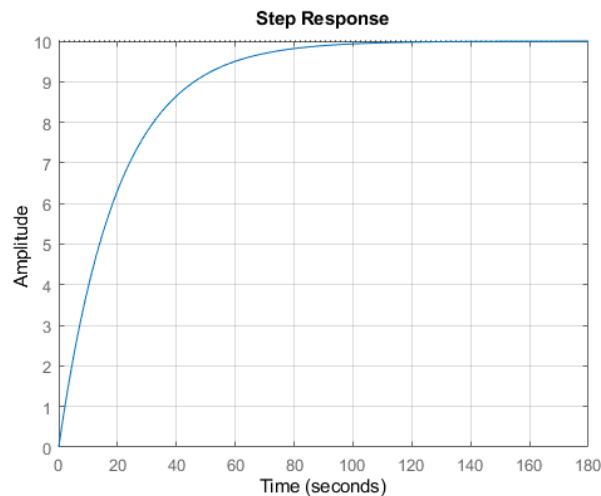


Figura 2: Risposta al gradino

In un sistema in catena aperta, nel caso in cui si manifestino degli errori in uscita, o si presentino dei disturbi esterni, non si è in grado di modificare né l'ingresso né l'uscita per correggerli. Perciò il corretto funzionamento del sistema dipende esclusivamente dalla correttezza del modello matematico dedotto e dalla precisione dei dati utilizzati.

Nella pratica tale soluzione non è mai applicata, poiché non si conoscono nel dettaglio i parametri e una precisa modellizzazione del sistema risulterebbe troppo complessa e non lineare.

1.5.2 Rappresentazione di zeri e poli ad anello aperto

Considerando la funzione di trasferimento (14) del nostro modello, si nota che il sistema cruise control possiede un unico polo p_0 nel punto $-b/m$.

Il polo lo si può anche osservare nella mappa zeri-poli usando il comando in *Matlab*:

```
pzmap(w); % Mappa zeri-poli nel piano complesso
```

ottenendo il seguente grafico:

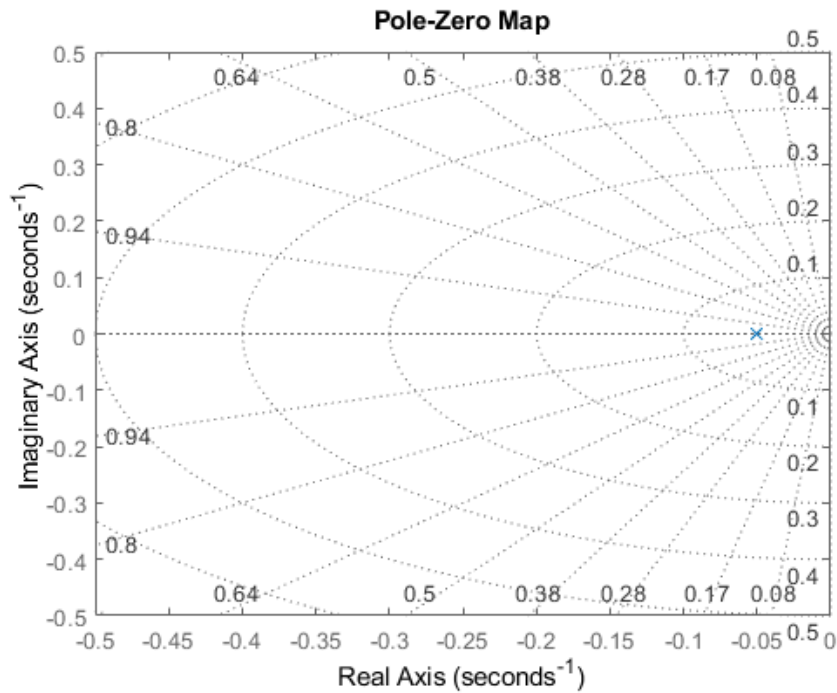


Figura 3: Mappa di poli e di zeri ad anello aperto

Si può osservare, da Figura (3), che il polo è posizionato a sinistra dell'asse immaginario, ossia appartiene al semipiano complesso avente $\Re(s) < 0$. Da questa prima analisi possiamo notare che il sistema è *BIBO-stabile* (*Bounded Input Bounded Output*) ed è lento nella risposta al gradino ($t_r = 46s$) poiché il polo ha un modulo molto piccolo uguale a 0,05.

Dato che non è possibile modificare direttamente i parametri del nostro sistema, per ottenere le specifiche progettuali richieste è necessario progettare un controllore in grado di modificare la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento.

1.5.3 Diagramma di Bode

Oltre alla risposta in funzione del tempo è possibile rappresentare la risposta in funzione della frequenza del sistema ad anello aperto.

Utilizzando il seguente comando in *Matlab*:

```
bode(W); % Diagramma di Bode
```

si rappresenta il diagramma di Bode della funzione di trasferimento:

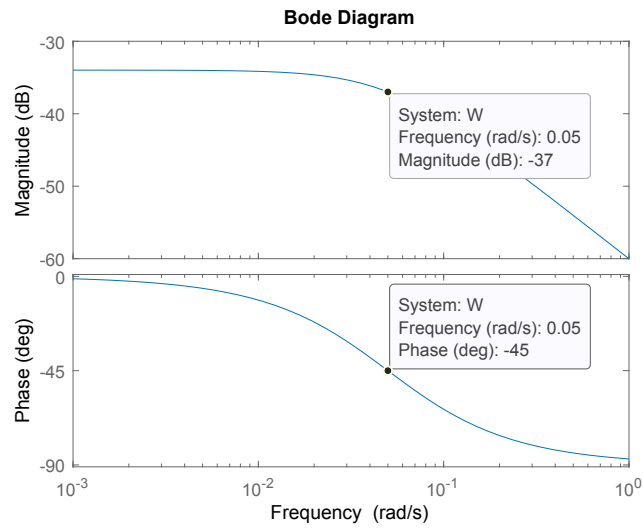


Figura 4: Diagramma di Bode

Si osserva che nel punto a frequenza $\omega = b/m = 5 \cdot 10^{-2}$ il modulo è calato di 3 dB e la corrispondente fase è -45° . Essendo un sistema del primo ordine si nota che ad alte frequenze il modulo scende con una pendenza di -20 dB/dec .

Capitolo 2

2 Progetto del controllore

2.1 Analisi in catena chiusa

La retroazione o retroregolazione (*feedback*) è la capacità di un sistema dinamico di tenere conto dei risultati del sistema per modificare le caratteristiche del sistema stesso. Per poter diminuire considerevolmente il tempo di salita, quindi migliorare le caratteristiche dinamiche, verrà confrontato l'uscita con l'ingresso del sistema e verrà inserito un compensatore che anticipa il processo. Questo può creare alcuni problemi, come la formazione di una sovraelongazione, ma tipicamente rappresenta un buon compromesso per il nostro problema.

Si attuerà una analisi del sistema in catena chiusa e si progetterà un controllore che modifica gli zeri e i poli della funzione di trasferimento per ottenere i requisiti richiesti.

2.2 Considerazioni preliminari

Considerando un sistema con retroazione unitaria negativa rappresentato da un processo $G(s)$ e preceduto da un controllore $C(s)$ ad un grado di libertà come quello in Figura (5):

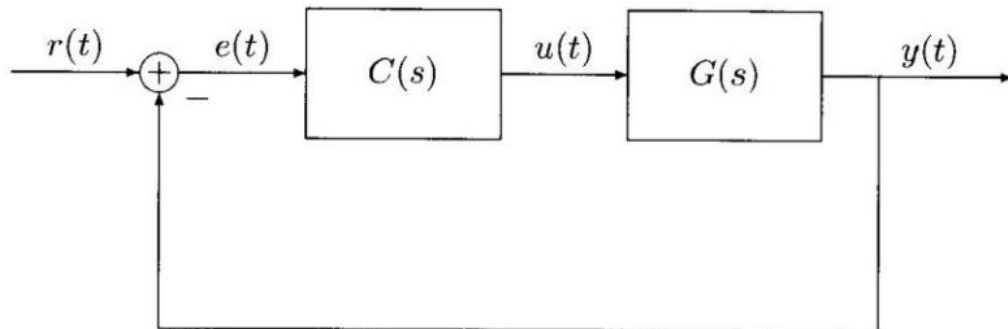


Figura 5: Schema di controllo in retroazione unitaria

L'obiettivo del compensatore $C(s)$ è quello di modificare le caratteristiche del sistema in modo da ottenere le specifiche richieste per risolvere il problema.

La retroazione descritta in Figura (5) è negativa poiché il segnale $y(t)$ viene retroazionato, ossia riportato al segnale di ingresso $r(t)$ (segnale di riferimento), con segno opposto per ottenere l'errore $e(t)$ del sistema:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (15)$$

Passando nel dominio di Laplace otteniamo la formula:

$$E(s) = R(s) - Y(s) \quad (16)$$

e usando il precedente schema:

$$Y(s) = C(s)G(s)E(s) \quad (17)$$

si ricava l'espressione:

$$Y(s) = C(s)G(s)(R(s) - Y(s)) \quad (18)$$

e infine dall'equazione (18) risulta la funzione di trasferimento:

$$H(s) := \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (19)$$

L'effetto che produce il compensatore $C(s)$ è quella di modificare il guadagno di Bode in catena aperta e di introdurre zeri e poli nel sistema.

2.3 Controllori PID

I controllori **PID** sono dei dispositivi che realizzano sul segnale al loro ingresso (nel nostro sistema l'errore $e(t)$) la combinazione lineare di tre azioni: un'azione proporzionale (**P**), un'azione integrativa (**I**) e un'azione derivativa (**D**).

La loro funzione di trasferimento è la seguente:

$$C_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (20)$$

dove K_p , K_i , K_d rappresentano i guadagni delle tre componenti, ognuna delle quali induce un effetto diverso sul sistema:

- proporzionale: riduce il tempo di salita t_r del sistema aumentando il guadagno del processo;
- integrale: elimina l'errore a regime e_r quando viene dato in ingresso al sistema un gradino, ma può rallentarne la risposta (diminuisce il tempo di salita t_r);
- derivativo: incrementa la stabilità del sistema diminuendo le sovraelongazioni M_p e migliorando la risposta a regime transitorio;

I compensatori più semplici che si possono realizzare sono il **PI** ($K_d = 0$), il **PD** ($K_i = 0$), il **P** ($K_i = K_d = 0$), l'**I** ($K_p = K_d = 0$) e il più complesso **PID**.

A livello pratico è indispensabile prestare attenzione alla realizzabilità fisica del controllore. Il derivatore ideale **D** non esiste, più precisamente non si possono utilizzare controllori con più zeri che poli poiché si otterrebbe una funzione razionale impropria e di conseguenza irrealizzabile.

I controllori possono essere realizzati in *Matlab* come funzioni di trasferimento:

```

Kp = 1;           % Guadagno proporzionale
Ki = 1;           % Guadagno integrativo
Kd = 1;           % Guadagno derivativo
C = Kp + Ki/s + Kd*s

```

o alternatively si può usare il comando già presente in *Matlab*:

```

C = pid(Kp,Ki,Kd);

```

2.3.1 Tipologia di controllore proporzionale P

Consideriamo ora la funzione di trasferimento del nostro sistema in catena chiusa in Figura (5).

Aggiungendo il controllore **P** otterremo una nuova funzione di trasferimento:

$$H(s) = \frac{K_p}{ms + (b + K_p)} \quad (21)$$

dove $H(s)$ è ancora una funzione del primo ordine e di conseguenza non presenterà sovraelongazioni.

Con *Matlab* è possibile progettare il controllore utilizzando il seguente codice:

```

m = 1000;         % Massa dell'autovettura
b = 50;           % Coefficiente di attrito
r = 10;           % Velocità di riferimento

s = tf('s');
W = 1/(m*s+b);   % Funzione di traferimento (open-loop)

Kp = 100;         % Guadagno proporzionale
C = pid(Kp);      % Controllore P

H = feedback(C*W,1) % Comando per retroazionare
                    % il sistema (1 perchè è
                    % una retroazione unitaria) (closed-loop)

t = 0:0.1:20      % Vettore tempo
step(r*H,t)       % risposta al gradino

```

Nel nostro caso otterremo la funzione di trasferimento:

$$H(s) = \frac{100}{1000s + 150} \quad (22)$$

e il relativo grafico della risposta al gradino:

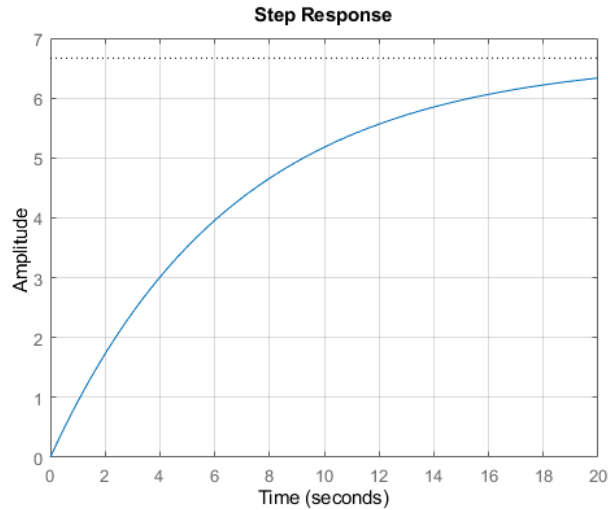


Figura 6: Risposta al gradino con $K_p = 100$

Dalla Figura (6) si osserva che l'introduzione di un compensatore proporzionale nel sistema diminuisce il tempo di salita rendendo la risposta al gradino più rapida. In questo specifico caso il guadagno $K_p = 100$ non soddisfa i requisiti progettuali del tempo di salita t_r e dell'errore a regime e_r . L'unica soluzione è incrementare il valore.

Imponendo come valore di $K_p = 5000$ si ottiene la risposta al gradino:

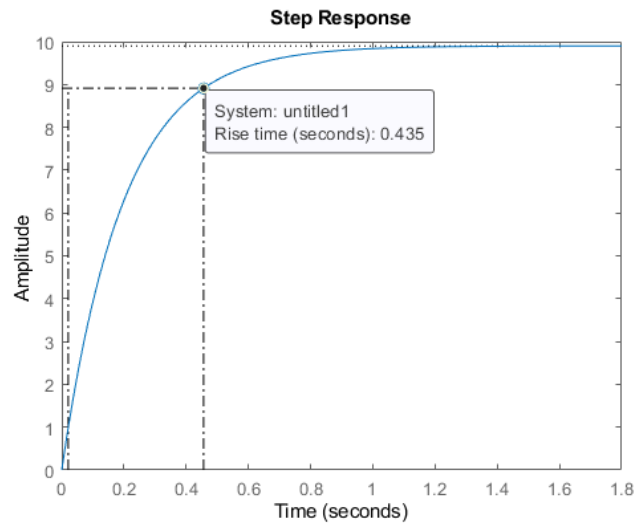


Figura 7: Risposta al gradino con $K_p = 5000$

In Figura (7) si nota che le specifiche richieste vengono perfettamente soddisfatte ricavando un tempo di salita $t_r = 0.435$ s e un errore a regime $e_r \sim 0$.

Tuttavia a livello pratico bisogna notare alcuni particolari. Questa soluzione a livello fisico non può essere accettabile poiché significherebbe portare il nostro veicolo da 0 m/s a 9 m/s in t_r , con un'accelerazione elevatissima, e con un costo decisamente improponibile.

2.3.2 Tipologia di controllore proporzionale PI

Nel paragrafo precedente è stato dimostrato che l'unico limite fisico è quello di mantenere il guadagno K_p entro un certo limite. Allo stesso tempo si vuole eliminare l'errore a regime per ottenere un perfetto tracciamento del gradino. Per fare ciò si aggiunge al **P** un controllore di tipo integrale.

La funzione di trasferimento del controllore **PI** si ottiene ponendo $K_d = 0$:

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (23)$$

Calcolando nuovamente la funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa risulta:

$$H(s) = \frac{K_p s + K_i}{m s^2 + (b + K_p) s + K_i} \quad (24)$$

Per rappresentare la nuova risposta al gradino si utilizza nuovamente il seguente codice in Matlab:

```
m = 1000; % Massa dell'autovettura
b = 50; % Coefficiente di attrito
r = 10; % Velocità di riferimento

s = tf('s');
W = 1/(m*s+b); % Funzione di traferimento (open-loop)

Kp = 500; % Guadagno proporzionale
Ki = 150; % Guadagno integrativo
C = pid(Kp,Ki); % Controllore PI

H = feedback(C*W,1); % Comando per retroazionare
% il sistema (1 perchè è
% una retroazione unitaria) (closed-loop)

t = 0:0.1:20; % Vettore tempo
figure;
step(r*H,t); % risposta al gradino
```

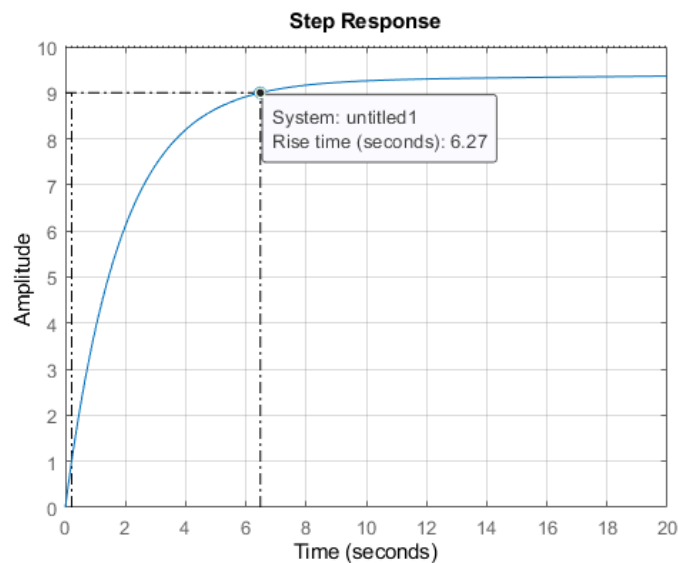


Figura 8: Risposta al gradino con $K_p = 500$ e $K_i = 5$

Osservando ora la Figura (8) si nota che le specifiche non sono soddisfatte e di conseguenza è necessario modificare i valori di K_p e K_i .

Aumentando il guadagno proporzionale è possibile diminuire il tempo di salita t_r , prestando sempre attenzione alla fisica realizzabilità, mentre aumentando il guadagno dell'integratore K_i si generano sovraelongazioni M_p , che secondo le nostre richieste non devono superare il 10% del gradino in ingresso

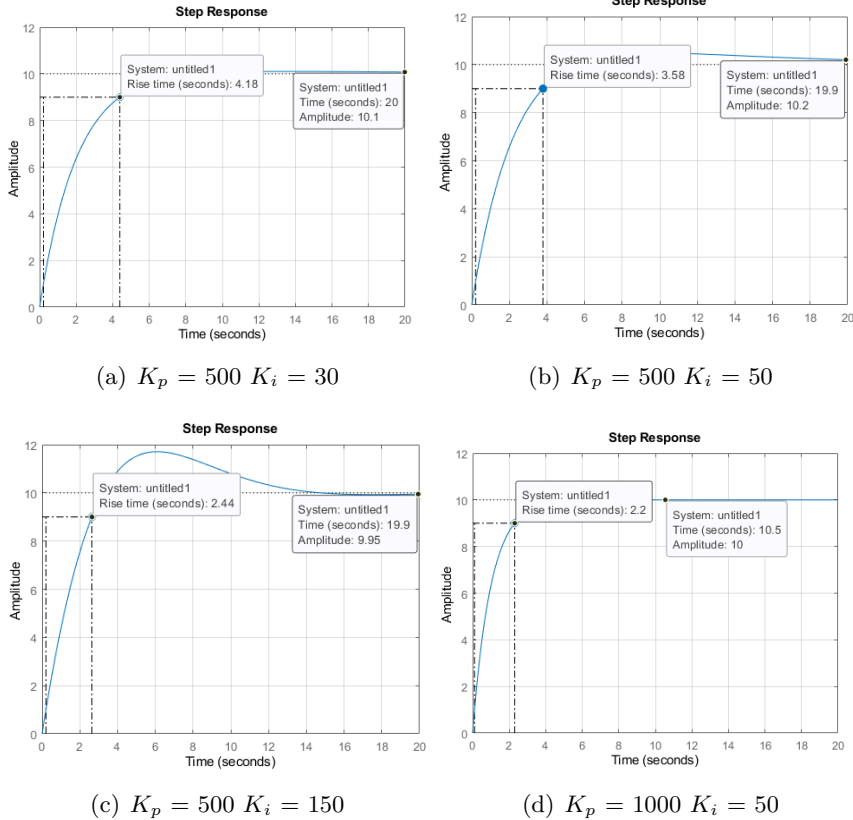


Figura 9: Risposta al gradino con diversi K_p e K_i

Per rispettare le specifiche richieste in maniera ottimale sono stati utilizzati i valori $K_p = 1000$ e $K_i = 50$ come si vede in Figura (9(d)). Si può notare che non sono presenti l'errore a regime e la sovraelongazione e, inoltre, il tempo di salita, che è pari a 2,2s come riportato in Figura (10), permette la realizzazione fisica del sistema.

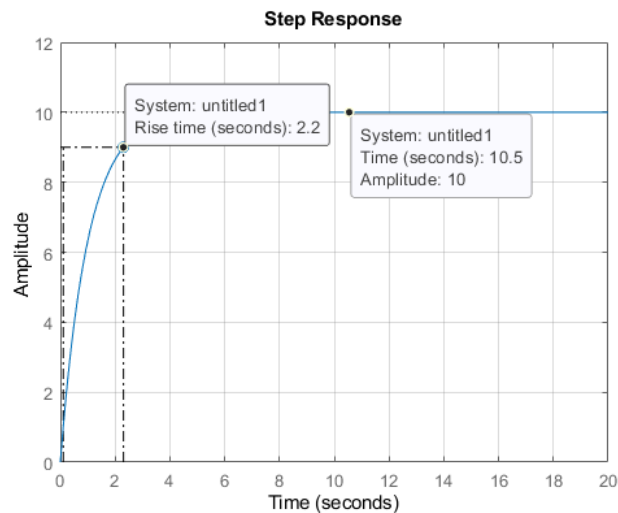


Figura 10: Risposta al gradino con $K_p = 1000$ e $K_i = 50$

2.3.3 Tipologia di controllore proporzionale PID

Come ultimo caso per migliorare la risposta al gradino viene aggiunta anche l'azione derivativa con un guadagno K_d , cercando sempre di rispettare i requisiti progettuali.

Sostituendo nuovamente all'equazione (20) si ottiene la funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa uguale a:

$$H(s) = \frac{K_d s^3 + K_p s + K_i}{(m + K_d) s^2 + (b + K_p) s + K_i} \quad (25)$$

e ripetendo i comandi in Matlab:

```
m = 1000;      % Massa dell'autovettura
b = 50;       % Coefficiente di attrito
r = 10;       % Velocità di riferimento

s = tf('s');
W = 1/(m*s+b); % Funzione di traferimento (open-loop)

Kp = 500;     % Guadagno proporzionale
Ki = 30;     % Guadagno integrativo
Kd = 20;     % Guadagno derivativo
C = pid(Kp,Ki); % Controllore PID

H = feedback(C*W,1); % Comando per retroazionare
                    % il sistema (1 perchè è
                    % una retroazione unitaria) (closed-loop)

t = 0:0.1:20; % Vettore tempo
figure;
step(r*H,t);  % risposta al gradino
```

e stampando le risposte al gradino:

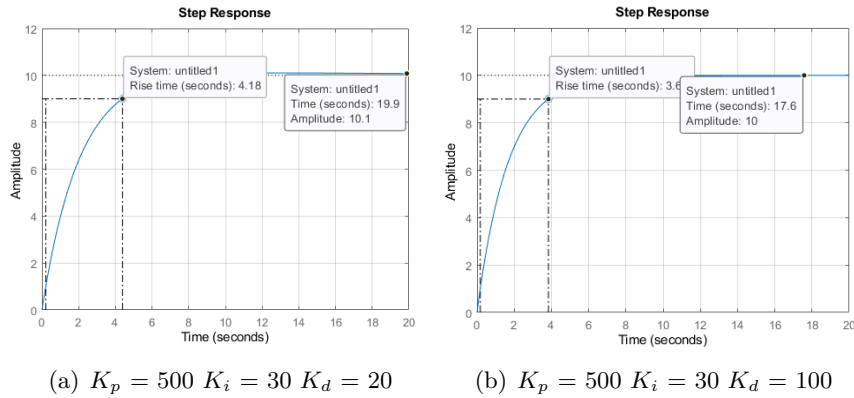


Figura 11: Risposta al gradino con diversi K_p , K_i , K_d

si può trovare un determinato valore per ciascun guadagno del controllore, ad esempio rispettano le specifiche i parametri $K_p = 1000$, $K_i = 50$ e $K_d = 30$, ottenendo la seguente risposta al gradino:

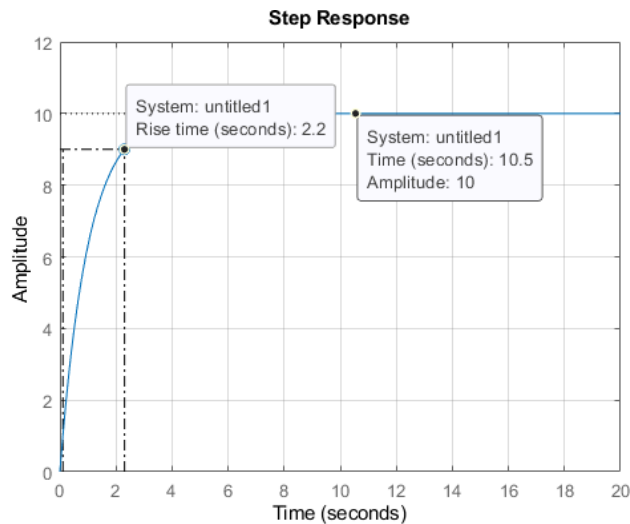


Figura 12: Risposta al gradino con $K_p = 1000$, $K_i = 50$, $K_d = 30$

2.4 Osservazioni conclusive

Studiando i tre tipi di controllori **PID**, più precisamente **P**, **PI** e **PID**, si riscontra che incrementare semplicemente il guadagno del controllore proporzionale (**P**), sebbene riduca notevolmente il tempo di salita e rispetta le specifiche progettuali, si risolve il problema solamente dal punto di vista teorico. Infatti, nel caso si ottenga un guadagno proporzionale troppo elevato, a livello pratico è irrealizzabile. È sufficiente aggiungere ad esso un controllore integrativo (**PI**) al fine di ottenere una risposta al gradino ottimale, anche se vengono generate delle sovraelongazioni.

Inoltre, si può osservare che aggiungendo anche il controllore derivativo (**PID**) le specifiche richieste vengono soddisfatte pienamente, ma si preferisce un controllore **PI** per la sua semplicità fisica e per il suo costo inferiore.

Capitolo 3

3 Analisi mediante luogo delle radici

3.1 Considerazioni preliminari

Nel Capitolo 2 è stato esaminato il sistema partendo dall'analisi in catena aperta per poi passare a quella in catena chiusa con una retroazione unitaria negativa.

Si analizza ora il problema utilizzando il tracciamento del luogo delle radici (*root locus*). Questo metodo permette di determinare con precisione la posizione dei poli e degli zeri della funzione di trasferimento in catena chiusa $H(s)$, con la loro rispettiva molteplicità, e la loro evoluzione all'aumentare del guadagno K_p .

Il luogo delle radici traccia l'andamento del sistema partendo dai poli e raggiungendo asintoticamente gli zeri. Utilizzando i criteri di Nyquist e Routh è possibile determinare la stabilità del sistema e per quale valore di K_p esso garantisce la BIBO stabilità al sistema.

Il criterio di Nyquist permette di ottenere qualche informazione in più rispetto alla sola BIBO stabilità, quale la **robustezza** della stabilità.

3.2 Luogo delle radici

Si considera la funzione di trasferimento di un sistema retroazionato:

$$H(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \quad (26)$$

dove $C(s) = K_p$ è un controllore proporzionale e $G(s) = p(s)/d(s)$ è la funzione di trasferimento del sistema in catena aperta, con $p(s)$ e $d(s)$ monici e coprimi tra loro.

Sostituendo l'espressione a $H(s)$ si ottiene:

$$H(s) = \frac{K_P \cdot p(s)}{q(s) + K_P \cdot p(s)} \quad (27)$$

Il metodo del luogo delle radici rappresenta l'insieme dei punti che, al variare del parametro $K_p \neq 0$, annullano il denominatore della funzione di trasferimento $H(s)$:

$$q(s) + K_P \cdot p(s) \quad (28)$$

Dal luogo delle radici si possono ottenere informazioni molto importanti quali:

- se i poli di $H(s)$ sono anche poli che appartengono alla metà destra del piano complesso, allora sicuramente il sistema sarà instabile;
- se un polo si trova più in prossimità dell'asse immaginario esso sarà più rilevante nella risposta del sistema;
- se i punti del luogo delle radici intersecano l'asse immaginario allora vengono chiamati punti critici poiché il sistema oscilla tra la stabilità e l'instabilità

Tornando all'esempio del sistema (14) ipotizzato in precedenza, sostituendo l'espressione della catena aperta $G(s) = 1/(ms+b)$ nella funzione di trasferimento in catena chiusa $H(s)$ (26), si ottiene:

$$H(s) = \frac{K_p}{ms + (b + K_p)} \quad (29)$$

Vengono imposte le nostre specifiche progettuali analizzando i limiti imposti a livello teorico e si inseriscono nella implementazione in *Matlab*.

Considerando una sovralongazione $M_p = 10\% = 0,1$ e un tempo di salita massimo $t_r = 5$ s si può determinare un coefficiente di smorzamento ξ e una pulsazione naturale ω_n pari a:

$$\xi \geq \sqrt{\frac{\ln^2(M_p)}{\pi^2 + \ln^2(M_p)}} = 0.59 \sim 0.6 \quad \text{e} \quad \omega_n \geq \frac{1.8}{t_r} = 0.36 \text{rad/s} \quad (30)$$

Da notare che la sovralongazione M_p è legata al coefficiente di smorzamento dalla formula:

$$M_p \approx e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (31)$$

Inserendo i dati appena ottenuti come parametri in *Matlab* si può eseguire il seguente comando:

```
m = 1000;           % Massa dell'autovettura
b = 50;             % Coefficiente di attrito
r = 10;             % Velocità di riferimento

s = tf('s');
W = 1/(m*s+b);     % Funzione di traferimento (open-loop)

rlocus(W)
axis([-0.5 0.11 -0.5 0.5])
sgrid(0.6,0.36)

rlocus(W)
```

ottenendo il seguente luogo delle radici:

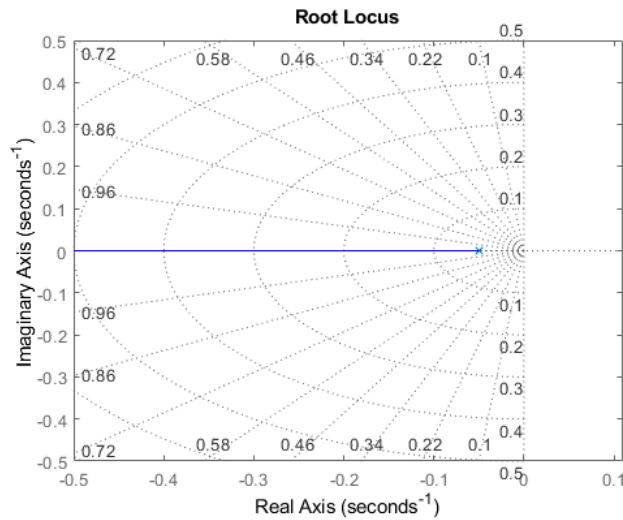


Figura 13: Luogo delle radici

Come si può riscontrare dal grafico l'unico polo presente nel sistema è in $-0,05$ ed esso è rappresentato a sinistra dell'asse immaginario da una \times . Si osserva inoltre che non sono presenti zeri nella funzione di trasferimento $G(s)$, quindi il ramo del luogo termina a $-\infty$.

Utilizzando il comando *sgrid* in *Matlab* e inserendovi all'interno i parametri del coefficiente di smorzamento ξ e della pulsazione naturale ω_n vengono rappresentati tratteggiati nel luogo:

- una semiellisse che rappresenta i punti dove la pulsazione naturale ha valore costante $\omega_n = 0.36$ rad/s
- due segmenti lungo i quali il coefficiente di smorzamento vale $\xi = 0.6$

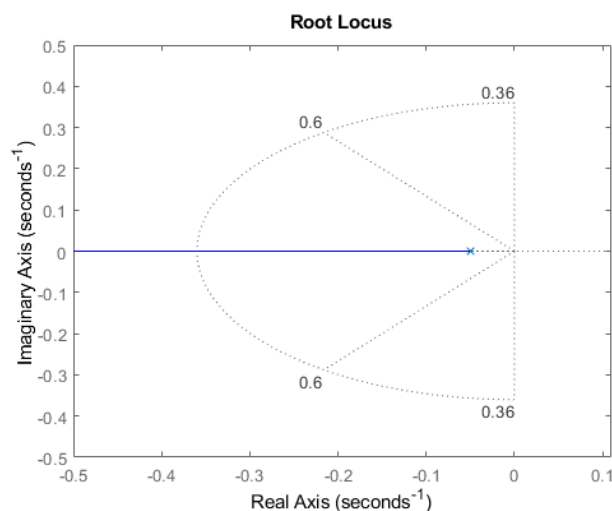


Figura 14: Luogo delle radici con comando *sgrid*

Poiché tutto il luogo delle radici si trova a sinistra dell'asse immaginario si può da subito affermare che il sistema è stabile per ogni valore del guadagno K_p .

Utilizzando invece il comando *rlocfind* è possibile scegliere un punto del luogo delle radici e automaticamente *Matlab* ci fornisce il guadagno K_p necessario per ottenere quel risultato

```
[Kp,poles] = rlocfind(W)
```

e viene fornito il seguente grafico:

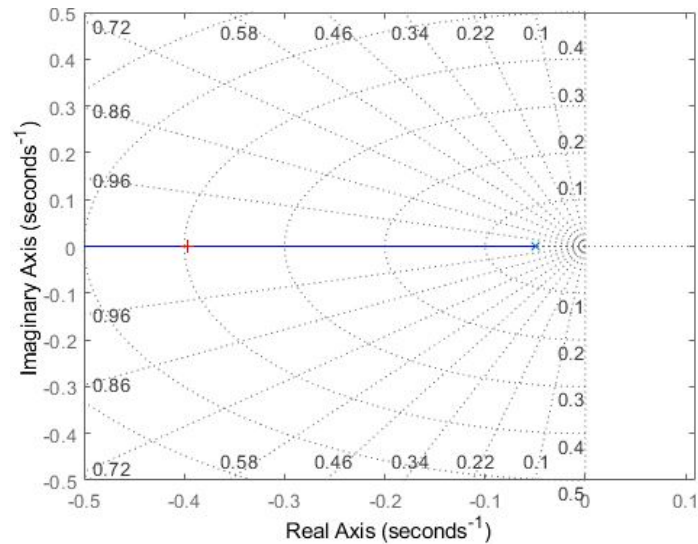


Figura 15: Luogo delle radici con comando *rlocfind*

Il software *Matlab* inoltre restituirà il seguente output:

```
selected_point = -0.4010 - 0.0000i
Kp = 350.9834
poles = -0.4010
```

Tale valore ottenuto può essere direttamente inserito nella funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa $H(s)$ per poterne visualizzare la risposta al gradino:

```
Kp = 350.9834
H = feedback(Kp*W,1)
t = 0:0.1:20
step(r*H,t)
```

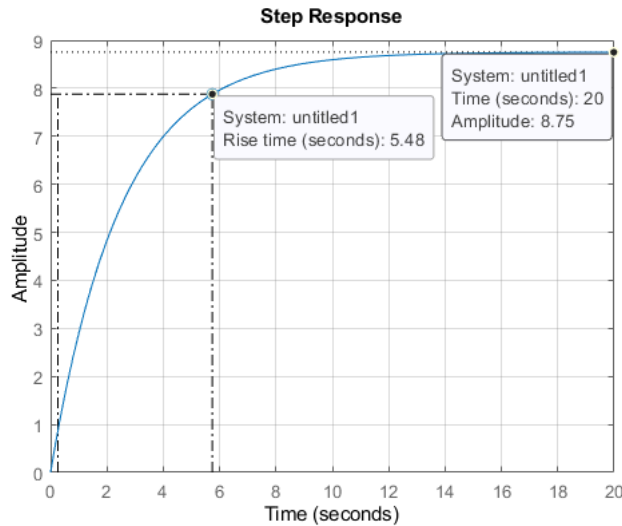



Figura 16: Risposta al gradino con $K_p = 350.9834$

Di conseguenza il controllo mediante luogo delle radici è equivalente a un controllore \mathbf{P} e presenta esattamente gli stessi problemi per l'errore a regime e l'effettiva realizzazione fisica legata al tempo di salita e al costo economico.

3.3 Introduzione rete ritardatrice

L'errore che è fondamentale compensare, sia nella progettazione con un controllore \mathbf{P} sia con il luogo delle radici, è quello a regime e_r . Per risolvere questo problema è necessario inserire nel sistema una rete ritardatrice, ossia l'utilizzo di una *Phase Lag* con funzione di trasferimento:

$$C(s) = \frac{s + z_0}{s + p_0} \quad (32)$$

Una rete ritardatrice è composta da una coppia zero-poli dove il polo agisce prima dello zero generando uno sfasamento in ritardo fino ad un massimo di $\pi/2$. Questo controllore consente di ridurre l'errore a regime e di diminuire la pulsazione di attraversamento ω_a , in modo da ottenere una risposta meno rapida ma più precisa.

Ipotizziamo di allocare lo zero $z_0 = 0,3$ e il polo $p_0 = 0,03$ allora la risposta ottiene una riduzione dell'errore a regime pari a $z_0/p_0 = 10$.

Con i comandi *Matlab*:

```
z0 = 0.3;
p0 = 0.03;
Rr = (s+z0)/(z+p0); % Rete ritardatrice
rlocus(Rr*W)
axis([-0.5 0.11 -0.5 0.5])
sgrid(0.6,0.36)
[Kp,poles] = rlocfind(Rr*W)
```

si traccia il luogo delle radici e la risposta al gradino:

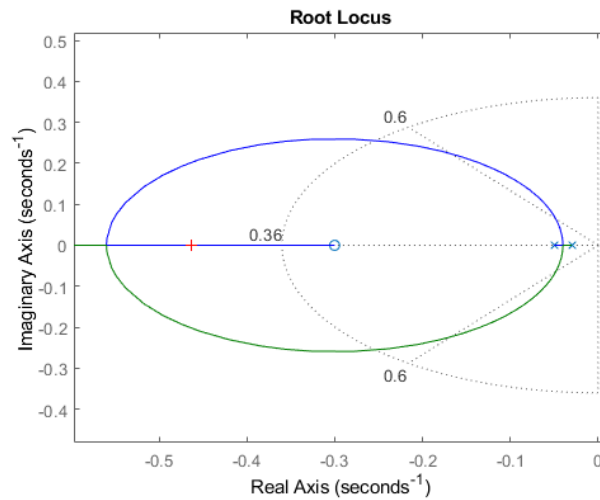


Figura 17: Luogo delle radici con *Phase Lag*

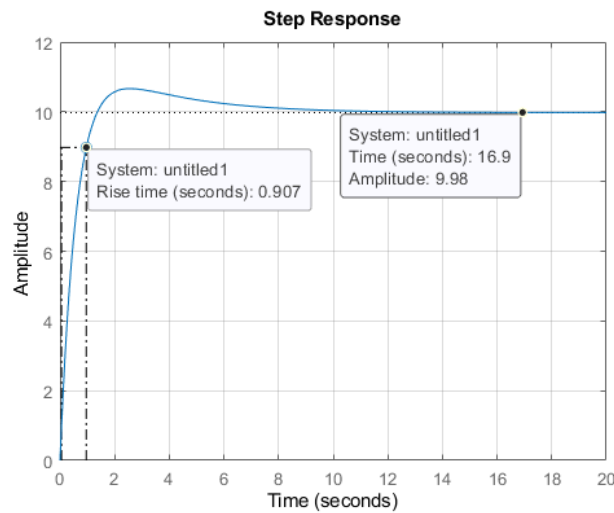


Figura 18: Risposta al gradino con *Phase Lag*

3.4 Conclusioni sul luogo delle radici

Studiando il sistema con il metodo del luogo delle radici si sono presentati gli stessi problemi del controllore \mathbf{P} ossia un errore a regime e_r costante nel caso in cui il guadagno sia troppo basso e un costo troppo elevato, se non irrealizzabile a livello fisico, nel caso di un guadagno troppo alto, anche se questo diminuisce notevolmente il tempo di salita t_r .

Per risolvere questo problema è stata introdotta una coppia zero-polo (*rete ritardatrice*) che diminuisce sia il tempo di salita che l'errore a regime ma allo stesso tempo rende il sistema meccanicamente realizzabile.

Infine si è riscontrato che l'inserimento di uno zero, dovuto alla rete ritardatrice, in base alla sua posizione genera una leggera sovralongazione M_p , ma è irrilevante per il nostro problema poiché il controllore mantiene le specifiche progettuali imposte inizialmente.

Capitolo 4

4 Analisi in frequenza

4.1 Considerazioni preliminari

Fino ad ora si è focalizzata l'attenzione sulla risposta al gradino del sistema nel tempo in modo da rispettare i requisiti progettuali quali: tempo di salita t_r e sovraelongazione M_p .

Poiché studiare la funzione di trasferimento richiederebbe un calcolo in quattro dimensioni, è preferibile studiare il comportamento del sistema anche nel dominio della frequenza.

Ponendo la variabile di Laplace $s = j\omega$, dove ω viene detta *pulsazione*, *frequenza angolare* o anche solo *frequenza*, dalla funzione di trasferimento si ricava la risposta in frequenza, o risposta armonica, del sistema $W(j\omega)$ definita come:

$$W(j\omega) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C} \quad \text{con } 0 \leq \omega < \infty \quad (33)$$

osservando che si valuta la funzione di trasferimento in corrispondenza di valori immaginari puri.

Per la risposta in frequenza del sistema verranno definiti alcuni parametri:

- B_p = banda passante (tipicamente a 3 dB);
- ω_r = pulsazione di risonanza;
- M_{rel} = picco di risonanza relativo;

dove la banda passante B_p individua l'intervallo di pulsazioni $[0, B_p]$ in cui si ha

$$|W(j\omega)|_{dB} \geq |W(0)|_{dB} - 3dB \quad (34)$$

mentre la pulsazione di risonanza ω_r ($\omega_r > 0$ e se esiste è unica) è la pulsazione in corrispondenza del valore massimo di $|W(j\omega)|$ ed è definita come

$$|W(j\omega_r)| = \max_{(\omega > 0)} |W(j\omega)|_{dB} \quad (35)$$

e infine il picco di risonanza relativo M_{rel} rappresenta il rapporto tra il modulo della risposta in frequenza alla pulsazione di risonanza ω_r e $|W(0)|$ calcolato in dB

$$M_{rel} = \left[\frac{|W(j\omega_r)|}{|W(0)|} \right]_{dB} \quad (36)$$

Lo studio della risposta in frequenza risulta molto utile in quanto permette di dedurre la stabilità del sistema sia in catena aperta che in catena chiusa. Per analizzare la risposta in frequenza vengono utilizzate due rappresentazioni grafiche:

- il diagramma di Bode che analizza l'ampiezza e la fase di $|W(j\omega)|$;
- il diagramma di Nyquist che rappresenta graficamente $W(j\omega)$ nel piano complesso al variare del parametro reale ω ;

Neel'analisi della risposta in frequenza è necessario introdurre alcuni nuovi parametri:

- pulsazione di attraversamento ω_a (se esiste allora è unica): è definita come la pulsazione per la quale il diagramma di bode interseca l'asse orizzontale (quello delle pulsazioni), ossia:

$$|W(j\omega_a)|_{dB} = 20 \log |W(j\omega_a)| = 0 \quad (37)$$

- fase di attraversamento φ_a : è definita come la fase che assume la risposta in frequenza in corrispondenza della pulsazione di attraversamento:

$$\varphi_a = \arg(W(j\omega_a)) \quad (38)$$

- margine di fase m_φ : è una grandezza definita dalla relazione:

$$m_\varphi = \pi + \varphi_a \quad (39)$$

4.2 Considerazioni catena aperta e catena chiusa

Come nei capitoli precedenti, si prende ora in considerazione un controllore proporzionale ed si effettua l'analisi del sistema in catena ottenendo:

$$W(s) = C(s)G(s) = \frac{K_p}{ms + b} \quad (40)$$

dove K_p è unitario, il diagramma di Bode è quello in Figura (4) e la risposta al gradino è quella in Figura (2).

Si traccia il diagramma di Nyquist usando il seguente codice Matlab:

```
nyquist(W)
```

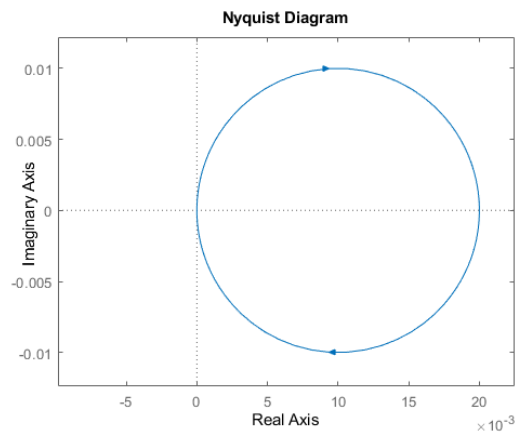


Figura 19: Diagramma di Nyquist

Nel Capitolo 2 era già stata discussa la stabilità del sistema in catena aperta, ora grazie al diagramma di Nyquist ci si può concentrare sulla stabilità del sistema in catena chiusa utilizzando il criterio ridotto di Nyquist:

$$N = n_{W+} - n_{H+} \quad (41)$$

dove N rappresenta il numero di giri che compie attorno al punto critico $-1 + j0$ mentre n_{W+} e n_{H+} rappresentano rispettivamente il numero di poli con parte reale positiva della funzione di trasferimento del sistema in catena aperta e il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento del sistema in catena chiusa. Da Figura (19) si nota che $N = 0$ poiché il diagramma non circonda mai il punto critico e dunque il sistema retroazionato risulta BIBO-stabile.

4.3 Rete ritardatrice

Una rete attenuatrice, chiamata anche ritardatrice o *lag controller*, come già presentato nella sezione (3.3), permette di ridurre l'errore a regime e allo stesso tempo di diminuire la pulsazione di attraversamento, ottenendo di conseguenza una risposta meno rapida del sistema.

L'equazione della rete ritardatrice è sempre:

$$C(s) = \frac{s + z_0}{s + p_0} \quad (42)$$

ponendo lo zero $z_0 = 0,1$ e il polo $p_0 = 0,02$, si ottiene la riduzione dell'errore a regime di un fattore pari a $z_0/p_0 = 5$

```
z0 = 0.1;           % zero
p0 = 0.02;         % polo
Rr = (s+z0)/(s+p0);
bode(Kp*Rr*W);
step(r*Kp*Rr*W);
```

e si ricavano i seguenti grafici della risposta al gradino e del diagramma di Bode:

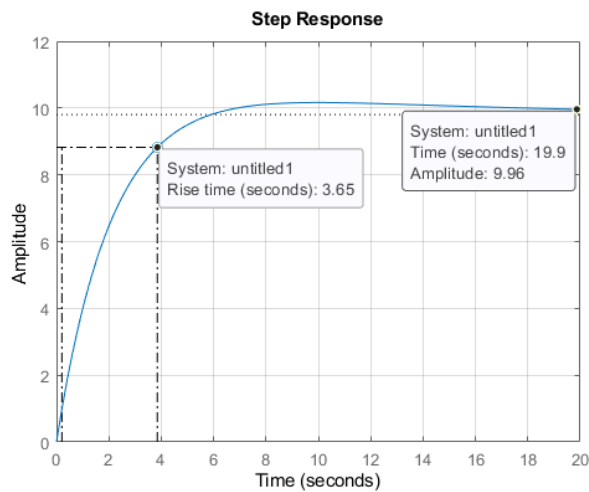


Figura 20: Risposta al gradino con rete ritardatrice

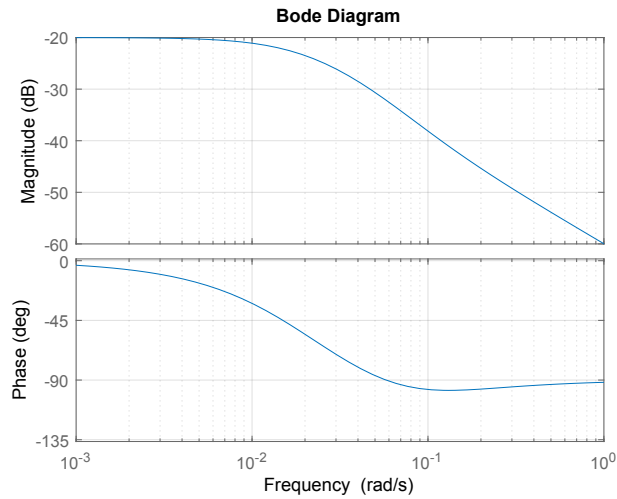


Figura 21: Diagramma di Bode con rete ritardatrice

dove si può osservare che le richieste progettuali sono state rispettate ottenendo un errore a regime $e_r = 1,6\%$ e un tempo di salita $t_r = 3,65 s$.

4.4 Considerazioni conclusive

Come già descritto nei precedenti due capitoli, il controllore \mathbf{P} soddisfa i requisiti progettuali solo in via teorica, ma a livello pratico non è fisicamente realizzabile. Per ovviare a questo problema viene aggiunta anche una rete ritardatrice al sistema.

Questa soluzione permette di ottenere ottimi risultati sia per l'errore a regime e_r sia per il tempo di salita t_r , che viene aumentato in modo da migliorare anche il comportamento dinamico del sistema.

Capitolo 5

5 Analisi in Simulink

5.1 Considerazioni preliminari

Per comprendere meglio il funzionamento del cruise control si analizza il sistema usando l'ambiente *Simulink* presente in *Matlab*.

L'ambiente *Simulink* viene impiegato per modellare, analizzare e simulare i sistemi dinamici descritti da equazioni differenziali utilizzando le funzioni di trasferimento o gli spazi di stato.

Per l'analisi, i requisiti di progettazione e i parametri del nostro sistema si farà riferimento a quelli utilizzati all'inizio della tesi nel Capitolo 1.

Riportiamo la Tabella (4) dei parametri iniziali per maggiore chiarezza:

<i>Parametri del Sistema</i>		
m	massa del veicolo	1000 [kg]
b	coefficiente di attrito	50 [Ns/m]
u	forza elettromotrice	500 [N]
r	velocità di riferimento	10 [m/s]

(43)

5.2 Creazione modello Simulink

Per creare in *Simulink* uno schema a blocchi del sistema si inizia da un blocco integratore che prende in ingresso un'accelerazione **a** e genera in uscita una velocità **v**:

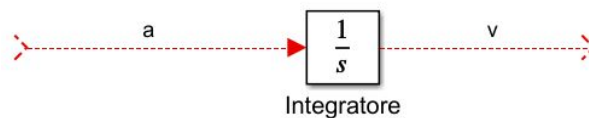


Figura 22: Blocco integratore

Usando come equazione quella che regola il moto del veicolo (1.2) si ottiene la variabile d'interesse, ossia la velocità **v**, mediante integrazione:

$$v = \int \frac{u(t) - bv}{m} = \int \frac{dv}{dt} dt \quad (44)$$

Per ottenere la velocità **v** applicando il blocco integratore viene utilizzata l'accelerazione **a** del veicolo ottenuta dalla seconda legge di Newton, ossia dal rapporto tra la differenza della forza elettromotrice **u** e della forza d'attrito $F_a = bv$ e la massa **m**

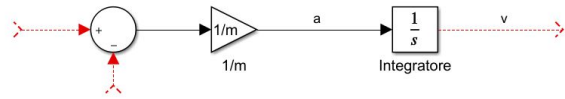


Figura 23: Schema a blocchi del processo $P(s)$

La forza di attrito bv è ricavata mediante una retroazione negativa della velocità che viene moltiplicata dal guadagno b

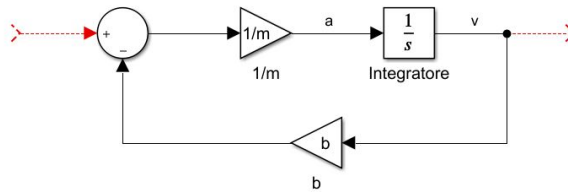


Figura 24: Schema a blocchi del processo $P(s)$

La forza elettromotrice u viene inserita nello schema come sorgente di tipo gradino di ampiezza u

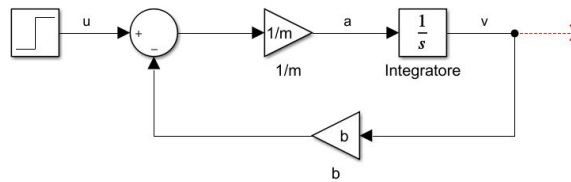


Figura 25: Schema a blocchi del processo $P(s)$

e infine per visualizzare la velocità si utilizza il blocco di uscita come visualizzatore

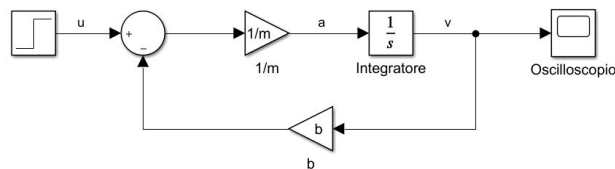


Figura 26: Schema a blocchi del processo $P(s)$

Dopo aver ultimato lo schema a blocchi e dopo aver inserito tutti i parametri di interesse si può procedere con l'analisi in catena aperta.

5.3 Simulazione catena aperta

Si esegue ora la simulazione dello schema a blocchi appena implementato.

Come primo passo si imposta il tempo di esecuzione della simulazione (nella Figura (27) è stato utilizzato un tempo di simulazione pari a 120 s) e successivamente si stabilisce il tipo di passo che si intende usare (*Variable-step/Fixed-step*) e il tipo di *Solver*.

Quando sono state ultimate anche le ultime configurazioni si inizia la simulazione premendo il comando *Start Simulation*, o direttamente dal visualizzatore, ottenendo la seguente risposta al gradino:

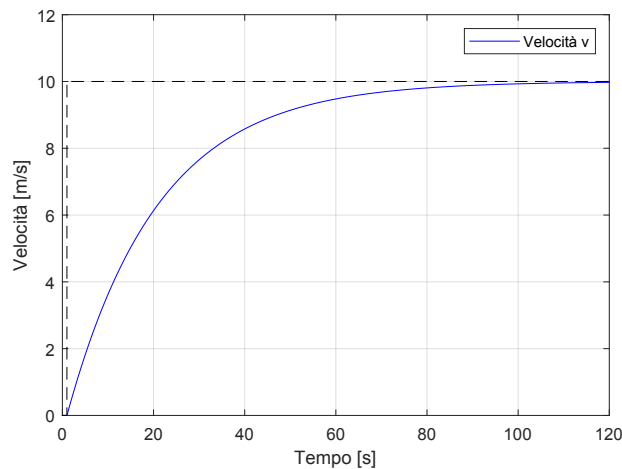


Figura 27: Simulazione risposta al gradino in catena aperta

Come si osserva dalla Figura(27), il comportamento del sistema è come quello calcolato precedentemente nella risposta ad anello aperto in (2). Le specifiche, infatti, non vengono soddisfatte per cui è necessario migliorare il tempo di salita t_r utilizzando i controllori progettati in *Matlab* nei precedenti capitoli: **PI**, **PID** e rete ritardatrice.

5.4 Simulazione catena chiusa

Si inseriscono i controllori progettati in *Matlab* (**PI**, **PID**, rete ritardatrice) prima del sistema in catena aperta, sempre usando una retroazione negativa.

Per comodità a livello grafico il sistema in catena aperta di Figura (26) è stato inserito in un blocco sottosistema (*subsystem*), considerato come una “*black box*”.

5.4.1 Controllore PI

Si utilizza per l'analisi in catena chiusa un controllore proporzionale integrativo (**PI**) e vengono inseriti come guadagni quelli ricavati nel Capitolo 2 ($K_p = 1000$, $K_i = 50$). Come sorgente di riferimento per il sistema si utilizza una velocità con forma a gradino di ampiezza v e si visualizza l'uscita con un oscilloscopio.

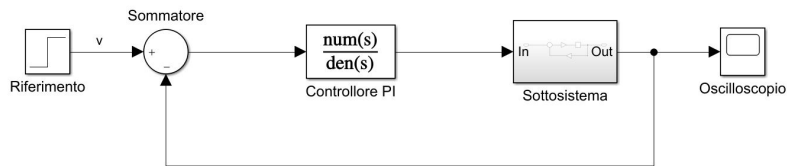


Figura 28: Schema a blocchi del sistema retroazionato

Viene riportato il codice *Matlab* per ricavare i parametri da inserire nella simulazione:

```

m = 1000;           % Massa dell'autovettura
b = 50;             % Coefficiente di attrito
r = 10;             % Velocità di riferimento
u = 500;           % Forza elettromotrice
Kp = 1000;         % Guadagno proporzionale
Ki = 50;           % Guadagno integrativo

```

Si inizia la simulazione con il comando *Start Simulation* e si ottiene la seguente risposta al gradino:

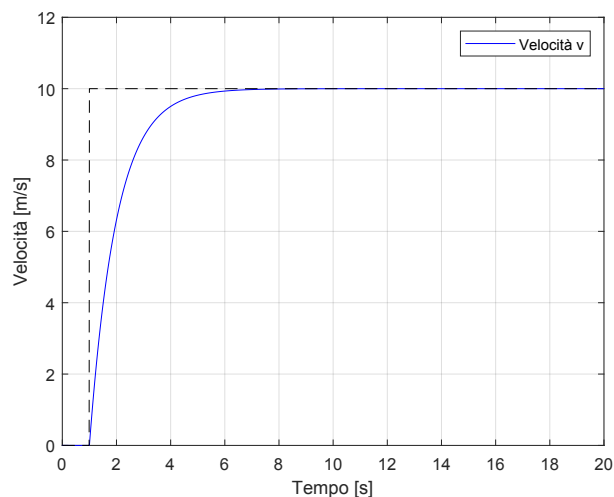


Figura 29: Simulazione risposta al gradino in catena chiusa

ed è possibile osservare da Figura (29) che i requisiti progettuali sono stati pienamente soddisfatti in quanto non si presentano né sovraelongazioni né errori a regime permanente, con anche un tempo di salita $t_r < 4$ s (non è eccessivamente basso quindi può essere realizzato fisicamente).

Come già accennato nel Capitolo 2, anche l'utilizzo di un controllore **PID** soddisfa le specifiche imposte, in quanto il controllore derivativo reale rende il sistema più stabile e diminuisce le sovraelongazioni, ma allo stesso tempo il **PID** è più complesso a livello realizzativo, poiché è necessario aggiungere anche il guadagno derivativo K_d , ed è molto più costoso. Quindi per il problema del cruise control si preferisce l'approccio con il **PI**.

5.4.2 Rete ritardatrice

Come ultimo caso si prende in esame una rete ritardatrice con funzione di trasferimento uguale all'espressione (42). Si modifica lo schema a blocchi in *Simulink* sostituendo la funzione di trasferimento precedente con quella della rete (per completezza si inserisce anche un guadagno proporzionale K_p):

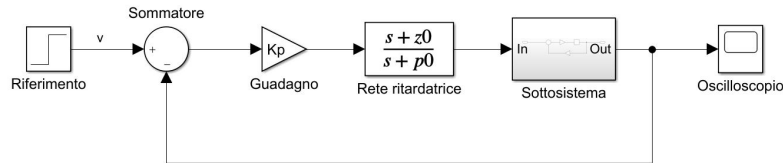


Figura 30: Schema a blocchi con *Phase Lag*

Anche in questo caso si utilizzano i valori determinati nel Capitolo 4 ($z_0 = 0,1$, $p_0 = 0,02$) e usiamo come costante proporzionale $K_p = 500$.

```

m = 1000;           % Massa dell'autovettura
b = 50;            % Coefficiente di attrito
r = 10;            % Velocità di riferimento
u = 500;           % Forza elettromotrice
Kp = 500;          % Guadagno proporzionale
z0 = 0.1;          % zero
p0 = 0.02;         % polo
    
```

Si esegue la simulazione del sistema e si ottiene la seguente risposta al gradino:

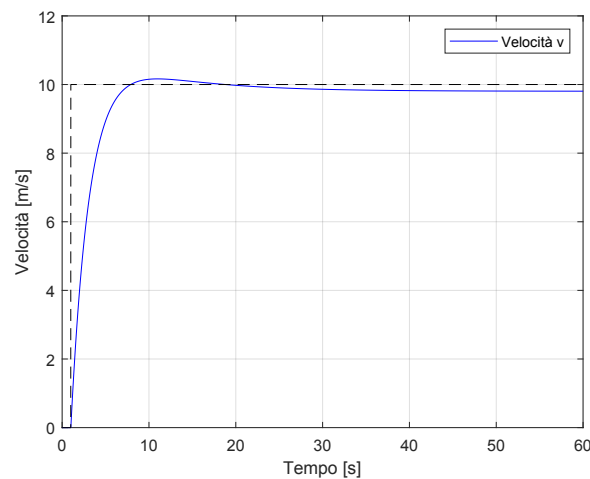


Figura 31: Simulazione risposta al gradino in catena chiusa

Analizzando la Figura (31) si nota una leggera sovralongazione M_p , ma comunque accettabile in quanto rispetta i requisiti preposti ($M_p < 10\%$). Il tempo di salita t_r ottenuto è minore dei 5 s e l'errore a regime e_r lo possiamo considerare trascurabile ($e_r \sim 0$).

Si osserva che l'accelerazione iniziale del sistema non è troppo elevata, di conseguenza non viene compromessa la fisica realizzabilità. La rete ritardatrice è una ottima soluzione alternativa alle soluzioni precedenti.

5.5 Considerazioni conclusive

Simulink è un perfetto strumento che permette al programmatore di analizzare, progettare e soprattutto simulare la risposta del sistema sia in catena aperta che in catena chiusa.

Non sono state eseguite le simulazioni con i controllori **P** e **PID** per evitare un'eccessiva ridondanza nelle soluzioni, in quanto già il controllore **PI** soddisfa pienamente i nostri requisiti.

Sia il controllore **PI** che la rete ritardatrice si sono dimostrate valide soluzioni, esattamente come ci si aspettava dalle analisi eseguite nei rispettivi capitoli.

Capitolo 6

6 Conclusioni

Con questa tesi si è cercato di modellizzare, analizzare e simulare un sistema cruise control in catena aperta e in catena chiusa. Usando un modello matematico del progetto si è riusciti a condurre un'analisi dinamica del sistema in modo da progettare diversi tipi di controllori e mettendo in pratica diverse tipologie di metodi realizzativi. Si è riscontrato che una soluzione teorica, anche se rispetta i requisiti progettuali, non sempre può essere applicata a livello pratico.

Lo studio del sistema è stato eseguito usando come approcci:

- i controllori **P**, **PI** e **PID**;
- il metodo dell'analisi del luogo delle radici con l'uso di una rete ritardatrice;
- l'analisi in frequenza con l'uso di una rete ritardatrice;

L'utilizzo del software *Matlab* e l'ambiente *Simulink* hanno di gran lunga facilitato la modellizzazione e l'analisi del sistema e così pure la progettazione dei controllori visualizzando le rispettive risposte al gradino.

Per semplicità di progetto, requisito non trascurabile per il costo di un controllore, la analisi si è concentrata principalmente sui controllori di tipo proporzionale (**P**), proporzionale-integrativo (**PI**), proporzionale-integrativo-derivativo (**PID**).

Il primo permette di rispettare i vincoli progettuali solamente a livello teorico, in quanto usando un guadagno troppo elevato, che di per sé è già costoso, si ottiene un tempo di salita t_r molto basso che causerebbe sollecitazioni veramente troppo elevate per l'autoveicolo.

L'utilizzo, invece, dei controllori **PI** e **PID** permette di ottenere una risposta meno impulsiva da parte del sistema diminuendo il tempo di salita. Anche in questi casi le specifiche imposte sono pienamente rispettate senza causare problemi rispetto al caso del singolo controllore proporzionale.

L'unico requisito a cui è fondamentale prestare attenzione è la sovraelongazione M_p , che viene generata dal guadagno integrativo.

L'analisi mediante il luogo delle radici e l'analisi in frequenza sono delle alternative che permettono di ottenere buoni risultati. Tuttavia entrambe per soddisfare le specifiche progettuali richiedono l'utilizzo di una rete ritardatrice, che gode anch'essa di una ottima semplicità di progetto, aggiungendo semplicemente un polo e uno zero al nostro sistema. Questo approccio però richiede qualche osservazione in più rispetto ai controllori precedenti.

In conclusione per il progetto cruise control la soluzione più adeguata è quella di un controllore di tipo **PI**.

Riferimenti bibliografici

- [1] M. BISIACCO, M. E. VALCHER, *Controlli automatici*, Libreria Progetto Padova, Padova, 2018;
- [2] CRUISE CONTROL,
<https://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=CruiseControlsection=SystemModeling>;
- [3] M. BISIACCO, G. PILLONETTO, *Sistemi e Modelli*, Società Editrice Esculapio, 2020.
- [4] M. BISIACCO, S. BRAGHETTO, *Teoria dei sistemi dinamici*, Esculapio Collana Progetto Leonardo, Bologna, 2015.
- [5] P. BOLZERN, R. SCATTOLINI, N. SCHIAVONI, *Fondamenti di controlli automatici*, McGraw-Hill Education, 2015.