

**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA**



**FACOLTÀ  
DI  
INGEGNERIA**

# **INCLINOMETRI IN TECNOLOGIA MEMS**

**Relatore: prof. Leopoldo Rossetto**

**Laureando: Matteo De Biasi**

**Corso di laurea in ingegneria elettronica**

**Anno Accademico 2009-2010**



# Indice

<b>Sommario introduttivo</b>	1
<b>Capitolo 1</b>	3
1.1 MEMS	3
1.2 Bulk-macromachining	5
1.2.1 Wet isotropic etching	5
1.2.2 Wet anisotropic etching	8
1.2.3 Etch-stop techniques	12
1.2.4 Dry etching	18
1.2.5 Wafer bonding	19
1.3 Surface-micromachining	21
1.3.1 I materiali nella surface micromachining	22
1.3.2 I passi base	23
1.3.3 Stiction	26
1.3.4 “Manufacturability”	27
1.3.5 Strutture pre-CMOS e post-CMOS	31
1.3.6 Estensioni della surface micromachining	32
1.3.6.1 SOI surface micromachining	32
1.3.6.2 Hinged polysilicon	34
1.3.6.3 Hexil	34
1.4 Comparazione tra bulk e surface micromachining	35
1.5 Dispositivi MEMS	37
1.5.1 I microattuatori	37
1.5.2 I microsensori	40
<b>Capitolo 2</b>	43
2.1 Gli accelerometri meccanici: principio di funzionamento	43
2.1.1 Il sistema equivalente massa, molla ed elemento smorzatore	44
2.1.2 La sensibilità della microstruttura meccanica	47
2.1.3 Il rumore termico meccanico	53
2.2 Gli accelerometri piezoresistivi	55
2.3 Gli accelerometri piezoelettrici	57
2.4 Gli accelerometri risonanti	58
2.5 Gli accelerometri ad effetto Tunnel	60
2.6 Gli accelerometri capacitivi	63
2.6.1 Il principio di trasduzione: la capacità differenziale	64

2.6.2	La sensibilità ad anello aperto	67
2.6.3	La sensibilità ad anello aperto per le microstrutture “Z-Axis”	76
<b>Capitolo 3</b>		<b>81</b>
3.1	Interfaccia capacitiva: dalla grandezza meccanica alla grandezza elettrica	81
3.1.1	Il segnale utile: lettura e conversione della variazione delle capacità di sensing	82
3.1.2	Le capacità parassite e il loro effetto sul segnale utile	88
3.2	Il demodulatore sincrono	94
3.2.1	Demodulazione di ampiezza coerente	95
3.2.2	Il blocco moltiplicatore e il segnale “prodotto” in uscita	96
3.2.2.1	La cella di Gilbert e il prodotto tra il segnale di pilotaggio dell'interfaccia capacitiva	96
3.2.2.2	Segnale di disturbo in ingresso alla cella moltiplicatrice	100
3.2.2.3	Segnale modulato e portante di demodulazione non in fase	102
3.2.2.4	Il verso dell'accelerazione nel segnale “prodotto”	104
3.3	Filtro passa basso di demodulazione	105
3.3.1	Segnale utile e segnali di disturbo: condizioni di demodulazione e di soppressione	105
3.3.2	Filtro passa basso di demodulazione in alcuni accelerometri commerciali	110
<b>Capitolo 4</b>		<b>115</b>
4.1	La “force-feedback” nei microaccelerometri capacitivi	115
4.1.1	La costante elastica elettrostatica	115
4.1.2	La forza elettrostatica come grandezza di retroazione	118
4.2	La retroazione analogica	121
4.3	La retroazione digitale	129
<b>Capitolo 5</b>		<b>135</b>
5.1	Interfaccia elettronica di misura a capacità commutate	135
5.2	Circuito di misura con struttura differenziale	143
5.3	Il circuito di misura a capacità commutate in un sistema retroazionato	150
5.4	LIS2L02AL: un esempio di accelerometro commerciale utilizzando la correlated double sampling	155
<b>Capitolo 6</b>		<b>157</b>
6.1	Accelerometri ad un asse di sensibilità	157
6.1.1	Accelerometri laterali X-Axis	158
6.1.2	Accelerometri verticali Z-Axis	163
6.2	Accelerometri a due assi di sensibilità	169

6.2.1	Accelerometri <i>XY</i> -Axis con due proof-mass distinte	169
6.2.2	Accelerometri <i>XY</i> -Axis con un'unica proof-mass	171
6.3	Accelerometri a tre assi di sensibilità	180
6.3.1	Accelerometri <i>XYZ</i> -Axis con tre proof-mass distinte	180
6.3.2	Accelerometri <i>XYZ</i> -Axis con un'unica proof-mass	182
6.3.3	Esempi di accelerometri commerciali a tre assi di sensibilità	185
<b>Capitolo 7</b>		191
7.1	Misura dell'inclinazione	191
7.1.1	Misura dell'inclinazione con un solo asse di sensibilità	191
7.1.1.1	Misura dell'inclinazione con accelerometro <i>X</i> -Axis	191
7.1.1.2	Misura dell'inclinazione con accelerometro <i>Z</i> -Axis	209
7.1.2	Misura dell'inclinazione con accelerometro a due assi	219
<b>Conclusioni</b>		235
<b>Appendice A</b>		237
	Serie di Fourier di un'onda quadra	237
<b>Appendice B</b>		241
	Cella moltiplicatrice di Gilbert	241
<b>Bibliografia</b>		245



## Sommario introduttivo

L'intento del lavoro che segue sarebbe di analizzare, ossia verificare, l'uso di un microaccelerometro realizzato in tecnologia MEMS per la misura dell'inclinazione di un oggetto.

Per perseguire questa ricerca mi prefiggo di esaminare i dispositivi MEMS nella loro realizzazione e nella loro utilizzazione come microattuatori e microsensori di cui l'accelerometro è parte.

Di qui passare a prendere in esame gli accelerometri meccanici, maggiormente diffusi, il loro principio di funzionamento e le loro caratteristiche in termini di sensibilità. Dei vari tipi di accelerometro meccanico svilupperò lo studio particolareggiato degli accelerometri capacitivi.

In seguito sarà mio compito prendere in esame il modo di tradurre e leggere gli spostamenti delle microstrutture meccaniche alla base degli accelerometri capacitivi per via elettronica ed ottenere, alla fine, un segnale che contenga la misura dell'accelerazione agente sul dispositivo.

Sarà mio compito, poi, presentare i vari tipi di accelerometro che si possono trovare in commercio o meno, classificandoli in base al numero di assi di sensibilità e del numero degli elementi meccanici sensibili all'accelerazione.

Infine passerò ad analizzare, con l'aiuto di esempi numerici, come il microaccelerometro possa essere utilizzato per la misura dell'inclinazione e come la scelta del numero di assi di sensibilità sfruttati a tale scopo e la posizione di fissaggio del dispositivo influisca sulla misura.





# Capitolo 1

*Presentazione dei dispositivi MEMS e delle tecnologie di micromachining impiegate per la loro realizzazione. Particolare attenzione è stata posta alla bulk ed alla surface micromachining. Inoltre si effettua una comparazione tra le due tecnologie. Infine si analizzano i possibili impieghi dei dispositivi MEMS come attuatori e sensori.*

## 1.1 MEMS

Con il termine MEMS, acronimo di Micro-Electro-Mechanical System, ci si riferisce generalmente a quei dispositivi di dimensioni caratteristiche inferiori al millimetro ma superiori al micron realizzati mediante integrazione di elementi meccanici, di sensori, di attuatori e di dispositivi elettronici su un comune substrato di silicio attraverso l'uso di tecniche di fabbricazione di massa simili a quelle impiegate per la realizzazione dei circuiti integrati ovvero di quelle tecniche che stanno alla base della microelettronica [2, 5].

Con lo stesso termine MEMS viene indicata la tecnologia di fabbricazione di tali dispositivi.

Nata con la comparsa del primo transistor nel 1948, la microelettronica ha trovato notevole impulso con lo sviluppo dei circuiti integrati a partire dal 1958 [1].

La tecnologia dei circuiti integrati, e quindi della microelettronica, ha conosciuto da allora un continuo e progressivo miglioramento dei processi di fabbricazione che hanno portato ad una progressiva riduzione delle dimensioni dei dispositivi integrati (l'attuale dimensione caratteristica di un transistor di un circuito integrato commerciale è dell'ordine dei 200 nm) e all'aumento del grado di integrazione dei singoli dispositivi in un unico chip [1].

Allo stesso tempo è aumentata la complessità dei chip e delle funzionalità che sono in grado di espletare.

Quasi parallelamente allo sviluppo della microelettronica si è sviluppata, anche se molto meno velocemente, la tecnologia di *micromachining* ovvero di quelle tecniche per la realizzazione di microstrutture meccaniche basate sulla rimozione selettiva di parti di un wafer di silicio oppure mediante l'aggiunta di strati di materiale opportuno, come ad esempio il silicio policristallino.

Le prime applicazioni dei processi di fabbricazione dei circuiti integrati assieme alle tecniche di *micromachining* risalgono ai primi anni 60 per la realizzazione di trasduttori di accelerazione e di pressione a stato solido [3] (nel 1961 fu introdotto sul mercato dalla Kulite il primo sensore di pressione piezoresistivo integrato su un diaframma di silicio [4]).

Da allora il continuo sviluppo e miglioramento delle tecniche di *micromachining*, in particolare delle tecniche compatibili con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati, e dei livelli di integrazione e complessità funzionale dei circuiti integrati, hanno permesso di realizzare e di introdurre nel mercato un'ampia varietà di dispositivi, usualmente riferiti come dispositivi MEMS, le cui applicazioni possono

andare dal campo medico al campo militare. Ad esempio si sono realizzati microsensori di accelerazione, di pressione, di velocità, di flusso, di temperatura, di umidità, di pH, microattuatori per movimenti lineari e angolari, micropompe di calore, testine per stampanti ink-jet, etc.

Lo sviluppo della tecnologia MEMS, ovvero dell'insieme di processi per l'integrazione di elementi meccanici, di sensori, di attuatori e di circuiti elettronici, unito allo sviluppo della tecnologia dei circuiti integrati, ha reso possibile la realizzazione di sistemi micro-elettromeccanici completi in un unico chip (System On a Chip, SOC). Inoltre la sempre più elevata capacità di processamento dei circuiti integrati ha reso possibile lo sviluppo di quei dispositivi che vengono comunemente definiti come *smart devices*.

In questi dispositivi i circuiti integrati possono essere pensati come il "cervello" del microsistema mentre la tecnologia MEMS permette di aumentarne la capacità decisionale attraverso quelle parti del microsistema che nell'analogia con il corpo umano sarebbero gli occhi e le braccia, ovvero i microsensori e i microattuatori [2].

Ad oggi non esiste ancora una definizione formale per i dispositivi MEMS anche se viene indicato come generico dispositivo MEMS un microsistema costituito da componenti meccanici, sensori, attuatori ed elettronica tutti integrati nello stesso contesto.[2, 3]. In questo sistema i sensori ricavano l'informazione circa l'ambiente circostante mediante la misura del fenomeno meccanico, termico, biologico, chimico, ottico o magnetico; l'elettronica integrata elabora l'informazione proveniente dai sensori e fornisce i segnali d'ingresso degli attuatori per il loro pilotaggio in modo tale che questi effettuino dei movimenti, delle regolazioni, dei filtraggi, ovvero compiano delle azioni per il controllo dell'ambiente circostante a seconda degli scopi prefissati [3].

I termini più appropriati con cui denominare quei dispositivi che comunemente vengono indicati come dispositivi MEMS (poiché realizzati mediante la tecnologia MEMS) ma che esplicano la sola funzione di sensori o di attuatori sarebbero rispettivamente *smart sensors* e *smart actuators*.

La tecnologia MEMS è quindi una nuova tecnologia di fabbricazione, un nuovo modo per realizzare sistemi micro-elettromeccanici complessi usando tecniche di fabbricazione di massa simili a quelle impiegate nella realizzazione dei circuiti integrati.

La possibilità di utilizzare tecniche di fabbricazione di massa, ed in più simili a tecniche già utilizzate, consente di ottenere in un unico chip, e ad un costo relativamente basso, dispositivi con livelli di funzionalità, affidabilità e di sofisticazione maggiori rispetto a quelli ottenibili nei corrispondenti dispositivi in scala "macroscopica" [2].

Si pensi ad esempio ai trasduttori elettromeccanici "macroscopici" nei quali i sensori e gli attuatori sono generalmente gli elementi più costosi e meno affidabili. La tecnologia MEMS consente di realizzare questi sistemi elettromeccanici in scala microscopica utilizzando tecniche di produzione di massa che permettono di ridurre i costi e di aumentare l'affidabilità dei sensori e degli attuatori portandoli ai livelli di costo e di affidabilità dei circuiti integrati.[2].

La tecnologia MEMS è quindi l'insieme di tutte quelle tecniche di fabbricazione di massa che consentono l'integrazione, su un comune substrato di silicio, di un complesso sistema micro-elettromeccanico costituito da parti meccaniche, da sensori, da attuatori e da una opportuna circuiteria elettronica.

La tecnologia di microfabbricazione che ne deriva fa uso dei processi di fabbricazione dei circuiti integrati per l'integrazione dell'elettronica e di processi di *micromachining* per la realizzazione delle microstrutture meccaniche.

Le tecniche correnti di *micromachining* includono le tecniche di *bulk micromachining* e *surface micromachining*, che risultano essere le più diffuse, la tecnica LIGA, dal tedesco Lithographie Galvanoformung Abformung, e l'EDM, dall'inglese ElectroDischarge Machining [5].

## 1.2 Bulk-micromachining

Con il termine *bulk micromachining* ci si riferisce alla tecnologia di microfabbricazione in cui le microstrutture sono realizzate all'interno del substrato (*bulk*) di un wafer di silicio monocristallino mediante rimozione selettiva del materiale.

Nata nei primi anni sessanta è stata da allora impiegata per la realizzazione di un'ampia gamma di microstrutture tanto che la maggior parte dei dispositivi oggi in commercio, ed in particolare circa il 90% dei microaccelerometri, vengono realizzati con tale tecnologia [6].

La *bulk micromachining* consente di realizzare strutture con spessore che può variare da qualche frazione di  $\mu\text{m}$  all'intero spessore del wafer di silicio (200-500  $\mu\text{m}$ ) e dimensioni laterali che possono andare da alcuni  $\mu\text{m}$  all'intero diametro del wafer (75-200 mm) [6].

Il processo di fabbricazione corrispondente è caratterizzato dalla fase di attacco/incisione del silicio, denominata *etching*, mediante la quale viene rimosso il materiale in eccesso.

La fase di *etching* può comprendere una o più tecniche tra quelle indicate di seguito:

- *Wet isotropic etching*;
- *Wet anisotropic etching*;
- *Plasma isotropic etching*;
- *Reactive ion etching*;
- *Etch stop techniques*.

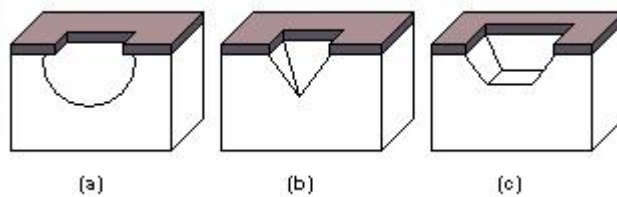
### 1.2.1 Wet isotropic etching

La fase di *etching* è sostanzialmente un processo chimico attraverso il quale il materiale da asportare viene rimosso in seguito ad una reazione chimica tra le sostanze attaccanti ed il materiale stesso.

Se gli attaccanti sono soluzioni chimiche il processo viene riferito come *wet chemical etching*, o più brevemente come *wet etching*, se invece sono in fase di plasma viene indicato come *dry etching* [7].

Una caratteristica del processo di incisione che assume un ruolo molto importante nella realizzazione di una microstruttura è la direzionalità dell'attacco.

Se la velocità di incisione nelle direzioni complanari alla superficie iniziale di attacco sono uguali alla corrispondente velocità nella direzione ad essa ortogonale, il profilo dell'incisione risulta essere di tipo arrotondato (Fig. 1.1a) e il processo è detto attacco isotropico. Se, invece, la velocità di *etching* nella direzione ortogonale alla superficie iniziale risulta essere maggiore delle velocità di incisione nelle direzioni ad essa complanari, allora il profilo dell'incisione può assumere la forma a V oppure ad U (Fig. 1.1b e c) ed il processo è detto attacco anisotropico.



**Fig. 1.1** Profili di incisione nel caso di attacco isotropico(a) e di attacco anisotropico(b)(c).

Nel caso estremo in cui le velocità di etching nelle direzioni complanari alla superficie iniziale di attacco risultano essere nulle, il profilo dell'incisione presenta pareti laterali verticali e pertanto il processo è detto attacco verticale.[9].

Il processo di *wet etching* viene ampiamente utilizzato nella tecnologia dei semiconduttori. Ad esempio per eliminare le imperfezioni superficiali del wafer di silicio (o altro semiconduttore monocristallino), per eliminarne i danni e le eventuali contaminazioni dovute alla sua manipolazione. E' impiegato inoltre nei processi di fabbricazione dei dispositivi integrati discreti e dei circuiti integrati per la rimozione selettiva del materiale protettivo (si pensi ad esempio al processo di fotolitografia e di apertura di una finestra di drogaggio nello strato di ossido di silicio).

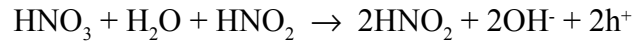
Nella tecnica di incisione denominata *wet isotropic etching* gli agenti attaccanti sono sostanze acide. Comunemente nell'attacco al silicio si impiegano miscele di acido nitrico ( $\text{HNO}_3$ ) e acido fluoridrico (HF) diluite in acqua oppure in acido acetico ( $\text{CH}_3\text{COOH}$ ) [8, 10].

L'attacco chimico si sviluppa in tre fasi:

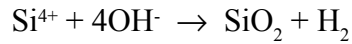
- 1) Trasporto per diffusione dei reagenti alla superficie di attacco;
- 2) Reazione chimica tra gli attaccanti ed il materiale da rimuovere;
- 3) Allontanamento per diffusione dei prodotti di reazione dalla superficie attaccata.

Nel caso di soluzione acquosa di una miscela di acido nitrico e di acido fluoridrico le reazioni che hanno luogo nel processo di *etching* risultano essere:

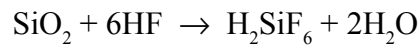
a) Produzione di lacune per l'ossidazione del silicio [10]



b) Produzione di ossido di silicio ( $\text{SiO}_2$ ) e di idrogeno gassoso [10]



c) Dissoluzione dell'ossido di silicio per reazione con l'acido fluoridrico [8, 10]



La reazione complessiva risulta essere [8, 10]:



Dove  $\text{H}_2\text{SiF}_6$  risulta essere solubile in acqua.

L'attacco chimico di tipo isotropico è fondamentalmente un meccanismo di trasferimento di carica, pertanto la velocità di incisione risulta essere dipendente dal tipo e dalla concentrazione di impurità droganti presenti nel materiale da asportare [12].

In generale i substrati di silicio fortemente drogati possono essere attaccati molto più rapidamente di quelli leggermente drogati. Questo presumibilmente è dovuto al fatto che in questi ultimi il numero di portatori di carica disponibili a prendere parte al meccanismo di trasferimento di carica risulta essere minore. Inoltre la velocità di attacco varia al variare della temperatura di processo che generalmente viene eseguito a temperatura ambiente o leggermente superiore [11].

L'attacco chimico isotropico viene usato per diversi scopi tra i quali la rimozione dei danni superficiali, l'arrotondamento degli angoli del profilo di incisione ottenuto con un attacco anisotropico, la realizzazione di strutture o di superfici planari sui wafer di silicio monocristallino, la definizione di giunzioni elettriche, la valutazione di eventuali difetti strutturali e per il *patterning* delle pellicole di silicio monocristallino, policristallino o amorfo [10].

Ci sono diversi problemi associati all'attacco isotropico del silicio: primo fra tutti la difficoltà di realizzare delle finestre di attacco con elevata precisione utilizzando come materiali di "maschera" materiali attaccabili dalle sostanze utilizzate nel processo (ad esempio  $\text{SiO}_2$ ); in secondo luogo la forte dipendenza del processo di incisione dalla temperatura e dall'agitazione dei reagenti che rende difficile il controllo sulle geometrie laterali dell'incisione oltre che a quelle verticali [10].

Lo sviluppo dell'attacco anisotropico ha permesso di superare molti dei problemi presentati dall'attacco isotropico.

## 1.2.2 Wet anisotropic etching

La tecnica di attacco chimico anisotropico (*wet anisotropic etching*) fu sviluppata a partire dalla seconda metà degli anni sessanta quando si scoprì che alcune sostanze alcaline incidevano il silicio cristallino con velocità diverse a seconda dell'orientazione dei piani cristallografici esposti all'attacco [11, 14].

L'uso appropriato di tale tecnica consente di ottenere incisioni di varie forme geometriche e contorni perfettamente definiti dai piani cristallografici.

L'attacco anisotropico consente un maggiore controllo sulle dimensioni laterali dell'incisione rispetto a quello ottenibile con un attacco isotropico. La natura stessa degli agenti attaccanti permette inoltre un'elevata accuratezza nel definire il profilo verticale dell'incisione.[13].

Uno svantaggio della tecnica *wet anisotropic etching* è il fatto che essa risulta essere notevolmente più lenta della *wet isotropic etching*. Infatti a fronte di una velocità di attacco di alcune decine di micrometri al minuto per il processo isotropico, la velocità del processo anisotropico risulta essere al massimo di alcuni micrometri al minuto.

Inoltre la velocità di incisione è fortemente dipendente dalla temperatura a cui avviene il processo, essendo questo dominato dalla fase di reazione chimica, ed in particolare le velocità relative ai vari piani cristallografici esposti all'attacco aumentano all'aumentare della temperatura.

Per questo motivo, e per il fatto che all'aumentare della temperatura diminuiscono le irregolarità superficiali dell'incisione, i processi di attacco anisotropico vengono eseguiti a temperature elevate (80-85°C) ma tali da evitare l'evaporazione delle sostanze attaccanti [13].

Esiste un'ampia varietà di sostanze alcaline che possono essere utilizzate nel processo di attacco chimico anisotropico. Tra queste si possono citare le soluzioni acquose di idrossidi quali il KOH, NaOH, CsOH, LiOH, NH<sub>4</sub>OH e vari idrossidi amminici quaternari ai quali possono essere aggiunti particolari alcool. Vengono inoltre impiegate soluzioni acquose di alcalini organici come l'etilendiammina, la colina, l'idrazina, ai quali vengono aggiunti additivi quali la pirazina ed il pirocatecolo.[13].

La scelta della sostanza da impiegare dipende da vari fattori: dalla facilità di manipolazione, dalla tossicità, dalla velocità di attacco, dalla topologia della superficie inferiore dell'incisione che si desidera ottenere, dalla compatibilità con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati, dalle tecniche di arresto dell'attacco, dalla selettività di incisione sui materiali e dai materiali utilizzati per realizzare le maschere di attacco [13].

Le sostanze più comunemente usate nel processo di *wet anisotropic etching* sono le soluzioni acquose di KOH, a cui può essere aggiunto *alcohol isopropyl*, e soluzioni di etilendiammina con l'aggiunta del pirocatecolo (indicate con l'acronimo EDP).

La soluzione EDP risulta essere difficilmente manipolabile a causa della sua tossicità e della degradazione delle sue proprietà in seguito a reazioni con l'ossigeno.

Pregio di tale sostanza è l'elevato rapporto tra la velocità di attacco al silicio e la velocità di attacco all'ossido di silicio ( $\text{SiO}_2$ ) pari a circa 5000:1 se confrontato con l'analogo rapporto per la soluzione di KOH pari a circa 400:1 [13].

La sostanza più impiegata nell'attacco anisotropico è la soluzione acquosa di idrossido di potassio (KOH). Come per tutte le sostanze impiegate in questo tipo di processo, la velocità di attacco al silicio risulta essere diversa a seconda dell'orientazione dei piani cristallografici e dipendente dalla temperatura del processo. Inoltre le velocità di incisione variano al variare della concentrazione della soluzione di KOH (Fig. 1.2).[13].

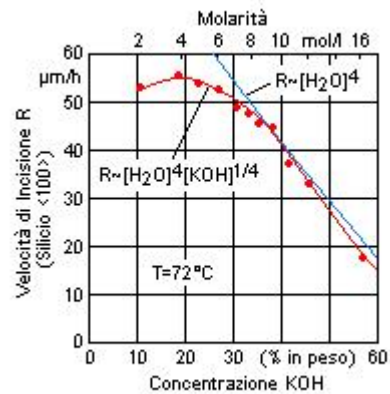
Il principale vantaggio della soluzione di KOH è la possibilità di ottenere velocità di attacco relativamente alte rispetto alle altre sostanze anisotropiche.

I principali svantaggi sono l'incompatibilità con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati e il basso rapporto tra le velocità di incisione sul silicio e sul suo ossido  $\text{SiO}_2$  da parte delle soluzioni acquose di KOH.

Il basso rapporto tra le due velocità rende poco affidabile l'impiego dell'idrossido di potassio (KOH) in quei processi in cui si richiedono lunghi tempi di incisione e le maschere per la definizione delle regioni di attacco siano state realizzate in  $\text{SiO}_2$ . In questi casi è preferibile l'impiego, come attaccante, dell'etilendiammina con pirocatecolo (EDP) che presenta una maggiore selettività  $\text{Si}/\text{SiO}_2$  rispetto al KOH; oppure l'utilizzo del nitrato di silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) come materiale per la realizzazione delle maschere di incisione. Infatti, il rapporto tra la velocità di attacco al silicio e la velocità di attacco al nitrato  $\text{Si}_3\text{N}_4$  da parte delle soluzioni di KOH può assumere valori anche superiori a  $10^4$ . [13].

Nel corso degli anni sono state sviluppate diverse sostanze da impiegare come attaccanti nei processi di *wet anisotropic etching* e che presentassero caratteristiche di bassa tossicità, facilità di manipolazione e compatibilità con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati. Tra queste si annovera la soluzione indicata con l'acronimo TMAHW (Tetramethyl-Ammonium-Hydroxide-Water) che grazie alla sua compatibilità con i processi di fabbricazione CMOS viene comunemente usata nella fabbricazione di microaccelerometri e microattuatori.[13].

Una caratteristica comune a tutte le soluzioni "anisotropiche" fin qui considerate è la drastica riduzione delle velocità di attacco al silicio se questo contiene un'elevata concentrazione di atomi droganti di Boro (superiore a  $5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ). Lo stesso comportamento si ha con altre impurità, come ad esempio P e Ge, ma per valori di concentrazione più elevati.[13].



**Fig. 1.2** Velocità d'incisione del silicio (100), e sue approssimazioni, al variare della concentrazione di KOH [78].

**Tabella 1.1:** Principali caratteristiche di quattro diversi attaccanti anisotropici\*.

<i>Attaccante/Diluente/ Additivo/Temperatura</i>	<i>Etch-Stop</i>	<i>Velocità di Incisione R (Silicio &lt;100&gt;) <math>\mu\text{m}/\text{min}</math></i>	<i>Rapporto di Velocità di Incisione (100)/(111)</i>
KOH/acqua/alcol isopropile/85°C	B>10 <sup>20</sup> cm <sup>-3</sup> riduce R di un fattore 20	1,4	400 600 per (110)/(111)
EDP/acqua/pirazina/115°C	B>5·10 <sup>19</sup> cm <sup>-3</sup> riduce R di un fattore 50	1	35
TMAH/acqua/90°C	B>4·10 <sup>20</sup> cm <sup>-3</sup> riduce R di un fattore 40	3,0	Da 12,5 a 50
N <sub>2</sub> H <sub>4</sub> (idrazina)/(acqua)/ alcol isopropile/115°C	B>1,5·10 <sup>20</sup> cm <sup>-3</sup> praticamente arresta l'incisione	3,0	10

\*(tabella tratta da [71]).

Gli atomi droganti possono essere incorporati nel silicio attraverso le usuali tecniche di drogaggio, ad esempio attraverso l'impiantazione ionica, con la quale si ottengono strati di silicio altamente drogato di spessore inferiore al  $\mu\text{m}$ , oppure attraverso la deposizione e diffusione delle impurità ottenendo strati di spessore superiore al  $\mu\text{m}$  [13].

Questi strati di silicio ad alto drogaggio vengono utilizzati per arrestare il processo di incisione. Le tecniche di arresto del processo di attacco vengono indicate con il termine *etch-stop techniques*.

La peculiarità del processo *wet anisotropic etching* di esibire velocità di incisione diverse a seconda dell'orientazione dei piani cristallografici esposti all'attacco e la loro brusca riduzione nel caso in cui il silicio risulti essere altamente drogato, consente di realizzare, oltre ad incisioni di varie forme geometriche e con contorni perfettamente delineati, anche microstrutture sospese (ad esempio il *cantilever*).

Per una maggiore comprensione dell'attacco anisotropico del silicio cristallino, è opportuno ricordare che la disposizione regolare e periodica degli atomi di un cristallo è rappresentata da un modello matematico tridimensionale, noto come reticolo cristallino o reticolo spaziale, nel quale è possibile individuare una struttura base, detta cella unitaria o cella elementare, la cui ripetizione nelle tre dimensioni dello spazio definisce l'intera struttura del reticolo. La cella elementare è a sua volta definita da una terna di vettori  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ , detti vettori base, tali che un qualsiasi spostamento lungo il reticolo, a partire da una data cella, e per multipli interi dei vettori  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ , porti ad una nuova cella del tutto identica a quella di partenza.[15].

Nei cristalli, così detti, a struttura cubica, la cella elementare, nella sua forma più semplice, è definita da una terna di vettori uguali in modulo ( $a_1=a_2=a_3$ ) ed ortogonali tra loro. Tali caratteristiche dei vettori di base conferiscono alla cella unitaria una struttura di forma cubica ed allo stesso tempo determinano un possibile sistema di riferimento cartesiano con assi i vettori  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ .



Per identificare un piano o una direzione vengono usati tre numeri interi indicati con  $h, k, l$ , detti indici di Miller.

Un piano cristallografico viene individuato dalla terna  $(h k l)$  dove gli indici di Miller rappresentano le coordinate dei punti di intersezione del piano considerato con i rispettivi assi di riferimento. Se il piano considerato non interseca un determinato asse l'indice di Miller corrispondente è posto a 0.

L'insieme dei piani che presentano relazioni simili rispetto agli assi di riferimento, come ad esempio i piani  $(100), (010), (001)$ , viene definito famiglia di piani ed indicato, ad esempio, con la notazione  $\{100\}$  [15].

La direzione in un reticolo viene indicata con la terna  $[h k l]$  dove gli indici di Miller sono ottenuti traslando la semiretta orientata, rappresentativa della direzione, in modo tale che la sua origine coincida con l'origine del sistema di riferimento della cella unitaria e considerando le coordinate normalizzate del punto di intersezione di tale semiretta con i piani ortogonali agli assi di riferimento.

L'insieme delle direzioni che risultano essere cristallograficamente equivalenti, come ad esempio le direzioni  $[100], [010], [001]$ , viene riferito come famiglia, o gruppo, delle direzioni  $\langle 100 \rangle$  [15].

Il silicio cristallino, con i suoi quattro legami covalenti, è caratterizzato da una struttura cubica a diamante, ovvero la disposizione degli atomi di silicio risulta essere uguale a quella degli atomi di carbonio nella forma di diamante. Per tale reticolo cubico la generica direzione cristallografica  $[h k l]$  è ortogonale al piano  $(h k l)$ . [16].

Un reticolo cristallino che ha una struttura con numerose somiglianze con quella del diamante, è il reticolo della zincoblenda, caratteristico di alcuni importanti semiconduttori composti ( ad esempio GaAs) [17].

Per il silicio cristallino, ed in generale per i semiconduttori con struttura zincoblenda, i piani  $\{111\}$  presentano una maggiore densità di impaccamento degli atomi rispetto agli altri piani cristallografici. Questo spiega la bassa velocità di attacco delle soluzioni "anisotropiche" sui piani  $\{111\}$  rispetto agli altri piani. [16, 18]. Se consideriamo, ad esempio, una soluzione acquosa di KOH con *isopropyl alcohol* alla temperatura di processo di  $80^\circ\text{C}$ , si ha che la velocità di incisione del silicio lungo il piano  $(110)$  è di circa  $2,1 \mu\text{m}/\text{min}$ , di circa  $1,4 \mu\text{m}/\text{min}$  lungo il piano  $(100)$  e solamente di  $0,003 \mu\text{m}/\text{min}$  lungo il piano  $(111)$  [18]. Altri esempi si possono ricavare dalla Tabella 1.1 dove sono riportati i rapporti tra le velocità d'incisione del silicio lungo i piani  $(100)$  e  $(111)$  per alcune soluzioni attaccanti.

E' ora possibile fare alcune considerazioni sui profili di incisione ottenibili con un attacco chimico anisotropico.

Consideriamo come esempio l'attacco anisotropico di un substrato di silicio cristallino con superficie di attacco orientata dalle direzioni  $\langle 100 \rangle$ , ovvero con la superficie iniziale di incisione corrisponde al piano cristallografico  $(100)$ . Tale superficie sia stata opportunamente mascherata con materiale resistente alla soluzione attaccante utilizzata e su tale maschera sia stata aperta una finestra d'incisione di forma rettangolare con i lati perfettamente allineati alle direzioni  $\langle 110 \rangle$ . In queste condizioni il risultato dell'attacco è un solco con pareti laterali perfettamente definite dai piani  $\{111\}$  dove la velocità di incisione, come abbiamo

visto, è nettamente inferiore a quella degli altri piani.[3].

A seconda della dimensione della finestra aperta sulla maschera e della durata del processo di incisione, si possono ottenere profili di incisione a V oppure ad U dove la superficie inferiore è definita dal piano cristallografico (100) [18].

Se i lati della finestra di attacco non sono allineati con le direzioni  $\langle 110 \rangle$ , oppure presentano dei tratti curvi, si ha l'incisione del silicio anche al di sotto della maschera protettiva. Tale fenomeno viene riferito con il termine di *undercutting* [3].

Il fenomeno di *undercutting* viene sfruttato per la realizzazione di microstrutture sospese. Un esempio è il *cantilever*.

In questo caso la struttura del *cantilever* viene definita mediante una opportuna tecnica di arresto (ad esempio con drogaggio del silicio con atomi di boro) e disposta in modo tale che non sia allineata alle direzioni  $\langle 110 \rangle$ . Il fenomeno di *undercutting* permetterà la rimozione del silicio al di sotto dello strato di silicio che costituirà il *cantilever*. [3].

### 1.2.3 Etch - stop techniques

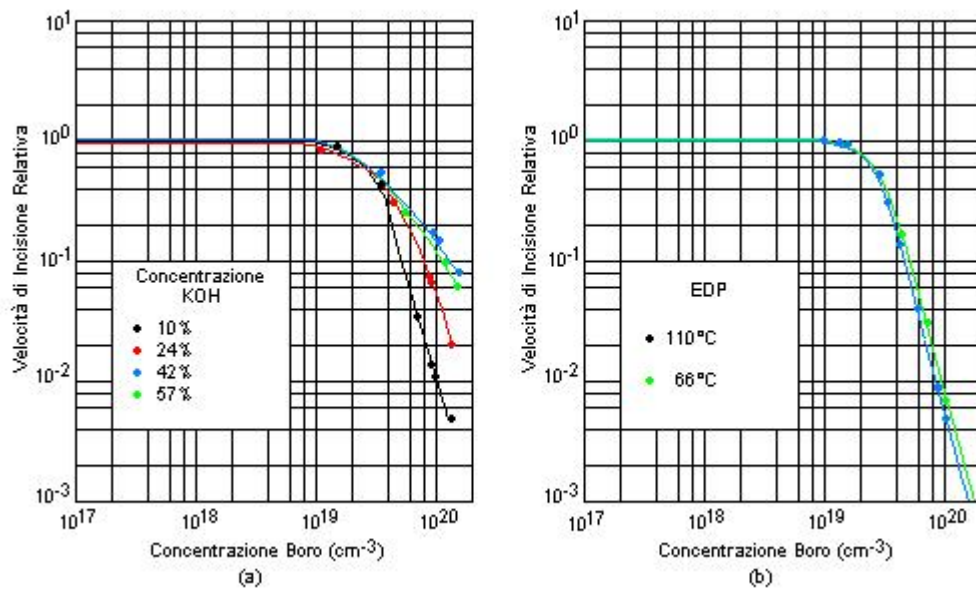
In molti casi si richiede di arrestare l'incisione al silicio quando si è raggiunta la profondità desiderata, oppure quando si è raggiunto lo spessore desiderato di una data membrana di silicio.

Come abbiamo visto in precedenza, i processi di attacco chimico sono sostanzialmente dei fenomeni di trasferimento di carica; pertanto, la velocità di attacco risulta essere funzione dal tipo di droganti, della loro concentrazione e dell'eventuale polarizzazione del wafer [19].

Sono state sviluppate numerose tecniche di arresto del processo di incisione (*etch-stop techniques*) che sfruttano tali dipendenze per definire quelle regioni di silicio in cui l'attacco chimico deve rallentare al punto tale da potersi ritenere arrestato. Tra le varie tecniche ricordiamo la Doping Selective Etching (DSE) e la Bias Dependent Etching (BSE).

Nella tecnica di arresto denominata *doping selective etching*, viene sfruttata la proprietà delle soluzioni di attacco anisotropiche (quali le soluzioni acquose di KOH, di NaOH, di idrazina e di etilendiammina con pirocatecolo) di ridurre in modo drastico la propria velocità d'incisione sul silicio all'aumentare delle concentrazioni droganti di atomi di Boro fino a pervenire, per elevati livelli di drogaggio, ad una condizione tale da poter considerare arrestato il processo d'incisione.

Si consideri, ad esempio, l'andamento della velocità di attacco della soluzione EDP sul silicio (100) al variare della concentrazione di atomi di Boro con cui è stato drogato. Questa risulta essere approssimativamente di  $50 \mu\text{m/h}$  nell'intervallo di drogaggio compreso tra  $2 \times 10^{14}$  e  $5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ . Per valori di concentrazione superiori ad una soglia critica di  $7 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  la velocità di attacco cala bruscamente ed il silicio si può ritenere non intaccato dalla soluzione alcalina (vedi Fig. 1.3).[20].



**Fig. 1.3** Velocità di incisione relativa del silicio al variare della concentrazione delle impurità droganti di Boro per soluzioni di KOH(a) e per la soluzione attaccante EDP(b) [79].

La tecnica di arresto consiste, quindi, nel definire, mediante un pesante drogaggio con atomi di Boro, quella regione di silicio dove l'attacco deve arrestarsi (regione di *etch-stop*). Il drogaggio può essere ottenuto con le usuali tecniche di diffusione o di impiantazione ionica; oppure la stessa regione di arresto può essere definita mediante la crescita epitassiale di uno strato di silicio fortemente drogato al di sopra di un substrato meno drogato.[20].

La definizione delle regioni di *etch-stop* e la selettività di attacco mostrata dalle soluzioni anisotropiche, consentono di realizzare, in un unico passo, delle strutture sospese con geometrie laterali arbitrarie come ad esempio i *cantilever*, i diaframmi e le membrane di silicio.

I principali svantaggi di tale tecnica derivano dall'elevato livello di drogaggio presente nella struttura realizzata. In primo luogo l'elevata concentrazione di atomi di boro riduce la costante reticolare della struttura, ne consegue un elevato stress meccanico che può causare deformazioni, fratture e bloccaggi in più punti della microstruttura realizzata. In secondo luogo l'elevato drogaggio risulta essere incompatibile con il processo standard CMOS e le tecniche bipolari.[21].

Per ottenere strutture soggette ad un minore stress meccanico sono state utilizzate diverse specie di atomi droganti in alternativa al Boro (ad esempio Fosforo e Germanio) o congiuntamente a questo (drogaggio con B e Ge) [21].

L'incompatibilità con i processi CMOS e bipolari può essere risolta attraverso la realizzazione di una regione sepolta di silicio fortemente drogato che costituirà la regione di *etch-stop* sopra la quale verrà cresciuto uno strato epitassiale di silicio meno drogato in cui sarà integrata l'elettronica prevista [21].

Nonostante gli accorgimenti sviluppati per ridurre gli svantaggi della DSE, la tecnica di arresto *bias dependent etch-stop*, più comunemente nota come *electrochemical etch-stop*, risulta essere, con le sue numerose varianti, la più utilizzata nelle microfabbricazioni. Tale tecnica si basa sul diverso comportamento

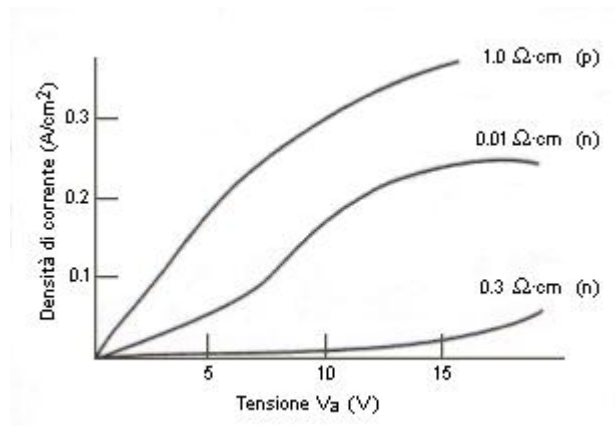
tenuto dal silicio al variare del tipo di droganti (se di tipo  $p$  o di tipo  $n$ ) quando viene attaccato con attacco elettrochimico (*electrochemical etching*).

Nell'attacco elettrochimico il wafer di silicio (di tipo  $p$  o di tipo  $n$ ) viene immerso in una soluzione attaccante isotropica (soluzione acida) oppure in una soluzione anisotropica (soluzione alcalina). Attraverso un contatto ohmico, realizzato sul wafer, il silicio viene polarizzato da una differenza di potenziale ( $\Delta\phi$ ) applicata tra il wafer, che costituirà l'anodo della cella elettrochimica, e un elettrodo metallico (catodo) a sua volta immerso nella soluzione.

Consideriamo come esempio di *electrochemical etching* l'incisione di un wafer di silicio in soluzione acquosa di acido fluoridrico (HF). Grazie all'applicazione al silicio di un potenziale positivo rispetto al catodo si ha l'iniezione di lacune nel silicio. Queste si distribuiranno sulla superficie di interfaccia Si-soluzione aumentando lo stato di ossidazione degli atomi di silicio che si combineranno con i gruppi  $\text{OH}^-$  prodotti per dissociazione dell'acqua presente nella soluzione. Il prodotto della loro combinazione saranno le specie instabili  $\text{Si}(\text{OH})_4$  che si dissocieranno in  $\text{SiO}_2$  e  $\text{H}_2$  gassoso. Il biossido di silicio sarà successivamente disciolto dall'acido fluoridrico e rimosso dalla superficie del silicio.[22].

Se la velocità di ossidazione del silicio non è superiore alla massima velocità di dissoluzione ottenibile, allora si ha l'erosione e quindi l'incisione del silicio; se invece la velocità di crescita dell'ossido è superiore alla velocità di dissoluzione, allora si ha la completa passivazione dalla superficie del silicio con conseguente arresto del processo di attacco.

La caratteristica tensione-corrente del sistema elettrochimico risulta essere fortemente dipendente dal tipo di droganti e dalla loro concentrazione (Fig. 1.4) e questa dipendenza viene sfruttata dalla tecnica di arresto *electrochemical etch-stop*.

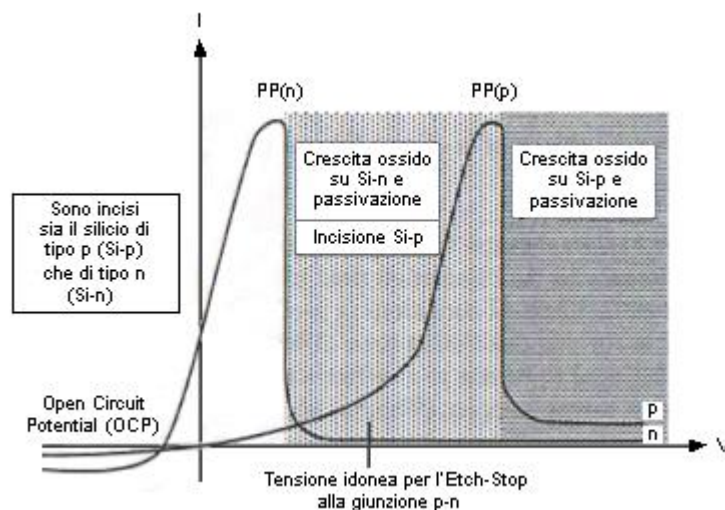


**Fig. 1.4** Caratteristica Tensione-Densità di corrente per silicio di tipo  $p$  e di tipo  $n$  a diversi livelli di drogaggio e immerso in un sistema elettrochimico [80].

Si consideri, ad esempio, le caratteristiche tensione-corrente relative all'attacco elettrochimico in soluzione acquosa di  $\text{KOH}$ , di un wafer di silicio drogato di tipo  $n$  e di un wafer di silicio drogato di tipo  $p$ . Entrambe le caratteristiche, mostrate in

Fig. 1.5, presentano andamenti simili della corrente al variare della tensione applicata tra anodo e catodo. Tali caratteristiche sono caratterizzate da un valore di tensione che delimita il passaggio tra due diversi “modi” di funzionamento del processo elettrochimico. Questo valore di tensione viene definito come potenziale di passivazione (PP) [22] oppure potenziale di Flade [23].

Per tensioni di polarizzazione inferiori al PP la corrente anodica aumenta all’aumentare della tensione raggiungendo il suo massimo al potenziale di passivazione. In questa regione di funzionamento la velocità massima di dissoluzione dell’ossido di silicio in KOH è maggiore della sua velocità di formazione e quindi si ha la rimozione del silicio dalla superficie esposta all’attacco. Per tensioni superiori al PP la velocità di formazione dell’ossido è superiore alla velocità con cui viene disciolto dall’acido, pertanto si ha la crescita di uno strato di  $\text{SiO}_2$  che comporterà la passivazione della superficie di silicio oggetto dell’attacco. In questa regione di funzionamento la corrente anodica subisce una drastica riduzione all’aumentare della tensione di polarizzazione applicata fino a raggiungere un valore di stabilizzazione indice della completa passivazione della superficie di interfaccia Si-soluzione e quindi dell’avvenuto arresto dell’attacco.[23].



**Fig. 1.5** Electrochemical etching. Caratteristica Tensione-Corrente per silicio di tipo *p* e di tipo *n* in soluzione di KOH [81].

Dalle caratteristiche I-V relative all’attacco elettrochimico sui wafer di silicio di tipo *n* e di tipo *p* in soluzione di KOH dell’esempio precedente (Fig. 1.5), si osserva che la differenza maggiore consiste nel diverso valore del potenziale di passivazione, maggiore per il silicio di tipo *p* rispetto al silicio di tipo *n*.

Questa differenza è sfruttata nella tecnica di arresto *electrochemical etch-stop* nella quale una giunzione *p-n*, leggermente drogata, viene usata come regione di arresto. Se entrambe le regioni del wafer, sia quella di tipo *n* che quella di tipo *p*, sono esposte alla soluzione attaccante e sono mantenute ad un potenziale appartenente al *range* di passivazione per il silicio di tipo *n* e di rimozione per il silicio di tipo *p*, allora quest’ultimo viene intaccato dalla soluzione mentre la regione di silicio di tipo *n* non ne viene intaccata. Il processo di attacco si arresta quando

l'intero strato di tipo  $p$  è stato rimosso ed uno strato di ossido di passivazione si è formato in prossimità della superficie dove prima c'era la giunzione  $p-n$ . [23].

Come esempio di impiego della tecnica *etch-stop* si consideri il sistema di Fig. 1.6:

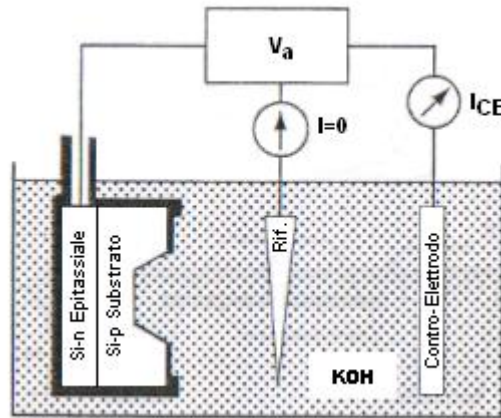


Fig. 1.6 Sistema a tre elettrodi per l'electrochemical etching e il successivo electrochemical etch-stop.

La giunzione  $p-n$  è realizzata a partire da un substrato di silicio di tipo  $p$  su cui è fatto crescere uno strato epitassiale di tipo  $n$ . Il diodo così formato ha area pari all'area del wafer, il quale è fissato su un supporto inerte in grado di resistere alla soluzione attaccante in cui è immerso. [23].

Mediante una sorgente di tensione viene applicata una differenza di potenziale tra il wafer di silicio, in cui si è realizzato un contatto ohmico con lo strato epitassiale che fungerà da anodo, ed un elettrodo metallico immerso nella soluzione che figurerà da catodo della cella elettrochimica. La tensione applicata tra anodo e catodo è tale da polarizzare inversamente la giunzione  $p-n$  e dare inizio al processo di attacco elettrochimico. Essendo esposta alla soluzione attaccante la sola superficie del substrato di tipo  $p$ , questa verrà intaccata con asportazione del silicio.

All'inizio della fase di attacco la corrente circolante nel sistema risulta essere molto piccola in quanto limitata dalla corrente inversa del diodo. Quando l'incisione raggiunge la giunzione  $p-n$  la corrente aumenta ed il potenziale positivo applicato al silicio di tipo  $n$  determina l'inizio della passivazione della superficie "scoperta" dello strato epitassiale.

L'incisione del silicio di tipo  $p$  continua con il progressivo ingrandimento del solco e la passivazione di quelle aree della superficie dello strato epitassiale che via via rimangono scoperte. In questa fase la corrente anodica rimane relativamente alta finché tutto il silicio di tipo  $p$  non è stato consumato. Dopo di che la corrente scende rapidamente ad un valore di stabilizzazione corrispondente alla passivazione dell'elettrodo di silicio di tipo  $n$ . Dall'osservazione dell'andamento temporale della corrente anodica è pertanto possibile controllare il processo di attacco elettrochimico e il suo arresto.

Attraverso le tecniche di *electrochemical etching* ed *electrochemical etch-stop* è possibile realizzare delle microstrutture di silicio di tipo  $n$  con bassi livelli di drogaggio (nell'ordine di  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) e, quindi, con stress meccanico minore, o al più

controllabile, rispetto alle strutture ottenibili con la tecnica di arresto DSE [23].

Nonostante ciò la tecnica di arresto così presentata ha due principali limitazioni nel suo impiego: a) la presenza di una corrente di fuga che può compromettere l'intero processo di attacco ed arresto; b) la difficoltà di realizzare adeguati sistemi di ancoraggio per il wafer (*holder*).

L'*holder* risulta essere un elemento della cella elettrochimica molto importante e di difficile realizzazione. Esso, infatti, deve garantire un contatto ohmico a bassa impedenza con lo strato epitassiale del wafer; deve essere inerte nei confronti delle soluzioni attaccanti in cui è parzialmente o totalmente immerso; deve garantire la chiusura ermetica di quelle zone del wafer che non devono entrare in contatto con le soluzioni attaccanti; ed inoltre non deve introdurre nel wafer delle tensioni meccaniche che possano portare a fratture nelle strutture che si andranno a realizzare.[23].

Abbiamo visto, inoltre, come l'andamento della corrente anodica sia strettamente legato alle varie fasi del processo di attacco e di arresto. La presenza di una corrente di fuga sufficientemente grande può portare alla passivazione della regione di tipo *p* esposta all'attacco prima che questo abbia raggiunto la giunzione *p-n* con conseguente arresto prematuro del processo.[22, 23].

Per ottenere un maggiore controllo sul processo si sono introdotti sistemi a tre ed a quattro elettrodi. Nei sistemi a tre elettrodi (Fig. 1.6) il terzo elettrodo è utilizzato come riferimento di tensione e consente di controllare più accuratamente il potenziale del silicio rispetto alla soluzione.

Un controllo diretto della corrente di fuga può essere ottenuto con il sistema a quattro elettrodi dove il quarto elettrodo, mediante un contatto ohmico con la regione di silicio di tipo *p*, consente la misura della corrente di fuga della giunzione *p-n* [23].

Il sistema a quattro elettrodi permette di realizzare microstrutture con strati epitassiali di silicio di tipo *n* di qualità inferiore che possono presentare correnti di fuga maggiori. È inoltre possibile realizzare microstrutture di silicio di tipo *p* a partire da un substrato di silicio di tipo *n*, su cui è stato fatto crescere uno strato epitassiale di silicio di tipo *p*, ed attaccando il materiale del substrato mediante polarizzazione diretta della giunzione *p-n*. [22, 23].

Nel corso degli anni sono state sviluppate numerose varianti della tecnica convenzionale di *electrochemical etch-stop* sopra presentata. Tra queste si vuole ricordare la *photo assisted electrochemical etch-stop* e la *photo induced preferential anodisation*.

Nella *photo assisted electrochemical etch-stop* la regione di tipo *n* di un wafer di silicio in cui è stata realizzata una giunzione *p-n*, può essere attaccata in modo selettivo da una soluzione di acido fluoridrico tramite l'applicazione di una tensione di polarizzazione inversa del diodo e l'illuminazione della giunzione *p-n* che consente, tra l'altro, di aumentare la velocità del processo (circa 10 $\mu$ m/min) [22, 24].

La tecnica denominata Photo Induced Preferential Anodisation (PIPA), anche nota come Photovoltaic Electrochemical Etch-Stop Techniques (PHET), consente di evitare le problematiche relative alla realizzazione dell'*holder* e dei contatti ohmici in quanto non necessita di elettrodi metallici [25]. La PHET può essere considerata a prima vista come una tecnica di arresto elettrochimica a due elettrodi dove però la tensione di polarizzazione della giunzione *p-n* non è applicata dall'esterno ma è

generata internamente al silicio mediante l'illuminazione della giunzione *p-n*. Oltre al vantaggio di non richiedere elettrodi metallici (quindi la realizzazione di contatti ohmici sul wafer), essa consente di realizzare, in un unico passo, delle microstrutture in silicio di tipo *p* con geometrie laterali arbitrarie.[26].

Lo svantaggio principale della PHET è il minor controllo sul processo rispetto a quello ottenibile con la tecnica convenzionale a tre o a quattro elettrodi a causa dell'assenza dei contatti metalli attraverso i quali poter monitorare le varie fasi dell'attacco.

Infine, va menzionata una tecnica di arresto basata sul cambiamento della composizione dei materiali presenti nel wafer oggetto dell'attacco. Tale tecnica, indicata genericamente come *etch-stop at thin films silicon on insulator*, consiste nel definire le regioni di *etch-stop* mediante la realizzazione di uno strato sepolto di un materiale resistente all'azione dell'agente attaccante.[27].

E' possibile, ad esempio, arrestare l'incisione del silicio mediante uno strato sepolto di nitrato di silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ), il quale è sostanzialmente inerte alle sostanze anisotropiche e isotropiche impiegate nel processo d'incisione. Un altro esempio è costituito dallo strato sepolto di ossido di silicio ( $\text{SiO}_2$ ) presente nelle strutture di tipo SOI (Silicon On Insulator); infatti, l'ossido compreso tra due strati di silicio cristallino funge da regione di *etch-stop* grazie alla buona selettività mostrata dalle sostanze attaccanti rispetto all'ossido  $\text{SiO}_2$ .

#### 1.2.4 Dry etching

Il principio base della tecnica di attacco denominata *dry etching*, ovvero della tecnica d'incisione mediante plasma, si basa sull'uso di una scarica elettrica per generare delle specie chimicamente reattive (atomi, ioni, radicali) a partire da un gas, o da miscele di gas, relativamente inerti.

La scelta del gas da utilizzare è fatta in modo tale che le specie prodotte reagiscano chimicamente con il materiale da rimuovere formando dei prodotti di reazione volatili che verranno poi estratti dalla camera di reazione attraverso il sistema di pompaggio per la creazione del vuoto.

Nell'attacco al silicio si utilizzano scariche elettriche di gas contenenti fluoro; ad esempio il  $\text{CF}_4$ . In questo caso le principali specie di attacco sono gli atomi di Fluoro e il prodotto di reazione volatile è il tetrafluoruro di silicio ( $\text{SiF}_4$ ) [9]. In generale, qualsiasi materiale che reagisca con gli atomi di fluoro per dare prodotti di reazione volatili, può essere oggetto di incisione mediante plasma di gas contenenti Fluoro (ne sono un esempio il Carbonio, il Titanio, il Boro e il Molibdeno). Tra questi non può essere annoverato l'alluminio il cui fluoruro non è volatile e per il quale vengono usati gas contenenti Cloro. Stessa tipologia di gas viene utilizzata per l'attacco al silicio policristallino.[9].

L'attacco al plasma descritto è prevalentemente un attacco di tipo isotropico. È possibile ottenerne uno di tipo anisotropico intensificando la reazione chimica di attacco in una direzione preferenziale. Questo risultato è ottenuto mediante bombardamento della superficie del wafer con ioni ad alto contenuto energetico sotto l'influenza di un campo elettromagnetico a radio frequenza (RF).[9].

Il bombardamento ionico stimola la reazione nella direzione preferenziale, ad



esempio perpendicolarmente alla superficie di attacco, ed impedisce che specie inibitrici della reazione coprano la superficie stessa. Il risultato del bombardamento è il rafforzamento dell'attacco del plasma nella direzione voluta. Ad esempio, nel caso in cui la direzione preferenziale sia quella ortogonale alla superficie del wafer, si ha che il plasma intensifica il suo attacco in tale direzione creando un'incisione con pareti laterali praticamente verticali essendo queste complanari alla direzione preferenziale.[9].

Un tipico sistema planare per il *dry etching* prevede una camera a vuoto, nella quale viene inserito il wafer oggetto dell'attacco, due elettrodi alimentati a RF; un sistema per l'iniezione dei gas di attacco nel reattore (camera a vuoto); ed un sistema di aspirazione per la creazione del vuoto all'interno del reattore stesso. I sistemi planari per l'attacco al plasma sono anche chiamati *parallel plates system* o *surface loaded system*. [9].

A seconda di come viene montato il wafer all'interno del reattore si hanno modalità diverse di attacco del plasma al silicio. Tra queste ricordiamo la Reactive Ion Etching (RIE) caratterizzata dal fatto che il wafer di silicio viene montato direttamente sull'elettrodo alimentato in RF che funge da catodo. Gli ioni, carichi positivamente, vengono attratti dalla superficie del wafer esposta all'attacco e accelerati verso questa da una tensione di polarizzazione che si viene a creare tra la superficie e il plasma determinando così il bombardamento ionico voluto.[9].

Una variante della *reactive ion etching* che permette di realizzare incisioni con profondità di qualche centinaio di  $\mu\text{m}$  mantenendo pareti laterali quasi verticali è la Deep Reactive Ion Etching nota come DRIE [2].

Nel campo della microfabbricazione fu sviluppato, a partire dal 1992, un processo per la realizzazione di microstrutture sospese e di microattuatori in silicio monocristallino basato sulla tecnologia *dry etching*. Tale processo di fabbricazione, noto con l'acronimo SCREAM (Single Crystal Reactive Etching And Metallisation), prevede l'uso combinato della tecnica RIE, per l'incisione del silicio, della tecnologia di metallizzazione, in particolare della deposizione mediante *sputtering*, e dell'attacco isotropico mediante plasma per la rimozione selettiva di parti in eccesso della metallizzazione.[28].

La tecnica di incisione RIE permette di realizzare strutture sospese di silicio monocristallino di dimensioni caratteristiche laterali che possono scendere fino ai 250 nm e con orientazione arbitraria [28]. Questa possibilità è sfruttata dal processo SCREAM per realizzare, ad esempio, microattuatori capacitivi con capacità di pilotaggio poste lateralmente alla struttura mobile (capacità laterali). Il processo di metallizzazione e di rimozione selettiva di alcune parti di questa, permette di realizzare gli elettrodi metallici che costituiscono le armature delle capacità di pilotaggio.

### **1.2.5 Wafer bonding**

La costruzione di un qualsiasi dispositivo meccanico complesso richiede, oltre alla realizzazione delle singole parti meccaniche, anche il loro assemblaggio.

Nella tecnologia di microfabbricazione le tecniche di assemblaggio, note come *bonding techniques*, vengono impiegate per unire tra di loro quelle parti della

struttura finale che per vari motivi sono state realizzate separatamente. Tra le *bonding techniques*, le tecniche denominate *wafer bonding* consentono, tramite l'unione di due o più substrati di silicio (o di altro materiale) e l'uso congiunto delle tecniche di *micromachining*, di realizzare delle microstrutture tridimensionali di spessore maggiore a quello del singolo wafer. Tra queste le più comuni sono la *fusion bonding* e la *anodic bonding*. [29].

Il processo di unione di due wafer di silicio mediante la *fusion bonding* si può suddividere, in prima approssimazione, in due fasi caratterizzate dalla temperatura in cui si svolgono.

Nella prima fase, che avviene a temperatura ambiente, le superfici di unione dei wafer vengono fatte aderire l'una sull'altra. L'adesione è garantita dai legami ponte di idrogeno presenti nelle molecole di acqua chemisorbite. Questa fase del processo è favorita dalle eventuali procedure di pre-trattamento dei wafer che includono processi di idrofilizzazione (processi di idrofilizzazione mediante plasma).

Nella seconda fase del processo, i wafer vengono sottoposti ad un trattamento termico di ricottura con temperatura compresa tra i 700°C e i 1100°C durante il quale i legami ponte di idrogeno reagiscono per formare i più forti legami Si-O-Si [29].

Il trattamento termico è quindi necessario per aumentare la forza dei legami che tengono uniti i wafer ma allo stesso tempo può essere fonte di problemi; quali, ad esempio, l'allargamento del profilo di drogaggio, lo stress termico, le eventuali contaminazioni e la generazione di difetti.

Un trattamento termico a temperatura inferiore a 800°C consente di limitare l'estendersi della regione di diffusione dei droganti ma allo stesso tempo comporta la generazione di vuoti interstiziali e l'unione risultante non è completa. Con un trattamento termico a temperatura superiore ai 1000°C si ottiene una reazione quasi completa del silicio all'interfaccia tra i due wafer e quindi una unione quasi completa dei wafer. [29].

Il trattamento termico ad alta temperatura, però, impedisce l'utilizzo della *fusion bonding* per l'unione di semiconduttori composti in quanto la loro temperatura di dissociazione è generalmente inferiore alla temperatura a cui sarebbero sottoposti. Inoltre, per l'unione di wafer sui quali siano già stati eseguiti processi di metallizzazione, si richiedono trattamenti termici a basse temperature in modo tale da impedire lo scioglimento dei metalli utilizzati (generalmente temperature inferiori ai 450°C). [29].

L'ottimizzazione del processo di *fusion bonding* prevede l'ispezione superficiale dei wafer, il pre-trattamento superficiale (pulitura chimica e idrofilizzazione) e l'allineamento delle superfici in ambiente libero da particelle di impurità. Infatti, uno dei principali crucci dei processi di *wafer bonding* è la presenza di vuoti interstiziali tra le superfici di unione. Tali vuoti sono dovuti principalmente alle particelle di impurità, ai residui organici, ai difetti superficiali ed alle unioni inadeguate (ad esempio trattamenti termici a basse temperature). Pertanto, ambedue le superfici dei wafer destinate all'unione, devono essere perfettamente pulite e lisce. [29].

La tecnica di *fusion bonding* per l'unione di materiali di natura diversa, come ad esempio tra silicio monocristallino e silicio policristallino, o tra silicio monocristallino e SiO<sub>2</sub>, oppure tra silicio monocristallino e Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, procede in modo

del tutto simile all'unione tra silicio monocristallino. A causa però, delle diverse caratteristiche meccaniche dei materiali, si ha un aumento delle unioni contenenti vuoti interstiziali dovuti alle deformazioni subite dai wafer.[29].

La tecnica di unione tra due wafer di silicio monocristallino denominata *anodic bonding* si basa sulla sigillatura dei due wafer, posti in contatto tra di loro, mediante la deposizione di un sottile strato di vetro.

Dopo la pulitura e la lucidatura delle superfici, uno dei due wafer è inizialmente ricoperto da un strato di vetro di alcuni  $\mu\text{m}$  di spessore depositato sulla superficie del wafer attraverso la tecnica di *sputtering*. Questo è poi posto al di sopra del secondo wafer e i due sono poi uniti mediante sigillatura. Il processo di *anodic bonding* avviene generalmente in aria a temperature inferiori ai  $400^\circ\text{C}$  ed a pressione atmosferica.[30].

### 1.3 Surface-micromachining

Mentre nella tecnologia di microfabbricazione *bulk micromachining* le microstrutture sono realizzate all'interno di un substrato di materiale monocristallino (ad esempio silicio monocristallino) mediante l'asportazione selettiva di porzioni di questo, nella tecnologia denominata *surface micromachining* le microstrutture sono realizzate al di sopra della superficie del substrato a partire dalla deposizione di opportuni materiali in sottili strati sovrapposti.

L'idea di base della *surface micromachining* consiste nel ricavare la struttura meccanica mobile da uno strato di materiale adeguatamente scelto (strato strutturale) depositato al di sopra di uno strato spaziatore che verrà successivamente rimosso per rendere la struttura libera di muoversi al di sopra della superficie del substrato. La geometria della microstruttura è definita mediante tecniche planari di fotolitografia e di rimozione dei materiali.

La prima applicazione di tale concetto risale alla metà degli anni '60 quando Nathanson e i suoi collaboratori della Westinghouse Research Laboratory realizzarono, come contatto mobile per il gate di un transistor ad effetto di campo (FET), un *cantilever* costituito da un film metallico opportunamente sagomato. Questa struttura mobile, bloccata ad una estremità e libera di vibrare dall'altra, costituiva un *resonant gate* per il FET.[31].

Nei primi anni ottanta, ricercatori dell'Università di Berkeley, California, hanno realizzato le prime microstrutture in silicio policristallino utilizzando come materiale sacrificale l'ossido di silicio ( $\text{SiO}_2$ ) [31]. Diversamente dalla tecnologia di *surface micromachining* utilizzante un film metallico come elemento strutturale (ne è un esempio il lavoro di Nathanson), l'impiego del silicio policristallino come materiale strutturale nella *surface micromachining*, trovò subito grande accoglienza sia nel campo accademico sia nel campo industriale.

Le ragioni di questa ricettività sono molte ma la principale è da ricercarsi nel parallelo sviluppo della tecnologia dei circuiti integrati. Infatti, la *surface micromachining* si basa sui processi planari di deposizione, di fotolitografia e di rimozione del materiale in eccesso impiegati nella fabbricazione dei circuiti integrati e sviluppati nel corso della seconda metà del secolo scorso (a partire dai primi anni del 1960).

L'enorme progresso della tecnologia dei circuiti integrati ha portato con se il miglioramento delle tecniche di deposizione dei materiali in film sottili e l'aumento della comprensione delle proprietà meccaniche, fisiche ed elettriche di tali strati, permettendo così lo sviluppo della tecnologia di microfabbricazione basata sull'impiego di film sottili come elementi meccanici.

Inoltre, l'impiego di tecniche di fabbricazione basate su tecnologie di produzione di massa già note, ha dato un'ulteriore spinta allo sviluppo della *surface micromachining* rendendo possibile la realizzazione di dispositivi di elevata affidabilità ad un costo relativamente basso.

La tecnologia di *surface micromachining* è pertanto caratterizzata dai processi di deposizione degli strati strutturale e sacrificale, ovvero dalle tecniche di deposizione impiegate; dalle condizioni ambientali in cui avvengono (temperatura, pressione, velocità di flusso dei gas, etc.); dai processi di fotolitografia per la definizione di quelle porzioni degli strati che devono essere rimossi; e dalle metodologie di rimozione utilizzate.

Le tecniche di deposizione costituiscono, inoltre, la principale causa di limitazione delle dimensioni delle microstrutture realizzabili. Infatti, con la tecnologia di *surface micromachining* le dimensioni delle strutture sono generalmente di un ordine di grandezza inferiore rispetto a quelle ottenibili con la *bulk micromachining* [33]. Mentre con quest'ultima lo spessore delle microstrutture risulta essere limitato solo dallo spessore del wafer, nella *surface micromachining*, utilizzando ad esempio come materiale strutturale il silicio policristallino depositato mediante deposizione chimica da vapore a bassa pressione (tecnica LPCVD), lo spessore dello strato strutturale, e quindi della microstruttura ricavabile, è solo di qualche micron [32]; giustificando così il nome stesso della tecnologia di microfabbricazione e il riferirsi alle relative microstrutture come strutture a due dimensioni e mezzo.

Lo spessore estremamente ridotto delle strutture meccaniche ottenibili con tale tecnologia ne giustificano il nome ed in particolare tali strutture vengono definite come strutture a due dimensioni e mezzo.

Le piccole dimensioni caratteristiche della *surface micromachining* costituiscono un ostacolo per la realizzazione di quei dispositivi MEMS, come microsensori e microattuatori, che richiedono una massa inerziale relativamente grande oppure, se di tipo capacitivo, valori di capacità di accoppiamento non troppo bassi.

### **1.3.1 I materiali nella surface micromachining**

Come abbiamo già avuto modo di dire, l'approccio di base della tecnologia in esame consiste nel creare una microstruttura mobile da un sottile film di materiale strutturale depositato al di sopra di uno strato spaziatore (strato sacrificale) che verrà poi rimosso lasciando la struttura libera al di sopra della superficie del wafer di silicio. Tale approccio è conosciuto anche come tecnologia dello strato sacrificale.

La tecnologia di *surface micromachining* richiede l'utilizzo di materiali strutturali, sacrificali e sostanze attaccanti (per la rimozione delle parti di materiale in eccesso) che siano compatibili tra loro e tali che il loro impiego nei processi di fabbricazione consenta di ottenere microstrutture con proprietà meccaniche, fisiche ed elettriche desiderate; ad esempio, un livello di stress meccanico residuo il più

basso possibile.

I materiali strutturali devono possedere le proprietà chimiche e fisiche che siano le più adatte per le applicazioni desiderate. Inoltre, devono avere adeguate proprietà meccaniche, come ad esempio: una elevata resistenza alla frattura ed allo snervamento; una minima deformazione viscosa; un basso livello di affaticamento; e una buona resistenza all'usura.[34].

Anche i materiali sacrificali devono avere buone proprietà meccaniche e fisiche per far sì che la fabbricazione della microstruttura abbia esito positivo. Ad esempio, devono garantire una buona adesione con le superfici circostanti e devono presentare un basso stress residuo per impedire la rottura o l'incrinazione dello strato strutturale [34].

Infine, gli agenti attaccanti devono avere un eccellente grado di selettività al fine di ottenere la rimozione del materiale sacrificale senza intaccare né il materiale strutturale né il materiale di cui è fatta la superficie di riferimento sopra la quale è costruita la struttura [34].

Sono stati sviluppati, ed impiegati, diversi sistemi di materiali, ma la combinazione che fu introdotta già nei primi anni ottanta e che ancora oggi presenta la migliore scelta nella maggior parte delle situazioni pratiche, impiega, come materiale strutturale, il silicio policristallino; come materiale sacrificale, l'ossido di silicio; e come sostanza attaccante per la rimozione dello strato sacrificale, una soluzione acquosa di acido fluoridrico [35].

Il silicio policristallino, nella forma di film sottile, presenta proprietà che differiscono nei valori da quelle del silicio monocristallino. Quest'ultimo presenta un modulo di Young dipendente dalla direzione e vicino al valore di quello dell'acciaio inossidabile; una durezza due volte più grande di quella del ferro; ed un'alta resistenza alla trazione. Tuttavia il silicio monocristallino risulta essere molto fragile. Il silicio policristallino mantiene alcune di queste proprietà ma con alcune eccezioni: ad esempio, risulta avere un modulo di Young di valore inferiore; una diversa resistenza alla rottura; ed una deformazione di tipo anelastico.[31].

L'uso del silicio policristallino nel campo della microelettronica (si pensi al suo impiego come elettrodo di gate nei MOSFET) e il suo avvento come materiale "meccanico" nel campo della *micromachining* fin dai primi anni ottanta, ha permesso, grazie ai continui miglioramenti nei due campi, di aumentare le conoscenze di base sulle proprietà del silicio policristallino, ed in particolare dei sottili strati depositati, come funzione dei processi di deposizione e dei trattamenti post-deposizione. Infatti, proprietà meccaniche come il modulo di Young, la sollecitazione media, il gradiente di sollecitazione, la resistenza alla rottura e lo smorzamento, sono dipendenti dalla morfologia degli strati depositati che a sua volta dipende dalle specifiche dei processi di deposizione e/o dei processi di fabbricazione.[31].

### **1.3.2 I passi base**

Per illustrare i passi fondamentali della tecnologia di microfabbricazione basata sullo strato sacrificale, si prenda in considerazione la costruzione di una struttura a ponte sospesa al di sopra del wafer di silicio monocristallino ed ancorata ad esso in due punti. Come materiale strutturale si consideri il silicio policristallino; come

materiale sacrificale, l'ossido di silicio; e come agente attaccante, una soluzione acquosa di acido fluoridrico.

Generalmente, il primo passo della *surface micromachining* consiste nella diffusione di droganti donatori nel substrato di silicio monocristallino a partire dalla superficie superiore del wafer in modo tale da formare un sottile strato drogato di tipo  $n+$  che costituirà l'eventuale "piano di massa" [36]. Tale diffusione è poi generalmente seguita da una passivazione del substrato attraverso la deposizione mediante LPCVD di uno strato di nitruro di silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) spesso  $0.15 \mu\text{m}$  al di sopra di un sottile strato di ossido termico ( $\text{SiO}_2$ ) di spessore  $0.5 \mu\text{m}$  [36]. Questo strato di passivazione è comunemente riferito come strato cuscinetto, o isolante, e su di esso è possibile aprire delle finestre per permettere la realizzazione di contatti diretti con la superficie del substrato (ad esempio contatti metallici).

Il secondo passo del processo di fabbricazione è la deposizione del materiale sacrificale che nel nostro caso è l'ossido di silicio. Generalmente viene preferito il vetro fosfosilicato (PSG: PhosphoSilicate Glass), ovvero ossido di silicio pesantemente arricchito con atomi di fosforo. Tale aggiunta consente di aumentare la velocità di attacco della soluzione di acido fluoridrico e, inoltre, di utilizzare lo strato sacrificale come sorgente di impurità droganti per il silicio policristallino al fine di realizzare microstrutture con buona conduttività elettrica.[37].

Il PSG viene depositato al di sopra dello strato cuscinetto mediante deposizione chimica da vapore a bassa pressione (LPCVD) fino ad ottenere uno strato sacrificale di spessore compreso tra  $0,1 \mu\text{m}$  e  $5 \mu\text{m}$  (nella maggior parte dei casi lo spessore è di  $2 \mu\text{m}$ ). Dopo la deposizione è richiesto un trattamento termico a  $950^\circ\text{C}$  per addensare il fosfosilicato ed ottenere così una velocità di incisione uniforme su tutto lo strato.[31, 37, 38].

Sullo strato sacrificale vengono poi aperte le finestre per la realizzazione dei punti di ancoraggio della struttura allo strato cuscinetto o alla superficie del substrato. A tale scopo vengono utilizzate le tecniche di fotolitografia per definire la regione di strato sacrificale da rimuovere mediante attacco chimico di tipo *wet etching* oppure *dry etching*. I profili di incisione possono necessitare di una rifinitura in modo tale che le pareti laterali dell'incisione siano oblique facilitando così la deposizione dei successivi strati strutturali.

Lo strato sacrificale è detto anche strato spaziatore in quanto con il suo spessore determina la distanza di separazione tra la superficie del substrato e la superficie inferiore della microstruttura meccanica.

Il passo successivo consiste nella deposizione dello strato strutturale dal quale si ricaverà poi la struttura desiderata. Nel nostro caso il silicio policristallino (materiale strutturale) viene depositato al di sopra dello strato sacrificale mediante deposizione LPCVD a temperatura di circa  $600^\circ\text{C}$  e pressione compresa tra i 25 e i 150 Pa fino a formare uno strato di spessore di alcuni micron (generalmente di circa  $2 \mu\text{m}$ ) [31, 32, 39]. Dopo la deposizione, il silicio policristallino viene sottoposto ad un trattamento termico a temperatura di circa  $1050^\circ\text{C}$  in ambiente di azoto ( $\text{N}_2$ ) per circa un'ora, per ottenere una struttura granulare dello strato più uniforme possibile, ridurre il più possibile lo stress meccanico residuo ed evitare la presenza di un suo possibile gradiente lungo la struttura [31, 39]. Infatti, la presenza di un gradiente di

sollecitazione può portare ad una deformazione della struttura meccanica una volta che questa venga liberata dallo strato spaziatore.

La struttura in silicio policristallino, o parti di essa, può essere resa conduttiva mediante l'introduzione di impurità droganti. Questo può essere fatto direttamente nella deposizione del materiale strutturale aggiungendo al flusso gassoso di silano puro ( $\text{SiH}_4$ ), da cui si ottiene per decomposizione termica il Si policristallino, i gas dopanti, come ad esempio la fosfina, l'arsina e il boro. Attenzione va posta al fatto che il gas drogante modifica la velocità di deposizione.[39].

Altro modo per introdurre atomi droganti nello strato strutturale è attraverso un processo di diffusione in cui le sorgenti di impurità sono costituite dallo strato sacrificale di vetro fosfosilicato sottostante il silicio policristallino e un secondo strato di PSG di spessore di circa  $0,3 \mu\text{m}$  depositato al di sopra dello strato strutturale prima del trattamento termico. Con il successivo trattamento ad alta temperatura gli atomi dopanti (fosforo) vengono estratti dal PSG e diffusi nello strato di silicio ottenendo in questo modo un drogaggio simmetrico che risulta in una sollecitazione residua di compressione alquanto ridotta.[31, 39].

Infine il drogaggio della struttura può avvenire per impiantazione ionica seguita da un trattamento termico per la diffusione dei droganti [39].

Una volta che lo strato sacrificale è stato depositato ed eventualmente drogato, il processo di fabbricazione richiede la sagomatura della microstruttura e il suo rilascio dallo strato spaziatore.

Se il drogaggio dello strato strutturale è stato ottenuto con l'impiego di strati di PSG è necessario rimuovere il materiale che copre il silicio policristallino mediante attacco in soluzione acquosa di HF. La geometria della struttura è poi definita con tecniche fotolitografiche e le parti in eccesso di polisilicio vengono rimosse con un attacco al plasma (ad esempio plasma di  $\text{SiF}_6$ ) di tipo RIE [38].

Lo strato sacrificale viene infine rimosso attraverso l'immersione del wafer in soluzione diluita di acido fluoridrico (generalmente con rapporto  $\text{H}_2\text{O}:\text{HF}$  di 10:1) o in soluzione tampone di HF [31]. La rimozione del materiale sacrificale dallo spazio compreso tra substrato di silicio e strato strutturale avviene sfruttando il fenomeno di *undercutting*; pertanto, per una rimozione completa del materiale al di sotto della struttura da liberare può essere usata solo la tecnologia di *wet etching* [38]. Naturalmente, tanto più estesa è l'area della struttura da liberare e tanto più strette le zone interstiziali da svuotare, tanto maggiore è il tempo necessario per la rimozione completa del materiale sacrificale.

Dato che i rapporti di selettività nell'attacco con HF rispetto ai materiali con cui entra in contatto non sono infiniti, ovvero le velocità di incisione sono non nulle anche per il silicio policristallino e per il nitruro di silicio, con cui è realizzato lo strato cuscinetto, una durata eccessiva della fase di rimozione del materiale sacrificale può risultare in una possibile "scalfittura" dello strato cuscinetto e della microstruttura.

Per una riduzione della durata del processo di rimozione in alcuni casi vengono praticate delle aperture sulla microstruttura in modo da avere dei punti di accesso addizionali allo strato sacrificale sottostante [38].

Con la rimozione completa del materiale sacrificale si ha il rilascio della struttura mobile che ora si trova sospesa al di sopra della superficie del wafer, ad una altezza pari allo spessore dello strato spaziatore, ed ancorata al wafer nei punti stabiliti.

L'ultimo passo del processo di fabbricazione consiste nel risciacquo del wafer in acqua deionizzata e nell'asciugatura sotto una lampada ad infrarossi oppure in un qualunque altro modo che riduca la possibilità che si verifichi il fenomeno dello *stiction*, cioè che la struttura collassi verso il substrato e aderisca a questo [31, 40].

### 1.3.3 Stiction

Il fenomeno dello *stiction* si presenta nella fase di asciugatura del wafer ed è principalmente dovuto alla tensione superficiale del liquido di risciacquo intrappolato nelle cavità presenti nel dispositivo ed in particolare tra la superficie inferiore della microstruttura ed il substrato. La tensione superficiale del liquido attira la microstruttura verso il substrato e una combinazione di forze, probabilmente forze di Van der Waals e di legame idrogeno, la mantengono saldamente attaccata al substrato se questa risulta essere complessivamente maggiore della forza di ripristino della struttura.[31, 40].

Una volta che la microstruttura è incollata al substrato l'intensità delle forze meccanica necessaria per liberarla è, nella maggior parte dei casi, tale da danneggiare la struttura stessa.

Per ridurre il fenomeno dello *Stiction* si sono sviluppati diversi accorgimenti sia meccanici che chimici. Tra gli accorgimenti meccanici si ha la realizzazione di protuberanze sulla superficie inferiore della microstruttura, detti *stand-off bumps*, che hanno il compito di dare alla microstruttura una capacità di richiamo verso l'alto della struttura stessa [41].

Altro accorgimento prevede la sostituzione di porzioni di materiale sacrificale con materiale polimerico che fungerà da "colonna" spaziatrice e sopravvivrà alla rimozione del materiale sacrificale. Dopo la fase di risciacquo le colonne polimeriche impediranno il fenomeno dello *Stiction* dovuto alla fase di asciugamento. Alla fine, il materiale polimerico viene rimosso tramite attacco isotropico con plasma di ossigeno liberando definitivamente la microstruttura.[31, 40].

Ulteriore soluzione meccanica al problema dello *stiction* è la realizzazione di interconnessioni di silicio policristallino tra le microstrutture presenti nel sistema in modo tale da rendere la struttura complessiva temporaneamente più rigida e praticamente insensibile alle tensioni superficiali del liquido di risciacquo. Dopo la fase di asciugatura i collegamenti "infrastrutturali" vengono rotti mediante impulso di corrente.[31, 40].

Infine, va rilevato che molte microstrutture presentano ai loro perimetri dei profili a forma di menisco generalmente di tipo concavo. Tale profilo risulta facilitare il fenomeno dello *stiction*, in particolar modo se le strutture sono di area elevata. Per che ciò avvenga è desiderabile realizzare delle microstrutture che presentino al loro perimetro un profilo a menisco convesso.[31, 40].

I metodi chimici per la riduzione del fenomeno in esame si basano sulla riduzione della tensione superficiale del liquido utilizzato per la fase di risciacquo. Ad esempio la struttura rilasciata può essere asciugata per sublimazione (asciugamento a freddo) usando alcool t-butil oppure una miscela di acqua e metanolo, oppure può essere asciugata utilizzando la *supercritical CO<sub>2</sub> technique* [31, 40].

Una soluzione che si è dimostrata utile per la riduzione dello *stiction* è la copertura delle strutture mobili con una pellicola di polimero auto-aggregante



idrorepellente (SAM: Self-Assembling Monolayer) che viene eseguita quando ancora la struttura si trova nello stadio acquoso [31].

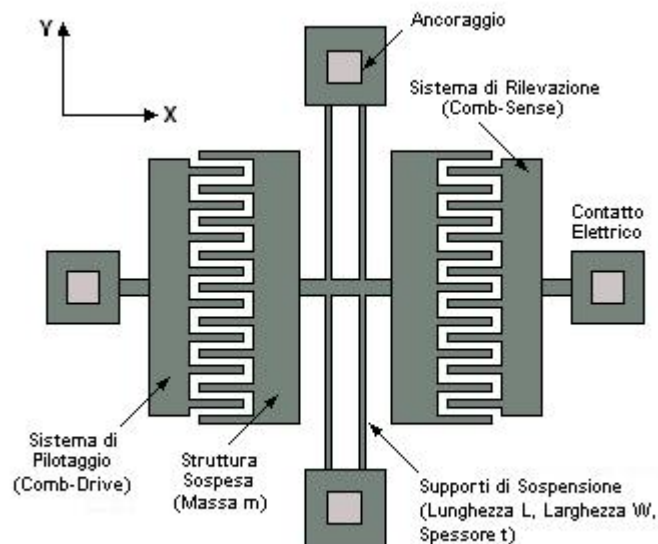
Il fenomeno di adesione di parti della microstruttura con il substrato, o tra di loro, può presentarsi anche dopo la fase di asciugamento, ed in particolare anche nel corso dell'utilizzo del dispositivo [42]. Tale fenomeno viene ancora chiamato Stiction ma per differenziarlo dal fenomeno che si presenta in fase di asciugatura viene definito *post-release stiction* oppure *in use stiction*.

Il *post-release stiction* rimane un problema fondamentale per l'affidabilità dei dispositivi nonostante i numerosi tentativi per ridurre il più possibile la sua comparsa. I primi accorgimenti si basavano sugli *stand-off bumps* già visti in precedenza, oppure sullo sgrossamento delle superfici della microstruttura. La copertura delle microstrutture con sottili film di polimeri SAM ha dimostrato anche per il *post-release stiction* una buona capacità di riduzione delle adesioni superficiali.[31, 40].

### 1.3.4 “Manufacturability”

Le proprietà meccaniche del sottile strato strutturale e il grado di controllo sulle dimensioni della microstruttura incidono in modo rilevante sulle prestazioni del dispositivo.

Consideriamo, come esempio esplicativo, il caso di un risonatore laterale, realizzato mediante *surface micromachining* e pilotato capacitivamente tramite una serie di condensatori variabili posti lateralmente alla massa vibrante e formati dalla successione alternata di appendici strutturali fisse, somiglianti ai denti di un pettine, ed analoghe appendici solidali alla massa mobile (vedi Fig. 1.7) [31, 43].



**Fig. 1.7** Layout della microstruttura mobile di un risonatore laterale.

Mediante l'applicazione di un segnale di tensione ai condensatori di pilotaggio, detti *comb-drive* per la loro geometria a pettine, viene esercitata sulla massa mobile  $m$  una forza risultante di natura elettrostatica responsabile dello spostamento della massa stessa. Questo spostamento viene rilevato da un secondo sistema di capacità, sempre disposte a pettine, riferito, questa volta, con il termine di *comb-sense*.

La massa  $m$  è sospesa al di sopra della superficie del wafer tramite un sistema di "braccia" flessibili ancorate al substrato ad una delle estremità. Oltre a sorreggere la massa mobile, le braccia di sospensione hanno il compito di esercitare su di essa una forza di tipo elastico necessaria al moto oscillatorio. Pertanto, la presenza di un qualsiasi stress residuo sul film di materiale strutturale influisce sul moto della massa  $m$  e quindi sulle prestazioni del risonatore, in particolare sulla sua frequenza di risonanza.

Consideriamo come materiale strutturale il silicio policristallino e indichiamo con  $E_Y$  il modulo di Young; con  $L$ ,  $W$ ,  $t$ , la lunghezza, la larghezza e lo spessore delle braccia di sospensione; con  $\sigma_r$  lo stress residuo e con  $m$  la massa della struttura mobile. Un'approssimazione analitica della frequenza di risonanza della microstruttura laterale è data da [31, 43]:

$$f_0 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4 E_Y t W^3}{m L^3} + \frac{24 \sigma_r t W}{5 \cdot m L}} \quad (1.1)$$

Per strutture aventi  $L = 150 \mu\text{m}$ ,  $W = t = 2 \mu\text{m}$  e assumendo che vi sia una sollecitazione alla trazione trascurabile, la frequenza di risonanza  $f_0$  risulta essere compresa tra i 10 e i 100 kHz [31, 43].

Dall'espressione di  $f_0$  si nota come questa sia funzione del rapporto  $L/W$  e delle proprietà meccaniche dello strato strutturale quali il modulo di Young e lo stress residuo  $\sigma_r$ .

Per valori tipici del rapporto dimensionale  $L/W$  il termine della (1.1) contenente  $\sigma_r$  risulta dominare il termine legato al modulo di Young ( $E_Y$ ) [31, 43]. Questo si traduce nell'influenza diretta dello stress residuo sulla frequenza di risonanza  $f_0$ , ovvero sulle caratteristiche di prestazione del risonatore. Più in generale si può affermare che la presenza di una sollecitazione meccanica residua nello strato di materiale strutturale, nel nostro caso il silicio policristallino, possa incidere pesantemente sulla progettazione delle microstrutture meccaniche proprie dei dispositivi MEMS. Pertanto, risulta essere indispensabile un controllo accurato dei processi di fabbricazione al fine di ridurre gli effetti dello stress residuo  $\sigma_r$ .

Il controllo della sollecitazione residua presente nei film strutturali è reso complicato dal fatto che questa è funzione dei processi di deposizione e di post-deposizione [31].

I film di silicio policristallino appena depositati sono caratterizzati da una certa disomogeneità cristallografica che si traduce in elevati gradienti di sollecitazione. Ad esempio, gli strati strutturali depositati a temperature di circa  $625^\circ\text{C}$  presentano una sollecitazione media di compressione tale da poter curvare le microstrutture sospese realizzate in tali strati e vincolate alle estremità.[31, 43].

Una riduzione della disomogeneità, e di conseguenza dello stress residuo, è

ottenuta mediante un trattamento termico di post-deposizione ad alte temperature. Un esempio di deposizione del silicio policristallino e del successivo trattamento termico è dato dalla deposizione del materiale strutturale mediante LPCVD ad una temperatura di circa 590°C e con un basso flusso di fosfina nella camera di deposizione per il drogaggio del silicio. Lo strato depositato viene poi sottoposto ad un rapido trattamento termico alla temperatura di 950°C ottenendo una bassa sollecitazione residua di trazione con gradiente trascurabile lungo la direzione dello spessore.[31].

Altre tecniche per ridurre lo stress residuo, oltre ai trattamenti termici di post-deposizione, vanno a modificare i processi di deposizione a seconda delle esigenze [31].

Il controllo delle sollecitazioni residue presenti nel materiale strutturale, ed in particolare la riduzione dei loro effetti sulle prestazioni dei dispositivi, può essere ottenuto attraverso l'accurata progettazione della geometria della microstruttura. Nell'esempio del risonatore laterale è possibile ottenere l'indipendenza, almeno in primo ordine, della frequenza di risonanza  $f_0$  dallo stress residuo  $\sigma_r$  mediante la realizzazione di un sistema di sospensioni per la struttura mobile caratterizzato dall'aver i supporti elastici piegati ad L in uno o più punti.[31, 43].

Dall'espressione (1.1) si osserva che la frequenza di risonanza della microstruttura è, in qualche misura, dipendente dal modulo di Young del film di materiale strutturale in cui è stata ricavata. In particolare, per quelle strutture in cui lo stress residuo, o i suoi effetti, sono stati opportunamente ridotti, la frequenza  $f_0$  risulta essere, approssimativamente, funzione della radice quadrata di  $E_Y$ .

Il modulo di Young è strettamente legato alla morfologia degli strati depositati anche se l'ampia gamma di valori assunti da  $E_Y$  non può essere spiegata dalla sola struttura morfologica.

Il silicio policristallino è composto da cristalliti disperse le cui dimensioni granulari sono generalmente una frazione rilevante dello spessore tipico degli strati strutturali (alcuni micron). Ne consegue che il numero di grani presenti nella direzione dello spessore è generalmente piccolo e questo si traduce in una variabilità di tipo casuale del modulo di Young lungo uno stesso strato strutturale.[31]. Da misure effettuate su sottili film di silicio policristallino depositati mediante LPCVD, in presenza di fosfina nella camera di deposizione e in diverse condizioni di temperatura e di velocità del flusso dei gas, a cui è fatto seguito un trattamento termico ad alta temperatura, è stata rilevata una variabilità del modulo di elasticità  $E_Y$  compresa tra i 145 e i 195 GPa [31].

Altro parametro di importanza primaria per la definizione della frequenza di risonanza  $f_0$  è il rapporto  $L/W$  tra la lunghezza e la larghezza dei supporti di sospensione della massa mobile. In generale, le variazioni delle dimensioni della microstruttura incidono fortemente sulle prestazioni del dispositivo e questo risulta essere un problema rilevante per le strutture realizzate mediante *surface micromachining* dove il controllo sulle dimensioni è piuttosto "grossolano".

Ritornando all'esempio del risonatore laterale, ed in particolare all'espressione (1.1), si osserva che la frequenza di risonanza  $f_0$ , oltre ad essere funzione del rapporto dimensionale  $W/L$ , è funzione delle dimensioni laterali del corpo oscillante tramite la sua massa  $m$ . In percentuale, però, le variazioni delle dimensioni laterali della massa

mobile risultano essere trascurabili rispetto alle possibili variazioni della larghezza  $W$  delle braccia di sospensione [31]. Nell'ipotesi che lo stress residuo dello strato strutturale sia quasi assente, e quindi che il termine di  $f_0$  contenente  $\sigma_r$  sia dominato dal termine legato ad  $E_Y$ , si ha [31, 44]:

$$f_0 \propto \left(\frac{W}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (1.2)$$

Nel caso, invece, in cui lo stress residuo sia tale da prevalere sul modulo di Young, si può scrivere:

$$f_0 \propto \left(\frac{W}{L}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

Il rapporto  $W/L$  risente delle variazioni nelle dimensioni lineari della microstruttura meccanica dovute a cause sistematiche e casuali intrinseche ai processi di fotolitografia e di incisione dello strato strutturale [44]. Le variazioni dovute alle cause sistematiche possono essere eliminate mediante un accurato posizionamento delle maschere fotolitografiche. Quello che rimane è una variazione  $\Delta$  nella dimensione lineare delle strutture che tiene conto, tra le altre cose, dell'effetto dei profili di incisione, generalmente non verticali, che fanno assumere alle sezioni trasversali dei supporti flessibili una forma di tipo trapezoidale [31]. Una ragionevole stima di  $\Delta$  per una struttura di silicio policristallino spessa  $2\mu\text{m}$  è di circa  $0,2\mu\text{m}$  [44].

L'incertezza sulle dimensioni laterali si traduce in un'incertezza nella frequenza di risonanza  $f_0$  della microstruttura mobile. Nel caso di stress residuo irrilevante questa è approssimativamente data da [31, 44]:

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} \approx \frac{3}{2} \frac{\Delta}{W} \quad (1.4)$$

Mentre nel caso di stress residuo dominante è:

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta}{W} \quad (1.5)$$

Assumendo che la larghezza delle braccia di sospensione sia  $W = 2\mu\text{m}$  e che la variazione  $\Delta$  sia approssimativamente di  $0,2\mu\text{m}$ , allora l'incertezza sul valore di  $f_0$  nel caso di stress residuo quasi assente è di circa il 15%, mentre nel caso di stress dominante è di circa il 5% [31, 44].

L'esempio ha messo in luce come l'incertezza nelle dimensioni laterali della microstruttura influiscano in modo rilevante sulle caratteristiche del dispositivo costituendo un fattore limitante della tecnologia di *surface micromachining*. Infatti, le imprecisioni nei processi di fotolitografia, di *etching* e di deposizione, unite alle difficoltà di riproduzione dei processi di fabbricazione, si traduce in una tolleranza di *micromachining* di circa  $\pm 5\%$  ed in una distribuzione statistica delle caratteristiche di prestazione dei dispositivi molto ampia [31].

### 1.3.5 Strutture pre-CMOS e post-CMOS

Il principale vantaggio della *surface micromachining* è la compatibilità dei processi di *micromachining* con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati; in particolare quando il silicio policristallino e il biossido di silicio ( $\text{SiO}_2$ ) sono rispettivamente materiale strutturale e materiale sacrificale (materiali standard nella tecnologia dei circuiti integrati).

La compatibilità dei processi permette di realizzare su un unico substrato sia la microstruttura meccanica sia la circuiteria elettronica realizzando così un dispositivo MEMS completamente integrato. Il vantaggio della completa integrazione è la minimizzazione delle dimensioni e dei requisiti di alimentazione, la riduzione del rumore e, grazie alla sviluppata tecnologia dei circuiti integrati (CI), la riduzione del costo unitario di fabbricazione.[31, 45].

Nella fabbricazione dei sistemi completamente integrati la realizzazione della microstruttura può avvenire prima, dopo, o contemporaneamente all'integrazione dell'elettronica.

Nel caso in cui la struttura venga realizzata dopo la sezione elettronica, modalità che viene indicata come tecnologia di microfabbricazione post-CMOS nel caso in cui l'elettronica sia di tipo CMOS, è necessaria una completa passivazione dell'area circuitale in modo tale da proteggerla dalle soluzioni attaccanti impiegate nei successivi processi di *micromachining* [31, 45].

Un aspetto vantaggioso della post-CMOS è la possibilità di realizzare la microstruttura meccanica direttamente al di sopra della regione del wafer dove è integrata l'elettronica riducendo così l'area di chip richiesta. Dall'altro lato, a rendere difficile l'impiego di tale sequenza di integrazione è l'individuazione di un sistema di materiali per la metallizzazione della parte elettronica che sia compatibile con i processi di deposizione ed i trattamenti di post-deposizione ad alte temperature generalmente richiesti dalla *surface micromachining*. [31, 45].

La realizzazione della microstruttura alternando i passi di *micromachining* con i passi di fabbricazione della parte elettronica è fattibile solo nel caso si abbia il completo controllo dell'intero processo di produzione. Un esempio di tale modo di procedere è la produzione dei dispositivi inerziali della Analog Devices in tecnologia BiCMOS.[31, 45].

Infine, la struttura può essere realizzata prima della sezione elettronica. Nel caso di elettronica CMOS la sequenza di integrazione della parte elettronica e della microstruttura meccanica viene indicata come tecnologia pre-CMOS. Un esempio di microfabbricazione pre-CMOS è costituito dalla tecnologia di fabbricazione *Sandia micromechanics microsensors and CMOS technology* sviluppata dai Sandia National Laboratories e utilizzata per la produzione di accelerometri a tre assi in un unico chip [31].

L'idea base di tale tecnologia consiste nel realizzare la microstruttura desiderata mediante *surface micromachining*, al di sopra di una superficie piana che risulta essere la superficie di fondo di un'estesa incisione praticata nel substrato di silicio mediante *wet anisotropic etching*. Una volta completata la struttura, l'intera incisione viene riempita con  $\text{SiO}_2$  e poi passivata con nitrato di silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). A questo punto viene realizzata la parte elettronica in una regione adiacente all'incisione e quando

questa è completata viene protetta da uno strato di passivazione. L'area dove si trova la microstruttura viene poi riaperta rilasciando la struttura stessa.[31].

### 1.3.6 Estensioni della surface micromachining

Come accennato in precedenza, le dimensioni delle microstrutture meccaniche realizzate mediante *surface micromachining*, ed in particolare il loro spessore, sono limitate in estensione dalla stessa tecnologia di microfabbricazione rimanendo, di fatto, nettamente inferiori a quelle ottenibili con la *bulk micromachining*. Si consideri, ad esempio, il processo di deposizione chimica da vapore a bassa pressione (LPCVD) ampiamente utilizzato nella *surface micromachining*. Tale processo si dimostra essere estremamente lento, tanto da richiedere circa 10 ore di lavoro per la deposizione di uno strato di silicio policristallino spesso  $10\ \mu\text{m}$ . E' questa una fra le tante cause per cui la maggior parte delle strutture in silicio policristallino realizzate mediante *surface micromachining* risultano avere uno spessore tipicamente compreso tra i 2 e i  $5\ \mu\text{m}$ . [46].

Per risolvere il problema delle dimensioni strutturali sono state introdotte varie tecnologie di microfabbricazione che hanno ampliato le possibilità costruttive della *surface micromachining*. Tra queste si ricordano la *hinged polysilicon*, la HEXSIL, la SOI *surface micromachining* e la LIGA.

#### 1.3.6.1 SOI surface micromachining

Nella tecnologia di microfabbricazione denominata SOI *surface micromachining* vengono impiegati, come elementi di partenza, i wafer di struttura SOI (Silicon On Insulator) caratterizzati da uno strato di silicio monocristallino posto al di sopra di uno strato isolante. Le microstrutture ricavate mediante *surface micromachining* dallo strato di silicio monocristallino possono avere spessore compreso tra qualche frazione di micron fino a centinaia di micron [47].

Le principali tecniche di preparazione dei wafer SOI sono: la SIMOX (Separated by IMplanted OXYgen), la Silicon Fusion Bonded (SFB) e la Zone Melt Recrystallized (ZMR) [47].

Nella tecnologia SIMOX lo strato isolante, in genere  $\text{SiO}_2$  viene generato internamente ad un substrato di silicio monocristallino tramite l'impiantazione ionica di atomi di ossigeno a partire dalla superficie superiore del wafer, seguita poi da un trattamento termico ad alta temperatura ( $1300^\circ\text{C}$ ). Variando la dose delle specie impiantate, la loro energia e la temperatura del trattamento termico, vengono definite la profondità e lo spessore dello strato sepolto. Una volta formato lo strato isolante, che fungerà da strato sacrificale nella costruzione della microstruttura, rimane sostanzialmente definito anche lo strato strutturale costituito dal film di silicio monocristallino soprastante allo strato sepolto.[47].

Al posto dell'ossido di silicio, può essere utilizzato, come materiale isolante, il nitruro di silicio ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ); anche in questo caso lo strato isolante è ottenuto per impiantazione ionica di atomi di azoto seguita da un trattamento termico.

In alcuni casi, al di sopra della superficie del wafer SOI così formato, viene depositato uno strato di silicio epitassiale mediante deposizione chimica da vapore CVD.

A causa dei danni arrecati dal processo di impiantazione ionica alla struttura cristallina dello strato superficiale del wafer, si rende necessario un trattamento termico di post-impiantazione per ridurre i difetti presenti nel reticolo cristallino [47].

Nella *silicon fusion bonded* il wafer SOI è ottenuto dall'unione di due wafer di silicio monocristallino su uno dei quali è stato fatto crescere uno strato di ossido di silicio di spessore desiderato (generalmente compreso tra i  $0,2 \mu\text{m}$  e i  $2 \mu\text{m}$ ). Mediante tecniche di *fusion bonded* i due wafer vengono uniti in modo tale che lo strato di ossido si trovi nel mezzo. Dopo di che, uno dei due wafer viene assottigliato mediante processi meccanici e chimici fino a raggiungere uno spessore di pochi micron.[47].

Il processo di preparazione Zone Melt Recrystallized (ZMR) consiste nel far ricristallizzare uno strato di silicio policristallino depositato al di sopra di un wafer di silicio monocristallino sulla cui superficie è stato fatto crescere precedentemente uno strato di ossido  $\text{SiO}_2$ . Diversamente dalla SIMOX, la *zone melt recrystallized* e la *silicon fusion bonded*, mantengono inalterata la struttura cristallina del wafer (o dei wafer) di partenza.[47].

Il wafer con struttura SOI, realizzato con una qualsiasi delle tecnologie sopra presentate, è formato da un substrato di silicio monocristallino e da un sottile strato dello stesso materiale separati tra di loro da uno strato isolante di ossido di silicio (oppure  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). Nella fabbricazione della microstruttura lo strato isolante funge da strato sacrificale mentre il sottile strato di silicio monocristallino risulta essere lo strato strutturale. La microstruttura viene realizzata impiegando i processi della *surface micromachining* con il vantaggio, però, che i processi di deposizione del materiale sacrificale e strutturale non sono più necessari.

I wafer SOI preparati mediante *silicon fusion bonded* consentono la realizzazione di strati strutturali di silicio monocristallino relativamente spessi con la possibilità di creare delle cavità al loro interno. Inoltre, nella costruzione di microstrutture meccaniche quali membrane e diaframmi, è possibile procedere con l'asportazione del silicio monocristallino sottostante la struttura meccanica tramite attacco chimico di tipo *wet etching* con inizio alla superficie inferiore del wafer e termine alla superficie di unione dei wafer che lo compongono, ovvero allo strato sacrificale.[47, 48].

La microfabbricazione su wafer SOI ottenuti per impiantazione ionica (SIMOX) consente un migliore controllo dello spessore della microstruttura.

I principali vantaggi della SOI *surface micromachining* possono essere così riassunti [47, 49]:

- E' compatibile con la tecnologia CMOS;
- Permette di sfruttare le migliori proprietà meccaniche del silicio monocristallino rispetto al policristallino;
- Consente un maggiore controllo dello spessore degli strati superficiali ed una più ampia scelta dello spessore;
- Lo strato sepolto di ossido di silicio (o  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) costituisce sia lo strato isolante, sia lo strato sacrificale, sia la regione di *etch-stop*;
- Un numero inferiore di passi di fabbricazione per le microstrutture.

### 1.3.6.2 Hinged polysilicon

La tecnica di fabbricazione denominata *hinged polysilicon* consente di costruire delle microstrutture meccaniche tridimensionali di silicio policristallino utilizzando come tecnologia base la *surface micromachining*. In particolare con tale tecnica è possibile realizzare delle strutture verticali a partire da strutture piatte e di area estesa realizzate in senso orizzontale mediante i processi di *surface micromachining* e poi fatte ruotare attorno a dei cardini, anch'essi microfabbricati, fino a raggiungere la posizione desiderata.[50].

Come esempio di microfabbricazione mediante la *hinged polysilicon* consideriamo la costruzione di una struttura in grado di ruotare attorno ad un cardine fisso sulla superficie superiore del wafer fino a portarsi nella posizione verticale. Il procedimento prevede la deposizione di un primo strato strutturale di silicio policristallino (di circa  $2\ \mu\text{m}$ ) al di sopra di uno strato sacrificale (PSG con spessore di  $2\ \mu\text{m}$ ). Lo strato strutturale è oggetto di fotolitografia ed attacco chimico per ricavarne la struttura mobile (generalmente una piastra) e i perni attorno ai quali ruoterà. Un secondo strato di materiale sacrificale di spessore inferiore al primo ( $0,5\ \mu\text{m}$ ) viene depositato al di sopra della struttura di silicio policristallino e delle regioni sacrificali rimaste scoperte dall'attacco. Un nuovo strato di silicio policristallino viene poi depositato al di sopra del secondo strato sacrificale e successivamente modellato per realizzare la parte esterna del cardine. Infine mediante attacco con soluzione di HF vengono rimossi entrambi gli strati sacrificali lasciando la struttura libera di ruotare. La rotazione della piastra può avvenire attraverso l'uso di apposite sonde ed una volta che questa è giunta nella posizione desiderata tende a rimanervi a causa dell'elevato attrito presente nel cardine di silicio policristallino.[50].

Esempi di applicazione della *hinged polysilicon* si possono trovare nel campo dell'ottica per la costruzione di microlenti, di microspecchi, di reticoli ottici etc.

Il posizionamento dei componenti, che avviene mediante l'utilizzo di opportune sonde ad ago oppure attraverso tentativi durante le fasi di attacco in HF oppure nella fase di risciacquo in acqua deionizzata, rende la tecnologia ancora troppo complicata e poco affidabile. Questo si traduce in una scarsa appetibilità commerciale.[50].

### 1.3.6.3 Hexsil

Una tecnica alternativa per la costruzione di microstrutture di elevato spessore, rispetto alle tipiche dimensioni ottenibili con la "convenzionale" *surface micromachining*, e che non richiede processi di assemblaggio post-fabbricazione (come nel caso della *hinged polysilicon*), fu introdotta all'Università di Berkeley (California) [51].

Il primo passo di questa tecnologia consiste nel realizzare delle incisioni profonde su un substrato di silicio monocristallino. Tali incisioni vengono generalmente realizzate mediante attacco al plasma con tecnica DRIE (Deep RIE) per una profondità che può raggiungere i  $100\ \mu\text{m}$  [31]. Per profondità superiori si hanno marcati fenomeni di *undercutting* che possono ostacolare l'estrazione della struttura dal substrato [51].

Dopo aver praticato le incisioni viene depositato un sottile strato di PSG o di  $\text{SiO}_2$  mediante tecnica di deposizione chimica da vapore in modo tale che il materiale si



distribuisca in modo uniforme su tutta la superficie del wafer esposta al processo ed in particolare sulle pareti degli “scavi”. Questo strato di materiale isolante costituirà lo strato sacrificale da rimuovere in un secondo momento per liberare la struttura di silicio policristallino.[51].

Il rimanente volume delle incisioni viene riempito completamente con il materiale strutturale, generalmente silicio policristallino, che viene depositato sempre in modo uniforme mediante deposizione chimica da vapore [31, 51]. A seconda delle esigenze, il riempimento può prevedere la deposizione uniforme di più strati per conferire alla struttura le caratteristiche elettriche e meccaniche desiderate. Ad esempio, al di sopra dello strato sacrificale può essere depositato un sottile strato di silicio policristallino non drogato, seguito dalla deposizione di silicio policristallino drogato che può essere protratta nel tempo fino al completo riempimento dell'incisione, oppure arrestata prima che ciò avvenga; in questo caso l'incisione viene riempita completamente con un'ulteriore deposizione, ad esempio, di materiale metallico [51].

Con un processo di levigatura e di pulitura viene resa planare la superficie superiore del wafer rimuovendo le parti in eccesso di materiale strutturale presente al di sopra dello strato sacrificale depositato sulla superficie superiore del wafer [31, 51].

A questo punto con la deposizione di un ennesimo strato strutturale, opportunamente sagomato mediante fotolitografia ed attacco al plasma, possono essere realizzate delle interconnessioni di silicio policristallino tra le varie strutture formate nelle incisioni [31].

Infine, con un attacco chimico in soluzione di acido fluoridrico viene rimosso completamente lo strato sacrificale. La struttura, libera di muoversi, può essere estratta dal substrato oppure, se previsto, può essere mantenuta in posizione mediante supporti ancorati alla superficie del wafer.[31, 51].

Nella tecnologia appena illustrata, nota come HEXIL, il substrato di silicio monocristallino, con le sue incisioni, funge quindi da “stampo” nel quale viene “versato” il materiale strutturale. La lunghezza, la larghezza e la profondità delle incisioni saranno approssimativamente la lunghezza, la larghezza e lo spessore di quelle parti della microstruttura formate al loro interno.

La tecnologia può impiegare come materiale strutturale non solo il silicio policristallino ma tutti quei materiali strutturali che possono essere depositati in modo uniforme [31].

## 1.4 Comparazione tra bulk e surface micromachining

Le tecnologie di *bulk micromachining* e di *surface micromachining* hanno molti processi in comune. Entrambe fanno uso della fotolitografia, dei processi di ossidazione, della diffusione e dell'impiantazione ionica dei droganti, del processo di deposizione chimica da vapore, del *dry etching*, dell'impiego del silicio policristallino e della metallizzazione galvanica o mediante *sputtering*.

A differenziare le due tecnologie è l'impiego, nella *bulk micromachining*, di soluzioni attaccanti anisotropiche e di wafer di silicio con orientazione cristallografica (100) o (110); ed ancora: l'impiego di regioni di *etch-stop* fortemente drogate di tipo *p*; e della tecnica di incisione elettrochimica. A differenziare la

*surface micromachining* è, invece, la possibilità di utilizzare l'attacco al plasma, per sagomare le microstrutture, e la *wet isotropic etching* per eliminare gli strati sacrificali.

I principali vantaggi della *surface micromachining* e dell'utilizzo del silicio policristallino come materiale strutturale sono da ricercare nella compatibilità della tecnologia con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati; nella maggiore libertà di progettazione delle microstrutture, in particolare della loro geometria superficiale; nella possibilità di realizzare strutture tridimensionali verticali a partire da strutture meccaniche molto sottili che vengono poi unite tra di loro e al substrato mediante sistemi di cerniere e perni. Inoltre, l'impiego del silicio policristallino su strati di materiale isolante ( $\text{SiO}_2$ ) consente di ottenere dispositivi in cui le correnti di fuga sono praticamente inesistenti anche ad elevate temperature di lavoro [53].

Dall'altro lato i limiti della *surface micromachining* si possono riassumere come segue:

- Ridotte dimensioni delle microstrutture ottenibili con la tecnologia convenzionale dovute ad un insieme di fattori tra i quali l'estrema lentezza dei processi di deposizione e la presenza negli strati depositati di stress meccanico residuo;
- La rimozione del materiale sacrificale risulta essere molto lenta;
- E' possibile che si presenti il fenomeno dello *stiction*;
- Le strutture realizzate in silicio policristallino presentano un comportamento elettrico inferiore a quello del silicio monocristallino [53];
- Le proprietà meccaniche dei sottili strati strutturali di silicio policristallino sono leggermente inferiori a quelle presentate dalle strutture in silicio monocristallino e sono inoltre fortemente dipendenti dai processi di deposizione e post-deposizione;
- Si possono presentare delle deformazioni della microstruttura a causa di sollecitazioni residue presenti nello strato strutturale.

La tecnologia *bulk micromachining* permette di realizzare strutture di spessore elevato se confrontato con quello ottenibile con la *surface micromachining*. Infatti, si possono realizzare strutture con spessore pari a uno, due o più wafer sovrapposti, ottenendo delle microstrutture meccaniche di silicio monocristallino di grande dimensione e massa. Inoltre le microstrutture possono essere realizzate operando su entrambi i lati del wafer di silicio.

Gli svantaggi principali della tecnologia sono: la non elevata compatibilità con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati; la possibilità che i wafer presentino una certa fragilità verso la fine della fabbricazione; le limitazioni sulla geometria delle strutture e sul loro orientamento nel substrato; ed infine, le difficoltà di *packaging* e di test [52, 54].

Le due tecnologie di *micromachining* possono essere usate in modo combinato in modo tale da unire ai vantaggi della *surface micromachining* i vantaggi della *bulk micromachining*. Un esempio dell'uso combinato delle due tecnologie è la realizzazione di micro-ugelli quali le testine per stampanti ink-jet.[55].

## 1.5 Dispositivi MEMS

Le tecniche di *micromachining*, di cui si è data un'ampia descrizione per le più importanti, abbinate alla più matura tecnologia di fabbricazione dei circuiti integrati, hanno permesso, e permettono, di realizzare dispositivi e sistemi, indicati genericamente con il termine di dispositivi MEMS, sempre più complessi e con potenzialità sempre maggiori.

I campi di applicazione dei dispositivi MEMS sono i più vari. Tra questi troviamo il campo dei trasporti (automobilistico, aeronautico, navale), il campo dei sistemi di comunicazione e di informazione, in particolare nei sistemi a fibra ottica, nei sistemi di immagazzinamento dati, nei sistemi di visualizzazione dell'immagine, nel campo delle biotecnologie, nel campo medico, militare, sportivo ed in numerose altre applicazioni [3, 5, 42, 56-58].

I dispositivi MEMS di maggiore diffusione si possono suddividere in due grandi categorie: i microattuatori ed i microsensori.

Con il termine attuatore si intende un sistema in grado di trasdurre una grandezza elettrica in una grandezza non elettrica mentre con il termine sensore si intende un sistema in grado di operare in modo inverso all'attuatore ovvero convertire una grandezza non elettrica in una grandezza elettrica contenente l'informazione sul fenomeno rilevato [59].

I microattuatori ed i microsensori sono caratterizzati dal fatto che la struttura che costituirà l'elemento attuatore o l'elemento sensibile è realizzata su un substrato di silicio, o altro semiconduttore composto, assieme alla circuiteria elettronica necessaria alla gestione della microstruttura e dei segnali inviati e/o ricavati dalla struttura stessa. Tale circuiteria può implementare l'intero sistema di elaborazione dei segnali oppure una sua parte. Nel primo caso il dispositivo MEMS è realizzato su un unico chip che verrà poi sottoposto al *packaging* per il suo utilizzo a livello di scheda circuitale, mentre nel secondo caso il dispositivo completo viene realizzato su due o più chip che generalmente vengono racchiusi in un unico involucro manipolabile. In questo caso si parla di sistemi multi-chip di cui ne sono un esempio gli accelerometri della serie MS8000.C della Colibrys [60, 61]. In termini generali possiamo riferirci a quei dispositivi, espletanti una determinata funzione e realizzati su unità distinte ma interconnesse, come dispositivi ibridi.

La scelta tra sistema a chip singolo e sistema multi-chip è dettata da più fattori. Il principale fattore di scelta è l'eventuale incompatibilità dei processi di realizzazione. Altri fattori risultano essere i costi di realizzazione, influenzati tra le altre cose dalla complessità dei processi di fabbricazione, dall'area di silicio utilizzata, dai requisiti di test a livello di wafer, dai costi di *packaging*, e le caratteristiche del dispositivo che si desidera ottenere.

Un esempio di *trade-off* tra i due sistemi è dato dalla riduzione di complessità ottenibile con i sistemi a multi-chip che però introducono delle limitazioni nelle prestazioni dovute agli elementi parassiti introdotti dalle interconnessioni tra chip. Limitazioni di cui non soffre il sistema a chip singolo [62].

### 1.5.1 I microattuatori

In generale la funzione dei microattuatori MEMS è quella di convertire un

segnale elettrico, di tensione o di corrente, in un fenomeno non elettrico; come ad esempio il movimento di una struttura mobile in silicio rispetto ad una fissa. Non tutti i microattuatori MEMS comportano il movimento di un corpo rigido, ovvero non tutti i microattuatori realizzati con tale tecnologia presentano parti mobili. Sono quindi inseriti in questa categoria di microattuatori anche quei dispositivi MEMS privi di parti meccaniche mobili non deformabili ma in grado, comunque, di effettuare la conversione tra una grandezza elettrica ad una grandezza non elettrica. Si pensi come esempio principe alle testine di stampa ink-jet.

Nel corso degli anni si sono sviluppati diversi tipi di microattuatori le cui applicazioni vanno dal campo automobilistico ed aeronautico, al campo delle trasmissioni a fibra ottica, dal campo della visualizzazione delle immagini al campo della medicina.

Molti sono anche i principi di funzionamento utilizzati per la loro realizzazione; ad esempio, la forza necessaria per mettere in movimento le parti mobili microscopiche dell'attuatore può essere di tipo elettrostatico, oppure di tipo magnetico, oppure dovuta a movimenti di fluidi nel senso più ampio del termine includendo gas e vapori. In quest'ultimo caso, le trasformazioni di fase con formazione di bolle di vapore possono essere causa di variazioni nelle forme o nel volume della microstruttura di silicio.[57].

Esempio di utilizzo delle bolle di vapore come principio di attuazione, ed allo stesso tempo, esempio di microattuatore privo di parti mobili, è ancora la testina di stampa ink-jet. In questo dispositivo la microstruttura di silicio è costituita da centinaia di microcanali i quali vengono riempiti con inchiostro. Mediante elementi riscaldanti vengono generate, all'interno dei microcanali, delle bolle di vapore che fungono da elemento di propulsione per l'inchiostro liquido che viene pertanto spinto verso l'esterno.[63].

Come esempio di microattuatori con microstruttura mobile possiamo considerare i così detti micro-specchi, impiegati in numerose applicazioni, tra le quali la realizzazione di commutatori ottici, di dispositivi di “scannarizzazione” e dei sistemi di proiezione delle immagini (DMD, DLP). I micro-specchi sono costituiti da microstrutture piane mobili, generalmente di silicio policristallino, ricoperte da sostanze riflettenti e caratterizzate dal fatto che la loro inclinazione rispetto alla superficie del substrato risulta essere regolabile. L'inclinazione della superficie riflettente è modificata facendo compiere alla struttura mobile un opportuno movimento che può essere attuato, ad esempio, mediante un sistema elettrostatico riferito come *electrostatic comb-drive* [42].

In genere, nell'attuatore *electrostatic comb-drive* la microstruttura mobile di silicio policristallino è sospesa al di sopra della superficie del substrato da dei supporti elastici. La struttura è sagomata con una serie di appendici disposte a pettine ortogonalmente al suo perimetro e con rapporto lunghezza/larghezza elevato. Tra un “dente” e l'altro, e separate da questi da un sottile spessore di aria o altro gas, sono poste altre appendici strutturali di silicio policristallino, anch'esse disposte a pettine, facenti capo alla struttura fissa. Le appendici della struttura fissa, intervallate con le appendici della struttura mobile, costituiscono gli elettrodi dei condensatori di pilotaggio. Applicando un'opportuna tensione tra gli elettrodi fissi e gli elettrodi mobili si ottiene il movimento della struttura sospesa per l'azione di una forza elettrostatica.

Come accennato in precedenza, per la realizzazione dei microattuatori si è fatto uso, e si fa tutt'ora uso, di diversi principi di funzionamento. Molti sono anche i materiali impiegati nella loro implementazione, ed in particolare di quei materiali caratterizzati da proprietà elettro-meccaniche-fisiche che li rendono intrinsecamente adatti al loro uso come elementi di trasduzione. Si pensi ad esempio ai materiali piezoresistivi che modificano la propria forma se soggetti ad un campo elettrico esterno, oppure ai materiali magnetostrittivi.[64].

Le piccole dimensioni delle microstrutture realizzabili con le tecniche di *micromachining* rendono insufficiente l'impiego di una singola microstruttura per l'espletamento di funzioni nel mondo macroscopico. Si consideri, ad esempio, un attuatore *comb-drive*: la microstruttura mobile può effettuare una traslazione pari, al massimo, al *gap* esistente in condizioni di riposo tra gli elettrodi della struttura mobile e quelli della struttura fissa. Tale *gap* può essere solo di alcune decine di  $\mu\text{m}$ , se non meno [57].

Altro fattore che limita l'uso di una singola microstruttura per compiti macroscopici risulta essere l'elevato attrito tra struttura mobile e struttura fissa che rende energeticamente dispendioso far compiere alla microstruttura mobile un seppur piccolo movimento. Pertanto, per poter eseguire dei compiti a livello macroscopico con strutture microscopiche è necessario far uso di sistemi multi-strutturali composti da un numero elevato di microstrutture identiche organizzate in più pile; in queste, le microstrutture sono collegate in serie, mentre le pile sono collegate tra di loro in parallelo.[57].

Esempi di applicazioni dei microattuatori MEMS si possono trovare in diversi campi. Nel campo ottico, ed in particolare nell'area dei sistemi di comunicazione e di informazione, i microattuatori vengono impiegati per realizzare commutatori ottici per fibre ottiche, allineatori ottici, cavità esterne per diodi laser e modulatori basati sugli interferometri regolabili di Fabry-Perot [57]. Inoltre, sono impiegati nella realizzazione di display per la visualizzazione delle immagini (dove viene fatto uso di sistemi di *array* di microspecchi) come nel caso dei sistemi di proiezione DMD (Digital Mirror Device) [65] e DLP (Digital Light Processing) della Texas Instruments [66].

Nel campo dei sistemi di immagazzinamento di dati, i microattuatori sono stati utilizzati nei sistemi di posizionamento della "testina" di scrittura sul supporto fisico degli Hard Disk (HD) per ottenere una maggiore densità di tracce [3, 63].

La fabbricazione di microattuatori costituiti da microvalvole, micropompe, microcanali etc., utilizzati in combinazione con microsensori, ha permesso la realizzazione di sistemi integrati di controllo del flusso dei fluidi. Esempi di applicazione di tali sistemi si possono trovare in campo chimico e medico come sistemi integrati di microdosaggio o di monitoraggio, e nel campo automobilistico ed aeronautico come sistemi di iniezione.

Altre applicazioni dei microattuatori nel campo medico si possono avere nelle endoscopie, nei sistemi di analisi del sangue, nei strumenti di medicazione e di intervento minimamente invasivi. Un esempio è la realizzazione di cateteri attivi con controllo della forma.[57].

L'impiego dei microattuatori si estende anche al campo delle biotecnologie e dell'analisi microscopica. Esempi del loro impiego nel campo della biotecnologia

sono i microsistemi per la manipolazione e la fusione delle cellule [57] tra i quali si collocano i dispositivi che implementano la tecnica PCR (Polymerase Chain Reaction) per l'amplificazione del DNA [63]. Questi dispositivi rientrano nella categoria dei dispositivi senza parti mobili e vengono indicati con il termine di *lab-on-chip*.

### 1.5.2 I microsensori

L'altra grande categoria di dispositivi MEMS è la categoria dei microsensori.

Come nel caso dei microattuatori, esiste un'ampia varietà di microsensori utilizzati in una altrettanto ampia varietà di campi di applicazione. Si hanno sensori di pressione, di accelerazione, di deformazione, di rotazione (giroscopi), di temperatura, di velocità di flusso, di portata, ed altri ancora, il cui impiego va dal campo automobilistico, a quello nautico e aeronautico, dal campo militare al campo dello sport e del divertimento, dal campo delle comunicazioni al campo chimico e biomedico [3].

I primi microsensori ad essere realizzati mediante tecniche di *micromachining* del silicio, e i primi ad essere commercializzati, furono i microsensori di pressione [3]. Le loro applicazioni vanno dalla misura della pressione atmosferica alla misura della pressione di alimentazione del carburante nei motori, dalla misura della pressione nelle sospensioni idrauliche attive alla misura della pressione ambientale per funzioni di monitoraggio e di controllo.

I microsensori meccanici di pressione si suddividono principalmente in sensori capacitivi e sensori piezoresistivi. Nei primi, la pressione oggetto di misura esercita una forza sull'elemento mobile della microstruttura causandone una deformazione strutturale. Tale deformazione, proporzionale alla pressione, è responsabile della variazione di capacità di un condensatore di *sensing* le cui armature, una fissa ed una mobile, sono realizzate, rispettivamente, sulla parte fissa e sulla parte mobile della microstruttura. Dalla misura della variazione di capacità si effettua, pertanto, la misura della pressione. Nei sensori di pressione piezoresistivi la deformazione strutturale (di trazione o di compressione), dipendente dalla pressione esercitata sulla microstruttura mobile, viene rilevata mediante gli elementi piezoresistivi integrati nelle aree della struttura più sensibili alla deformazione. La deformazione degli elementi piezoresistivi si traduce in una variazione di resistività proporzionale all'entità della deformazione e quindi della pressione.[67].

Un'importante classe di microsensori MEMS è la classe dei sensori inerziali costituita dagli accelerometri e dai giroscopi. Mentre i primi permettono di misurare l'accelerazione a cui è soggetto un corpo solidale al dispositivo, i secondi consentono di misurarne la velocità di rotazione e l'angolo di rotazione dello stesso.

L'accelerometro risulta essere, da solo, uno dei dispositivi MEMS con il più alto volume di vendite e questo grazie alle sue numerose applicazioni nel campo automobilistico dove trova impiego, ad esempio, nei sistemi attivi di sicurezza, quali i sistemi di controllo degli airbag, nei sistemi di controllo della stabilità, nelle sospensioni attive, nei sistemi di navigazione e nei sistemi di antifurto [56].

Ma le applicazioni degli accelerometri non si limitano solo al campo automobilistico. Sono usati, ad esempio, nel campo bio-medico, per attività di monitoraggio; nel campo industriale, per la rilevazione di vibrazioni ed urti durante il

trasporto, per la manipolazioni di elementi sensibili e per l'acquisizione di informazioni sul movimento e la posizione di un oggetto; nel campo militare, per i sistemi di rilevazione d'impatto. Altri esempi di utilizzo dei microaccelerometri si hanno nella realizzazione dei sistemi di stabilizzazione dell'immagine delle videocamere, nella realizzazione di maese tridimensionali, nei videogiochi [69], nei display, negli equipaggiamenti sportivi, nei sistemi portatili, quali i telefoni cellulari, i PDA, i computer, e nei sistemi di protezione contro gli urti impiegati, ad esempio, nei notebook per la protezione degli *hard disk drive* [68].

Accelerometri ad alta sensibilità sono impiegati come elemento fondamentale nei sistemi di navigazione e di guida, nei sismografi sia in ambito industriale che geologico. Particolare utilizzo di accelerometri ad elevata sensibilità si ha nel campo aerospaziale per la stabilizzazione delle piattaforme mediante misura della microgravità [56].

L'accelerometro deve essere in grado di convertire l'accelerazione a cui è soggetto in una grandezza elettrica contenente l'informazione sull'entità dell'accelerazione.

Nella generalità dei casi, l'accelerazione si traduce nel movimento di una microstruttura mobile rispetto alla sua posizione di riposo. Tale movimento, la cui entità è legata all'accelerazione, è rilevato e quantificato in uno dei tanti modi di trasduzione utilizzati nella realizzazione dei sensori di accelerazione. A seconda del principio di trasduzione impiegato si hanno le varie tipologie di microaccelerometri. Tra queste troviamo gli accelerometri piezoresistivi, capacitivi, di tipo *tunneling*, risonanti, termici, piezoelettrici ed elettromagnetici.

Il primo accelerometro MEMS ad essere realizzato, e uno dei primi ad essere messo in commercio, fu di tipo piezoresistivo. Il principio di funzionamento è molto simile a quello del sensore di pressione omonimo: lo spostamento della struttura mobile si traduce in una deformazione degli elementi sensibili di silicio policristallino che ne modifica la resistività.[56].

Nei microaccelerometri piezoelettrici vengono utilizzati dei materiali, come ad esempio l'ossido di zinco, che godono della proprietà intrinseca di generare una distribuzione di carica elettrica in seguito ad un fenomeno di compressione. Tale proprietà viene sfruttata nei sensori per convertire direttamente la forza applicata sulla microstruttura mobile in un segnale elettrico.[56].

Negli altri tipi di accelerometro lo spostamento della microstruttura mobile viene rilevato mediante la variazione di una grandezza diversa a seconda del principio di trasduzione impiegato: nell'accelerometro capacitivo la quantità che subisce una variazione è la capacità elettrica esistente tra struttura mobile e struttura fissa; nell'accelerometro elettromagnetico a variare è la mutua induttanza tra due induttanze di cui una è solidale alla parte mobile e l'altra alla parte fissa; nell'accelerometro di tipo *tunneling* la corrente che si instaura tra l'elettrodo a punta, presente nella struttura mobile, e l'elettrodo sottostante, solidale alla struttura fissa, varia in modo sensibile al variare della distanza tra i due elettrodi.[56].

Infine nei dispositivi termici più recenti, privi di parti mobili, l'accelerazione si traduce in uno spostamento di una piccola bolla d'aria calda riscaldata da un elemento riscaldatore e mantenuta all'interno di una camera sigillata. Lo spostamento e la sua entità viene rilevato mediante la misura della distribuzione della temperatura nella camera attraverso un sistema integrato di termocoppie.[56, 70].

Una più dettagliata descrizione dei principi di funzionamento degli accelerometri

in tecnologia MEMS sarà data nel prossimo capitolo.



## Capitolo 2

*Gli accelerometri meccanici: principio di funzionamento per la misura dell'accelerazione statica e dinamica. Vengono presentati alcuni tipi di accelerometro. In particolare vengono approfonditi gli accelerometri capacitivi data la loro maggiore diffusione a livello commerciale. Infine viene fatto un esempio numerico per dare dimostrazione degli ordini di grandezza in gioco.*

### 2.1 Gli accelerometri meccanici: principio di funzionamento

La maggior parte degli accelerometri, ed in generale dei sensori inerziali, sono di tipo meccanico, ovvero l'elemento sensibile risulta essere una struttura in grado di compiere un qualche movimento.

A questa categoria di sensori appartengono i microaccelerometri piezoresistivi, piezoelettrici, risonanti, di tipo *tunneling* e di tipo capacitivo. Questi sono caratterizzati da una microstruttura mobile, detta *proof-mass*, realizzata con le tecniche di *micromachining* viste nel capitolo precedente e sorretta da un sistema di supporti dotati di una certa elasticità ed ancorati ad una struttura fissa che assume il ruolo di struttura di riferimento.

Se il dispositivo è soggetto ad un'accelerazione esterna e questa è responsabile del suo moto, allora sulla microstruttura mobile del sensore viene ad agire una forza d'inerzia che tende a causarne un movimento rispetto alla struttura fissa di riferimento; movimento che può essere di rotazione, di traslazione o di torsione, a seconda della geometria della microstruttura meccanica e dell'azione dell'accelerazione esterna. Se, invece, il dispositivo è immobile sulla *proof-mass* agisce la sola forza di gravità che nei limiti imposti dalla geometria della struttura e dai materiali impiegati tende a far assumere alla *proof-mass* una posizione di equilibrio strettamente legata all'accelerazione statica e all'orientazione del dispositivo.

Mentre un corpo, libero di muoversi, risulta avere sei gradi di libertà, e in particolare tre direzioni di traslazione e tre assi di rotazione, i microaccelerometri, la cui funzione è quella di quantificare l'accelerazione lineare a cui sono soggetti, vengono progettati e realizzati in modo tale che la *proof-mass* si possa muovere solo lungo ben determinate direzioni, ortogonali tra di loro e dette direzioni preferenziali di movimento o assi di sensibilità.

In base al numero di tali assi si ha la suddivisione tra microaccelerometri ad un asse, a due assi o a tre assi. Un'ulteriore classificazione degli accelerometri si ha in base alla direzione dell'asse di sensibilità rispetto alla superficie superiore del wafer nel quale è stato realizzato il sensore. Se si considera un sistema di riferimento Cartesiano tridimensionale con asse  $z$  ortogonale alla superficie del wafer e se l'asse di sensibilità è ad esso parallelo allora l'accelerometro è detto ad asse  $Z$ . Se invece l'asse di sensibilità, o gli assi di sensibilità, sono ortogonali a  $z$  allora si parla di accelerometri laterali.

### 2.1.1 Il sistema equivalente massa, molla ed elemento smorzatore

Consideriamo, come esempio esplicativo del principio di funzionamento di un microaccelerometro meccanico, il caso di un accelerometro ad asse singolo costituito da una *proof-mass* sorretta da un sistema di supporti elastici ancorati alla struttura fissa del sensore e realizzati in modo tale da permettere alla *proof-mass* di muoversi solo nella direzione dell'asse di sensibilità.

Consideriamo un sistema di riferimento Cartesiano solidale alla struttura fissa e con asse  $x$  parallelo alla direzione di sensibilità del microaccelerometro.

Se la struttura fissa è soggetta ad un'accelerazione esterna, che per semplicità supponiamo avere direzione parallela all'asse  $x$ , e questa è causa del moto del dispositivo, allora nel sistema di riferimento cartesiano considerato la *proof-mass* risulta essere soggetta ad un'accelerazione che presenta stessa direzione e stesso modulo dell'accelerazione esterna ma verso opposto. Sulla massa mobile agisce, pertanto, la forza  $F = m \cdot a$ , dove  $m$  è la massa del corpo mobile ed  $a$  il modulo dell'accelerazione esterna. Tale forza è responsabile dello spostamento della *proof-mass* rispetto alla struttura fissa lungo la direzione di sensibilità. L'entità dello spostamento risulta essere legato all'intensità dell'accelerazione ed è tale quantità ad essere rilevata e convertita in un segnale elettrico attraverso uno dei possibili metodi di trasduzione introdotti alla fine del capitolo precedente (metodo piezoresistivo, piezoelettrico, capacitivo, risonante o mediante corrente di *tunneling*).

Il moto della *proof-mass* è frenato dai supporti della microstruttura i quali esercitano sulla massa mobile una forza di tipo elastico. Infatti, oltre a sostenere la massa mobile, i supporti elastici hanno il compito di riportarla nella sua posizione di riposo una volta che l'accelerazione esterna sia stata rimossa [1]. Oltre ai supporti elastici, il moto della *proof-mass* è frenato dall'effetto di smorzamento introdotto dai gas presenti negli spazi tra struttura mobile e struttura fissa (compresa l'aria) e dalle dissipazioni interne ai supporti.

Da quanto detto risulta essere evidente come il sistema composto da massa mobile, supporti elastici e struttura fissa di un accelerometro ad un asse di sensibilità possa essere modellato, come mostrato in Fig. 2.1, da un sistema del secondo ordine costituito da una massa, da una molla e da un elemento smorzatore.

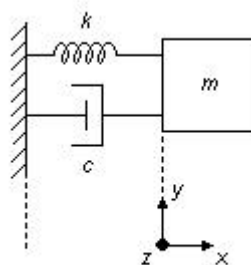


Fig. 2.1 Sistema massa-molla-elemento smorzatore.

Sotto l'assunzione di piccoli spostamenti della massa mobile l'equazione differenziale che ne descrive il moto risulta essere [2]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + k \cdot x = m \cdot a \quad (2.1)$$

dove  $m$  è la massa della *proof-mass*,  $c$  il coefficiente di smorzamento,  $k$  la costante elastica dei supporti,  $x$  lo spostamento dalla posizione di riposo ed  $a$  l'accelerazione oggetto di misura.

Usando le trasformate di Laplace e risolvendo l'equazione differenziale per  $x$  si ottiene la funzione di trasferimento del sistema del secondo ordine:

$$H(s) = \frac{X(s)}{A(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.2)$$

dove  $\omega_n$  è la pulsazione naturale di risonanza e  $\xi$  il fattore di smorzamento, dati rispettivamente da:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{c}{\omega_n m} = \frac{1}{2} \frac{c}{\sqrt{k m}} \quad (2.4)$$

Per una comprensione del comportamento dinamico del sistema si supponga che al dispositivo sia applicata un'accelerazione esterna periodica con pulsazione  $\omega$ . Il sistema massa, molla ed elemento smorzatore può essere trattato come un oscillatore forzato la cui funzione di trasferimento  $H(\omega)$  risulta avere modulo e fase:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_n\omega)^2}} \quad (2.5)$$

$$\Phi = \arctan\left(\frac{2\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}\right) \quad (2.6)$$

Dall'espressione di  $|H(\omega)|$  si può osservare che l'ampiezza dello spostamento  $x$  della massa mobile è fortemente legata alla frequenza naturale di risonanza, al fattore di smorzamento del sistema ed alla frequenza della sollecitazione esterna.

Un sistema avente fattore di smorzamento  $\xi < 1$  viene detto sistema sotto smorzato (*under-damped*), se  $\xi = 1$  viene detto criticamente smorzato (*critically-damped*), mentre se  $\xi > 1$  il sistema è sovra smorzato (*over-damped*).

Per sistemi sotto smorzati, con piccoli valori del fattore di smorzamento, l'ampiezza delle oscillazioni della *proof-mass* possono essere enormemente amplificate per valori di  $\omega$  vicini alla pulsazione di risonanza naturale  $\omega_n$ . Infatti, il massimo del modulo della funzione di trasferimento risulta essere:

$$|H(\omega)|_{\text{MAX}} = \frac{Q}{\omega_n^2 \sqrt{1 - \frac{1}{4 \cdot Q^2}}} \quad (2.7)$$

dove  $Q$  è il fattore di qualità ed è dato da :

$$Q = \frac{1}{2\xi} \quad (2.8)$$

La condizione di sotto smorzamento può risultare dannosa per il dispositivo stesso; infatti, l'applicazione di un'accelerazione esterna sufficientemente elevata può produrre un'oscillazione troppo ampia della microstruttura mobile causando un sovraccarico del circuito di *sensing* e di controllo con un suo conseguente malfunzionamento; oppure, nel caso peggiore, può portare a condizioni di collisione tra elementi della struttura mobile ed elementi della struttura fissa, cioè a fenomeni di *stiction* in uso.

Sebbene la condizione di sistema criticamente smorzato,  $\xi=1$ , permetta di eliminare in modo completo la presenza di picchi di massimo per  $|H(\omega)|$ , si può ottenere una risposta in frequenza sufficientemente piatta anche per  $\xi > 0,65$  [2].

Con riferimento al microaccelerometro, dall'espressione (2.4) si osserva che il fattore di smorzamento  $\xi$  dipende dalla massa della microstruttura mobile, dalla costante elastica dei supporti e dal coefficiente di smorzamento del sistema meccanico di trasduzione. Quest'ultimo è fortemente legato alla geometria delle microstrutture che compongono il sensore, in particolare agli *aspect-ratio* degli spazi circostanti la massa sismica, alle condizioni “ambientali” in essi presenti e alle perdite nei materiali.

Molto spesso le microstrutture mobili si muovono all'interno di ambienti isolati, chiusi ermeticamente, accuratamente controllati e realizzati mediante processi di *packaging* a livello di wafer. Il *packaging* ha principalmente due compiti da assolvere: il primo è quello di proteggere le microstrutture dei sensori dai successivi processi di assemblaggio; il secondo è quello di creare delle camere ermetiche all'interno delle quali la microstruttura mobile si possa muovere in un ambiente controllato al fine di ottenere i livelli desiderati di smorzamento. Queste camere possono essere riempite con gas, quale l'azoto, con l'aria, oppure può essere creato il vuoto. Le condizioni “ambientali” presenti al loro interno vengono dette condizioni di *packaging*.

L'importanza delle condizioni di *packaging*, in particolare della pressione del mezzo che riempie gli spazi interstiziali tra microstruttura mobile e microstruttura fissa, e della geometria di questi ultimi, è facilmente comprensibile se si considera il caso di due elementi piatti e paralleli, uno appartenente alla microstruttura mobile e l'altro a quella fissa, sovrapposti e separati da un mezzo gassoso. Se i due elementi sono in movimento l'uno rispetto all'altro in direzione normale alla loro superficie piana, o su direzioni ad essa parallele, allora il mezzo gassoso genera una forza che si oppone al moto dovuta all'attrito interno del gas e/o alla sua compressione. Lo smorzamento che deriva dal movimento normale è detto *squeeze-film damping* mentre quello derivante dal moto in direzioni parallele è detto *shear damping* [2].

L'influenza della geometria delle regioni circostanti la massa sismica sullo smorzamento è data dagli *aspect-ratio*, ovvero dai rapporti tra l'area di sovrapposizione tra parti della struttura mobile e parti della struttura fissa e la distanza tra queste (*gap*). Valori elevati di *aspect-ratio* comportano smorzamenti elevati, mentre, a parità di *aspect-ratio*, aumentando la pressione di *packaging* aumenta il coefficiente di smorzamento [2].

### 2.1.2 La sensibilità della microstruttura meccanica

Il sistema del secondo ordine costituito da massa, molla ed elemento smorzatore con cui si è modellato la struttura meccanica del sensore, risulta essere caratterizzato oltre che dal fattore di smorzamento,  $\zeta$ , anche dalla pulsazione naturale di risonanza  $\omega_n$  data dalla (2.3).

A frequenze ben al di sotto della frequenza naturale di risonanza, e quindi per  $\omega \ll \omega_n$ , il modulo della funzione di trasferimento del sistema, dato dalla (2.5), può essere approssimato con:

$$|H(\omega)| = \left| \frac{X(\omega)}{A(\omega)} \right| \approx \frac{1}{\omega_n^2} \quad (2.9)$$

Pertanto, nelle condizioni di accelerazione esterna periodica a bassa frequenza ( $\omega \ll \omega_n$ ) lo spostamento della massa mobile rispetto alla sua posizione di riposo è data approssimativamente da:

$$x(t) \approx \frac{a(t)}{\omega_n^2} \quad (2.10)$$

Consideriamo ora il caso in cui il dispositivo, e quindi il modello equivalente massa-molla-elemento smorzatore, siano soggetti ad un'accelerazione costante e più in generale ad un'accelerazione statica quale può essere l'accelerazione di gravità. In condizioni di equilibrio la forza elastica  $F_e$ , esercitata dai supporti di sospensione sulla massa mobile, risulta essere uguale, in modulo, alla forza  $F = m \cdot a$  agente sulla massa sismica per effetto dell'accelerazione agente sul dispositivo. Nell'ipotesi di molla ideale la forza elastica  $F_e$  assume la nota forma  $F_e = k \cdot x$ , in cui  $k$  è la costante elastica dell'elemento "molla" ed  $x$  la deformazione che questo ha subito rispetto alla posizione di riposo. Ne consegue che lo spostamento subito dalla *proof-mass*, relativamente al sistema di riferimento solidale alla struttura fissa, può essere espresso da:

$$x = \frac{a}{k} m = \frac{a}{\omega_n^2} \quad (2.11)$$

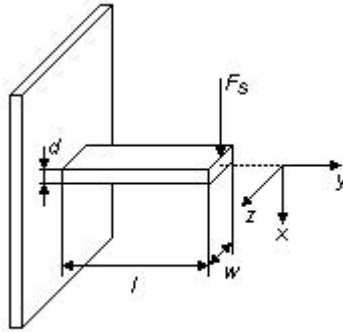
Considerata come grandezza d'ingresso del sistema l'accelerazione  $a$  e come uscita lo spostamento  $x$ ; la sensibilità dell'elemento sensore, sia in condizione dinamica per  $\omega \ll \omega_n$ , sia in condizione di accelerazione statica, risulta essere:

$$\text{sensibilità} = \frac{x}{a} = \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{m}{k} \quad (2.12)$$

Una bassa frequenza naturale di risonanza ( $f_n = \omega_n / 2\pi$ ) comporta, a parità di accelerazione, un maggiore spostamento della *proof-mass* e quindi una maggiore sensibilità dell'elemento di trasduzione ma, allo stesso tempo, ne riduce la larghezza di banda.

Esistono delle limitazioni nella scelta della frequenza di risonanza, limitazioni che sono legate alla massa delle microstruttura mobile e ai valori della costante elastica  $k$  dovuta principalmente ai supporti della *proof-mass*.

Si consideri la semplice struttura a *cantilever* mostrata in Fig. 2.2, che può essere considerata sia come semplice microstruttura mobile sia come parte di un supporto elastico per la sospensione della massa sismica [3].



**Fig. 2.2** Struttura a cantilever.

Sia  $F_s$  la forza agente sull'estremità libera della struttura,  $w$  la sua larghezza,  $d$  lo spessore ed  $l$  la lunghezza. In seguito all'applicazione della forza  $F_s$  l'estremità del *cantilever* subisce uno spostamento dalla sua posizione di riposo che, nell'ipotesi di assenza di stress residuo nella microstruttura, risulta essere:

$$x = \frac{l^3}{3 E_Y I} F_s \quad (2.13)$$

dove  $E_Y$  è il modulo di Young del materiale con cui è stata realizzato il *cantilever* ed  $I$  il suo momento d'inerzia dato da:

$$I = \frac{w d^3}{12} \quad (2.14)$$

Sapendo che all'equilibrio la forza elastica esercitata dalla struttura nella direzione  $x$  è uguale ed opposta alla forza  $F_s$ , si ottiene che la costante elastica in tale direzione risulta essere [4]:

$$k_x = \frac{F_s}{x} = \frac{3 E_Y I}{l^3} \quad (2.15)$$

e sostituendo la (2.14) nella (2.15) si ottiene:

$$k_x = \frac{E_Y w}{4} \left( \frac{d}{l} \right)^3 \quad (2.16)$$

Analogamente, se si considera una forza  $F_z$  applicata all'estremità libera del *cantilever* lungo l'asse  $z$  e con medesimo verso, si arriva all'espressione della costante elastica nella direzione  $z$  :

$$k_z = \frac{E_Y d}{4} \left( \frac{w}{l} \right)^3 \quad (2.17)$$

Dalle (2.15) e (2.17) si osserva come la costante elastica della microstruttura sia funzione, oltre che del materiale strutturale, anche della sua geometria.

Si è detto in precedenza che i microaccelerometri sono progettati e realizzati in modo tale che la microstruttura possa compiere dei spostamenti solo lungo ben determinate direzioni dette direzioni preferenziali di movimento o assi di sensibilità. In realtà la microstruttura può compiere dei movimenti di traslazione o di rotazione anche al di fuori delle direzioni preferenziali.

Nell'esempio dell'accelerometro ad un asse di sensibilità, introdotto per lo studio del comportamento dinamico e statico del sensore, si è supposto che la *proof-mass* potesse muoversi solo lungo una direzione e che il dispositivo fosse soggetto ad un'accelerazione esterna con direzione parallela all'asse di sensibilità.

Supponiamo che la *proof-mass* si possa muovere, con qualche grado di libertà, anche in direzioni diverse da quella preferenziale e che al dispositivo sia applicata un'accelerazione generica  $\mathbf{a} = a_x \mathbf{x} + a_y \mathbf{y} + a_z \mathbf{z}$ , con  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ , le componenti dell'accelerazione a lungo gli assi del sistema di riferimento cartesiano, solidale alla struttura fissa e asse  $x$  parallelo all'asse di sensibilità. Allora, in seguito a tale accelerazione, la *proof-mass* si sposterà non solo lungo l'asse di sensibilità  $x$ , come desiderato, ma anche lungo gli assi ortogonali  $y$  e  $z$ . L'entità dello spostamento nelle tre direzioni sarà funzione, rispettivamente, delle componenti  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$ , dell'accelerazione.

Mentre la sensibilità dell'elemento di trasduzione relativa all'asse di sensibilità, definita come spostamento per unità di accelerazione, è il parametro di interesse per la misura, la sensibilità relativa agli altri assi, detta sensibilità di *off-axis*, deve essere mantenuta la più bassa possibile. Infatti, uno spostamento della massa sismica in direzione diversa dall'asse di sensibilità può portare ad un errore nella misura della componente di accelerazione esterna agente su tale asse. Per tener conto di tale causa d'errore, i costruttori forniscono, come parametro di prestazione del dispositivo, la sensibilità di *cross-axis* che fornisce la percentuale del valore misurato di accelerazione dovuta alle componenti di accelerazione ortogonali all'asse di sensibilità.

Allo stesso modo di come si è definita la pulsazione naturale di risonanza della microstruttura mobile nella direzione preferenziale di movimento, si può definire la pulsazione naturale di risonanza nelle direzioni ad essa ortogonali. Più in generale i sensori inerziali hanno modi di risonanza multipli sia lungo l'asse di sensibilità sia al di fuori di tale asse e l'intento dei progettisti è quello di spingere tali modi il più lontano possibile dalle frequenze di funzionamento di interesse.

Si consideri la struttura di Fig. 2.3 in cui la massa sismica  $m$  è posta all'estremità libera di una struttura a *cantilever* che funge da supporto elastico e la cui massa è trascurata rispetto ad  $m$ . Si consideri inoltre l'asse  $x$  come direzione preferenziale di movimento della microstruttura.

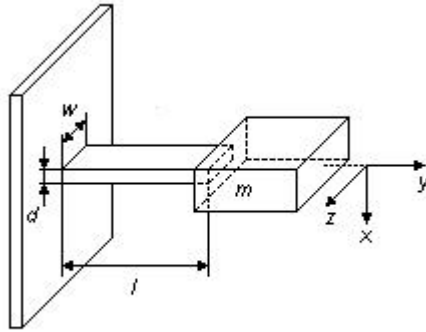


Fig. 2.3 Massa sismica sospesa ad un supporto a cantilever.

L'equazione differenziale di secondo ordine (2.1), sotto riportata,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + k_x \cdot x = m \cdot a_x$$

descrive il modo fondamentale di risonanza del sistema massa sismica-supporto di sospensione relativamente all'asse  $x$ ;  $k_x$  e  $a_x$  sono, rispettivamente, la costante elastica del supporto e la componente dell'accelerazione lungo tale asse [2]. Un'analoga equazione differenziale con  $k_x$ ,  $x$  e  $a_x$ , sostituiti da  $k_z$ ,  $z$  e  $a_z$ , descrive il modo fondamentale di risonanza lungo l'asse  $z$ .

Combinando le (2.3), (2.16) e (2.17) si ottengono le espressioni delle pulsazioni naturali di risonanza della microstruttura mobile relative ai due assi; nella direzione dell'asse di sensibilità  $x$  si ha:

$$\omega_{nx}^2 = \frac{k_x}{m} = \frac{E_Y w}{4 \cdot m} \left( \frac{d}{l} \right)^3 \quad (2.18)$$

mentre nella direzione dell'asse  $z$  :

$$\omega_{nz}^2 = \frac{k_z}{m} = \frac{E_Y d}{4 \cdot m} \left( \frac{w}{l} \right)^3 \quad (2.19)$$

La pulsazione naturale di risonanza di "sensibilità",  $\omega_{nx}$ , e la pulsazione di



risonanza di “*off-axis*”,  $\omega_{nz}$ , sono legate tra di loro dall'*aspect-ratio* del supporto elastico. Infatti, dalle precedenti relazioni si ottiene:

$$\frac{\omega_{nx}^2}{\omega_{nz}^2} = \frac{d^2}{w^2} \quad (2.20)$$

Risulta evidente che le due pulsazioni non possono essere scelte in modo indipendente e che la loro distanza è limitata dal rapporto geometrico indicato [5].

L'espressione (2.12), sotto riportata:

$$sensibilità = \frac{x}{a} = \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{m}{k}$$

valida sia nelle direzioni degli assi di sensibilità, sia in quelle di *off-axis*, mette in luce come la scelta delle pulsazioni naturali di risonanza determini la sensibilità dell'elemento di trasduzione nelle varie direzioni. In particolare, la sensibilità della microstruttura mobile nella direzione preferenziale di movimento, che si desidera essere la più alta possibile, può essere aumentata riducendo la pulsazione naturale di risonanza relativa a tale asse (attenzione va posta al fatto che una riduzione di  $\omega_n$  comporta, a sua volta, una riduzione della larghezza di banda dell'elemento meccanico). Viceversa, la sensibilità di *off-axis*, che si desidera la più bassa possibile, può essere ridotta aumentando la pulsazione di risonanza nella direzione di *off-axis* desiderata.

Come si è detto in precedenza, la sensibilità di *off-axis* deve essere mantenuta la più bassa possibile. Questo si può ottenere realizzando i supporti di sospensione in modo tale che le costanti elastiche relative alle direzioni di non sensibilità siano le più elevate possibili.

Dalla struttura a *cantilever* di Fig. 2.2, dove l'asse  $x$  è stato scelto come asse di sensibilità, e dall'espressione (2.17), si osserva che la costante elastica di *off-axis* relativa all'asse  $z$ , data da  $k_z = E_Y d w^3 / (4 l^3)$ , può essere massimizzata aumentando la larghezza  $w$  e lo spessore  $d$  del *cantilever*, oppure diminuendo la lunghezza  $l$ .

Confrontando la (2.16),  $k_x = E_Y w d^3 / (4 l^3)$ , con l'espressione di  $k_z$ , si osserva che una riduzione della lunghezza  $l$  agisce su entrambe le costanti elastiche aumentando in egual misura sia la costante elastica di *off-axis*,  $k_z$ , sia la costante elastica di “sensibilità”  $k_x$ . L'aumento dello spessore  $d$ , invece, comporta un incremento più sostanzioso per  $k_x$  rispetto a quello che si ottiene per  $k_z$  con effetti negativi sulla sensibilità dell'elemento di trasduzione relativa all'asse di sensibilità del sensore. Il maggiore effetto sulla rigidità di “*off-axis*” si ottiene aumentando  $w$  essendo  $k_z$  proporzionale a  $w^3$  mentre  $k_x$  aumenta solo linearmente con  $w$ .

Per un corretto comportamento della *proof-mass* durante il funzionamento del sensore, e quindi per il corretto funzionamento del sensore stesso, si richiede alla *proof-mass* di essere sufficientemente rigida sia nelle direzioni di *off-axis* (ortogonali all'asse o agli assi di sensibilità), sia nelle direzioni dell'asse, o degli assi, di sensibilità. In particolare, la rigidità della *proof-mass* nella direzione preferenziale di movimento deve essere di almeno un ordine di grandezza più grande rispetto alla

rigidità dei supporti di sospensione lungo la stessa direzione [6].

Come per le strutture a *cantilever* viste in precedenza, la rigidità della massa sismica dipende dalle proprietà meccaniche del materiale impiegato e dalla sua geometria. In particolare, nei sensori laterali, in cui l'asse di sensibilità è parallelo alla superficie del substrato su cui è stata realizzata la microstruttura mobile, un aumento dello spessore della microstruttura ha il doppio beneficio di aumentare sia la massa  $m$  che la rigidità della *proof-mass* nella direzione ortogonale all'asse di sensibilità.

Si consideri, ad esempio, la microstruttura mobile di un accelerometro realizzato mediante *surface micromachining*, con asse di sensibilità parallelo alla superficie del wafer (accelerometro laterale) e nel quale i supporti di sospensione possono essere considerati delle strutture a *cantilever* come in Fig. 2.2 dove però l'asse preferenziale di movimento, asse  $x$ , è parallelo alla superficie del wafer e l'asse  $z$  è ad essa ortogonale.

Dalla (2.12) si osserva che un'elevata sensibilità dell'elemento di trasduzione implica valori elevati della massa  $m$  della microstruttura e bassi valori della costante elastica offerta dal sistema di sospensione nella direzione dell'asse di sensibilità (asse  $x$  nel caso preso in considerazione). Viceversa, per ridurre la sensibilità di *off-axis*, le costanti elastiche dei supporti nelle direzioni ortogonali ad  $x$  devono essere le più elevate possibili. Inoltre, per il corretto funzionamento del sensore, la *proof-mass* deve essere sufficientemente rigida in tutte le direzioni ( $x, y, z$ ) in modo tale che questa subisca delle deformazioni estremamente contenute, se non assenti, quando soggetta a delle sollecitazioni meccaniche. Per quanto visto in precedenza, un aumento dello spessore della microstruttura mobile (nel nostro caso il parametro  $w$  del *cantilever*) comporta un aumento con  $w^3$  delle costanti elastiche dei supporti di sospensione nelle direzioni ortogonali all'asse di sensibilità, e quindi nelle direzioni di *off-axis*. Allo stesso tempo aumenta linearmente con  $w$  anche la costante elastica nella direzione di sensibilità ( $k_x$ ). Altro effetto dell'aumento dello spessore risulta essere l'incremento della massa  $m$  e della rigidità della *proof-mass*. Per compensare l'aumento della costante elastica di "sensibilità"  $k_x$  è possibile ridurre la larghezza ( $d$ ) dei supporti che, come si vede dalla (2.17), inciderà anche sulle costanti elastiche di *off-axis* ma in modo nettamente inferiore che su  $k_x$  (2.16).

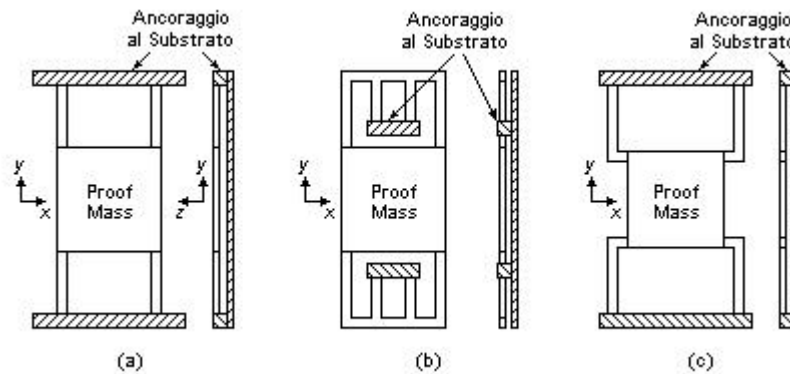
In conclusione, la geometria della microstruttura meccanica, ed in particolare le forme e le dimensioni dei supporti di sospensione, della massa sismica, e degli spazi interstiziali tra microstruttura mobile e microstruttura fissa, incidono fortemente sulle prestazioni della *proof-mass* come elemento sensibile e di trasduzione dell'accelerometro.

Nei dispositivi reali esistono, però, delle limitazioni alla geometria della microstruttura. Ad esempio: le microstrutture mobili realizzate con la *surface micromachining* sono caratterizzate da spessori alquanto ridotti (tipicamente di qualche micron); le difficoltà nei processi di fabbricazione, le proprietà meccaniche del materiale strutturale e considerazioni di tipo economico, pongono invece dei limiti alle dimensioni laterali della microstruttura [5]. Tali restrizioni limitano, pertanto, i valori ottenibili per la massa  $m$  e per le costanti elastiche dei supporti di sospensione.

Il primo tipo di supporto elastico che trovò ampia diffusione fu il *cantilever*. La

sua popolarità era dovuta alla semplicità, alla bassa costante elastica ed al basso livello di stress residuo della struttura. Tuttavia, il *cantilever* risulta avere un'elevata sensibilità di *off-axis* [7] a meno che la struttura non sia completamente simmetrica [8].

Oggi giorno vi sono diverse forme geometriche per i supporti elastici: tra queste la *hammock*, la *folded* e la *crab-leg* risultano essere le forme base (Fig. 2.4) [9]. Queste prevedono delle strutture piegate o curvate che consentono di ottenere delle costanti elastiche basse e indipendenti dallo stress meccanico residuo, eventualmente presente nella microstruttura, utilizzando un'area di wafer limitata [5]. Inoltre tali strutture permettono di estendere l'intervallo di linearità del comportamento elastico dei supporti [9].



**Fig. 2.4** Alcune forme geometriche per i supporti di sospensione: a) *hammock*; b) *folded*; c) *crab-leg*.

Oltre alle limitazioni geometriche esistono delle limitazioni sulla massa della microstruttura e sui valori della costante elastica legate al corretto funzionamento del dispositivo.

La massa  $m$  della microstruttura mobile è generalmente piccola a causa delle sue dimensioni ridotte (si pensi al caso delle microstrutture realizzate mediante *surface micromachining*), tuttavia un incremento della massa può essere ottenuto, a parità di dimensioni, utilizzando come materiale strutturale dei materiali ad elevata densità (ad esempio il Tungsteno). Ma un limite superiore per la massa  $m$  è dato dal fatto che con l'aumentare di  $m$  aumenta la forza gravitazionale agente sulla struttura stessa e quindi la deflessione dovuta al proprio peso, riducendo così lo spazio tra struttura fissa e struttura mobile con conseguente aumento della possibilità che si verifichi condizioni di contatto e di frizione tra le strutture [3].

La stessa condizione di contatto e di frizione determina una limitazione per le costanti elastiche: costanti elastiche troppo basse possono essere causa, in seguito all'applicazione di un'accelerazione sufficientemente elevata, di spostamenti della massa mobile tali da provocare l'urto tra parti della microstruttura mobile e parti di quella fissa.

### 2.1.3 Il rumore termico meccanico

Oltre alla sensibilità, un secondo parametro che caratterizza un sensore è il livello

di rumore, ed in particolare per un sensore meccanico, il livello di rumore meccanico.

In un microaccelerometro MEMS la principale sorgente di rumore meccanico è dovuta a fenomeni di agitazione termica che, a causa delle ridotte dimensioni della microstruttura, coinvolgono, non solo le molecole di gas circostanti la microstruttura mobile, ma anche la microstruttura stessa, ed in particolare i supporti di sospensione della *proof-mass*. A livello molecolare il fenomeno è noto come moto Browniano e il rumore che ne deriva è detto rumore Browniano [7].

Ritornando al sistema massa-molla-elemento smorzatore con cui si è modellato il sistema meccanico del microaccelerometro, si ha che il rumore totale equivalente di accelerazione (Total Noise Equivalent Acceleration), ovvero la densità spettrale equivalente dell'accelerazione di rumore, espressa in  $m/(s^2\sqrt{Hz})$ , è data da [7]:

$$TNEA = \sqrt{\frac{\bar{a}^2}{\Delta f}} = \frac{\sqrt{4k_B T c}}{m} = \sqrt{\frac{4k_B T \omega_n}{m \cdot Q}} \quad (2.21)$$

dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann ( $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K),  $T$  è la temperatura in Kelvin,  $m$  è la massa della *proof-mass*,  $c$  il coefficiente di smorzamento,  $\omega_n$  la pulsazione naturale di risonanza e  $Q$  il fattore di qualità del sistema.

Come risulta evidente dall'espressione del TNEA, la massa della microstruttura risulta influire in modo determinante sul livello del rumore meccanico: tanto più piccola è la massa  $m$  tanto maggiore è il rumore termico. Si consideri, ad esempio, il caso di una microstruttura realizzata mediante *surface micromachining* avente  $m = 0,5 \times 10^{-6}$  g,  $\omega_n = 2\pi \cdot 10^3$  rad/s, e  $Q = 0,5$ . Il rumore totale equivalente risulta essere di  $200 \mu g/\sqrt{Hz}$  dove si è indicato per l'accelerazione  $1 g = 9,8 m/s^2$  [5]. Pertanto, il rumore meccanico dovuto all'agitazione termica costituisce un ulteriore problema per quegli accelerometri in cui si richiedono elevate risoluzioni.

Dalla (2.21) si osserva che per ridurre il livello di rumore è possibile agire sulla massa  $m$  e sulla frequenza naturale di risonanza  $\omega_n$  in modo del tutto analogo a quanto fatto per la sensibilità, con le stesse limitazioni sulla massa, sulle costanti elastiche e gli stessi *trade-off* tra la larghezza di banda dell'elemento di trasduzione, la sensibilità e, in questo caso, il rumore. Inoltre, è possibile ridurre il rumore termico aumentando il fattore di qualità  $Q$  del sistema, che ricordiamo essere dato da:

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{\sqrt{k m}}{c} \quad (2.22)$$

ottenuta sostituendo la (2.4) nella (2.8).

Aumentare il fattore di qualità vuol dire ridurre il fattore di smorzamento  $\xi$  il quale dipende, come abbiamo visto, dalla geometria degli spazi tra microstruttura mobile e struttura fissa e dalle condizioni "ambientali" in essi presenti, cioè dalle condizioni di *packaging*.

Una riduzione di diversi ordini di grandezza del rumore termico può essere ottenuta creando la condizione di vuoto come condizione di *packaging*. Con tale accorgimento si sono ottenuti, ad esempio, fattori di qualità pari a  $5 \times 10^4$  per

microstrutture realizzate mediante *surface micromachining* in silicio policristallino drogato “in situ” con fosforo. Questi fattori si traducono in livelli di rumore inferiori ad  $1 \mu g/\sqrt{\text{Hz}}$  [5].

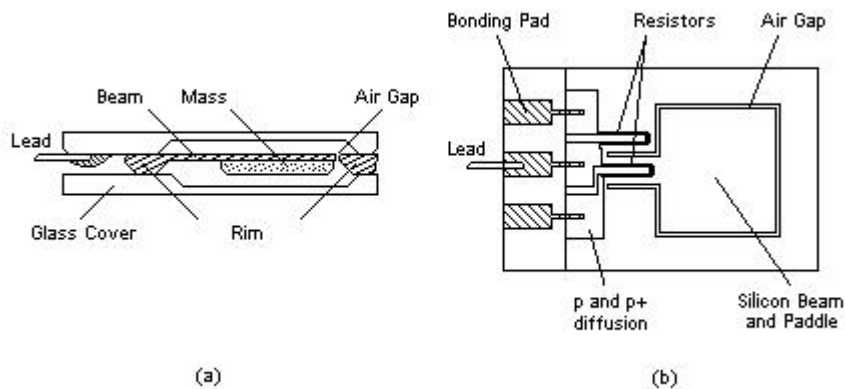
Di contro, elevati valori del fattore di qualità  $Q$  comportano elevati picchi di risonanza e quindi la possibilità di avere delle oscillazioni della massa mobile troppo ampie per un corretto funzionamento del sensore. In questo caso è necessario controllare elettronicamente lo spostamento della *proof-mass*; ad esempio, attraverso un sistema a retroazione che tenda a mantenere la microstruttura mobile nella posizione di riposo esercitando su di essa una forza che si opponga al moto causato dalla sollecitazione esterna.

La retroazione permette, inoltre, di aumentare la larghezza di banda utile del dispositivo di un fattore pari al guadagno d'anello che grazie alla circuiteria elettronica può assumere valori elevati. Conseguentemente, la frequenza di risonanza della microstruttura mobile ( $\omega_n$ ) può essere ottimizzata per ottenere il valore desiderato di sensibilità indipendentemente dalla larghezza di banda desiderata per il dispositivo. La retroazione può migliorare, in certi casi, la linearità del sensore ed attenuare gli effetti della variazione di temperatura; ad esempio, nei supporti elastici [5].

## 2.2 Gli accelerometri piezoresistivi

I primi accelerometri ad essere realizzati mediante tecniche di *micromachining*, e tra i primi ad essere commercializzati, furono i microaccelerometri piezoresistivi. La prima descrizione di un tale dispositivo fu data da Roylance e Angell alla fine degli anni '70 [8] e la struttura base dell'accelerometro da essi introdotto è ancora oggi prevalentemente impiegata nella produzione industriale di microaccelerometri piezoresistivi [10] anche se da allora sono state presentate diverse soluzioni geometriche alternative [10-14].

Consideriamo, pertanto, come esempio principe per la descrizione del principio di funzionamento di un accelerometro piezoresistivo, il dispositivo introdotto da Roylance e Angell, la cui sezione trasversale è mostrata in Fig. 2.5.



**Fig. 2.5** Accelerometro piezoresistivo introdotto da M.L. Roylance e J.B. Angell in [8]:  
a) Sezione trasversale; b) Vista da sopra.

Come risulta evidente dalla Fig. 2.5, la microstruttura mobile presenta una configurazione a *cantilever* in cui la massa sismica (*proof-mass*) è sorretta da una barra di sospensione vincolata ad una estremità alla struttura fissa di riferimento. Il dispositivo rientra nella categoria dei sensori meccanici; pertanto, l'applicazione di un'accelerazione esterna comporta uno spostamento della *proof-mass* ad essa proporzionale. Supponiamo, per semplicità, che l'accelerazione sia normale alla superficie superiore della microstruttura, cioè sia concorde all'asse di sensibilità del dispositivo (nel nostro caso l'asse  $z$ ). A causa della forza d'inerzia indotta dall'accelerazione, la massa sismica compie uno spostamento lungo l'asse  $z$  allontanandosi dalla sua posizione di riposo con conseguente piegamento del supporto. La barra di sospensione subisce quindi una deformazione che si traduce in una compressione della superficie rivolta verso la piega e in una trazione della superficie opposta. L'entità della compressione e dell'allungamento delle due superfici è strettamente legata allo spostamento della massa sismica e, quindi, all'accelerazione esterna.

La deformazione subita dalla barra di sospensione viene rilevata e “quantificata” mediante l'impiego di elementi piezoresistivi (piezoresistori) che, grazie alla loro proprietà di variare la propria resistività se soggetti ad una deformazione fisica, consentono di tradurre la deformazione subita dai supporti della *proof-mass* in una grandezza elettrica misurabile. A tal fine, i piezoresistori, generalmente realizzati con silicio di tipo  $p$  su substrato di tipo  $n$  [11], vengono collocati in quelle regioni del supporto in cui la deformazione risulta essere massima.

Nel nostro caso il piezoresistore è realizzato sulla superficie superiore della barra di sospensione e il valore della sua resistività varierà in seguito alla deformazione subita dal supporto a causa dello spostamento della *proof-mass*. La variazione di resistenza è rilevata inserendo il piezoresistore in un circuito di misura di tipo *half-bridge* che effettuerà la conversione da variazione di resistenza a variazione di tensione [8].

In generale, su una stessa microstruttura, possono essere impiegati più piezoresistori; sia per rilevare lo spostamento della massa sismica, sia come elementi di un circuito elettronico per la compensazione delle variazioni di comportamento subite dagli stessi elementi piezoresistivi al variare della temperatura. A seconda del numero e della microstruttura in cui vengono impiegati, i piezoresistori sono inseriti in modo opportuno in uno o più ponti di misura completi (*full-bridge*), come ad esempio il ponte di Wheatstone [12, 14], oppure in ponti di tipo *half-bridge*.

Il principale vantaggio degli accelerometri piezoresistivi sta nella loro semplicità; sia per quanto riguarda la struttura ed i processi di fabbricazione, sia per la circuiteria di *readout*. Infatti, quest'ultima si basa sull'impiego di ponti resistivi i quali pongono in uscita un segnale di tensione a bassa impedenza [7]. Dall'altro lato, il principale svantaggio di tali dispositivi è l'elevata sensibilità alla temperatura dovuta, tra le altre cose, ai coefficienti di temperatura dei resistori diffusi; alla variazione con la temperatura degli effetti piezoresistivi nel silicio; e alle differenze tra i resistori che idealmente dovrebbero essere uguali [8]. Pertanto, nei microaccelerometri piezoresistivi, e in particolare in quelle applicazioni dove si richiede al dispositivo una bassa sensibilità alla variazione della temperatura d'impiego, si fa uso di opportune tecniche di compensazione in temperatura [8].

Altri fattori che limitano l'impiego dei sensori piezoresistivi sono il rumore

termico, a cui i piezoresistori contribuiscono solamente con il rumore Johnson [8], e la corrente di fuga della giunzione  $p-n$  tra piezoresistore e substrato [12].

I microaccelerometri piezoresistivi, se comparati con quelli capacitivi, mostrano una sensibilità complessiva generalmente più bassa ed è quindi preferito l'impiego di una massa sismica più grande [7].

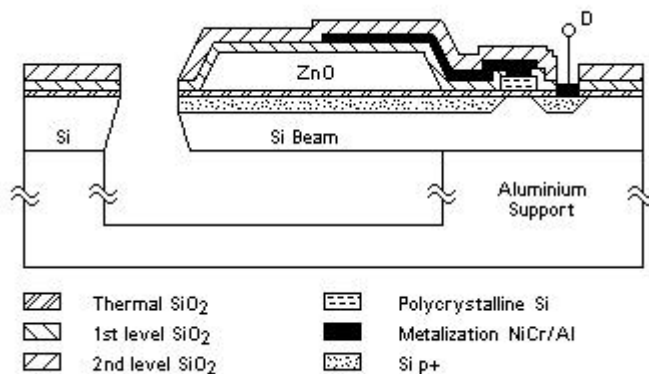
### 2.3 Gli accelerometri piezoelettrici

Tra gli accelerometri meccanici si annoverano gli accelerometri piezoelettrici nei quali si fa uso di materiali piezoelettrici per convertire direttamente in un segnale elettrico la forza indotta sulla massa mobile dall'accelerazione esterna.

I materiali piezoelettrici più comunemente utilizzati negli accelerometri MEMS, realizzati sia con la *bulk* che con la *surface micromachining*, sono l'ossido di Zinco (ZnO) e il *lead zirconate titanate*, più semplicemente noto con l'acronimo PZT [15]. Caratteristica peculiare dei materiali piezoelettrici è la comparsa, in seguito ad una deformazione di trazione o compressione, di una distribuzione di carica elettrica sulla sua superficie esterna del materiale, caratterizzata da una separazione di cariche con conseguente formazione di una differenza di potenziale elettrico. Risulta evidente come tale proprietà possa essere sfruttata negli accelerometri per la trasduzione di una forza inerziale in un segnale elettrico.

Come principio di funzionamento si consideri una struttura mobile a *cantilever* sopra la quale viene depositato uno strato di materiale piezoelettrico. In seguito all'applicazione di un'accelerazione esterna la struttura a *cantilever* subisce una deformazione, dovuta allo spostamento della *proof-mass*, che coinvolge anche lo strato di materiale piezoelettrico con conseguente separazione di carica elettrica sulla sua superficie. Questa carica superficiale può essere accoppiata direttamente al gate di un transistor MOS ed amplificata [7].

Uno dei problemi dei materiali piezoelettrici è la loro corrente di fuga che va a deteriorare la risposta in continua e a bassa frequenza del dispositivo. Una soluzione per ridurre le correnti di fuga consiste nell'isolare elettricamente lo strato di materiale piezoelettrico mediante strati di materiale isolante, ad esempio  $\text{SiO}_2$ . In Fig. 2.6, raffigurante la sezione trasversale dell'accelerometro piezoelettrico PI-FET introdotto da P.L. Chen, R.S. Muller e collaboratori agli inizi degli anni ottanta [16], è facilmente osservabile come l'isolamento dello strato di materiale piezoelettrico, ZnO, sia stato ottenuto mediante strati di ossido di silicio che lo circondano completamente. In questo dispositivo la carica superficiale piezoelettrica è accoppiata capacitivamente al *gate* di un transistor FET a svuotamento e a canale  $p$ . Al *drain* si ottiene, amplificata, una tensione d'uscita legata alla carica superficiale prodotta dalla deformazione del materiale piezoelettrico e quindi funzione dell'accelerazione esterna.



**Fig. 2.6** Sezione trasversale dell'accelerometro piezoelettrico introdotto da P.L. Chen e R.S. Muller in [16].

## 2.4 Gli accelerometri risonanti

Negli accelerometri risonanti lo spostamento della *proof-mass* dovuto all'applicazione di un'accelerazione esterna viene trasdotto in un segnale elettrico misurabile mediante l'impiego di una microstruttura mobile posta in oscillazione, e in condizione di risonanza, da un opportuno sistema di eccitazione. Lo spostamento della *proof-mass* si traduce in una variazione della frequenza di risonanza della struttura vibrante; variazione che risulta essere funzione dell'entità dello spostamento, e quindi dell'accelerazione esterna. Pertanto, rilevando la nuova frequenza di oscillazione del risonatore è possibile misurare l'accelerazione agente sul dispositivo.

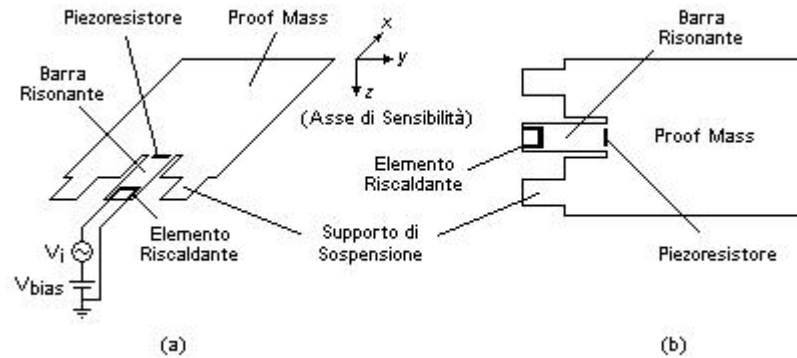
Per mettere in movimento la microstruttura risonante possono essere usati vari metodi di attuazione tra i quali l'impiego della forza elettrostatica o magnetica; l'utilizzo di materiali piezoelettrici; l'uso dell'eccitazione elettro-termica; ed infine, l'impiego di metodi ottici e acustici. Viceversa, per rilevare la frequenza di oscillazione della microstruttura in risonanza vengono impiegati comunemente i metodi capacitivi, piezoelettrici, piezoresistivi ed ottici [17].

Gli accelerometri risonanti sono quindi caratterizzati dalla coppia: principio di attuazione e principio di rilevamento. Tra i vari tipi di microaccelerometri risonanti risultano essere numerosi gli esempi di accelerometri che utilizzano come principio di attuazione il metodo elettro-termico e come principio di rilevazione il metodo piezoresistivo [17-19]. La diffusione di tali accelerometri è dovuta alla relativa facilità con cui entrambi i metodi vengono implementati su silicio mediante la realizzazione di resistori, integrati attraverso i processi di deposizione o di impiantazione [17, 18].

Come esempio esplicativo del principio di funzionamento di un microaccelerometro risonante, si consideri un dispositivo in cui l'elemento meccanico di trasduzione sia costituito dalla microstruttura mobile a *cantilever* mostrata schematicamente in Fig. 2.7 e relativa al lavoro di C. Burrer e J. Esteve



risalente alla metà degli anni novanta [18]. La massa sismica sia sostenuta da due supporti a cardine (*hings*) e l'elemento risonante sia una micro-barra di silicio (*microbeam*) posta tra i due supporti e vincolata ad una estremità alla struttura fissa e all'altra estremità alla *proof-mass*.



**Fig. 2.7** Schema della microstruttura mobile dell'accelerometro risonante introdotto da C. Burrer e J. Esteve in [18].

La struttura risonante viene messa in movimento e fatta oscillare per effetto termico. L'elemento riscaldante è costituito da un resistore, integrato all'estremità della micro-barra vincolata alla struttura fissa e alimentato da un segnale di tensione periodico; ad esempio, un segnale sinusoidale sovrapposto ad una tensione continua di polarizzazione [17]. La micro-barra è portata in condizione di risonanza e la sua frequenza di oscillazione viene rilevata mediante un piezoresistore realizzato all'altra estremità del risonatore. Sia il riscaldatore che il rilevatore sono realizzati nelle posizioni in cui l'efficienza di attuazione e di lettura sono massime.

L'applicazione di un'accelerazione esterna, che per semplicità consideriamo diretta lungo l'asse di sensibilità della struttura a *cantilever* (asse *z*), comporta uno spostamento della *proof-mass* con curvatura dei cardini di supporto. Lo spostamento della massa sismica con deformazione dei supporti, determina una sollecitazione meccanica di trazione/compressione assiale alla microstruttura risonante, che si traduce in una variazione della frequenza di risonanza funzione della sollecitazione assiale e, quindi, dell'accelerazione esterna oggetto di misura [17].

Un oscillatore PLL (Phase Locked Loop), inserito in un sistema a retroazione, ha il compito di “inseguire” e di “agganciare” la nuova condizione di risonanza della micro-barra. La misura dell'accelerazione è pertanto eseguita attraverso la rilevazione della frequenza di risonanza della struttura vibrante che, nel nostro caso, avviene attraverso un piezoresistore inserito, ad esempio, come elemento di un ponte di Wheatstone [18].

I sensori risonanti offrono la possibilità di ottenere sensibilità e stabilità elevate; inoltre, la natura quasi-digitale dell'uscita (di frequenza), facilita l'interfacciamento con la circuiteria di *readout*, l'elaborazione del segnale e migliora l'immunità ai rumori [17].

Un problema dei dispositivi risonanti è dato dal fenomeno di *cross-talk* tra l'ingresso, costituito dal sistema di eccitazione, e l'uscita, costituita dal sistema di rilevazione. Le cause di *cross-talk* risultano essere tanto più influenti sulle

prestazioni del dispositivo tanto più è basso il fattore di qualità  $Q$  del sistema risonante, impedendo un'accurata rilevazione della frequenza di risonanza ed il suo inseguimento. Inoltre, il range di funzionamento del sensore risulta esserne limitato.

Nell'esempio considerato, dove l'attuazione avviene mediante dissipazione di potenza da parte di un resistore percorso da una corrente periodica e la rilevazione mediante un piezoresistore inserito in un ponte di misura, il sistema di trasduzione può essere considerato come un quadripolo elettrico con porta d'ingresso costituita dai terminali di pilotaggio del riscaldatore e porta d'uscita costituita dai terminali del piezoresistore. In tali condizioni una delle principali cause di *cross-talk* risulta essere l'accoppiamento elettrico parassita tra porta d'ingresso e porta d'uscita.

Altra causa principale di *cross-talk* è l'accoppiamento termico dovuto alla distribuzione della temperatura lungo la microstruttura vibrante che può tradursi in variazioni del valore della resistività dell'elemento piezoelettrico e in sollecitazioni assiali non legate all'accelerazione esterna, falsando così la lettura della frequenza di risonanza e quindi la misura dell'accelerazione [17].

L'elemento principale dei sensori risonanti è l'oscillatore PLL che, oltre al compito di inseguire ed agganciare la frequenza di risonanza della microstruttura vibrante, ha il compito di demodulare il segnale che si ottiene in uscita al circuito di rilevazione quando l'accelerazione applicata al dispositivo è variabile nel tempo [17, 19].

## 2.5 Gli accelerometri ad effetto Tunnel

Un ulteriore principio di trasduzione dello spostamento della *proof-mass*, si basa sul legame esistente tra la corrente di *tunneling* che si instaura tra due elettrodi metallici e la loro distanza.

Alla temperatura ambiente, l'effetto Tunnel tra due elettrodi metallici polarizzati da una differenza di potenziale  $V_{tun}$ , può avvenire solo se la barriera di potenziale tra di essi è sufficientemente sottile da permettere agli elettroni di attraversarla. Lo spessore della barriera di potenziale può essere ridotto portando uno dei due elettrodi estremamente vicino all'altro (nell'ordine di pochi Angstrom). Se la loro distanza è tale da consentire il verificarsi dell'effetto Tunnel, allora tra di essi scorrerà una corrente detta, appunto, corrente di *tunneling*.

La corrente di *tunneling* risulta essere fortemente legata alla distanza tra gli elettrodi metallici e la relazione (2.23), derivata da Simmons e qui sotto riportata, mette in luce l'esistenza di un legame di tipo esponenziale [20]:

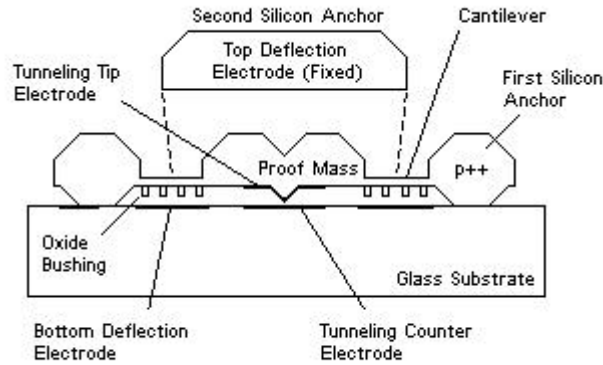
$$I_{tun} \propto V_{tun} \exp(-\alpha x_{tun} \sqrt{\phi}) \quad (2.23)$$

dove  $V_{tun}$  è la tensione di *tunneling*, ovvero la differenza di potenziale tra i due elettrodi,  $\phi$  l'altezza effettiva della barriera di potenziale,  $x_{tun}$  la distanza tra i due elettrodi metallici e  $\alpha$  una costante che vale  $\alpha = 1,025 \text{ \AA}^{-1} \text{ eV}^{-\frac{1}{2}}$ .

Questo risultato è sfruttato nei microaccelerometri ad effetto Tunnel dove una corrente di *tunneling* viene fatta scorrere tra due elettrodi metallici realizzati, rispettivamente, sulla *proof-mass* e sulla struttura fissa sottostante. Uno spostamento della *proof-mass* rispetto alla struttura fissa produrrà una variazione della corrente di *tunneling* che risulterà essere legata allo spostamento e quindi all'accelerazione

esterna a cui è soggetto il dispositivo.

Un esempio di sezione trasversale di un accelerometro di tipo *tunneling* è mostrato in Fig. 2.8. La struttura è relativa al dispositivo introdotto da C. Yeh e K. Najafi [20] e permette una più facile comprensione del principio di funzionamento.



**Fig. 2.8** Sezione trasversale dell'accelerometro ad effetto Tunnel introdotto da C. Yeh e K. Najafi in [20].

Come si può osservare dalla figura, il dispositivo è costituito da un substrato di vetro che supporta una struttura di silicio costituita da due livelli strutturali. Il primo livello è composto dalla massa mobile, sorretta da un sistema di supporti elastici ancorati al substrato vetroso e sulla cui superficie inferiore è realizzato uno dei due elettrodi di *tunneling* detto *tunneling tip*. Il secondo livello strutturale è una struttura di silicio, non mobile, anch'essa ancorata al substrato e che svolge la funzione di elettrodo di deflessione superiore (*top deflection electrode*). Al di sotto della microstruttura mobile di silicio, e fissati al substrato, sono posti due elettrodi aventi funzioni diverse: uno dei due elettrodi è il secondo elettrodo di *tunneling* ed è detto contro-elettrodo (*tunneling counter-electrode*); l'altro elettrodo costituisce l'elettrodo di deflessione inferiore (*bottom deflection electrode*) e svolge la funzione di controllo della posizione del *tunneling tip*.

Dato che l'effetto tunnel si verifica quando la distanza tra gli elettrodi di *tunneling* è estremamente piccola, nell'ordine di qualche Å, per il corretto funzionamento dell'accelerometro è necessario un sistema di controllo della distanza tra *tunneling tip* ed il contro-elettrodo. I microaccelerometri basati sull'effetto Tunnel sono pertanto dotati di un sistema di retroazione che ha il compito di mantenere costante la distanza tra i due elettrodi e quindi la corrente di *tunneling* [21].

Il principio di funzionamento che ne deriva è molto semplice: attraverso l'applicazione di una tensione all'elettrodo di deflessione inferiore, si esercita sulla struttura mobile una forza elettrostatica di attrazione che ha il compito di portare l'elettrodo di *tunneling* (*tunneling tip*) sufficientemente vicino al contro-elettrodo al fine di instaurare una corrente di *tunneling*. Questa corrente rimane costante finché la differenza di potenziale tra gli elettrodi,  $V_{tun}$ , e la loro distanza rimangono costanti. Se la *proof-mass* compie uno spostamento a causa dell'accelerazione esterna a cui è

soggetto il dispositivo, il circuito di *readout* risponderà alla variazione della corrente di *tunneling* aggiustando la tensione dell'elettrodo di deflessione inferiore in modo tale da riportare la *proof-mass* nella sua posizione originale. L'accelerazione può essere misurata misurando la tensione di deflessione inferiore.

L'elettrodo di deflessione superiore è impiegato per generare elettrostaticamente una sollecitazione che simuli l'azione di un'accelerazione esterna allo scopo di testare il corretto funzionamento del dispositivo (*self-testing*) e per proteggere il dispositivo stesso dai sovraccarichi di accelerazione.

Grazie alla relazione esponenziale tra spostamento della massa mobile e la corrente di *tunneling*, la sensibilità dei trasduttori, che si basano sull'effetto Tunnel, risulta essere superiore a quella degli altri trasduttori compatti come, ad esempio, i sensori capacitivi. Inoltre, la sensibilità è indipendente dalle dimensioni del dispositivo e questo perché l'area attiva, cioè l'area del *tunneling tip*, è estremamente limitata. Quest'ultimo fatto comporta che la miniaturizzazione del dispositivo non si traduce in una riduzione diretta della sensibilità. In conclusione, gli accelerometri di tipo *tunneling* possono presentare, almeno potenzialmente, prestazioni migliori (risoluzione e sensibilità) rispetto agli accelerometri piezoresistivi e capacitivi, dimensioni inferiori e massa strutturale minore.

Sebbene sia possibile realizzare microaccelerometri per applicazioni in cui si richiedono misure di accelerazioni anche inferiori al  $\mu g$  [21], le tecnologie di fabbricazione non consentono di sfruttare tutte le potenzialità offerte dai dispositivi di tipo *tunneling* in quanto le loro dimensioni finali sono relativamente grandi [20]. Si consideri, ad esempio, l'accelerometro studiato da C.H. Liu e T.W. Kenny [21] avente risoluzione pari a  $20 \text{ n}g/\sqrt{\text{Hz}}$  e larghezza di banda di circa 1,5 kHz; la *proof-mass* di silicio risulta avere dimensioni pari a  $7 \text{ mm} \times 7,8 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm}$  a cui corrisponde una massa di  $m = 25,4 \text{ mg}$  (densità del silicio  $2,328 \text{ g/cm}^3$ ).

Inoltre, i microaccelerometri di tipo *tunneling* se confrontati, ad esempio, con quelli capacitivi, richiedono tensioni di alimentazioni più elevate (dalla decina di Volt alle centinaia di Volt) e presentano livelli di rumore a basse frequenze maggiori [7].

Esistono diverse sorgenti di rumore tra cui si hanno: il rumore Browniano, dovuto all'agitazione termica; il rumore granulare (*shot noise*), dovuto alla corrente di *tunneling* (continua); il rumore elettronico, dovuto alla sezione elettronica del dispositivo; e il rumore  $1/f$  ( $1/f$  noise). Quest'ultimo è sempre presente nei dispositivi ad effetto Tunnel e il suo nome deriva dal fatto che il suo andamento spettrale è decrescente come  $1/f$  all'aumentare della frequenza. Nella maggior parte dei casi il suo contributo al rumore presente nel segnale d'uscita è dominante rispetto agli altri contributi, tra i quali il rumore termico, caratterizzando così anche l'andamento spettrale del rumore totale [20].

Tra le sorgenti del rumore  $1/f$  possiamo indicare: i rumori meccanici, dovuti al rilassamento del *package* ed allo scorrimento plastico (*creep*), causato dalla discordanza tra i coefficienti di dilatazione termica dei vari strati di materiale diverso; la variazione delle funzioni di lavoro degli elettrodi metallici; ed infine, la variazione delle caratteristiche del *tunneling tip* dovute, ad esempio, alla migrazione degli atomi presenti sulla superficie dell'elettrodo, alla forza di interazione tra gli elettrodi di *tunneling* e all'adsorbimento di atomi mobili contaminanti.

Studi recenti hanno indicato come una riduzione del contributo del rumore  $1/f$  possa essere ottenuta facendo in modo che la microstruttura mobile operi in condizioni di vuoto. Inoltre, si è osservato che una frazione significativa di tale rumore è correlata alle variazioni della temperatura ambientale e che una riduzione di un fattore variabile da 5 a 10 possa essere ottenuta progettando il sensore in modo tale da ridurre l'influenza delle deformazioni delle strutture bimetalliche [21].

Parametro importante per gli accelerometri ad effetto Tunnel risulta essere la stabilità a lungo termine delle prestazioni del dispositivo; in particolare la stabilità a lungo termine della sensibilità e dell'*offset* della tensione d'uscita del dispositivo [20]. A causa dei problemi di stabilità riscontrati in questa tipologia di dispositivi e del fatto che non sono state ancora trovate delle soluzioni esaurienti, i sensori ad effetto Tunnel non sono particolarmente adatti per applicazioni in cui si richiedono misure di segnali statici [22].

## 2.6 Gli accelerometri capacitivi

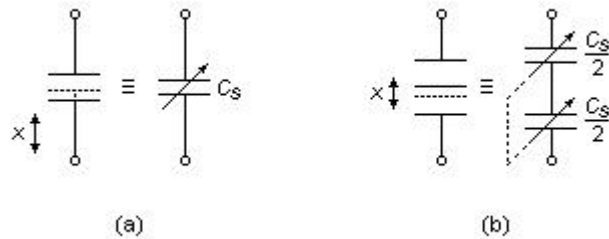
Un'ampia e diffusa categoria di microaccelerometri meccanici è quella formata dagli accelerometri capacitivi, nei quali lo spostamento subito dalla *proof-mass* per effetto dell'accelerazione esterna, viene convertito nella variazione di capacità di un condensatore variabile le cui armature sono realizzate, rispettivamente, sulla microstruttura mobile e sulla microstruttura fissa dell'accelerometro. La misura dell'accelerazione avviene attraverso la misura della variazione di capacità effettuata da un'opportuna circuiteria di *readout*.

Gli accelerometri capacitivi hanno diversi vantaggi che li rendono attraenti per un numero elevato di applicazioni: alta sensibilità raggiungibile; buone prestazioni di rumore; piccole variazioni (*drift*) a breve ed a lungo termine (elevata permanenza); bassa sensibilità alla temperatura; bassa dissipazione; struttura semplice; e, infine, una buona risposta in bassa frequenza ed in condizioni statiche, ossia in condizione di accelerazione costante. Quest'ultima caratteristica risulta essere importante se si vuole utilizzare un accelerometro per misurare l'accelerazione gravitazionale o una sua componente lungo un asse di sensibilità, ovvero se si vuole utilizzare il sensore come inclinometro.

Dall'altro lato gli accelerometri capacitivi sono molto sensibili ai disturbi elettromagnetici e richiedono, pertanto, un'adeguata schermatura del sensore e della sua interfaccia elettronica, ed un altrettanto adeguato *packaging* [7].

Gli accelerometri capacitivi si possono classificare in base alla loro struttura in due grandi categorie: gli accelerometri verticali, indicati come “Z-Axis”, in cui il sensore è sensibile alle accelerazioni ortogonali alla superficie del substrato su cui è realizzata la microstruttura mobile; e gli accelerometri laterali, “X-Y-Axis”, sensibili alle accelerazioni parallele alla superficie del substrato. Altra suddivisione tra gli accelerometri capacitivi si basa sulla struttura del condensatore di *sensing*. Questo può essere realizzato, in prima approssimazione, come un condensatore variabile a due armature, una delle quali è mobile, il cui spostamento rispetto a quella fissa si traduce in una variazione della capacità (Fig. 2.9a); oppure in un condensatore differenziale a tre armature formanti due condensatori in serie con armatura centrale comune e mobile, il cui spostamento comporta una variazione della capacità

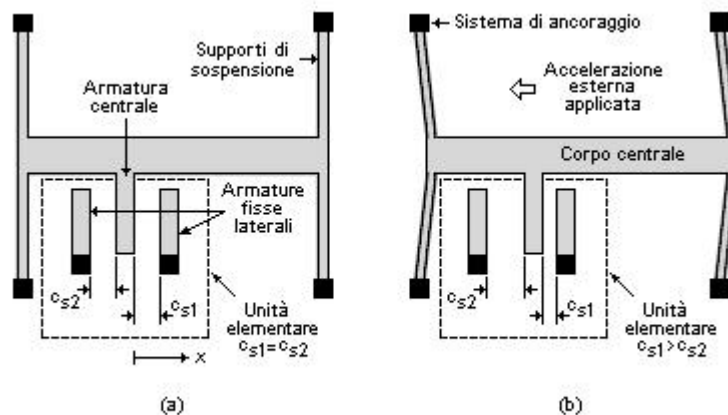
differenziale tra le due capacità in serie (Fig. 2.9b).



**Fig. 2.9** Schema equivalente dei condensatori di sensing: a) condensatore variabile a due armature; b) condensatore differenziale a tre armature.

### 2.6.1 Principio di trasduzione: la capacità differenziale

Consideriamo, come esempio di struttura base dell'elemento sensibile di un microaccelerometro capacitivo laterale e come esempio esplicativo del principio di funzionamento, l'accelerometro ADXL50 introdotto in commercio dalla Analog Devices nei primi anni novanta [23]. La microstruttura mobile, di silicio policristallino, è realizzata mediante *surface micromachining* e la massa sismica è mantenuta sospesa al di sopra della superficie del substrato mediante un sistema di supporti elastici. I supporti elastici svolgono una triplice funzione: 1) permettono l'ancoraggio della struttura mobile al substrato; 2) realizzano il contatto elettrico tra massa sismica e il substrato; 3) costituiscono l'elemento elastico che permette e, allo stesso tempo, contrasta il moto della *proof-mass*. Uno schema della microstruttura mobile del dispositivo è mostrato in Fig. 2.10.



**Fig. 2.10** Schema semplificato della microstruttura mobile dell'ADXL50: a) in condizioni di accelerazione esterna nulla; b) in condizioni di accelerazione esterna applicata.

Nella figura si osserva come la struttura del dispositivo approssimi la forma di una lettera H dove i tratti verticali costituiscono il sistema di sospensione, mentre la linea trasversale costituisce la *proof-mass* e, allo stesso tempo, indica la sua direzione preferenziale di movimento, ovvero l'asse di sensibilità dell'accelerometro. In generale gli elementi di sospensione possono assumere diverse forme geometriche come già riferito nel paragrafo 2.1.2.

Su entrambi i lati della massa sismica sono presenti delle appendici strutturali regolarmente spaziate ed assomiglianti ai denti di un pettine. Ognuna di queste è posta tra due analoghe appendici attaccate alla struttura fissa (Fig. 2.10) e con queste forma un piccolo condensatore differenziale a tre armature (Fig. 2.9b), dove il singolo “dente” attaccato alla *proof-mass* costituisce l'armatura mobile centrale, mentre le due appendici fisse poste ai suoi lati costituiscono le due armature fisse laterali. I singoli condensatori differenziali così formati, uno per ogni “dente” della massa sismica, sono collegati elettricamente in parallelo realizzando un condensatore differenziale equivalente di *sensing* con armatura centrale mobile costituita dall'insieme delle appendici della *proof-mass*.

Indicata con  $d_1$  e  $d_2$  la distanza tra il dente centrale attaccato alla massa sismica e i due denti fissi laterali, con  $l$  la lunghezza per cui questi si sovrappongono, con  $t$  lo spessore dei denti della *proof-mass* (generalmente coincidente con lo spessore della struttura mobile), con  $\varepsilon$  la costante dielettrica del mezzo che la circonda; considerati, inoltre, i singoli condensatori come condensatori ad armature piane e parallele e trascurati gli effetti del campo elettrico ai bordi delle armature (*fringing field effects*), allora, per ogni dente/armatura mobile solidale alla massa sismica, le capacità  $c_{s1}$  e  $c_{s2}$  che questo forma con le analoghe appendici laterali, si possono scrivere come:

$$c_{s1} = \varepsilon \frac{l \cdot t}{d_1} \quad ; \quad c_{s2} = \varepsilon \frac{l \cdot t}{d_2} \quad (2.24)$$

Se  $N$  è il numero di denti mobili, allora le capacità complessive sono:

$$C_{s1} = N \cdot c_{s1} = \varepsilon \frac{A}{d_1} \quad ; \quad C_{s2} = N \cdot c_{s2} = \varepsilon \frac{A}{d_2} \quad (2.25)$$

dove  $A = N \cdot l \cdot t$  è l'area totale di sovrapposizione delle armature (area di *overlapping*). La capacità del condensatore equivalente di *sensing*, dato dalla serie di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , è:

$$C_s = \varepsilon \frac{A}{(d_1 + d_2)} = \text{costante} \quad (2.26)$$

Nella condizione di accelerazione esterna nulla la massa sismica si trova nella sua posizione di riposo caratterizzata dal fatto che l'armatura centrale è equidistante dalle armature laterali. In tale condizione si ha  $d_1 = d_2 = d_0$  e pertanto:

$$C_{s1} = C_{s2} = C_{s0} = \varepsilon \frac{A}{d_0} \quad (2.27)$$

mentre la capacità complessiva di *sensing* può essere riscritta come  $C_s = C_{s0}/2$ .

Nel caso di accelerazione esterna diversa da zero nella direzione di sensibilità, la

*proof-mass* compie uno spostamento lungo l'asse  $x$  rispetto alla struttura fissa. Questo comporta uno spostamento dei denti attaccati alla *proof-mass* rispetto a quelli fissi con conseguente riduzione, da una parte, e di aumento, dall'altra, della distanza di separazione delle armature e quindi, rispettivamente, di aumento e di riduzione delle capacità laterali. Se indichiamo con  $x$  lo spostamento della *proof-mass* dalla sua posizione di riposo, abbiamo per  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  :

$$C_{s1} = \varepsilon \frac{A}{(d_0 - x)} = C_{s0} \frac{d_0}{(d_0 - x)} ; C_{s2} = \varepsilon \frac{A}{(d_0 + x)} = C_{s0} \frac{d_0}{(d_0 + x)} \quad (2.28)$$

La capacità differenziale,  $\Delta C$ , data da:

$$\Delta C = C_{s1} - C_{s2} = C_{s0} \left( \frac{d_0}{(d_0 - x)} - \frac{d_0}{(d_0 + x)} \right) = 2C_{s0} \frac{d_0 x}{(d_0^2 - x^2)} \quad (2.29)$$

risulta essere funzione dello spostamento della massa sismica. Dalla misura di  $\Delta C$  e risolvendo l'equazione di secondo grado:

$$\Delta C x^2 + 2C_{s0} d_0 x - \Delta C d_0^2 = 0 \quad (2.30)$$

è possibile quantificare lo spostamento della massa sismica causato dall'accelerazione esterna. Per piccoli spostamenti ( $x \ll d_0$ ) può essere trascurato il termine di secondo grado in  $x$  ottenendo una relazione lineare tra spostamento e capacità differenziale

$$x \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_{s0}} d_0 \quad (2.31)$$

Per quanto detto nel paragrafo 2.1.1, relativamente all'approssimazione del sistema massa sismica-supporti di sospensione con un sistema del secondo ordine massa-molla, valida anche per la microstruttura considerata, lo spostamento  $x$  della *proof-mass* risulta essere dato dalla (2.11), qui sotto riportata,

$$x = \frac{m}{k} \cdot a = \frac{1}{\omega_n^2} \cdot a \quad (2.32)$$

dove  $a$  è l'accelerazione subita dal dispositivo lungo l'asse di sensibilità,  $k$  è la costante elastica del sistema dei supporti di sospensione,  $m$  la massa della *proof-mass* e  $\omega_n$  la pulsazione fondamentale di risonanza della struttura mobile. Combinando la (2.31) con la (2.32) si ottiene la relazione tra l'accelerazione esterna e la capacità differenziale:

$$a = \frac{1}{2} \frac{k}{m} \frac{\Delta C}{C_{s0}} d_0 = \frac{1}{2} \frac{\Delta C}{C_{s0}} d_0 \omega_n^2 \quad (2.33)$$

Dalla (2.33) si osserva che dalla misura di  $\Delta C$  è possibile risalire alla misura dell'accelerazione esterna  $a$ . La relazione appena ricavata, valida nelle ipotesi di piccoli spostamenti e di molla ideale per il sistema di sospensione, risulta essere



lineare. Tuttavia il fatto che la relazione tra lo spostamento  $x$  e la capacità differenziale  $\Delta C$  risulti essere non lineare, come evidenziato dalla (2.30), e che una molla non ideale presenti una forza di ripristino esprimibile nella forma  $F_{sp} = k_1 x + k_2 x^2 + k_3 x^3$ , con i coefficienti  $k_1, k_2, k_3$  detti costanti elastiche [24], comporta che il legame tra la capacità differenziale e l'accelerazione esterna sia di tipo non lineare. In generale, come si vedrà nell'esempio numerico riportato più avanti, può essere ritenuta valida l'ipotesi di piccoli spostamenti per la *proof-mass* ( $x \ll d_0$ ). Inoltre, in molti accelerometri capacitivi, il sensore viene inserito in un sistema di retroazione che, tra gli altri vantaggi, permette di ridurre la non linearità del dispositivo.

## 2.6.2 La sensibilità ad anello aperto

Negli accelerometri capacitivi laterali basati sulla capacità differenziale, la misura dell'accelerazione viene affidata alla valutazione, mediante apposito circuito elettronico di *readout*, della capacità differenziale  $\Delta C$ .

Sempre nell'ipotesi di piccoli spostamenti, la sensibilità dell'elemento meccanico che opera la trasduzione tra l'accelerazione e la variazione di capacità (che indicheremo in seguito con il termine di sensore mentre con “dispositivo” si indicherà il sistema complessivo formato dall'elemento sensibile e la circuiteria elettronica associata) rispetto allo spostamento  $x$  è ricavabile dalla (2.31) e dalla (2.27):

$$\frac{\Delta C}{x} = \frac{2C_{s0}}{d_0} = 2\varepsilon \frac{A}{d_0^2} \quad (2.34)$$

mentre dalla (2.33) si ottiene la sensibilità rispetto all'accelerazione esterna

$$\frac{\Delta C}{a} = \frac{2C_{s0}}{d_0} \frac{m}{k} = \frac{2C_{s0}}{d_0} \frac{1}{\omega_n^2} \quad (2.35)$$

Queste sensibilità, dette anche sensibilità ad anello aperto, sono caratteristiche dell'elemento di trasduzione, da cui dipendono attraverso diversi parametri fisici e geometrici. Miglioramenti della sensibilità si possono ottenere aumentando la capacità di *sensing*, ovvero aumentando l'area complessiva di sovrapposizione delle armature dei condensatori laterali, oppure diminuendo la distanza  $d_0$  che, come indicato dalle (2.34) e (2.35), influisce sulle sensibilità con il quadrato. Inoltre, dalla (2.35), si osserva che un rapporto elevato tra capacità differenziale ed accelerazione esterna può essere ottenuto agendo sulla frequenza fondamentale di risonanza del sensore, ovvero realizzando la microstruttura mobile in modo tale che presenti una *proof-mass* con massa  $m$  elevata e un sistema di sospensione con una bassa costante elastica  $k$ .

Ogni parametro qui considerato presenta però delle restrizioni nei valori che può assumere e questo, di conseguenza, limita la sensibilità ad anello aperto.

Una prima limitazione, che risulta essere di estrema importanza in particolare per i dispositivi realizzati mediante *surface micromachining*, riguarda le dimensioni della microstruttura mobile, le quali influiscono sia sulla capacità di *sensing* (attraverso l'area  $A$ ), sia sulla frequenza di risonanza (attraverso la massa  $m$ ). In primo luogo, le

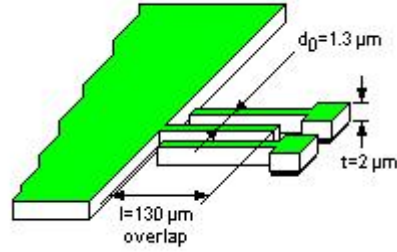
dimensioni laterali della microstruttura, e in particolare della *proof-mass*, non possono essere troppo estese sia a causa dei problemi di deformazione che si possono presentare sulla microstruttura, dovuti alla presenza di stress meccanico residuo, sia per motivi economici che impongono dei limiti all'area di silicio utilizzata. In secondo luogo, per i microaccelerometri laterali aventi struttura base del sensore a forma di “pettine” (come in Fig. 2.10), esiste un limite alla lunghezza massima delle appendici laterali della massa sismica; limite dovuto alla difficoltà di realizzare “denti” troppo lunghi [25] e alla possibilità che questi presentino delle deformazioni (curvature, torsioni) prodotte dallo stress meccanico residuo [23].

La terza dimensione della microstruttura, ovvero lo spessore  $t$ , è fortemente limitata dalla tecnologia di microfabbricazione. Per la *surface micromachining* lo spessore ottenibile risulta essere solo di qualche micron mentre per la *bulk micromachining* può raggiungere l'intero spessore del wafer in cui la struttura mobile è realizzata (qualche centinaio di micron).

Ritornando alla struttura a pettine dell'esempio di riferimento, le limitazioni sulle dimensioni laterali e sullo spessore  $t$  si traducono in un limite superiore per l'area di sovrapposizione  $\Sigma = l \cdot t$  delle armature dei condensatori laterali  $c_{s1}$  e  $c_{s2}$  riferiti ad un singolo “dente mobile”. Inoltre, tenendo conto del fatto che un limite inferiore alle dimensioni laterali della struttura è dato dalla risoluzione del processo di fabbricazione della microstruttura stessa, risulta essere superiormente limitato anche il numero totale  $N$  dei “denti” della massa sismica e quindi l'area complessiva di sovrapposizione  $A = N \cdot \Sigma$  dei condensatori  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ .

Come indicato nelle (2.34) e (2.35), una riduzione della distanza a riposo ( $d_0$ ) tra le armature di un singolo elemento capacitivo, porta ad un aumento della sensibilità ad anello aperto del sensore. Anche per tale parametro (indicato in seguito con *air-gap*) esistono delle restrizioni: innanzi tutto, un limite inferiore al valore di  $d_0$  è imposto dalla risoluzione del processo di microfabbricazione; in secondo luogo, il valore di *air-gap* deve essere tale da ridurre al minimo la probabilità dei fenomeni di collisione tra le armature sia durante il suo impiego, sia in seguito ad eccitazioni meccaniche quali gli urti. In altre parole, un valore troppo basso per  $d_0$  può rendere il dispositivo meno robusto. Inoltre, dalla (2.33), risulta essere evidente che, a parità di pulsazione fondamentale di risonanza, una riduzione della distanza tra le armature riduce il range di valori di accelerazione misurabili [26].

Un'idea dell'ordine di grandezza della lunghezza di “*overlapping*”  $l$ , dello spessore della microstruttura  $t$  e della distanza di *air-gap*  $d_0$  per un microaccelerometro laterale realizzato mediante *surface micromachining*, può essere ottenuta considerando il caso dell'accelerometro commerciale ADXL202 introdotto dalla Analog Devices e per il quale  $l = 125 \mu\text{m}$ ,  $t = 2 \mu\text{m}$ ,  $d_0 = 1,3 \mu\text{m}$ , come indicato in Fig. 2.11 [25].



**Fig. 2.11** Dimensioni degli elementi strutturali di un singolo condensatore differenziale di sensing nell'ADXL202.

Per tali valori di  $l$ ,  $t$  e  $d_0$ ; posto  $d_1 = d_2 = d_0$  nelle (2.24); e supponendo che il mezzo circostante la microstruttura mobile abbia costante dielettrica approssimativamente uguale alla costante dielettrica del vuoto (ad esempio l'aria); si ottiene, per le capacità a riposo riferite ad un singolo elettrodo mobile, i valori:  $c_{s1} = c_{s2} = c_{s0} = 1,7 \text{ fF} = 1,7 \times 10^{-15} \text{ F}$ .

Valori tipici per la capacità complessiva di sensing di un microaccelerometro laterale realizzato mediante *surface micromachining* risulta essere nell'ordine dei 200 fF se non inferiore [5]. In particolare, per gli accelerometri ADXL50 e ADXL202 la capacità complessiva  $C_{s0}$  risulta essere di circa 0.1 pF [23].

Dalla (2.35) si osserva che la sensibilità del sensore è inversamente proporzionale al quadrato della sua pulsazione fondamentale di risonanza  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ ; pertanto, valori elevati del rapporto  $\Delta C/a$  si possono ottenere realizzando *proof-mass* con massa  $m$  elevata e sistemi di sospensione con bassi valori di costante elastica  $k$ .

Le stesse restrizioni sulle dimensioni della microstruttura mobile che limitano il valore della capacità di sensing, impongono un limite superiore anche ai valori della massa sismica. I piccoli valori ottenibili per la massa  $m$  risultando essere un fattore di estrema importanza, non solo per la sensibilità ad anello aperto del sensore, ma anche per il livello di rumore termico in esso presente (vedi la (2.21)). Questo è vero in particolar modo per le strutture realizzate mediante la *surface micromachining* dove la massa  $m$  risulta essere tipicamente al di sotto del micro-grammo ( $1 \mu\text{g} = 1 \times 10^{-9} \text{ Kg}$ ) [5]. Valori maggiori di  $m$  si possono ottenere impiegando quelle tecnologie di microfabbricazione, quali la *bulk micromachining* e la LIGA, che consentono di realizzare microstrutture mobili più spesse.

Alla luce dei piccoli valori realizzabili per la massa  $m$ , per ottenere una buona sensibilità dell'elemento di trasduzione si rendono necessari bassi valori della costante elastica  $k$ . Valori troppo bassi di  $k$  comportano, però, basse frequenze fondamentali di risonanza

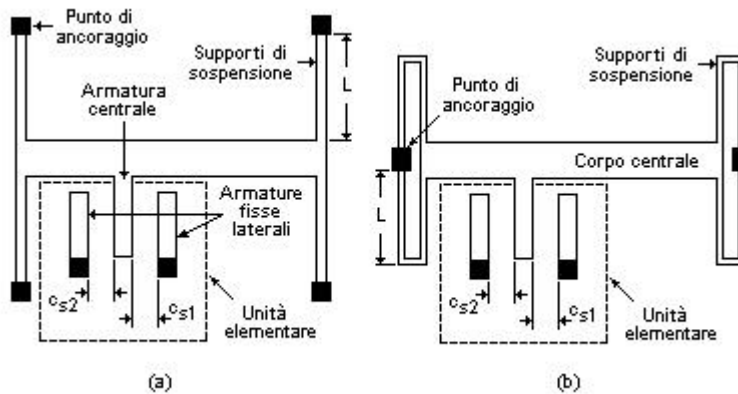
$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.36)$$

ed anche se questo risulta essere positivo per la sensibilità, allo stesso tempo riduce la larghezza di banda dell'elemento di trasduzione. Inoltre, valori troppo piccoli per  $k$

potrebbero causare rilevanti spostamenti della massa sismica anche per modesti valori di accelerazione aumentando la possibilità di contatti tra le armature dei condensatori di *sensing* e fenomeni di *stiction* tra queste.

La scelta dei supporti elastici in termini di forma geometrica (senza piegamenti oppure con uno o più punti di piegamento) e di dimensioni (lunghezza, larghezza e spessore) risulta essere importante non solo per ottenere i valori desiderati di costante elastica nelle direzioni preferenziali di movimento della *proof-mass* (asse  $x$  nell'esempio di Fig. 2.10), ma anche per ridurre il più possibile la sensibilità di *cross-axis*, ovvero ridurre l'influenza sulla misura dell'accelerazione lungo un determinato asse di sensibilità, delle componenti dell'accelerazione esterna ad esso ortogonali [27].

La costante elastica  $k$  del sistema di sospensione dipende, oltre che dalle dimensioni dei supporti e dalla loro geometria, anche dallo stress residuo presente nel materiale con cui sono realizzati (ad esempio silicio policristallino per i microaccelerometri laterali ottenuti mediante *surface micromachining*). In Fig. 2.12 sono riportati due esempi di sistemi di sospensione per accelerometri capacitivi laterali.



**Fig. 2.12** Schema semplificato della microstruttura mobile di un accelerometro capacitivo superficiale: a) con supporti di sospensione non piegati; b) con supporti di sospensione piegati.

Nel caso di Fig. 2.12a, in cui si ritrova la struttura dell'accelerometro ADXL50, i supporti non presentano piegature e la costante elastica  $k$  è data da:

$$k = \frac{4 E_Y t W^3}{L^3} + \frac{24 \sigma_r t W}{5 L} \quad (2.37)$$

dove  $E_Y$  è il modulo di Young del materiale con cui sono realizzati i supporti,  $t$  la loro altezza, coincidente generalmente con lo spessore della microstruttura,  $W$  la larghezza dei supporti,  $L$  la loro lunghezza e  $\sigma_r$  lo stress residuo [28].

Valori tipici per i supporti di microstrutture mobili superficiali sono:  $L = 150 \mu\text{m}$ ,  $W = 2 \mu\text{m}$ ,  $t = 2 \mu\text{m}$ . Per tali valori il termine della costante elastica dovuto al modulo di Young ( $E_Y = 160 \text{ GPa}$  per il silicio policristallino) risulta essere di circa

3 N/m. Nelle strutture di silicio policristallino lo stress residuo dipende dai processi di fabbricazione e, in generale, per valori tipici del rapporto  $L/W$  il suo contributo alla costante elastica, e quindi alla frequenza fondamentale di risonanza, non può essere trascurato rispetto al termine dovuto al modulo di Young [29].

Nella Fig. 2.12b ognuno dei quattro supporti della massa sismica presenta due punti di piegatura che, assumendo rigido l'elemento di congiunzione tra i due tratti più lunghi, rendono la costante elastica di ciascun supporto pari alla metà di quella che sarebbe offerta da un supporto costituito da uno solo degli elementi di lunghezza  $L$  [30]. Complessivamente il sistema di sospensione presenta una costante elastica inferiore rispetto a quella di Fig. 2.12a e precisamente  $k' = k/2$ , con  $k$  data dalla (2.37).

Come già accennato in precedenza, una riduzione della frequenza fondamentale di risonanza del sensore comporta un miglioramento della sua sensibilità (2.35). Tuttavia, una riduzione sostanziosa della frequenza  $f_n$  compromette l'affidabilità del dispositivo aumentando la probabilità che si verifichi il fenomeno di *stiction* tra gli elementi adiacenti della microstruttura mobile e di quella fissa, come già messo in evidenza per valori troppo bassi della costante elastica, e riduce la resistenza agli urti del sensore. Valori tipici della frequenza di risonanza per microstrutture laterali variano da alcuni kHz a qualche decina di kHz [5]. Nel caso dell' ADXL50 la frequenza di risonanza è di 24 kHz [31] mentre per l'ADXL202 è di 10 kHz [32].

### ***Esempio numerico***

Dopo una prima analisi del principio di funzionamento di un microaccelerometro capacitivo laterale e le considerazioni sulla sensibilità ad anello aperto, si può avere una migliore comprensione degli ordini di grandezza dei parametri sopra introdotti attraverso un esempio numerico.

Si faccia riferimento al già citato accelerometro ADXL50 con microstruttura mobile schematizzata in Fig. 2.10 e per il quale sappiamo che la frequenza di risonanza dell'elemento di trasduzione è  $f_n = 24$  kHz [31], la massa  $m$  è inferiore a  $0,1 \mu\text{g}$ , il numero totale di appendici laterali attaccate alla *proof-mass* è  $N = 42$ , la capacità complessiva  $C_{s0}$  è di  $0,1$  pF, la lunghezza  $L$  di un supporto elastico è di circa  $200 \mu\text{m}$ , la larghezza  $W$  è di  $2 \mu\text{m}$  e lo spessore  $t$  della struttura di silicio policristallino è di  $2 \mu\text{m}$  [23].

Dal valore di  $f_n$ , e posto  $m = 0,1 \mu\text{g}$ , possiamo ricavare dalla (2.36) il valore della costante elastica del sistema di sospensione:

$$k = (2\pi f_n)^2 \cdot m = (2\pi \cdot 24 \times 10^3)^2 \cdot 0,1 \times 10^{-9} = 2,27 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (2.38)$$

Si consideri ora il singolo condensatore differenziale a tre armature formato dalle capacità  $c_{s1}$  e  $c_{s2}$  aventi in comune l'armatura centrale. La lunghezza  $l$  per cui le armature si sovrappongono sia pari ad  $l = 125 \mu\text{m}$ , la loro distanza di separazione in condizioni di accelerazione nulla sia  $d_0 = 1,3 \mu\text{m}$  e l'aria sia il mezzo dielettrico interposto ( $\epsilon = \epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12}$  F/m). Per tali valori, le capacità  $c_{s1}$  e  $c_{s2}$  in condizioni di riposo risultano essere, dalla (2.24):

$$c_{s1} = c_{s2} = c_{s0} = \varepsilon_0 \frac{l \cdot t}{d_0} = 8,854 \times 10^{-12} \frac{125 \times 10^{-6} \cdot 2 \times 10^{-6}}{1,3 \times 10^{-6}} = 1,7 \text{ fF} \quad (2.39)$$

L'area totale di sovrapposizione  $A$  e la capacità complessiva a riposo  $C_{s0}$ , data dalla (2.27), valgono rispettivamente:

$$A = N \cdot l \cdot t = 42 \cdot 125 \times 10^{-6} \cdot 2 \times 10^{-6} = 1,05 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \quad (2.40)$$

$$C_{s0} = \varepsilon_0 \frac{A}{d_0} = 8,854 \times 10^{-12} \frac{1,05 \times 10^{-8}}{1,3 \times 10^{-6}} = 71,5 \times 10^{-15} = 71,5 \text{ fF} \quad (2.41)$$

Si osservi che il valore calcolato per  $C_{s0} = N \cdot c_{s0} = 71,5 \text{ fF} = 0,0715 \text{ pF}$  risulta essere inferiore a quanto precedentemente indicato.

Le sensibilità dell'elemento di trasduzione, date dalle (2.32), (2.34) e (2.35), valgono:

$$\frac{x}{a} = \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{1}{(2\pi \cdot 24 \times 10^3)^2} = 4,4 \times 10^{-11} \frac{\text{m}}{\text{m/s}^2} = 4,31 \frac{\text{Å}}{\text{g}} \quad (2.42)$$

$$\frac{\Delta C}{x} = \frac{2C_{s0}}{d_0} = \frac{2 \cdot 71,5 \times 10^{-15}}{1,3 \times 10^{-6}} = 1,1 \times 10^{-7} \frac{\text{F}}{\text{m}} = 11 \frac{\text{aF}}{\text{Å}} \quad (2.43)$$

$$\frac{\Delta C}{a} = \frac{2C_{s0}}{d_0} \cdot \frac{1}{\omega_n^2} = \left( \frac{\Delta C}{x} \right) \left( \frac{x}{a} \right) = 4,84 \times 10^{-18} \frac{\text{F}}{\text{m/s}^2} = 47,5 \frac{\text{aF}}{\text{g}} \quad (2.44)$$

dove si ricorda che  $1 \text{ aF} = 1 \times 10^{-18} \text{ F}$ ,  $1 \text{ g} = 9,81 \text{ m/s}^2$  e  $1 \text{ Å} = 1 \times 10^{-10} \text{ m}$ .

Dai valori ottenuti per le sensibilità ad anello aperto del sensore si osserva che un'accelerazione esterna di  $1 \text{ g}$  comporta uno spostamento della *proof-mass* rispetto alla sua posizione di riposo di soli  $4,31 \text{ Å}$ , che corrispondono ad uno spostamento dello  $0,033\%$  rispetto alla distanza  $d_0$ . In corrispondenza a tale spostamento la capacità differenziale risulta essere di  $47,5 \text{ aF}$ . Analogamente, per un'accelerazione esterna pari a  $50 \text{ g}$ , ovvero il massimo valore misurabile per l'ADXL50 [31], lo spostamento  $x$  della *proof-mass*, stando alle sensibilità ad anello aperto, risulta essere di circa  $21,6 \text{ nm}$ , corrispondente ad uno spostamento relativo dell' $1,66\%$ , mentre la capacità differenziale è di circa  $2,38 \text{ fF}$ . In entrambi i casi considerati possiamo osservare che gli spostamenti compiuti dalla massa sismica sono estremamente piccoli, se confrontati con la distanza a riposo tra le armature, e quindi può essere considerata valida l'assunzione di piccoli spostamenti ( $x \ll d_0$ ) usata per ottenere le espressioni delle sensibilità ad anello aperto.

Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, la variazione delle capacità  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  a seguito di uno spostamento  $x$  della massa sismica, risulta essere, in valore assoluto:

$$\left| \frac{\Delta C_{si}}{x} \right| = \frac{C_{s0}}{d_0} \quad i=1,2 \quad (2.45)$$

Pertanto, nel nostro esempio numerico, ad uno spostamento  $x$  di  $4,31 \text{ \AA}$ , relativo ad un'accelerazione esterna di  $1 \text{ g}$ , corrisponde una variazione delle capacità di *sensing* pari a  $|\Delta C_{si}| = 23,7 \text{ aF}$ ; cioè pari allo  $0,033\%$  di  $C_{s0}$ . Nel caso di massima accelerazione,  $a = 50 \text{ g}$ , la variazione di capacità è di circa  $1,2 \text{ pF}$ , corrispondente all' $1,66\%$  di  $C_{s0}$ .

Il sensore, ovvero l' elemento di trasduzione dell'ADXL50, è inserito in un sistema con anello di retroazione che tende ad annullare lo spostamento della *proof-mass* causato dall'accelerazione esterna. In pratica, mediante l'applicazione alle stesse armature di *sensing* di una versione invertita della tensione d'uscita del circuito di rilevazione, si genera, in queste, delle forze elettrostatiche di attrazione che si oppongono allo spostamento della *proof-mass*. La retroazione produce un sistema il cui comportamento è essenzialmente simile a quello di un sistema avente sensore con costante elastica maggiore [23].

La casa costruttrice dichiara per l'ADXL50 una variazione delle capacità di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  di  $0,01 \text{ pF}$  in corrispondenza ad un'accelerazione esterna applicata di  $50 \text{ g}$ ; inoltre dichiara che il dispositivo è in grado di risolvere una variazione minima di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  di  $20 \text{ aF}$  corrispondente ad uno spostamento della *proof-mass* di  $0,2 \text{ \AA}$  [23].

Assumendo che il sensore sia lineare nell'intero range di valori di accelerazione, si ha, dalla (2.32) e dalla (2.45):

$$\left| \frac{\Delta C_{si}}{a} \right| = \frac{C_{s0}}{d_0} \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{0,01 \times 10^{-12}}{50} = 2 \times 10^{-16} \frac{\text{F}}{\text{g}} \quad i=1,2 \quad (2.46)$$

$$\left| \frac{\Delta C_{si}}{x} \right| = \frac{C_{s0}}{d_0} = \frac{20 \times 10^{-18}}{0,2 \times 10^{-10}} = 1 \times 10^{-6} \frac{\text{F}}{\text{m}} \quad (2.47)$$

Il sistema retroazionato si comporta pertanto come un sensore avente sensibilità:

$$\left| \frac{\Delta C}{x} \right|_r = \frac{2 C_{s0}}{d_0} = 2 \left| \frac{\Delta C_{si}}{x} \right| = 2 \times 10^{-6} \frac{\text{F}}{\text{m}} = 200 \frac{\text{aF}}{\text{\AA}} \quad i=1,2 \quad (2.48)$$

$$\left| \frac{\Delta C}{a} \right|_r = \frac{2 C_{s0}}{d_0} \frac{1}{\omega_n^2} = 2 \left| \frac{\Delta C_{si}}{a} \right| = 4 \times 10^{-16} \frac{\text{F}}{\text{g}} = 400 \frac{\text{aF}}{\text{g}} \quad (2.49)$$

$$\left( \frac{x}{a} \right)_r = \frac{1}{\omega_n^2} = \left| \frac{x}{\Delta C_{si}} \right| \cdot \left| \frac{\Delta C_{si}}{a} \right| = 2 \times 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{g}} = 2 \frac{\text{\AA}}{\text{g}} = 0,204 \frac{\text{\AA}}{\text{m/s}^2} \quad (2.50)$$

Dalla (2.50) è possibile determinare la frequenza di risonanza corrispondente e dalla (2.38) la costante elastica equivalente:

$$f_{nr} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^{-1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2,04 \times 10^{-11}}} = 35,2 \text{ kHz} \quad (2.51)$$

$$k_r = (2\pi f_{nr})^2 \cdot m = (2\pi \cdot 35,2 \times 10^3)^2 \cdot 0,1 \times 10^{-9} = 4,89 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (2.52)$$

Confrontando la (2.42), ad anello aperto, con la (2.50), ad anello chiuso, si constata come la retroazione riduca lo spostamento della massa sismica a parità di accelerazione applicata. Inoltre, dal confronto tra la (2.38) e la (2.50) trova conferma l'effetto della retroazione di “aumentare” la costante elastica del sensore.

Dall'esempio numerico riportato si osserva che la capacità differenziale  $\Delta C$  assume valori molto piccoli. Questo è comune a tutti i sensori capacitivi realizzati mediante *surface micromachining* ed è dovuto principalmente alle limitazioni sulle dimensioni della microstruttura mobile realizzabile. Il circuito elettronico di “lettura” deve essere quindi in grado di rilevare i piccoli valori di  $\Delta C$  tenendo conto del fatto che in un sistema integrato su silicio esistono sempre elementi parassiti (ad esempio le capacità parassite). Da qui il vantaggio di realizzare su un unico chip sia l'elemento di trasduzione, sia il circuito elettronico associato (interamente o una sua parte), in modo tale da ridurre al minimo gli elementi parassiti e massimizzare le prestazioni [5].

Sempre nell'esempio riportato si è visto che l'elemento di trasduzione è inserito in un sistema di retroazione. Tale pratica è comune a più dispositivi e presenta numerosi vantaggi. In primo luogo, le sensibilità ad anello aperto,  $\Delta C/a$  e  $x/a$ , sono inversamente proporzionali alla costante elastica  $k$  ((2.32) e (2.35)), che a sua volta è funzione dei parametri geometrici dei supporti, come evidenziato dalla (2.37) e, in generale, dalla (2.16). Pertanto, piccole variazioni nel processo di fabbricazione possono causare delle variazioni, da dispositivo a dispositivo, delle sensibilità ad anello aperto. La retroazione consente, quindi, di ridurre la dipendenza dell'accelerometro dai parametri di processo [27].

In secondo luogo, la retroazione consente di separare la scelta della larghezza di banda del dispositivo dalla frequenza fondamentale di risonanza del sensore che può essere ottimizzata per la sola sensibilità ad anello aperto [5]. Altro vantaggio della retroazione è quello di attenuare gli effetti della non idealità dell'elemento sensibile come, ad esempio, la non linearità, le variazioni a breve e a lungo termine (*drift*) e la sensibilità alla temperatura [5].

Il controllo dello spostamento della *proof-mass* mediante retroazione risulta essere importante in quei dispositivi in cui il sensore presenta un fattore  $Q$  elevato (basso smorzamento) e per i quali è possibile avere, per frequenze di eccitazione vicine alla frequenza fondamentale di risonanza, dei spostamenti della massa sismica che tendono ad eccedere il piccolo spazio tra le armature dei condensatori di *sensing* [5].

L'implementazione di un anello di retroazione richiede la realizzazione di un sistema di attuazione, cioè di un sistema che consenta di applicare alla massa sismica



una forza che si opponga allo spostamento della *proof-mass*. Il principio di attuazione più semplice, e il più attraente per gli accelerometri capacitivi, è l'attuazione elettrostatica, nella quale la forza di reazione è generata mediante l'applicazione di un'opportuna tensione elettrica alle stesse armature di *sensing*, oppure a delle armature appositamente aggiunte alla microstruttura allo scopo di formare dei specifici condensatori di attuazione [5].

I piccoli valori della massa  $m$ , caratteristici delle microstrutture realizzate mediante *surface micromachining*, oltre ad influire sulla sensibilità del sensore, influiscono anche sul suo rumore termico e, quindi, sulla risoluzione del dispositivo.

La risoluzione, definita come la minima variazione di accelerazione risolvibile dal dispositivo, cioè rilevabile da questo, è determinata dal rumore “meccanico” dell'elemento di trasduzione e dal rumore “elettronico” introdotto dalla circuiteria elettronica associata [33]. Come già introdotto nel paragrafo 2.1.3, il rumore meccanico è causato sia dal moto Browniano delle molecole di gas che circondano la microstruttura mobile, sia dal moto Browniano degli elementi di sospensione della *proof-mass*. E' un rumore di tipo termico e il suo contributo, riferito all'ingresso, è dato dal rumore totale equivalente di accelerazione:

$$\frac{\bar{a}}{\sqrt{\Delta f}} = \frac{\sqrt{4 k_B T c}}{m} = \sqrt{\frac{4 k_B T \omega_n}{m Q}} \quad (2.53)$$

dove  $k_B$  è la costante di Boltzmann,  $T$  la temperatura in Kelvin,  $c$  il coefficiente di smorzamento dovuto principalmente al mezzo circostante la microstruttura mobile, e  $Q$  il fattore di qualità. Si osservi come la densità spettrale di rumore possa essere ridotta, tenuto conto dei limiti per la massa  $m$ , agendo sulla pulsazione naturale di risonanza e sul fattore di qualità. Un elevato valore di  $Q$  corrisponde ad un basso smorzamento del sistema e quindi si rende necessaria una maggiore attenzione nel controllo del movimento della *proof-mass*.

Da quanto detto finora si può concludere che per ottenere una buona sensibilità ad anello aperto, data dalle (2.34) e (2.35), e che possiamo scrivere come:

$$\frac{\Delta C}{a} = \frac{2 \varepsilon A}{d_0^2} \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{2 \varepsilon A m}{d_0^2 k} \quad (2.54)$$

è possibile agire sui parametri geometrici in modo tale da realizzare una microstruttura mobile avente area di *overlapping*  $A$  e massa  $m$  più grandi possibili, e costante elastica  $k$  e distanza  $d_0$  più piccole possibili. Abbiamo visto che tali grandezze sono limitate da diversi fattori e questo limita, a sua volta, i valori che si possono ottenere per la sensibilità. Questo è vero in particolar modo per i sensori realizzati mediante *surface micromachining* dove i piccoli valori ottenibili per  $m$  incidono sia sulla sensibilità che sul rumore del dispositivo.

Inoltre, per i microaccelerometri capacitivi laterali, la sensibilità ad anello aperto risulta essere inferiore a quanto indicato dalla (2.54); infatti, tale espressione è stata ricavata trascurando gli effetti del campo elettrostatico ai bordi delle armature dei condensatori di *sensing*; effetti che contribuiscono al valore delle singole capacità con le così dette capacità di *fringing* (*fringing capacitance*). Per piccoli spostamenti

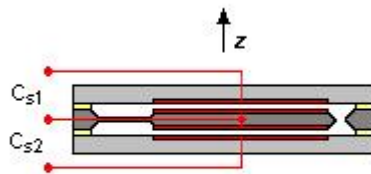
della *proof-mass*, e quindi per piccoli spostamenti relativi tra le armature, le capacità di *fringing* non variano in modo apprezzabile, riducendo così la sensibilità del sensore rispetto a quella data dalla (2.54) [27].

### 2.6.3 La sensibilità ad anello aperto per le microstrutture “Z-Axis”

La tecnologia di *bulk micromachining* consente di realizzare microstrutture mobili più spesse rispetto a quelle ottenibili con la *surface micromachining* e, quindi, sensori con *proof-mass* più pesanti. In combinazione con la *wafer bonding* per l'assemblaggio del dispositivo (paragrafo 1.2.5), la *bulk micromachining* è la tecnologia di microfabbricazione più comune per la realizzazione di microaccelerometri capacitivi ad alta sensibilità ed a basso rumore, ovvero ad alta risoluzione [33].

L'elevata sensibilità ed il basso livello di rumore sono resi possibili dall'elevato spessore della microstruttura mobile che può coincidere con l'intero spessore del wafer di silicio. La struttura di tali sensori è di tipo verticale, ovvero la massa sismica si muove nella direzione ortogonale alla superficie del wafer di silicio in cui è stata realizzata e che costituisce, al tempo stesso, il “telaio” di supporto.

Le altre parti formanti la microstruttura fissa del sensore, e che svolgeranno la funzione di armature fisse dei condensatori di *sensing*, sono unite all'intelaiatura della massa sismica mediante la *wafer bonding*. Nella Fig. 2.13 è riportato lo schema di principio di un sensore composto da tre wafer di silicio uniti tra di loro tramite la *fusion bonding* [34].



**Fig. 2.13** Schema semplificato della sezione trasversale di un accelerometro Z-Axis con condensatore differenziale di sensing.

Nell'esempio di figura, il principio di funzionamento del microaccelerometro è basato sulla capacità differenziale; risulta essere ben visibile, infatti, la struttura del condensatore differenziale a tre armature, di cui l'armatura centrale mobile è costituita dalla massa sismica (in questo caso formante una microstruttura a *cantilever*) e le due armature laterali fisse sono realizzate sui wafer di silicio uniti al wafer centrale che funge da telaio per la microstruttura mobile.

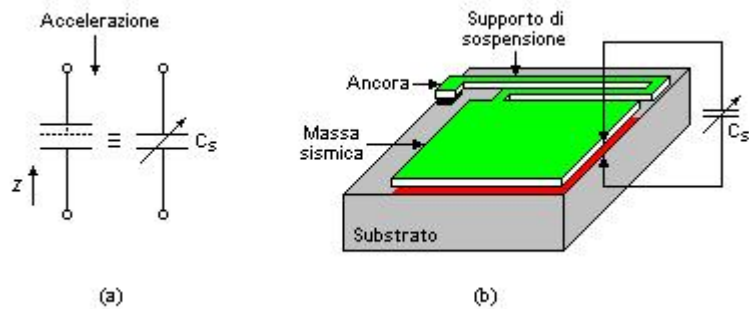
L'applicazione di un'accelerazione esterna al dispositivo causa uno spostamento della *proof-mass* nella direzione *z* ortogonale alla superficie superiore del wafer in cui è stata ricavata determinando, da una parte, il suo avvicinamento ad un'armatura fissa e, dall'altra, l'allontanamento dalla seconda armatura fissa. Il risultato è una differenza tra le due capacità di *sensing* che indicheremo, con riferimento al caso

degli accelerometri laterali, con  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ ; differenza che risulta essere funzione dell'accelerazione esterna.

Le espressioni delle sensibilità ad anello aperto (2.32), (2.34) e (2.35), ricavate per gli accelerometri capacitivi laterali, sono ancora valide per gli accelerometri verticali basati sulla capacità differenziale, con significati analoghi per i parametri in esse contenute:  $A$  è l'area di sovrapposizione delle armature;  $d_0$  la distanza tra le armature in condizione di accelerazione esterna nulla;  $C_{s0}$  il valore delle capacità  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  in tali condizioni; ed  $m$ ,  $k$  e  $f_n$ , rispettivamente, la massa dell'elemento mobile, la costante elastica dei supporti di sospensione e la frequenza naturale di risonanza della microstruttura.

Analoghe considerazioni possono essere fatte per le limitazioni sulle dimensioni laterali, sulla frequenza di risonanza e sulla costante elastica, ricordando per quest'ultima che valori troppo bassi di  $k$  possano portare a piegamenti del sistema di sospensione della massa sismica anche sotto l'azione della sola forza di gravità [27].

Nei microaccelerometri capacitivi Z-Axis il principio di trasduzione può basarsi sulla variazione della capacità di un semplice condensatore avente un'armatura mobile ed una fissa, come indicato in Fig. 2.14a.



**Fig. 2.14** Acceleratore Z-Axis: a) schema equivalente del condensatore variabile di sensing a due armature; b) sezione semplificata della microstruttura di un accelerometro Z-Axis superficiale.

Accelerometri basati su tale principio possono essere realizzati sia con la *bulk micromachining* che con la *surface micromachining*. In quest'ultimo caso la microstruttura mobile è realizzata con silicio policristallino ed è mantenuta sospesa al di sopra del substrato di silicio mediante un sistema di sospensioni che, diversamente dai microaccelerometri laterali, consentono alla microstruttura di muoversi solo in direzione ortogonale alla superficie del substrato. La capacità di sensing è formata tra la superficie inferiore della massa sismica, che costituisce l'armatura mobile del condensatore variabile, e la superficie del substrato di silicio direttamente al di sotto della massa sismica (Fig. 2.14b). Tale regione del substrato, che fungerà da armatura fissa, è resa conduttiva mediante diffusione superficiale di droganti, ad esempio, di tipo  $n+$  su silicio di tipo  $p$  [27].

In termini generali, se  $d_0$  è la distanza tra le armature in condizioni di accelerazione esterna nulla, ed  $A$  l'area di sovrapposizione tra le armature, allora la capacità del condensatore di sensing, nel caso di condensatore ad armature piane e

parallele, risulta essere:

$$C_{s0} = \varepsilon \frac{A}{d_0} \quad (2.55)$$

L'applicazione di un'accelerazione esterna con componente lungo l'asse ortogonale  $z$  non nulla, causa uno spostamento della massa sismica lungo tale direzione (asse di sensibilità) e di conseguenza una variazione della capacità di *sensing*. Se indichiamo con  $z$  lo spostamento della *proof-mass* rispetto alla sua posizione di riposo, il nuovo valore della capacità è dato da:

$$C_s = \varepsilon \frac{A}{(d_0 + z)} \quad (2.56)$$

La variazione della capacità di *sensing* rispetto allo spostamento  $z$  risulta essere, in valore assoluto e nelle ipotesi di piccoli spostamenti:

$$\left| \frac{dC_s}{dz} \right| = \varepsilon \frac{A}{(d_0 + z)^2} \approx \varepsilon \frac{A}{d_0^2} = \frac{C_{s0}}{d_0} \quad (2.57)$$

Pertanto, nella condizione di piccoli spostamenti della *proof-mass*, combinando la (2.57) con la (2.32) si ottengono le espressioni delle sensibilità ad anello aperto:

$$\frac{\Delta C_s}{z} = \frac{C_{s0}}{d_0} \quad (2.58)$$

$$\frac{\Delta C_s}{a} = \frac{C_{s0}}{d_0} \frac{1}{\omega_n^2} = \frac{C_{s0}}{d_0} \frac{m}{k} \quad (2.59)$$

Anche per gli accelerometri capacitivi verticali basati sulla variazione di una sola capacità di *sensing* possono essere fatte le stesse considerazioni fatte nei casi precedenti, sia per quanto riguarda le sensibilità ad anello aperto, sia per quanto concerne le limitazioni dei vari parametri.

Dall'espressione (2.59), e dall'analoga espressione (2.35) valida sia per gli accelerometri capacitivi laterali ( $X$ - $Y$ -Axis), sia per gli accelerometri verticali  $Z$ -Axis basati sulla variazione di capacità di un condensatore differenziale a tre armature, si osserva, ancora una volta, che la sensibilità ad anello aperto  $\Delta C/a$  è funzione lineare della capacità di *sensing* a "riposo"  $C_{s0}$ , della massa  $m$  della microstruttura mobile, e inversamente proporzionale alla distanza  $d_0$  tra le armature dei condensatori di *sensing*.

Come per gli accelerometri capacitivi laterali, anche per gli accelerometri verticali  $Z$ -Axis, in cui la massa sismica, anziché muoversi parallelamente alla superficie superiore del wafer su cui è realizzata, si muove ortogonalmente ad essa, esiste un limite inferiore per la distanza  $d_0$  tra le armature fisse e le armature mobili dei condensatori di *sensing*. Infatti, la distanza  $d_0$  deve essere tale da garantire che non si verifichino condizioni di contatto tra le parti mobili e le parti fisse della microstruttura meccanica, sia in presenza di accelerazione esterna applicata, sia in

sua assenza. Si ricorda inoltre, che per le microstrutture realizzate mediante *surface micromachining*, la distanza  $d_0$  rappresenta lo spessore dello strato sacrificale impiegato per la costruzione della microstruttura mobile e poi rimosso; pertanto, la scelta di  $d_0$  è limitata dai fenomeni di *stiction* e dall'eventuale presenza di deformazioni della microstruttura causate dallo stress meccanico residuo [5].

Per quanto concerne il valore della capacità di *sensing* in condizioni di accelerazione nulla  $C_{s0}$ , si è visto che nei sensori a struttura verticale basati sulla variazione della capacità di uno o più condensatori ad armature piane e parallele, il valore di  $C_{s0}$  può essere, a parità di area occupata dall'elemento di trasduzione, da due a quattro volte maggiore rispetto a quella ottenibile nei sensori laterali. Questo si traduce in una maggiore sensibilità del sistema di trasduzione nei confronti dello spostamento della *proof-mass* [27].

Altro parametro che influenza la sensibilità dell'elemento di trasduzione è, come si è visto, la massa  $m$  del corpo mobile. Per le microstrutture realizzate mediante *surface micromachining* rimangono valide le considerazioni fatte nel caso degli accelerometri laterali a riguardo delle limitazioni geometriche; pertanto, anche per gli accelerometri *Z-Axis* con microstruttura mobile realizzata mediante *surface micromachining* i valori della massa  $m$  risultano essere estremamente limitati. Diverso è il caso per le microstrutture realizzate mediante la *bulk micromachining* che consente, come si è visto all'inizio del paragrafo, di ottenere strutture mobili di dimensioni maggiori e, quindi, più pesanti.

Come esempio di confronto tra l'ordine di grandezza della massa  $m$  ottenibile con la *surface micromachining* e quella ottenibile con la *bulk micromachining*, si consideri il caso dell'accelerometro capacitivo di tipo *Z-Axis* introdotto da E. Boser, M. Lemkim e C. Lu nel 1995, realizzato mediante *surface micromachining* e basato sulla variazione della capacità di un semplice condensatore di *sensing* con una sola armatura mobile [27]. In tale dispositivo la microstruttura mobile di silicio policristallino ha area complessiva di  $400 \times 400 \mu\text{m}^2$ , spessore  $t=2 \mu\text{m}$  e massa  $m \approx 0,5 \mu\text{g} = 5 \times 10^{-10} \text{Kg}$ . Dall'altra parte si consideri il microaccelerometro *Z-Axis* introdotto da K. Najafi e N. Yazdi nel 2000 [33] realizzato combinando la *surface micromachining* con la *bulk micromachining*. In tale dispositivo la tecnologia *bulk micromachining* è stata utilizzata per creare una struttura mobile di silicio monocristallino con *proof-mass* di area  $A=2 \times 1 \text{mm}^2$ , spessore  $t=2 \mu\text{m}$  e massa  $m = A \cdot t \cdot \rho_{si} \approx 2,1 \times 10^{-6} \text{Kg} = 2,1 \text{mg}$  (densità del silicio  $\rho_{si}=2328 \text{Kg/m}^3$ ). Risulta essere evidente la differenza di massa ottenibile con le due tecnologie; differenza che si riflette sui livelli della densità di rumore e quindi sulla risoluzione del dispositivo (  $1,6 \text{mg}/\sqrt{\text{Hz}}$  nel primo caso,  $0,23 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$  nel secondo).

Oltre ad incidere sulla sensibilità dell'elemento di trasduzione, la massa  $m$  influisce in modo rilevante sul rumore termico generato dalla microstruttura mobile; in particolare, tanto più grande è la massa  $m$ , tanto minore è la componente di rumore dovuta al moto Browniano, come indicato nell'espressione (2.53) del rumore totale equivalente di accelerazione riferito all'ingresso del sensore.

Dall'espressione (2.53) si osserva che un secondo parametro su cui si può agire per ridurre il livello di rumore termico è il fattore di qualità  $Q$  del sistema massa sismica-supporti di sospensione. Un aumento del fattore  $Q$ , a cui corrisponde una riduzione del rumore totale equivalente di accelerazione, si ottiene riducendo il coefficiente di smorzamento  $c$  del sistema. Quest'ultimo è dato dallo smorzamento

viscoso introdotto dal mezzo circostante la *proof-mass* e dallo smorzamento di natura strutturale; tuttavia, anche in condizioni di bassa pressione, la componente strutturale è inferiore di alcuni ordini di grandezza a quella dovuta allo smorzamento viscoso e quindi può essere trascurata [33].

Il coefficiente di smorzamento può essere ridotto mediante un *packaging* a bassa pressione il cui caso limite è la creazione del vuoto nella camera ermetica in cui viene racchiusa la microstruttura mobile. Il *packaging* “sotto vuoto” permette di ottenere fattori di qualità superiori a 50000 [5] ma, allo stesso tempo, aumenta la complessità di costruzione, e quindi il costo del dispositivo. Inoltre, il dispositivo può mostrare delle variazioni a lungo termine delle prestazioni a causa di eventuali perdite dell'incapsulamento [33].

Altro metodo per ridurre il coefficiente di smorzamento è quello di realizzare sulla massa sismica dei fori di smorzamento detti *damping holes*; attraverso la loro dimensione e la loro densità rispetto all'area della *proof-mass* è possibile controllare il coefficiente di smorzamento [33]. Nei sensori realizzati mediante *surface micromachining* la pratica dei fori di smorzamento assolve anche ad un secondo compito: facilitare il processo di rimozione dello strato sacrificale al di sotto delle microstrutture di area estesa. La stessa pratica risulta essere, però, di difficile realizzazione nelle microstrutture ad elevato spessore ottenute con la *bulk micromachining* [7].

## Capitolo 3

*Come la variazione di capacità prodotta dallo spostamento della microstruttura mobile di un accelerometro capacitivo viene rilevata mediante un sistema elettronico comprensivo di un sistema di pilotaggio delle capacità di sensig, di un demodulatore e di un filtro passa basso per l'estrazione del segnale utile e l'eliminazione delle componenti di disturbo.*

### 3.1 Interfaccia capacitiva: dalla grandezza meccanica alla grandezza elettrica

Nei microaccelerometri meccanici l'accelerazione oggetto di misura viene convertita in uno spostamento dell'elemento mobile della microstruttura meccanica che costituisce l'elemento di trasduzione del dispositivo e che può essere modellata, come si è visto nel paragrafo 2.1.1, con un sistema del secondo ordine composto da una massa sismica (*proof-mass*), una molla lineare ed un elemento smorzatore.

Basandosi su tale modello si è trovata la relazione:

$$x \approx \frac{a}{\omega_n^2} = \frac{m}{k} a \quad (3.1)$$

esistente tra lo spostamento  $x$  della struttura mobile (massa sismica) e l'accelerazione  $a$ ; in tale espressione, derivante dalle (2.3) e (2.11),  $\omega_n$  è la pulsazione naturale di risonanza della microstruttura meccanica,  $k$  la costante elastica del sistema di sospensioni della *proof-mass* ed  $m$  la sua massa.

Gli spostamenti della microstruttura mobile assumono valori tipicamente molto piccoli e questo risulta essere particolarmente vero per i sensori realizzati mediante *surface micromachining* dove le limitazioni nelle dimensioni della struttura mobile fanno sì che la sua massa sia tipicamente inferiore al micro-grammo ( $\mu\text{g}$ ).

Come esempio si consideri un microaccelerometro ad asse singolo avente *proof-mass* di massa  $m = 0,2 \mu\text{g}$  e frequenza di risonanza  $f_n = 8,1 \text{ kHz}$ . Se il dispositivo è soggetto ad un'accelerazione di  $1 \text{ mg}$  nella direzione dell'asse di sensibilità ( $1g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ), allora il corrispondente spostamento della massa sismica risulta essere di soli  $x = 3,8 \times 10^{-12} \text{ m}$  [1].

Per rilevare i piccoli spostamenti dell'elemento mobile di un microaccelerometro meccanico e tradurre tali spostamenti in una grandezza elettrica misurabile, sono disponibili diverse tecniche di trasduzione tra le quali ricordiamo i metodi piezoelettrico (si veda il paragrafo 2.3), piezoresistivo (par. 2.2), risonante (par. 2.4), ad effetto Tunnel (par. 2.5) e il metodo capacitivo (par. 2.6). Ognuna di queste tecniche presenta dei vantaggi e degli svantaggi ma nessuna risulta dominare sulle altre in termini di prestazioni globali [2].

Tra i vari principi di trasduzione quello capacitivo presenta caratteristiche tali da farne il metodo più diffuso nei microaccelerometri MEMS ed in particolare per quelli

realizzati mediante la tecnologia di *surface micromachining*. A sostegno di ciò basta ricordare che il processo di fabbricazione della struttura meccanica utilizza gli stessi passi di processo della tecnologia di fabbricazione dei circuiti integrati e generalmente non necessita di passi aggiuntivi; se ne richiede, questi sono in numero limitato. Inoltre si possono realizzare dispositivi con sensibilità elevate, ed essendo il principio di trasduzione intrinsecamente insensibile alla temperatura, si possono ottenere coefficienti di temperatura trascurabili [2, 3]. Infine, l'interfaccia capacitiva, ovvero i condensatori realizzati dalla microstruttura meccanica, possono essere usati sia per rilevare lo spostamento della *proof-mass* (funzionamento da sensore) sia per applicare ad essa una forza al fine di provocarne il movimento (funzionamento da attuttore).

Data la diffusione dei microaccelerometri che fanno uso del principio di trasduzione capacitivo, si esaminerà in seguito tali tipi di sensore.

### 3.1.1 Il segnale utile: lettura e conversione della variazione delle capacità di sensing

Come si è visto nel paragrafo 2.6 dedicato ai microaccelerometri capacitivi, l'elemento di trasduzione è caratterizzato da uno o più condensatori di *sensing* i cui valori di capacità sono estremamente piccoli; in particolare per i sensori realizzati mediante *surface micromachining* le capacità sono comprese tipicamente tra i 50 fF e il pF.

Inoltre, ai piccoli spostamenti della *proof-mass* corrispondono variazioni delle capacità di *sensing* di valore di molto inferiore al loro valore nominale. Ritornando all'esempio dell'accelerometro ad asse singolo con frequenza di risonanza  $f_n = 8,1$  kHz, si consideri per questo una capacità di *sensing*  $C_{s0}$  pari a 100 fF e, nell'approssimazione di condensatore ad armature piane e parallele, una distanza nominale tra le armature pari a  $d_0 = 1$   $\mu$ m. Abbiamo visto che l'applicazione di un'accelerazione costante di 1 mg provoca uno spostamento dell'elemento mobile di  $x = 3,8 \times 10^{-12}$  m a cui corrisponde, dalla (2.45), una variazione della capacità di *sensing* pari a  $\Delta C \approx 0,38 \times 10^{-18}$  F = 0,38 aF. La variazione di capacità risulta essere, quindi, di circa  $260 \times 10^3$  volte più piccola della capacità nominale  $C_{s0}$  [1].

Dati i piccoli valori delle capacità di *sensing* e le ancora più piccole variazioni di capacità, risulta essere di primaria importanza adottare, nella realizzazione del dispositivo, quelle soluzioni che riducano il più possibile le componenti parassite ed i loro effetti. Inoltre, si richiede all'interfaccia elettronica, il cui scopo è quello di rilevare ed amplificare le piccole variazioni delle capacità di *sensing* [2], di essere estremamente sensibile.

Una possibile soluzione per ottenere bassi valori delle capacità parassite di interconnessione è quello di adottare un approccio completamente monolitico, cioè integrare in uno stesso chip sia l'elemento meccanico di trasduzione, sia la parte elettronica di "lettura" e di condizionamento del segnale. Se questo non è possibile, una soluzione alternativa è quella di integrare nello stesso chip in cui viene realizzato l'elemento sensibile almeno il primo stadio di amplificazione [1]. Nelle situazioni in cui le capacità parassite di interconnessione (*wiring parasitics*) risultano essere dominanti, ad esempio nei sistemi multi-chip, risulta essere conveniente l'utilizzo di altri principi di trasduzione tra cui il più allettante è il principio piezoresistivo,



caratterizzato dalla semplicità di interfacciamento con i circuiti elettronici *off-chip* [3], nonostante questo presenti, rispetto al principio capacitivo, una maggiore sensibilità alla temperatura ed una maggiore dissipazione di potenza [2].

Nei microaccelerometri capacitivi la struttura meccanica che effettua la conversione dell'accelerazione in una variazione di capacità, giustificando così l'uso per essa del termine di interfaccia capacitiva, è realizzata in modo tale da formare, tra l'elemento mobile e la struttura fissa ad esso circostante, uno o più condensatori variabili detti *sense capacitor* o condensatori di *sensing*.

L'interfaccia capacitiva può assumere diverse forme in base a diversi fattori di scelta, ad esempio: la direzione dell'accelerazione a cui l'elemento meccanico mobile deve essere sensibile; il parametro capacitivo che si vuole far variare (distanza tra le armature, area di sovrapposizione delle armature); e il principio di misura della variazione di capacità. Relativamente a quest'ultimo fattore di scelta, si è visto nel paragrafo 2.6 che la microstruttura meccanica può dare forma ad un unico condensatore variabile avente un'armatura fissa ed una mobile formate, rispettivamente, dalla parte fissa e dalla parte mobile della microstruttura meccanica; oppure può realizzare un condensatore differenziale a tre armature di cui quella centrale è mobile. A seconda della soluzione adottata la misura della variazione di capacità, e quindi dello spostamento dell'armatura mobile, avviene, rispettivamente, in modo “asimmetrico” oppure in modo differenziale.

Nel paragrafo 2.6 si è visto che l'applicazione di un'accelerazione esterna al dispositivo provoca lo spostamento dell'armatura mobile dell'interfaccia capacitiva di trasduzione con conseguente variazione della (o delle) capacità di *sensing* di cui è composta. Nello stesso paragrafo sono state ricavate, per entrambe le soluzioni strutturali sopra indicate, le relazioni esistenti tra lo spostamento  $x$  e la variazione di capacità  $\Delta C$  (oltre alle relazioni tra queste e l'accelerazione  $a$ ).

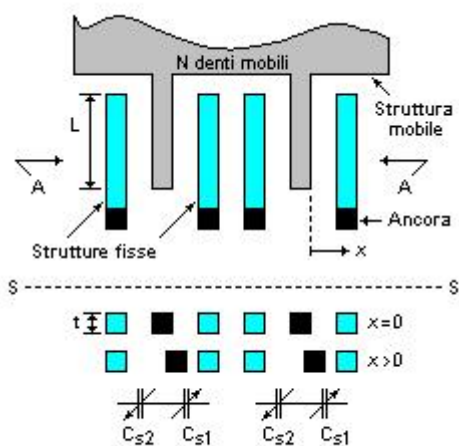
Il passo successivo consiste nel rilevare e convertire la variazione di capacità  $\Delta C$  in una grandezza elettrica di tensione, o di corrente, ad essa proporzionale e di cui si è in grado di effettuarne la misura. Tale funzione è svolta dall'interfaccia elettronica che, come si è fatto notare in precedenza, deve essere in grado di risolvere variazioni di capacità estremamente piccole in presenza di capacità parassite molto più grandi [3].

In generale i vari principi di trasduzione dei microaccelerometri meccanici hanno come caratteristica comune il fatto che l'applicazione di un'accelerazione al dispositivo causa lo spostamento di un elemento mobile con conseguente variazione di una grandezza, caratteristica del principio di trasduzione impiegato, rilevabile per via elettrica. Compito dell'interfaccia elettronica è, quindi, quello di rilevare e di convertire tale variazione in un segnale di tensione (o di corrente) contenente l'informazione sulla sua entità. Ad esempio, nei microaccelerometri piezoresistivi (paragrafo 2.2) il movimento della massa sismica causa la variazione della resistività degli elementi piezoresistivi realizzati in quei punti della microstruttura dove la sensibilità alla deformazione risulta essere maggiore. L'interfaccia elettronica di *readout* prevede, generalmente, l'inserimento dei piezoresistori in un ponte di Wheatstone il quale converte le variazioni di resistività in una corrente di squilibrio del ponte.

Sebbene le interfacce di “lettura” abbiano una finalità comune a tutti i principi di

trasduzione, la loro realizzazione prevede un'ampia varietà di soluzioni che dipendono, tra le altre cose, dal metodo di trasduzione impiegato, dalle prestazioni richieste e dalle specifiche imposte.

Per uno studio sulle caratteristiche e sul funzionamento di un'interfaccia di *readout*, si consideri il caso di un microaccelerometro capacitivo realizzato mediante *surface micromachining* e con interfaccia capacitiva formante un condensatore differenziale variabile a tre armature. In particolare si faccia riferimento alla struttura a pettine introdotta nel paragrafo 2.6.1 e mostrata in Fig. 3.1.



**Fig. 3.1** Interfaccia capacitiva di trasduzione con struttura a pettine.

Questa struttura, sensibile alle accelerazioni parallele al substrato ed impiegata diffusamente nei dispositivi commerciali (ADXL50, ADXL150, ADXL202), è equivalente ad un condensatore a tre armature di cui quella centrale è mobile; condensatore che può essere rivisto come la serie di due condensatori variabili,  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , aventi armatura mobile comune e tale che ad un suo spostamento corrisponda un incremento della capacità in uno dei due condensatori ed una diminuzione nell'altro.

Nell'approssimazione dei condensatori ad armature piane e parallele, le capacità di *sensing* complessive  $C_{s1}$ ,  $C_{s2}$ , date dalle (2.28), risultano essere:

$$C_{s1} = \epsilon_0 \frac{A}{(d_0 - x)} \quad , \quad C_{s2} = \epsilon_0 \frac{A}{(d_0 + x)} \quad (3.2)$$

dove  $A$  è l'area complessiva di sovrapposizione tra gli elementi meccanici che formano le armature del condensatore differenziale;  $x$  lo spostamento dell'elemento mobile rispetto alla sua posizione di riposo corrispondente alla condizione di accelerazione nulla;  $d_0$  la distanza a riposo tra le armature.

Nelle espressioni di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  date dalla (3.2) si sono tralasciati i contributi dovuti alle capacità di *fringing* che risultano essere una frazione rilevante delle capacità di *sensing* [3]. Tenendo conto di tali contributi si ha:

$$C_{s1}' = \varepsilon_0 \frac{A}{(d_0 - x)} + C_{Fringe} \quad , \quad C_{s2}' = \varepsilon_0 \frac{A}{(d_0 + x)} + C_{Fringe} \quad (3.3)$$

Indicata con  $C_{s0}$  la capacità di *sensing* a riposo ottenuta dalle (3.2) per  $x = 0$ , si può scrivere per le  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , nelle ipotesi di piccoli spostamenti per l'elemento mobile ( $x \ll d_0$ ) e tralasciando le capacità di *fringing* ( $C_{Fringe}$ ), le seguenti espressioni:

$$C_{s1} \approx C_{s0} + \frac{dC_{s1}}{dx} x \quad , \quad C_{s2} \approx C_{s0} + \frac{dC_{s2}}{dx} x \quad (3.4)$$

dove i coefficienti  $dC_{s1}/dx$  e  $dC_{s2}/dx$  risultano essere in tali ipotesi:

$$\frac{dC_{s1}}{dx} = \varepsilon_0 \frac{A}{(d_0 - x)^2} \approx \frac{C_{s0}}{d_0} \quad , \quad \frac{dC_{s2}}{dx} = -\varepsilon_0 \frac{A}{(d_0 + x)^2} \approx -\frac{C_{s0}}{d_0} \quad (3.5)$$

Pertanto, indicata con

$$\frac{dC}{dx} \approx \frac{C_{s0}}{d_0} \quad (3.6)$$

la sensibilità della singola capacità di *sensing* nelle condizioni di piccoli spostamenti, le (3.4) si riscrivono come:

$$C_{s1} \approx C_{s0} + \frac{dC}{dx} x \quad , \quad C_{s2} \approx C_{s0} - \frac{dC}{dx} x \quad (3.7)$$

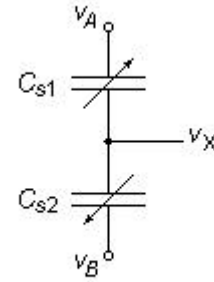
Se nelle espressioni di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  si considerano i contributi delle capacità di *fringing*, la corrispondente capacità a riposo  $C_{s0}'$ , ottenuta dalle (3.3) per uno spostamento  $x$  nullo, risulta essere:  $C_{s0}' = C_{s0} + C_{Fringe}$ . La sensibilità delle capacità di *sensing* è ancora data dalla (3.6) ma risulta essere inferiore al rapporto tra la capacità  $C_{s0}'$  e la distanza  $d_0$ . Sperimentalmente si sono misurate sensibilità dal 10% al 30% inferiori alla sensibilità teorica e questo è dovuto alla presenza delle capacità di *fringing* che non variano in modo apprezzabile in seguito ai tipici spostamenti della *proof-mass* [2].

Dalla (3.6) e (3.7) si osserva che nelle condizioni di piccoli spostamenti dell'elemento mobile del sensore, generalmente verificate nel normale impiego dell'accelerometro, le capacità di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , subiscono delle variazioni, in prima approssimazione, uguali in modulo, linearmente proporzionali allo spostamento, ma di segno opposto (mentre una diminuisce l'altra aumenta). Questo risultato, unito alla struttura dell'interfaccia capacitiva, fa sì che una semplice realizzazione dell'interfaccia di "lettura" delle variazioni di capacità risulti essere il partitore di tensione capacitivo. Infatti, l'interfaccia capacitiva considerata, equivalente alla serie dei due condensatori variabili  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , dà vita al partitore capacitivo di Fig. 3.2 sul quale la tensione da ripartire viene applicata tra le armature

fisse dei due condensatori in serie mentre l'armatura centrale, mobile e comune ad entrambi, risulta essere il nodo di prelievo.

Per rilevare le variazioni di capacità, il partitore capacitivo è alimentato alle estremità con due segnali di tensione:  $v_A$  e  $v_B$ ; ai quali ci riferiremo in seguito come segnali di pilotaggio. Il segnale contenente l'informazione desiderata è il segnale di tensione  $v_X$  prelevato all'armatura centrale formata dall'elemento mobile del sensore.

Assumiamo, per il momento, che le due tensioni di pilotaggio siano costanti, uguali in modulo e di polarità opposta; siano cioè:  $v_A = V_D$  e  $v_B = -V_D$ . La tensione al nodo di prelievo risulta essere:



**Fig. 3.2** Partitore capacitivo equivalente.

$$v_X = \frac{C_{s1}}{C_{s1} + C_{s2}} v_A + \frac{C_{s2}}{C_{s1} + C_{s2}} v_B = \frac{C_{s1} - C_{s2}}{C_{s1} + C_{s2}} V_D \quad (3.8)$$

e sostituendo le (3.7) nelle (3.8) si ottiene:

$$v_X \approx \frac{C_{s0} + \frac{dC}{dx}x - C_{s0} + \frac{dC}{dx}x}{C_{s1} + C_{s2}} V_D = \frac{V_D}{C_{s0}} \frac{dC}{dx}x \quad (3.9)$$

La (3.9) mostra che nelle condizioni di piccoli spostamenti dell'elemento mobile la tensione di uscita al nodo X risulta essere proporzionale allo spostamento  $x$  e per la (3.6) tale proporzionalità risulta essere di tipo lineare.

Nell'esempio introdotto in precedenza dell'accelerometro avente frequenza di risonanza  $f_n = 8,1$  kHz, capacità di *sensing* a riposo  $C_{s0} = 100$  fF e distanza nominale per le armature  $d_0 = 1$   $\mu$ m, si è visto che l'elemento mobile subisce uno spostamento dalla sua posizione di riposo di soli  $x = 3,8 \times 10^{-12}$  m in seguito all'applicazione di un'accelerazione costante  $a$  di 1 mg. E' evidentemente verificata la condizione di piccoli spostamenti e quindi sono applicabili le (3.6), (3.7) e (3.9), dalle quali si ricava una sensibilità  $dC/dx$  di 100 fF/ $\mu$ m e una variazione di capacità di *sensing*  $\Delta C \approx (dC/dx)x$  di  $0,38 \times 10^{-18}$  F. Se  $V_D = 5$  V è la tensione di pilotaggio del partitore, la tensione prelevata al nodo X, data dalla (3.9), è di soli 13  $\mu$ V [1].

I segnali  $v_A$  e  $v_B$ , con cui viene "pilotato" il partitore capacitivo, sono generalmente dei segnali sinusoidali di tensione, oppure onde quadre, in opposizione di fase, sovrapposti a delle componenti continue di polarizzazione e di frequenza superiore alla massima velocità di variazione ammessa per il segnale di accelerazione. Assumendo per semplicità e generalità di trattazione:

$$\begin{aligned} v_A(t) &= V_A + v_a(t) = V_A + v_d(t) = V_A + V_D \sin(\omega_d t) \\ v_B(t) &= V_B + v_b(t) = V_B - v_d(t) = V_B - V_D \sin(\omega_d t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

si ha che il segnale di tensione al nodo X risulta essere dello stesso tipo dei segnali di pilotaggio; cioè, ad un'eventuale componente continua  $V_C$  è sovrapposto un segnale sinusoidale  $v_x(t)$  di frequenza  $f_d = \omega_d / 2\pi$  pari alla frequenza dei segnali di pilotaggio

$$v_x(t) = V_C + v_x(t) \quad (3.11)$$

La componente  $V_C$  è data da:

$$V_C = \frac{C_{s1}}{C_{s1} + C_{s2}} V_A + \frac{C_{s2}}{C_{s1} + C_{s2}} V_B \approx \frac{(V_A + V_B)}{2} + \frac{(V_A - V_B)}{2C_{s0}} \frac{dC}{dx} x \quad (3.12)$$

dove si è usata l'approssimazione  $C_{s1} + C_{s2} \approx 2C_{s0}$  valida nelle ipotesi di piccoli spostamenti,  $x \ll d_0$ , essendo per la (3.6):

$$\frac{dC}{dx} x \approx \frac{C_{s0}}{d_0} x \ll C_{s0} \quad (3.13)$$

L'espressione del segnale sinusoidale  $v_x(t)$  in uscita al nodo di prelievo, è ottenuta dalla (3.9) sostituendo alla  $V_D$  la componente sinusoidale  $v_d(t) = V_D \sin(\omega_d t)$ :

$$v_x(t) = V_X \sin(\omega_d t) \approx \frac{1}{C_{s0}} \frac{dC}{dx} x v_d(t) = \frac{V_D}{C_{s0}} \frac{dC}{dx} x \sin(\omega_d t) \quad (3.14)$$

Dall'espressione di  $v_x(t)$  si osserva che l'ampiezza del segnale è proporzionale allo spostamento dell'armatura mobile comune ad entrambi i condensatori di *sensing* e di conseguenza risulta essere proporzionale alla variazione di capacità che essi subiscono. Infatti, dalla (3.6) si ha che la variazione di capacità subita da ciascun condensatore a seguito di uno spostamento  $x$  dell'elemento mobile rispetto alla sua posizione di riposo risulta essere:

$$\Delta C \approx \frac{dC}{dx} x \approx \frac{C_{s0}}{d_0} x \quad (3.15)$$

mentre la differenza tra le capacità di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  è data da:

$$\Delta C_{12} = C_{s1} - C_{s2} \approx 2 \frac{dC}{dx} x = 2 \Delta C \quad (3.16)$$

Le (3.12) e (3.14) si possono perciò riscrivere come:

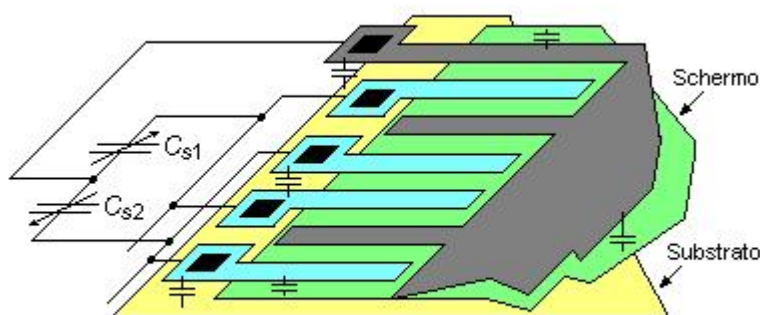
$$V_C = \frac{(V_A + V_B)}{2} + \frac{(V_A - V_B)}{2} \frac{\Delta C}{C_{s0}} \quad (3.17)$$

$$v_x(t) = V_D \frac{\Delta C}{C_{s0}} \sin(\omega_d t) = \frac{\Delta C}{C_{s0}} v_d(t) = \frac{\Delta C_{12}}{2C_{s0}} v_d(t) \quad (3.18)$$

Come esempi reali si consideri gli accelerometri ADXL150 e ADXL50. Nel primo i segnali  $v_A(t)$  e  $v_B(t)$  sono delle onde quadre di ampiezza  $V_D = V_S/2$ , con  $V_S$  tensione di alimentazione del dispositivo, frequenza  $f_d = 100$  kHz e valore medio  $V_A = V_B = V_S/2$ . Per tali valori la componente continua del segnale di tensione al nodo X risulta essere pari a  $V_C = V_S/2$  [4], come confermato anche dalla (3.12). Nel secondo dispositivo i segnali di pilotaggio  $v_A(t)$  e  $v_B(t)$  hanno come componente alternata  $v_d(t)$  un'onda quadra di frequenza  $f_d = 1$  MHz e valore medio nullo, mentre le componenti continue sono rispettivamente  $V_A = 3,4$  V e  $V_B = 0,2$  V. In condizione di accelerazione nulla in uscita al nodo X si ha  $V_C = 1,8$  V [5].

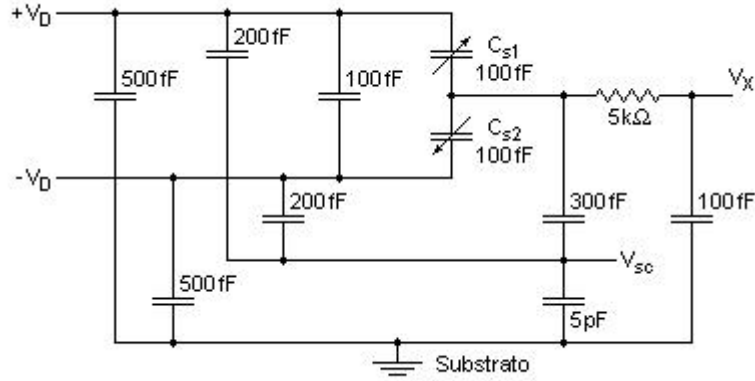
### 3.1.2 Le capacità parassite e il loro effetto sul segnale utile

Con riferimento all'interfaccia capacitiva con struttura a pettine di Fig. 3.1, si possono individuare, tra i vari elementi strutturali, numerose capacità parassite. Capacità parassite si possono avere tra gli elementi a “dente di pettine” ed il substrato; tra questi ed un eventuale schermo realizzato allo scopo di attenuare gli effetti delle capacità parassite e dei campi elettrostatici indesiderati [3, 6]; ed infine, tra appendici a “dente di pettine” adiacenti facenti parte di armature diverse. Come mostrato in modo intuitivo in Fig. 3.3 altre capacità parassite si possono avere tra gli elementi della struttura mobile ed il substrato, tra questi e lo schermo, e tra lo schermo ed il substrato. Inoltre, non vanno dimenticate le capacità parassite di *wiring* dovute alle interconnessioni fisiche tra la struttura meccanica e l'interfaccia elettronica.



**Fig. 3.3** Schema semplificato della sezione di un'interfaccia capacitiva con struttura a pettine in cui sono indicate le possibili capacità parassite [14].

In Fig. 3.4 è mostrato il circuito equivalente dell'interfaccia capacitiva correlato dalle varie capacità parassite di cui si sono indicati dei valori esemplificativi.



**Fig. 3.4** Circuito equivalente dell'interfaccia capacitiva con capacità parassite [14].

Per avere un'idea dell'impatto delle capacità parassite sul segnale d'informazione in uscita al nodo X si consideri lo schema circuitale di Fig. 3.5 dove con  $V_{sb}$  e  $V_{sc}$  si sono indicati i potenziali del substrato e dello schermo, mentre con  $C_{p1}$  e  $C_{p2}$  si sono indicate le relative capacità parassite. Le tensioni di pilotaggio del partitore,  $+V_D$  e  $-V_D$ , saranno considerate, per semplicità, costanti. Applicando la sovrapposizione degli effetti al circuito di figura si ha:

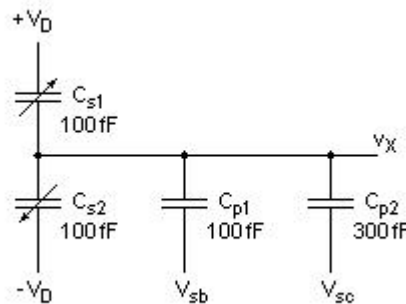
$$v_X = \frac{(C_{s1} - C_{s2})}{C_T} V_D + \frac{(C_{p1} V_{sb} + C_{p2} V_{sc})}{C_T} \quad (3.19)$$

da cui, ricordando la (3.15):

$$v_X \approx \frac{2\Delta C}{C_T} V_D + \frac{(C_{p1} V_{sb} + C_{p2} V_{sc})}{C_T} \quad (3.20)$$

Con  $C_T$  si è indicata la capacità complessiva dei condensatori connessi al nodo X e data da:

$$C_T = C_{s1} + C_{s2} + C_{p1} + C_{p2} \approx 2C_{s0} + C_{p1} + C_{p2} \quad (3.21)$$



**Fig. 3.5** Circuito equivalente semplificato in cui si tiene conto del potenziale di substrato ( $V_{sb}$ ) e del potenziale dello schermo ( $V_{sc}$ ) [14].

Confrontando l'espressione di  $v_x$  appena ottenuta con la (3.9), ricavata tralasciando le capacità parassite, si osservano due effetti principali delle componenti parassite sulla tensione  $v_x$ . In primo luogo, la tensione d'uscita risulta essere legata tramite  $C_{p1}$  e  $C_{p2}$  ai potenziali di tensione del substrato e dello schermo; variazioni di  $V_{sb}$ , o di  $V_{sc}$ , comportano variazioni della tensione d'uscita  $v_x$  risultando, quindi, potenziali sorgenti di errore. Con riferimento ai valori numerici indicati per  $C_{s1}$ ,  $C_{s2}$  e  $C_{s0}$  in Fig. 3.5, si osserva che una variazione di  $V_{sb}$  di 1 mV comporta una variazione di  $v_x$  di  $330 \mu\text{V}$  [2].

Il secondo effetto delle capacità parassite sul segnale in uscita al nodo X si osserva sul termine della (3.20) proporzionale alla variazione  $\Delta C$  delle capacità di *sensing*. A tale termine ci si riferisce come segnale utile o segnale d'informazione in quanto contenente l'informazione sull'entità dello spostamento della *proof-mass* in seguito all'applicazione di un'accelerazione al dispositivo e, quindi, sull'entità dell'accelerazione stessa. Viceversa, i contributi alla  $v_x$  dovuti ai potenziali di substrato e dello schermo costituiscono dei termini di errore.

Nella (3.20) il segnale utile è dato dal primo addendo:

$$v_U = \frac{2 \Delta C}{C_T} V_D \approx \frac{2 \Delta C}{2 C_{s0} + C_{p1} + C_{p2}} V_D \quad (3.22)$$

e confrontando tale espressione con la (3.9) si osserva che le capacità parassite introducono sul segnale utile un'attenuazione che risulta essere tanto maggiore quanto più grandi sono le capacità  $C_{p1}$  e  $C_{p2}$ . Infatti, l'attenuazione, definita come il rapporto tra il segnale utile in assenza di capacità parassite e il segnale utile in loro presenza, risulta essere data da:

$$A_v = \frac{\frac{\Delta C}{C_{s0}} V_D}{\frac{2 \Delta C}{C_T} V_D} = \frac{C_T}{2 C_{s0}} \approx 1 + \frac{(C_{p1} + C_{p2})}{2 C_{s0}} \quad (3.23)$$

Stessa attenuazione del segnale è subita dalla componente alternata  $v_x$  presente al nodo di prelievo nel caso più generale in cui il partitore capacitivo di Fig. 3.5 sia pilotato da due segnali di tensione  $v_A$  e  $v_B$  caratterizzati, come indicato dalle (3.10), dalla presenza di una componente alternata  $v_d$  sovrapposta ad una tensione di polarizzazione costante. La presenza delle capacità parassite  $C_{p1}$  e  $C_{p2}$  introduce sull'ampiezza della componente  $v_x$  espressa dalla (3.18) l'attenuazione  $A_v$ , ottenendo per  $v_x$  la nuova ampiezza:

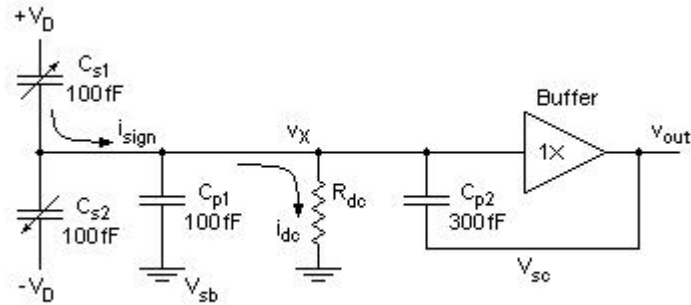
$$V_x = \frac{1}{A_v} \frac{\Delta C}{C_{s0}} V_D = \frac{2 \Delta C}{C_T} V_D \approx \frac{2 \Delta C}{2 C_{s0} + C_{p1} + C_{p2}} V_D \quad (3.24)$$

Si osservi, inoltre, che la componente alternata  $v_x$  contiene l'informazione sulla variazione della capacità di *sensing*  $\Delta C$  e pertanto risulta essere il segnale utile al nodo X.

Per ridurre l'attenuazione introdotta dagli elementi parassiti, ed in particolare



dalle capacità di interconnessione (di *wiring*), alcune soluzioni prevedono la schermatura delle linee di segnale ed il pilotaggio dello schermo mediante un *buffer* a guadagno unitario come mostrato in Fig. 3.6.



**Fig. 3.6** Possibile soluzione del circuito di misura per la riduzione degli effetti delle capacità parassite [2].

In questo modo le capacità parassite formatesi tra le linee di segnale e lo schermo, rappresentate da  $C_{p2}$ , risultano avere ai loro capi una differenza di potenziale sempre pressoché nulla eliminandone gli effetti sul segnale utile presente al nodo X [1, 3]. L'impiego di schermi è utile, inoltre, per evitare la formazione di campi elettrici tra l'elemento sensibile e i conduttori circostanti; campi che indurrebbero sulla *proof-mass* delle forze elettrostatiche indistinguibili dalla forza d'inerzia dovuta all'accelerazione esterna con conseguente errore nella misura [1, 3].

Con riferimento allo schema di Fig. 3.6, la tensione al nodo X risulta essere:

$$v_X \approx \frac{2 \Delta C}{2C_{s0} + C_{p1}} V_D + \frac{C_{p1}}{2C_{s0} + C_{p1}} V_{sb} \quad (3.25)$$

da cui il segnale utile risulta avere ampiezza:

$$V_X \approx \frac{2 \Delta C}{2C_{s0} + C_{p1}} V_D \quad (3.26)$$

L'utilizzo di un amplificatore *buffer* in uscita all'armatura mobile è una soluzione comune alle interfacce elettroniche di *readout* ed è dettata dall'elevata impedenza del nodo d'uscita X e dai piccoli valori dell'ampiezza del segnale utile  $v_X$ . Esempi si possono avere nei dispositivi commerciali ADXL50, ADXL05 e ADXL150, introdotti in commercio, anni or sono, dalla Analog Devices [5-8].

Le sorgenti di rumore a bassa frequenza introdotte dallo stadio *buffer*, come ad esempio le derive, l'*offset* e il rumore  $1/f$  (*flicker noise*), sono rimosse in modo efficace attraverso la stabilizzazione "*chopper*" (*chopper stabilization*) [2] che consiste nel pilotare il partitore capacitivo con segnali sinusoidali, oppure onde quadre, di frequenza sufficientemente elevata (tipicamente nel range compreso tra i 100 kHz e i 10 Mhz) [1, 2].

Dalla (3.18) si è visto che il segnale utile presente al nodo X di prelievo risulta avere la stessa forma d'onda della componente alternata  $v_d$  dei segnali di pilotaggio del partitore capacitivo: cioè, se  $v_d$  è un segnale sinusoidale, allora lo è anche il segnale utile  $v_x$ . Inoltre, l'ampiezza di  $v_x$  risulta essere, nelle ipotesi di piccoli spostamenti, linearmente proporzionale alla variazione  $\Delta C$  delle capacità di *sensing*. In base a ciò, il segnale utile in uscita al *buffer* risulta avere le stesse caratteristiche di forma d'onda e ampiezza del segnale  $v_x$  presente al suo ingresso. Viceversa, variazioni lente del segnale di tensione, dovute per esempio all'*offset* dell'amplificatore *buffer*, si traducono in una traslazione del livello della componente continua in uscita, ma non influiscono sull'ampiezza della componente alternata (segnale utile) [2].

Nell'esempio dell'interfaccia di Fig. 3.6 è necessario adottare particolari provvedimenti per controllare il valore della componente continua presente al nodo X; diversamente il suo valore risulterebbe indefinito con la possibile conseguenza di portare l'amplificatore *buffer* in condizioni di saturazione durante il normale impiego del dispositivo. In condizioni di saturazioni l'uscita del *buffer* assumerebbe un valore prossimo alla tensione di alimentazione perdendo l'informazione sull'ampiezza del segnale utile.

Una possibile soluzione, mostrata in Fig. 3.6 prevede l'utilizzo di un resistore  $R_{dc}$  di valore elevato, connesso al nodo X e con il compito di fissare il potenziale continuo e a bassa frequenza del nodo di prelievo ad un valore vicino allo zero [2]. Una prova immediata di quanto affermato può essere ottenuta osservando il circuito di Fig. 3.6 in regime di segnali continui. Supponiamo, per assurdo, che la tensione  $V_C$  al nodo X sia diversa da zero. In tale ipotesi sulla resistenza  $R_{dc}$  circolerà una corrente  $I_{DC}$  non nulla che arriverà, o si chiuderà, attraverso uno o più condensatori connessi al nodo X. Sapendo però, che per segnali continui le capacità si comportano, almeno idealmente, come dei circuiti aperti, in esse non potranno circolare correnti e, quindi, non potrà circolare corrente sulla resistenza  $R_{dc}$ . In conclusione la corrente  $I_{DC}$  deve essere nulla come nulla deve essere la tensione  $V_C$ .

Il valore della resistenza  $R_{dc}$  deve essere scelto in modo tale da minimizzare l'attenuazione che essa introduce sul segnale utile; deve essere, cioè, verificata la condizione  $i_{dc} \ll i_{sign}$  [2], dove  $i_{dc}$  è la corrente prelevata dalla resistenza  $R_{dc}$  e  $i_{sign}$  la corrente di segnale proveniente dal partitore capacitivo (Fig. 3.6). Tale condizione si traduce nella condizione su  $R_{dc}$  [2]:

$$R_{dc} \gg \frac{1}{2\pi f_d C_{s0}} \quad (3.27)$$

con  $f_d$  la frequenza dei segnali di pilotaggio del partitore. Per  $C_{s0} = 100$  fF e  $f_d = 1$  MHz si ha che la resistenza  $R_{dc}$  deve essere maggiore di 1,6 M $\Omega$ .

Se da un lato gli elevati valori di  $R_{dc}$  limitano l'attenuazione del segnale e minimizzano il suo contributo al rumore termico [3], dall'altro richiedono grandi aree di silicio che in molti casi portano ad un aumento della capacità parassita al nodo X [2].

In conclusione, si è visto che nel caso particolare di un'interfaccia capacitiva

equivalente ad un condensatore differenziale a tre armature, di cui quella centrale è mobile, il principio più diffuso per rilevare e quantificare la variazione delle capacità di *sensing* che lo compongono è quello di valutare il segnale di tensione presente sull'armatura centrale comune ad entrambe le capacità (Fig. 3.2). A tale scopo le armature fisse dei condensatori di *sensing*  $C_{s1}$ ,  $C_{s2}$ , che compongono il condensatore differenziale, sono alimentate da due segnali di tensione caratterizzati da una componente alternata che si differenzia da un morsetto di alimentazione all'altro solo per il fatto che l'una è il ribaltamento dell'altra, ovvero le componenti alternate risultano avere la stessa forma d'onda (onda quadra o segnale sinusoidale), la stessa ampiezza, la stessa frequenza (generalmente compresa tra i 100 kHz e i 10 MHz), ma sono sfasate tra di loro di  $180^\circ$ .

Il segnale di tensione presente sull'armatura centrale contiene, a sua volta, una componente alternata  $v_x$  avente la stessa forma d'onda delle corrispondenti componenti dei segnali di pilotaggio del partitore, stessa frequenza  $f_d$ , e ampiezza proporzionale alla variazione  $\Delta C$  delle capacità di *sensing* causata dallo spostamento dell'elemento mobile del sensore. Tale componente costituisce il segnale utile in uscita all'interfaccia capacitiva contenente, in termini di grandezza elettrica, l'informazione sull'entità dello spostamento della massa sismica e quindi sull'entità dell'accelerazione esterna. Nel caso di accelerazione nulla, lo spostamento dell'elemento mobile risulta essere nullo; di conseguenza le capacità di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  sono uguali e pari al loro valore di riposo  $C_{s0}$ . In tali condizioni il partitore capacitivo, formato dalla serie di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , risulta essere simmetrico rispetto al nodo di prelievo (armatura centrale del condensatore differenziale) e in tale punto i segnali alternati ed in opposizione di fase con cui si alimentano le estremità del partitore si elidono reciprocamente. Nel caso, invece, di accelerazione non nulla e tale che sia verificata la condizione di piccoli spostamenti per l'elemento mobile,  $x \ll d_0$ , l'ampiezza del segnale utile  $v_x$  risulta essere linearmente proporzionale alla variazione  $\Delta C$  delle capacità di *sensing*, come lineare risulta essere la relazione tra l'accelerazione e la variazione di capacità.

Come si è visto negli esempi numerici riportati, l'ampiezza del segnale utile al nodo di prelievo assume valori usualmente molto piccoli e la causa principale va ricercata nei valori estremamente piccoli della variazione delle capacità di *sensing*. Inoltre, la presenza di elementi parassiti intrinseci alla realizzazione del dispositivo introduce sul segnale utile un'attenuazione. Per tale ragione, e per il fatto che il nodo di prelievo risulta essere un nodo ad alta impedenza, il segnale  $v_x$  viene posto in ingresso ad un *buffer* ad elevata impedenza d'ingresso. In uscita al *buffer* il segnale utile  $v_{out}$ , contenente l'informazione sulla variazione  $\Delta C$ , risulta possedere le stesse caratteristiche del segnale  $v_x$  in ingresso, ovvero stessa forma d'onda, stessa frequenza e ampiezza proporzionale alla variazione  $\Delta C$ .

L'applicazione al dispositivo di un segnale di accelerazione con velocità di variazione inferiore alla frequenza  $f_d$  dei segnali di pilotaggio del partitore capacitivo comporta una corrispondente variazione dell'ampiezza del segnale utile che, altrimenti, rimarrebbe costante fino a che rimane costante l'accelerazione.

Dall'espressione (3.18) del segnale d'informazione  $v_x(t)$  presente sull'armatura mobile dell'interfaccia capacitiva e da quanto detto sulle sue caratteristiche e su quelle del segnale utile  $v_{out}(t)$  in uscita al *buffer*, si osserva che entrambi i segnali

possono essere considerati come il risultato di una modulazione di ampiezza dove la componente alternata  $v_d(t)$  dei segnali di pilotaggio del partitore capacitivo è la portante di modulazione e il segnale “variazione della capacità di sensing”  $\Delta C(t)$  è il segnale modulante. L'informazione  $\Delta C$  verrà quindi estratta dal segnale “modulato”  $v_{out}$  in uscita al *buffer* mediante un'operazione di demodulazione [1, 3]. A tale scopo il segnale modulato verrà posto all'ingresso di un demodulatore sincrono composto da una cella moltiplicatrice, in cui  $v_{out}$  sarà moltiplicato per la portante [2], e da un successivo filtro passa basso [1].

### 3.2 Il demodulatore sincrono

Nel paragrafo precedente, ed in particolare dalla (3.18), si è visto che la componente alternata  $v_x(t)$  del segnale di tensione prelevato dall'armatura centrale e mobile del condensatore differenziale di trasduzione a tre armature, risulta avere ampiezza proporzionale alla variazione  $\Delta C$  delle capacità di sensing che lo compongono. Tale segnale può essere scritto nella forma:

$$v_x(t) = K \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t) \quad (3.28)$$

dove viene messo in evidenza il legame tra il segnale di tensione presente sull'armatura centrale e la variazione di capacità  $\Delta C(t)$  espressa come funzione del tempo potendo assumere valori costanti o variabili nel tempo a seconda dell'andamento della sollecitazione a cui è sottoposto l'elemento sensibile del dispositivo. Con  $v_{dn}(t)$  si è indicato il segnale di pilotaggio delle armature fisse del condensatore differenziale privato della componente continua e normalizzato in ampiezza in modo tale che questa sia unitaria. Il segnale alternato  $v_{dn}(t)$ , che può essere un segnale sinusoidale oppure un'onda quadra, ha generalmente frequenza  $f_d$  molto maggiore della banda del segnale di sollecitazione del sensore e quindi del “segnale”  $\Delta C(t)$ . La costante  $K$  tiene conto del partitore capacitivo, delle capacità parassite e dell'ampiezza del segnale di pilotaggio.

Il segnale  $v_x(t)$  può essere visto come un segnale modulato in ampiezza (con portante soppressa) dove  $v_{dn}(t)$  è la portante e  $v(t) = K \Delta C(t)$  il segnale modulante. Per ricavare dal segnale modulato il segnale modulante, ovvero l'informazione  $\Delta C(t)$ , il segnale  $v_x(t)$ , dopo essere stato condizionato da uno stadio *buffer*, viene posto in ingresso ad un demodulatore sincrono che realizza la demodulazione coerente del segnale.

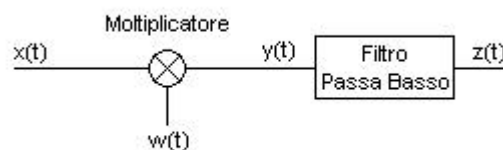


Fig. 3.7 Schema a blocchi del demodulatore di ampiezza coerente.

### 3.2.1 Demodulazione di ampiezza coerente

Si ricorda che la demodulazione di ampiezza coerente richiede, come messo in evidenza nello schema a blocchi di Fig. 3.7, la moltiplicazione del segnale modulato  $x(t)$  per la portante  $w(t)$  e il successivo filtraggio del segnale “prodotto”  $y(t)$  mediante un filtro passa basso opportuno.

Se la portante è un segnale sinusoidale del tipo  $w(t) = \cos(2\pi f_0 t)$  ed il segnale modulato è  $x(t) = A s(t) \cos(2\pi f_0 t)$ , con  $s(t)$  il segnale modulante in banda base con banda  $B$ , allora il segnale in uscita dal blocco di moltiplicazione risulta essere:

$$y(t) = A s(t) \cos^2(2\pi f_0 t) = \frac{A}{2} s(t) + \frac{A}{2} s(t) \cos(2\pi 2f_0 t) \quad (3.29)$$

In termini di estensione spettrale, l'estensione per frequenze positive del segnale “prodotto” risulta essere:  $\varepsilon(y) = (0, B) \cup (2f_0 - B, 2f_0 + B)$ . Se è verificata la condizione di demodulabilità  $f_0 > B$  è possibile ricavare da  $y(t)$  un segnale proporzionale al segnale modulante mediante un filtro passa basso ideale avente banda passante pari alla banda  $B$  del segnale.

In generale, se il segnale  $x(t)$  è del tipo  $x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t)$ , il segnale in uscita dal moltiplicatore risulta essere composto da componenti spettrali aventi frequenza pari alla somma ed alla differenza tra la frequenza  $f_x$  e la frequenza della portante  $f_0$ :

$$y(t) = \frac{A_x}{2} [\cos(2\pi(f_0 + f_x)t) + \cos(2\pi(f_0 - f_x)t)] \quad (3.30)$$

Se risulta essere  $|f_0 - f_x| > B$ , allora il filtro passa basso, supposto ideale, eliminerà entrambe le componenti di  $y(t)$ ; questo risultato sarà utile per lo studio dell'influenza dei disturbi presenti nel segnale modulato sul segnale in uscita al filtro passa basso. Infine, l'eventuale componente continua presente nel segnale  $x(t)$  verrà traslata in frequenza dal blocco moltiplicatore della quantità  $f_0$  e successivamente soppressa dal filtro di demodulazione.

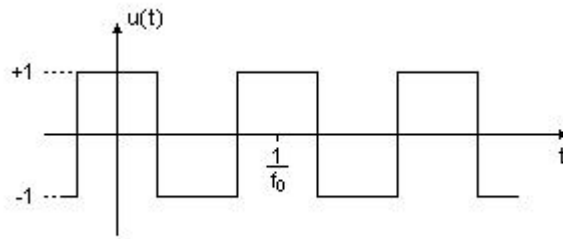
Nella realtà il filtro passa basso risulta avere una banda di transizione non nulla e quindi le componenti di  $y(t)$  di frequenza maggiore della frequenza di taglio non verranno eliminate completamente dal filtro e si ritroveranno più o meno attenuate in uscita.

Analoghe considerazioni possono essere fatte se la portante risulta essere un'onda quadra. Si consideri, infatti, l'onda quadra  $u(t)$  di Fig. 3.8, avente ampiezza unitaria, valore medio nullo e frequenza  $f_0$ . Questa può essere scomposta nella serie di Fourier<sup>(1)</sup>:

$$u(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(2\pi n f_0 t) \quad , \quad A_n = \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/4} \quad (3.31)$$

La moltiplicazione di  $u(t)$  per il generico segnale  $x(t) = A_x \cos(2\pi f_x t)$  porta al

(1) Per una dimostrazione della (3.31) si veda Appendice A.



**Fig. 3.8** Onda quadra.

segnale “prodotto”:

$$y(t) = A_x \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n}{2} [\cos((n\omega_0 + \omega_x)t) + \cos((n\omega_0 - \omega_x)t)] \quad (3.32)$$

avente componenti spettrali che distano della quantità  $f_x$  dalla componente fondamentale della portante e dalle sue armoniche di ordine dispari. In questo caso tutte le componenti di  $y(t)$  di frequenza  $|nf_0 - f_x| > B$  verranno soppresse dal filtro passa basso (supposto ideale per semplicità di analisi).

Nel caso in cui anche il segnale modulato sia un'onda quadra, e precisamente sia  $x(t) = A s(t) u(t)$ , con  $s(t)$  segnale in banda base di banda  $B$ , la sua moltiplicazione per la  $u(t)$  porta alla rettifica del segnale  $x(t)$ . Infatti si ha:

$$y(t) = A s(t) u^2(t) = A s(t) \left( \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n\omega_0 t) \right)^2 = A s(t) \quad (3.33)$$

essendo, come facilmente intuibile,  $u^2(t) = 1$ . Il segnale prodotto risulta essere, pertanto, proporzionale al segnale modulante  $s(t)$ .

### 3.2.2 Il blocco moltiplicatore e il segnale “prodotto” in uscita

#### 3.2.2.1 La cella di Gilbert e il prodotto tra il segnale d'informazione e il segnale di pilotaggio dell'interfaccia capacitiva

Ritornando al caso particolare dell'accelerometro capacitivo, si è visto che il segnale  $v_x(t) = K \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t)$ , prelevato dall'elemento di trasduzione, può essere considerato come un segnale modulato in ampiezza con portante  $v_{dn}(t)$  e segnale modulante  $v(t) = K \Delta C(t)$ .

Nella maggior parte dei casi il segnale con cui vengono pilotate le armature fisse del condensatore differenziale è un'onda quadra di frequenza molto superiore alla banda del dispositivo; ne è un esempio il microaccelerometro commerciale ADXL103 la cui massima larghezza di banda risulta essere di 2,5 kHz a fronte di una frequenza interna di clock pari a 140 kHz [9]. Di conseguenza anche la portante  $v_{dn}(t)$ , che ricordiamo essere la componente alternata e normalizzata in ampiezza del segnale di pilotaggio dell'interfaccia di trasduzione, è un'onda quadra con frequenza  $f_0 = f_d$  maggiore della banda  $BW$  del dispositivo, e quindi, del segnale modulante  $v(t)$ .

Il segnale  $v_x(t)$ , dopo aver attraversato uno stadio *buffer*, viene posto all'ingresso di un modulatore sincrono costituito, come si è visto, da un blocco moltiplicatore seguito da un filtro passa basso. Il blocco moltiplicatore è implementato, ad esempio, mediante una cella di Gilbert il cui schema circuitale di principio con transistori BJT è mostrato in Fig. 3.9 [10].

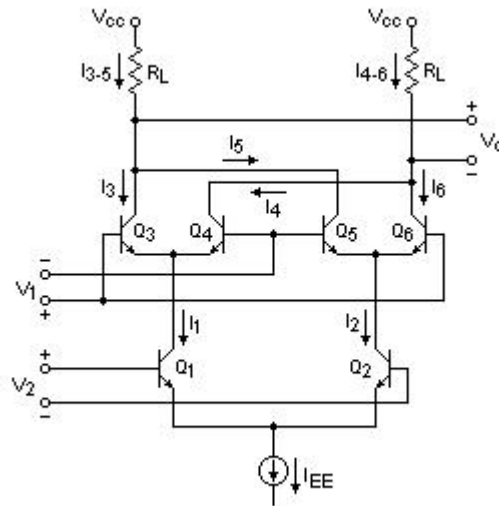


Fig. 3.9 Cella di Gilbert: schema circuitale di principio.

Nell'utilizzo della cella di Gilbert come circuito moltiplicatore, l'uscita *single-ended*  $V_o$  risulta essere proporzionale al prodotto dei due segnali d'ingresso  $V_1$  e  $V_2$  ( $V_o \propto V_1 \cdot V_2$ )<sup>(2)</sup>. La cella può operare da moltiplicatore di segnali in due diverse modalità di funzionamento a seconda dell'ampiezza dei segnali d'ingresso [10]. Se entrambi i segnali  $V_1$  e  $V_2$  sono “piccoli segnali”, ovvero se la loro ampiezza è tale da far operare tutte le coppie di amplificatori differenziali,  $Q_3$ - $Q_4$ ,  $Q_5$ - $Q_6$  e  $Q_1$ - $Q_2$ , nella zona di funzionamento lineare, allora la tensione d'uscita è proporzionale al prodotto dei segnali d'ingresso ed in particolare all'ampiezza di entrambi. Di fatto, se gli ingressi  $V_1$  e  $V_2$  del circuito di Fig. 3.9 verificano la condizione  $|V_1|, |V_2| \ll V_T$ , con  $V_T = k_B T / q$ <sup>(3)</sup>, si ha:

$$V_o \approx - \frac{R_L I_{EE}}{4 V_T^2} V_1 \cdot V_2 \quad (3.34)$$

La seconda modalità di funzionamento della cella di Gilbert come moltiplicatore, che risulta essere la più utilizzata nell'impiego della cella come elemento di modulazione/demodulazione, prevede di far operare la coppia differenziale  $Q_1$ - $Q_2$  nella zona di funzionamento lineare, mentre gli amplificatori differenziali  $Q_3$ - $Q_4$  e  $Q_5$ - $Q_6$  vengono fatti operare nella zona di saturazione commutando alternativamente

(2) Per una dimostrazione di quanto affermato e dei risultati riportati in seguito si veda Appendice B.

(3)  $V_T$ : tensione termica;  $k_B$ : costante di Boltzmann ( $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K); T: temperatura assoluta in K; q: carica elementare ( $q = 1,602 \times 10^{-19}$  C).

da un transistor all'altro la corrente circolante complessivamente su ciascuno di essi. A seconda del segno della tensione d'ingresso  $V_1$  la corrente  $I_1$  circolerà su  $Q_3$  oppure su  $Q_4$ , mentre la corrente  $I_2$  circolerà attraverso  $Q_6$  o  $Q_5$ .

Per ottenere un tale risultato, il segnale d'ingresso  $V_2$  dovrà essere un “piccolo segnale”, mentre  $V_1$  dovrà avere ampiezza tale da portare le coppie differenziali superiori alla condizione di saturazione. In particolare, nel caso della cella di Gilbert di Fig. 3.9 dovrà essere  $|V_2| \ll V_T$  e  $|V_1| \gg 2V_T$ .

In tale modalità di funzionamento se è  $V_1 \gg 2V_T$  si ha per la  $V_o$ :

$$V_o = -R_L(I_{3-5} - I_{4-6}) \approx -R_L(I_1 - I_2) \approx -\frac{R_L I_{EE}}{2V_T} V_2 \quad (3.35)$$

mentre se  $V_1 \ll -2V_T$  si ha:

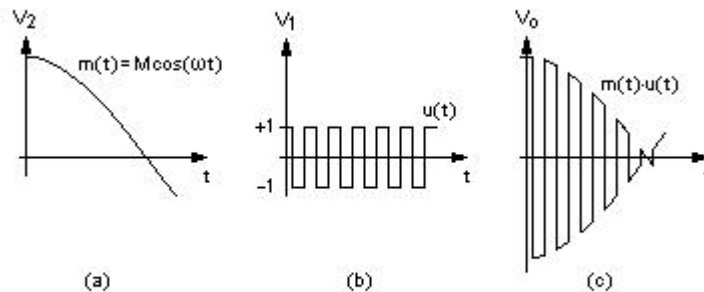
$$V_o = -R_L(I_{3-5} - I_{4-6}) \approx -R_L(I_2 - I_1) \approx \frac{R_L I_{EE}}{2V_T} V_2 \quad (3.36)$$

Le due espressioni della tensione di uscita del moltiplicatore mostrano, se confrontate con la (3.34), che la  $V_o$  risulta essere il prodotto tra il segnale  $V_2$  e la funzione segno di  $V_1$ , ovvero il prodotto tra i segnali d'ingresso, dove però l'ampiezza della  $V_o$  è funzione solo dell'ampiezza di  $V_2$ .

Nel caso particolare in cui il segnale  $V_1$  sia un'onda quadra con ampiezza verificante la condizione  $|V_1| \gg 2V_T$ , dalle (3.35) e (3.36) possiamo scrivere:

$$V_o \approx -\frac{R_L I_{EE}}{2V_T} V_2 \cdot u(t) \quad (3.37)$$

dove  $u(t)$  è l'onda quadra di ampiezza unitaria di Fig. 3.10b. Nella Fig. 3.10c è mostrato l'andamento dell'uscita *single-ended*  $V_o$  del moltiplicatore ottenuta dal prodotto dell'onda quadra  $u(t)$  per il segnale  $V_2(t)$  di Fig. 3.10a.



**Fig. 3.10** Esempio di segnale “prodotto” in uscita alla cella moltiplicatrice: a) ingresso per “piccoli segnali”  $V_2$ ; b) ingresso per “grandi segnali”  $V_1$ ; c) uscita cella moltiplicatrice  $V_o$ .



Nell'impiego della cella di Gilbert come demodulatore sincrono, il segnale da demodulare verrà posto all'ingresso  $V_2$  per piccoli segnali, mentre all'ingresso per "grandi segnali"  $V_1$  verrà posta la portante di demodulazione avente frequenza superiore alla frequenza del segnale modulato  $V_2$ .

Ritornando all'accelerometro, il segnale modulato, in uscita dallo stadio *buffer*,  $v_m(t) = v_{out}(t) = K' \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t)$ , con  $K'$  costante moltiplicativa tenente conto del guadagno introdotto dal *buffer* sul segnale  $v_x(t)$  dato dalla (3.28), verrà inviato al corrispondente ingresso  $V_2$  della cella moltiplicatrice, mentre all'ingresso della portante ( $V_1$ ) sarà posta la componente alternata  $v_d(t)$  del segnale di pilotaggio delle armature fisse del condensatore differenziale.

Come detto in precedenza, il segnale  $v_d(t)$  è nella maggior parte dei casi un'onda quadra di frequenza molto maggiore della banda del dispositivo, con ampiezza legata alla tensione di alimentazione e tale da ritenere la cella moltiplicatrice operante nella seconda modalità di funzionamento (le coppie differenziali  $Q_3-Q_4$  e  $Q_5-Q_6$  lavorano in zona di saturazione). Il segnale modulato risulta avere, invece, delle ampiezze estremamente piccole dati i piccoli valori di  $\Delta C$  che si possono ottenere con tali sistemi di trasduzione. In queste ipotesi la  $v_{dn}(t)$  risulta essere l'onda quadra a valore medio nullo ottenuta dalla  $v_d(t)$  mediante la normalizzazione in ampiezza. Pertanto, il segnale modulato  $v_m$  può essere scritto come:

$$v_m(t) = K' \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t) = K' \Delta C(t) \cdot u(t) \quad (3.38)$$

dove  $u(t)$  è l'onda quadra di ampiezza unitaria di Fig. 3.8 e frequenza  $f_0 = f_d$ .

Dalle espressioni (3.33) e (3.37), ricavate rispettivamente per il caso di demodulazione coerente con portante  $u(t)$  e per l'uscita *single-ended* della cella moltiplicatrice di Gilbert, possiamo scrivere che il segnale di tensione in uscita al blocco moltiplicatore risulta essere dato da:

$$v_y(t) = G_M v_m(t) \cdot u(t) = G_M K' \Delta C(t) \cdot u^2(t) \quad (3.39)$$

dove con  $G_M$  si è indicato il guadagno del blocco moltiplicatore e con  $u^2(t)$  l'onda quadra rettificata ( $u^2(t) = 1$ ).

Dalla (3.39) si osserva che il moltiplicatore realizza un raddrizzamento del segnale modulato ottenendo in uscita un segnale proporzionale alla quantità  $\Delta C$ . In particolare, l'ampiezza di  $v_y(t)$  è proporzionale allo spostamento della massa sismica dell'elemento di trasduzione, ovvero all'accelerazione oggetto di misura, mentre il suo segno è legato in modo noto al segno di  $\Delta C$  e quindi alla direzione dell'accelerazione stessa.

Ricordando che ogni segnale periodico può essere scomposto nella sua serie di Fourier, cioè in una sommatoria di segnali sinusoidali aventi frequenza pari alla frequenza fondamentale del segnale ed ai suoi multipli interi (la serie di Fourier per l'onda quadra  $u(t)$  è data dalla (3.31)), risulta essere conveniente verificare l'uscita del moltiplicatore nel caso generico in cui il segnale da demodulare sia  $v_m(t) = K' \Delta C(t) \cdot A_{cs} \cos(\omega_{cs} t)$ , dove il termine  $A_{cs} \cos(\omega_{cs} t)$ , con  $\omega_{cs} = 2\pi f_{cs} = 2\pi m f_0 = m \omega_0$ , rappresenta la possibile componente armonica di ordine  $m$  della portante di modulazione normalizzata  $v_{dn}(t)$  di frequenza  $f_0 = f_d$ . Dalla

(3.39) possiamo scrivere per l'uscita del moltiplicatore:

$$\begin{aligned} v_y(t) &= G_M K' \Delta C(t) \cdot A_{cs} \cos(\omega_{cs} t) \cdot u(t) = \\ &= G_M K' A_{cs} \Delta C(t) \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(\omega_{cs} t) \cos(n \omega_0 t) \end{aligned} \quad (3.40)$$

da cui, posto  $A' = G_M K' A_{cs}$ , si ha:

$$v_y(t) = A' \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n}{2} \Delta C(t) [\cos((n+m)\omega_0 t) + \cos((n-m)\omega_0 t)] \quad (3.41)$$

e riscrivendo la (3.41) nella forma (3.42) si osserva che dalla moltiplicazione della componente armonica di ordine  $m$  per l'onda quadra  $u(t)$  si ottengono più componenti spettrali, date dal segnale in banda base  $\Delta C(t)$  e dalla sua traslazione in frequenza attorno alla frequenza  $f_0$  e ai suoi multipli interi:

$$\begin{aligned} v_y(t) &= A' \cdot \frac{A_m}{2} \Delta C(t) + A' \cdot \left( \frac{A_m}{2} \Delta C(t) \cos(2m\omega_0 t) \right) + \\ &+ A' \cdot \left\{ \sum_{n=1, n \neq m}^{+\infty} \frac{A_n}{2} \Delta C(t) [\cos((n+m)\omega_0 t) + \cos((n-m)\omega_0 t)] \right\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

La presenza di un filtro passa basso di banda pari alla banda  $BW$  del segnale modulante  $v'(t) = K' \Delta C(t)$ , unita alla condizione  $|(n-m)f_0 - BW| > BW$  per ogni  $n \geq 1$ , ovvero  $f_0 > 2BW$ , consente di sopprimere le componenti del segnale prodotto  $v_y(t)$  centrate attorno alla frequenza della portante  $f_0$  ed ai suoi multipli interi, ottenendo, in uscita del filtro, il primo termine della (3.42) proporzionale al solo "segnale"  $\Delta C(t)$ :  $A' A_m \Delta C(t) / 2$ .

### 3.2.2.2 Segnale di disturbo in ingresso alla cella moltiplicatrice

Se al segnale modulato è sovrapposto un segnale di disturbo, che per semplicità di studio consideriamo essere il segnale sinusoidale a frequenza singola  $v_r(t) = V_r \cos(\omega_r t)$ , con  $\omega_r = 2\pi f_r$ , allora il suo contributo al segnale di uscita del moltiplicatore risulta essere dato da:

$$\begin{aligned} v_{yr}(t) &= G_M v_r(t) \cdot u(t) = G_M V_r \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(\omega_r t) \cos(n \omega_0 t) = \\ &= G_M V_r \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n}{2} [\cos((n\omega_0 + \omega_r)t) + \cos((n\omega_0 - \omega_r)t)] \end{aligned} \quad (3.43)$$

Le componenti spettrali di  $v_{yr}(t)$  aventi frequenza tale che  $|(n f_0 - f_r)| > BW$  verranno poi "tagliate" dal filtro passa basso di banda  $BW$ .

Supponendo  $f_r < f_0$ , si ha che la condizione di "taglio" sopra riportata è verificata per gli indici  $n'$  tali che:

$$n' > \frac{f_r + BW}{f_0} \quad (3.44)$$

e nel caso in cui la distanza tra la frequenza della portante e la frequenza del segnale di disturbo sia inferiore alla banda del filtro passa basso, cioè sia  $f_0 - f_r < BW$ , la condizione (3.44) risulta essere:

$$n' > \frac{f_r + BW}{f_0} > \frac{f_0}{f_0} = 1 \quad (3.45)$$

da cui si evince che in tale ipotesi almeno la componente del segnale prodotto avente frequenza  $f_0 - f_r$  attraverserà il filtro passa basso. Analogo risultato si ottiene nel caso in cui  $f_r > f_0$  e  $f_r - f_0 < BW$ .

Si ricorda, però, che i filtri reali, a differenza di quelli ideali, presentano delle bande di transizione non nulle; questo comporta che anche quelle componenti del segnale  $v_{yr}(t)$  che dovrebbero essere eliminate perché di frequenza maggiore della banda  $BW$  del filtro di demodulazione, possono invece presentarsi in uscita del filtro più o meno attenuate a seconda della selettività del filtro e della loro posizione nello spettro delle frequenze. In generale si può affermare che l'influenza delle componenti armoniche di disturbo sul segnale d'uscita è tanto più rilevante quanto più la loro frequenza è vicina alla banda  $BW$  del filtro di demodulazione.

Innanzitutto, dall'espressione (3.43) si osserva che l'ampiezza della componente armonica di ordine  $n$  del segnale prodotto  $v_{yr}(t)$  è strettamente legata al valore del coefficiente  $A_n$  che ricordiamo essere il coefficiente di ordine  $n$  della serie di Fourier dell'onda quadra  $u(t)$  mostrata in Fig. 3.8. I coefficienti  $A_n$ , dati da:

$$A_n = \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/4} \quad (3.46)$$

risultano essere identicamente nulli per gli indici  $n$  pari, mentre per i primi indici dispari assumono i valori decrescenti in modulo:  $A_1 = 1,273$ ,  $A_3 = -0,424$ ,  $A_5 = 0,255$ ,  $A_7 = -0,182$ ,  $A_9 = 0,141$ . L'andamento dei coefficienti  $A_n$  mostra come l'importanza delle componenti armoniche del segnale  $v_{yr}(t)$  diminuisca all'aumentare del loro ordine  $n$ , ossia all'aumentare della loro frequenza e quindi della loro distanza dalla banda  $BW$  del filtro di demodulazione.

La distanza delle componenti armoniche del segnale  $v_{yr}(t)$  dalla banda passante del filtro di demodulazione determina, inoltre, l'entità dell'attenuazione che esse subiscono ad opera del filtro passa basso; in generale, le componenti più vicine alla banda passante subiscono un'attenuazione minore rispetto a quella subita dalle componenti più lontane e questo è particolarmente vero all'interno della banda di transizione del filtro reale. Infatti, la risposta in frequenza di un filtro passa basso reale è definita da tre distinte regioni di comportamento: la banda passante, limitata superiormente dalla frequenza di taglio superiore  $BW$ ; la banda di arresto, in cui l'attenuazione introdotta dal filtro rispetto alla banda passante è maggiore di un'attenuazione minima  $A_{min}$  tale che qualsiasi segnale di frequenza appartenente a tale regione possa essere considerato soppresso; la banda di transizione, compresa tra la banda passante e la banda di arresto, in cui l'attenuazione introdotta dal filtro passa

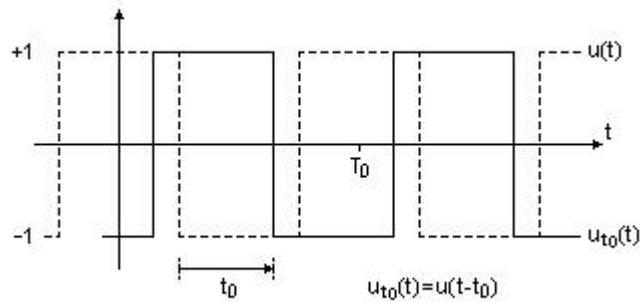


Fig. 3.11 Onda quadra traslata.

dal valore di attenuazione alla frequenza di taglio superiore al valore di attenuazione  $A_{min}$  per frequenze vicine alla banda di arresto. Pertanto, l'appartenenza di una componente armonica ad una di queste regioni ne determina l'influenza sul segnale d'uscita.

Nel nostro caso si è interessati a quelle componenti del segnale  $v_{yr}(t)$  che il filtro ideale avrebbe eliminato in quanto esterne alla banda passante, ma che invece il filtro reale lascia passare in uscita più o meno attenuate. Di queste, quelle appartenenti alla banda di arresto risultano essere praticamente ininfluenti in uscita, mentre per le componenti armoniche interne alla banda di transizione l'influenza sul segnale d'uscita è tanto più rilevante quanto più la loro frequenza è vicina alla frequenza di taglio superiore  $BW$ .

Dall'espressione (3.43) si osserva che la frequenza delle componenti armoniche del segnale  $v_{yr}(t)$ , che ricordiamo essere il prodotto della moltiplicazione tra il segnale di disturbo  $v_r(t) = V_r \cos(2\pi f_r t)$  e la portante  $u(t)$ , risulta essere funzione della frequenza della portante  $f_0$ , della frequenza del segnale di disturbo  $f_r$  e dell'indice  $n$ . Come si è già avuto modo di vedere, all'aumentare dell'indice  $n$  aumenta la frequenza delle corrispondenti componenti armoniche; pertanto, se la componente di ordine  $n_1$  e frequenza  $n_1 f_0 - f_r$  è esterna alla banda  $BW$  del filtro passa basso di demodulazione, allora tutte le componenti di ordine superiore ad  $n_1$  ( $n > n_1$ ) risulteranno essere esterne alla banda  $BW$ . Da un certo indice  $n_2$  in poi, le componenti di  $v_{yr}(t)$  apparterranno alla banda di arresto, divenendo, così, irrilevanti per l'uscita. Se invece, la componente armonica di ordine  $n$ , con  $n$  compreso tra  $n_1$  ed  $n_2$ , appartiene alla banda di transizione, la sua influenza sul segnale d'uscita sarà tanto più rilevante quanto più la frequenza  $f_r$  del segnale di disturbo  $v_r(t)$  sarà vicina alla frequenza  $f_0$  della portante.

### 3.2.2.3 Segnale modulato e portante di demodulazione non in fase

Infine, si consideri il caso in cui esista uno sfasamento tra il segnale modulato  $v_m(t) = K' \Delta C(t) \cdot u(t)$  e l'onda quadra che funge da portante per la demodulazione coerente. Quest'ultima sia  $u_{t_0}(t) = u(t - t_0)$  ottenuta traslando il segnale  $u(t)$  della quantità  $t_0$  come mostrato in Fig. 3.11. La serie di Fourier per il segnale  $u_{t_0}$  risulta essere:

$$u_{t_0}(t) = u(t - t_0) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n\omega_0 t - \varphi_n) \quad (3.47)$$

con  $\varphi_n = 2\pi n f_0 t_0$ ;  $f_0 = \omega_0 / 2\pi$  la frequenza fondamentale dell'onda quadra; e  $A_n$  il coefficiente di ordine  $n$  dato dalla (3.46).

Per la (3.39), in uscita al blocco moltiplicatore è presente il segnale:

$$v_{y t_0}(t) = G_M v_m(t) \cdot u_{t_0}(t) = G_M K' \Delta C(t) \cdot u(t) \cdot u_{t_0}(t) \quad (3.48)$$

caratterizzato dal prodotto tra onde quadre  $u(t) \cdot u_{t_0}(t)$  che, tenuto conto delle rispettive serie di Fourier (3.31) e (3.47), risulta essere dato da:

$$\begin{aligned} u(t) \cdot u_{t_0}(t) &= \left( \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n\omega_0 t) \right) \left( \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \cos(k\omega_0 t - \varphi_k) \right) = \\ &= \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n^2}{2} \cos \varphi_n + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n^2}{2} \cos(2n\omega_0 t - \varphi_n) + \\ &+ \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{k=1, k \neq n}^{+\infty} \frac{A_n A_k}{2} [\cos((n+k)\omega_0 t - \varphi_k) + \cos((n-k)\omega_0 t + \varphi_k)] \end{aligned} \quad (3.49)$$

Si osserva che il prodotto tra le due onde quadre è funzione del loro sfasamento  $\varphi_1 = 2\pi f_0 t_0$ ; in particolare tale dipendenza risulta essere evidente nel termine costante della (3.49) di interesse per la demodulazione del segnale  $v_m(t)$ .

Nel caso particolare in cui lo sfasamento tra  $u(t)$  e  $u_{t_0}(t)$  sia di  $180^\circ$ , cioè nel caso in cui  $t_0 = T_0/2$ , con  $T_0 = 1/f_0$ , si ha:

$$\varphi_n = 2\pi n f_0 t_0 = 2\pi n \frac{1}{T_0} \frac{T_0}{2} = n\pi \quad (3.50)$$

ed essendo nulli i coefficienti  $A_n = \sin(n\pi/2)/(n\pi/4)$  di indice pari, la (3.49) può essere riscritta come:

$$\begin{aligned} u(t) \cdot u_{t_0}(t) &= - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n^2}{2} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n^2}{2} \cos(2n\omega_0 t) + \\ &- \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{k=1, k \neq n}^{+\infty} \frac{A_n A_k}{2} [\cos((n+k)\omega_0 t) + \cos((n-k)\omega_0 t)] \end{aligned} \quad (3.51)$$

da cui si ottiene, nel caso di prodotto di due onde quadre sfasate di  $180^\circ$ :

$$u(t) \cdot u_{t_0}(t) = - \left\{ \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n^2}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n^2}{2} \cos(2n\omega_0 t) + \dots \right\} = -u^2(t) \quad (3.52)$$

facilmente dimostrabile osservando che il termine tra parentesi graffe non è altro che

il prodotto  $u(t) \cdot u(t)$  ottenuto dalla (3.49) per  $t_0 = 0$ , e quindi, con  $\varphi_n = 0$  per ogni indice  $n$ .

Pertanto, se il segnale modulato  $v_m(t)$  e la portante di demodulazione sono in opposizione di fase, dalla (3.48) e dalla (3.52) risulta che il segnale prodotto  $v_{y_{t_0}}(t)$  non è altro che il ribaltamento, rispetto all'asse temporale, del segnale prodotto  $v_y(t)$  dato dalla (3.39) e ottenuto in uscita alla cella moltiplicatrice nel caso in cui il segnale modulato e la portante siano in fase. Si ha quindi per  $t_0 = T_0/2$  :

$$v_{y_{t_0}}(t) = G_M K' \Delta C(t) \cdot u(t) \cdot u_{t_0}(t) = -G_M K' \Delta C(t) \cdot u^2(t) = -v_y(t) \quad (3.53)$$

Il risultato a cui si è appena pervenuti seguendo una via generale è facilmente ottenibile considerando che per  $t_0 = T_0/2$  si ha  $u_{t_0}(t) = -u(t)$ .

### 3.2.2.4 Il verso dell'accelerazione nel segnale “prodotto”

Ritornando all'espressione (3.38) del segnale modulato, possiamo scrivere:

$$v_m(t) = K' \Delta C(t) \cdot u(t) = \text{sgn}(\Delta C) K' |(\Delta C(t))| \cdot u(t) \quad (3.54)$$

dove con  $\text{sgn}(\Delta C)$  si è indicata la funzione “segno”<sup>(4)</sup> della variazione delle capacità di *sensing* dell'interfaccia capacitiva di trasduzione. La funzione  $\text{sgn}(\Delta C)$  consente di mettere in evidenza il verso dello spostamento della massa sismica lungo l'asse di sensibilità  $e$ , quindi, il verso dell'accelerazione responsabile della variazione  $\Delta C$ . In base alla (3.54) e alla (3.39), il segnale prodotto  $v_y(t)$  può essere riscritto come:

$$\begin{aligned} v_y(t) &= \text{sgn}(\Delta C) G_M K' |(\Delta C(t))| \cdot u(t) \cdot u(t) = \\ &= \text{sgn}(\Delta C) G_M K' |(\Delta C(t))| \cdot u^2(t) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Se  $\Delta C(t) > 0$  possiamo considerare il segnale modulato e la portante di demodulazione in fase ricadendo nella condizione di studio espressa dalla (3.39) e seguenti; mentre se  $\Delta C(t) < 0$  i due segnali si possono considerare in opposizione di fase con i risultati visti nella (3.53) e confermati dalla (3.55). Il segnale in uscita al moltiplicatore contiene, pertanto, sia l'informazione sull'entità della variazione  $\Delta C$ , e quindi sull'entità dell'accelerazione esterna, sia l'informazione sulla direzione di azione di quest'ultima, ricavabile dal segno del segnale  $v_y(t)$  opportunamente filtrato dal filtro passa basso di demodulazione.

In conclusione, il segnale proveniente dall'armatura centrale e mobile del condensatore differenziale di trasduzione, avente componente alternata di frequenza pari alla frequenza del segnale con cui vengono pilotate le armature fisse del condensatore differenziale e ampiezza proporzionale allo spostamento dell'armatura centrale, può essere visto come un segnale modulato in ampiezza che verrà poi demodulato mediante un demodulatore sincrono nel quale la portante di

(4) La funzione  $\text{sgn}(x)$  è definita da:  $\text{sgn}(x) = 1$  se  $x > 0$ ;  $\text{sgn}(x) = -1$  se  $x < 0$ .

demodulazione sarà lo stesso segnale di pilotaggio.

Il demodulatore sincrono realizzerà il raddrizzamento del segnale modulato ed il valore medio del segnale ottenuto, prelevato mediante un filtro passa basso, risulterà essere proporzionale all'entità della variazione della capacità  $\Delta C$  e quindi dell'accelerazione oggetto di misura. Inoltre, il suo segno conterrà l'informazione sul verso dello spostamento della massa sismica lungo l'asse di sensibilità, e quindi, sulla direzione e il verso dell'accelerazione. Infatti, a seconda del verso d'azione dell'accelerazione, il segnale modulato sarà in fase oppure in opposizione di fase rispetto alla portante di demodulazione con conseguente segno positivo o negativo della tensione d'uscita del demodulatore sincrono.

Altro aspetto importante del demodulatore sincrono è il fatto che i segnali sovrapposti al segnale d'informazione di frequenza diversa dalla frequenza della portante, come ad esempio i disturbi provenienti dalla linea di alimentazione, sono rigettati dal demodulatore in quanto il loro prodotto con la portante viene generalmente bloccato dal filtro passa basso. Si è visto, però, che a causa delle non idealità del sistema, il contributo dei segnali di disturbo sull'uscita del filtro passa basso di demodulazione non è nullo, ma è tanto più rilevante quanto più la frequenza di disturbo è vicina alla frequenza della portante. Ad esempio, l'accelerometro ADXL50, ormai non più in commercio ma utile come caso reale di studio, risulta essere sensibile alle interferenze in radio-frequenza (RFI: Radio Frequency Interference) comprese in un intorno di  $\pm 5$  kHz della frequenza nominale generata dall'oscillatore interno (1 Mhz), ovvero della frequenza del segnale di alimentazione delle armature fisse del condensatore differenziale di trasduzione [5]. Altro esempio è costituito dall'accelerometro ADXL150, sensibile ai rumori presenti sulle linee di alimentazione del dispositivo e vicini in frequenza alla frequenza del clock interno (approssimativamente di 100 kHz) o alle sue armoniche dispari. Tale sensibilità può manifestarsi in uscita con la presenza di segnali di errore dovuti al fenomeno di battimento in frequenza tra il rumore presente nella linea di alimentazione e il segnale di clock [8].

### **3.3 Filtro passa basso di demodulazione**

Nella demodulazione del segnale di tensione prelevato dall'interfaccia capacitiva, che finora abbiamo considerato essere un condensatore differenziale, gioca un ruolo fondamentale il filtro passa basso posto in uscita alla cella moltiplicatrice del demodulatore sincrono (vedi paragrafi 3.2.1 e seguenti).

La funzione del filtro è quella di ottenere dal segnale di uscita della cella un segnale di tensione proporzionale alla variazione delle capacità di *sensing*  $\Delta C(t)$  ed allo stesso tempo di “bloccare” qualunque altra componente che risulti essere di disturbo. Pertanto, una seconda funzione del filtro passa basso è quella di ridurre la quantità di rumore presente nel segnale demodulato.

#### **3.3.1 Segnale utile e segnali di disturbo: condizioni di demodulazione e di soppressione**

Come si è visto nel paragrafo 3.1.1 e seguenti, la componente alternata  $v_x(t)$  del segnale di tensione presente sull'elemento mobile dell'interfaccia capacitiva, risulta

avere frequenza e forma d'onda uguali alla componente alternata  $v_d(t)$  del segnale di tensione con cui vengono alimentate le armature fisse del condensatore differenziale di trasduzione. Inoltre, e cosa più importante, l'ampiezza di  $v_x(t)$  risulta essere proporzionale alla variazione di capacità  $\Delta C(t)$  subita dai condensatori di *sensing* in seguito all'azione di un'accelerazione esterna. Dalle (3.18), (3.22) e (3.26) possiamo scrivere per la  $v_x(t)$ :

$$v_x(t) = K_0 \Delta C(t) \cdot v_d(t) \quad (3.56)$$

dove la costante  $K_0$  tiene conto del partitore capacitivo formato dal condensatore differenziale e della presenza degli elementi parassiti responsabili di un'attenuazione del segnale utile.

Nel paragrafo 3.1.2 si è visto che il segnale  $v_x(t)$ , prelevato dall'elemento di trasduzione, viene posto in ingresso ad un amplificatore *buffer* ad elevata impedenza d'ingresso. Il segnale utile in uscita risulta avere le stesse caratteristiche del segnale d'ingresso e può essere espresso come:

$$v_{out}(t) = K_0' \Delta C(t) \cdot v_d(t) = K' \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t) \quad (3.57)$$

dove la costante  $K_0'$  tiene conto dell'amplificazione introdotta dal *buffer* e  $v_{dn}(t)$  è il segnale  $v_d(t)$  normalizzato in ampiezza.

L'espressione di  $v_{out}(t)$  può essere vista come il risultato di una modulazione di ampiezza caratterizzata dalla portante  $v_d(t)$  e dal segnale modulante  $\Delta C(t)$ . A partire da questa osservazione nel paragrafo 3.2 è stato introdotto il demodulatore sincrono utilizzato per la demodulazione del segnale e l'estrazione da  $v_{out}(t)$  di un segnale proporzionale alla variazione di capacità  $\Delta C(t)$ . In particolare si è analizzato il primo elemento del demodulatore, ovvero la cella moltiplicatrice.

L'uscita della cella moltiplicatrice è un segnale di tensione proporzionale al prodotto tra il segnale modulato  $v_m(t) = v_{out}(t)$  e la portante di demodulazione  $v_d(t)$  che, come visto, può essere un segnale sinusoidale oppure un'onda quadra. Ripercorrendo i risultati ottenuti nel paragrafo 3.2 si osserva che nell'ipotesi di cella moltiplicatrice ideale<sup>(5)</sup> e di segnale di pilotaggio dell'interfaccia capacitiva sinusoidale,  $v_d(t) = V_D \cos(\omega_d t)$ , il segnale in uscita dalla cella moltiplicatrice risulta essere per la (3.29):

$$\begin{aligned} v_y(t) &= K_M K' \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t) \cdot v_d(t) = K_y \Delta C(t) \cdot v_{dn}^2(t) = \\ &= K_y \Delta C(t) \cos^2(\omega_d t) = \frac{K_y}{2} [\Delta C(t) + \Delta C(t) \cos(2\omega_d t)] \end{aligned} \quad (3.58)$$

dove  $K_M$  è l'eventuale fattore moltiplicativo introdotto dalla cella moltiplicatrice.

Mediante un'operazione di filtraggio con un filtro passa basso è possibile ricavare dal segnale prodotto  $v_y(t)$  un segnale proporzionale alla variazione  $\Delta C$  delle capacità di *sensing* e quindi proporzionale all'accelerazione  $a$  oggetto di misura. In particolare con l'operazione di filtraggio si vuole ottenere in uscita del filtro un

(5) Per cella moltiplicatrice ideale si intende un blocco funzionale a due ingressi ed un'uscita in cui quest'ultima è il prodotto esatto dei due ingressi; il funzionale gode, inoltre, della proprietà lineare.



segnale di tensione proporzionale al termine  $K_y \Delta C(t)/2$  della (3.58). Indicata con  $BW$  la banda del segnale modulante  $\Delta C(t)$ , condizione necessaria affinché questo sia fattibile è che sia verificata la condizione di demodulabilità:

$$f_d > BW \quad (3.59)$$

con  $f_d$  frequenza del segnale  $v_d(t)$ . Inoltre, la banda  $B$  del filtro passa basso deve essere tale da verificare la condizione:

$$BW \leq B < 2f_d - BW \quad (3.60)$$

Se al segnale modulato è sovrapposto un segnale di rumore, che per semplicità e generalità di trattazione consideriamo essere un segnale sinusoidale di frequenza  $f_r$ , in uscita alla cella moltiplicatrice, supposta lineare, si avrà un segnale di disturbo  $v_{yr}(t)$  sovrapposto al segnale utile  $v_y(t)$  e dato dal prodotto tra la portante  $v_d(t)$  ed il segnale di rumore  $v_r(t) = V_r \cos(\omega_r t)$ :

$$\begin{aligned} v_{yr}(t) &= K_M v_r(t) \cdot v_d(t) = K_M V_r V_D \cos(\omega_r t) \cos(\omega_d t) = \\ &= \frac{K_{yr}}{2} [\cos(2\pi(f_d - f_r)t) + \cos(2\pi(f_d + f_r)t)] \end{aligned} \quad (3.61)$$

Si osservi che se è verificata la condizione  $|f_d - f_r| > B$  la presenza di un filtro passa basso di banda  $B$  in cascata alla cella moltiplicatrice consente di “sopprimere” entrambe le componenti di disturbo della (3.61). La soppressione sarebbe totale nel caso teorico di filtro passa basso ideale.

Come è stato fatto notare nel paragrafo 3.2.2.2, i filtri reali presentano delle risposte in frequenza con bande di transizione non nulle e questo comporta che componenti di disturbo di frequenza maggiore della banda del filtro saranno presenti in uscita più o meno attenuate. Infine, il filtro passa basso sarà trasparente ai disturbi di frequenza inferiore alla banda  $B$ , e quindi, per quelle componenti della (3.61) per le quali  $|f_d - f_r| < B$ .

Finora il segnale di pilotaggio dell'interfaccia capacitiva  $v_d(t)$  è stato considerato un segnale sinusoidale. Sia ora un'onda quadra avente come versione normalizzata in ampiezza,  $v_{dn}(t)$ , l'onda quadra  $u(t)$  di frequenza  $f_d$ , ampiezza unitaria e funzione pari rispetto all'asse di riferimento temporale. In tali ipotesi il segnale prodotto  $v_y(t)$  in uscita dal blocco moltiplicatore risulta essere:

$$v_y(t) = K_y \Delta C(t) \cdot v_{dn}^2(t) = K_y \Delta C(t) \cdot u^2(t) = K_y \Delta C(t) \quad (3.62)$$

dove si ricorda che il prodotto di due onde quadre di ampiezza unitaria ed in fase non è altro che il segnale continuo  $u^2(t) = 1$ . Il filtro passa basso di banda  $B \geq BW$ , con  $BW$  banda del “segnale” variazione di capacità  $\Delta C(t)$ , risulterà essere trasparente al segnale  $v_y(t)$  e in uscita al filtro si avrà il segnale d'informazione desiderato.

Anche in questo caso la presenza di una componente di rumore sovrapposta al segnale modulato si manifesta in uscita al blocco moltiplicatore con un segnale di disturbo  $v_{yr}(t)$  sovrapposto al segnale utile  $v_y(t)$ . Se si considera come componente di

rumore il segnale sinusoidale  $v_r(t) = V_r \cos(\omega_r t)$ , in uscita alla cella moltiplicatrice si avrà il segnale di disturbo:

$$\begin{aligned} v_{yr}(t) &= K_M v_r(t) \cdot v_d(t) = K_{yr} \cos(\omega_r t) \cdot u(t) = \\ &= K_{yr} \cos(\omega_r t) \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n \omega_d t) = \\ &= K_{yr} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n}{2} [\cos((n \omega_d - \omega_r)t) + ((n \omega_d + \omega_r)t)] \end{aligned} \quad (3.63)$$

dove si è fatto uso della serie di Fourier dell'onda quadra  $u(t)$  data dalla (3.31) e qui sotto riportata:

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n \omega_d t) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(2\pi n f_d t) \\ A_n &= \frac{\sin(n\pi/2)}{(n\pi/4)} = \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Come già osservato in precedenza, il filtro passa basso di banda  $B \geq BW$  ha il compito di eliminare, per quanto possibile, le componenti di disturbo presenti in uscita dal blocco moltiplicatore. Se il filtro fosse ideale tutte le componenti di  $v_{yr}(t)$  verificanti la condizione sulle frequenze:

$$|n f_d - f_r| > B \quad (3.65)$$

verrebbero eliminate completamente, mentre quelle per cui  $|n f_d - f_r| < B$  risulterebbero in uscita. Vale anche qui la considerazione sui filtri reali, la cui risposta in frequenza, non ideale, è responsabile della presenza nel segnale di uscita di componenti di disturbo con frequenza verificante la condizione (3.65). Queste componenti subiranno delle attenuazioni più o meno rilevanti a seconda della risposta del filtro e dei corrispondenti coefficienti  $A_n$  della serie di Fourier.

Nel paragrafo 3.2.2.1 si è visto che una realizzazione pratica della cella moltiplicatrice è la cella di Gilbert in cui l'uscita *single-ended* risulta essere, nella generalità dei casi d'impiego come demodulatore, il prodotto tra il segnale modulato e la funzione segno della portante di demodulazione. Nel nostro caso il segnale modulato  $v_m(t)$  è dato dalla (3.57), mentre la funzione segno della portante sinusoidale  $v_d(t) = V_D \cos(\omega_d t)$  non è altro che l'onda quadra di ampiezza unitaria  $u(t)$ . Pertanto, il segnale di uscita della cella di Gilbert è dato da:

$$\begin{aligned} v_y(t) &= G_M v_m(t) \cdot u(t) = G_M K' \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t) \cdot u(t) = \\ &= G_M K' \Delta C(t) \cdot v_{dn}(t) \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n \omega_d t) = \\ &= G_M K' \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{A_n}{2} \Delta C(t) [\cos((n+1)\omega_d t) + \cos((n-1)\omega_d t)] \end{aligned} \quad (3.66)$$

dove con  $G_M$  si è indicato il guadagno della cella.

Esplicitando la serie di Fourier almeno al primo ordine otteniamo:

$$\begin{aligned}
v_y(t) = & G_M K' \frac{A_1}{2} \Delta C(t) + G_M K' \frac{A_1}{2} \Delta C(t) \cos(2\omega_d t) + \\
& + G_M K' \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{A_n}{2} \Delta C(t) [\cos((n+1)\omega_d t) + \cos((n-1)\omega_d t)]
\end{aligned} \tag{3.67}$$

In termini di estensione spettrale per frequenze positive, l'estensione dei vari termini in cui il segnale  $v_y(t)$  può essere scomposto risultano essere:  $(0, BW)$ ,  $(f_d - BW, f_d + BW)$ ,  $(2f_d - BW, 2f_d + BW)$ ,  $(3f_d - BW, 3f_d + BW)$ , ed in generale,  $(nf_d - f_d - BW, nf_d - f_d + BW)$  e  $(nf_d + f_d - BW, nf_d + f_d + BW)$  per  $n \geq 2$ . Dalla (3.64) si osserva che tutti i coefficienti di indice pari della serie di Fourier di  $u(t)$  sono nulli; quindi nella (3.67) non sono presenti i corrispondenti termini della  $v_y(t)$  e in particolare non è presente il termine di estensione spettrale  $(f_d - BW, f_d + BW)$ . Ancora una volta la presenza di un filtro passa basso di banda  $B \geq BW$  e verificante la condizione generale  $B < f_d - BW$  permette di estrarre dal segnale prodotto  $v_y(t)$  il segnale di tensione desiderato, rappresentato dal primo termine al secondo membro della (3.67):  $G_M K' A_1 \Delta C(t)/2$ .

Se il segnale di pilotaggio dell'interfaccia capacitiva, e quindi la portante  $v_d(t)$ , è un'onda quadra di cui  $u(t)$  è la sua normalizzazione in ampiezza, allora il segnale  $v_y(t)$  in uscita dalla cella di Gilbert può essere ancora espresso dalla (3.62) e risultano ancora valide le osservazioni svolte a riguardo.

Una prima conclusione a quanto detto finora è la constatazione che il filtro passa basso posto in cascata alla cella di moltiplicazione svolge sia la funzione di filtro di demodulazione, con la quale viene estratto un segnale proporzionale alla variazione delle capacità di *sensing* dal segnale utile  $v_x(t)$  prelevato dall'elemento di trasduzione, sia la funzione di "blocco" per quelle componenti del segnale che sono da considerarsi di disturbo e, in generale, per la riduzione del rumore presente nel segnale d'informazione.

Al fine della demodulazione, si richiede alla banda  $B$  del filtro passa basso di essere non inferiore alla banda  $BW$  del segnale di sollecitazione ("segnale" di accelerazione o "segnale" di variazione di capacità  $\Delta C(t)$ ). Allo stesso tempo la banda del filtro deve essere tale da non comprendere al suo interno quelle componenti spettrali del segnale in uscita dal blocco moltiplicatore appartenenti agli intorni di ampiezza  $BW$  della frequenza della portante  $f_d$  e dei suoi multipli interi.

Allo scopo di ridurre il più possibile la quantità di rumore presente sul segnale finale si osserva che tanto più è piccola la banda  $B$  del filtro tanto minore è la quantità di rumore in uscita.

Una ulteriore osservazione che deve essere fatta, non meno importante delle precedenti, ed in qualche modo una loro conseguenza, è che la banda  $B$  del filtro determina, in modo più o meno diretto, la banda del dispositivo stesso; cioè determina la massima frequenza ammessa per il segnale di sollecitazione d'ingresso (accelerazione) affinché l'accelerometro operi correttamente.

### 3.3.2 Il filtro passa basso di demodulazione in alcuni accelerometri commerciali

Il filtro passa basso può essere un semplice filtro RC, come nel caso degli accelerometri commerciali ADXL202 e ADXL103, oppure un filtro con caratteristiche particolari, come ad esempio il filtro di Bessel impiegato nell'ADXL150. Negli accelerometri commerciali che fanno uso della demodulazione sincrona del segnale prelevato dall'interfaccia capacitiva, la definizione della banda del filtro è realizzata direttamente nella fase di fabbricazione, oppure è demandata all'utilizzatore al quale è data la possibilità di scegliere il valore della larghezza di banda entro un intervallo di valori consigliato. Come accennato in precedenza, la scelta della banda del filtro incide sulla banda del dispositivo stesso; in particolare, l'uguaglianza tra le due bande è garantita solo se la struttura dell'accelerometro è ad anello aperto, mentre se il sistema è retroazionato le due bande sono, in generale, distinte.

Si consideri come primo esempio l'accelerometro ADXL202 il cui schema funzionale a blocchi è mostrato in Fig. 3.12.

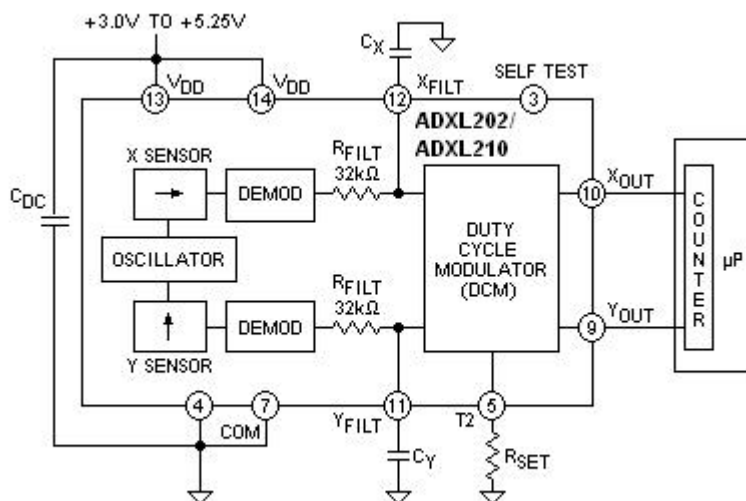


Fig. 3.12 Schema funzionale a blocchi dell'accelerometro ADXL202 [11].

Come evidenziato nello schema, l'accelerometro presenta due assi di sensibilità indicati con  $X$  e  $Y$ , ortogonali tra di loro e per ciascuno dei quali è stata realizzata, a partire dall'elemento di trasduzione, una "linea di segnale" indipendente l'una dall'altra.

Facendo riferimento ad uno solo dei due assi di sensibilità (ad esempio l'asse  $X$ ) si osserva che il sistema è ad anello aperto e che il filtro passa basso è un semplice filtro RC il cui resistore  $R_{FILT}$  di  $32\text{ k}\Omega$  è integrato nel dispositivo, mentre il condensatore  $C_X$  deve essere connesso esternamente all'accelerometro tra il circuito di massa e il terminale appositamente predisposto. Il dimensionamento del condensatore  $C_X$  consente all'utilizzatore di stabilire in modo diretto sia la banda del

filtro, sia la banda del segnale di uscita analogica del dispositivo. Relativamente all'asse  $X$ , il valore nominale della banda a -3 dB del filtro  $R_{FILT}C_X$  è data da [11]:

$$F_{-3dB} = \frac{1}{2\pi R_{FILT}C_X} \quad (3.68)$$

dove per il resistore  $R_{FILT}$  i costruttori dichiarano una tolleranza del 25% rispetto al valore nominale. Inoltre la capacità minima richiesta per  $C_X$  è di 1000 pF a cui corrisponde una larghezza massima di banda di 5 kHz [11]. Si osservi che la banda del filtro, e quindi del dispositivo, è sempre inferiore alla frequenza di risonanza dell'elemento meccanico di trasduzione, che per l'ADXL202 è di 10 kHz [11]. Aumentando il valore della capacità esterna  $C_X$  diminuisce, per la (3.68), la larghezza di banda del filtro; questo comporta una riduzione della quantità di rumore presente all'uscita e quindi un miglioramento della risoluzione dell'accelerometro relativamente alla sua uscita analogica (coincidente con l'uscita del filtro RC).

Nel dispositivo considerato il filtro passa basso svolge l'ulteriore funzione di filtro *antialiasing* che, come dice il nome stesso, aiuta a prevenire il verificarsi di fenomeni di *aliasing* nella successiva operazione di modulazione PWM (Pulse Width Modulation) per l'ottenimento di un'uscita digitale [11].

Un esempio di accelerometro con sistema retroazionato è il già citato ADXL50 che nonostante sia ormai obsoleto e non più in commercio risulta essere un buon caso di studio. Lo schema funzionale a blocchi è mostrato in Fig. 3.13 dove è stato messo in evidenza il condensatore esterno di demodulazione  $C_1$  da dimensionare e inserire tra i due appositi terminali esterni al dispositivo.

Il dimensionamento del condensatore  $C_1$  fissa la larghezza di banda del filtro passa basso di demodulazione e può essere usato per stabilire in modo approssimato la banda del dispositivo. Infatti, da quanto dichiarato nel relativo *data sheet*,

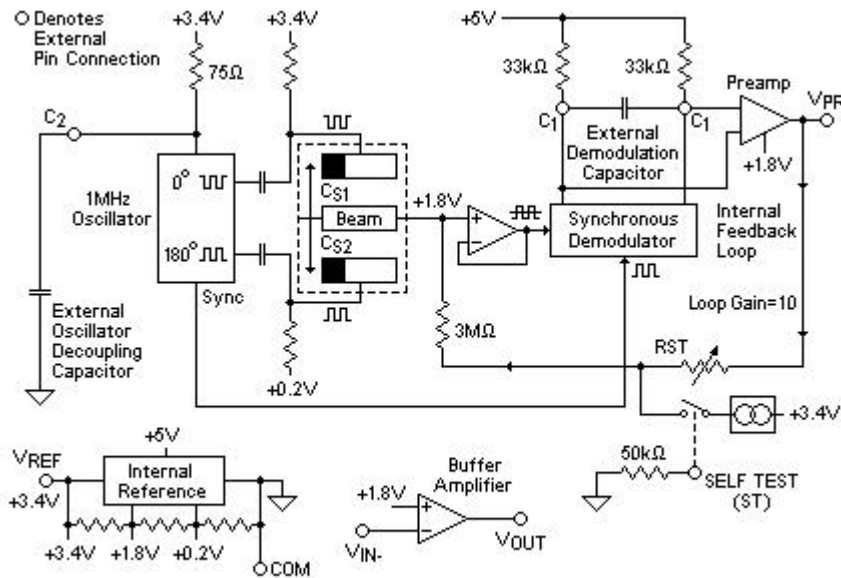


Fig. 3.13 Schema funzionale a blocchi dell'accelerometro ADXL50 [5].

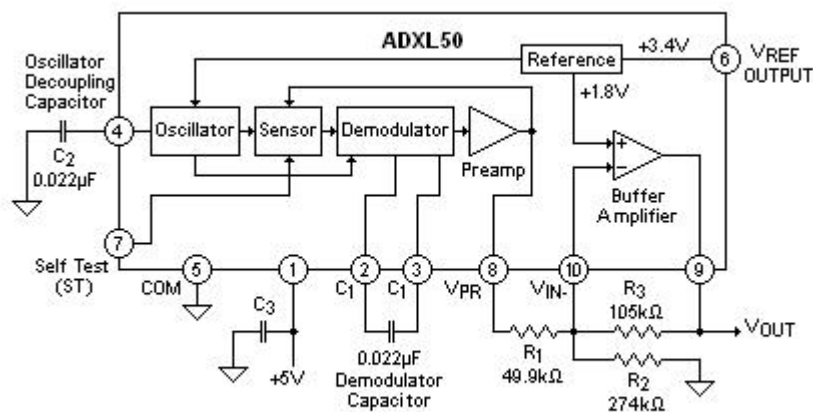
l'ADXL50 presenta una risposta in frequenza a singolo polo con valore nominale della banda a -3 dB dato da:

$$F_{-3dB} = \frac{28,60}{C_1} \times 10^{-6} \quad (3.69)$$

con una tolleranza del 40% rispetto al valore nominale [5].

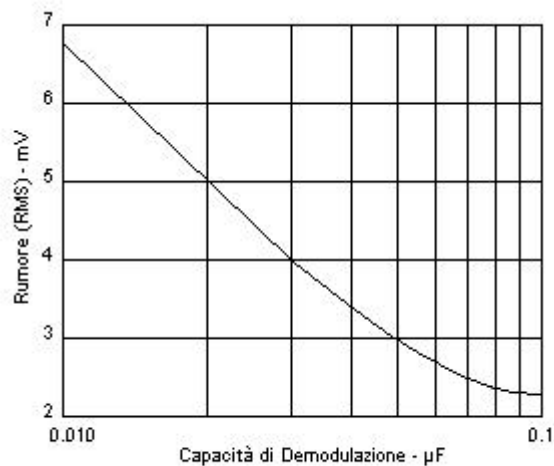
La casa costruttrice raccomanda una massima larghezza di banda del dispositivo di 10 kHz ottenibile con una capacità di demodulazione  $C_1$  di valore nominale pari a  $0,0068 \mu\text{F}$  a fronte di una frequenza di risonanza dell'elemento di trasduzione di 24 kHz [5]. Nonostante il limite massimo per la larghezza di banda, il costruttore consiglia una capacità di demodulazione minima di  $0,015 \mu\text{F}$  al fine di prevenire l'instabilità del dispositivo oppure la sua oscillazione.

In generale è consigliato l'impiego di una capacità  $C_1$  di  $0,022 \mu\text{F}$  e la realizzazione di un filtro passa basso addizionale, esterno al sistema di retroazione, con il quale definire la banda dell'accelerometro [5]. A tale scopo può essere utilizzato l'amplificatore presente nell'ADXL50 ed "estraneo" al sistema retroazionato (*uncommitted buffer amplifier*). Come evidenziato nello schema a blocchi di Fig. 3.14 il morsetto invertente e l'uscita del suddetto amplificatore sono accessibili dall'esterno mediante appositi terminali a cui verranno connessi i componenti discreti per la realizzazione del filtro addizionale. Il dimensionamento della banda di questo filtro definisce in modo immediato la banda del dispositivo che risulta coincidere con la prima se questa è contenuta nella banda del sistema retroazionato.



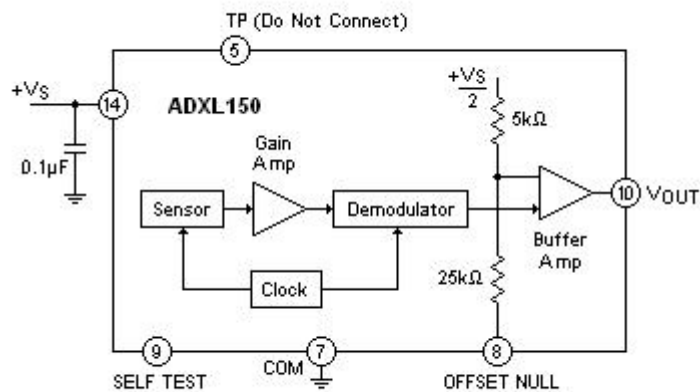
**Fig. 3.14** Schema a blocchi dell'ADXL50 in cui viene messo in evidenza l'Uncommitted Buffer Amplifier (Buffer Amp.) con cui si può variare il valore di sensibilità dell'uscita dell'accelerometro e la sua larghezza di banda [5].

Anche in questo caso la riduzione della larghezza di banda del filtro di demodulazione mediante l'aumento della capacità  $C_1$  comporta la riduzione della quantità di rumore presente in uscita (vedi Fig. 3.15).



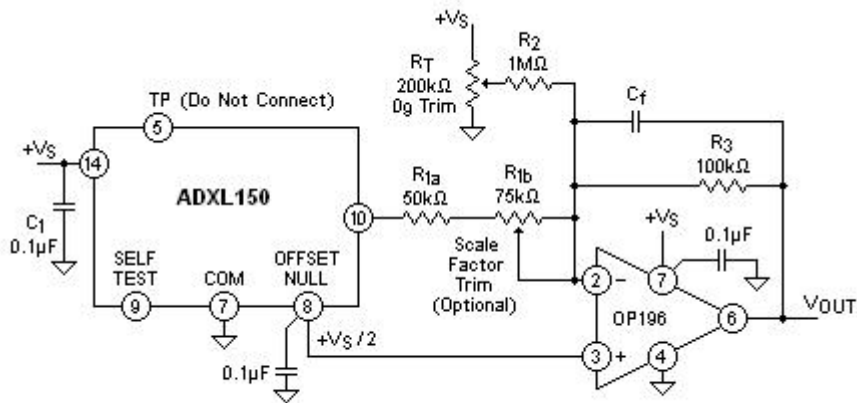
**Fig. 3.15** Livello di rumore nell'ADXL150 in funzione della capacità di demodolazione  $C_1$  [5].

Infine si consideri l'accelerometro ADXL150 avente struttura ad anello aperto e schema funzionale a blocchi di Fig. 3.16 .



**Fig. 3.16** Schema funzionale a blocchi dell'accelerometro ADXL150 [8].

Il filtro passa basso è un filtro di Bessel del secondo ordine, a capacità commutate e con frequenza di taglio a -3 dB imposta in sede di fabbricazione ad un valore nominale di 1 kHz [8]. Questa è anche la larghezza di banda dell'accelerometro che può essere successivamente ridotta dall'utilizzatore mediante un filtro addizionale esterno al dispositivo (Fig. 3.17).



**Fig. 3.17** Esempio d'impiego di un filtro addizionale esterno per la definizione della larghezza di banda, della Sensitivity e dello Zero-g-Level del segnale d'uscita dell'accelerometro [8].

In conclusione, in uscita del filtro passa basso di demodulazione si ottiene un segnale di tensione proporzionale alla variazione della capacità di *sensing*  $\Delta C(t)$ , e quindi, proporzionale all'accelerazione oggetto di misura. Tale segnale, opportunamente polarizzato e condizionato, costituisce l'uscita analogica dell'accelerometro di cui il costruttore fornisce un certo numero di parametri per la sua caratterizzazione. Tra questi ricordiamo: il valore nominale assunto dall'uscita in condizione di accelerazione nulla (*zero-g-level*) e la relativa tolleranza; la variazione dello *zero-g-level* con la temperatura; la *sensitivity*, ovvero la variazione del segnale d'uscita in corrispondenza di una variazione unitaria dell'accelerazione d'ingresso; la variazione di tale parametro con la temperatura; la deviazione massima dell'uscita effettiva rispetto all'uscita ideale data dalla retta che meglio approssima la caratteristica ingresso-uscita del dispositivo (*non-linearity*); ed altri parametri che consentono di caratterizzare, oltre al segnale d'uscita, anche il dispositivo stesso.



## Capitolo 4

*La forza elettrostatica agente tra le armature dei condensatori di sensing di un accelerometro capacitivo è responsabile di una costante elastica elettrostatica che si oppone a quella meccanica. La stessa forza elettrostatica può essere impiegata nella realizzazione di sistemi di retroazione analogica e digitale per il controllo della posizione dell'elemento mobile della microstruttura meccanica del sensore.*

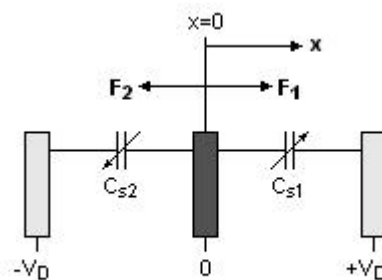
### 4.1 La “force-feedback” nei microaccelerometri capacitivi

L'impiego nei microaccelerometri capacitivi di microstrutture meccaniche dotate di una parte fissa e di una parte mobile con le quali realizzare, rispettivamente, le armature fisse e le armature mobili di uno o più condensatori variabili di *sensing*, porta con sé alcune considerazioni sulle forze elettrostatiche intrinseche al principio di trasduzione adottato ed agenti sulle armature dei condensatori variabili, in particolare sull'armatura mobile, per effetto delle tensioni di pilotaggio applicate.

#### 4.1.1 La costante elastica elettrostatica

Nei capitoli precedenti si è visto che nella misura dell'accelerazione mediante interfaccia capacitiva viene sfruttata la relazione esistente tra lo spostamento dell'elemento mobile della microstruttura meccanica e la variazione complessiva delle capacità di *sensing*. Per rilevare tale variazione viene applicata ai capi del condensatore di *sensing*, o del condensatore equivalente, una differenza di potenziale il cui effetto, oltre a quello di immagazzinare una certa quantità di carica, risulta essere quello di indurre sulle armature del condensatore una forza elettrostatica che tende ad avvicinarle.

Consideriamo come esempio l'interfaccia capacitiva esaminata nel paragrafo 3.1.1 ed equivalente alla serie di due condensatori variabili,  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , aventi in comune un'armatura mobile solidale alla massa sismica della microstruttura e nodo di prelievo del segnale utile. Una schematizzazione dell'interfaccia capacitiva è mostrata in Fig. 4.1 dove sono raffigurate le armature fisse dei condensatori di *sensing* (armature laterali) e l'armatura mobile comune (armatura centrale).



*Fig. 4.1 Interfaccia capacitiva di trasduzione.*

Nell'approssimazione di condensatori ad armature piane e parallele le capacità di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  sono date dalle (3.2) qui sotto riportate:

$$C_{s1} = \epsilon_0 \frac{A}{(d_0 - x)} = C_{s0} \frac{d_0}{(d_0 - x)} \quad , \quad C_{s2} = \frac{A}{(d_0 + x)} = C_{s0} \frac{d_0}{(d_0 + x)} \quad (4.1)$$

dove  $A$  è l'area di sovrapposizione delle armature,  $d_0$  la loro distanza a riposo (in condizione di accelerazione nulla) e  $x$  lo spostamento dell'armatura mobile rispetto alla posizione di riposo.

Nel paragrafo 3.1.1 si è visto che per rilevare la variazione di capacità  $\Delta C$ , subita dalle capacità di *sensing* in seguito allo spostamento  $x$  dell'elemento mobile, vengono applicate alle armature fisse dell'interfaccia capacitiva delle tensioni di pilotaggio che qui indichiamo genericamente con  $+V_D$  e  $-V_D$ . L'applicazione di tali tensioni induce sulle armature dei condensatori di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , e in particolare sull'armatura centrale mobile, delle forze elettrostatiche. Nell'ipotesi che l'armatura centrale sia posta ad un potenziale nullo, la forza elettrostatica  $F_1$  agente su di essa, e dovuta alla tensione  $V_D$  presente ai capi di  $C_{s1}$ , risulta essere:

$$\mathbf{F}_1 = \frac{1}{2} \frac{dC_{s1}}{dx} V_D^2 = \frac{1}{2} C_{s0} d_0 \frac{V_D^2}{(d_0 - x)^2} \mathbf{u}_x \quad (4.2)$$

mentre la forza  $F_2$  indotta dalla tensione  $V_D$  presente ai capi di  $C_{s2}$  è data da:

$$\mathbf{F}_2 = \frac{1}{2} \frac{dC_{s2}}{dx} V_D^2 = -\frac{1}{2} C_{s0} d_0 \frac{V_D^2}{(d_0 + x)^2} \mathbf{u}_x \quad (4.3)$$

dove con  $\mathbf{u}_x$  si è indicato il versore dell'asse  $x$  degli spostamenti.

La forza risultante  $F_R$  agente sull'elemento mobile risulta essere quindi:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \frac{1}{2} C_{s0} d_0 V_D^2 \left[ \frac{1}{(d_0 - x)^2} - \frac{1}{(d_0 + x)^2} \right] \mathbf{u}_x \quad (4.4)$$

Come si può osservare dalle (4.2), (4.3) e (4.4), l'azione combinata delle tensioni di pilotaggio dell'interfaccia capacitiva e dello spostamento subito dall'armatura mobile in seguito all'azione di un'accelerazione esterna, fa sì che su di essa agisca una forza elettrostatica  $F_R$  che tende ad aumentarne lo spostamento dalla posizione di riposo. La forza elettrostatica varia al variare della posizione  $x$  della *proof-mass* e analogamente alla forza elastica di tipo meccanico originata dagli elementi di sospensione, risulta essere caratterizzata da una costante elastica  $k_{el}$  data da:

$$k_{el} = -\frac{dF_R}{dx} = -C_{s0} d_0 V_D^2 \left[ \frac{1}{(d_0 - x)^3} + \frac{1}{(d_0 + x)^3} \right] \quad (4.5)$$

Nelle ipotesi di piccoli spostamenti dell'elemento mobile,  $x \ll d_0$ , la (4.5) può essere riscritta come:

$$k_{el} \approx -2C_{s0} \frac{V_D^2}{d_0^2} \quad (4.6)$$

Dato che la forza elettrostatica agisce nella direzione opposta alla forza di ripristino meccanico, la costante elastica totale del sistema del secondo ordine, massa, molla ed elemento smorzatore, con cui si è modellata la microstruttura meccanica del sensore (paragrafo 2.1.1), data ora da:

$$k_{TOT} = k_{mec} + k_{el} \quad (4.7)$$

risulta essere inferiore alla costante elastica meccanica  $k_{mec}$  dovuta ai soli elementi di sospensione. Nel caso in cui il dispositivo non sia alimentato, la costante elastica del sistema coincide con la costante meccanica  $k_{mec}$ ; infatti, la forza elettrostatica responsabile della costante elastica  $k_{el}$  è il risultato dell'applicazione delle tensioni di pilotaggio  $+V_D$  e  $-V_D$  alle armature fisse dei condensatori di *sensing*. In conclusione, la riduzione della costante elastica del sistema per effetto della  $k_{el}$  avviene solo quando l'interfaccia capacitiva è alimentata, altrimenti coincide con la costante elastica meccanica.

Una prima conseguenza della riduzione della costante elastica del sistema è la riduzione della frequenza naturale di risonanza della microstruttura mobile. La nuova frequenza di risonanza, ottenuta sostituendo la (4.7) nella (2.3), risulta essere:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{mec} + k_{el}}{m}} = f_{n,mec} \sqrt{1 + \frac{k_{el}}{k_{mec}}} \quad (4.8)$$

dove con  $m$  si è indicata la massa della *proof-mass* e con  $f_{n,mec}$  la frequenza naturale di risonanza dovuta alla sola costante elastica  $k_{mec}$ .

Ad una riduzione della frequenza di risonanza corrisponde un aumento della sensibilità dell'elemento di trasduzione; sensibilità che ricordiamo essere definita come il rapporto tra lo spostamento  $x$  subito dall'elemento mobile e l'accelerazione  $a$  che lo ha causato, e che risulta essere data dalla (2.12):  $x/a \approx 1/(2\pi f_n)^2$ .

All'aumento della sensibilità dell'elemento di trasduzione non corrisponde una riduzione della resistenza agli urti del dispositivo in condizione di sistema non alimentato [1, 2]. Infatti, la riduzione della costante elastica del sistema per effetto della  $k_{el}$  si ha solo grazie all'applicazione delle tensioni di pilotaggio alle armature fisse dell'interfaccia capacitiva, mentre a sistema non alimentato la costante elastica totale risulta essere pari alla sola costante elastica meccanica dovuta agli elementi di sospensione.

Le “molle elastiche” risultano avere diverse applicazioni nei sistemi micro-elettro-meccanici, ma in tutti i casi in cui sono presenti (volutamente o no) deve essere prestata molta attenzione a garantire che la costante elastica elettrostatica sia sempre inferiore a quella meccanica in modo tale che la costante elastica totale del sistema sia sempre non negativa [1].

Per un tipico sistema con frequenza di risonanza “meccanica”  $f_{n,mec} = 8$  kHz e massa  $m = 0,1 \mu\text{g}$ , la costante elastica meccanica  $k_{mec}$  risulta essere di 0,25 N/m.

Un tipico valore per la frequenza di risonanza del sistema alimentato è di  $f_n = 6,2$  kHz a cui corrisponde una costante elettrostatica  $k_{el}$  di  $-0,1$  N/m. Per tali valori di  $k_{mec}$  e  $k_{el}$  la costante elastica totale  $k_{TOT}$  risulta essere non negativa e pari a  $0,15$  N/m; se viceversa, a parità di  $k_{el}$ , la frequenza di risonanza  $f_{n,mec}$  fosse stata di  $5$  kHz, la costante elastica totale risulterebbe essere nulla e il sistema, di conseguenza, instabile [1].

#### 4.1.2 La forza elettrostatica come grandezza di retroazione

La forza elettrostatica agente sulle armature di un condensatore quando ai suoi capi è applicata una differenza di potenziale viene sfruttata nei microattuatori capacitivi per creare il movimento desiderato. In questi dispositivi il condensatore è realizzato da una microstruttura meccanica composta da una struttura fissa ed una mobile che costituiscono, rispettivamente, l'armatura fissa (o le armature fisse) e l'armatura mobile del condensatore. L'applicazione di una differenza di potenziale tra le armature del condensatore provoca uno spostamento della microstruttura mobile rispetto a quella fissa. In generale si osserva che l'interfaccia capacitiva, intesa come la microstruttura meccanica che realizza il condensatore ad armatura mobile, risulta avere due modalità di funzionamento: come sensore e come attuatore.

Nei microaccelerometri capacitivi, ed in particolare in quelli realizzati mediante *surface micromachining*, la forza elettrostatica di attuazione viene sfruttata nella realizzazione di sistemi di retroazione con i quali si vuole controllare il moto dell'elemento mobile della microstruttura, e quindi, dell'armatura mobile dell'interfaccia capacitiva. In tali sistemi viene applicata, tra le armature del condensatore variabile, una differenza di potenziale legata in modo noto allo spostamento subito dall'armatura mobile e tale da indurre su questa una forza elettrostatica che si opponga al moto e tenda a mantenerla nella sua posizione di riposo [3].

La retroazione offre un certo numero di vantaggi, tra i quali, la riduzione della sensibilità del dispositivo rispetto ai parametri di processo e alle non idealità della microstruttura meccanica; la possibilità di separare la scelta della banda del dispositivo dalla sensibilità dell'elemento di trasduzione; il controllo elettronico del moto della massa sismica in quei sistemi aventi elevato fattore di qualità  $Q$ .

In primo luogo, la sensibilità di un accelerometro ad anello aperto, cioè privo di retroazione, risulta essere inversamente proporzionale alla costante elastica meccanica del sistema che, a sua volta, è funzione delle dimensioni e della geometria degli elementi di sospensione (si vedano la (2.12), la (2.16) e la (2.17) per una struttura a *cantilever*). Pertanto, piccole differenze nel processo di fabbricazione dei sensori portano a variazioni di sensibilità fra un dispositivo e l'altro [4]. Inoltre, la sensibilità del sensore risulta essere fortemente dipendente dalle non idealità di comportamento della microstruttura meccanica; si pensi, ad esempio, al comportamento non lineare del sistema di sospensioni e la dipendenza di questo dalla temperatura [3].

La retroazione consente di ridurre in modo rilevante la forte dipendenza della sensibilità del sensore dai parametri di processo e dalle non idealità della microstruttura. Infatti, per guadagni d'anello sufficientemente elevati, la linearità e le derivate di un sistema retroazionato sono determinate solamente dal cammino di

retroazione e risultano essere, almeno in primo grado, indipendenti dalle non idealità dell'elemento di trasduzione [4].

In secondo luogo, nei sistemi ad anello aperto la scelta della larghezza di banda del dispositivo è fortemente legata alla frequenza di risonanza della microstruttura meccanica da cui dipende anche la sensibilità dell'elemento di trasduzione. La retroazione consente di fissare la banda del dispositivo e la sensibilità del sensore in modo indipendente [4].

Infine, la retroazione permette di controllare elettricamente il moto della massa simica; controllo che risulta essere importante in quei dispositivi aventi una microstruttura meccanica ad elevato fattore di qualità  $Q$  e che può esibire, per frequenze vicine alla frequenza di risonanza, delle oscillazioni dell'elemento mobile di ampiezza superiore al piccolo spazio esistente tra le armature del singolo condensatore di *sensing* [3].

Come è noto, l'applicazione di una differenza di potenziale  $V$  ai capi di un condensatore induce sulle sue armature una forza elettrostatica che, nelle ipotesi di condensatore ad armature piane e parallele di area  $A$  e distanza  $d$ , risulta essere:

$$F = \frac{1}{2} \frac{dC}{dd} V^2 = \frac{1}{2} \frac{d}{dd} \left( \epsilon \frac{A}{d} \right) V^2 = -\frac{1}{2} C \frac{V^2}{d} \quad (4.9)$$

Il segno meno sta ad indicare che le forze elettrostatiche tendono ad avvicinare le due armature e se una di queste è in grado di compiere un qualche movimento nella direzione ortogonale alla loro superficie, allora l'applicazione della tensione  $V$  può essere causa dello spostamento dell'armatura mobile rispetto a quella fissa.

Sempre dalla (4.9) si osserva che la forza elettrostatica risulta essere una funzione quadratica della tensione applicata e non una funzione di tipo lineare come invece è richiesto negli attuatori capacitivi o in quei microaccelerometri dove la forza elettrostatica è utilizzata come “segnale” di reazione. In questi casi si rendono quindi necessari dei metodi di linearizzazione della forza elettrostatica [3].

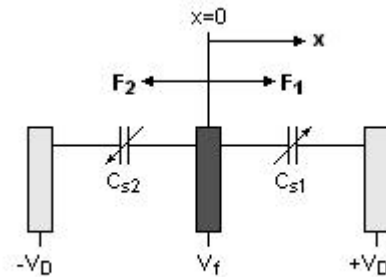
In un microaccelerometro capacitivo in cui sia stato realizzato un sistema di retroazione facente uso della forza elettrostatica di attuazione come segnale di reazione (*force-feedback*), il blocco di confronto tra il segnale d'ingresso (accelerazione) e il segnale di reazione si localizza fisicamente nell'interfaccia capacitiva, ovvero nella microstruttura meccanica che costituisce l'elemento di trasduzione del dispositivo.

In seguito all'azione di un'accelerazione esterna, l'elemento mobile della microstruttura subisce uno spostamento rispetto alla posizione di riposo proporzionale all'entità dell'accelerazione; a tale spostamento corrisponde una variazione della capacità del condensatore di *sensing* (o dei condensatori di *sensing*) che viene poi convertita in un segnale di tensione con ampiezza ad essa proporzionale.

Il cammino di retroazione risponde allo spostamento dell'elemento mobile mediante l'azione di una forza elettrostatica indotta sull'armatura mobile mediante l'applicazione di una differenza di potenziale tra questa e l'armatura fissa, o le armature fisse, del condensatore variabile di *sensing*. Tale forza si opporrà al moto dell'elemento mobile e tenderà ad annullarne lo spostamento riportandolo alla

posizione di riposo. A tal fine la tensione applicata sull'armatura mobile deve essere legata in modo noto all'ampiezza del segnale utile ottenuto in seguito al suo spostamento.

Come si è detto in precedenza, la relazione che deve sussistere tra la tensione proveniente dal cammino di retroazione e la forza elettrostatica di reazione da essa generata deve essere di tipo lineare. Una relazione lineare è ottenibile in modo immediato per le interfacce capacitive simmetriche, ovvero per quelle microstrutture che implementano un condensatore differenziale simmetrico. Si consideri, ad esempio, l'interfaccia capacitiva simmetrica avente struttura di principio di Fig. 4.2.



**Fig. 4.1** Interfaccia capacitiva di trasduzione.

Al fine di rilevare e convertire in una grandezza elettrica di tensione, o di corrente, la variazione di capacità dei condensatori di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , vengono applicate alle armature fisse del condensatore differenziale (strutture laterali) due tensioni uguali ed opposte indicate, ancora una volta, con  $+V_D$  e  $-V_D$ . Se sull'armatura centrale viene applicata una tensione  $V_f$ , ottenuta per esempio dal cammino di retroazione, le forze elettrostatiche  $F_1$  e  $F_2$  indotte su di essa dalle differenze di potenziale presenti ai capi di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  risultano essere date da:

$$F_1 = \frac{1}{2} C_{s0} d_0 \frac{(V_D - V_f)^2}{(d_0 - x)^2} \mathbf{u}_x \quad , \quad F_2 = -\frac{1}{2} C_{s0} d_0 \frac{(V_D + V_f)^2}{(d_0 + x)^2} \mathbf{u}_x \quad (4.10)$$

Nelle ipotesi di piccoli spostamenti ( $x \ll d_0$ ) la forza risultante agente sull'elemento mobile della microstruttura è in prima approssimazione linearmente proporzionale alla tensione  $V_f$  come richiesto per la forza elettrostatica di reazione. Infatti dalle (4.10) si ha per la forza elettrostatica risultante:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \approx -\frac{2C_{s0}}{d_0} V_D V_f \mathbf{u}_x \quad (4.11)$$

Si osservi che tale risultato è valido solo nella condizione di piccoli spostamenti dell'elemento mobile per i quali la sensibilità  $dC/dx$  può essere ritenuta approssimativamente costante [1].

Esempio di utilizzo di una tale soluzione per la retroazione è costituito dall'accelerometro ADXL50 dove la tensione di retroazione, prelevata dall'uscita del

dispositivo mediante un resistore di isolamento di  $3\text{ M}\Omega$ , viene applicata alla microstruttura mobile dell'elemento di trasduzione [5].

Nonostante i benefici derivanti dalla retroazione, la soluzione predominante nei microaccelerometri capacitivi presenti in commercio risulta essere quella dei sistemi ad anello aperto. A parte i primi dispositivi introdotti nel mercato, per esempio l'ADXL50 e l'ADXL05 [5, 6], che presentavano un sistema retroazionato, oggi giorno la quasi totalità dei microaccelerometri commerciali risultano essere ad anello aperto; ne sono un esempio l'ADXL202, l'ADXL103, il LIS2L02AL della STMicroelectronics e il KXM52-1048 della Kionix [7-11].

## 4.2 La retroazione analogica

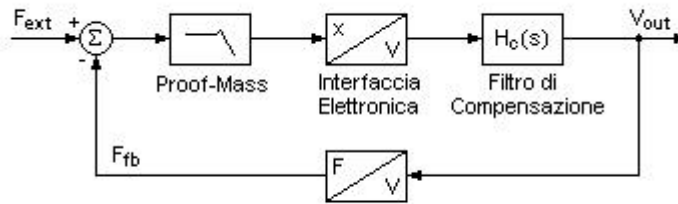
Nel paragrafo precedente si è visto che nei microaccelerometri capacitivi retroazionati si fa uso della forza elettrostatica per contrastare lo spostamento dell'elemento mobile nell'interfaccia capacitiva. Si è visto, inoltre, che tale forza è indotta sull'elemento mobile mediante l'applicazione di un segnale di tensione proveniente dal cammino di retroazione e che la relazione tra la tensione applicata e la forza elettrostatica di reazione risulta essere lineare nel caso di interfaccia capacitiva simmetrica.

Si prenda nuovamente in considerazione l'interfaccia capacitiva equivalente ad un condensatore differenziale a tre armature di cui quella centrale è mobile. Come evidenziato nel paragrafo 4.1.2 la simmetria della struttura fa sì che la relazione tra la tensione di reazione  $V_{fb}$ , applicata all'armatura centrale, e la forza elettrostatica di reazione in essa indotta risulti essere lineare. In particolare, dalla (4.11) tale relazione può essere espressa, nell'ipotesi di condensatori ad armature piane e parallele, come:

$$F_{fb} \approx -2 \frac{C_{s0}}{d_0} V_D V_{fb} \quad (4.12)$$

dove  $C_{s0}$  è il valore di capacità assunto dai due condensatori variabili di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , connessi in serie e formanti il condensatore differenziale di trasduzione, quando l'armatura centrale è nella posizione di "riposo" equidistante dalle due armature fisse;  $d_0$  è la distanza a riposo tra le armature dei condensatori; e  $V_D$  la tensione applicata ad un'armatura fissa del condensatore differenziale mentre l'altra è alimentata con la tensione opposta  $-V_D$ . In pratica, la linearità della relazione risulta essere garantita dal grado di simmetria dell'interfaccia capacitiva che nel nostro caso si traduce nell'uguaglianza tra i condensatori di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  [3].

La linearità della relazione tra la tensione di reazione e la forza elettrostatica indotta consente di utilizzare, come segnale di reazione, il segnale di tensione presente in uscita all'interfaccia elettronica e caratterizzato dal fatto di essere proporzionale allo spostamento dell'elemento mobile di cui si vuole controllare il moto. Tale soluzione è adottata nel sistema retroazionato di Fig. 4.3 dove ne è mostrato lo schema a blocchi comprensivo di un blocco di compensazione necessario per garantirne la stabilità.



**Fig. 4.3** Schema funzionale a blocchi di un sistema retroazionato con filtro di compensazione relativo ad un accelerometro capacitivo.

La modalità di retroazione considerata viene riferita come “retroazione analogica” [3] per distinguerla dalla “retroazione digitale” in cui il segnale di reazione è classificabile come segnale digitale in quanto derivante da un'operazione di conversione Analogica-Digitale sul segnale in uscita dall'interfaccia elettronica di *position sensing* (rilevazione e conversione in un segnale di tensione dello spostamento dell'elemento mobile).

La natura di sistema del secondo ordine della microstruttura di trasduzione richiede di prestare molta attenzione nel garantire la stabilità del sistema retroazionato. Si ricorda, infatti, che la funzione di trasferimento della microstruttura meccanica di trasduzione, modellata come un sistema massa, molla, elemento smorzatore, è data dalla (2.2) qui sotto riportata:

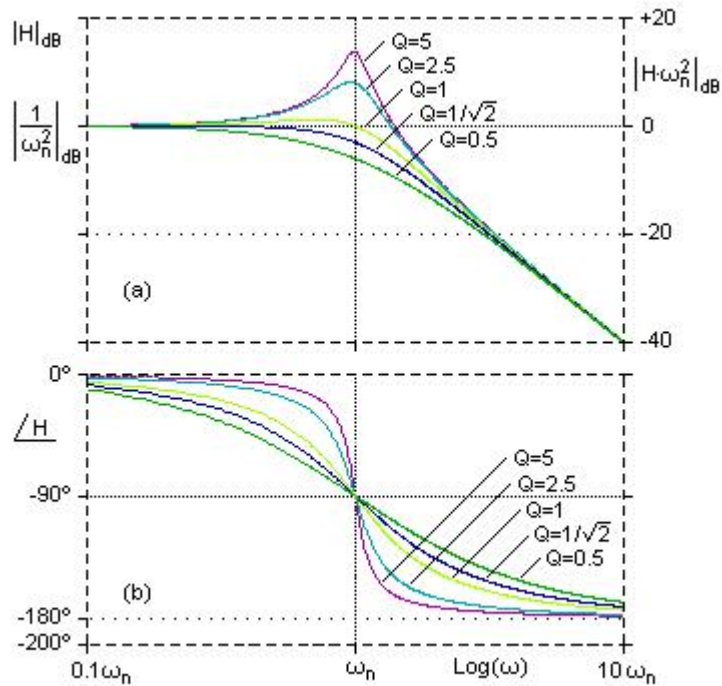
$$H(s) = \frac{X(s)}{A(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.13)$$

dove  $X(s)$  è la trasformata di Laplace dello spostamento subito dall'elemento mobile,  $A(s)$  la trasformata di Laplace dell'accelerazione esterna,  $\omega_n$  la pulsazione naturale di risonanza della microstruttura meccanica data dalla (2.3) e  $\xi$  il fattore di smorzamento usualmente inferiore all'unità<sup>(1)</sup>.

Gli andamenti del modulo e della fase della funzione di trasferimento  $H(s)$  al variare della frequenza, nel caso di sistema sotto-smorzato ( $\xi < 1$ ), sono mostrati rispettivamente in Fig. 4.4a e in Fig. 4.4b, dove si osserva che per frequenze superiori alla frequenza di risonanza  $f_n = \omega_n / 2\pi$  l'elemento di trasduzione introduce un ritardo di fase di approssimativamente  $180^\circ$ . Questo, assieme agli eventuali poli introdotti dalla rimanente circuiteria elettronica, ad esempio dall'interfaccia elettronica di *position sensing*, fa sì che il sistema complessivo, privo di un qualche mezzo per la compensazione, risulti essere instabile.

(1) Per  $\xi < 1$  ( $Q > 1/2$ ) il sistema è sotto-smorzato; i poli sono complessi e coniugati e la risposta in frequenza presenta un picco nell'intorno della frequenza di risonanza. Questa è la condizione usuale per le strutture di trasduzione realizzate con elevati  $Q$  al fine di mantenere basso il rumore Browniano (2.21). Per  $\xi < 1$  ( $Q < 1/2$ ) il sistema è sovra-smorzato e la risposta in frequenza non presenta il caratteristico picco. Il rumore Browniano risulta, a parità degli altri fattori, molto maggiore che non nel caso precedente.





**Fig. 4.4** Andamento in frequenza del modulo(a) e della fase(b) della funzione di trasferimento del secondo ordine  $H(s)$ .

Si consideri il sistema retroazionato di Fig. 4.5 nel quale il blocco in catena diretta  $W(s)$  rappresenta la microstruttura meccanica di trasduzione avente funzione di trasferimento esprimibile con:

$$W(s) = \frac{a}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{a}{(s - p_1)(s - p_2)} \quad (4.14)$$

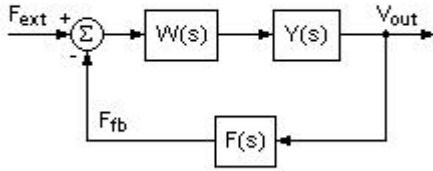
dove i poli  $p_1$  e  $p_2$ , dati da:

$$p_{1,2} = \xi\omega_n \left( -1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{\xi^2}} \right) \quad (4.15)$$

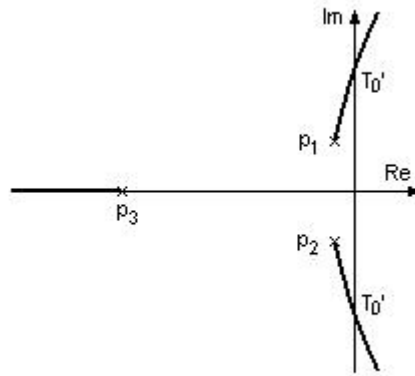
coincidono con i poli di  $H(s)$ . Il blocco  $Y(s)$ , immediatamente successivo, rappresenta l'introduzione da parte dell'interfaccia elettronica di un terzo polo  $p_3$  che supponiamo essere in modulo maggiore di  $p_1$  e  $p_2$ . Possiamo quindi scrivere per  $Y(s)$ :

$$Y(s) = \frac{b}{(s - p_3)} \quad (4.16)$$

Infine supponiamo che la funzione di trasferimento del blocco di retroazione, rappresentativo dell'operazione di conversione della tensione di reazione nella corrispondente forza elettrostatica, sia indipendente dalla frequenza ed esprimibile



**Fig 4.5** Sistema retroazionato privo della compensazione in frequenza rappresentativo di un accelerometro capacitivo.



**Fig. 4.6** Luogo delle radici (indicativo) di  $1+T(s)$  avente due poli complessi e coniugati e uno reale negativo.

nella forma:  $F(s)=F$ . La funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema di Fig. 4.5 risulta essere:

$$T(s)=W(s)Y(s)F(s)=\frac{abF}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)} \quad (4.17)$$

Nell'ipotesi, usualmente verificata, di poli complessi e coniugati per  $H(s)$ , e quindi per  $W(s)$ , si ha che il luogo delle radici di  $1+T(s)$ , cioè del denominatore della funzione di trasferimento ad anello chiuso del sistema retroazionato, risulta essere come indicativamente mostrato in figura Fig. 4.6.

Si osserva che esiste un valore  $T_0'$  del guadagno d'anello statico  $T_0$  per cui per valori di  $T_0=abF/(-p_1)(-p_2)(-p_3)$  maggiori di  $T_0'$  la funzione di trasferimento del sistema presenta poli a parte reale positiva risultando, perciò, instabile.

Per garantire la stabilità del sistema con un certo margine di sicurezza, vengono utilizzati diversi metodi di compensazione in frequenza: a) il *pole-splitting*, ovvero la separazione dei poli dovuti all'elemento di trasduzione; b) l'introduzione nella catena diretta del sistema retroazionato di uno zero a parte reale negativa (filtro anticipatore); c) l'introduzione di un polo per la limitazione della larghezza di banda del guadagno d'anello  $T(s)$  [3].

Nella prima soluzione i poli della funzione di trasferimento della microstruttura di trasduzione  $H(s)$ , normalmente complessi e coniugati, sono invece reali e distinti, separati l'uno dall'altro da una distanza tale da garantire il margine di stabilità desiderato.

Dall'espressione (4.13) si ricava che i poli di  $H(s)$  sono dati da:

$$p_{1,2}=-\frac{\omega_n}{2Q}\pm\frac{\omega_n}{2Q}\sqrt{1-4Q^2} \quad (4.18)$$

con  $Q=1/2\xi$  fattore di qualità del mezzo di trasduzione. Per valori di  $Q$  superiori a 0,5 i poli sono complessi coniugati, mentre per  $Q<0,5$  risultano essere reali, distinti

e tanto più lontani l'uno dall'altro quanto più è piccolo il fattore di qualità  $Q$ .

Il metodo di compensazione *pole-splitting* consiste quindi nel realizzare una microstruttura meccanica con un fattore di qualità inferiore a 0,5 e di valore tale da garantire la desiderata separazione dei poli al fine di rendere il sistema stabile con un certo margine di sicurezza.

Un valore troppo basso per  $Q$  ha però come effetto un elevato livello del rumore termico meccanico dovuto all'agitazione termica della microstruttura. Come visto nel paragrafo 2.1.3 l'elemento di trasduzione di un microaccelerometro è sorgente di un rumore di tipo Browniano la cui espressione, in termini di densità spettrale di accelerazione di rumore riferita all'ingresso del dispositivo, è data dalla (2.21) qui sotto riportata:

$$\sqrt{\frac{\bar{a}^2}{\Delta f}} = \sqrt{\frac{4 k_B T \omega_n}{m Q}} \quad (4.19)$$

con  $m$  massa dell'elemento mobile,  $k_B$  costante di Boltzmann e  $T$  temperatura in gradi Kelvin. Risulta evidente che per piccoli valori di  $Q$ , e a maggior ragione per quelle strutture realizzate mediante *surface micromachining* caratterizzate da piccoli valori di  $m$ , il rumore termico risulta essere rilevante. Ne consegue che il metodo di compensazione *pole-splitting* è praticabile solo nel caso di accelerometri a basse prestazioni oppure aventi una microstruttura meccanica con massa sismica di dimensioni relativamente elevate (*bulk micromachined*) [3].

Un secondo metodo di compensazione prevede l'introduzione di uno zero a parte reale negativa nella funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema retroazionato in modo tale da ridurre il ritardo di fase introdotto dal guadagno d'anello  $T(s)$  in corrispondenza della frequenza a guadagno unitario [3]. Questo risultato può essere ottenuto con l'inserimento di un filtro avente risposta in frequenza del tipo:

$$G(s) = \frac{(s-z)}{(s-p)} \quad (4.20)$$

con  $p$  e  $z$  reali e negativi, verificanti la condizione sui moduli  $|z| < |p|$ , ovvero con frequenza dello zero  $f_z$  minore della frequenza del polo  $f_p$ . Polo e zero del filtro di compensazione, detto *lead-lag filter*, devono essere opportunamente dimensionati al fine di garantire, con un certo margine di sicurezza, la stabilità del sistema.

Si consideri il sistema retroazionato di Fig. 4.5 che abbiamo visto essere instabile per valori del guadagno d'anello statico maggiori di un determinato valore  $T_0'$ . Supponiamo che il sistema sia instabile; questo vuol dire che in corrispondenza della frequenza  $f_T$  per cui il modulo del guadagno d'anello risulta essere unitario, la fase di  $T(s)$  è minore di  $-180^\circ$  (il ritardo di fase introdotto da  $T(s)$  è maggiore di  $180^\circ$ ).

Inserendo il filtro di compensazione  $G(s)$  in cascata ai blocchi  $W(s)$  e  $Y(s)$  del sistema retroazionato di Fig. 4.5 si ottiene la nuova funzione di trasferimento ad anello aperto:

$$T_c(s) = abF \frac{(s-z)}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)(s-p)} \quad (4.21)$$

con  $p_1$  e  $p_2$  complessi coniugati,  $|p_3| > |p_1| = |p_2|$  e  $|z| < |p|$ .

Posizionando accuratamente il polo e lo zero del filtro  $G(s)$  rispetto agli altri poli della  $T_c(s)$  è possibile ridurre il ritardo di fase introdotto dal guadagno d'anello in prossimità della nuova frequenza a guadagno unitario  $f_{TC}$ . Perché la compensazione abbia effetto rendendo il sistema stabile con un certo margine di sicurezza è necessario che l'anticipo di fase introdotto dallo zero in corrispondenza della frequenza  $f_{TC}$  sia tale che la fase di  $T_c(s)$  sia maggiore di  $-180^\circ$  di un angolo desiderato detto margine di fase; ovvero che il ritardo di fase introdotto dalla  $T_c(s)$  alla frequenza di guadagno unitario sia inferiore ai  $180^\circ$  della quantità desiderata e ritenuta sufficiente per garantire la stabilità del sistema.

L'ultimo metodo di compensazione che viene preso in considerazione consiste nell'introdurre un polo a bassa frequenza nella funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema retroazionato in modo tale che il ritardo di fase introdotto da  $T(s)$  alla frequenza di guadagno unitario sia inferiore a  $180^\circ$  del margine di fase voluto.

Come nel caso di compensazione mediante filtro *lead-lag*, l'aggiunta di un polo al guadagno d'anello  $T(s)$  può essere realizzata inserendo un filtro di compensazione passa basso nel cammino diretto del sistema retroazionato. La risposta in frequenza del filtro sarà del tipo:

$$G(s) = \frac{1}{(s-p)} \quad (4.22)$$

con frequenza del polo  $f_p$  minore della frequenza di risonanza dell'elemento di trasduzione; inferiore, cioè, alla frequenza  $f_n = \omega_n / 2\pi$  con  $\omega_n$  pulsazione naturale della funzione di trasferimento  $H(s)$  espressa dalla (4.13).

Dalla modalità con cui opera la tecnica di compensazione considerata si ha che la distanza tra la frequenza di risonanza  $f_n$  e la frequenza di taglio  $f_p$  del filtro passa basso risulta essere funzione del guadagno statico d'anello  $T_0$ ; in particolare, tanto più è elevato il modulo di  $T_0$  tanto più grande deve essere il rapporto  $f_n / f_p$ .

L'uso di tale tecnica, riferita anche come *narrow-banding*, ha come effetto la riduzione della larghezza di banda del guadagno d'anello a frequenze ben al di sotto della frequenza di risonanza della struttura meccanica e di conseguenza la riduzione della banda del dispositivo a valori inferiori ad  $f_n$  [3]. Infatti, al fine di garantire con un certo margine di sicurezza la stabilità del sistema si richiede al guadagno d'anello di essere inferiore al rapporto tra la frequenza di risonanza  $f_n$  e la larghezza di banda del dispositivo [3]; d'altra parte, il guadagno d'anello non deve assumere valori troppo bassi per non ridurre eccessivamente i benefici introdotti dalla retroazione; pertanto, il rapporto tra la frequenza di risonanza dell'elemento di trasduzione e la banda del dispositivo non deve assumere valori troppo piccoli. Questo si traduce, come si è detto, in una riduzione della banda del dispositivo a valori ben al di sotto della  $f_n$ .

Si consideri nuovamente il sistema di Fig. 4.5 che supponiamo instabile. La

compensazione mediante riduzione della larghezza di banda del guadagno d'anello prevede l'inserimento in cascata ai blocchi  $W(s)$  e  $Y(s)$  del filtro passa basso  $G(s)$  avente risposta in frequenza data dalla (4.22). La nuova funzione di trasferimento ad anello aperto  $T_C(s)$  del sistema retroazionato risulta essere:

$$T_C(s) = W(s)Y(s)G(s)F(s) = \frac{abF}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)(s-p)} \quad (4.23)$$

dove si ricorda che  $W(s)$  rappresenta la funzione di trasferimento dell'elemento meccanico di trasduzione con poli  $p_1$  e  $p_2$  complessi coniugati e pulsazione naturale di risonanza  $\omega_n = 2\pi f_n = |p_1| = |p_2|$ . Inoltre si è supposto che la funzione di trasferimento del blocco di reazione  $F(s)$  sia costante, cioè indipendente dalla frequenza, e che la frequenza del polo  $p_3$ , introdotto dall'interfaccia elettronica di *position sensing*, sia maggiore della frequenza di risonanza  $f_n$ .

L'aggiunta di un polo di frequenza  $f_p$  minore di  $f_n$  alla funzione di trasferimento ad anello aperto del sistema comporta la riduzione della sua larghezza di banda; in particolare, se la distanza tra le due frequenze è almeno di una decade ( $f_n/f_p \geq 10$ ), la larghezza di banda del guadagno d'anello risulta essere pari alla frequenza  $f_p$  del polo introdotto. Si osserva che nelle condizioni considerate  $f_p$  è anche la frequenza a -3dB del modulo della risposta in frequenza del sistema retroazionato.

Allo scopo di rendere il sistema stabile con un adeguato margine di sicurezza, si richiede che la frequenza a guadagno unitario  $f_{TC}$  della  $T_C(s)$  sia inferiore alla frequenza di risonanza  $f_n$ . Dall'approssimazione a tratti dell'andamento in frequenza del modulo della  $T_C(s)$  si ha che la condizione sulle frequenze  $f_{TC} \leq f_n$  si traduce nella condizione:

$$|T_{C0}| \leq \frac{f_n}{f_p} \quad (4.24)$$

dove  $T_{C0}(s)$  è il guadagno d'anello statico. Infatti, per frequenze maggiori di  $f_p$  il guadagno d'anello subisce un'attenuazione di 20 dB per decade, da cui la frequenza a guadagno unitario risulta essere:

$$f_{TC} \approx |T_{C0}| f_p \quad (4.25)$$

Dalla (4.24) si osserva che una volta nota la frequenza di risonanza della microstruttura meccanica di trasduzione e scelta la larghezza di banda del dispositivo, coincidente con  $f_p$ , la condizione di stabilità fissa un limite superiore per il modulo del guadagno d'anello.

Un esempio di dispositivo commerciale che impiega questa tecnica di compensazione è l'accelerometro capacitivo ADXL50 il cui schema a blocchi funzionale è mostrato in Fig. 4.7. L'accelerometro fa uso della retroazione "analogica" e il segnale di reazione non è altro che il segnale di tensione in uscita dal filtro di demodulazione, opportunamente amplificato e polarizzato<sup>(2)</sup> ad una tensione

(2) Con il termine "polarizzato" si vuole indicare il fatto che al segnale in uscita dal filtro di demodulazione viene sovrapposto una tensione continua, detta appunto di polarizzazione, pari, in questo caso specifico, a 1,8 V.



$$F_{-3dB} = \frac{28,60}{C_1} \times 10^{-6} \quad (4.26)$$

Per il tipico valore di  $C_1$  di  $0,022 \mu\text{F}$  la banda del dispositivo è approssimativamente di 1 kHz a fronte di una frequenza di risonanza della struttura meccanica di 24 kHz [5].

Come accennato in precedenza la stabilità del sistema richiede che il guadagno d'anello sia inferiore al rapporto tra la frequenza di risonanza  $f_n$  e la larghezza di banda del dispositivo. Nell'ADXL50 tale condizione è verificata essendo il guadagno d'anello a basse frequenze pari a circa 10 [2, 3].

La compensazione mediante filtro passa basso ha quindi due principali effetti: a) la riduzione della banda del dispositivo a valori ben al di sotto della frequenza di risonanza della struttura meccanica di trasduzione; e b) la limitazione del guadagno d'anello. Mentre il primo effetto è compatibile con le applicazioni che non richiedono ampie bande di misura, la limitazione a valori non elevati del guadagno d'anello limita i benefici portati dalla retroazione [3].

### 4.3 La retroazione digitale

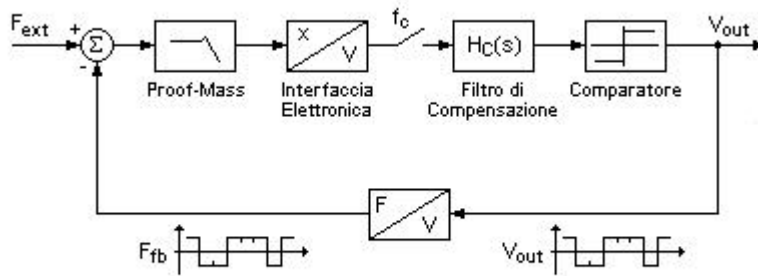
La tecnica di retroazione riferita come retroazione analogica si basa, come si è visto, sulla simmetria della struttura meccanica di trasduzione; simmetria che consente di ottenere una relazione lineare tra il segnale di tensione applicato all'elemento mobile della microstruttura e la forza elettrostatica di reazione in esso indotta. Questa modalità di approccio non può, però, essere usata nel caso di sensori con struttura asimmetrica; si pensi ad esempio alle microstrutture realizzate mediante *surface micromachining* costituite da un elemento di silicio policristallino sospeso al di sopra del substrato di silicio, in grado di muoversi ortogonalmente ad esso e formante con la regione di substrato sottostante il condensatore variabile di trasduzione (accelerometro “Z-Axis”).

Un approccio più generale e potenzialmente più accurato per la retroazione di sensori con struttura asimmetrica, e non, consiste nell'applicare all'elemento mobile dell'interfaccia capacitiva un segnale di reazione costituito da una serie di impulsi di tensione ottenuti dalla conversione Analogica-Digitale ad 1-bit del segnale “analogico” in uscita dall'interfaccia elettronica di *position sensing*.

In Fig. 4.8 è mostrato lo schema a blocchi di un sistema retroazionato in cui un comparatore a due livelli di quantizzazione realizza la conversione del segnale analogico, precedentemente campionato ad una frequenza  $f_c$  molto maggiore della banda  $BW$  del segnale di accelerazione, in un segnale a due livelli di tensione corrispondenti ai valori logici “0” e “1” di un segnale digitale ad 1-bit.

Il sistema è equivalente al modulatore Sigma-Delta di un convertitore Analogico-Digitale sovracampionato, detto appunto convertitore Sigma-Delta, dove l'elemento elettronico che funge da “formatore” dello spettro di rumore (*noise shaping filter*) è stato rimpiazzato dalla struttura meccanica di trasduzione che implementa un *noise shaping filter* del secondo ordine<sup>(3)</sup> [3, 4].

(3) Il *noise shaping filter* (nel nostro caso la microstruttura meccanica) spinge la maggior parte del



**Fig. 4.8** Sistema in retroazione digitale equivalente ad un modulatore Sigma-Delta.

Il valore medio del segnale digitale  $V_{out}$  in uscita dal comparatore è funzione dell'accelerazione d'ingresso la cui misura è ottenuta da  $V_{out}$  mediante operazioni di filtraggio, con filtro passa basso, e di decimazione [3]. Queste operazioni possono essere effettuate in modo separato mediante l'impiego di un filtro passa basso digitale seguito da un filtro di decimazione (soluzione obbligata nel caso in cui il filtro passa basso sia a risposta impulsiva infinita: IIR), oppure possono essere implementate in un unico filtro numerico, ad esempio un filtro FIR a risposta impulsiva finita che realizzi la media pesata mobile del segnale al suo ingresso, e che esegua l'operazione di decimazione come parte integrante del calcolo dell'uscita [12].

Data l'operazione di conversione Analogica-Digitale intrinseca al sistema di retroazione considerato, la modalità di retroazione adottata viene riferita come "retroazione digitale" in contrapposizione con la retroazione analogica analizzata in precedenza.

Come per il sistema in retroazione analogica esaminato nel paragrafo 4.2, anche per il sistema in retroazione digitale qui considerato si può affermare che esso risulta essere, in generale, un sistema instabile. Pertanto è necessario utilizzare dei metodi di compensazione per garantirne la stabilità con un certo margine di sicurezza. Anche in questo caso le principali soluzioni adottate sono: a) la riduzione della larghezza di banda del guadagno d'anello mediante l'introduzione di un polo a frequenza molto minore della frequenza di risonanza della microstruttura meccanica; b) la realizzazione e l'impiego di una microstruttura sovra-smorzata; c) l'impiego di un filtro di compensazione che introduca sulla funzione di trasferimento ad anello aperto (guadagno d'anello) un sufficiente anticipo di fase.

La limitazione della larghezza di banda suggerita dalla prima soluzione risulta interferire con il sovracampionamento caratteristico del modulatore Sigma-Delta a cui il sistema retroazionato è equivalente, mentre l'impiego di una microstruttura meccanica con basso fattore di qualità  $Q$  porta ad un elevato livello del rumore Browniano [4].

Nel sistema di Fig. 4.8 relativo allo studio di B.E. Boser e R.T. Howe riportato in [3], si è fatto uso di un filtro anticipatore  $H_C(z)$  come elemento di compensazione. Nel caso specifico il filtro di compensazione è un filtro numerico a risposta impulsiva finita con funzione di trasferimento  $H_C(z) = 2 - z^{-1}$  espressa

---

rumore a frequenze superiori alla frequenza di risonanza  $f_n$  della microstruttura.



mediante trasformata Z. L'impiego di un filtro anticipatore, detto *lead filter*, richiede che questo sia opportunamente dimensionato al fine di minimizzare il rumore derivante dal moto residuo della *proof-mass* intrinseco al metodo di retroazione adottato.

La conversione Analogica-Digitale caratteristica del sistema di retroazione in esame introduce come fonte di errore di misura il rumore di quantizzazione. D'altra parte, l'equivalenza del sistema ad un modulatore Sigma-Delta del secondo ordine comporta una ridistribuzione della densità spettrale del rumore di quantizzazione (considerato come rumore bianco) verso frequenze superiori alla frequenza di Nyquist  $f_{NQ}=2BW$ , con  $BW$  banda del segnale di sollecitazione d'ingresso. A conferma di ciò si osserva che se il rumore di quantizzazione viene trattato come rumore bianco con uguale probabilità di assumere un qualsiasi valore compreso tra  $-\Delta/2$  e  $+\Delta/2$ , con  $\Delta$  distanza tra i livelli di quantizzazione, allora la densità spettrale del rumore di modulazione dovuto al rumore di quantizzazione può essere espressa, per un modulatore Sigma-Delta del secondo ordine, come [13]:

$$|N(f)| = 4 \frac{\Delta}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{2}{f_c}} \sin^2\left(\frac{\pi f}{f_c}\right) \quad (4.27)$$

dove con  $f_c$  si è indicata la frequenza di sovracampionamento.

Nell'ipotesi che la frequenza  $f_c$  sia molto maggiore della banda  $BW$  del segnale di sollecitazione si ricava che il valore quadratico medio del rumore di quantizzazione presente nella banda del segnale risulta essere [13]:

$$n_{BW}^2 = \frac{\pi^4}{5} \frac{1}{M^5} \frac{\Delta^2}{12} \quad (4.28)$$

dove  $M$  è il rapporto di sovracampionamento definito dal rapporto tra la frequenza di campionamento  $f_c$  e la frequenza di Nyquist  $f_{NQ}$ :  $M = f_c/2BW$ . I rapporti di sovracampionamento per i sistemi in retroazione digitale qui considerati sono tipicamente molto elevati; questo rende insignificante, in generale, l'errore di misura dovuto al rumore di quantizzazione [3].

Una seconda fonte di errore nella misura dell'accelerazione, intrinseca al particolare sistema di retroazione adottato, è dovuta al moto residuo dell'elemento mobile della microstruttura di trasduzione; moto che deriva dalla commutazione del segnale digitale di reazione tra i due livelli di tensione permessi (livelli di quantizzazione). Si consideri, ad esempio, il caso di accelerazione esterna nulla. In tale condizione l'uscita del comparatore, che ricordiamo svolgere la funzione di convertitore A/D ad 1-bit, commuta ripetutamente tra i suoi due livelli di quantizzazione. Il segnale di reazione che ne risulta commuta a sua volta, e con uguale frequenza, tra due valori di tensione, corrispondenti ai livelli di quantizzazione del comparatore, tali da indurre sull'elemento mobile della struttura di trasduzione un'accelerazione che risulta essere, rispettivamente, uguale in modulo al range dell'accelerazione d'ingresso del dispositivo ma con verso di azione opposto. Pertanto, il segnale di reazione generato nella condizione di accelerazione esterna nulla indurrà sulla *proof-mass* una sequenza di forze elettrostatiche che ne

provocheranno l'oscillazione attorno alla posizione di riposo.

La minimizzazione del moto residuo dell'elemento mobile si ottiene massimizzando la frequenza del segnale di reazione; frequenza massima che risulta essere pari a  $f_c/4$  nel caso in cui il filtro di compensazione  $H_c(z)$  sia dimensionato in modo tale che alla suddetta frequenza il ritardo di fase totale del sistema sia minore di  $180^\circ$  [3]. In tali ipotesi il segnale di reazione è un treno di impulsi di frequenza  $f_c/4$  da cui deriva un'oscillazione forzata della *proof-mass* di uguale frequenza e di ampiezza [3]:

$$\Delta x \approx \frac{a_{max}}{(2\pi f_c/4)^2} = \frac{4 a_{max}}{(\pi f_c)^2} \quad (4.29)$$

dove con  $a_{max}$  si è indicato il range dell'accelerazione d'ingresso del dispositivo.

In generale il segnale di reazione, responsabile dell'induzione sull'elemento mobile della microstruttura meccanica di trasduzione della forza elettrostatica di controllo, è un segnale “digitale” a due livelli di tensione il cui valore medio è funzione del segnale di sollecitazione d'ingresso, ovvero funzione dell'accelerazione esterna oggetto di misura. Con il suo andamento temporale, a cui fa seguito un analogo andamento della forza elettrostatica indotta di reazione, il segnale di retroazione risulta essere concausa del moto della *proof-mass*.

Il moto della massa sismica, combinazione dell'azione dell'accelerazione esterna e del segnale “digitale” di reazione, è ulteriormente complicato dalla presenza della costante elastica elettrostatica  $k_{el}$  dovuta alle tensioni applicate sulle armature dei condensatori di *sensing*. Nel paragrafo 4.1.1 e seguenti, si è visto che l'applicazione di una differenza di potenziale tra le armature di un condensatore di *sensing* induce su ognuna di queste, ed in particolare sull'armatura mobile, una forza elettrostatica funzione della loro reciproca distanza e della tensione applicata; nell'ipotesi di condensatore ad armature piane e parallele distanti  $d$ , la forza elettrostatica indotta su un'armatura vale:

$$F = \frac{1}{2} \frac{dC}{dd} V^2 = -\frac{1}{2} C \frac{V^2}{d} \quad (4.30)$$

dove  $V$  è la tensione applicata ai capi del condensatore di capacità  $C$  e il segno meno sta ad indicare che le forze indotte tendono ad avvicinare le armature l'una verso l'altra.

Nel paragrafo 4.1.1 si è tenuto conto dell'effetto di tali forze sul comportamento meccanico dell'elemento mobile dell'interfaccia capacitiva introducendo la costante elastica elettrostatica  $k_{el}$  che va a sommarsi algebricamente alla costante elastica meccanica offerta dai supporti di sospensione dell'elemento mobile. L'effetto della costante elettrostatica  $k_{el}$  è opposto a quello della costante elastica meccanica  $k_{mec}$ , ovvero tende ad alimentare il movimento della *proof-mass* provocandone uno spostamento, rispetto alla posizione di riposo, maggiore di quello che si avrebbe, a parità di accelerazione esterna, con la sola costante meccanica. L'effetto della costante elastica elettrostatica può essere visto quindi come l'azione sull'elemento mobile di un'accelerazione di errore che va a sommarsi all'accelerazione oggetto di misura.

In conclusione, l'azione del segnale di reazione sull'elemento mobile, combinata con la presenza di un segnale di accelerazione esterna e/o di un rumore, risulta essere, per effetto del moto risultante della *proof-mass* e della costante elastica elettrostatica associata, una sorgente di rumore di accelerazione praticamente casuale che simulazioni varie hanno mostrato avere densità spettrale inversamente proporzionale alla frequenza di campionamento  $f_c$  ed in particolare [14]:

$$\sqrt{\frac{\bar{a}_x^2}{\Delta f}} \propto \frac{1}{f_c^{2.5}} \quad (4.31)$$

Pertanto, scegliendo una frequenza di campionamento sufficientemente elevata è possibile ridurre il corrispondente rumore a livelli trascurabili [3].

Un'ulteriore caratteristica dei modulatori Sigma-Delta, che si riscontra anche nel sistema in retroazione digitale preso in considerazione, è la presenza, per piccoli segnali d'ingresso, della così detta *dead zone* (letteralmente “zona morta”). La sua larghezza, definita come la minima ampiezza del segnale d'ingresso in grado di causare una variazione nel segnale digitale in uscita al comparatore [4], risulta essere funzione del rapporto tra la frequenza di risonanza  $f_n$  della microstruttura meccanica e la frequenza di campionamento  $f_c$  [3, 14].

Le cause della *dead zone* possono essere facilmente comprese considerando il sistema retroazionato di Fig. 4.8 in condizioni di accelerazione esterna nulla e filtro di compensazione  $H_c(z)$  opportunamente dimensionato. In tali condizioni il segnale di retroazione, che abbiamo visto essere un'onda quadra di frequenza  $f_c/4$ , causa l'oscillazione della *proof-mass* attorno alla posizione di riposo con frequenza pari alla frequenza del segnale di retroazione ed ampiezza  $\Delta x$  data dalla (4.29). Supponiamo ora di variare il segnale di accelerazione d'ingresso. Perché questo possa essere rilevato è necessario che il valore dell'accelerazione sia tale da perturbare il segnale digitale presente in uscita al comparatore; questo si verifica solo quando lo spostamento della *proof-mass* corrispondente al segnale di accelerazione esterna con retroazione “spenta” risulta essere almeno uguale all'ampiezza  $\Delta x$  dell'oscillazione dovuta al moto residuo. Tale condizione si traduce quindi nell'uguaglianza tra l'entità dello spostamento della massa sismica a retroazione “spenta”:

$$\Delta x_{off} = \frac{a_{min}}{(2\pi f_n)^2} \quad (4.32)$$

con  $a_{min}$  accelerazione esterna minima rilevabile, e l'ampiezza del moto residuo in condizione di accelerazione esterna nulla:  $\Delta x = 4 a_{max} / (\pi f_c)^2$  [3]. In generale, tra la minima accelerazione rilevabile, che abbiamo definito come larghezza della *dead zone*, e il rapporto tra la frequenza di risonanza della struttura meccanica  $f_n$  e la frequenza di campionamento  $f_c$ , sussiste la relazione di proporzionalità [3, 4, 14]:

$$a_{min} \propto a_{max} \left( \frac{f_n}{f_c} \right)^2 \quad (4.33)$$

dove si osserva che l'ampiezza della *dead zone*, come l'errore dovuto al moto della

*proof-mass*, può essere ridotta aumentando la frequenza di sovracampionamento  $f_c$ .

Oltre alla zona morta appena considerata esistono altre regioni di *dead zone*, di ampiezza minore, localizzate nell'intorno di valori di accelerazione d'ingresso che sono frazioni razionali di  $a_{max}$  [3].

## Capitolo 5

*Interfaccia elettronica di misura a capacità commutate: mentre precedentemente era richiesta la demodulazione del segnale proveniente dall'interfaccia capacitiva, in questo caso la lettura della variazione delle capacità di sensing viene eseguita sfruttando il principio di integrazione di carica e dei sistemi circuitali a capacità commutate.*

### 5.1 Interfaccia elettronica di misura a capacità commutate

Nel capitolo 3 si è sviluppata l'analisi del principio di funzionamento di un microaccelerometro capacitivo a partire dall'elemento meccanico sensibile all'accelerazione per poi proseguire con l'interfaccia elettronica di misura. Nell'analisi proposta l'elemento di trasduzione è costituito da una microstruttura meccanica, equivalente, in termini elettrici, ad un condensatore differenziale a tre armature di cui quella centrale risulta muoversi sotto l'azione dell'accelerazione esterna mentre le altre due, fisse, formano con quella centrale due condensatori variabili detti condensatori di *sensing*. La microstruttura effettua quindi la conversione dell'accelerazione oggetto di misura in uno spostamento dell'armatura mobile che a sua volta si traduce in una variazione delle capacità di *sensing*. La misura di tale variazione è affidata all'interfaccia elettronica basata sul prelievo dall'elemento mobile della microstruttura, che costituisce al tempo stesso l'armatura centrale del condensatore differenziale e il nodo centrale del partitore capacitivo formato dai condensatori di *sensing*, di un segnale di tensione interpretato come segnale modulato (in ampiezza) a cui fa seguito una demodulazione sincrona per l'estrazione del segnale modulante contenente l'informazione desiderata.

Tale approccio alla misura, molto diffuso nella realizzazione di accelerometri commerciali grazie alla relativa semplicità circuitale e al fatto di essere adatto alla produzione di massa dei dispositivi [1] (si pensi alla famiglia di accelerometri della Analog Devices), presenta però alcuni svantaggi. Tra questi ricordiamo la necessità di provvedere a degli accorgimenti circuitali per controllare il potenziale di tensione continua al nodo di prelievo dell'interfaccia capacitiva, ad esempio mediante un resistore  $R_{dc}$  di valore elevato (nell'ordine dei  $M\Omega$ ) di difficile integrazione, e l'interferenza del filtro passa basso di demodulazione sulla realizzazione dell'anello di retroazione impiegato in alcuni dispositivi per controllare elettronicamente lo spostamento della *proof-mass*. L'interferenza del filtro di demodulazione si esplicita nel limitare il valore del guadagno d'anello del sistema retroazionato e di conseguenza limitando i benefici introdotti dalla retroazione; ad esempio, nell'accelerometro ADXL50, che come abbiamo visto nel paragrafo 3.3.2 rientra nella tipologia dei dispositivi retroazionati con interfaccia elettronica di misura basata sulla demodulazione sincrona, il guadagno d'anello risulta essere pari approssimativamente a 10 come conseguenza della presenza del filtro passa basso [1].

La necessità di un demodulatore, e quindi di un filtro passa basso di demodulazione, e di un resistore  $R_{dc}$ , o di un qualsiasi altro elemento con funzionamento simile impiegato per fissare il potenziale in continua (DC) al nodo di prelievo, è eliminata adottando soluzioni circuitali di tipo a capacità commutate (*switched capacitor*) facenti uso del concetto di integrazione di carica per la misura dello spostamento della proof-mass della microstruttura meccanica.

Lo schema di principio di un tipico circuito di misura a capacità commutate è mostrato in Fig. 5.1 dove è messo in evidenza come il funzionamento del circuito si basi su due fasi distinte: la fase di *reset* ( $\phi_{RS}$ ) e la fase di misura ( $\phi_{SN}$ ).

Durante la fase di *reset* gli ingressi e l'uscita dell'amplificatore di integrazione sono cortocircuitati a massa mediante gli interruttori chiusi  $S_1$  ed  $S_2$ . Analogamente gli interruttori  $S_3$  ed  $S_4$  connettono a massa i terminali fissi dei condensatori di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ . In tali condizioni tutti i condensatori interessati, cioè i condensatori di *sensing*, il condensatore equivalente alle capacità parassite  $C_p$  ed il condensatore di integrazione  $C_i$ , hanno entrambi i terminali cortocircuitati a massa; ne deriva che durante la fase di *reset* la carica eventualmente presente nei condensatori viene azzerata ristabilendo così le condizioni iniziali del circuito prima di una nuova fase di misura e fissando il potenziale di tensione continua al nodo di prelievo X.

Nella seconda fase del ciclo di funzionamento del circuito, detta appunto fase di misura, l'ingresso e l'uscita dell'amplificatore di integrazione sono sconnessi da massa, mentre attraverso gli interruttori  $S_3$  ed  $S_4$  vengono applicati ai terminali fissi dei condensatori di *sensing* due gradini di tensione di uguale ampiezza ma di segno opposto ( $\pm V_D$ ).

Nell'ipotesi di idealità degli elementi del circuito, cioè degli interruttori, dei condensatori e dell'amplificatore operazionale, si ha che il nodo di prelievo X risulta essere virtualmente cortocircuitato a massa. L'applicazione di un gradino di tensione alle estremità fisse del partitore capacitivo non modifica, perciò, il potenziale al nodo centrale di prelievo che rimane fisso a  $V_X \approx 0$ . Questa condizione porta a due risultati significativi: 1) la tensione ai capi della capacità parassita  $C_p$  rimane costante, da cui discende che sul condensatore  $C_p$  non c'è variazione di carica

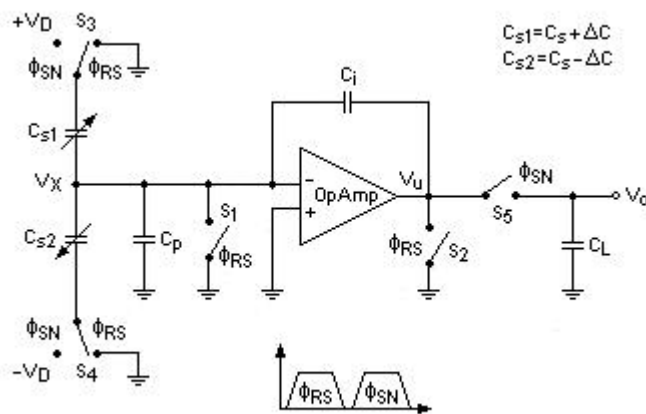


Fig. 5.1 Interfaccia elettronica di misura a capacità commutate [5].

immagazzinata; 2) la variazione di tensione ai capi dei condensatori di sensing coincide con l'ampiezza del gradino di tensione applicato al terminale fisso. Pertanto, in seguito all'applicazione dei gradini di tensione  $\pm V_D$  le variazioni di tensione ai capi di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  risultano essere uguali e pari a:

$$\Delta V_{C_{s1}} = \Delta V_{C_{s2}} = V_D \quad (5.1)$$

Alla variazione di tensione corrisponde una variazione della carica immagazzinata sui condensatori di *sensing*:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{C_{s1}} &= C_{s1} \Delta V_{C_{s1}} = C_{s1} V_D \\ \Delta Q_{C_{s2}} &= C_{s2} \Delta V_{C_{s2}} = C_{s2} V_D \end{aligned} \quad (5.2)$$

e la differenza fra le due quantità:

$$\Delta Q = \Delta Q_{C_{s1}} - \Delta Q_{C_{s2}} = (C_{s1} - C_{s2}) V_D \quad (5.3)$$

dovrà fluire da, o verso, l'integratore. Per l'idealità dell'operazionale non vi sarà assorbimento di carica né da parte del suo morsetto d'ingresso né da parte della capacità parassita  $C_p$ ; ne consegue che la carica  $\Delta Q$  scorrerà, non attenuata, nel condensatore di integrazione  $C_i$  provocando una variazione  $\Delta V_{C_i}$  della tensione presente ai suoi capi.

In uscita dell'integratore si avrà, quindi, un gradino di tensione di ampiezza:

$$V_u = -\Delta V_{C_i} = -\frac{\Delta Q}{C_i} \quad (5.4)$$

da cui, sostituendo in essa la (5.3), si ottiene:

$$V_u = -\frac{(C_{s1} - C_{s2})}{C_i} V_D = -\frac{2 \Delta C}{C_i} V_D \quad (5.5)$$

Una prima considerazione da fare sull'uscita dell'integratore riguarda la scelta del valore della capacità di integrazione  $C_i$ . Dalla (5.5) si osserva che per ottenere valori di ampiezza del segnale d'uscita  $V_u$  sufficientemente elevati, data la tensione di pilotaggio  $V_D$  ed i piccoli valori ottenibili per la variazione  $\Delta C$  delle capacità di *sensing*, si richiede al condensatore di integrazione di assumere piccoli valori di capacità. Di contro, l'uscita dell'integratore reale presenta una costante di tempo  $\tau$  inversamente proporzionale a  $C_i$ ; da cui i tempi di salita e di discesa della risposta al gradino di tensione applicato all'interfaccia capacitiva risultano essere tanto più lunghi quanto più è piccola  $C_i$ . Dato che la costante di tempo  $\tau$  impone un limite inferiore alla durata delle fasi di funzionamento del circuito di misura, per ottenere valori elevati della velocità di campionamento si richiedono piccoli valori di  $\tau$  e quindi elevati valori di  $C_i$ . In conclusione, la scelta della capacità di integrazione rappresenta un *trade-off* tra il livello dell'uscita e la massima velocità di campionamento raggiungibile [2].

Una seconda considerazione da svolgere riguarda l'ipotesi di idealità assunta per arrivare all'espressione (5.5) dell'uscita dell'integratore. Tale espressione mette in

luce che la risposta del circuito di misura all'applicazione delle tensioni di pilotaggio  $\pm V_D$  risulta essere un gradino di tensione con ampiezza proporzionale alla variazione di capacità  $\Delta C$  subita dai condensatori di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  in seguito allo spostamento dell'elemento mobile della microstruttura di trasduzione per effetto dell'accelerazione a cui il dispositivo è sottoposto. Nella realtà, l'uscita dell'integratore contiene, oltre al segnale utile proporzionale alla variazione di capacità  $\Delta C$ , anche una componente di errore dovuta alle non idealità degli elementi del circuito; tra queste si ricorda la tensione di *offset* dell'operazionale, il suo rumore  $1/f$  (anche detto *flicker noise*), la rumorosità dei dispositivi utilizzati come interruttori e la loro attività di apertura e chiusura.

L'impiego di un integratore di carica per la misura della variazione delle capacità di *sensing* (come in Fig. 5.1) rende la misura stessa sensibile all'*offset* ed al rumore  $1/f$  dell'amplificatore d'integrazione in quanto lo è l'integratore stesso.

Si consideri, ad esempio, il circuito di Fig. 5.1 con l'amplificatore operazionale caratterizzato da una tensione di *offset* riferita all'ingresso mediante un generatore equivalente di tensione  $V_{OS}$ . Durante la fase di misura  $\phi_{SN}$  la tensione  $V_{OS}$  verrà amplificata del fattore  $1+(C_{s1}+C_{s2}+C_p)/C_i$  ed in uscita all'integratore si avrà, oltre alla componente utile del segnale espressa dalla (5.5), anche una componente di errore dovuta alla tensione di *offset*  $V_{OS}$ :

$$V_u = -\frac{2\Delta C}{C_i} V_D + \left(1 + \frac{C_{s1} + C_{s2} + C_p}{C_i}\right) V_{OS} \quad (5.6)$$

Un ulteriore sorgente di errore derivante dalla non idealità dell'amplificatore operazionale, risulta essere il rumore  $1/f$  caratterizzato dall'andamento di tipo  $1/\sqrt{f}$  della sua densità spettrale. Il *flicker noise* assume valori significativi solo a basse frequenze e per tale motivo viene anche riferito come rumore lentamente variabile e qui trattato come una sorgente di errore da affiancare all'*offset* dell'operazionale. Pertanto, in uscita dell'integratore si avrà, accanto alla componente di errore dovuta all'*offset*, un secondo termine di errore generato dal rumore  $1/f$  dell'amplificatore di integrazione.

L'adozione di una soluzione circuitale a capacità commutate introduce una terza componente di errore risultante dall'attività di apertura e di chiusura degli interruttori e dei dispositivi che li realizzano.

Una prima sorgente di errore correlata all'attività degli interruttori analogici è il fenomeno dell'iniezione di carica, noto come *switch charge injection*, che si manifesta all'atto di apertura dell'interruttore. Si consideri, come esempio esplicativo del fenomeno di iniezione di carica, lo schema di principio di Fig. 5.2 relativo ad un semplice sistema *sample-and-hold* formato da un interruttore di campionamento, implementato da un transistor MOS (NMOS), e da un condensatore di tenuta  $C_h$ .

Ad interruttore chiuso la tensione  $v_{Ch}(t)$  presente ai capi del condensatore di tenuta risulta essere, nell'ipotesi semplificativa di interruttore e condensatore ideali, coincidente con la tensione d'ingresso  $v_i(t)$ :  $v_{Ch}(t) = v_i(t)$ . Questa fase del funzionamento del sistema *sample-and-hold*, detta fase di inseguimento, o *track mode*, precede il campionamento del segnale d'ingresso e la successiva fase di



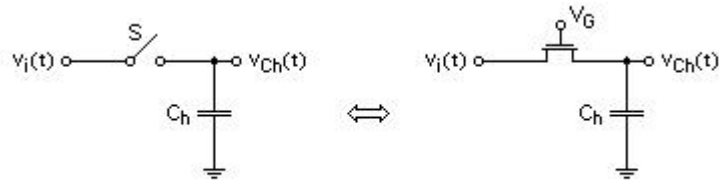


Fig. 5.2 Schema di principio di un sistema Sample-and-Hold.

“tenuta”, o *hold mode*. Il campionamento del segnale avviene mediante l'apertura dell'interruttore S che isola la sorgente d'ingresso dal condensatore di tenuta  $C_h$ . La tensione presente ai capi di  $C_h$  al momento dell'apertura dell'interruttore viene “mantenuta” fino a che l'interruttore di campionamento rimane aperto (*hold mode*).

Nello schema di Fig. 5.2 si è fatto uso di un transistor MOS come interruttore analogico. L'interruttore è chiuso quando il transistor è in conduzione, ovvero quando la tensione  $V_G$  applicata al terminale di *gate* è tale da garantire una differenza di potenziale tra il *gate* e il terminale che fungerà da *source* maggiore della tensione di soglia del dispositivo. Si ricorda che la resistenza offerta dal transistor alla conduzione tra i terminali di *drain* e *source* risulta essere di valore contenuto quando questo opera nella regione di funzionamento lineare. L'apertura dell'interruttore di campionamento si ottiene applicando al terminale di *gate* una tensione  $V_G$  di valore tale da portare il transistor MOS in interdizione, cioè allo stato “OFF”.

Nella transizione dallo stato di funzionamento lineare allo stato di interdizione, ovvero all'atto dell'apertura dell'interruttore, la carica immagazzinata nel canale di conduzione deve essere rilasciata. Una frazione  $\Delta Q_{Ch}$  di tale carica fluirà sulla capacità di tenuta  $C_h$  causando la variazione della tensione ai suoi capi:  $\Delta V_{Ch} = \Delta Q_{Ch} / C_h$ . Questo flusso di carica, derivante dall'apertura dell'interruttore di campionamento, è indicato come iniezione di carica da commutazione (*switch charge injection*) [3].

Una seconda sorgente di errore è costituita dalla tensione di rumore campionata sui condensatori del circuito di misura al momento dell'apertura degli interruttori e la cui origine va ricercata, tra le altre cose, nella rumorosità di questi ultimi.

Sempre con riferimento al sistema di Fig. 5.2 si è visto che in condizione di interruttore chiuso il transistor MOS si trova in regione di funzionamento lineare caratterizzata da una resistenza di conduzione  $R_{ON}$ . Tale resistenza è sorgente di una tensione di rumore termico di densità spettrale:

$$\frac{\bar{v}_R^2}{\Delta f} = 4 k_B T R_{ON} \quad (5.7)$$

che determina la presenza ai capi del condensatore di tenuta  $C_h$  (*holding capacitor*) di una tensione di rumore con densità spettrale data da:

$$\frac{\bar{v}_{R,Ch}^2}{\Delta f} = \frac{4 k_B T R_{ON}}{1 + (2\pi f R_{ON} C_h)^2} \quad (5.8)$$

Tenuto conto dell'operazione di campionamento effettuata mediante apertura dell'interruttore, si ottiene che il valore quadratico medio della tensione di rumore presente ai capi di  $C_h$  risulta essere:

$$\bar{v}_{R,Ch}^2 = \frac{k_B T}{C_h} \quad (5.9)$$

che, come si osserva, è inversamente proporzionale al valore della capacità di tenuta [4]. In seguito si farà riferimento a questo tipo di rumore, campionato sui condensatori all'atto dell'apertura di un interruttore, come rumore  $kT/C$ .

Ritornando al circuito di misura di Fig. 5.1, si ha che con l'apertura dell'interruttore  $S_1$  alla fine della fase di *reset*, si vengono a sommare al nodo d'ingresso dell'amplificatore d'integrazione gli effetti della *switch charge injection* e della tensione di rumore campionata sulle capacità ad esso afferenti. In particolare, l'effetto sul nodo d'ingresso del rumore campionato  $kT/C$  risulta essere la presenza di una tensione di errore di valore casuale e deviazione standard [1]

$$\sigma = \sqrt{\frac{k_B T}{C_T}} \quad (5.10)$$

con  $C_T = C_{s1} + C_{s2} + C_i + C_p + C_{gs}$  la somma delle capacità connesse al nodo d'ingresso dell'operazionale e  $C_{gs}$  la capacità di *gate* del transistor MOS con cui si suppone realizzata la coppia differenziale d'ingresso dell'amplificatore operazionale [5]. Pertanto, Durante la fase di misura  $\phi_{SN}$  in uscita all'integratore di Fig. 5.1 si avrà, oltre alla componente di segnale utile (5.5), anche una componente di errore dovuta alla *switch charge injection*, alla tensione di rumore  $kT/C$ , all'*offset* dell'amplificatore d'integrazione ed al suo *flicker noise*. Inoltre, il segnale di tensione in uscita al circuito di misura sarà affetto da ulteriori componenti di rumore le cui sorgenti sono le più diverse: tra queste si ricorda il rumore termico meccanico generato dalla microstruttura di trasduzione (rumore Browniano) e il rumore termico "elettronico" generato dall'amplificatore operazionale d'integrazione.

E' utile fare un confronto tra le componenti di rumore presenti in uscita all'integratore dovute al rumore termico generato dall'operazionale e al rumore  $kT/C$  campionato all'apertura dell'interruttore  $S_1$ . Nell'ipotesi che la coppia differenziale d'ingresso dell'amplificatore operazionale sia realizzata con transistor MOS, e che questi siano la sorgente predominante del rumore termico "elettronico", allora la densità spettrale della corrispondente tensione di rumore, riferita all'ingresso dell'operazionale, risulta essere data da [5]:

$$\frac{\bar{v}_{OpAmp}^2}{\Delta f} = 8 k_B T \frac{2}{3 g_m} \approx \frac{8 k_B T}{3 \pi f_T C_{gs}} \quad (5.11)$$

dove  $f_T$  è la frequenza di *cut-off* caratteristica dei transistor MOS<sup>(1)</sup>,  $C_{gs}$  la capacità

(1) E' anche nota come frequenza di Transizione ed è definita come la frequenza per cui il guadagno di corrente in cortocircuito del dispositivo in configurazione a *source* comune (*drain* e *source* in cortocircuito) si riduce ad un valore unitario.

*gate-source* dei transistor d'ingresso e  $g_m$  la loro transconduttanza legata alla  $C_{gs}$  dalla relazione:  $g_m \approx 2\pi f_T C_{gs}$ . La densità spettrale della tensione di rumore elettronico presente in uscita dell'integratore è quindi data da:

$$\frac{\bar{v}_{OpAmp,u}^2}{\Delta f} \approx \left( \frac{C_T}{C_i} \right)^2 \frac{8k_B T}{3\pi f_T C_{gs}} \quad (5.12)$$

e risulta avere un minimo per  $C_{gs} = C_{s1} + C_{s2} + C_i + C_p$  [5].

Per quanto concerne la componente di errore dovuta al rumore  $kT/C$  si osserva dalla (5.10) che la deviazione standard della tensione di errore presente sul nodo d'ingresso dell'amplificatore operazionale è inversamente proporzionale alla radice quadrata della capacità equivalente connessa a tale nodo ( $C_T = C_{s1} + C_{s2} + C_i + C_p + C_{gs}$ ). I piccoli valori ottenibili per le capacità di *sensing* (fino a qualche centinaio di fF), conseguenza delle limitazioni geometriche imposte dalla tecnologia di microfabbricazione (*surface micromachining*), e gli altrettanto limitati valori della capacità di integrazione, la cui scelta è legata al livello del segnale utile in uscita (5.5), fanno sì che la componente di errore dovuta al campionamento del rumore  $kT/C$  possa assumere valori relativamente elevati e difficilmente attenuabili mediante un dimensionamento mirato delle capacità di *sensing* e di integrazione [1, 5]. A questo, si aggiunge il fatto che la corrispondente tensione di errore prodotta in uscita dell'integratore risulta avere densità spettrale inversamente proporzionale alla frequenza di campionamento  $f_c$ :

$$\frac{\bar{v}_{kT/C,u}^2}{\Delta f} \approx \left( \frac{C_T}{C_i} \right)^2 \frac{k_B T}{C_T} \frac{1}{f_c} \quad (5.13)$$

Da quanto detto, si ha che il rapporto tra la componente di errore generata dal rumore campionato  $kT/C$  e la componente dovuta al rumore elettronico prodotto dall'amplificatore operazionale (5.12), risulta essere proporzionale al rapporto tra la frequenza di *cut-off*  $f_T$  e la frequenza di campionamento  $f_c$  [1, 5]

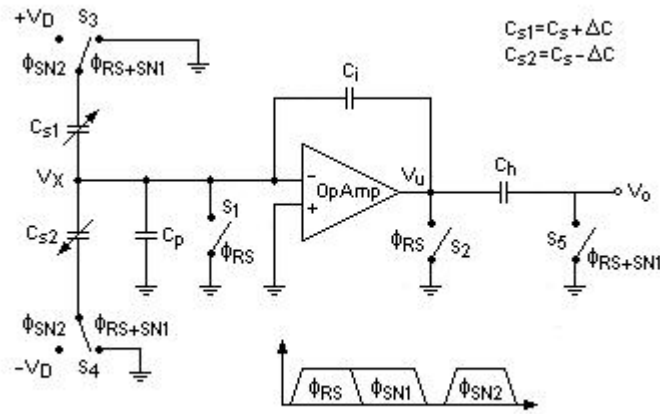
$$\frac{\bar{v}_{kT/C,u}^2}{\bar{v}_{OpAmp,u}^2} \propto \frac{f_T}{f_c} \quad (5.14)$$

Dato che la frequenza di campionamento è sempre molto minore della frequenza di *cut-off*, anche migliaia di volte più piccola [5], il termine di errore dovuto al campionamento del rumore  $kT/C$  risulta dominare sul rumore elettronico mettendo in luce un possibile svantaggio dei circuiti di misura a capacità commutate rispetto alle soluzioni a “tempo continuo” di cui nel capitolo 3 se ne è studiato un esempio [1].

Fortunatamente la soluzione circuitale denominata *correlated double sampling*, tradizionalmente usata per cancellare l'errore dovuto agli *offset* dell'amplificatore e per attenuare gli effetti del *flicker noise*, permette di cancellare in modo efficace l'errore dovuto al rumore  $kT/C$  oltre che l'errore generato dalla *switch charge injection* [5].

La tecnica di cancellazione Correlated Double Sampling (CDS) può essere implementata nel circuito di misura a capacità commutate di Fig. 5.1 con la semplice

aggiunta di un condensatore di tenuta  $C_h$  e di una ulteriore fase di lavoro come mostrato in Fig. 5.3 [5].



**Fig. 5.3** Interfaccia elettronica di misura a capacità commutate implementante la tecnica di cancellazione Correlated Double Sampling [5].

Durante la fase di reset ( $\phi_{RS}$ ) viene azzerata la carica presente sui condensatori di sensing  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$ , di integrazione  $C_i$ , sulla capacità equivalente parassita  $C_p$  e sulla capacità di tenuta  $C_h$ , essendo entrambi i terminali di ciascun condensatore cortocircuitati verso massa. Analogamente sono cortocircuitati a massa gli ingressi e l'uscita dell'amplificatore operazionale.

Alla fine della fase di reset il nodo di ingresso ed il nodo di uscita dell'operazionale vengono sconnessi da massa mediante l'apertura degli interruttori  $S_1$  e  $S_2$ , mentre i terminali fissi dei condensatori di sensing ed il terminale di  $C_h$ , da cui si preleverà il segnale di uscita  $V_o$ , rimangono cortocircuitati a massa. Come visto in precedenza, l'apertura di  $S_1$  determina la presenza sul nodo d'ingresso dell'amplificatore d'integrazione di una tensione di errore dovuta al rumore  $kT/C$  ed alla switch charge injection a cui si aggiungono i termini di errore generati dall'offset dell'operazionale e dal suo flicker noise. Pertanto, durante la fase  $\phi_{SN1}$  la tensione di errore presente sul nodo d'ingresso dell'amplificatore di integrazione verrà amplificata ed immagazzinata nel condensatore di holding  $C_h$  [5]. Alla fine della fase di misura degli errori ( $\phi_{SN1}$ ) il nodo di uscita  $V_o$  e i terminali fissi dei condensatori di sensing vengono sconnessi da massa.

Con l'inizio della terza ed ultima fase del ciclo di misura, fase  $\phi_{SN2}$ , vengono applicati sui terminali fissi di  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  due gradini di tensione di ampiezza rispettivamente  $+V_D$  e  $-V_D$ . L'uscita dell'integratore contiene, sia la componente di segnale utile espressa dalla (5.5), sia la componente di errore dovuta al rumore  $kT/C$ , alla switch charge injection, all'offset dell'operazionale ed al rumore  $1/f$  (flicker noise). Dato che l'uscita del circuito di misura è prelevata dal terminale di  $C_h$  sconnesso da massa alla fine della fase di misura  $\phi_{SN1}$ , la componente di rumore presente in uscita dell'integratore si sottrarrà alla tensione d'errore misurata durante  $\phi_{SN1}$  e immagazzinata nel condensatore di tenuta  $C_h$ .

In prima approssimazione i termini di errore dovuti all'*offset*, alla *switch charge injection* ed al rumore  $kT/C$  si cancellano completamente. Questo non avviene per i termini di errore generati dal rumore  $1/f$  a causa della sua natura di rumore lentamente variabile, ma, grazie all'operazione di sottrazione, il risultato finale è una componente di errore fortemente attenuata [5, 6]. Pertanto, in uscita al circuito di Fig. 5.3, accanto alla componente utile proporzionale allo spostamento della *proof-mass*, si avrà, alla fine della fase di misura  $\phi_{SN2}$ , una componente di errore fortemente attenuata dall'operazione di sottrazione degli errori e che in prima approssimazione è il risultato della non completa cancellazione dei termini di errore dovuti al *flicker noise*. E' bene osservare che l'operazione di cancellazione non coinvolge il termine d'errore dovuto al rumore  $kT/C$  campionato sul condensatore di tenuta  $C_h$ ; questo può però essere limitato dimensionando opportunamente  $C_h$  (5.9).

In conclusione, l'impiego della *correlated double sampling*, qui identificabile con l'operazione di sottrazione dei termini d'errore misurati in due diverse fasi di funzionamento, consente, se non di eliminare, di attenuare in modo efficace i contributi d'errore dovuti alla *switch charge injection* e al rumore  $kT/C$  caratteristici della soluzione circuitale a capacità commutate. Stesso risultato si ha per i termini d'errore generati dall'*offset* e dal rumore  $1/f$  dell'amplificatore di integrazione. Da ciò consegue che il rumore "elettronico" generato dall'amplificatore operativo e il rumore termico meccanico (rumore Browniano) generato dalla microstruttura di trasduzione, risultano essere le sorgenti dominanti del rumore presente in uscita al circuito di misura [5, 6].

## 5.2 Circuito di misura con struttura differenziale

Le idee di base adottate nel circuito di misura di Fig. 5.3 del paragrafo precedente, ovvero l'integrazione di carica, la soluzione circuitale a capacità commutate e la *correlated double sampling*, sono parimenti impiegate per la realizzazione di circuiti di misura completamente differenziali.

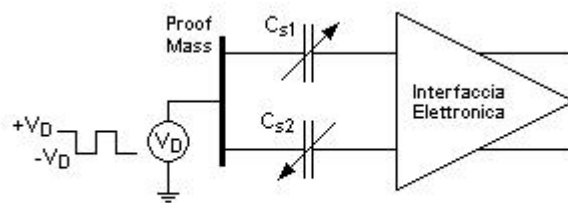
Finora si sono considerati solamente circuiti di misura ad uscita singola (*single-ended*) nei quali il segnale d'informazione viene prelevato dal nodo centrale del partitore capacitivo con cui è rappresentata la microstruttura di trasduzione che ricordiamo essere equivalente, in termini elettrici, ad un mezzo ponte capacitivo (*half-bridge*).

Un circuito di misura completamente differenziale presuppone l'utilizzo di un'interfaccia capacitiva di trasduzione con uscita differenziale seguita da un'interfaccia elettronica di misura anch'essa di tipo differenziale.

A spingere verso tale soluzione sono in primo luogo i piccoli valori delle variazioni delle capacità di *sensing* (nell'ordine degli aF) [7] che l'interfaccia elettronica deve essere in grado di rilevare e valutare anche in presenza di termini d'errore elevati. In secondo luogo, la struttura differenziale del circuito di misura (interfaccia capacitiva e interfaccia elettronica) consente di eliminare in modo efficace gli *offset* sistematici di cui l'interfaccia *single-ended* risulta essere affetta [8] e di rigettare, almeno in prima approssimazione, i termini di errore di modo comune dovuti ad esempio alla *switch charge injection* ed al rumore di substrato [6]. Inoltre, il circuito di misura differenziale risulta essere meno sensibile ai rumori provenienti

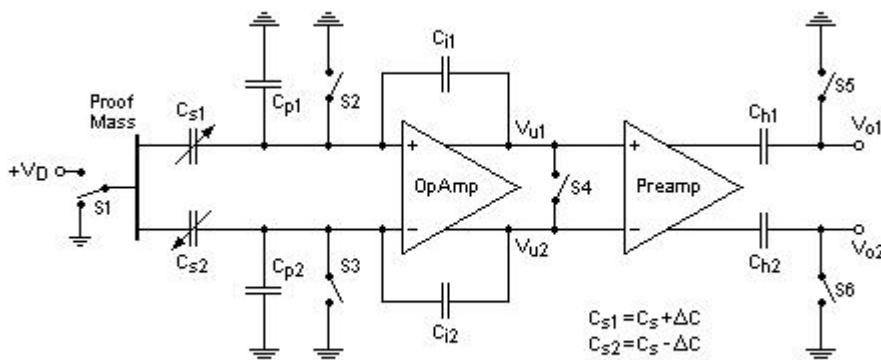
dall'alimentazione ed alle interferenze elettromagnetiche [1].

E' possibile ottenere un'interfaccia capacitiva con uscite differenziali a partire dalla microstruttura meccanica di trasduzione fin qui considerata, ed impiegata come interfaccia capacitiva *single-ended*, semplicemente invertendo tra di loro i ruoli degli elettrodi fissi e dell'elettrodo mobile dei condensatori di *sensing*; ovvero applicando un segnale impulsivo di tensione al nodo centrale del partitore capacitivo equivalente (*proof-mass* della struttura di trasduzione) e prelevando le uscite dalle estremità del partitore (elettrodi fissi della microstruttura) come mostrato in Fig. 5.4 [6, 7]. Le uscite, così prelevate, sono poi poste in ingresso ad un'interfaccia elettronica differenziale.



**Fig. 5.4** Pilotaggio dell'interfaccia capacitiva per il suo uso con uscite differenziali.

Una possibile soluzione circuitale a capacità commutate che combini il principio di misura mediante integrazione di carica con la tecnica di cancellazione degli errori *correlated double sampling* e il requisito di struttura completamente differenziale, è mostrato in Fig. 5.5 [1, 6] dove si può osservare come questa soluzione derivi direttamente dal circuito di misura *single-ended* di Fig. 5.3 .



**Fig. 5.5** Interfaccia elettronica di misura a capacità commutate, differenziale ed implementante la *Correlated Double Sampling* [1].

Il funzionamento del circuito differenziale è basato sulla ripetizione continua di un ciclo di misura composto a sua volta da più fasi operative. In ciascun ciclo viene realizzata un'attività di misura che, in modo del tutto analogo al circuito *single-ended*, si basa su tre fasi di lavoro: la fase di *reset*; la fase di valutazione e memorizzazione degli errori; la fase di misura della differenza delle capacità di *sensing* e di cancellazione degli errori.

Nella prima fase dell'attività di misura, fase di *reset*, gli ingressi dell'amplificatore differenziale di integrazione (*OpAmp*), le uscite  $V_{o1}$ ,  $V_{o2}$  del circuito di misura e la *proof-mass* della microstruttura di trasduzione sono cortocircuitati verso massa, mentre le uscite dell'integratore sono cortocircuitate tra di loro attraverso l'interruttore  $S_4$  (Fig. 5.6). Il risultato della fase di *reset* è l'inizializzazione del circuito di misura mediante l'azzeramento della carica presente nei condensatori di *sensing* ( $C_{s1}$ ,  $C_{s2}$ ) e la definizione del potenziale di tensione continua agli ingressi e all'uscita dell'amplificatore differenziale [1].

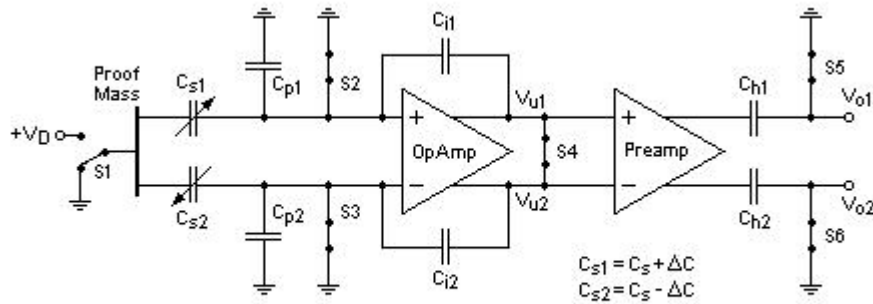
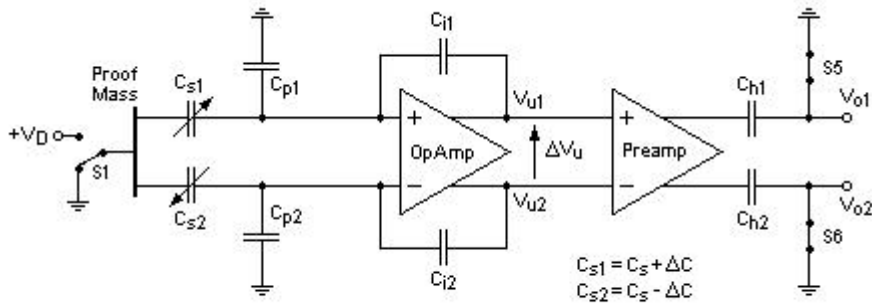


Fig. 5.6 Fase di *reset* o di inizializzazione del circuito di misura [1].

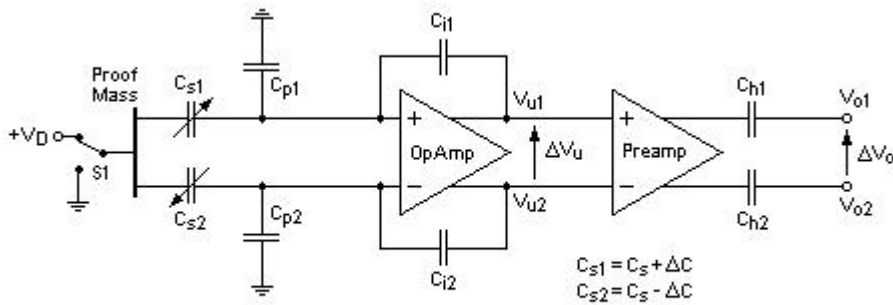
Nella seconda fase gli ingressi dell'amplificatore d'integrazione vengono sconnessi da massa e l'interruttore  $S_4$  viene aperto eliminando il cortocircuito tra le uscite  $V_{u1}$  e  $V_{u2}$ . Con l'apertura degli interruttori si manifestano sui nodi d'ingresso dell'amplificatore differenziale le tensioni d'errore dovute al fenomeno di iniezione di carica (*switch charge injection*) e al rumore  $kT/C$  campionato sui condensatori ad essi collegati. La tensione differenziale d'uscita dell'integratore è data, dunque, dalla differenza tra le tensioni d'ingresso originate all'apertura degli interruttori ed amplificate dall'integratore, oltre che dai contributi di tensione dovuti all'*offset* dell'amplificatore differenziale e al suo rumore  $1/f$ .

Nel corso della seconda fase di misura vengono perciò valutati gli errori dovuti ai fenomeni di iniezione di carica, al rumore campionato  $kT/C$ , all'*offset* dell'amplificatore *OpAmp*, al suo *flicker noise* ed alle differenze esistenti tra gli elementi del circuito di struttura idealmente differenziale. La loro misura è contenuta nella tensione differenziale in uscita dall'integratore, detta appunto tensione di errore, che, dopo essere stata amplificata dal preamplificatore (*Preamp*) di Fig. 5.7, viene immagazzinata sui condensatori di tenuta  $C_{h1}$  e  $C_{h2}$  [1, 6]. Oltre ai termini di errore provenienti dall'integratore, sui condensatori di *holding* vengono immagazzinati i contributi di errore generati dall'*offset* e dal rumore  $1/f$  del preamplificatore.



**Fig. 5.7** Misura delle tensioni di errore [1].

Nella terza fase dell'attività di misura le uscite  $V_{o1}$  e  $V_{o2}$  del circuito di misura, e quindi le capacità di tenuta, sono sconnesse da massa, mentre alla *proof-mass* è applicato un gradino di tensione di ampiezza  $+V_D$  mediante l'applicazione, all'inizio della fase, di una tensione di pari valore (Fig. 5.8).



**Fig. 5.8** Misura dello sbilanciamento del mezzo ponte capacitivo  $C_{s1}$ ,  $C_{s2}$ , e cancellazione delle tensioni di errore [1].

In prima approssimazione, considerando uguali le capacità di integrazione,  $C_{i1} = C_{i2} = C_i$ , e le capacità parassite,  $C_{p1} = C_{p2} = C_p$ , si osserva che l'applicazione di un gradino di tensione alla *proof-mass* determina un flusso di carica sulle capacità di integrazione proporzionale al valore delle capacità di *sensing* ad esse afferenti ed alla variazione della caduta di tensione ai loro capi. Nell'ulteriore ipotesi che gli ingressi dell'amplificatore differenziale siano virtualmente cortocircuitati, ovvero che la tensione differenziale d'ingresso sia virtualmente nulla, si ha che le variazioni delle cadute di tensione ai capi di  $C_{s1}$  e di  $C_{s2}$  prodotte dall'applicazione del gradino di tensione  $+V_D$ , risultano essere uguali tra di loro ( $\Delta V_{Cs1} = \Delta V_{Cs2} = \Delta V_{Cs}$ ) e funzione lineare di  $V_D$ . Pertanto, l'uscita differenziale dell'integratore è, in prima approssimazione, un gradino di tensione di ampiezza  $\Delta V_u$  proporzionale alla variazione di capacità  $\Delta C$  subita dai condensatori di *sensing*  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  per effetto



dello spostamento della *proof-mass*:

$$\begin{aligned}\Delta V_u &= -\Delta V_{C_{i1}} + \Delta V_{C_{i2}} = -\frac{(C_{s1} - C_{s2})}{C_i} \Delta V_{C_s} = \\ &= -2 \frac{\Delta C}{C_i} \Delta V_{C_s} \propto -2 \frac{\Delta C}{C_i} V_D\end{aligned}\quad (5.15)$$

Oltre alla componente utile di tensione, contenente l'informazione sulla variazione delle capacità di *sensing* (5.15), l'uscita differenziale dell'integratore è affetta dalle componenti di errore dovute alla *switch charge injection*, al rumore campionato  $kT/C$ , all'*offset* dell'amplificatore differenziale e al suo rumore  $1/f$ . Componente utile e componenti di errore sono poi amplificate dal preamplificatore che aggiungerà altri termini di errore derivanti dal proprio *offset* e *flicker noise*.

L'uscita differenziale del circuito di misura,  $\Delta V_o$ , è ottenuta sottraendo alla tensione d'uscita del preamplificatore di Fig. 5.8 la tensione presente sui condensatori di holding  $C_{h1}$  e  $C_{h2}$ , ivi immagazzinata nella precedente fase del ciclo di misura. Con tale operazione, caratteristica della *correlated double sampling*, si effettua la sottrazione tra i contributi di errore misurati nelle due diverse fasi di lavoro. Analogamente a quanto visto nel paragrafo 5.1 per il circuito di misura *single-ended*, si può ritenere, in prima approssimazione, che i termini d'errore generati dalla *switch charge injection*, dal rumore  $kT/C$  e dall'*offset* degli stadi di amplificazione si cancellino completamente; diverso è il caso per i termini d'errore dovuti al *flicker noise* la cui natura stessa del rumore ostacola la loro completa cancellazione. Pertanto, in uscita al circuito di misura, la componente di errore derivante dalle sorgenti sopra menzionate sarà, se non eliminata, fortemente attenuata ed andrà ad affiancare, nella tensione differenziale d'uscita, la componente utile proporzionale alla variazione  $\Delta C$  delle capacità di *sensing*.

Analogamente a quanto fatto per il caso *single-ended* è bene osservare che in uscita del circuito di misura sarà presente un termine di errore dovuto alla tensione di rumore  $kT/C$  campionata sui condensatori di tenuta al momento della loro sconnessione da massa e non coinvolta nell'operazione di cancellazione degli errori [1].

Il fatto di applicare ad entrambi i condensatori di *sensing* del circuito di misura lo stesso gradino di tensione  $+V_D$ , può portare a delle variazioni dei segnali di modo comune in ingresso all'amplificatore di integrazione con effetti sulla componente utile della tensione differenziale di uscita [1, 6, 7]. Si è visto in precedenza che tale componente, oltre ad essere proporzionale alla variazione delle capacità di *sensing*  $\Delta C$ , risulta essere proporzionale alla variazione  $\Delta V_{C_s}$  delle cadute di tensione su  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  prodotte in seguito all'applicazione sulla *proof-mass* della tensione  $+V_D$  (5.15). Se indichiamo con  $\Delta V_{cm}$  la variazione della tensione di modo comune ai morsetti d'ingresso dell'amplificatore differenziale (*OpAmp*) in risposta al gradino di tensione applicato ai condensatori di *sensing*, allora la componente utile della tensione differenziale in uscita all'integratore assume la forma [6]:

$$\Delta V_u = -2 \frac{\Delta C}{C_i} \Delta V_{C_s} = -2 \frac{\Delta C}{C_i} (V_D - \Delta V_{cm}) \quad (5.16)$$

dove risulta evidente l'influenza della variazione dei segnali di modo comune sull'ampiezza del segnale utile.

Oltre ad incidere sul segnale utile, la variazione  $\Delta V_{cm}$  è responsabile, assieme alla differenza tra gli elementi del circuito differenziale, di una componente di errore in uscita all'integratore [6]. Infatti, facendo cadere l'ipotesi fin qui fatta di capacità parassite uguali e di capacità di integrazione uguali, si ha che la tensione differenziale d'uscita risulterà essere funzione non solo della differenza tra le capacità di *sensing*, ma anche della differenza tra le capacità parassite e tra le capacità d'integrazione. In particolare si osserva che la differenza tra le quantità di carica assorbite da  $C_{p1}$  e  $C_{p2}$  per effetto della variazione della tensione d'ingresso di modo comune  $\Delta V_{cm}$  può essere causa di una tensione d'uscita non nulla anche in condizioni di capacità di *sensing* uguali ( $\Delta C=0$ ).

Nella generalità dello schema circuitale di Fig. 5.8, e tenendo conto della variazione della tensione di modo comune  $\Delta V_{cm}$ , la tensione differenziale di uscita dell'integratore risulta essere data da:

$$\begin{aligned}\Delta V_u = V_{u1} - V_{u2} &= -\Delta V_{Ci1} + \Delta V_{Ci2} = -\frac{\Delta Q_{Ci1}}{C_{i1}} + \frac{\Delta Q_{Ci2}}{C_{i2}} = \\ &= -\frac{C_{s1}(V_D - \Delta V_{cm}) - C_{p1}\Delta V_{cm}}{C_{i1}} + \frac{C_{s2}(V_D - \Delta V_{cm}) - C_{p2}\Delta V_{cm}}{C_{i2}} = \quad (5.17) \\ &= -\left(\frac{C_{s1}}{C_{i1}} - \frac{C_{s2}}{C_{i2}}\right)(V_D - \Delta V_{cm}) + \left(\frac{C_{p1}}{C_{i1}} - \frac{C_{p2}}{C_{i2}}\right)\Delta V_{cm}\end{aligned}$$

Definite le quantità:

$$\begin{aligned}C_s &= \frac{C_{s1} + C_{s2}}{2} & \Delta C &= \frac{C_{s1} - C_{s2}}{2} \\ C_i &= \frac{C_{i1} + C_{i2}}{2} & \Delta C_i &= \frac{C_{i1} - C_{i2}}{2} \\ C_p &= \frac{C_{p1} + C_{p2}}{2} & \Delta C_p &= \frac{C_{p1} - C_{p2}}{2}\end{aligned} \quad (5.18)$$

la (5.17) può essere riscritta come:

$$\begin{aligned}\Delta V_u &= -\left(\frac{C_s + \Delta C}{C_i + \Delta C_i} - \frac{C_s - \Delta C}{C_i - \Delta C_i}\right)(V_D - \Delta V_{cm}) + \\ &+ \left(\frac{C_p + \Delta C}{C_i + \Delta C_i} - \frac{C_p - \Delta C}{C_i - \Delta C_i}\right)\Delta V_{cm}\end{aligned} \quad (5.19)$$

da cui, trascurando i termini differenziali del secondo ordine, otteniamo l'espressione approssimata:

$$\Delta V_u \approx -2 \frac{\Delta C}{C_i} (V_D - \Delta V_{cm}) + 2 C_s \frac{\Delta C_i}{C_i} V_D +$$

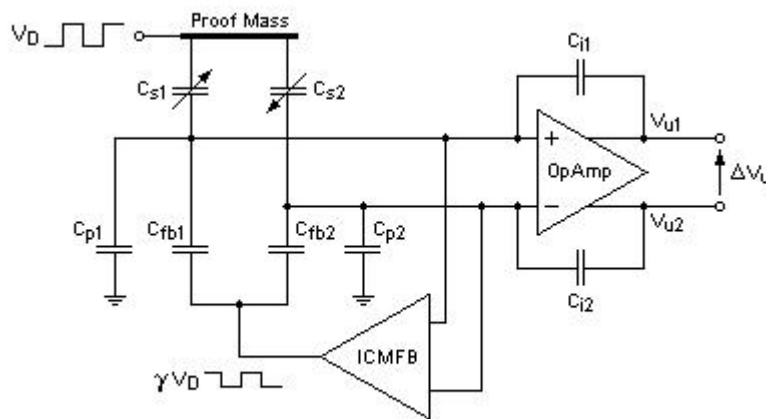
$$+ 2 \left( \frac{C_i \Delta C_p - C_p \Delta C_i - C_s \Delta C_i}{C_i^2} \right) \Delta V_{cm} \quad (5.20)$$

Mentre nel primo termine della (5.20) riconosciamo la componente utile del segnale, il secondo ed il terzo termine costituiscono il contributo di errore dovuto alle differenze tra i due rami dell'interfaccia elettronica differenziale; in particolare il terzo addendo della (5.20) mette in luce l'influenza della variazione dei segnali d'ingresso di modo comune sull'entità di tale errore [6].

Si è visto, dunque, che la variazione  $\Delta V_{cm}$  dei segnali di modo comune risulta avere effetti sia sulla componente utile della tensione differenziale in uscita all'integratore, sia sul contributo d'errore prodotto dalle differenze tra le capacità parassite e le capacità di integrazione. Oltre ad influire sul segnale d'uscita, la variazione degli ingressi di modo comune dell'amplificatore differenziale d'integrazione pone dei limiti sull'ampiezza massima degli impulsi di tensione applicabili alla *proof-mass* nella fase di misura. Infatti questi devono avere ampiezza tale da garantire che la corrispondente variazione  $\Delta V_{cm}$  sia contenuta nel range d'ingresso per i segnali di modo comune dell'amplificatore differenziale [6]. D'altra parte, la componente utile della tensione differenziale d'uscita (5.20) è proporzionale all'ampiezza  $V_D$  del gradino di tensione applicato alla *proof-mass*; risulta essere evidente, quindi, come per ottenere livelli di segnale sufficientemente elevati si cerchi di impiegare impulsi di tensione che siano i più ampi possibile. Questo impone dei requisiti sul range d'ingresso dell'amplificatore differenziale che deve essere in grado di operare correttamente anche con segnali d'ingresso di modo comune elevati. Contemporaneamente, l'amplificatore deve esibire un elevato rapporto di reiezione per i segnali di modo comune (*common mode rejection ratio*) per evitare che in uscita si abbiano grossi errori dovuti alle loro variazioni [6].

Una soluzione circuitale impiegata per il superamento delle problematiche introdotte dalle variazioni dei segnali di modo comune consiste nel circuito di retroazione di Fig. 5.9 agente sugli ingressi dell'amplificatore differenziale di integrazione. Tale circuito, indicato con l'acronimo ICMFB (Input Common Mode FeedBack circuit), preleva il segnale di modo comune dai morsetti d'ingresso dell'amplificatore differenziale e tramite i condensatori di retroazione  $C_{fb1}$  e  $C_{fb2}$  applica ai stessi nodi d'ingresso dell'amplificatore *OpAmp* una tensione di reazione di valore tale da mantenere l'ingresso di modo comune il più possibile costante [6, 7].

Il risultato di tale accorgimento è quindi, se non l'annullamento, la forte riduzione della variazione  $\Delta V_{cm}$  della tensione di modo comune in ingresso all'amplificatore di integrazione con i conseguenti benefici sia sulla componente utile, sia sulla componente di errore del segnale differenziale d'uscita (5.20). Inoltre, il circuito di retroazione ICMFB consente di rilassare i requisiti sul range d'ingresso per i segnali di modo comune così da allargare i limiti sull'ampiezza degli impulsi di pilotaggio applicabili alla *proof-mass* [1, 6, 7].



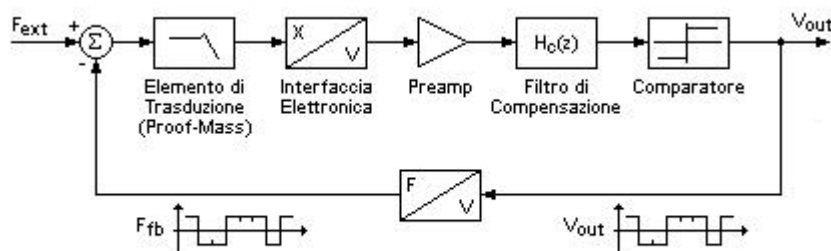
**Fig. 5.9** Controllo dei segnali di ingresso di modo comune mediante circuito di retroazione ICMFB [1, 6].

Si osserva, infine, che l'esistenza di una differenza tra le capacità di retroazione  $C_{fb1}$  e  $C_{fb2}$ , porterà ad avere in uscita dell'integratore un ennesimo termine di errore [6].

Per ridurre gli effetti delle variazioni dei segnali di modo comune si fa generalmente uso, in aggiunta al circuito di retroazione ICMFB, di un secondo circuito di retroazione operante, questa volta, sulle uscite dell'integratore differenziale (OCMFB: Output Common Mode FeedBack circuit) [1].

### 5.3 Il circuito di misura a capacità commutate in un sistema retroazionato

Come i circuiti di misura a “tempo continuo” basati sulla demodulazione sincrona (capitolo 3), anche i circuiti di misura a capacità commutate presentati nei paragrafi precedenti possono essere inseriti, opportunamente modificati, in un sistema retroazionato per il controllo del moto dell'elemento mobile della microstruttura di trasduzione. In Fig. 5.10 è mostrato lo schema a blocchi di un sistema in retroazione “digitale” del tutto analogo a quanto visto nel paragrafo 4.3 per i circuiti di misura a



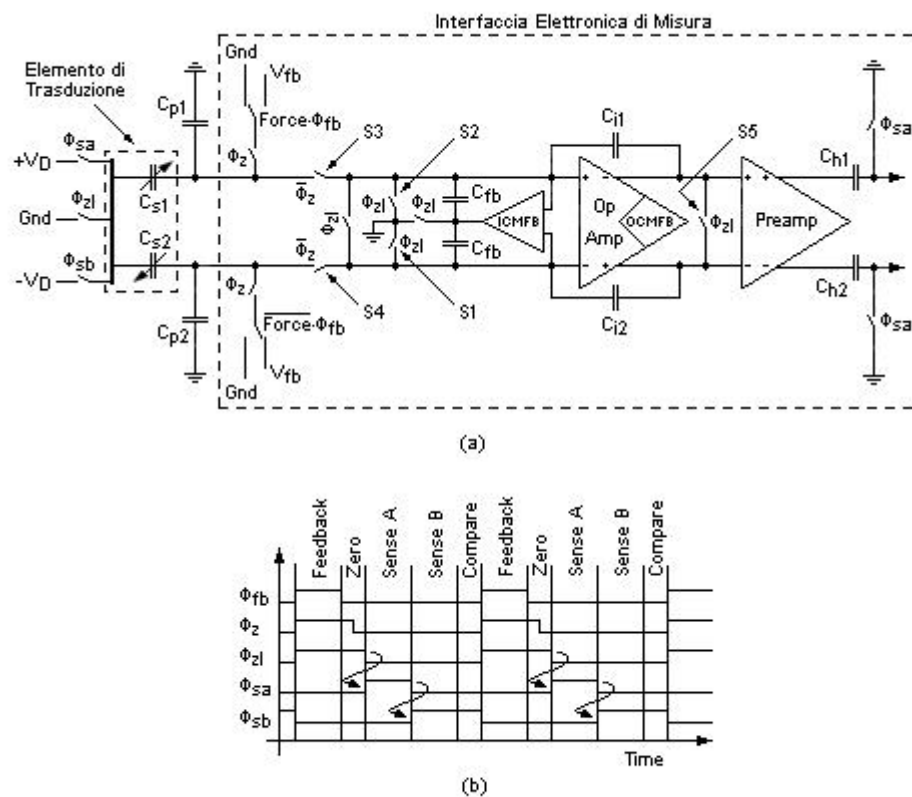
**Fig. 5.10** Schema a blocchi di un sistema di misura in retroazione “digitale”.

tempo continuo; in questo caso, il circuito di misura, rappresentato dalla cascata dei blocchi funzionali dell'elemento di trasduzione e dell'interfaccia elettronica, risulta essere a capacità commutate.

Oltre all'attività di misura svolta dal circuito a capacità commutate, il sistema retroazionato prevede l'operazione di conversione Analogica-Digitale ad 1 bit del segnale d'uscita dell'interfaccia elettronica e l'induzione sulla *proof-mass* di una forza elettrostatica di reazione mediante l'applicazione sugli elettrodi dei condensatori di *sensing*, o sugli elettrodi di condensatori di attuazione appositamente realizzati, di un segnale di tensione a due livelli di quantizzazione (segnale digitale ad 1 bit).

Per la natura del circuito di misura a capacità commutate, il funzionamento del sistema retroazionato è ancora basato sulla ripetizione periodica di una sequenza di fasi operative nella quale, però, oltre alle fasi di misura tipiche della tecnica della *correlated double sampling*, si aggiungono nuove fasi di lavoro che tengono conto, per esempio, dell'operazione di conversione Analogica-Digitale e dell'applicazione della tensione di retroazione ai condensatori di *sensing*.

Un esempio di circuito di misura differenziale a capacità commutate implementante la funzione di cancellazione *correlated double sampling* e inserito in un sistema in retroazione digitale equivalente ad un modulatore Sigma-Delta ad 1 bit con schema a blocchi del tutto analogo a quello di Fig. 5.10, è ricavabile dai lavori di M. Lemkin, B.E. Boser, ed altri, riportati in [6] e [7].



**Fig. 5.11** Schema di principio (a) e diagramma temporale (b) delle fasi operative del circuito di misura in retroazione digitale relativo ai lavori [6] e [7] di M. Lemkin e B.E. Boser.

In Fig. 5.11a e Fig. 5.11b sono mostrati, rispettivamente, lo schema di principio del circuito di misura a capacità commutate, che comprende l'elemento di trasduzione e l'interfaccia elettronica di misura, ed il diagramma temporale della sequenza delle fasi operative che compongono il singolo ciclo di funzionamento del sistema retroazionato.

Dallo schema di principio di Fig. 5.11a si osserva che la forza elettrostatica di retroazione è indotta sulla *proof-mass* applicando una tensione di riferimento  $V_{fb}$  sul terminale fisso di uno dei due condensatori di *sensing* ( $C_{s1}$  o  $C_{s2}$ ) mantenendo l'altro connesso a massa a seconda del valore assunto dal segnale "digitale" di reazione (indicato in figura con "Force"). Allo scopo di impedire che l'applicazione della tensione di reazione ai condensatori di *sensing* coinvolga il circuito di integrazione di carica, si separa l'interfaccia capacitiva di trasduzione dall'interfaccia elettronica di misura mediante l'apertura della coppia di interruttori  $S_3$  ed  $S_4$ .

In Fig. 5.11a sono messi in evidenza, inoltre, i circuiti di retroazione per i segnali d'ingresso di modo comune (ICMFB) e per i segnali d'uscita di modo comune (OCMFB).

Dal diagramma temporale di Fig. 5.11b si ricava che il funzionamento del sistema retroazionato si basa sulla ripetizione periodica di cinque fasi operative indicate nell'ordine con: *Feedback*; *Zero*; *Sense A*; *Sense B*; *Compare*.

Durante la fase di *Feedback* viene applicata alla *proof-mass* la forza elettrostatica di retroazione che sappiamo essere indotta, per la natura stessa del sistema di retroazione (paragrafo 4.3), da un segnale di tensione a due livelli di quantizzazione. L'induzione della forza elettrostatica prevede: l'apertura degli interruttori  $S_3$  ed  $S_4$  per separare l'elemento di trasduzione dal circuito d'integrazione di carica; la connessione della *proof-mass* al circuito di massa; e, come si è visto in precedenza, l'applicazione di una tensione di riferimento  $V_{fb}$  al terminale fisso di uno dei due condensatori di *sensing* mentre l'altro è mantenuto connesso a massa a seconda del valore assunto dal segnale digitale di retroazione *Force*.

Nel corso della fase *Feedback* gli ingressi dell'amplificatore di integrazione sono cortocircuitati verso massa attraverso gli interruttori chiusi  $S_1$  ed  $S_2$ , mentre le stesse uscite dell'integratore sono cortocircuitate tra di loro dall'interruttore  $S_5$ .

Durante la fase *Zero* viene rimossa la carica presente sui condensatori  $C_{s1}$  e  $C_{s2}$  prima che questi siano connessi al circuito di integrazione. In particolare, nella prima metà della fase, entrambi i condensatori di *sensing* vengono cortocircuitati verso massa allo scopo di rimuovere in modo completo, e il più velocemente possibile, tutta la carica in essi immagazzinata. Nella seconda metà, i condensatori di *sensing* vengono connessi agli ingressi dell'amplificatore differenziale di integrazione che rimangono, però, cortocircuitati verso massa per tutta la durata della fase *Zero*.

L'azzeramento della carica presente sui condensatori di *sensing*, assieme al fatto che per tutta la durata della fase in questione gli ingressi dell'amplificatore di integrazione siano mantenuti connessi a massa mentre le uscite siano tenute cortocircuitate tra di loro attraverso l'interruttore  $S_5$ , ha come risultato l'inizializzazione del circuito di misura e la definizione del potenziale di tensione continua agli ingressi dell'amplificatore differenziale *OpAmp*.

Alla fine della fase *Zero* la *proof-mass* dell'elemento di trasduzione viene sconnessa da massa e gli interruttori  $S_1$ ,  $S_2$  ed  $S_5$  vengono aperti. Come si è visto nel paragrafo 5.2 per il circuito di misura di Fig. 5.5, con l'apertura di  $S_1$  ed  $S_2$  si

manifestano sugli ingressi dell'amplificatore differenziale, delle tensioni di errore dovute al fenomeno di iniezione di carica (*switch charge injection*) e al rumore  $kT/C$  campionato dagli interruttori  $S_1$  ed  $S_2$ . Inoltre, con l'apertura di  $S_1$  e di  $S_2$  si rende attivo l'anello di retroazione per i segnali d'ingresso di modo comune (ICMFB).

Diversamente da quanto visto nel paragrafo 5.2, la cancellazione degli errori dovuti alla *switch charge injection*, al rumore  $kT/C$ , all'*offset* e al *flicker noise* dell'amplificatore di integrazione, viene realizzata in due fasi di misura consecutive, *Sense A* e *Sense B*, in ognuna delle quali si misurano sia i termini di errore, sia la posizione dell'elemento mobile della microstruttura di trasduzione.

Nella prima fase di misura, *Sense A*, i condensatori di tenuta  $C_{h1}$  e  $C_{h2}$  sono connessi a massa ed una tensione positiva di ampiezza  $+V_D$  viene applicata alla *proof-mass* (Fig. 5.11a). La tensione differenziale di uscita dell'integratore, oltre a contenere la componente utile proporzionale alla variazione delle capacità di *sensing*, contiene le componenti di errore generate dall'*offset* dell'amplificatore differenziale, dal suo rumore  $1/f$ , dal fenomeno di iniezione di carica e dal rumore  $kT/C$  campionato all'apertura di  $S_1$  ed  $S_2$ . L'uscita dell'integratore viene prima amplificata dal preamplificatore (*Preamp*), che introduce nuovi contributi di errore dovuti all'*offset* e al *flicker noise*, e successivamente immagazzinata nei condensatori di holding  $C_{h1}$  e  $C_{h2}$ .

Nella seconda fase di misura, *Sense B*, i condensatori di tenuta vengono sconnessi da massa ed una tensione negativa di ampiezza  $-V_D$  viene applicata alla *proof-mass* (Fig. 5.11a). Anche in questo caso l'uscita differenziale dell'integratore, e quindi del preamplificatore, contiene sia la componente utile, sia le componenti di errore dovute alle sorgenti sopra menzionate.

L'uscita del circuito di misura è prelevata da quei terminali dei condensatori  $C_{h1}$  e  $C_{h2}$  che durante la fase *Sense A* erano cortocircuitati verso massa; ne deriva che l'uscita del circuito di misura sarà il risultato della sottrazione tra la tensione presente in uscita al preamplificatore e la tensione immagazzinata sui condensatori di tenuta nel corso della fase *Sense A*. Pertanto, in uscita al circuito di misura si avrà il segnale risultante dalla differenza tra la tensione di uscita del preamplificatore misurata durante la fase *Sense B* e la stessa grandezza misurata nella fase immediatamente precedente *Sense A*.

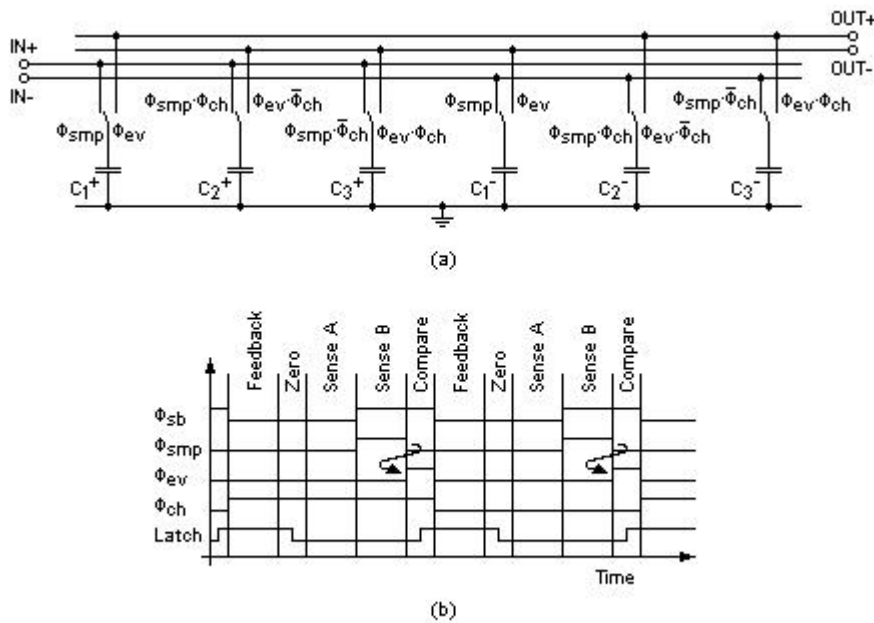
Dato che i termini d'errore dovuti alla *switch charge injection*, al rumore  $kT/C$  e all'*offset* degli amplificatore di integrazione e di preamplificazione rimangono pressoché costanti tra le due fasi di misura, si può ritenere, in prima approssimazione, che l'operazione di sottrazione determini la loro completa cancellazione. Questo non avviene per i termini di errore originati dal rumore  $1/f$  a causa della sua natura di rumore lentamente variabile; tuttavia, l'operazione di sottrazione ne determina, complessivamente, una forte attenuazione.

Infine, nell'ipotesi che tra le due fasi di misura le capacità di *sensing* rimangano invariate, si ha che l'operazione di sottrazione tra le uscite del preamplificatore porta al raddoppio della componente utile; infatti, queste risultano avere uguale ampiezza ma segno opposto essendo uguali ed opposte le tensioni di pilotaggio applicate alla *proof-mass* durante le fasi di misura *Sense A* e *Sense B* (si veda la (5.15) di paragrafo 5.2).

Nella quinta ed ultima fase del ciclo di funzionamento del sistema retroazionato, fase di *Compare*, vengono realizzate le operazioni di filtraggio, mediante il filtro di compensazione  $H_C(z)$ , e di conversione Analogica-Digitale ad 1 bit mediante

comparatore a due livelli di quantizzazione (Fig. 5.10).

In Fig. 5.12 è mostrato lo schema di principio del filtro di compensazione  $H_c(z)$  impiegato nell'esempio preso in considerazione. Tale filtro risulta essere un filtro FIR (Finite Impulse Response) a tempo discreto, con funzione di trasferimento  $H_c(z)=2-z^{-1}$  realizzata tramite l'uso del principio di redistribuzione di carica tra le capacità  $C_1^+$ ,  $C_1^-$ ,  $C_2^+$ ,  $C_2^-$ ,  $C_3^+$ ,  $C_3^-$ , opportunamente dimensionate e indicate, per semplicità, con  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ .



**Fig. 5.12** Schema di principio (a) e diagramma temporale (b) del filtro di compensazione  $H_c(z)$  relativo ai lavori [6] e [7] di M. Lemkin e B.E. Boser.

Durante la fase di misura *Sense B* i condensatori  $C_1$  ed i condensatori  $C_2$  sono connessi all'uscita del preamplificatore posto in cascata all'interfaccia elettronica di misura di Fig. 5.10 campionandone il valore al termine della suddetta fase<sup>(2)</sup>.

All'inizio della fase *Compare* i condensatori  $C_1$  e  $C_2$  vengono sconnessi dal preamplificatore: i condensatori  $C_2$  sono posti in uno stato di isolamento in modo tale da poterne utilizzare il contenuto nella successiva fase di *Compare* così da realizzare la funzione di ritardo  $z^{-1}$ ; mentre i condensatori  $C_1$  vengono connessi ai condensatori  $C_3$  contenenti l'uscita del preamplificatore, e quindi dell'interfaccia di misura, “memorizzata” alla fine della fase *Sense B* del ciclo di funzionamento immediatamente precedente a quello in corso.

La tensione d'uscita del filtro di compensazione è il risultato della redistribuzione di carica tra i condensatori  $C_1$  e  $C_3$  ed è pertanto funzione della tensione d'uscita del preamplificatore appena campionata e di quella campionata nel precedente ciclo di

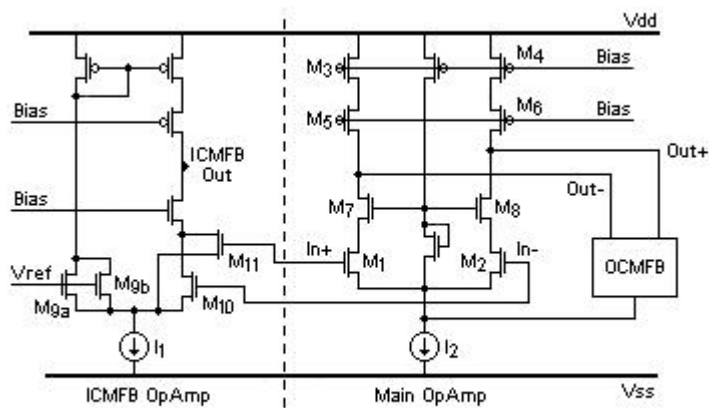
(2) Il campionamento avviene con la sconnessione dei condensatori  $C_1$  e  $C_2$  dall'uscita del preamplificatore.



funzionamento.

Il segno meno presente nella funzione  $H_c(z)$  è ottenuto con l'accorgimento di connettere, durante la fase di *Compare*, i condensatori  $C_1$  ai condensatori  $C_3$  invertiti di polarità rispetto alla fase in cui il loro contenuto è stato memorizzato. I coefficienti di  $H_c(z)$  sono invece ottenuti dimensionando i condensatori  $C_2$  e  $C_3$  in modo tale che le loro capacità siano il doppio di quella di  $C_1$  [6, 7].

Per completare l'esempio del circuito di misura differenziale a capacità commutate di Fig. 5.11a, si riporta in Fig. 5.13 lo schema circuitale, a livello dei transistor, dell'amplificatore differenziale d'integrazione proposto da M. Lemkin e B.E. Boser in [6].



**Fig. 5.13** Schema circuitale dell'amplificatore OpAmp e dell'amplificatore ICMFB dell'interfaccia elettronica di misura introdotta in [6] da M. Lemkin e B.E. Boser.

## 5.4 LIS2L02AL: un esempio di accelerometro commerciale utilizzando la correlated double sampling

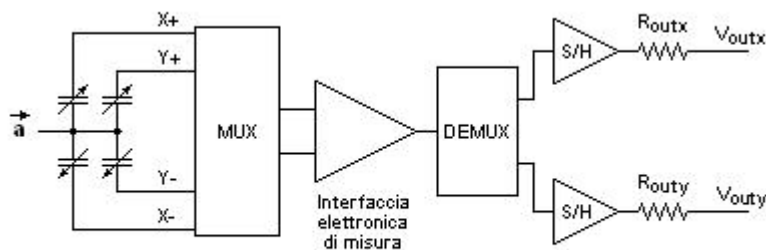
A livello commerciale, esempi di accelerometri capacitivi MEMS aventi interfaccia elettronica differenziale utilizzando l'integrazione di carica come principio di misura e che realizza la funzione di cancellazione *correlated double sampling*, si possono trovare tra i dispositivi prodotti della STMicroelectronics, e tra questi, gli accelerometri LIS2L02AL e LIS3L02AL ne costituiscono un esempio [9, 10].

Il primo dei due dispositivi è un accelerometro a due assi di sensibilità, indicati con  $X$  e  $Y$ ; ovvero presenta due assi di misura tra loro ortogonali e complanari alla superficie del chip. Il secondo, oltre agli assi  $X$  e  $Y$ , presenta un ulteriore asse di misura ad essi ortogonale, asse  $Z$ , che permette all'accelerometro di rilevare e misurare, non solo le accelerazioni parallele alla superficie del chip, ma anche quelle ad essa ortogonali.

In linea di principio si può pensare che nella fabbricazione degli accelerometri multi-asse siano realizzate, su uno stesso substrato, tante microstrutture meccaniche

quanti sono gli assi di sensibilità del dispositivo. Che ognuna di queste strutture, caratterizzata da una singola *proof-mass* avente un'unica direzione preferenziale di movimento, sia orientata all'interno del dispositivo in modo tale che ciascuna direzione preferenziale di movimento coincida con un asse di sensibilità dell'accelerometro. Pertanto, ogni microstruttura di trasduzione fornirà il segnale d'informazione sullo spostamento della propria *proof-mass* e quindi relativo all'asse di misura corrispondente.

Detto questo, risulta essere più comprensibile lo schema a blocchi funzionale dell'accelerometro LIS2L02AL riportato in Fig. 5.14 [9].



**Fig. 5.14** Schema a blocchi dell'accelerometro commerciale LIS2L02AL [9].

I segnali differenziali provenienti dalle microstrutture di trasduzione sono inviati, uno alla volta e mediante *multiplexer*, all'interfaccia elettronica di misura avente, come elemento base, l'integratore differenziale di carica ed implementante, in uscita, la funzione di cancellazione *correlated double sampling*. L'uscita dell'interfaccia elettronica di misura viene poi inviata, tramite *demultiplexer*, al sistema *sample-and-hold* del canale d'uscita corrispondente all'asse di sensibilità su cui si è effettuata la misura.

Per rendere il segnale d'uscita dell'accelerometro il più adatto possibile all'utilizzo da parte del mondo esterno, viene effettuata, da parte degli stadi d'uscita della sezione elettronica del dispositivo, la conversione del segnale differenziale proveniente dall'interfaccia di misura, in un segnale di tipo *single-ended*. Inoltre, una riduzione del suo contenuto di rumore è ottenuta grazie all'elevato rapporto di sovracampionamento tra la frequenza di funzionamento dell'interfaccia di misura (200 kHz) e la frequenza di campionamento dei sistemi *sample-and-hold* (66 kHz) [9].

Per quanto riguarda invece l'accelerometro LIS3L02AL, si ha che il suo principio di funzionamento è del tutto analogo a quanto visto per il LIS2L02AL con l'unica differenza che nel LIS3L02AL gli ingressi del *multiplexer*, e le uscite del *demultiplexer*, risultano essere tre anziché due, essendo tre gli assi di sensibilità del dispositivo [10].

## Capitolo 6

*Gli accelerometri capacitivi: classificazione degli accelerometri in base al numero degli assi di sensibilità e del numero degli elementi mobili sensibili. Vengono presentati gli accelerometri laterali e verticali ad un asse; gli accelerometri laterali a due assi ad una o due proof-mass; gli accelerometri a tre assi ad una o tre proof-mass. Di questi vengono poi esposti esempi commerciali e non.*

### 6.1 Accelerometri ad un asse di sensibilità

Tra le varie tecniche di trasduzione dell'accelerazione impiegate negli accelerometri MEMS e introdotte nel capitolo 2, si è posto l'accento sul principio di trasduzione capacitivo e sulle strutture micro-elettro-meccaniche che lo implementano. In particolare si è fatto diffusamente riferimento ad una microstruttura di silicio policristallino realizzata al di sopra di un substrato di silicio mediante *surface micromachining*, in grado di muoversi lungo una data direzione parallela alla superficie del substrato e formante, con la parte fissa della struttura, un condensatore differenziale a tre armature.

Sulla base di tale microstruttura sono state analizzate alcune soluzioni per l'interfaccia elettronica di misura, ovvero di quella parte della circuiteria elettronica del dispositivo che ha il compito di rilevare e misurare lo spostamento dell'elemento mobile di trasduzione e di fornire in uscita un segnale di tensione ad esso proporzionale e quindi proporzionale all'accelerazione di sollecitazione.

Nel corso della trattazione fin qui svolta si è sempre fatto riferimento ad una microstruttura mobile in grado di compiere uno spostamento lungo una sola direzione, mentre il movimento in una qualsiasi altra direzione ad essa ortogonale è impedito, almeno in linea teorica, dalla geometria dell'elemento mobile e dai sistemi di sospensione. La microstruttura di trasduzione è dunque sensibile alle sole accelerazioni agenti nell'unica direzione di movimento consentita e gli accelerometri basati su una tale microstruttura sono detti, di conseguenza, accelerometri ad un asse di sensibilità.

Nonostante gli accorgimenti adottati, la microstruttura reale presenta una certa sensibilità alle accelerazioni ortogonali alla direzione di movimento desiderata; sensibilità nettamente inferiore a quella mostrata per l'accelerazione agente in tale direzione, risultando in piccoli spostamenti della struttura mobile al di fuori della direzione di movimento prestabilita. Si parla in questo caso di sensibilità trasversale, mentre la direzione lungo la quale è desiderato il movimento della *proof-mass*, e per la quale è massimizzata la sensibilità all'accelerazione, è detta direzione preferenziale di movimento.

Come si è detto poco sopra, un microaccelerometro realizzato a partire da un elemento di trasduzione avente una sola direzione preferenziale di movimento è detto ad un asse di sensibilità e due sono i parametri che i costruttori forniscono per caratterizzarne la sensibilità di misura: la sensibilità del dispositivo alle accelerazioni agenti nella direzione preferenziale di movimento, indicata con *sensitivity* ed

espressa generalmente in mV/g; e la sensibilità trasversale, data dai parametri *transverse sensitivity* o *cross-axis sensitivity*, che tiene conto dell'influenza sull'uscita del microaccelerometro delle accelerazioni agenti ortogonalmente all'asse di sensibilità<sup>(1)</sup>.

### 6.1.1 Accelerometri laterali X-Axis

La definizione sopra riportata risulta essere valida qualunque sia la tecnologia di fabbricazione impiegata per la realizzazione della microstruttura di trasduzione e qualunque sia il principio di trasduzione adottato (piezoresistivo, piezoelettrico, capacitivo, etc.). Una suddivisione degli accelerometri si basa invece sull'orientazione dell'asse di sensibilità rispetto alla superficie superiore del substrato su cui è realizzata la microstruttura e che nella maggior parte dei casi risulta essere complanare alla superficie superiore dell'involucro finale del dispositivo. Se l'asse di sensibilità del microaccelerometro, ovvero la direzione preferenziale di movimento della *proof-mass*, è parallela alla superficie del substrato, si parla di accelerometro laterale e l'asse di sensibilità viene indicato con la lettera *X* dell'alfabeto; mentre se l'asse di sensibilità risulta essere ortogonale a tale superficie si parla di accelerometro verticale e l'asse è indicato con la lettera *Z*. Ritornando alle tecnologie di microfabbricazione si ha che la *surface micromachining* è la tecnologia di fabbricazione più diffusa nella realizzazione degli accelerometri laterali, mentre per gli accelerometri verticali vengono impiegate sia la *surface* che la *bulk micromachining*.

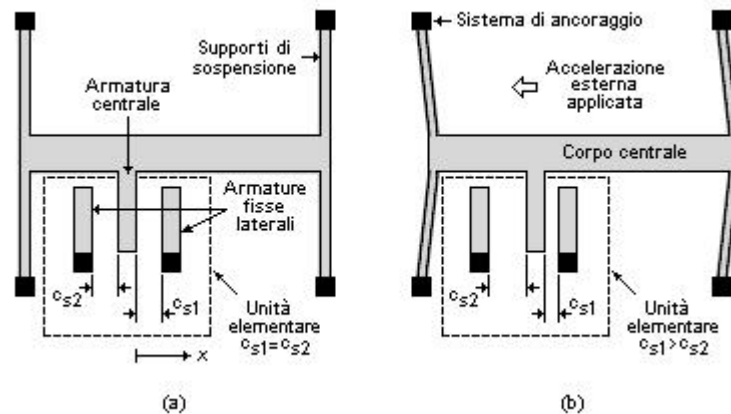
Tra i dispositivi commerciali portati come esempio nei capitoli precedenti, gli accelerometri capacitivi ADXL50, ADXL05 e ADXL150, ormai obsoleti, risultano essere degli accelerometri monolitici ad un asse di sensibilità (*X-Axis*) con microstruttura di trasduzione realizzata mediante *surface micromachining*. Con il termine “monolitico” si intende definire quei dispositivi in cui la struttura micro-elettro-meccanica e la sezione elettronica sono integrate sullo stesso substrato; diversamente, se la microstruttura e la sezione elettronica, o una parte di essa, sono realizzate su substrati diversi, si parla di dispositivi “ibridi”.

Come si è già avuto modo di dire, la microstruttura di trasduzione degli accelerometri sopra elencati equivale elettricamente ad un condensatore differenziale a tre armature di cui quella centrale è mobile, forma, con le due armature laterali fisse, altrettanti condensatori variabili di *sensing* connessi in serie. L'armatura mobile è realizzata da una struttura di silicio policristallino sospesa al di sopra del substrato da un sistema di sospensioni che le consentono di muoversi, sotto l'azione di un'accelerazione esterna, parallelamente al substrato e contemporaneamente ne contrastano il movimento tramite l'azione di una forza elastica di ripristino. La microstruttura mobile è formata da un corpo centrale, indicato con il termine *beam*, a cui lati sono disposte delle appendici a forma di “dente” di pettine, dette *comb fingers*, che costituiscono le armature centrali e mobili di altrettanti piccoli condensatori differenziali a tre armature. Infatti, ai lati di ogni appendice sono realizzate altre due strutture a dente di pettine, fisse al substrato, e formanti, con

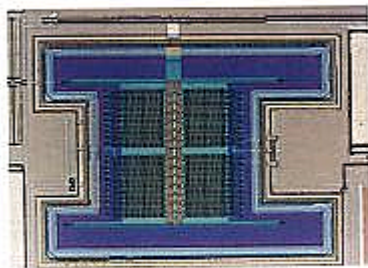
---

(1) La *cross-axis sensitivity*, o *transverse sensitivity*, fornisce la percentuale dell'accelerazione agente perpendicolarmente all'asse di misura osservato, che compare in uscita. La *cross-axis sensitivity* è espressa come percentuale della sensibilità del dispositivo (*sensitivity*) relativa a tale asse.

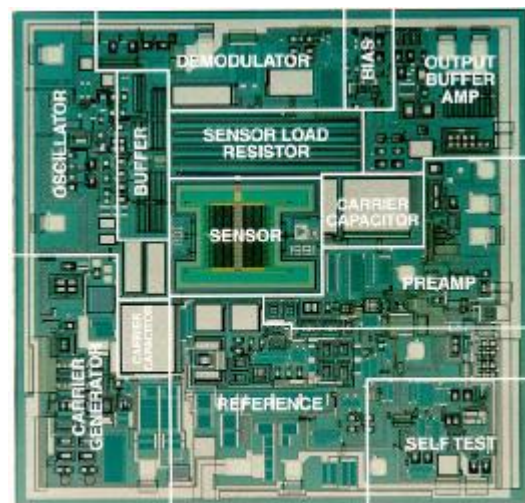
quella centrale, i due condensatori variabili che compongono il condensatore differenziale ad essa associato. La connessione in parallelo dei numerosi condensatori variabili di *sensing* così ottenuti provvede alla costruzione del condensatore differenziale a tre armature di cui l'interfaccia capacitiva risulta essere equivalente. Una comprensione immediata della struttura geometrica dell'elemento di trasduzione e del suo principio di funzionamento si ottiene osservando lo schema semplificato della microstruttura di trasduzione dell'accelerometro ADXL50 riportato in Fig. 6.1. In figura è messo in evidenza come lo spostamento del corpo centrale (*beam*) modifichi le distanze tra le armature di ogni singolo condensatore differenziale associato ad un'appendice mobile, modificando così i valori di capacità dei condensatori variabili che lo compongono. In Fig. 6.2 è invece mostrata l'immagine al microscopio della microstruttura di trasduzione dell'ADXL50.



**Fig. 6.1** Schema semplificato della microstruttura mobile dell'ADXL50: a) in condizione di accelerazione esterna nulla; b) in condizione di accelerazione esterna applicata..



**Fig. 6.2** Microstruttura meccanica di trasduzione dell'ADXL50 [55].



**Fig. 6.3** Layout dell' ADXL50 [56].

Come visto nel capitolo 3, l'interfaccia elettronica di misura degli accelerometri sopra riportati si basa sulla demodulazione sincrona del segnale di tensione prelevato dall'armatura mobile del condensatore differenziale equivalente di trasduzione. Inoltre, gli accelerometri ADXL50 e ADXL05 sono dei sistemi retroazionati [17, 18] mentre non lo è l'ADXL150 che presenta, invece, una struttura interna ad anello aperto [19]. La retroazione nei primi due dispositivi è del tipo indicato con la locuzione di “retroazione analogica” introdotta nel paragrafo 4.2. Un'immagine del *layout* dell'ADXL50 è mostrata in Fig. 6.3.

Al breve elenco di accelerometri commerciali di tipo *X*-Axis sopra riportato si possono aggiungere i più recenti, ed ancora in commercio, ADXL103, della Analog Devices, ed MMA2260 della Freescale Semiconductor. Come i suoi predecessori, l'accelerometro ADXL103 è un dispositivo monolitico con microstruttura di trasduzione realizzata mediante *surface micromachining* ed equivalente ad un condensatore differenziale a tre armature ottenuto per mezzo delle strutture *comb fingers*. L'interfaccia elettronica di misura è basata sulla demodulazione sincrona del segnale prelevato dall'elemento mobile dell'interfaccia capacitiva di trasduzione e, come l'ADXL150, risulta essere un sistema ad anello aperto [20].

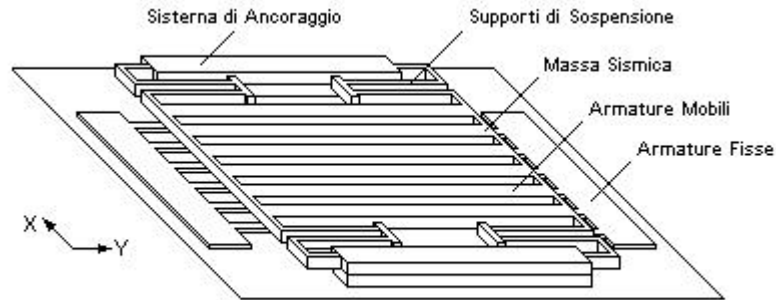
Un'analogia microstruttura di trasduzione, sempre realizzata tramite *surface micromachining*, è impiegata nell'accelerometro MMA2260 della Freescale Semiconductor. L'interfaccia elettronica di misura, diversamente da quanto accade negli accelerometri ADXL, fa uso del principio di integrazione di carica per misurare le variazioni delle capacità di *sensing* [16]. Inoltre, nell'MMA2260 si adottano le tecniche dei circuiti a capacità commutate come introdotto nel capitolo relativo alla tecnica di cancellazione *correlated double sampling*.

In Tabella 6.1 sono messi a confronto i dispositivi commerciali *X*-Axis appena introdotti; in particolare i valori indicati si riferiscono agli accelerometri ADXL50J, ADXL05J, ADXL150JQC e ADXL103 della Analog Devices [17-20], e all'MMA2260D della Freescale Semiconductor [16].

Facendo sempre riferimento agli accelerometri capacitivi ad un asse, esistono in letteratura diverse soluzioni per la microstruttura di trasduzione, sia per quanto riguarda la geometria, sia per quanto riguarda il principio di trasduzione adottato. Negli esempi di accelerometro sopra riportati, l'accelerazione oggetto di misura causa lo spostamento dell'elemento mobile della microstruttura di trasduzione e questo equivale allo spostamento dell'armatura mobile del condensatore differenziale rispetto alle armature laterali fisse. L'effetto di tale spostamento risulta essere la variazione delle capacità dei due condensatori variabili che compongono il condensatore differenziale; variazione che, nell'approssimazione di condensatore ad armature piane e parallele, è dovuta alla modifica del parametro “spessore dielettrico”, ovvero della distanza tra le armature dei condensatori di *sensing*.

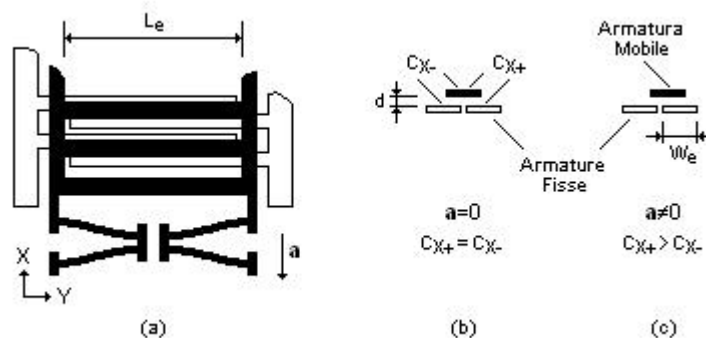
Un secondo parametro che può essere sfruttato per la conversione del movimento della *proof-mass* in una variazione di capacità, è l'area di sovrapposizione delle armature. Un esempio di accelerometro capacitivo *X*-Axis che adotta tale principio di conversione si trova nello studio di B. Li, D. Lu e W. Wang riportato nel riferimento [1]. La microstruttura di trasduzione, ottenuta in questo caso con una tecnologia di fabbricazione indicata come “quasi-LIGA”, realizza ancora una volta un condensatore differenziale a tre armature dove però lo spostamento della massa sismica modifica l'area di sovrapposizione delle armature che lo compongono

mantenendone inalterate le distanze. Lo schema semplificato della microstruttura di trasduzione è presentato in Fig. 6.4. La massa sismica, realizzata in Nichel e sospesa al di sopra di un substrato vetroso, consiste in un certo numero di barre parallele, di larghezza  $W_e$  e lunghezza  $L_e$ , separate le une dalle altre in lunghezza ma unite alle estremità. Ogni barra fungerà da armatura mobile e centrale di un singolo condensatore differenziale, composto, oltre che dalla suddetta barra, da due elettrodi fissi di lunghezza e larghezza pari alla barra centrale e realizzati sulla superficie del substrato sottostante alla *proof-mass*.



**Fig. 6.4** Schema semplificato della microstruttura meccanica di trasduzione dell'accelerometro X-Axis introdotto da B. Li, D. Lu e W. Wang in [1].

In assenza di un'accelerazione esterna la singola armatura mobile copre in modo uguale entrambi gli elettrodi fissi sottostanti (Fig. 6.5b); i condensatori variabili così formati risultano avere capacità uguali essendo uguali le aree di sovrapposizione delle armature. Diversamente, in presenza di un'accelerazione esterna, la massa sismica subirà uno spostamento dalla sua posizione di riposo determinando lo spostamento delle singole armature mobili che si sovrapporranno alle armature fisse in modo diseguale (Fig. 6.5c); in particolare, per uno dei due condensatori si avrà la riduzione dell'area di sovrapposizione delle armature, con conseguente diminuzione della capacità, mentre per il secondo l'area di *overlapping* aumenterà della stessa quantità di quanto è diminuita nel primo.



**Fig. 6.5** Schema di principio della microstruttura di trasduzione: a) dall'alto; b) di lato in condizione di accelerazione esterna nulla; c) di lato in condizione di accelerazione esterna non nulla.

**Tabella 6.1** Accelerometri X-Axis: valori tipici di alcuni parametri.

	<i>ADXLS50</i> <sup>(a)</sup> (J)	<i>ADXLS05</i> <sup>(a)</sup> (J)	<i>ADXL150</i> <sup>(a)</sup> (JQC)	<i>ADXL103</i> <sup>(b)</sup>	<i>MMA2260D</i> <sup>(c)</sup>	Unità
Supply Voltage $V_S$	5	5	5	5	5	V
Supply Current $I_S$	10	8,0	1,8	0,7	2,2	mA
Acceleration Range	±50	±5	±50	±1,7 <sup>(d)</sup>	±1,5	g
Package Alignment Error	±1	±1	±1	±1	-	gradi
Non Linearity	0,2	0,2	0,2	±0,5	±1 <sup>(e)</sup>	%FS
Zero-g Level	1,80	1,80	2,5 <sup>(f)</sup>	2,5 <sup>(f)</sup>	2,5	V
Sensitivity	19,0	200	38 <sup>(g)</sup>	1000 <sup>(g)</sup>	1200 <sup>(a)</sup>	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	±2	±2	±2	±2	5 <sup>(h)</sup>	%
Acceleration Noise Density	6600	500	1000	110 <sup>(a)</sup>	350	$\frac{\mu g}{\sqrt{(\text{Hz})}}$
Bandwidth	1300 <sup>(i)</sup>	1600 <sup>(i)</sup>	1000 <sup>(k)</sup>	2500 <sup>(l)</sup>	50 <sup>(k)</sup>	Hz
Sensing Element Resonance Frequency	24	12	24	5,5	-	kHz

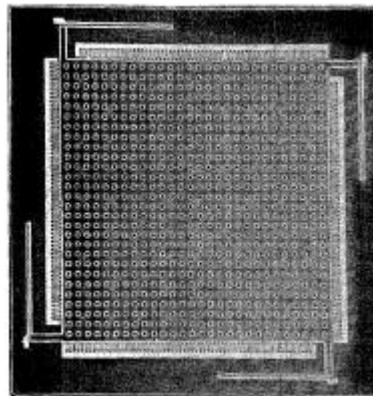
- (a) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di +25°C e tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V.
- (b) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra -40°C e +125°C; tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V; condensatore esterno  $C_X$  da 0,1  $\mu\text{F}$  connesso tra l'uscita e massa.
- (c) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra -40°C e +105°C; tensione di alimentazione  $V_S$  compresa tra 4,75 V e 5,25 V; uscite caricate da un filtro passa basso RC formato da un resistore da 1 k $\Omega$  e un condensatore da 0,1  $\mu\text{F}$  connesso a massa. Le misure sulle uscite caricate sono osservate a valle dei filtri RC.
- (d) Valore minimo garantito.
- (e) L'intervallo di valori indicato rappresenta l'intervallo massimo riscontrato per il dispositivo.
- (f) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  
 $Zero-g\ Level = V_S / 2$ .
- (g) La sensibilità è essenzialmente proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ : il rapporto  $Sensitivity / V_S$  è pressoché costante.
- (h) Valore massimo riscontrato per il dispositivo.
- (i) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente al valore raccomandato di 0,022  $\mu\text{F}$  per il condensatore esterno di demodulazione  $C_1$ .  $Bandwidth = (28,6 \times 10^{-6} / C_1) \pm 40\%$ .
- (j) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente al valore raccomandato di 0,022  $\mu\text{F}$  per il condensatore esterno di demodulazione  $C_1$ .
- (k) Larghezza di banda a -3 dB definita da un filtro passa basso interno a capacità commutate.
- (l) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente alla capacità minima richiesta di 0,002  $\mu\text{F}$  per il condensatore esterno  $C_X$ .  $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32\text{ k}\Omega \times C_X)$ .



### 6.1.2 Accelerometri verticali Z-Axis

Tra gli accelerometri ad un asse di sensibilità, a fianco degli accelerometri laterali X-Axis, vi sono gli accelerometri verticali Z-Axis sensibili alle accelerazioni ortogonali alla superficie superiore del substrato su cui sono realizzati, ed in generale, alla superficie superiore dell'involucro finale (*package*) in cui sono contenuti. In letteratura si hanno numerosi esempi di accelerometri verticali che si differenziano gli uni dagli altri per vari fattori, tra i quali ricordiamo: il principio di trasduzione adottato (piezoelettrico, piezoresistivo, risonante, per effetto Tunnel, capacitivo, etc.); la forma geometrica della microstruttura meccanica che lo implementa; la tecnologia di *micromachining* impiegata per la sua realizzazione; e il processo d'integrazione utilizzato per la sezione elettronica.

Rimanendo nella famiglia degli accelerometri capacitivi, un primo esempio di accelerometro Z-Axis ricavabile dalla ricca produzione scientifica è dato dal lavoro di C. Lu, M. Lemkin e B.E. Boser riportato nel riferimento [2]. L'elemento mobile della microstruttura di trasduzione, realizzata mediante *surface micromachining*, consiste in un foglio di silicio policristallino di dimensioni  $400 \times 400 \mu\text{m}^2$  e spessore  $2 \mu\text{m}$ , sospeso al di sopra del substrato di silicio tramite quattro elementi di sospensione a forma di barra ripiegata (*folded beams*) ben visibili nell'immagine della microstruttura di trasduzione di Fig. 6.6.



**Fig. 6.6** Immagine della microstruttura meccanica di trasduzione dell'accelerometro Z-Axis introdotto da C. Lu, M. Lemkin e B.E. Boser in [2].

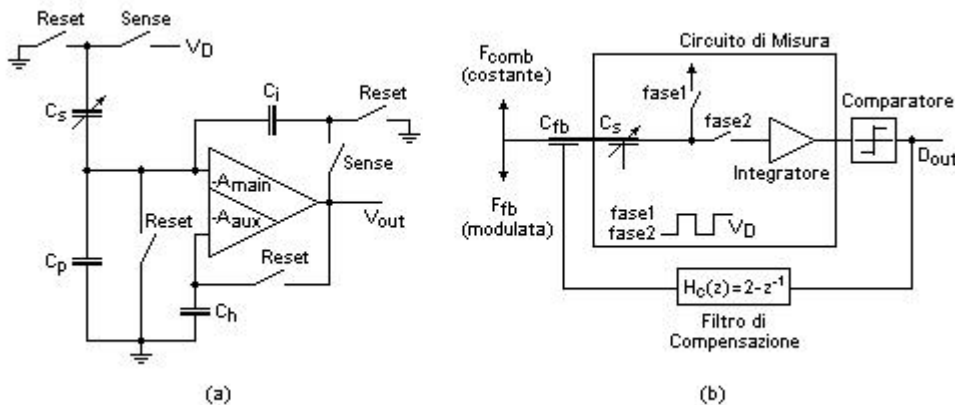
La sottile struttura di silicio policristallino sospesa al di sopra del substrato ed in grado di muoversi ortogonalmente a questo, costituisce l'armatura mobile di un condensatore variabile ad armature piane e parallele. La seconda armatura, quella fissa, è realizzata al di sotto della prima mediante impiantazione e diffusione di droganti  $n+$  nella regione di substrato sottostante.

Il principio di trasduzione della microstruttura è quindi facilmente comprensibile: in assenza di accelerazione il condensatore di *sensing* si trova nella condizione di riposo caratterizzata da una distanza tra substrato e massa sismica di  $1,6 \mu\text{m}$  e da una capacità nominale di  $500 \text{ fF}$  [2]; sotto l'azione di un'accelerazione esterna la

massa sismica subisce uno spostamento dalla posizione di riposo con conseguente variazione della distanza tra le armature e quindi della capacità di *sensing*. Nel paragrafo 2.6.3 si è visto che per piccoli spostamenti dell'elemento mobile la variazione  $\Delta C$  della capacità di *sensing* risulta essere proporzionale all'entità dello spostamento che, a sua volta, è approssimabile ad una funzione lineare dell'accelerazione (si veda la (2.55) e seguenti di paragrafo 2.6.3). Ancora una volta la misura dell'accelerazione si traduce nella misura della variazione della capacità di *sensing*; compito questo demandato all'interfaccia elettronica.

Dal confronto tra la microstruttura di trasduzione *Z*-Axis appena descritta e le microstrutture degli esempi di accelerometro *X*-Axis riportati in precedenza, si osserva che l'interfaccia capacitiva implementata dalla prima non è di natura differenziale come invece lo sono quelle implementate dalle seconde. Infatti, mentre nell'ADXL50 la microstruttura di trasduzione equivale alla serie di due condensatori variabili aventi un'armatura mobile in comune e tale che un suo spostamento determini l'incremento di capacità per un condensatore e la riduzione per l'altro, l'interfaccia capacitiva dell'accelerometro *Z*-Axis qui considerato è equivalente ad un singolo condensatore variabile formato da due armature piane e parallele di cui una è mobile. L'asimmetria della struttura di trasduzione è fonte di *offset* e di non linearità che devono essere compensate dalla componente elettronica del dispositivo; nel lavoro di C. Lu, M. Lemkin e B.E. Boser, l'*offset* è riequilibrato mediante calibrazione esterna [2]. Una soluzione strutturale adottata per creare tramite *surface micromachining* una microstruttura *Z*-Axis differenziale, consiste, come si vedrà per gli accelerometri a tre assi di sensibilità, nel costruire a fianco dell'elemento di trasduzione una microstruttura di silicio policristallino rigidamente ancorata al substrato che fungerà da condensatore di riferimento [3-5].

Un'ulteriore considerazione sul dispositivo preso in esame riguarda l'interfaccia elettronica di misura che ha il compito di rilevare e misurare la variazione di capacità prodotta dallo spostamento dell'elemento mobile della microstruttura meccanica di trasduzione e di fornire l'informazione al mondo esterno. Lo schema circuitale dell'interfaccia elettronica di misura e lo schema equivalente della microstruttura di trasduzione, comprensivo della capacità di *sensing*,  $C_s$ , e della capacità equivalente parassita,  $C_p$ , sono mostrati in Fig. 6.7a.



**Fig. 6.7** Interfaccia elettronica di misura (a) e schema a blocchi del sistema di retroazione (b) dell'accelerometro *Z*-Axis introdotto da C. Lu, M. Lemkin e B.E. Boser in [1].

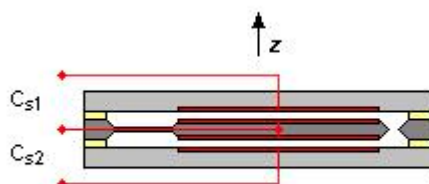
Il principio di misura adottato dall'interfaccia elettronica si basa sull'integrazione della quantità di carica proveniente dal condensatore di *sensing* e prelevata dall'elemento mobile della microstruttura. Il circuito di misura è a capacità commutate e il suo funzionamento consta di due distinte fasi di lavoro per mezzo delle quali, oltre alla misura della variazione della capacità  $C_s$ , viene attuata, in modo diverso da quanto visto nel paragrafo 5.1 e seguenti, la *correlated double sampling*. L'elemento centrale dell'interfaccia elettronica di misura è l'amplificatore ad uscita singola di Fig. 6.7a, provvisto di due ingressi separati ognuno dei quali individua un diverso percorso di amplificazione [2]: il principale, indicato con  $A_{main}$ , costituisce l'amplificatore impiegato nel processo di integrazione di carica; il secondo, indicato con  $A_{aux}$  e di guadagno inferiore al primo, costituisce l'amplificatore ausiliario mediante il quale viene implementata la *correlated double sampling* per la riduzione degli errori dovuti all'*offset* dell'amplificatore principale  $A_{main}$  e al suo rumore  $1/f$ . Di fatto, durante la fase di *reset*, la tensione d'errore presente in uscita dell'amplificatore *single-ended* viene immagazzinata ai capi del condensatore di tenuta  $C_h$  posto in ingresso ad  $A_{aux}$ . L'anello di retroazione così formato, comprensivo dell'amplificatore ausiliario, ha come effetto l'attenuazione della tensione di rumore riferita all'ingresso dell'amplificatore principale  $A_{main}$  di un fattore pari approssimativamente al guadagno di  $A_{aux}$  [2, 6].

In Fig. 6.7b è mostrato lo schema a blocchi del sistema di retroazione realizzato per l'accelerometro in esame. Il sistema rientra nella topologia di retroazioni definite come retroazione digitale (paragrafo 4.3) ed è equivalente ad un modulatore Sigma-Delta ad 1-bit dove la conversione Analogica-Digitale del segnale in uscita all'integratore è ottenuta mediante un comparatore a due livelli di quantizzazione e dove la microstruttura di trasduzione funge da filtro di forma del secondo ordine per il rumore (*noise shaping filter*). Le differenze che si possono riscontrare con i sistemi di retroazione digitale fin qui riportati si hanno nella collocazione del filtro di compensazione  $H_c(z) = 2 - z^{-1}$ , che in questo caso è posto sull'anello di reazione anziché sulla catena diretta, e nella modalità di applicazione della forza elettrostatica di reazione che qui viene indotta sulla *proof-mass* mediante l'applicazione della tensione di reazione alle armature di appositi condensatori di attuazione realizzati al di sotto della massa sismica [2].

Un esempio di accelerometro commerciale Z-Axis realizzato mediante *surface micromachining* è dato dall'MMA1260 della Freescale Semiconductor. La microstruttura di trasduzione è equivalente all'oramai noto condensatore differenziale a tre armature; il circuito di misura è a capacità commutate ed il principio di misura adottato dall'interfaccia elettronica risulta essere l'integrazione di carica. L'accelerometro è un sistema ad anello aperto e il dispositivo rientra nella categoria dei sistemi ibridi, ovvero la microstruttura di trasduzione e la sezione elettronica, o parte di essa, sono realizzate in due o più substrati diversi [15].

Altro esempio di accelerometro commerciale Z-Axis è dato dalla famiglia di accelerometri ibridi MS8000.C della Colibrys. In questi accelerometri la microstruttura di trasduzione, equivalente al condensatore differenziale a tre armature, è ottenuta tramite l'uso della tecnologia di fabbricazione *bulk micromachining*. La struttura meccanica è composta da tre wafer di silicio uniti tra di loro mediante *fusion bonding* (paragrafo 1.2.5): in quello centrale è realizzata la massa sismica, che rimane attaccata alla struttura perimetrale fissa per mezzo di una

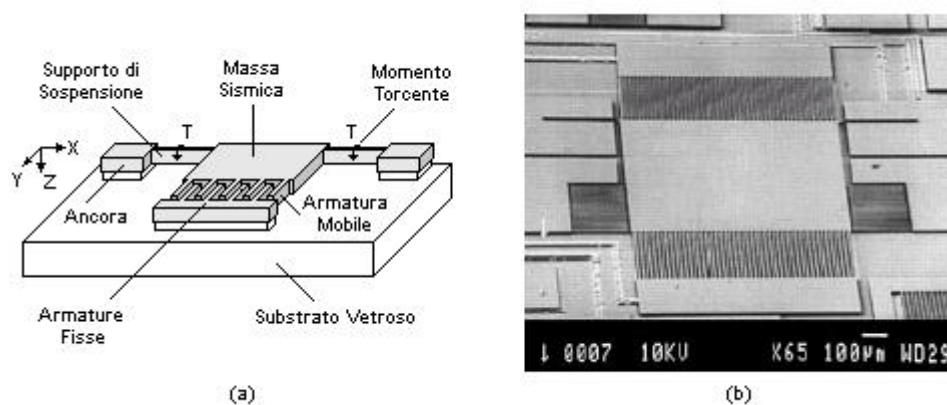
sottile barra di silicio che fungerà da sospensione di tipo *cantilever* (paragrafo 2.1), mentre i wafer di silicio posti sopra e sotto la *proof-mass* oltre a svolgere la funzione di protezione per l'elemento mobile, saranno sede delle armature fisse del condensatore di trasduzione [14]. In Fig. 6.8 è mostrata, in forma schematizzata, la sezione trasversale della struttura micromeccanica degli accelerometri della serie MS8000.C.



**Fig. 6.8** Sezione trasversale della microstruttura meccanica di trasduzione degli accelerometri Z-Axis della serie MS8000.C della Colibrys [14].

Come per gli accelerometri laterali X-Axis, anche per gli accelerometri capacitivi Z-Axis sono state proposte numerose soluzioni per la microstruttura di trasduzione. Oltre alla tecnologia di fabbricazione, alla geometria della struttura ed alla natura differenziale o meno dell'interfaccia capacitiva implementata, altri due possibili fattori di differenziazione della microstruttura di trasduzione risultano essere il principio di funzionamento meccanico dell'elemento mobile ed il parametro su cui si agisce per determinare, con il movimento della massa sismica, la variazione della capacità di *sensing*.

Negli esempi di microaccelerometro Z-Axis fin qui visti, lo spostamento subito dalla massa sismica in seguito all'azione dell'accelerazione di sollecitazione, ha come effetto la modifica della distanza tra le armature dei condensatori variabili che compongono la microstruttura di trasduzione con conseguente variazione delle loro capacità. Pertanto, il parametro su cui si agisce per tradurre il movimento della *proof-mass* in una variazione della capacità di *sensing* è ancora lo spessore dielettrico. Altro parametro geometrico che può essere sfruttato a tale scopo è l'area di sovrapposizione delle armature; un esempio a riguardo è dato dall'accelerometro Z-Axis proposto da A. Selvakumar e K. Najafi in [7]. Il dispositivo, oltre a basare l'operazione di conversione sulla variazione dell'area di sovrapposizione delle armature dei condensatori di *sensing*, presenta un diverso principio di funzionamento della struttura meccanica: la geometria del sistema “massa sismica-sospensioni” è tale che il movimento della *proof-mass* non sia di traslazione, come nei casi finora visti, ma di rotazione attorno alle barre di sospensione con torsione delle stesse. Alla forza elastica di ripristino, che nei casi di traslazione della massa sismica ne contrastava il movimento, si sostituisce un momento torcente prodotto dalla torsione delle sospensioni e contrario al moto di rotazione. In Fig. 6.9a è mostrato lo schema semplificato della struttura di trasduzione dell'accelerometro Z-Axis, mentre in Fig. 6.9b è riportata l'immagine al microscopio elettronico (SEM: Scanning Electron Microscope) della microstruttura reale.



**Fig. 6.9** Microstruttura meccanica di trasduzione dell'accelerometro Z-Axis introdotto da A. Selvakumar e K. Najafi in [7]: a) schema semplificato; b) immagine al microscopio elettronico.

Il dispositivo è realizzato mediante la tecnologia di microfabbricazione denominata *bulk silicon dissolved wafer process* [8]. Dalla Fig. 9a si osserva che la massa sismica, consistente in un foglio di silicio drogato  $p++$  e spesso  $12\ \mu\text{m}$ , è sospesa al di sopra di un substrato vetroso grazie a due barre di sospensione di lunghezza  $150\ \mu\text{m}$ , larghezza  $3\ \mu\text{m}$  e con asse longitudinale spostato rispetto al baricentro della massa sismica. Nel lato della *proof-mass* più lontano dalle barre di sospensione sono realizzate delle appendici di lunghezza  $300\ \mu\text{m}$ , di forma e disposizione tali da dar vita ad una struttura a pettine. Tra un'appendice e l'altra è posizionato il dente di una seconda struttura a pettine ancorata al substrato con il quale formano una coppia di condensatori variabili connessi in parallelo. L'insieme delle strutture *comb fingers* risulta essere equivalente ad un condensatore variabile in cui il parametro su cui si andrà ad agire non è la distanza tra le armature, che rimane fissa a  $2\ \mu\text{m}$ , ma l'area di sovrapposizione. La presenza di un'accelerazione esterna ortogonale al substrato del dispositivo induce sulla *proof-mass* una forza d'inerzia ad essa ortogonale. Tale forza, applicata al baricentro della *proof-mass*, produce sulle barre di sospensione un momento torcente che ne provoca la torsione attorno al proprio asse longitudinale per un angolo  $\theta$  funzione dell'accelerazione esterna. La rotazione della struttura mobile che ne deriva, e quindi delle appendici realizzate sulla sua estremità più lontana, determina la variazione della posizione reciproca tra le strutture a pettine con conseguente variazione dell'area di sovrapposizione delle armature dei condensatori variabili di *sensing*. In particolare, l'azione dell'accelerazione esterna determina una riduzione dell'area di *overlapping* rispetto al caso di accelerazione nulla, da cui deriva una riduzione della capacità totale equivalente di *sensing*.

Al centro dell'immagine al microscopio elettronico di Fig. 6.9b è visibile la microstruttura di trasduzione realizzata per l'accelerometro Z-Axis presentato da A. Selvakumar e K. Najafi. In essa si osserva che su ogni lato del perimetro della massa sismica, e non solo su quello più lontano dalle barre di sospensione, sono state realizzate delle strutture di tipo *comb fingers*; questa soluzione risponde all'esigenza di pervenire ad una maggiore sensibilità della microstruttura rispetto a quella ottenibile con una sola schiera di condensatori [7].

In Tabella 6.2 sono messi a confronto i dispositivi commerciali Z-Axis introdotti in precedenza; in particolare si sono considerati gli accelerometri MMA1260D della Freescale Semiconductor [15] e l'MS8002.C della serie MS8000.C della Colibrys [13].

**Tabella 6.2** Accelerometri Z-Axis: valori tipici di alcuni parametri.

	<b>MMA1260D<sup>(a)</sup></b>	<b>MS8002.C<sup>(b)</sup></b>	<b>Unità</b>
Supply Voltage $V_S$	5,00	5,0	V
Supply Current $I_S$	2,2	< 0,4 <sup>(c)</sup>	mA
Acceleration Range	±1,55	±2	g
Package Alignment Error	-	< 0,6	gradi
Non Linearity	±1,0 <sup>(d)</sup>	< 0,8	%FS
Zero-g Level	2,5 <sup>(e)</sup>	2,5 <sup>(f)</sup>	V
Sensitivity	1200 <sup>(e)</sup>	1000 <sup>(g)</sup>	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	5,0 <sup>(h)</sup>	-	%
Acceleration Noise Density	500	7	$\frac{\mu g}{\sqrt{(\text{Hz})}}$
Bandwidth	50 <sup>(i)</sup>	-	Hz
Sensing Element Resonant Frequency	-	1,4	kHz

- (a) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra -40°C e +105°C; tensione di alimentazione  $V_S$  compresa tra 4,75 V e 5,25 V; uscite caricate da un filtro passa basso RC formato da un resistore da 1 k $\Omega$  e un condensatore da 0,1  $\mu$ F connesso a massa. Le misure sulle uscite caricate sono osservate a valle dei filtri RC.
- (b) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di +20°C e tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V.
- (c) Il consumo di corrente sale a 1,4 mA al momento dell'accensione e di inizializzazione del dispositivo.
- (d) L'intervallo di valori indicato rappresenta l'intervallo massimo riscontrato per il dispositivo.
- (e) Il valore è specificato alla temperatura ambiente di +25°C.
- (f) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  
 $Zero-g\ Level = V_S / 2$ .
- (g) La sensibilità è essenzialmente proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ .
- (h) Valore massimo riscontrato per il dispositivo.
- (i) Larghezza di banda a -3 dB definita da un filtro passa basso interno a capacità commutate.

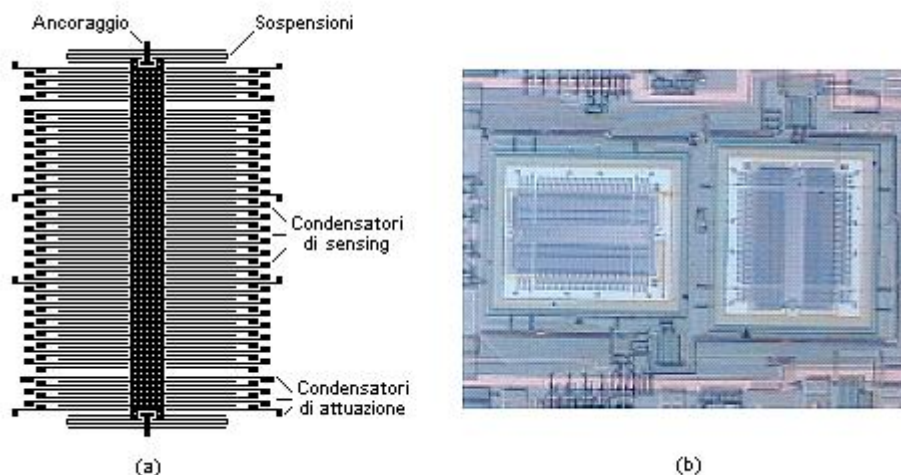
## 6.2 Accelerometri a due assi di sensibilità

### 6.2.1 Accelerometri XY-Axis con due proof-mass distinte

L'universo degli accelerometri MEMS non si limita ai soli dispositivi ad un asse di sensibilità; accanto a questi, troviamo gli accelerometri a due ed a tre assi di misura che hanno nei primi i loro precursori e i loro elementi costitutivi di base. Come fatto finora, e come si farà in seguito, si limiteranno le considerazioni ai soli microaccelerometri capacitivi.

Con la locuzione di accelerometro a due assi di sensibilità ci si riferisce, generalmente, ad un accelerometro laterale in grado di misurare le accelerazioni agenti su di un piano parallelo alla superficie superiore del dispositivo. La misura è ottenuta mediante la scomposizione dell'accelerazione in due componenti vettoriali giacenti lungo due direzioni ortogonali che fungono da assi di misura del dispositivo e che coincidono con gli assi di sensibilità della microstruttura di trasduzione complessiva. Definiti convenzionalmente con  $X$  e  $Y$  gli assi di misura superficiali, gli accelerometri appena introdotti vengono indicati come accelerometri  $XY$ -Axis.

Una prima ed immediata soluzione per la microstruttura di trasduzione prevede l'utilizzo di due microstrutture di tipo  $X$ -Axis orientate in modo tale che i loro assi di sensibilità siano tra di loro ortogonali. Questo è quanto è stato fatto per l'ADXL250 della Analog Devices: il primo accelerometro monolitico a due assi ad essere messo in commercio [9]. La struttura interna deriva direttamente da quella dell'accelerometro  $X$ -Axis ADXL150 che di fatto può essere considerato come la versione limitata ad un asse dell'ADXL250. La microstruttura di trasduzione è ottenuta realizzando, su di uno stesso substrato, due microstrutture gemelle, identiche a quelle dell'ADXL150 (Fig. 6.10a), e ruotate di  $90^\circ$  l'una rispetto all'altra in modo tale che le direzioni preferenziali di movimento delle *proof-mass* individuino gli assi di misura ortogonali  $X$ - $Y$ . L'immagine al microscopio della microstruttura di trasduzione è mostrata in Fig. 6.10b dove sono ben visibili i singoli elementi di trasduzione e la loro disposizione sul substrato.



**Fig. 6.10** Microstruttura meccanica di trasduzione dell'accelerometro  $XY$ -Axis ADXL250: a) schema della struttura base  $X$ -Axis; b) immagine al microscopio elettronico [9].

Il principio di funzionamento delle due microstrutture X-Axis è del tutto analogo a quanto visto per gli accelerometri laterali ad un asse di sensibilità ed in particolare per gli accelerometri della famiglia ADXL della Analog Devices. Ogni microstruttura è sensibile alle accelerazioni agenti lungo la direzione preferenziale di movimento della propria massa sismica; pertanto, la particolare disposizione delle due microstrutture consente di rilevare e misurare, per scomposizione vettoriale, qualsiasi accelerazione agente sul dispositivo nel piano individuato dai due rispettivi assi di sensibilità.

Il principio di trasduzione adottato dalla singola microstruttura si basa sui condensatori differenziali a tre armature realizzati dalle strutture a pettine disposte sui lati del corpo centrale della massa sismica. L'interfaccia capacitiva associata al singolo elemento di trasduzione è schematizzabile con la serie di due condensatori variabili (condensatori equivalenti di *sensing*) implementanti un partitore capacitivo il cui nodo di prelievo (comune ai due condensatori) è rappresentativo della *proof-mass*. Ad uno spostamento della massa sismica per effetto di un'accelerazione esterna, corrisponde una variazione delle due capacità di *sensing*: mentre una aumenta, l'altra diminuisce della stessa quantità; la differenza tra le due capacità risulta essere proporzionale all'intensità della sollecitazione esterna.

Come in ogni accelerometro della famiglia ADXL fin qui considerato, il segnale di tensione contenente l'informazione sulla variazione dei condensatori equivalenti di *sensing* è prelevato dall'elemento mobile della microstruttura di trasduzione e posto in ingresso ad un'interfaccia elettronica di misura che ne esegue la demodulazione sincrona in ampiezza provvedendo a fornire in uscita una tensione proporzionale all'accelerazione agente lungo il corrispondente asse di sensibilità. Per ogni asse di misura, e quindi per ogni microstruttura X-Axis, è integrata una circuiteria elettronica comprensiva dell'interfaccia elettronica di misura e, in uscita, di un filtro passa basso di Bessel a capacità commutate, caratterizzato da una frequenza di taglio a -3dB tipicamente di 1 kHz (Fig. 6.11) [9, 19].

I due sistemi di misura, formati dalla singola interfaccia capacitiva di trasduzione e dall'elettronica a valle per il trattamento del segnale d'informazione, risultano essere dei sistemi ad anello aperto; come lo è, d'altronde, quello dell'ADXL150.

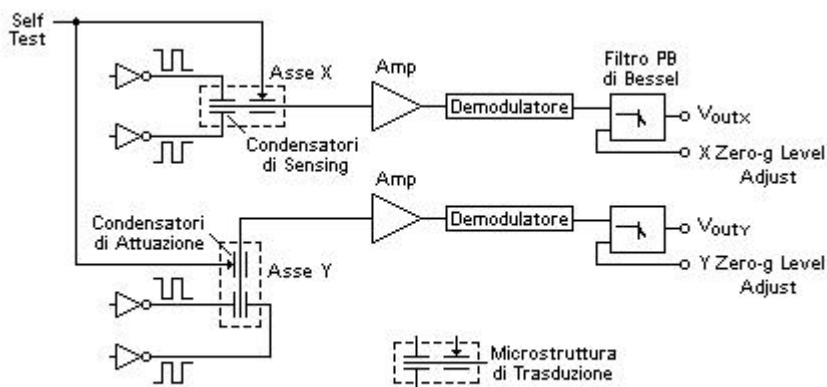


Fig. 6.11 Schema a blocchi semplificato dell'accelerometro a due assi ADXL250.



Oltre alla sensibilità di *cross-axis*, di cui i costruttori forniscono la percentuale rispetto alla sensibilità dell'asse di misura preso in considerazione, e che tiene conto dell'influenza delle accelerazioni agenti ortogonalmente ad esso, un'ulteriore fonte di errore nella misura con gli accelerometri a più assi è data dall'errore di allineamento, ovvero dall'errore dovuto alla non perfetta ortogonalità degli assi di sensibilità. La comprensione di questo tipo di errore è immediata per l'accelerometro ADXL250 dove è evidente che l'errore di allineamento è dovuto al fatto che le singole microstrutture *X-Axis* sono state realizzate con gli assi di sensibilità non perfettamente ortogonali ma formanti un angolo leggermente inferiore, o superiore, ai 90°. L'angolo di scostamento dalla condizione di ortogonalità è quello che i costruttori indicano come errore di allineamento (*alignment error* o *sensor-to-sensor alignment error*) e che forniscono espresso in gradi. E' bene precisare che con il termine "*alignment error*" i costruttori indicano anche l'angolo compreso tra la vera direzione dell'asse di sensibilità del sensore e la direzione stampigliata sull'involucro del dispositivo; con più chiarezza questo angolo è anche riferito come *package alignment error* ed è una possibile fonte di errore se non adeguatamente compensato.

Per l'accelerometro monolitico a due assi ADXL250 i costruttori forniscono una sensibilità di *cross-axis* del  $\pm 2\%$ , un *alignment error* di  $\pm 0,1^\circ$  ed un *package alignment error* di  $\pm 1^\circ$  (vedi Tabella 6.3) [19].

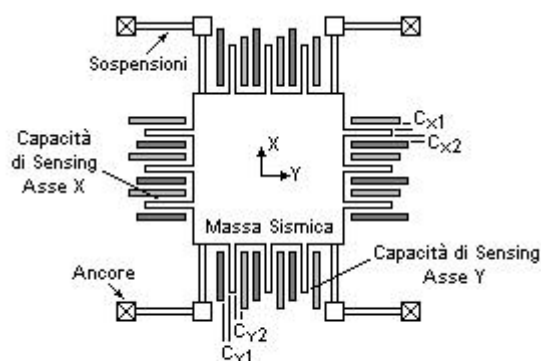
## 6.2.2 Accelerometri *XY-Axis* con un'unica *proof-mass*

Una seconda soluzione per la microstruttura di trasduzione degli accelerometri a due assi di sensibilità, prevede la realizzazione di un'unica *proof-mass* in grado di muoversi, grazie ad un appropriato sistema di sospensioni, lungo due direzioni tra loro ortogonali che costituiranno gli assi di sensibilità della microstruttura e quindi gli assi di misura *X*, *Y*, del dispositivo. Questa soluzione permette di ottenere, rispetto alla soluzione vista in precedenza, degli allineamenti tra gli assi di sensibilità intrinsecamente più accurati.

Un primo studio sulla fattibilità di un accelerometro monolitico a due assi di misura con microstruttura realizzata mediante *surface micromachining* e caratterizzata da una singola *proof-mass*, è dovuto ad H. Ahmad, ad A.J. Al-Khalili, a L.M. Landsberger ed a M. Kahrizi, i cui risultati sono riportati in [10]. La microstruttura di trasduzione è simile a quella dell'ADXL50 a cui però sono state apportate delle modifiche, sia sul sistema delle sospensioni, sia sulla geometria della *proof-mass*, allo scopo di conferire alla massa sismica una seconda direzione preferenziale di movimento ortogonale alla prima e di disporre, per ognuna di queste, di un sistema di strutture *comb fingers* per la trasduzione delle accelerazioni agenti lungo le due direzioni di movimento.

La *proof-mass* è costituita da un corpo centrale di forma quadrata con lato di  $368 \mu\text{m}$  e spessore di  $2 \mu\text{m}$ , sospeso al di sopra del substrato da quattro barre di sospensione piegate ad L ed ancorate a questo ad una estremità<sup>(2)</sup>. La geometria delle sospensioni permette alla *proof-mass* di muoversi contemporaneamente nelle due direzioni parallele alla superficie del substrato e indicate in Fig. 6.12 con gli assi cartesiani *X* e *Y*.

(2) Ciascun segmento delle barre di sospensione è lungo  $226,7 \mu\text{m}$  e largo  $5 \mu\text{m}$ .



**Fig. 6.12** Schema semplificato della microstruttura meccanica di trasduzione dell'accelerometro XY-Axis introdotto da H. Ahmad, A.J. Al-Khalili, L.M. Landsberger e M. Kahrizi in [10].

Su ogni lato del corpo centrale della massa sismica sono realizzate le così dette strutture a “pettine” che, con le analoghe strutture fisse al substrato, danno vita ai numerosi condensatori differenziali usati per convertire lo spostamento della *proof-mass* in una variazione di capacità. In particolare si osserva che l'azione di un'accelerazione lungo l'asse *X* determina lo spostamento della massa sismica nella stessa direzione con conseguente variazione delle capacità di *sensing* formate dalle strutture *comb finger* disposte lungo i lati paralleli ad *X*; viceversa, un'accelerazione agente nella direzione dell'asse *Y* determina la variazione delle capacità formate dalle strutture a pettine collocate parallelamente ad *Y*. Pertanto, per ogni asse di misura è possibile individuare un'interfaccia capacitiva di trasduzione che, analogamente a quanto visto per il già citato accelerometro ADXL50, ed in particolare per gli accelerometri della famiglia ADXL, risulta essere elettricamente equivalente ad un condensatore differenziale a tre armature di cui quella centrale, e mobile, è implementata dalle appendici realizzate sui lati del corpo centrale della *proof-mass* paralleli all'asse di sensibilità a cui l'interfaccia si riferisce. Le due armature laterali fisse sono invece ottenute dalla connessione in parallelo, ed in modo alternato, delle strutture *comb finger* ancorate al substrato e presenti lungo i medesimi lati della massa sismica.

Dall'armatura mobile di ciascuna interfaccia capacitiva sarà prelevato il segnale contenente l'informazione sulla variazione di capacità subita dai condensatori di *sensing* in seguito allo spostamento della *proof-mass*. Per ogni asse di sensibilità è realizzata un'interfaccia elettronica di misura che tradurrà le variazioni di capacità in un segnale di tensione ad esse proporzionale mediante l'integrazione del segnale d'informazione; infatti, il principio di misura adottato dalle interfacce elettroniche dell'esempio considerato si basa sull'integrazione di carica.

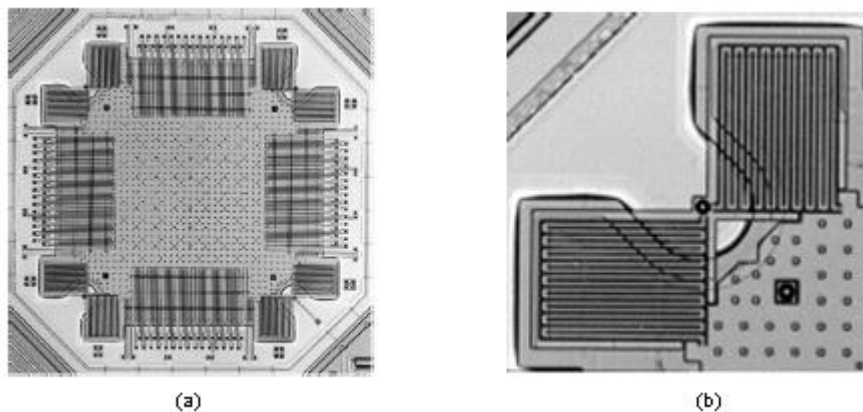
Nonostante la separazione dei percorsi dei segnali relativi all'asse *X* ed all'asse *Y*, il funzionamento del dispositivo prevede che l'acquisizione dei segnali dalle interfacce capacitive avvenga in modo alternato. Questo è reso possibile dalla soluzione circuitale a capacità commutate che consente di prelevare il segnale d'informazione da un'interfaccia capacitiva mantenendo l'altra in condizioni di isolamento dai riferimenti di tensione e dall'interfaccia elettronica a valle. In una fase

successiva gli stati delle due interfacce di trasduzione si invertono portando all'acquisizione del secondo segnale d'informazione [10].

A livello commerciale, uno dei primi microaccelerometri capacitivi a due assi di misura con *proof-mass* singola ad essere messo in commercio è stato l'accelerometro monolitico ADXL202 della Analog Devices. L'immagine al microscopio della microstruttura di trasduzione è mostrata in Fig. 6.13a dove è ben visibile la geometria quadrata della massa sismica e le strutture a pettine disposte lungo i quattro lati del corpo centrale. Agli angoli della *proof-mass* sono inoltre visibili le "molle" di sospensione la cui forma particolare, studiata per minimizzare la sensibilità di *cross-axis*, è mostrata nell'immagine dettagliata di Fig. 6.13b.

Analogamente a quanto visto per la microstruttura di trasduzione dell'esempio precedente, con cui si riscontra una sostanziale rassomiglianza, è possibile individuare, per ogni asse di misura dell'ADXL202, un'interfaccia capacitiva di trasduzione equivalente ad un condensatore differenziale a tre armature, fisicamente realizzato dalle numerose strutture di tipo *comb finger* ordinate lungo i lati della *proof-mass* paralleli all'asse di riferimento. Anche in questo caso, per ciascun asse di sensibilità è realizzata un'interfaccia elettronica di misura che, conformemente a quanto succede negli accelerometri della famiglia ADXL, effettua la demodulazione sincrona del segnale di tensione prelevato dall'armatura centrale del condensatore differenziale di trasduzione (vedi capitolo 3) [11, 21].

Uno spostamento della *proof-mass* nella direzione dell'asse  $X$  ad opera di un'accelerazione esterna, viene rilevato applicando alle armature fisse del relativo condensatore equivalente di trasduzione, due onde quadre di tensione, uguali tra loro, ma sfasate di  $180^\circ$ . Il segnale di tensione presente sull'armatura centrale risulta essere un'onda quadra con ampiezza proporzionale alla variazione di capacità subita dai condensatori equivalenti di *sensing* in seguito allo spostamento della *proof-mass*. Questo segnale, interpretato come segnale modulato in ampiezza, viene demodulato attraverso un demodulatore sincrono seguito da un filtro passa basso RC con frequenza di taglio a  $-3\text{dB}$  scelta dall'utilizzatore finale. Il risultato della demodulazione è un segnale di tensione il cui valore risulta essere proporzionale alla variazione delle capacità di *sensing* che a sua volta è proporzionale, nelle ipotesi di



**Fig. 6.13** Immagine al microscopio elettronico della microstruttura meccanica di trasduzione dell'ADXL202 (a) e particolare del sistema di sospensione (b) [11].

piccoli spostamenti dell'elemento mobile e di basse velocità di variazione dell'accelerazione d'ingresso, allo spostamento della massa sismica e quindi all'accelerazione esterna agente nella direzione dell'asse  $X$ .

Per entrambi i canali di misura (assi  $X$  e  $Y$ ) l'accelerometro ADXL202 presenta una struttura ad anello aperto e diversamente dai dispositivi fin qui considerati, effettua la conversione del segnale analogico in uscita al filtro RC in un segnale digitale di tipo PWM (Pulse Width Modulation). La conversione è realizzata grazie ad un modulatore DCM (Duty Cycle Modulator) che varia il *duty cycle* dell'onda quadra in uscita in funzione del valore del segnale di tensione al suo ingresso [21].

Tra i dispositivi commerciali introdotti nel corso dei capitoli precedenti, un secondo esempio di microaccelerometro capacitivo a due assi di misura con *proof-mass* singola, è dato dall'accelerometro LIS2L02AL della STMicroelectronics. La microstruttura di trasduzione, realizzata mediante *surface micromachining*, assume in se le caratteristiche essenziali delle strutture viste in precedenza: l'operazione di trasduzione dell'accelerazione si basa, anche in questo caso, sui condensatori differenziali formati dalle strutture di tipo *comb finger* disposte lungo il perimetro della *proof-mass*; questa, di forma quadrata, è sospesa al di sopra della superficie del substrato da un sistema di sospensioni che ne permette il movimento simultaneo nelle due direzioni ortogonali che fungeranno da assi di misura; infine, per ogni asse di sensibilità è possibile individuare un'interfaccia capacitiva di trasduzione equivalente al solito condensatore differenziale a tre armature di cui quella centrale è mobile ed è comune ai due condensatori variabili che lo compongono (condensatori di *sensing*) [27].

A differenziare il LIS2L02AL, e in generale gli accelerometri LIS della STMicroelectronics dai dispositivi della famiglia ADXL, è essenzialmente il principio con cui viene rilevata e misurata la variazione delle capacità di *sensing*, e come il segnale d'informazione viene successivamente trattato.

Come si è visto nel paragrafo 5.4, il LIS2L02AL presenta una struttura di tipo differenziale a partire dall'interfaccia capacitiva fino ad arrivare allo stadio d'uscita dove il segnale differenziale viene convertito in un segnale di tipo *single-ended*.

Il segnale differenziale contenente l'informazione sulla variazione di capacità prodotta dallo spostamento della *proof-mass* lungo un dato asse di sensibilità, viene prelevato dalle armature fisse del corrispondente condensatore differenziale di trasduzione in risposta alla tensione di pilotaggio applicata all'armatura centrale (*proof-mass*). Questo segnale viene poi inviato, tramite *multiplexer*, all'interfaccia elettronica di misura, costituita da un amplificatore differenziale d'integrazione a basso rumore, e condivisa, in modo alternato, da entrambi i segnali d'informazione provenienti dalle interfacce capacitive relative agli assi di misura  $X$  e  $Y$ . Pertanto, in una certa fase del funzionamento del dispositivo, il segnale d'informazione proveniente, ad esempio, dal condensatore equivalente di trasduzione relativo all'asse  $X$ , viene posto in ingresso all'amplificatore differenziale che ne effettuerà l'integrazione. All'uscita dell'integratore viene eseguita l'operazione di cancellazione degli errori mediante la *correlated double sampling* che consente di ridurre, se non di eliminare, gli errori dovuti all'*offset* dell'amplificatore differenziale e al suo rumore  $1/f$ . Il segnale così ottenuto, proporzionale allo spostamento subito dalla *proof-mass* nella direzione dell'asse  $X$ , viene inviato, tramite *demultiplexer*, al corrispondente canale d'uscita dove viene campionato da un sistema di trattenuta *sample-and-hold* e

successivamente convertito in un segnale di tipo *single-ended* [27].

Il sistema complessivo risulta essere ad anello aperto ed a capacità commutate; soluzione, quest'ultima, impiegata sia per il prelievo che per il trattamento dei segnali d'informazione.

E' bene ricordare che sia per quanto concerne la modalità con cui viene prelevato il segnale d'informazione dall'interfaccia capacitiva di trasduzione, sia per quanto concerne il funzionamento dell'interfaccia elettronica di misura implementante la *correlated double sampling*, si può fare riferimento a quanto detto in modo più dettagliato nel capitolo 5.

Nelle Tabelle 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6, sono messi a confronto alcuni accelerometri capacitivi commerciali a due assi di misura. In particolare in Tabella 6.3 e Tabella 6.4 si sono considerati solo dispositivi appartenenti alla famiglia ADXL della Analog Devices. Tra questi, gli accelerometri ADXL202 e ADXL213 presentano, per ciascun asse di misura, un'uscita digitale PWM che va ad aggiungersi all'uscita analogica fornita da tutti i dispositivi presenti in elenco. In Tabella 6.5 sono invece riportati alcuni accelerometri della famiglia LIS della STMicroelectronics aventi una struttura interna analoga a quanto visto in precedenza per il LIS2L02AL. Infine, in Tabella 6.6 sono messi a confronto gli accelerometri MMA6260Q ed MMA6270Q della Freescale Semiconductor e l'accelerometro KXM52-1048 della Kionix Inc.

Nell'MMA6270Q, come nell'MMA6260Q, la microstruttura di trasduzione è realizzata mediante *surface micromachining*: nel primo è composta da due masse sismiche orientate in modo tale che le loro direzioni preferenziali di movimento siano ortogonali; nel secondo invece la massa sismica è unica. Il principio di trasduzione è basato, anche in questo caso, sui condensatori differenziali a tre armature; l'interfaccia elettronica, utilizzando le soluzioni circuitali a capacità commutate, preleva il segnale d'informazione dalle interfacce capacitivie individuabili per ciascun asse di misura e ne effettua l'integrazione; in uscita, il segnale contenente la misura dell'accelerazione è soggetto a filtraggio mediante filtro passa basso di primo ordine e a capacità commutate con il quale resta definita la larghezza di banda del dispositivo senza la necessità di ricorrere a componenti esterni passivi (resistori e condensatori) [32, 33].

Nell'accelerometro della Kionix Inc. KXM52-1048, la microstruttura di trasduzione è ottenuta dal silicio monocristallino mediante attacco al plasma secondo un processo di microfabbricazione DRIE (Deep Reactive Ion Etching). Il principio di trasduzione è anche qui basato sui condensatori differenziali e la stessa interfaccia elettronica di misura attua il principio di integrazione di carica. La larghezza di banda del dispositivo è determinata, per ciascun asse di misura, tramite il dimensionamento di un condensatore esterno connesso tra massa e uscita analogica. Questo risulta essere vero anche per gli accelerometri LIS e ADXL riportati nelle Tabelle 6.3, 6.4 e 6.5, con la sola eccezione dell'ADXL250 [19-31]. La massima larghezza di banda del KXM52-1048 è definita dalla risposta in frequenza dell'elemento meccanico di trasduzione ed è pari a 3100 Hz per entrambi gli assi di misura [34, 35].

Infine, si osserva che tutti i dispositivi riportati nelle Tabelle 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6 risultano essere dei sistemi ad anello aperto con uscite di tipo analogico ad eccezione, come si è visto, dell'ADXL202 e dell'ADXL213 che forniscono anche delle uscite digitali PWM [19-35].

**Tabella 6.3** Accelerometri XY-Axis: valori tipici di alcuni parametri.

	<i>ADXL250</i> <sup>(a)</sup> (J)	<i>ADXL202</i> <sup>(a)(b)</sup> (JQC)	<i>ADXL203</i> <sup>(c)</sup>	<i>ADXL213</i> <sup>(d)(b)</sup>	Unità
Supply Voltage $V_S$	5	5	5	5	V
Supply Current $I_S$	3,5	0,6	0,7	0,7	mA
Acceleration Range	±50	±2	±1,7 <sup>(e)</sup>	±1,2	g
Alignment Error	±0,1	±0,01	±0,1	±0,1	gradi
Package Alignment Error	±1	±1	±1	±1	gradi
Non Linearity	0,2	0,2	±0,5	±0,5	%FS
Zero-g Level	2,5 <sup>(f)</sup>	2,5 <sup>(f)</sup> (50 %)	2,5 <sup>(f)</sup>	(50 %)	V
Sensitivity	38,0 <sup>(g)</sup>	312 <sup>(g)</sup> (12,5 %/g)	1000 <sup>(g)</sup>	(30 %/g)	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	±2	±2	±2	±2	%
Acceleration Noise Density	1000	500	110 <sup>(h)</sup>	160 <sup>(h)</sup>	$\frac{\mu g}{\sqrt{(\text{Hz})}}$
Bandwidth	1000 <sup>(i)</sup>	5000 <sup>(i)</sup>	2500 <sup>(k)</sup>	2500 <sup>(k)</sup>	Hz
Sensing Element Resonance Frequency	24	10	5,5	5,5	kHz

- (a) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di +25°C e tensione di alimentazione  $V_S = 5,00$  V.
- (b) I valori di *Sensitivity*, *Zero-g Level* e *Bandwidth*, sono specificati per le uscite analogiche. Tra parentesi sono indicati i valori di *Sensitivity* e *Zero-g Level* relativi alle uscite digitali PWM espressi in termini di *duty cycle* dell'onda quadra in uscita.
- (c) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra -40°C e +125°C; tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V; condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$  da 0,1  $\mu$ F connessi tra l'uscita corrispondente e massa.
- (d) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra -40°C e +85°C; tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V; condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$  da 0,1  $\mu$ F connessi tra l'uscita analogica corrispondente e massa.
- (e) Valore minimo garantito.
- (f) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  
 $Zero-g\ Level = V_S / 2$ .
- (g) La sensibilità è essenzialmente proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ : il rapporto  $Sensitivity / V_S$  è pressoché costante.
- (h) Il valore è specificato alla temperatura ambiente di +25°C.
- (i) Larghezza di banda a -3 dB definita da un filtro passa basso interno a capacità commutate.
- (j) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente alla capacità minima richiesta di 0,001  $\mu$ F per i condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$ .  $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32\text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$ .
- (k) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente alla capacità minima richiesta di 0,002  $\mu$ F per i condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$ .  $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32\text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$ .

**Tabella 6.4** Accelerometri XY-Axis: valori tipici di alcuni parametri.

	<i>ADXL204</i> <sup>(a)</sup>	<i>ADXL320</i> <sup>(b)</sup>	<i>ADXL322</i> <sup>(b)</sup>	<i>ADXL323</i> <sup>(b)</sup>	Unità
Supply Voltage $V_S$	3,3	3	3	3	V
Supply Current $I_S$	0,5	0,48	0,45	0,320	mA
Acceleration Range	$\pm 1,7$ <sup>(c)</sup>	$\pm 5$	$\pm 2$	$\pm 3,6$ <sup>(d)</sup>	g
Alignment Error	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$	gradi
Package Alignment Error	$\pm 1$	$\pm 1$	$\pm 1$	$\pm 1$	gradi
Non Linearity	$\pm 0,2$	$\pm 0,2$	$\pm 0,2$	$\pm 0,3$	%FS
Zero-g Level	$1,65$ <sup>(e)</sup>	$1,5$ <sup>(e)</sup>	$1,5$ <sup>(e)</sup>	$1,5$ <sup>(e)</sup>	V
Sensitivity	$620$ <sup>(f)</sup>	$174$ <sup>(f)</sup>	$420$ <sup>(f)</sup>	$300$ <sup>(f)</sup>	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	$\pm 1,5$	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 1$	%
Acceleration Noise Density	170	250	220	280	$\frac{\mu g}{\sqrt{(\text{Hz})}}$
Bandwidth	$2500$ <sup>(g)</sup>	$2500$ <sup>(g)</sup>	$2500$ <sup>(g)</sup>	$1600$ <sup>(h)</sup>	Hz
Sensing Element Resonance Frequency	5,5	5,5	5,5	5,5	kHz

- (a) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra  $-40^\circ\text{C}$  e  $+125^\circ\text{C}$ ; tensione di alimentazione  $V_S = 3,3$  V; condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$  da  $0,1 \mu\text{F}$  connessi tra l'uscita corrispondente e massa.
- (b) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di  $+25^\circ\text{C}$ ; tensione di alimentazione  $V_S = 3$  V; condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$  da  $0,1 \mu\text{F}$  connessi tra l'uscita corrispondente e massa.
- (c) Valore minimo garantito.
- (d) Per l'*Acceleration Range* è garantito un valore minimo di  $\pm 3$  g.
- (e) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  
 $Zero-g\ Level = V_S / 2$ .
- (f) La sensibilità è essenzialmente proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ : il rapporto  $Sensitivity / V_S$  è pressoché costante.
- (g) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente alla capacità minima richiesta di  $0,002 \mu\text{F}$  per i condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$ .  $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32\text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$ .
- (h) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente ai condensatori esterni  $C_X, C_Y = 0,003 \mu\text{F}$ .  
 $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32\text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$ .

**Tabella 6.5** Accelerometri XY-Axis: Valori tipici di alcuni parametri.

	LIS2L02AL <sup>(a)</sup>	LIS2L06AL <sup>(a)</sup>	LIS2L02AQ <sup>(a)</sup>	LIS2L02AQ3 <sup>(a)</sup>	LIS2L02AS4 <sup>(a)</sup>	Unità
Supply Voltage $V_S$	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	V
Supply Current $I_S$	0,85	0,85	0,85	0,85	0,85	mA
Acceleration Range	±2	±2/±6 <sup>(b)</sup>	±2/±6 <sup>(b)</sup>	±2/±6 <sup>(b)</sup>	±2/±6 <sup>(b)</sup>	g
Alignment Error	-	-	-	-	-	gradi
Package Alignment Error	-	-	-	-	-	gradi
Non Linearity	±0,3	±0,3 <sup>(c)</sup>	±0,3 <sup>(c)</sup>	±0,3 <sup>(c)</sup>	±0,3 <sup>(c)</sup>	%FS
Zero-g Level	1,65 <sup>(d)</sup>	1,65 <sup>(d)</sup>	1,65 <sup>(d)</sup>	1,65 <sup>(d)</sup>	1,65 <sup>(d)</sup>	V
Sensitivity	660 <sup>(e)</sup>	660/220 <sup>(f)</sup>	660/220 <sup>(f)</sup>	660/220 <sup>(f)</sup>	660/220 <sup>(f)</sup>	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	±2	±2	±2	±2	±2	%
Acceleration Noise Density	30	30 <sup>(c)</sup>	50 <sup>(c)</sup>	30 <sup>(c)</sup>	30 <sup>(c)</sup>	$\frac{\mu g}{\sqrt{(\text{Hz})}}$
Bandwidth	2,0 <sup>(g)</sup>	2,0 <sup>(g)</sup>	4,0 <sup>(h)</sup>	1,5 <sup>(i)</sup>	1,5 <sup>(i)</sup>	kHz
Sensing Element Resonance Frequency	2,0 <sup>(i)</sup>	2,0 <sup>(i)</sup>	4,0	1,5 <sup>(i)</sup>	1,5 <sup>(i)</sup>	kHz

- (a) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di +25°C e tensione di alimentazione  $V_S = 3,3$  V.
- (b) L' *Acceleration Range* è selezionabile dall'utilizzatore tra ±2 g e ±6 g.
- (c) Valore specificato per *Acceleration Range* di ±2 g.
- (d) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  $\text{Zero-g Level} = V_S/2$ .
- (e) La sensibilità è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  $\text{Sensitivity} = V_S/5$ .
- (f) La sensibilità è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  $\text{Sensitivity} = V_S/5$  per *Acceleration Range* di ±2 g;  $\text{Sensitivity} = V_S/15$  per *Acceleration Range* di ±6 g.
- (g) Massima larghezza di banda raccomandata (banda a -3 dB). Per i condensatori esterni  $C_X, C_Y$ , connessi tra l'uscita corrispondente e massa, è richiesta una capacità minima di 1 nF.  $\text{Bandwidth} = 1/(2\pi \times 110 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$  per  $C_X, C_Y > 1$  nF.
- (h) Massima larghezza di banda raccomandata (banda a -3 dB). Per i condensatori esterni  $C_X, C_Y$ , è richiesta una capacità minima di 320 pF.  $\text{Bandwidth} = 1/(2\pi \times 110 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$ .
- (i) Massima larghezza di banda raccomandata (banda a -3 dB). Per i condensatori esterni  $C_X, C_Y$ , è richiesta una capacità minima di 320 pF.  $\text{Bandwidth} = 1/(2\pi \times 110 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$  per  $C_X, C_Y > 1$  nF.
- (j) Valore minimo riscontrato.



**Tabella 6.6** Accelerometri XY-Axis: valori tipici di alcuni parametri.

	<b>MMA6260Q<sup>(a)</sup></b>	<b>MMA6270Q<sup>(b)</sup></b>	<b>KXM52-1048<sup>(c)</sup></b>	<b>Unità</b>
Supply Voltage $V_S$	3,3	3,3	3,3	V
Supply Current $I_S$	1,2	0,500	1,7 <sup>(d)</sup>	mA
Acceleration Range	$\pm 1,5$	$\pm 1,5/\pm 2/\pm 4/\pm 6$ <sup>(e)</sup>	$\pm 2$	g
Alignment Error	-	-	-	gradi
Package Alignment Error	-	-	-	gradi
Non Linearity	$\pm 1$ <sup>(f)</sup>	$\pm 1$ <sup>(f)</sup>	0,1	%FS
Zero-g Level	1,65 <sup>(c)(g)</sup>	1,65 <sup>(c)(g)</sup>	1,650 <sup>(h)</sup>	V
Sensitivity	800 <sup>(c)(i)</sup>	800/600/400/200 <sup>(c)(j)</sup>	660 <sup>(h)</sup>	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	$\pm 5$ <sup>(f)</sup>	5 <sup>(k)</sup>	2,0	%
Acceleration Noise Density	300	350 <sup>(l)</sup>	35	$\frac{\mu g}{\sqrt{Hz}}$
Bandwidth	50 <sup>(m)</sup>	350 <sup>(m)</sup>	3100 <sup>(n)</sup>	Hz
Sensing Element Resonance Frequency	-	6,0	-	kHz

- (a) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra  $-20^{\circ}\text{C}$  e  $+85^{\circ}\text{C}$ ; tensione di alimentazione  $V_S$  compresa tra 3,0 V e 3,6 V; uscite caricate da un filtro passa basso RC formato da un resistore da 1 k $\Omega$  e un condensatore da 0,1  $\mu\text{F}$  connesso a massa. Le misure sulle uscite caricate sono osservate a valle dei filtri RC.
- (b) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra  $-20^{\circ}\text{C}$  e  $+85^{\circ}\text{C}$ ; tensione di alimentazione  $V_S$  compresa tra 2,2 V e 3,6 V; uscite caricate da un filtro passa basso RC formato da un resistore da 1 k $\Omega$  e un condensatore da 0,1  $\mu\text{F}$  connesso a massa. Le misure sulle uscite caricate sono osservate a valle dei filtri RC.
- (c) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di  $+25^{\circ}\text{C}$  e tensione di alimentazione  $V_S = 3,3$  V.
- (d) Valore tipico del consumo di corrente nello stato operativo del dispositivo.
- (e) L' *Acceleration Range* è selezionabile dall'utilizzatore tra  $\pm 1,5$  g,  $\pm 2$  g,  $\pm 4$  g e  $\pm 6$  g.
- (f) L'intervallo di valori indicato rappresenta l'intervallo massimo riscontrato per il dispositivo.
- (g) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  
 $Zero-g\ Level = V_S / 2$ .
- (h) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla (*Zero-g Level*) e la sensibilità (*Sensitivity*) sono essenzialmente proporzionali alla tensione di alimentazione  $V_S$ . Il costruttore fornisce, per entrambi i parametri, l'errore di proporzionalità, ossia la differenza tra la variazione percentuale dello *Zero-g Level*, o della *Sensitivity*, e la variazione percentuale della tensione di alimentazione che l'ha provocata.
- (i) La sensibilità è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ .
- (j) I valori di sensibilità indicati corrispondono, dal più grande al più piccolo, ai valori di *Acceleration Range* di  $\pm 1,5$  g,  $\pm 2$  g,  $\pm 4$  g e  $\pm 6$  g. La sensibilità è fondamentalmente proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ .
- (k) Valore massimo riscontrato per il dispositivo.
- (l) Valore specificato per *Acceleration Range* di  $\pm 1,5$  g.
- (m) Larghezza di banda a -3 dB definita da un filtro passa basso interno a capacità commutate.
- (n) Massima larghezza di banda definita dalla risposta in frequenza dell'elemento meccanico di trasduzione. La larghezza di banda può essere fissata dall'utilizzatore mediante il dimensionamento dei condensatori esterni  $C_X$  e  $C_Y$  connessi tra l'uscita corrispondente e massa:  
 $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32\text{ k}\Omega \times C_{(X,Y)})$ .

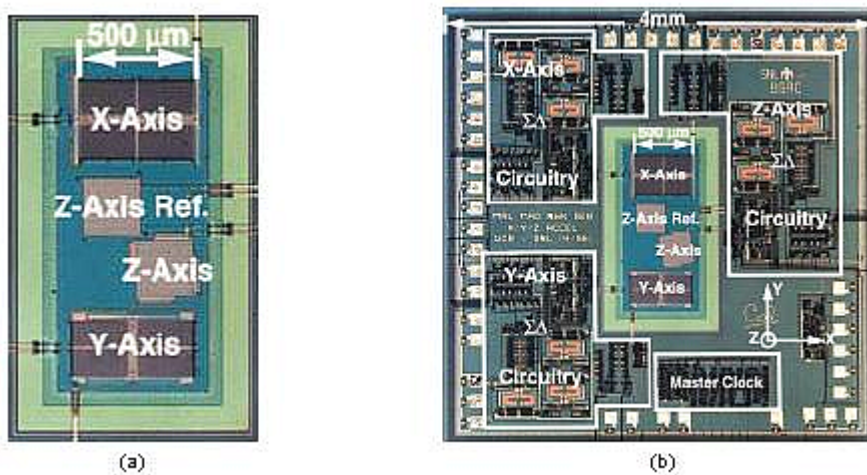
### 6.3 Accelerometri a tre assi di sensibilità

Nel paragrafo precedente si è preso in considerazione gli accelerometri a due assi di sensibilità, *XY*-Axis, in grado di misurare le accelerazioni agenti sul dispositivo lungo una qualsiasi direzione appartenente al piano individuato dagli assi di misura *X* e *Y*, e complanare alla superficie superiore del substrato su cui è realizzato il sensore. In questo paragrafo si prenderanno in esame gli accelerometri a tre assi di sensibilità (*X, Y, Z*) in grado di rilevare e misurare sia le accelerazioni appartenenti al piano *XY*, sia le accelerazioni agenti ortogonalmente ad esso, ovvero nella direzione dell'asse fin qui indicato con la lettera *Z* dell'alfabeto. Pertanto, gli accelerometri a tre assi di sensibilità sono in grado di misurare le accelerazioni agenti sul dispositivo qualunque sia la loro direzione d'azione, mediante la misura delle componenti vettoriali relative al sistema di riferimento cartesiano definito dalla terna *X, Y, Z*, degli assi di misura del sensore. Come fatto finora, si limiteranno le considerazioni ai soli accelerometri MEMS di tipo capacitivo.

#### 6.3.1 Accelerometri *XYZ*-Axis con tre *proof-mass* distinte

Analogamente a quanto visto per gli accelerometri a due assi, le microstrutture di trasduzione degli accelerometri a tre assi di sensibilità si suddividono in microstrutture caratterizzate da tante *proof-mass* quanti sono gli assi di misura del dispositivo e microstrutture composte da un'unica *proof-mass* avente tre direzioni preferenziali di movimento ortogonali tra loro.

Un esempio di microaccelerometro capacitivo con microstruttura composta da tre *proof-mass* distinte è dato dall'accelerometro monolitico introdotto da M.A. Lemkin, M.A. Ortiz, N. Wongkomet, B.E. Boser e J.H. Smith in [3] e successivamente ripreso da M.A. Lemkin e B.E. Boser in [12]. In Fig. 6.14a ed in Fig. 6.14b sono mostrate, rispettivamente, le immagini al microscopio della microstruttura di trasduzione e del *layout* dell'accelerometro presentato in [3].



**Fig. 6.14** Immagini al microscopio elettronico della microstruttura meccanica di trasduzione (a) e del layout (b) dell'accelerometro *XYZ*-Axis introdotto da M.A. Lemkin, M.A. Ortiz, N. Wongkomet, B.E. Boser e J.H. Smith in [3].

Dall'immagine del *layout* si osserva che la microstruttura di trasduzione, formata da più strutture meccaniche, occupa la regione centrale del substrato attorno alla quale è integrata l'elettronica del dispositivo. Per ogni asse di misura è realizzata, mediante *surface micromachining*, una microstruttura di trasduzione ad un asse di sensibilità del tutto simile a quelle già viste nel paragrafo 6.1 per gli accelerometri *X-Axis* e *Z-Axis* e quindi caratterizzate da un'unica *proof-mass* avente una sola direzione preferenziale di movimento. In Fig. 6.14a sono ben visibili le due strutture *X-Axis* impiegate per rilevare le accelerazioni agenti lungo gli assi *X* ed *Y*, e somiglianti alla microstruttura di trasduzione dell'accelerometro commerciale ADXL50 (Fig. 6.2); come in questa, le operazioni di trasduzione si basano sui condensatori differenziali formati dalle strutture a pettine disposte lungo i lati del corpo centrale della massa sismica. Inoltre, affinché siano rilevate le accelerazioni agenti nelle direzioni degli assi ortogonali *X* e *Y*, le microstrutture devono essere realizzate in modo tale che le loro *proof-mass* abbiano direzioni preferenziali di movimento ortogonali tra loro.

Le accelerazioni agenti lungo l'asse verticale *Z* sono invece rilevate e trasdotte da una microstruttura *Z-Axis* del tutto analoga a quella dell'accelerometro verticale introdotto da C. Lu, M.A. Lemkin e B.E. Boser in [2] e vista nel paragrafo 6.1 (Fig. 6.6). La massa sismica, di forma quadrata e ben visibile nell'immagine al microscopio di Fig. 6.14a assieme agli elementi di sospensione, costituisce l'armatura mobile del condensatore variabile ad armature piane e parallele usato come elemento di conversione dell'accelerazione agente sul dispositivo. A differenza delle microstrutture di trasduzione relative agli assi *X* ed *Y*, elettricamente equivalenti ad un condensatore differenziale a tre armature, il solo condensatore variabile *Z-Axis* non è adatto a fornire un'uscita di tipo differenziale [3]. Al fine di ottenere anche per l'asse *Z* una microstruttura di trasduzione in grado di provvedere ad un'uscita differenziale, è stata realizzata, a lato del condensatore variabile, una struttura di silicio policristallino rigidamente ancorata al substrato con il quale forma un condensatore di riferimento ad armature piane e parallele da utilizzare congiuntamente al condensatore variabile di trasduzione [3].

A livello elettrico le tre microstrutture di trasduzione sono schematizzabili con un mezzo ponte capacitivo (*half-bridge*) il cui nodo comune centrale risulta essere il nodo di applicazione del segnale di alimentazione, o di "pilotaggio", del mezzo ponte capacitivo, mentre i nodi esterni sono i nodi di prelievo del segnale differenziale d'informazione.

Per ogni asse di misura è integrata una circuiteria elettronica con il compito di acquisire il segnale d'informazione dalla corrispondente microstruttura di trasduzione e di fornire in uscita un segnale adatto ad essere utilizzato dal mondo esterno e contenente la misura dell'accelerazione agente sul dispositivo lungo la direzione del relativo asse di sensibilità. Lo schema a blocchi della singola circuiteria elettronica, i principali elementi circuitali che la compongono, il loro principio di funzionamento ed il funzionamento della circuiteria stessa, sono stati descritti nel paragrafo 5.3 dove l'accelerometro ivi considerato presenta, per ogni asse di sensibilità, un circuito di misura con struttura differenziale facente uso del principio di integrazione di carica e delle soluzioni circuitali a capacità commutate; implementante la tecnica di cancellazione degli errori Correlated Double Sampling (CDS) ed inserito in un anello di retroazione "digitale" di tipo Sigma-Delta ( $\Sigma\Delta$ ).

Come si è visto nel paragrafo 5.3, il funzionamento del singolo sistema di misura

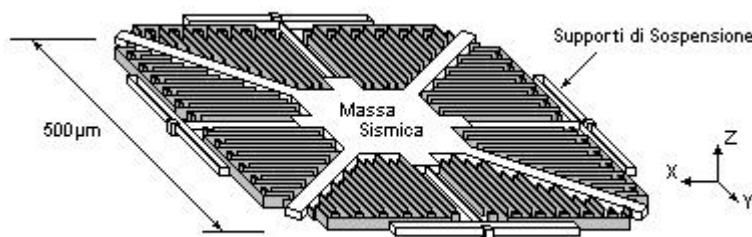
si basa su una sequenza di cinque fasi operative ripetute ciclicamente: la fase di *Feedback*, in cui viene applicato il segnale di retroazione alla microstruttura di trasduzione; la fase *Zero*, in cui vengono fissate le condizioni iniziali per la misura; le fasi *Sense A* e *Sense B*, in cui si effettua la misura dell'accelerazione e viene attuata la cancellazione degli errori mediante la CDS; la fase *Compare*, nella quale il segnale differenziale proveniente dall'integratore viene convertito in un segnale digitale tramite un comparatore a due livelli di quantizzazione (convertitore A/D ad 1-bit) dopo essere stato amplificato e filtrato attraverso un filtro FIR di compensazione.

Il funzionamento dei tre sistemi di misura richiede pertanto una corretta temporizzazione delle varie fasi di lavoro ed una altrettanto corretta gestione degli interruttori elettronici che mettono in essere le soluzioni a capacità commutate. I segnali di temporizzazione necessari sono generati da un apposito circuito *master clock* integrato sullo stesso substrato e mostrato in Fig. 6.14b.

### 6.3.2 Accelerometri XYZ-Axis con un'unica proof-mass

All'inizio di questo paragrafo è stato detto che una soluzione possibile per la microstruttura di trasduzione degli accelerometri a tre assi, oltre a quella appena descritta consistente in tre *proof-mass* distinte, vede l'impiego di un'unica massa sismica come elemento mobile sensibile alle accelerazioni agenti sul dispositivo nelle direzioni degli assi di misura *X*, *Y*, *Z*. Come esempio di microaccelerometro capacitivo a tre assi di misura con microstruttura di trasduzione composta da una sola *proof-mass*, si consideri l'accelerometro monolitico introdotto da M.A. Lemkin, B.E. Boser, J.H. Smith e D. Auslander in [5].

La struttura micro-elettro-meccanica del sensore, realizzata al centro del dispositivo mediante *surface micromachining*, è costituita da un'unica massa sismica di geometria quadrata, spessore  $2,3\ \mu\text{m}$ , massa  $2\ \mu\text{g}$ , sorretta da un sistema di sospensioni che le permettono di muoversi simultaneamente nella direzione degli assi di misura superficiali *X*, *Y*, e dell'asse verticale *Z*. La forma della massa sismica ricalca in linea di principio quella dell'accelerometro a due assi visto nel paragrafo 6.2.2; come in questa, le operazioni di trasduzione delle accelerazioni superficiali agenti lungo gli assi *X* e *Y* si basano sui condensatori differenziali realizzati dalle strutture di tipo *comb finger* disposte sui lati perimetrali del corpo centrale della massa sismica. Un'immagine della struttura della *proof-mass* è mostrata in Fig. 6.15 dove sono indicati gli assi di sensibilità della microstruttura.

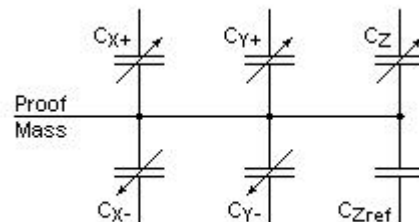


**Fig. 6.15** Schema della microstruttura meccanica di trasduzione dell'accelerometro XYZ-Axis introdotto da M.A. Lemkin, B.E. Boser, J.H. Smith e D. Auslander in [5].

Anche in questo caso, su ogni lato del corpo centrale della *proof-mass* sono realizzate le appendici a “dente di pettine” che andranno a formare, assieme ad analoghe strutture filiformi ancorate al substrato e con le quali sono accoppiate a due a due, i singoli micro-condensatori variabili di *sensing*. La disposizione e la connessione elettrica delle strutture *comb fingers*, e quindi dei micro-condensatori variabili, è tale da realizzare, per ogni coppia di lati opposti della *proof-mass*, ad esempio per i lati paralleli all'asse  $X$ , un'interfaccia capacitiva di trasduzione equivalente al solito condensatore differenziale a tre armature schematizzabile con un mezzo ponte capacitivo il cui nodo comune centrale rappresenta la *proof-mass*. Pertanto, lo spostamento subito dall'elemento mobile lungo l'asse  $X$  a causa di un'accelerazione agente nella stessa direzione, determina la variazione dei micro-condensatori di *sensing* presenti sui lati della massa sismica paralleli ad  $X$  e quindi la variazione, in senso opposto, dei due condensatori variabili equivalenti appartenenti alla corrispondente interfaccia capacitiva. Analogamente, i micro-condensatori presenti lungo i lati paralleli all'asse  $Y$  formano l'interfaccia capacitiva di trasduzione relativa a tale asse, schematizzabile, ancora una volta, con un mezzo ponte capacitivo il cui nodo centrale comune rappresenta la massa sismica.

Le accelerazioni agenti sul dispositivo nella direzione dell'asse verticale  $Z$  sono rilevate e trasdotte tramite il condensatore variabile ad armature piane e parallele formato tra il corpo centrale della *proof-mass* e la regione di substrato ad essa sottostante. L'azione di un'accelerazione esterna determina l'allontanamento o l'avvicinamento della massa sismica dalla superficie del substrato con il conseguente decremento od incremento del condensatore variabile di trasduzione. Come si è visto nell'esempio precedente, il solo condensatore  $Z$ -Axis non è adatto a fornire un'uscita di tipo differenziale, come invece lo sono le interfacce capacitivie degli assi  $X$  e  $Y$ . Anche in questo caso, a lato della microstruttura principale, si è costruita una struttura di silicio policristallino rigidamente ancorata al substrato con il quale formare un condensatore di riferimento da utilizzare congiuntamente al condensatore variabile  $Z$ -Axis allo scopo di realizzare, anche per l'asse  $Z$ , una microstruttura capace di provvedere ad un'uscita differenziale.

Per ogni asse di sensibilità è dunque possibile individuare un'interfaccia capacitiva elettricamente equivalente ad un mezzo ponte capacitivo il cui nodo centrale, rappresentativo della *proof-mass*, risulta essere comune a tutte tre le interfacce di trasduzione. Lo schema elettrico equivalente della microstruttura complessiva è mostrato in Fig. 6.16 dove con  $C_{X+}$  e  $C_{X-}$ ,  $C_{Y+}$  e  $C_{Y-}$ , sono indicati,



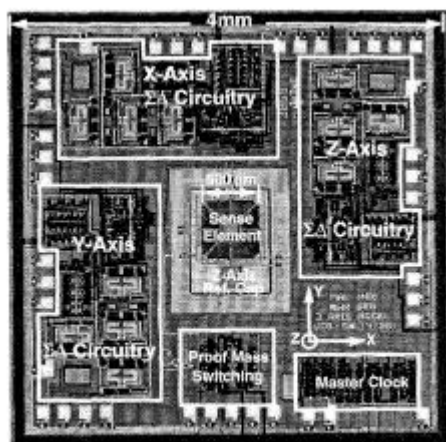
**Fig. 6.16** Circuito elettrico equivalente dell'interfaccia capacitiva di trasduzione dell'accelerometro XYZ-Axis introdotto da M.A. Lemkin, B.E. Boser, J.H. Smith e D. Auslander in [5].

rispettivamente, i condensatori equivalenti di *sensing* relativi agli assi  $X$  e  $Y$ , variabili in modo tale che quando uno aumenta l'altro diminuisce della stessa quantità; con  $C_Z$  è invece indicato il condensatore variabile di trasduzione per l'asse  $Z$  e con  $C_{Zref}$  il condensatore ad armature piane e parallele di riferimento.

Lo spostamento della massa sismica lungo un dato asse di sensibilità viene rilevato applicando alla *proof-mass* un gradino di tensione e prelevando dalle estremità fisse della corrispondente interfaccia capacitiva di trasduzione, il segnale differenziale ottenuto in risposta e contenente l'informazione sulla variazione di capacità subita dai rispettivi condensatori di *sensing*. La misura di questa variazione, proporzionale allo spostamento della massa sismica, è ottenuta mediante l'uso del principio di integrazione di carica implementato da un integratore differenziale a cui l'interfaccia capacitiva fornisce l'ingresso differenziale. Si osservi che l'applicazione del gradino di tensione all'unica *proof-mass* della microstruttura comporta la contemporanea sollecitazione di tutte tre le interfacce capacitive di trasduzione.

Ad ogni interfaccia capacitiva, e dunque ad ogni asse di misura del dispositivo, è associato un sistema di misura retroazionato del tutto simile ai sistemi  $\Sigma\Delta$  impiegati nell'accelerometro a tre *proof-mass* dell'esempio precedente e dettagliatamente descritto nel paragrafo 5.3. Anche in questo caso ogni sistema è composto da un'interfaccia elettronica di misura di struttura differenziale che preleva il segnale d'informazione dall'interfaccia capacitiva a cui è connessa e ne effettua, prima l'integrazione, e poi, tramite la *correlated double sampling*, la cancellazione degli errori dovuti all'amplificatore d'integrazione. L'uscita dell'interfaccia elettronica di misura, dopo essere stata amplificata e filtrata attraverso un filtro FIR di compensazione, è convertita in un segnale digitale ad 1-bit tramite un comparatore a due livelli di quantizzazione. Il segnale così ottenuto, oltre a costituire l'uscita digitale dell'accelerometro relativa ad un dato asse di misura, è impiegato come segnale di reazione attraverso il quale applicare alla *proof-mass* la corrispondente forza elettrostatica di reazione.

L'impiego di un'interfaccia elettronica per ogni asse di sensibilità, congiuntamente alla sollecitazione simultanea di tutte tre le interfacce capacitive di



**Fig. 6.17** Immagine del layout dell'accelerometro XYZ-Axis introdotto da M.A. Lemkin, B.E. Boser, J.H. Smith e D. Auslander in [5].

trasduzione, permette di effettuare la misura contemporanea delle accelerazioni agenti lungo gli assi  $X, Y, Z$ , utilizzando a tale scopo una sola *proof-mass*. Per il corretto funzionamento del dispositivo, ed in particolare per la corretta applicazione dei segnali di sollecitazione e delle forze di retroazione alla *proof-mass*, è richiesta un'opportuna sincronizzazione delle attività dei sistemi di misura.

La microstruttura di trasduzione, le circuiterie elettroniche associate agli assi di misura, il generatore dei segnali di sincronizzazione, sono tutti evidenziati nell'immagine del *layout* dell'accelerometro mostrata in Fig. 6.17.

### 6.3.3 Esempi di accelerometri commerciali a tre assi di sensibilità

Gli esempi di microaccelerometro a tre assi di sensibilità esaminati in questo paragrafo, e che ricordiamo essere stati tratti dalla vasta produzione letteraria a riguardo, hanno come caratteristica comune il fatto di essere degli accelerometri monolitici con microstruttura di trasduzione realizzata mediante *surface micromachining* e di avere, per ogni asse di misura, un'interfaccia elettronica inclusa in un sistema di retroazione  $\Sigma\Delta$ . A livello commerciale si hanno diversi esempi di accelerometri capacitivi a tre assi di sensibilità, sia monolitici che ibridi, in cui però la struttura ad anello aperto è preferita a quella di sistema retroazionato. Tra i numerosi dispositivi commerciali citiamo l'ADXL330 della Analog Devices; il LIS3L02AL della STMicroelectronics; l'MMA7260Q della Freescale Semiconductor; e il KXM52-1050 della Kionix Inc. Nel corso dei paragrafi precedenti si è già avuto modo di esaminare alcuni accelerometri appartenenti alle famiglie ADXL, LIS, MMA e KXM, a cui appartengono i dispositivi sopra menzionati e delle quali conservano le caratteristiche essenziali.

Il primo, appartenente alla famiglia di accelerometri ADXL, è un dispositivo monolitico con microstruttura di trasduzione realizzata mediante *surface micromachining* e composta da una sola *proof-mass*. Come in tutti i dispositivi della sua famiglia, il rilevamento e la misura dello spostamento della massa sismica in una data direzione è ottenuto applicando alle armature fisse della corrispondente interfaccia capacitiva di trasduzione, equivalente ad un condensatore differenziale a tre armature, due onde quadre sfasate di  $180^\circ$ . Il segnale di tensione contenente l'informazione sulla variazione subita dalle capacità di *sensing* in seguito allo spostamento dell'elemento mobile, è prelevato dall'armatura centrale del condensatore differenziale, ossia dalla *proof-mass* della microstruttura. Questo segnale è successivamente sottoposto ad una demodulazione di ampiezza e ad un filtraggio mediante filtro passa basso [37].

Nel LIS3L02AL le interfacce capacitive di trasduzione, individuabili per ciascun asse di misura ed equivalenti ad un mezzo ponte capacitivo, sono usate nella loro configurazione ad uscita differenziale: il segnale di sollecitazione è applicato all'elemento mobile della microstruttura di trasduzione (nodo centrale del mezzo ponte capacitivo), mentre il segnale d'informazione relativo ad un dato asse di sensibilità viene prelevato dalle armature fisse dei condensatori di *sensing* che compongono l'interfaccia capacitiva corrispondente (estremità del mezzo ponte capacitivo). Come visto nei paragrafi 5.4 e 6.2.2 per l'accelerometro a due assi LIS2L02AL, i segnali differenziali provenienti dalla microstruttura di trasduzione sono inviati uno alla volta, tramite *multiplexer*, all'unica interfaccia elettronica di misura. Qui sono sottoposti, dapprima ad un'integrazione mediante amplificatore

differenziale d'integrazione a basso rumore, e successivamente alla tecnica di cancellazione degli errori *correlated double sampling*. Il segnale differenziale in uscita dall'interfaccia elettronica di misura viene inviato, tramite *demultiplexer*, al corrispondente canale d'uscita dove viene campionato da un sistema *sample-and-hold* e successivamente convertito in un segnale di tipo *single-ended* [38].

Nell'accelerometro della Freescale Semiconductor MMA7260Q la microstruttura di trasduzione è realizzata mediante *surface micromachining*; il principio di trasduzione dell'accelerazione si basa, ancora una volta, sui condensatori differenziali a tre armature; l'interfaccia elettronica, utilizzando le soluzioni circuitali a capacità commutate, preleva il segnale d'informazione dalle interfacce capacitive individuabili per ciascun asse di misura e ne effettua l'integrazione; infine, in uscita, il segnale contenente la misura dell'accelerazione è sottoposto a filtraggio mediante un filtro passa basso di primo ordine e a capacità commutate [36].

L'ultimo accelerometro commerciale a tre assi portato come esempio, il KXM52-1050, appartiene alla serie di accelerometri KXM52 della Kionix Inc. di cui nel paragrafo 6.2.2 si è vista la versione a due assi KXM52-1048. Come in questa, ed in particolare in tutte le serie di microaccelerometri capacitivi della Kionix (KXP74, KXP84, KXPS5, KXPA4), la microstruttura di trasduzione è ottenuta dal silicio monocristallino mediante attacco al plasma secondo un processo di microfabbricazione DRIE. Il principio di trasduzione è ancora basato sui condensatori differenziali e l'interfaccia elettronica di misura attua il principio di integrazione di carica per tradurre le variazioni dei condensatori di *sensing* in un segnale di tensione con ampiezza proporzionale [34, 42-52]. La larghezza di banda del dispositivo è determinata per ciascun asse di misura tramite il dimensionamento di un condensatore esterno connesso tra massa ed uscita analogica, con il quale si viene a formare un filtro passa basso RC. Questo è vero anche per l'ADXL330 e il LIS3L02AL, mentre per l'MMA7260Q la presenza del filtro passa basso interno e a capacità commutate rende non necessario il ricorso ad un componente esterno passivo per fissarne la banda [36-38]. La massima larghezza di banda per il KXM52-1050 è definita dalla risposta in frequenza dell'elemento meccanico di trasduzione ed è pari a 3100 Hz per gli assi *X* e *Y*, e di 1300 Hz per l'asse *Z* [42].

In Tabella 6.7 e 6.8 sono messi a confronto alcuni accelerometri capacitivi commerciali, tra cui i sopra menzionati ADXL330, LIS3L02AL, MMA7260Q e KXM52-1050. Della STMicroelectronics saranno inoltre presi in considerazione il LIS3L06AL, il LIS3L02AQ3 ed il LIS3L02AS4, mentre per la Kionix Inc. si confronteranno il KXPA4-2050, il KXPS5-2050 ed il KXPS5-3157. I dispositivi elencati hanno come caratteristica comune il fatto di fornire per ogni asse di misura un'uscita di tipo analogico, con la possibilità di fissarne la larghezza di banda attraverso il dimensionamento di un condensatore esterno connesso tra il pin d'uscita ed il circuito di massa. Fa eccezione l'MMA7260Q per il quale, come si è visto in precedenza, la larghezza di banda delle uscite analogiche è fissata dai filtri interni a capacità commutate [34, 36-47]. Si osserva, infine, che gli accelerometri KXPS5-2050 e KXPS5-3157, oltre a fornire per ogni asse di sensibilità un'uscita analogica, provvedono a generare un'uscita digitale resa disponibile all'esterno mediante un'interfaccia SPI (Serial Peripheral Interface) e I<sup>2</sup>C [43-45].



**Tabella 6.7 Accelerometri XYZ-Axis: valori tipici di alcuni parametri.**

	<i>ADXL330</i> <sup>(a)</sup>	<i>LIS3L02AL</i> <sup>(b)</sup>	<i>LIS3L06AL</i> <sup>(b)</sup>	<i>LIS3L02AQ3</i> <sup>(b)</sup>	<i>LIS3L02AS4</i> <sup>(b)</sup>	Unità
Supply Voltage $V_S$	3	3,3	3,3	3,3	3,3	V
Supply Current $I_S$	0,320	0,85	0,95	0,85	0,85	mA
Acceleration Range	$\pm 3,6$ <sup>(c)</sup>	$\pm 2$	$\pm 2/\pm 6$ <sup>(d)</sup>	$\pm 2/\pm 6$ <sup>(d)</sup>	$\pm 2/\pm 6$ <sup>(d)</sup>	g
Alignment Error	$\pm 0,1$	-	-	-	-	gradi
Package Alignment Error	$\pm 1$	-	-	-	-	gradi
Non Linearity	$\pm 0,3$	$\pm 0,3(X,Y)$ <sup>(e)</sup> $\pm 0,5(Z)$	$\pm 0,3(X,Y)$ <sup>(e)</sup> $\pm 0,5(Z)$	$\pm 0,3(X,Y)$ <sup>(e)</sup> $\pm 0,6(Z)$	$\pm 0,3(X,Z)$ <sup>(e)</sup> $\pm 0,6(Z)$	%FS
Zero-g Level	$1,5$ <sup>(f)</sup>	$1,65$ <sup>(f)</sup>	$1,65$ <sup>(f)</sup>	$1,65$ <sup>(f)</sup>	$1,65$ <sup>(f)</sup>	V
Sensitivity	$300$ <sup>(g)</sup>	$660$ <sup>(h)</sup>	$660/220$ <sup>(i)</sup>	$660/220$ <sup>(i)</sup>	$660/220$ <sup>(i)</sup>	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 2$	%
Acceleration Noise Density	$280(X,Y)$ $350(Z)$	$50$ <sup>(e)</sup>	$50$ <sup>(e)</sup>	$50$ <sup>(e)</sup>	$50$ <sup>(e)</sup>	$\frac{\mu g}{\sqrt{Hz}}$
Bandwidth	$1,6(X,Y)$ <sup>(j)</sup> $0,55(Z)$	$1,5$ <sup>(k)</sup>	$1,5$ <sup>(k)</sup>	$1,5$ <sup>(l)</sup>	$1,5$ <sup>(l)</sup>	kHz
Sensing Element Resonance Frequency	5,5	$1,5$ <sup>(m)</sup>	$1,5$ <sup>(m)</sup>	$1,5$ <sup>(m)</sup>	$1,5$ <sup>(m)</sup>	kHz

- (a) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati alla temperatura ambiente di +25°C; tensione di alimentazione  $V_S = 3$  V; condensatori esterni  $C_X$ ,  $C_Y$  e  $C_Z$  da 0,1  $\mu$ F connessi tra l'uscita corrispondente e massa.
- (b) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di +25°C e tensione di alimentazione  $V_S = 3,3$  V.
- (c) Per l' *Acceleration Range* è garantito un valore minimo di  $\pm 3$  g.
- (d) L' *Acceleration Range* è selezionabile dall'utilizzatore tra  $\pm 2$  g e  $\pm 6$  g.
- (e) Valori specificati per *Acceleration Range* di  $\pm 2$  g.
- (f) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  
 $Zero-g Level = V_S / 2$ .
- (g) La sensibilità è essenzialmente proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ : il rapporto  $Sensitivity / V_S$  è pressoché costante.
- (h) La sensibilità è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  $Sensitivity = V_S / 5$ .
- (i) La sensibilità è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  $Sensitivity = V_S / 5$  per *Acceleration Range* di  $\pm 2$  g;  $Sensitivity = V_S / 15$  per *Acceleration Range* di  $\pm 6$  g.
- (j) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente, per gli assi X e Y, ai condensatori esterni  $C_X$ ,  $C_Y = 0,003 \mu$ F. Per  $C_Z = 0,001 \mu$ F la larghezza di banda per l'asse Z è di 500 Hz.  
 $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y,Z)})$ .
- (k) Larghezza di banda a -3 dB corrispondente alla capacità minima richiesta di 1 nF per i condensatori esterni  $C_X$ ,  $C_Y$  e  $C_Z$  connessi tra le uscite corrispondenti e la massa.  
 $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 110 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y,Z)})$  per  $C_X, C_Y, C_Z > 1$  nF.
- (l) Massima larghezza di banda raccomandata (banda a -3 dB). Per i condensatori esterni  $C_X$ ,  $C_Y$ ,  $C_Z$  è richiesta una capacità minima di 320 pF.  $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 110 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y,Z)})$  per  $C_X, C_Y, C_Z > 1$  nF.
- (m) Valore minimo riscontrato.

**Tabella 6.8** Accelerometri XYZ-Axis: valori tipici di alcuni parametri.

	<i>MMA7260Q</i> <sup>(a)</sup>	<i>KXM52-1050</i> <sup>(b)</sup>	<i>KXPA4-2050</i> <sup>(b)</sup>	<i>KXPS5-2050</i> <sup>(b)</sup>	<i>KXPA4-3157</i> <sup>(b)</sup>	Unità
Supply Voltage $V_S$	3,3	3,3	3,3	3,3	3,3	V
Supply Current $I_S$	0,500	1,7 <sup>(c)</sup>	1,1 <sup>(c)</sup>	0,8 <sup>(c)</sup>	0,8 <sup>(c)</sup>	mA
Acceleration Range	$\pm 1,5/\pm 2/\pm 4/\pm 6$ <sup>(d)</sup>	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 3$	g
Alignment Error	-	-	-	-	-	gradi
Package Alignment Error	-	-	-	-	-	gradi
Non Linearity	$\pm 1$ <sup>(e)</sup>	0,1	0,1	0,1	0,1	%FS
Zero-g Level	1,65 <sup>(b)(f)</sup>	1,65 <sup>(g)</sup>	1,65 <sup>(g)</sup>	1,65 <sup>(g)</sup>	1,65 <sup>(g)</sup>	V
Sensitivity	800/600/400/200 <sup>(b)(h)</sup>	660 <sup>(g)</sup>	660 <sup>(g)</sup>	660 <sup>(g)</sup>	440 <sup>(g)</sup>	mV/g
Cross-Axis Sensitivity	5,0 <sup>(i)</sup>	2,0	2,0	2,0	2,0	%
Acceleration Noise Density	350 <sup>(j)</sup>	35(X,Y) 65(Z)	175	175	175	$\frac{\mu g}{\sqrt{(\text{Hz})}}$
Bandwidth	350(X,Y) <sup>(k)</sup> 150(Z)	3100(X,Y) <sup>(l)</sup> 1300(Z)	3300(X,Y) <sup>(l)</sup> 1700(Z)	1000 <sup>(m)</sup>	1000 <sup>(m)</sup>	Hz
Sensing Element Resonance Frequency	6,0(X,Y) 3,4(Z)	-	-	-	-	kHz

- (a) Se non indicato diversamente, i valori sono specificati per temperature ambiente comprese tra -20°C e +85°C; tensione di alimentazione  $V_S$  compresa tra 2,2 V e 3,6 V; uscite caricate da un filtro passa basso RC formato da un resistore da 1 k $\Omega$  e un condensatore da 0,1  $\mu$ F connesso a massa. Le misure sulle uscite caricate sono osservate a valle dei filtri RC.
- (b) I valori sono specificati alla temperatura ambiente di +25°C e tensione di alimentazione  $V_S = 3,3$  V.
- (c) Valore tipico del consumo di corrente nello stato operativo del dispositivo.
- (d) L' *Acceleration Range* è selezionabile dall'utilizzatore tra  $\pm 1,5$  g,  $\pm 2$  g,  $\pm 4$  g e  $\pm 6$  g.
- (e) L'intervallo di valori indicato rappresenta l'intervallo massimo riscontrato per il dispositivo.
- (f) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla è proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ :  
 $Zero-g Level = V_S/2$ .
- (g) La tensione d'uscita ad accelerazione nulla (*Zero-g Level*) e la sensibilità (*Sensitivity*) sono essenzialmente proporzionali alla tensione di alimentazione  $V_S$ . Il costruttore fornisce, per entrambi i parametri, l'errore di proporzionalità, ossia la differenza tra la variazione percentuale dello *Zero-g Level*, o della *Sensitivity*, e la variazione percentuale della tensione di alimentazione che l'ha provocata.
- (h) I valori di sensibilità indicati corrispondono, dal più grande al più piccolo, ai valori di *Acceleration Range* di  $\pm 1,5$  g,  $\pm 2$  g,  $\pm 4$  g e  $\pm 6$  g. La sensibilità è fondamentalmente proporzionale alla tensione di alimentazione  $V_S$ .
- (i) Valore massimo riscontrato per il dispositivo.
- (j) Valore specificato per *Acceleration Range* di  $\pm 1,5$  g.
- (k) Larghezza di banda a -3 dB definita, per ciascun asse di sensibilità, da un filtro passa basso interno a capacità commutate.
- (l) Massima larghezza di banda definita, per ciascun asse di misura, dalla risposta in frequenza dell'elemento meccanico di trasduzione. La larghezza di banda può essere fissata dall'utilizzatore mediante il dimensionamento dei condensatori esterni  $C_X$ ,  $C_Y$  e  $C_Z$  connessi tra l'uscita corrispondente e massa:  $Bandwidth = 1/(2\pi \times 32 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y,Z)})$ .
- (m) Larghezza di banda definita da un filtro passa basso interno con frequenza di taglio superiore a

-3 dB di 1 kHz. Valori inferiori della larghezza di banda possono essere ottenuti mediante il dimensionamento dei condensatori esterni  $C_X$ ,  $C_Y$  e  $C_Z$  connessi tra l'uscita corrispondente e massa:  $Bandwidth = 1 / (2\pi \times 32 \text{ k}\Omega \times C_{(X,Y,Z)})$ .



## Capitolo 7

*Studio dell'impiego di un accelerometro ad uno ed a due assi di sensibilità per la misura dell'inclinazione di un oggetto. Viene analizzato inoltre come la sensibilità dell'accelerometro vari a seconda del posizionamento iniziale del dispositivo e come la conversione analogica/digitale del segnale analogico in uscita all'accelerometro influisca sulla risoluzione della misura.*

### 7.1 Misura dell'inclinazione

L'inclinazione di un oggetto rispetto ad un piano di riferimento può essere misurata mediante l'impiego di uno o più microaccelerometri solidali all'oggetto stesso.

A seconda delle esigenze dell'applicazione sono possibili diverse soluzioni di misura che differiscono sostanzialmente nel numero di assi di sensibilità utilizzati e nella loro orientazione iniziale in condizione di inclinazione nulla.

#### 7.1.1 Misura dell'inclinazione con un solo asse di sensibilità

Una prima soluzione prevede l'uso di un solo microaccelerometro ad un asse di sensibilità ( $X$ -Axis o  $Z$ -Axis) montato su una scheda circuitale fissata all'oggetto di cui si vuole misurare l'inclinazione e con l'asse di sensibilità ortogonale, o parallelo, alla forza di gravità in condizione di inclinazione nulla. Nel primo caso si farà riferimento ad un accelerometro laterale  $X$ -Axis, mentre nel secondo ad un accelerometro verticale  $Z$ -Axis.

##### 7.1.1.1 Misura dell'inclinazione con un accelerometro $X$ -Axis

La misura dell'inclinazione di un oggetto mediante un accelerometro si basa sulla conoscenza del legame esistente tra la componente dell'accelerazione di gravità agente lungo l'asse di sensibilità del sensore e l'angolo che questo forma con la forza di gravità  $F_g$ . Nel caso di un accelerometro  $X$ -Axis montato in modo tale che l'asse di sensibilità  $X$  sia ortogonale alla forza  $F_g$  in condizioni di inclinazione nulla, la componente dell'accelerazione gravitazionale  $g$  ( $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ) agente sull'asse  $X$  risulta essere:

$$a_x = g \cos(\phi) \quad (7.1)$$

dove  $\phi$  è l'angolo compreso tra l'asse di sensibilità e la forza di gravità. Se si indica con  $\varphi$  l'angolo formato dall'asse  $X$  con il piano di riferimento ortogonale alla  $F_g$ , ovvero l'inclinazione dell'asse di misura, la (7.1) può essere riscritta come:

$$a_x = g \cos(\phi) = g \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = g \sin(\varphi) \quad (7.2)$$

L'uscita analogica del microaccelerometro è quindi una tensione il cui valore è legato all'inclinazione  $\varphi$  dell'asse di sensibilità dalla funzione trigonometrica  $\sin(\varphi)$ ; infatti, indicato con  $S$  la sensibilità dell'uscita rispetto all'accelerazione (*sensitivity*), con  $V_0$  la tensione d'uscita in condizioni di accelerazione nulla (*zero-g level*) e con  $V_{OUT}$  l'uscita dell'accelerometro, si ha:

$$V_{OUT} = V_0 + S a_x = V_0 + S g \sin(\varphi) \quad (7.3)$$

Se l'accelerazione  $a_x$  e la sensibilità  $S$  sono espresse, rispettivamente, in  $g$  ( $1g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ) e in  $V/g$ , anziché in  $\text{m/s}^2$  e in  $V/(\text{m/s}^2)$ , la (7.2) e la (7.3) assumono la forma:

$$a_x = \sin(\varphi) \quad (7.4)$$

$$V_{OUT} = V_0 + S \sin(\varphi) \quad (7.5)$$

Dall'espressione (7.3), come dalla (7.5), si osserva che la tensione d'uscita del microaccelerometro non è una funzione lineare dell'angolo d'inclinazione  $\varphi$ . Ne deriva che la sensibilità di  $V_{OUT}$  alle variazioni dell'angolo  $\varphi$  non è costante ma varia al variare di  $\varphi$ ; in particolare, la sensibilità è massima per angoli d'inclinazione vicini allo zero, mentre presenta un minimo, in valore assoluto, per angoli  $\varphi$  vicini ai 90 gradi. Dalla (7.3) si osserva inoltre che l'andamento della sensibilità di  $V_{OUT}$  al variare dell'angolo  $\varphi$  è uguale, a meno della costante moltiplicativa  $S$ , all'andamento della sensibilità dell'accelerometro in termini di accelerazione. Quest'ultima, definita come la variazione subita dall'accelerazione agente lungo l'asse di misura del sensore in seguito all'incremento di un grado della sua inclinazione  $\varphi$ , risulta ricalcare l'andamento della funzione trigonometrica  $\cos(\varphi)$  [1]. Esprimendo da ora in poi l'accelerazione in  $g$  e l'inclinazione  $\varphi$  in gradi, la sensibilità  $S_x$  appena definita risulta essere data da:

$$S_x = \frac{\Delta a_x}{\Delta \varphi} = \frac{\sin(\varphi + \Delta \varphi) - \sin(\varphi)}{\Delta \varphi} = \sin(\varphi + 1) - \sin(\varphi) \quad (7.6)$$

La sensibilità  $S_x$  presenta, nei suoi valori assoluti, un massimo di  $0,0175 \text{ g/}^\circ$  ( $0,1712 \text{ m/s}^2/^\circ$ ) per  $\varphi = 0^\circ$  e per  $\varphi = 180^\circ$ , mentre presenta un minimo di  $0,0002 \text{ g/}^\circ$  ( $0,0015 \text{ m/s}^2/^\circ$ ) per  $\varphi = 90^\circ$  e  $\varphi = 270^\circ$ . Nella Tabella 7.1 vengono riportati i valori di  $S_x$  per alcuni angoli di inclinazione  $\varphi$ , mentre in Fig. 7.1 è mostrato l'andamento della sensibilità nei suoi valori assoluti.

**Tabella 7.1** Sensibilità dell'asse di misura rispetto alla sua inclinazione.

<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_x</math> (g/°)</b>	<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_x</math> (g/°)</b>	<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_x</math> (g/°)</b>
0	0,0175	120	-0,0089	240	-0,0086
5	0,0174	125	-0,0101	245	-0,0072
10	0,0172	130	-0,0113	250	-0,0058
15	0,0168	135	-0,0124	255	-0,0044
20	0,0163	140	-0,0135	260	-0,0029
25	0,0158	145	-0,0144	265	-0,0014
30	0,0150	150	-0,0152	270	0,0002
35	0,0142	155	-0,0159	275	0,0017
40	0,0133	160	-0,0165	280	0,0032
45	0,0122	165	-0,0169	285	0,0047
50	0,0111	170	-0,0172	290	0,0061
55	0,0099	175	-0,0174	295	0,0075
60	0,0086	180	-0,0175	300	0,0089
65	0,0072	185	-0,0174	305	0,0101
70	0,0058	190	-0,0172	310	0,0113
75	0,0044	195	-0,0168	315	0,0124
80	0,0029	200	-0,0163	320	0,0135
85	0,0014	205	-0,0158	325	0,0144
90	-0,0002	210	-0,0150	330	0,0152
95	-0,0017	215	-0,0142	335	0,0159
100	-0,0032	220	-0,0133	340	0,0165
105	-0,0047	225	-0,0122	345	0,0169
110	-0,0061	230	-0,0111	350	0,0172
115	-0,0075	235	-0,0099	355	0,0174

Dai valori di  $S_x$  riportati in Tabella 7.1 si osserva che la sensibilità dell'accelerometro è massima quando il suo asse di misura risulta essere complanare al piano di riferimento ortogonale alla forza di gravità ( $\varphi=0^\circ$  o  $\varphi=180^\circ$ ); in altre parole, la sensibilità è massima quando l'angolo compreso tra l'asse di sensibilità dell'accelerometro e la forza di gravità è di 90 gradi. La sensibilità diminuisce all'aumentare dell'angolo che l'asse di misura forma con il piano di riferimento. Quando tale angolo è di 90 gradi, ovvero quando l'asse di sensibilità è parallelo alla forza di gravità ( $\varphi=90^\circ$  o  $\varphi=270^\circ$ ), la sensibilità  $S_x$  è minima. Quanto detto trova conferma nell'andamento del modulo di  $S_x$  mostrato in Fig. 7.1 .

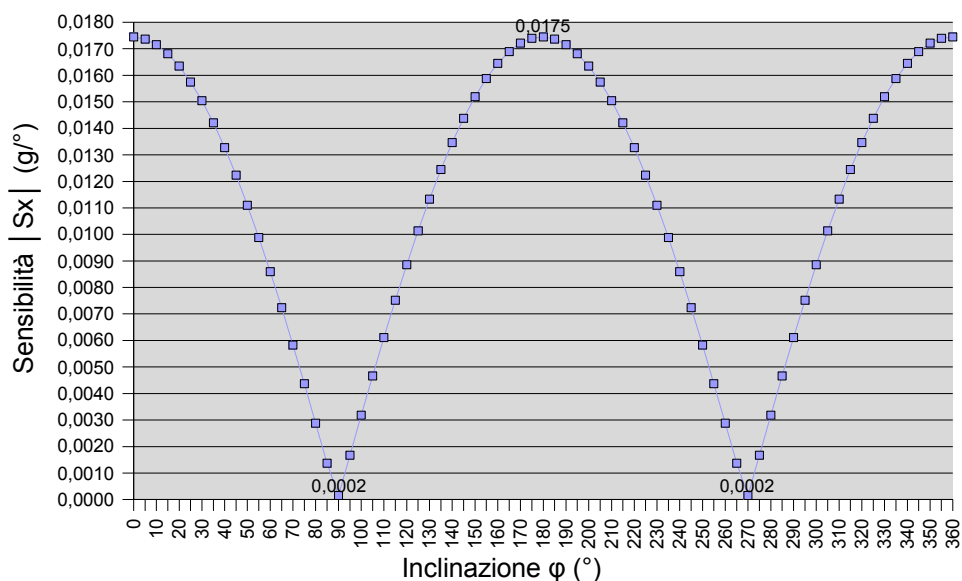


Fig. 7.1 Modulo della sensibilità  $S_x$  al variare dell'inclinazione  $\varphi$ .

Dall'andamento della sensibilità dell'accelerometro in termini di accelerazione, e tenuto conto della (7.3), dove è evidente il legame tra la sensibilità  $S_x$  e la sensibilità della tensione d'uscita  $V_{OUT}$ , si può concludere che l'impiego di un solo accelerometro X-Axis per la misura dell'inclinazione andrebbe limitato a quegli angoli per cui la sensibilità assume valori vicini al valore massimo; ad esempio per angoli  $\varphi$  inferiori ai 45 gradi. Inoltre, dato che la sensibilità di  $V_{OUT}$  differisce dalla  $S_x$  per il solo fattore di scala  $S$ , ossia per la *sensitivity* del dispositivo, la scelta dell'accelerometro dovrebbe ricadere su dispositivi con *range* di accelerazione d'ingresso piccoli e con sensibilità  $S$  elevate [1]; infatti, a parità di sensibilità  $S_x$ , tanto più grande è il parametro  $S$  dell'accelerometro tanto maggiore è la sensibilità dell'uscita analogica  $V_{OUT}$ .

Un'ultima considerazione che deve essere fatta sulla tensione d'uscita  $V_{OUT}$  è una diretta conseguenza del legame di tipo "sinusoidale" tra l'angolo d'inclinazione  $\varphi$  e l'accelerazione  $a_x$  agente sull'asse di sensibilità dell'accelerometro. Dalla (7.2), come dalla (7.4), si osserva che l'accelerazione  $a_x$  assume lo stesso valore per coppie di angoli distinti: ad esempio,  $a_x = 0,7071$  g per  $\varphi = 45^\circ$  e  $\varphi = 135^\circ$ ;  $a_x = 0,5$  g per  $\varphi = 30^\circ$  e  $\varphi = 150^\circ$ ; e  $a_x = -0,8660$  g per  $\varphi = 240^\circ$  e  $\varphi = 300^\circ$ . La non biunivocità di  $a_x$ , dovuta alla non biunivocità della funzione  $\sin(\varphi)$ , rende impossibile determinare in modo univoco l'angolo d'inclinazione  $\varphi$  dalla sola osservazione della tensione d'uscita  $V_{OUT}$ : ad uno stesso valore di  $V_{OUT}$  corrispondono due distinti valori di  $\varphi$ . L'univocità della misura si ottiene limitando il *range* delle inclinazioni misurabili all'intervallo compreso tra  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ . Pertanto, l'impiego di un solo accelerometro X-Axis consente solo la misura dell'angolo formato dall'asse di sensibilità con il piano di riferimento ortogonale alla forza di gravità (angolo  $\varphi_m$  di Fig. 7.2) e non la misura dell'angolo di rotazione che l'asse di sensibilità forma con la sua posizione in condizione d'inclinazione nulla (angolo  $\varphi_r$  di Fig. 7.2).



L'inclinazione  $\varphi$  misurata dall'accelerometro X-Axis coinciderà, quindi, con l'angolo  $\varphi_m$  di Fig. 7.2 e sarà comunque compreso tra -90 e +90 gradi.

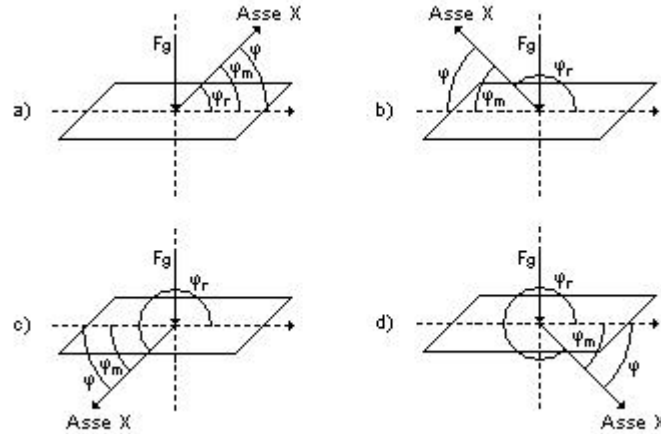


Fig. 7.2 Inclinazione  $\varphi$  misurata dall'accelerometro X-Axis.

Finora si è visto come la misura dell'inclinazione di un oggetto venga ricondotta alla misura di un'accelerazione; più precisamente, alla componente dell'accelerazione gravitazionale agente lungo l'asse di sensibilità di un accelerometro X-Axis solidale all'oggetto. All'uscita analogica del dispositivo si ottiene una tensione  $V_{OUT}$  il cui valore è funzione dell'accelerazione misurata e quindi dell'inclinazione  $\varphi$  oggetto di misura. L'ultimo passo del processo di misura, ove richiesto dall'applicazione, è quello di associare al valore di tensione  $V_{OUT}$  il corrispondente valore dell'angolo  $\varphi$ . Quest'ultima attività viene realizzata, generalmente, mediante un *microcontroller* dotato di uno o più canali d'ingresso per la conversione analogica/digitale della tensione d'uscita dell'accelerometro<sup>(1)</sup>.

L'uscita analogica dell'accelerometro è quindi posta in ingresso ad un convertitore analogico/digitale (ADC) che converte il valore di  $V_{OUT}$  in una parola binaria di  $n$  bit, dove  $n$  è la risoluzione del convertitore. Com'è noto un convertitore ad  $n$  bit suddivide l'intero intervallo di valori consentiti per la tensione d'ingresso in  $2^n$  intervalli distinti detti intervalli di quantizzazione. Ad ogni intervallo di quantizzazione viene associato un ben definito valore numerico, detto livello di quantizzazione, rappresentato in uscita da una parola binaria di  $n$  bit. Si realizza così la mappatura dell'intero campo di valori ammissibili in ingresso nelle  $2^n$  parole binarie che l'uscita digitale del convertitore ADC potrà assumere e che rappresentano i possibili  $2^n$  livelli di quantizzazione ottenibili con un convertitore ad  $n$  bit.

Si consideri un convertitore analogico/digitale unipolare ad  $n$  bit, fondo scala  $FS$  e range d'ingresso dato dall'intervallo dei valori non negativi compresi tra 0 ed  $FS$ . Si indichino con  $T_0, T_1, \dots, T_{2^n-1}$  i  $2^n$  intervalli di quantizzazione ottenuti dalla

(1) La necessità di un convertitore analogico/digitale interno al *microcontroller* viene a cadere qualora l'accelerometro preveda un'uscita di tipo digitale oppure quando la conversione analogica/digitale delle uscite venga realizzata altrove.

partizione dell'intervallo  $[0, FS]$  e con  $l_0, l_1, \dots, l_{2^n-1}$  i livelli di quantizzazione ad essi associati; in particolare, all'intervallo  $T_i$  sia associato il valore numerico  $l_i = i$  con  $i = 0, 1, \dots, 2^n-1$ . Si indichi, inoltre, con  $S_1, S_2, \dots, S_{2^n-1}$ , i  $2^n-1$  i valori del segnale d'ingresso per i quali l'uscita digitale compie una transizione da un livello di quantizzazione a quello immediatamente successivo o immediatamente precedente (livelli di soglia o di transizione).

Si faccia riferimento, da ora in poi, alla partizione uniforme dell'intervallo d'ingresso  $[0, FS]$  caratterizzata dalla distanza  $\Delta = FS/2^n$  tra due livelli di soglia adiacenti e definita dagli intervalli di quantizzazione:

$$\begin{aligned} T_0 &= [0, \frac{\Delta}{2}[ \\ T_i &= [i\Delta - \frac{\Delta}{2}, i\Delta + \frac{\Delta}{2}[ \quad , \quad i=1, 2, \dots, 2^n-2 \\ T_{2^n-1} &= [2^n \Delta - 3\frac{\Delta}{2}, FS] \end{aligned} \quad (7.7)$$

Per tale partizione i livelli di soglia  $S_1, S_2, \dots, S_{2^n-1}$  sono dati da:

$$S_m = m \Delta - \frac{\Delta}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{FS}{2^n} \quad , \quad m=1, \dots, 2^n-1 \quad (7.8)$$

Nell'operazione di conversione il segnale analogico d'ingresso verrà campionato con frequenza nota (discretizzazione dei tempi). Se il valore campionato appartiene all'intervallo di quantizzazione  $T_i$  ad esso verrà associato il valore numerico  $l_i = i$  (quantizzazione) che verrà poi codificato in uscita in una parola binaria di  $n$  bit (generalmente la sua rappresentazione numerica binaria).

Ritornando al caso in esame, se l'intervallo di tensioni  $[0, V_S]$ , con  $V_S$  tensione di alimentazione del sistema accelerometro-*microcontroller*, è sia l'intervallo dei valori che l'uscita analogica del microaccelerometro può assumere, sia il range d'ingresso del convertitore ADC interno al *microcontroller*, allora l'operazione di conversione assocerà al valore campionato dell'uscita  $V_{OUT}$  il valore numerico  $l_i = i$  solo se  $V_{OUT}$  apparterrà al corrispondente intervallo di quantizzazione  $T_i$  definito dalle (7.7) dove la distanza tra due livelli di soglia adiacenti è in questo caso  $\Delta = V_S/2^n$ .

Consideriamo, ad esempio, l'accelerometro X-Axis MMA2260D della Freescale Semiconductor avente, come riportato in Tabella 6.1, tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V (*supply voltage*); range delle accelerazioni d'ingresso (*acceleration range*) compreso tra  $-1,5$  g e  $+1,5$  g; sensibilità  $S = 1,2$  V/g (*sensitivity*); e tensione d'uscita ad accelerazione nulla (*zero-g level*)  $V_0 = 2,5$  V. Nella misura dell'inclinazione l'intervallo di accelerazioni misurabili varia da  $-1$  g a  $+1$  g limitando l'uscita dell'accelerometro all'intervallo di tensioni compreso tra  $1,3$  V e  $3,7$  V. Supponiamo che l'inclinazione  $\varphi$  oggetto di misura sia di  $30^\circ$ . Dalla (7.4) si ricava che l'accelerazione  $a_x$  agente sull'asse di sensibilità dell'accelerometro è pari a  $0,5$  g, a cui corrisponde, per la (7.5), la tensione d'uscita  $V_{OUT} = 3,1$  V. Questa è posta in ingresso

al convertitore analogico/digitale, che supponiamo avere risoluzione  $n = 8$  bit e *range* d'ingresso compreso tra 0 e  $V_S = 5$  V. In tali ipotesi, i 255 livelli di soglia del convertitore ADC risultano essere spazati l'uno dall'altro della quantità  $\Delta = V_S/2^n = 19,5 \times 10^{-3}$  V con la prima soglia  $S_1$ , definita dalla (7.8), a  $9,8 \times 10^{-3}$  V e l'ultima soglia  $S_{255}$  a 4,9707 V. L'uscita analogica dell'accelerometro,  $V_{OUT} = 3,1$  V, viene convertita nell'uscita digitale  $D_{OUT} = 159$  corrispondente al livello di quantizzazione  $I_{159}$  associato all'intervallo di quantizzazione  $T_{159}$  a cui appartiene  $V_{OUT}$ .

Infine, dall'uscita digitale del convertitore ADC si risale all'angolo d'inclinazione  $\varphi$ . Questo viene fatto sfruttando le potenzialità offerte dal *microcontroller* e in particolare attraverso l'uso di una tabella di confronto (*lookup table*) nella quale sono memorizzati gli angoli d'inclinazione corrispondenti ai possibili valori dell'uscita  $D_{OUT}$ , oppure attraverso un algoritmo di calcolo che realizzi la funzione inversa della funzione che lega l'inclinazione  $\varphi$  alla tensione d'uscita dell'accelerometro. Nel caso in esame di misura dell'inclinazione mediante un accelerometro X-Axis, l'algoritmo di calcolo dovrà associare al valore di  $D_{OUT}$  il corrispondente valore "quantizzato" della tensione d'uscita  $V_{OUT}$ , e quindi dell'accelerazione  $a_x$ , dopo di che dovrà calcolarne l'arcoseno, ovvero l'inversa della (7.4), per determinare l'angolo d'inclinazione  $\varphi$ .

L'operazione di quantizzazione insita nella conversione analogica/digitale della tensione  $V_{OUT}$  fa sì che anche l'angolo d'inclinazione ottenuto a partire dal valore di  $D_{OUT}$  sia quantizzato, ossia assuma valori discreti. Esiste pertanto un errore, che possiamo definire di quantizzazione, tra l'angolo d'inclinazione effettivo  $\varphi$  e l'angolo quantizzato  $\varphi_q$  ottenuto dall'uscita digitale  $D_{OUT}$ .

Ritornando all'esempio numerico dell'accelerometro MMA2260D, si è visto che ad un'inclinazione effettiva  $\varphi$  di  $30^\circ$  corrisponde una tensione d'uscita  $V_{OUT}$  pari a 3,1 V e un'uscita digitale  $D_{OUT} = 159$ . Per quanto detto poco sopra, l'algoritmo di calcolo dell'inclinazione  $\varphi_d$  assocerà all'uscita  $D_{OUT}$  la tensione quantizzata:

$$V_{OUTq} = D_{OUT} \Delta = 159 \cdot 19,5 \times 10^{-3} = 3,1055 \text{ V} \quad (7.9)$$

a cui corrisponde, per la (7.5), l'inclinazione:

$$\varphi_q = \arcsin\left(\frac{V_{OUTq} - V_0}{S}\right) \quad (7.10)$$

pari a  $\varphi_q = 30,3^\circ$ , con  $V_0 = 2,5$  V ed  $S = 1,2$  V/g. In questo caso l'errore di quantizzazione  $e_q$ , dato da:

$$e_q = \varphi_q - \varphi \quad (7.11)$$

risulta essere di 0,3 gradi.

Alcune considerazioni devono essere fatte sull'errore di quantizzazione  $e_q$  definito

nella (7.11). In precedenza si è visto che l'operazione di quantizzazione della tensione d'uscita  $V_{OUT}$  comporta la suddivisione del *range* d'ingresso del convertitore ADC in  $2^n$  intervalli di quantizzazione separati gli uni dagli altri da  $2^n-1$  livelli di transizione equidistanti. Più precisamente, posto come *range* d'ingresso del convertitore ADC l'intervallo di tensioni  $[0, V_S]$ , con  $V_S$  tensione di alimentazione del sistema accelerometro-*microcontroller*, gli intervalli di quantizzazione e le soglie di transizione risultano essere dati da:

$$\begin{aligned} T_0 &= [0, \frac{\Delta}{2}[ \\ T_i &= [i\Delta - \frac{\Delta}{2}, i\Delta + \frac{\Delta}{2}[ \quad , \quad i=1, 2, \dots, 2^n-2 \\ T_{2^n-1} &= [2^n\Delta - 3\frac{\Delta}{2}, V_S] \end{aligned} \quad (7.12)$$

per gli intervalli di quantizzazione, e da:

$$S_m = m\Delta - \frac{\Delta}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{V_S}{2^n} \quad , \quad m=1, \dots, 2^n-1 \quad (7.13)$$

per i livelli di soglia, dove la quantità  $\Delta = V_S/2^n$  è la distanza esistente tra due soglie adiacenti.

Tutti gli intervalli di quantizzazione, ad eccezione del primo e dell'ultimo, sono caratterizzati dall'ampiezza costante  $\Delta$  e dall'essere centrati attorno ai valori di tensione multipli di  $\Delta$ . In altre parole, l'intervallo  $T_i$ , con  $i=1, 2, 3, \dots, 2^n-2$ , è centrato attorno alla tensione  $i\Delta$  ed è limitato inferiormente e superiormente dalle soglie di transizione  $S_i = i\Delta - \Delta/2$  ed  $S_{i+1} = i\Delta + \Delta/2$ . Se si considera l'operazione di quantizzazione sottintesa nella (7.9) che associa alla tensione d'uscita  $V_{OUT}$  il valore discreto  $V_{OUTq} = D_{OUT}\Delta = i\Delta$  nel caso in cui  $V_{OUT}$  appartenga all'intervallo  $T_i$ , allora è possibile verificare, per quanto appena detto, che il relativo errore di quantizzazione, definito come la differenza tra il valore quantizzato  $V_{OUTq}$  e la tensione  $V_{OUT}$ , risulta essere compreso tra  $-\Delta/2$  e  $+\Delta/2$  in ognuno degli intervalli di quantizzazione interessati.

Questo non è più vero per l'errore di quantizzazione  $e_q$  definito in (7.11) per l'angolo d'inclinazione  $\varphi$ . Di fatto, la non linearità della funzione sinusoidale che lega l'inclinazione  $\varphi$  alla tensione d'uscita  $V_{OUT}$ , e in particolare la non linearità della funzione inversa rappresentata dalla (7.10) con cui vengono calcolati i livelli di transizione per l'angolo  $\varphi$  e le inclinazioni quantizzate  $\varphi_q$  a partire dalle corrispondenti soglie di transizione  $S_i$  e dalle tensioni quantizzate  $V_{OUTq}$ , fa sì che gli intervalli di quantizzazione relativi all'angolo  $\varphi$  non siano più caratterizzati da un'ampiezza costante, come visto nel caso degli intervalli di quantizzazione della tensione  $V_{OUT}$ , né che siano centrati attorno all'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ . Da tutto ciò deriva che l'errore di quantizzazione  $e_q$  varia da intervallo a intervallo sia nell'andamento che nel valore massimo, rendendo quest'ultimo funzione dell'uscita digitale  $D_{OUT}$  e quindi dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ .

Altra conseguenza della non linearità della (7.10) è la variabilità della distanza esistente tra due inclinazioni quantizzate consecutive. Mentre per la tensione  $V_{OUT}$  i livelli di quantizzazione distano l'uno dall'altro della quantità costante  $\Delta = V_S/2^n$ , per le inclinazioni quantizzate tale quantità varia al variare dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ . Si consideri, ad esempio, le tensioni quantizzate  $V_{OUTq} = i\Delta$  e  $V_{OUTq}' = (i+1)\Delta$  corrispondenti alle uscite digitali  $D_{OUT} = i$  e  $D_{OUT}' = i+1$ . Ad esse corrispondono, per la (7.10), le inclinazioni quantizzate:

$$\varphi_q = \arcsin\left(\frac{V_{OUTq} - V_0}{S}\right), \quad \varphi_q' = \arcsin\left(\frac{V_{OUTq}' - V_0}{S}\right) \quad (7.14)$$

dove si ricorda che  $V_0$  è la tensione d'uscita dell'accelerometro in condizioni di accelerazione nulla ed  $S$  la sua sensibilità. Essendo la funzione arcoseno non lineare, la distanza tra le inclinazioni  $\varphi_q'$  e  $\varphi_q$  non è costante nonostante sia sempre costante la distanza tra  $V_{OUTq}$  e  $V_{OUTq}'$ , ma varia al variare di  $V_{OUTq}$  e quindi di  $D_{OUT}$ . Tale quantità, corrispondente alla variazione del bit meno significativo dell'uscita del convertitore ADC, rappresenta la minima variazione dell'angolo d'inclinazione rilevabile nella misura e per tale motivo costituisce la risoluzione della misura espressa in gradi d'inclinazione per LSB (Least Significant Bit). Per quanto appena detto, la risoluzione è funzione del valore di  $D_{OUT}$  e quindi dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  ad esso corrispondente.

Nell'esempio numerico dell'accelerometro commerciale MMA2260D introdotto in precedenza, di cui ricordiamo la tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V, la sensibilità  $S = 1,2$  V/g e la risoluzione del convertitore ADC  $n = 8$ , si è avuto modo di vedere che all'inclinazione  $\varphi = 30^\circ$  corrisponde l'uscita digitale  $D_{OUT} = 159$ , la tensione quantizzata  $V_{OUTq} = 3,1055$  V e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q = 30,3^\circ$ . L'intervallo di quantizzazione corrispondente è compreso tra l'angolo  $\varphi_a = 29,76^\circ$  e l'angolo  $\varphi_b = 30,84^\circ$  ottenuti dalla (7.10) sostituendo alla  $V_{OUTq}$  le tensioni  $V_{OUTa} = 3,0957$  V e  $V_{OUTb} = 3,1152$  V corrispondenti, rispettivamente, ai livelli di soglia  $S_{159}$  ed  $S_{160}$  della (7.13). L'errore di quantizzazione è compreso tra  $-0,54^\circ$  e  $+0,54^\circ$ , da cui il massimo errore di quantizzazione associato all'inclinazione  $\varphi_q = 30,3^\circ$  è, in valore assoluto, pari a  $0,54^\circ$  ( $|e_q| \leq 0,54^\circ$ ). La risoluzione, calcolata come modulo della distanza tra l'inclinazione  $\varphi_q$  e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q'$  immediatamente successiva, è di  $1,09^\circ/\text{LSB}$  ( $\varphi_q' = 31,39^\circ$  corrispondente a  $D_{OUT}' = 160$  ed a  $V_{OUTq}' = 3,125$  V).

Si consideri ora l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q = 59,61^\circ$  corrispondente all'uscita digitale  $D_{OUT} = 181$  ed alla tensione  $V_{OUTq} = 3,5352$  V. L'intervallo di quantizzazione ad essa associato è compreso tra  $\varphi_a = 58,70^\circ$  e  $\varphi_b = 60,55^\circ$ . Il massimo errore di quantizzazione è di  $0,93^\circ$  mentre la risoluzione della misura è di  $1,9^\circ/\text{LSB}$ . Si osservi che l'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione è di  $1,85^\circ$  a fronte dell'ampiezza di  $1,08^\circ$  dell'intervallo associato a  $\varphi_q = 30,3^\circ$ . In Tabella 7.2 sono riportati, sempre con riferimento all'esempio numerico proposto, i massimi errori di quantizzazione e le risoluzioni di misura corrispondenti ad alcuni angoli d'inclinazione  $\varphi$ .

**Tabella 7.2** Misura dell'inclinazione mediante accelerometro X-Axis MMA2260D<sup>(a)</sup>.

<i>Inclinazione <math>\varphi</math></i> ( $^{\circ}$ )	<i>Accelerazione</i> $a_x$ (g)	<i>Uscita</i> <i>Analogica <math>V_{OUT}</math></i> (V)	<i>Uscita ADC</i> <sup>(b)</sup> $D_{OUT}$ (LSB)	<i>Inclinazione</i> <i>Quantizzata <math>\varphi_q</math></i> ( $^{\circ}$ )	<i>Massimo</i> <sup>(c)</sup> <i>Errore di</i> <i>Quantizzazione</i> ( $^{\circ}$ )	<i>Risoluzione</i> <sup>(d)</sup> ( $^{\circ}$ /LSB)
-90	-1,0000	1,3000	67	-83,1388	6,8612	5,5681
-85	-0,9962	1,3046	67	-83,1388	6,8612	5,5681
-80	-0,9848	1,3182	67	-83,1388	6,8612	5,5681
-75	-0,9659	1,3409	69	-73,7985	1,7650	3,0622
-70	-0,9397	1,3724	70	-70,7363	1,4672	2,6520
-65	-0,9063	1,4124	72	-65,7077	1,1595	2,1758
-60	-0,8660	1,4608	75	-59,6132	0,9348	1,7959
-55	-0,8192	1,5170	78	-54,4691	0,8104	1,5746
-50	-0,7660	1,5807	81	-49,9047	0,7295	1,4270
-45	-0,7071	1,6515	85	-44,4166	0,6565	1,2914
-40	-0,6428	1,7287	89	-39,4026	0,6061	1,1967
-35	-0,5736	1,8117	93	-34,7266	0,5693	1,1270
-30	-0,5000	1,9000	97	-30,3020	0,5416	1,0743
-25	-0,4226	1,9929	102	-25,0353	0,5157	1,0250
-20	-0,3420	2,0896	107	-19,9864	0,4969	0,9893
-15	-0,2588	2,1894	112	-15,0948	0,4835	0,9637
-10	-0,1736	2,2916	117	-10,3136	0,4743	0,9465
-5	-0,0872	2,3954	123	-4,6679	0,4680	0,9351
0	0,0000	2,5000	128	0,0000	0,4663	0,9326
5	0,0872	2,6046	133	4,6679	0,4680	0,9363
10	0,1736	2,7084	139	10,3136	0,4743	0,9493
15	0,2588	2,8106	144	15,0948	0,4835	0,9681
20	0,3420	2,9104	149	19,9864	0,4969	0,9955
25	0,4226	3,0071	154	25,0353	0,5157	1,0337
30	0,5000	3,1000	159	30,3020	0,5416	1,0862
35	0,5736	3,1883	163	34,7266	0,5693	1,1426
40	0,6428	3,2713	167	39,4026	0,6061	1,2176
45	0,7071	3,3485	171	44,4166	0,6565	1,3206
50	0,7660	3,4193	175	49,9047	0,7295	1,4705
55	0,8192	3,4830	178	54,4691	0,8104	1,6377
60	0,8660	3,5392	181	59,6132	0,9348	1,8975
65	0,9063	3,5876	184	65,7077	1,1595	2,3767
70	0,9337	3,6276	186	70,7363	1,4672	3,0622
75	0,9659	3,6591	187	73,7985	1,7650	3,7722

Inclinazione $\varphi$ ( $^{\circ}$ )	Accelerazione $a_x$ (g)	Uscita Analogica $V_{OUT}$ (V)	Uscita ADC <sup>(b)</sup> $D_{OUT}$ (LSB)	Inclinazione Quantizzata $\varphi_q$ ( $^{\circ}$ )	Massimo <sup>(c)</sup> Errore di Quantizzazione ( $^{\circ}$ )	Risoluzione <sup>(d)</sup> ( $^{\circ}$ /LSB)
80	0,9848	3,6818	189	83,1388	6,8612	-
85	0,9962	3,6954	189	83,1388	6,8612	-
90	1,0000	3,7000	189	83,1388	6,8612	-

- (a) I risultati ottenuti sono riferiti all'accelerometro MMA2260D della Freescale Semiconductor caratterizzato dalla tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V e dalla sensibilità  $S = 1,2$  V/g.
- (b) Convertitore analogico/digitale con risoluzione  $n = 8$ .
- (c) E' il massimo modulo dell'errore di quantizzazione  $e_q$  definito nella (7.11). L'errore  $e_q$  è calcolato con riferimento all'intervallo delle inclinazioni d'ingresso compreso tra  $-90^{\circ}$  e  $+90^{\circ}$ .
- (d) E' il modulo della distanza tra l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q'$  corrispondente all'uscita digitale immediatamente successiva. Si osserva che per  $D_{OUT} = 189$  non è possibile calcolare la risoluzione corrispondente in quanto  $D_{OUT} = 189$  è il massimo valore che l'uscita digitale può assumere.

In Tabella 7.2 trova conferma quanto detto in precedenza, cioè che l'errore di quantizzazione  $e_q$  e la risoluzione della misura sono entrambi funzione dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ . Si osserva, inoltre, che entrambe le quantità assumono valori minori per inclinazioni vicine allo zero ed in particolare hanno un minimo per  $\varphi_q = 0^{\circ}$ . Confrontando gli andamenti del massimo errore di quantizzazione e della risoluzione di Tabella 7.2, con l'andamento del modulo della sensibilità  $S_x$  rispetto all'angolo d'inclinazione  $\varphi$  mostrato in Fig. 7.1, si osserva che sia il massimo errore di quantizzazione che il valore della risoluzione aumentano al diminuire di  $|S_x|$ .

Un'ulteriore osservazione sull'errore di quantizzazione e sulla risoluzione della misura deriva dalla loro stessa definizione. Nel definire le due grandezze si è sempre fatto riferimento alla quantità  $\Delta = V_S/2^n$  in quanto distanza tra due livelli di soglia adiacenti per la tensione  $V_{OUT}$  e contemporaneamente distanza tra due valori adiacenti della tensione quantizzata  $V_{OUTq}$ . Tale quantità influisce quindi sia sull'ampiezza degli intervalli di quantizzazione dell'angolo  $\varphi$ , sia sulla distanza tra le inclinazioni quantizzate  $\varphi_q$ ; in particolare, tanto più è piccola la distanza  $\Delta$  tanto più è piccolo, a parità dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ , il corrispondente intervallo di quantizzazione e la distanza con l'inclinazione quantizzata adiacente. Pertanto, riducendo l'ampiezza  $\Delta$  degli intervalli di quantizzazione del convertitore ADC si ottiene una riduzione del massimo errore di quantizzazione e un miglioramento della risoluzione. E' questo quello che si ottiene aumentando la risoluzione  $n$  del convertitore analogico/digitale posto a valle dell'accelerometro. In Tabella 7.3 sono riportati, per gli stessi angoli d'inclinazione di Tabella 7.2, i valori del massimo errore di quantizzazione e della risoluzione nel caso in cui in uscita all'accelerometro MMA2260D sia posto un convertitore ADC con risoluzione  $n = 10$  anziché con risoluzione  $n = 8$ .

**Tabella 7.3** Massimo errore di quantizzazione e risoluzione nella misura dell'inclinazione mediante accelerometro X-Axis MMA2260D e convertitore analogico/digitale a 10 bit.

<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Uscita ADC <math>D_{OUT}</math> (LSB)</b>	<b>Inclinazione<sup>(a)</sup> Quantizzata <math>\varphi_q</math> (°)</b>	<b>Massimo<sup>(b)</sup> Errore di Quantizzazione (°)</b>	<b>Risoluzione<sup>(c)</sup> (°/LSB)</b>
-90	266	-90,000	2,6358	4,5071
-85	267	-85,4929	1,8714	2,3540
-80	270	-79,9647	0,6926	1,2598
-75	275	-74,6562	0,4469	0,8577
-70	281	-70,0417	0,3444	0,6722
-65	289	-65,1470	0,2788	0,5490
-60	299	-60,0773	0,2345	0,4641
-55	311	-54,8722	0,2031	0,4032
-50	324	-49,9047	0,1813	0,3606
-45	338	-45,0731	0,1653	0,3292
-40	354	-40,0087	0,1524	0,3037
-35	371	-35,0108	0,1424	0,2842
-30	389	-30,0323	0,1347	0,2689
-25	408	-25,0353	0,1287	0,2570
-20	428	-19,9864	0,1241	0,2479
-15	448	-15,0948	0,1208	0,2413
-10	469	-10,0768	0,1184	0,2367
-5	491	-4,9019	0,1170	0,2340
0	512	0,0000	0,1166	0,2331
5	533	4,9019	0,1170	0,2340
10	555	10,0768	0,1184	0,2369
15	576	15,0948	0,1208	0,2416
20	596	19,9864	0,1241	0,2483
25	616	25,0353	0,1287	0,2576
30	635	30,0323	0,1347	0,2697
35	653	35,0108	0,1424	0,2851
40	670	40,0087	0,1524	0,3051
45	686	45,0731	0,1653	0,3311
50	700	49,9047	0,1813	0,3634
55	713	54,8722	0,2031	0,4072
60	725	60,0773	0,2345	0,4707
65	735	65,1470	0,2788	0,5606
70	743	70,0417	0,3444	0,6946
75	749	74,6562	0,4469	0,9073



<b><i>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</i></b>	<b><i>Uscita ADC <math>D_{OUT}</math> (LSB)</i></b>	<b><i>Inclinazione<sup>(a)</sup> Quantizzata <math>\varphi_q</math> (°)</i></b>	<b><i>Massimo<sup>(b)</sup> Errore di Quantizzazione (°)</i></b>	<b><i>Risoluzione<sup>(c)</sup> (°/LSB)</i></b>
80	754	79,9647	0,6926	1,4404
85	757	85,4929	1,8714	4,5071
90	758	90,0000	2,6358	-

- (a) Se per il massimo valore assumibile dall'uscita digitale  $D_{OUT}$  non è possibile determinare tramite la (7.10) la corrispondente inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  in quanto l'argomento della funzione arcoseno è maggiore di 1 (o minore di -1), allora al valore di  $D_{OUT}$  viene associata l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q = 90^\circ$  (o  $\varphi_q = -90^\circ$ ). Analogamente, se per il minimo valore assumibile dall'uscita  $D_{OUT}$  non è possibile determinare tramite la (7.10) la corrispondente inclinazione quantizzata in quanto l'argomento della funzione arcoseno è minore di -1 (o maggiore di 1), allora al valore di  $D_{OUT}$  viene associata l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q = -90^\circ$  (o  $\varphi_q = 90^\circ$ ). Nel caso in esame per  $D_{OUT} = 266$  è associata l'inclinazione  $\varphi_q = -90^\circ$ , mentre per  $D_{OUT} = 758$  è associata l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q = 90^\circ$ .
- (b) E' il massimo modulo dell'errore di quantizzazione  $e_q$  definito nella (7.11). L'errore  $e_q$  è calcolato con riferimento all'intervallo delle inclinazioni d'ingresso compreso tra  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ .
- (c) E' il modulo della distanza tra l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q'$  corrispondente all'uscita digitale immediatamente successiva. Si osservi che per  $D_{OUT} = 758$  non è possibile calcolare la risoluzione corrispondente in quanto  $D_{OUT} = 758$  è il massimo valore che l'uscita digitale può assumere.

Confrontando le tabelle 7.2 e 7.3 si osserva come l'incremento da  $n = 8$  ad  $n = 10$  della risoluzione del convertitore ADC determini un notevole miglioramento della risoluzione della misura. Ad esempio: per  $\varphi = 60^\circ$  la risoluzione passa da  $1,9^\circ/\text{LSB}$  a  $0,47^\circ/\text{LSB}$ ; per  $\varphi = 30^\circ$  passa da  $1,09^\circ/\text{LSB}$  a  $0,27^\circ/\text{LSB}$ ; mentre per  $\varphi = 0^\circ$ , condizione di massima sensibilità dell'accelerometro alla variazione dell'inclinazione, la risoluzione passa da  $0,93^\circ/\text{LSB}$  a  $0,23^\circ/\text{LSB}$ . In generale la risoluzione della misura dell'inclinazione è tanto più elevata (bassa numericamente) quanto più la risoluzione del convertitore analogico/digitale è maggiore.

Nelle considerazioni fin qui svolte non si è però tenuto conto del rumore presente in uscita all'accelerometro ed in ingresso al convertitore analogico/digitale. Difatti, la risoluzione della misura può essere migliorata con il semplice incremento della risoluzione del convertitore fintanto che il livello di rumore al suo ingresso risulta essere inferiore all'ampiezza  $\Delta$  dell'intervallo di quantizzazione. Diversamente, ad un aumento della risoluzione  $n$  del convertitore analogico/digitale potrebbe non corrispondere un effettivo miglioramento della risoluzione della misura dell'inclinazione. Perché ciò avvenga è necessario ridurre il livello di rumore in ingresso al convertitore.

Per semplicità di trattazione si supponga che l'uscita analogica dell'accelerometro X-Axis (qui considerato come dispositivo) sia connessa direttamente all'ingresso del convertitore analogico/digitale in modo tale che i livelli di rumore in uscita dal primo ed in ingresso al secondo possano essere considerati approssimativamente uguali.

Il rumore in uscita all'accelerometro, composto principalmente dal rumore ambientale di fondo e dal rumore generato dal dispositivo stesso [3], risulta avere caratteristiche di rumore bianco [4]. I costruttori ne forniscono la densità spettrale

espressa in  $\mu g/\sqrt{\text{Hz}}$  (*acceleration noise density* di tabelle 6.1-6.8). Il livello di rumore presente all'uscita è quindi funzione della larghezza di banda del dispositivo e più precisamente, maggiore è la larghezza di banda dell'accelerometro, più alto è il livello dell'accelerazione di rumore, e quindi, maggiore è il valore della minima accelerazione d'ingresso discernibile in uscita.

Nei paragrafi 3.3.2, 6.2.2 e 6.3.3, si è avuto modo di vedere che nella maggior parte dei dispositivi commerciali considerati, la larghezza di banda è determinata dalla risposta in frequenza di un filtro passa basso posto in uscita all'accelerometro. Questo può essere interno al dispositivo, come nel caso dell'accelerometro MMA2260D della Freescale Semiconductor e dell'ADXL150 della Analog Devices [2, 5], oppure può essere formato da una resistenza interna e da un condensatore esterno connesso tra massa ed uscita analogica (ne è un esempio l'accelerometro X-Axis ADXL103 della Analog Devices [4]). Nel caso in cui la risposta in frequenza dell'accelerometro, determinata dal filtro passa basso, sia caratterizzata da un *roll-off* a singolo polo, il valore efficace, o valore RMS (Root Mean Square), dell'accelerazione di rumore in uscita è dato da:

$$a_{RMS} = N_d \sqrt{\frac{\pi}{2} BW} \quad (7.15)$$

dove  $N_d$  è la densità spettrale dell'accelerazione di rumore,  $BW$  la larghezza di banda a -3 dB dell'accelerometro e  $(\pi/2)BW$  la banda equivalente di rumore caratteristica della risposta in frequenza considerata<sup>(2)</sup> [3-11]. Analogamente, il valore efficace della corrispondente tensione di rumore presente sul segnale analogico d'uscita è dato da:

$$v_{RMS} = S N_d \sqrt{\frac{\pi}{2} BW} \quad (7.16)$$

dove  $S$  è la sensibilità (*sensitivity*) del dispositivo.

Si ritorni ora all'esempio dell'accelerometro commerciale MMA2260D seguito da un convertitore analogico/digitale unipolare ad  $n$  bit avente fondo scala  $FS$  coincidente con la tensione di alimentazione dell'accelerometro ( $V_s = 5 \text{ V}$ ) e intervallo di quantizzazione di ampiezza  $\Delta = FS/2^n = V_s/2^n$ . I costruttori forniscono per l'MMA2260D una densità spettrale di rumore  $N_d$  pari a  $350 \mu g/\sqrt{\text{Hz}}$  (vedi Tabella 6.1) e una larghezza di banda nominale  $BW$  (*bandwidth*) di 50 Hz. Nell'ipotesi che la risposta in frequenza dell'accelerometro presenti le caratteristiche sopra indicate di polo singolo (nell'MMA2260D la larghezza di banda è invece determinata da un filtro passa basso interno di secondo grado [2]), il valore efficace dell'accelerazione di rumore e della tensione di rumore presente sul segnale analogico d'uscita, calcolati tramite la (7.15) e la (7.16), sono pari a:

---

(2) Viene definita banda equivalente di rumore di un circuito con funzione di trasferimento a polo singolo, la larghezza di banda che il circuito avrebbe se la funzione di trasferimento avesse un limite di banda netto e il valore quadratico medio del rumore prodotto in uscita fosse uguale a quello prodotto dal circuito originario nell'ipotesi iniziale di rumore bianco.

$$a_{RMS} = 3,1 \times 10^{-3} g \text{ e } v_{RMS} = 3,7 \times 10^{-3} V.$$

Confrontando il valore di  $v_{RMS}$  appena trovato con l'ampiezza  $\Delta$  dell'intervallo di quantizzazione del convertitore ADC nel caso questo sia un convertitore ad 8 bit ( $\Delta = V_s/2^n = 19,5 \times 10^{-3} V$ ), oppure un convertitore a 10 bit ( $\Delta = 4,9 \times 10^{-3} V$ ), si osserva che il valore della tensione di rumore in uscita dall'accelerometro è, nel primo caso, circa 1/6 dell'ampiezza  $\Delta$  dell'intervallo di quantizzazione, mentre nel secondo caso, sebbene  $v_{RMS}$  sia ancora inferiore a  $\Delta$ , i due valori risultano essere dello stesso ordine di grandezza ( $v_{RMS} \approx 0,63 \Delta$ ). Pertanto, nell'ipotesi iniziale che l'uscita analogica dell'accelerometro sia connessa direttamente all'ingresso del convertitore analogico/digitale, la condizione vista in precedenza che il livello della tensione di rumore in ingresso al convertitore sia inferiore all'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione affinché la risoluzione effettiva della misura dell'inclinazione sia quella determinata dal convertitore, risulta essere verificata, in prima approssimazione, da entrambi i casi esaminati.

La condizione riportata non è più verificata se la risoluzione  $n$  del convertitore analogico/digitale è maggiore 10. In questo caso la risoluzione effettiva della misura dell'inclinazione (intesa come il più piccolo angolo misurabile) può non essere quella determinata dalla risoluzione del convertitore ADC ed espressa in °/LSB. Si supponga, ad esempio, che il convertitore abbia risoluzione  $n = 12$ . L'intervallo di quantizzazione corrispondente ha ampiezza  $\Delta = V_s/2^n = 1,2 \times 10^{-3} V$ ; inferiore, quindi, alla tensione di rumore  $v_{RMS} = 3,7 \times 10^{-3} V$ . Come si è già avuto modo di vedere, la risoluzione della misura dell'inclinazione imputabile al convertitore è data dal modulo della distanza tra le inclinazione quantizzate  $\varphi_q$  e  $\varphi_q'$ , definite nella (7.14) e corrispondenti a valori adiacenti dell'uscita digitale del convertitore (i valori differiscono per il solo bit meno significativo). Nella condizione di massima sensibilità alla variazione dell'inclinazione,  $\varphi = 0^\circ$ , la risoluzione della misura determinata dal convertitore è di 0,0583 °/LSB; mentre il più piccolo angolo d'inclinazione discernibile all'uscita dell'accelerometro per effetto della tensione di rumore  $v_{RMS}$  è pari a  $\Delta\varphi_{min} = \arcsin(v_{RMS}/S) = \arcsin(a_{RMS}) = 0,1768^\circ$  (3). Sempre nell'ipotesi che l'accelerometro sia connesso direttamente al convertitore in modo tale che il valore della tensione di rumore in uscita dal primo possa essere considerata coincidente con la tensione di rumore in ingresso al secondo, si osserva che il valore del più piccolo angolo misurabile in ingresso al convertitore ( $\Delta\varphi_{min}$ ) è circa tre volte più grande dell'angolo d'inclinazione corrispondente alla variazione del bit meno significativo dell'uscita del convertitore. Questo porta a concludere che la risoluzione individuata dal convertitore ADC non è la risoluzione effettiva con cui viene misurata l'inclinazione.

A complicare ulteriormente le cose è il fatto che la migliore stima dell'incertezza in una misura singola è data dal valore picco-picco della tensione di rumore [4]. Come accennato in precedenza, il rumore presente in uscita all'accelerometro assume carattere di rumore bianco e l'andamento completamente aleatorio delle sue ampiezze fa sì che il valore picco-picco della tensione di rumore possa essere solo stimato per via statistica [3]. Per la maggior parte delle applicazioni pratiche, l'andamento delle

(3) L'angolo  $\Delta\varphi_{min}$  può essere calcolato, in generale, come:  $\Delta\varphi_{min} = v_{RMS}/(S S_x) = a_{RMS}/S_x$ , con  $S_x$  la sensibilità dell'accelerometro, in termini di accelerazione, alla variazione dell'inclinazione (vedi Tabella 7.1).

ampiezze della tensione di rumore può essere descritto con una variabile aleatoria Gaussiana di media nulla e varianza pari al quadrato del valore efficace  $v_{RMS}$  (ossia il valore medio quadratico della tensione di rumore) [3-13]. A partire da tale affermazione è possibile calcolare la probabilità che il valore picco-picco della tensione di rumore  $v_{pp}$  ecceda un valore prefissato. Così, la probabilità che il valore picco-picco  $v_{pp}$  sia maggiore di  $v_{RMS}$ , ovvero che l'ampiezza della tensione di rumore sia minore di  $-v_{RMS}/2$  o maggiore di  $+v_{RMS}/2$ , è del 61,71%; la probabilità che  $v_{pp}$  sia maggiore di  $2v_{RMS}$  è del 31,73%; la probabilità che  $v_{pp}$  sia maggiore di  $4v_{RMS}$  è del 4,55%; che  $v_{pp}$  sia maggiore di  $6v_{RMS}$  è dello 0,27%; infine, la probabilità che il valore picco-picco della tensione di rumore sia maggiore di  $6,6v_{RMS}$  è solo dello 0,097%. Pertanto, affinché l'incertezza nella singola misura dell'inclinazione sia la più piccola possibile, è preferibile che l'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione del convertitore ADC sia almeno 6,6 volte il valore efficace della tensione di rumore presente sul segnale analogico d'ingresso, che abbiamo supposto coincidere con l'uscita analogica dell'accelerometro.

E' evidente che una riduzione adeguata del livello di rumore in ingresso al convertitore analogico/digitale consente di aumentare la risoluzione  $n$  del convertitore e, allo stesso tempo, mantenere il livello della tensione di rumore ad un valore inferiore all'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione, ottenendo così un miglioramento della risoluzione della misura dell'inclinazione che potrà quindi essere determinata dalla sola risoluzione del convertitore ADC.

Dall'espressione (7.16) del valore efficace della tensione di rumore presente sul segnale analogico d'uscita dell'accelerometro, si evince che il livello di rumore in ingresso al convertitore può essere ridotto o mediante la riduzione della larghezza di banda  $BW$  dell'accelerometro, quando questo è possibile, oppure introducendo, tra l'uscita dell'accelerometro e l'ingresso del convertitore, un filtro passa basso ad uno, due o più poli<sup>(4)</sup>, avente larghezza di banda inferiore alla banda  $BW$  dell'accelerometro. E' opportuno osservare che la misura dell'inclinazione è sostanzialmente una misura di accelerazione "statica", ovvero di un'accelerazione che può essere considerata costante nel tempo o variabile molto lentamente; pertanto la larghezza di banda dell'accelerometro, o del filtro passa basso esterno, possono assumere valori anche inferiori a qualche Hz senza che vi sia perdita dell'informazione.

Si ricorda, inoltre, che la presenza del filtro passa basso in uscita all'accelerometro, sia questo interno al dispositivo o realizzato da una resistenza interna e da una capacità esterna, o di un filtro passa basso esterno posto tra l'uscita del dispositivo e l'ingresso del convertitore analogico/digitale, non solo determina il livello di rumore, ma svolge anche la funzione di filtro *antialiasing*, ossia aiuta a prevenire i fenomeni di *aliasing* caratteristici dell'operazione di campionamento a cui è sottoposto il segnale analogico (vedi paragrafo 3.3.2). Dato che la condizione perché non vi siano fenomeni di *aliasing* è che la banda del segnale da campionare sia minore, o al massimo uguale, a metà della frequenza di campionamento, la funzione di *antialiasing* del filtro risulta trarre beneficio dalla possibilità di ridurre la

(4) Si osserva che per i filtri passa basso a due o più poli, la banda equivalente di rumore risulta essere minore della banda equivalente del filtro a polo singolo espressa dal prodotto  $(\pi/2)f_H$ , con  $f_H$  frequenza di taglio superiore a -3 dB, e impiegata nelle espressioni (7.15) e (7.16). Ne deriva che il livello di rumore in uscita da un filtro passa basso a due poli, con  $f_H$  banda a -3 dB, è minore del livello di rumore in uscita da un filtro passa basso a polo singolo avente stessa banda  $f_H$ .

larghezza di banda dell'accelerometro, o del filtro passa basso esterno, a valori anche inferiori a qualche Hertz.

Tra gli accelerometri commerciali introdotti nel corso dei capitoli precedenti, ed in particolare nel capitolo 6 dove sono stati riportati i valori dei principali parametri caratteristici forniti dai costruttori (vedi tabelle 6.1-6.8), gli accelerometri della serie LIS della STMicroelectronics, delle serie KXM e KXPA della Kionix Inc. e della serie ADXL della Analog Devices, con l'eccezione dell'ADXL50, dell'ADXL05 e dell'ADXL150, sono accomunati dal fatto di presentare, su ciascuna uscita analogica, il già citato filtro passa basso RC composto da una resistenza interna al dispositivo e da un condensatore esterno connesso tra massa ed uscita analogica [4, 6-12, 14-25]. Come accennato in precedenza, il filtro passa basso RC determina, per ognuna delle uscite, la risposta in frequenza dell'accelerometro la cui larghezza di banda  $BW$ , relativa ad una data uscita, risulta coincidere con la frequenza di taglio a -3 dB del corrispondente filtro passa basso RC. La scelta della frequenza di taglio del filtro, e quindi della larghezza di banda  $BW$  dell'accelerometro, è demandata all'utilizzatore, che nei limiti raccomandati dal costruttore, ne fissa il valore mediante il dimensionamento della capacità esterna. In particolare, indicata con  $R_{FILT}$  la resistenza interna del filtro RC e con  $C_X$  la capacità esterna relativa all'asse  $X$  (vedi Fig. 7.3), la frequenza di taglio del filtro passa basso, e quindi la corrispondente larghezza di banda  $BW$  dell'accelerometro, è data da:

$$f_{-3dB} = \frac{1}{2\pi R_{FILT} C_X} \quad (7.17)$$

E' evidente che se si desidera ridurre il livello di rumore in uscita all'accelerometro mediante la riduzione della larghezza di banda  $BW$ , questo è possibile farlo aumentando in modo opportuno il valore della capacità esterna. A tale scopo i costruttori forniscono per i dispositivi delle serie sopra menzionate, sia il valore nominale della resistenza interna  $R_{FILT}$  (32 k $\Omega$  per gli accelerometri presi in considerazione della serie ADXL, KXM, KXPA, e 110 k $\Omega$  per gli accelerometri della serie LIS), sia il valore massimo e minimo che la resistenza può assumere

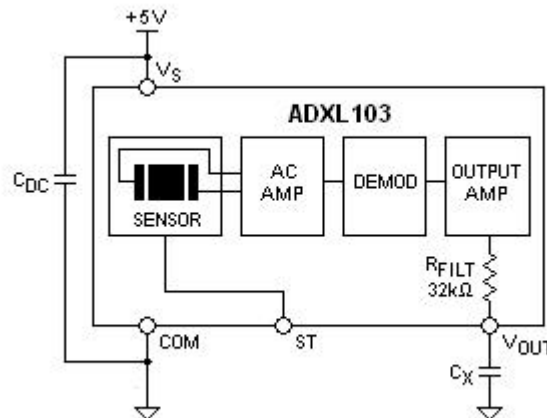


Fig. 7.3 Schema funzionale a blocchi dell'accelerometro ADXL103.

[4, 6-12, 14-25]. Noto il valore della larghezza di banda desiderata, ad esempio per l'uscita analogica relativa all'asse  $X$ , il valore nominale della capacità esterna  $C_X$  è ottenibile dalla (7.17). La larghezza di banda dell'accelerometro può assumere valori anche inferiori all'Hertz, come nel caso degli accelerometri ADXL103, ADXL204, ADXL320, ADXL322, ADXL323 e ADXL330, per i quali il costruttore dichiara una larghezza di banda minima di 0,5 Hz per ciascun asse di sensibilità [4, 7, 9-12].

Si consideri, ad esempio, l'accelerometro  $X$ -Axis della Analog Devices ADXL103, il cui schema funzionale a blocchi è mostrato in Fig. 7.3. Dalla Tabella 6.1 di capitolo 6, si ricava la tensione di alimentazione del dispositivo,  $V_S = 5$  V; la sensibilità  $S = 1$  V/g; la densità spettrale dell'accelerazione di rumore  $N_d = 110 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$ ; e la minima capacità esterna richiesta pari a  $0,002 \mu\text{F}$  a cui corrisponde una larghezza di banda  $BW$  di 2,5 kHz. Per la resistenza interna  $R_{FILT}$  il costruttore fornisce un valore nominale di  $32 \text{k}\Omega$ , un valore massimo di  $40 \text{k}\Omega$  e un minimo di  $24 \text{k}\Omega$ .

Nel caso in cui la capacità esterna  $C_X$  sia la capacità minima di  $0,002 \mu\text{F}$ , il valore efficace della tensione di rumore presente in uscita all'accelerometro, dato dalla (7.16), risulta essere pari a  $v_{RMS} = 6,9 \times 10^{-3}$  V. Ricordando che l'ampiezza  $\Delta$  dell'intervallo di quantizzazione di un convertitore a 8 bit e fondo scala  $FS = 5$  V è di  $19,5 \times 10^{-3}$  V, si constata che la condizione vista in precedenza sul livello di rumore in ingresso al convertitore ADC è soddisfatta essendo  $v_{RMS}$  inferiore a  $\Delta$ . Riducendo la larghezza di banda dell'accelerometro, ossia aumentando il valore della capacità esterna  $C_X$ , la tensione di rumore  $v_{RMS}$  diminuisce ulteriormente; in particolare, la condizione di minima incertezza sulla singola misura dell'inclinazione,  $\Delta \geq 6,6 v_{RMS}$ , è soddisfatta per larghezze di banda  $BW$  inferiori ai 460,8 Hz ( $C_X \geq 10,79 \text{nF}$ ). In Tabella 7.4 sono riportati, per alcuni valori della banda  $BW$  dell'accelerometro, i corrispondenti valori della capacità esterna  $C_X$ , dell'accelerazione di rumore  $a_{RMS}$  e della tensione di rumore  $v_{RMS}$  in uscita all'accelerometro.

**Tabella 7.4** Accelerazione e tensione di rumore in uscita all'accelerometro  $X$ -Axis MMA2260D.

<b>Larghezza di Banda <math>BW</math> (Hz)</b>	<b>Capacità Esterna <math>C_X</math> (<math>\mu\text{g}</math>)</b>	<b>Accelerazione di Rumore <math>a_{RMS}</math> (mg)</b>	<b>Tensione di Rumore <math>v_{RMS}</math> (mV)</b>
0,5	9,94718	0,09748	0,09748
1	4,97359	0,13786	0,13786
2	2,48680	0,19497	0,19497
3	1,65786	0,23879	0,23879
4	1,24340	0,27573	0,27573
5	0,99472	0,30827	0,30827
10	0,49736	0,43597	0,43597
15	0,33157	0,53395	0,53395
20	0,24868	0,61655	0,61655
25	0,19894	0,68932	0,68932

<i>Larghezza di Banda BW (Hz)</i>	<i>Capacità Esterna C<sub>X</sub> (μg)</i>	<i>Accelerazione di Rumore a<sub>RMS</sub> (mg)</i>	<i>Tensione di Rumore v<sub>RMS</sub> (mV)</i>
50	0,09947	0,97485	0,97485
100	0,04974	1,37865	1,37865
150	0,03316	1,68849	1,68849
200	0,02487	1,94970	1,94970
250	0,01989	2,17983	2,17983
500	0,00995	3,08275	3,08275
1000	0,00497	4,35966	4,35966
1500	0,00332	5,33947	5,33947
2000	0,00249	6,16549	6,16549
2500	0,00199	6,89323	6,89323

Se il convertitore analogico/digitale ha risoluzione  $n = 10$  anziché  $n = 8$ , come visto poco sopra, l'ampiezza  $\Delta$  dell'intervallo di quantizzazione è di  $4,9 \times 10^{-3} \text{ V}$  invece di  $19,5 \times 10^{-3} \text{ V}$ . Dalla (7.16) si ricava che il valore di  $v_{RMS}$  è minore di  $\Delta$  se la larghezza di banda  $BW$  dell'accelerometro è inferiore ai 1254,4 Hz. Pertanto, se si desidera impiegare un convertitore a 10 bit per convertire il segnale analogico d'uscita dell'accelerometro ed allo stesso tempo soddisfare la condizione sul livello di rumore in ingresso al convertitore in modo tale che la risoluzione effettiva della misura dell'inclinazione sia quella determinata dal convertitore, è sufficiente limitare la larghezza di banda dell'accelerometro a frequenze inferiori ai 1254,4 Hz, e questo si ottiene, per la (7.17), con valori della capacità esterna  $C_X$  superiori ai 3,96 nF. Inoltre, la condizione di minima incertezza sulla singola misura dell'inclinazione ( $\Delta \geq 6,6 v_{RMS}$ ) è soddisfatta per larghezze di banda  $BW$  inferiori ai 28,8 Hz, corrispondenti a capacità  $C_X$  maggiori di 172,71 nF.

### 7.1.1.2 Misura dell'inclinazione con un accelerometro Z-Axis

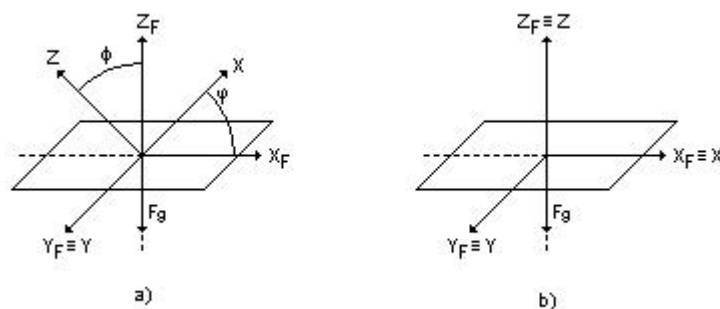
Nel paragrafo precedente si è visto come l'inclinazione di un oggetto rispetto ad un piano di riferimento ortogonale alla forza di gravità  $F_g$  possa essere misurata mediante un accelerometro laterale X-Axis con asse di sensibilità parallelo al piano di riferimento in condizioni di inclinazione nulla.

Si consideri ora, al posto dell'accelerometro X-Axis, un accelerometro verticale Z-Axis fissato all'oggetto di cui si vuole misurare l'inclinazione in modo tale che il suo asse di sensibilità (asse Z) sia parallelo, in condizione di inclinazione nulla, alla direzione di azione della forza di gravità  $F_g$  ma orientato nel verso opposto.

Si consideri, per semplicità di trattazione, i due sistemi di riferimento cartesiani di Fig. 7.4 definiti dalle terne di assi  $(X_F, Y_F, Z_F)$  e  $(X, Y, Z)$ . Il primo sia un sistema di riferimento fisso in cui l'asse  $Z_F$  ha la stessa direzione del vettore rappresentativo della forza di gravità  $F_g$  ma con verso opposto e gli assi  $X_F, Y_F$ , giacenti nel piano di riferimento rispetto al quale viene misurata l'inclinazione dell'oggetto. Il secondo sia un sistema di riferimento mobile, solidale all'oggetto di cui si vuole misurare

l'inclinazione e con asse  $Z$  coincidente con l'asse di sensibilità dell'accelerometro  $Z$ -Axis. Inoltre, i due sistemi siano perfettamente sovrapponibili nel caso di inclinazione nulla.

Supponiamo, infine, che l'inclinazione  $\varphi$  dell'oggetto sia il risultato di una rotazione degli assi  $X$  e  $Z$  attorno agli assi sovrapposti  $Y$  e  $Y_F$ . Pertanto, l'inclinazione  $\varphi$  può essere vista come l'angolo formato tra l'asse  $X$  del sistema di riferimento mobile e l'asse  $X_F$  del sistema di riferimento fisso e coinciderà con l'angolo  $\phi$  compreso tra gli assi  $Z$  e  $Z_F$ , ovvero tra l'asse di sensibilità dell'accelerometro  $Z$ -Axis e la normale al piano di riferimento ortogonale alla forza  $F_g$ .



**Fig. 7.4** Sistema di riferimento mobile ( $X, Y, Z$ ) e fisso ( $X_F, Y_F, Z_F$ ) per una inclinazione  $\varphi$ : a) generica; b) nulla.

In condizione di inclinazione nulla,  $\varphi=0^\circ$ , l'asse di sensibilità  $Z$  e il vettore rappresentativo della forza di gravità  $F_g$  risultano avere la stessa direzione ma verso opposto. L'accelerometro misurerà un'accelerazione positiva pari all'accelerazione gravitazionale  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  in quanto la forza  $F_g$  agirà sulla massa sismica del sensore spostandola della stessa quantità e nello stesso verso in cui si sposterebbe per effetto della forza d'inerzia se il sensore fosse posto in movimento nel verso indicato dall'asse  $Z$  con un'accelerazione pari all'accelerazione di gravità. Nel caso in cui l'oggetto di cui si vuole misurare l'inclinazione sia inclinato di un angolo  $\varphi$  rispetto al piano di riferimento, o più precisamente rispetto all'asse  $X_F$  del sistema di riferimento cartesiano fisso, la componente dell'accelerazione gravitazionale agente sull'asse di sensibilità dell'accelerometro  $Z$ -Axis è funzione dell'angolo  $\phi$  formato dall'asse  $Z$  con la normale al piano di riferimento rappresentata dall'asse  $Z_F$  del sistema cartesiano fisso. Essendo  $\phi$  coincidente con l'angolo d'inclinazione  $\varphi$  si ha che l'accelerazione  $a_z$  misurata dall'accelerometro risulta essere data da:

$$a_z = g \cos(\phi) = g \cos(\varphi) \quad (7.18)$$

nel caso l'accelerazione sia espressa in  $\text{m/s}^2$ , oppure da:



$$a_z = \cos(\varphi) = \cos(\varphi) \quad (7.19)$$

se invece è espressa in  $g$  ( $1 g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ), ovvero se  $a_z$  è normalizzata rispetto all'accelerazione di gravità  $g$ .

Facendo riferimento, da ora in poi, alla (7.19) come espressione della accelerazione  $a_z$  misurata in corrispondenza di un'inclinazione  $\varphi$ , e quindi esprimendo in  $g$  i valori di accelerazione che si incontreranno nel corso del paragrafo, si ha che la tensione d'uscita  $V_{OUT}$  presente in uscita all'accelerometro per effetto dell'inclinazione  $\varphi$  è data da:

$$V_{OUT} = V_0 + S a_z = V_0 + S \cos(\varphi) \quad (7.20)$$

dove  $V_0$  è la tensione d'uscita in condizioni di accelerazione nulla (*zero-g level*) ed  $S$  la sensibilità dell'accelerometro espressa in  $V/g$  (*sensitivity*).

Data la comune natura e la stretta somiglianza delle espressioni (7.19) e (7.20) con le espressioni (7.4) e (7.5) ricavate nel paragrafo precedente per l'accelerazione  $a_x$  misurata dall'accelerometro laterale  $X$ -Axis e per la relativa tensione d'uscita, è possibile fare, per l'accelerometro verticale  $Z$ -Axis, le stesse considerazioni svolte nel paragrafo precedente per il microaccelerometro  $X$ -Axis.

In primo luogo, dalla (7.20) si osserva che la tensione d'uscita  $V_{OUT}$  non è una funzione lineare dell'angolo d'inclinazione  $\varphi$ . Ne deriva che la sensibilità di  $V_{OUT}$  alle variazioni dell'angolo  $\varphi$  non è costante ma varia al variare di  $\varphi$ . In particolare, confrontando la (7.19) con la (7.20) si osserva che l'andamento della sensibilità della tensione d'uscita è pari, a meno della costante moltiplicativa  $S$ , all'andamento della sensibilità dell'accelerometro in termini dell'accelerazione misurata. Come fatto nel paragrafo 7.1.1.1 per la sensibilità  $S_x$ , si definisce la sensibilità  $S_z$  dell'accelerometro  $Z$ -Axis come la variazione subita dall'accelerazione  $a_z$  in seguito all'incremento di un grado dell'inclinazione  $\varphi$ . Indicata con  $\Delta a_z$  la variazione della componente dell'accelerazione gravitazionale agente lungo l'asse di sensibilità dell'accelerometro e da questo misurata, e con  $\Delta \varphi$  la variazione dell'angolo d'inclinazione  $\varphi$ , la sensibilità  $S_z$  appena definita risulta essere data, per la (7.19), da:

$$S_z = \frac{\Delta a_z}{\Delta \varphi} = \frac{\cos(\varphi + \Delta \varphi) - \cos(\varphi)}{\Delta \varphi} = \cos(\varphi + 1) - \cos(\varphi) \quad (7.21)$$

dove si ricorda che i valori di accelerazione sono espressi in  $g$  e gli angoli d'inclinazione in gradi.

In Tabella 7.5 sono riportati i valori assunti dalla sensibilità  $S_z$  per alcuni angoli d'inclinazione  $\varphi$ , mentre in Fig. 7.5 è mostrato l'andamento della sensibilità nei sui valori assoluti.

**Tabella 7.5** Sensibilità dell'asse di misura rispetto alla sua inclinazione.

<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_z</math> (g/°)</b>	<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_z</math> (g/°)</b>	<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_z</math> (g/°)</b>
0	-0,0002	120	-0,0150	240	0,0152
5	-0,0017	125	-0,0142	245	0,0159
10	-0,0032	130	-0,0133	250	0,0165
15	-0,0047	135	-0,0122	255	0,0169
20	-0,0061	140	-0,0111	260	0,0172
25	-0,0075	145	-0,0099	265	0,0174
30	-0,0089	150	-0,0086	270	0,0175
35	-0,0101	155	-0,0072	275	0,0174
40	-0,0113	160	-0,0058	280	0,0172
45	-0,0124	165	-0,0044	285	0,0168
50	-0,0135	170	-0,0029	290	0,0163
55	-0,0144	175	-0,0014	295	0,0158
60	-0,0152	180	0,0002	300	0,0150
65	-0,0159	185	0,0017	305	0,0142
70	-0,0165	190	0,0032	310	0,0133
75	-0,0169	195	0,0047	315	0,0122
80	-0,0172	200	0,0061	320	0,0111
85	-0,0174	205	0,0075	325	0,0099
90	-0,0175	210	0,0089	330	0,0086
95	-0,0174	215	0,0101	335	0,0072
100	-0,0172	220	0,0113	340	0,0058
105	-0,0168	225	0,0124	345	0,0044
110	-0,0163	230	0,0135	350	0,0029
115	-0,0158	235	0,0144	355	0,0014

Dalla Tabella 7.5 si osserva che l'andamento della sensibilità  $S_z$  al variare dell'angolo  $\varphi$  ricalca il comportamento della funzione trigonometrica  $-\sin(\varphi)$  e il suo modulo presenta un minimo di  $0,0002 \text{ g/°}$  per  $\varphi=0^\circ$  e  $\varphi=180^\circ$ , e un massimo di  $0,0175 \text{ g/°}$  per  $\varphi=90^\circ$  e  $\varphi=270^\circ$ . Dalla Fig. 7.4 è facile constatare come la sensibilità  $S_z$  sia minima, in valore assoluto, per inclinazioni dell'oggetto vicine allo zero per poi aumentare all'aumentare dell'angolo  $\varphi$  fino a pervenire ad un massimo per  $\varphi=90^\circ$ . Per angoli maggiori di  $90^\circ$  la sensibilità diminuisce fino a raggiungere nuovamente un minimo per  $\varphi=180^\circ$ . L'andamento del modulo della  $S_z$  si ripete poi per  $\varphi$  compresi tra  $180^\circ$  e  $360^\circ$ . In conclusione, la sensibilità dell'accelerometro Z-Axis alla variazione dell'inclinazione  $\varphi$  è massima quando l'oggetto su cui è fissato si trova in posizione perpendicolare al piano di riferimento, mentre è minima quando l'oggetto è disposto parallelamente ad esso. In altre parole,

la sensibilità  $S_z$  è massima quando l'asse di sensibilità  $Z$  dell'accelerometro è complanare al piano di riferimento ed è minima quando l'asse  $Z$  è parallelo alla forza di gravità  $F_g$ .

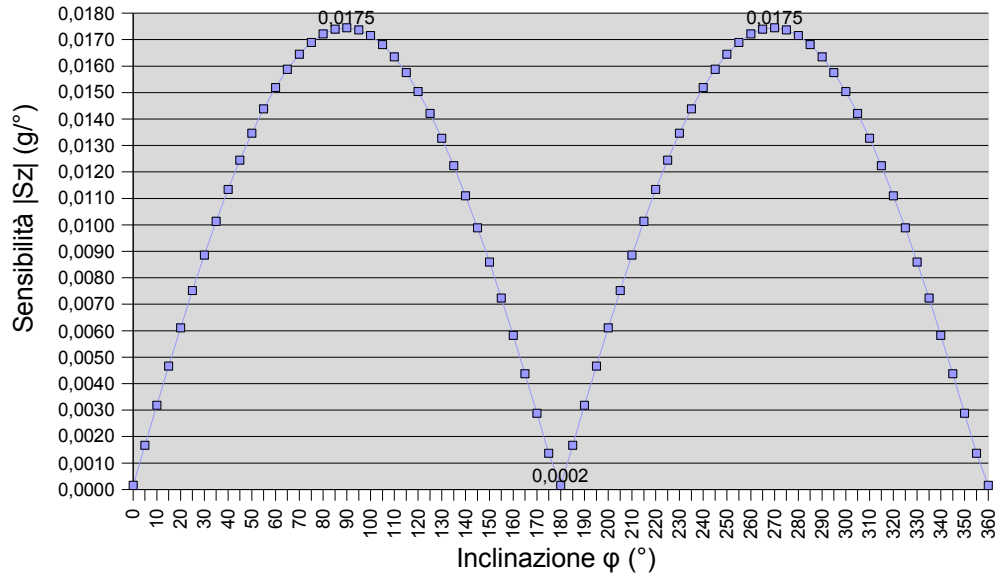


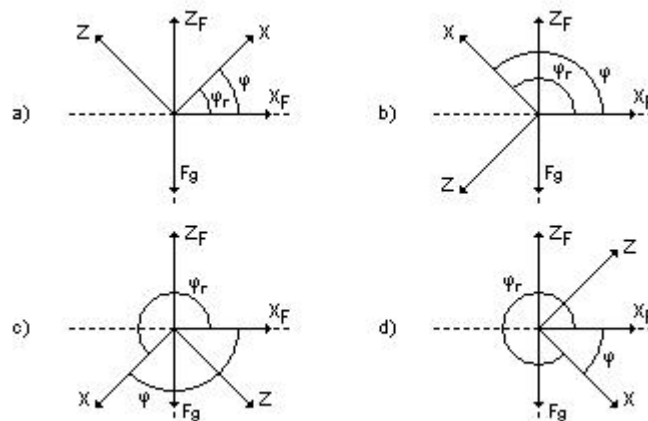
Fig. 7.5 Modulo della sensibilità  $S_z$  al variare dell'inclinazione  $\varphi$ .

Dall'andamento della sensibilità  $S_z$  al variare dell'angolo d'inclinazione  $\varphi$  e tenuto conto del fatto che la sensibilità della tensione d'uscita  $V_{OUT}$  si differenzia dalla  $S_z$  per la sola costante moltiplicativa  $S$  (*sensitivity*), si può concludere che l'impiego di un solo accelerometro verticale  $Z$ -Axis per la misura dell'inclinazione  $\varphi$  andrebbe limitato a quegli angoli per cui la sensibilità  $S_z$  risulta assumere, in modulo, valori prossimi al suo massimo assoluto. Dalla Tabella 7.5 si osserva che questo accade, ad esempio, per inclinazioni  $\varphi$  comprese tra i 45 e i 90 gradi; infatti, per tali valori la sensibilità  $S_z$  è superiore al 70% del valore massimo. Inoltre, dalla (7.20), si constata che la sensibilità della tensione  $V_{OUT}$  al variare dell'inclinazione  $\varphi$  è tanto maggiore quanto più è elevato il parametro  $S$ . Pertanto, nella misura dell'inclinazione è preferibile l'impiego di accelerometri con elevata sensibilità  $S$  e piccoli range di accelerazione d'ingresso.

E' opportuno osservare, anche in questo caso, che la natura sinusoidale dell'espressione (7.20) della tensione d'uscita  $V_{OUT}$  fa sì che ad uno stesso valore di  $V_{OUT}$  corrispondano due distinti valori di  $\varphi$  nell'intervallo angolare  $[0^\circ, 360^\circ]$ . Da qui l'impossibilità di determinare in modo univoco l'angolo d'inclinazione  $\varphi$  dalla sola osservazione della tensione d'uscita  $V_{OUT}$ . Ad esempio: per  $\varphi=45^\circ$  l'accelerazione misurata dall'accelerometro  $Z$ -Axis è pari, per la (7.19), ad  $a_z=0,7071 g$ ; lo stesso valore di accelerazione viene misurato anche per  $\varphi=315^\circ$ . Ne deriva che per i due angoli d'inclinazione indicati la tensione  $V_{OUT}$  assume lo stesso valore sia in modulo che in segno rendendo impossibile risalire dalla  $V_{OUT}$  alla

corretta 'inclinazione  $\varphi$  .

L'univocità della  $V_{OUT}$ , e quindi della misura dell'inclinazione, si ottiene limitando il range delle inclinazioni misurabili agli angoli compresi tra  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Pertanto, nella rappresentazione dell'inclinazione mediante i due sistemi di riferimento cartesiani introdotti in Fig. 7.4, l'impiego del solo accelerometro Z-Axis consente la misura dell'angolo  $\varphi$  , indicato in Fig. 7.6, formato dall'asse  $X$  del sistema di riferimento mobile con l'asse  $X_F$  del sistema di riferimento fisso limitatamente all'intervallo  $[0^\circ, 180^\circ]$  In Fig. 7.6 viene anche indicato l'angolo di rotazione  $\varphi_r$  definito come l'angolo formato tra l'asse mobile  $X$  e l'asse fisso  $X_F$  a seguito di una rotazione antioraria del primo attorno agli assi sovrapposti  $Y$  e  $Y_F$ .



**Fig. 7.6** Inclinazione  $\varphi$  misurata dall'accelerometro Z-Axis.

La tensione d'uscita  $V_{OUT}$  dell'accelerometro viene infine utilizzata per risalire all'angolo  $\varphi$  che l'ha generata. Si possono fare ora tutte le considerazioni svolte a riguardo nel paragrafo precedente per l'accelerometro laterale X-Axis non essendoci sostanziali differenze se non dovute all'andamento della tensione  $V_{OUT}$  al variare di  $\varphi$  .

Innanzitutto, l'angolo di inclinazione  $\varphi$  viene ricavato dalla tensione d'uscita  $V_{OUT}$  mediante un algoritmo di calcolo che implementa la funzione inversa della (7.20); oppure attraverso una tabella di confronto (*lookup table*) che associa al valore di  $V_{OUT}$  un angolo  $\varphi$  calcolato in precedenza e memorizzato in tabella. Entrambe le soluzioni vengono implementate mediante un *microcontroller* che richiede, prima della loro esecuzione, la conversione analogica/digitale della tensione d'uscita  $V_{OUT}$ . L'uscita analogica dell'accelerometro viene quindi convertita in un segnale digitale da un convertitore ADC che può essere interno o esterno al *microcontroller*. Il valore  $D_{OUT}$  dell'uscita digitale ottenuto dalla conversione di  $V_{OUT}$  viene poi usato nell'algoritmo di calcolo oppure viene impiegato per la ricerca nella *lookup table* del corrispondente angolo d'inclinazione  $\varphi$  .

Facendo riferimento, anche in questo caso, al calcolo dell'angolo  $\varphi$  mediante la funzione inversa della (7.20), si consideri il convertitore analogico/digitale unipolare

descritto nel paragrafo precedente, avente fondo scala  $FS$  uguale alla tensione di alimentazione  $V_S$  del sistema accelerometro-*microcontroller*, risoluzione  $n$ , e operante la suddivisione del range delle tensioni d'ingresso come indicato dalle (7.12) e (7.13). Sia  $D_{OUT}$  l'uscita digitale del convertitore ADC corrispondente alla tensione  $V_{OUT}$  presente al suo ingresso e dovuta all'inclinazione  $\varphi$  <sup>(5)</sup>. L'algoritmo di calcolo prevede di associare al valore logico  $D_{OUT}$  la tensione quantizzata  $V_{OUTq}$ :

$$V_{OUTq} = D_{OUT} \Delta = D_{OUT} \frac{V_S}{2^n} \quad (7.22)$$

con  $\Delta = V_S/2^n$  l'ampiezza dell'intervallo di quantizzazione.

Alla tensione d'uscita quantizzata  $V_{OUTq}$  viene poi associata l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  data dall'inversa della (7.20), ovvero dalla:

$$\varphi_q = \arccos\left(\frac{V_{OUTq} - V_0}{S}\right) \quad (7.23)$$

Ecco allora, che come si è fatto nel paragrafo precedente, si può definire, anche in questo caso, l'errore di quantizzazione  $e_q$  e il massimo errore di quantizzazione associato all'inclinazione  $\varphi_q$ . Il primo è la differenza tra l'angolo di inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  e l'inclinazione effettiva  $\varphi$ :

$$e_q = \varphi_q - \varphi \quad (7.24)$$

mentre il secondo è il massimo valore che il modulo della (7.24) può assumere al variare dell'angolo  $\varphi$  nell'intervallo delle inclinazioni associate dall'operazione di conversione analogica/digitale all'angolo  $\varphi_q$ .

Allo stesso modo, si definisce risoluzione della misura dell'inclinazione la distanza, in valore assoluto, tra gli angoli d'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  e  $\varphi_q'$  corrispondenti, rispettivamente, ai valori  $D_{OUT}$  e  $D_{OUT}' = D_{OUT} + 1$  dell'uscita digitale del convertitore ADC. La risoluzione è misurata in  $^\circ/\text{LSB}$  in quanto la distanza tra le rappresentazioni binarie delle uscite  $D_{OUT}$  e  $D_{OUT}'$  è pari al bit meno significativo (1 LSB).

Sulla falsariga di quanto visto nel paragrafo precedente si osserva che l'errore di quantizzazione  $e_q$ , il massimo errore di quantizzazione e la risoluzione della misura, sono funzione dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ . In particolare, il massimo errore di quantizzazione e la risoluzione della misura assumono il loro valore massimo per quelle inclinazioni  $\varphi_q$  corrispondenti agli angoli di inclinazione effettiva  $\varphi$  per i quali la sensibilità  $S_z$  dell'accelerometro è minima in modulo ( $\varphi = 0^\circ$ ,  $\varphi = 180^\circ$ ); mentre assumono il loro valore minimo per quelle inclinazioni  $\varphi_q$  dove il modulo della  $S_z$  è massimo ( $\varphi = 90^\circ$ ). In sostanza, l'andamento del massimo errore di

(5) Con  $D_{OUT}$  viene indicata non solo la parola binaria di  $n$  bit che costituisce l'uscita digitale del convertitore ADC, ma anche il suo valore nella rappresentazione decimale.

quantizzazione e della risoluzione della misura al variare dell'inclinazione è l'opposto dell'andamento mostrato in Fig. 7.5 per il modulo della sensibilità  $S_z$ . Dove  $|S_z|$  aumenta,  $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ , diminuisce sia il massimo errore di quantizzazione sia il valore della risoluzione; dove  $|S_z|$  diminuisce,  $90^\circ < \varphi < 180^\circ$ , aumenta sia il massimo errore di quantizzazione che il valore della risoluzione. Si ricorda che la risoluzione è tanto migliore quanto più è piccolo il suo valore espresso in  $^\circ/\text{LSB}$ .

Infine, l'errore di quantizzazione  $e_q$ , il massimo errore di quantizzazione e la risoluzione della misura, oltre ad essere funzione dell'inclinazione  $\varphi_q$ , sono funzione della risoluzione  $n$  del convertitore analogico/digitale (si veda a tale proposito il paragrafo 7.1.1.1 essendo del tutto analoghe le considerazioni che si possono fare a riguardo). Più grande è la risoluzione  $n$  del convertitore, più piccoli sono, a parità dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ , l'errore di quantizzazione  $e_q$  e la risoluzione della misura. Quest'ultima può essere quindi migliorata aumentando la risoluzione del convertitore ADC, ma come si è visto per l'accelerometro X-Axis, l'aumento della risoluzione  $n$  deve essere accompagnato da un'opportuna riduzione del livello di rumore presente sul segnale analogico in ingresso al convertitore.

A conferma di quanto detto finora, si osservi la Tabella 7.6 dove sono riportati, per alcuni angoli d'inclinazione  $\varphi$  compresi tra 0 e 180 gradi, i corrispondenti valori dell'accelerazione  $a_z$  e della tensione d'uscita  $V_{OUT}$  calcolati tramite la (7.19) e la (7.20) nell'ipotesi che l'accelerometro Z-Axis impiegato nella misura di  $\varphi$  sia l'accelerometro commerciale MMA1260D della Freescale Semiconductor avente tensione di alimentazione  $V_S = 5 \text{ V}$ ; tensione d'uscita in condizione di accelerazione nulla  $V_0 = 2,5 \text{ V}$ ; sensibilità  $S = 1,2 \text{ V/g}$ ; densità spettrale dell'accelerazione di rumore  $N_d = 500 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$  e larghezza di banda  $BW = 50 \text{ Hz}$  [26]. Inoltre, per ogni valore di  $V_{OUT}$  calcolato, è riportata l'inclinazione quantizzata corrispondente, il massimo errore di quantizzazione e la risoluzione della misura, calcolati a partire dalla (7.23) nell'ipotesi che l'uscita analogica dell'accelerometro sia posta direttamente in ingresso ad un convertitore analogico/digitale unipolare ad 8 bit avente fondo scala  $FS = V_S = 5 \text{ V}$  e operante nei modi definiti nel corso del paragrafo 7.1.1.1.

Dalla Tabella 7.6 si osserva che l'intervallo delle tensioni assunte dalla  $V_{OUT}$  al variare dell'angolo d'inclinazione  $\varphi$  è compreso tra  $V_{OUT} = 1,3 \text{ V}$  e  $V_{OUT} = 3,7 \text{ V}$  corrispondenti, rispettivamente, a  $\varphi = 180^\circ$  e  $\varphi = 0^\circ$ . In particolare, la tensione  $V_{OUT}$  ricalca l'andamento della funzione  $\cos(\varphi)$  presentando la massima tensione d'uscita per  $\varphi = 0^\circ$ , la tensione  $V_0 = 2,5 \text{ V}$  per  $\varphi = 90^\circ$  e la tensione minima (1,3 V) per  $\varphi = 180^\circ$ .

Stesso andamento risultano avere sia l'uscita digitale  $D_{OUT}$  che l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  calcolata a partire da  $D_{OUT}$  tramite la (7.23). Così, alla massima tensione d'uscita  $V_{OUT} = 3,7 \text{ V}$  corrisponde l'uscita digitale  $D_{OUT} = 189$  e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q = 6,8612^\circ$ ; alla tensione  $V_{OUT} = V_0 = 2,5 \text{ V}$ , l'uscita  $D_{OUT} = 128$  e l'inclinazione  $\varphi_q = 90^\circ$ ; e infine, alla minima tensione d'uscita  $V_{OUT} = 1,3 \text{ V}$ , l'uscita digitale  $D_{OUT} = 67$  e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q = 173,1388^\circ$ .

Sempre dalla Tabella 7.6 si osserva che per i valori di  $D_{OUT}$  e  $\varphi_q$  appena considerati, sia il massimo errore di quantizzazione che la risoluzione della misura assumono i loro valori massimi e minimi. In particolare, per  $\varphi_q = 6,8612^\circ$  il

massimo errore di quantizzazione è di  $6,8612^\circ$  e diminuisce all'aumentare dell'inclinazione  $\varphi$  fino a scendere al suo valore minimo di  $0,4663^\circ$  per  $\varphi_q=90^\circ$ ; dopodiché aumenta fino a raggiungere nuovamente il suo massimo per  $\varphi_q=173,1388^\circ$ . Stesso andamento risulta avere la risoluzione della misura dell'inclinazione il cui valore massimo è di  $5,5681^\circ/\text{LSB}$  (risoluzione peggiore) e il valore minimo di  $0,9326^\circ/\text{LSB}$  (risoluzione migliore) ottenuto per  $\varphi_q=90^\circ$ .

Come accennato in precedenza, e come si è avuto modo di vedere in modo approfondito nel paragrafo 7.1.1.1, la risoluzione della misura dell'inclinazione può essere migliorata aumentando la risoluzione  $n$  del convertitore analogico/digitale. Ad esempio impiegando un convertitore ADC con risoluzione di 10 bit al posto del convertitore a 8 bit usato nei calcoli di Tabella 7.6. La scelta della risoluzione del convertitore deve essere però accompagnata da un'eventuale riduzione del livello di rumore presente in ingresso al convertitore analogico/digitale. Infatti, perché la risoluzione effettiva della misura dell'inclinazione sia quella indicata in Tabella 7.6 per il convertitore ad 8 bit è necessario che il valore efficace della tensione di rumore in ingresso sia inferiore all'ampiezza  $\Delta$  degli intervalli di quantizzazione in cui viene suddiviso l'intero *range* delle tensioni d'ingresso del convertitore ADC.

Nell'ipotesi che la risposta in frequenza dell'accelerometro MMA1260D sia a polo singolo, e ricordando che il costruttore fornisce per tale dispositivo una densità spettrale dell'accelerazione di rumore  $N_d$  di  $500 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$  e una larghezza di banda  $BW$  di 50 Hz, dalla (7.16) si ricava che il valore efficace  $v_{RMS}$  della tensione di rumore presente all'uscita analogica dell'accelerometro è pari a  $v_{RMS}=5,3 \times 10^{-3} \text{ V}$ . Dall'altro lato, per il convertitore ad 8 bit considerato nell'esempio di Tabella 7.6, l'ampiezza degli intervalli di quantizzazione è  $\Delta=V_S/2^n=19,5 \times 10^{-3} \text{ V}$ ; maggiore, quindi, della tensione di rumore  $v_{RMS}$ .

Nel caso, invece, si utilizzi un convertitore a 10 bit anziché ad 8 bit, l'ampiezza  $\Delta$  degli intervalli di quantizzazione è di  $4,9 \times 10^{-3} \text{ V}$  (minore di  $v_{RMS}$ ). Pertanto, se si desidera aumentare la risoluzione della misura dell'inclinazione ed allo stesso tempo fare in modo che la risoluzione effettiva sia quella determinata dal convertitore a 10 bit, è necessario ridurre il livello di rumore in ingresso al convertitore nei modi visti in paragrafo 7.1.1.1.

**Tabella 7.6** Misura dell'inclinazione mediante l'accelerometro Z-Axis MMA1260D<sup>(a)</sup>.

Inclinazione $\varphi$ ( $^\circ$ )	Accelerazione $a_z$ (g)	Uscita Analogica $V_{OUT}$ (V)	Uscita ADC <sup>(b)</sup> $D_{OUT}$ (LSB)	Inclinazione Quantizzata $\varphi_q$ ( $^\circ$ )	Massimo <sup>(c)</sup> Errore di Quantizzazione ( $^\circ$ )	Risoluzione <sup>(d)</sup> ( $^\circ/\text{LSB}$ )
0	1,0000	3,7000	189	6,8612	6,8612	-
5	0,9962	3,6954	189	6,8612	6,8612	-
10	0,9848	3,6818	189	6,8612	6,8612	-
15	0,9659	3,6591	187	16,2015	1,7650	3,7722
20	0,9397	3,6276	186	19,2637	1,4672	3,0622

<i>Inclinazione <math>\varphi</math></i> (°)	<i>Accelerazione</i> $a_x$ (g)	<i>Uscita Analogica <math>V_{out}</math></i> (V)	<i>Uscita ADC<sup>(b)</sup></i> $D_{out}$ (LSB)	<i>Inclinazione Quantizzata <math>\varphi_q</math></i> (°)	<i>Massimo<sup>(c)</sup></i> <i>Errore di</i> <i>Quantizzazione</i> (°)	<i>Risoluzione<sup>(d)</sup></i> (°/LSB)
25	0,9063	3,5876	184	24,2923	1,1595	2,3767
30	0,8660	3,5392	181	30,3868	0,9348	1,8975
35	0,8192	3,4830	178	35,5309	0,8104	1,6377
40	0,7660	3,4193	175	40,0953	0,7295	1,4705
45	0,7071	3,3485	171	45,5834	0,6565	1,3206
50	0,6428	3,2713	167	50,5974	0,6061	1,2176
55	0,5736	3,1883	163	55,2734	0,5693	1,1426
60	0,5000	3,1000	159	59,6980	0,5416	1,0862
65	0,4226	3,0071	154	64,9647	0,5157	1,0337
70	0,3420	2,9104	149	70,0136	0,4969	0,9955
75	0,2588	2,8106	144	74,9052	0,4835	0,9681
80	0,1736	2,7084	139	79,6864	0,4743	0,9493
85	0,0872	2,6046	133	85,3321	0,4680	0,9363
90	0,0000	2,5000	128	90,000	0,4663	0,9326
95	-0,0872	2,3954	123	94,6679	0,4680	0,9351
100	-0,1736	2,2916	117	100,3136	0,4743	0,9465
105	-0,2588	2,1894	112	105,0948	0,4835	0,9637
110	-0,3420	2,0896	107	109,9864	0,4969	0,9893
115	-0,4226	1,9929	102	115,0353	0,5157	1,0250
120	-0,5000	1,9000	97	120,3020	0,5416	1,0743
125	-0,5736	1,8117	93	124,7266	0,5693	1,1270
130	-0,6428	1,7287	89	129,4026	0,6061	1,1967
135	-0,7071	1,6515	85	134,4166	0,6565	1,2914
140	-0,7660	1,5807	81	139,9047	0,7295	1,4270
145	-0,8192	1,5170	78	144,4691	0,8104	1,5746
150	-0,8660	1,4608	75	149,6132	0,9348	1,7959
155	-0,9063	1,4124	72	155,7077	1,1595	2,1758
160	-0,9337	1,3724	70	160,7363	1,4672	2,6520
165	-0,9659	1,3409	69	163,7985	1,7650	3,0622
170	-0,9848	1,3182	67	173,1388	6,8612	5,5681
175	-0,9962	1,3046	67	173,1388	6,8612	5,5681
180	-1,0000	1,3000	67	173,1388	6,8612	5,5681

- (a) I risultati ottenuti sono riferiti all'accelerometro MMA1260D della Freescale Semiconductor caratterizzato dalla tensione di alimentazione  $V_S = 5$  V e dalla sensibilità  $S = 1,2$  V/g.  
(b) Convertitore analogico/digitale con risoluzione  $n = 8$ .  
(c) E' il massimo modulo dell'errore di quantizzazione  $e_q$  definito nella (7.24). L'errore  $e_q$  è calcolato



con riferimento all'intervallo delle inclinazioni d'ingresso compreso tra  $0^\circ$  e  $+180^\circ$ .

- (d) E' il modulo della distanza tra l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q'$  corrispondente all'uscita digitale immediatamente successiva. Si osservi che per  $D_{OUT} = 189$  non è possibile calcolare la risoluzione corrispondente in quanto  $D_{OUT} = 189$  è il massimo valore che l'uscita digitale può assumere.

## 7.1.2 Misura dell'inclinazione con un accelerometro a due assi

Nei paragrafi 7.1.1.1 e 7.1.1.2 si è visto come l'inclinazione di un oggetto rispetto ad un piano di riferimento ortogonale alla forza di gravità  $F_g$  possa essere misurata mediante l'impiego di un accelerometro ad un asse di sensibilità. In particolare nel paragrafo 7.1.1.1 è stato studiato il caso in cui l'accelerometro è fissato all'oggetto di cui si vuole misurare l'inclinazione in modo tale che il suo asse di sensibilità sia, in condizione di inclinazione nulla, parallelo al piano di riferimento. Per indicare questa situazione di partenza si è parlato di misura dell'inclinazione mediante un accelerometro *X-Axis* in quanto con tale termine si intende un accelerometro laterale ad un solo asse di sensibilità con asse parallelo alla superficie superiore dell'involucro del dispositivo. Nel paragrafo 7.1.1.2 si è studiato, invece, il caso in cui l'accelerometro è fissato all'oggetto in modo che il suo asse di sensibilità sia, in condizione di inclinazione nulla, parallelo alla direzione di azione della forza di gravità ma orientato nel verso opposto. In questo caso si è parlato di misura dell'inclinazione mediante accelerometro *Z-Axis* in quanto con questo termine si intende un accelerometro verticale con asse di sensibilità ortogonale alla superficie superiore del dispositivo.

Nel paragrafo 7.1.1.1 è stato fatto notare come nella misura dell'inclinazione mediante un accelerometro *X-Axis* la sensibilità dell'accelerometro sia maggiore per angoli d'inclinazione vicini allo zero (asse di sensibilità poco inclinato rispetto al piano di riferimento ortogonale alla forza di gravità  $F_g$ ), mentre risulta essere minima per inclinazioni vicine ai 90 gradi in valore assoluto, ossia quando l'asse di sensibilità si approssima ad essere parallelo alla forza  $F_g$ . Di contro, nel paragrafo 7.1.1.2 si è visto che nella misura dell'inclinazione mediante un accelerometro *Z-Axis* la sensibilità dell'accelerometro è massima per angoli d'inclinazione vicini ai 90 gradi (l'asse di sensibilità *Z* è poco inclinato rispetto al piano di riferimento), mentre è minima per inclinazioni vicine allo zero, o in generale quando l'asse di sensibilità dell'accelerometro *Z-Axis* è approssimativamente parallelo alla forza di gravità. In entrambi i casi la risoluzione della misura ottenuta convertendo in un segnale digitale la tensione d'uscita dell'accelerometro, risulta essere migliore dove la sensibilità dell'accelerometro è massima (la risoluzione espressa in  $^\circ/\text{LSB}$  assume qui i valori numericamente più bassi), mentre è peggiore dove la sensibilità è minima.

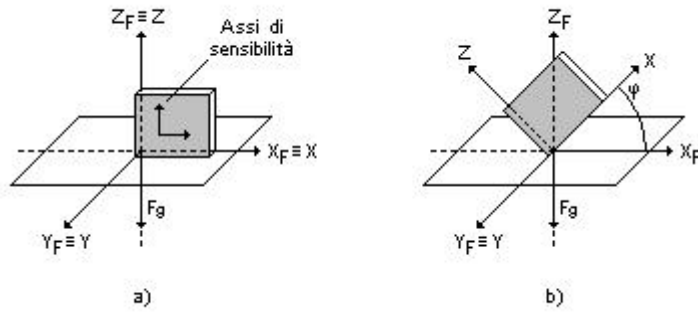
Per quanto è stato detto è evidente che l'uso del solo accelerometro *X-Axis*, o di un qualsiasi altro accelerometro nel quale venga sfruttato, per la misura dell'inclinazione, un solo asse di sensibilità posizionato parallelamente al piano di riferimento in condizione di inclinazione nulla, dovrebbe essere limitato alle sole applicazioni dove gli angoli d'inclinazione da misurare siano piccoli e comunque inferiori, in valore assoluto, ai  $45^\circ$ . Dall'altro lato, l'uso del solo accelerometro verticale *Z-Axis*, o di qualsiasi altro accelerometro che sfrutti, nella misura

dell'inclinazione, un solo asse di sensibilità posto parallelamente alla forza di gravità  $F_g$  in condizione di inclinazione nulla, andrebbe a sua volta limitato alla misura di angoli vicini ai 90 gradi (in generale compresi tra 45 e 135 gradi).

Inoltre, dai paragrafi 7.1.1.1 e 7.1.1.2, è noto che l'impiego di un solo asse di sensibilità non consente di effettuare in modo univoco la misura dell'inclinazione nell'intervallo  $[0^\circ, 360^\circ]$ , ovvero non consente la misura dell'angolo di rotazione dell'oggetto rispetto alla condizione di inclinazione nulla, o in altre parole, di determinare in quale quadrante del piano di rotazione corrisponda l'inclinazione misurata. Ad esempio, l'intervallo delle inclinazioni misurabili con l'accelerometro  $X$ -Axis è compreso tra  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$  ed è impossibile determinare, dalla misura di un angolo di  $30^\circ$ , se l'angolo di rotazione è di  $30^\circ$  o di  $150^\circ$ , cioè se l'inclinazione appartenga al primo oppure al secondo quadrante. Per l'accelerometro  $Z$ -Axis l'intervallo delle inclinazioni misurabili è compreso tra  $0^\circ$  e  $180^\circ$  e in questo caso è impossibile determinare, dalla misura di un angolo di  $30^\circ$ , se l'inclinazione appartiene al primo o al quarto quadrante del piano di rotazione ( $30^\circ$  o  $330^\circ$ ).

Le limitazioni riscontrate nell'utilizzo del solo accelerometro  $X$ -Axis, o  $Z$ -Axis, sono superate con l'impiego di un accelerometro a due assi di sensibilità fissato all'oggetto di cui si vuole misurare l'inclinazione in modo tale che, in condizione di inclinazione nulla, uno dei due assi sia parallelo al piano di riferimento ortogonale alla forza di gravità  $F_g$  mentre l'altro sia parallelo alla  $F_g$ . A tale scopo può essere utilizzato un accelerometro laterale  $XY$ -Axis, che ricordiamo avere assi di sensibilità ortogonali tra di loro e complanari alla superficie superiore dell'involucro del dispositivo, posizionato, però, verticalmente. In questo modo, combinando le uscite dell'accelerometro, è possibile allargare l'intervallo delle inclinazioni misurabili all'intervallo  $[0^\circ, 360^\circ]$ , ovvero è possibile misurare l'angolo di rotazione dell'oggetto rispetto alla condizione indicata come inclinazione nulla. Inoltre, dalla combinazione delle uscite si ottiene una sensibilità alla variazione dell'inclinazione costante su tutto l'intervallo delle inclinazioni misurabili [27].

Si consideri ora, un accelerometro laterale a due assi di sensibilità fissato all'oggetto di cui si vuole misurare l'inclinazione in modo tale che, in condizione di accelerazione nulla, uno dei suoi assi sia parallelo al piano di riferimento, mentre l'altro sia parallelo alla direzione d'azione della forza di gravità ma con verso opposto. Per semplicità di trattazione, e per conformità ai casi studiati nei paragrafi precedenti, si indichi, come mostrato in Fig. 7.7, con asse  $X$  l'asse di sensibilità complanare al piano di riferimento e con asse  $Z$  quello ad esso ortogonale. Inoltre, si consideri la rappresentazione dell'inclinazione mediante un sistema di riferimento mobile  $(X, Y, Z)$ , solidale all'oggetto, e un sistema di riferimento fisso  $(X_F, Y_F, Z_F)$ , introdotta nel paragrafo 7.1.1.2 e mostrata in Fig. 7.7. In tale rappresentazione gli assi di sensibilità dell'accelerometro indicati come asse  $X$  e asse  $Z$  coincidono, rispettivamente, con gli assi  $X$  e  $Z$  del sistema di riferimento mobile; mentre l'angolo d'inclinazione  $\varphi$  è definito dall'angolo formato dall'asse  $X$  del sistema di riferimento mobile (asse  $X$  dell'accelerometro) e l'asse  $X_F$  del sistema di riferimento fisso in seguito ad una rotazione in senso antiorario del primo rispetto al secondo.



**Fig. 7.7** Disposizione degli assi di sensibilità di un accelerometro per la misura dell'inclinazione: a)  $\varphi = 0$ ; b)  $\varphi$  generico.

Dalla (7.4) e (7.19) si ha che l'accelerazione  $a_x$  misurata dall'accelerometro lungo l'asse  $X$  e l'accelerazione  $a_z$  misurata lungo l'asse  $Z$  per effetto di un'inclinazione generica  $\varphi$ , sono date da:

$$a_x = \sin(\varphi) \quad , \quad a_z = \cos(\varphi) \quad (7.25)$$

con le accelerazioni espresse in  $g$  anziché in  $m/s^2$  ( $1 g = 9,8 m/s^2$ ) come fatto nei paragrafi precedenti e come verrà fatto anche in questo paragrafo.

Dalla (7.5) e (7.20) si ricavano le espressioni della tensione d'uscita  $V_{OUTX}$  e  $V_{OUTZ}$  presenti alle uscite analogiche dell'accelerometro corrispondenti, rispettivamente, all'asse di sensibilità  $X$  e all'asse di sensibilità  $Z$ :

$$\begin{aligned} V_{OUTX} &= V_0 + S a_x = V_0 + S \sin(\varphi) \\ V_{OUTZ} &= V_0 + S a_z = V_0 + S \cos(\varphi) \end{aligned} \quad (7.26)$$

dove  $V_0$  è la tensione d'uscita ad accelerazione nulla ed  $S$  la sensibilità dell'accelerometro espressa in  $V/g$  e supposta uguale, per semplicità, per entrambi gli assi di sensibilità<sup>(6)</sup>.

Dalla (7.25) si osserva che il rapporto tra l'accelerazione  $a_x$  e l'accelerazione  $a_z$  è pari alla tangente dell'angolo di inclinazione  $\varphi$  oggetto di misura:

$$\tan(\varphi) = \frac{a_x}{a_z} \quad (7.27)$$

(6) La supposizione trova conferma per gli accelerometri commerciali a due assi di sensibilità ( $XY$ -Axis) introdotti nel paragrafo 6.2, di cui i principali parametri caratteristici sono riportati nelle tabelle 6.3-6.6 e per i quali i costruttori forniscono lo stesso valore di sensibilità (*sensitivity*) per entrambi gli assi di misura [4-11, 14-17, 22, 28, 29].

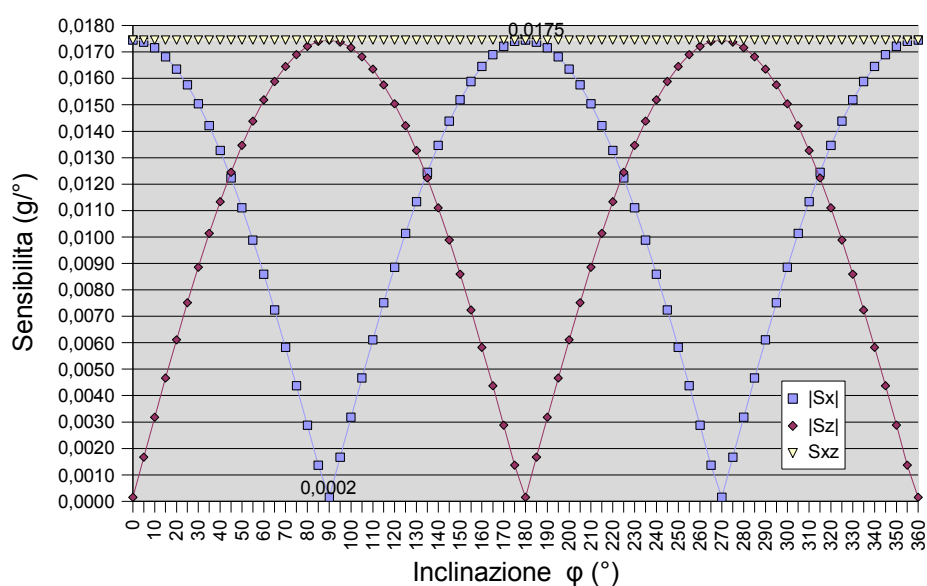
pertanto, l'inclinazione  $\varphi$  può essere ricavata dai valori delle accelerazioni  $a_x$  e  $a_z$  misurate lungo gli assi  $X$  e  $Z$  dell'accelerometro calcolandone prima il rapporto e poi l'arcotangente. In questo modo l'uso combinato delle uscite consente di ottenere una sensibilità complessiva dell'accelerometro alle variazioni dell'inclinazione  $\varphi$  costante in tutto l'intervallo angolare compreso tra 0 e 360 gradi.

Prese singolarmente, infatti, le due uscite dell'accelerometro presentano le stesse caratteristiche viste nei paragrafi precedenti. Più precisamente, per l'uscita relativa all'asse di sensibilità  $X$  si ricade nel caso di misura dell'inclinazione con l'accelerometro laterale  $X$ -Axis, mentre per l'uscita relativa all'asse  $Z$  si ricade nel caso di misura con l'accelerometro verticale  $Z$ -Axis. Così, la sensibilità dell'asse  $X$  alla variazione dell'inclinazione  $\varphi$ , definita come la variazione subita dall'accelerazione  $a_x$  in seguito ad un incremento di un grado dell'angolo  $\varphi$ , è ancora la sensibilità  $S_x$  di paragrafo 7.1.1.1 data dalla (7.6), mentre la sensibilità dell'asse  $Z$ , definita come la variazione subita dall'accelerazione  $a_z$  in seguito ad un incremento di un grado dell'angolo  $\varphi$ , è la sensibilità  $S_z$  data dalla (7.21) di paragrafo 7.1.1.2. I valori assunti dalle due sensibilità per alcuni angoli d'inclinazione compresi tra 0 e 360 gradi e gli andamenti del loro modulo sono messi a confronto, rispettivamente, in Tabella 7.7 e in Fig. 7.8.

**Tabella 7.7** Sensibilità dei singoli assi di misura e sensibilità complessiva dell'accelerometro.

<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_x</math> (g/°)</b>	<b>Sensibilità <math>S_z</math> (g/°)</b>	<b>Sensibilità Complessiva <math>S_{xz} = \sqrt{S_x^2 + S_z^2}</math> (g/°)</b>
0	0,0175	-0,0002	0,0175
15	0,0168	-0,0047	0,0175
30	0,0150	-0,0089	0,0175
45	0,0122	-0,0124	0,0175
60	0,0086	-0,0152	0,0175
75	0,0044	-0,0169	0,0175
90	-0,0002	-0,0175	0,0175
105	-0,0047	-0,0168	0,0175
120	-0,0089	-0,0150	0,0175
135	-0,0124	-0,0122	0,0175
150	-0,0152	-0,0086	0,0175
165	-0,0169	-0,0044	0,0175
180	-0,0175	0,0002	0,0175
195	-0,0168	0,0047	0,0175
210	-0,0150	0,0089	0,0175
225	-0,0122	0,0124	0,0175
240	-0,0086	0,0152	0,0175
255	-0,0044	0,0169	0,0175
270	0,0002	0,0175	0,0175

<i>Inclinazione</i> $\varphi$ (°)	<i>Sensibilità</i> $S_x$ (g/°)	<i>Sensibilità</i> $S_z$ (g/°)	<i>Sensibilità Complessiva</i> $S_{xz} = \sqrt{S_x^2 + S_z^2}$ (g/°)
285	0,0047	0,0168	0,0175
300	0,0089	0,0150	0,0175
315	0,0124	0,0122	0,0175
330	0,0152	0,0086	0,0175
345	0,0169	0,0044	0,0175



**Fig. 7.8** Modulo delle sensibilità  $S_x$  ed  $S_z$  e della sensibilità complessiva  $S_{xz}$  al variare dell'inclinazione  $\varphi$ .

Dalla Fig. 7.8 si osserva che la sensibilità dell'asse  $X$  è massima, in modulo, dove la sensibilità dell'asse  $Z$  è minima, la sensibilità  $S_x$  è minima dove la sensibilità  $S_z$  è massima,  $S_x$  aumenta dove  $S_z$  diminuisce ed infine  $S_x$  diminuisce dove  $S_z$  aumenta. L'andamento complementare delle due sensibilità viene quindi sfruttato nel calcolo dell'inclinazione  $\varphi$  mediante l'inversa della (7.27), ottenendo, dalla combinazione delle uscite dell'accelerometro, una sensibilità complessiva  $S_{xz}$  costante, data da:

$$S_{xz} = \sqrt{S_x^2 + S_z^2} \quad (7.28)$$

e che assume il valore di 0,0175 g/° su tutto l'intervallo compreso tra 0 e 360 gradi [27]. E' importante far notare che la sensibilità complessiva  $S_{xz}$ , mostrata in Fig. 7.8, è pari alla massima sensibilità che le sensibilità  $S_x$  e  $S_z$  possono assumere

singolarmente. Pertanto, la misura dell'inclinazione  $\varphi$  effettuata sfruttando la relazione trigonometrica tra le accelerazioni  $a_x$  e  $a_z$  misurate lungo gli assi di sensibilità  $X$  e  $Z$  dell'accelerometro, consente di ottenere una sensibilità complessiva costante e pari alla massima sensibilità ottenibile da ciascun asse di misura.

L'inclinazione  $\varphi$  viene quindi ricavata dalla misura delle accelerazioni  $a_x$  e  $a_z$  tramite l'inversa della (7.27), ovvero calcolando l'arcotangente del rapporto tra le due accelerazioni. Si osserva però, che a livello pratico, e per la stessa definizione della funzione trigonometrica, l'angolo ottenuto dall'arcotangente assume solo valori compresi tra  $-90^\circ$  e  $+90^\circ$ . Pertanto, l'angolo  $\hat{\varphi}$  dato da:

$$\hat{\varphi} = \arctan\left(\frac{a_x}{a_z}\right) \quad (7.29)$$

non permette, da solo, di determinare in modo univoco l'inclinazione  $\varphi$  nell'intervallo angolare  $[0^\circ, 360^\circ]$ . Infatti, tutte le inclinazioni che comportino un rapporto tra le accelerazioni  $a_x$  e  $a_z$  positivo vengono associate dalla (7.29) ad un angolo  $\hat{\varphi}$  compreso tra  $0$  e  $90^\circ$ ; viceversa, tutte le inclinazioni  $\varphi$  che comportino un rapporto  $a_x/a_z$  negativo, vengono associate ad un angolo  $\hat{\varphi}$  compreso tra  $-90^\circ$  e  $0^\circ$ . Inoltre, la funzione arcotangente non è definita nel caso in cui l'accelerazione  $a_z$  sia nulla, ovvero quando l'asse di sensibilità dell'accelerometro indicato come asse  $Z$  risulti essere ortogonale alla forza di gravità ( $\varphi = 90^\circ$ ,  $\varphi = 270^\circ$ ).

Per poter ottenere una misura dell'angolo d'inclinazione  $\varphi$  nell'intervallo  $[0^\circ, 360^\circ]$  è necessario quindi ricorrere, oltre alla (7.29), allo studio dei segni delle accelerazioni  $a_x$  e  $a_z$  al fine di individuare a quale quadrante del piano di rotazione appartiene l'inclinazione  $\varphi$ . Dalla Fig. 7.9, dove sono evidenziati gli andamenti delle accelerazioni  $a_x$  e  $a_z$  per  $\varphi$  compreso tra  $0$  e  $360$  gradi, e da quanto detto poco sopra per la funzione arcotangente, si ha che l'angolo d'inclinazione  $\varphi$  può essere calcolato come:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{a_x}{a_z}\right) \quad (7.30)$$

se  $a_x \geq 0$  e  $a_z > 0$  ;

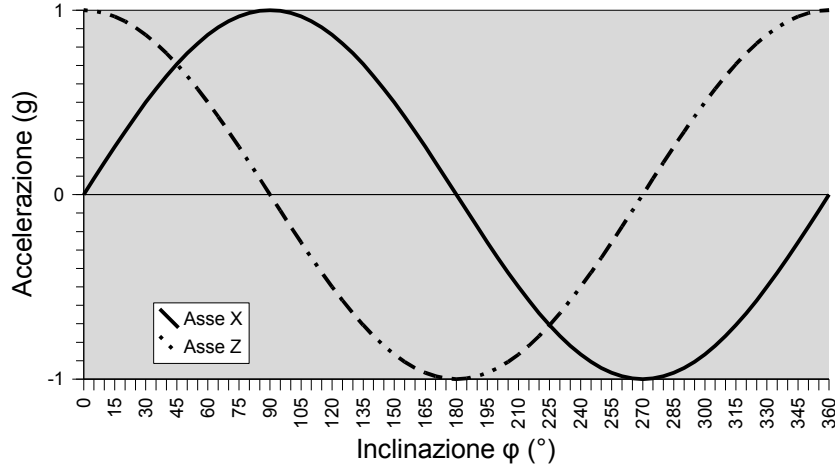
$$\varphi = \arctan\left(\frac{a_x}{a_z}\right) + 180^\circ \quad (7.31)$$

se  $a_x \geq 0$  e  $a_z < 0$  oppure  $a_x < 0$  e  $a_z < 0$  ;

$$\varphi = \arctan\left(\frac{a_x}{a_z}\right) + 360^\circ \quad (7.32)$$

se  $a_x < 0$  e  $a_z > 0$ . Infine si devono risolvere le condizioni in cui l'arcotangente non

è definita imponendo:  $\varphi=90^\circ$  se  $a_x>0$  e  $a_z=0$ , oppure  $\varphi=270^\circ$  se  $a_x<0$  e  $a_z=0$ .



**Fig. 7.9** Andamento delle accelerazioni  $a_x$  e  $a_z$  agenti, rispettivamente lungo gli assi X e Z dell'accelerometro.

Il calcolo dell'inclinazione  $\varphi$  può essere eseguito da un *microcontroller* che a partire dalle uscite  $V_{OUTX}$  e  $V_{OUTZ}$  dell'accelerometro realizza le funzioni espresse dalle (7.30), (7.31) e (7.32). Come si è visto nei paragrafi precedenti, il primo passo consiste nella conversione analogica/digitale delle tensioni  $V_{OUTX}$  e  $V_{OUTZ}$  mediante un convertitore ADC interno, oppure esterno al *microcontroller*, e che supponiamo operare, su ciascuna tensione d'ingresso, nel modo visto nel corso del paragrafo 7.1.1.1. Così, il convertitore unipolare ad  $n$  bit e fondo scala  $FS$  pari alla tensione di alimentazione  $V_S$  dell'accelerometro, assocerà alla tensione  $V_{OUTX}$  una parola binaria di  $n$  bit che costituirà l'uscita  $D_{OUTX}$  del convertitore relativa all'asse X dell'accelerometro e il cui valore, compreso tra 0 e  $2^n-1$ , sarà pari al livello di quantizzazione associato all'intervallo di quantizzazione a cui  $V_{OUTX}$  appartiene. Analogamente  $D_{OUTZ}$  sarà l'uscita digitale del convertitore associata alla tensione  $V_{OUTZ}$  relativa all'asse Z dell'accelerometro.

A questo punto, i valori delle uscite  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$  verranno impiegati per il calcolo dell'arcotangente del rapporto delle accelerazioni  $a_{xq}$  e  $a_{zq}$  associate alle due uscite ottenendo un angolo d'inclinazione quantizzato  $\varphi_q$ . Infatti, alle uscite digitali  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$  sono associati, rispettivamente, i valori quantizzati delle tensioni  $V_{OUTX}$  e  $V_{OUTZ}$ :

$$V_{OUTXq} = D_{OUTX} \Delta \quad , \quad V_{OUTZq} = D_{OUTZ} \Delta \quad (7.33)$$

con  $\Delta = V_S/2^n$  ampiezza degli intervalli di quantizzazione, e, per le (7.26), i corrispondenti valori di accelerazioni:

$$a_{xq} = \frac{V_{OUTXq} - V_0}{S} \quad , \quad a_{zq} = \frac{V_{OUTZq} - V_0}{S} \quad (7.34)$$

Dai valori delle accelerazioni “quantizzate”  $a_{xq}$  e  $a_{zq}$  viene poi calcolata l'inversa della (7.27), o più precisamente una tra le (7.30), (7.31) o (7.32), tenendo conto delle condizioni in cui l'arcotangente non è definita. Nel caso, ad esempio, di inclinazione compresa tra 0 e 90 gradi ( $a_{xq} \geq 0$  e  $a_{zq} > 0$ ) l'inclinazione quantizzata risulta essere data da:

$$\varphi_q = \arctan\left(\frac{a_{xq}}{a_{zq}}\right) \quad (7.35)$$

Come fatto nei paragrafi precedenti, è interessante osservare l'andamento della risoluzione della misura dell'inclinazione al variare dell'angolo di inclinazione  $\varphi$ . Nel caso in esame, dove l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  è ottenuta combinando le uscite digitali  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$ , la definizione della risoluzione è leggermente diversa da quella data nei paragrafi 7.1.1.1 e 7.1.1.2. In questo caso viene definita risoluzione della misura la distanza, in valore assoluto, tra l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$ , corrispondente alla coppia delle uscite digitali  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$ , e l'inclinazione quantizzata  $\varphi_q'$  corrispondente alla coppia  $D_{OUTX}'$  e  $D_{OUTZ}'$ , dove almeno una delle due uscite ha subito una variazione di 1 LSB rispetto a  $D_{OUTX}$  o  $D_{OUTZ}$  in seguito ad un incremento dell'inclinazione  $\varphi$ .

Nei paragrafi precedenti si è visto che nella misura dell'inclinazione mediante un accelerometro ad un solo asse di sensibilità la risoluzione determinata dalla conversione analogica/digitale della tensione d'uscita del dispositivo risulta essere funzione della risoluzione del convertitore ADC e il suo andamento, al variare dell'inclinazione  $\varphi$ , rispecchia quello della sensibilità dell'accelerometro in termini dell'accelerazione ( $S_x$  o  $S_z$ ): quando la sensibilità è massima, la risoluzione è migliore (il suo valore numerico espresso in °/LSB è il più basso); e quando la sensibilità è minima, la risoluzione è peggiore (il suo valore numerico è il più elevato). Nel caso in esame di misura dell'inclinazione mediante un accelerometro a due assi, la risoluzione è ancora funzione del numero di bit del convertitore ADC, ma il suo andamento al variare di  $\varphi$  è frutto della combinazione delle sensibilità  $S_x$  ed  $S_z$  dei due assi di misura dell'accelerometro e delle accelerazioni quantizzate  $a_{xq}$  e  $a_{zq}$  associate alle uscite  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$ .

Si consideri come esempio, di effettuare la misura dell'inclinazione  $\varphi$  mediante l'accelerometro laterale a due assi MMA6260Q della Freescale Semiconductor fissato all'oggetto di cui si vuole misurare l'inclinazione in modo tale che in condizione di inclinazione nulla un asse di sensibilità, che abbiamo fin qui indicato come asse  $X$ , sia complanare al piano di riferimento ortogonale alla forza di gravità (coincidente con l'asse  $X_F$  del sistema di riferimento cartesiano fisso di Fig. 7.7), mentre l'altro asse sia ortogonale a tale piano (coincidente con l'asse  $Z_F$  del sistema di



riferimento fisso. Per l'MMA6260Q il costruttore dichiara una tensione di alimentazione  $V_S$  di 3,3 V, una tensione d'uscita ad accelerazione nulla  $V_0$  di 1,65 V, una sensibilità  $S$  di 0,8 V/g, una densità spettrale dell'accelerazione di rumore  $N_d$  di  $300 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$  e una larghezza di banda  $BW$  di 50 Hz [28].

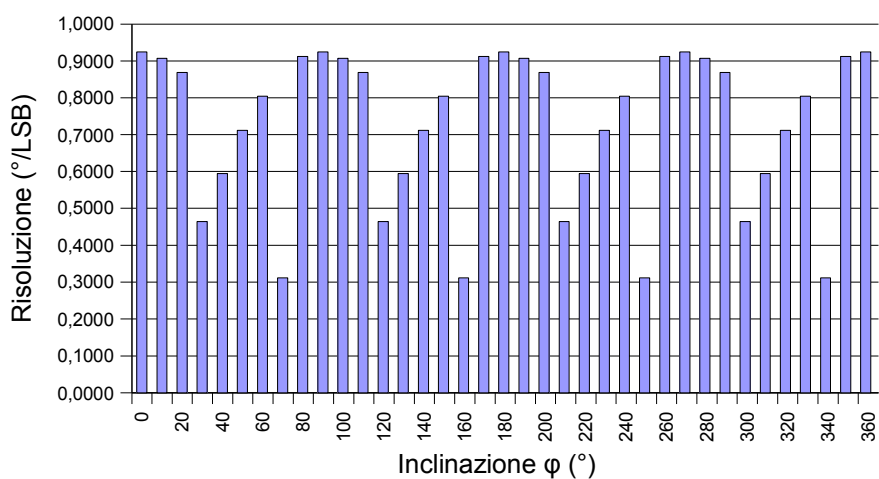
Inoltre si suppone, come fatto nei paragrafi precedenti, che le uscite  $V_{OUTX}$  e  $V_{OUTZ}$  dell'accelerometro siano poste direttamente in ingresso ad un convertitore analogico/digitale unipolare ad 8 bit avente fondo scala  $FS = V_S$ .

In Tabella 7.8 sono riportati, per alcuni angoli d'inclinazione  $\varphi$  compresi tra 0 e 360 gradi, i valori di accelerazione  $a_x$  e  $a_z$  agenti sugli assi di sensibilità dell'accelerometro; le corrispondenti uscite digitali  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$ ; ed infine la risoluzione della misura calcolata basandosi sulla definizione appena data e sul calcolo dell'inclinazione quantizzata espresso dalla (7.35). L'andamento della risoluzione è mostrato più chiaramente in Fig. 7.10 per l'intero intervallo angolare considerato.

**Tabella 7.8** Accelerazione, uscite digitali e risoluzione nella misura dell'inclinazione con l'accelerometro a due assi MMA6260Q e convertitore ADC ad 8 bit.

<b>Inclinazione <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Accelerazione <math>a_x</math> (g)</b>	<b>Accelerazione <math>a_z</math> (°)</b>	<b>Uscita digitale <math>D_{OUTX}</math></b>	<b>Uscita digitale <math>D_{OUTZ}</math></b>	<b>Risoluzione (°/LSB)</b>
0	0,0000	1,0000	128	190	0,9240
10	0,1736	0,9848	139	189	0,9070
20	0,3420	0,9397	149	186	0,8685
30	0,5000	0,8660	159	182	0,4646
40	0,6428	0,7660	168	176	0,5943
50	0,7660	0,6428	176	168	0,7117
60	0,8660	0,5000	182	159	0,8044
70	0,9397	0,3420	186	149	0,3115
80	0,9848	0,1736	189	139	0,9122
90	1,0000	0,0000	190	128	0,9240
100	0,9848	-0,1736	189	117	0,9070
110	0,9397	-0,3420	186	107	0,8685
120	0,8660	-0,5000	182	97	0,4646
130	0,7660	-0,6428	176	88	0,5943
140	0,6428	-0,7660	168	80	0,7117
150	0,5000	-0,8660	159	74	0,8044
160	0,3420	-0,9397	149	70	0,3115
170	0,1736	-0,9848	139	67	0,9122
180	0,0000	-1,0000	128	66	0,9240
190	-0,1736	-0,9848	117	67	0,9070

<i>Inclinazione</i> $\varphi$ (°)	<i>Accelerazione</i> $a_x$ (g)	<i>Accelerazione</i> $a_z$ (°)	<i>Uscita digitale</i> $D_{OUTX}$	<i>Uscita digitale</i> $D_{OUTZ}$	<i>Risoluzione</i> (°/LSB)
200	-0,3420	-0,9397	107	70	0,8685
210	-0,5000	-0,8660	97	74	0,4646
220	-0,6428	-0,7660	88	80	0,5943
230	-0,7660	-0,6428	80	88	0,7117
240	-0,8660	-0,5000	74	97	0,8044
250	-0,9397	-0,3420	70	107	0,3115
260	-0,9848	-0,1736	67	117	0,9122
270	-1,0000	0,0000	66	128	0,9240
280	-0,9848	0,1736	67	139	0,9070
290	-0,9397	0,3420	70	149	0,8685
300	-0,8660	0,5000	74	159	0,4646
310	-0,7660	0,6428	80	168	0,5943
320	-0,6428	0,7660	88	176	0,7117
330	-0,5000	0,8660	97	182	0,8044
340	-0,3420	0,9397	107	186	0,3115
350	-0,1736	0,9848	117	189	0,9122
360	0,0000	1,0000	128	190	0,9240



**Fig. 7.10** Andamento della risoluzione della misura dell'inclinazione nell'intervallo 0-360°.

Una prima osservazione che può essere fatta dalla Tabella 7.8 e dalla Fig. 7.10, è che l'andamento della risoluzione risulta essere periodico con periodo di 90°; inoltre,

non presenta quella regolarità riscontrata nel caso di misura dell'inclinazione mediante accelerometri ad un solo asse, dove la risoluzione diminuisce o aumenta con continuità. Nel caso in esame, a valori di risoluzione compresi tra 0,8685 °/LSB e 0,9240 °/LSB, fa seguito una risoluzione di 0,4646 °/LSB per  $\varphi_q=30^\circ$  per poi aumentare nuovamente a 0,8044 °/LSB per  $\varphi_q=60^\circ$  e ridiscendere a 0,3115 °/LSB per  $\varphi_q=70^\circ$ . Questo comportamento della risoluzione è meglio evidenziato in Fig.7.11 dove si è considerato il solo intervallo delle inclinazioni compreso tra 0 e 90° con incremento degli angoli di 5°.

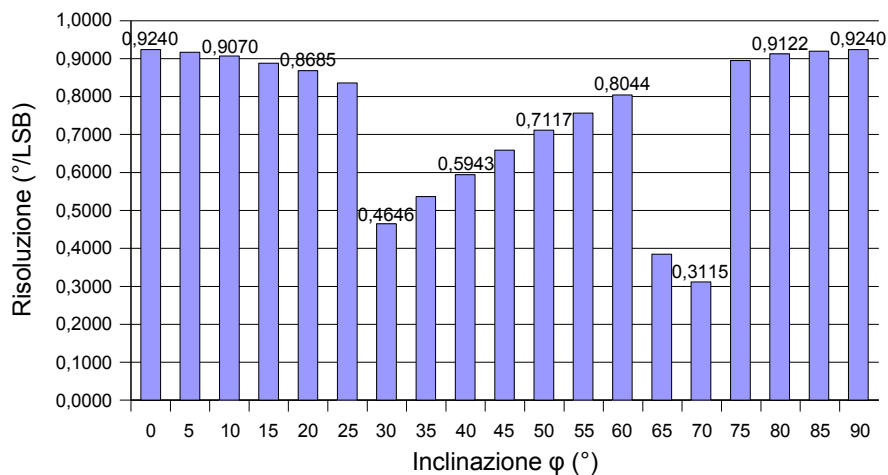


Fig. 7.11 Andamento della risoluzione della misura dell'inclinazione nell'intervallo 0-90°.

Il particolare andamento della risoluzione della misura dell'inclinazione è completamente messo in luce dal grafico di Fig. 7.12 dove la risoluzione viene riportata in funzione dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  ottenuta dalla (7.35) per ogni coppia di uscite digitali  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$  ottenute percorrendo con continuità l'intervallo delle inclinazioni  $\varphi$  comprese tra 0 e 90°. In Tabella 7.9 sono riportati i valori delle accelerazioni quantizzate  $a_{xq}$  e  $a_{zq}$ , dell'angolo  $\varphi_q$  e della risoluzione corrispondenti a ciascuna coppia di uscite  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$  limitatamente all'intervallo angolare  $[0^\circ, 45^\circ]$ .

Dalla Fig. 7.12 si nota come per alcuni angoli dell'inclinazione  $\varphi_q$  il valore della risoluzione diminuisca bruscamente mentre al suo intorno la risoluzione risulta essere più elevata. Ad esempio: per  $\varphi_q=7,3524^\circ$ , corrispondente alle uscite digitali  $D_{OUTX}=136$  e  $D_{OUTZ}=190$ , la risoluzione è di 0,1192 °/LSB, mentre per  $\varphi_q=6,4416^\circ$  e  $\varphi_q=7,4716^\circ$  la risoluzione vale, rispettivamente, 0,9108 °/LSB e 0,9214 °/LSB. Esistono, cioè, dei valori dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  dove la risoluzione è nettamente migliore rispetto a quella corrispondente alle inclinazioni adiacenti. Questa differenza tra i valori di risoluzione diminuisce, però, all'aumentare dell'inclinazione fino ad annullarsi per  $\varphi_q=45^\circ$ . Dopo di che ricomincia a crescere con l'avvicinarsi dell'inclinazione ai 90°. Le cause del comportamento della

risoluzione sono da ricercarsi nelle sensibilità  $S_x$  ed  $S_z$  degli assi di misura dell'accelerometro e nei valori di accelerazione quantizzata  $a_{xq}$  e  $a_{zq}$  associate alla coppia delle uscite digitali  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$ , il cui peso sulla risoluzione è dato dal calcolo dell'arcotangente del rapporto  $a_{xq}/a_{zq}$  come richiesto dalla (7.35).

Dalla Tabella 7.9 si osserva che il primo picco di valore minimo della risoluzione, verificantesi per  $\varphi_q=7,3524^\circ$ , come il secondo ( $\varphi_q=12,9260^\circ$ ), il terzo ( $\varphi_q=16,6992^\circ$ ), e così via fino a  $\varphi_q=45^\circ$ , si hanno in corrispondenza della commutazione dell'uscita digitale  $D_{OUTZ}$ , mentre gli altri valori di risoluzione sono il risultato della commutazione della sola uscita  $D_{OUTX}$ . La frequenza dei punti di minimo aumenta all'aumentare dell'inclinazione e all'avvicinarsi di questa ai  $45^\circ$ . La causa va ricercata nell'andamento delle sensibilità degli assi di misura dell'accelerometro. Infatti, per inclinazioni vicine allo zero la sensibilità dell'asse  $X$  (sensibilità  $S_x$ ) è prossima al suo valore massimo mentre la sensibilità dell'asse  $Z$  (sensibilità  $S_z$ ) è, in valore assoluto, ai suoi valori minimi. Questo comporta che gli intervalli di quantizzazione per le inclinazioni relativi all'asse  $X$  risultano avere ampiezza inferiore a quella degli intervalli relativi all'asse  $Z$ . Ne deriva che prima di avere una commutazione dell'uscita  $D_{OUTZ}$  si hanno più commutazioni di  $D_{OUTX}$ . All'aumentare dell'inclinazione, la sensibilità  $S_x$  diminuisce mentre aumenta la sensibilità  $S_z$  (si veda Fig.7.8) con conseguente riduzione dell'ampiezza degli intervalli di quantizzazione relativi all'asse  $Z$  e aumento dell'ampiezza di quelli relativi all'asse  $X$ . Per inclinazioni vicine a  $\varphi_q=45^\circ$  le sensibilità  $S_x$  ed  $S_z$  assumono, in valore assoluto, valori pressoché uguali e tali risultano essere anche le ampiezze degli intervalli di quantizzazione per le inclinazioni.

Sempre dalla Tabella 7.9, e ancora meglio dal grafico di Fig. 7.12, si osserva che i valori della risoluzione nei punti in cui si hanno i picchi minimi aumentano all'aumentare dell'inclinazione  $\varphi_q$ . Ad esempio: per  $\varphi_q=7,3524^\circ$  la risoluzione vale  $0,1192^\circ/\text{LSB}$ ; per  $\varphi_q=12,9260^\circ$  vale  $0,2080^\circ/\text{LSB}$ ; per  $\varphi_q=24,5196^\circ$  vale  $0,3851^\circ/\text{LSB}$ ; ed infine per  $\varphi_q=35,2176^\circ$  vale  $0,5363^\circ/\text{LSB}$ . Allo stesso tempo, i valori della risoluzione compresi tra due punti di minimo consecutivi diminuiscono all'aumentare dell'inclinazione riducendo progressivamente la distanza con i valori più bassi della risoluzione. Si osserva, infatti, che per  $\varphi_q=0^\circ$  la risoluzione è di  $0,9240^\circ/\text{LSB}$  e diminuisce all'aumentare di  $\varphi_q$  fino ad avere per  $\varphi_q=6,4416^\circ$ , immediatamente prima del primo picco minimo, una risoluzione di  $0,9108^\circ/\text{LSB}$ . Ancora, si osserva che per  $\varphi_q=12,0306^\circ$  la risoluzione è di  $0,8954^\circ/\text{LSB}$ , per  $\varphi_q=23,6821^\circ$  è di  $0,8376^\circ/\text{LSB}$  ed infine per  $\varphi_q=34,4608^\circ$  è di  $0,7568^\circ/\text{LSB}$ . Per inclinazioni vicine a  $\varphi_q=45^\circ$  i valori della risoluzione nei punti di picco minimo, corrispondenti alla commutazione dell'uscita digitale  $D_{OUTZ}$ , e i valori della risoluzione corrispondenti alla sola commutazione di  $D_{OUTX}$  (compresi tra due punti di minimo) si avvicinano sempre più riducendo la loro distanza finché per  $\varphi_q=45^\circ$  le due tendenze si incontrano ad un valore di risoluzione pari a  $0,6585^\circ/\text{LSB}$ .

Le cause della presenza dei picchi di valore minimo della risoluzione e del loro andamento all'aumentare dell'inclinazione, ed allo stesso tempo dell'andamento della risoluzione nei punti non di minimo, sono da ricercare nella combinazione delle accelerazioni quantizzate  $a_{xq}$  e  $a_{zq}$  impiegate nel calcolo delle inclinazioni  $\varphi_q$  tramite la (7.35), nel loro valore al variare dell'inclinazione e nella loro variazione subita in

seguito alla commutazione delle uscite  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$ .

Innanzitutto, si è accennato in precedenza che i picchi di valore minimo della risoluzione si hanno, per inclinazioni inferiori ai  $45^\circ$ , in corrispondenza della commutazione dell'uscita  $D_{OUTZ}$ , mentre l'uscita  $D_{OUTX}$  rimane costante. Ad esempio, nel primo punto di minimo, che si ha per  $\varphi_q = 7,3524^\circ$ , le uscite passano da  $D_{OUTX} = 136$  e  $D_{OUTZ} = 190$ , a  $D_{OUTX}' = 136$  e  $D_{OUTZ}' = 189$ . Questo comporta una riduzione dell'accelerazione quantizzata  $a_{zq}$  della quantità  $\Delta/S = 16,1 \times 10^{-3} g$  con  $\Delta = V_s/2^n = 12,9 \times 10^{-3} V$  l'ampiezza degli intervalli di quantizzazione per la tensione d'ingresso del convertitore ADC ed  $S$  la sensibilità dell'accelerometro in  $V/g$ . Tale variazione si ripercuote nel rapporto  $a_{xq}/a_{zq}$ , argomento della funzione arcotangente impiegata nel calcolo dell'inclinazione quantizzata, ma il basso valore dell'accelerazione  $a_{xq}$  ( $a_{xq} = 0,1289 g$ ) e il valore di  $a_{zq}$  prossimo al valore massimo di  $1 g$  ( $a_{zq} = 0,9990 g$ ), determina, con una variazione  $a_{zq}$  di soli  $0,0161 g$ , una variazione dell'inclinazione quantizzata  $\varphi_q$  molto piccola, e quindi un valore basso di risoluzione<sup>(7)</sup>. All'aumentare dell'inclinazione l'accelerazione  $a_{xq}$  aumenta mentre l'accelerazione  $a_{zq}$  diminuisce rimanendo sempre inferiore ad  $a_{xq}$ . Questo porta ad un aumento dei valori della risoluzione nei punti di minimo il cui andamento e valore è da imputare principalmente all'accelerazione  $a_{xq}$ .

Dall'altra parte, i valori della risoluzione compresi tra due punti di minimo consecutivi diminuiscono all'aumentare dell'inclinazione. Questo è dovuto all'aumento dell'accelerazione  $a_{xq}$  della quantità  $\Delta/S$  per ogni commutazione di  $D_{OUTX}$  mentre l'accelerazione  $a_{zq}$  rimane costante in quanto rimane costante l'uscita  $D_{OUTZ}$ . Complessivamente, i valori della risoluzione non di picco minimo diminuiscono all'aumentare dell'inclinazione per effetto combinato dell'aumento dell'accelerazione quantizzata  $a_{xq}$  e della riduzione di  $a_{zq}$ ; anche se l'andamento e il valore maggiore della risoluzione va imputato principalmente all'accelerazione  $a_{zq}$ .

Infine, partendo dal punto di uguaglianza delle accelerazioni ( $\varphi_q = 45^\circ$ ) si rileva un processo specularmente inverso, poiché i punti in cui si hanno i picchi di valore minimo della risoluzione avvengono in corrispondenza della commutazione dell'uscita digitale  $D_{OUTX}$ , mentre le altre risoluzioni sono il risultato della commutazione di  $D_{OUTZ}$ . I valori della risoluzione nei punti di minimo diminuiscono all'aumentare dell'inclinazione in conseguenza della riduzione dell'accelerazione quantizzata  $a_{zq}$  che è ora inferiore all'accelerazione  $a_{xq}$  e tendente a zero mentre  $a_{xq}$  tende al suo valore massimo di  $1 g$ . Invece, i valori di risoluzione non di picco minimo aumentano all'aumentare dell'inclinazione principalmente in forza all'aumento dell'accelerazione  $a_{xq}$ .

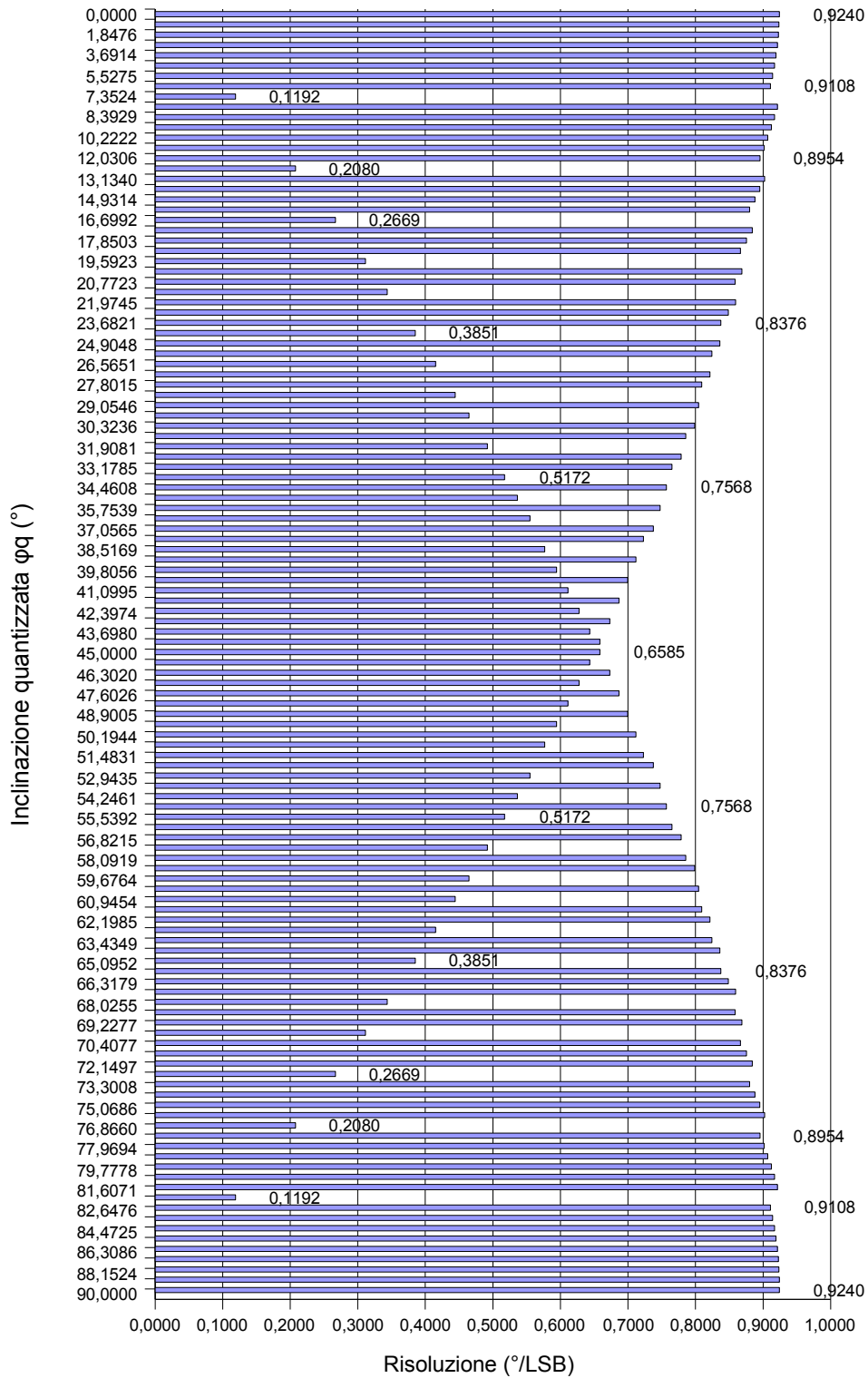
---

(7) Si ricorda che più piccoli sono i valori della risoluzione espressi in  $^\circ/LSB$ , migliore è la risoluzione della misura dell'inclinazione.

**Tabella 7.9** Accelerazioni quantizzate e risoluzione della misura dell'inclinazione per ciascuna coppia delle uscite digitali  $D_{OUTX}$  e  $D_{OUTZ}$  al variare dell'inclinazione da 0 a 45°.

<b>Uscita digitale <math>D_{OUTX}</math></b>	<b>Uscita digitale <math>D_{OUTZ}</math></b>	<b>Accelerazione quantizzata <math>a_{xq}</math> (g)</b>	<b>Accelerazione quantizzata <math>a_{zq}</math> (°)</b>	<b>Inclinazione quantizzata <math>\varphi</math> (°)</b>	<b>Risoluzione (°/LSB)</b>
128	190	0,0000	0,9990	0,0000	0,9240
129	190	0,0161	0,9990	0,9240	0,9236
130	190	0,0322	0,9990	1,8476	0,9226
131	190	0,0483	0,9990	2,7702	0,9212
132	190	0,0645	0,9990	3,6914	0,9193
133	190	0,0806	0,9990	4,6106	0,9169
134	190	0,0967	0,9990	5,5275	0,9141
135	190	0,1128	0,9990	6,4416	0,9108
136	190	0,1289	0,9990	7,3524	0,1192
136	189	0,1289	0,9829	7,4716	0,9214
137	189	0,1450	0,9829	8,3929	0,9170
138	189	0,1611	0,9829	9,3099	0,9122
139	189	0,1772	0,9829	10,2222	0,9070
140	189	0,1934	0,9829	11,1292	0,9014
141	189	0,2095	0,9829	12,0306	0,8954
142	189	0,2256	0,9829	12,9260	0,2080
142	188	0,2256	0,9668	13,1340	0,9022
143	188	0,2417	0,9668	14,0362	0,8952
144	188	0,2578	0,9668	14,9314	0,8878
145	188	0,2739	0,9668	15,8192	0,8801
146	188	0,2900	0,9668	16,6992	0,2669
146	187	0,2900	0,9507	16,9661	0,8842
147	187	0,3062	0,9507	17,8503	0,8755
148	187	0,3223	0,9507	18,7258	0,8665
149	187	0,3384	0,9507	19,5923	0,3115
149	186	0,3384	0,9346	19,9037	0,8685
150	186	0,3545	0,9346	20,7723	0,8586
151	186	0,3706	0,9346	21,6309	0,3436
151	185	0,3706	0,9185	21,9745	0,8591
152	185	0,3867	0,9185	22,8337	0,8484
153	185	0,4028	0,9185	23,6821	0,8376
154	185	0,4189	0,9185	24,5196	0,3851
154	184	0,4189	0,9023	24,9048	0,8359
155	184	0,4351	0,9023	25,7407	0,8243
156	184	0,4512	0,9023	26,5651	0,4152

<i>Uscita digitale D<sub>OUTX</sub></i>	<i>Uscita digitale D<sub>OUTZ</sub></i>	<i>Accelerazione quantizzata a<sub>xq</sub> (g)</i>	<i>Accelerazione quantizzata a<sub>zq</sub> (°)</i>	<i>Inclinazione quantizzata φ (°)</i>	<i>Risoluzione (°/LSB)</i>
156	183	0,4512	0,8862	26,9802	0,8212
157	183	0,4673	0,8862	27,8015	0,8090
158	183	0,4834	0,8862	28,6105	0,4441
158	182	0,4834	0,8701	29,0546	0,8044
159	182	0,4995	0,8701	29,8590	0,4646
159	181	0,4995	0,8540	30,3236	0,7989
160	181	0,5156	0,8540	31,1225	0,7856
161	181	0,5317	0,8540	31,9081	0,4917
161	180	0,5317	0,8379	32,3998	0,7787
162	180	0,5479	0,8379	33,1785	0,7651
163	180	0,5640	0,8379	33,9436	0,5172
163	179	0,5640	0,8218	34,4608	0,7568
164	179	0,5801	0,8218	35,2176	0,5363
164	178	0,5801	0,8057	35,7539	0,7476
165	178	0,5962	0,8057	36,5014	0,5551
165	177	0,5962	0,7896	37,0565	0,7374
166	177	0,6123	0,7896	37,7939	0,7230
167	177	0,6284	0,7896	38,5169	0,5769
167	176	0,6284	0,7734	39,0939	0,7117
168	176	0,6445	0,7734	39,8056	0,5943
168	175	0,6445	0,7573	40,3999	0,6996
169	175	0,6606	0,7573	41,0995	0,6113
169	174	0,6606	0,7412	41,7108	0,6867
170	174	0,6768	0,7412	42,3974	0,6276
170	173	0,6768	0,7251	43,0251	0,6730
171	173	0,6929	0,7251	43,6980	0,6434
171	172	0,6929	0,7090	44,3415	0,6585
172	172	0,7090	0,7090	45,0000	0,6585
172	171	0,7090	0,6929	45,6585	0,6434



**Fig. 7.12** Risoluzione della misura dell'inclinazione nell'intervallo delle inclinazioni quantizzate  $\phi_q$  comprese tra 0 e 90°.



## Conclusioni

Seguendo passo, passo i punti che mi ero prefisso e che ho esposto nel sommario, ho trovato che per quanto riguarda i dispositivi MEMS, la tecnologia di microfabbricazione più diffusa per la sua compatibilità con i processi di fabbricazione dei circuiti integrati, risulta essere la *surface micromachining*, che però presenta dei limiti dimensionali che si ripercuotono sulle prestazioni dei sensori.

I limiti della *surface micromachining*, impiegata nella realizzazione degli accelerometri capacitivi laterali (maggiormente considerati nel corso del lavoro svolto) determina che i valori in gioco delle variazioni di capacità di *sensing* da leggere risultano estremamente ridotti da dover ricorrere a sistemi di rilevazione maggiormente efficaci.

Quanto ai tipi di accelerometro analizzati ho constatato, nella consistente pluralità che il mercato offre, che la scelta del dispositivo è affidata all'uso che l'utilizzatore ritiene più consono alle sue attese.

Volendo anticipare quanto verrò ad esporre, sottolineo che per applicazioni dove si richiede la misura dell'inclinazione la ricerca del dispositivo va orientata verso accelerometri con *range* di accelerazioni d'ingresso il più possibile avvicinandosi all'accelerazione di gravità e con sensibilità elevata.

Infine, ho rilevato che nella misura dell'inclinazione l'uso di accelerometri ad un solo asse di sensibilità dipende dagli angoli d'inclinazione che si desidera misurare, tenendo presente che la sensibilità dell'accelerometro e la risoluzione della misura ottenuta mediante conversione analogica/digitale dell'uscita analogica del dispositivo risultano essere migliori quando l'asse di sensibilità dell'accelerometro è prossimo all'ortogonalità con la forza di gravità e peggiora all'allontanarsi da questa condizione. Inoltre con tali accelerometri non è possibile misurare in modo univoco l'angolo di rotazione.

Diverso è il caso della misura dell'inclinazione con un accelerometro a due assi disposto in modo tale che in condizione di inclinazione nulla un asse di sensibilità sia ortogonale alla forza di gravità e l'altro ne sia parallelo, in quanto si riesce a misurare in modo univoco l'angolo di rotazione nell'intero intervallo compreso tra 0 e 360 gradi. Inoltre, la combinazione delle uscite dell'accelerometro per il calcolo dell'inclinazione consente di ottenere una sensibilità dell'accelerometro costante sull'intero intervallo di rotazione e una risoluzione della misura dell'inclinazione determinata dalla conversione analogica/digitale delle uscite, complessivamente migliore a quella che si ottiene con gli accelerometri ad un asse.

Ho però constatato, con l'aiuto di un esempio numerico e grafico, come la risoluzione non offra un andamento regolare bensì presenti dei picchi di valore minimo (risoluzione migliore) che aumentano all'avvicinarsi dell'inclinazione ai 45°.

In seguito diminuiscono in modo graficamente speculare all'avvicinarsi dei  $90^\circ$ . Tale andamento si ripete con periodicità di  $90^\circ$ .

# Appendice A

## Serie di Fourier di un'onda quadra

Sappiamo che un segnale periodico  $s(t)$ , di periodo  $T_0$  e frequenza  $f_0 = 1/T_0$ , può essere espresso dalla sua serie di Fourier:

$$s(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} S_n e^{jn2\pi f_0 t} \quad (\text{A.1})$$

dove i coefficienti  $S_n$ , generalmente complessi, sono dati da:

$$S_n = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} s(t) e^{-jn2\pi f_0 t} dt \quad (\text{A.2})$$

Sappiamo inoltre, che la trasformata di Fourier di un segnale  $s(t)$  tempo continuo e periodico con  $t \in \mathbb{R}/\mathbb{Z}(T_0)$  <sup>(1)</sup>, è definita da:

$$\begin{aligned} \text{FT}[s|f] = S(f) &= \int_{\mathbb{R}/\mathbb{Z}(T_0)} dt s(t) e^{-j2\pi f t} = \\ &= \int_0^{T_0} s(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad , \quad f = n f_0 \quad , \quad n \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Pertanto, dal confronto tra la (A.2) e la (A.3), si conclude che i coefficienti  $S_n$  della serie di Fourier di un segnale  $s(t)$  periodico a tempo continuo con periodo  $T_0$ , risultano essere dati dalla stessa trasformata di Fourier del segnale:

$$S_n = \frac{1}{T_0} S(n f_0) \quad , \quad f_0 = \frac{1}{T_0} \quad (\text{A.4})$$

Se il segnale  $s(t)$  è reale, la sua trasformata di Fourier gode della simmetria hermitiana, ossia è vera l'uguaglianza:

$$S(-f) = S(f)^* \quad (\text{A.5})$$

dove con  $S(f)^*$  si è indicato il complesso coniugato di  $S(f)$ . Tale uguaglianza si traduce nella simmetria dei coefficienti della serie di Fourier; simmetria espressa da:

---

(1) Con  $\mathbb{R}/\mathbb{Z}(T_0)$  viene indicato il gruppo quoziente dei segnali periodici a tempo continuo di periodo  $T_0$ ; mentre con  $\mathbb{Z}(f_0) = \mathbb{Z}(1/T_0)$  viene indicato il gruppo quoziente dei segnali a tempo discreto con "quanto"  $f_0$  [1].

$$S_{-n} = S(-nf_0) = S(nf_0)^* = S_n^* \quad (\text{A.6})$$

In conclusione, la serie di Fourier del segnale reale  $s(t)$  può essere scritta come:

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{-\infty}^{+\infty} S_n e^{jn2\pi f_0 t} = \\ &= S_0 + \sum_{-\infty}^{-1} S_n e^{jn2\pi f_0 t} + \sum_{+1}^{+\infty} S_n e^{jn2\pi f_0 t} = \\ &= S_0 + \sum_{+1}^{+\infty} S_{-n} e^{j(-n)2\pi f_0 t} + \sum_{+1}^{+\infty} S_n e^{jn2\pi f_0 t} = \\ &= S_0 + \sum_{+1}^{+\infty} S_n^* (e^{jn2\pi f_0 t})^* + \sum_{+1}^{+\infty} S_n e^{jn2\pi f_0 t} = \\ &= S_0 + 2 \sum_{+1}^{+\infty} \Re(S_n e^{jn2\pi f_0 t}) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Si consideri ora l'onda quadra  $u(t)$  di Fig. A.1 avente ampiezza unitaria, valore medio nullo, frequenza  $f_0 = 1/T_0$ , *duty cycle* del 50% e funzione pari rispetto all'asse delle ampiezze; allora i coefficienti della serie di Fourier della  $u(t)$  risultano essere:

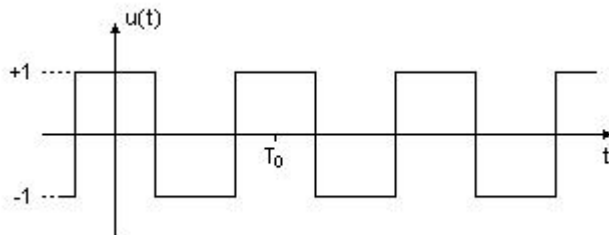
$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} u(t) e^{-j2\pi f_0 t} dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} u(t) dt = 0 \\ A_n &= \frac{1}{T_0} U(nf_0) = \text{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2}, \quad n \geq 1 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Si ricorda infatti, che la trasformata di Fourier della funzione rettangolo  $H \text{rect}(t/T)$ , di ampiezza  $H$  nell'intervallo  $[-T/2, +T/2]$  e nulla altrove, risulta essere:

$$\text{FT}[H \text{rect}(t/T)|f] = TH \frac{\sin(Tf\pi)}{Tf\pi} = TH \text{sinc}(Tf) \quad (\text{A.9})$$

L'onda quadra  $u(t)$  può essere scritta come:

$$u(t) = -1 + \sum_{-\infty}^{+\infty} 2 \text{rect}\left(\frac{t - kT_0}{T_0/2}\right) \quad (\text{A.10})$$



**Fig. A.1** Onda quadra.

oppure, specificando il segnale sui gruppi quoziente [1], come:

$$u(t) = -1 + 2 \operatorname{rect}\left(\frac{t - kT_0}{T_0/2}\right), \quad t \in \frac{\mathbb{R}}{\mathbb{Z}(T_0)} \quad (\text{A.11})$$

La trasformata di Fourier di  $u(t)$  è data da:

$$\begin{aligned} U(f) &= \text{FT}[-1|f] + \text{FT}\left[2 \operatorname{rect}\left(\frac{t - kT_0}{T_0/2}\right)|f\right] = \\ &= -1 \delta_{\mathbb{Z}(f_0)}(f) + 2 \frac{T_0}{2} \frac{\sin\left(\frac{T_0}{2} \pi f\right)}{\frac{T_0}{2} \pi f}, \quad f \in \mathbb{Z}(f_0), \quad f_0 = \frac{1}{T_0} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Ricordando che l'impulso ideale definito nel gruppo  $\mathbb{Z}(f_0)$  dei segnali a tempo discreto vale  $\delta_{\mathbb{Z}(f_0)}(f) = \delta_{\mathbb{Z}(f_0)}(nf_0) = 1/f_0$  per  $n = 0$  ed è nullo altrove, la (A.12) può essere riscritta come:

$$U(nf_0) = -1 \delta_{\mathbb{Z}(f_0)}(nf_0) + T_0 \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\frac{n\pi}{2}} \quad (\text{A.13})$$

da cui:

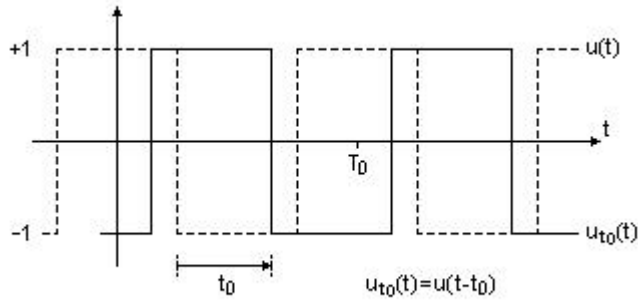
$$\begin{aligned} U(nf_0) &= -\frac{1}{f_0} + T_0 = 0, \quad n = 0 \\ U(nf_0) &= T_0 \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{\frac{n\pi}{2}}, \quad n \geq 1 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Dalla (A.4), che esprime i coefficienti della serie di Fourier di un segnale reale e periodico come funzione della sua trasformata di Fourier, e dalla (A.14) appena ricavata, si ottengono i coefficienti della serie di Fourier dell'onda quadra  $u(t)$  dati dalla (A.8) e qui sotto riportati:

$$A_0 = 0, \quad A_n = \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi/2}, \quad n \geq 1 \quad (\text{A.15})$$

Sostituendo i coefficienti della (A.15) nella (A.7), si perviene all'espressione della serie di Fourier di  $u(t)$ :

$$u(t) = 2 \sum_{+1}^{+\infty} \Re\left(A_n e^{jn2\pi f_0 t}\right) = 2 \sum_{+1}^{+\infty} A_n \cos(2\pi n f_0 t) \quad (\text{A.16})$$



**Fig. A.2** Onda quadra traslata.

Si consideri ora l'onda quadra  $u(t)$  traslata della quantità  $t_0$ , come mostrato in Fig. A.2 . Si consideri cioè l'onda quadra  $u_{t_0}(t)$  definita come:

$$u_{t_0}(t) = u(t - t_0) \quad (\text{A.17})$$

Per le proprietà della trasformata di Fourier, la trasformata di  $u_{t_0}(t)$  risulta essere:

$$U_{t_0}(f) = U(f) e^{-j2\pi f t_0} \quad , \quad f \in \mathbb{Z}(f_0) \quad (\text{A.18})$$

Dalle (A.2), (A.4) e (A.15) possiamo scrivere i coefficienti  $A_n'$  della serie di Fourier di  $u_{t_0}(t)$  come:

$$\begin{aligned} A_0' &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} u_{t_0}(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_{-t_0}^{T_0-t_0} u(t) dt = 0 \\ A_n' &= \frac{1}{T_0} U_{t_0}(n f_0) = \frac{1}{T_0} U(n f_0) e^{-j2\pi n f_0 t_0} = A_n e^{-j2\pi n f_0 t_0} \quad , \quad n \geq 1 \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

da cui la serie di Fourier di  $u_{t_0}(t)$  :

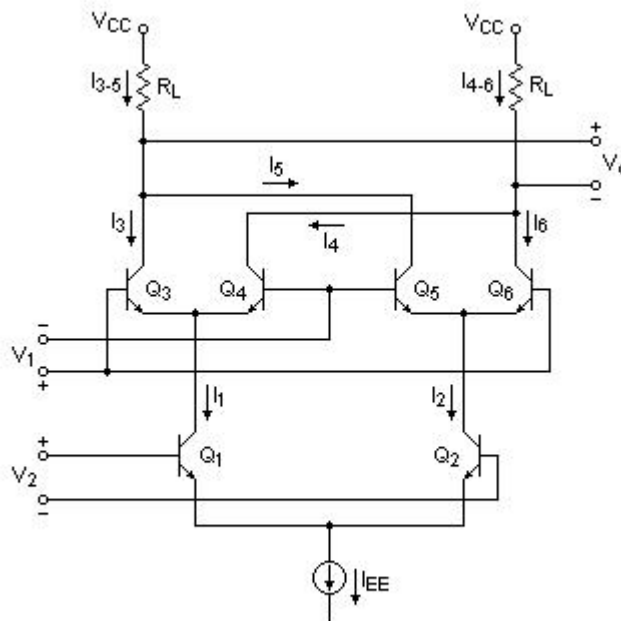
$$\begin{aligned} u_{t_0}(t) &= 2 \sum_{+1}^{+\infty} \Re(A_n' e^{jn\omega_0 t}) = 2 \sum_{+1}^{+\infty} \Re(A_n e^{jn\omega_0 t} e^{-j\varphi_n}) = \\ &= 2 \sum_{+1}^{+\infty} A_n \cos(n\omega_0 t - \varphi_n) \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

dove:  $\omega_0 = 2\pi f_0$  ;  $\varphi_n = 2\pi n f_0 t_0$  ; e i termini  $A_n$  sono i coefficienti della serie di  $u(t)$  dati dalla (A.15).

## Appendice B

### Cella moltiplicatrice di Gilbert

Si consideri la cella moltiplicatrice di Gilbert di Fig. B.1 . Per semplicità di studio si fa l'ipotesi che i transistori siano identici, che la loro resistenza di uscita sia trascurabile, che sia trascurabile la resistenza di uscita del generatore di corrente di polarizzazione  $I_{EE}$  e che le correnti di base dei transistori siano trascurabili rispetto alle correnti di collettore.



**Fig. B.1** Cella di Gilbert: schema circuitale di principio.

In tali ipotesi si può scrivere per le correnti di collettore [1]:

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \frac{I_1}{1 + e^{-(V_1/V_T)}} \quad , \quad I_4 = \frac{I_1}{1 + e^{(V_1/V_T)}} \quad , \quad I_1 = \frac{I_{EE}}{1 + e^{-(V_2/V_T)}} \\
 I_5 &= \frac{I_2}{1 + e^{(V_1/V_T)}} \quad , \quad I_6 = \frac{I_2}{1 + e^{-(V_1/V_T)}} \quad , \quad I_2 = \frac{I_{EE}}{1 + e^{(V_2/V_T)}}
 \end{aligned}
 \tag{B.1}$$

Sostituendo le espressioni di  $I_1$  e  $I_2$  in  $I_3, I_4, I_5, I_6$  si ottiene:

$$\begin{aligned} I_3 &= \frac{I_{EE}}{(1+e^{-(V_1/V_T)})(1+e^{-(V_2/V_T)})} , & I_4 &= \frac{I_{EE}}{(1+e^{(V_1/V_T)})(1+e^{-(V_2/V_T)})} \\ I_5 &= \frac{I_{EE}}{(1+e^{(V_1/V_T)})(1+e^{(V_2/V_T)})} , & I_6 &= \frac{I_{EE}}{(1+e^{-(V_1/V_T)})(1+e^{(V_2/V_T)})} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

dove  $V_T = k_B T / q$ , con  $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K la costante di Boltzman,  $T$  la temperatura assoluta in Kelvin e  $q = 1,602 \times 10^{-19}$  C la carica dell'elettrone. A 27°C la tensione  $V_T$  risulta essere di circa 26 mV.

Dalle (B.2) si ricavano le espressioni di  $I_{3-5}$  e  $I_{4-6}$ :

$$\begin{aligned} I_{3-5} &= I_3 + I_5 = \frac{I_{EE}}{(1+e^{-(V_1/V_T)})(1+e^{-(V_2/V_T)})} + \frac{I_{EE}}{(1+e^{(V_1/V_T)})(1+e^{(V_2/V_T)})} \\ I_{4-6} &= I_4 + I_6 = \frac{I_{EE}}{(1+e^{(V_1/V_T)})(1+e^{-(V_2/V_T)})} + \frac{I_{EE}}{(1+e^{-(V_1/V_T)})(1+e^{(V_2/V_T)})} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

e indicando, per semplicità

$$m = \frac{V_1}{V_T} , \quad n = \frac{V_2}{V_T} \quad (\text{B.4})$$

le (B.3) si riscrivono come:

$$\begin{aligned} I_{3-5} &= I_3 + I_5 = \frac{I_{EE}}{(1+e^{-m})(1+e^{-n})} + \frac{I_{EE}}{(1+e^m)(1+e^n)} \\ I_{4-6} &= I_4 + I_6 = \frac{I_{EE}}{(1+e^m)(1+e^{-n})} + \frac{I_{EE}}{(1+e^{-m})(1+e^n)} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Dopo alcuni passaggi le (B.5) assumono la forma:

$$\begin{aligned} I_{3-5} &= I_3 + I_5 = \frac{I_{EE}(e^{m/2}e^{n/2} + e^{-m/2}e^{-n/2})}{(e^{m/2} + e^{-m/2})(e^{n/2} + e^{-n/2})} \\ I_{4-6} &= I_4 + I_6 = \frac{I_{EE}(e^{-m/2}e^{n/2} + e^{m/2}e^{-n/2})}{(e^{m/2} + e^{-m/2})(e^{n/2} + e^{-n/2})} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Dallo schema circuitale della cella di Gilbert di Fig. B.1 la tensione di uscita  $V_o$  risulta essere data da:

$$V_o = -R_L(I_{3-5} - I_{4-6}) = -R_L \Delta I_o \quad (\text{B.7})$$

dove dalle (B.4) e (B.6):



$$\begin{aligned}\Delta I_o &= I_{3-5} - I_{4-6} = \frac{I_{EE} (e^{m/2} - e^{-m/2})(e^{n/2} - e^{-n/2})}{(e^{m/2} + e^{-m/2})(e^{n/2} + e^{-n/2})} = \\ &= I_{EE} \tanh\left(\frac{m}{2}\right) \tanh\left(\frac{n}{2}\right) = I_{EE} \tanh\left(\frac{V_1}{2V_T}\right) \tanh\left(\frac{V_2}{2V_T}\right)\end{aligned}\quad (\text{B.8})$$

Nelle ipotesi che l'ampiezza dei segnali di ingresso  $V_1$  e  $V_2$  verifichino le condizioni  $|V_1| \ll V_T$  e  $|V_2| \ll V_T$  (ricordando che a  $27^\circ\text{C}$   $V_T \approx 26$  mV), la tensione differenziale di uscita è data da:

$$V_o = -R_L \Delta I_o \approx -\frac{R_L I_{EE}}{4V_T^2} V_1 \cdot V_2 \quad (\text{B.9})$$

Pertanto, nelle condizioni di funzionamento lineare delle coppie differenziali, l'uscita *single-ended* della cella di Gilbert risulta essere proporzionale al prodotto dei due segnali d'ingresso.

Si consideri ora il caso in cui il segnale d'ingresso  $V_1$  abbia ampiezza tale da portare entrambe le coppie differenziali superiori ( $Q_3$ - $Q_4$  e  $Q_5$ - $Q_6$ ) in saturazione, mentre  $V_2$  sia tale che la coppia  $Q_1$ - $Q_2$  lavori nella zona lineare.

Sia  $V_1 \gg 2V_T$ . Per tali valori di  $V_1$  le correnti di collettore dei transistori, date dalle (B.1), risultano essere:

$$\begin{aligned}I_3 = I_1 \quad , \quad I_4 = 0 \quad , \quad I_1 &= \frac{I_{EE}}{1 + e^{-(V_1/V_T)}} \\ I_5 = 0 \quad , \quad I_6 = I_2 \quad , \quad I_2 &= \frac{I_{EE}}{1 + e^{(V_1/V_T)}}\end{aligned}\quad (\text{B.10})$$

Dalle (B.10) si osserva che per  $V_1 \gg 2V_T$  la corrente di collettore del transistor  $Q_1$  viene prelevata interamente da  $Q_3$ , mentre  $Q_4$  risulta essere spento. Dall'altro lato la corrente di collettore di  $Q_2$  viene prelevata dal transistor  $Q_6$ , mentre  $Q_5$  è spento.

La differenza tra le correnti  $\Delta I_o = I_{3-5} - I_{4-6}$  è data da:

$$\begin{aligned}\Delta I_o &= (I_3 + I_5) - (I_4 + I_6) = I_3 - I_6 = I_1 - I_2 = \\ &= I_{EE} \frac{e^{V_2/2V_T} - e^{-V_2/2V_T}}{e^{V_2/2V_T} + e^{-V_2/2V_T}} = I_{EE} \tanh\left(\frac{V_2}{2V_T}\right)\end{aligned}\quad (\text{B.11})$$

e per  $|V_2| \ll V_T$  si può scrivere:

$$\Delta I_o = I_{EE} \tanh\left(\frac{V_2}{2V_T}\right) \approx \frac{I_{EE}}{2V_T} V_2 \quad (\text{B.12})$$

Sia ora  $V_1 \ll -2V_T$ . Le coppie differenziali superiori lavorano ancora nella zona di saturazione ma la conduzione dei transistori è invertita rispetto al caso precedente:

$Q_4$  e  $Q_5$  sono in conduzione, mentre  $Q_3$  e  $Q_6$  sono spenti. Le nuove correnti di collettore sono allora:

$$\begin{aligned} I_3' &= 0 \quad , \quad I_4' = I_1 \quad , \quad I_1 = \frac{I_{EE}}{1 + e^{-\frac{V_2}{V_T}}} \\ I_5' &= I_2 \quad , \quad I_6' = 0 \quad , \quad I_2 = \frac{I_{EE}}{1 + e^{\frac{V_2}{V_T}}} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

In questo caso la differenza di corrente  $\Delta I_o'$  risulta essere:

$$\begin{aligned} \Delta I_o' &= (I_3' + I_5') - (I_4' + I_6') = I_5' - I_4' = \\ &= I_2 - I_1 = -(I_1 - I_2) = -\Delta I_o \approx -\frac{I_{EE}}{2V_T} V_2 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Riassumendo i risultati ottenuti nei due casi considerati per  $V_1$  si ha:

a) per  $V_1 \gg 2V_T$  e  $|V_2| \ll V_T$

$$V_o = -R_L \Delta I_{out} = -\frac{R_L I_{EE}}{2V_T} V_2 \quad (\text{B.15})$$

b) per  $V_1 \ll -2V_T$  e  $|V_2| \ll V_T$

$$V_o' = -R_L \Delta I_o' = \frac{R_L I_{EE}}{2V_T} V_2 = -V_o \quad (\text{B.16})$$

Si osserva che il segnale di tensione  $V_o$  dell'uscita *single-ended* della cella moltiplicatrice risulta essere proporzionale al prodotto tra i due segnali d'ingresso ma con ampiezza indipendente dall'ampiezza di  $V_1$ . La  $V_o$  può anche essere considerata come il risultato del prodotto tra il segnale  $V_2$  e la funzione segno di  $V_1$ .

# Bibliografia<sup>(1)</sup>

## Capitolo 1

- [1] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 1.1, pag. 1.
- [2] M. Huff, "MEMS fabrication", Sensor Review, vol. 22, n. 1, pp. 18-33, 2002.\*
- [3] M. Mehregany, "Microelectromechanical Systems", IEEE Circuits and Devices, vol. 9, n. 4, pp. 14-22, July 1993.\*
- [4] J. Bryzek, A. Flannery, D. Skurnik, "Integrating Microelectromechanical Systems with Integrated Circuits", IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, pp. 51-59, June 2004.\*
- [5] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, cap. 1, pp. 1-5.
- [6] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.1, pp. 117-118.
- [7] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 2.4, pag. 22.
- [8] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 2.4.1, pp. 22-23.
- [9] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 2.4.2, pp. 23-27.
- [10] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.5.1.2, pp. 29-36.
- [11] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.5.1.1, pag. 29.
- [12] G.T.A. Kovacs, N.I. Maluf, K.E. Petersen, "Bulk Micromachining of Silicon", Proceedings of the IEEE, vol. 86, n. 8, pp. 1536-1551, August 1998.\*
- [13] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.5.1.3, pp. 36-46.
- [14] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.2, pp. 3-6.
- [15] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.3.1, pp. 6-7.
- [16] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002,

---

(1) Per i riferimenti con asterisco (\*) esiste una versione digitale su File.

- par. 16.3.2, pp. 7-8.
- [17] R.S. Muller, T.I. Kamins, Dispositivi Elettronici nei Circuiti Integrati, Bollati Boringhieri editore s.r.l, 1993, pp. 23-24.
- [18] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.2, pp. 118-124.
- [19] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.3, pag. 124.
- [20] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.3.1, pp. 124-126.
- [21] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.7.2, pp. 72-75.
- [22] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.3.2, pp. 126-131.
- [23] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.7.3, pp. 75-78.
- [24] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.7.4, pp. 78-79.
- [25] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.7.5, pp. 79-81.
- [26] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.3.4, pp. 131-134.
- [27] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.7.6, pag. 81.
- [28] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.4, pp. 134-137.
- [29] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.6, pp. 138-140.
- [30] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 5.7, pp. 140-143.
- [31] J.M. Bustillo, R.T. Howe, R.S. Muller, "Surface Micromachining for Microelectromechanical Systems", Proceedings of IEEE, vol. 86, n. 8, pp. 1552-1574, August 1998.\*
- [32] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.10, pp. 95-97.
- [33] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 6.1, pag. 145.
- [34] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 6.3, pp. 155-156.
- [35] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 6.2,

- pp. 145-146.
- [36] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.2.1, pp. 118-119.
- [37] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.2.2, pp. 119-120.
- [38] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.2.4, pp. 121-123.
- [39] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.2.3, pp. 120-121.
- [40] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.2.5, pp. 123-125.
- [41] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 6.7, pp. 170-171.
- [42] R.S. Muller, "MEMS: Quo Vadis in Century XXI ?", Microelectronic Engineering, n. 53, pp. 47-54, 2000.\*
- [43] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.3, pp. 125-127.
- [44] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.4, pp. 127-129.
- [45] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.6, pp. 129-132.
- [46] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.14.3, pag. 137.
- [47] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.15.1.1, pp. 140-142.
- [48] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.15.1.2, pag. 142.
- [49] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.15.1.5, pp. 144-146.
- [50] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.14.2, pp. 134-137.
- [51] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.14.4, pp. 137-139.
- [52] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 6.8, pag. 172.
- [53] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.16.4, pp. 148-149.
- [54] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, Table 16.17, cap. 16, pag. 149.
- [55] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 6.6, pp. 166-170.
- [56] N. Yazdi, F. Ayazi, K. Najafi, "Micromachined Inertial Sensors", Proceedings of IEEE, vol. 86, n. 8, pp. 1640-1659, August 1998.\*
- [57] H. Fujita, "Microactuators and Micromachines", Proceedings of IEEE, vol. 86, n. 8, pp. 1721-1732, August 1998.\*
- [58] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002,

- cap. 24, pp. 1-4.
- [59] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 8.1, pp. 227-230.
- [60] “MEMS Capacitive Accelerometers-MS8000.C Series”, Colibrys, Neuchâtel, Switzerland, Product Description, 30DMS8X.B.05.05 , [www.colibrys.com](http://www.colibrys.com) .\*
- [61] “MEMS Capacitive Accelerometers-MS8000.C Series”, Colibrys, Neuchâtel, Switzerland, Data Sheet, 30SMS8X.D.05.05 , [www.colibrys.com](http://www.colibrys.com) .\*
- [62] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 24.7.1, pag. 18.
- [63] B. Murari, “Is Micromachining Still a Dream or an Industrial Reality”, STMicroelectronics, Italy.\*
- [64] H. Fujita, “Microactuators and Micromachines”, Proceedings of IEEE, vol. 86, n. 8, pp. 1721-1732, August 1998, Table 3, pag. 1727.\*
- [65] M. Bao, W. Wang, “Future of microelectromechanical systems (MEMS)”, Sensors and Actuators A, n. 56, pp. 135-141, 1996.\*
- [66] “How DLP™ Technology Works”, Texas Instruments, [www.ti.com](http://www.ti.com) .\*
- [67] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 8.4.5, pp. 257-263.
- [68] W. Liao, Y. Zhao, “Using Dual-Axis Accelerometers to Protect Hard Disk Drive”, Analog Dialogue, vol. 39, n. 4, pp. 9-12, 2005, [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue) .\*
- [69] A.S. Champy, “Elements of Motion: 3D Sensors in Intuitive Game Design”, Analog Dialogue, n. 41, 04 April (2007), [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue) ,\*
- [70] “#AN-00MX-001 Accelerometers Fundamentals”, Memsic, North Andover, MA, Application Note, [www.memsic.com](http://www.memsic.com) .\*
- [71] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, cap. 16, Table 16.9, pag. 40.
- [72] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 3.1.3, pp. 44-46.
- [73] R.T. Howe, B.E. Boser, A.P. Pisano, “Polysilicon integrated microsystems: technologies and applications”, Sensors and Actuators A, n. 56, pp. 167-177, 1996.\*
- [74] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 24.6.1, pp. 15-16.
- [75] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 24.7.2, pp. 18-20.
- [76] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 4.3.5, pp. 97-99.
- [77] A.B. Frazier, R.O. Warrington, C. Friedrich, “The Miniaturization Technologies: Past, Present, and Future”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 42, n. 5, pp. 423-430, October 1995.\*
- [78] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, cap. 16, Figure 16.27, pag. 42.
- [79] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and

- Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, cap. 5, Figure 5.8, pag. 125.
- [80] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, cap. 5, Figure 5.10, pag. 127.
- [81] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, cap. 5, Figure 5.11, pag. 128.

## Capitolo 2

- [1] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 24.4, pp. 5-6.
- [2] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 24.4.2, pp. 7-10.
- [3] H. Ahmad, A.J. Al-Khalili, L.M. Landsberger, M. Kaharizi, "A Two-Dimensional Micromachined Accelerometer", IEEE Transactions On Instrumentation and Measurement, vol. 46, n. 1, pp. 18-26, February 1997.\*
- [4] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 8.4.2, pp. 249-251.
- [5] B.E. Boser, R.T. Howe, "Surface Micromachined Accelerometers", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 31, n. 3, pp. 366-375, March 1996.\*
- [6] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 24.4.1, pp. 6-7.
- [7] N. Yazdi, F. Ayazi, K. Najafi, "Micromachined Inertial Sensors", Proceedings of IEEE, vol. 86, n. 8, pp. 1640-1659, August 1998.\*
- [8] L.M. Roylance, J.B. Angell, "A Batch-Fabricated Silicon Accelerometer", IEEE Transactions On Electron Devices, vol. ED-26, n. 12, pp. 1911-1917, December 1979.\*
- [9] J.W. Gardner, V.K. Varadan, O.O. Awadelkarim, Microsensors, MEMS, and Smart Devices, Chichester (etc.), Jhon Wiley & Sons, 2001, par. 8.4.3, pp. 251-254.
- [10] A. Partridge, J.K. Reynolds, B.W. Chui, E.M. Chow, A.M. Fitzgerald, L. Zhang, N.I. Maluf, T.W. Kenny, "A High-Performance Planar Piezoresistive Accelerometer", Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 9, n. 1, pp. 58-66, March 2000.\*
- [11] H. Chen, M. Bao, H. Zhu, S. Shen, "A piezoresistive accelerometer with a novel vertical beam structure", Sensors and Actuators A, n. 63, pp. 19-25, 1997.\*
- [12] K. Kwon, S. Park, "A bulk-micromachined three-axis accelerometer using silicon direct bonding technology and polysilicon layer", Sensors and Actuators A, n. 66, pp. 250-255, 1998.\*
- [13] J.A. Plaza, H. Chen, J. Esteve, E. Lora-Tamayo, "New bulk accelerometer for triaxial detection", Sensors and Actuators A, n. 66, pp. 105-108, 1998.\*
- [14] J.A. Plaza, J. Esteve, C. Cané, "Twin-mass accelerometer optimization to

- reduce the package stresses”, Sensors and Actuators, n.80, pp. 199-207, 2000.\*
- [15] Li-Peng Wang, R.A. Wolf, Jr., Y. Wang, K.K. Deng, L. Zou, R.J. Davis, S. Trolrier-McKinstry, “Design, Fabrication, and Measurement of High-Sensitivity Piezoelectric Microelectromechanical Systems Accelerometers”, Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 12, n. 4, pp. 433-439, August 2003.\*
- [16] Pau-Ling Chen, R.S. Muller, R.D. Jolly, G.L. Halac, R.M. White, A.P. Andrews, T.C. Lim, M.E. Motamedi, “Integrated Silicon Microbeam PI-FET Accelerometer”, IEEE Transactions On Electron Devices, vol. ED-29, n. 1, pp. 27-33, January 1982.\*
- [17] V. Ferrari, A. Ghisla, D. Marioli, A. Taroni, “Silicon resonant accelerometer with electronic compensation of input-output cross-talk”, Sensors and Actuators A, n. 123-124, pp. 258-266, 2005.\*
- [18] Chr. Burrer, J. Esteve, “A novel resonant silicon accelerometer in bulk-micromachining technology”, Sensors and Actuators A, n. 46-47, pp. 185-189, 1995.\*
- [19] M. Aikele, K. Bauer, W. Ficker, F. Neubauer, U. Prechtel, J. Schalk, H. Seidel, “Resonant accelerometer with self-test”, Sensors and Actuators A, n. 92, pp. 161-167, 2001.\*
- [20] C. Yeh, K. Najafi, “A Low-Voltage Tunneling-Based Silicon Microaccelerometer”, IEEE Transactions On Electron Devices, vol. 44, n. 11, pp. 1875-1882, November 1997.\*
- [21] Cheng-Hsien Liu, T.W. Kenny, “A High-Precision, Wide-Bandwidth Micromachined Tunneling Accelerometer” Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 10, n. 3, pp. 425-433, September 2001.\*
- [22] Cheng-Hsien Liu, A.M. Barzilai, J.K. Reynolds, A. Partridge, T.W. Kenny, J.D. Grade, H.K. Rockstad, “Characterization of a High-Sensitivity Micromachined Tunneling Accelerometer with Micro-g Resolution”, Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 7, n. 2, pp. 235-244, June 1998.\*
- [23] B. Riedel, “A Surface-Micromachined, Monolithic Accelerometer”, Analog Dialogue, vol. 27, n. 2, pp. 3-7, 1993, [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue).\*
- [24] S.E. Lyshevski, Nano-and Microelectromechanical Systems: Fundamentals of Nano-and Microengineering, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2001, par. 3.1.2, pp. 132-141.
- [25] H. Weinberg, “Dual Axis, Low g, Fully Integrated Accelerometers”, Analog Dialogue, vol. 33, pp. 23-24, 1999, [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue).\*
- [26] A. Selvakumar, K. Najafi, “A High-Sensitivity Z-Axis Capacitive Silicon Microaccelerometer with a Torsional Suspension”, Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 7, n. 2, pp. 192-200, June 1998.\*
- [27] C. Lu, M. Lemkin, B.E. Boser, “A Monolithic Surface Micromachined Accelerometer with Digital Output”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 30, n. 12, pp. 1367-1373, December 1995.\*
- [28] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 27.2.5, pp. 4-6.
- [29] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 16.13.3, pp. 125-127.
- [30] M. Gad-el-Hak, The MEMS Handbook, Boca Raton (etc.), CRC Press, 2002, par. 27.3.8, pp. 15-17.



- [31] “ADXL50-Monolithic Accelerometer With Signal Conditioning”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [32] “ADXL202/ADXL210-Low Cost  $\pm 2g/\pm 10g$  Dual Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometers with Digital Output”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1999.\*
- [33] N. Yazdi, K. Najafi, “An All-Silicon Single-Wafer Micro-g Accelerometer with a Combined Surface and Bulk Micromachining Process”, Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 9, n. 4, pp. 544-550, December 2000.\*
- [34] “MEMS Capacitive Accelerometers-MS8000.C Series”, Colibrys, Neuchâtel, Switzerland, Product Description, 30DMS8X.B.05.05 , [www.colibrys.com](http://www.colibrys.com) .\*

### Capitolo 3

- [1] R.J Van De Plassche, J.H. Huijsing, W. Sansen, Analog Circuit Design: RF Analog-to-Digital Converters; Sensor and Actuator Interfaces; Low-Noise Oscillators, PLLs and Synthesizers, Boston (etc.): Kluwer Academic Publishers, 1997, pp. 177-196.\*
- [2] B.E. Boser, “Electronics for Micromachined Inertial Sensors”, Transducers Digest of Technical Papers, pp. 1169-1172, June 1997.\*
- [3] B.E. Boser, R.T. Howe, “Surface Micromachined Accelerometers”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 31, n. 3, pp. 366-375, March 1996.\*
- [4] H. Samuels, “Single-and Dual-Axis Micromachined Accelerometers”, Analog Dialogue, vol. 30, n. 4, pp. 3-5, 1996, [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue) .\*
- [5] “ADXL50-Monolithic Accelerometer With Signal Conditioning”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [6] C. Lu, M. Lemkin, B.E. Boser, “A Monolithic Surface Micromachined Accelerometer with Digital Output”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 30, n. 12, pp. 1367-1373, December 1995.\*
- [7] “ADXL05- $\pm 1g$  to  $\pm 5g$  Single Chip Accelerometer with Signal Conditioning”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [8] “ADXL150/ADXL250- $\pm 5g$  to  $\pm 50g$ , Low Noise, Low Power, Single/Dual Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometers”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 1998.\*
- [9] “ADXL103/ADXL203-Precision  $\pm 1.7g$  Single/Dual Axis Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
- [10] P.R. Gray, R.G. Meyer, Circuiti integrati analogici, Milano (etc.): McGraw-Hill Libri Italia, 1998, pp. 692-703.
- [11] “ADXL202/ADXL210-Low Cost  $\pm 2g/\pm 10g$  Dual Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometers with Digital Output”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1999.\*
- [12] B.E. Boser, “Capacitive Sensor Interfaces”, Berkeley Sensor & Actuator Center, Dept. Of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, Berkeley, slides, pag. 16, 1996, [www.eecs.berkeley.edu](http://www.eecs.berkeley.edu) .\*
- [13] B.E. Boser, “Capacitive Position Sense Circuits”, Berkeley Sensor & Actuator Center, Dept. Of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of

- California, Berkeley, slides, pp. 17-20, 1996, [www.eecs.berkeley.edu](http://www.eecs.berkeley.edu) .\*
- [14] B.E. Boser, “Capacitive Position Sense Circuits”, Berkeley Sensor & Actuator Center, Dept. Of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, Berkeley, slides, pp. 6-8, 1996, [www.eecs.berkeley.edu](http://www.eecs.berkeley.edu) .\*

## Capitolo 4

- [1] B.E. Boser, “Electronics for Micromachined Inertial Sensors”, Transducers Digest of Technical Papers, pp. 1169-1172, June 1997.\*
- [2] R.J Van De Plassche, J.H. Huijsing, W. Sansen, Analog Circuit Design: RF Analog-to-Digital Converters; Sensor and Actuator Interfaces; Low-Noise Oscillators, PLLs and Synthesizers, Boston (etc.): Kluwer Academic Publishers, 1997, pp. 177-196.\*
- [3] B.E. Boser, R.T. Howe, “Surface Micromachined Accelerometers”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 31, n. 3, pp. 366-375, March 1996.\*
- [4] C. Lu, M. Lemkin, B.E. Boser, “A Monolithic Surface Micromachined Accelerometer with Digital Output”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 30, n. 12, pp. 1367-1373, December 1995.\*
- [5] “ADXL50-Monolithic Accelerometer With Signal Conditioning”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [6] “ADXL05-±1g to ±5g Single Chip Accelerometer with Signal Conditioning”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [7] “ADXL202/ADXL210-Low Cost ±2g / ±10g Dual Axis iMEMS® Accelerometers with Digital Output”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1999.\*
- [8] “ADXL103/ADXL203-Precision ±1.7g Single/Dual Axis Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
- [9] “LIS2L02AL-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis - ±2g Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
- [10] “KXM52 Series-Accelerometers and Inclinometers”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 1.5, September 7, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [11] “KXM52-1048 - Dual (X, Y) Axis Accelerometer Specifications”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 2, March 23, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [12] “AN-282 - Fundamentals of Sampled Data Systems”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Application Note, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
- [13] J.C. Candy, G.C. Temes, Oversampling Delta-Sigma Data Converters: Theory, Design and Simulation, New York: IEEE Press, 1992, pp. 1-29.
- [14] B.E. Boser, R.T. Howe, “Surface Micromachined Accelerometers”, CICC Digest of Technical Papers, pp. 337-344, May 1995.\*
- [15] B.E. Boser, “Electrostatic Force-Feedback”, Berkeley Sensor & Actuator Center, Dept. Of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, Berkeley, slides, pp. 17-20, 1996, [www.eecs.berkeley.edu](http://www.eecs.berkeley.edu) .\*

## Capitolo 5

- [1] R.J. Van De Plassche, J.H. Huijsing, W. Sansen, Analog Circuit Design: RF Analog-to-Digital Converters; Sensor and Actuator Interfaces; Low-Noise Oscillators, PLLs and Synthesizers, Boston (etc.): Kluwer Academic Publishers, 1997, pp. 177-196.\*
- [2] C. Lu, M. Lemkin, B.E. Boser, “A Monolithic Surface Micromachined Accelerometer with Digital Output”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 30, n. 12, pp. 1367-1373, December 1995.\*
- [3] R. Van De Plassche, CMOS Integrated Analog-to-Digital and Digital-to-Analog Converters, Boston (etc.): Kluwer Academic Publishers, 2003, par. 7.2.16, pp. 329-333.
- [4] R. Van De Plassche, CMOS Integrated Analog-to-Digital and Digital-to-Analog Converters, Boston (etc.): Kluwer Academic Publishers, 2003, par. 7.2.17, pp. 333-335.
- [5] N. Wongkomet, B.E. Boser, “Correlated Double Sampling in Capacitive Position Sensing Circuits for Micromachined Applications”, Proceedings IEEE Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems, pp. 723-726. November 1998.\*
- [6] M. Lemkin, B.E. Boser, “A Three-Axis Micromachined Accelerometer with a CMOS Position-Sense Interface and Digital Offset-Trim Electronics”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 34, n. 4, pp. 456-468, April 1999.\*
- [7] M. A. Lemkin, M.A. Ortiz, N. Wongkomet, B.E. Boser, J.H. Smith, “A 3-Axis Surface Micromachined  $\Sigma\Delta$  Accelerometer”, ISSCC Digest of Technical Papers, pp. 202-203, February 1997.\*
- [8] M. Lemkin, B.E. Boser, “A Micromachined Fully Differential Lateral Accelerometer”, CICC Digest of Technical Papers, pp. 315-318, May 1996.\*
- [9] “LIS2L02AL-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g$  Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
- [10] “LIS3L02AL-MEMS Inertial Sensors: 3-Axis -  $\pm 2g$  Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*

## Capitolo 6

- [1] B. Li, D. Lu, W. Wang, “Micromachined accelerometer with area-changed capacitance”, Mechatronics, n. 11, pp. 811-819, 2001.\*
- [2] C. Lu, M. Lemkin, B.E. Boser, “A Monolithic Surface Micromachined Accelerometer with Digital Output”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 30, n. 12, pp. 1367-1373, December 1995.\*
- [3] M.A. Lemkin, M.A. Ortiz, N. Wongkomet, B.E. Boser, J.H. Smith, “A 3-Axis Surface Micromachined  $\Sigma\Delta$  Accelerometer”, ISSCC Digest of Technical Papers, pp. 202-203, February 1997.\*
- [4] R.J. Van De Plassche, J.H. Huijsing, W. Sansen, Analog Circuit Design: RF Analog-to-Digital Converters; Sensor and Actuator Interfaces; Low-Noise

- Oscillators, PLLs and Synthesizers, Boston (etc.): Kluwer Academic Publishers, 1997, pp. 177-196.\*
- [5] M.A. Lemkin, B.E. Boser, D. Auslander, J.H. Smith, "A 3-Axis Force Balanced Accelerometer Using a Single Proof-Mass", Transducers Digest of Technical Papers, pp. 1185-1188, June 1997.\*
- [6] M. Degrauwe, E. Vittoz, I. Verbauwhede, "A Micropower CMOS-Instrumentation Amplifier", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. SC-20, n. 3, pp. 805-807, June 1985.\*
- [7] A. Selvakumar, K. Najafi, "A High-Sensitivity Z-Axis Capacitive Silicon Microaccelerometer with a Torsional Suspension", Journal of Microelectromechanical Systems, vol. 7, n. 2, pp. 192-200, June 1998.\*
- [8] N. Yazdi, F. Ayazi, K. Najafi, "Micromachined Inertial Sensors", Proceedings of IEEE, vol. 86, n. 8, pp. 1640-1659, August 1998.\*
- [9] H. Samuels, "Single-and Dual-Axis Micromachined Accelerometers" Analog Dialogue, vol. 30, n. 4, pp. 3-5, 1996, [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue).\*
- [10] H. Ahmad, A.J. Al-Khalili, L.M. Landsberger, M. Kahrizi, "A Two-Dimensional Micromachined Accelerometer", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 46, n. 1, pp. 18-26, February 1997.\*
- [11] H. Weinberg, "Dual Axis, Low g, Fully Integrated Accelerometers", Analog Dialogue, vol. 33, pp. 23-24, 1999, [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue).\*
- [12] M. Lemkin, B.E. Boser, "A Three-Axis Micromachined Accelerometer with a CMOS Position-Sense Interface and Digital Offset-Trim Electronics", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 34, n. 4, pp. 456-468, April 1999.\*
- [13] "MEMS Capacitive Accelerometers-MS8000.C Series", Colibrys, Neuchâtel, Switzerland, Data Sheet, 30DMS8X.D.05.05, [www.colibrys.com](http://www.colibrys.com).\*
- [14] "MEMS Capacitive Accelerometers-MS8000.C Series", Colibrys, Neuchâtel, Switzerland, Product Description, 30DMS8X.B.05.05, [www.colibrys.com](http://www.colibrys.com).\*
- [15] "MMA1260-Low G Micromachined Accelerometer-MMA1260D: Z Axis Sensitivity Micromachined Accelerometer  $\pm 1,5g$ ", Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA1260D Data Sheet, Rev. 4, May 2006, [www.freescale.com](http://www.freescale.com).\*
- [16] "MMA2260-  $\pm 1,5g$  X-Axis Micromachined Accelerometer-MMA2260D: X Axis Micromachined Accelerometer  $\pm 1,5g$ ", Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA2260D Data Sheet, Rev. 3, March 2006, [www.freescale.com](http://www.freescale.com).\*
- [17] "ADXL50-Monolithic Accelerometer With Signal Conditioning", Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [18] "ADXL05-  $\pm 1g$  to  $\pm 5g$  Single Chip Accelerometer with Signal Conditioning", Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [19] "ADXL150/ADXL250-  $\pm 5g$  to  $\pm 50g$ , Low Noise, Low Power, Single/Dual Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometers", Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 1998.\*
- [20] "ADXL103/ADXL203-Precision  $\pm 1,7g$  Single/Dual Axis Accelerometer", Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004,

- [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
- [21] “ADXL202/ADXL210-Low Cost  $\pm 2g / \pm 10g$  Dual Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometers with Digital Output”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1999.\*
  - [22] “ADXL213-Low Cost  $\pm 1,2g$  Dual Axis Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
  - [23] “ADXL204-Precision  $\pm 1,7g$  Single-/Dual-Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. A, 2006, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
  - [24] “ADXL320-Small and Thin  $\pm 5g$  Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
  - [25] “ADXL322-Small and Thin  $\pm 2g$  Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2005, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
  - [26] “ADXL323-Small, Low Power, 2-Axis  $\pm 3g$  *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2006, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
  - [27] “LIS2L02AL-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g$  Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [28] “LIS2L06AL-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g / 6g$  Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [29] “LIS2L02AQ-Inertial Sensor: 2 Axis -  $\pm 2g / 6g$  Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 3, November 2004, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [30] “LIS2L02AQ3-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 1, July 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [31] “LIS2L02AS4-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, December 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [32] “MMA6260Q, MMA6261Q, MMA6262Q, MMA6263Q -  $\pm 1,5g$  Micromachined Accelerometer-MMA6260Q Series: X-Y Axis Sensitivity Micromachined Accelerometer  $\pm 1,5g$ ”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA6260Q Data Sheet, Rev. 3, October 2006, [www.freescale.com](http://www.freescale.com) .\*
  - [33] “MMA6270Q-  $\pm 1,5g - 6g$  Dual Axis Low-g Micromachined Accelerometer-MMA6270Q: XY Axis Accelerometer  $\pm 1,5g / 2g / 4g / 6g$ ”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA6270Q Data Sheet, Rev. 1, February 2006.\*
  - [34] “KXM52 Series-Accelerometers and Inclinometers”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 1.5, September 7, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
  - [35] “KXM52-1048 - Dual (X, Y) Axis Accelerometer Specifications”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 2, March 23, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
  - [36] “MMA7260Q-  $\pm 1,5g - 6g$  Three Axis Low-g Micromachined Accelerometer-



- MMA7260Q: XYZ Axis Accelerometer  $\pm 1,5g / 2g / 4g / 6g$ ", Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA7260Q Data Sheet, Rev. 3, April 2006.\*
- [37] "ADXL330-Small, Low Power, 3-Axis  $\pm 3g$  iMEMS<sup>®</sup> Accelerometer", Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. A, 2006, [www.analog.com](http://www.analog.com) .\*
- [38] "LIS3L02AL-MEMS Inertial Sensors: 3-Axis -  $\pm 2g$  Ultracompact Linear Accelerometer", STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
- [39] "LIS3L06AL-MEMS Inertial Sensor: 3-Axis -  $\pm 2g / 6g$  Ultracompact Linear Accelerometer", STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
- [40] "LIS3L02AQ3-MEMS Inertial Sensor: 3-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer", STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
- [41] "LIS3L02AS4-MEMS Inertial Sensor: 3-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer", STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, December 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
- [42] "KXM52-1050 - Tri (XYZ) Axis Accelerometer Specifications", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 2, March 23, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [43] "KXPS5 Series-Accelerometers and Inclometers", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 4.1, May 30, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [44] "KXPS5-2050 -  $\pm 2g$  Tri-Axis Accelerometer Specifications", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 1, December 7, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [45] "KXPS5-3157 -  $\pm 3g$  Tri-Axis Accelerometer Specifications", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 1, December 7, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [46] "KXPA4 Series-Accelerometers and Inclometers", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0.6, January 24, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [47] "KXPA4-2050 -  $\pm 2g$  Tri-Axis Analog Accelerometer Specifications", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 4, March 19, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [48] "KXP74 Series-Accelerometers and Inclometers", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 4, January 24, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [49] "KXP74-1050 -  $\pm 2g$  Tri-Axis Digital Accelerometer Specifications", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 4, December 1, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [50] "KXP84 Series-Accelerometers and Inclometers", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0.6, May 30, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [51] "KXP84-1050 -  $\pm 2g$  Tri-Axis Digital Accelerometer Specifications", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 2, March 19, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [52] "KXP84-2050 -  $\pm 2g$  Tri-Axis Digital Accelerometer Specifications", Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 2, March 19, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [53] "MEMS Sensor Terminology-Accelerometers/Inclometers" Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Terminology, August 12, 2004, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
- [54] A. Baschiroto, A. Gola, E. Chiesa, E. Lasalandra, F. Pasolini, M. Tronconi, T. Ungaretti, "A  $\pm 1-g$  Dual-Axis Linear Accelerometer in a Standard  $0,5-\mu m$  CMOS Technology for High-Sensitivity Applications", IEEE Journal of

- Solid-State Circuits, vol. 38, n. 7, pp. 1292-1297, July 2003.\*
- [55] B. Riedel, “A Surface-Micromachined, Monolithic Accelerometer”, Analog Dialogue, vol. 27, n. 2, pp. 3-7, 1993, [www.analog.com/analogdialogue](http://www.analog.com/analogdialogue).\*
- [56] W. Giudice, “The Impact of MEMS Technology: Putting Micromachines in Motion”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Slides, pag. 9, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*

## Capitolo 7

- [1] “AN3107 - Measuring Tilt with Low-g Accelerometers”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A. (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), Application Note, Rev. 0, May 2005, [www.freescale.com](http://www.freescale.com).\*
- [2] “MMA2260-  $\pm 1,5g$  X-Axis Micromachined Accelerometer-MMA2260D: X Axis Micromachined Accelerometer  $\pm 1,5g$ ”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA2260D Data Sheet, Rev. 3, March 2006, [www.freescale.com](http://www.freescale.com).\*
- [3] “ADXL05-  $\pm 1g$  to  $\pm 5g$  Single Chip Accelerometer with Signal Conditioning”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [4] “ADXL103/ADXL203-Precision  $\pm 1,7g$  Single/Dual Axis Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*
- [5] “ADXL150/ADXL250-  $\pm 5g$  to  $\pm 50g$ , Low Noise, Low Power, Single/Dual Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometers”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 1998.\*
- [6] “ADXL202/ADXL210-Low Cost  $\pm 2g / \pm 10g$  Dual Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometers with Digital Output”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1999.\*
- [7] “ADXL204-Precision  $\pm 1,7g$  Single-/Dual-Axis *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. A, 2006, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*
- [8] “ADXL213-Low Cost  $\pm 1,2g$  Dual Axis Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*
- [9] “ADXL320-Small and Thin  $\pm 5g$  Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2004, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*
- [10] “ADXL322-Small and Thin  $\pm 2g$  Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2005, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*
- [11] “ADXL323-Small, Low Power, 2-Axis  $\pm 3g$  *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0, 2006, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*
- [12] “ADXL330-Small, Low Power, 3-Axis  $\pm 3g$  *iMEMS*<sup>®</sup> Accelerometer”, Analog Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. A, 2006, [www.analog.com](http://www.analog.com).\*
- [13] “ADXL50-Monolithic Accelerometer With Signal Conditioning”, Analog

- Devices, Norwood, MA, U.S.A., Data Sheet, Rev. B, 1996.\*
- [14] “LIS2L02AL-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g$  Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [15] “LIS2L06AL-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g / 6g$  Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [16] “LIS2L02AQ3-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 1, July 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [17] “LIS2L02AS4-MEMS Inertial Sensor: 2-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, December 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [18] “LIS3L02AL-MEMS Inertial Sensors: 3-Axis -  $\pm 2g$  Ultracompact Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2006, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [19] “LIS3L02AQ3-MEMS Inertial Sensor: 3-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, May 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [20] “LIS3L02AS4-MEMS Inertial Sensor: 3-Axis -  $\pm 2g / \pm 6g$  Linear Accelerometer”, STMicroelectronics, Australia-Belgium-Brazil-Canada (etc.), Data Sheet, Rev. 2, December 2005, [www.st.com](http://www.st.com) .\*
  - [21] “KXM52 Series-Accelerometers and Inclometers”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 1.5, September 7, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
  - [22] “KXM52-1048 - Dual (X, Y) Axis Accelerometer Specifications”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 2, March 23, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
  - [23] “KXM52-1050 - Tri (XYZ) Axis Accelerometer Specifications”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 2, March 23, 2006, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
  - [24] “KXPA4 Series-Accelerometers and Inclometers”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 0.6, January 24, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
  - [25] “KXPA4-2050 -  $\pm 2g$  Tri-Axis Analog Accelerometer Specifications”, Kionix, Ithaca, NY, U.S.A., Data Sheet, Rev. 4, March 19, 2007, [www.kionix.com](http://www.kionix.com) .\*
  - [26] “MMA1260-Low G Micromachined Accelerometer-MMA1260D: Z Axis Sensitivity Micromachined Accelerometer  $\pm 1,5g$ ”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA1260D Data Sheet, Rev. 4, May 2006, [www.freescale.com](http://www.freescale.com) .\*
  - [27] “AN3461 - Tilt Sensing Using Linear Accelerometers”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A. (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), Application Note, Rev. 2, June 2007, [www.freescale.com](http://www.freescale.com) .\*
  - [28] “MMA6260Q, MMA6261Q, MMA6262Q, MMA6263Q -  $\pm 1,5g$  Micromachined Accelerometer-MMA6260Q Series: X-Y Axis Sensitivity Micromachined Accelerometer  $\pm 1,5g$ ”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T.,



Hong Kong (Technical Information Center), MMA6260Q Data Sheet, Rev. 3, October 2006, [www.freescale.com](http://www.freescale.com) .\*

- [29] “MMA6270Q-  $\pm 1,5g$  -  $6g$  Dual Axis Low- $g$  Micromachined Accelerometer-MMA6270Q: XY Axis Accelerometer  $\pm 1,5g / 2g / 4g / 6g$ ”, Freescale Semiconductor, Tokyo, Japan (Headquarters), Tempe, Arizona, U.S.A (Technical Information Center), Muenchen, Germany (Technical Information Center), Tai Po, N.T., Hong Kong (Technical Information Center), MMA6270Q Data Sheet, Rev. 1, February 2006, [www.freescale.com](http://www.freescale.com) .\*

## Appendice A

- [1] G. Cariolaro, La Teoria Unificata dei Segnali, Torino: UTET Libreria, 2001, cap. 4.

## Appendice B

- [1] P.R. Gray, R.G. Meyer, Circuiti integrati analogici, Milano (etc.): McGraw-Hill Libri Italia, 1998, pp. 692-703.





