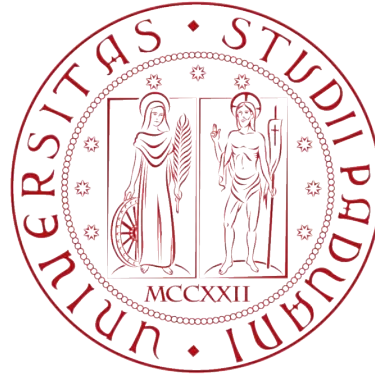


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE,
EDILE ed AMBIENTALE



Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile
Curriculum Idraulica

**DISASTRO DEL VAJONT:
UN MODELLO SPH PER L'ANALISI
DEI RISULTATI SPERIMENTALI
SUI MODELLI FISICO-IDRAULICI**

Candidato: Eleonora Pierobon

RELATORE:

Ch.mo Prof. Luigi D'Alpaos

CORRELATORI:

Prof. Sauro Manenti

Prof. Mario Gallati

Prof. Stefano Sibilla

ANNO ACCADEMICO 2013-2014

Indice

PREMESSA	8
INTRODUZIONE	12
1 Studi sulla stabilità del versante nord del monte Toc	13
1.1 Studi precedenti all'evento	14
1.1.1 Studi ed indicazioni di Müller.	15
1.1.2 Edoardo Semenza e Giudici	20
1.1.3 Indagini sismiche di Caoli	22
1.1.4 Il XV rapporto Müller.	26
1.1.5 Il modello fisico tridimensionale di Nove in scala 1:200	27
1.2 Studi nell'immediato post evento	34
1.2.1 Le Commissioni d'inchiesta	34
1.2.2 Il modello di M. Roubault	37
1.2.3 Il modello di L. Votruba	40
1.2.4 Il modello fisico-idraulico bidimensionale in scala 1:500	44
2 Metodo SPH	54
2.1 Fondamenti del metodo	54
2.1.1 Approssimazione particellare di una funzione	54
2.1.2 Approssimazione particellare della derivata di una funzione	57
2.2 SPH applicato alla fluidodinamica	58
2.2.1 Equazione di conservazione della massa (continuità)	58
2.2.2 Equazione di Bilancio della Quantità di Moto	59
2.2.3 Approssimazione SPH delle Equazioni della Fluidodinamica	60
2.3 Ulteriori aspetti numerici	61
2.3.1 Viscosità artificiale	61
2.3.2 Correzione del Kernel	62
2.3.3 Correzione della velocità	63
2.3.4 Schema di integrazione nel tempo	63
2.3.5 Re-inizializzazione della densità	64
2.3.6 Ricerca dei "vicini"	65
2.3.7 Condizioni al contorno	66
3 Il modello bidimensionale del bacino del Vajont	68
3.1 Il codice SPH: breve descrizione dello schema di calcolo e delle subroutine	68
3.1.1 Sintetica descrizione delle subroutine	71
3.2 Caso test: il dambreak monofase	75

3.2.1	Il modello adottato per le simulazioni del dambreak monofase	75
3.2.2	Risultati delle simulazioni	76
3.2.3	Analisi di sensibilità	80
3.3	Modifiche al modello del dambreak monofase	82
3.3.1	Inclinazione della parete destra del serbatoio	82
3.3.2	Risultati delle simulazioni	86
3.3.3	Inclinazione della parete sinistra del serbatoio	88
3.3.4	Risultati delle simulazioni	92
3.4	Costruzione del modello bidimensionale del bacino del Vajont	94
3.4.1	Primo modello: inserimento della geometria e del dominio fluido impiegati nelle esperienze all'Istituto di Idraulica	94
3.4.2	Risultati delle simulazioni	99
3.4.3	Secondo modello: inserimento della parete mobile che simula il moto della frana	103
3.4.4	Risultati delle simulazioni	105
3.4.5	Terzo modello: inserimento della reologia del materiale di frana nel primo modello	111
3.4.6	Risultati delle simulazioni	113
3.5	Confronto tra i risultati ottenuti sperimentalmente e quelli generati dalle simulazioni	119
4	Conclusioni e sviluppi futuri	124
4.1	Conclusioni	124
4.2	Sviluppi futuri: un modello SPH tridimensionale del Vajont	125
4.2.1	Generazione della geometria	125
	BIBLIOGRAFIA	134

Elenco delle figure

1	Posizione della diga nei due diversi progetti.	8
2	Planimetria schematica impianto Piave-Boite-Maè-Vajont.	9
3	Profilo schematico del sistema idraulico Grande Vajont (SADE).	11
1.1	Il bacino artificiale del Vajont prima e dopo la catastrofe.	13
1.2	Longarone prima e dopo il disastro. -Foto Ghedina-	14
1.3	Ubicazione della diga di Pontesei.	14
1.4	Frana di Pontesei.	15
1.5	Fessura perimetrale.	16
1.6	Posizione dei primi capisaldi installati.	16
1.7	Costruzione della galleria di sorpasso lungo la sponda destra del bacino del Vajont.	17
1.8	Misure adottate in seguito alla frana del 4 novembre 1960.	17
1.9	Spostamenti registrati dai capisaldi.	19
1.10	La depressione in località Pian de la Pozza.	20
1.11	Evoluzione della valle del Vajont ipotizzata da E. Semenza.	20
1.12	Localizzazione dei sondaggi geognostici.	21
1.13	Piano di scivolamento della paleofrana.	22
1.14	Riformulazione delle dimensioni della frana.	22
1.15	Prima serie di prospezioni geosismiche.	23
1.16	Prime conclusioni di Caloi.	23
1.17	Seconda serie di prospezioni geosismiche.	24
1.18	Nuove conclusioni dedotte da Caoli.	24
1.19	Cunicoli esplorativi in Val Massalezza.	25
1.20	Fronte di avanzamento del cunicolo ad ovest del Rio Massalezza.	25
1.21	Estratto dal XV rapporto Müller.	26
1.22	Sondaggi piezometrici.	27
1.23	Lettera di E. Indri al professor A. Ghetti.	28
1.24	Prima serie di prove:lago e ghiaia prima di una prova.	29
1.25	Prima serie di prove.	29
1.26	Superficie di scorrimento in seguito alla modifica suggerita da Semenza.	30
1.27	Planimetrie del modello di Nove.	31
1.28	Traino della massa franosa attraverso un mezzo cingolato.	32
1.29	Risultati delle due serie di esperimenti.	33
1.30	Fotografia del modello di Nancy	38
1.31	Dispositivo adottato per la discesa del carrello.	38
1.32	Risultati della prima serie di prove degli esperimenti di Nancy.	39
1.33	Dispositivo adottato per la discesa del materiale incoerente.	39
1.34	Risultati della seconda serie di prove eseguite a Nancy (senza carrello).	39

1.35	Risultati degli esperimenti di Votruba.	40
1.36	Esperimenti di Votruba: risultati delle PROVE N. 8 e 9.	42
1.37	Esperimenti di Votruba: risultati delle PROVE N. 12 e 5.	43
1.38	Fotografia del modello bidimensionale.	44
1.39	Schema dell'installazione sperimentale adottato nel modello bidimensionale.	46
1.40	Sismogramma di Pieve di Cadore.	47
1.41	Profili finali del materiale di frana ottenuti nelle esperienze di laboratorio.	48
1.42	Dipendenza tra sopraelevazione e tempi di caduta.	50
1.43	Gli esperimenti di Padova: conclusioni.	51
1.44	Confronto tra i risultati ottenuti col modello 3D e 2D.	53
2.1	Rappresentazione della funzione kernel.	55
2.2	Componenti degli sforzi di superficie lungo l'asse x_1	60
2.3	Funzione kernel troncata per una particella in prossimità della superficie libera.	62
2.4	Ricerca dei vicini della particella P_i	66
2.5	Le particelle ghost.	66
2.6	Caratteristiche delle particelle ghost.	67
3.1	Diagramma di flusso dello schema di calcolo.	69
3.2	Diagramma di flusso che illustra le subroutine in Fortran.	70
3.3	Tecnica utilizzata nella ricerca dei vicini.	73
3.4	Schema adottato nella prima simulazione del dambreak.	75
3.5	Particelle immagine nel dambreak monofase.	76
3.6	Evoluzione del fronte d'onda nel dambreak.	77
3.7	Evoluzione del fronte d'onda nel dambreak.	78
3.8	Confronto tra i dati sperimentali di Nichols e i risultati del modello.	79
3.9	Analisi di sensibilità, parametro C_s	80
3.10	Analisi di sensibilità, parametro ε	81
3.11	Analisi di sensibilità, parametro α	81
3.12	Analisi di sensibilità, parametro inh	82
3.13	Schema della specchiatura delle particelle lungo la parete inclinata.	83
3.14	Schema impiegato nel calcolo delle velocità con sponda destra inclinata.	84
3.15	Schema di calcolo con l'inserimento della subroutine Invmat.	85
3.16	Risultati della simulazione con sponda destra inclinata.	87
3.17	Introduzione dei sistemi di riferimento locali.	89
3.18	Creazione delle particelle ghost in corrispondenza degli angoli.	90
3.19	Schema di calcolo con l'inserimento della subroutine Mirror2D.	91
3.20	Risultati della simulazione con entrambe le sponde inclinate.	93
3.21	Sezione utilizzata per la geometria.	94
3.22	Geometria del modello bidimensionale del bacino del Vajont.	96
3.23	Inserimento delle particelle fluide nel modello bidimensionale.	97
3.24	Risultati agli istanti $t=0s$, $t=0.25s$	99
3.25	Risultati agli istanti $t=0.5s$, $t=0.75s$, $t=1s$ e $t=1.25s$	100
3.26	Risultati agli istanti $t=1.5s$, $t=1.75s$, $t=2s$ e $t=2.25s$	101
3.27	Massima risalita dell'onda.	102
3.28	Conseguenze geometriche dell'avanzamento della parete mobile	103
3.29	Generazione delle particelle immagine in corrispondenza della parete mobile.	104

3.30	Posizionamento della parete mobile.	105
3.31	Risultati agli istanti $t=0s$, $t=0.05s$, $t=0.15s$ e $t=0.2s$	106
3.32	Risultati agli istanti $t=0.25s$, $t=0.5s$, $t=0.75s$ e $t=1s$	107
3.33	Risultati agli istanti $t=1.25s$, $t=1.5s$, $t=1.75s$ e $t=2s$	108
3.34	Risultati agli istanti $t=2.25s$, $t=2.5s$, $t=2.75s$ e $t=3s$	109
3.35	Massima risalita dell'onda con parete mobile.	110
3.36	Comportamento reologico di differenti tipologie di fluidi.	111
3.37	Approssimazione del legame costitutivo adottato nel modello.	112
3.38	Risultati agli istanti $t=0s$, $t=0.05s$, $t=0.375s$ e $t=0.5s$	114
3.39	Risultati agli istanti $t=0.75s$, $t=1s$, $t=1.25s$ e $t=1.5s$	115
3.40	Risultati agli istanti $t=1.75s$, $t=2s$, $t=2.25s$ e $t=2.5s$	116
3.41	Massima elevazione raggiunta dall'onda con reologia.	118
3.42	Differenza tra il volume di frana adottato nel modello numerico ed in quello fisico.	120
3.43	Confronto tra risultati ottenuti col secondo modello SPH e la PROVA N 59.	121
3.44	Confronto tra risultati ottenuti col terzo modello SPH e le PROVE N 133 e 48.	123
4.1	Topografia della valle del Vajont antecedente al disastro.	126
4.2	Planimetria della superficie di scorrimento adottata negli esperimenti di Nove.	127
4.3	Georeferenziazione della carta topografica.	128
4.4	Digitalizzazione della topografia antecedente il disastro.	128
4.5	Quotatura della topografia e della planimetria.	130
4.6	Planimetria del solo amasso di frana.	131
4.7	Planimetria del piano di scorrimento.	131
4.8	Geometria tridimensionale della valle del Vajont.	133

Elenco delle tabelle

1.1	Risultati degli esperimenti condotti sul modello bidimensionale.	49
1.2	Tabella riassuntiva dei risultati delle esperienze eseguite a Nove.	51
2.1	Schema di integrazione nel tempo.	64
3.1	Criteri con cui vengono assegnate le proprietà delle particelle ghost.	72
3.2	Parametri adottati nella prima simulazione del dambreak.	76
3.3	Tabella per la conversione delle quote misurate su carta in quote reali.	95
3.4	Valori dei parametri adottati nel primo modello.	98
3.5	Valori dei parametri adottati nel secondo modello.	105
3.6	Valori dei parametri adottati nel terzo modello.	113
3.7	Confronto tra i risultati della PROVA N 60 e quelli del primo modello SPH.	120
3.8	Confronto tra i risultati della PROVA N 59 e quelli del secondo modello SPH.	121
3.9	Confronto tra i risultati delle PROVE N 133 e 48 e quelli del terzo modello SPH.	122

Premessa

L'idea di sfruttare la forra del Vajont per la produzione di energia elettrica risale ai primi anni del secolo scorso, infatti già nel 1910 Gustavo Protti chiede di utilizzare le acque del torrente ad uso forza motrice da impiegare nella cartiera di sua proprietà, situata nel comune di Castellavazzo; il piano prevede la costruzione di una diga di sbarramento alta prima 6 e poi 7.40m collocata alla confluenza del rio dei Molini nel Vajont.

Il pensiero di una sistematica utilizzazione delle acque del torrente Vajont, finalizzata alla produzione di energia idroelettrica, ha inizio nel 1925 quando l'ingegner Carlo Semenza avvia una corrispondenza epistolare col geologo svizzero Jakob Hug, nella previsione della costruzione di una diga e della realizzazione di un bacino idroelettrico nella valle del Vajont.

Il primo progetto di massima dell'impianto venne presentato il 30 gennaio del 1929 e prevedeva una diga alta 130m, con un invaso massimo di 33.6 milioni m^3 , ubicata alla stretta del ponte di Casso come illustrato in Fig. 1; la centrale che avrebbe sfruttato il salto idraulico sarebbe sorta a Dogna. Allegata a questo progetto vi era la relazione del professor Hug che suggeriva appunto questa sezione sconsigliando invece, per la permeabilità e la fessurazione del calcare presente in situ (calcare del Vajont) quella del ponte del Colomber, in cui poi venne realizzato il progetto definitivo (Fig. 1). L'ubicazione dello sbarramento al ponte del Colomber era stata introdotta dal professor e geologo Giorgio Dal Piaz (chiamato a fornire una consulenza dallo stesso C. Semenza) il quale nell'agosto del 1928 redige una relazione secondo cui, al ponte di Casso, la roccia (Formazione di Soccher) consentirebbe la costruzione di una diga alta al massimo 50m poichè al di sopra di tale quota la roccia possiede caratteristiche di resistenza più scadenti e per tale motivo sarebbe preferibile e più favorevole la soluzione al ponte del Colomber.

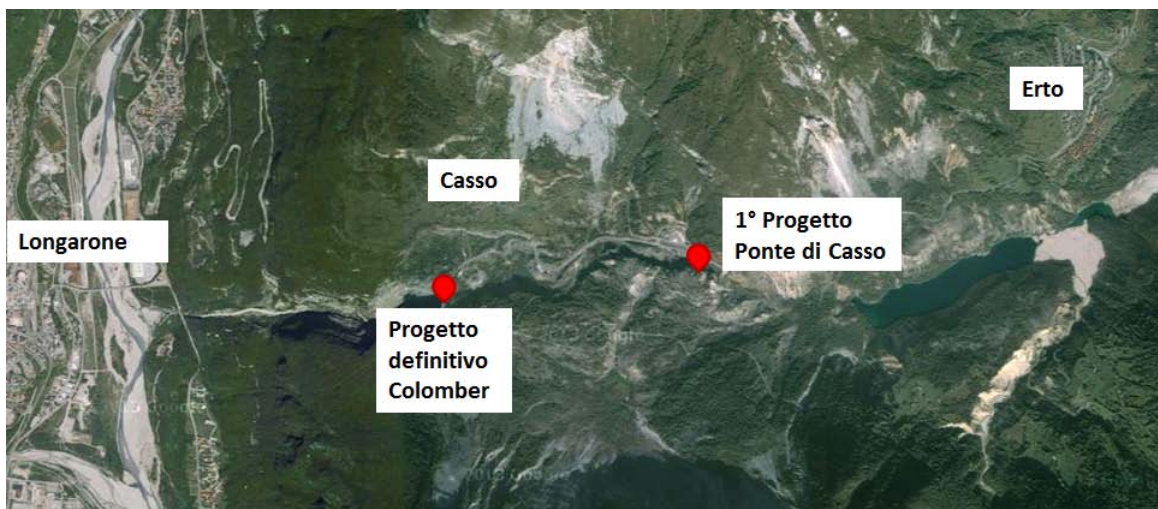


Figura 1: Posizione della diga nei due diversi progetti.

Successivamente alla richiesta di concessione per la realizzazione della diga al Ponte di Casso

del 1929 (massimo invaso a quota 656m s.l.m.m.), il 12 agosto 1937 viene presentato un nuovo progetto con la diga al Ponte del Colomber (massimo invaso a 660m s.l.m.m.) al quale si allega una relazione di Dal Piaz che estende le valutazioni fatte in un suo precedente elaborato datato 1930, in cui escludeva la possibilità di franamenti importanti dalla zona della Pineda fino alla nuova ubicazione della diga, ed afferma che “*nel complesso le condizioni strutturali dell’intera conca del Vajont per quanto l’apparenza possa trarre in inganno, in sostanza non sono peggiori di quelle che si riscontrano nella grande maggioranza dei bacini montanti dell’intera regione veneta*”.

Negli anni 1939-1940 Carlo Semenza formula l’idea di realizzare un unico impianto integrato, con una serie di serbatoi più o meno alla stessa quota, nelle valli del Piave, del Boite, del Maè e del Vajont collegati tra loro da un sistema di gallerie di deviazione e con una centrale unica a Soverzene (Fig. 2). La domanda, avente per oggetto la “*Derivazione dai fiumi Boite-Piave-Vajont: fusione e coordinamento di precedenti domande*”, viene presentata al Ministero dei lavori pubblici il 22 giugno 1940 e prevede un’altezza massima della diga a quota 667m s.l.m.m.

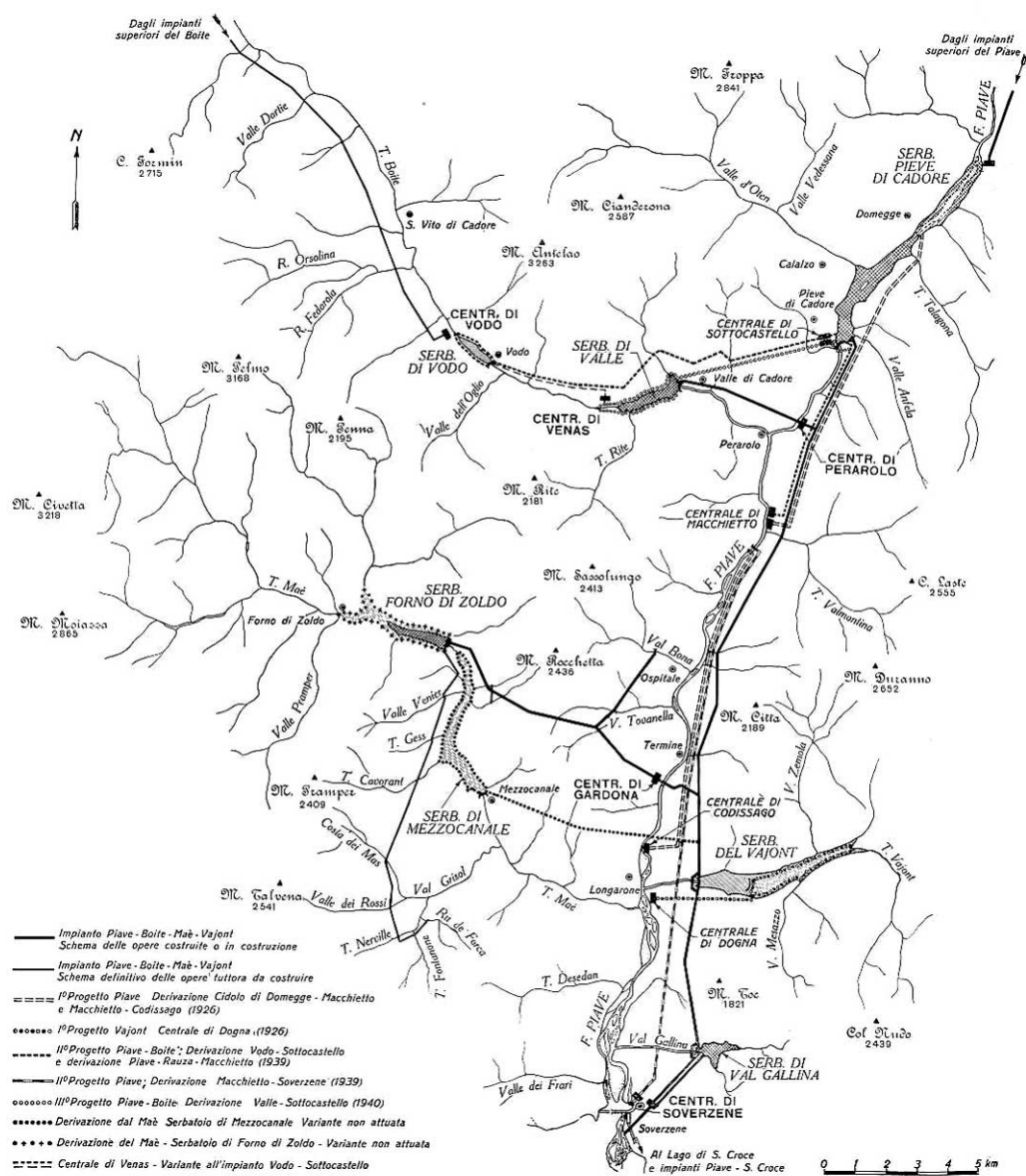


Figura 2: Planimetria schematica impianto Piave-Boite-Maè-Vajont.

Lo scopo del progetto era quello di creare una riserva di acqua (serbatoio di regolazione pluri-

stagionale) che permettesse di sfruttare l'energia potenziale gravitazionale, sotto forma di potenza idrica, per produrre energia elettrica anche nei periodi di secca dei fiumi. L'invaso venne creato per accumulare le acque del fiume Piave dopo il loro passaggio nella diga di Pieve di Cadore, dalla quale giungeva nel serbatoio del Vajont tramite tubazioni con dislivello minimo e quindi minor perdita di energia gravitazionale. A questo sistema si aggiungevano, tramite condotte e ponti-tubo, anche i laghi di Vodo e Valle di Cadore (sul torrente Boite), di Pontesei (sul torrente Maè) e della Val Gallina (bacino di carico della centrale di Soverzene). Era stato dunque concepito un grande sistema di bacini idraulicamente comunicanti, con piccoli dislivelli tra di loro, sfruttati da piccole centrali (Pontesei, Colomber per il Vajont e Gardona) e tutti confluenti nella centrale principale di Soverzene (220MW, al suo tempo la più grande d'Europa).

Nel 1948 nasce l'idea di innalzare la diga fino a 679m s.l.m.m. con conseguente aumento sia della capacità massima utile a 58.2 milioni m^3 sia della produzione di energia elettrica. Segue quindi una relazione firmata da Dal Piaz in cui il professore indica i possibili fenomeni di instabilità delle sponde nella zona della Pineda e i vari studi da compiere a Erto e sulla roccia di imposta della diga, indagini che vennero svolte negli anni successivi.

Nel gennaio del 1957, pur senza le necessarie autorizzazioni (che verranno rilasciate solamente il 17 luglio dello stesso anno), iniziano i lavori di scavo delle imposte della diga ed il 31 dello stesso mese viene presentata al Consiglio superiore dei Lavori pubblici la domanda di varianti alla concessione delle acque del Vajont, approfittando di una cooperazione del governo con le società idroelettriche, cui era stato consentito nel novembre del 1956 di predisporre di un piano di potenziamento degli impianti, connesso ad un accrescimento di richiesta energetica (va infatti ricordato che siamo nel periodo che precede il "boom economico" che attraverserà l'Italia tra il 1958 e il 1963). Tra le varianti presentate in questa domanda ricordiamo il lieve spostamento della diga per ragioni geologiche, l'innalzamento dello sbarramento che portava il livello di massimo invaso a 722.50m s.l.m.m. con una capacità utile, a tale quota, di 150 milioni m^3 e l'inserimento di una nuova centrale, detta di Colomber, atta a sfruttare una parte del salto determinato dal maggior invaso. Il colossale progetto detto *Grande Vajont*, che portò alla costruzione della diga a doppio arco più alta del mondo, venne approvato il 15 giugno 1957 ma la relazione geologica definitiva che lo avrebbe dovuto accompagnare venne consegnata oltre tre mesi dopo tale approvazione e riprendeva i precedenti studi del 1948, ai quali veniva integrata un'appendice del 31 gennaio 1957 in cui si dichiarava che, in vista della sopraelevazione del massimo invaso, erano state *"riprese in esame le caratteristiche geologiche generali della stretta, con particolare riguardo alle zone dei due fianchi al di sopra del limite di invaso precedentemente fissato"* e che le conclusioni della relazione del 1948 sostanzialmente valevano anche per la nuova soluzione prospettata. In tale relazione inoltre il professor Dal Piaz esprimeva un parere favorevole sull'innalzamento della diga, salva l'adozione di provvedimenti cautelativi indicati dallo stesso geologo, relativamente all'attestamento delle fiancate della diga ed alle opere di impermeabilizzazione, che avrebbero dovuto essere spinte a maggiori profondità e potenziate in rapporto alle maggiori pressioni statiche.

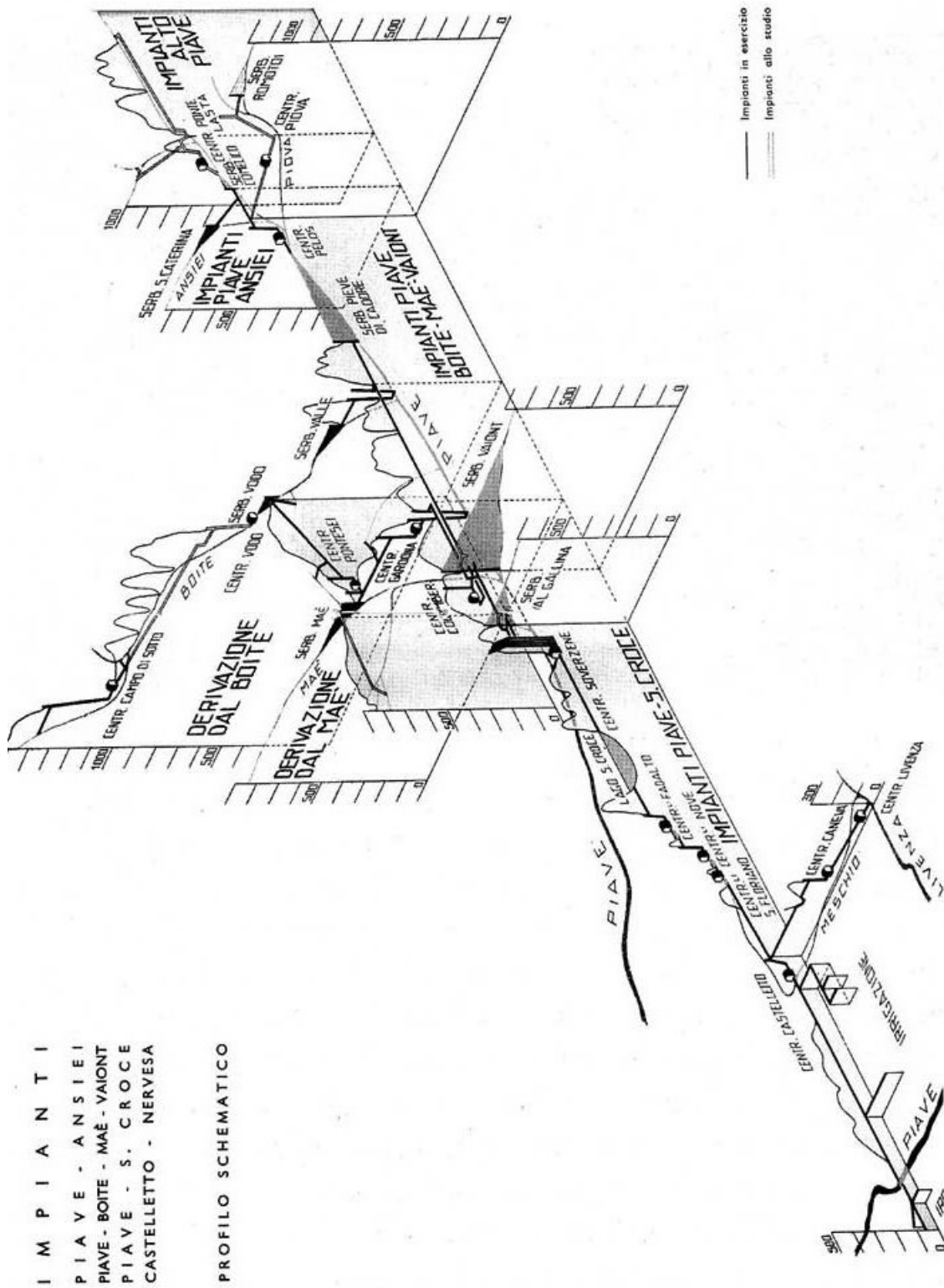


Figura 3: Profilo schematico del sistema idraulico Grande Vajont (SADE).

Introduzione

La presente tesi di laurea si pone l'obiettivo di ricreare ciò che venne sperimentato sul modello fisico-idraulico bidimensionale, descritto nel seguito, realizzato nel Laboratorio di Idraulica dell'Università di Padova negli anni 1967-1968. La ricostruzione viene fatta attraverso un modello numerico basato sul metodo *Smoothed Particle Hydrodynamics*, in seguito definito con l'acronimo *SPH*.

Attraverso il confronto numerico-sperimentale sarà possibile comprendere l'esattezza delle ipotesi formulate dagli sperimentatori e delle schematizzazioni da essi adottate per riprodurre il catastrofico evento del 9 ottobre 1963.

Il confronto numerico-sperimentale permetterà di calibrare i parametri del modello SPH (fattori reologici, numerici, etc...) e di studiare la dinamica della frana (e.g. tempo di caduta). Nota l'influenza dei predetti parametri sarà possibile estendere la modellazione al caso tridimensionale e valutare le varie ipotesi di dinamica della frana.

La tesi è articolata attraverso le seguenti fasi:

1. ricerca del materiale bibliografico
2. elaborazione del codice di calcolo
3. simulazioni e confronti con il modello fisico

Il lavoro di tesi ha la seguente struttura:

- Capitolo 1: raccoglie e sintetizza gli studi riguardanti la stabilità del versante settentrionale del monte Toc, che si sono susseguiti negli anni precedenti ed antecedenti al disastro;
- Capitolo 2: fornisce un'introduzione alle basi del metodo SPH;
- Capitolo 3: presenta la successione delle fasi che hanno portato allo sviluppo del modello bidimensionale impiegato per generare le simulazioni. Partendo dal codice elaborato per la soluzione del problema di dambreak monofase sono state gradualmente introdotte delle modifiche per poter schematizzare la geometria della valle del Vajont, la cinematica dell'ammasso franoso e la reologia del materiale di frana;
- Capitolo 4: è dedicato alle conclusioni e ai possibili sviluppi di nuovi modelli, con particolare riferimento alla volontà di costruire un modelli tridimensionale.

Capitolo 1

Studi sulla stabilità del versante nord del monte Toc

Erano le 22:39 del 9 ottobre 1963 quando dal versante settentrionale del monte Toc un'enorme frana, di circa 270 milioni di m^3 , precipitò nel serbatoio del Vajont generando un'onda, avente un'altezza stimata intorno ai 200m, che provocò la morte di 1917 persone (Fig. 1.1).



Figura 1.1: Il bacino artificiale del Vajont prima e dopo la catastrofe.

L'onda che si formò a seguito dello smottamento in parte risalì il versante opposto distruggendo tutti gli abitati siti lungo le sponde del lago nei comuni di Erto e Casso, un'altra frazione scavalcò la diga, che rimase sostanzialmente intatta, riversandosi con inaudita violenza nella valle del Piave, provocando la distruzione del paese di Longarone e dei suoi limitrofi. Lungo le sponde del lago del Vajont, vennero distrutti i borghi di Frasègn, Le Spesse, Il Cristo, Pineda, Ceva, Prada, Marzana, San Martino e la parte bassa dell'abitato di Erto. Nella valle del Piave, vennero rasi al suolo i paesi di Longarone (Fig. 1.2), Pirago, Maè, Villanova, Rivalta. Profondamente danneggiati gli abitati di Codissago, Castellavazzo, Fortogna, Dogna e Provagna. Danni anche nei comuni di Soverzene, Ponte nelle Alpi e nella città di Belluno, dove venne distrutta la borgata di Caorera e allagata quella di Borgo Piave.



Figura 1.2: Longarone prima e dopo il disastro. -Foto Ghedina-

La tragedia del Vajont è stata definita dall'ONU, durante l'*International Year of Planet Earth* (Iype, 2008), un “disastro evitabile” causato dal “fallimento di ingegneri e geologi nel comprendere la natura del problema che stavano cercando di affrontare”. L'instabilità del versante nord del monte Toc infatti non era sconosciuta ai tecnici che, a partire dal 1959, eseguirono numerosi studi e indagini di varia natura. I paragrafi seguenti ripercorrono tali ricerche al fine di comprendere il motivo che portò alla costruzione del modello fisico-idraulico tridimensionale della valle del Vajont.

1.1 Studi precedenti all'evento

I primi studi specifici, riguardanti la stabilità del versante settentrionale del Monte Toc, iniziano alla fine degli anni Cinquanta del secolo scorso. Nel giugno del 1957 in una relazione di Giorgio Dal Piazz vengono trattati i fenomeni tettonici della valle del Vajont e dintorni, con riferimento alla situazione della diga, e non vengono evidenziati fenomeni rilevanti di instabilità. Va osservato che all'epoca l'interesse primario era rivolto alla stabilità e alla tenuta dell'imposta della diga, mentre gli studi riguardanti la stabilità dei versanti erano obiettivamente poco sviluppati; la prassi internazionale infatti non prevedeva affatto questi studi e solitamente non era richiesta menzione nelle relazioni geologiche allegate ai progetti.

Nell'agosto del 1957 il Professor Leopold Müller, illustre geomeccanico salisburghese incaricato dalla SADE di eseguire degli studi sulla stabilità dell'area interessata dalla costruzione della diga, consegna il suo secondo rapporto, nel quale indica alcune masse poco stabili nella zona del Pian del Toc, la più grande di circa 1 milione m^3 .

Il 22 marzo 1959 si verifica una frana nel vicino serbatoio del Maè a Pontesei, in zona Fagare (Fig. 1.3); 3 milioni m^3 cadono nel lago, in quel momento a 13m sotto la quota di massimo invaso, che provocano un'onda di circa 20m (Fig. 1.4).

I tempi di caduta forniti dalla SADE sono dell'ordine degli 8 minuti mentre si riducono a meno di 3 minuti a detta dell'ing. Mario Pancini

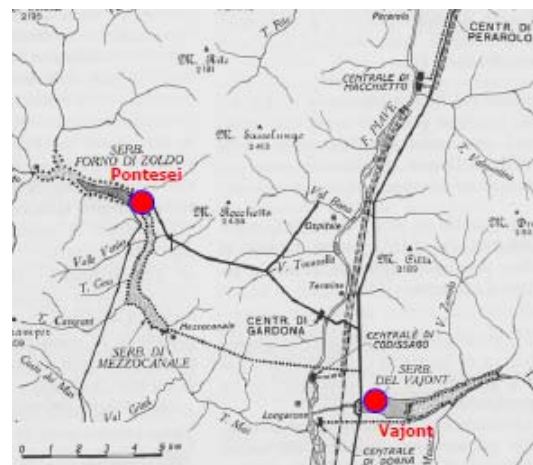


Figura 1.3: Ubicazione della diga di Pontesei.

(direttore dei lavori al Vajont) e tra i 2 e 3 minuti sia secondo alcuni testimoni sia in base a quanto riportato sul quotidiano il Gazzettino del 23/3/1959.

Dopo questo tragico evento, costato la vita ad un operaio, temendo che quanto accaduto possa ripetersi anche nel vicino serbatoio del Vajont, la SADE decide di intraprendere una serie di studi circostanziati per indagare la stabilità della sponda sinistra del bacino artificiale. Del problema venne incaricato l'ing. Müller che, seppur seguisse da anni i problemi riferiti alle imposte della diga e avesse redatto qualche scritto sulla stabilità dei versanti, non aveva mai eseguito analisi così approfondite.



Figura 1.4: Frana di Pontesei.

1.1.1 Studi ed indicazioni di Müller.

Il 21 luglio 1959 Müller esegue un primo sopralluogo nel bacino e qualche giorno dopo invia una lettera ad Edoardo Semenza, figlio del progettista Carlo, incaricandolo di eseguire uno studio, secondo una sua dettagliata proposta, allo scopo di mettere in evidenza eventuali fenomeni di instabilità. Il programma di Müller prevedeva le seguenti fasi:

1. un rilievo geologico generale di tutta la zona di invaso fino all'incirca all'altezza della strada che circondava il serbatoio senza entrare in eccessivi dettagli;
2. un successivo rilievo di geologia strutturale di dettaglio di quelle zone che, a seguito dello studio generale, fossero risultate in potenziale pericolo di stabilità;
3. eventuali successive indagini in profondità delle zone sospette mediante perforazioni e scavi di esplorazione.

Nei primi mesi del 1960 si verificarono vari smottamenti e sul versante nord del Toc si registrò l'apertura di numerose fessure. In seguito a questi fenomeni e poco dopo l'inizio del primo ciclo sperimentale di invaso/svaso (febbraio 1960), in maggio vennero installati 14 capisaldi di superficie che rivelarono subito l'aumento progressivo degli spostamenti in relazione al crescere dell'invaso. Tutti questi punti di misura erano posti a quote inferiori ai 900m s.l.m.m. come illustrato in Fig. 1.6. Già con le prime misure si registrarono piccoli movimenti nella zona più prossima al lago, dove tali punti controllati erano installati.

Verso la fine di luglio e l'inizio dell'agosto 1960, con l'invaso a quota 595m iniziano i primi movimenti dei punti di misura più settentrionali; tali movimenti incrementarono la loro velocità e gradualmente si estesero anche ai capisaldi posti più a sud. Col lago a 645m circa, probabilmente verso la fine di ottobre 1960, lungo il versante settentrionale del monte Toc iniziò ad aprirsi la cosiddetta *fessura perimetrale* a forma di "M" che si estendeva per più di 2km, con ampiezze tra i 50 – 100cm, ed era compresa tra le quote 900m s.l.m.m e 1400m s.l.m.m circa (Fig. 1.5). La sua

estensione in profondità rimaneva invece oggetto di ipotesi, non essendo stata raggiunta alcuna prova dell'esatta ubicazione del piano di scivolamento. Questa frattura risulterà essere il limite di distacco superiore della grande frana del 9 ottobre 1963.



Figura 1.5: Un tratto della fessura perimetrale al margine meridionale del piccolo avvallamento di quota 1100m (la cosiddetta Dolina), situato a SW dell'origine del ramo occidentale del torrente Massalezza. -E. Semenza 9/11/1960-

Dopo questo primo segnale d'allarme seguì un secondo e più importante evento che rese indiscutibile la presenza di un moto di scivolamento della sponda sinistra del serbatoio: il 4 novembre 1960 dal versante nord del Pian della Pozza, a circa 500m dalla diga, si staccò una frana larga 350m avente un volume stimato di circa $700'000m^3$, che cadendo nel lago (in quel momento a quota 647m s.l.m.m.) provocò un'ondata alta 2m che infrangendosi sulla diga risalì all'incirca di una decina di metri.

Questo smottamento, che rappresenta solo una piccola frazione del fronte franoso che si sta muovendo come un blocco unico, non provocò danni né a persone né a cose anche perché il livello del lago era molto al di sotto del livello di sfioro.

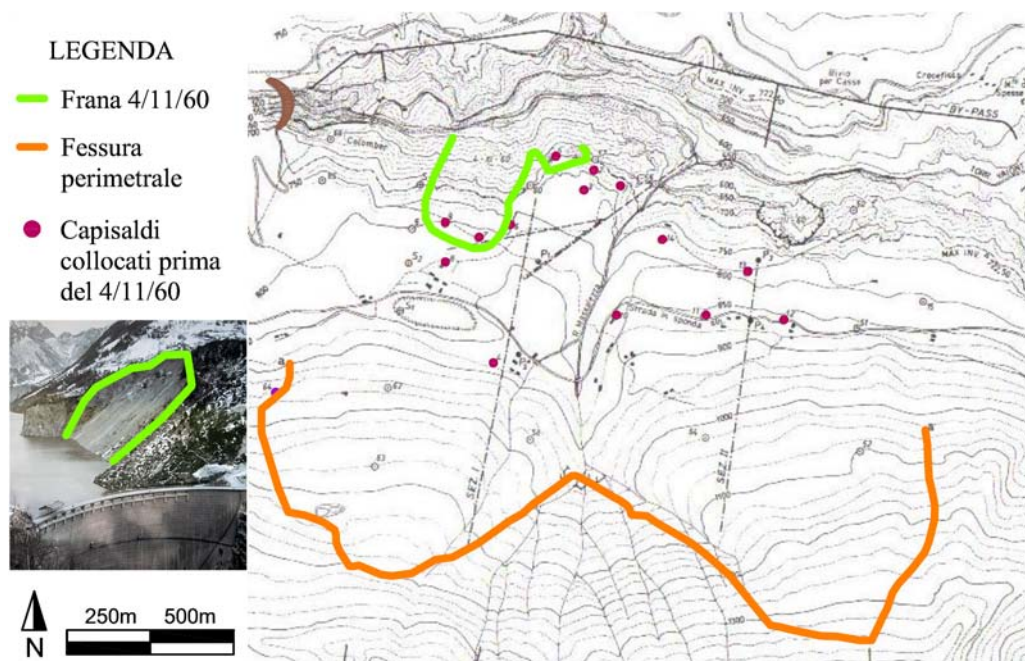


Figura 1.6: Rappresentazione planimetrica che evidenzia la zona di frana del 4/11/63, la fessura perimetrale e la localizzazione dei primi capisaldi installati. -Selli e Trevisan modificato-

In seguito alla frana del 4 novembre e alla comparsa della fessura perimetrale, la SADE su consiglio di Müller abbassa gradualmente il livello del lago fino al raggiungimento di quota 600m s.l.m. nel dicembre 1960 (un abbassamento di 5m in 2 giorni, seguito da un arresto di 4–5 giorni per poi riprendere con un nuovo abbassamento ed un successivo arresto). Tale abbassamento era essenziale tra l'altro per consentire lo scavo (tra febbraio e settembre 1961) della galleria di sorpasso sul versante destro (Fig. 1.7); tale opera avrebbe assicurato il funzionamento dell'impianto anche nel caso in cui il materiale di frana avesse suddiviso il bacino in due laghi tra loro separati.



Figura 1.7: Costruzione della galleria di sorpasso lungo la sponda destra del bacino del Vajont.

Dopo gli avvenimenti dell'inverno del 1960, il sistema di controllo trigonometrico venne esteso a tutta la zona delimitata dalla fenditura perimetrale; la SADE posizionò su tutta l'area del versante franoso altri capisaldi di controllo, circa 40, e 4 piezometri per il controllo della falda; eseguì inoltre alcuni pozzi trivellati ed installò una stazione sismografica molto avanzata nella zona della cabina comandi.

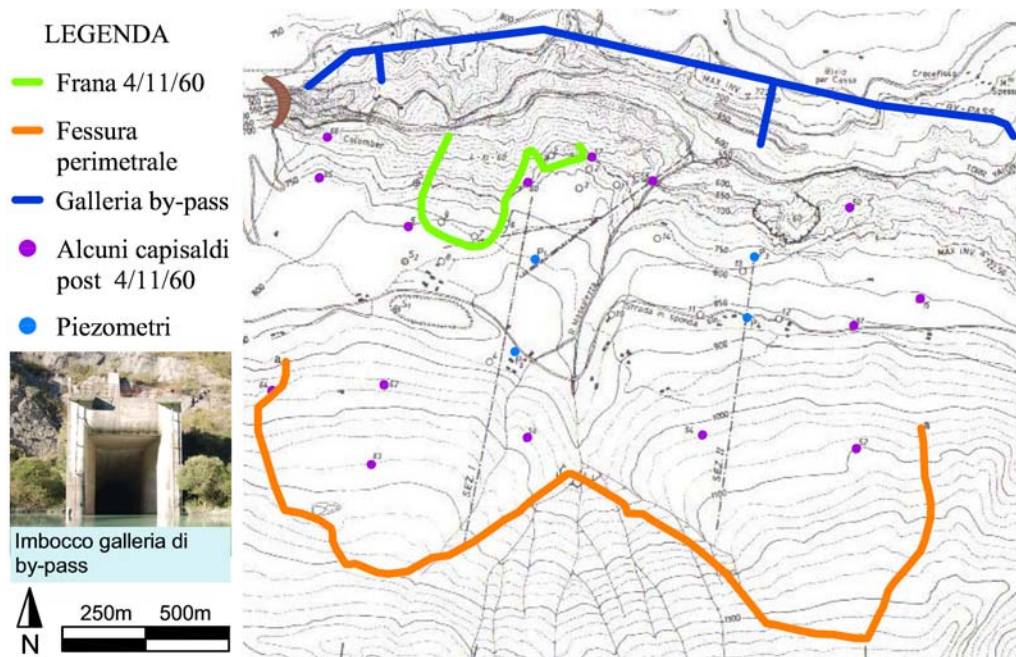
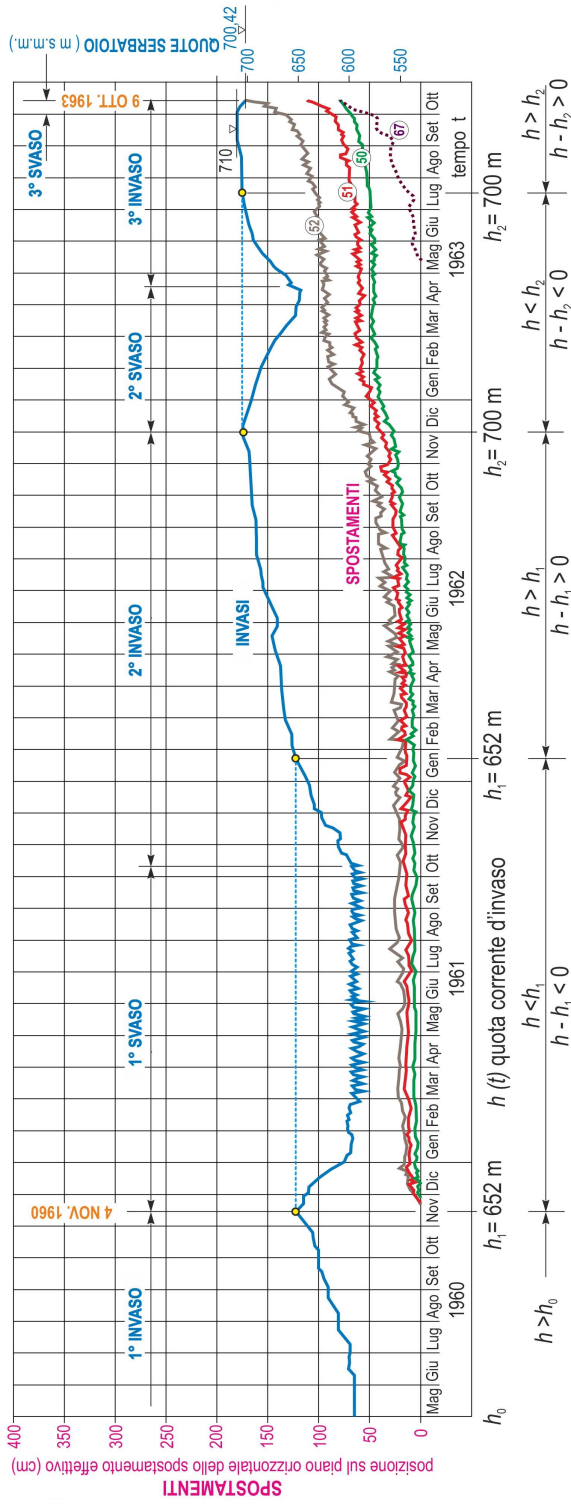


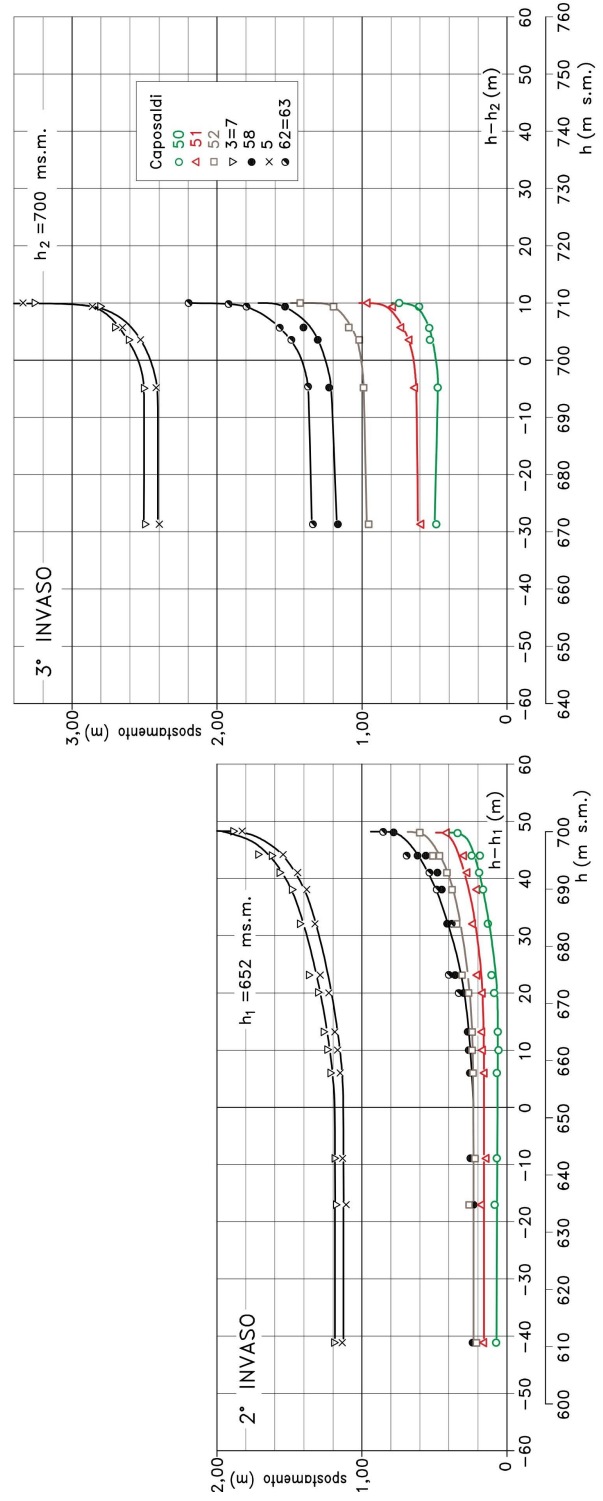
Figura 1.8: Misure adottate in seguito alla frana del 4 novembre 1960: installazione dei nuovi capisaldi e dei piezometri, costruzione della galleria di bypass.

Grazie ai capisaldi installati a partire dal maggio 1960 (Fig. 1.6 e Fig. 1.8) è stato possibile monitorare giornalmente i movimenti del fronte e di poterli confrontare con le operazioni di invaso e svaso. Come evidenzia la Fig. 1.9a è evidente il legame tra scivolamenti e opere di collaudo del serbatoio; in particolare quando si avevano gli svassi gli spostamenti aumentavano. Inoltre si osserva che non appena il livello nel lago supera la quota massima raggiunta nel precedente invaso

il fronte inizia a rimettersi in moto (Fig.1.9b). Da qui l'idea di Müller di poter controllare il crollo del versante.



(a) Spostamenti dei capisaldi dal novembre 1960 al 9 ottobre 1963.



(b) Spostamento dei capisaldi nel secondo e terzo invaso.

Figura 1.9: Proiezione sul piano orizzontale degli spostamenti registrati dai capisaldi.

1.1.2 Edoardo Semenza e Giudici

Edoardo Semenza, in seguito alla richiesta di Müller, svolse il programma d'indagine riguardante la stabilità del versante settentrionale del Toc in un primo momento da solo e successivamente, a partire dal mese di settembre, venne affiancato da Franco Giudici, anch'esso geologo da poco laureato a Padova.

Nel corso del rilievo delle zone del Pian del Toc venne rilevata l'esistenza di numerosi segni di stanchezza, contrassegnati da piccole depressioni allungate (Fig. 1.10), da bruschi gradini e dall'esistenza di numerose fratture.



Figura 1.10: La depressione in località Pian de la Pozza, in corrispondenza della quale, nel 1959, si era pensato fosse situato il margine meridionale della paleo-frana. -E. Semenza, agosto 1959-

Lo studio portò all'individuazione di una massa di circa 1km^2 e con un volume di circa 50 milioni m^3 , residuo di una più estesa paleo-frana, scesa dal versante settentrionale del M. Toc fino a sbarrare e riempire un tratto dell'antico solco fluviale del torrente Vajont, e da questo successivamente erosa (Fig. 1.11). Da qui nacque l'ipotesi che la vecchia massa di frana avrebbe potuto muoversi nuovamente con la creazione del lago, specialmente se il piano di movimento fosse stato inclinato notevolmente verso Nord. Questa ipotesi venne subito illustrata (fine agosto 1959) a Carlo Semenza che informò Dal Piaz; il professore però negò ogni validità delle conclusioni di Edoardo.

Nel giugno 1960 E. Semenza e F. Giudici consegnarono la loro relazione in cui affermavano la presenza di un' "enorme massa rocciosa scivolata a valle in epoca preistorica", lanciando l'avvertenza di pericoli di cedimenti "specialmente durante l'abbassamento dell'invaso". Queste conclusioni non sono però condivise né da Giorgio Dal Piaz né da Pietro Caloi; quest'ultimo era un geofisico incaricato dalla SADE di eseguire delle prospezioni geosismiche, come verrà illustrato nel prossimo paragrafo.

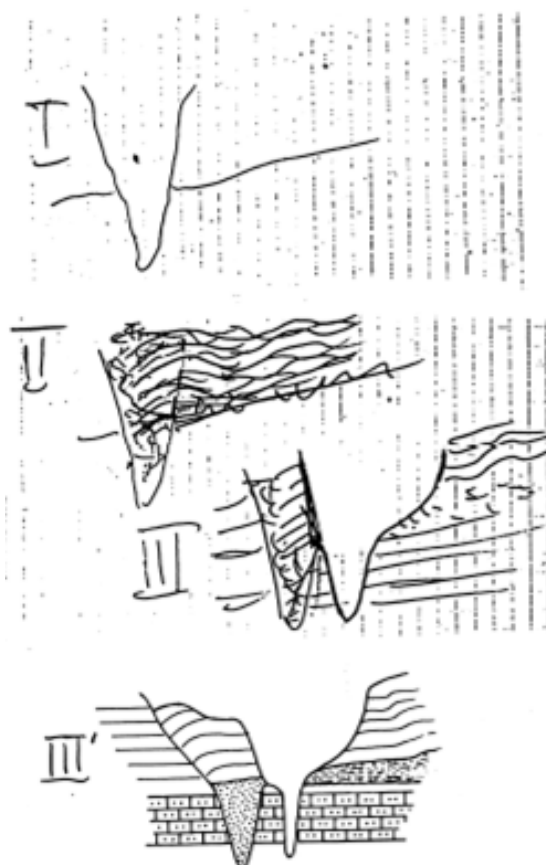


Figura 1.11: Evoluzione della valle del Vajont ipotizzata da E. Semenza. -estratti dal taccuino di campagna di E. Semenza-

Semenza e Giudici inoltre proposero una campagna di sondaggi per avere una conoscenza più approfondita intorno allo stato del versante sinistro e al carattere dei temuti fenomeni.

Tra maggio e luglio 1960 la SADE, allo scopo di individuare la presenza della paleofrana e stimarne la profondità, dispose l'esecuzione, nella zona tra il Pian del Toc e il Pian della Pozza, di tre perforazioni geognostiche ubicate lungo un asse approssimativamente normale al corso del Vajont (Fig. 1.12). Durante lo scavo venne attraversata roccia talmente fratturata da rendere la perforazione (eseguita a rotazione e a secco) difficilissima, e ad un certo punto impossibile; i sondaggi non arrivarono alla superficie di contatto con la roccia sana, che certamente doveva esserci. Lo spessore della paleofrana quindi doveva essere molto maggiore di quello inizialmente stimato da Edoardo.

Inoltre venne scavata una trincea nella depressione a Sud del Pian della Pozza, che circa ad 1m di profondità incontrò strati poco inclinati di roccia, moto fratturati e allineati.

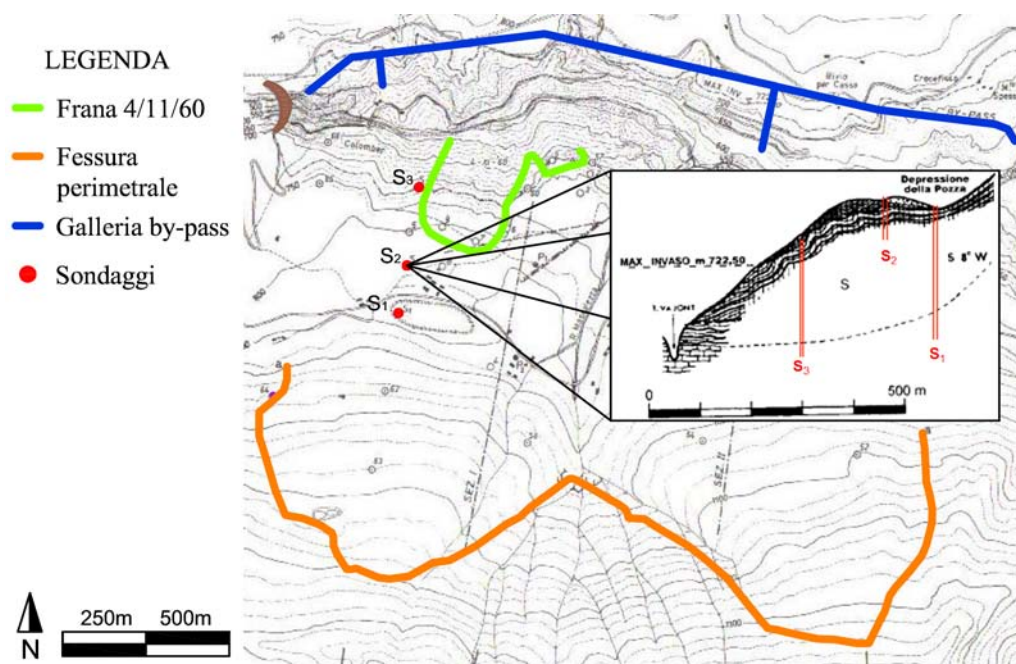


Figura 1.12: Localizzazione dei sondaggi geognostici.

I risultati dei sondaggi e della trincea diedero importanti risultati, e vennero così interpretati dal giovane Semenza :

- confermarono l'esistenza della paleofrana, in quanto soltanto il suo movimento poteva aver provocato la grande fratturazione della massa;
- la scoperta della scarsissima inclinazione del tratto alla base della superficie di rottura (Fig. 1.13A) in direzione Nord-Sud, di quel tratto del piano in movimento, dato che non era stato raggiunto dai sondaggi; quindi la previsione che una ripresa del movimento, almeno per quella parte che era stata indagata, non era così probabile;
- la certezza che il piano dell'antico movimento, essendo così profondo, non poteva emergere a monte in corrispondenza della depressione (la cosiddetta Dolina Fig. 1.12), ma più a Nord; di conseguenza la massa franata doveva essere di proporzioni molto maggiori del previsto, come illustrato in Fig. 1.14.

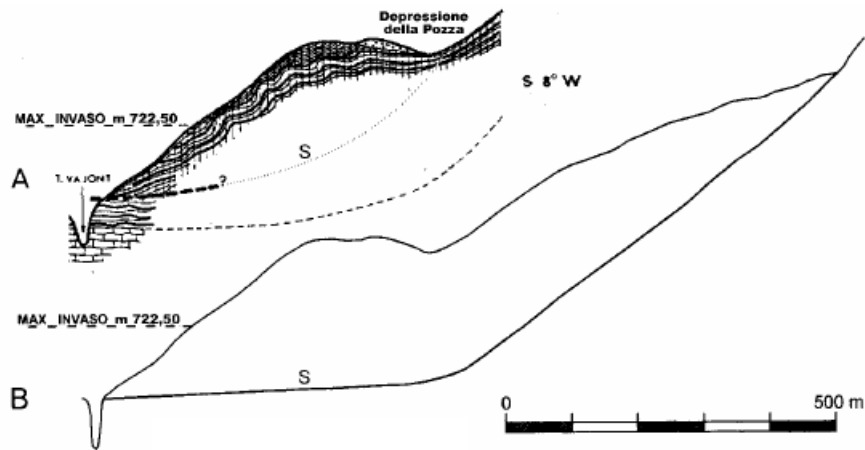


Figura 1.13: Il piano di scivolamento (S) della paleofrana: nel profilo A) secondo la prima ipotesi (da Giudici e Semenza, giugno 1960) e nel profilo B) secondo quella di E. Semenza dell'agosto 1960.

In seguito alle nuove indagini venne la necessità di estendere il rilevamento al di sopra del Pian della Pozza, l'oggetto dello studio precedente era infatti limitato alla quota 850m s.l.m.m; tra la fine di luglio e i primi giorni di agosto 1960 Edoardo compì un rilievo speditivo della nuova area, giungendo alle seguenti conclusioni:

- la massa oggetto di studio, limitata alla base da un importante livello di cataclastiti e miloniti (rocce più o meno intensamente fratturate o addirittura macinate) era per il resto composta da rocce un pò meno fratturate;
- nella parte alta la massa poggiava su strati rocciosi sani inclinati sui 40° con pendenza verso Nord;
- il margine superiore della massa arrivava più o meno fino al piccolo avvallamento di quota 1100m s.l.m.m. nella parte occidentale del Massalezza, e doveva essere molto più alto anche in quella orientale, dove però le evidenze geomorfologiche erano meno marcate.

Dopo questo secondo rilievo Edoardo individuò il perimetro, che venne poi esattamente evidenziato in ottobre dalla fessura ad M (Fig. 1.14).



Figura 1.14: Riformulazione della dimensione del corpo di frana in seguito ai risultati forniti dai sondaggi e dalla trincea del 1960.

1.1.3 Indagini sismiche di Caoli

Nell'ottobre 1959 la SADE commissionò al prof. Caloi, uno specialista geosismico, un'indagine geofisica sul versante sinistro a monte della diga. Il professore non era nuovo a questi resoconti in quanto già dal 1953 stava studiando la zona interessata dalla diga ed aveva previsto con "sconcertante esattezza" quanto poi successe a Pontesei nel marzo 1959.

Nel caso del Vajont avrebbe dovuto chiarire se l'ammasso roccioso esistente sulla sponda sinistra del bacino dovesse essere o meno considerato come una massa scivolata dalla montagna sovrastante. Vennero distribuiti una cinquantina di punti di scoppio lungo due diversi profili (Fig. 1.15), risalenti l'uno fino a quota 776m s.l.m.m., e l'altro fino a quota 850m s.l.m.m..

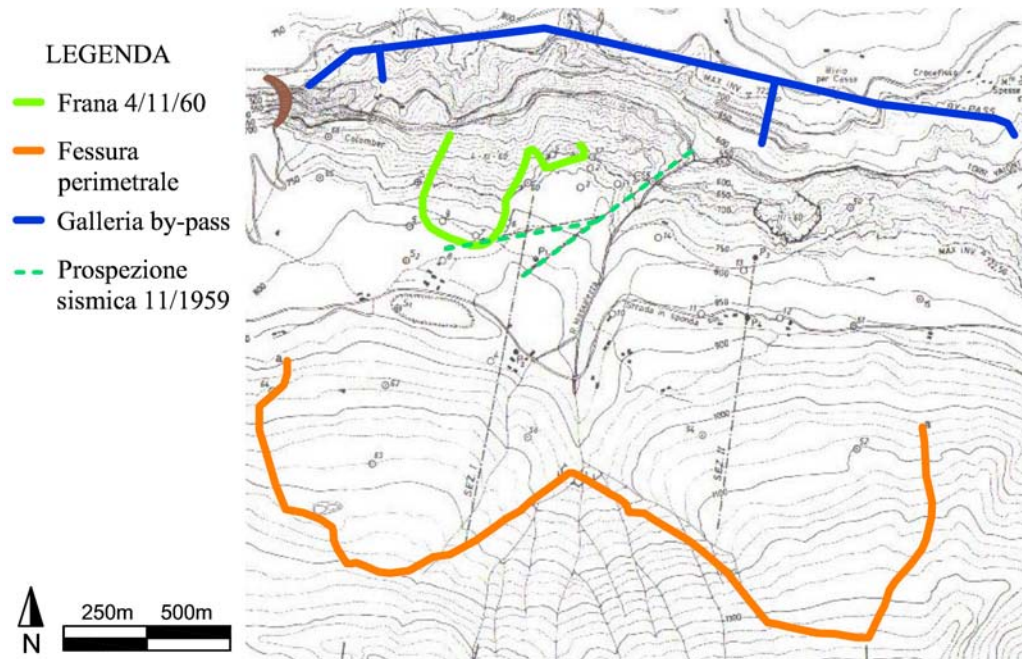


Figura 1.15: Prima serie di prospezioni geosismiche.

Il 4 febbraio 1960 il prof. Caloi, che si avvalese dell'aiuto di Maria Cecila Spadea per eseguire lo studio, consegnò alla SADE la sua relazione, nella quale individuava un importante "supporto roccioso autoctono" (Fig. 1.16). La roccia, secondo queste indagini, si presentava come solida e compatta, con uno spessore detritico superficiale di circa 12m ed un modulo elastico molto elevato; il professore affermava inoltre che la roccia si era formata in loco. Le indagini geosismiche diedero quindi risultati contrastanti con le evidenze geologiche.

Il risultato non poteva essere più convincente: infatti su tutte le convenienti distanze sperimentate, i valori ottenuti per la velocità sono fra i più elevati di tutte le campagne eseguite, paragonabili a quelli avuti, a suo tempo, sul fondo della stretta del Vajont, in zona diga.

Risulta pertanto una roccia a modulo elastico elevatissimo (dell'ordine di $10^6 \cdot \text{Kg/cm}^2$), a testimonianza della sua compattezza. La riprova dell'estrema solidità del mezzo è data altresì dalla elevatissima frequenza delle onde longitudinali e trasversali che la interessano.

V)- In conclusione, almeno per quanto riguarda i profili lungo i quali si è sperimentato, possiamo ritenere la zona in esame come costituita da un potente supporto roccioso autoctono, sul quale, attraverso i tempi, si sono venuti a depositare materiali di frana, raccolti, come abbiamo detto, in una coltre di spessore variabile fra i 10 e i 20 metri.

(P. Caloi - M.C. Spadea)

Roma li 4 Febbraio 1960

Figura 1.16: Dalla relazione Serie di esperienze geosismiche eseguite in sponda sinistra a monte della diga del Vajont P. Caloi, M.C. Spadea.

Nel dicembre 1960 iniziò una seconda campagna geofisica, eseguita sempre da Caloi e dalla Spadea, che si concluse nel febbraio dell'anno successivo. Queste prospezioni vennero effettuate mediante esplorazione di due nuovi tracciati che interessavano rispettivamente la parte occidentale e quella orientale della massa in movimento, partendo da quota 750m s.l.m.m. e risalendo fino alla fenditura perimetrale a quota 1150m s.l.m.m. circa, e anche lungo parte del tracciato delle indagini dell'anno precedente, come illustrato in Fig.1.17.

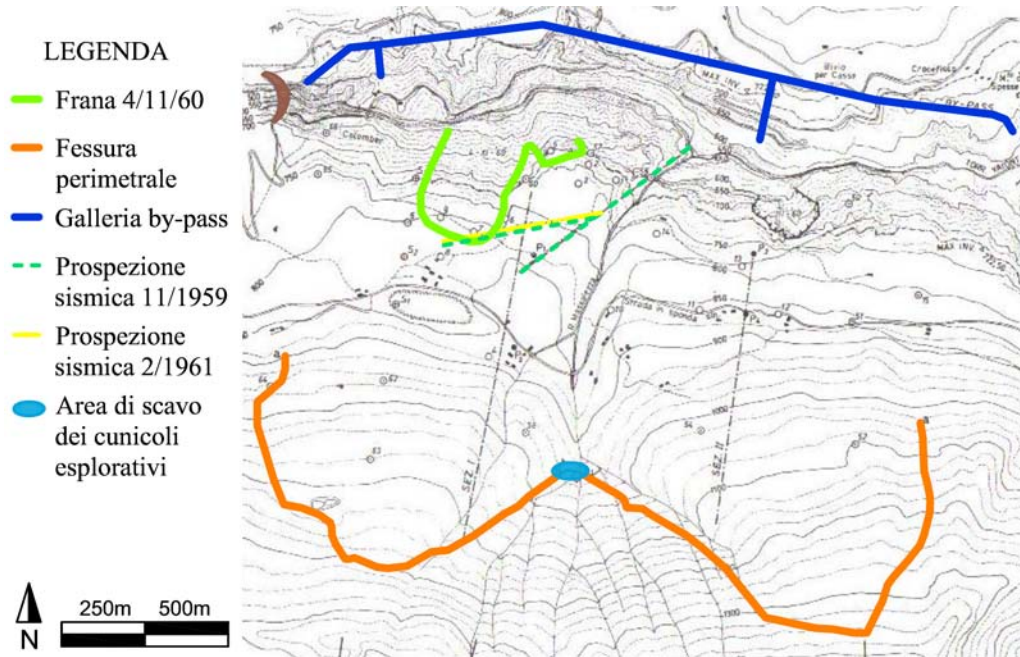


Figura 1.17: Seconda serie di prospezioni geosismiche.

I risultati di queste nuove indagini furono profondamente diversi dai primi: la roccia si presentava compatta e solida solo ad una certa profondità. Al di sopra di essa, per uno spessore variabile tra i 100 e 150 metri dalla superficie, si estendeva un'ampia area di materiale sciolto o roccia frantumata, con ovvie caratteristiche anelastiche. La motivazione di questo cambiamento geologico veniva attribuito ad una "frantumazione del settore roccioso" che reggeva il sovrastante materiale di frana, in seguito ad aumento di pressioni interne, causato da un "cedimento di diaframmi di roccia compatta" posti a quota maggiore e ciò in conseguenza delle scosse sismiche verificatesi nei primi mesi del 1960 e fino a metà novembre dello stesso anno (Fig. 1.18).

Un resoconto che andava a stridere con l'ipotesi della riattivazione della paleofrana proposta da Giudici e Semenza.

Quante è stato sopra detto viene confermato dalla frequenza delle vibrazioni longitudinali, registrate nella zona in esame, nel dicembre 1959 e nel dicembre 1960. Mentre nel 1959 tali frequenze furono molto elevate (corrispondendo a periodi dell'ordine di 0,005 sec.) nel dicembre del 1960 esse erano sensibilmente diminuite (corrispondendo in media a periodi di 0,02 sec.)

E' stato dimostrato che la rigidità del mezzo è associata a frequenze tanto più elevate quanto più grande è il coefficiente di forma. La notevole diminuzione della frequenza riscontrata nella zona sopra detta, testimonia pertanto del decadimento delle sue caratteristiche elastiche.

fto Pietro Caloi

▪ Maria Cecilia Spadea

Roma 10/2/1961.

Figura 1.18: Estratto da Indagine geosismica condotta a monte della diga del Vajont in sponda sinistra nel dicembre 1960 P. Caloi M.C. Spadea.

Nel corso della primavera, veniva costruito un cunicolo in sinistra di Val Massalezza (Fig. 1.19 e 1.20), ubicato poco al di sotto della fenditura e diretto verso l'interno della montagna. Nel corso di numerosi sopralluoghi si poté constatare che dal materiale sciolto osservato all'imbocco si passava, qualche decina di metri dopo, a roccia fratturata con strati contorti.

Poco oltre, con l'interposizione di fasce ultramilonitiche, si passava alla roccia sana, a giacitura costante o quasi; si osservavano infatti, come del resto all'esterno, piccoli ripiegamenti convergenti a nord, ma nell'insieme gli strati immergevano verso nord con inclinazione di $30^\circ - 40^\circ$ circa. Alcuni mesi più tardi, nell'aprile del 1961, questo cunicolo in sinistra di Val Massalezza fu anche ispezionato da altri geologi tra cui il dottor Broili e il dottor Weber, i quali eseguirono rilievi nel suo interno ed alla superficie, concludendo che la massa in movimento appoggiava per la parte superiore e mediana su un piano di scivolamento avente una inclinazione di 30° , mentre nella parte inferiore tale piano, non visibile, veniva supposto identificarsi con il contatto Dogger-Malm, avendo andamento all'incirca orizzontale.

Queste nuove indagini furono sempre commissionate dalla SADE al fine di individuare la profondità della massa instabile che Semenza e Giudici avevano delineato nella loro relazione del giugno 1960 e che la frana del 4 novembre rese evidente.

Più tardi, sempre nel 1961, venne eseguito un altro cunicolo a quota più alta, con imbocco poco sopra la biforcazione dei due rami principali del Massalezza, e diretto verso est. Il suo percorso fu quasi tutto in roccia sana.

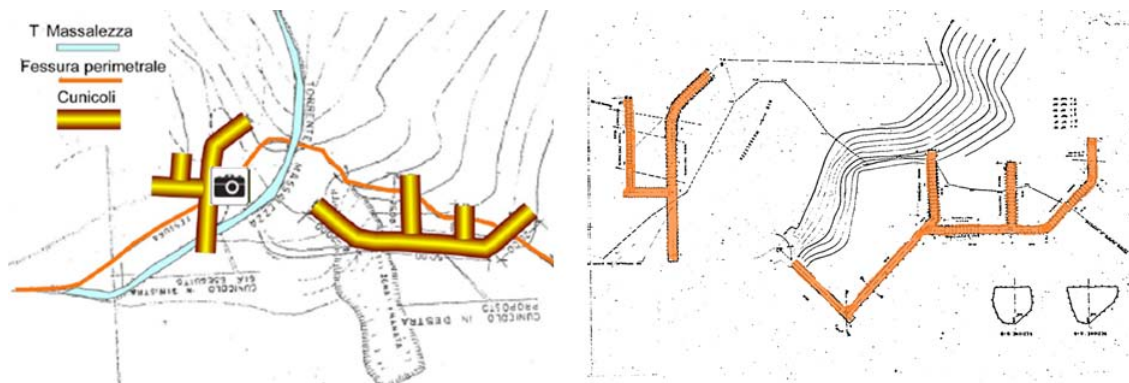


Figura 1.19: Cunicoli esplorativi in Val Massalezza.



Figura 1.20: Fronte di avanzamento del cunicolo ad ovest del Rio Massalezza. -Foto Semenza-

1.1.4 Il XV rapporto Müller.

Il 3 febbraio 1961 Müller, dopo aver consultato l'ampia gamma di studi fino ad allora eseguiti (rapporti geologici di Dal Piazz, relazione Giudici-Semenza, indagini geosismiche Caloi-Spadea, rilevamenti degli spostamenti, etc...), consegna il suo XV rapporto sul Vajont dedicato quasi interamente alla frana nella zona del Toc.

In questo documento l'autore, partendo dalla relazione Giudici-Semenza del giugno 1960, descriveva perfettamente i fenomeni che si erano verificati nell'autunno del 1960; stimò inoltre che i movimenti in atto interessassero una massa di circa 200 milioni m^3 (Fig. 1.21) e che il procedere di tale fenomeno avrebbe potuto dar luogo nel futuro a nuove manifestazioni franose, mediante crolli parziali sulla fronte della massa in movimento. Avanzava anche l'ipotesi che la frana fosse divisibile in due parti distinte, separate dal Torrente Massalezza; questo probabilmente derivava dall'osservazione delle diverse modalità dei movimenti che si osservavano nelle diverse zone della frana.

1.4 Le dimensioni della frana

Le masse rocciose si muovono verso valle su una larghezza di 1.700 m.- La lunghezza media delle masse di scorrimento è di 500 al massimo 600 m nella direzione di movimento, misurata orizzontalmente.- Il suo spessore nella metà inferiore della zona occidentale (misurato verticalmente) è di 250 m e nella zona orientale 200 m, in media quindi 250 m.- A mio parere non possono esistere dubbi su questa profonda giacitura del piano di slittamento o della zona limite.- Il volume della massa di frana deve quindi essere considerato di circa 200 milioni di m^3 .

Figura 1.21:
Estratto
dal XV
rapporto
Müller.

Al momento della stesura del rapporto le velocità di scorrimento si erano quasi azzerate (ricordiamo che in quel periodo il lago era stato abbassato a quota 600m s.l.m.m. per consentire la costruzione della galleria di sorpasso) e pertanto Müller scrive che "in avvenire sarà possibile stabilire una relazione valida tra il livello del lago, le precipitazioni e la velocità di scivolamento, ed avere con ciò la possibilità di regolare la velocità". L'idea del tecnico salisburghese era quindi quella di poter tenere sotto controllo gli spostamenti così che il fronte della frana arrivasse lentamente a superare l'orlo della forra, provocando la caduta nel bacino di piccole porzioni con conseguenti ondate di modesta altezza. Queste cadute si sarebbero ripetute nel tempo finché la massa rimasta a monte non fosse divenuta troppo piccola per riuscire a spingere avanti il fronte.

Nel rapporto Müller descrive inoltre sei contromisure ideali, alcune di fatto non realizzabili, precisando tuttavia che nessuna di queste avrebbe potuto risolvere del tutto il problema:

1. lento abbassamento del livello: questo provvedimento era già stato adottato e si era dimostrato efficace; nel rapporto si osserva inoltre che le piogge avevano invece contribuito a diminuire questa efficacia. Per conoscere meglio gli effetti delle piogge e delle variazioni del livello del lago sull'andamento della falda nella massa l'autore consigliava l'installazione di piezometri; quest'ultimi vennero installati tra maggio e novembre 1961 (Fig. 1.22);
2. impedire o ridurre la penetrazione dell'acqua di precipitazione e disgelo;
3. alleggerire la frana: l'idea era di demolire la frana parzialmente;
4. drenare la massa attraverso lo scavo di una galleria;

5. cementare tutta la massa in modo da renderla impermeabile;
6. costruire un ostacolo al piede della frana.

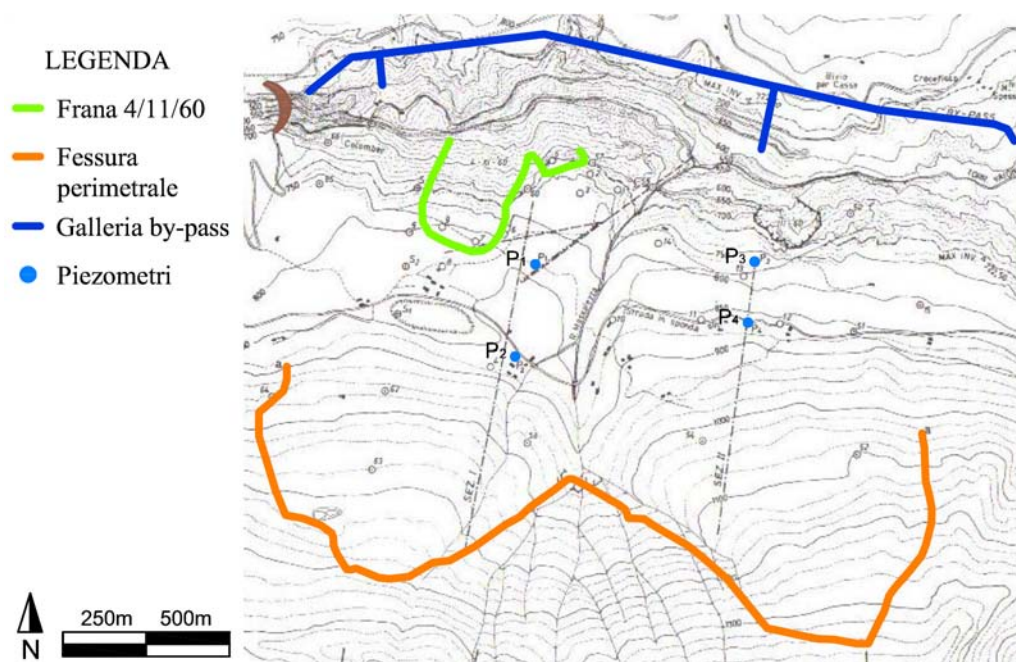


Figura 1.22: Sondaggi piezometrici.

1.1.5 Il modello fisico tridimensionale di Nove in scala 1:200

In seguito all'episodio franoso verificatosi il 4 novembre 1960 l'ing. Carlo Semenza, il 27 novembre 1960, rivolse al professor Francesco Marzolo, docente dell'Università di Padova, la richiesta di uno studio per valutare quale sarebbe potuta essere l'onda che la rottura della diga avrebbe potuto determinare. Soltanto nel gennaio 1961 si pensò alla possibilità di una ricerca su un modello idraulico per indagare gli effetti ondosi prodotti dal crollo del versante sinistro del Toc. Le istruzioni preliminari furono inviate dal professore Egidio Indri, alto dirigente della SADE, al professor Marzolo il 16 maggio 1961; successivamente, il 19 luglio 1961, Indri scrisse una lettera al professor Augusto Ghetti (riportata in Fig. 1.23), ordinario di Idraulica e responsabile del Laboratorio dell'Istituto di Idraulica dell'ateneo patavino, in cui venivano fornite le prime indicazioni e una possibile impostazione delle ricerche. In questo documento per la prima volta vengono posti i problemi che dovevano essere considerati:

- il volume che sarebbe potuto penetrare nel lago (viene suggerito un valore massimo di 40/50 milioni m^3 che fu all'incirca quello che in realtà invase il lago);
- la compattezza della massa;
- il tempo di caduta viene stimato "tutt'al più dell'ordine di qualche minuto".

Molte erano le incognite: le dimensioni della massa mobilitata, l'ipotesi intorno al tempo di caduta e ai modi del crollo in due tempi, la forma della superficie di scorrimento, la quota del lago che avrebbe potuto innescare il movimento.

Queste esperienze vennero svolte nel Centro Modelli Idraulici "Ettore Scimemi" (CIM) di Nove dove nell'estate del 1961 venne costruito il modello fisico tridimensionale, in scala 1 : 200, di tutto

il serbatoio del Vajont. Va precisato che si trattava di un modello per studiare gli effetti idraulici della caduta della frana nel serbatoio e non di un modello di frana.

Tutti gli esperimenti vennero eseguiti facendo scendere la frana in due masse separate; questa ipotesi derivava dall'analisi di Müller, esposta nel suo XV Rapporto. Nel modello le due parti furono fatte scendere dapprima separatamente, in modo che i loro effetti fossero distinti; poi però in diverse prove Ghetti, al fine di maggiorare l'effetto del sovrizzo totale, fece scendere la seconda parte nel momento in cui l'ondata prodotta dalla prima frana tornava indietro.

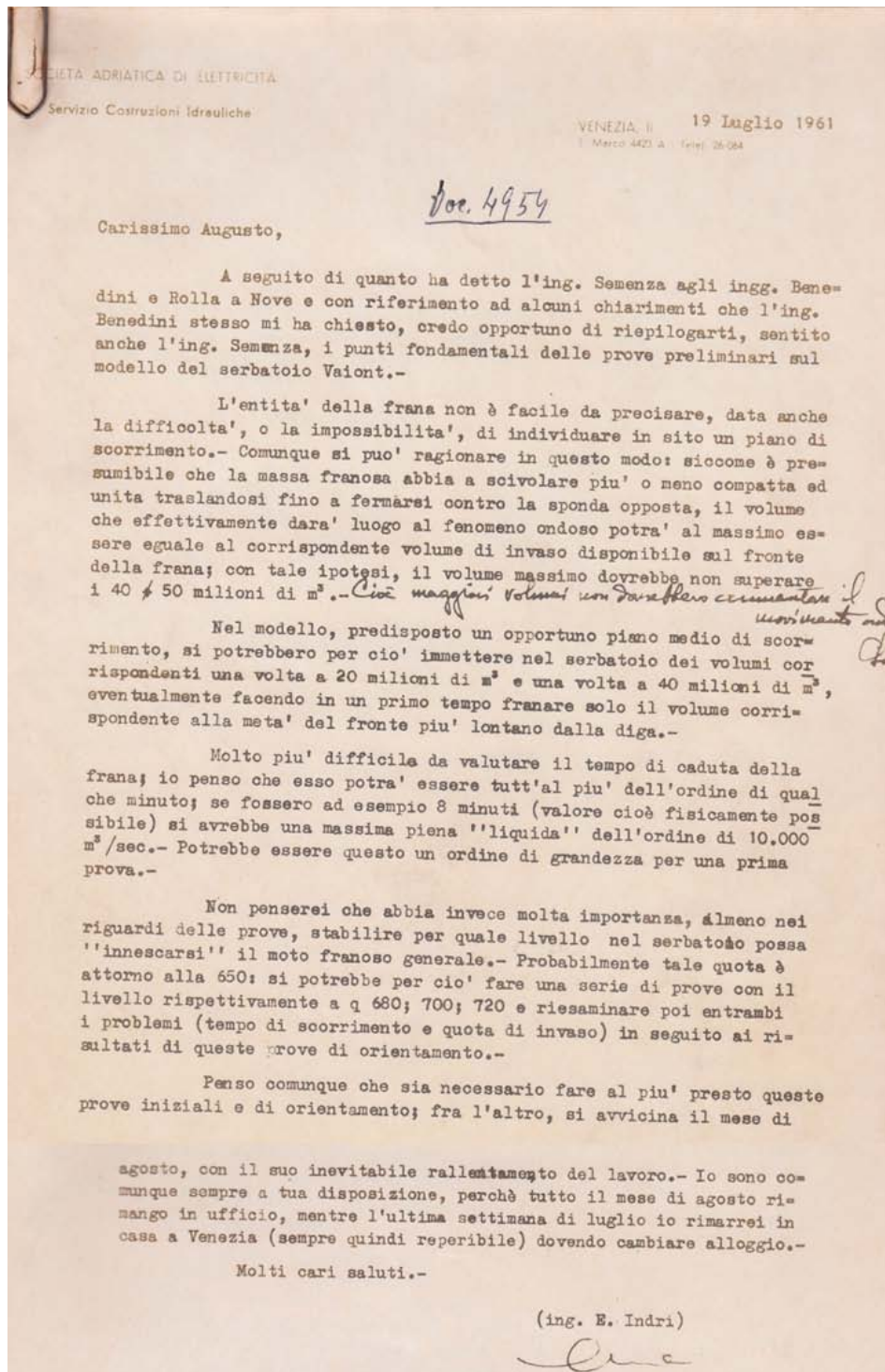


Figura 1.23: Lettera di E. Indri al professor A. Ghetti.

La prima serie di esperimenti (agosto-settembre 1961)

Il moto franoso avveniva per azione della gravità ed era provocato per cedimento della ripida pendice che sovrastava lo specchio d'acqua nella zona di frana. La riproduzione di uno scorrimento di tipo visco-plastico sarebbe stato troppo complesso da simulare, pertanto venne fatta l'ipotesi più semplice, sotto certi aspetti anche geologicamente corretta, che si trattasse di materiale incoerente e venne impiegato del materiale ghiaioso tondeggiante, con diametro di 8 – 10mm, allo scopo di ridurre il più possibile gli attriti interni; si riteneva comunque che l'aspetto gravitazionale fosse prevalente. Per facilitare lo scorrimento si impiegò un piano inclinato che poteva essere regolato in varie posizioni (Fig. 1.24).

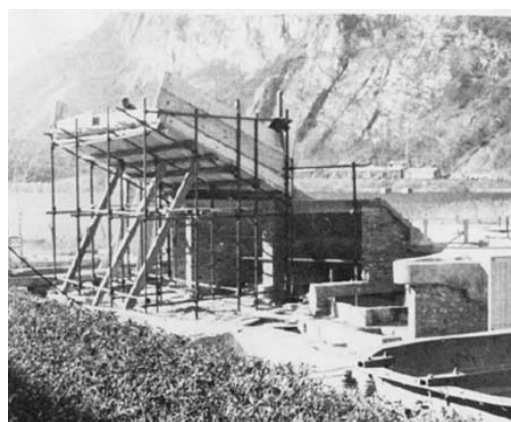
Il 30 agosto 1961 E. Semenza assistette all'esecuzione del primo esperimento in cui la superficie di scorrimento era simulata attraverso un tavolato rivestito di lamiera con inclinazione uniforme (30°) ed il materiale era costituito da ghiaia, trattenuta dapprima con reti metalliche flessibili, mantenute in posizione con funi, allentate poi di colpo. L'impatto della ghiaia sull'acqua sembrò ad Edoardo molto diverso da quello che ci sarebbe stato nel caso di una massa compatta e pertanto suggerì due modifiche: la prima riguardava il tipo di materiale mentre la seconda era rivolta alla forma della superficie di scorrimento. Nel settembre dello stesso anno, prima che le modifiche suggerite da Edoardo fossero eseguite, vennero svolte altre quattro prove: una con piano inclinato a 30° e le altre tre con inclinazione di 42°.



Figura 1.24: Prima serie di prove:lago e ghiaia prima di una prova.



(a) Piano inclinato.



(b) Impalcatura per il caricamento del materiale franoso.

Figura 1.25: Prima serie di prove.

La seconda serie di esperimenti (gennaio-aprile 1962)

Vennero realizzate 17 prove utilizzando la nuova superficie di scivolamento costruita in muratura sulla base dei profili forniti dal Semenza. L'impiego di ghiaia determinò la necessità di irrigidire l'insieme con l'inserimento di settori rigidi verticali. Nella Fig. 1.26 sono visibili le modifiche eseguite successivamente alle osservazioni di Edoardo; fu lo stesso geologo che provvide a fornire una più corretta superficie di scorrimento consegnando una serie di profili.

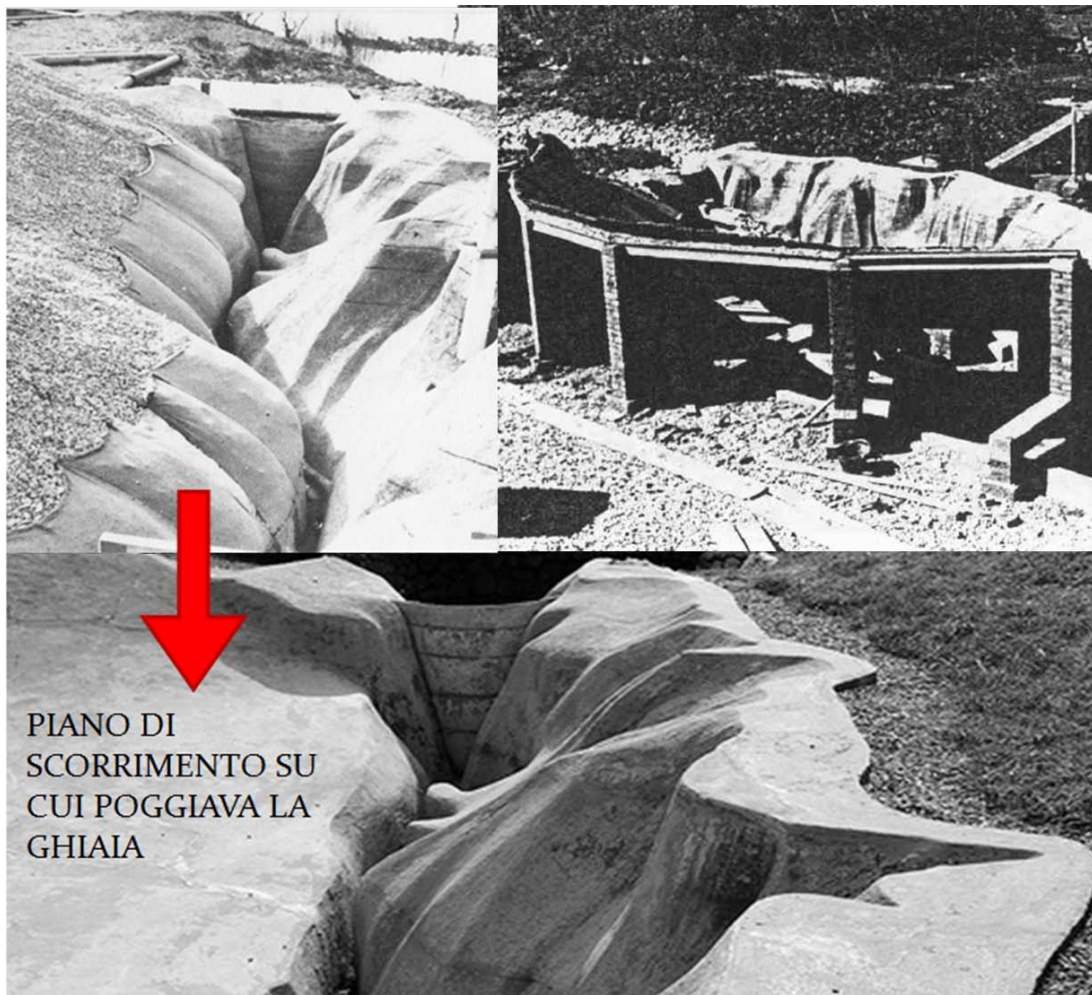
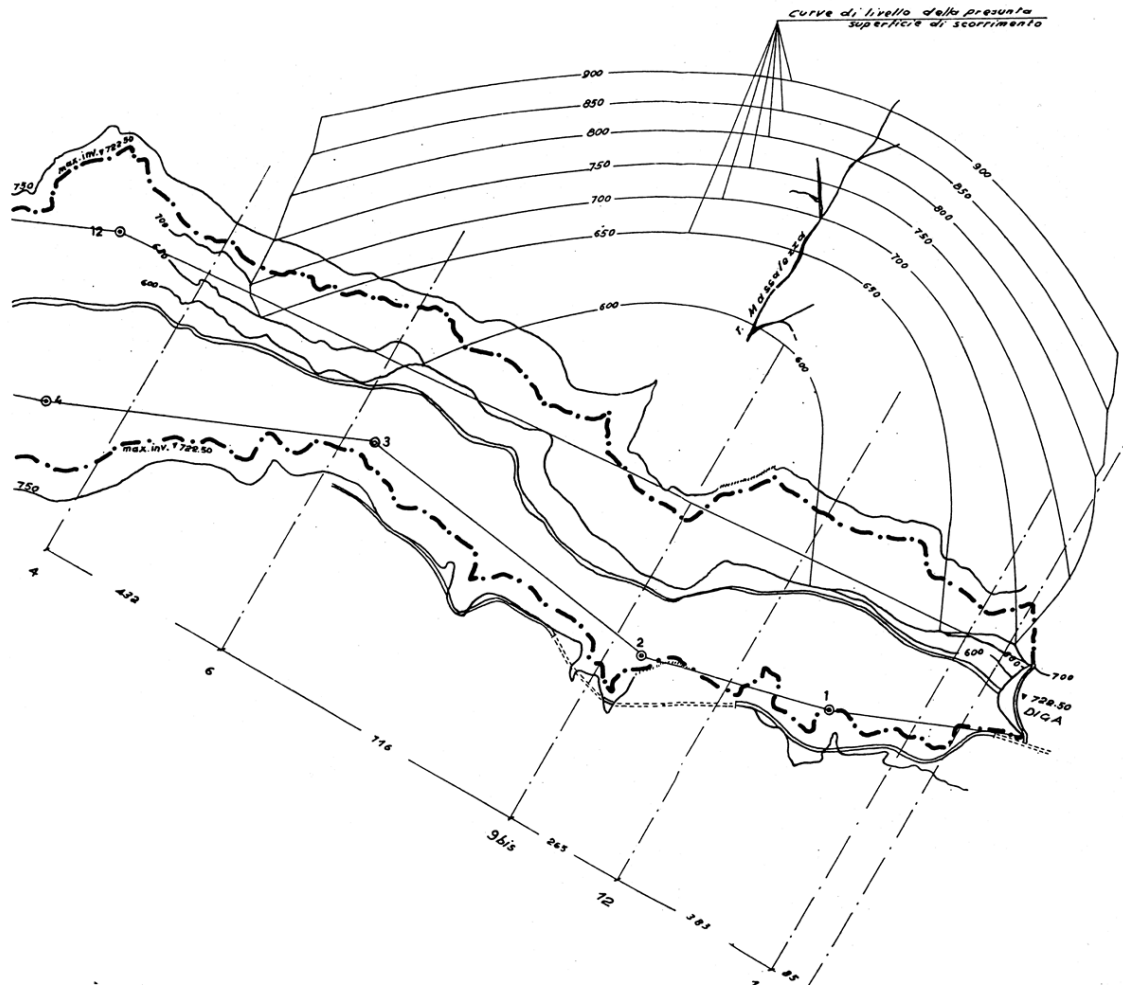
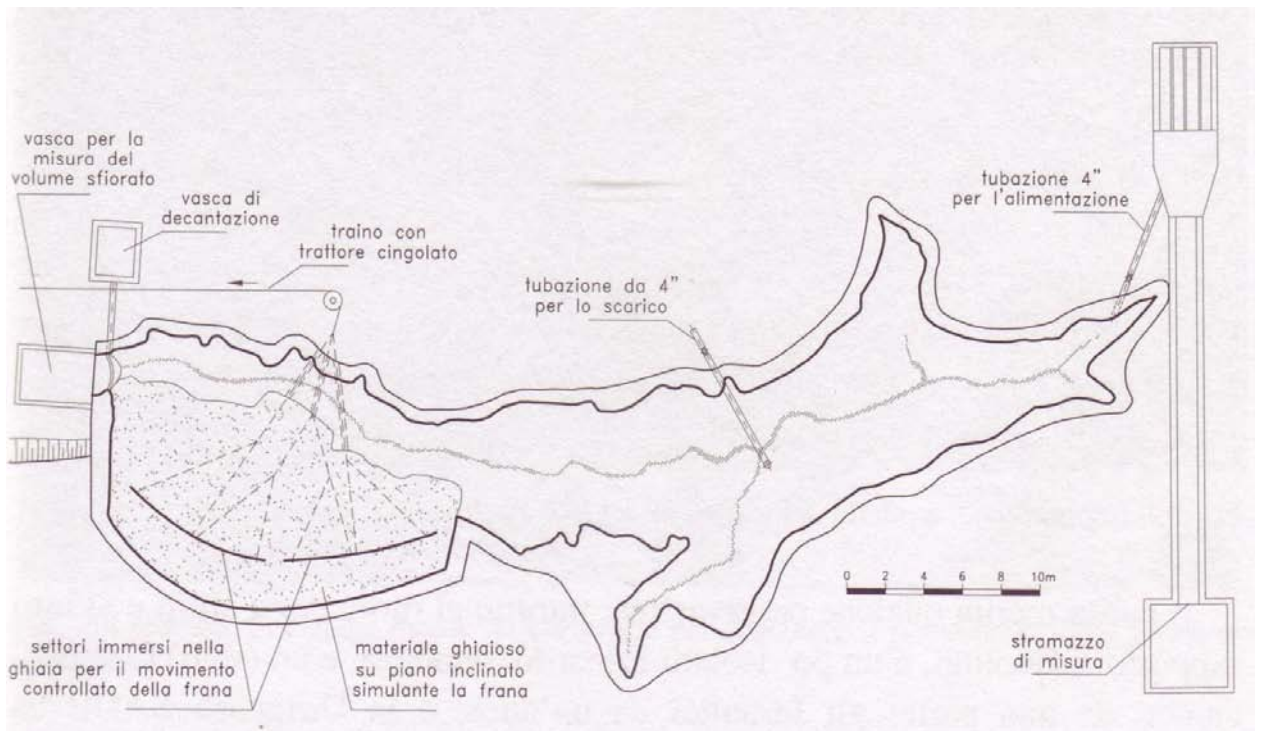


Figura 1.26: Particolare della superficie di scorrimento adottata in seguito alle osservazioni suggerite da E. Semenza.

La Fig. 1.27b illustra la planimetria del modello; sono visibili i settori immersi nella ghiaia, le apparecchiature utilizzate per le misure e l'intero bacino artificiale. Il movimento dell'ammasso ghiaioso, trattenuto prima del collasso da reti di canapa, era impartito dai settori rigidi immersi verso monte nella ghiaia e trainati da un trattore (Fig. 1.28); la velocità del mezzo era regolata in modo da simulare diversi tempi di caduta ed il traino veniva arrestato non appena il piede dell'ammasso raggiungeva la sponda opposta. La durata dell'operazione di traino rappresentava il tempo di caduta: in questo modo il tempo poteva essere regolato, entro certi limiti, cosa che con la prima serie di esperienze sarebbe stata possibile soltanto impiegando diverse inclinazioni del piano ma con scarsa affidabilità dei risultati, essenzialmente per la diversa massa mobilitata e la differente forma della superficie di scorrimento.



(a) Planimetria utilizzata per la costruzione del modello tridimensionale, sono riportate le curve di livello della superficie di scorrimento e i punti di registrazione delle altezze raggiunte dall'acqua durante le prove.



(b) Planimetria del modello fisico-idraulico del serbatoio del Vajont costruito all'aperto nel CIM di Nove.

Figura 1.27: Planimetrie del modello di Nove.

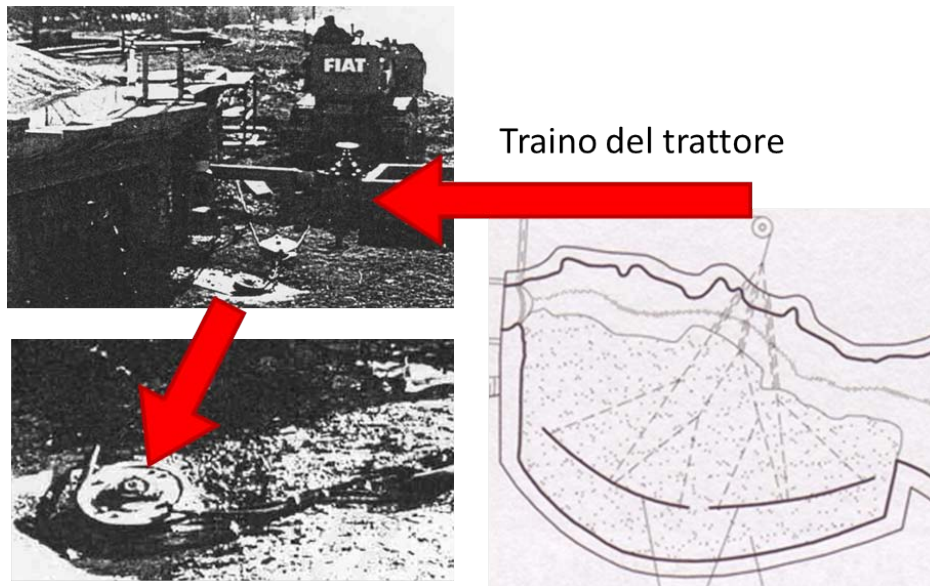


Figura 1.28: Traino della massa franosa attraverso un mezzo cingolato.

Le prove vennero eseguite con tempi di caduta, riferiti alla condizione reale, tra 225 e 60 *sec.* Poiché il modello è in scala 1 : 200, secondo la similitudine in scala di Froude ad un tempo reale di un minuto corrisponde un tempo di simulazione di 4.24 *sec.*, secondo il rapporto $1/\sqrt{200}$. Il tempo di un minuto era stato sperimentato su indicazioni del Ghetti ed era molto distante dai tempi indicati dalla SADE (dell'ordine degli 8 – 10 minuti). Questa decisione era finalizzata ad una miglior comprensione del rapporto tra i tempi e l'altezza dell'onda. Vennero eseguite due prove con tempi di caduta dell'ordine del minuto, una col lago a quota 700m s.l.m.m. e una col massimo invaso (722.5m s.l.m.m.); in entrambi i casi le ondate generate dalla caduta della ghiaia erano dell'ordine dei 30m contro la sponda opposta. La differenza sostanziale risiedeva nel volume d'acqua trascinata, nel primo caso pari a 21'000 m^3 e nel secondo di 10 milioni m^3 . La prova più severa, quella che venne assunta come riferimento dal Ghetti, fu la XIX: il lago a quota 700m s.l.m.m., 180*sec* il tempo di caduta della frana a destra del rio Massalezza, 60*sec* quello alla sinistra, i due crolli erano separati da un intervallo di tempo di 640*sec*. Le massime altezze d'onda, tradotte nel reale, furono 27m in prossimità della diga e 31m alla distanza di 430m (a monte della diga), con 21'000 m^3 scaricati a valle ed una portata massima di 2'280*m*³/*s*. Questo risultato portò Ghetti ad affermare che “già la quota 700 m s.m. può considerarsi di assoluta sicurezza nei riguardi anche del più catastrofico prevedibile evento di frana”. A conclusione della sua relazione Ghetti scrisse “Sarà comunque opportuno, nel previsto prosieguo della ricerca, esaminare sul modello convenientemente prolungato gli effetti nell'alveo del Vajont ed alla confluenza nel Piave del passaggio di onde di piena di entità pari a quella sopra indicata per possibili sfiori sulla diga. In tal modo si avranno più certe indicazioni sulla possibilità di consentire anche maggiori invasi nel lago-serbatoio, senza rischio di danni a valle della diga in caso di frana”.

I risultati di tutti gli esperimenti sono riportati in Fig. 1.29.

TABELLA A
PRIMA SERIE DI PROVE - Frana a moto naturale su piano inclinato di scorrimento

PROVE	QUOTA INVASO (m s.m.)	CARATTERI DELLA FRANA	ALTEZZE MASSIME REGISTRATE SOPRA LA QUOTA D'INVASO INIZIALE (m)												TEMPI CADUTA (s)		VOLUMI SFIORATI (-10 ³ m ³)	TEMPO DI SFIORO (s)	PORTATA MASSIMA DI SFIORO	VOLUME FRANATO (10 ³ m ³)			
			Pos.diga	Pos. 1	Pos. 2	Pos. 3	Pos. 4	Pos. 5	Pos. 6	Pos. 7	Pos. 8	Pos. 9	Pos. 10	Pos. 11	Pos. 12 (drom.)	Prima parte					Seconda parte		
I	722.5	Frana a monte del torrente Massalezza - inclinazione piano scorrimento 30°	8	-	6,8	-	5,3	-	5,2	-	-	-	-	-	-	-	-	184	-	1.130	350	6.445	10.200
II	722	Frana a valle del torrente Massalezza con serbatoio già parzialmente riempito dalla frana precedente	11,5	-	7	-	5,5	-	3,2	-	-	-	-	-	-	-	-	156	-	1.460	250	11.905	7.235
III	722,5	Frana a valle torrente Massalezza - inclinazione piano scorrimento 42°	22,1	-	16,8	-	-	-	5,5	-	-	-	-	-	-	-	-	85	-	2.700	178	30.480	8.500
IV	722,5	Frana a monte del torrente Massalezza - inclinazione piano scorrimento 42°	8,8	-	9,5	-	-	-	5,0	-	-	-	-	-	-	-	-	84	-	1.405	372	7.560	10.300
V	722,5	Frana a valle del torrente Massalezza con serbatoio già parzialmente riempito dalla frana precedente	16,8	-	16,0	-	-	-	4,9	-	-	-	-	-	-	-	-	90	-	3.405	257	26.450	7.500

TABELLA B
SECONDA SERIE DI PROVE - Frana a moto controllato sulla presunta superficie di scorrimento

PROVE	QUOTA INVASO (m s.m.)	CARATTERI DELLA FRANA	ALTEZZE MASSIME REGISTRATE SOPRA LA QUOTA D'INVASO INIZIALE (m)												TEMPI CADUTA (s)		VOLUMI SFIORATI (10 ³ m ³)	TEMPO DI SFIORO (s)	PORTATA MASSIMA DI SFIORO	VOLUME FRANATO (10 ³ m ³)				
			Pos.diga	Pos. 1	Pos. 2	Pos. 3	Pos. 4	Pos. 5	Pos. 6	Pos. 7	Pos. 8	Pos. 9	Pos. 10	Pos. 11	Pos. 12 (drom.)	Prima parte					Seconda parte			
VI	722,5	Frana a monte del torrente Massalezza	1,6	-	2,5	2,5	2	1,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	210	-	0,073	346	425	5.490	
VII	722,5	Frana a valle del torrente Massalezza con serbatoio già parzialmente riempito dalla frana della prova VI	5,2	-	7,5	6	4,2	2,2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	127	-	0,616	415	2965	3.660	
VIII	722,5	Frana a monte del torrente Massalezza *	6,1	-	4,6	-	-	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	210	-	0,626	316	3980	5.985	
IX	722,5	Frana a valle del torrente Massalezza con serbatoio già parzialmente riempito dalla frana della prova VIII	6,1	-	5	-	-	3,5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	180	-	0,904	455	3980	4.015	
X	722,5	Frana a valle - Intervallo - Frana a monte	8	-	8	8,8	8,4	3,3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	212	140	71	950	6.445	10.538	
XI	722,5	Frana a valle del torrente Massalezza	9,9	-	10,8	8,2	6	4,1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	113	-	1,285	278	9.270	6.400	
XII	722,5	Frana a monte - Intervallo - Frana a valle	12,6	13,2	12,6	10,8	6,2	4,8	6	6	8,2	6,2	6	11,2	8	-	-	140	630	119	891	13.850	19.350	
XIII	722,5	Frana a monte - Intervallo - Frana a valle	16,9	27,5	22	9,2	9	7	-	-	-	-	-	-	14	-	-	170	226	57	990	20.280	9.750	
XIV	700	Frana a valle del torrente Massalezza	10,4	8,8	6,5	5	5,4	3	5,4	9,6	7,6	9,6	5,8	8,4	4,8	-	-	225	-	-	-	-	6.434	
XV	700	Frana a monte - Intervallo - Frana a valle	14,2	13	9	10,6	8,1	4,9	10	10,4	10	11,6	7,2	10,8	6	-	-	110	550	130	-	-	12.849	
XVI	700	Frana a valle del torrente Massalezza	13,2	-	10	6,5	5	4,5	-	-	-	-	-	-	3,5	-	-	130	-	-	-	-	7.950	
XVII	700	Frana a valle del torrente Massalezza	17	13,4	11,5	7	7,2	3,7	8,4	10,4	10,2	15	-	-	-	-	-	120	-	-	-	-	5.566	
XVIII	700	Frana a valle del torrente Massalezza	20,6	-	20,7	10	9,6	9	8,4	-	-	-	-	-	12	-	-	63	-	-	-	-	9.065	
XIX	700	Frana a monte - Intervallo - Frana a valle	27	31,4	24	27,2	26,6	6,3	9	11,2	11,2	11,6	6	10,8	20,2	-	-	180	640	60	0,021	20	2280	20.463
XX	670	Frana a valle del torrente Massalezza	16,7	-	15,7	8	8	6,3	-	-	-	-	-	-	7,7	-	-	113	-	-	-	-	6.601	
XXI	670	Frana a valle del torrente Massalezza	16,8	-	17	6,2	9	6,8	-	-	-	-	-	-	8,8	-	-	85	-	-	-	-	7.139	
XXII	670	Frana a valle del torrente Massalezza	14,2	-	21	8	8	9,2	8	-	-	-	-	-	10	-	-	61	-	-	-	-	6.611	

* La frana discende in fasi successive, in modo discontinuo

Figura 1.29: Risultati delle due serie di esperimenti.

1.2 Studi nell'immediato post evento

In questo paragrafo vengono riportati soltanto alcuni dei numerosi studi che vennero eseguiti dopo il disastro. L'attenzione è infatti focalizzata sui modelli del bacino del Vajont che vennero costruiti per indagare, in sede processuale, le cause e gli effetti indotti dal crollo del versante settentrionale del monte Toc. Nello specifico verranno trattati:

1. il modello creato a Nancy dal Prof. Marcel Roubault, perito della II Commissione d'inchiesta giudiziaria;
2. il modello costruito a Praga dal Prof. Ladislav Votruba, consulente di parte civile;
3. il modello di Padova, studiato dai Proff. Claudio Datei, Ettore Lippe, Giuseppe Evangelisti e Giulio Supino, consulenti per la difesa del Prof. A. Ghetti.

1.2.1 Le Commissioni d'inchiesta

- L'inchiesta giudiziaria: il giorno successivo alla catastrofe il Procuratore della Repubblica, dott. A. Mandarino, aprì un'istruttoria sommaria presso il Tribunale di Belluno, inizialmente contro ignoti, emetteva gli ordini di sequestro di tutti gli atti e documenti relativi all'impianto del Vajont, assumeva le prime testimonianze e disponeva le perizie tecniche. Il materiale così raccolto iniziò a far chiarezza, allontanando man mano l'ipotesi della fatalità e dell'imprevedibilità dell'evento catastrofico. Il Procuratore, dopo che il 3 dicembre 1963 incaricò l'anziano geologo prof. Gortani di eseguire i primi accertamenti sulla frana, gli affiancò il Prof. A. Desio, ordinario di Geologia all'Università di Milano, il Prof. J. Cadich dell'Università di Berna, i Proff. C. Morelli e F. Ramponi dell'Università di Trieste, nonché il Prof. D. Citrini del Politecnico di Milano, per una perizia collegiale rivolta ad accertare l'influenza del bacino artificiale del Vajont sulla frana e gli effetti idraulici della frana stessa.

Il 14 febbraio 1964 gli atti vengono trasmessi al Giudice Istruttore M. Fabbri per il procedimento formale contro l'Ing. A. Baidene, l'Ing. M. Pancini, i dirigenti dell'ENEL e i componenti della Commissione di collaudo Prof. L. Greco, P. Frosini, Ing. F. Sensidoni, Prof. F. Penta e Ing. C. Batini. I reati contestati furono: cooperazione in disastro colposo di frana, aggravata dalla previsione dell'evento; cooperazione in disastro colposo di inondazione; cooperazione in omicidio e lesioni colpose plurimi.

Il 7 marzo 1964 al Collegio dei periti furono sottoposti undici quesiti, riguardanti i precedenti geologici, il rapporto fra il bacino idroelettrico e gli invasi, le previsioni e le modalità di svolgimento della frana, gli esperimenti eseguiti su modello fisico-idraulico, i rimedi tecnici che potevano essere ritenuti idonei a tutela dell'incolumità pubblica. Il dott. Fabbri concesse ai periti un tempo di tre mesi; questi però non furono sufficienti. Al Collegio peritale occorsero ben 18 mesi prima di giungere alle proprie conclusioni, poiché nel frattempo furono richiesti sondaggi nel corpo di frana, rilievi stratigrafici della frana e delle zone adiacenti, nonché un plastico alla scala 1 : 5000.

I sette affermarono che le condizioni della zona dov'era stata costruita la diga erano buone; meno favorevoli quelle delle sponde, la cui stabilità peraltro non costituiva un problema. La frana del 4 novembre 1960 doveva assicurare -aggiunsero- che il movimento più vasto si sarebbe verificato "per fette", con esclusione di ogni relazione fra i due fatti. Il fenomeno del 9 ottobre si presenta in un quadro grandioso e straordinario, causato da una potenza che si scatenò per mancanza di resistenza. Fra le cause, remote e immediate, vanno annoverati la composizione della roccia, il suo rilassamento, le vibrazioni sismiche, l'erosione operata

dal torrente Vajont, le precipitazioni atmosferiche molto abbondanti nel periodo precedente l'Ottobre tragico, ma anche gli invasi e gli svassi del lago. Tuttavia i periti affermarono che si era fatto ricorso, per tenere sotto controllo il fenomeno, a tutte le risorse che la scienza metteva a disposizione. Quanto poi agli esperimenti di Nove, i risultati erano stati interpretati come cautelativi, con un largo margine di sicurezza. In sostanza, i fattori che determinarono la catastrofe andavano ricercati fuori della condotta degli uomini che erano stati preposti al Vajont.

Queste conclusioni non persuasero il giudice Fabbri ma nemmeno i difensori degli imputati, come testimoniano i processi verbali di istruttoria, che intravidero una insufficienza delle risposte fornite ai numerosi quesiti sia per gravi e determinanti errori, seppure involontari, di documentazione; sia per un'insufficienza di valutazioni complessive e di dimostrazioni delle affermazioni effettuate. Per questo motivo, in data 27 luglio 1966, venne nominato un secondo Collegio di periti formato dal Prof. F. Calvino, incaricato di Geologia Applicata all'Università di Padova, M. Roubault direttore della Scuola nazionale di Geologia Applicata dell'Università di Nancy, H. Gridel docente di Ingegneria idraulica a Parigi e il Prof. A. Stucky geologo svizzero di fama mondiale ed ex direttore del Politecnico di Losanna.

I quesiti loro posti riguardarono i rapporti tra i movimenti franosi accertati e gli invasi e svassi del lago in relazione agli eventi che fossero da attendersi al Vajont. Il 3 giugno 1967 il secondo Collegio peritale consegnò al Tribunale di Belluno la nuova relazione che essendo articolata secondo i punti di vista dei singoli membri, consentì a ciascuno di esprimere liberamente il proprio pensiero, pur concordando unanimemente nella conclusione: la SADE era responsabile della catastrofe che poteva certamente essere evitata. Nella relazione i periti affermano che in seguito all'evento franoso del 4 novembre 1960 e dopo il primo invaso del gennaio 1961, *“essendo aumentati gli spostamenti dei capisaldi, si doveva temere un sinistro di grandi proporzioni, quando, dopo un nuovo invaso, il livello del lago si sarebbe successivamente abbassato”*. A maggior ragione, dopo il secondo svasso nel marzo 1963, i dissesti provocati con la quota del lago passata dai 700m s.l.m.m. ai 650m s.l.m.m., avrebbero dovuto allarmare chi di dovere per un grande *“sinistro”*, in caso di ripetizione di tale operazione. Durante la risalita del livello a 710 m circa, nel settembre 1963, gli spostamenti dei capisaldi in lento e continuo aumento ormai preannunciavano *“una catastrofe imminente, che non poteva fare a meno di prodursi coll'abbassarsi del livello del lago”*.

Il 4 giugno 1967 il P.M. chiuse l'istruttoria con una sentenza di rinvio a giudizio e chiese la contestazione dei reati a suo tempo elevati agli imputati P. Frosini, F. Sensidoni, e C. Batini. Tre giorni dopo la stessa richiesta fu avanzata per gli imputati A. Biadene e M. Pancini. Nel frattempo erano morti i Proff. Greco e Penta. Il mese successivo anche all'ing. A. Violin vennero contestati i reati di omicidio e di lesioni colpose plurimi. Seguirono le citazioni dell'ing. R. Marin ed dei Proff. D. Tonini ed A. Ghetti per cooperazione nei reati contestati all'ing. A. Biadene. Tutto lo staff tecnico-scientifico della SADE, dal Vicedirettore generale al capo dell'Ufficio studi, al consulente che seguì gli esperimenti su modello, furono coinvolti nel processo, unitamente al Capo del Servizio costruzioni ed al Direttore del cantiere del Vajont.

Il 21 febbraio 1968 il giudice Fabbri depositò la sentenza istruttoria e partirono i mandati di cattura, mai eseguiti perché i loro destinatari non si fecero trovare in casa.

Il processo del Vajont si aprì così il 26 giugno 1968; gli avvocati della SADE però ricorsero presso la Corte d'Appello di Venezia, chiedendo lo spostamento del processo a una sede diversa da quella di Belluno per *“legittima suspicione”*. La Cassazione tolse il processo dalla sua sede naturale e lo trasferì a L'Aquila, dove lunedì 25 novembre 1968 si aprì il dibattito

di primo grado che proseguì per oltre un anno.

Nella tarda serata del 17 dicembre 1969 venne emessa la sentenza che condannava, per omicidio colposo plurimo, gli ingegneri Biadene, Batini e Violin, alla pena di 6 anni di reclusione (di cui due condonati), assolvendo gli stessi Biadene e Batini dalle imputazioni di frana e di inondazione aggravate dalla previsione dell'evento; furono assolti da tutte le imputazioni anche l'ing. F. Sensidoni, il prof. P. Frosini e gli ingegneri D. Tonini e R. Marin, poiché il fatto non costituisce reato. Inoltre il Prof. A. Ghetti veniva assolto da tutte le imputazioni (omicidio colposo plurimo, disastro di frana e di inondazione aggravati dalla previsione dell'evento) per "non avere commesso il fatto". La sentenza del Tribunale limitò le responsabilità ai tre giorni che precedettero la catastrofe e fece carico ai tre condannati del solo reato di omicidio colposo, per non avere provveduto allo sgombero tempestivo delle popolazioni a partire dal 6 ottobre 1963, quando i movimenti della frana subirono l'ultima e più drammatica accelerazione.

Il 26 luglio 1970, presso la Corte d'Appello de L'Aquila, si aprì il processo d'appello; il 3 ottobre venne emessa la sentenza che modificava quella di primo grado: si riconoscono i reati di inondazione aggravata dalla previsione degli eventi, compresa la frana e gli omicidi; pesante la motivazione, ma leggere le pene. Sono condannati solo Biadene e Sensidoni, capo del servizio dighe del Ministero dei Lavori pubblici.

Il ricorso per Cassazione si svolse a Roma dal 15 al 25 marzo 1971, quattordici giorni prima che scatti la prescrizione. Questa volta viene confermata la sentenza d'appello, ma vengono ridotte ulteriormente le pene: cinque anni di cui tre condonati a Biadene; tre anni e otto mesi a Sensidoni, di cui tre condonati.

- la Commissione ministeriale, presieduta dall'allora presidente del Consiglio C. Bozzi ed istituita il 14 ottobre 1963, aveva l'obiettivo di indagare *"le cause prossime e remote della catastrofe"*. Il 15 gennaio 1964 la Commissione presenta la sua relazione accompagnata da due studi: quello geologico dei Proff. R. Selli, direttore dell'Istituto di geologia dell'Università di Bologna, e L. Trevisan, ordinario di geologia all'Università di Pisa, unitamente a quello dell'onda di piena seguita alla frana, svolto dall'Ing. G. Merla, esperto idraulico, e M. Viparelli, ordinario di idraulica all'Università di Napoli. Le conclusioni dell'indagine ministeriale affermano che la SADE era a conoscenza dei pericoli e che aveva nascosto dati e risultati tecnici agli organi di controllo per poter ottenere le autorizzazioni.
- la Commissione parlamentare, costituita il 22 maggio 1964 e presieduta dal senatore L. Rubinacci, rese nota la sua relazione finale il 15 luglio 1965. In questo scritto concludeva che l'evento era straordinario e pertanto la catastrofe era imprevedibile poiché i caratteri straordinari non avevano riscontro in avvenimenti naturali noti. Oltre a questa relazione venne redatta anche una relazione di minoranza (presentata dagli onorevoli Busetto, Vianello, Gaiani, Lizzerò, Scoccimarro, Gianquinto, Vidali e Alicata) in cui si affermava che *"Dall'esposizione dei fatti e dei comportamenti emergono pesanti responsabilità, in ordine alla catastrofe del Vajont, della SADE, dell'ENEL-SADE e dello Stato. La tragedia poteva e doveva essere evitata. Respingiamo l'appello alla fatalità o alle forze scatenate della natura. Respingiamo la negazione della responsabilità che, con pretesa di obiettività e di rigore scientifico, punta sull'eccezionalità del fenomeno insistendo sul simultaneo fondersi dei tre elementi: volume, velocità e compattezza della frana, per sostenere che ciascuno di questi tre elementi poteva anche essere previsto separatamente, ma che non era prevedibile la fusione di tutti e tre"*.
- la Commissione tecnica istituita dall'ENEL, ente pubblico subentrato alla consessionaria SA-

DE, nominata il 1 novembre 1963 e presieduta dall'Avv. M. Frattini, col compito di accertare le cause che determinarono il disastro. Questa commissione presentò la sua relazione il 16 gennaio 1964; in questo documento vennero inseriti gli studi sulla geologia della frana dei Proff. A. Boni, ordinario di geologia all'Università di Pavia, e F. Scarsella, ordinario di geologia all'Università di Napoli, e dei Proff. C. Fossò, ordinario di idraulica all'Università di Cagliari, e F. Arredi, ordinario di costruzioni idrauliche all'Università di Roma, in ordine agli effetti idraulici provocati dalla caduta del versante settentrionale del monte Toc e ai fattori di ordine meccanico che hanno determinato la frana. Le conclusioni a cui giunsero questi tecnici furono le seguenti *“la frana del Vajont presenta caratteri eccezionali quali non abbiamo finora trovato accomunati in frane similari. Infatti essa è eccezionale per le dimensioni, per l'unitarietà e comportamento meccanico della massa, per la sua rapida evoluzione nel piano di scivolamento, per l'improvviso mutamento di velocità”* e ancora *“L'esame delle cause ha messo in evidenza quale eccezionale concorso di circostanze abbia determinato le modalità del fenomeno. L'unitarietà della massa specialmente nel suo lungo fronte e la straordinaria velocità del movimento, che sono state le due cause fondamentali dell'enorme ondata distruttrice, sono eventi rarissimi; la loro associazione nella grande frana del Vajont costituisce un avvenimento che non ha riscontro in quanto è finora noto sull'argomento”*. L'ENEL inoltre, già pochi giorni dopo il disastro incaricò Edoardo Semenza e il Prof. Daniele Rossi di eseguire un rilevamento geologico dettagliato alla scala 1 : 5000 della zona di frana.

1.2.2 Il modello di M. Roubault

Il Prof. M. Roubault, membro della seconda commissione peritale nominata da Fabbri, svolse delle esperienze nel Laboratorio dell'Ecole Nationale Supérieure de Géologie Appliquée et de Prospection Minière di Nancy, allo scopo di valutare l'altezza raggiunta dall'onda sul fianco opposto alla frana in funzione della granulometria del materiale impiegato per schematizzare la massa franante. Nel modello adottato, in cui la valle del Vajont era sommariamente riprodotta in scala 1 : 830, la sponda destra del bacino era suddivisa in due aree: una liscia e l'altra dotata di una certa scabrezza in modo da poter rendere qualitativamente apprezzabile l'influenza delle asperità sul percorso dell'acqua (Fig. 1.30).

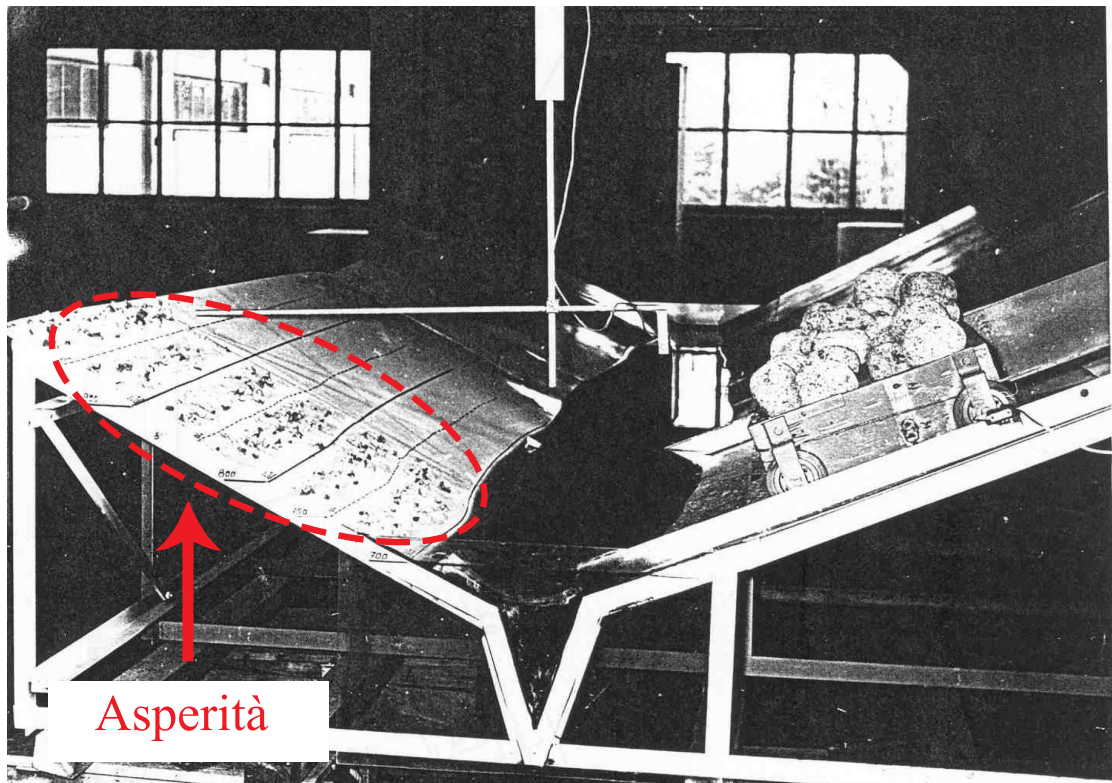


Figura 1.30: Fotografia del modello impiegato a Nancy; è possibile notare la presenza delle asperità introdotte nella sponda destra del bacino.

Le esperienze svolte furono 10 e seguirono due diverse tipologie di esecuzione:

1. **Prima serie di prove:** allo scopo di riprodurre una massa compatta la massa di frana veniva simulata attraverso un carrello rigido che veniva fatto scendere lungo delle rotaie, poste su un piano inclinato a pendenza costante (Fig. 1.31). Le diverse velocità di caduta erano ottenute variando la massa di un contrappeso che funzionava mediante una carrucola. I risultati ottenuti con questo schema sono riportati in Fig. 1.34.

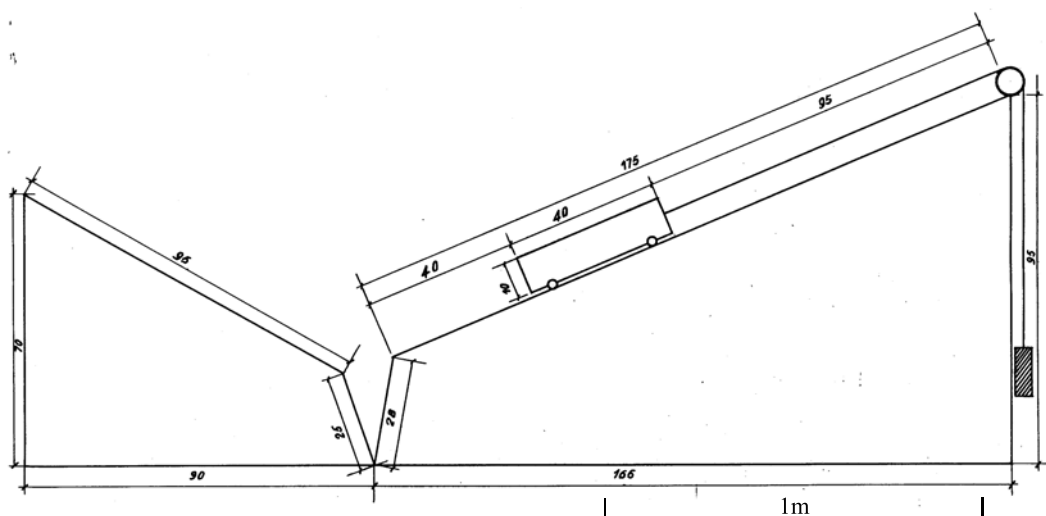


Figura 1.31: Dispositivo adottato per la discesa del carrello.

Massa	Contrappeso	Quota raggiunta	
		Lato liscio	Lato scabro
a) 160 kg	20 kg	900	825
b) 160 kg	16 kg	940	850
c) 160 kg	12 kg	1000	900
d) 160 kg	0 kg	>1000	>1000

Figura 1.32: Risultati della prima serie di prove degli esperimenti di Nancy.

2. **Seconda serie di prove:** il materiale incoerente era inserito in una cassetta senza fondo che una volta sollevata provocava la discesa per gravità dei corpi, così come illustra lo schema di Fig. 1.33. I risultati così ottenuti sono illustrati in Fig. 1.33

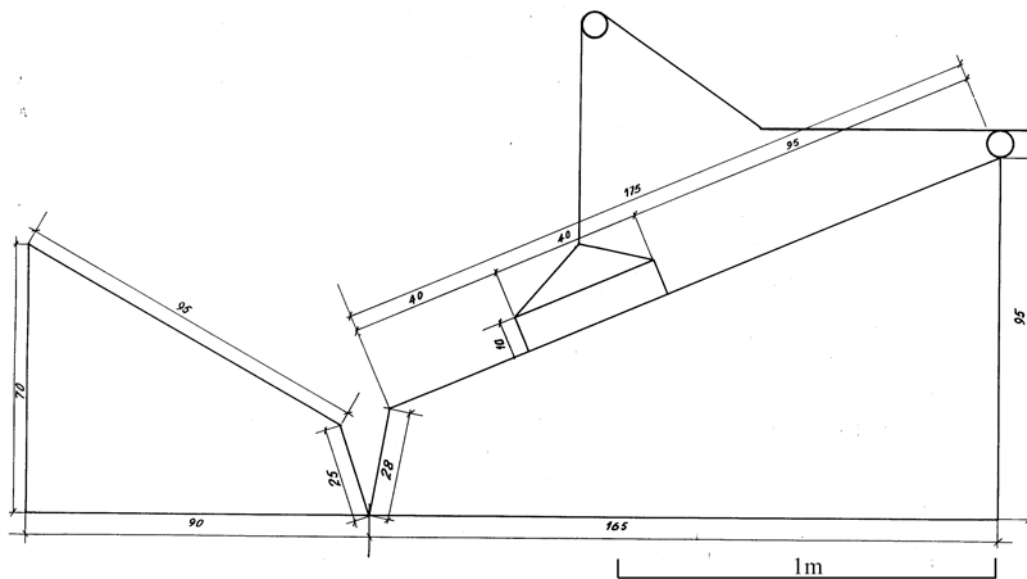


Figura 1.33: Dispositivo adottato per la discesa del materiale incoerente.

	PROVA6	PROVA7	PROVA 8	PROVA 9	PROVA 10
Massa liberata	126 kg	112 kg	112 kg	112 kg	112 kg
Densità media della massa	1,80	1,60	1,60	1,60	1,75
Granulometria	∅ 100 mm	∅ 20 ÷ 30 mm	∅ 10 mm	∅ 5 mm	∅ 1 mm
Quota raggiunta					
-lato liscio	850 m	780	780	780	760
-lato scabro	780 m	750	750	750	740

Figura 1.34: Risultati della seconda serie di prove eseguite a Nancy (senza carrello).

Queste esperienze portarono i periti ad affermare che “la caduta di una massa coerente in un solo blocco, dotato di fronte d’impatto, genera un’onda ben superiore a quella causata dalla caduta di una massa incoerente di elementi solidi” e quindi a criticare la scelta di Ghetti di impiegare la ghiaia per simulare la frana.

Gli stessi periti del II Collegio dovettero però riconoscere, in sede processuale, la sostanziale correttezza dei risultati ottenuti nelle esperienze di Nove; Gridel afferma infatti, nell’udienza del 20 maggio 1969: “riconosco che se nel modello del Prof. Ghetti fosse stata, per mezzo di un artificio, riprodotta la frana nel tempo di 2 secondi nel modello, pari a 25 secondi nella realtà, l’onda che ne sarebbe derivata sarebbe stata corrispondente a quella reale di 200 metri”.

1.2.3 Il modello di L. Votruba

Nel luglio del 1966 presso l’Ecole Polytechnique di Praga il Prof. Ladislav Votruba, perito di parte civile, eseguì delle prove su un modello bidimensionale del bacino del Vajont in scala 1 : 500. Scopo di queste esperienze era lo studio dell’evoluzione della frana e dell’onda da questa generata, in relazione all’impiego di materiali diversi per la simulazione dell’ammasso franoso.

Votruba schematizzò il materiale di frana con i materiali più svariati, dalle biglie di vetro a dei pacchetti di fogli in materiale plastico per simulare la stratificazione dell’ammasso. In Fig. 1.35 vengono riportati i risultati sperimentali riferiti all’impiego di questi materiali.

Prova N°	Materiale di frana	Elementi misurati		
		v_m	Δh (m)	(m)
9	biglie di vetro	5,6	<u>15</u>	60
8	"	9,2	<u>56</u>	115
12	pacco di fogli di plastica	15,0	<u>98</u>	167
5	"	18,0	<u>170</u> ([^])	267

Figura 1.35: Risultati di alcune prove eseguita da L. Votruba impiegando biglie di vetro e fogli di plastica.

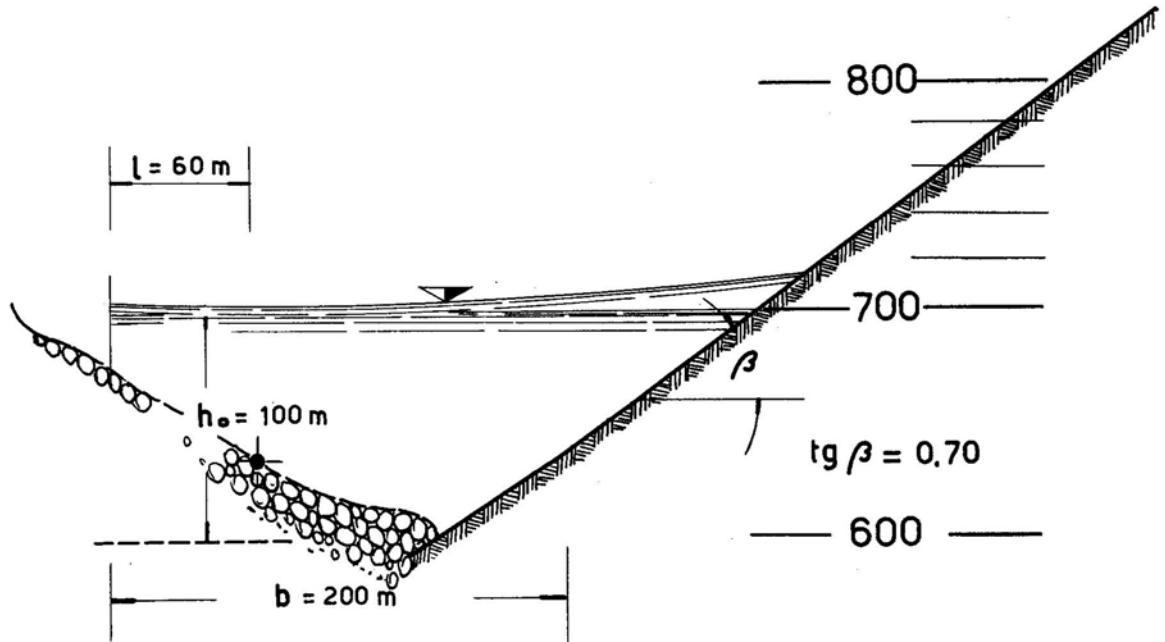
I risultati ottenuti da queste esperienze, riportati nella relazione “*L’eboulement de la pente gauche dans le lac-reservoir du Vajont*”, dimostrarono l’equivalenza fra gli effetti prodotti sia con materiale incoerente che compatto, mostrando la trascurabile influenza che esercita lo stato di aggregazione del materiale franante. Lo studioso infatti, nell’udienza del 27 maggio 1969, affermò: “È possibile che la ghiaia ad una velocità così elevata - si riferiva ad una velocità di 26 m/s - si comporti in modo uguale come una materia compatta”.

Le Fig. 1.36 e 1.37 riportano i valori delle sopraelevazioni ottenute in questa serie di esperienze; dall’analisi delle quali è possibile affermare che:

- le prime manifestazioni ondose del fenomeno sono da considerarsi essenzialmente legate alle dimensioni del fronte ed alla sua velocità: cioè ai parametri geometrici che definiscono la forma ed il numero di Froude;
- la penetrazione della frana nel lago e la conseguente sopraelevazione dell'acqua crescono all'aumentare della velocità, senza alcuna dipendenza dallo stato di aggregazione del materiale.

PROVA N° 9 CON MATERIALE INCOERENTE

$v_{\max} = 5.6 \text{ m/s}$ $\Delta h = 15 \text{ m MISURATO}$



PROVA N° 8 CON MATERIALE INCOERENTE

$v_{\max} = 9.2 \text{ m/s}$ $\Delta h = 56 \text{ m MISURATO}$

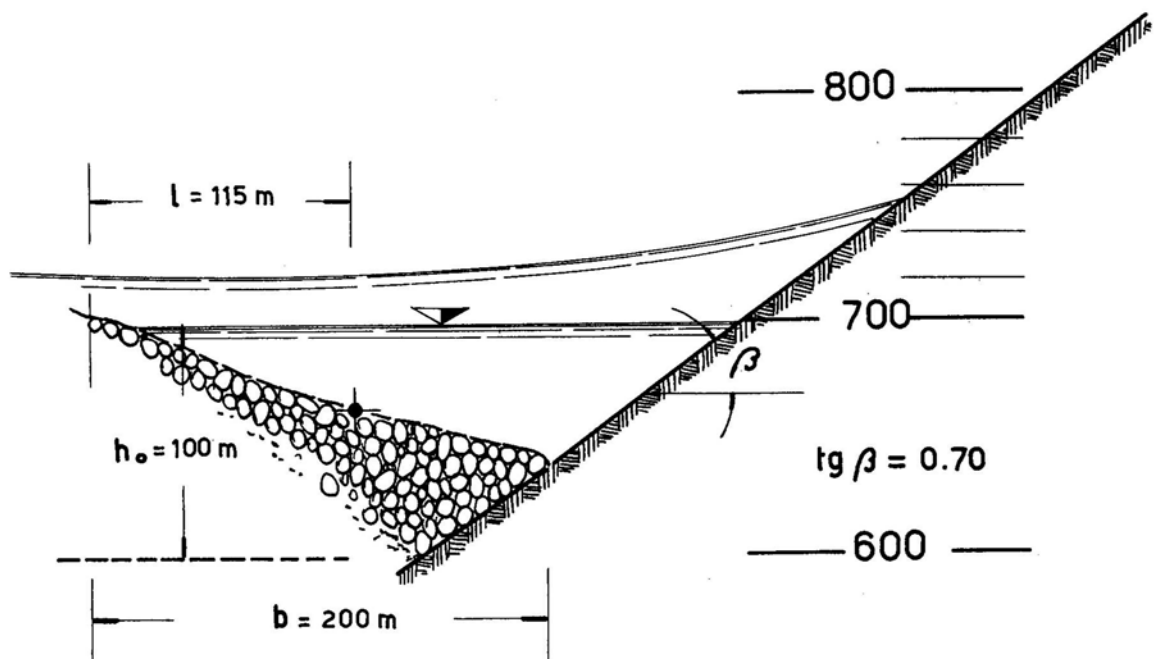
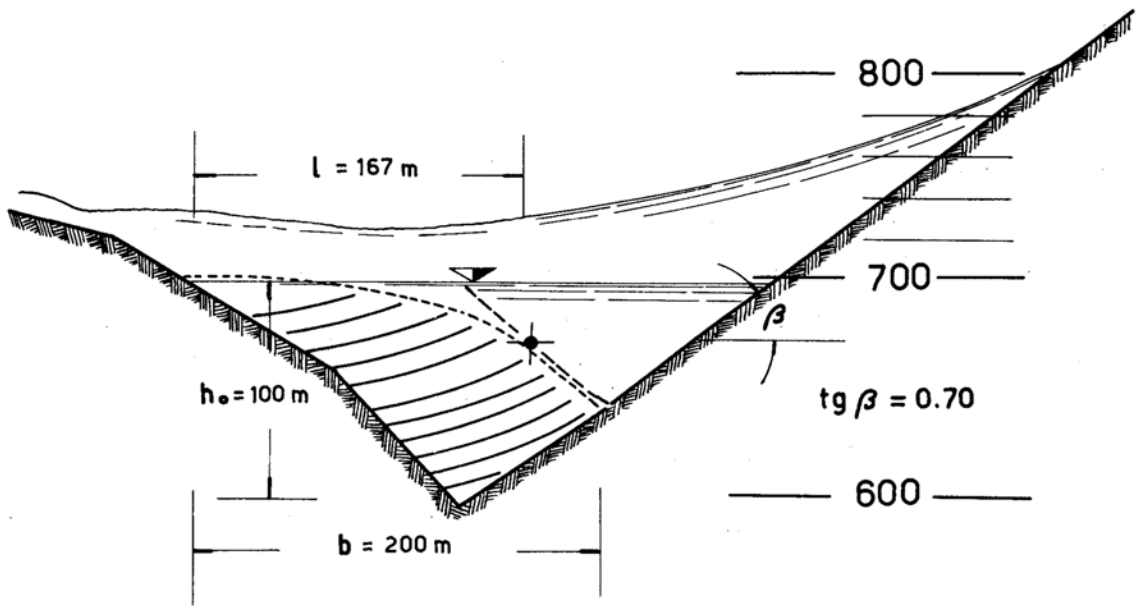


Figura 1.36: Evoluzione della superficie di frana e del pelo libero derivanti dalle esperienze eseguite da Votruba utilizzando biglie di vetro per simulare il materiale di frana.

PROVA N° 12 CON MATERIALE UNITO

$v_{\max} = 15 \text{ m/s}$ $\Delta h = 98 \text{ m MISURATO}$



PROVA N° 5 CON MATERIALE UNITO

$v_{\max} = 18 \text{ m/s}$ $\Delta h = 170 \text{ m MISURATO (•)}$

(•) VOTRUBA VALUTA $\Delta h = 150 \text{ m}$ MA DALLA FOTOGRAFIA RISULTA $\Delta h = 170 \text{ m}$

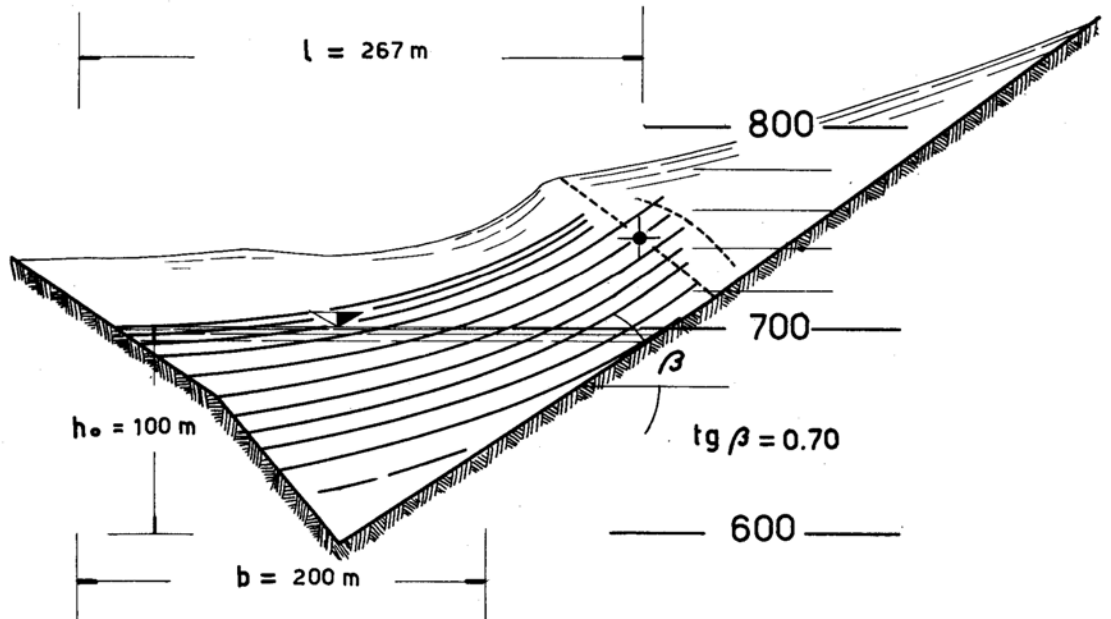


Figura 1.37: Evoluzione della superficie di frana e del pelo libero derivanti dalle esperienze eseguite da Votruba utilizzando un pacchetto di fogli in plastica per simulare il materiale di frana.

1.2.4 Il modello fisico-idraulico bidimensionale in scala 1:500

Durante il 1968, presso il Laboratorio dell'Istituto di Idraulica dell'Università di Padova, i professori Claudio Datei ed Ettore Lippe guidati dai professori Giuseppe Evangelisti e Giulio Supino eseguirono delle esperienze su uno schematico modello bidimensionale della valle del Vajont, riportato in Fig. 1.38.



Figura 1.38: Fotografia del modello adottato nelle esperienze svolte all'Istituto di Idraulica dell'Università di Padova. L'immagine riporta lo stato del bacino all'istante in cui la quota del lago è a 700m s.l.m.m. e la ghiaia è mantenuta in posizione da una rete in nylon.

Questa nuova serie di prove, realizzata dopo il disastro, venne commissionata dal Prof. Ghetti al fine di controllare la correttezza tecnica degli esperimenti che egli stesso aveva svolto sul modello tridimensionale di Nove. Per motivi legati alla ridotta disponibilità di spazio le esperienze vennero eseguite su un modello in scala 1 : 500 che riproduceva la sponda franosa e quella opposta secondo una sezione tipica, per una larghezza di 0.60m tra due pareti verticali di delimitazione; il nuovo modello quindi non era strettamente bidimensionale.

Lo scopo delle esperienze era quello di accertare se il fenomeno avvenuto il 9 ottobre 1963 fosse riproducibile in scala ridotta, usando una tecnica simile a quella adottata nel modello di Nove in cui un ammasso ghiaioso veniva fatto scendere e cadere nel lago, lungo una prevista superficie di scorrimento, attraverso un traino artificiale e controllato. Altri aspetti che si volevano studiare attraverso questi esperimenti erano:

- la dipendenza della sopraelevazione dell'acqua presente nel bacino sia da un *effetto statico*, dovuto al dislocamento volumetrico provocato dalla caduta della frana nel serbatoio, sia da un *effetto dinamico* di onde impulsive, ovvero di come il tempo di caduta dell'ammasso franoso sia determinante sull'andamento del fenomeno;
- la correttezza dell'impiego della ghiaia (utilizzata nel modello di Nove) come materiale per riprodurre un ammasso franoso compatto, in relazione alla massima sopraelevazione dell'acqua che la stessa genera;

- l'estrapolazione, attraverso la similitudine, del tempo di caduta dell'evento reale.

Per la realizzazione di questo modello venne scelta, come sezione rappresentativa, quella che in Fig. 1.27a è indicata come 12; essa corrisponde all'incirca alla mezzeria dell'area compresa tra il Rio Massalezza e la diga. In relazione a questa sezione venne riprodotto, fino a quota 1100m s.l.m.m., l'andamento della sponda sinistra della valle, col profilo di scorrimento dell'ammasso franoso come realizzato nel modello di Nove. Il versante destro invece raggiungeva quota 1000m s.l.m.m., così come le pareti laterali.

La caduta della frana era simulata in modo analogo a quanto fatto a Nove: attraverso un tiro meccanico, azionato da un motore a scoppio, veniva trascinata una spatola che era immersa trasversalmente nella ghiaia, come illustrato in Fig. 1.39.

Il ricorso ad un traino meccanico, così come avveniva nelle prove sul modello tridimensionale di Nove, derivava dalla necessità di vincere l'attrito lungo il profilo di scorrimento così da imprimere all'ammasso un movimento veloce e compatto. Nel tratto più basso e più prossimo al lago, la ripidità del profilo della sponda rendeva necessario trattenere il fronte di frana, analogamente a quanto accadeva nel modello tridimensionale, attraverso una reticella in filo di nylon che veniva completamente e rapidamente allentata all'istante di inizio del traino.

Gli esperimenti eseguiti impiegarono due distinte corse del traino, rispettivamente di 0.80m e di 0.50m, che riportate nella scala reale corrispondono a spostamenti di 400m e di 250m. Questi valori delimitano in modo adeguato il campo dei possibili avanzamenti della frana reale nel lago.

Per ogni corsa la velocità di spostamento, e quindi il tempo di caduta dell'ammasso franoso, poteva variare ampiamente. Come nelle prove di Nove il tempo di taino venne fatto coincidere col tempo di caduta, infatti al termine del tiro praticamente cessava anche il movimento dell'ammasso.

Nelle varie prove svolte i tempi di caduta sperimentati nel modello erano compresi tra i 0.7sec e i 22.5sec, cui corrispondono, adottando la legge di similitudine di Froude, 15.65sec e 503sec \cong 8.38min nella realtà. Quando il modello dipende essenzialmente dalla gravità, come di norma si verifica nelle correnti a superficie libera, è infatti di grande interesse confrontare le forze d'inerzia con quelle gravitazionali. Il rapporto tra queste due tipologie di forze è dato per l'appunto dal numero di Froude:

$$F = \frac{F_{inerzia}}{F_{peso}} = \frac{v}{\sqrt{gL}} \quad (1.1)$$

La legge di Froude riveste un ruolo di notevole importanza nel campo dei modelli fisici per la riproduzione in scala ridotta di processi idraulici che si svolgono in campo gravitazionale poichè consente di definire le scale con le quali restituire al reale le grandezze misurate sul modello. Assunta la scala delle lunghezze λ_l , che assicura la similitudine geometrica, le altre scale si deducono dalla condizione:

$$\frac{v_0}{\sqrt{gy_0}} = \frac{v_m}{\sqrt{gy_m}} \quad (1.2)$$

avendo indicato col pedice *o* ed *m* originale e modello; le scale sono:

$$\begin{aligned} \lambda_v = \frac{v_0}{v_m} = \sqrt{\frac{y_0}{y_m}} = \sqrt{\lambda_l} \quad \text{velocità} & \quad \lambda_v = \sqrt{500} \\ \Rightarrow & \\ \lambda_t = \frac{\lambda_l}{\lambda_v} = \sqrt{\lambda_l} \quad \text{tempi} & \quad \lambda_t = \sqrt{500} \end{aligned} \quad (1.3)$$

I tempi di caduta che vennero sperimentati su questo modello si spinsero fino ai 17sec reali, molto al di sotto dunque rispetto al caso limite di 60sec sperimentato a Nove. Infatti dagli studi del Prof. Datei e dalla lettura, eseguita dal Prof. Caloi, del sismogramma registrato dalla sta-

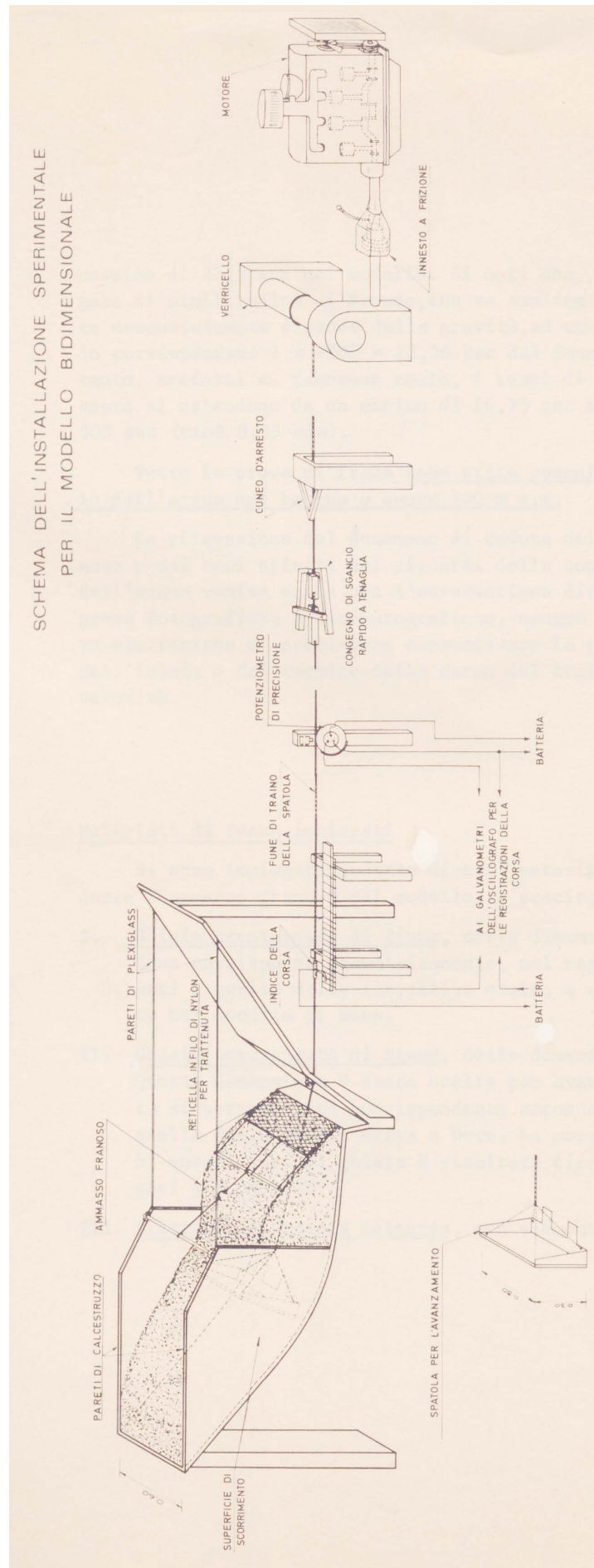


Figura 1.39: Schema dell'installazione sperimentale adottato nel modello bidimensionale.

zione di Pieve di Cadore (Fig. 1.40) emerse che i tempi di caduta dell'ammasso franoso furono incredibilmente brevi. Dall'analisi della Fig. 1.40 è possibile notare come il momento che segna il principio del fenomeno dinamico vero e proprio si collochi all'istante definito $22^h41^m11^s$, a partire dal quale scompaiono nel sismogramma le interruzioni e le pause tipiche della fase preparatoria iniziata verso le 22^h38^m ; le vibrazioni si accentuano progressivamente fino all'istante $22^h41^m30^s$. In questo momento, $19sec$ dopo lo stacco, avviene l'urto contro il versante destro dell'ammasso solido in movimento. Pertanto il tempo di caduta può valutarsi tra i 20 e i $25sec$.

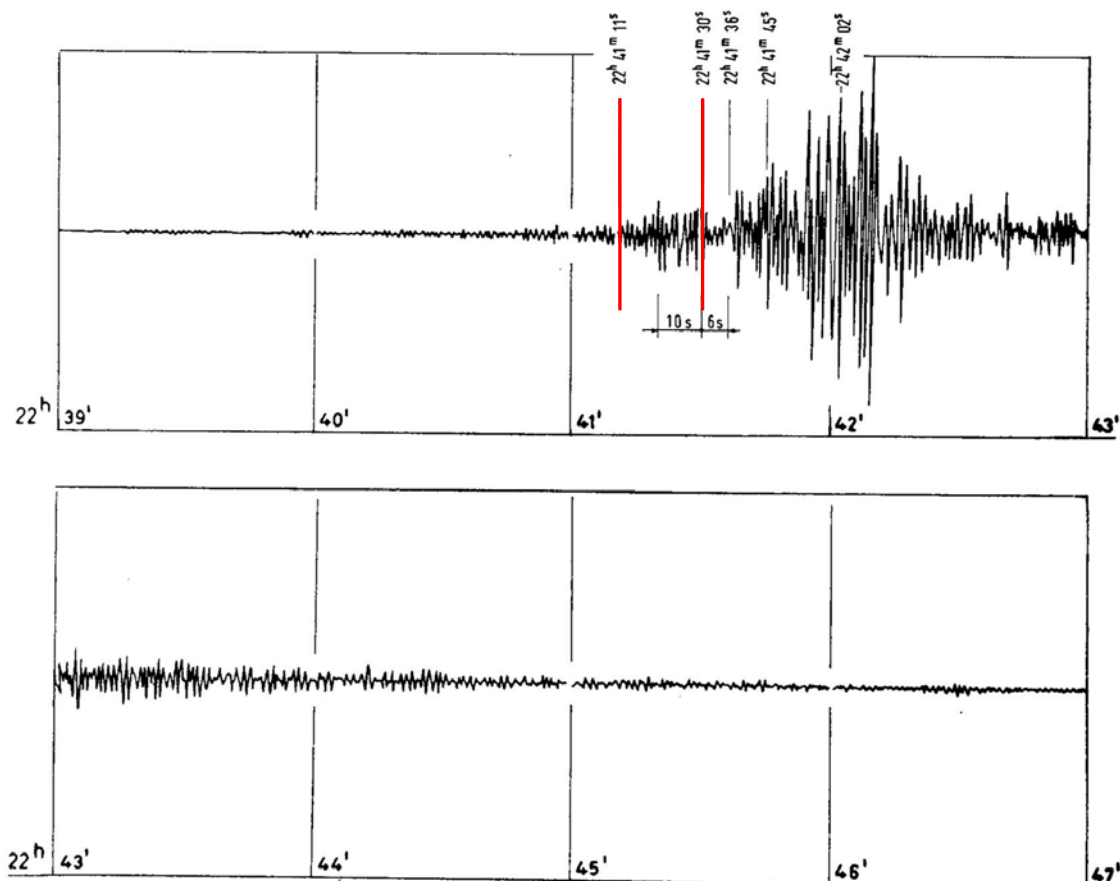


Figura 1.40: Sismogramma registrato la sera del 9 ottobre 1963 dalla stazione collocata sulla diga di Pieve di Cadore.

Tutte le prove vennero eseguite col livello dell'acqua nel bacino a quota $700m$ s.l.m.m.; per rappresentare l'ammasso franoso furono impiegati quattro diversi materiali:

- ghiaia arrotondata di fiume, delle dimensioni di $3 - 4mm$, che corrispondeva geometricamente, nel rapporto $200/500$, a quella impiegata nel modello di Nove;
- ghiaia arrotondata di fiume, delle dimensioni di $6 - 8mm$. Questa dimensione venne scelta per avere un coefficiente di permeabilità corrispondente, secondo similitudine, a quello della ghiaia usata a Nove;
- pietrisco di roccia calcarea al quale si aggiunse della sabbia in modo da colmare gli interstizi e ridurre al massimo la porosità;
- piastrelle quadrate in grès ceramico che, nel rapporto $200/500$, rappresentavano abbastanza bene dei mezzi mattoni.

I risultati delle esperienze condotte sul modello precedentemente descritto, riassunti nella Tab. 1.1 ed in Fig. 1.42, permettono di osservare quanto segue:

1. la configurazione finale del materiale franato nel bacino rispecchia una progressiva variazione in funzione del tempo di caduta; si passa dai profili molto inclinati verso il fondo, ottenuti con cadute lente, a profili che si adagiano sulla sponda opposta con sempre minor inclinazione, fino a risalire lungo di essa nel caso di prove effettuate con tempi molto ridotti (si veda Fig. 1.41);

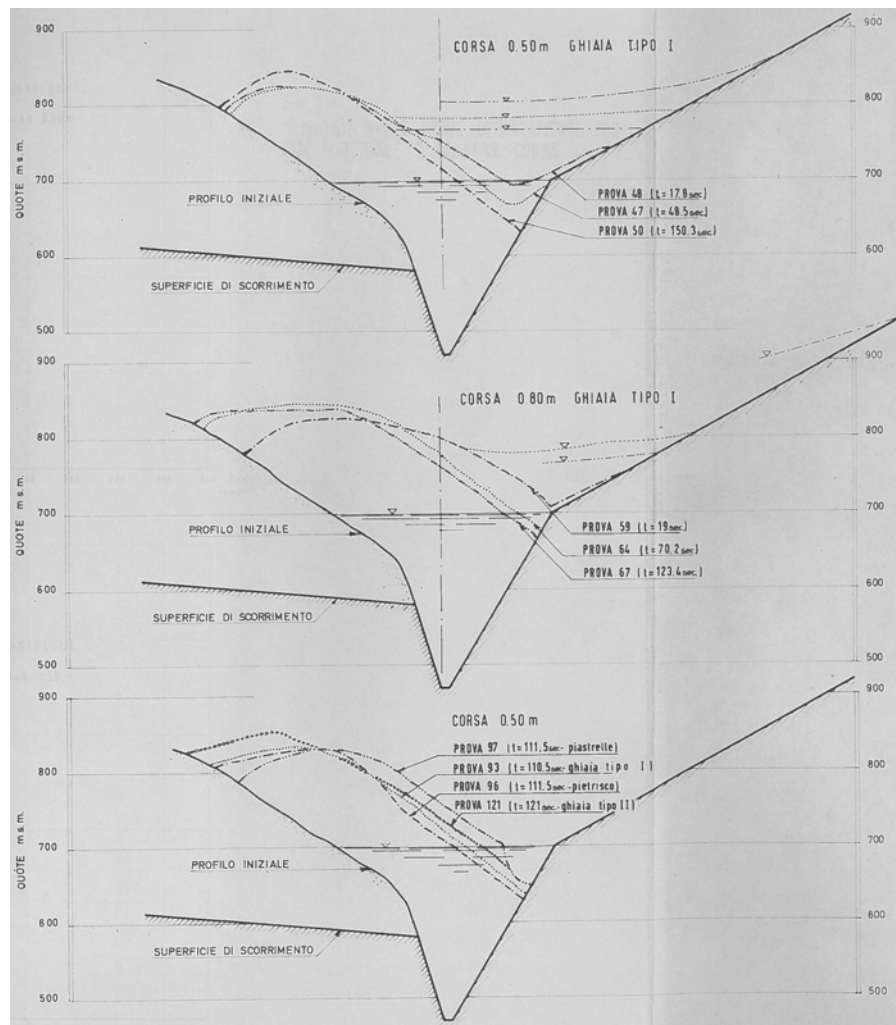


Figura 1.41: Profili finali del materiale di frana ottenuti nelle esperienze di laboratorio.

2. al diminuire del tempo di caduta si verifica un aumento della sopraelevazione del bacino ed è evidente la tendenza a raggiungere quote di valore sempre più elevato quanto più breve è la durata del fenomeno, questa dipendenza è illustrata in Fig. 1.42.
3. con l'aumentare dei tempi di caduta le sopraelevazioni nel bacino tendono a differenziarsi lievemente in base al tipo di materiale impiegato; si nota però che tale differenza non appare quando si confrontino i risultati ottenuti per le due tipologie di ghiaia.

PROVE CON GHIAIA TIPO I CORSA 0.50 m		
PROVA N°	QUOTA DI SOPRAELEVAZIONE (m s. m.)	TEMPI (sec.)
48	863.00	17.6
45	861.40	13.5
49	825.00	27.2
85	822.00	21.6
52	792.00	64.0
47	790.50	48.5
46	781.00	62.5
93	771.00	110.0
50	768.50	150.0
94	757.50	223.5
86	758.00	330.0
107	748.00	534.0
103	747.00	475.0

PROVE CON GHIAIA TIPO I CORSA 0.80 m		
PROVA N°	QUOTA DI SOPRAELEVAZIONE (m s. m.)	TEMPI (sec.)
59	938.00	18.9
60	850.00	30.2
61	811.00	72.0
64	805.00	70.2
62	792.00	95.2
65	791.00	102.8
66	789.00	142.0
67	779.00	123.5
63	776.00	132.0
104	762.00	600.0
105	754.00	760.0
106	753.00	715.0

PROVE CON GHIAIA TIPO II CORSA 0.50 m		
PROVA N°	QUOTA DI SOPRAELEVAZIONE (m s. m.)	TEMPI (sec.)
122	855.00	17.3
125	810.00	23.4
118	803.00	25.4
110	801.50	24.2
124	786.70	46.0
123	785.00	47.4
119	779.00	75.0
120	777.00	90.0
109	755.00	67.0
121	767.00	121.0
116	761.00	135.0
114	755.50	256.0

PROVE CON PIASTRELLE CORSA 0.50 m		
PROVA N°	QUOTA DI SOPRAELEVAZIONE (m s. m.)	TEMPI (sec.)
79	810.00	28.5
84	805.00	31.2
83	786.00	80.0
82	785.58	89.0
77	780.00	51.8
97	778.00	111.5
78	762.50	149.5
81	755.00	318.0
98	750.00	227.0

PROVE CON PIETRISCO CORSA 0.50 m		
PROVA N°	QUOTA DI SOPRAELEVAZIONE (m s. m.)	TEMPI (sec.)
89	845.00	19.5
91	807.00	29.1
88	786.00	69.5
96	784.00	111.5
90	780.50	148.0
95	776.00	209.0
108	772.50	505.0
87	770.00	318.0

PROVE CON GHIAIA TIPO II CORSA 0.80 m		
PROVA N°	QUOTA DI SOPRAELEVAZIONE (m s. m.)	TEMPI (sec.)
133	865.00	25.4
126	805.00	88.4
127	805.00	94.0
128	793.00	130.0
140	784.00	160.7
136	773.00	246.0
137	761.00	355.0

Tabella 1.1: Risultati degli esperimenti condotti sul modello bidimensionale.

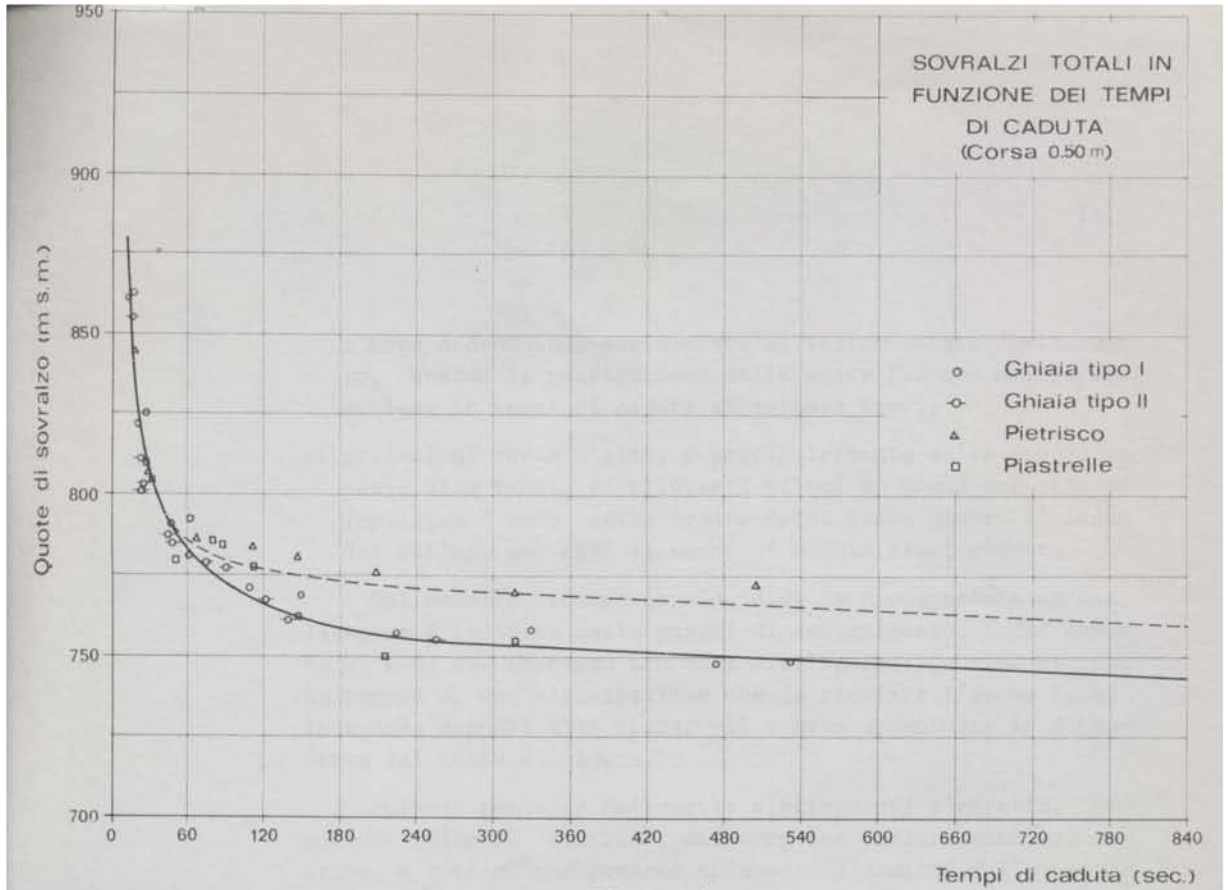


Fig. 5 a)

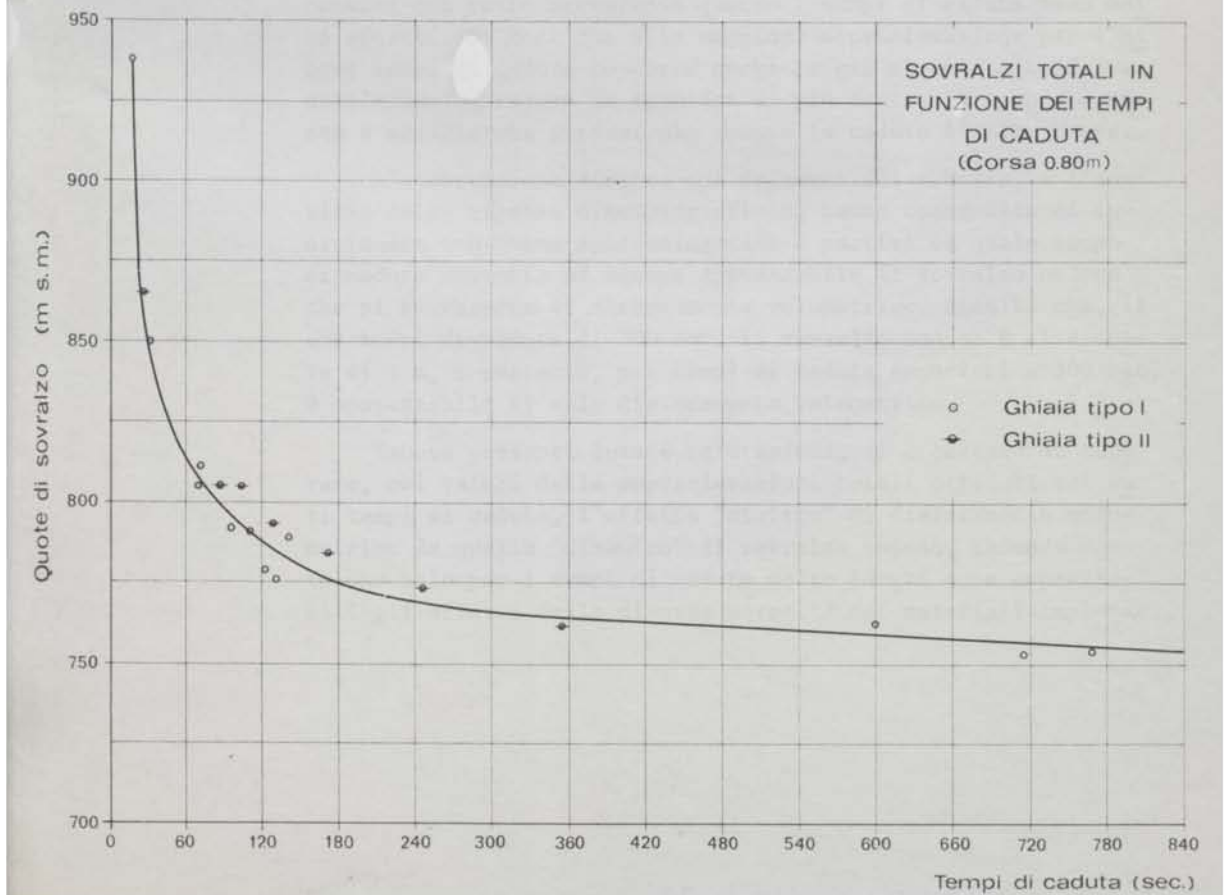


Figura 1.42: Dipendenza, per i vari tipi di materiale impiegati, tra sopraelevazione e tempi di caduta.

Gli sperimentatori inoltre notarono che in tutte le prove la massima altezza raggiunta dall'acqua sul versante opposto alla frana si verificava all'incirca al termine della corsa, ovvero quando il materiale franato raggiunge entro il bacino la configurazione finale.

I risultati sperimentali ottenuti utilizzando questo nuovo modello (riportati in Tab. 1.1) furono quindi rapportati con quelli ricavati nelle esperienze di Nove (vedi Fig. 1.2); da questo confronto fu possibile concludere che:

- 1) Essere gli esperimenti eseguiti a Nove perfettamente aderenti (salvo le diverse circostanze) con quelli eseguiti nel modello bidimensionale, con piena e sostanziale concordanza dei risultati;
- 2) Essere praticamente indifferente, nei riguardi della sopraelevazione di livello del lago, l'impiego dell'uno o dell'altro materiale, essendo elemento determinante della sopraelevazione stessa il tempo di caduta dell'ammasso, che viene a sua volta regolato artificialmente dal traino.
- 3) Essere possibile, usando la ghiaia e la tecnica di avanzamento dell'ammasso franoso come a Nove, ottenere sul modello anche la riproduzione di un evento pari a quello del 9 ottobre 1963, pur di ridurre sufficientemente il tempo di caduta.

Figura 1.43: Conclusioni a cui giunsero gli sperimentatori; tratto dalla relazione Appunti per una memoria sul modello di Nove.

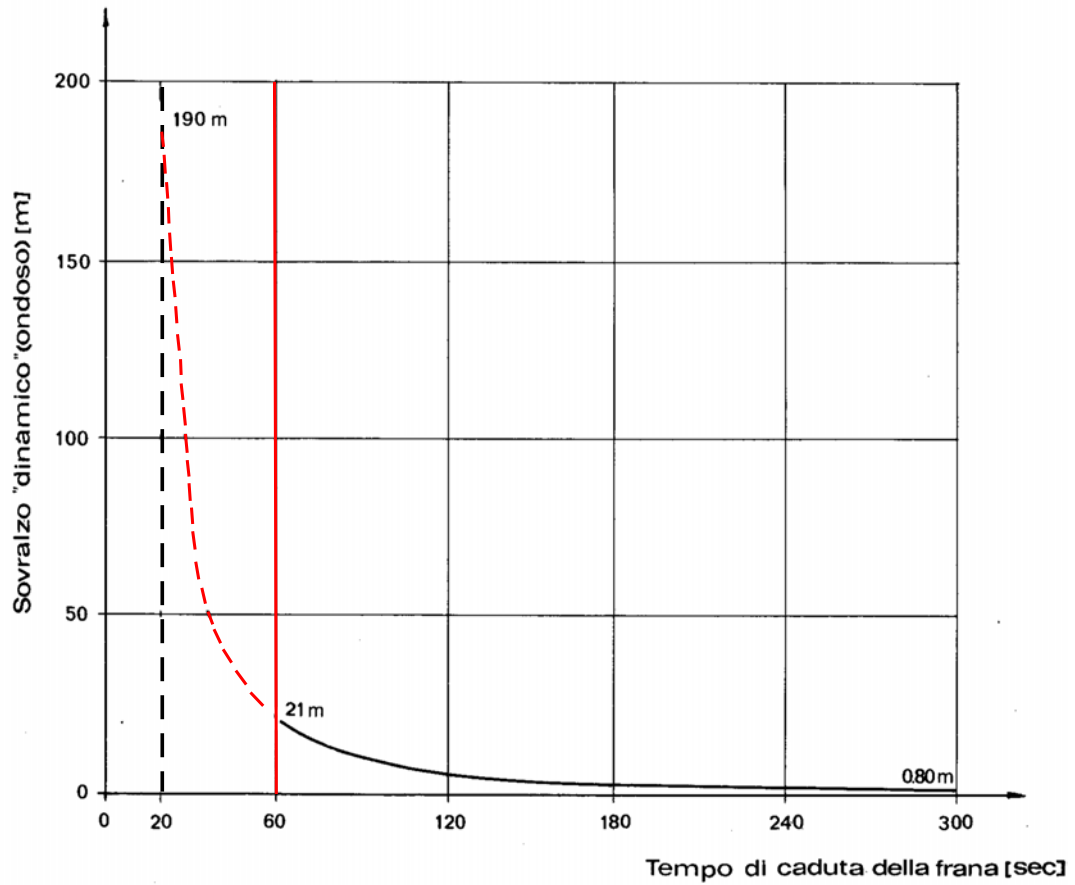
Prova n.	Invaso iniziale (m s.m.)	Porzione frana caduta	Tempo di caduta [sec]	Sopraelevazione totale (m) Pos. 1 o Pos. 2 (A)	Volume penetrato nel lago ($10^{-6} m^3$)		Sopraelevazione "statica" da dislocamento (m)			Sopraelevazione "dinamica" (m) (A) - (B)
					Vol.apparente (Relazione)	Vol.effettivo (Relazione)	per il Vol. apparente	per il Vol. effettivo	Stimata in base al tempo di caduta (B)	
XIV	700	valle	225	8,8	6,434	4,050	3,0	2,0	2,2	6,6
		monte	110							
XV	700	intervallo	550	13,0	12,849	8,100	6,0	3,75	4,4	8,6
		valle	130							
XVI	700	valle	130	10,0	7,950	5,010	3,3	2,4	2,5	7,5
XVII	700	valle	120	13,4	5,566	3,505	2,6	1,6	1,9	11,5
XVIII	700	valle	63	20,7	9,065	5,710	4,1	2,6	3,3	17,4
		monte	180							
XIX	700	intervallo	640	31,4	20,463	12,900	9,1	5,7	7,0	24,4
		valle	60							
XX	670	valle	113	15,7	6,601	4,155	3,2	2,1	2,4	13,3
XXI	670	valle	85	17,0	7,139	4,500	3,4	2,2	2,7	14,3
XXII	670	valle	61	21,0	6,611	4,160	3,2	2,1	2,7	18,3

Tabella 1.2: Tabella riassuntiva dei risultati delle esperienze eseguite a Nove.

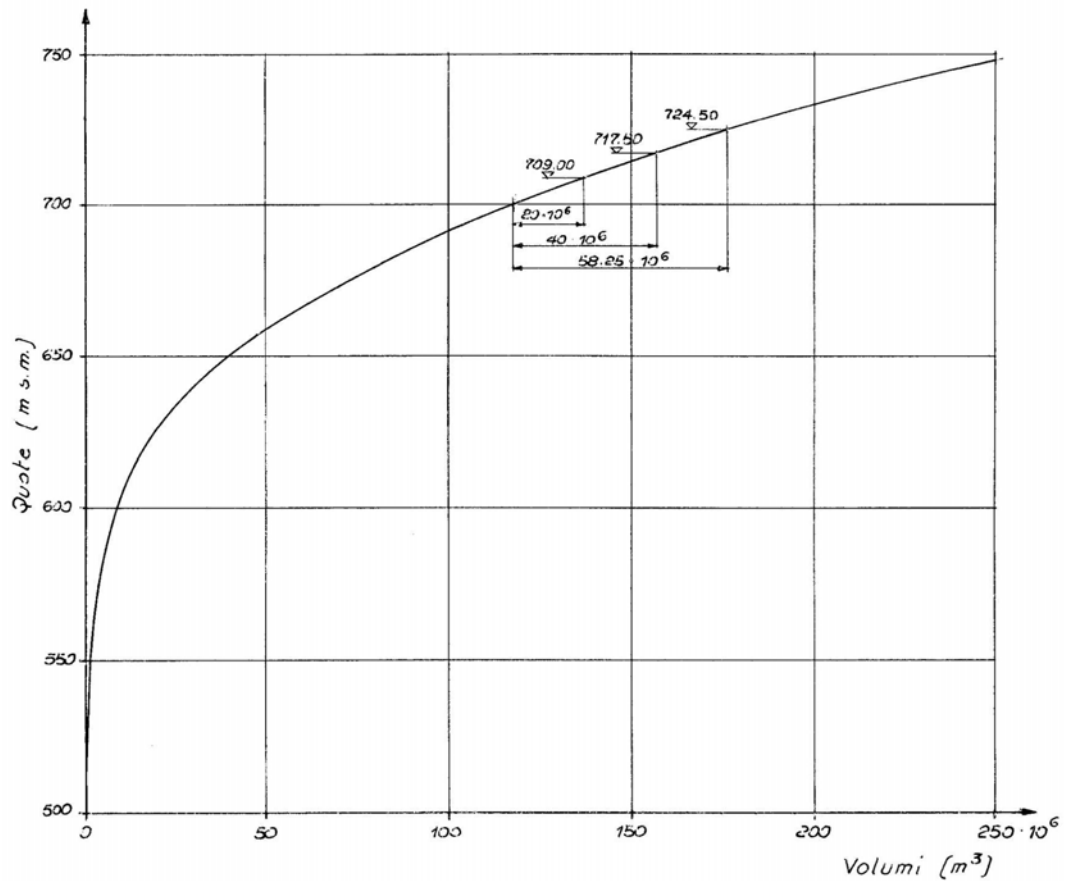
Il grafico di Fig. 1.44a riassume il risultato della ricerca sperimentale, riferito al reale; esso illustra, in funzione del tempo di caduta, quale sia stato il contributo dinamico nella formazione dell'onda:

- circa 21m per un tempo di caduta di 60sec (che si avvicinano ai risultati ottenuti negli esperimenti di Nove dove venivano raggiunti, con un tempo di tiro $t = 60sec$, 27m di sovrizzo);
- all'incirca 190m per un tempo di 20sec (punto di massimo lungo la curva tratteggiata in rosso).

Gli incrementi di livello statico legati a diversi valori del dislocamento sono indicati, a partire dalla quota $700m$ s.l.m.m., sulla curva che rappresenta i volumi d'invaso in funzione della quota della superficie del lago (Fig. 1.44b).



(a) Contributo dinamico nella formazione dell'onda in funzione del tempo di caduta.



(b) Curva dei volumi d'invaso del serbatoio in funzione della quota.

Figura 1.44: Confronto tra i risultati ottenuti nelle prove di Nove e quelli ricavati dalle esperienze di laboratorio.

Capitolo 2

Metodo SPH

2.1 Fondamenti del metodo

Il metodo *Smoothed Particle Hydrodynamics*, nel seguito indicato con l'acronimo SPH, è stato inizialmente sviluppato per la simulazione di problemi di astrofisica (Harlow 1957, 1964) e, più recentemente, ha trovato favorevole applicazione nella simulazione di problemi di meccanica dei fluidi (Monaghan, 1994).

La tecnica SPH afferisce ai metodi numerici di tipo *meshless* (Liu & Liu, 2004; Liu & Liu, 2007): come negli altri metodi numerici anche nell'SPH il mezzo continuo, di cui si vuole simulare la dinamica, è rappresentato attraverso un numero discreto di componenti (nodi o punti); questi però non sono tra loro connessi attraverso una maglia topologica (generalmente detta *mesh*) che nei metodi basati su griglia, quali le differenze finite e gli elementi finiti, viene invece utilizzata per la discretizzazione numerica e la soluzione delle equazioni differenziali che governano il problema; da ciò la denominazione di metodo *meshless*.

Sebbene la mancanza di una maglia di interconnessione tra i nodi ponga delle questioni relative all'accuratezza del risultato numerico, l'approccio di tipo *meshless* offre netti vantaggi rispetto ai metodi tradizionali in alcuni ambiti di applicazione (e.g. simulazione di rapide ed elevate deformazioni, presenza di interfacce mobili, formazione di spruzzi, etc...). Nel caso dell'SPH i nodi assumono significato di punti materiali dotati di proprietà fisiche (massa, quantità di moto, pressione, etc...) e rispondenti alle equazioni della fisica classica (leggi di Newton). In tale caso il metodo *meshless* è detto *particellare* e segue, in genere, un approccio lagrangiano per la descrizione della dinamica del continuo.

Nel metodo SPH la discretizzazione delle equazioni differenziali del problema dinamico e la loro soluzione in un punto materiale avviene attraverso l'utilizzo dell'informazione contenuta nelle particelle *vicine*: come tali si intendono quelle che si trovano ad una distanza dalla particella in esame non superiore al cosiddetto *raggio di interazione* che definisce il limite spaziale entro cui può esercitarsi l'influenza reciproca tra particelle. La procedura di discretizzazione viene descritta nel seguito.

2.1.1 Approssimazione particellare di una funzione

Alla base del metodo si pone l'idea di simulare il continuo attraverso un numero discreto di punti materiali (particelle): mancando, come detto, una connessione topologica da utilizzare come maglia di calcolo, la discretizzazione delle equazioni differenziali e la loro soluzione numerica avviene sulla base della metodologia descritta nel seguito. Indicando la generica grandezza fisica, scalare o

vettoriale, $f(\mathbf{x})$ associata alla generica particella che all'istante temporale t occupa la posizione spaziale definita dal vettore \mathbf{x} , essa può essere definita adottando la seguente rappresentazione integrale:

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\xi) \delta_{(\mathbf{x}-\xi)} d\Omega \quad (2.1)$$

in cui:

- Ω rappresenta il dominio dello spazio n-dimensionale su cui è definita la funzione integranda,
- $d\Omega$ è l'elemento del dominio spaziale che indica l'intorno infinitesimo del generico punto individuato dal vettore posizione ξ ;
- $\delta_{(\mathbf{x}-\xi)}$ è la funzione *Delta di Dirac*.

Quest'ultima funzione è diversa da zero solo nell'intorno $d\Omega$ del punto \mathbf{x} dove risulta pari all'inverso di $d\Omega$; ne segue che l'integrando a secondo membro dell' Eq. 2.1 risulta nullo in tutti i punti del dominio Ω ad esclusione del punto \mathbf{x} dove assume il valore $f(\mathbf{x})$: da ciò segue l'identità.

Poiché la funzione Delta di Dirac manca di alcune proprietà quali la continuità e la differenziabilità, nell'applicazione numerica essa viene sostituita da una funzione W detta *Kernel* che ne simula il comportamento e che tende al Delta di Dirac in condizioni limite, come nel seguito specificato. Nelle applicazioni SPH il kernel è generalmente una funzione definita su un supporto compatto (i.e. chiuso e limitato) la quale assume valore nullo sulla sua frontiera ed esternamente ad essa (Fig. 2.1); il supporto ha una forma circolare nei problemi piani (sferica in quelli tridimensionali) il cui raggio kh assume il significato di *raggio di interazione* ed è proporzionale alla cosiddetta *smoothing length* h .

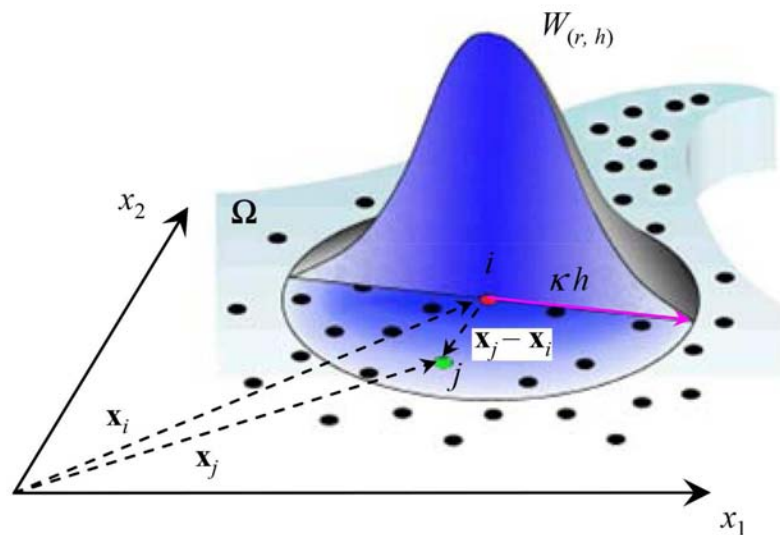


Figura 2.1: Rappresentazione della funzione kernel.

Il kernel è una funzione centrale il cui valore, nel generico punto di posizione ξ , dipende dal modulo della distanza relativa $r = |\xi - \mathbf{x}|$ rispetto al centro \mathbf{x} del supporto; W tende al Delta di Dirac per h che tende a zero e, come tale funzione, è caratterizzata dalla proprietà integrale:

$$\int_{\Omega} W_{(r,h)} d\Omega = 1 \quad (2.2)$$

Nell'Eq. 2.2 è stata indicata la dipendenza del kernel dalla distanza relativa r e dalla smoothing length h . Esistono numerose formulazioni analitiche adottate per la rappresentazione della funzione kernel; a titolo di esempio si riportano la funzione *Gaussiana*:

$$W_{(r,h)} = \frac{1}{(nh^2)^{n/2}} e^{-q^2} \quad (2.3)$$

e la funzione *cubic-spline*:

$$W_{(r,h)} = \frac{C_n}{h_n} \begin{cases} 1 - \frac{2}{3}q^2 - \frac{3}{4}q^3 & 0 \leq q < 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1 \leq q < 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (2.4)$$

dove $q = \frac{r}{h}$ è la distanza relativa adimensionale e C_n è il fattore di normalizzazione il cui valore dipende dalla dimensione n del problema (i.e. $\frac{2}{3}$ se $n = 1$; $\frac{10}{7\pi}$ se $n = 2$; $\frac{1}{\pi}$ se $n = 3$).

La funzione gaussiana è caratterizzata dal fatto che le derivate di ordine comunque elevato sono continue; tuttavia essa non è dotata di supporto compatto, anche se può essere adattata a tale condizione in quanto tende rapidamente a zero al crescere di q .

La funzione spline cubica è dotata di un supporto di dimensione $2h$ (raggio di interazione) e la sua rappresentazione somiglia alla funzione gaussiana, anche se le derivate seconde sono in questo caso lineari a tratti: ciò può influenzare il calcolo in situazioni dove il disordine delle particelle è elevato. A partire dall'Eq. 2.1 ed approssimando il Delta di Dirac con la funzione kernel si ottiene una stima della grandezza f nel punto di posizione \mathbf{x} :

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\xi) W_{(r,h)} d\Omega \quad (2.5)$$

Come detto inizialmente, nell'approssimazione SPH il continuo materiale è reso attraverso un numero discreto di punti materiali: la generica particella, che occupa la posizione $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$ all'istante t , può essere individuata con l'indice i , mentre con l'indice j si denota la generica particella, tra le N contenute nell'intorno della i -esima, che allo stesso istante occupa la posizione $\xi = \mathbf{x}_j$ ed avente massa m_j e densità ρ_j ; la somma integrale al secondo membro dell'Eq. 2.5 viene sostituita dalla sommatoria estesa agli N vicini fornendo la cosiddetta *approssimazione particellare*:

$$f_i = \sum_{j=1}^N f_j W_{(r_{ij},h)} \frac{m_j}{\rho_j} \quad (2.6)$$

essendo $r_{ij} = |\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|$, $f(\mathbf{x}_i) = f_i$, $f(\mathbf{x}_j) = f_j$ ed avendo indicato con $\frac{m_j}{\rho_j}$ il volume elementare della particella j -esima.

Dal punto di vista fisico il significato della Eq. 2.6 è il seguente: il valore f_i che la grandezza f assume in corrispondenza del punto occupato dalla particella i -esima può essere interpolato attraverso il valore f_j che la stessa grandezza assume in corrispondenza di ciascuna delle N particelle contenute nel dominio di interazione (*particelle vicine*) utilizzando il kernel come funzione interpolante. La Fig. 2.1 fornisce la rappresentazione schematica della procedura sopra descritta.

Per applicare la tecnica SPH ai problemi di meccanica dei fluidi, occorre discretizzare in maniera conforme le equazioni differenziali che governano il problema secondo la procedura generale descritta nel successivo sotto paragrafo.

2.1.2 Approssimazione particellare della derivata di una funzione

Si prenda in considerazione l'Eq. 2.6 nella quale si sostituisce la funzione f con il suo gradiente ∇f ; sulla base delle convenzioni descritte in precedenza ed adottando l'espressione sintetica W_{ij} per la rappresentazione del kernel $W(r_{ij}, h)$ si ottiene:

$$\nabla f|_i = \int_{\Omega} \nabla f|_j W_{ij} d\Omega \equiv \int_{\Omega} \nabla (f_j W_{ji})|_j d\Omega - \int_{\Omega} f_j \nabla W_{ji}|_j d\Omega \quad (2.7)$$

dove l'ultima identità è conseguenza delle proprietà dell'operatore differenziale ∇ ; il primo termine dell'ultimo membro può essere espresso sfruttando il teorema della divergenza ed indicando con S_{Ω} la frontiera del dominio Ω e con \mathbf{n} la normale da essa uscente:

$$\nabla f|_i = \int_{S_{\Omega}} (f_j W_{ij}) \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\Omega} f_j \nabla W_{ij}|_j d\Omega \quad (2.8)$$

Poiché il kernel ha valore nullo sul contorno del suo supporto, qualora questo sia interamente contenuto all'interno del dominio Ω l'integrale di superficie al secondo membro dell'Eq. (2.8) risulta pure nullo; nel caso contrario (e.g. kernel troncato per effetto della vicinanza ad un contorno, si veda più avanti) l'integrale di frontiera si può trascurare a patto di adottare delle correzioni opportune.

In particolare, essendo W funzione della distanza relativa r , il kernel valutato rispetto al punto \mathbf{x}_i diviene:

$$\nabla W_{ij}|_j = \left(\frac{\partial r}{\partial x_1}, \frac{\partial r}{\partial x_2}, \frac{\partial r}{\partial x_3} \right) \Big|_{x_i} \frac{dW}{dr} \Big|_{r=r_{ij}} = \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{r_{ij}} \frac{dW}{dr} \Big|_{r=r_{ij}} \quad (2.9)$$

Dall'Eq. 2.9 e dal fatto che $r_{ij} = r_{ji}$ mentre $(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) = -(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)$ segue che

$$\nabla W_{ij}|_j = -\nabla W_{ji}|_i \quad (2.10)$$

Pertanto nell'approssimazione discreta il gradiente della generica funzione (scalare o vettoriale) tenendo conto dell'Eq. 2.10 diviene:

$$\nabla f|_i = \sum_{j=1}^N f_j \nabla W_{ji}|_i \frac{m_j}{\rho_j} \quad (2.11)$$

Dall'Eq. 2.11 risulta che, analogamente a quanto detto per l'Eq. 2.6, anche il gradiente di una funzione, nel punto occupato dalla particella i -sima, può essere valutato attraverso il valore che la funzione assume in corrispondenza delle N particelle vicine utilizzando il gradiente del kernel come funzione interpolante (vale a dire che nell'approssimazione SPH l'operatore ∇ si trasferisce sul kernel).

Si considerino le seguenti identità:

$$\rho \nabla f = \nabla(\rho f) - f \nabla \rho \quad (2.12)$$

$$\frac{\nabla f}{\rho} = \frac{\nabla f}{\rho^l} \left(\frac{1}{\rho^{1-l}} \right) + \frac{1}{\rho^{2-l}} \nabla \left(\frac{f}{\rho^{l-1}} \right)$$

essendo l un numero intero.

Assumendo che la stima SPH del prodotto di due variabili (scalari o vettoriali) sia pari al prodotto delle stime di ciascuna variabile (*Monaghan 1994*) ed applicando l'approssimazione SPH, espressa delle Eq. 2.6 ed 2.11, alle identità 2.12 con $l = 2$, si ottiene:

$$\begin{aligned}\rho_i \nabla f_i &= \sum_{j=1}^N (f_j - f_i) \nabla W_{ij} m_j \\ \frac{\nabla f_i}{\rho} &= \sum_{j=1}^N \left(\frac{f_j}{\rho_j^2} - \frac{f_i}{\rho_i^2} \right) \nabla W_{ij} m_j\end{aligned}\tag{2.13}$$

Le espressioni 2.13, assieme all'assunto che la stima del prodotto di due funzioni valutata nel punto i è il prodotto delle stime delle funzioni valutate nel punto stesso (i.e. $fg|_i = f|_i g|_i$), sono utili per derivare la forma discreta delle equazioni di bilancio dell'idrodinamica come specificato nel seguito.

2.2 SPH applicato alla fluidodinamica

In questa sezione vengono brevemente richiamate le equazioni di Navier-Stokes e, sulla base dei principi precedentemente illustrati, si deriva la loro approssimazione con il metodo SPH.

2.2.1 Equazione di conservazione della massa (continuità)

In accordo con i principi della meccanica classica, la massa m contenuta in un volume deformabile $V(t)$ di un fluido risulta invariante quale che sia la trasformazione da esso subita (principio di conservazione della massa):

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0\tag{2.14}$$

Tenendo conto che la derivata sostanziale del volume elementare dV rappresenta la divergenza della velocità moltiplicata per tale volume, il teorema del trasporto di Reynolds fornisce:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = \int_{V(t)} \frac{d\rho}{dt} dV + \int_{V(t)} \rho \nabla \cdot \mathbf{u} dV = \int_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u_k \frac{\partial \rho}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial u_k}{\partial x_k} dV\tag{2.15}$$

da cui:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = \int_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) dV\tag{2.16}$$

In conformità con l'Eq. 2.14, la precedente espressione, essendo valida per un volume $V(t)$ arbitrario, porge:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0\tag{2.17}$$

L'Eq. 2.17 può essere scritta in forma Lagrangiana facendo comparire la derivata materiale; l'espressione che si ottiene risulta più conveniente per la successiva manipolazione con il metodo SPH:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u}\tag{2.18}$$

La derivata materiale (o sostanziale, o Lagrangiana), indicata convenzionalmente con i simboli $\frac{d}{dt}$ o $\frac{D}{Dt}$, rappresenta la variazione nel tempo di una grandezza fisica associata ad una particella fluida e dunque valutata lungo la traiettoria da essa descritta; consta di due contributi:

- $\frac{\partial \rho}{\partial t}$: *variazione locale* che tiene conto della non stazionarietà del campo di moto;

- $u_k \frac{\partial \rho}{\partial x_k}$: termine convettivo che tiene conto della variazione localmente prodotta dal movimento della particella. Questo termine è diverso da zero solo se la velocità della particella ha componente non nulla nella direzione del gradiente della densità.

Quando si considera un fluido incomprimibile la variazione della densità di una particella fluida risulta pari a zero (ossia $\frac{d\rho}{dt} = 0$, non necessariamente però $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$). In questo caso l'Eq. 2.18 si riduce a:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{du_k}{dx_k} = 0 \quad (2.19)$$

2.2.2 Equazione di Bilancio della Quantità di Moto

La variazione temporale della quantità di moto di un sistema elementare di volume dV eguaglia la risultante \mathbf{F} delle forze esterne (di massa e di superficie) agenti sul sistema stesso; per un volume fluido $V_{(t)}$ si ha dunque:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} \int_{V_{(t)}} \rho \mathbf{u} dV \quad (2.20)$$

La risultante delle forze $\mathbf{F} = (F_1, F_2, F_3)$ agente su una particella fluida è costituita da due contributi: quello dovuto all'integrale della forza di massa per unità di volume \mathbf{f} e quello dovuto all'integrale della forza per unità di superficie $\boldsymbol{\varphi}$.

La derivata sostanziale a destra del segno di uguale nell'Eq. 2.20 può essere espressa, in un sistema di riferimento assoluto (approccio Euleriano), utilizzando il Teorema del Trasporto e tenendo conto della 2.18:

$$\int_{V_{(t)}} \rho \mathbf{f} dV + \int_{S_{(t)}} \boldsymbol{\varphi} dS = \int_{V_{(t)}} \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} dV \quad (2.21)$$

Utilizzando il tensore degli sforzi $\mathbf{T} = [T_{ij}]$ per esprimere lo sforzo di superficie in funzione della normale \mathbf{n} , si ha $\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}$; il primo membro della relazione 2.21 può essere riscritto sfruttando il teorema di Green:

$$\int_{V_{(t)}} \rho \mathbf{f} dV + \int_{S_{(t)}} \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{V_{(t)}} \rho \mathbf{f} dV + \int_{V_{(t)}} \nabla \cdot \mathbf{T} dV \quad (2.22)$$

Dunque per l'arbitrarietà del volume V , il bilancio della quantità di moto 2.21 vale in forma puntuale:

$$\rho \mathbf{f} + \nabla \cdot \mathbf{T} = \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} \quad (2.23)$$

Se si considera un fluido stokesiano newtoniano, il tensore degli sforzi viscosi è:

$$T_{ij} = \left(-p - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.24)$$

ove è stato introdotto il Delta di Kronecker $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ altrimenti $\delta_{ij} = 0$.

Considerando inoltre come campo di forze di massa quello della gravità \mathbf{g} , il bilancio della quantità di moto 2.23 può essere riscritto in forma vettoriale o cartesiana:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{g} + \frac{1}{\rho} (-\nabla p + \frac{1}{3}\mu\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu(\nabla \cdot \nabla) \mathbf{u})$$

$$\frac{du_i}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla(gx_3) + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{1}{3} \frac{\partial u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j^2} \right) \quad (2.25)$$

Il rapporto $\frac{\mu}{\rho}$, viscosità cinematica, è spesso sostituito dal simbolo ν detto viscosità dinamica. Le componenti degli sforzi di superficie sul volume elementare lungo l'asse x_1 sono mostrate in Fig. 2.2.

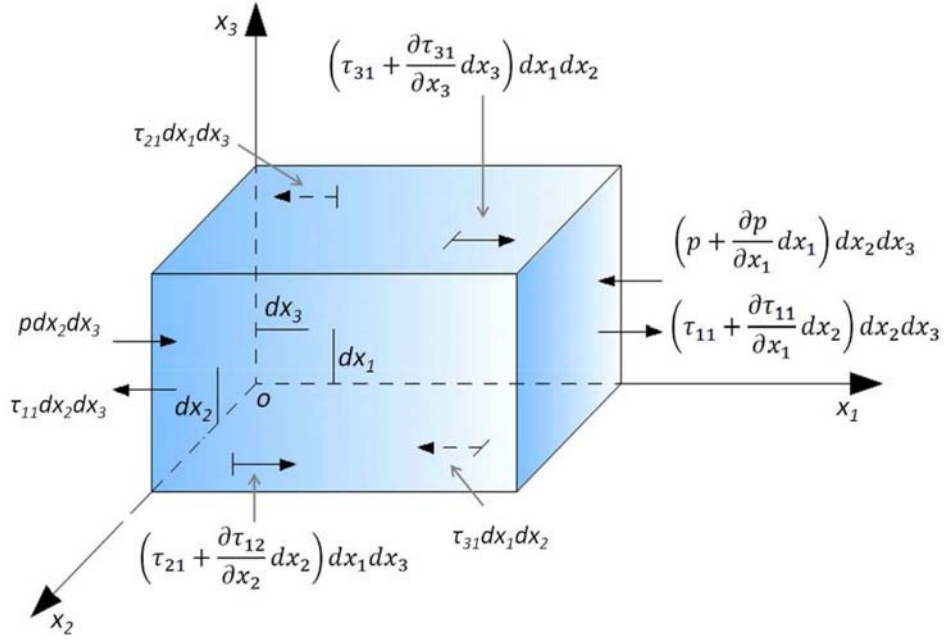


Figura 2.2: Componenti degli sforzi di superficie lungo l'asse x_1 .

2.2.3 Approssimazione SPH delle Equazioni della Fluidodinamica

Le equazioni della fluidodinamica possono essere tradotte in una forma discreta utilizzando i principi di approssimazione SPH descritti nella sezione precedente.

La formulazione dell'equazione di continuità è ottenuta a partire dall' Eq. 2.18 attraverso la prima delle Eq. 2.13, che permette di giungere alla seguente formulazione:

$$\left\langle \frac{D\rho}{Dt} \right\rangle_i = - \sum_{j=1}^N m_j (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot \nabla W_{ij} \quad (2.26)$$

In maniera analoga è possibile ottenere la formulazione SPH della Eq. 2.25 di bilancio della quantità di moto per fluidi non viscosi ($\mu = 0$) utilizzando la seconda delle Eq. 2.13.

$$\left\langle \frac{D\mathbf{u}}{Dt} \right\rangle_i = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_j^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \cdot \nabla W_{ij} + \mathbf{g} \quad (2.27)$$

Le equazioni a cui si è pervenuti, 2.26 e 2.27, possono essere risolte numericamente con un ridotto sforzo computazionale introducendo l'ipotesi di fluido debolmente comprimibile che permette di disaccoppiare il problema dinamico e cinematico: tale ipotesi è applicabile con buona approssimazione a condizione che la variazione percentuale della densità del fluido rispetto al valore di riferimento ρ_0 si mantenga dell'ordine dell'1%.

Nelle predette circostanze è possibile assumere il *Numero di Mach* $M_A = \frac{u}{C_s} \cong 0.1$ e quindi limitare la celerità del suono C_s a dieci volte il valore della velocità \mathbf{u} caratteristica del fenomeno che per problemi di fluidi a superficie libera si assume pari a $\sqrt{2gH}$ dove si indica con $g = 9,81 \text{ m/s}$ il modulo dell'accelerazione di gravità e con H una profondità caratteristica. Adottando lo schema di integrazione esplicito (si veda in seguito), il passo temporale Δt deve soddisfare la condizione di Courant: $\frac{\Delta t(c_s + \nu)}{h} \leq C_{CFL} \in [0; 1]$. L'ipotesi di fluido debolmente comprimibile ha dunque effetti positivi per quanto concerne il tempo computazionale perché permette di adottare passi temporali relativamente grandi in conseguenza dei limitati valori di C_s .

Per un sistema monofase l'equazione di stato adottata è:

$$\frac{p}{p_0} = K \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma_s} - 1 \right] \quad (2.28)$$

dove p_0 è la pressione di riferimento, K e γ_s due coefficienti dipendenti dalle proprietà del fluido e dallo stato termodinamico.

Nell'ipotesi di fluido debolmente comprimibile la 2.28 può essere linearizzata come segue:

$$p = B_s \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) - 1 \right] \quad (2.29)$$

2.3 Ulteriori aspetti numerici

2.3.1 Viscosità artificiale

Nell'ambito della simulazione di problemi di meccanica dei fluidi possono verificarsi fenomeni di rapida oscillazione dei campi di velocità e di pressione entro intervalli spaziali ridottissimi (e.g. impatto di un'onda su una parete rigida). Tale fenomeno di shock può indurre problemi di instabilità numerica che possono essere controllati mediante un termine di viscosità artificiale, inserito nell'equazione di bilancio della quantità di moto, Eq. 2.27. Tale termine dipende dal prodotto scalare tra la velocità relativa \mathbf{u}_{ij} e la posizione relativa \mathbf{x}_{ij} di due particelle e permette di simulare una dissipazione di energia durante l'urto.

Si riporta di seguito la formulazione proposta da *Monaghan* (1989) per la viscosità artificiale:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_M 0.5(C_{si} + C_{sj}) \phi_{ij} + \beta_M \phi_{ij}^2}{0.5(\rho_i + \rho_j)} & \text{se } \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ji} < 0 \\ 0 & \text{se } \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ji} > 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

ove C_{si} e C_{sj} rappresentano la velocità del suono rispettivamente della particella i -esima e j -esima, α_M e β_M sono due coefficienti adimensionali (di cui solitamente $\alpha_M \in [0.01; 0.1]$ e $\beta_M = 0$), ϕ_{ij} è la viscosità di massa, data dall'espressione:

$$\phi_{ij} = \frac{h \mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij}}{\mathbf{x}_{ij}^2 + (0.1h)^2} \quad (2.31)$$

e il prodotto $\mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij}$ permette di distinguere il caso in cui le paricelle si stiano avvicinando (quando è negativo) oppure allontanando (quando è positivo). In questo ultimo caso non è necessario dissipare energia quindi il valore di viscosità artificiale risulta nullo.

L'Eq. 2.27, con l'aggiunta della viscosità artificiale diventa:

$$\left\langle \frac{D\mathbf{u}}{Dt} \right\rangle_i = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_j^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \cdot \nabla W_{ij} + \mathbf{g} \quad (2.32)$$

2.3.2 Correzione del Kernel

Quando si considerano fluidi a superficie libera, alle particelle che si trovano in prossimità dell'interfaccia fluido-aria è associato un rapporto della funzione kernel troncato a causa della mancanza di vicini oltre la superficie (Fig. 2.3).

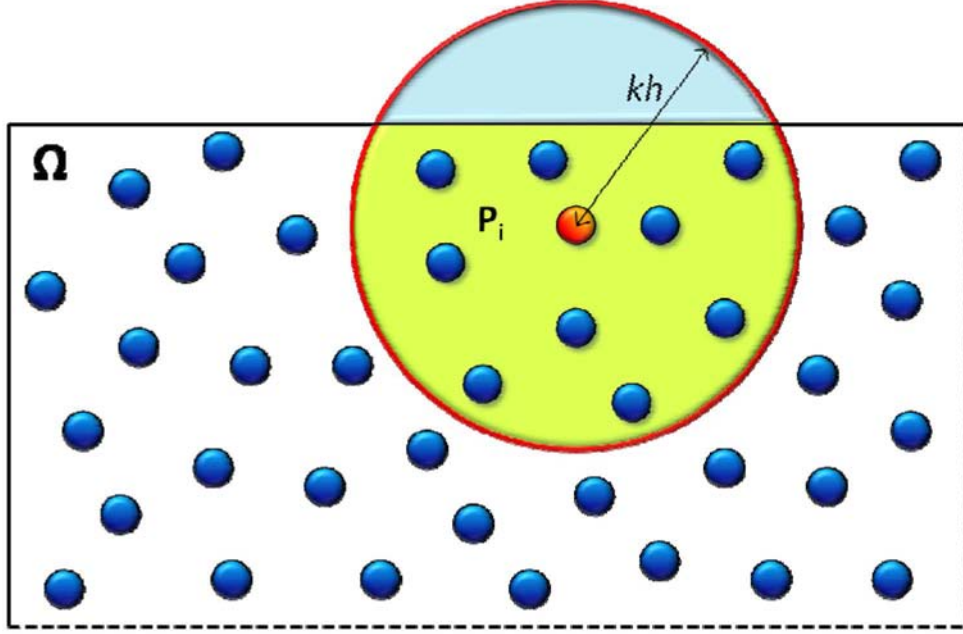


Figura 2.3: Funzione kernel troncata per una particella in prossimità della superficie libera.

In un caso come questo non risulta soddisfatta né l'Eq. 2.2, che di conseguenza necessita di una correzione nel seguito illustrata, né, come detto, l'equazione 2.11 il che impone delle correzioni nelle zone caratterizzate dalla presenza di lingue fluide, le cui particelle presentano un numero di vicini particolarmente esiguo (e.g. fronti d'onda che si propagano in acque basse).

L'approccio che solitamente viene seguito per la correzione del kernel è quello di adottare una funzione del tipo:

$$\widetilde{W}_{ij} = W_{ij} A_{ij} (1 + B_{ij} |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|) \quad (2.33)$$

Per valutare i coefficienti A_{ij} e B_{ij} si impone che la velocità nel generico punto, espressa come segue:

$$\mathbf{u}_i = \sum_{j=1}^N \mathbf{u}_j \widetilde{W}_{ij} \Delta V_j \quad (2.34)$$

sia interpolata correttamente. A tal proposito si considera lo sviluppo in serie di Taylor, troncato al primo ordine, della velocità nell'intorno del punto i -esimo:

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{u}_i + \frac{d\mathbf{u}_i}{dx_{ij}} x_{ij} + \dots \quad (2.35)$$

e lo si sostituisce nell'Eq. 2.34:

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_i \sum_{j=1}^N \widetilde{W}_{ij} \Delta V_j + \frac{d\mathbf{u}_i}{dx_{ij}} \sum_{j=1}^N x_{ij} \widetilde{W}_{ij} \Delta V_j \quad (2.36)$$

L'equivalenza espressa dall'Eq. 2.36 implica quanto segue:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^N \widetilde{W}_{ij} \Delta V_j &= 1 \\ \sum_{j=1}^N x_{ij} \widetilde{W}_{ij} \Delta &= 0\end{aligned}\tag{2.37}$$

Tali relazioni permettono di definire i coefficienti A_{ij} e B_{ij} . Seguendo la tecnica di interpolazione proposta da *Shepard* (1968), si assume che la forma corretta del kernel (Eq. 2.33) sia costante (ovvero $B_{ij} = 0$); dalle Eq. 2.37 e 2.33 deriva:

$$\begin{aligned}A_{ij}^{-1} &= \sum_{j=1}^N W_{ij} \Delta V_j \\ \widetilde{W}_{ij} &= \frac{W_{ij}}{\sum_{j=1}^N W_{ij} \Delta V_j}\end{aligned}\tag{2.38}$$

2.3.3 Correzione della velocità

Nel modello proposto è adottata la correzione della velocità delle particelle proposta da *Monaghan* (1992) al fine di assicurare un moto maggiormente ordinato ed evitare la penetrazione tra mezzi continui nel caso di impatto:

$$\tilde{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i + \varepsilon_u \sum_{j=1}^N \frac{m_j (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i)}{0.5 (\rho_j + \rho_i)} \widetilde{W}_{ij} = \mathbf{u}_i + \varepsilon_u \Delta \tilde{\mathbf{u}}\tag{2.39}$$

ove $\tilde{\mathbf{u}}_i$ è detta velocità smussata, \mathbf{u}_i è la velocità calcolata. Il coefficiente ε_u va opportunamente scelto nell'intervallo $[0.0; 1]$. Questa correzione fa sì che una particella venga mossa con una velocità prossima a quella media posseduta dalle particelle ad essa vicine. Questa formulazione non introduce alcuna dissipazione, ma aumenta la dispersione. L'impiego di una velocità corretta si è dimostrato utile nelle simulazioni di fluidi debolmente comprimibili come l'acqua, dove mantiene le particelle ordinate in assenza di viscosità.

Una formulazione analoga è adottata per regolarizzare il campo di densità, come descritto nel seguito.

2.3.4 Schema di integrazione nel tempo

Le equazioni del moto 2.26 e 2.32 vengono integrate numericamente nel tempo adottando uno schema di tipo esplicito in cui il calcolo dell'incremento di velocità è sfalsato di mezzo passo temporale rispetto all'incremento della densità (*Monaghan, 2005*).

La stabilità numerica dell'algoritmo è influenzata dalla velocità del suono (C_s) la quale limita la discretizzazione temporale secondo la condizione di Courant- Friedrichs-Lewy (*CFL*):

$$\Delta t = C_{CFL} \frac{h}{C_s + v}\tag{2.40}$$

ove C_{CFL} è il numero di Courant che assume valori compresi nell'intervallo $[0.0; 1.0]$ e v è la velocità caratteristica del fluido in esame (di solito pari alla velocità massima tra le particelle).

Si riporta lo schema di integrazione nel tempo (Tab. 2.1) anticipando il nome delle subroutine all'interno delle quali sono riportate, in linguaggio Fortran, le istruzioni delle operazioni. Esse verranno descritte nel seguito della trattazione.

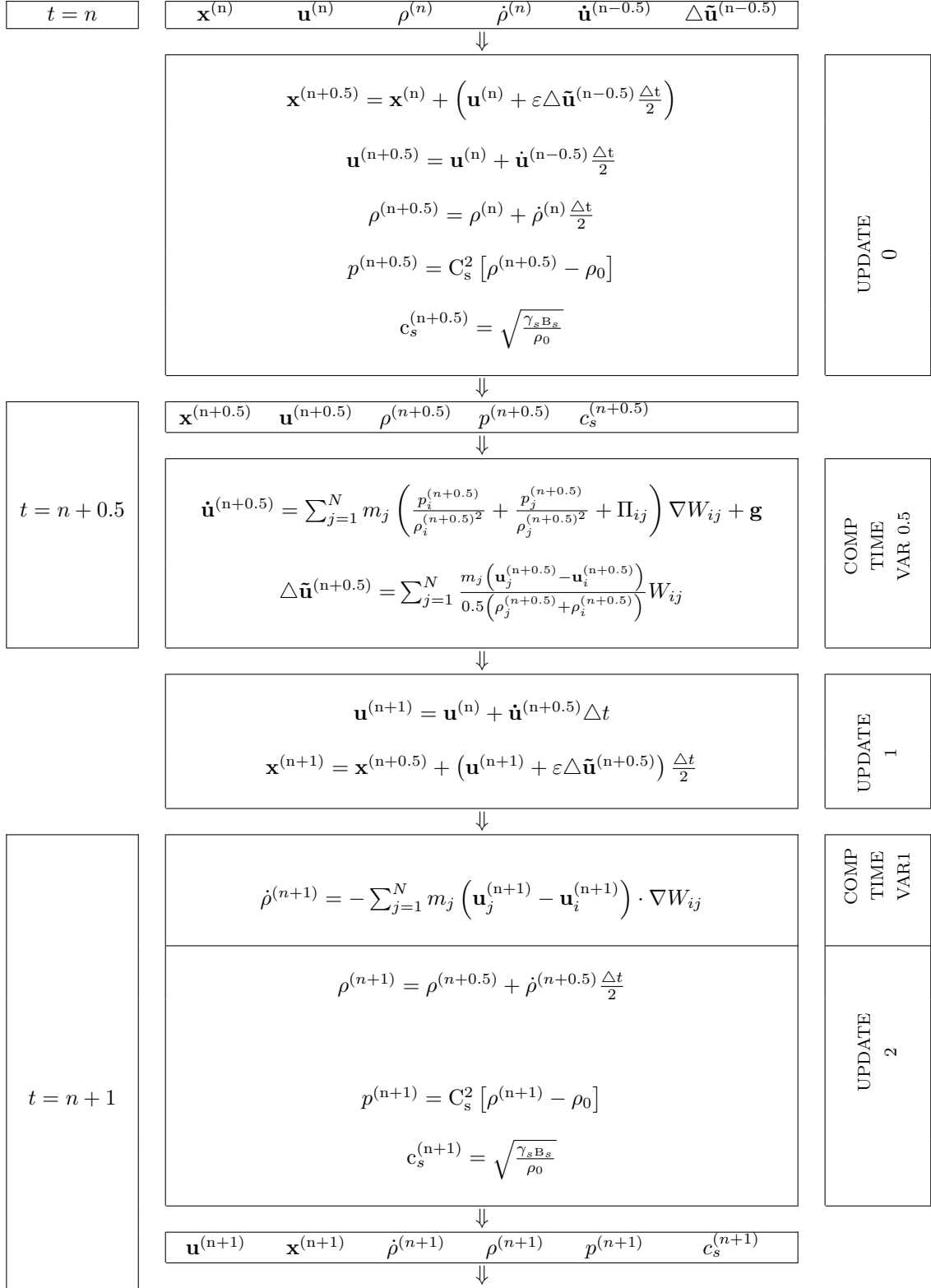


Tabella 2.1: Schema di integrazione nel tempo.

2.3.5 Re-inizializzazione della densità

Per i calcoli in SPH si considera che le particelle abbiano massa costante pari a m_i mentre la densità ρ_i viene aggiornata ad ogni time step. Ciò causa una incoerenza intrinseca nel metodo tra massa, densità e volume occupato da una particella.

Tale problema può essere risolto attraverso una periodica re-inizializzazione della densità in analogia con l'Eq. 2.39:

$$\tilde{\rho}_i = \rho_i + \varepsilon_\rho \frac{\sum_{j=1}^N \frac{m_j(\rho_j - \rho_i)}{0.5(\rho_j - \rho_i)} W_{ij}}{\sum_{j=1}^N W_{ij} \frac{m_j}{\rho_j}} = \rho_i + \varepsilon_p \theta_p \quad (2.41)$$

Recentemente *Belytschko et al.* (1998) hanno proposto un approccio differente basato sulla tecnica *Moving least Square* (MLS), la quale rende esplicita nella seguente equazione:

$$\tilde{\rho}_i = \sum_{j=1}^N \rho_j W_{ij}^{MLS} \Delta V_j \quad (2.42)$$

La funzione kernel modificata (W^{MLS}) può essere ottenuta come segue:

$$W_{ij}^{MLS} = \tilde{\mathbf{x}}_{ij} \cdot \beta_j W_{ij} \quad (2.43)$$

ove:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{ij} = [1 \ (x_i - x_j) \ (y_i - y_j)] \quad (2.44)$$

$$\beta_j = \mathbf{A}_j^{-1} [1 \ 0 \ 0] \quad (2.45)$$

$$\mathbf{A}_j = \sum_{k=1}^N \rho_k W_{jk} \tilde{\mathbf{A}}_{jk} \quad (2.46)$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{jk} = \begin{bmatrix} 1 & (x_j - x_k) & (y_j - y_k) \\ (x_j - x_k) & (x_j - x_k)^2 & (x_j - x_k)(y_j - y_k) \\ (y_j - y_k) & (x_j - x_k)(y_j - y_k) & (y_j - y_k)^2 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Questa formulazione è più onerosa di quella nell'Eq. 2.41 e causa un notevole aumento del tempo richiesto per il calcolo dato che, nella sommatoria dell'Eq. 2.42, per ogni vicino j della particella i deve essere valutata la matrice A_j ottenuta considerando i contributi di tutti i vicini k della particella j .

Per questo motivo, durante la simulazione, la re-inizializzazione della densità viene eseguita periodicamente seguendo l'Eq. 2.42, quando viene aggiornata la lista dei vicini. Così facendo si riesce a ridurre sensibilmente i tempi di calcolo, ottenendo comunque un campo di densità adeguatamente regolare.

2.3.6 Ricerca dei “vicini”

Come è già stato espresso in precedenza il metodo SPH si basa sul principio dell'approssimazione particellare: da ciò deriva che, per stimare una variabile di campo nel punto i -esimo, è necessario conoscere tutti i vicini j della particella i -esima che fanno parte del dominio di influenza della particella stessa.

Dal momento che manca una maglia topologica, i vicini di una particella variano nel tempo contestualmente all'evolvere nello spazio del fluido e vanno perciò ricercati ad ogni passo temporale attraverso l'utilizzo di specifici algoritmi. Come mostrato in Fig. 2.4, nel modello proposto lo spazio viene suddiviso con una griglia a maglia quadrata e fissa e, per ciascuna cella, si memorizzano gli indici delle particelle che la occupano ad un dato istante; in questo modo è più rapido creare la

lista dei vicini della particella i -esima ricercandoli tra quelli contenuti nelle otto celle adiacenti e nella cella occupata dalla particella i -esima.

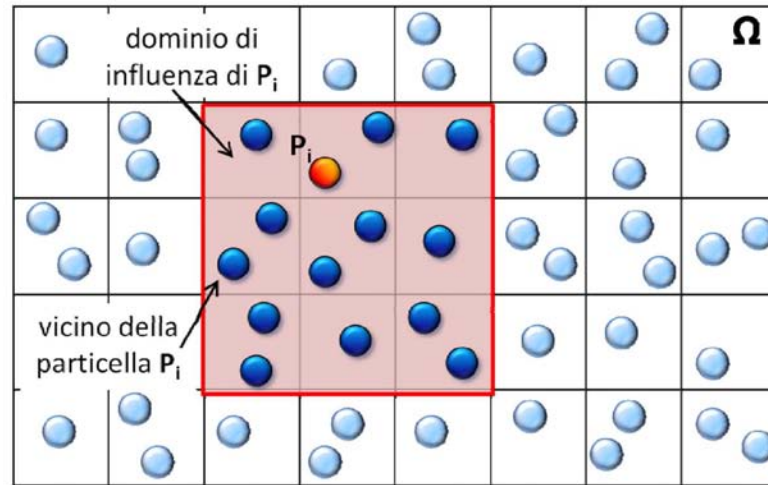


Figura 2.4: Ricerca dei vicini della particella P_i .

2.3.7 Condizioni al contorno

Nei problemi di astrofisica non esistono contorni solidi; con l'estensione del metodo SPH alla meccanica dei fluidi si è reso necessario lo studio di un metodo per il trattamento delle condizioni al contorno. Sono stati sviluppati diversi approcci in tal senso, tra cui il più utilizzato è quello delle particelle immagine dette *ghost* (fantasma).

Secondo tale metodo il contorno viene simulato generando delle particelle fittizie (*ghost*) attraverso la specchiatura di quelle fluide sul contorno: più precisamente, se ad un determinato tempo la particella i -esima si trova al di sotto di una distanza di soglia dalla superficie di contorno (dell'ordine di h), la particella viene riprodotta in modo speculare oltre il contorno (Fig. 2.5).

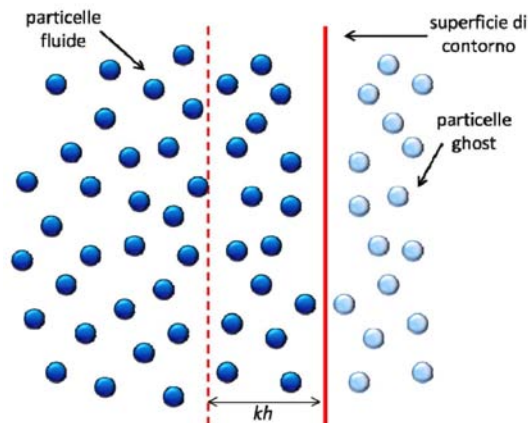


Figura 2.5: Condizioni al contorno: le particelle ghost (k dipende dalla scelta del kernel).

Le caratteristiche dinamiche e cinematiche assegnate alle particelle ghost rispettano le seguenti regole:

1. la componente tangenziale della velocità rimane costante mentre quella normale cambia di segno;

2. la pressione viene determinata aggiungendo al valore di pressione della corrispondente particella fluida un contributo idrostatico tenendo conto della posizione relativa tra la particella fluida e la ghost.

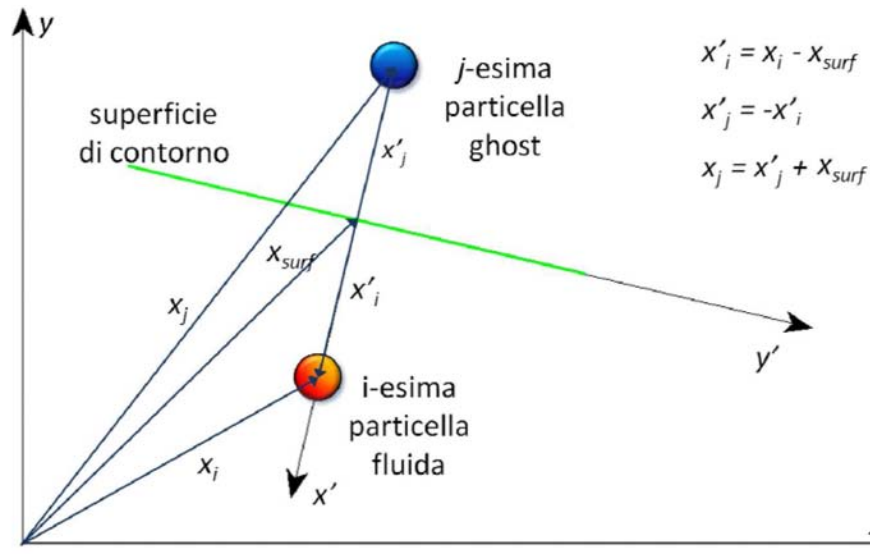


Figura 2.6: Caratteristiche delle particelle ghost.

Riferendosi a quanto mostrato in Fig. 2.6 e sulla base di quanto esposto possono essere derivate le seguenti equazioni:

$$x'_j = -x'_i \quad (2.48)$$

$$v_j \cdot n = 2v^{surf} \cdot n - v_i \cdot n \quad (2.49)$$

$$v_j \cdot t = v_i \cdot t \quad (2.50)$$

Capitolo 3

Il modello bidimensionale del bacino del Vajont

In questo capitolo viene illustrato il modello numerico bidimensionale del serbatoio del Vajont, sul quale si sono eseguite le simulazioni.

Il primo passo compiuto per la costruzione di questo modello è stato lo studio del fenomeno noto come dambreak, ossia il collasso per gravità di una colonna liquida, attraverso l'impiego del codice che verrà descritto del prossimo paragrafo.

Dopo questa prima fase, di tipo propedeutico, si è proceduto alla modifica del codice in modo da poterlo adattare alla geometria e alla fisica del modello bidimensionale impiegato nel laboratorio dell'Istituto di Idraulica dell'Università di Padova, descritto nel prossimo capitolo; questo adeguamento ha reso necessari:

1. la creazione di nuove subroutine, oltre alla correzione di alcune di quelle esistenti, quali ad esempio la `MakeGhost2D`;
2. l'introduzione del materiale di frana, ottenuta mediante l'aggiunta di una seconda fase;
3. l'inserimento di una parete mobile per imprimere alla frana un movimento analogo a quello del modello di laboratorio;
4. l'adozione di un'adeguata reologia del materiale di frana.

I risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli sperimentali, ricavati dagli esperimenti eseguiti nel 1968 sul modello fisico-idraulico.

3.1 Il codice SPH: breve descrizione dello schema di calcolo e delle subroutine

Lo schema di calcolo adottato è illustrato nel diagramma di flusso di Fig. 3.1, in cui è riportata la successione di tutte le operazioni eseguite.

Il codice è costituito da un insieme di subroutine all'interno delle quali sono riportate le istruzioni, scritte in linguaggio Fortran, delle operazioni descritte in Fig. 3.1.

Come riportato nel diagramma di Fig. 3.2, che illustra la sequenza delle diverse subroutine utilizzate, ad ogni aggiornamento parziale delle proprietà delle particelle del dominio, eseguito al passo temporale intermedio, viene effettuato anche l'aggiornamento delle proprietà delle particelle

ghost (subroutine MakeGhost2D); questo accorgimento consente di ottenere una maggiore rispondenza fisica del comportamento delle particelle isolate a contatto con le pareti del dominio (e.g. stabilità della pressione al valore atmosferico delle particelle segregate attraverso la formazione di spruzzi liquidi).

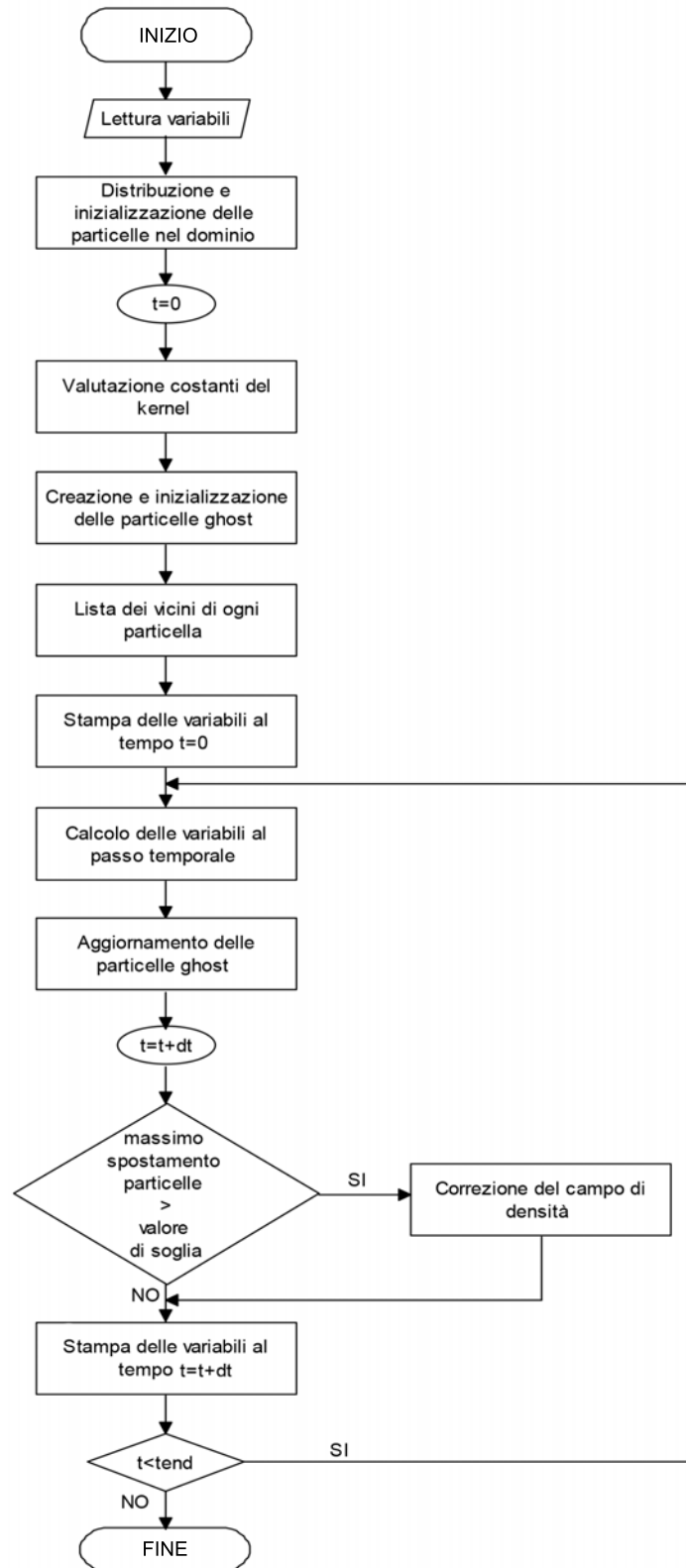


Figura 3.1: Diagramma di flusso dello schema di calcolo.

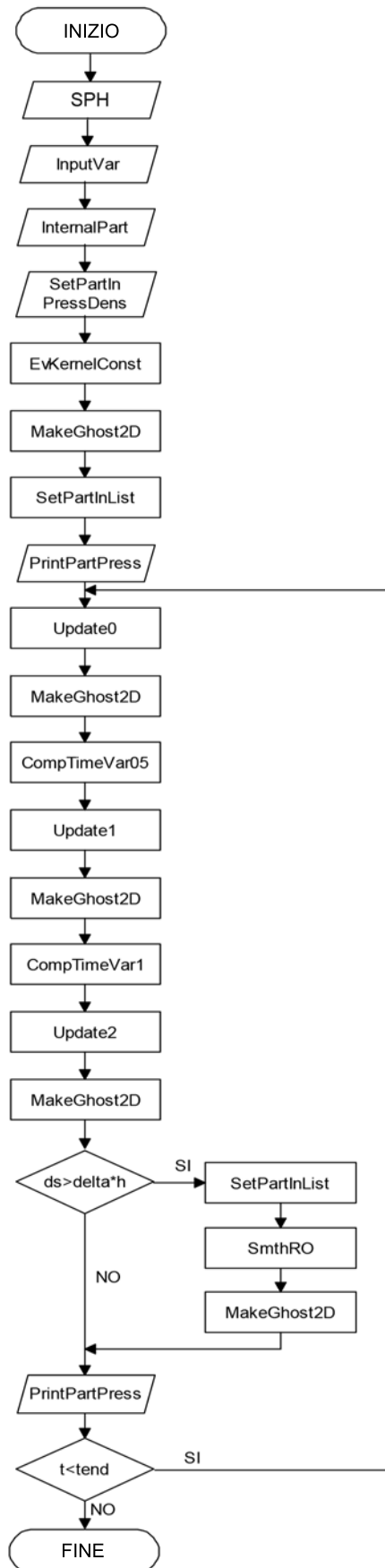


Figura 3.2: Diagramma di flusso che illustra le subroutine in Fortran.

3.1.1 Sintetica descrizione delle subroutine

In questo paragrafo vengono illustrate, in ordine di chiamata, le subroutine del codice; inoltre per ognuna di queste si riporta una breve descrizione delle funzioni svolte.

SPH: rappresenta il corpo del programma principale e contiene le sequenze di chiamata delle altre subroutine descritte nel seguito.

INPUTVAR: questa subroutine legge il file `inputvar.inp` ed assegna i valori iniziali sia alle variabili sia ai parametri del modello. Sono inoltre definite la discretizzazione temporale ($dt = 0.1 \frac{h}{c_s}$), il tempo di durata della simulazione, l'intervallo di stampa dei risultati, il raggio di interazione (*smoothing length* $h = 1.3inh$), il numero delle celle per la ricerca dei vicini e il loro indice.

INTERNAL PART: questa subroutine distribuisce nel dominio fluido le particelle. La discretizzazione del mezzo continuo è definita attraverso il parametro *inh* (distanza interparticellare), il quale individua anche il volume delle particelle (Eq. 3.1). Inoltre per ogni singola particella al tempo $t = 0$ sono fissate le principali proprietà quali posizione, velocità, accelerazione, etc...

SETPARTINPRESSDENS: per ognuna delle particelle posizionate nel dominio attraverso la precedente subroutine, vengono calcolati i valori della densità, assumendo una distribuzione idrostatica ed una pressione di riferimento nulla, e della celerità del suono C_s ; pressione e massa sono determinate di conseguenza:

$$\begin{aligned}
 C_s &= \sqrt{\frac{B_s \gamma_s}{\rho_0}} \\
 \rho &= \rho_0 + \frac{1}{C_s^2} [\rho_0 g (z_w - z)] \\
 m &= \rho \cdot inh^2 \\
 p &= C_s^2 (\rho - \rho_0)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dove con z_w si indica la quota del pelo libero e con z la quota a cui si trova la generica particella fluida.

EVKERNELCONST: vengono calcolate le costanti del kernel che viene descritto attraverso una formulazione di tipo *quintic spline* (Eq. 3.2).

$$W_{(r,h)} = \frac{7}{478\pi h^2} \begin{cases} (3-q)^5 - 6(2-q)^5 + 15(1-q)^5 & 0 \leq q \leq 1 \\ (3-q)^5 - 6(2-q)^5 & 1 \leq q < 2 \\ (3-q)^5 & 2 \leq q < 3 \\ 0 & q \geq 3 \end{cases} \tag{3.2}$$

MAKEGHOST2D: in questa subroutine vengono generate le particelle immagine (ghost) che simulano il contorno solido lungo le pareti ed il fondo. La specchiatura interessa solamente le particelle fluide che si trovano ad una distanza dalla parete minore o uguale a $3h$ (dove h è il raggio di interazione). Le proprietà delle particelle ghost sono definite in funzione del tipo di parete (orizzontale o verticale); i criteri adottati sono riportati nelle Tab. 3.1.

	PARETE VERTICALE	PARETE ORIZZONTALE
DISTANZA	stessa distanza dalla parete ma viene situata dalla parte opposta della particella di cui è immagine mantenendo invariata la quota	stessa distanza dalla parete ma viene situata al di sotto della particella di cui è immagine
VELOCITÀ TANGENZIALE	stessa	stessa
VELOCITÀ NORMALE	opposta	opposta
DENSITÀ	stessa	determinata dalla pressione attraverso l'equazione di stato
PRESSIONE	stessa	calcolata supponendo una distribuzione idrostatica
MASSA	stessa	stessa
CELERITÀ DEL SUONO	stessa	stessa

Tabella 3.1: Criteri con cui vengono assegnate le proprietà delle particelle ghost.

Se le particelle si trovano ad una distanza dai bordi del dominio minore o uguale a $\delta = 0.2h$, viene introdotta una forza repulsiva diretta secondo la normale alla parete ed avente intensità dipendente dal valore della distanza particella-bordo e dalla velocità relativa di avvicinamento. Tale azione non ha un significato fisico e viene introdotta per evitare l'uscita dal dominio delle particelle isolate posizionate in zone caratterizzate dalla presenza di lingue fluide: probabilmente questo fenomeno di distacco è da attribuire al fatto che l'integrale di linea al secondo membro della Eq. 2.8 non è più trascurabile rispetto all'integrale di volume, in quanto il kernel è troncato; inoltre il numero dei vicini è estremamente ridotto e questo introduce degli errori nelle stime delle grandezze fisiche attraverso l'interpolazione SPH.

Inoltre poiché in questa subroutine viene eseguito un ciclo su tutte le particelle, si sfrutta tale condizione calcolando anche la correzione della densità $\tilde{\rho}$ (Eq. 2.41); per attenuare le irregolarità di tipo numerico come descritto nel paragrafo 2.3.5. Il nuovo valore della densità viene poi impiegato per il calcolo della pressione attraverso l'equazione di stato (Eq. 2.28).

SETPARTINLIST: questa subroutine è dedicata all'individuazione dei potenziali vicini di una particella, ricercandoli all'interno di nove celle: quella in cui è contenuta la particella in questione e le otto celle adiacenti, così come illustrato in Fig. 2.4. Col termine vicina potenziale si intende una particella che si trova all'interno di un dominio di interazione sovradimensionato (avente raggio $kh + \delta h$): ovviamente, per la soluzione delle equazioni del moto e per il calcolo dello smoothing, tra le potenziali vicine vengono considerate solo le particelle contenute nel dominio di interazione con raggio kh , secondo la formulazione classica (Fig. 3.3).

Il vantaggio di considerare un dominio di interazione sovradimensionato è legato al fatto che l'aggiornamento della lista dei vicini non deve essere eseguito ad ogni passo temporale ma periodicamente, quando il cumulato dello spostamento, calcolato come somma dello spostamento massimo rilevato tra tutte le particelle ad ogni passo temporale, supera un fissato valore di soglia corrispondente al valore di sovradimensionamento (δh) del raggio di interazione.

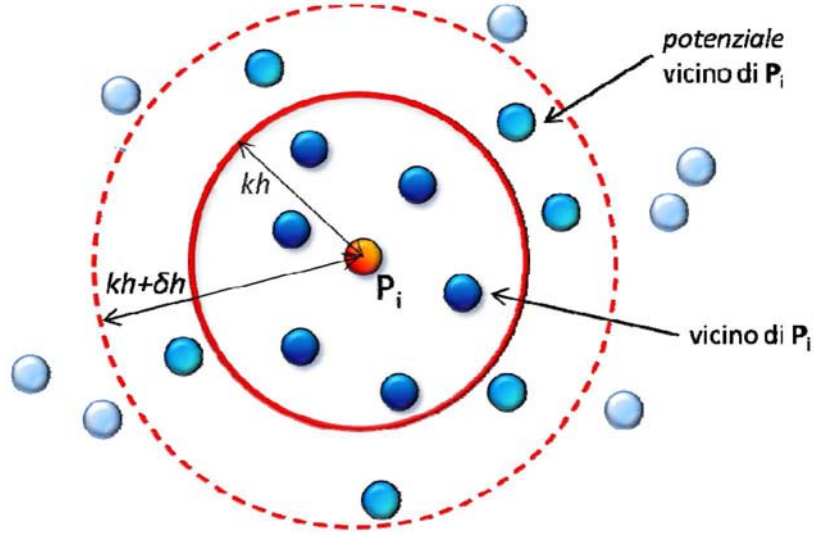


Figura 3.3: Tecnica utilizzata nella ricerca dei vicini.

PRINTPARTPRESS: per ognuna delle particelle questa subroutine esegue la stampa dei valori della pressione, della densità, della massa e delle componenti verticale e orizzontale della posizione e della velocità.

UPDATE0: con questa subroutine inizia lo schema di integrazione temporale. Il calcolo viene inizializzato in corrispondenza di un tempo $t = n$, da cui si parte per valutare posizione, velocità, densità, pressione e celerità del suono a $t = n + 0.5$ (vedi Tab.2.1).

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}^{(n+0.5)} &= \mathbf{x}^{(n)} + \left(\mathbf{u}^{(n)} + \varepsilon \Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(n-0.5)} \frac{\Delta t}{2} \right) \\
 \mathbf{u}^{(n+0.5)} &= \mathbf{u}^{(n)} + \dot{\mathbf{u}}^{(n-0.5)} \frac{\Delta t}{2} \\
 \rho^{(n+0.5)} &= \rho^{(n)} + \dot{\rho}^{(n)} \frac{\Delta t}{2} \\
 p^{(n+0.5)} &= C_s^2 [\rho^{(n+0.5)} - \rho_0] \\
 c_s^{(n+0.5)} &= \sqrt{\frac{\gamma_s B_s}{\rho_0}}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

COMPTIMEVAR05: in questa subroutine viene determinato, attraverso l'equazione di bilancio della quantità di moto, il valore dell'accelerazione $\dot{\mathbf{u}}^{n+0.5}$ utilizzato nel seguito per l'aggiornamento di velocità e posizione delle particelle. Viene anche aggiornato il contributo di correzione della velocità $\Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(n-0.5)}$.

UPDATE1: questa subroutine, che interviene al tempo $t = n + 1$, consente l'aggiornamento di velocità e posizione delle particelle, attraverso l'utilizzo delle equazioni 3.4 e considerando i valori calcolati al time step precedente $t = n + 0.5$:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}^{(n+1)} &= \mathbf{u}^{(n)} + \dot{\mathbf{u}}^{(n+0.5)} \Delta t \\
 \mathbf{x}^{(n+1)} &= \mathbf{x}^{(n+0.5)} + \left(\mathbf{u}^{(n+1)} + \varepsilon \Delta \tilde{\mathbf{u}}^{(n+0.5)} \right) \frac{\Delta t}{2}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

COMPTIMEVAR1: attraverso la risoluzione dell'equazione di continuità viene determinato l'incremento temporale della densità $\dot{\rho}^{(n+1)}$.

UPDATE2: in questa subroutine, attraverso l'utilizzo delle equazioni 3.5 e considerando i valori trovati al passo temporale $t = n + 0.5$, vengono aggiornate la densità, la pressione e la celerità del suono al tempo $t = n + 1$:

$$\begin{aligned}\rho^{(n+1)} &= \rho^{(n+0.5)} + \dot{\rho}^{(n+0.5)} \frac{\Delta t}{2} \\ p^{(n+1)} &= C_s^2 [\rho^{(n+1)} - \rho_0] \\ c_s^{(n+1)} &= \sqrt{\frac{\gamma_s E_s}{\rho_0}}\end{aligned}\tag{3.5}$$

SMTHRO: allo scopo di ridurre l'onere computazionale la re-inizializzazione della densità, anzichè essere eseguita ad ogni passo temporale, viene effettuata periodicamente assieme alla ricerca dei vicini. Poichè l'esecuzione della re-inizializzazione della densità con il metodo MLS (descritto nel paragrafo 2.3.5) richiederebbe un notevole aumento del tempo computazionale data la complessità dei calcoli, si utilizza l'Eq. 2.41, che pur essendo più semplice permette ugualmente di ottenere una distribuzione regolare della densità.

3.2 Caso test: il dambreak monofase

Nella prima parte di questo paragrafo viene illustrata l'applicazione del metodo SPH per la soluzione del problema di dambreak, ovvero della propagazione di onde dovute alla rottura improvvisa di uno sbarramento. Questo problema fu studiato per la prima volta da *Ritter* (1892) che propose una soluzione approssimando il fenomeno a quello che si sviluppa in seguito alla rimozione istantanea di una paratoia in un alveo indefinito, orizzontale e privo di resistenza, con sezione di forma rettangolare.

Nella seconda parte di questa sezione vengono esposti sia i risultati ottenuti attraverso le simulazioni sia quelli derivanti dall'esecuzione di una berve analisi di sensibilità, grazie alla quale è stato possibile studiare la variazione dell'avanzamento del fronte d'onda al variare di alcuni parametri significativi.

3.2.1 Il modello adottato per le simulazioni del dambreak monofase

Con il termine dambreak si indica il flusso originato dal collasso improvviso di una colonna di fluido, inizialmente a riposo, confinata da pareti sia su un fianco sia sul fondo. Il perimetro a contatto con l'atmosfera collassa, originando una lingua di fluido che si muove rapidamente a contatto col fondo fino all'impatto contro una parete rigida verticale posta a valle (Fig. 3.4).

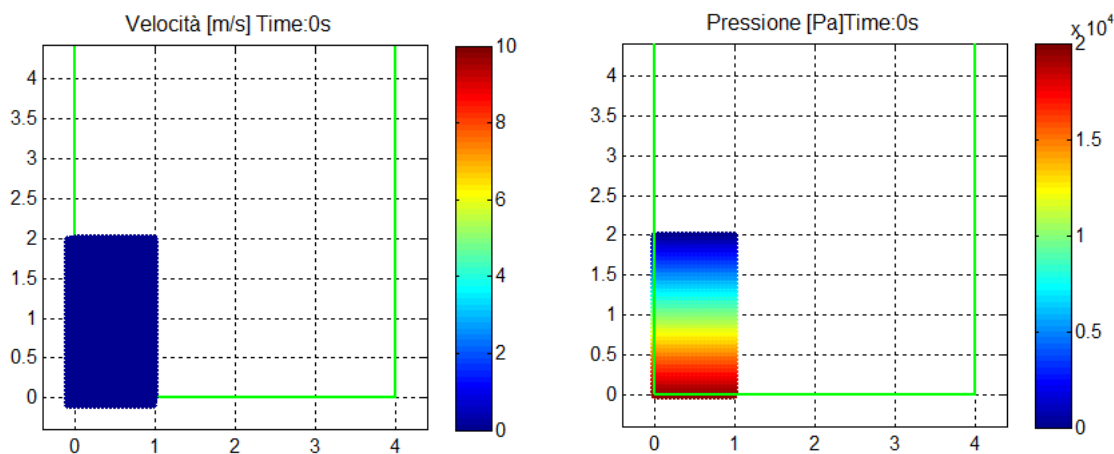


Figura 3.4: Schema adottato nella prima simulazione del dambreak.

Questo fenomeno risulta particolarmente adatto alla simulazione SPH, data la sua rapida evoluzione nel tempo e la presenza di flusso a superficie libera con grandi deformazioni. Il dambreak rappresenta un problema piano ampiamente studiato (*Monaghan, 1994; Colagrossi, 2003*), in quanto costituisce un caso relativamente semplice per il quale si dispone di dati sperimentali che permettono di testare il codice.

Nella Tab. 3.2 si riportano le caratteristiche geometriche, fisiche e numeriche adottate nella simulazione (con ε vengono indicati genericamente i parametri di smoothing della velocità ε_u e della densità ε_ρ , aventi lo stesso valore).

Nel metodo SPH, come illustrato nel paragrafo 2.3.7, la presenza dei contorni viene simulata attraverso la creazione delle particelle immagine (operazione che avviene all'interno della subroutine *MakeGhost2D*); in Fig. 3.5 è riportata la distribuzione di queste particelle, con riferimento al campo di pressione all'istante $t = 0s$.

PARAMETRO	SIMBOLO	UNITÀ DI MISURA	VALORE
Distanza interparticellare	inh	$[m]$	0.025
Larghezza iniziale della colonna d'acqua	x_0	$[m]$	1
Altezza iniziale della colonna d'acqua	z_0	$[m]$	2
Estremo sinistro del dominio	x_{min}	$[m]$	0
Estremo destro del dominio	x_{MAX}	$[m]$	4
Estremo inferiore del dominio	z_{min}	$[m]$	0
Estremo superiore del dominio	z_{MAX}	$[m]$	8
Accelerazione di gravità	g	$[m/s^2]$	9.81
Costante equazione di stato	γ	-	7
Viscosità artificiale	α	-	0.05
Densità dell'acqua	ρ	$[kg/m^3]$	1000
Celerità del suono	c_s	$[m/s]$	100
Parametro di smoothing	ε	-	0.4

Tabella 3.2: Parametri geometrici, fisici e numerici adottati nella prima simulazione del dambreak.

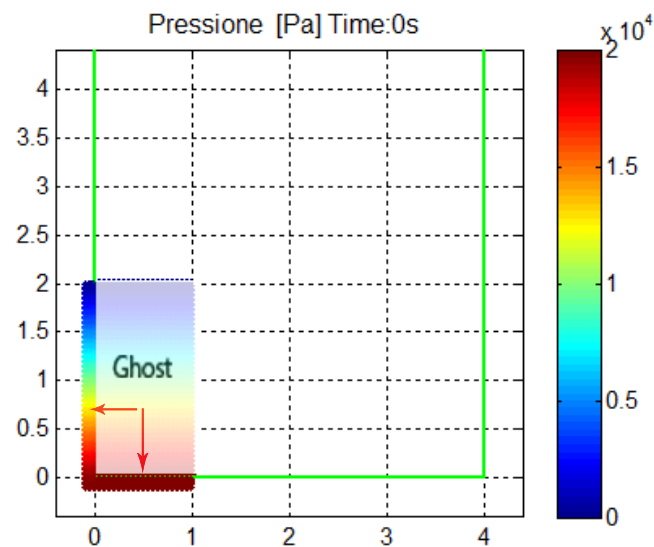
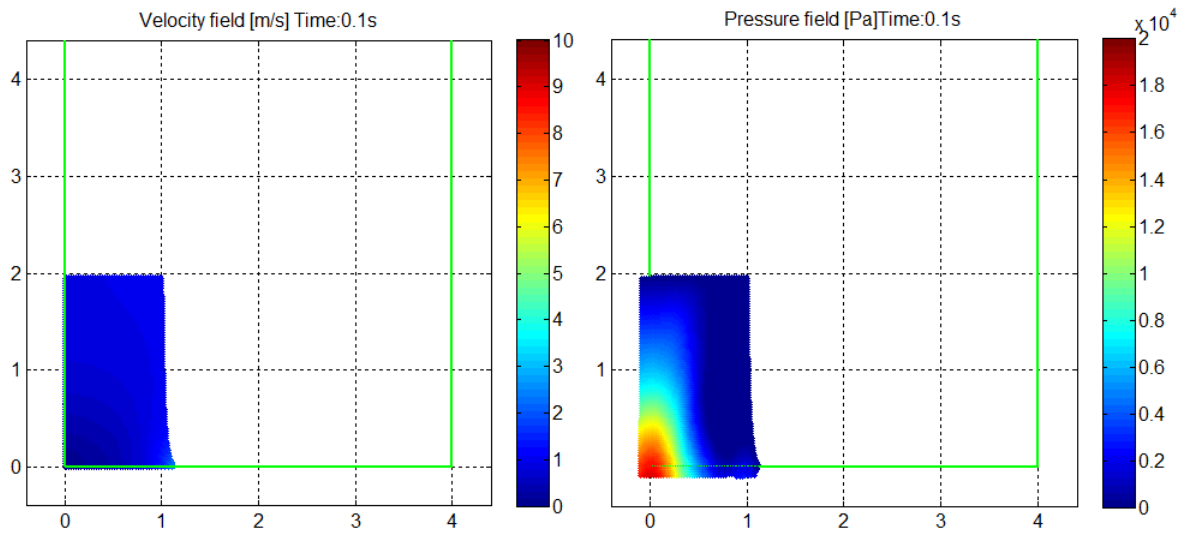


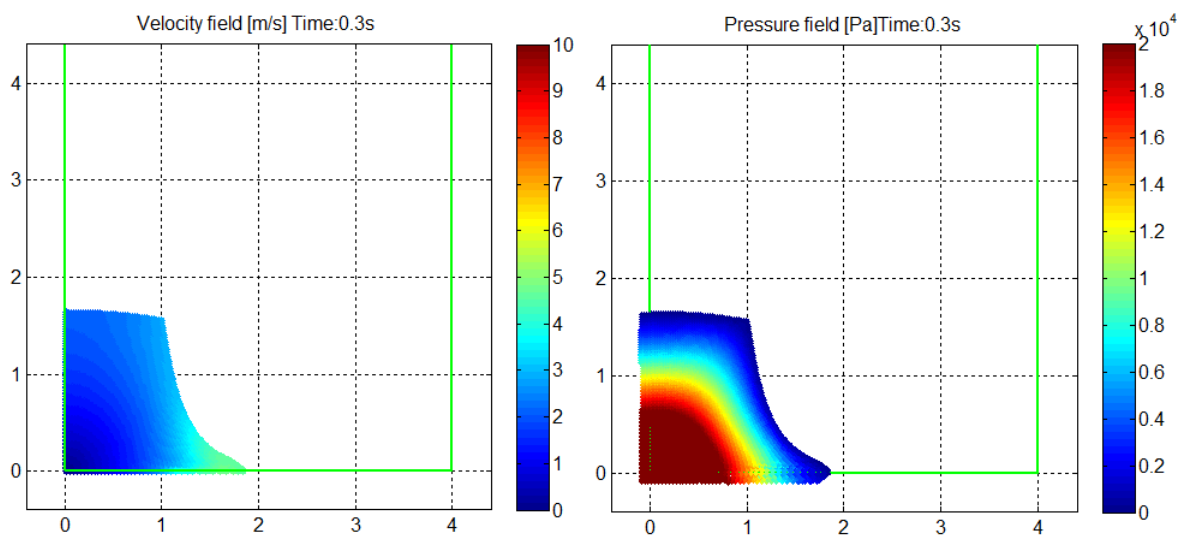
Figura 3.5: Generazione delle particelle immagine nella distribuzione iniziale della pressione nella colonna liquida.

3.2.2 Risultati delle simulazioni

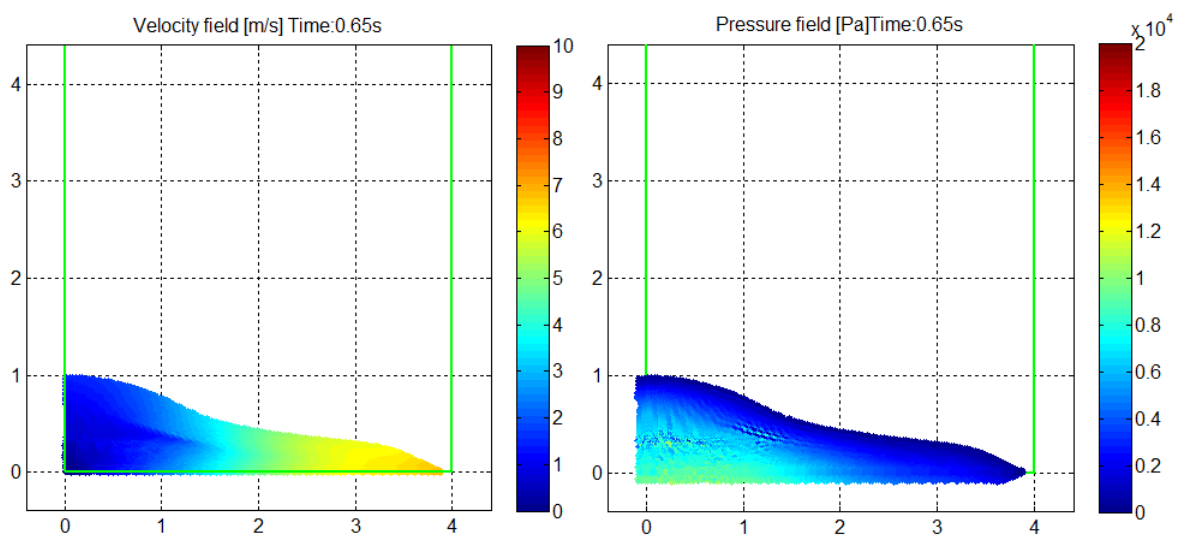
In questo paragrafo vengono proposti alcuni fotogrammi significativi della simulazione del fenomeno del dambreak; i risultati sono suddivisi in due colonne che riportano rispettivamente l'andamento della velocità (colonna di sinistra) e della pressione (colonna di destra). Nella rappresentazione di quest'ultima grandezza vengono riportate anche le particelle ghost in modo da rendere visibile la loro evoluzione all'avanzare del fenomeno.



(a) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 0.1s$.

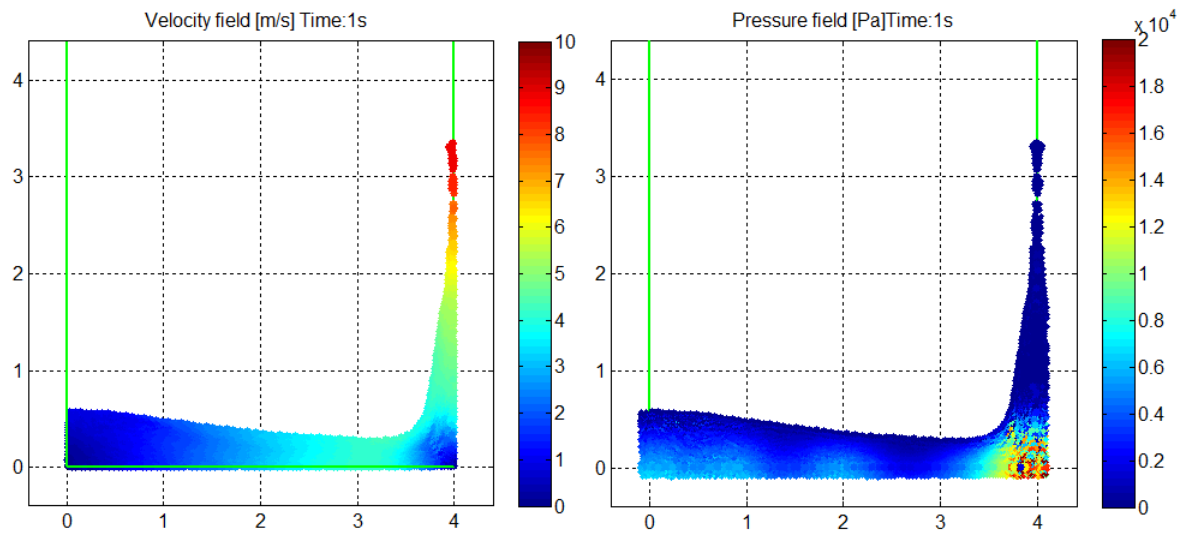
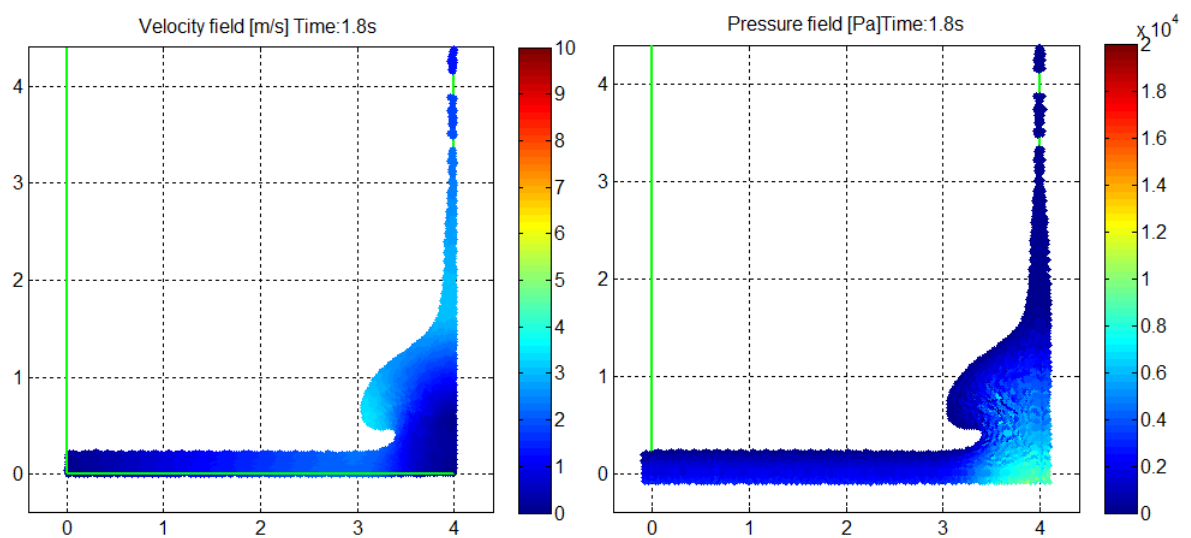
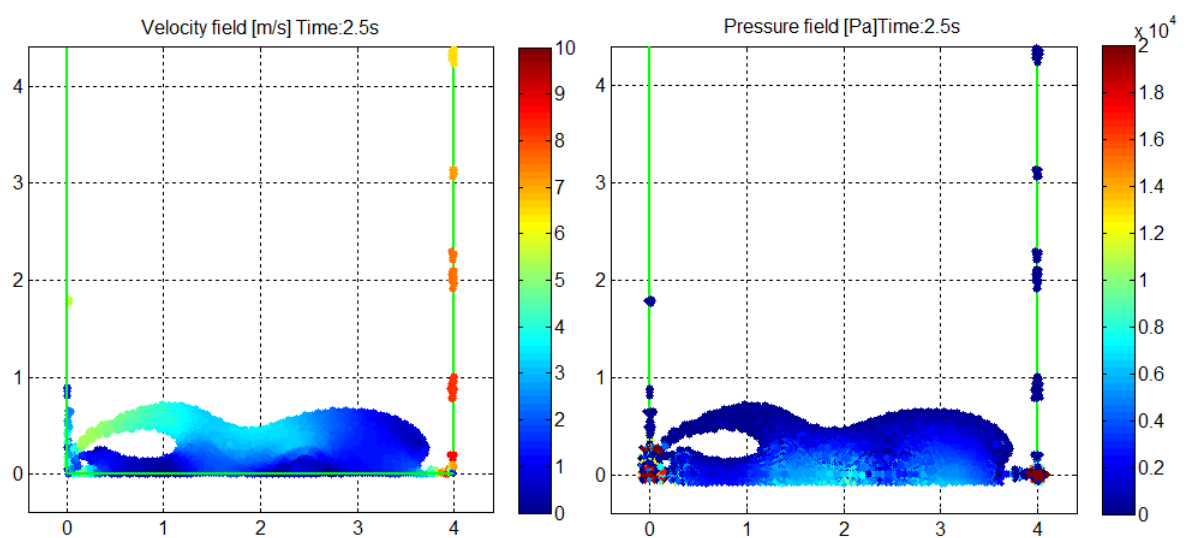


(b) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 0.3s$.



(c) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 0.65s$.

Figura 3.6: Evoluzione del fronte d'onda nel dambreak.

(a) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 1\text{s}$.(b) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 1.8\text{s}$.(c) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 2.5\text{s}$.**Figura 3.7:** Evoluzione del fronte d'onda nel dambreak.

Alla luce dei risultati illustrati nelle Fig. 3.6 e 3.7 è possibile osservare quanto segue:

- negli istanti immediatamente successivi alla caduta della colonna d'acqua (Fig. 3.6a), la distribuzione di pressione presenta una notevole fluttuazione. Tale fenomeno è correlato alla propagazione nel continuo di onde di pressione che si generano in corrispondenza della superficie libera verticale in quanto la distribuzione di pressione inizialmente assegnata al fluido (idrostatica) non è coerente con la condizione al contorno (pressione atmosferica) (Colagrossi, 2003);
- nella fase precedente l'impatto (Fig. 3.6c) la pressione delle particelle è proporzionale all'altezza della colonna d'acqua (distribuzione idrostatica coerente con propagazione di onda in acqua bassa);
- negli istanti immediatamente successivi all'impatto (Fig. 3.7a) l'andamento della pressione delle particelle situate sullo spigolo sinistro presenta modeste discontinuità; questo effetto è dato dall'impiego della viscosità artificiale (paragrafo 2.3.1) che permette di simulare una dissipazione di energia durante l'urto;
- analogamente a quanto detto nel punto precedente, anche l'onda di ritorno impattando contro la parete sinistra genera delle discontinuità della pressione che possono ritenersi trascurabili;
- dopo il primo impatto del fluido contro la parete destra si assiste al distacco di alcune particelle (spruzzi) dal corpo fluido che dopo essere sospinte verso l'alto (Fig. 3.7a) ridiscendono per gravità (Fig. 3.7c).

A conclusione dello studio del dambreak è stato eseguito un confronto di tipo quantitativo tra le velocità di propagazione del fronte d'onda generate dal modello e quelle ottenute tramite le misure sperimentali eseguite da *Nichols et al.* (1980); la Fig. 3.8 evidenzia un buon adattamento dei risultati ottenuti attraverso la simulazione a quelli derivanti dalle misure.

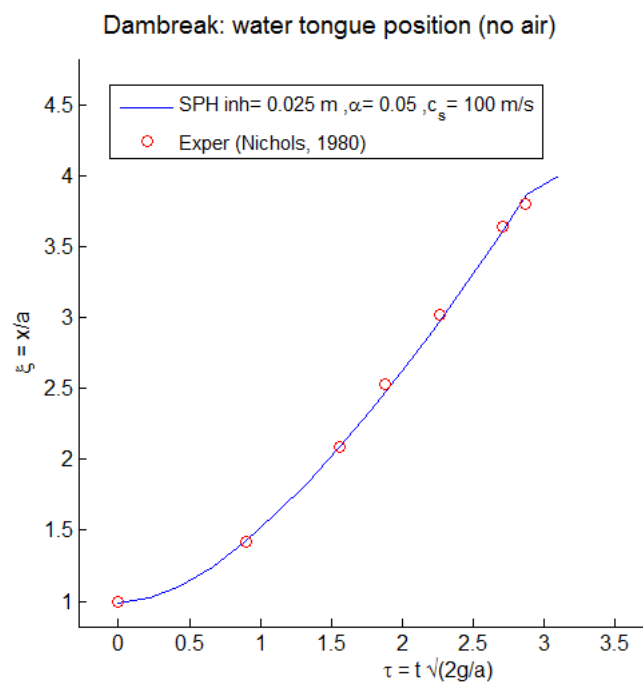


Figura 3.8: Evoluzione del fronte d'onda: confronto tra i dati sperimentali (Nichols et al., 1980) e i risultati del modello.

3.2.3 Analisi di sensibilità

Col termine analisi di sensibilità si intende lo studio delle variazioni dei risultati forniti da un modello al variare di uno o più parametri che lo determinano. L'analisi eseguita prevede la variazione di un parametro del modello alla volta (per questo viene definita *One-at-a-time Sensitivity Techniques*); nello specifico i parametri presi in esame sono : la celerità del suono C_s , il parametro di smoothing ε , la viscosità artificiale α e la risoluzione spaziale inh .

Dall'osservazione dei risultati riportati nelle Fig. 3.9, 3.10, 3.11 e 3.12 emerge che:

- dimezzando la celerità del suono ($C_s = 50\text{m/s}$), oltre a produrre un aumento del passo temporale di integrazione Δt , si ottiene una migliore rappresentazione del fenomeno; al contrario un incremento di questo parametro ($C_s = 250\text{m/s}$) provoca la riduzione dell'intervallo temporale (con un conseguente aumento dell'onere computazionale) ed un adattamento peggiore dei dati sperimentali a quelli generati dalla simulazione (Fig. 3.9);
- un aumento del 60% del parametro di smoothing ($\varepsilon = 0.8$) non ha conseguenze evidenti sull'andamento della simulazione: la curva che si ottiene è quasi coincidente con quella ottenuta inizialmente (SPH STD) (Fig. 3.10);
- aumentando del 40% la viscosità artificiale ($\alpha = 0.07$) la curva ottenuta non si discosta molto da quella di partenza e dai dati di Nichols (Fig. 3.11);
- l'aumento della risoluzione spaziale ($inh = 0.05\text{m}$), come atteso, peggiora l'accuratezza del risultato anche se consente di diminuire in modo non lineare l'onere di calcolo (Fig. 3.12).

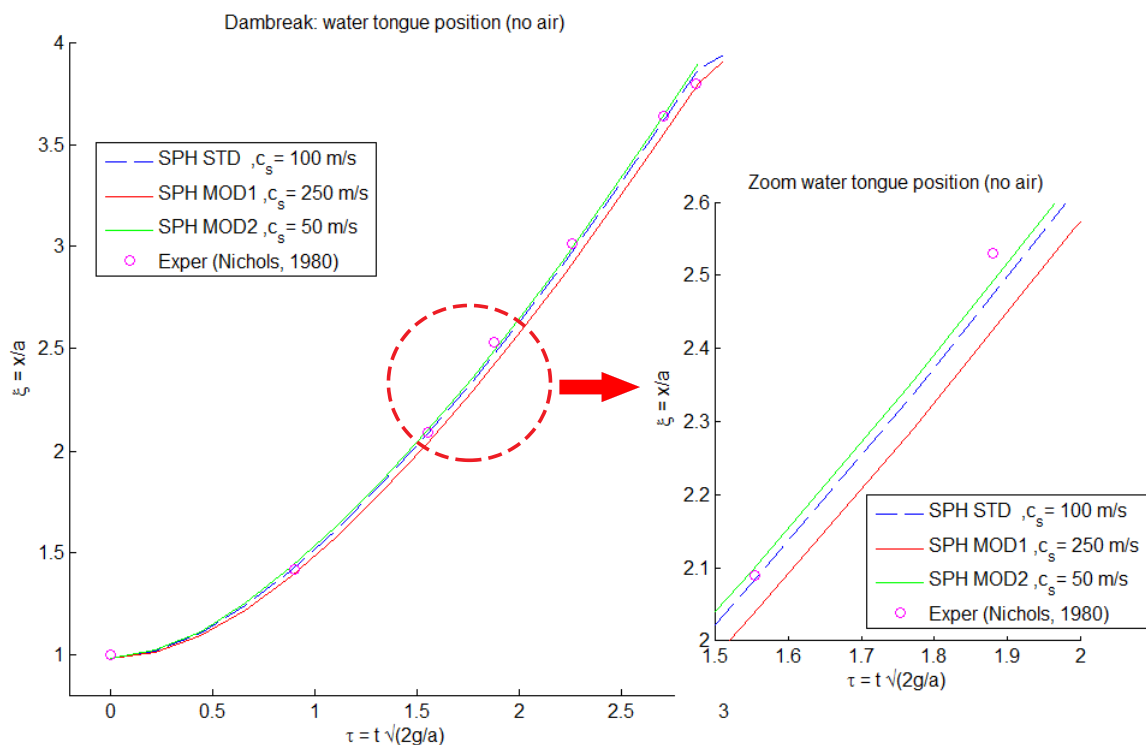


Figura 3.9: Evoluzione del fronte d'onda: confronto tra dati sperimentali (Nichols et al, 1980), i risultati del modello originale (SPH STD) e di quello, definito SPH MOD, ottenuto modificando il valore del parametro C_s .

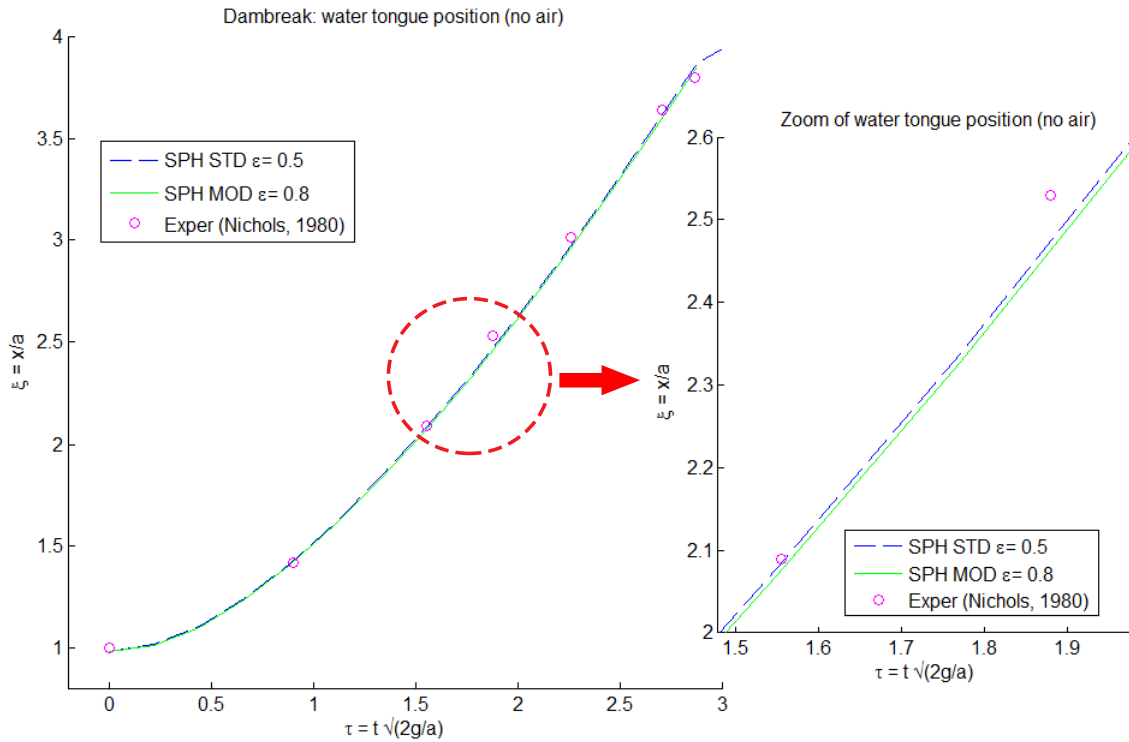


Figura 3.10: Evoluzione del fronte d'onda: confronto tra dati sperimentali (Nichols et al, 1980), i risultati del modello originale (SPH STD) e di quello, definito SPH MOD, ottenuto modificando il valore del parametro ϵ .

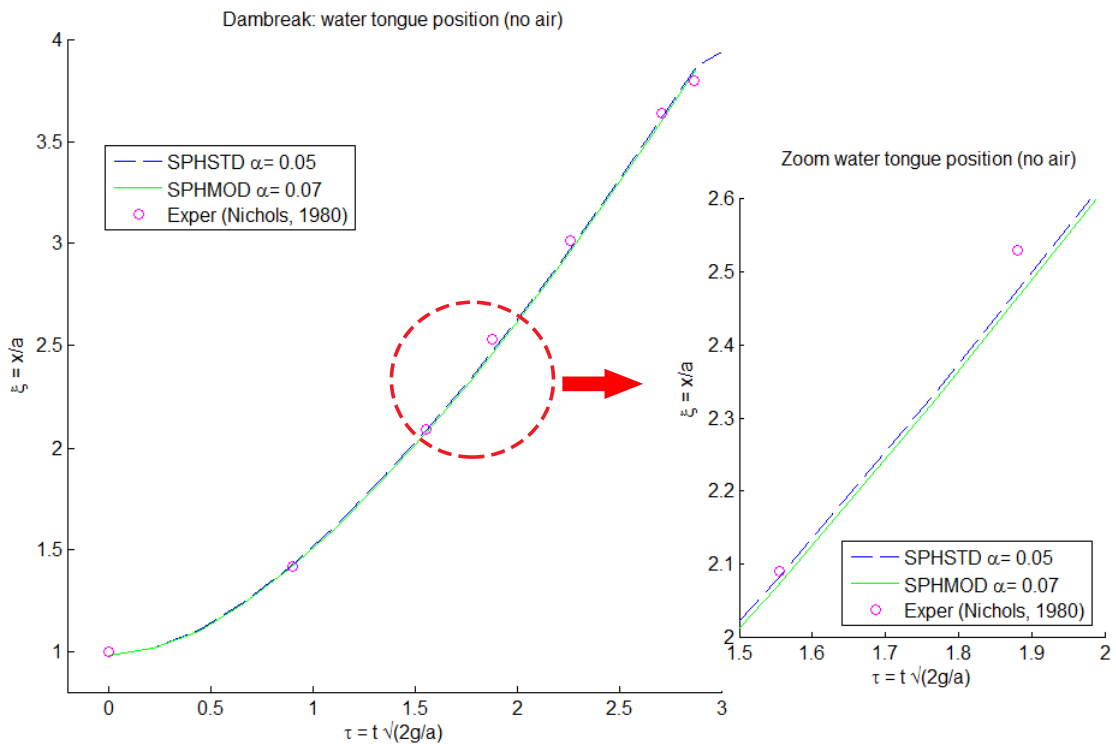


Figura 3.11: Evoluzione del fronte d'onda: confronto tra dati sperimentali (Nichols et al, 1980), i risultati del modello originale (SPH STD) e di quello, definito SPH MOD, ottenuto modificando il valore del parametro α .

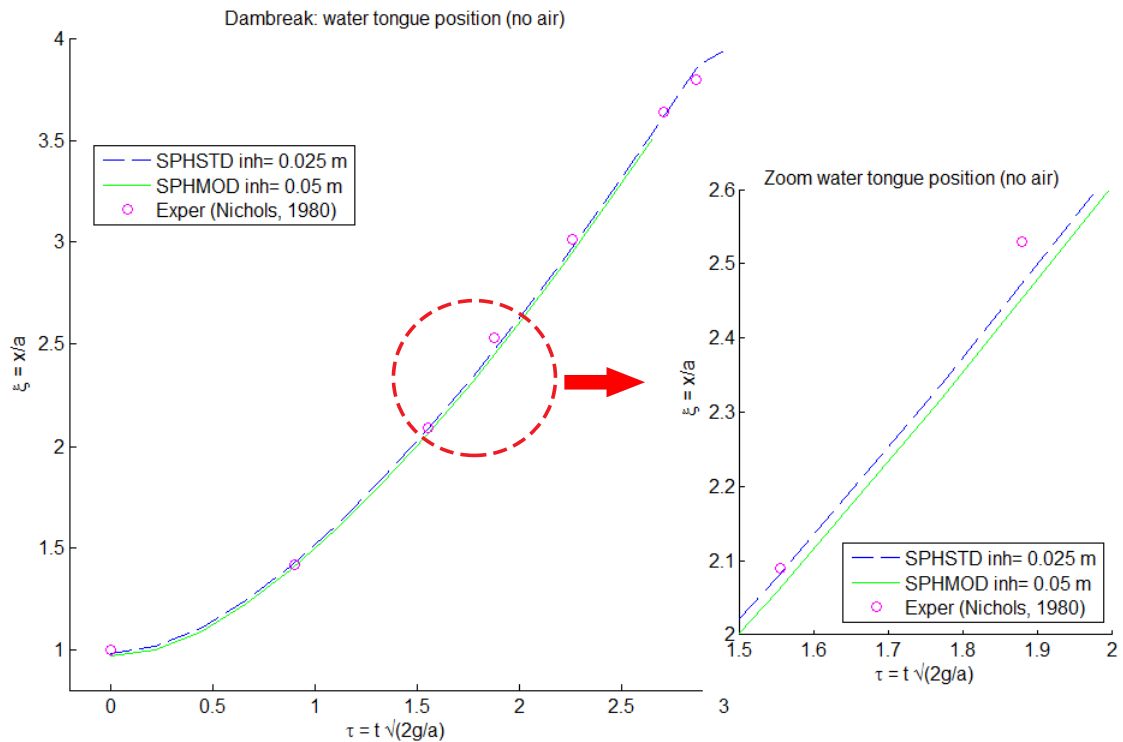


Figura 3.12: Evoluzione del fronte d'onda: confronto tra dati sperimentali (Nichols et al, 1980), i risultati del modello originale (SPH STD) e di quello, definito SPH MOD, ottenuto modificando il valore del parametro *inh*.

3.3 Modifiche al modello del dambreak monofase

In questo paragrafo vengono espone le modifiche eseguite sul codice precedentemente descritto (paragrafo 3.2) per poterlo adattare alla simulazione dell'esperimento di laboratorio riportato nel paragrafo 1.2.4. Le modifiche sono state introdotte in modo graduale ed hanno interessato vari aspetti del problema: dalla variazione della geometria all'introduzione di un legame costitutivo sforzi-deformazioni (reologia) adatto a riprodurre il comportamento di materiale granulare. Queste fasi vengono descritte in dettaglio nel seguito.

3.3.1 Inclinazione della parete destra del serbatoio

Il primo passo verso la riproduzione della geometria impiegata nel modello fisico-idraulico di Padova (Fig. 1.38), è stato quello di inclinare la sponda destra del serbatoio di un angolo θ pari a -30° ; essendo θ l'angolo formato tra la normale entrante nella parete e l'orizzontale, con senso positivo antiorario (Fig. 3.14).

Dal punto di vista del codice, l'inserimento di una parete inclinata ha comportato:

- la modifica della subroutine MakeGhost2D nella parte relativa alla parete destra;
- la creazione di una nuova subroutine (Invmat);
- la modifica della subroutine SPH;
- la modifica del file di input (rispetto alla Tab. 3.2 si è inserito l'angolo d'inclinazione della parete $\theta = -30^\circ = -0.5236rad$ ed è stata incrementata la celerità del suono ($C_s = 130m/s$).

La correzione apportata alla subroutine MakeGhost2D ha riguardato l'adeguamento, solo per il lato inclinato, del criterio con cui viene definita la zona interessata dalla specchiatura; infatti soltanto le particelle che, come quella indicata con "P" in Fig. 3.13, si trovano ad una distanza dalla parete minore o uguale a $3h$ vengono specchiate. La formula impiegata per inserire questo criterio è quella della distanza tra un punto e una retta:

$$distn = \frac{|Z_P - mX_P - q|}{\sqrt{1 + m^2}} \quad (3.6)$$

in cui $(X_P; Z_P)$ sono le coordinate spaziali della generica particella mentre l'equazione della retta descrive l'andamento della parete inclinata; nel caso studiato tale retta, indicato con $H = (X_H; 0)$ lo spigolo destro alla base del serbatoio (Fig. 3.13), ha equazione:

$$\begin{cases} z = mx + q \\ 0 = mX_H + q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z - mx - q = 0 \\ q = -mX_H \end{cases} \Rightarrow z - cot\theta x + cot\theta X_H = 0 \quad (3.7)$$

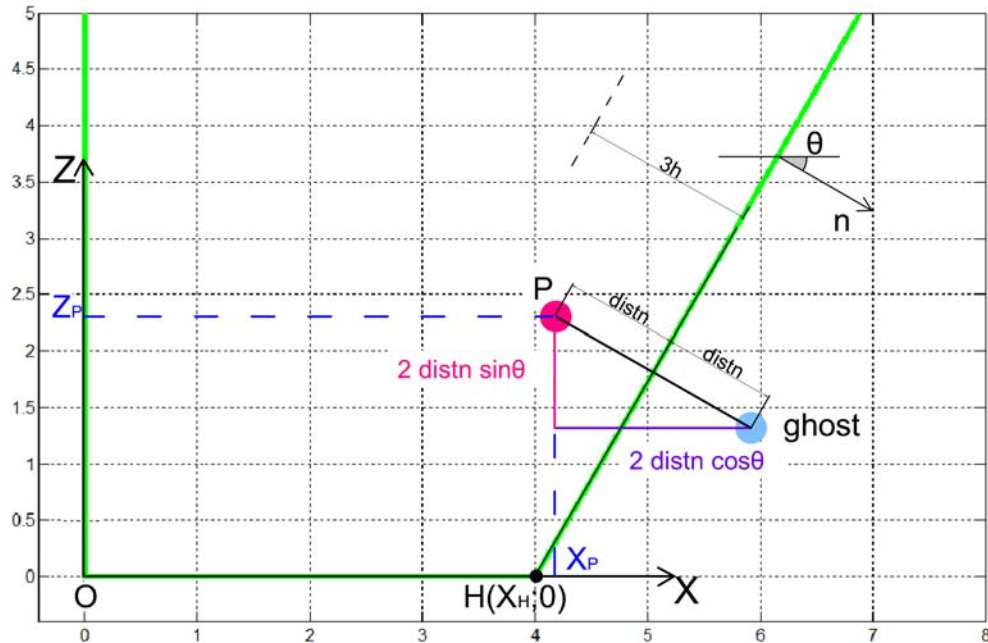


Figura 3.13: Schema della specchiatura delle particelle lungo la parete inclinata.

Il criterio per stabilire se una particella, in prossimità della sponda inclinata, debba essere specchiata o meno ha quindi la seguente forma:

$$distn = \frac{|Z_P - X_P cot\theta + cot\theta X_{MAX}|}{\sqrt{1 + cot^2\theta}} \leq 3h \quad (3.8)$$

Il parametro $distn$ viene impiegato anche per il calcolo delle coordinate $(X_g; Z_g)$ delle particelle immagine; con riferimento alla Fig. 3.13 si possono dedurre le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} X_g &= X_P + 2 \cdot distn \cdot \cos\theta \\ Z_g &= Z_P + 2 \cdot distn \cdot \sin\theta \end{aligned} \quad (3.9)$$

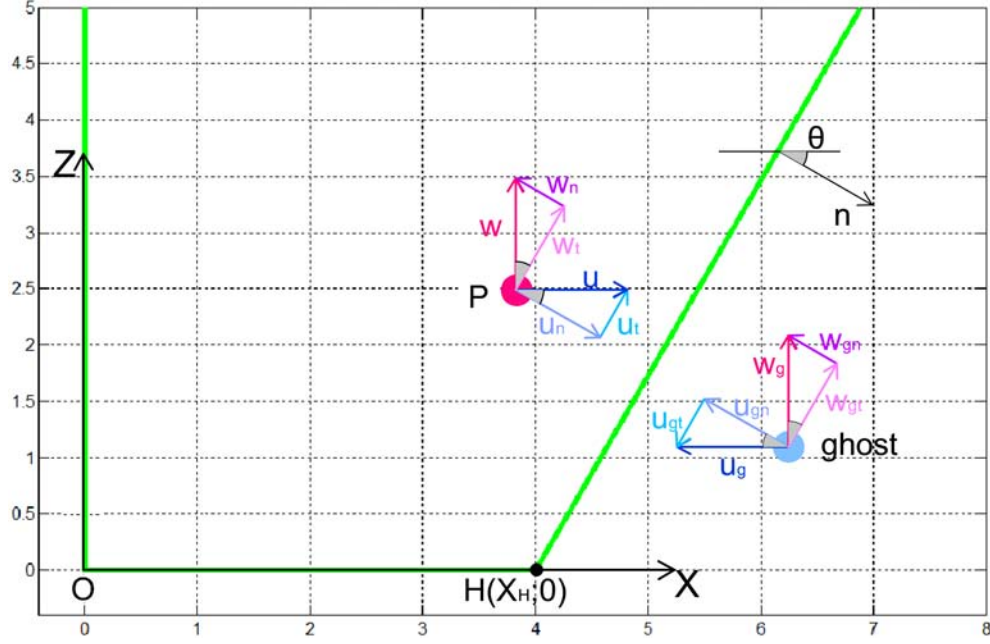


Figura 3.14: Schema utilizzato per il calcolo delle componenti delle velocità delle particelle fluide e delle corrispondenti ghost.

L'introduzione della parete inclinata ha comportato anche la riformulazione delle istruzioni per il calcolo della velocità da assegnare alle ghost. Per fare ciò sono state calcolate le componenti della velocità della generica particella fluida "P" nel riferimento solidale alla parete $(v_{\perp}; v_{\parallel})$ partendo da quelle $(u; w)$ nel riferimento assoluto OXZ (Fig. 3.14).

$$\begin{aligned} u_n &= u \cos \theta & u_t &= u \sin \theta \\ w_n &= w \sin \theta & w_t &= w \cos \theta \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{Bmatrix} v_{\perp} \\ v_{\parallel} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_n + w_n \\ u_t + w_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

essendo v_{\perp} la componente di velocità normale alla parete, v_{\parallel} quella tangenziale.

Una volta determinate v_{\perp} e v_{\parallel} è stato possibile assegnare alla particelle immagine le rispettive componenti della velocità.

$$\begin{aligned} v_{g\perp} &= -v_{\perp} \\ v_{g\parallel} &= v_{\parallel} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Per poter esprimere nel sistema di riferimento assoluto OXZ le componenti della velocità delle ghost (Eq. 3.12), si è utilizzata la relazione

$$\begin{Bmatrix} u_g \\ w_g \end{Bmatrix} = A^{-1} \begin{Bmatrix} v_{g\perp} \\ v_{g\parallel} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

La matrice A^{-1} viene calcolata attraverso una nuova subroutine (Invmat), la cui aggiunta ha comportato la modifica dello schema di calcolo, come illustra la Fig. 3.15.

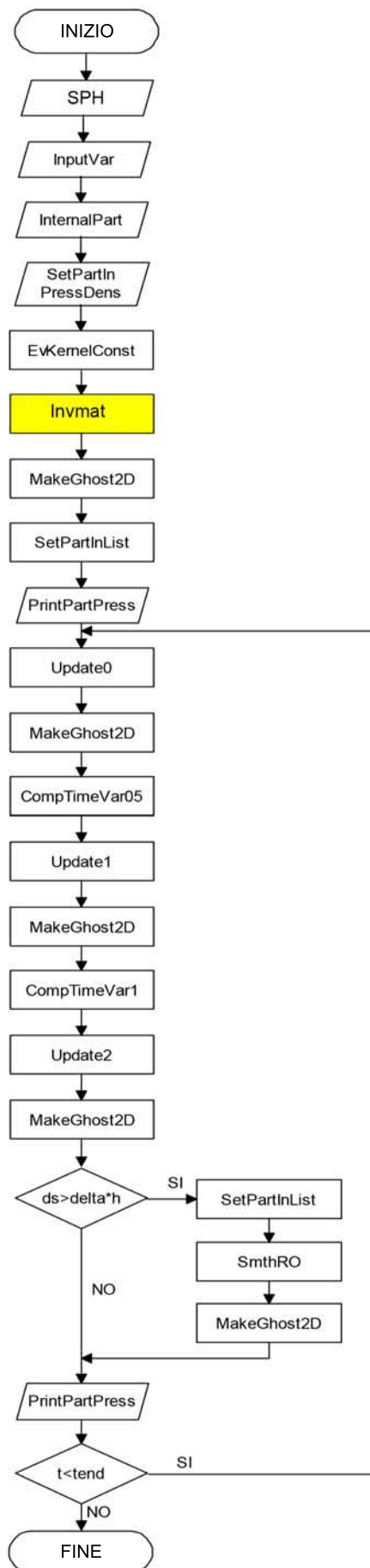


Figura 3.15: Schema di calcolo con l'inserimento della subroutine Invmat.

L'inversione della matrice A avviene utilizzando il metodo della matrice dei cofattori (Eq. 3.14); esso risulta infatti particolarmente rapido in questo caso, date le ridotte dimensioni della matrice.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} \text{cof}(A, x_{1,1}) & \cdots & \text{cof}(A, x_{1,j}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cof}(A, x_{i,1}) & \cdots & \text{cof}(A, x_{ij}) \end{pmatrix}^T = \frac{1}{\det(A)} \cdot C \quad (3.14)$$

La notazione $\det(A)$ esprime il determinante di A , l'esponente T indica l'operazione di trasposizione righe/colonne e C è la matrice dei cofattori (o dei complementi algebrici). Il cofattore in posizione i, j è definito come:

$$\text{cof}(A, x_{i,j}) = (-1)^{i+j} \cdot \text{minore}(A, i, j) \quad (3.15)$$

dove $\text{minore}(A, i, j)$ rappresenta il minore di A che si ottiene cancellando la riga i -esima e la colonna j -esima.

Per calcolare più agevolmente il determinante è stata costruita una matrice ausiliaria B , che rispetto alla matrice di partenza presenta la ripetizione delle prime due colonne:

$$B = \left(\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array} \right) \quad (3.16)$$

In questo modo $\det(A)$ è calcolato come illustrato nell Eq. 3.17:

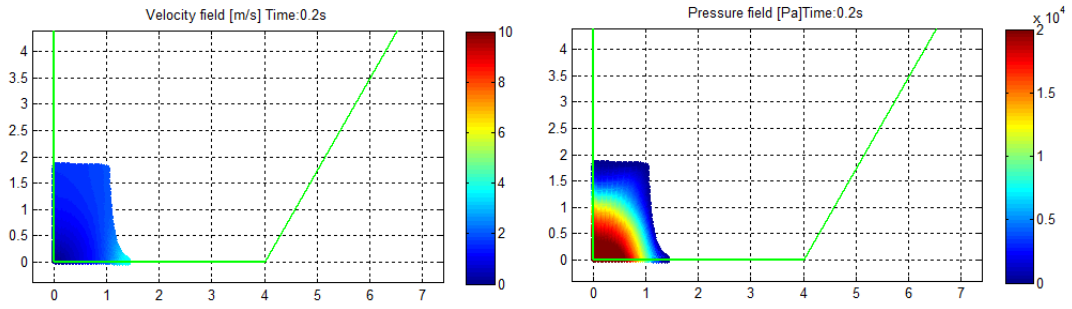
$$\det(A) = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}) - (a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32} + a_{13}a_{22}a_{31}) \quad (3.17)$$

La pressione da assegnare alle ghost è calcolata, ipotizzando una distribuzione idrostatica, in questo modo:

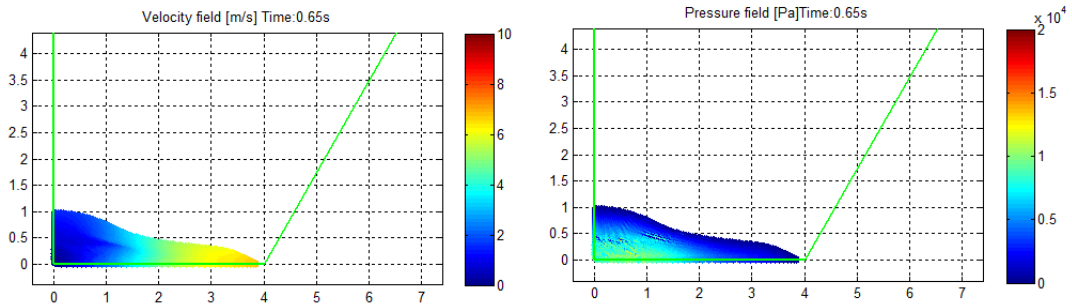
$$p_{ghost} = p_{prticella} - \rho \cdot g \cdot 2distn \cdot \sin\theta \quad (3.18)$$

3.3.2 Risultati delle simulazioni

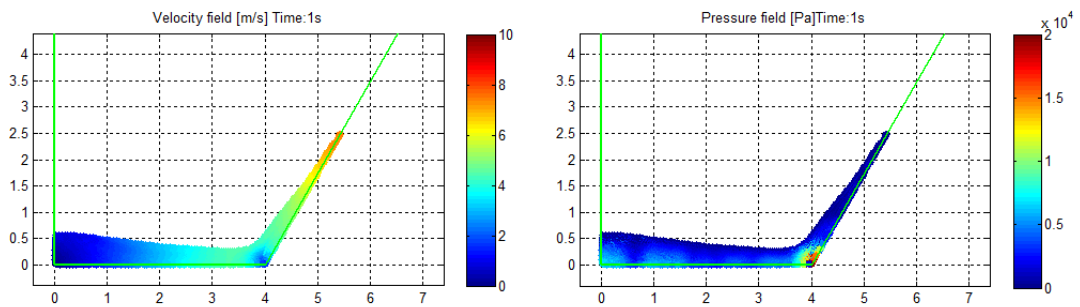
Una volta eseguite tutte le modifiche illustrate in precedenza si è proceduto alla simulazione con la nuova geometria. In figura 3.16 sono riportati alcuni fotogrammi significativi che illustrano i valori di velocità e pressione in differenti istanti di tempo.



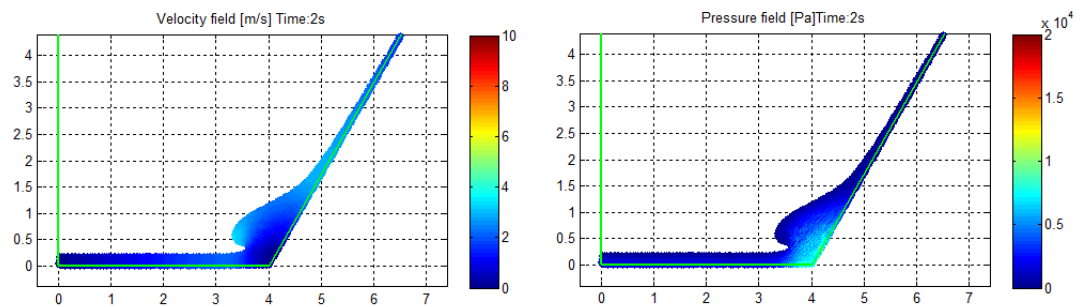
(a) Evoluzione del fronte d'onta all'istante $t = 0.2s$.



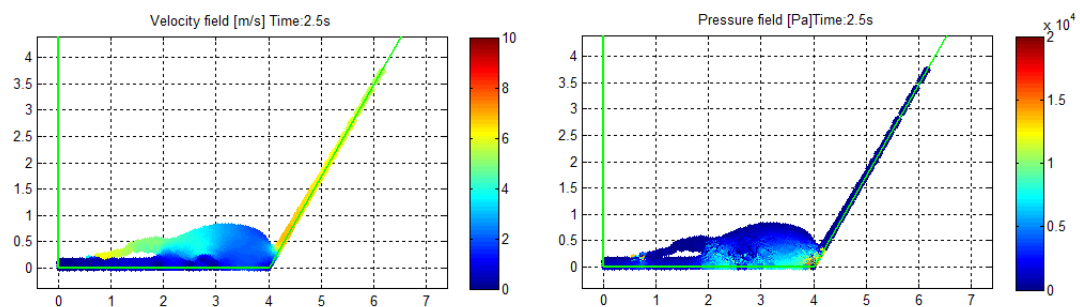
(b) Evoluzione del fronte d'onta all'istante $t = 0.65s$.



(c) Evoluzione del fronte d'onta all'istante $t = 1s$.



(d) Evoluzione del fronte d'onta all'istante $t = 2s$.



(e) Evoluzione del fronte d'onta all'istante $t = 2.5s$.

Figura 3.16: Risultati della simulazione con sponda destra inclinata.

Dall'analisi dei risultati esposti in Fig. 3.16 è possibile formulare le seguenti osservazioni:

- nei primi istanti della simulazione (Fig. 3.16a) la distribuzione delle pressioni presenta una fluttuazione, analogamente a quanto accadeva per il caso test del dambreak illustrato in Fig. 3.6a;
- con l'avanzare del tempo le pressioni si stabilizzano avvicinandosi alla distribuzione idrostatica, come evidenziato in Fig. 3.16b;
- l'impatto contro la parete inclinata (Fig. 3.16c) risulta attenuato rispetto a quanto ottenuto nella prima simulazione del dambreak (Fig. 3.7a): i valori della velocità risultano minori quando la sponda è inclinata, nello specifico le velocità passano da circa $8m/s$ a $6m/s$. Inoltre il fluido si muove in modo compatto (assenza di spruzzi);
- nella fase di impatto le pressioni in corrispondenza dello spigolo subiscono delle fluttuazioni contenute, così come accadeva nel caso di parete destra verticale, grazie all'adozione della viscosità artificiale;
- nella fase di ritorno (Fig. 3.16d e 3.16e) possiamo notare l'assenza di segregazioni di particelle rispetto al caso in cui la parete destra sia verticale (Fig. 3.7b e 3.7c) e una riduzione delle velocità delle particelle.

3.3.3 Inclinazione della parete sinistra del serbatoio

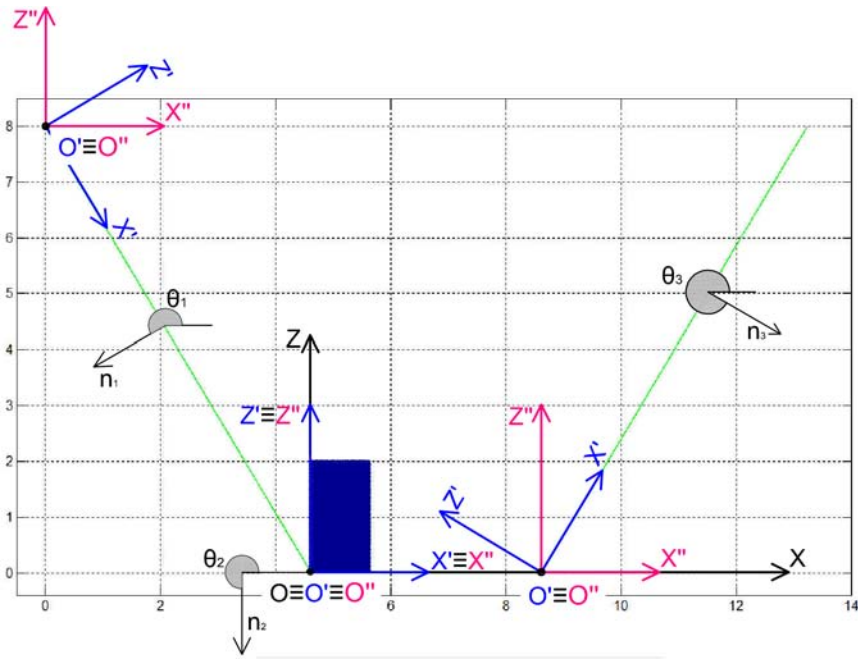
Si è poi proceduto inclinando anche la parete sinistra, assegnandole una rotazione di $\theta_1 = 210^\circ = 3.6652rad$. Per rendere l'operazione di specchiatura del tutto generica, indipendente quindi dalla giacitura della sponda, sono stati introdotti dei sistemi di riferimento locali $O'X'Z'$ (Fig. 3.17a), solidali ad ogni singola parete, con l'origine O' nell'estremo iniziale di ogni sponda, asse X' tangenziale ed asse Z' ortogonale alla parete, rispetto ai quali viene eseguita la specchiatura; le coordinate delle particelle ghost così generate sono poi riportate nel riferimento assoluto OXZ , secondo le trasformazioni illustrate nel seguito.

Questo nuovo approccio ha comportato lo spostamento delle istruzioni legate alla specchiatura dalla `MakeGhost2D` in una nuova subroutine, definita `Mirror2D`. Quando le particelle si trovano ad una distanza dalla parete inferiore al valore di soglia $3h$ ($Z'_p \leq 3h$) e contemporaneamente la coordinata orizzontale del punto è positiva ($X'_p \geq 0$) ed inferiore alla lunghezza della parete ($X'_p \leq leng$), la `MakeGhost2D` chiama la subroutine `Mirror2D` che genera le particelle ghost, calcolandone la posizione, la velocità e la pressione. Dunque rispetto a quanto visto nel paragrafo 3.3.1, non è più necessario calcolare il parametro *distn*.

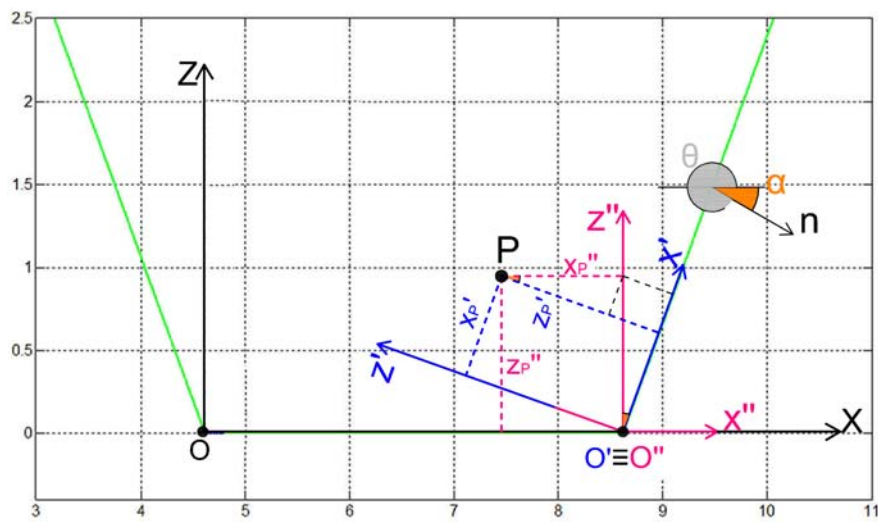
Con riferimento Fig. 3.17b, le relazioni che definiscono la posizione delle particelle nel sistema di riferimento locale $O'X'Y'$ possono essere espresse nel modo seguente:

$$\left\{ \begin{array}{c} X''_p \\ Z''_p \end{array} \right\} = A^{-1} \left\{ \begin{array}{c} X'_p \\ Z'_p \end{array} \right\} \quad (3.19)$$

essendo $(X''_p; Z''_p)$ le coordinate del punto P nel sistema $O''X''Z''$, in cui l'origine O'' è posta nell'estremo iniziale di ogni parete e gli assi X'' e Z'' sono rispettivamente orizzontale e verticale.



(a) Sistemi di riferimento adottati per rendere generica la procedura di specchiatura.



(b) Ridefinizione delle coordinate delle particelle nel nuovo sistema di assi cartesiani.

Figura 3.17: Introduzione dei sistemi di riferimento locali.

$$\begin{Bmatrix} X'_p \\ Z'_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ -\cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X''_p \\ Z''_p \end{Bmatrix} = A \begin{Bmatrix} X''_p \\ Z''_p \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

Le operazioni precedenti hanno permesso di passare dal sistema solidale alla parete $O'X'Z'$ al sistema di riferimento $O''X''Y''$; poiché quest'ultimo risulta traslato rispetto al sistema assoluto OXY è necessario eseguire un'ulteriore operazione, come riportato nell' Eq. 3.21:

$$\begin{Bmatrix} X''_p \\ Z''_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_p \\ Z_p \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} X''_0 \\ Z''_0 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

L'Eq. 3.22 illustra la struttura finale del sistema di equazioni che consente il passaggio dal riferimento locale $O'X'Y'$ a quello assoluto OXY .

$$\begin{Bmatrix} X_p \\ Z_p \end{Bmatrix} = A^{-1} \begin{Bmatrix} X'_p \\ Z'_p \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X''_0 \\ Z''_0 \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

Le prime simulazioni realizzate con questo codice hanno fatto emergere un problema relativo alla tecnica utilizzata per la generazione delle ghost; infatti le particelle fluide in corrispondenza delle zone d'angolo, formate tra il fondo e le pareti inclinate, risultavano specchiate in modo discontinuo come illustrato in Fig. 3.18a.

La strategia adottata per creare le particelle immagine in corrispondenza degli angoli ha previsto la definizione di una parete fittizia avente normale $\theta' = \theta_1 + \theta_2$ e passante per lo spigolo rispetto alla quale eseguire la specchiatura. Questa procedura ha comportato l'aggiunta dell'angolo θ' , la relativa matrice di coseni direttori e la creazione di una nuova riga di comando all'interno della subroutine MakeGhost2D. Grazie a queste rettifiche la specchiatura risulta continua come è possibile osservare in Fig. 3.18b.

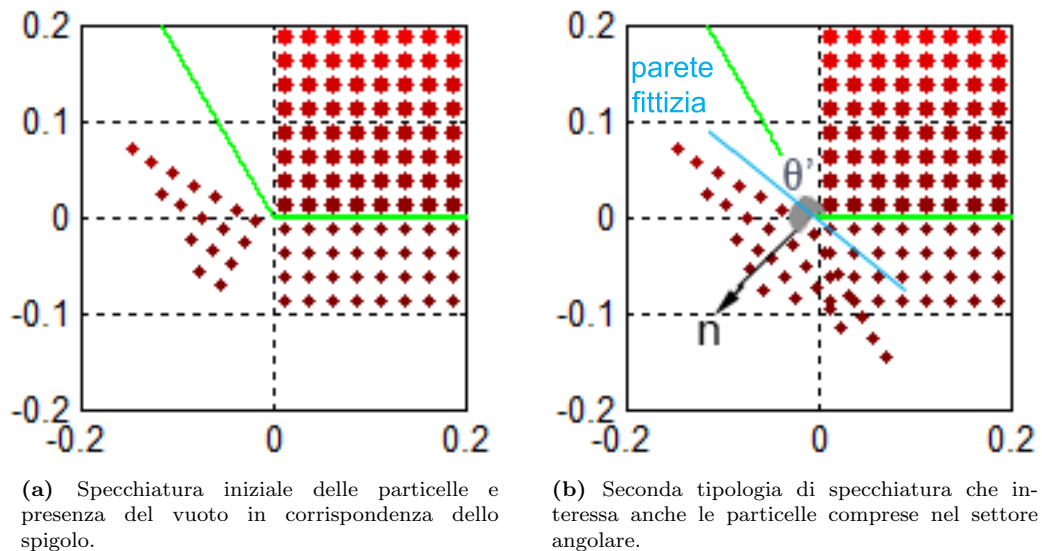


Figura 3.18: Creazione delle particelle ghost in corrispondenza degli angoli.

La subroutine MakeGhost2D svolge ancora le operazioni legate alla correzione della densità, come nel codice descritto nel paragrafo 3.3.1; inoltre fornisce alla Mirror2D i seguenti dati di input:

- le coordinate della generica particella nel sistema locale $(X'_p; Z'_p)$;
- le coordinate dell'origine degli assi del sistema solidale alla parete, rispetto a quello assoluto;
- l'angolo θ di inclinazione della parete;
- la matrice di rotazione A e la sua inversa A^{-1} .

L'introduzione delle modifiche sopra esposte consente la specchiatura delle particelle fluide, siano esse sul contorno o sugli angoli; è infatti sufficiente fornire come dati di input, oltre a quelli riportati nelle Tab. 3.2, i valori dell'origine del sistema di riferimento locale $(X''_0; Z''_0)$ rispetto a quello assoluto, l'angolo di inclinazione delle sponde θ e la loro lunghezza "leng".

La struttura finale del codice così ottenuto è riportata in Fig. 3.19.

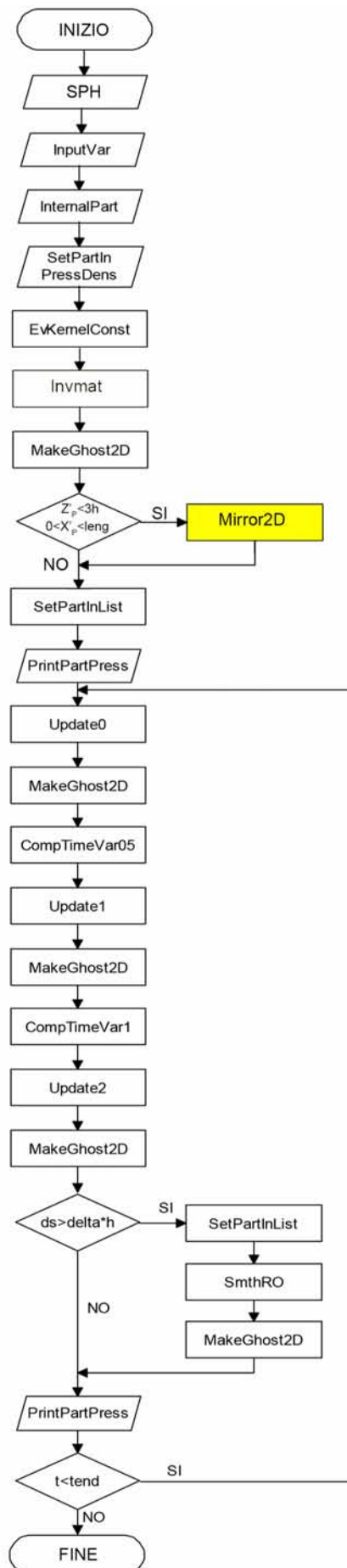


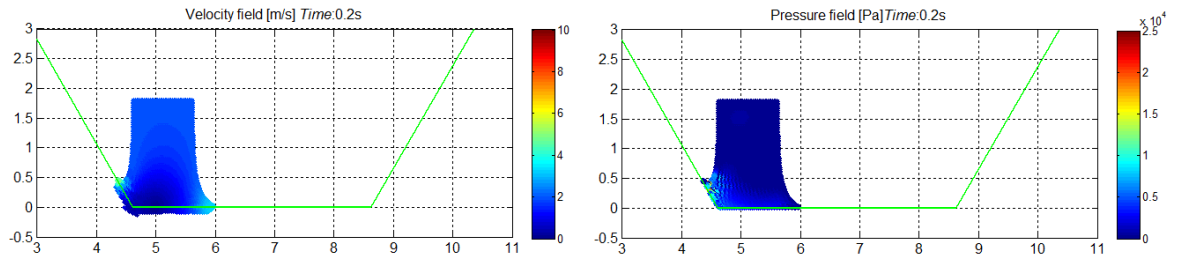
Figura 3.19: Schema di calcolo con l'inserimento della subroutine Mirror2D.

3.3.4 Risultati delle simulazioni

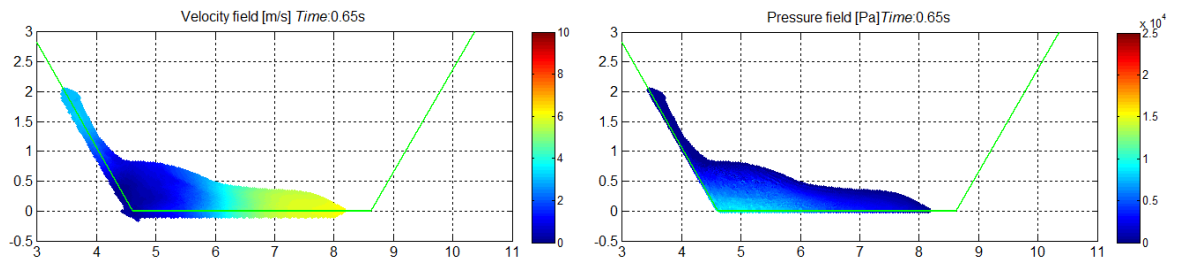
In Fig. 3.20 sono riportati alcuni fotogrammi estratti dalla simulazione del dambreak in cui entrambe le sponde sono inclinate di 60° rispetto all'orizzontale; i valori dei parametri utilizzati sono quelli riportati nella Tab. 3.2 ad eccezione della celerità del suono che è stata incrementata al valore $C_s = 150\text{m/s}$.

Dall'analisi di questi risultati emerge che:

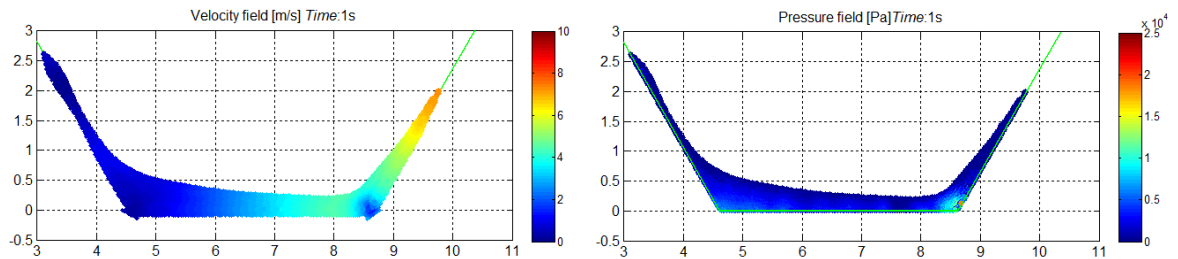
- rispetto ai casi in cui la parete sinistra era verticale, vi è il collasso della colonna fluida anche in corrispondenza della superficie libera del lato sinistro;
- nei diagrammi relativi alla velocità è stato riportato anche l'andamento delle ghost, ciò consente di prendere visione del nuovo metodo adottato per la specchiatura delle particelle in corrispondenza degli angoli;
- nei primissimi istanti (Fig. 3.20a) la distribuzione della pressione non presenta notevoli fluttuazioni come accadeva invece nel caso illustrato in Fig. 3.6a e 3.16a ;
- la risalita del fluido lungo la parete destra, essendo superiori le velocità raggiunte, è maggiore di quella che si registra nella sponda sinistra;
- dopo l'impatto con la parete destra la pressione presenta delle fluttuazioni trascurabili, come illustrato in Fig. 3.20c, perché viene impiegata, come di consueto, la viscosità artificiale;
- anche in questo caso, come accadeva quando vi era soltanto la parete destra inclinata, non si verifica la formazione di spruzzi né in fase di risalita né in fase di ritorno (Fig. 3.20c, 3.20d e 3.20e).



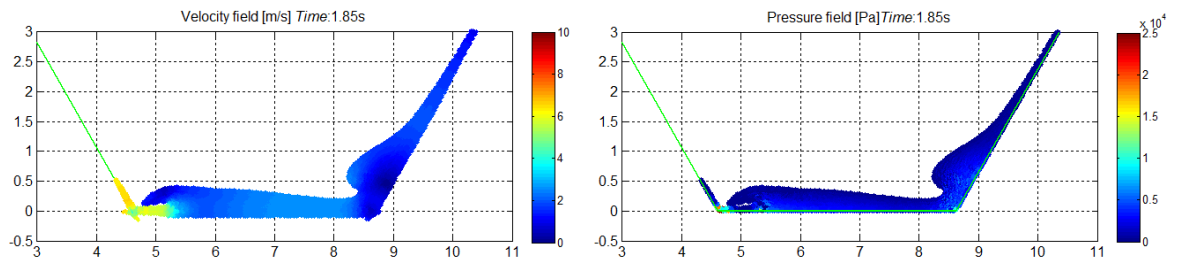
(a) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 0.2s$.



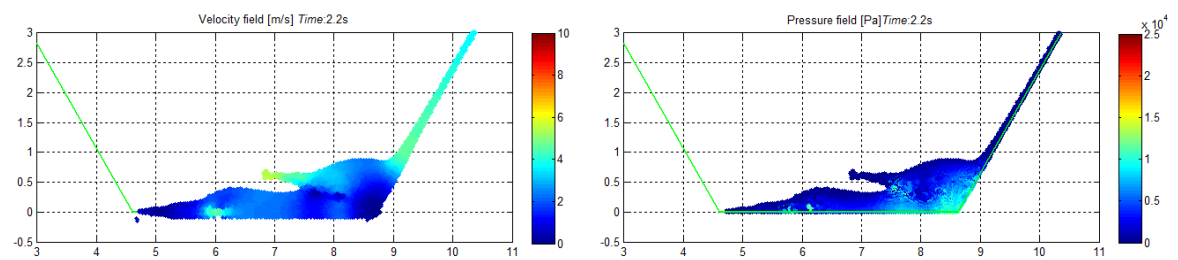
(b) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 0.65s$.



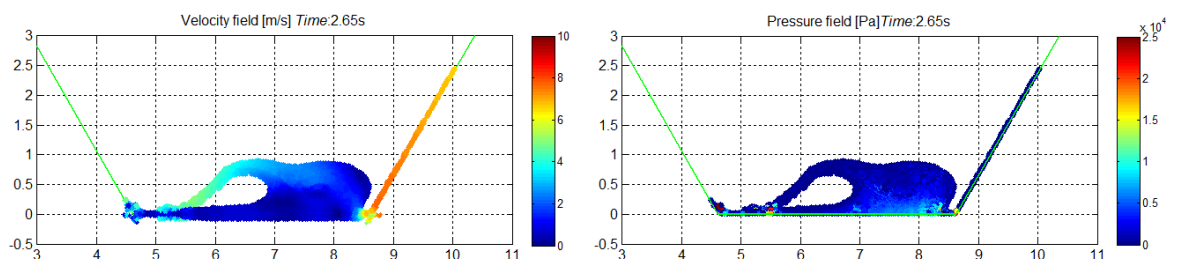
(c) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 1s$.



(d) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 1.85s$.



(e) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 2.2s$.



(f) Evoluzione del fronte d'onda all'istante $t = 2.65s$.

Figura 3.20: Risultati della simulazione con entrambe le sponde inclinate.

3.4 Costruzione del modello bidimensionale del bacino del Vajont

Il presente lavoro di tesi si pone come obiettivo il confronto tra i risultati degli esperimenti svolti nel laboratorio dell'Istituto di Idraulica e quelli generati attraverso un modello numerico, basato sul metodo SPH. La prima operazione compiuta per ottenere questo raffronto ha riguardato la riproduzione (tramite modello SPH) della stessa geometria adottata nel modello fisico-idraulico di Padova. La procedura seguita verrà illustrata nel paragrafo 3.4.1

Successivamente è stato affrontato il problema inerente alla cinematica dell'ammasso franoso, infatti nel modello padovano la caduta della frana avveniva per mezzo di un setto collocato trasversalmente entro l'ammasso ghiaioso, che veniva trascinato dal tiro di un verricello azionato da un motore a scoppio, come descritto nel paragrafo 1.2.4. Nel codice la riproduzione di questo movimento è stata ottenuta attraverso l'introduzione di una parete mobile, come verrà illustrato nel paragrafo 3.4.3.

L'ultima correzione inserita riguarda la reologia del materiale di frana; la ghiaia infatti non può essere simulata come un fluido newtoniano; per questo motivo il materiale granulare è stato modellato adottando una legge di tipo pseudoplastico, come verrà illustrato nel paragrafo 3.4.5.

In tutte le simulazioni eseguite la quota iniziale dell'invaso è posta a $700m$ s.l.m.m., analogamente a quanto avveniva nelle esperienze di laboratorio poichè la notte del 9 ottobre 1963, al momento dell'evento, il lago si trovava a $700.42m$ s.l.m.m.

3.4.1 Primo modello: inserimento della geometria e del dominio fluido impiegati nelle esperienze all'Istituto di Idraulica

Il primo passo per l'inserimento della geometria, ha riguardato l'estrapolazione del legame tra la scala del modello fisico, nota e pari a $1 : 500$, e quella non nota della sua rappresentazione grafica riportata di Fig. 3.21, tratta dalla relazione "*Ulteriori indagini tecniche in difesa del Prof. Ghetti Vajont: la validità delle esperienze sul modello di Nove*". Nel modello fisico $100m$ reali sono riprodotti in $20cm$ mentre nella sezione di Fig. 3.21 $100m$ corrispondono a $2cm$; da questo confronto è stato possibile determinare che la scala con cui è stata disegnata la sezione è di $1 : 5000$. Tra le dimensioni del modello fisico e quelle riportate nella sezione c'è quindi una scala di riduzione di $1 : 10$.

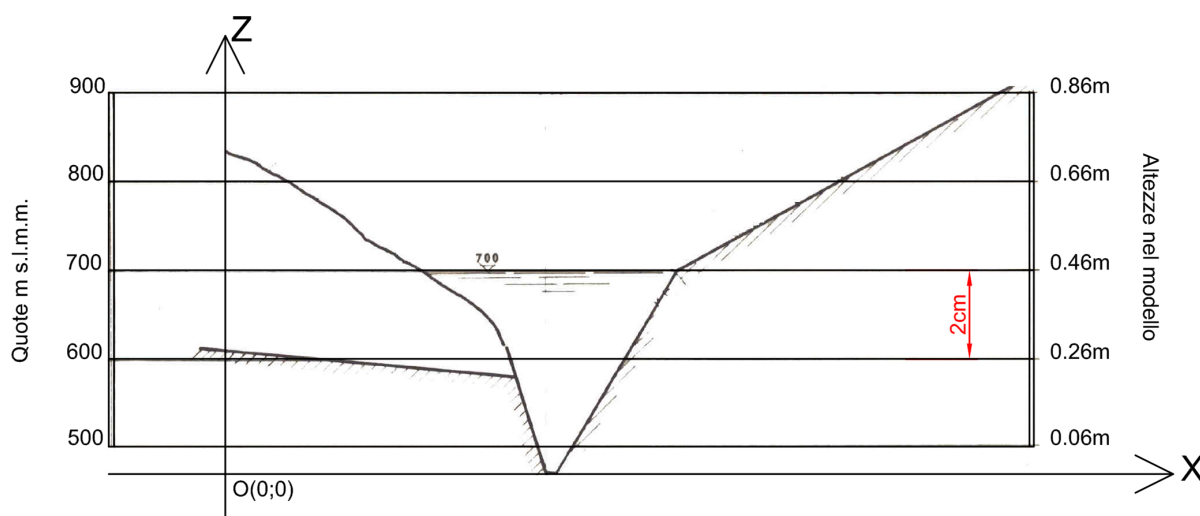


Figura 3.21: Sezione utilizzata per la geometria.

Con l'adozione dello zero delle ordinate alla quota di fondo valle, in Fig. 3.21, alla quota 700m s.l.m.m. corrisponde un'ordinata di 4.6cm, da questa osservazione consegue la legge per la conversione delle quote, riportata in Tab. 3.3:

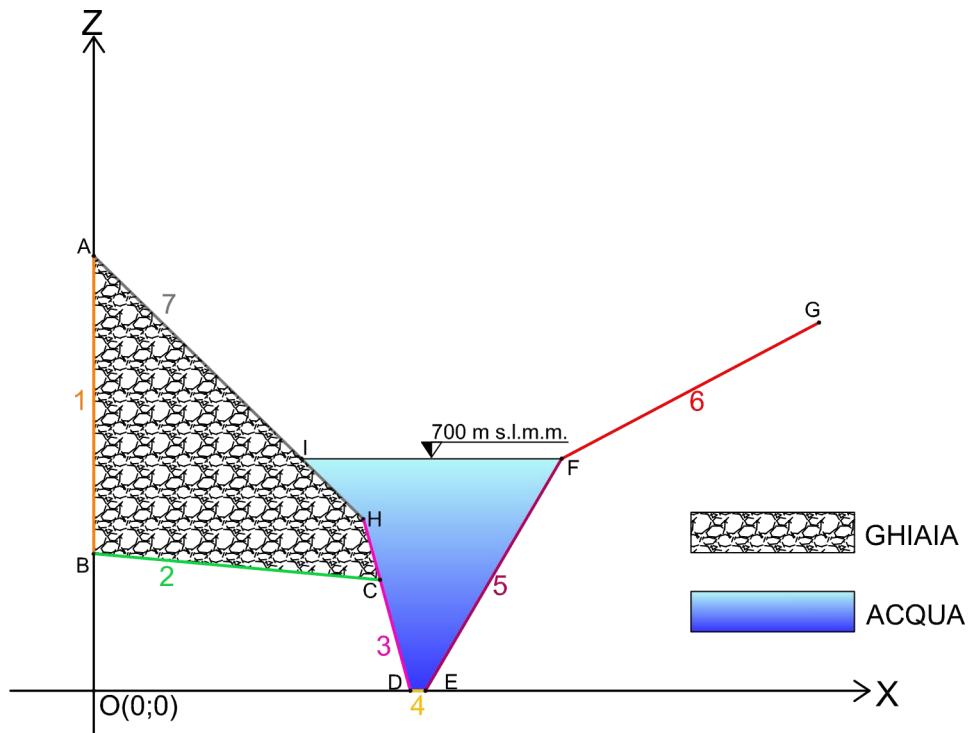
MISURA SU CARTA [cm] scala 1:5000	MISURA RIPORTATA AL MODELLO [cm] scala 1:500	QUOTA m.s.l.m.m. realtà
0.6	6	500
1.6	16	550
2.6	26	600
3.6	36	650
4.6	46	700
5.6	56	750
6.6	66	800
7.6	76	850
8.6	86	900

Tabella 3.3: Tabella per la conversione delle quote misurate su carta in quote reali.

Una volta stabilita questa equivalenza sono state ricavate le equazioni delle rette che riproducono il profilo della valle del Vajont (Fig. 3.22). L'estrazione di queste equazioni è avvenuta manualmente, attraverso una semplice procedura che ha previsto la copiatura su carta lucida della sezione di Fig. 3.21 e la successiva sovrapposizione del lucido così ottenuto su carta millimetrata. Le caratteristiche geometriche dedotte in questo modo sono state riportate alla stessa scala del modello fisico-idraulico (1 : 500); così facendo i risultati sperimentali di laboratorio e quelli ottenuti attraverso le simulazioni potranno essere confrontati in modo diretto.

Le equazioni delle linee di contorno del dominio di calcolo sono state introdotte nella subroutine MakeGhost2D; il risultato ottenuto è riportato in Fig. 3.23.

Rispetto al caso del dambreak riportato nel paragrafo 3.3.3, in cui entrambe le sponde erano inclinate, in questo caso sono presenti altre tre pareti e pertanto è stato necessario aggiornare il file di input (inputvar.inp) e di conseguenza anche le subroutine SPH ed InputVar.



	COORDINATE [mm]		EQUAZIONE
PUNTO A	(0 ;73)	RETTA 1	x=0
PUNTO B	(0 ; 28)	RETTA 2	z=-0.091+28
PUNTO C	(66 ; 22)	RETTA 3	z=-3.67x+264
PUNTO D	(72 ; 0)	RETTA 4	z=0
PUNTO E	(75 ; 0)	RETTA 5	z=1.704x-127.8
PUNTO F	(102 ; 46)	RETTA 6	z=0.523x-8
PUNTO G	(153; 73)	RETTA 7	z=-0.622x+73
PUNTO H	(62.7; 34)		
PUNTO I	(43.41 ; 46)		

Figura 3.22: Geometria del modello bidimensionale del bacino del Vajont.

Una volta che la geometria è stata correttamente inserita, si è proceduto immettendo le particelle fluide. Come prima cosa si è resa necessaria la definizione di una seconda tipologia di fluido che nel caso in esame simula la caduta della frana all'interno del lago artificiale. Poiché nelle esperienze di laboratorio venne impiegata della ghiaia, al nuovo fluido è stata assegnata la densità tipica della ghiaia bagnata $\rho_G = 1700 \text{ kg/m}^3$.

L'inserimento delle particelle fluide, eseguito dalla subroutine InternalPart, è avvenuto per blocchi: il dominio fluido è stato suddiviso in sei parti, ognuna delle quali è stata colmata da particelle d'acqua o di ghiaia, a seconda che si dovesse simulare rispettivamente l'invaso o la frana. Lo schema adottato per il riempimento è illustrato in Fig. 3.23.

L'ultima modifica introdotta ha interessato la subroutine SmthRO sulla quale si è intervenuti per evitare che nelle interfacce tra acqua e ghiaia la correzione della densità avvenisse tra particelle di mezzi differenti.

Seguendo la procedura descritta si è giunti alla costruzione di un primo modello bidimensionale, in cui l'unica forza motrice risulta essere la forza di gravità; i dati di input sono riportati in Tab. 3.5 e la numerazione delle sponde è illustrata in Fig. 3.23.

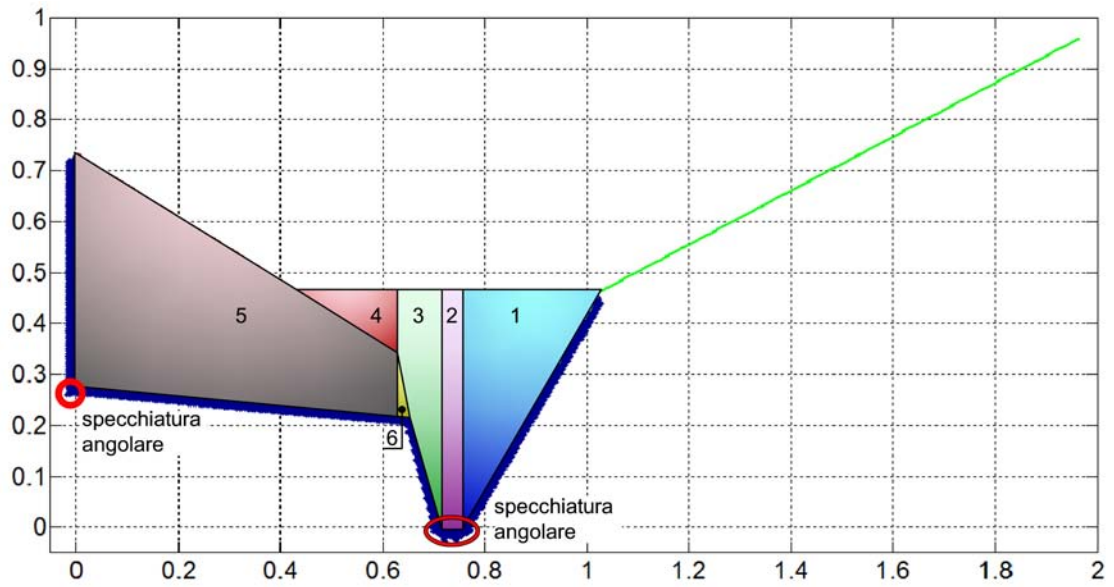


Figura 3.23: Tecnica adottata per l'inserimento a blocchi delle particelle fluide (acqua in verde e ghiaia in marrone). In figura viene inoltre riportata la disposizione delle particelle ghost evidenziando le specchiature angolari.

PARAMETRO	SIMBOLO	UNITÀ DI MISURA	VALORE
Distanza interparticellare	inh	$[m]$	0.0005
Inclinazione sponda 1	θ_1	$[rad]$	3.1416
Origine del sistema di riferimento della sponda 1	x_1	$[m]$	0.00
	z_1	$[m]$	0.730
Lunghezza sponda 1	$leng_1$	$[m]$	0.450
Inclinazione sponda 2	θ_2	$[rad]$	4.6217
Origine del sistema di riferimento della sponda 2	x_2	$[m]$	0.00
	z_2	$[m]$	0.280
Lunghezza sponda 2	$leng_2$	$[m]$	0.663
Inclinazione sponda 3	θ_3	$[rad]$	3.4078
Origine del sistema di riferimento della sponda 3	x_3	$[m]$	0.660
	z_3	$[m]$	0.220
Lunghezza sponda 3	$leng_3$	$[m]$	0.228
Inclinazione sponda 4	θ_4	$[rad]$	4.7124
Origine del sistema di riferimento della sponda 4	x_4	$[m]$	0.720
	z_4	$[m]$	0.00
Lunghezza sponda 4	$leng_4$	$[m]$	0.003
Inclinazione sponda 5	θ_5	$[rad]$	5.7524
Origine del sistema di riferimento della sponda 5	x_5	$[m]$	0.750
	z_5	$[m]$	0.00
Lunghezza sponda 5	$leng_5$	$[m]$	0.533
Inclinazione sponda 6	θ_6	$[rad]$	5.2075
Origine del sistema di riferimento della sponda 6	x_6	$[m]$	1.02
	z_6	$[m]$	0.460
Lunghezza sponda 6	$leng_6$	$[m]$	1.710
Quota della superficie libera	$zerowlev$	$[m]$	0.460
Tempo di inizio della simulazione	$tstart$	$[s]$	0.000
Costante dell'equazione di stato	γ	-	7.0E+00
Celerità del Suono	C_s	$[m/s]$	80.0
Parametro di smoothing	ε	-	0.400
Viscosità	α	-	0.050
Parametro di sovradimensionamento del raggio di interazione	δ	-	0.0050

Tabella 3.4: Valori dei parametri utilizzati nel file di input nel primo modello.

3.4.2 Risultati delle simulazioni

I risultati ottenuti utilizzando il modello descritto nel paragrafo 3.4.1 sono illustrati nelle Fig. 3.24 3.25 e 3.26 in cui, per vari istanti di tempo, sono riportati in colonna rispettivamente gli andamenti della densità, della velocità e della pressione. In questo caso viene riportata anche l'evoluzione del campo della densità in modo da visualizzare il movimento del materiale di frana, che come detto è provocato dalla sola forza di gravità.

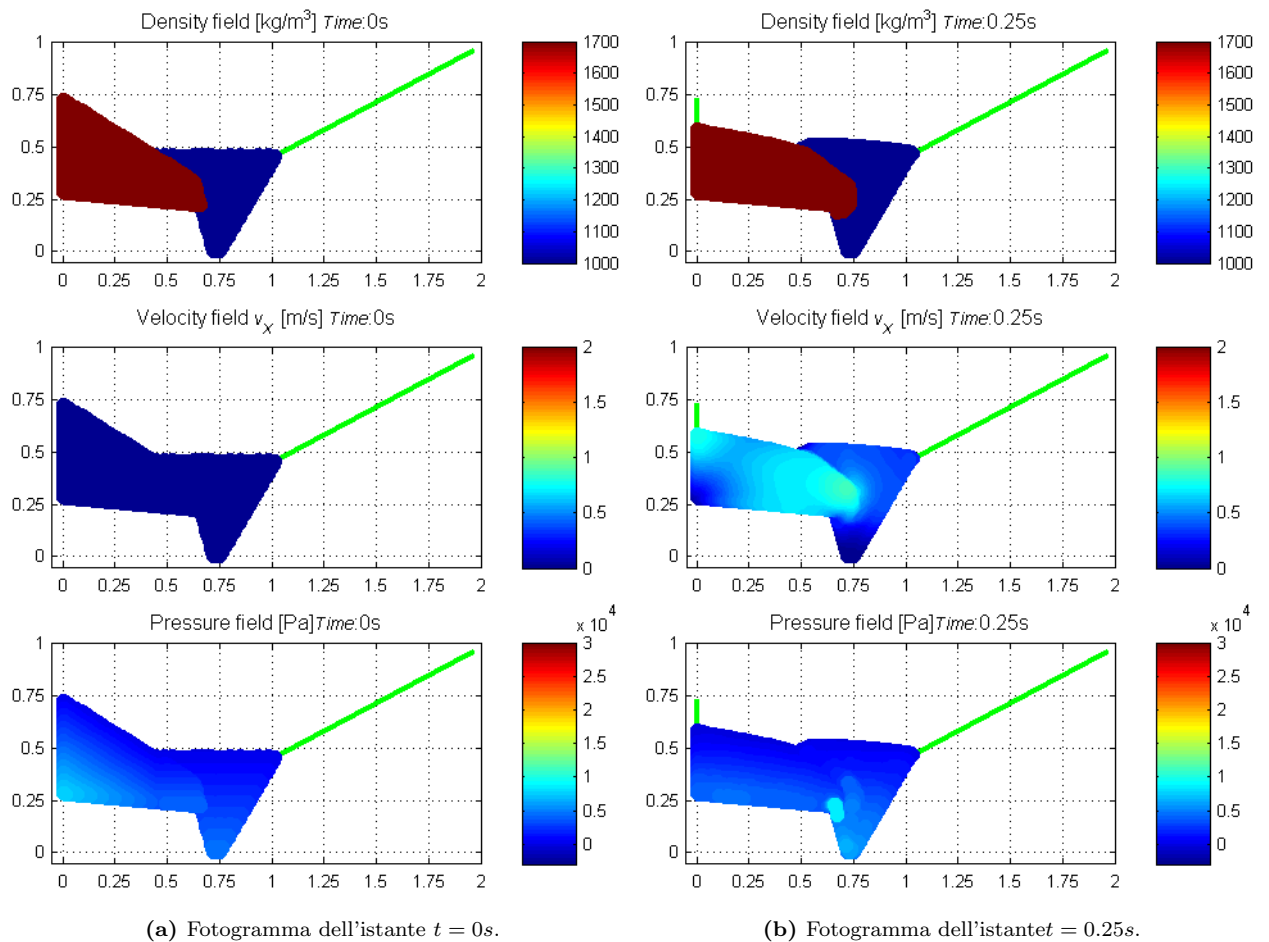


Figura 3.24: Risultati, a diversi istanti di tempo, della simulazione sul modello SPH in cui agisce soltanto la forza di gravità.

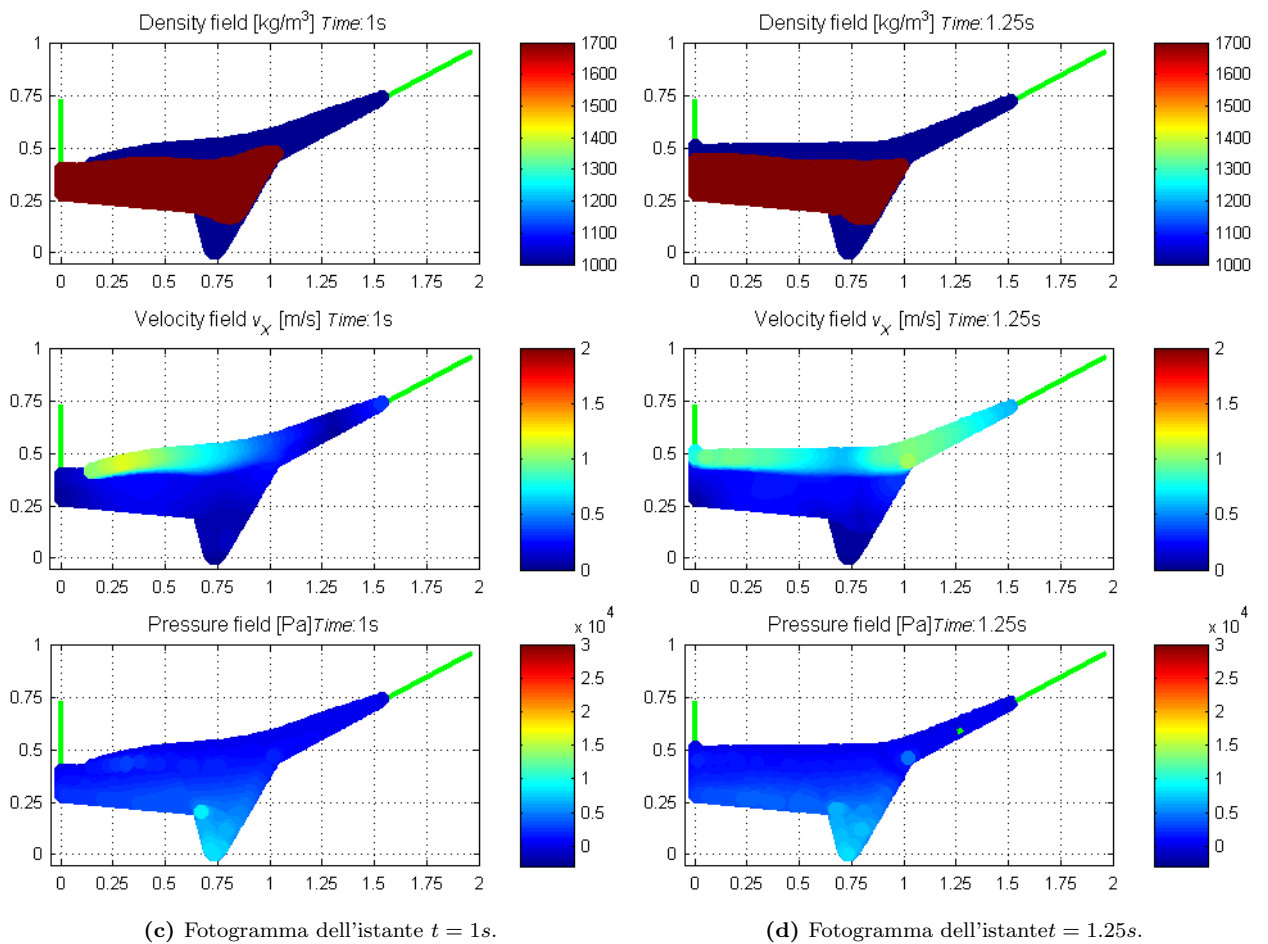
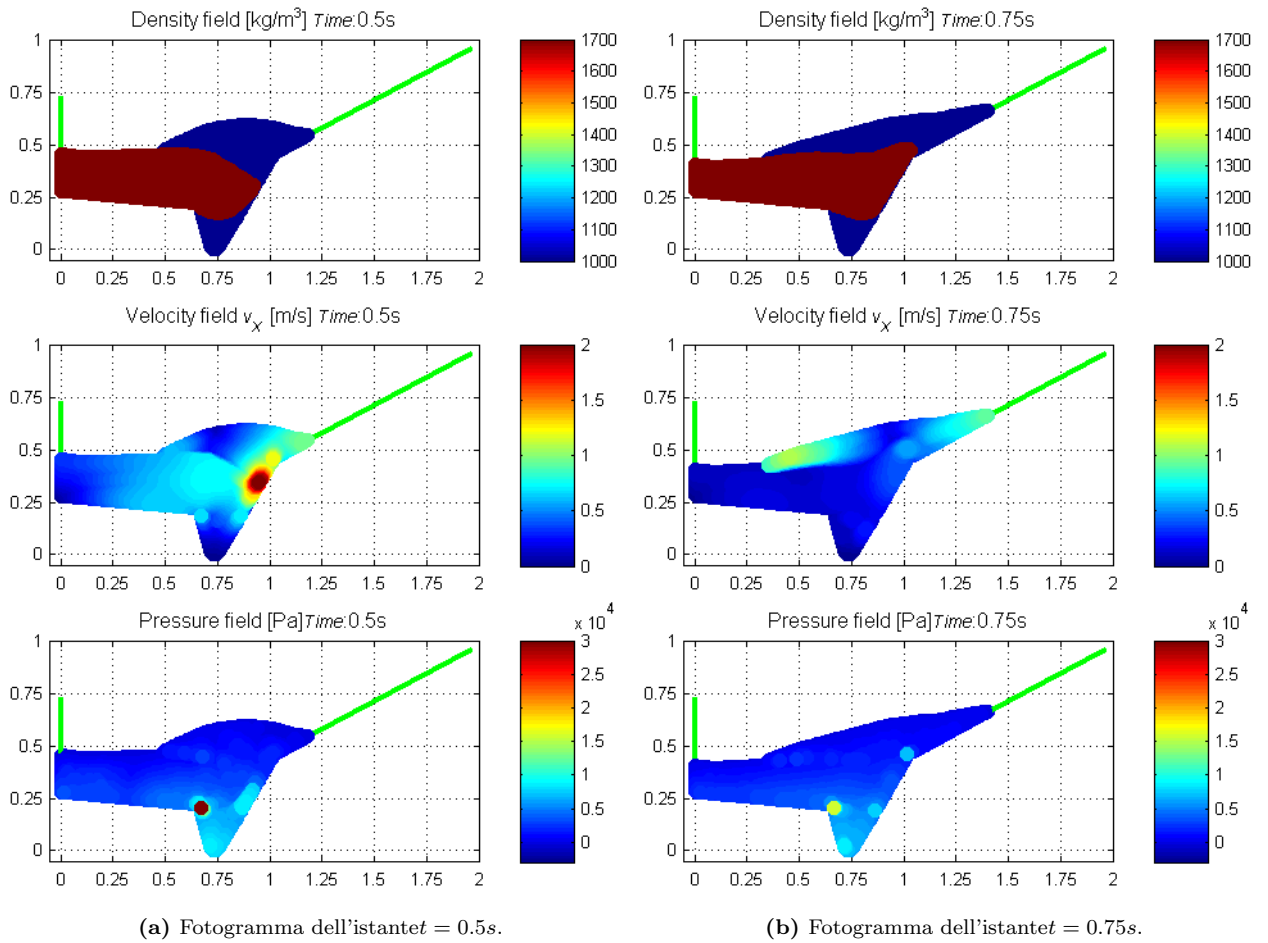


Figura 3.25: Risultati, a diversi istanti di tempo, della simulazione sul modello SPH in cui agisce soltanto la forza di gravità.

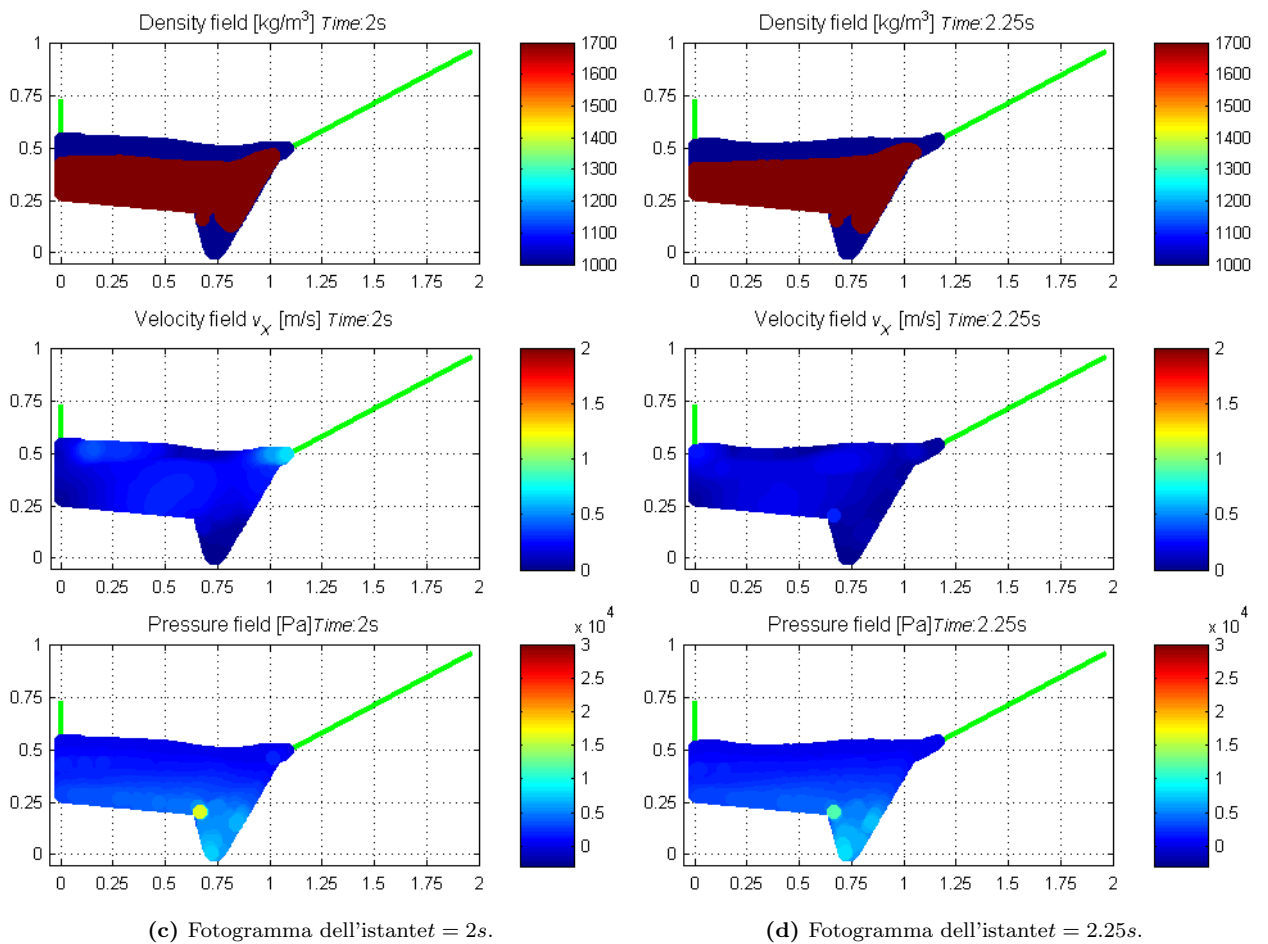
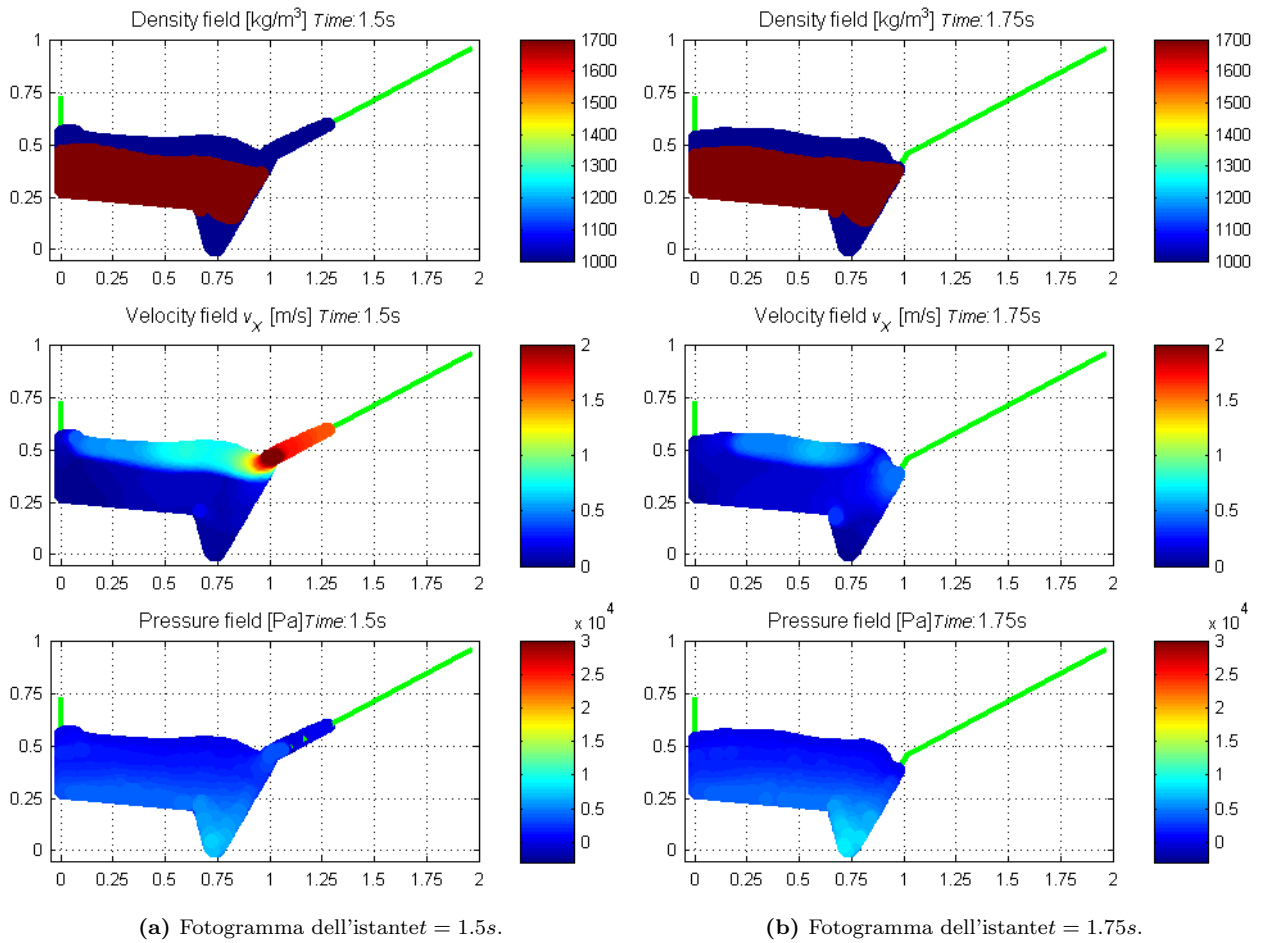


Figura 3.26: Risultati, a diversi istanti di tempo, della simulazione sul modello SPH in cui agisce soltanto la forza di gravità.

Dall'analisi dei risultati precedentemente riportati è possibile formulare le seguenti osservazioni:

- analizzando la Fig. 3.24b è possibile notare che le velocità raggiungono i valori maggiori in corrispondenza dell'interfaccia ghiaia-acqua, mentre la pressione presenta un massimo nella zona compresa tra il piano di scorrimento della frana e la sponda sinistra della forra ;
 - all'istante $t = 0.5s$ (Fig. 3.25a) la ghiaia raggiunge la sponda destra del serbatoio, provocando un aumento della velocità che nella zona d'impatto raggiunge valori superiori ai $2m/s$ (pari a circa $160km/h$ reali). Inoltre in questo fotogramma è possibile osservare come il materiale di frana imprima la propria energia all'acqua, generando l'onda che risalirà poi lungo la sponda destra. Infine osservando la distribuzione della densità è possibile notare come il materiale di frana non riempia completamente la forra: questo fenomeno è probabilmente legato all'aver trattato la ghiaia come un fluido newtoniano;
 - a partire dall'istante $t = 0.25s$ la pressione presenta un picco in corrispondenza dell'estremo finale del piano di scorrimento della frana in cui la ghiaia precipita nella gola;
1. confrontando le Fig. 3.25c e 3.25d si nota che la massima risalita dell'onda avviene tra gli istanti $t = 1s$ e $t = 1.25s$. Più precisamente il valore massimo si riscontra intorno all'istante $t = 1.1s$ e risulta pari a $h_{MAX} = 0.75cm$, che corrispondono circa a quota $850m$ s.l.m.m (Fig. 3.27). Va precisato che i risultati vengono stampati a video ogni $0.05s$ pertanto questa è la massima precisione con cui è possibile estrarre i fotogrammi;

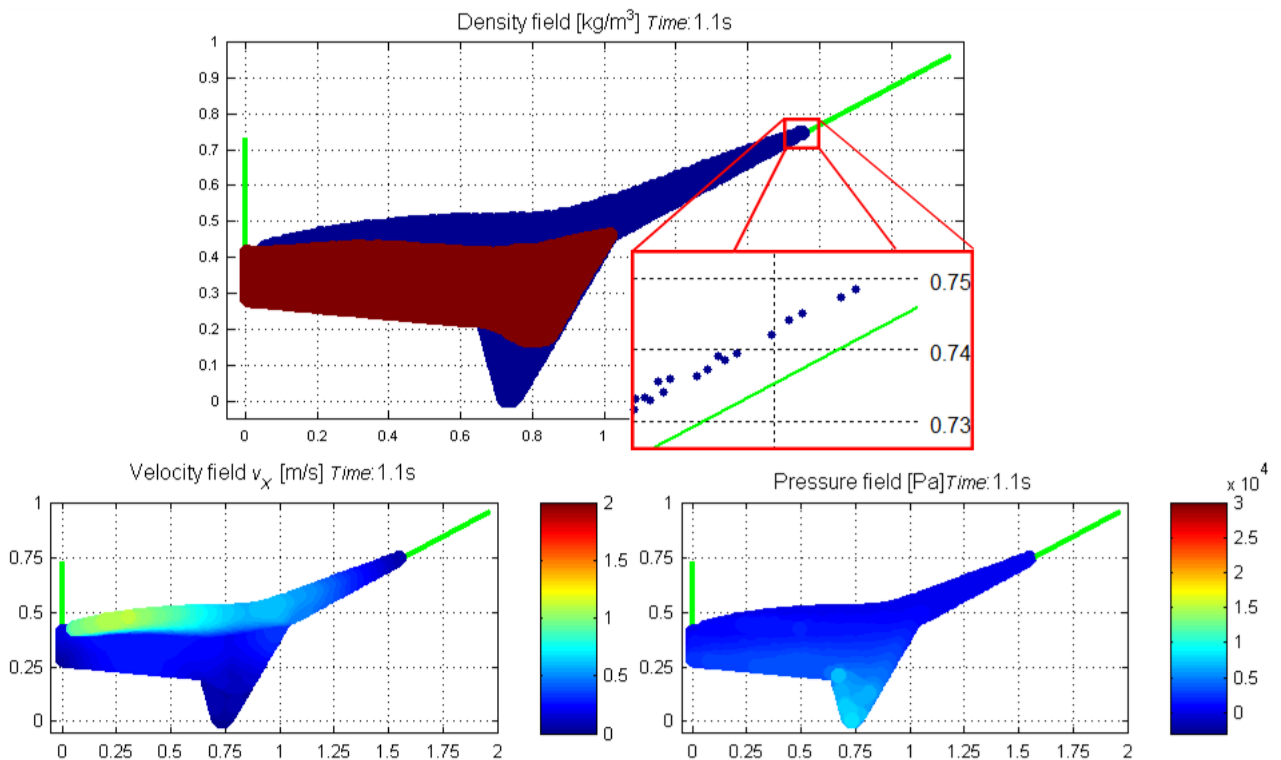


Figura 3.27: Massima risalita dell'onda in presenza della sola forza di gravità; campi di densità, velocità e pressione.

- negli istanti $t = 1.25s$, $t = 1.5s$ e $t = 1.75s$ è possibile osservare la fase di ritorno dell'onda; il fluido scendendo lungo la sponda destra risente della forza di gravità che genera un aumento dei valori della velocità, così come illustrato in Fig 3.26a;

- i fotogrammi relativi agli ultimi istanti della simulazione (Fig. 3.26b 3.26c 3.26d) evidenziano una diminuzione delle velocità e delle pressioni, in accordo con il ritorno del sistema ad una configurazione di quiete.

3.4.3 Secondo modello: inserimento della parete mobile che simula il moto della frana

In questo paragrafo viene descritto il modello numerico con la variante della parete mobile che sospinge la frana analogamente a quanto avveniva nelle esperienze eseguite sul modello fisico bidimensionale.

Negli esperimenti di Padova la ghiaia veniva messa in moto attraverso il movimento istantaneo di un setto, posto trasversalmente ad essa, che veniva trainato da un vericello azionato da un motore a scoppio. Questa schematizzazione viene riprodotta nel modello numerico simulando il movimento della parete verticale sinistra che contiene l'ammasso franoso e che gli imprime una certa velocità di avanzamento per un certo tempo.

La prima rettifica al codice ha interessato la subroutine Inputvar, nella quale è stata inserita la nuova variabile U_p che assegna la velocità di movimento della parete.

La presenza della parete mobile ha reso necessario apportare le seguenti modifiche alla subroutine MakeGhost2D:

- innanzitutto è stata inserita la legge che governa l'avanzamento della sponda 1 (vedi Fig. 3.22):

$$\begin{cases} X_A^{(t+\Delta t)} = X_A^{(t)} + \Delta t U_p \left(1 - e^{-\frac{t}{0.1}}\right) & \text{se } t \leq t_p \\ X_A^{(t+\Delta t)} = X_A^{(t)} + \Delta t U_p e^{-\frac{t}{0.15}} & \text{se } t > t_p \end{cases} \quad (3.23)$$

dove con $X_A^{(t)}$ e $X_A^{(t+\Delta t)}$ si definiscono rispettivamente le coordinate dell'estremo superiore A agli istanti di tempo t e $t+\Delta t$ (Fig. 3.28), e con t_p è indicato l'istante temporale in cui avviene l'arresto della parete. L'adozione della formulazione riportata nell' Eq. 3.23, permette di rendere graduale l'inizio e la fine del movimento della sponda attraverso un termine esponenziale.

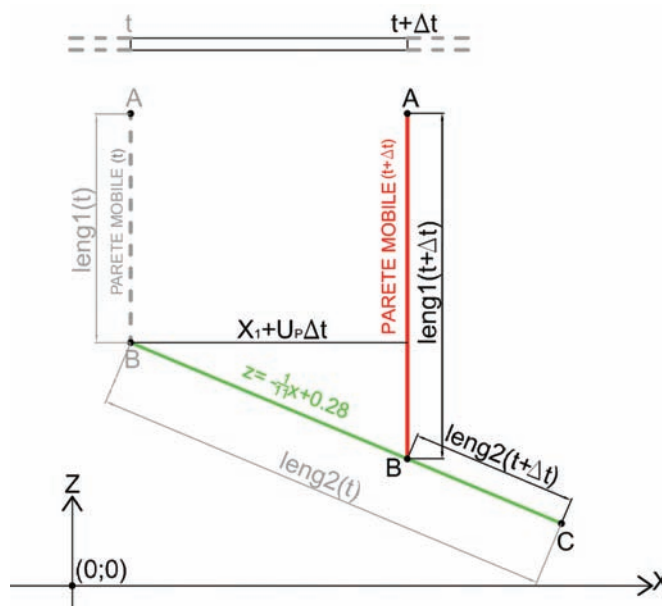


Figura 3.28: Avanzamento della parete mobile e conseguente ridefinizione delle coordinate dei punti estremi.

- all'avanzare della parete è stato necessario ridefinire, non soltanto la coordinate X del punto A (Eq. 3.23), ma anche entrambe le coordinate del punto B di intersezione con la sponda 2; questo ha portato al ricalcolo delle lunghezze delle sponde 1 ($leng_1$) e 2 ($leng_2$), come riportato in Fig. 3.28.

$$\begin{aligned}
 X_B^{(t+\Delta t)} &= X_A^{(t+\Delta t)} \\
 Z_B^{(t+\Delta t)} &= -\frac{1}{11}X_B^{(t+\Delta t)} + 0.28 \\
 leng_1^{(t+\Delta t)} &= leng_1^{(t)} + Z_B^{(t)} - Z_B^{(t+\Delta t)} \\
 leng_2^{(t+\Delta t)} &= \sqrt{(X_B^{(t+\Delta t)} - X_C)^2 + (Z_B^{(t+\Delta t)} - Z_C)^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

Le nuove istruzioni inserite nel codice hanno permesso di ottenere la nuova procedura per la specchiatura delle particelle immagine localizzate lungo la parete mobile, come illustra la Fig. 3.29.

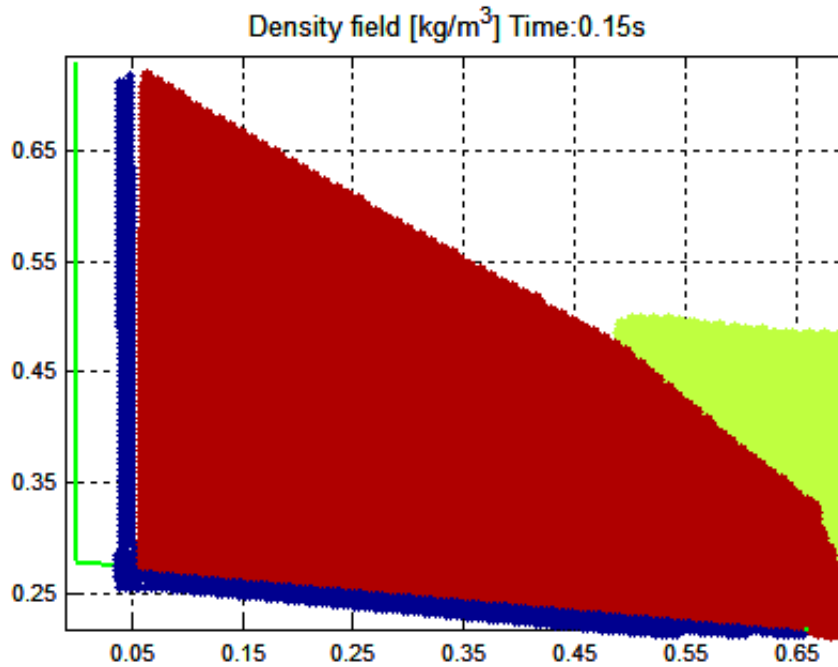


Figura 3.29: Generazione delle particelle immagine in corrispondenza della parete mobile.

Le simulazioni sono state eseguite facendo muovere la parete nella direzione dell'asse X (Fig. 3.30) con una velocità $U_p = 0.25\text{m/s}$ per un tempo $t_p = 0.25\text{s}$.

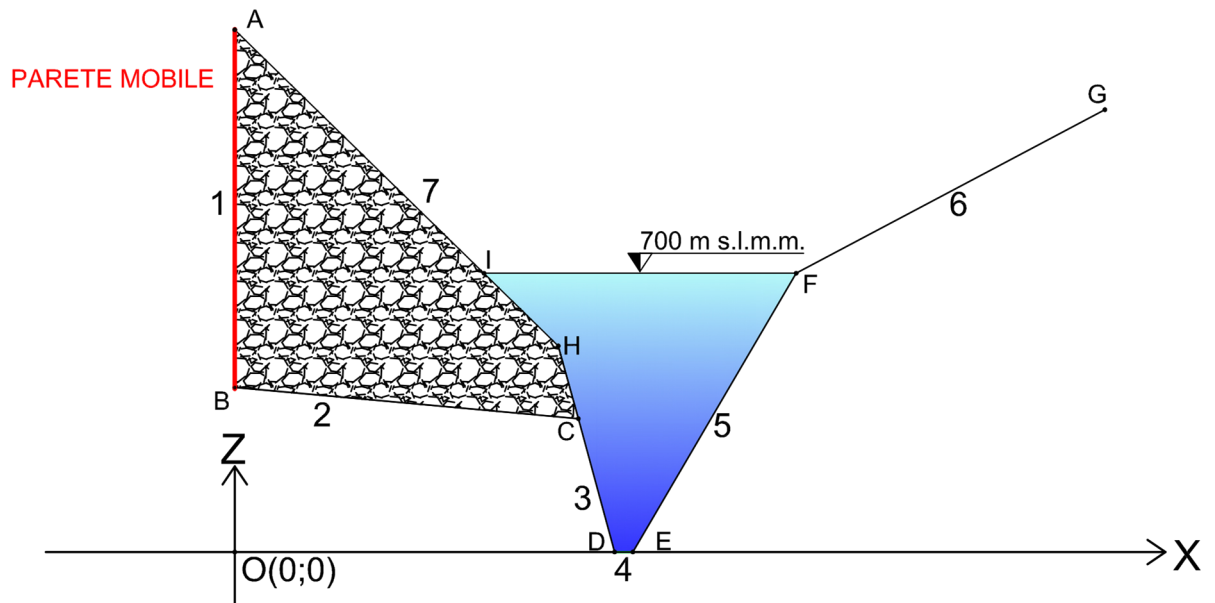


Figura 3.30: Posizionamento della parete mobile.

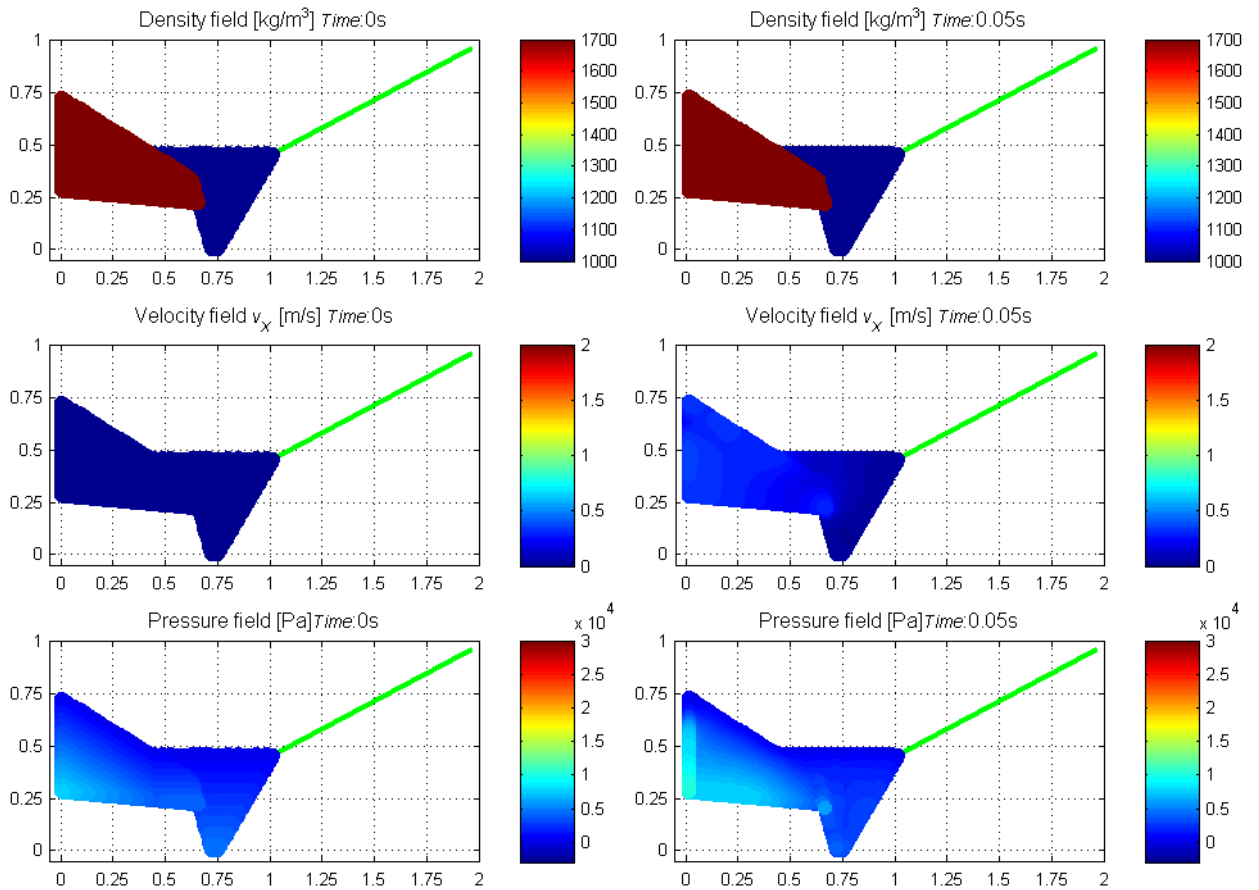
3.4.4 Risultati delle simulazioni

Di seguito (Fig. 3.31, 3.32, 3.33 e 3.34) vengono riportati alcuni fotogrammi tratti dalle simulazioni ottenute utilizzando il codice illustrato nel paragrafo 3.4.3; anche in questo caso i risultati riportano rispettivamente gli andamenti della densità, della velocità e della pressione ai vari istanti di tempo.

I valori dei parametri adottati sono riportati in Tab. 3.5.

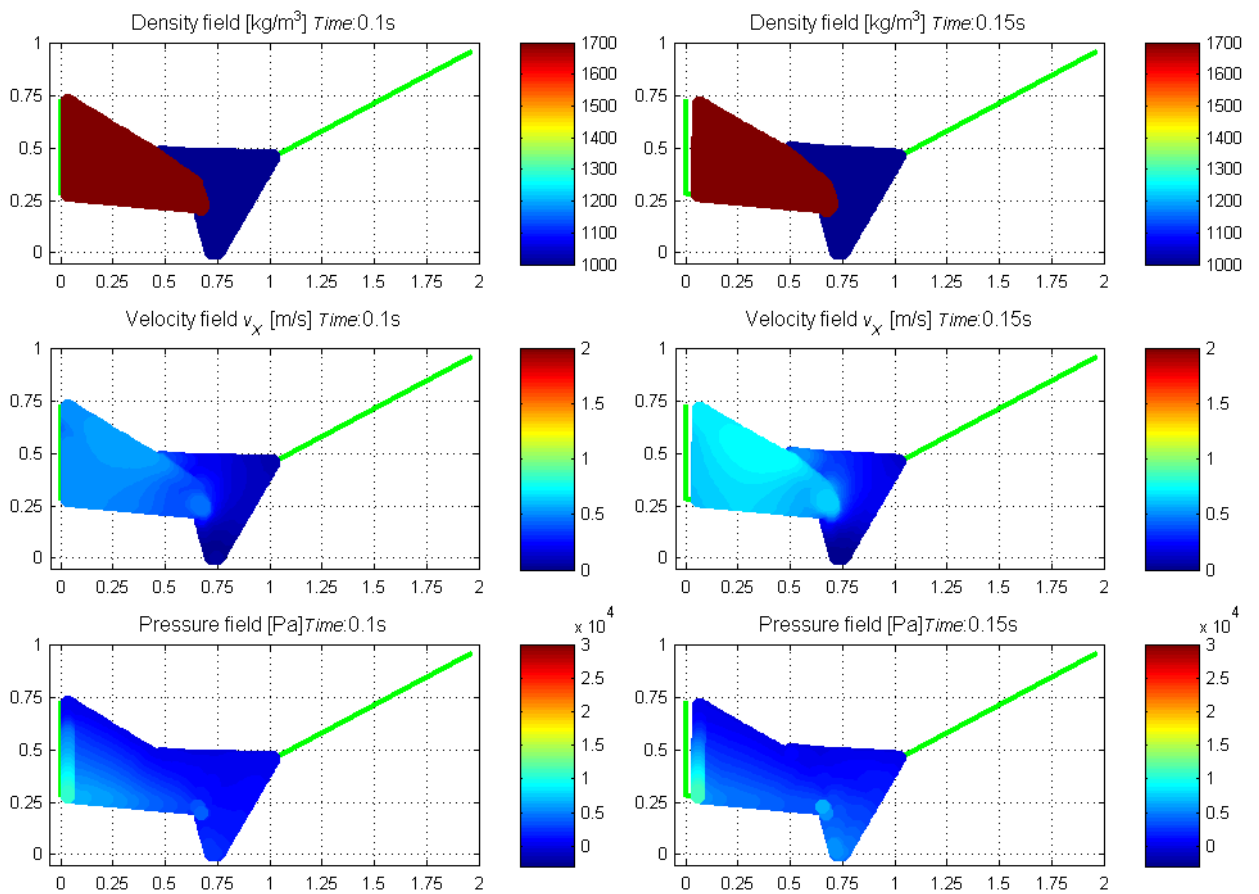
PARAMETRO	SIMBOLO	UNITÀ DI MISURA	VALORE
Celerità de suono	C_s	$[m/s]$	80
Viscosità	α	-	0.1
Tempo arresto della parete	t_p	$[s]$	0.25
Velocità della parete	U_p	$[m/s]$	0.25

Tabella 3.5: Valori dei parametri utilizzati nel file di input nel secondo modello.



(a) Fotogramma dell'istante $t = 0s$.

(b) Fotogramma dell'istante $t = 0.05s$.



(c) Fotogramma dell'istante $t = 0.1s$.

(d) Fotogramma dell'istante $t = 0.15s$.

Figura 3.31: Risultati, a diversi istanti di tempo, della simulazione sul modello SPH in presenza della parete mobile.

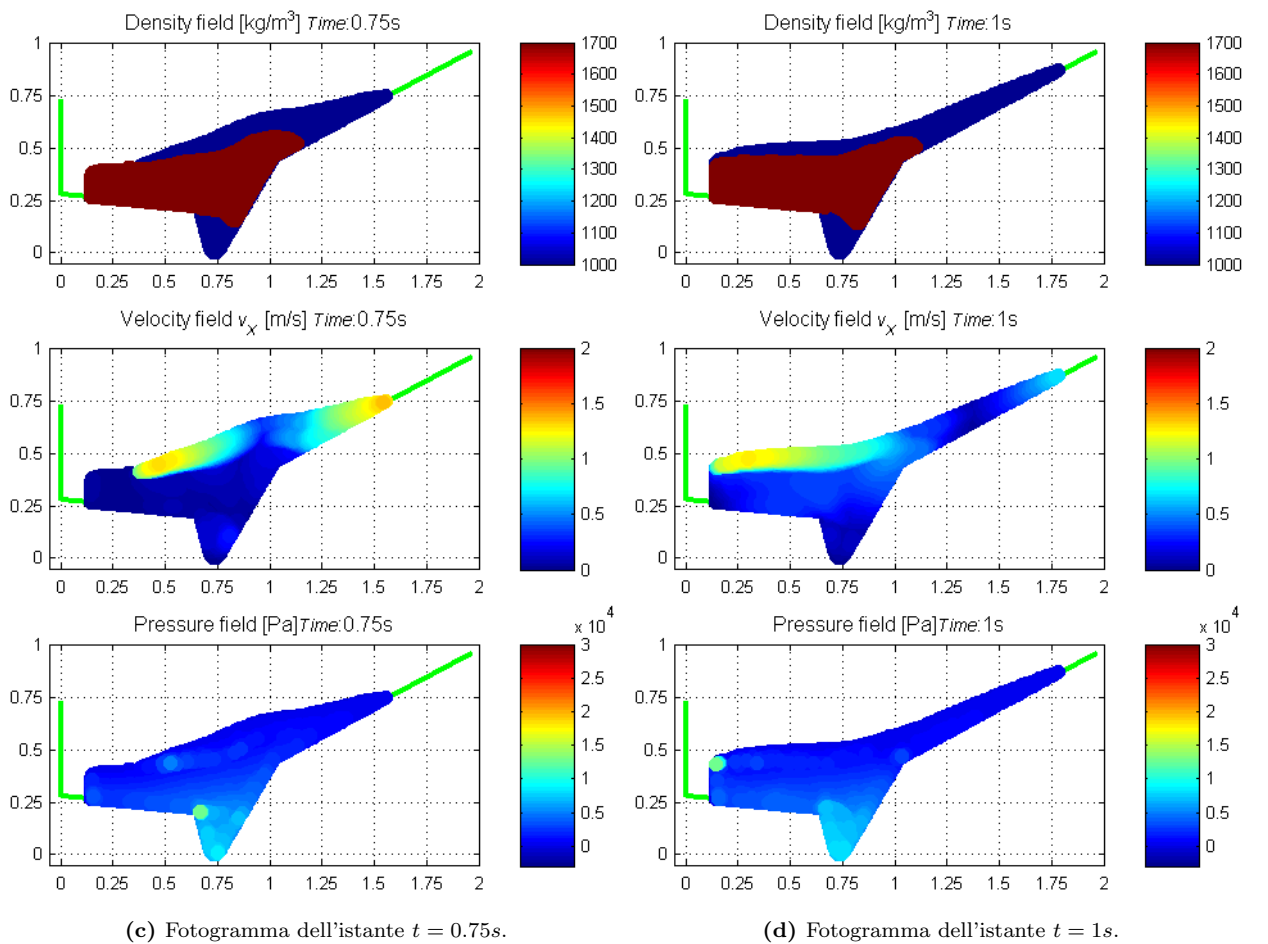
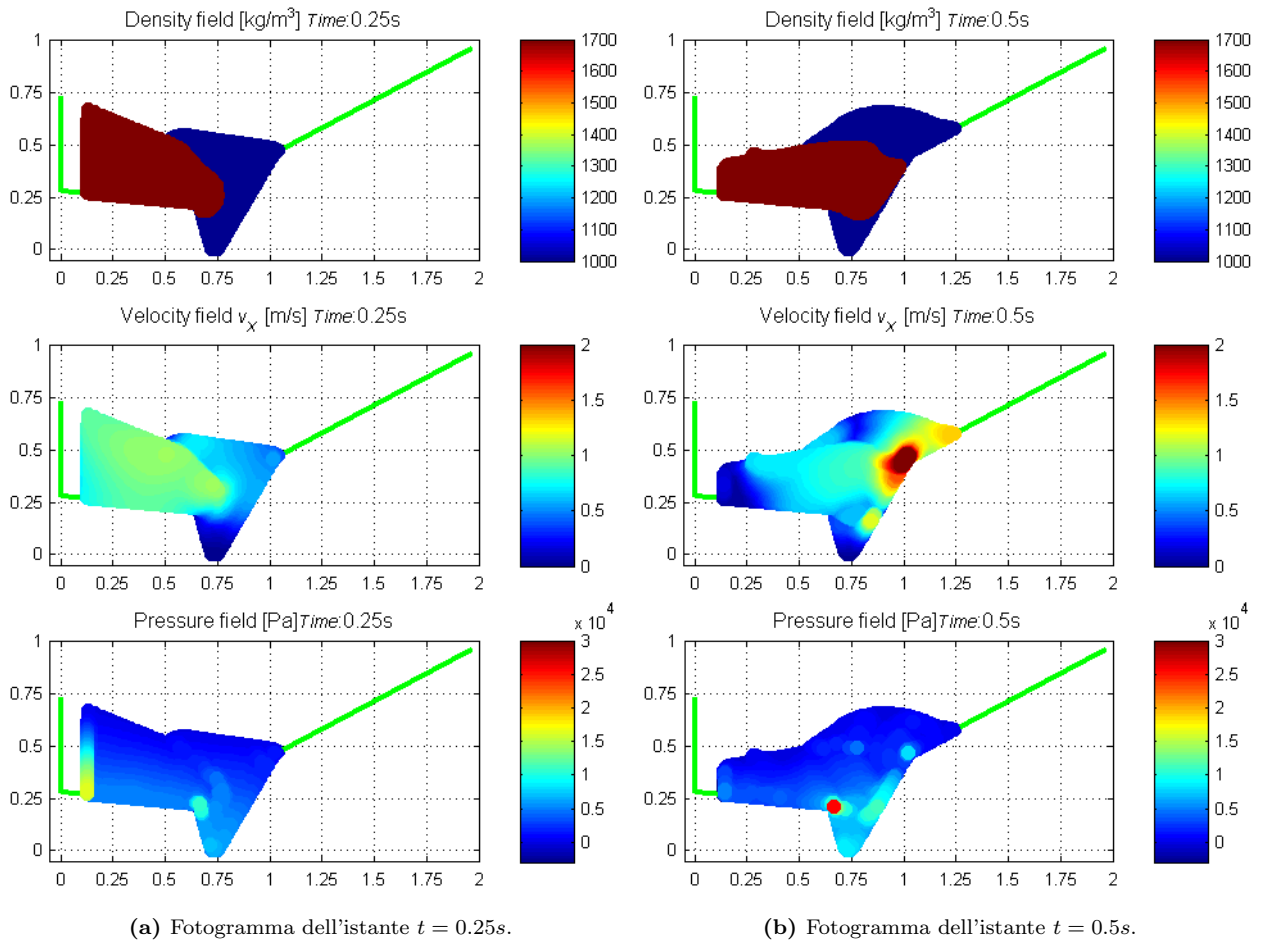


Figura 3.32: Risultati, a diversi istanti di tempo, della simulazione sul modello SPH in presenza della parete mobile.

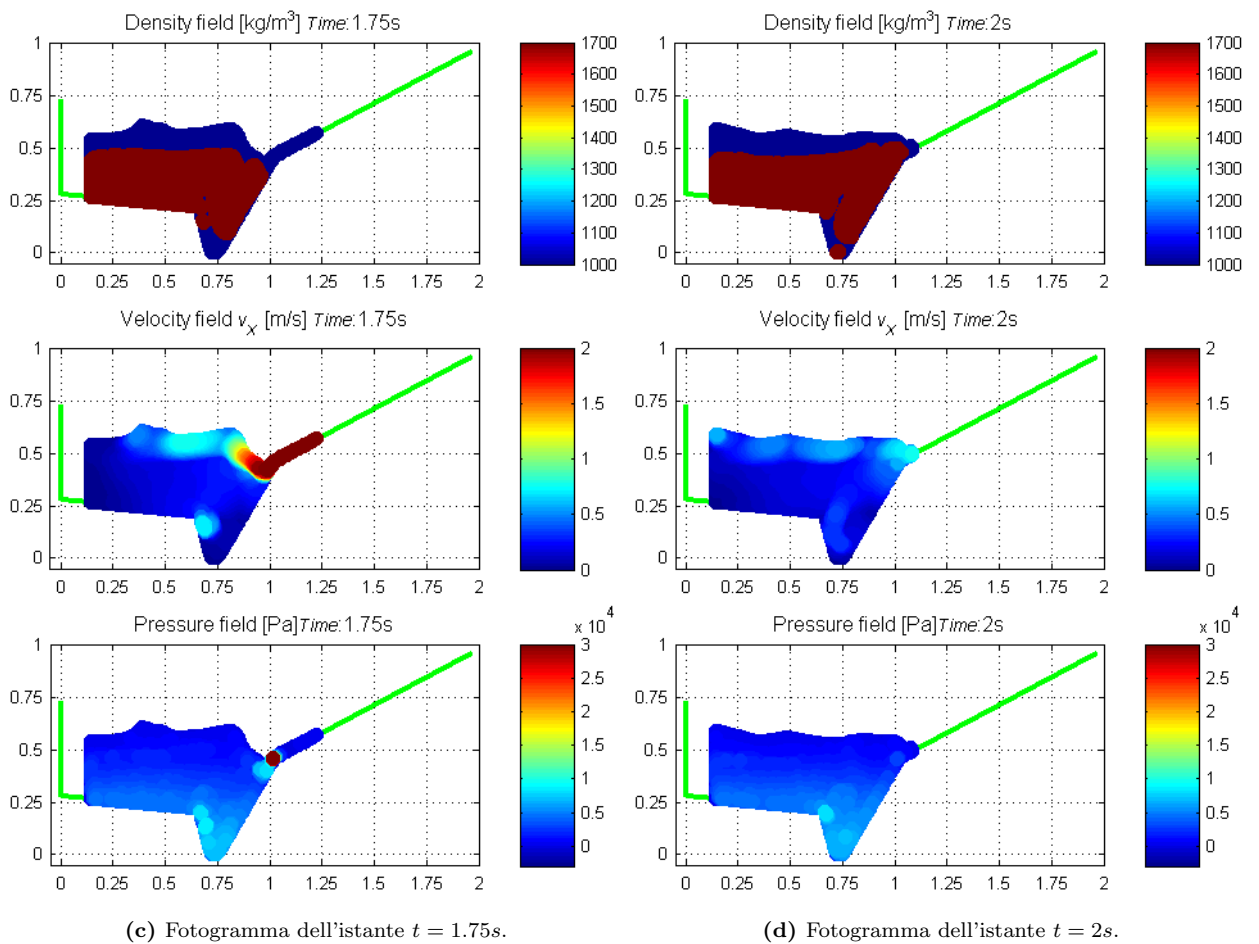
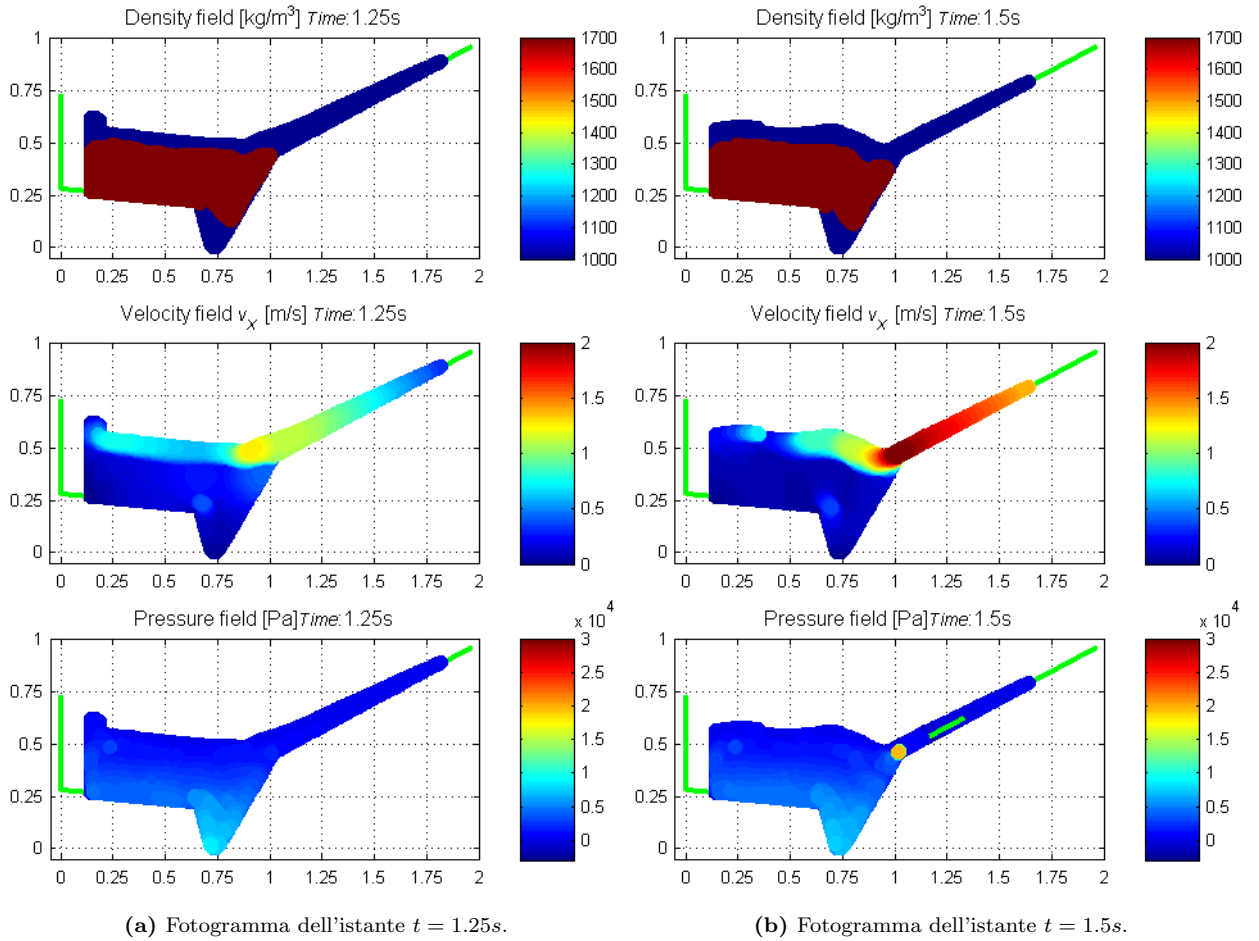


Figura 3.33: Risultati, a diversi istanti di tempo, della simulazione sul modello SPH in presenza della parete mobile.

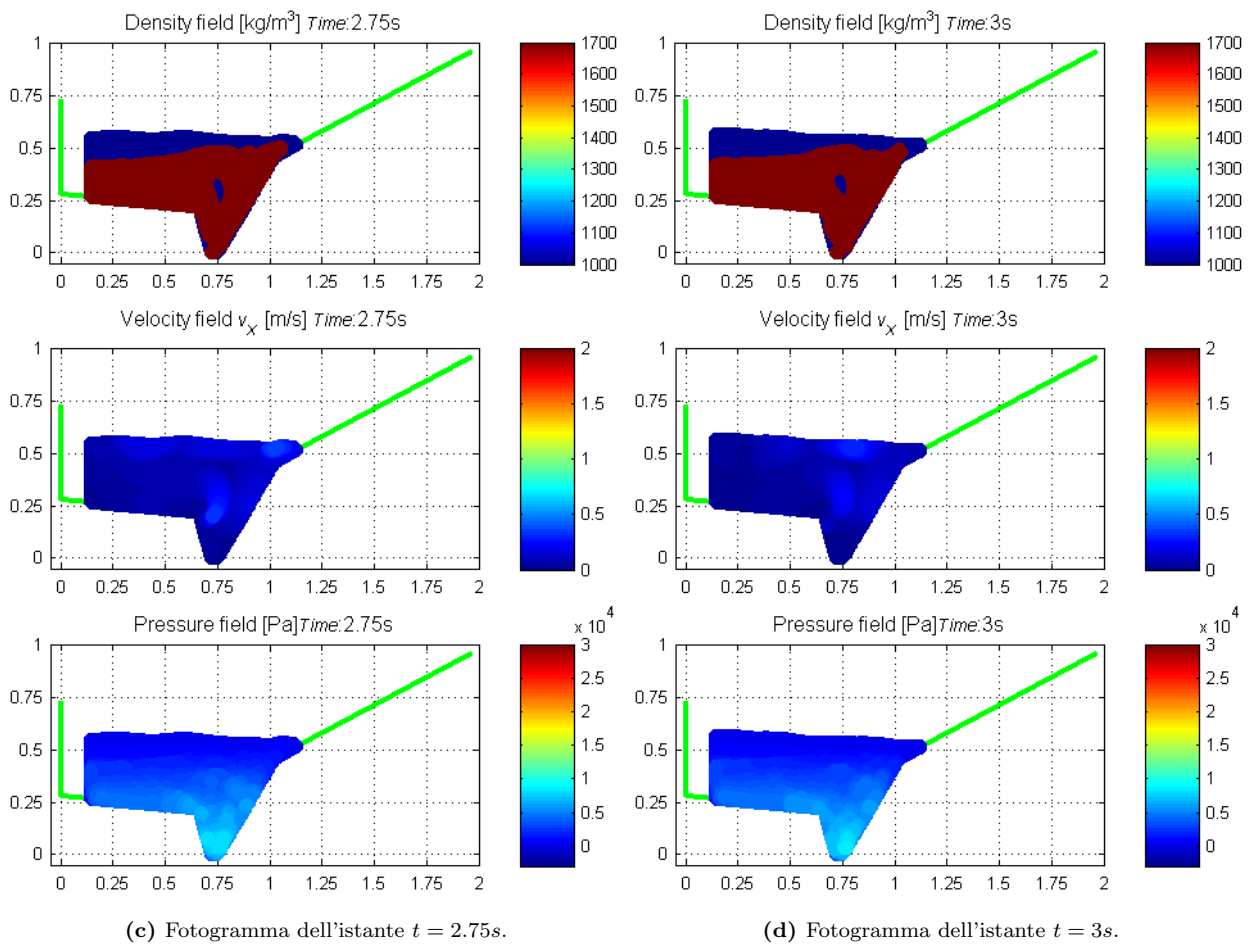
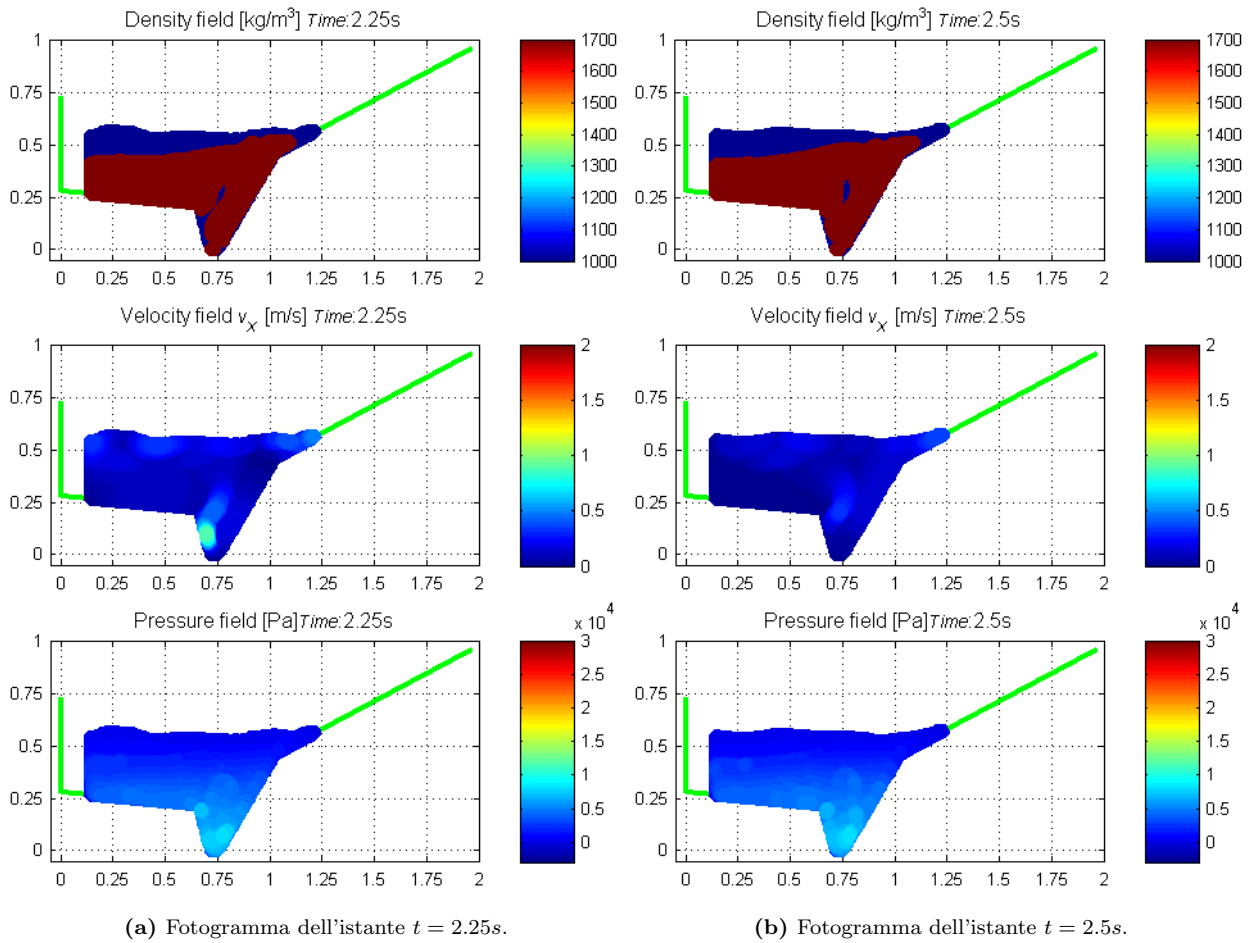


Figura 3.34: Risultati, a diversi istanti di tempo, della simulazione sul modello SPH in presenza della parete mobile.

Dall'analisi dei risultati sopra esposti è possibile osservare che:

- nei fotogrammi riportati nelle Fig. 3.31a, 3.31b, 3.31c, 3.31d e 3.32a è possibile visualizzare l'avanzamento della parete ed il comportamento dei due fluidi conseguente a questo movimento. La velocità dell'ammasso di frana, inizialmente nulla, va aumentando fino a raggiungere valori prossimi ai 2m/s (Fig. 3.32a); la pressione subisce un innalzamento marcato in corrispondenza della parete mobile;
- all'istante $t = 0.5\text{s}$ si registra l'impatto della ghiaia contro la sponda destra e la conseguente generazione dell'onda che in questo caso, rispetto a quanto riportato in Fig. 3.25a, possiede un'altezza maggiore dovuta alla maggior energia posseduta dal mezzo granulare. Le velocità raggiungono valori dell'ordine dei 2m/s lungo la sponda destra e le pressioni subiscono un aumento sia nella zona d'impatto sia in quella posta alla convergenza tra il piano di scorrimento della frana e l'inizio della sponda sinistra della forra. Anche in questo caso, come accadeva in presenza della sola forza di gravità, il materiale granulare tende ad intrappolare l'acqua nel fondo del bacino; questo fenomeno è probabilmente attribuibile al fatto che il comportamento reologico della frana è modellato come un fluido;
- la Fig. 3.32c evidenzia la risalita dell'onda lungo la sponda destra, le velocità massime sono dell'ordine dei 1.25m/s ;
- tra gli istanti $t = 1\text{s}$ e $t = 1.25\text{s}$ si registra la massima risalita dell'onda. Il passo temporale con cui i risultati vengono stampati è di 0.05s , con questo intervallo di tempo è possibile osservare un valore massimo di risalita all'istante $t = 1.1\text{s}$. Il valore ottenuto con questa nuova schematizzazione, come atteso, risulta superiore a quello riportato in Fig. 3.35, e risulta pari a $h_{MAX} = 0.895\text{m}$ cui corrisponde una quota reale di circa 917.5m s.l.m.m.

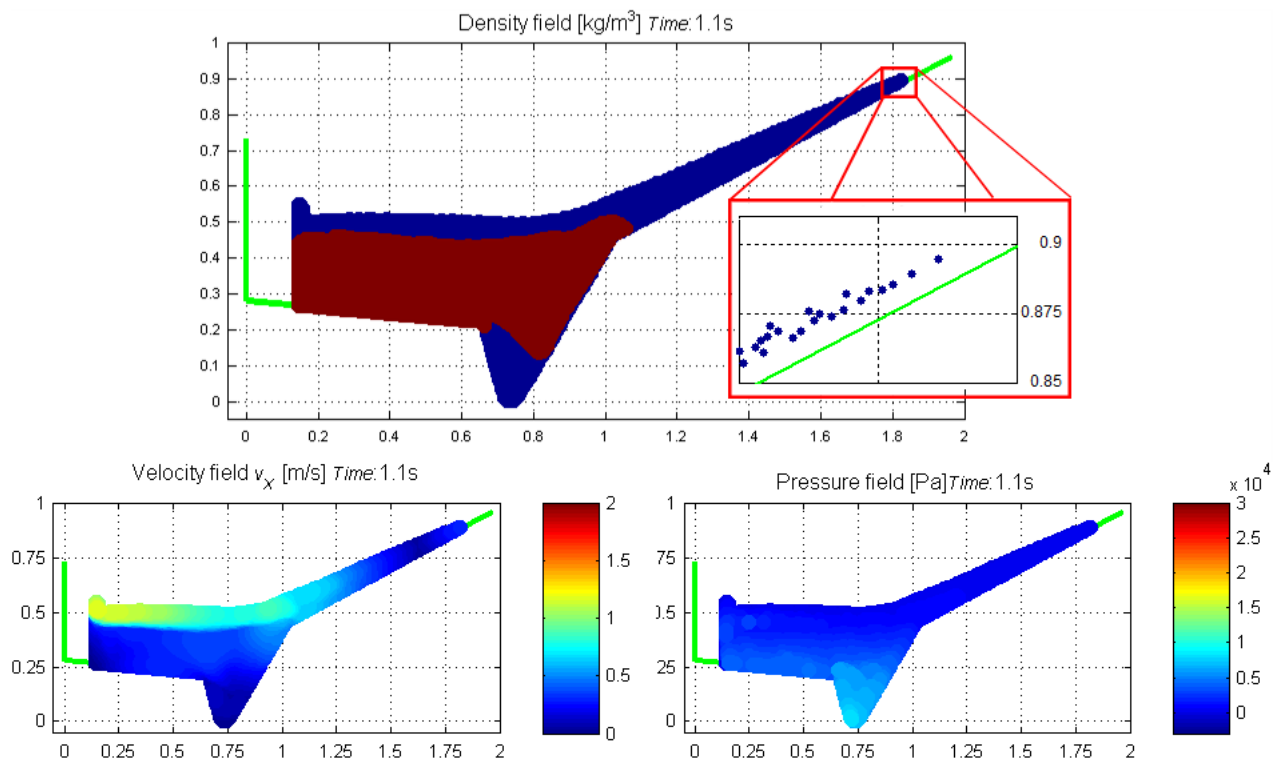


Figura 3.35: Massima risalita dell'onda in presenza di parete mobile; campi di densità, velocità e pressione.

- nella fase di ritorno (Fig. 3.33b e 3.33c) le velocità raggiunte dall'acqua lungo la sponda destra sono molto elevate ($2^m/s$) a causa dell'azione della forza di gravità; inoltre il materiale che simula la ghiaia inizia gradualmente a riempire il fondo del serbatoio, spingendo l'acqua verso l'alto (Figure dalla 3.33c alla 3.34d);
- dopo l'istante $t = 2s$ il fenomeno tende a smorzarsi e si registrano delle piccole oscillazioni di livello legate all'inerzia posseduta dai due fluidi.

3.4.5 Terzo modello: inserimento della reologia del materiale di frana nel primo modello

Nelle simulazioni precedentemente esposte la ghiaia è stata trattata come un fluido newtoniano, assumendo quindi un legame di proporzionalità diretta tra il tensore degli sforzi viscosi e il tensore delle velocità di deformazione. Questa schematizzazione è differente dal comportamento reale del mezzo granulare; pertanto, al fine di ottenere una simulazione fisicamente più consona, è stata introdotta una legge reologica di tipo non lineare trattando il fluido come pseudoplastico: la sua viscosità quindi si riduce all'aumentare della velocità di deformazione ($\dot{\epsilon}$), come mostrato dall'andamento della curva di flusso in Fig. 3.36. A differenza dei fluidi newtoniani, il reogramma ha un andamento curvilineo e quindi non è possibile esprimere con un unico valore la viscosità del fluido.

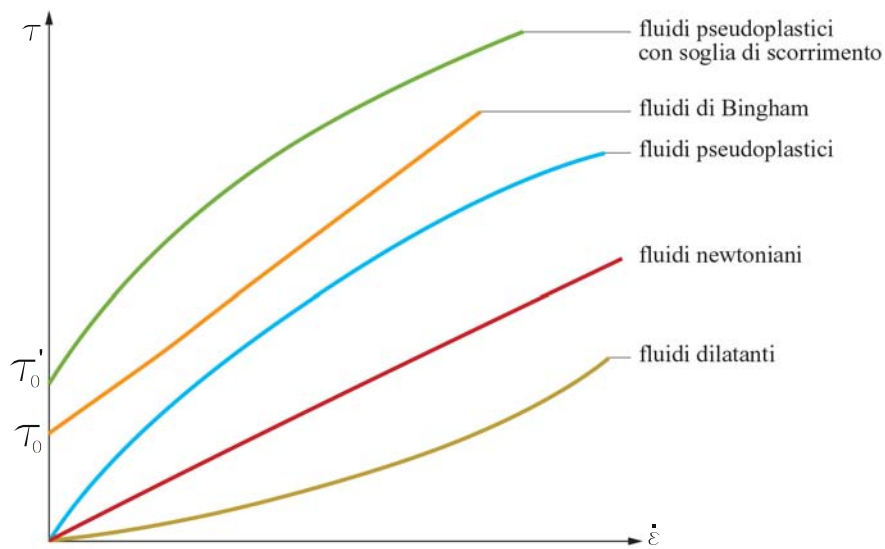


Figura 3.36: Comportamento reologico di differenti tipologie di fluidi.

La reologia del materiale di frana è stata implementata nel codice SPH seguendo la schematizzazione proposta da *G. Chambon et al* (2011) per la simulazione di flussi granulari a superficie libera. Questa rappresentazione implementa una legge costitutiva (Eq. 3.25), proposta da Poliquen, Jop, Forterre (2007) (in seguito definita con l'acronimo PJF), che ipotizza una proporzionalità, dovuta all'attrito, tra sforzo normale e tangenziale tra i grani solidi ma con una dipendenza della velocità di deformazione dal coefficiente di attrito (il che equivale all'introduzione di una viscosità apparente del materiale granulare η_a).

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{ij} = 0 & \text{se } |\tau| > \mu_s P \\ \tau_{ij} = \frac{\mu(I)P}{|\dot{\epsilon}|} \dot{\epsilon}_{ij} & \text{se } |\tau| \leq \mu_s P \end{cases} \quad (3.25)$$

dove con P viene indicata la pressione, $|\dot{\varepsilon}|$ e $|\tau|$ rappresentano rispettivamente il secondo invariante dei tensori $\dot{\varepsilon}$ e τ (Eq. 3.26), le quantità μ_s e $\mu(I)$ designano il coefficiente di attrito statico e dinamico (Eq. 3.27) e l'espressione $\frac{\mu(I)P}{|\dot{\varepsilon}|}$ rappresenta la viscosità apparente η_a .

$$|\dot{\varepsilon}| = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}}{2}} \quad (3.26)$$

$$|\tau| = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} \tau_{ij} \tau_{ij}}{2}}$$

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_l - \mu_s}{\frac{I_0}{I} + 1} \quad \text{dove} \quad I = \frac{2|\dot{\varepsilon}|d}{\sqrt{\frac{P}{\rho P}}} \quad (3.27)$$

La legge sforzi-deformazioni proposta da *G. Chambon et al* (2011) modifica il modello PJF, riportato nell'Eq. 3.25, introducendo un valore di soglia (η_t) della viscosità apparente, superato il quale il materiale si comporta come un fluido newtoniano con viscosità pari a η_t (Eq. 3.28).

$$\begin{cases} \tau_{ij} = 2\eta_t \dot{\varepsilon}_{ij} & \text{se} \quad \frac{\mu_s P}{2|\dot{\varepsilon}|} > \eta_t \\ \tau_{ij} = \frac{\mu(I)P}{|\dot{\varepsilon}|} \dot{\varepsilon}_{ij} & \text{se} \quad \frac{\mu_s P}{2|\dot{\varepsilon}|} \leq \eta_t \end{cases} \quad (3.28)$$

La formulazione adottata nel codice per il calcolo del tensore τ rappresenta una semplificazione di quella suggerita da *Chambon* (Eq. 3.28): essa presenta una dipendenza lineare tra sforzo di taglio e velocità di deformazione anche quando la viscosità apparente è inferiore al valore di soglia come illustrato nell'Eq. 3.29.

$$\begin{cases} \tau_{ij} = 2\eta_t \dot{\varepsilon}_{ij} & \text{se} \quad \frac{\mu_s P}{2|\dot{\varepsilon}|} > \eta_t \\ \tau_{ij} = 20\eta_t \dot{\varepsilon}_{ij} & \text{se} \quad \frac{\mu_s P}{2|\dot{\varepsilon}|} \leq \eta_t \end{cases} \quad (3.29)$$

L'adozione di questa legge sforzi-deformazioni equivale ad approssimare la curva che definisce il comportamento di un fluido pseudoplastico attraverso due spezzate, come riportato in Fig. 3.37.

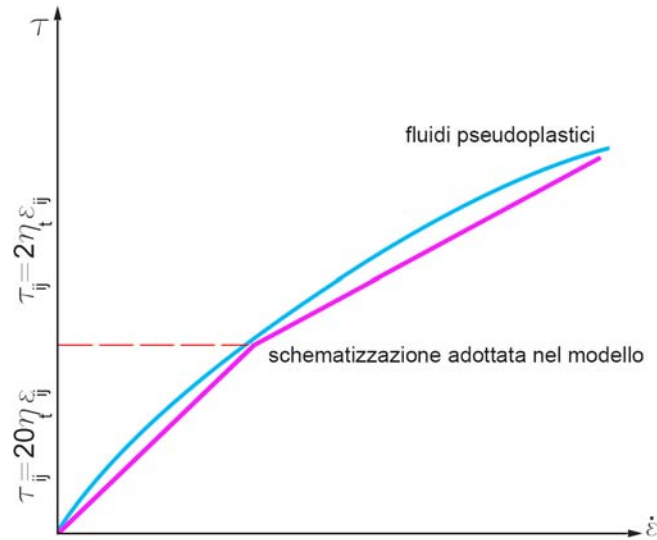


Figura 3.37: Approssimazione del legame costitutivo adottato nel modello.

Per poter introdurre nel codice la legge sforzi-deformazioni illustrata nell'Eq. 3.29 è stato necessario apportare alcune modifiche al modello descritto nel paragrafo 3.4.1, le principali hanno

riguardato:

- l'adeguamento dell'equazione di conservazione della quantità di moto (Eq. 2.27) relativa al materiale granulare, che assume la forma riportata nell'Eq. 3.30:

$$\left\langle \frac{Du_k}{Dt} \right\rangle_i = \frac{du_{a,l}}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j - \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_{i,l}} + \sum_{j=1}^N \sum_k m_j \left(\frac{\tau_{i,lk}}{\rho_i^2} + \frac{\tau_{j,lk}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_{i,k}} + g_l \quad (3.30)$$

- la discretizzazione delle componenti del tensore della velocità di deformazione, coerentemente alla formulazione SPH:

$$\dot{\epsilon}_{i,lk} = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_i} \left(u_{ij,l} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_{i,k}} + u_{ij,k} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_{i,l}} \right) \quad (3.31)$$

Il codice così ottenuto è stato utilizzato per la simulazione del fenomeno franoso in presenza della sola forza di gravità; i valori dei parametri impegnati sono riportati in Tab. 3.6.

PARAMETRO	SIMBOLO	UNITÀ DI MISURA	VALORE
Celerità de suono	C_s	[m/s]	40
Viscosità di soglia	η_t	[Pa]	3.50
Ceff. attrito statico	μ_s	-	0.38

Tabella 3.6: Valori dei parametri utilizzati nel file di input nel terzo modello.

3.4.6 Risultati delle simulazioni

In questa sezione vengono riportati ed analizzati i risultati delle simulazioni ottenute impiegando il codice descritto nel paragrafo 3.4.5; come di consueto i fotogrammi illustrano i campi di densità, velocità e pressione disponendoli, secondo quest'ordine, in colonne suddivise in base all'istante di tempo a cui si riferiscono.

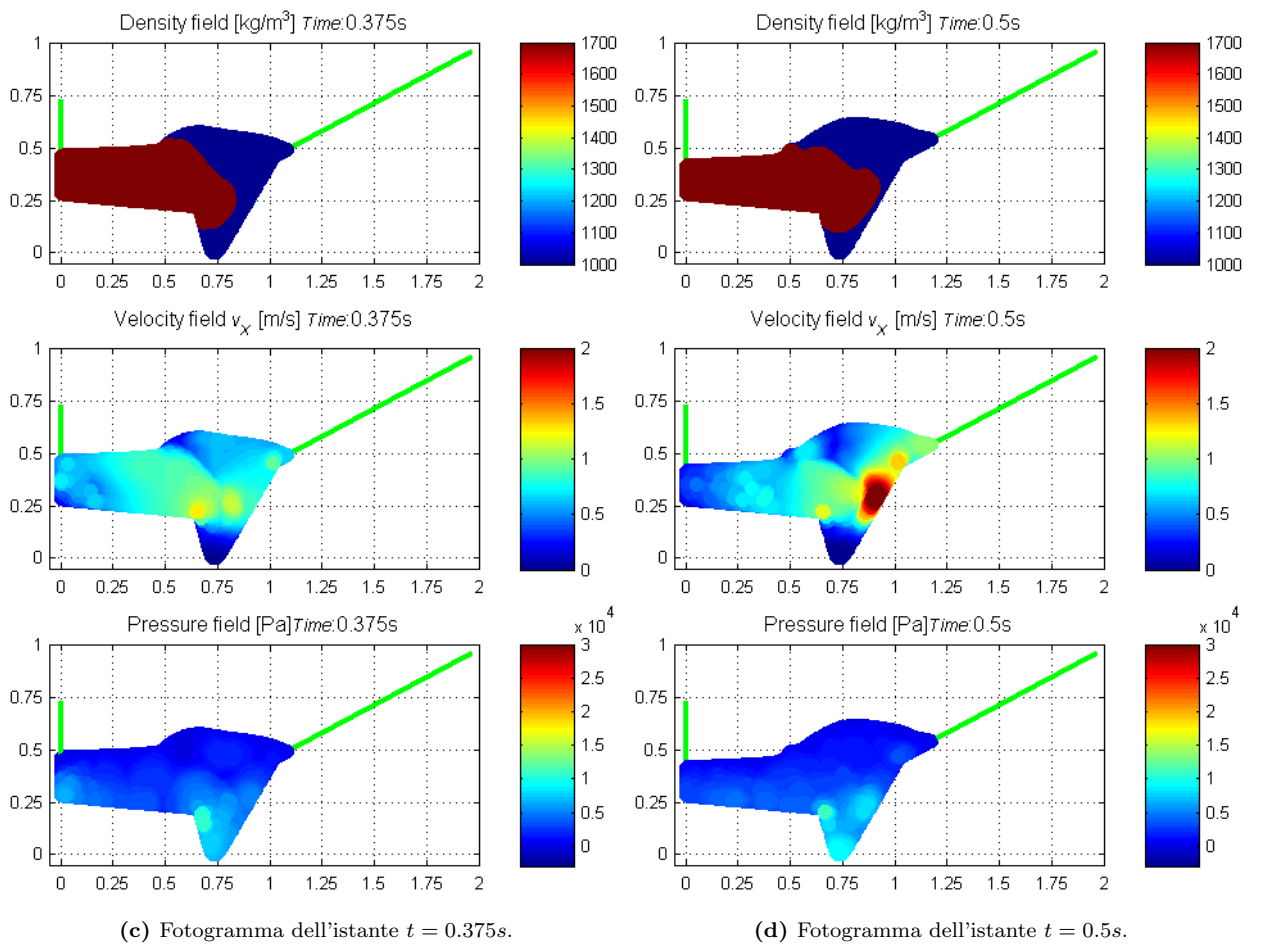
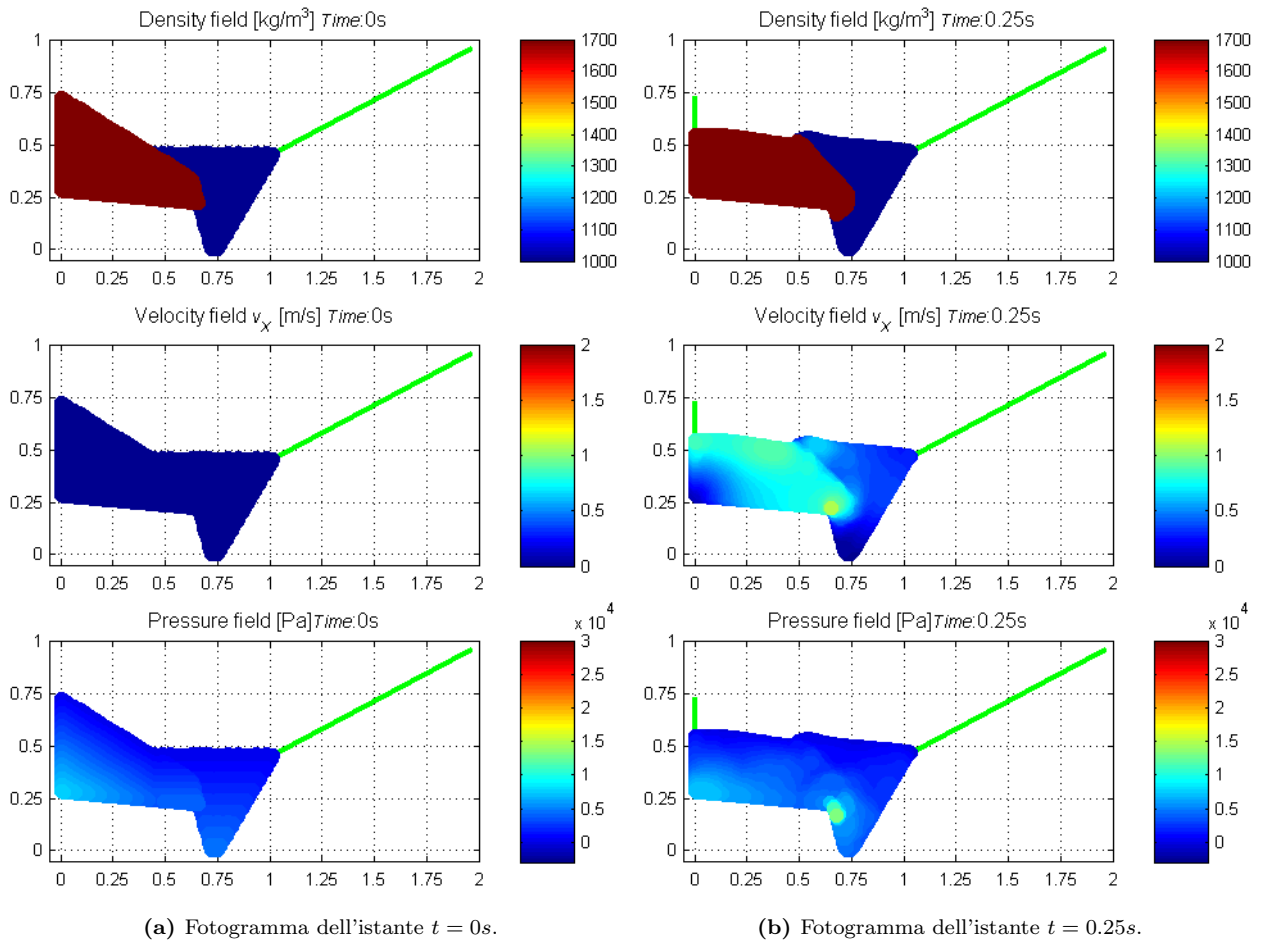
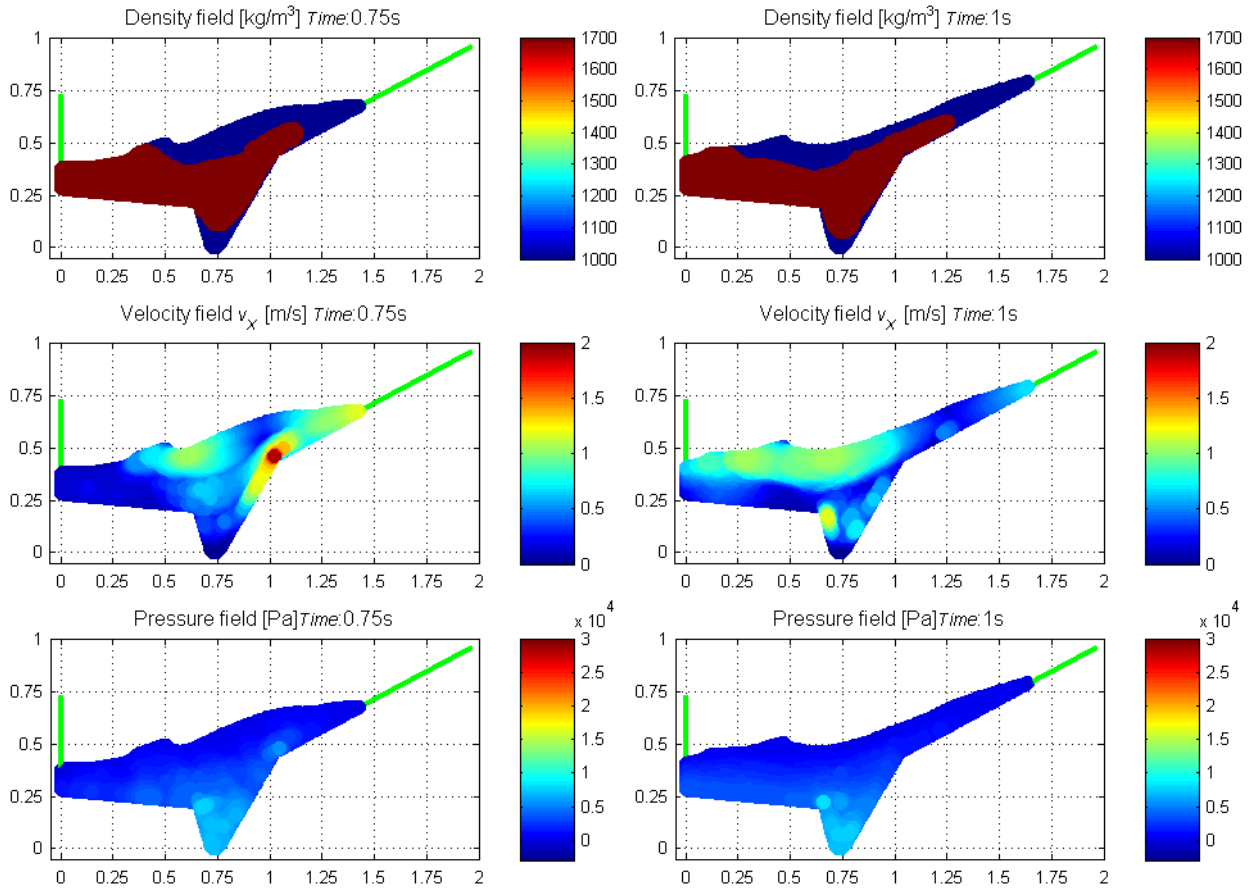
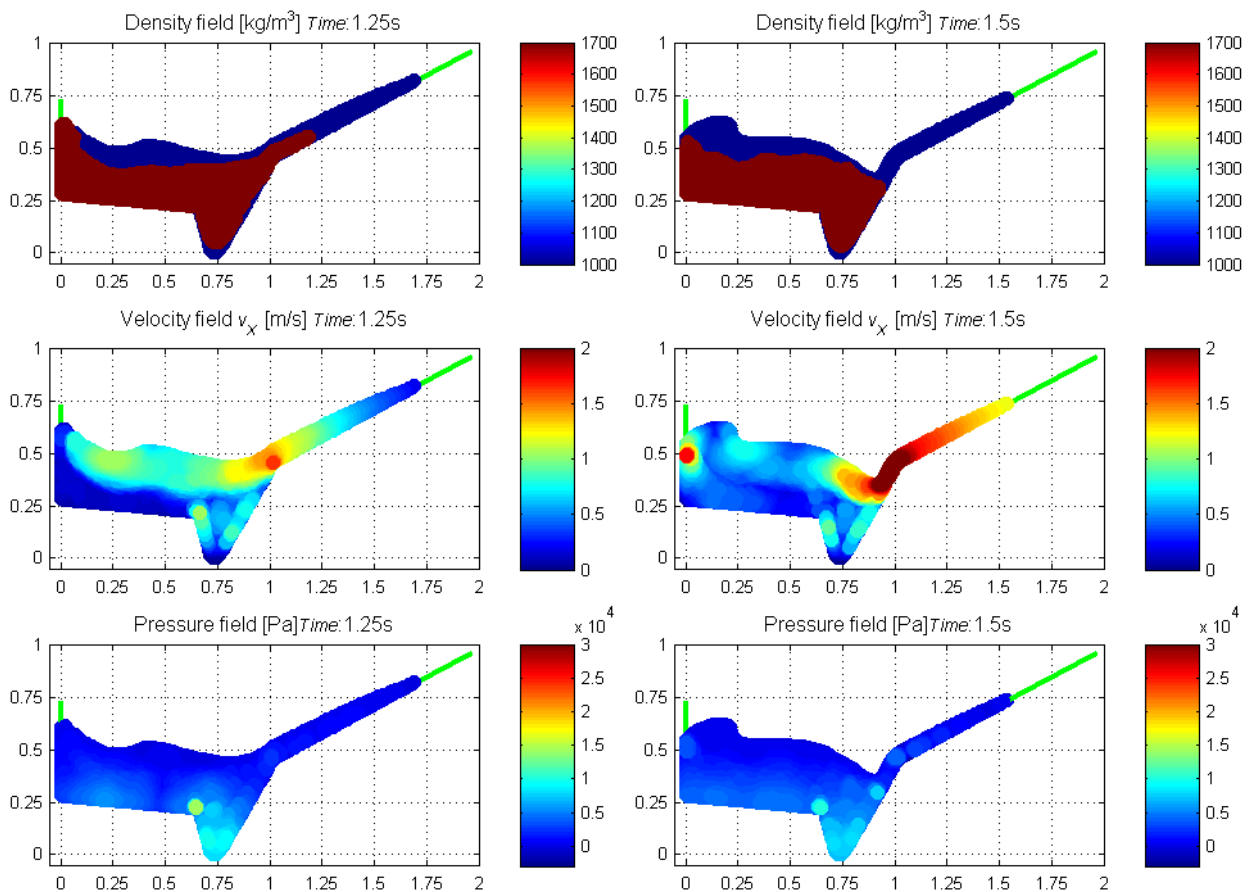


Figura 3.38: Risultati, a diversi istanti di tempo, delle simulazioni con l'introduzione della reologia del materiale di frana.



(a) Fotogramma dell'istante $t = 0.75s$.

(b) Fotogramma dell'istante $t = 1s$.



(c) Fotogramma dell'istante $t = 1.25s$.

(d) Fotogramma dell'istante $t = 1.5s$.

Figura 3.39: Risultati, a diversi istanti di tempo, delle simulazioni con l'introduzione della reologia del materiale di frana.

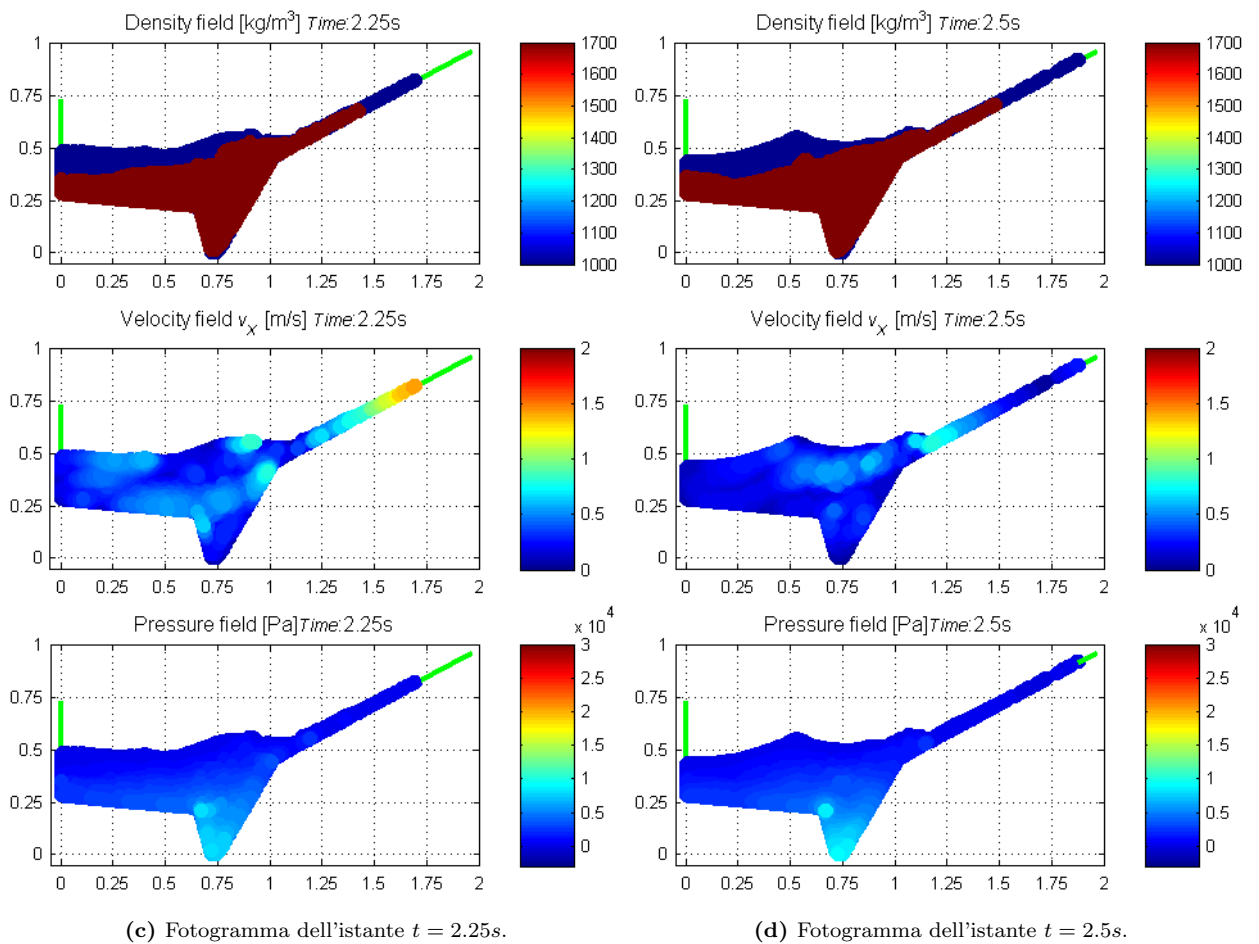
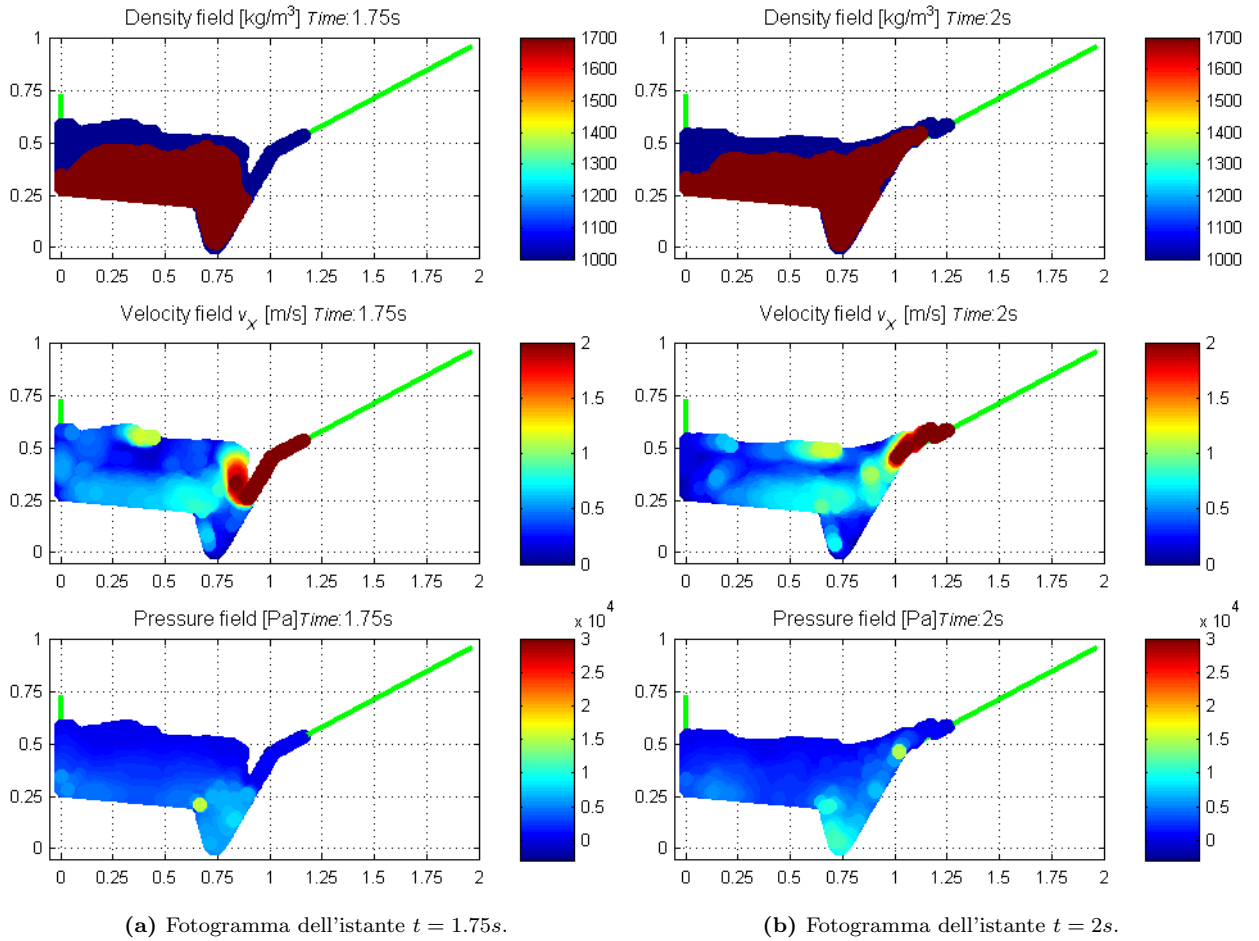


Figura 3.40: Risultati, a diversi istanti di tempo, delle simulazioni con l'introduzione della reologia del materiale di frana.

Dall'osservazione dei fotogrammi riportati in Fig.3.38 , 3.39 e 3.40 è possibile formulare le seguenti considerazioni:

- in Fig. 3.38b è possibile notare un comportamento del materiale di frana più aderente a quello reale, la ghiaia infatti inizia a cadere verso il fondo risentendo maggiormente della gravità rispetto a quanto non accadesse precedentemente (Fig. 3.24b). Sempre con riferimento all'istante $t = 0.25s$ si registra un aumento delle velocità dell'ammasso franoso che raggiungono valori dell'ordine del $1m/s$, le pressioni presentano invece una discontinuità nel punto terminale del piano di scorrimento della frana, come accade anche nei casi riportati nelle Fig. 3.24b e 3.32a;
- all'istante $t = 0.35s$ il materiale di frana comincia a riempire la parte più profonda dell'invaso diversamente da quanto accadeva nelle simulazioni precedenti in cui la ghiaia era schematizzata come un fluido newtoniano. Dall'osservazione della Fig. 3.38c è possibile notare anche l'inizio della formazione dell'onda generata dalla caduta del materiale granulare;
- all'istante $t = 0.5s$ (Fig. 3.38d) si registra l'impatto dell'ammasso di frana contro la sponda destra che provoca un notevole aumento della velocità delle particelle disposte lungo tale sponda (valori dell'ordine dei $2m/s$). Le pressioni presentano invece un andamento più omogeneo;
- nelle Fig. 3.39a e 3.39b è possibile osservare la propagazione e la risalita dell'onda lungo la parete destra del serbatoio, il campo delle velocità mantiene valori massimi elevati ed il materiale di frana all'istante $t = 1s$ ha praticamente riempito l'invaso;
- al tempo $t = 1.25s$ inizia la fase di ritorno dell'onda, pertanto il valore massimo di risalita si posiziona tra i fotogrammi di Fig. 3.39b e Fig. 3.39c. In questo caso l'intervallo di tempo con cui sono stati stampati i risultati a video è pari a $0.025s$, con questa precisione è possibile osservare il valore massimo dell'altezza dell'onda, al tempo $t = 1.2s$, pari a $h_{MAX} = 0.825m$ cui corrisponde nella realtà la quota $882.5m$ s.l.m.m. (Fig. 3.41);

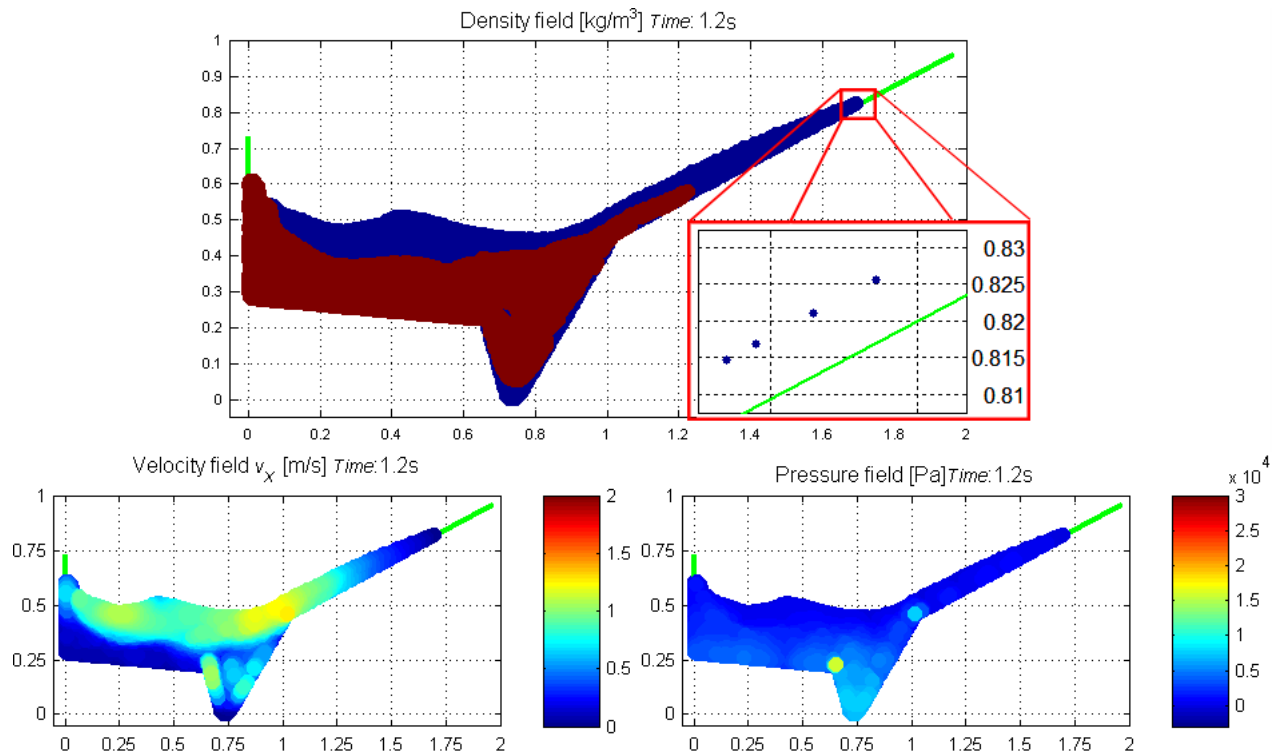


Figura 3.41: Massima risalita dell'onda introducendo la reologia del materiale di frana ; campi di densità, velocità e pressione.

- al tempo $t = 1.5s$ si verifica un notevole aumento delle velocità possedute sia dalle particelle che ridiscendono la sponda destra (effetto dovuto all'azione della forza di gravità) sia da quelle che impattano lungo la parete sinistra durante la fase di ritorno, come evidenzia la Fig. 3.39d;
- negli istanti $t = 1.75s$ e $t = 2s$ si esaurisce la fase di ritorno dell'onda, le velocità lungo la parete destra sono ancora notevoli e la distribuzione delle pressioni è uniforme;
- in Fig. 3.40c e 3.40d si osserva l'inizio di una nuova fase di risalita dell'onda lungo la sponda destra, in questo caso il fenomeno risulta di minor entità poichè parte dell'energia posseduta dal sistema è stata dissipata.

3.5 Confronto tra i risultati ottenuti sperimentalmente e quelli generati dalle simulazioni

In questo paragrafo vengono posti a confronto i risultati ottenuti nelle esperienze di laboratorio con quelli generati dai tre modelli numerici, al fine di verificarne la corrispondenza. Nello specifico si vogliono analizzare le seguenti grandezze fisiche:

- l'altezza di risalita massima raggiunta dall'onda;
- il tempo al quale si registra l'altezza massima;
- le massime velocità raggiunte dall'ammasso franoso.

Nelle prove svolte all'Istituto di Idraulica, come descritto nel paragrafo 1.2.4, il tempo di caduta coincideva con la durata del traino del setto; gli sperimentatori inoltre avevano osservato che la massima risalita si verificava al termine della corsa, ovvero quando il materiale franato raggiungeva la configurazione finale; per questo motivo nel discutere i risultati ottenuti attraverso le simulazioni si farà riferimento all'istante temporale in cui si registra l'altezza massima dell'onda.

Nel primo modello del bacino del Vajont sviluppato in questo lavoro di tesi (paragrafo 3.4.1) l'unica forza motrice agente era quella gravitazionale ed i due materiali (acqua e ammasso di frana) erano schematizzati come fluidi newtoniani. La simulazione ottenuta con l'impiego di questo codice ha fornito i valori riportati nella prima riga della Tab. 3.7. La massima risalita dell'onda è pari a $845m$ s.l.m.m. ed avviene all'incirca all'istante $t = 1.1s$; questo valore si avvicina molto a quello registrato nel laboratorio di Padova nella PROVA N° 60 (seconda riga della Tab. 3.7) in cui, con un tempo di traino pari a $t \cong 0.8s$ venne raggiunta una sopraelevazione massima $h_{MAX} = 850m$ s.l.m.m.

Le velocità in gioco nei due casi risultano però profondamente differenti, infatti nelle simulazioni l'ammasso di frana raggiunge valori dell'ordine di $1m/s \simeq 80km/h$ mentre nelle prove sperimentali i valori registrati sono di circa $0.6m/s \simeq 50km/h$. Questa discordanza probabilmente è da imputarsi principalmente a due fattori:

1. il diverso volume di frana movimentato nei due modelli: contrariamente al modello numerico, quello di laboratorio non era propriamente bidimensionale in quanto si estendeva per una profondità di $0.60m$. Inoltre la geometria inserita nel codice, a causa della mancanza di dati, non riproduce l'intera estensione del modello fisico, come illustrato in Fig. 3.42. Per questi motivi il volume riprodotto nel modello numerico risulta inferiore. Poichè la massima risalita dell'onda ottenuta con entrambi i modelli è molto simile, anche l'energia deve risultare confrontabile pertanto essendo il volume impiegato nel codice minore, la velocità deve necessariamente essere maggiore;
2. l'assenza di un adeguato legame costitutivo per simulare il comportamento della ghiaia nel modello numerico. Riprodurre il materiale granulare come un fluido newtoniano comporta una minor dissipazione di energia, le particelle solide infatti non entrano in acqua con un fronte compatto ma penetrano gradualmente. Inoltre questa schematizzazione non consente di simulare correttamente le deformazioni subite dall'ammasso.

Va precisato che questo confronto è solamente qualitativo, poichè nel modello fisico-idraulico alla ghiaia era impresso un movimento istantaneo, mentre nel caso riprodotto dalla simulazione il moto della frana avviene soltanto per effetto della forza di gravità.

		MODELLO				REALTÀ			
		h_{MAX} (m)	t (sec)	v_x (m/s)	v_x (km/h)	h_{MAX} (m)	t (sec)	v_x (m/s)	v_x (km/h)
SIM	SOLO GRAVITÀ	0.75	1.10	1.00	3.60	845	24.60	22.36	80.50
EXP	PROVA 60	0.76	1.35	0.59	2.13	850	30.20	13.25	47.68

Tabella 3.7: Confronto tra i risultati ottenuti col primo modello SPH, in cui agisce la sola forza di gravità, e quelli della PROVA N 60 eseguita sul modello fisico.

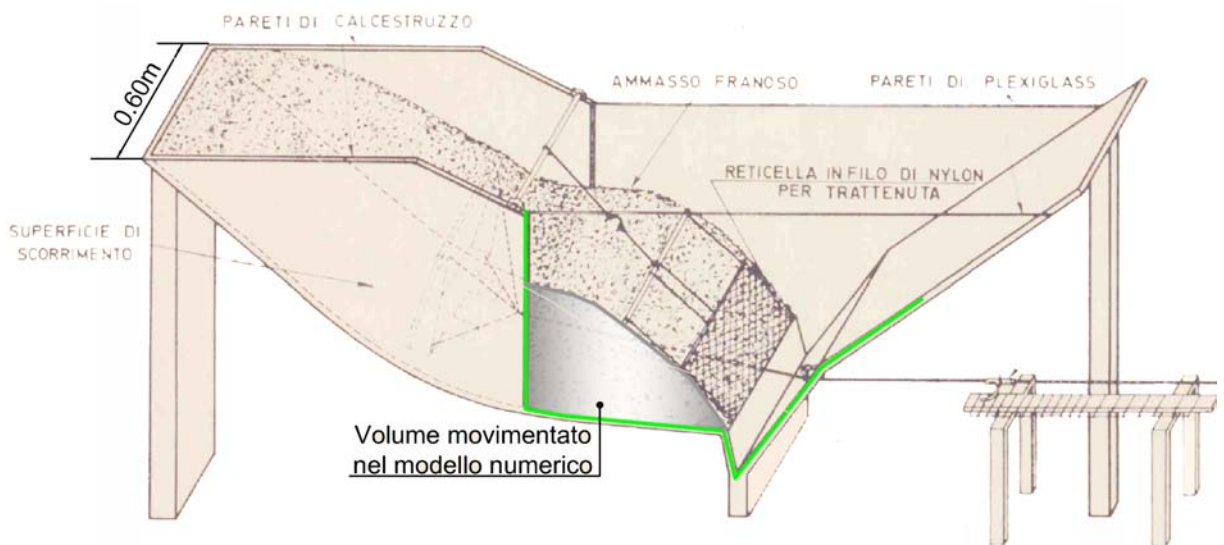


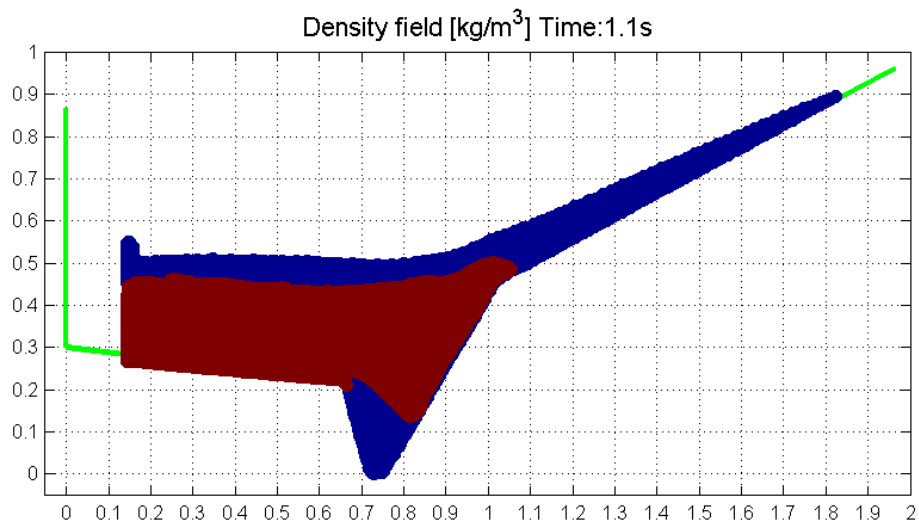
Figura 3.42: Differenza tra il volume di frana adottato nel modello numerico ed in quello fisico.

Nel secondo modello SPH è stata introdotta la parete mobile per riprodurre la caduta dell'ammasso franso in modo analogo a quanto eseguito negli esperimenti di laboratorio; la simulazione ottenuta con questo codice ha fornito un valore della massima risalita dell'onda pari a $h_{MAX} = 917.5m$ s.l.m.m. registrato all'istante $t = 1.1s$ (prima riga della Tab. 3.8). Questo risultato si avvicina molto a quello ottenuto nella PROVA N° 59, la più gravosa tra quelle sperimentate su modello fisico-idraulico, in cui l'onda raggiunse quota $h_{MAX} = 938m$ s.l.m.m. con un tempo di tiro $t = 0.85s$ (seconda riga della Tab. 3.8). Utilizzando la parete mobile è possibile ricreare un movimento impulsivo e compatto dell'ammasso di frana e ridurre l'influenza della forza gravitazionale, che altrimenti risulterebbe predominante. Le velocità massime raggiunte dalla ghiaia nei due modelli in questo caso sono confrontabili tra loro e si posizionano su valori dell'ordine degli $80km/h$ (Tab. 3.8); questi risultati si avvicinano a quelli che presumibilmente si sono verificati durante la catastrofe, stimati in un range tra gli 80 e i $100km/h$.

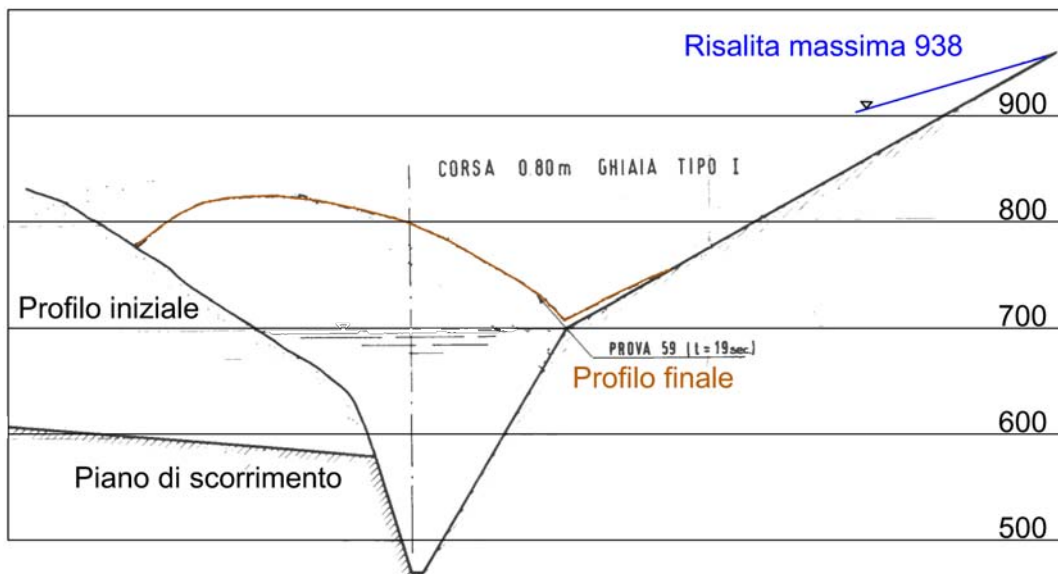
Dall'osservazione della Fig. 3.43 è possibile notare che la disposizione dell'ammasso di frana all'istante $t = 1.1s$ ottenuto con la simulazione (Fig. 3.43a) non rispecchia quello raggiunto nel modello fisico al termine del traino (Fig. 3.43b); questa discordanza probabilmente è da imputarsi in parte all'ipotesi di trattare il materiale di frana come un fluido newtoniano e in parte al diverso volume di frana che viene mobilitato nei due modelli (Fig. 3.42).

		MODELLO				REALTÀ			
		h_{MAX} (m)	t (sec)	v_x (m/s)	v_x (km/h)	h_{MAX} (m)	t (sec)	v_x (m/s)	v_x (km/h)
SIM	PARETE MOBILE	0.895	1.10	1.00	3.60	917.5	24.60	22.36	80.50
EXP	PROVA 59	0.936	0.85	0.95	3.41	938.0	18.90	21.16	76.19

Tabella 3.8: Confronto tra i risultati ottenuti col secondo modello SPH, in cui è presente la parete mobile, e quelli della PROVA N 59 eseguita sul modello fisico.



(a) Disposizione del profilo dell'ammasso di frana all'istante $t = 1.1s$ e posizione della massima altezza di risalita raggiunta dall'onda utilizzando il codice in cui è stata inserita la parete mobile.



(b) Disposizione del profilo finale dell'ammasso di frana e posizione della massima altezza di risalita raggiunta dall'onda nella PROVA N 59.

Figura 3.43: Confronto tra i risultati ottenuti utilizzando il modello SPH con parete mobile e la PROVA N 59 eseguita su modello fisico.

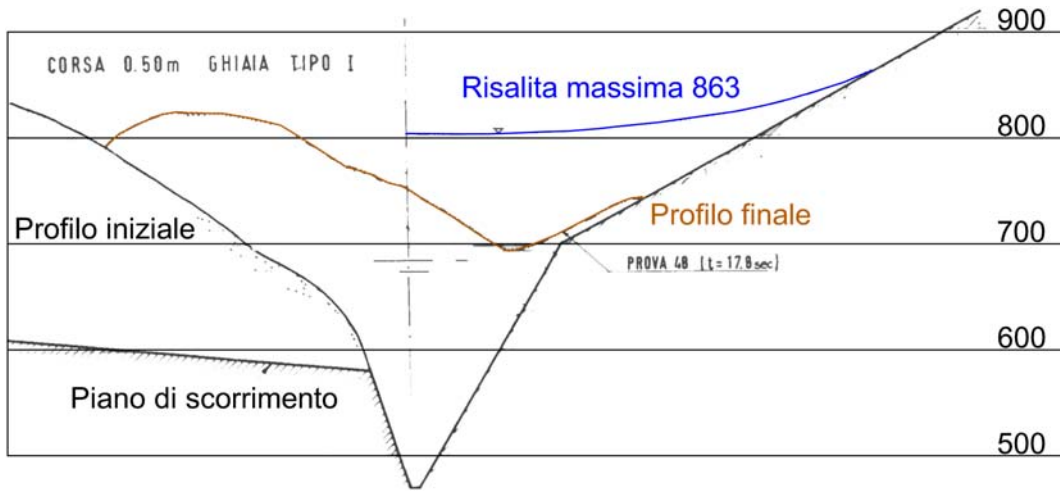
Nel terzo modello SPH è stata introdotta la reologia del materiale di frana, così da rendere il comportamento della ghiaia più aderente alla realtà, mentre il moto dell'ammasso avviene solamente per gravità. Attraverso questo codice si è raggiunto, all'istante $t = 1.2s$, un sovrizzo massimo di $h_{MAX} = 882.5m$ s.l.m.m. che si avvicina a quello ottenuto nelle PROVE N° 133 e N° 48 nelle quali si sono toccate rispettivamente le altezze $h_{MAX} = 865m$ s.l.m.m. con tempo di traino $t = 1.14s$, e $h_{MAX} = 863m$ s.l.m.m. con tempo di tiro $t = 0.79s$ (Tab. 3.9).

Confrontando i risultati ottenuti nelle simulazioni col primo e col terzo modello SPH è possibile osservare che l'introduzione della reologia del materiale di frana ha comportato l'aumento sia della risalita dell'onda (di circa $40m$) sia della velocità di caduta della frana, che passa da valori dell'ordine del $1m/s \simeq 80km/h$ a circa $1.2m/s \simeq 100km/h$; inoltre i valori della velocità dell'ammasso di frana ottenuti con il terzo modello SPH risultano molto maggiori rispetto a quelli registrati nelle prove di laboratorio (nel confronto con la PROVA N° 133 sono quasi tripli, come riportato in Tab. 3.9.). Probabilmente anche in questo caso, così come accade nel primo modello SPH sviluppato, la differenza di volume del materiale di frana (Fig. 3.42) provoca questa marcata differenza nelle velocità: i tempi di caduta registrati nelle simulazioni e negli esperimenti infatti sono tra loro confrontabili così come le massime altezze di risalita, questo porta a pensare che gli elevati valori della velocità siano imputabili alla differenza tra i volumi mobilitati. Inoltre dall'osservazione della Fig. 3.44 è possibile notare come la disposizione del profilo finale ottenuta nelle prove di laboratorio (Fig. 3.44a e 3.44b) sia molto diverso da quella generata con il terzo modello SPH (Fig. 3.44c); va ricordato, analogamente a quanto detto nei commenti al primo modello, che nel codice adottato per questa simulazione l'ammasso di frana cade soltanto per l'azione della forza gravitazionale e pertanto i confronti con i risultati delle prove di laboratorio sono di tipo qualitativo.

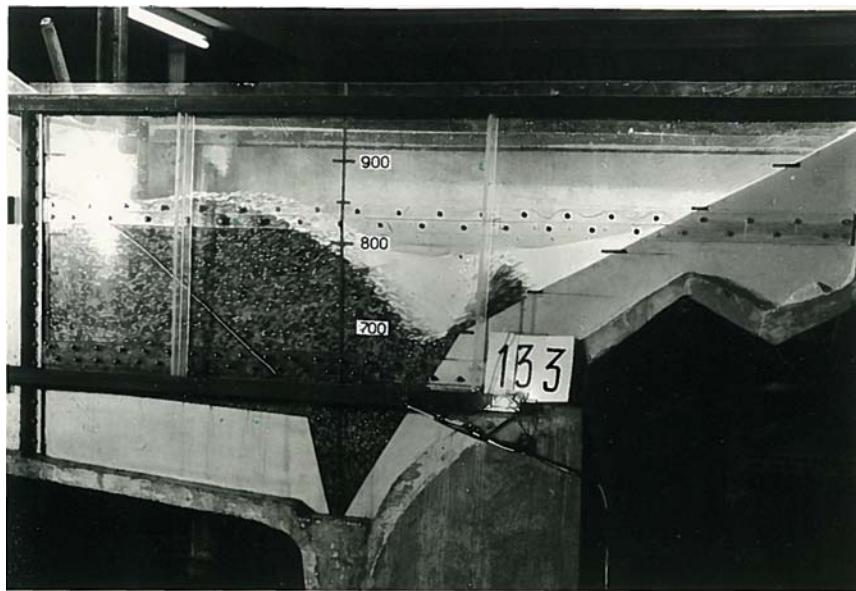
Dall'analisi degli esiti delle simulazioni è possibile osservare come il modello che maggiormente si avvicina a quanto sperimentato nel laboratorio dell'Istituto di Idraulica dell'Università di Padova sia quello in cui è presente la parete mobile (secondo modello SPH); in questo caso infatti tutte e tre le grandezze fisiche indagate risultano tra loro confrontabili. L'introduzione della parete mobile consente di simulare un movimento compatto ed istantaneo dell'ammasso rendendo predominante il contributo delle forze d'inerzia su quelle gravitazionali. Sembra quindi che la modalità con cui viene mobilitata la frana rivesta un ruolo di maggior importanza rispetto a quello svolto dalla reologia del materiale franoso, così come dimostrato dagli esperimenti svolti a Praga da L. Votruba (paragrafo 1.2.3). In futuro potrebbe essere interessante costruire un modello in cui all'introduzione della parete mobile venga affiancato un legame costitutivo per simulare il reale comportamento della ghiaia.

		MODELLO				REALTÀ			
		h_{MAX} (m)	t (sec)	v_x (m/s)	v_x (km/h)	h_{MAX} (m)	t (sec)	v_x (m/s)	v_x (km/h)
SIM	REOLOGIA GRAVITÀ	0.825	1.20	1.25	4.50	882.5	26.83	27.95	100.62
EXP	PROVA 133	0.790	1.14	0.44	1.58	865.0	25.40	9.84	35.43
	PROVA 48	0.786	0.79	0.64	2.29	863	17.60	14.20	51.14

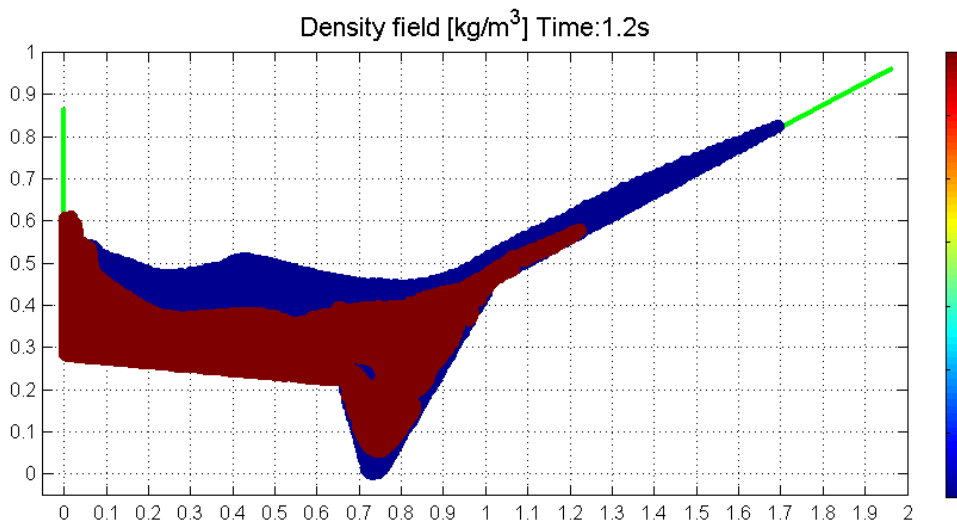
Tabella 3.9: Confronto tra i risultati ottenuti col terzo modello SPH, in cui è stata introdotta la reologia e la forza motrice agente è data dalla gravità, e quelli delle PROVE N 133 e 48 eseguite sul modello fisico.



(a) Disposizione del profilo finale dell'ammasso di frana e posizione della massima altezza di risalita raggiunta dall'onda nella PROVA N 48.



(b) Disposizione del profilo finale dell'ammasso di frana e posizione della massima altezza di risalita raggiunta dall'onda nella PROVA N 133.



(c) Disposizione del profilo dell'ammasso di frana all'istante $t = 1.2s$ e posizione della massima altezza di risalita raggiunta dall'onda utilizzando il codice in cui è stata inserita la parete mobile.

Figura 3.44: Confronto tra i risultati ottenuti utilizzando il modello SPH con l'introduzione della reologia del materiale di frana e le PROVE N 133 e 48 eseguite su modello fisico.

Capitolo 4

Conclusioni e sviluppi futuri

4.1 Conclusioni

In questo lavoro di tesi sono stati sviluppati, partendo da un codice per la risoluzione del problema di dambreak, tre differenti modelli bidimensionali del bacino del Vajont, basati sul metodo SPH.

Le simulazioni generate da questi modelli sono state confrontate con i risultati ottenuti nelle prove sperimentali eseguite nel laboratorio dell'Istituto di Idraulica dell'Università di Padova e hanno permesso di formulare le seguenti osservazioni:

1. il modello che sembra riprodurre meglio il fenomeno è quello in cui il movimento dell'ammasso di frana è provocato in modo compatto ed istantaneo attraverso l'introduzione della parete mobile, a cui viene imposta una velocità di $v_P = 0.25m/s$ per una durata $t_P = 0.25s$. L'altezza dell'onda ottenuta in questa simulazione raggiunge quota $917.5m$ s.l.m.m. all'istante $t = 1.1s$ e le velocità massime dell'ammasso di frana sono dell'ordine del $1m/s \simeq 80km/h$. Il valore del sovrizzo risulta paria a $\Delta h = 917.5 - 700 = 217.5m$ e si avvicina a quello registrato durante l'evento reale, infatti l'abitato di Casso, che si trova di fronte al versante franato, sorge a quota $950m$ s.l.m.m. e non è stato direttamente investito dall'onda. Inoltre anche le velocità registrate si avvicinano a quelle stimate per l'evento reale, che secondo vari autori sono comprese in un range che va dagli 80 ai $100km/h$. Questo risultato si avvicina molto a quello ottenuto nella PROVA N° 59 su modello fisico-idraulico, in cui l'onda raggiunse quota $h_{MAX} = 938m$ s.l.m.m. con un tempo di tiro $t = 0.85s$ (seconda riga della Tab. 3.8). Dall'osservazione della Fig. 3.43 è possibile notare inoltre che la disposizione dell'ammasso di frana all'istante $t = 1.1s$ ottenuto con la simulazione (Fig. 3.43a) non rispecchia quello raggiunto nel modello fisico al termine del traino (Fig. 3.43b); questa discordanza probabilmente è da imputarsi in parte all'ipotesi di trattare il materiale di frana come un fluido newtoniano e in parte al diverso volume di frana che viene mobilitato nei due modelli (Fig. 3.42).
2. l'introduzione della reologia del materiale di frana (terzo modello) migliora il comportamento della ghiaia, rendendolo più vicino a quello reale e provoca una risalita dell'onda all'istante $t = 1.2s$ pari a $h_{MAX} = 882.5m$ s.l.m.m.. Nella simulazione eseguita è possibile osservare una miglior riproduzione della disposizione del materiale di frana che arriva a riempire il fondo della forra del Vajont; questo non avviene invece nei casi in cui la ghiaia è trattata come un fluido newtoniano;
3. nei modelli in cui l'unica forza motrice è data dalla gravità le altezze di risalita massime risultano inferiori a quanto non accada nel modello in cui è stata introdotta la parete mobile. Sembrerebbe quindi che nel fenomeno studiato il contributo delle forze inerziali sia

predominante rispetto a quello dovuto alle componenti gravitazionali e a quello determinato dall'introduzione della reologia del materiale di frana. Ad una conclusione analoga giunse anche L. Votruba, perito di parte civile, in seguito ai risultati che ottenne dalle prove sperimentali svolte a Praga (paragrafo 1.2.3);

4. confrontando i risultati ottenuti nelle simulazioni col primo e col terzo modello SPH (in cui l'unica differenza è data dalla presenza del legame costitutivo del materiale di frana) è possibile osservare che l'introduzione della reologia del materiale ha comportato l'aumento sia della risalita dell'onda (di circa 40m) sia della velocità di caduta della frana, che passa da valori dell'ordine del $1\text{ m/s} \simeq 80\text{ km/h}$ a circa $1.2\text{ m/s} \simeq 100\text{ km/h}$; questi valori di velocità dell'ammasso di frana risultano molto maggiori rispetto a quelli registrati nelle prove di laboratorio (nel confronto con la PROVA N° 133 sono quasi tripli, come riportato in Tab. 3.9.). Probabilmente tale differenza è imputabile al fatto che il volume del materiale di frana riprodotto nei modelli numerici risulta minore di quello impiegato nelle prove sperimentali; infatti poichè la massima risalita dell'onda ottenuta con le simulazioni e con gli esperimenti è molto simile, anche l'energia deve risultare confrontabile pertanto, essendo il volume impiegato nel codice minore, la velocità deve necessariamente essere maggiore.

In conclusione è possibile sostenere che i risultati ottenuti nelle simulazioni con metodo SPH si avvicinano sia a quelli registrati negli esperimenti svolti in laboratorio, pur presentando alcune differenze, la maggiore delle quali dovuta alla geometria, sia a quelli avvenuti la notte del 9 ottobre 1963.

Per ridurre le differenze registrate e migliorare i modelli finora implementati, in un futuro, si potrebbe sviluppare un nuovo modello SPH nel quale inserire una geometria più rispondente a quella utilizzata in laboratorio, aumentando il volume della ghiaia per la simulazione del materiale di frana. Inoltre potrebbe essere interessante inserire nello stesso codice SPH sia le istruzioni inerenti alla reologia del materiale di frana sia quelle per la creazione della parete mobile: in questo modo si potrebbe simulare in modo più realistico il movimento istantaneo e compatto dell'ammasso ed avvicinarsi maggiormente al comportamento reale.

4.2 Sviluppi futuri: un modello SPH tridimensionale del Vajont

Un possibile sviluppo della ricerca avviata con questo lavoro di tesi è rappresentato dalla costruzione di un modello tridimensionale del Vajont, sempre attraverso il metodo SPH.

In questa sezione vengono illustrate le prime operazioni per la creazione della geometria da inserire in tale modello. L'obiettivo finale è quello di generare delle simulazioni, utilizzando il codice SPHERA (vedi **NOTA**), con cui riprodurre non solo l'evento catastrofico del 9 ottobre 1963, ma anche le esperienze eseguite sul modello fisico-idraulico di Nove e valutarne la correttezza (paragrafo 1.1.5).

4.2.1 Generazione della geometria

La prima operazione svolta per la creazione della geometria tridimensionale ha riguardato la scansione sia della carta topografica di Fig. 4.1, in cui viene riportata in scala 1 : 1000 la situazione della valle prima del disastro, sia della planimetria di Fig. 4.2, che ritrae la superficie di scorrimento adottata nel modello di Nove.

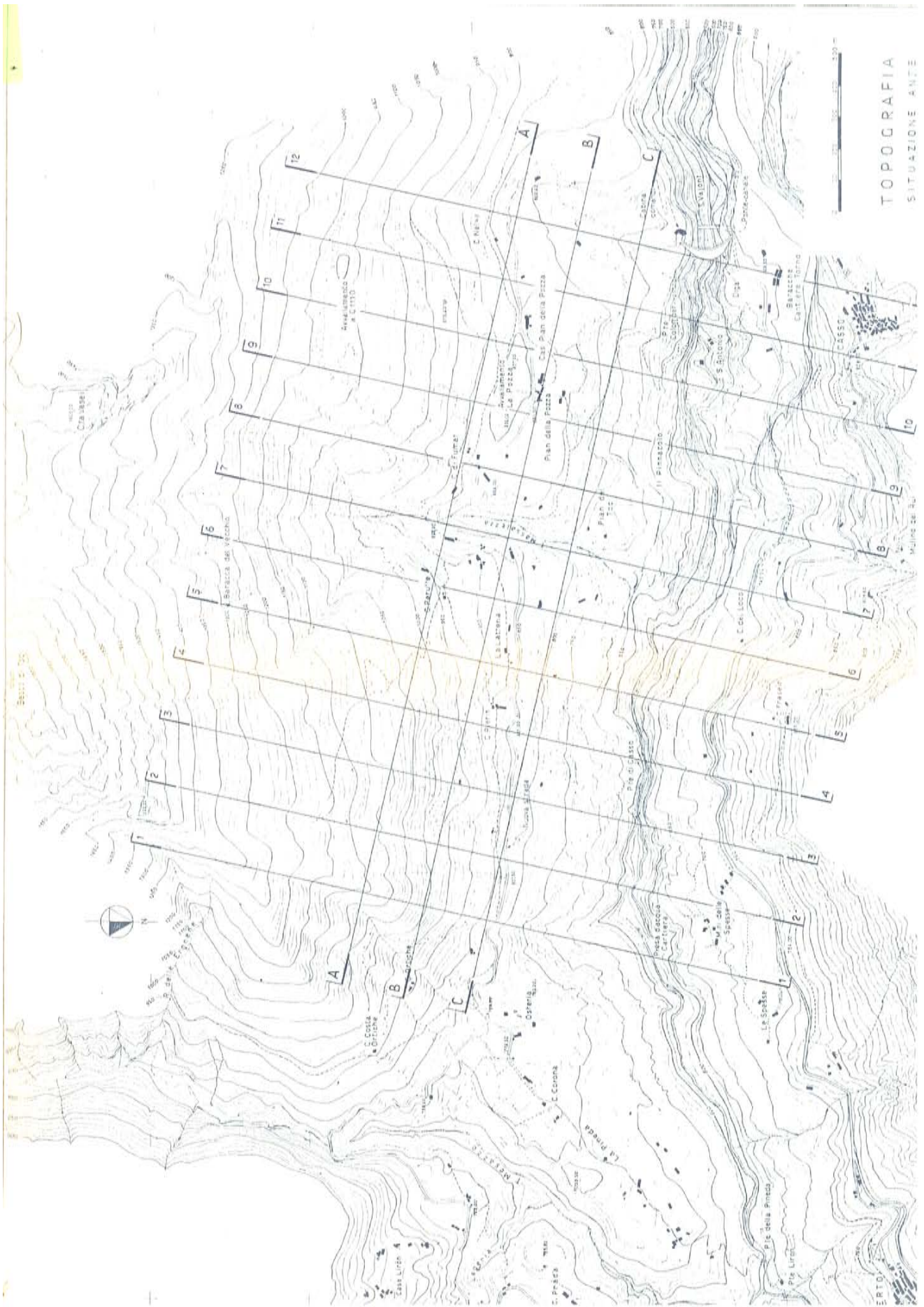


Figura 4.1: Topografia della valle del Vajont antecedente al disastro.

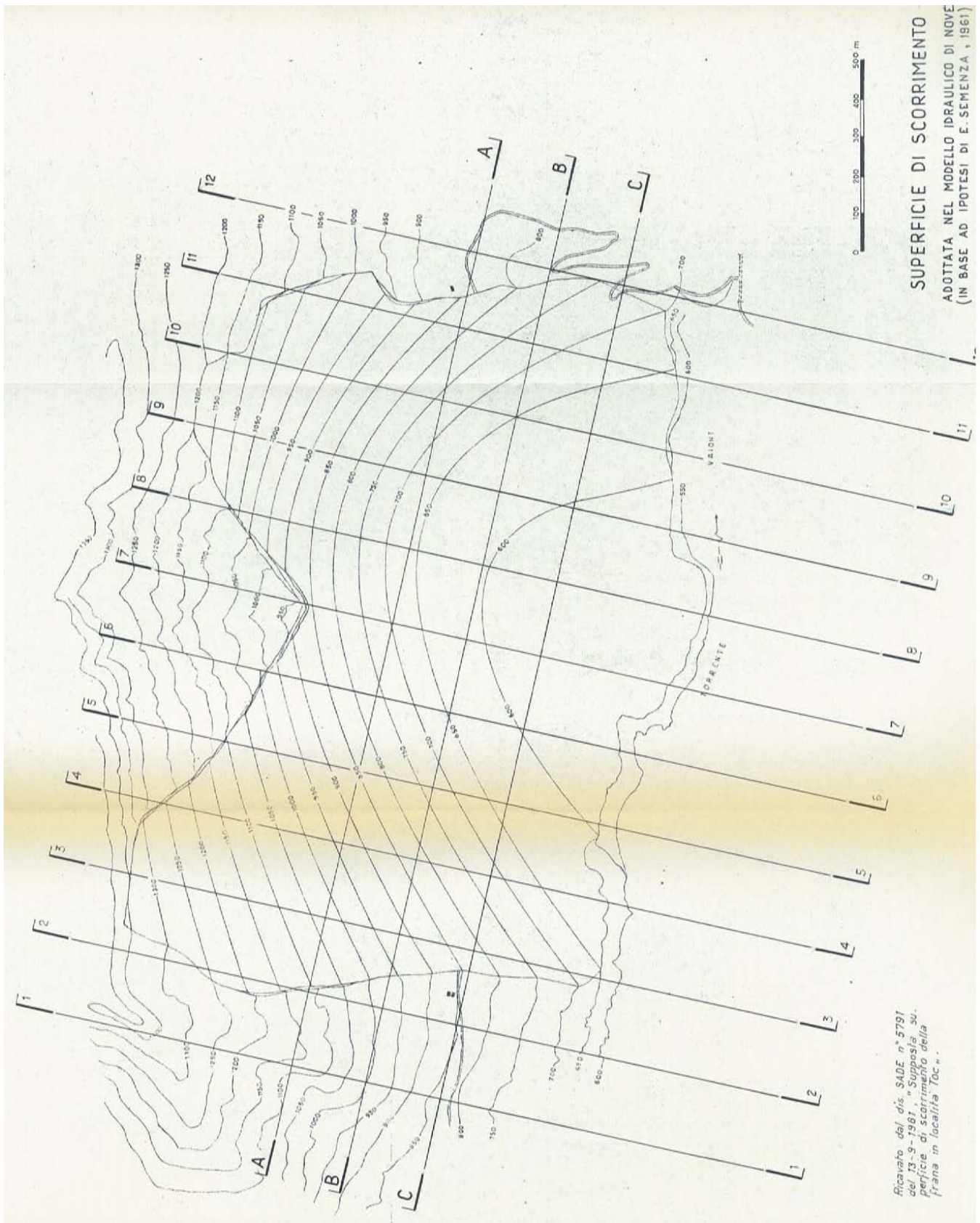


Figura 4.2: Planimetria della superficie di scorrimento adottata negli esperimenti di Nove.

La scelta di questa superficie di scorrimento è legata alla volontà di eseguire dei confronti tra i risultati forniti dalle simulazioni e quelli ricavati sperimentalmente.

Le immagini così acquisite sono state prima convertite in bianco/nero, eseguendo l'ottimizzazione delle linee, ed in seguito importate in ARC/GIS, georeferenziandole (Fig. 4.3).

Grazie allo strumento ARCSCAN le immagini sono state successivamente digitalizzate (Fig. 4.4), creando le polilinee e attribuendo ad ogni linea digitalizzata un campo *dimensione dei pixel*, in modo da riconoscere le isolinee più importanti (con larghezza maggiore). Da ultimo si è proceduto col salvataggio delle immagini sottoforma di shapefile.

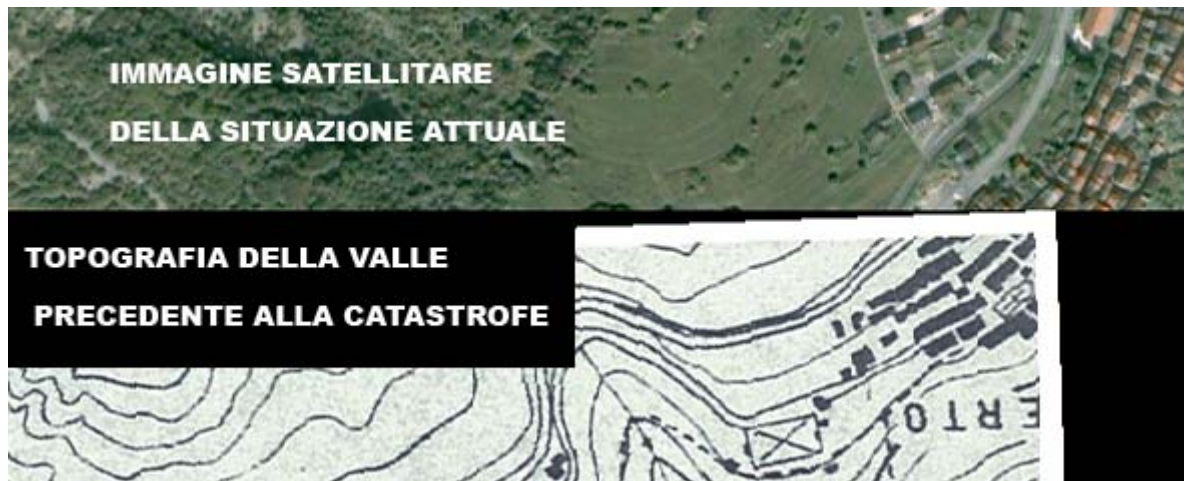


Figura 4.3: Particolare della georeferenziazione della carta topografica.

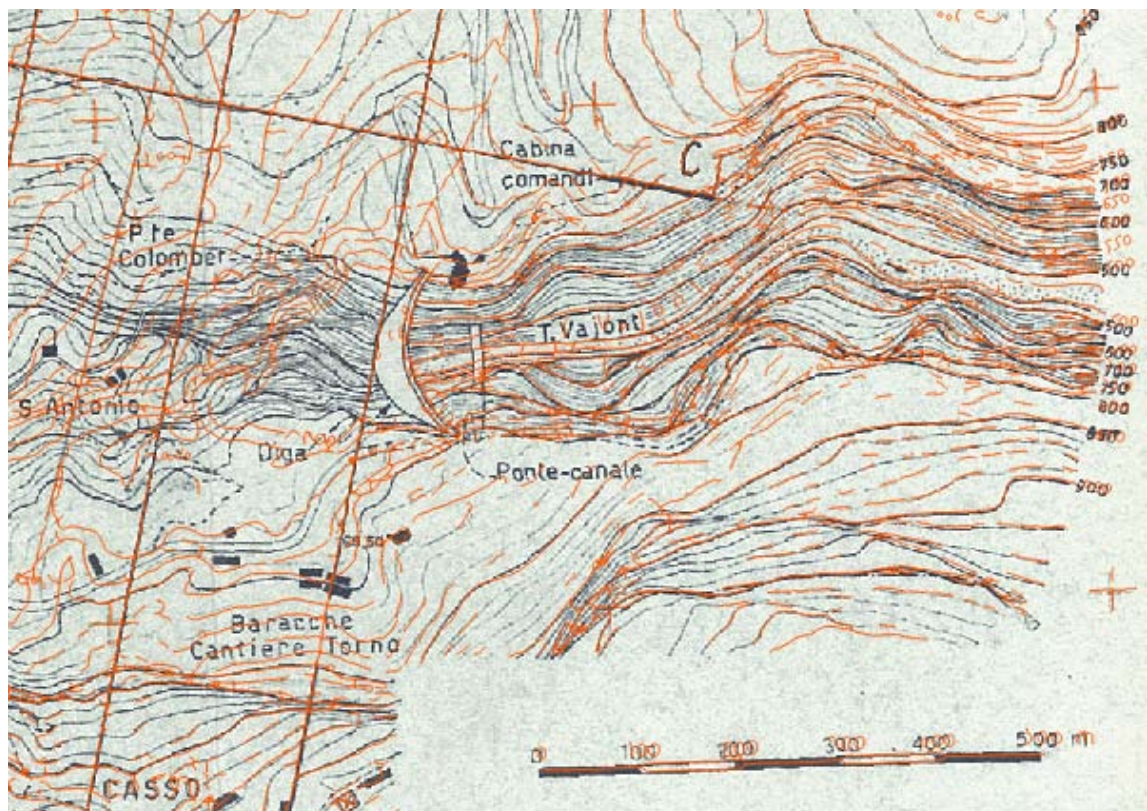
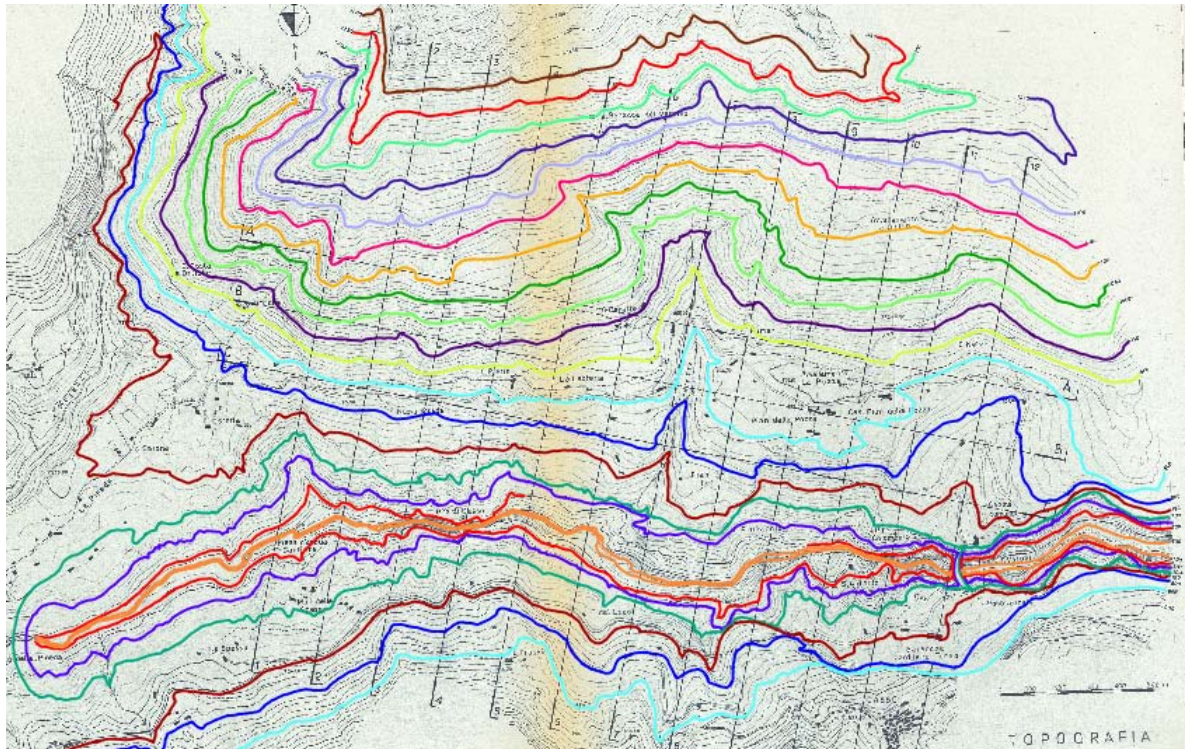
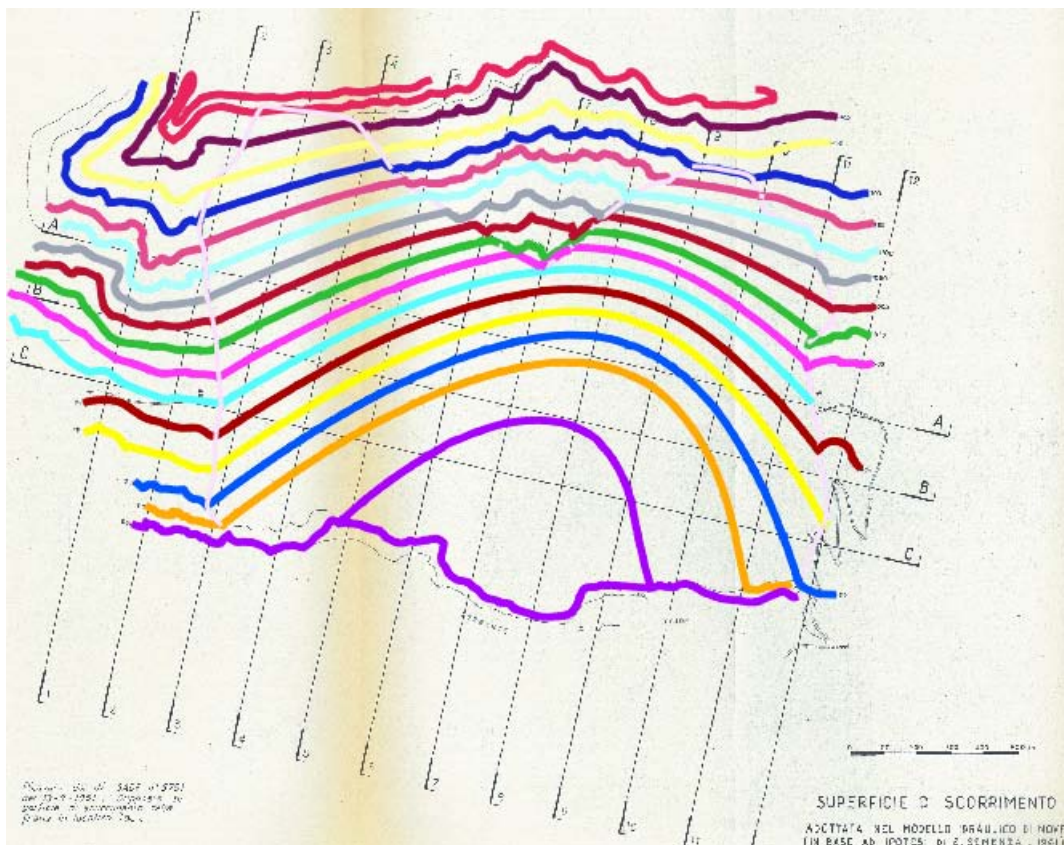


Figura 4.4: Digitalizzazione della topografia antecedente il disastro: particolare dell'area in prossimità della diga dopo la creazione delle polilinee attraverso lo strumento ARCSCAN.

Una volta ottenuta la rasterizzazione delle due cartografie è stato necessario quotare manualmente le linee di livello di entrambe; quest'operazione è stata eseguita utilizzando il programma QGIS 2.0.1 che permette di importare gli shapefile delle carte rasterizzate ed assegnare ad ogni segmento diverse proprietà, tra cui la quota. Come è possibile osservare dalla Fig. 4.1, poiché la valle del Vajont è costituita da una forra molto stretta e profonda, le isoipse alle quote più basse risultano molto vicine tra loro ed in alcuni casi si sovrappongono, rendendo difficoltoso il loro riconoscimento. Per questo motivo si è scelto di procedere quotando le isolinee con passo $50m$ partendo da quota $500m$ s.l.m.m. fino a raggiungere i $1400m$ s.l.m.m. Le isolinee così generate sono state infine salvate come shapefile. Il risultato di questa procedura è illustrato in Fig. 4.5.



(a) Planimetria della superficie di scorrimento dopo la quotatura.



(b) Planimetria della superficie di scorrimento dopo la quotatura.

Figura 4.5: Quotatura della topografia antecedente l'evento e della planimetria del piano di scorrimento.

Per ricostituire la porzione corrispondente all'ammasso franato durante la catastrofe sono stati

caricati in QGIS 2.0.1 gli shapefiles contenenti la quotatura di entrambe le cartografie (topografia ante evento e superficie di scorrimento adottata negli esperimenti di Nove) e dalla loro sovrapposizione è stato possibile ricavare:

- la porzione relativa al solo ammasso di frana (Fig. 4.7);

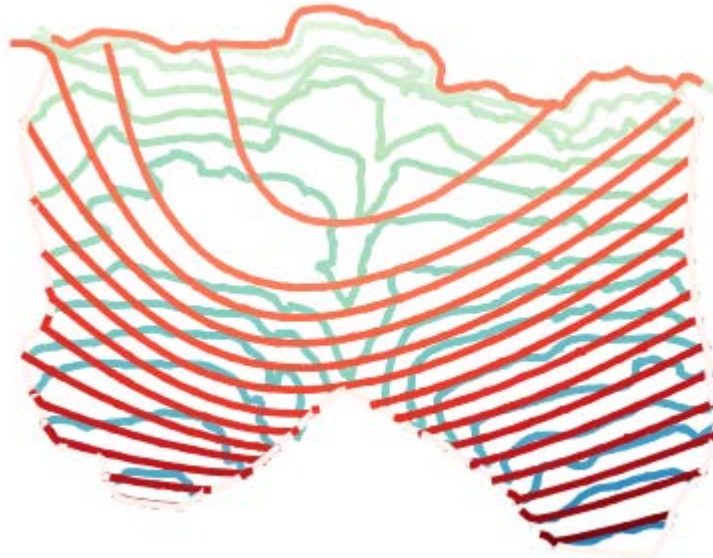


Figura 4.6: Planimetria del solo amasso di frana, ottenuta dall'intersezione della topografia antecedente il disastro con la planimetria del piano di scorrimento.

- l'intersezione del piano di scorrimento con la topografia della valle (Fig. 4.6).

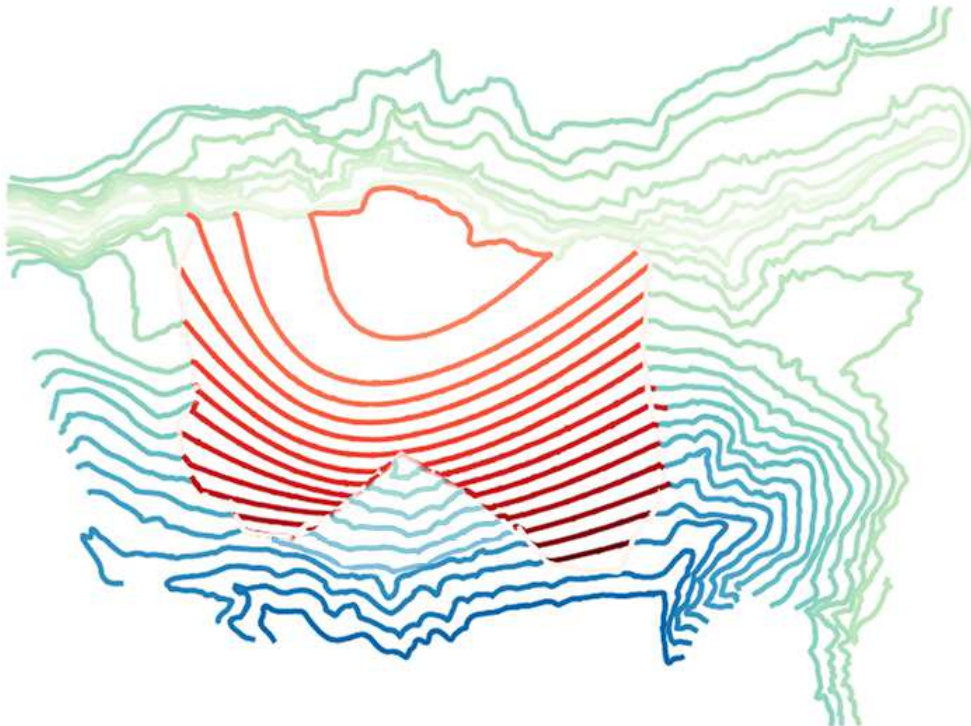
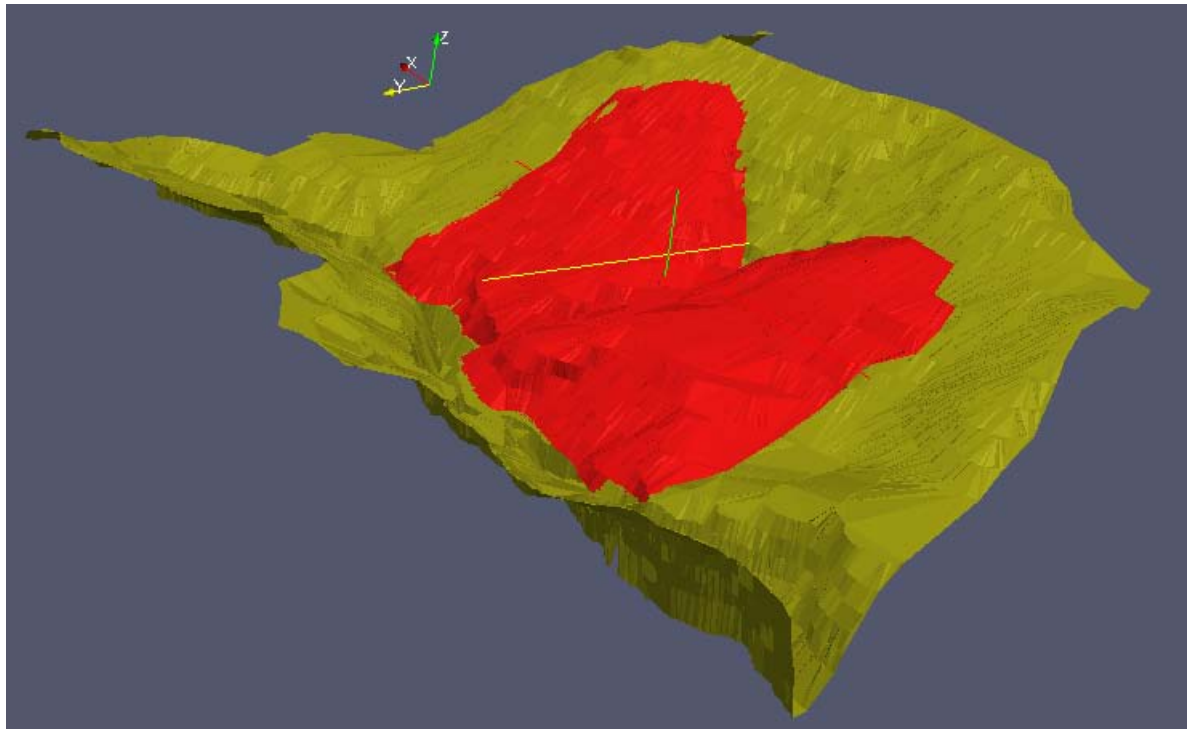


Figura 4.7: Planimetria del piano di scorrimento, ottenuta dall'intersezione della topografia antecedente il disastro con la planimetria del piano di scorrimento.

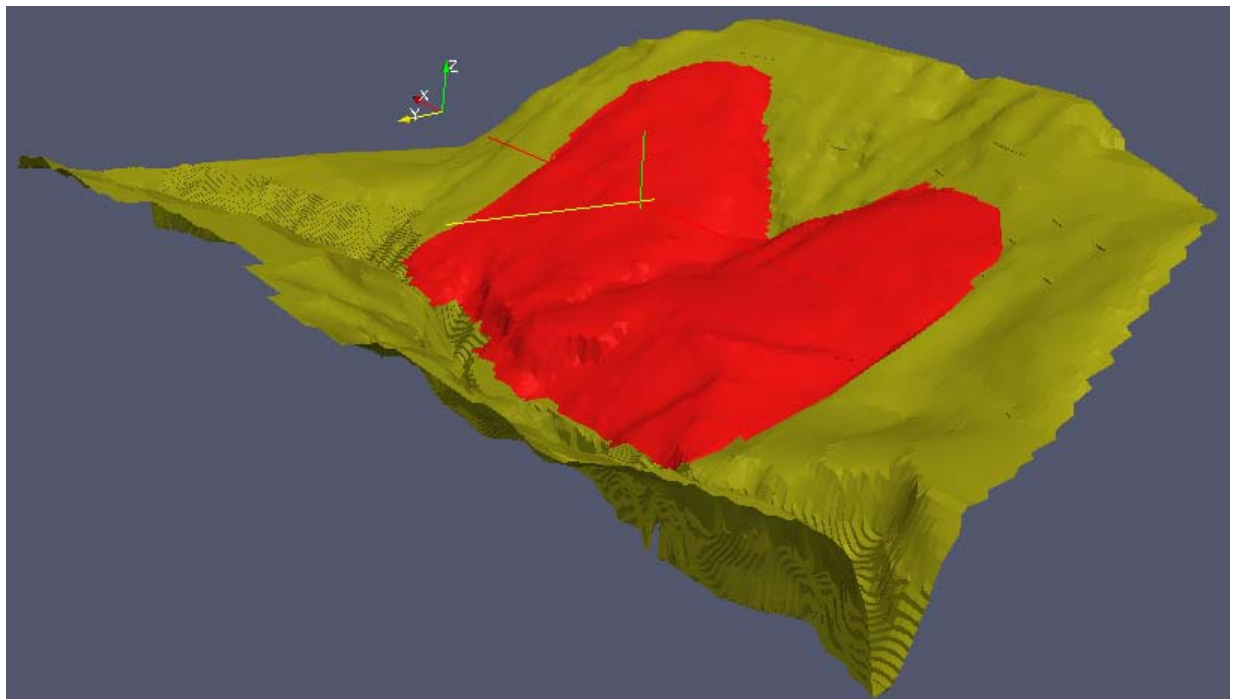
In seguito a questa operazione, data l'elevata numerosità dei vertici che descrivevano le isoipse, si è proceduto alla regolarizzazione di tali curve convertendole in una successione di punti equidistanti; quest'operazione è avvenuta utilizzando il comando *Convert lines to points* fornendo come dati di input la linea da suddividere ed il passo tra i vari punti. Inoltre per evitare la presenza di punti sovrapposti, che farebbero nascere instabilità numeriche, sono stati rimossi i punti doppi utilizzando il comando *Remove duplicate points*.

Il passo finale verso la generazione della geometria tridimensionale della valle ha riguardato la creazione della tabella contenente le coordinate XYZ di ogni singolo punto appartenente alle isoipse e la sua esportazione nel formato *.csv* ; questo nuovo file è stato quindi importato in Paraview 4.1.0 dove è stata creata la mesh attraverso il comando *Delaunay2D* . Infine la mesh è stata esportata nel formato *.stl* ed il risultato è illustrato in Fig. 4.8a.

Per migliorare la mesh ottenuta (Fig. 4.8a) si è deciso di inserire il file *.csv* nel programma Surfer in modo da interpolare i vertici creando una griglia regolare di $5m$ per la zona intorno al fiume e di $20m$ per la zona distante dal letto del fiume e per la frana, il risultato di questo procedimento è illustrato in Fig. 4.8b.



(a) Geometria tridimensionale del Vajont creata direttamente dalla tabella esportata con QGIS.



(b) Geometria tridimensionale del Vajont creata in seguito al passaggio attraverso Surfer per interpolare i punti creando una griglia regolare .

Figura 4.8: Geometria tridimensionale della valle del Vajont.

NOTA: “Questo prodotto è stato finanziato dal Fondo di Ricerca per il Sistema Elettrico nell’ambito dell’Accordo di Programma tra RSE S.p.A. ed il Ministero dello Sviluppo Economico - D.G. Nucleare, Energie rinnovabili ed efficienza energetica - in ottemperanza del DM, 8 marzo 2006.”

Bibliografia

- [1] Istituto Veneto- Fondo Ghetti
- [2] Archivio di Stato di Belluno- Fondo Vajont
- [3] C. Datei “Vajont: la storia idraulica” Seconda Edizione Libreria Internazionale Cortina Padova
- [4] E. Semenza “La storia del Vajont raccontata dal geologo che ha scoperto la frana” Tecoproject Editore Multimediale
- [5] M. Reberschak “Il grande Vajont” Cierre Edizioni
- [6] L. Ravis “Grande Vajont” Momenti AICS Editore
- [7] Gingold, R. A., and Monaghan, J. J. (1977). “Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars” *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 181, 375–389.
- [8] G. Chambon, R. Bouvarel, D. Laigle, M. Naaim (2011). “Numerical simulations of granular free-surface flows using smoothed particle hydrodynamics”
- [9] Colagrossi A., Landrini M. (2003). “Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics.” *Journal of Computational Physics* 191, 448–475.
- [10] Li, S., and Liu, W. K. (2004). “Meshfree particle methods”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- [11] Liu, G. R., and Liu, M. B. (2007). “Smoothed particle hydrodynamics - A meshfree particle method”, World Scientific Publishing Co., Singapore.
- [12] Lucy, L. B. (1977). “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis” *Astronomic J.*, 82, 1013–1024.
- [13] Monaghan, J. J. (1994). “Simulating free surface flows with SPH” *J. Comp. Physics*, 110(2), 399–406.
- [14] P. Jop, Y. Forterre, O. Pouliquen (2007). “Initiation of granular surface flows in a narrow channel” *Phys. Fluids* 19 088102.