

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

**FACOLTA' DI SCIENZE STATISTICHE
CORSO DI LAUREA IN STATISTICA ECONOMIA E FINANZA**



Tesi di laurea

La parità tra i tassi di interesse: una verifica empirica

Relatore: CH.MO PROF. GUGLIELMO WEBER

Correlatore: DOTT. MASSIMILIANO CAPORIN

**Laureando: STEFANO MANIERO
Matricola: 483995 - SEF**

Anno Accademico 2004 - 2005

INDICE

Introduzione.....	pag 4
La parità coperta dei tassi di interesse.....	pag 5
Analisi dei dati.....	pag 8
Test di radice unitaria.....	pag 12
La cointegrazione.....	pag 17
Il modello di regressione lineare dinamico.....	pag 19
Test di cointegrazione.....	pag 22
Riparametrizzazione di un modello ADL (1,1).....	pag 24
I modelli GARCH.....	pag 27
Conclusioni.....	pag 31
Bibliografia.....	pag 32
Ringraziamenti.....	pag 33

INTRODUZIONE

L'oggetto di interesse di questo lavoro è la verifica empirica della cosiddetta *parità coperta dei tassi di interesse*, relazione che secondo la teoria economica è assicurata dallo sfruttamento di tutte le opportunità di arbitraggio nel mercato ed esiste, quindi, solo in assenza di controlli sui flussi di capitali e di altri impedimenti alla mobilità degli stessi.

Per le analisi sono state utilizzate le serie dei tassi di interesse per l'area euro e per gli Usa trimestrali e semestrali ed inoltre le serie dei tassi di cambio (Euro/Dollaro) spot e forward sempre per tre e sei mesi. Le serie sono state rilevate con frequenza giornaliera ed il periodo campionario di riferimento va dal 04-01-1999 al 13-04-2005.

Inizialmente sono stati creati i termini dell'equazione di parità e analizzati graficamente.

Successivamente abbiamo testato la loro stazionarietà e l'eventuale presenza di cointegrazione per poter poi stimare il modello che si adattasse meglio alle caratteristiche delle variabili.

Il modello con meccanismo a correzione dell'errore (MCE) e una riparametrizzazione del modello generale lineare dinamico sono risultati essere i più adatti ai nostri scopi. Il primo, che rappresenta un caso particolare della classe dei modelli lineari dinamici (ADL), è stato scelto perché permette di sfruttare direttamente la relazione di cointegrazione tra le variabili per cogliere l'effetto di lungo periodo, permette inoltre di spiegare gli aggiustamenti che si verificano nel breve periodo e incorpora quindi le proprietà di equilibrio che vogliamo verificare. Il secondo non usa nella sua specificazione la cointegrazione tra le variabili, ma permette di convalidare l'esistenza della parità dei tassi d'interesse tramite un test di significatività..

Poiché i residui evidenziano eteroschedasticità, è stata aggiunta nel modello una specificazione GARCH che ha permesso di modellarla.

Le variabili, in un passo successivo, si sono rivelate non cointegrate; abbiamo quindi utilizzato la riparametrizzazione di un modello ADL(1,1), giungendo alla conclusione che la parità coperta dei tassi di interesse non è verificata.

La parità coperta dei tassi di interesse

Prima di procedere con le nostre analisi, diamo alcune definizioni e spiegazioni per chiarire l'origine della relazione di parità.

Nell'ambito del mercato dei cambi esistono due tipi di modalità di consegna della valuta: la consegna a pronti e la consegna a termine.

Lo scambio a pronti è la modalità più nota, che prevede la consegna immediata della valuta, dove immediata significa quarantotto ore. Esiste un ordine minimo di circa 2-5 milioni di Euro per effettuare una transazione, per questo motivo anche grandi società non trattano direttamente sul mercato a pronti, a meno che non abbiano bisogno di un grande ammontare di valuta.

Al fine di assicurare ai propri clienti un servizio rapido, le banche commerciali mantengono riserve delle varie valute. Data la tendenza dei tassi di cambio a muoversi rapidamente, esse sopportano un certo rischio. Questo è il motivo che le spinge a cercare continuamente forme di copertura.

Un modo di proteggersi consiste semplicemente nel disfarsi della valuta vendendola sul mercato a pronti, un altro consiste nell'operare sul mercato a termine. I contratti conclusi sul mercato a termine prevedono che la valuta venga consegnata e pagata a una data futura, ad un prezzo fissato oggi.

Definiamo quindi le relazioni di parità:

- **Parità scoperta dei tassi d'interesse:**

Se un investitore pensa di investire all'estero, pone a confronto due opportunità di investimento su base annua di pari rischio e liquidità, ad esempio i titoli del tesoro del paese dell'investitore e quelli del paese estero.

La condizione che permette il confronto è detta *condizione di parità scoperta dei tassi d'interesse* ed è espressa come:

$$(1+i_t) = (1+i_t^*) \frac{{}_tS_{t+1}}{S_t}$$

dove:

i_t è il tasso d'interesse dei titoli del tesoro del paese dell'investitore;

i_t^* è il tasso d'interesse dei titoli del tesoro del paese estero;

${}_tS_{t+1}$ è il tasso di cambio incerto per certo con cui l'investitore si aspetta di convertire la moneta estera ricavata alla scadenza (t+1) dall'investimento effettuato all'estero (al tempo t);

S_t è il tasso di cambio incerto per certo al tempo t

Il primo membro dell'equazione esprime quanto l'investitore si ritroverà (al tempo $t+1$) per ogni unità di moneta locale investita al tempo t nei titoli del suo paese; il secondo membro è invece il rendimento atteso dell'investimento in titoli esteri espresso in moneta locale.

Un'approssimazione spesso usata è:

$$i_t = i_t^* + \frac{{}_tS_{t+1} - S_t}{S_t}$$

La condizione di parità scoperta afferma quindi che i tassi di rendimento di titoli denominati in valute diverse si uguagliano, una volta che vengono prese in considerazione le aspettative sui tassi di cambio.

In particolare $\frac{{}_tS_{t+1} - S_t}{S_t}$ rappresenta il tasso atteso di deprezzamento della moneta estera nei confronti della moneta locale. Se l'obbligazione emessa dal tesoro estero offre un tasso inferiore a quello del titolo locale ($i > i^*$), deve prevalere una aspettativa di deprezzamento della moneta locale nei confronti di quella estera.

- **Parità coperta dei tassi di interesse**

La strategia di investimento considerata nella *parità scoperta dei tassi di interesse* comporta un rendimento incerto per l'investitore. Il rischio di cambio può essere eliminato semplicemente usando il mercato a termine. Per ogni unità di moneta locale investita in titoli esteri, in un anno

l'investitore riceverà $\frac{(1+i^*)}{S_t}$ unità di moneta estera. Egli può allora negoziare la vendita della

moneta estera a un anno dal momento di investimento, al cambio a termine F_t .

Il tasso di cambio a termine è fissato al tempo t per consegna al tempo $t+1$.

Il rendimento certo sarà di $\frac{(1+i^*)F_t}{S_t}$ e quindi l'investimento estero risulta totalmente coperto.

La condizione di *parità coperta dei tassi di interesse* si può quindi esprimere come:

$$\frac{1+i_t}{(1+i_t^*)} = \frac{F_t}{S_t}$$

Poiché i tassi di interesse usati nel nostro lavoro sono composti continui, useremo un'altra forma della condizione di parità coperta:

$$e^{(i_{usa}-i_{euro})m} = \frac{F_t}{S_t} \quad (1)$$

dove:

i_{usa} e i_{euro} sono rispettivamente, nel nostro caso, il tasso d'interesse per USA e quello per l'area Euro;

m è l'unità di misura del tempo con cui sono espressi i tassi d'interesse rispetto all'anno (nel nostro caso $m = \frac{1}{4}$ per i tassi trimestrali ed $m = \frac{1}{2}$ per i tassi semestrali);

F_t è il tasso di cambio a termine (forward);

S_t è il tasso di cambio a pronti (Spot).

D'ora in avanti useremo la seguente notazione per semplificare la lettura di questo lavoro:

$$\text{exp}(3) \rightarrow e^{(i_{usa}-i_{euro})\frac{1}{4}}$$

$$\text{exp}(6) \rightarrow e^{(i_{usa}-i_{euro})\frac{1}{2}}$$

$$\text{rap}(3) \rightarrow \frac{F_t}{S_t} \text{ con tasso di cambio forward a 3 mesi}$$

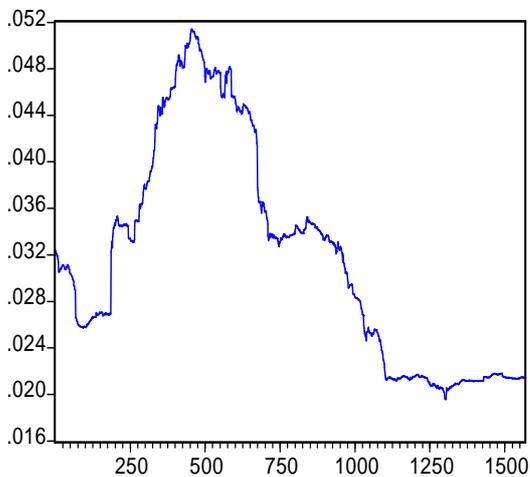
$$\text{rap}(6) \rightarrow \frac{F_t}{S_t} \text{ con tasso di cambio forward a 6 mesi}$$

Analisi dei dati

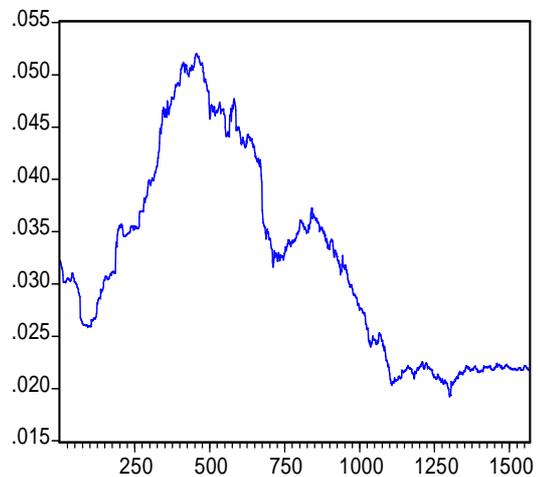
I dati utilizzati per le nostre analisi sono le serie storiche dei seguenti tassi:

tasso di interesse per l'area Euro (Euribor) a tre e a sei mesi, tasso di interesse per USA (treasury bill) a tre e a sei mesi, tasso di cambio spot incerto per certo (dollari Usa per un Euro), tasso di cambio forward incerto per certo (dollari Usa per un Euro) a tre e a sei mesi.

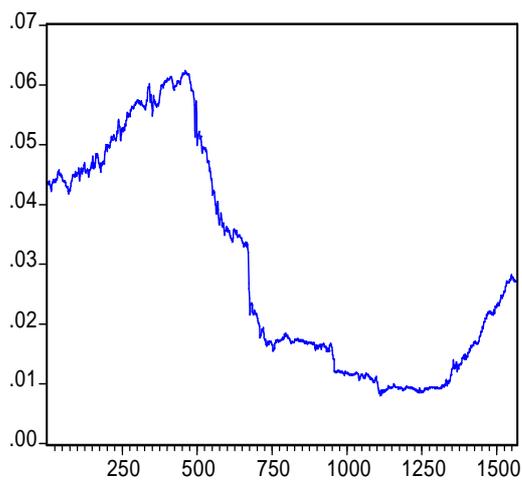
Il campione parte dal 04-01-1999 (poiché precedentemente nei paesi Europei circolavano le monete locali) e arriva al 13-04-2005. Riportiamo ora le serie storiche dei tassi su cui lavoriamo.



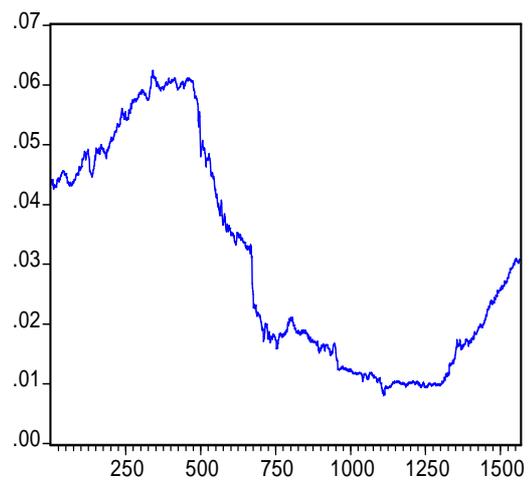
— tasso di interesse euro a 3 mesi



— tasso di interesse euro a 6 mesi



— tasso di interesse Usa a 3 mesi



— tasso di interesse Usa a 6 mesi

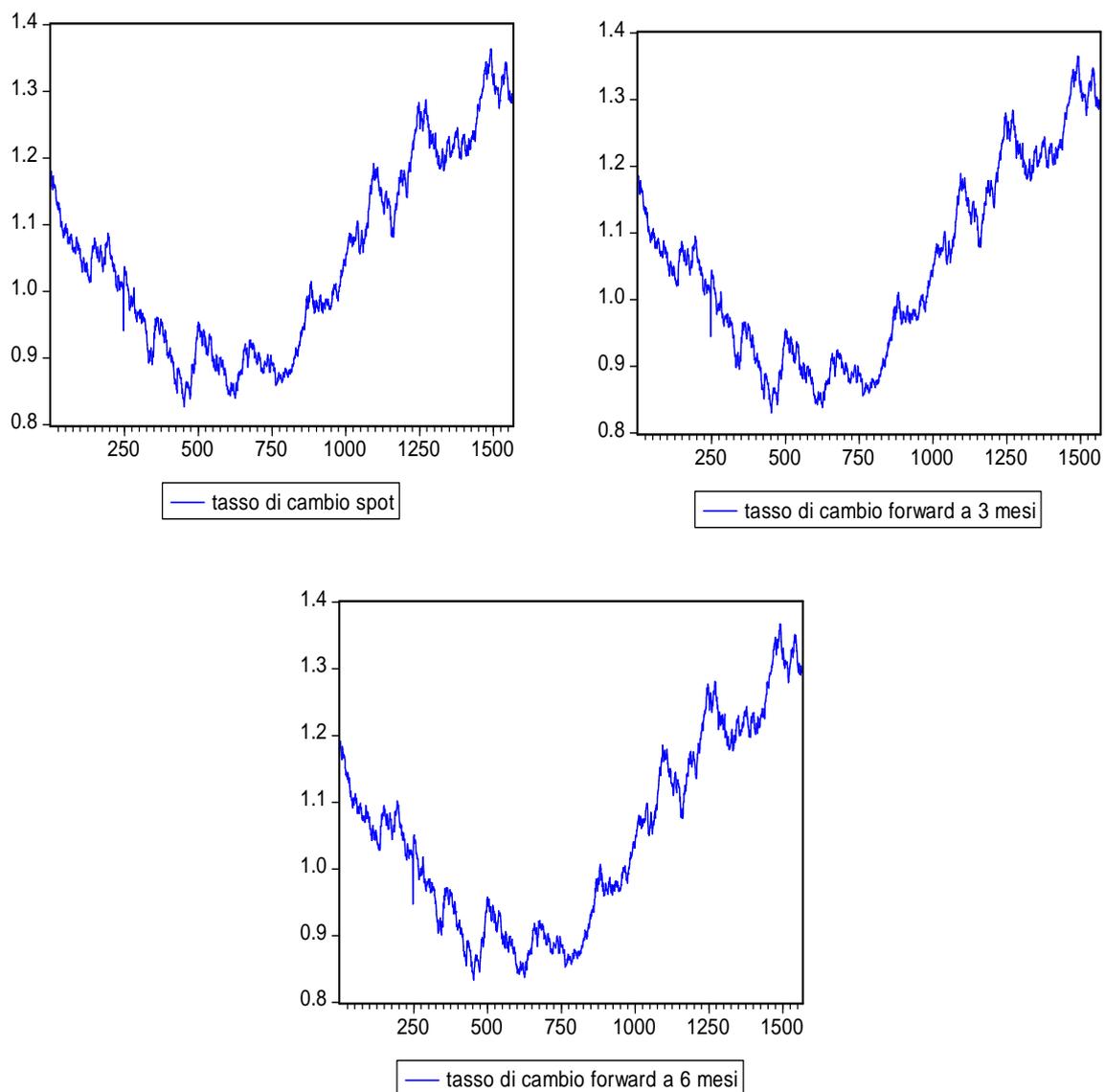


Figura 1: serie storiche dei tassi di interesse e di cambio

Da una prima analisi grafica si può osservare come i tre tassi di cambio si muovono praticamente insieme; i tassi d'interesse presentano più differenze anche se di piccola entità. Questi fatti si possono osservare in modo migliore costruendo un grafico con le serie storiche da paragonare:

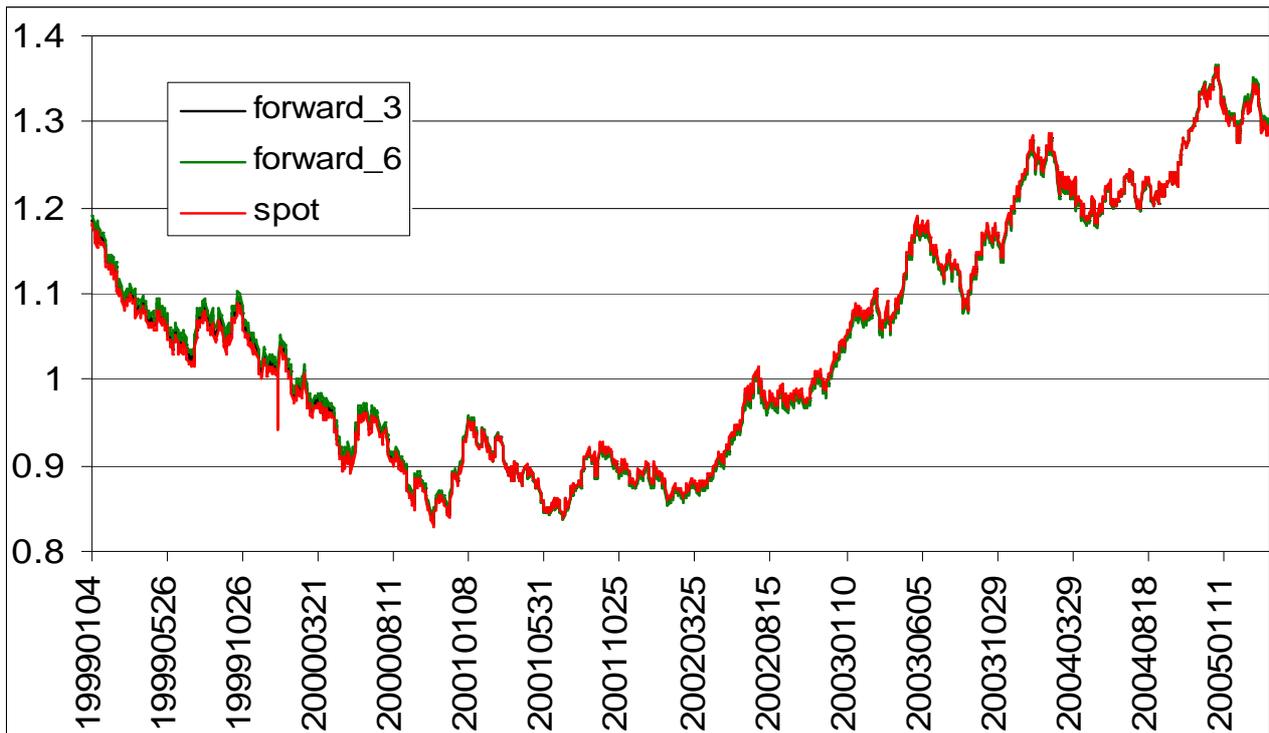


Figura 2: grafico delle serie storiche dei tassi di cambio

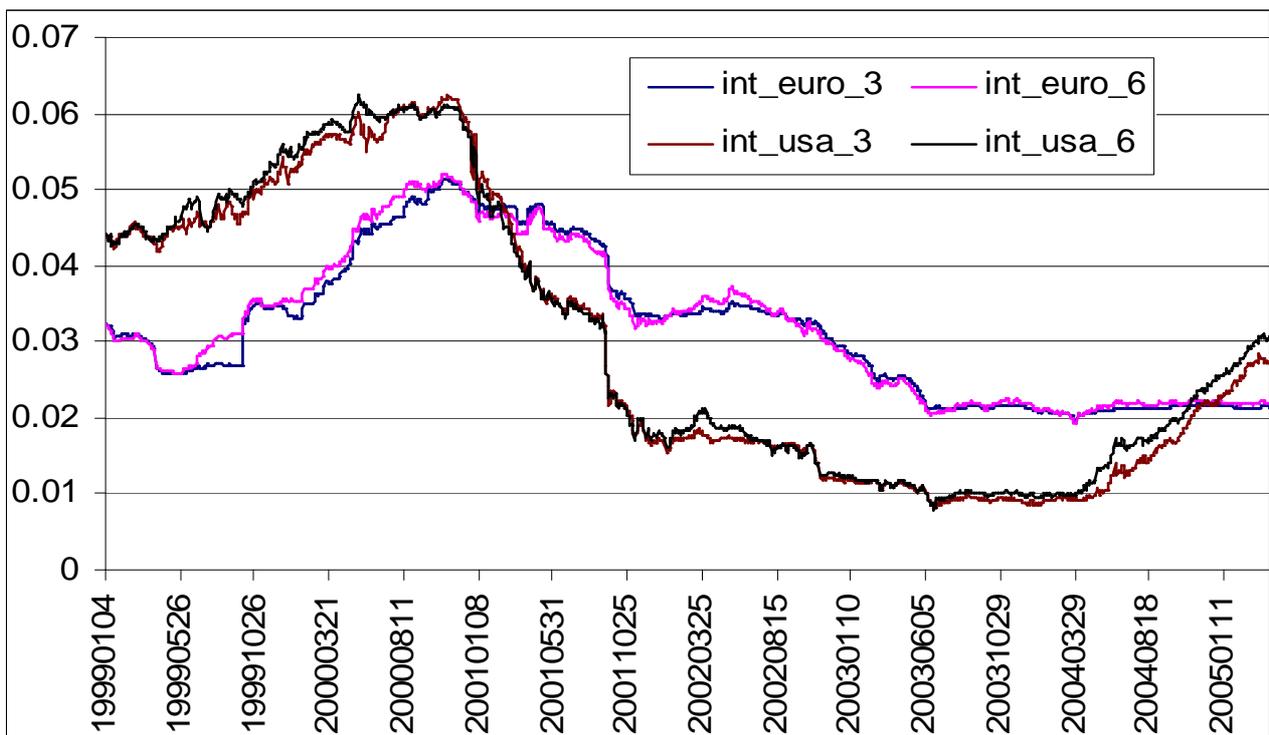


Figura 3: grafico delle serie storiche dei tassi di interesse

Nella figura 2 possiamo notare che i tre tassi di cambio seguono un andamento molto simile.

Nella figura 3, invece, si nota come tra i tassi d'interesse dell'area euro e dell'area Usa con la stessa scadenza, ci sia un evidente scostamento.

Infatti nel mercato esistono minime opportunità di arbitraggio, cioè di conseguire un profitto attraverso il simultaneo acquisto e vendita di attività identiche o equivalenti. La conseguenza di questo fatto è che i titoli con rischio simile trattati sui mercati internazionali dovrebbero offrire lo stesso rendimento, cosa non vera (come dimostra la figura) perché non sono solo i tassi di interesse nominale ad influenzare le decisioni di spostare fondi tra una valuta e l'altra, ma quando i titoli sono denominati in monete diverse, anche i tassi di cambio entrano in gioco.

Successivamente, dopo aver omogeneizzato tutte le serie sulla stessa scala temporale, abbiamo creato i termini (per i 3 e per i 6 mesi) dell'equazione di parità (1).

Di seguito ne riportiamo i grafici:

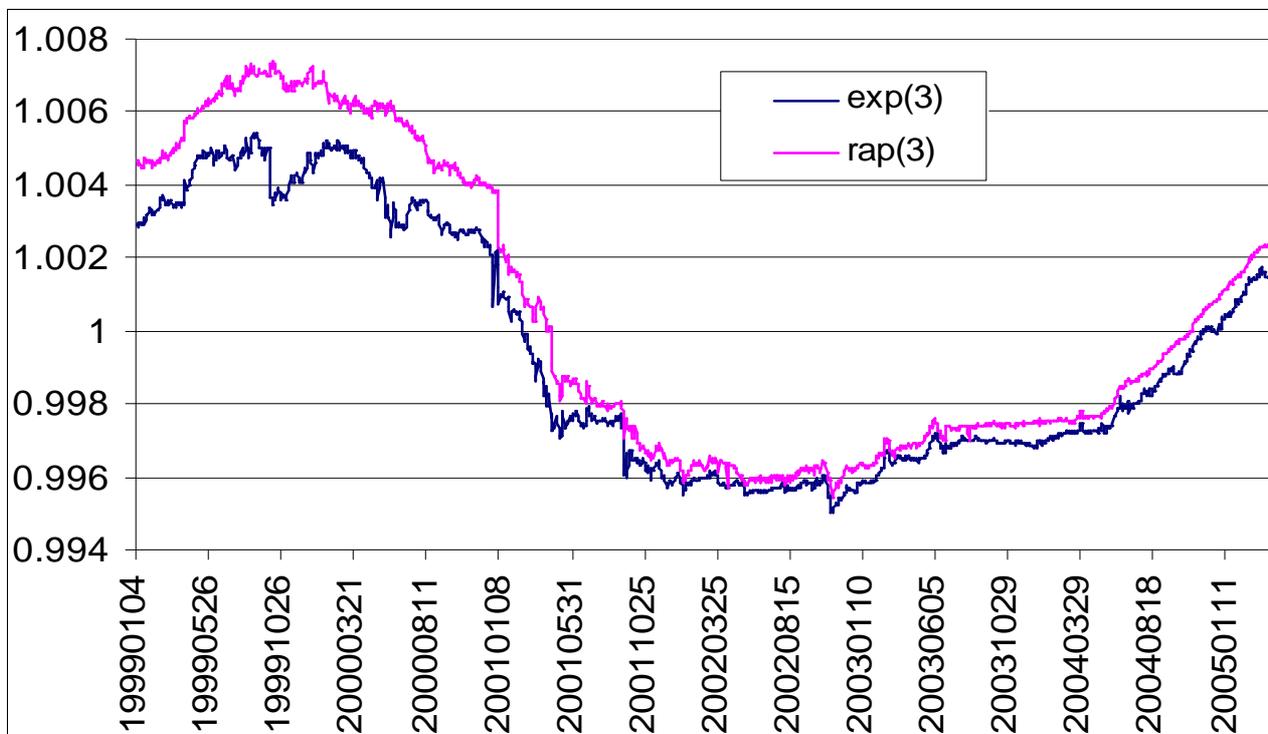


Figura 4: grafico dei termini dell'equazione di parità (tassi a 3 mesi)

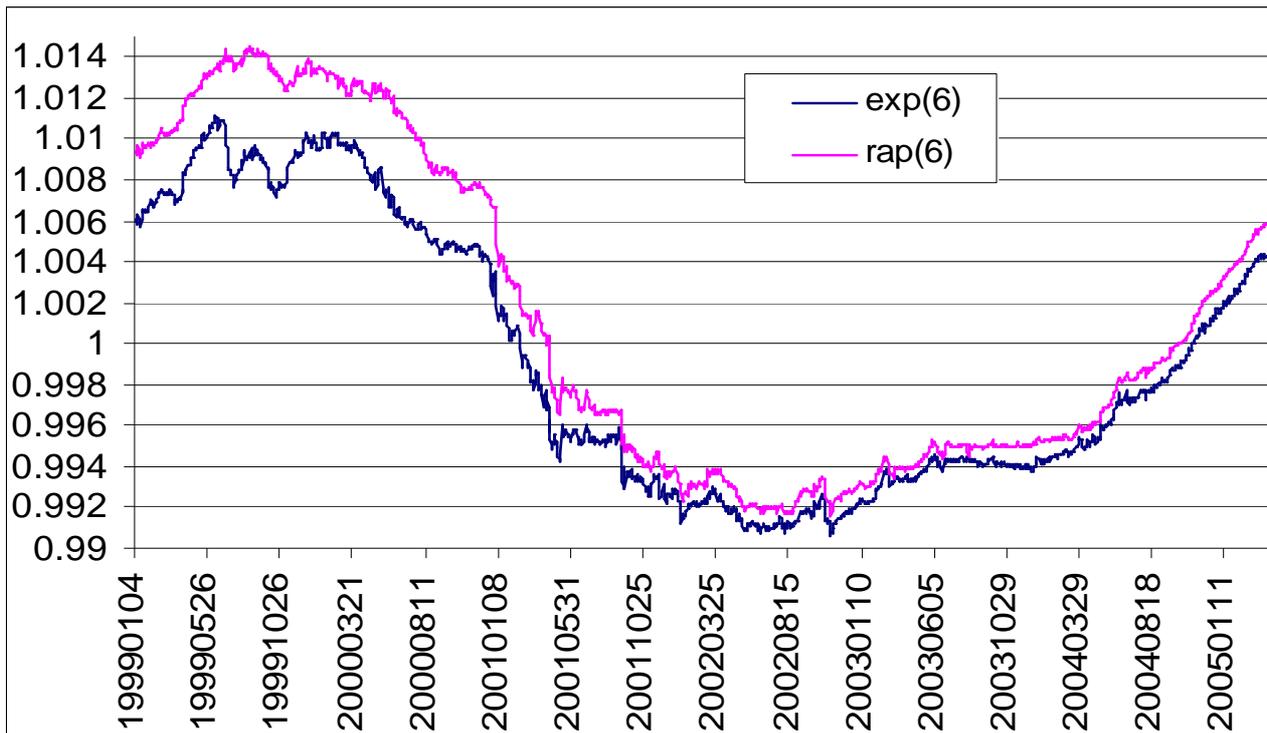


Figura 5: grafico dei termini dell'equazione di parità (tassi a 6 mesi)

Come si nota facilmente, gli andamenti dei termini sono simili, il che ci fa supporre l'esistenza di una relazione tra i due.

Test di radice unitaria

Il primo passo della nostra analisi è stato quello di condurre un test per verificare la stazionarietà dei termini dell'equazione costruiti in precedenza.

Un processo stazionario è caratterizzato da una media marginale costante. L'assenza di una media costante, così come un'elevata memoria messa in evidenza dalla funzione di autocorrelazione, sono indici di non stazionarietà. La presenza di una componente non stazionaria in una serie storica comporta diversi problemi; infatti, condurre un'analisi empirica basata su serie di dati non stazionari comporta il rischio di ottenere delle "regressioni spurie", cioè dei modelli che evidenziano delle relazioni tra variabili economiche che, in effetti, non sussistono.

Un processo stocastico y_t si dice integrato di ordine d , $y_t \sim I(d)$, se la sua differenza d -esima,

$\Delta^d y_t = (1-L)^d y_t$, è stazionaria con varianza di lungo periodo finita e maggiore di zero. Un

processo si dice integrato di ordine 0, $I(0)$, se esso è stazionario con varianza di lungo periodo finita e maggiore di zero.

I test di tipo Dickey-Fuller, suppongono che la dinamica di y_t sia rappresentabile da un semplice modello autoregressivo del primo ordine.

Nel nostro caso usiamo il test ADF (Augmented Dickey-Fuller), dove si suppone che la componente stocastica della serie sia generata da un processo autoregressivo di ordine $p > 1$.

Si può quindi scrivere:

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

e in notazione più compatta:

$$\alpha(L) = (1-L)\alpha^*(L)$$

con $\alpha^*(L)$ polinomiale di ordine $p-1$ che ha tutte le radici di $\alpha^*(L) = 0$ in modulo maggiori di uno.

Il modello per y_t diventa quindi

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2)$$

con $j=1, \dots, (p-1)$.

Se $\alpha(L) = 0$ ha una radice unitaria, allora nell'equazione (2) $\alpha = 1$. Se invece $\alpha(L) = 0$ ha soluzioni maggiori di uno in modulo, allora $|\alpha| < 1$.

I test ADF consentono di verificare se nell'equazione (2), stimata con il metodo dei minimi quadrati ordinari, α risulta significativamente diverso da uno. Il sistema d'ipotesi è dato da:

$$H_0 : \alpha = 1 \text{ contro } H_1 : \alpha \neq 1$$

Essi trattano il problema dell'autocorrelazione degli errori aggiungendo nel modello della dinamica con l'introduzione dei termini ritardati Δy_{t-j} in modo da "pulire" gli errori. Un elemento cruciale di questo approccio è la scelta del numero di ritardi p da introdurre nel modello. Occorre quindi prestare molta attenzione alla scelta del numero di ritardi su Δy_{t-j} , utilizzando a tal fine il criterio di Akaike e il test di significatività sugli α_j^* .

Riportiamo ora i risultati dei test di radice unitaria:

Null Hypothesis: PRIMO_TERM_3 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 6 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-0.400336	0.5397
Test critical values:	1% level		-2.566447	
	5% level		-1.941027	
	10% level		-1.616563	

Tabella 1: test sul termine exp(3)

Null Hypothesis: PRIMO_TERM_6 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 10 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-0.228560	0.6040
Test critical values:	1% level		-2.566451	
	5% level		-1.941027	
	10% level		-1.616562	

Tabella 2: test sul termine exp(6)

Null Hypothesis: SEC_TERM_3 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 10 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-0.509408	0.4959
Test critical values:	1% level		-2.566451	
	5% level		-1.941027	
	10% level		-1.616562	

Tabella3: test sul termine rap(3)

Null Hypothesis: SEC_TERM_6 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 10 (Fixed)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-0.429965	0.5281
Test critical values:	1% level		-2.566451	
	5% level		-1.941027	
	10% level		-1.616562	

Tabella 4: test sul termine rap(6)

Come si osserva attraverso la statistica e il relativo P-value, tutti i test denotano la natura non stazionaria dei nostri termini. Questo risultato si ottiene anche analizzando le funzioni di autocorrelazione, di seguito presentate solo per exp(3) e rap(3), che evidenziano una forte memoria.

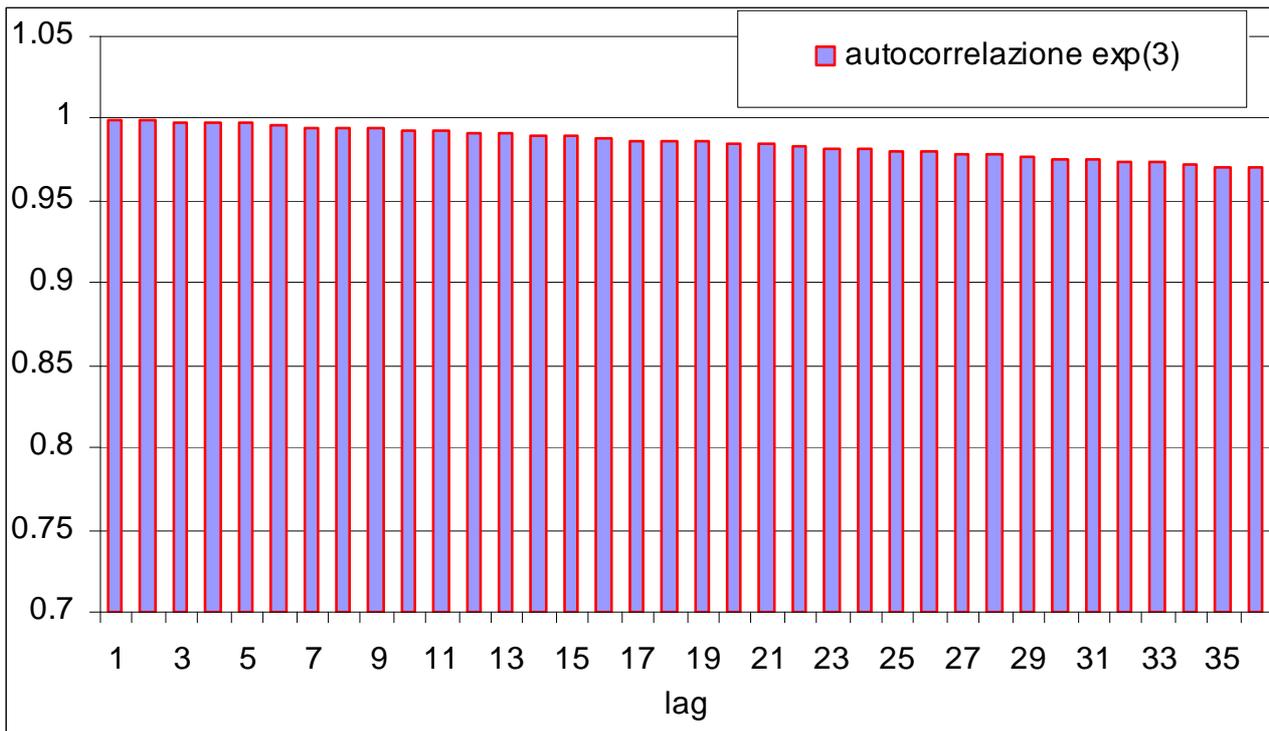


Figura 6: autocorrelazione di exp(3)

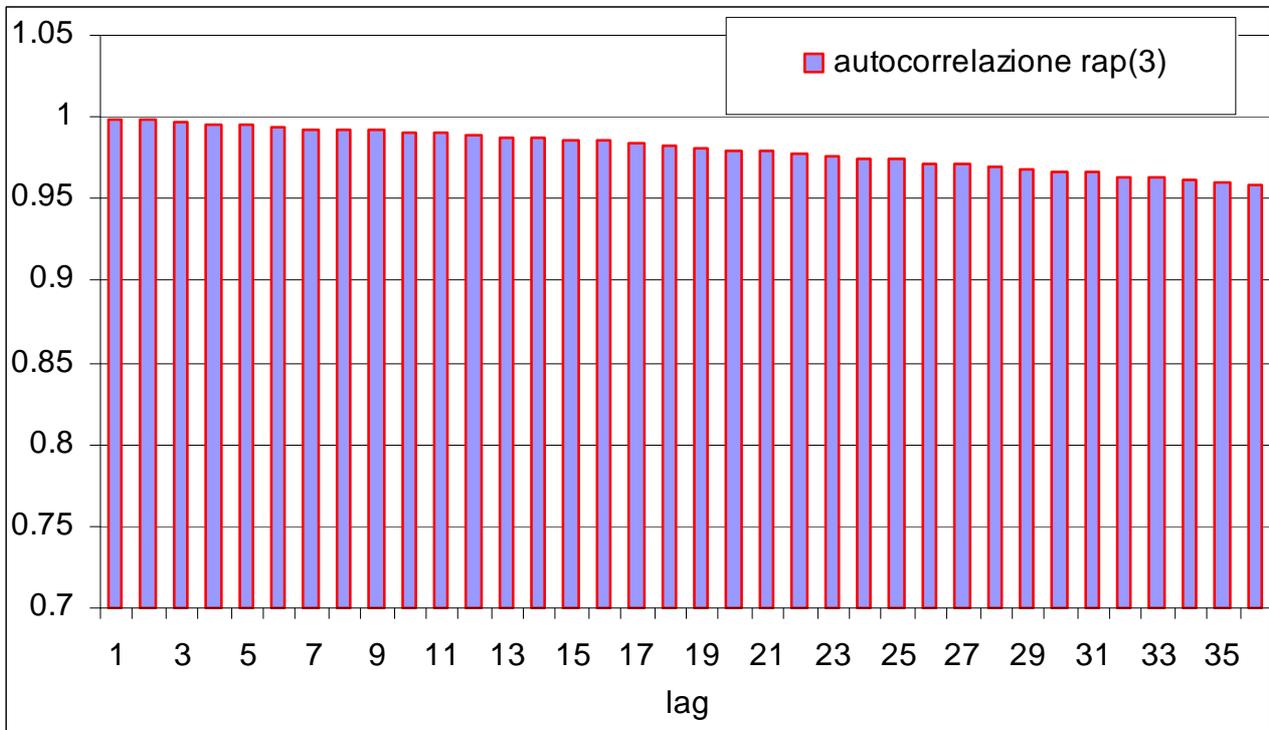


Figura 7: autocorrelazione di rap(3)

Riportiamo ora i risultati dei test di radice unitaria sulle differenze prime dei termini:

Null Hypothesis: D(PRIMO_TERM_3) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-25.42017	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.566444	
	5% level		-1.941026	
	10% level		-1.616563	

Tabella 5: test sulla differenza prima di exp(3)

Null Hypothesis: D(PRIMO_TERM_6) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-42.57059	0.0001
Test critical values:	1% level		-2.566442	
	5% level		-1.941026	
	10% level		-1.616563	

Tabella 6: test sulla differenza prima di exp(6)

Null Hypothesis: D(SEC_TERM_3) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-46.00772	0.0001
Test critical values:	1% level		-2.566442	
	5% level		-1.941026	
	10% level		-1.616563	

Tabella 7: test sulla differenza prima di rap(3)

Null Hypothesis: D(SEC_TERM_6) has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 1 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-25.94010	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.566443	
	5% level		-1.941026	
	10% level		-1.616563	

Tabella 8: test sulla differenza prima di rap(6)

Si nota, come ci si aspettava, che dopo la differenziazione tutte le variabili hanno perso la radice unitaria e sono quindi stazionarie.

La cointegrazione

Tra due o più processi non stazionari possono esistere delle combinazioni lineari che risultano essere stazionarie e che possono essere interpretate come delle relazioni di lungo periodo. Questo fenomeno è detto della cointegrazione.

Sia x_t un vettore di n serie storiche. Le componenti di x_t si dicono cointegrate di ordine (d,b) ,

$x_t \sim CI(d,b), d \geq b$, se:

- i) tutte le componenti di x_t hanno lo stesso ordine di integrazione, $x_t \square I(d)$;
- ii) esiste un vettore β diverso da zero tale che $\xi_t = \beta'x_t$ ha un ordine d'integrazione inferiore, cioè $\xi_t \sim I(d-b)$, con $d \geq b > 0$. Il vettore β è detto vettore di cointegrazione.

Per avere cointegrazione, dunque, occorre che:

- tutte le componenti del vettore x_t abbiano lo stesso grado di integrazione d ; cioè tutte le serie considerate diventano stazionarie dopo che sono state filtrate mediante l'operatore $(1-L)^d$;
- il grado di integrazione della combinazione lineare ottenuta con il vettore β risulti minore di quello delle componenti di x_t .

Per quanto riguarda la combinazione lineare delle variabili, si ha che:

$$\xi_t = y_t - \beta x_t$$

dove y_t e x_t sono rispettivamente la variabile dipendente e indipendente del nostro modello. Si ricava $y_t = \beta x_t + \xi_t$, equazione che rappresenta la cosiddetta regressione di cointegrazione. Essa rappresenta la relazione "strutturale" che lega tra loro le due variabili y_t e x_t , e può essere pensata come la rappresentazione stocastica della relazione di lungo periodo che le collega tra loro, vale a dire $y_t = \beta x_t$. Il termine d'errore ξ_t rappresenta le deviazioni dall'equilibrio, $\xi_t = y_t - \beta x_t$, deviazioni che per la presenza di cointegrazione sono stazionarie.

Per verificare la presenza di cointegrazione tra i nostri termini applichiamo il test di Johansen:

Series: EXP_PRIMOTERM_3 SEC_TERM_3				
Lags interval (in first differences): 1 to 1				
Unrestricted Cointegration Rank Test				
Hypothesized		Trace	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None *	0.009624	15.26200	12.53	16.31
At most 1	9.43E-05	0.147415	3.84	6.51
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 5% level				
Trace test indicates no cointegration at the 1% level				
Hypothesized		Max-Eigen	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None *	0.009624	15.11458	11.44	15.69
At most 1	9.43E-05	0.147415	3.84	6.51
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at the 5% level				
Max-eigenvalue test indicates no cointegration at the 1% level				

Tabella 9: test di Johansen sui termini dell'equazione a 3 mesi (exp(3) e rap(3))

Questo test ci indica che fra i termini dell'equazione a 3 mesi c'è presenza di cointegrazione al livello 5%, ma non al livello 1%.

Series: EXP_PRIMOTERM_6 SEC_TERM_6				
Lags interval (in first differences): 1 to 1				
Unrestricted Cointegration Rank Test				
Hypothesized		Trace	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None **	0.010432	16.39234	12.53	16.31
At most 1	9.02E-07	0.001410	3.84	6.51
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Trace test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels				
Hypothesized		Max-Eigen	5 Percent	1 Percent
No. of CE(s)	Eigenvalue	Statistic	Critical Value	Critical Value
None **	0.010432	16.39093	11.44	15.69
At most 1	9.02E-07	0.001410	3.84	6.51
*(**) denotes rejection of the hypothesis at the 5%(1%) level				
Max-eigenvalue test indicates 1 cointegrating equation(s) at both 5% and 1% levels				

Tabella 10: test di Johansen sui termini dell'equazione a 6 mesi (exp(3) e rap(6))

Questo test indica che fra i termini dell'equazione a 6 mesi c'è presenza di cointegrazione al livello 5% e al livello 1%.

In ognuno dei due casi (tassi a 3 e tassi a 6 mesi) si è quindi in presenza di variabili cointegrate. Questo risultato verrà utilizzato per lo sviluppo del modello MCE per le nostre analisi, poiché esso tiene in considerazione la cointegrazione tra le variabili.

Il modello di regressione lineare dinamico

La complessità di un sistema economico e la natura particolare dell'attività economica sono tali da far ritenere che il processo che genera le osservazioni sulle serie temporali economiche sia un processo stocastico dinamico, cioè un processo in cui il presente è influenzato, almeno in parte, dal passato.

Un modello dinamico appartenente alla classe di modelli ADL (autoregressive – distributed lags) di ordine (m,n), descrive in maniera più adeguata i fenomeni analizzati quando questi sono rappresentati da serie storiche.

Un modello dinamico è caratterizzato dal fatto che la variabile dipendente è funzione di un insieme di variabili esplicative osservate in periodi diversi del tempo, producendo relazioni non solo istantanee tra variabili, ma anche differite nel tempo.

Il modello generale ADL(1,1) è : $y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$, da cui deriva (riscrivendolo in termini di variazioni delle variabili y e x e in una nuova variabile che rappresenta il cosiddetto “disequilibrio” (y-cx) riferito al periodo precedente) il modello usato per la nostra analisi, che permette anche di tenere in considerazione la presenza di cointegrazione tra le variabili, chiamato modello con meccanismo a correzione dell'errore (MCE):

$$\Delta y_t = \beta_0 \Delta x_t + (\alpha_1 - 1)(y_{t-1} - cx_{t-1}) + \varepsilon_t$$

In questo modello la variazione nella variabile dipendente viene spiegata dalla variazione nella variabile esplicativa e dallo scostamento, realizzatosi nel periodo precedente, tra y ed il suo valore di equilibrio statico cx. La velocità con cui viene raggiunto questo valore di equilibrio statico è misurata dal coefficiente $(\alpha_1 - 1)$ che è negativo data la condizione di stabilità $|\alpha_1| < 1$.

La formulazione permette di distinguere la componente di lungo periodo da quella di breve periodo, catturando la dinamica del sistema e, allo stesso tempo, incorporando le proprietà di equilibrio suggerite dalla teoria economica.

Nel modello l'aggiustamento alle variazioni della x avviene in modo proporzionale ed è dato da $\beta_0 \Delta x_t$. Tale componente viene anche denominata “risposta d'impatto”, proprio per sottolineare il fatto che essa coglie la reazione di breve periodo del modello.

La variabile $(y_{t-1} - cx_{t-1})$, denominata anche “risposta differenziale” esprime le deviazioni dall'equilibrio statico, misurando l'errore commesso dagli agenti nel periodo precedente. Alla luce

di tale disequilibrio, gli agenti correggono o rivedono le loro decisioni su y apportando l'opportuna variazione.

Sotto la condizione di stabilità $|\alpha_1| < 1$ la componente MCE gioca un ruolo stabilizzatore importante. Se, ad esempio, a causa di shock o perturbazioni si viene a creare un disequilibrio positivo, nel senso che la variabile y è maggiore del suo valore di equilibrio, essendo $(\alpha_1 - 1) < 0$, si ha un decremento della crescita di y nel breve periodo, decremento che contribuisce a riportare quest'ultima nella sua posizione di equilibrio. Un comportamento opposto si ha nel caso di un disequilibrio negativo, che, combinandosi con il coefficiente negativo provoca una variazione positiva su y , riportando il sistema verso l'equilibrio.

Il procedimento che vogliamo seguire è il seguente:

- Inizialmente stimiamo l'equazione

$$y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$$

dove β è il coefficiente di lungo periodo che indica se la parità tra i tassi di interesse è verificata.

- Da tale equazione otteniamo la serie degli errori stimati espressa da

$$\hat{\varepsilon}_t = y_t - x_t \beta$$

- La stima successiva è rappresentata da:

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_t + \beta_2 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \eta_t$$

Riportiamo ora l'output delle stime relative al primo punto:

Dependent Variable: EXP_PRIMOTERM_3				
Method: Least Squares				
Date: 05/27/05 Time: 14:39				
Sample: 1 1565				
Included observations: 1565				
EXP_PRIMOTERM_3=C(1)*SEC_TERM_3				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β	0.999014	1.86E-05	53844.07	0.0000
R-squared	0.952268	Mean dependent var	0.999440	
Adjusted R-squared	0.952268	S.D. dependent var	0.003361	
S.E. of regression	0.000734	Akaike info criterion	-11.59465	
Sum squared resid	0.000843	Schwarz criterion	-11.59123	
Log likelihood	9073.811	Durbin-Watson stat	0.037073	

Tabella 11: stima del modello $y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$ con tassi a 3 mesi

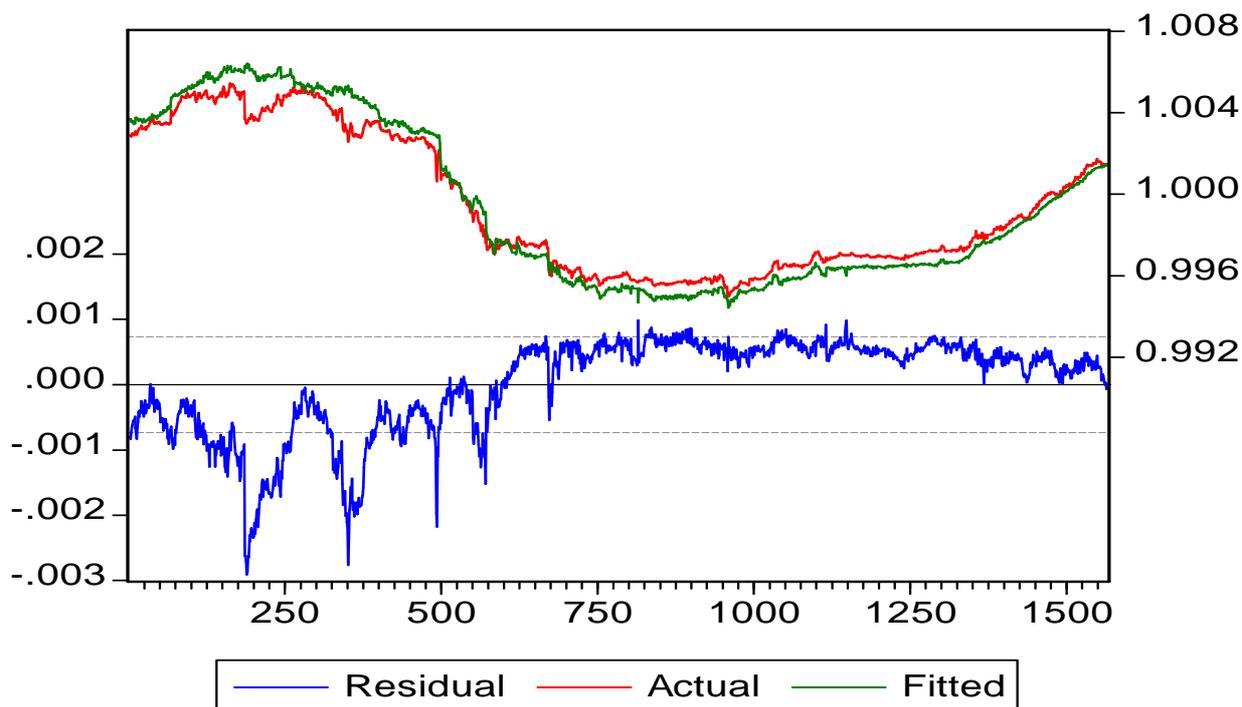


Figura 8: serie dei valori reali, fittati e residui del modello sopra stimato con tassi a 3 mesi

Dependent Variable: EXP_PRIMOTERM_6				
Method: Least Squares				
Date: 05/27/05 Time: 14:39				
Sample: 1 1565				
Included observations: 1565				
EXP_PRIMOTERM_6=C(1)*SEC_TERM_6				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β	0.998004	3.52E-05	28349.36	0.0000
R-squared	0.954677	Mean dependent var	0.999156	
Adjusted R-squared	0.954677	S.D. dependent var	0.006549	
S.E. of regression	0.001394	Akaike info criterion	-10.31221	
Sum squared resid	0.003041	Schwarz criterion	-10.30879	
Log likelihood	8070.305	Durbin-Watson stat	0.024551	

Tabella 12: stima del modello $y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$ con tassi a 6 mesi

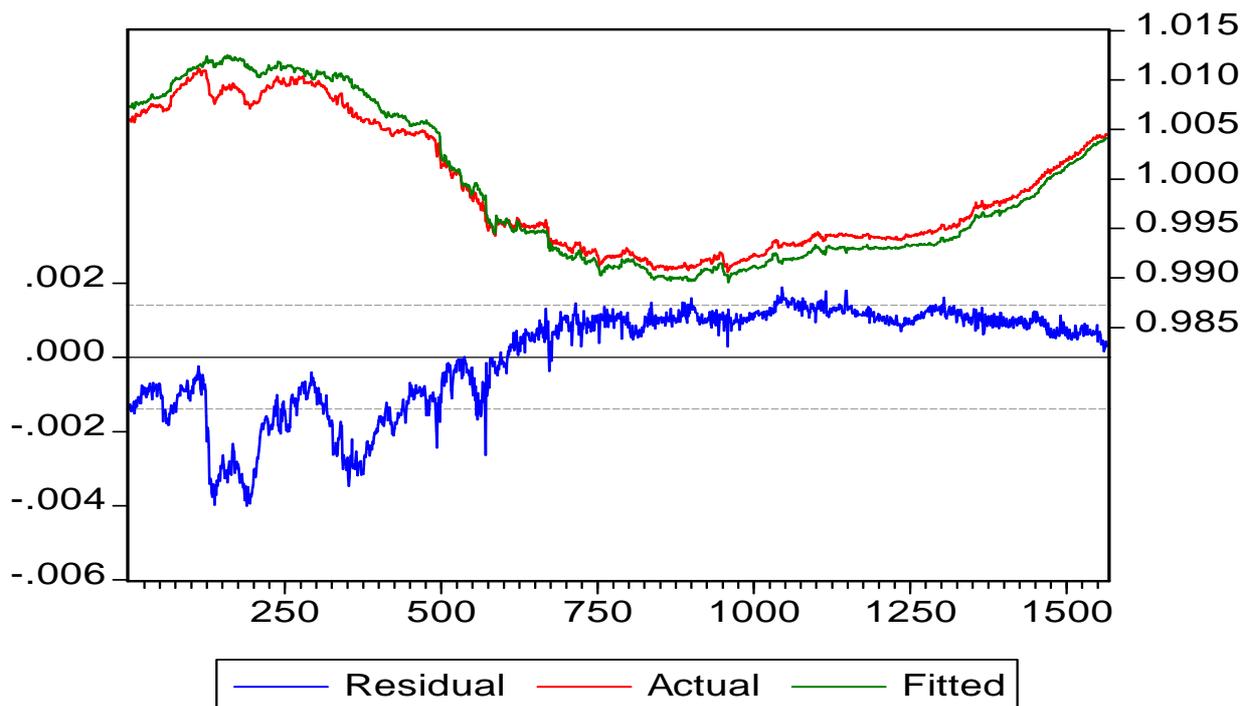


Figura 9: serie dei valori reali, fittati e residui del modello sopra stimato con tassi a 6 mesi

Delle due semplici regressioni appena effettuate si osserva come i due coefficienti stimati siano pienamente significativi e con valori molto prossimi a 1. I residui escono dalle bande di confidenza principalmente nelle prime 500 osservazioni in corrispondenza del periodo campionario Gennaio 1999 – Gennaio 2001.

Test di cointegrazione

Sin qui si è ipotizzata l'esistenza di una relazione di cointegrazione tra le variabili considerate. Dopo la stima effettuata è interessante verificare mediante opportuni test statistici la validità di tale ipotesi. Engle e Granger (1987) hanno proposto di verificare l'ipotesi di presenza di cointegrazione verificando se gli errori della relazione di cointegrazione (relazione che per quanto ci riguarda è rappresentata dal modello appena stimato) presentano una radice unitaria nel loro processo generatore. L'errore della relazione lineare tra le nostre variabili, che sono tutte e due integrate di ordine 1, è dato da:

$$\xi = y_t - \beta x_t$$

Se le variabili y_t e x_t sono tra loro cointegrate, l'errore ξ_t è stazionario e l'applicazione di un test di radice unitaria del tipo ADF dovrebbe portare al rifiuto dell'ipotesi nulla.

Poiché gli errori di cointegrazione non sono osservabili, essi devono essere sostituiti dalle loro stime, costituite dai residui dei minimi quadrati ordinari. Il test di radice unitaria va quindi applicato ai residui definiti come

$$\hat{\xi}_t = y_t - \beta x_t$$

La statistica che andiamo a costruire per questo test ha però una distribuzione asintotica diversa da quella di un normale test ADF. Il motivo di questa differenza sta nel fatto che qui il test di radice unitaria è applicato a una serie calcolata, i residui, e non a una serie direttamente osservata.

Riportiamo ora i test ADF effettuati sui residui dell'equazione a 3 e a 6 mesi, ricordando di non considerare esatti i valori critici e i p-value riportati perché non derivanti dalla corretta distribuzione asintotica:

Null Hypothesis: RESID_REG_EXP3 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.753384	0.0058
Test critical values:	1% level		-2.566443	
	5% level		-1.941026	
	10% level		-1.616563	

Tabella 13: test di radice unitaria sui residui del modello $y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$ con tassi a 3 mesi

Null Hypothesis: RESIDUI_REG_EXP6 has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=23)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.729775	0.0794
Test critical values:	1% level		-2.566444	
	5% level		-1.941026	
	10% level		-1.616563	

Tabella 14: test di radice unitaria sui residui del modello $y_t = \beta x_t + \varepsilon_t$ con tassi a 6 mesi

Considerando che il valore critico al livello 5% della distribuzione asintotica da considerare è -2.76, in tutti e due i test si accetta l'ipotesi nulla di presenza di radice unitaria nei residui, di conseguenza l'ipotesi iniziale di cointegrazione tra le variabili viene messa in dubbio da questo risultato. Il modello MCE, che usa la cointegrazione tra le variabili nella sua specificazione non è pertanto il migliore per i nostri scopi. Utilizzeremo quindi una riparametrizzazione del modello generale di regressione lineare dinamico ADL(1,1).

Riparametrizzazione di un modello ADL(1,1)

La relazione di parità di cui vogliamo accertare la veridicità equivale ad affermare che l'elasticità di lungo periodo è unitaria.

Dal punto di vista empirico, tale affermazione corrisponde al vincolo lineare $\beta_0 + \beta_1 + \alpha_1 = 1$ in un modello ADL(1,1) così specificato:

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Un modo per sottoporre a verifica tale restrizione consiste nel riparametrizzare il modello generale ADL(1,1), in modo che nella nuova formulazione appaia esplicitamente un coefficiente, che incorpori le deviazioni dalla restrizione. L'ADL(1,1), con l'aggiunta di una costante, diventa quindi:

$$\Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t + \gamma_2 (y_{t-1} - x_{t-1}) + \gamma_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$$

Sottoponendo a verifica l'ipotesi

$$H_0 : \gamma_3 = 0 \text{ contro } H_1 : \gamma_3 \neq 0$$

con un semplice test di significatività, si verifica l'ipotesi di elasticità di lungo periodo unitaria.

Riportiamo quindi le stime di questo modello:

Dependent Variable: D(EXP_PRIMOTERM_3)				
Method: Least Squares				
Date: 06/21/05 Time: 15:53				
Sample(adjusted): 2 1565				
Included observations: 1564 after adjusting endpoints				
D(EXP_PRIMOTERM_3)=C(1)+C(2)*D(SEC_TERM_3)+C(3)				
*(EXP_PRIMOTERM_3(-1)-SEC_TERM_3(-1))+C(4)				
*SEC_TERM_3(-1)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
γ_0	0.005855	0.001467	3.991898	0.0001
γ_1	0.217695	0.028685	7.589271	0.0000
γ_2	-0.034646	0.007990	-4.336216	0.0000
γ_3	-0.005887	0.001473	-3.996958	0.0001
R-squared	0.041395	Mean dependent var	-9.03E-07	
Adjusted R-squared	0.039551	S.D. dependent var	0.000117	
S.E. of regression	0.000114	Akaike info criterion	-15.31036	
Sum squared resid	2.04E-05	Schwarz criterion	-15.29667	
Log likelihood	11976.70	Durbin-Watson stat	2.013167	

Tabella 15: stima del modello $\Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t + \gamma_2 (y_{t-1} - x_{t-1}) + \gamma_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$ con tassi a 3 mesi

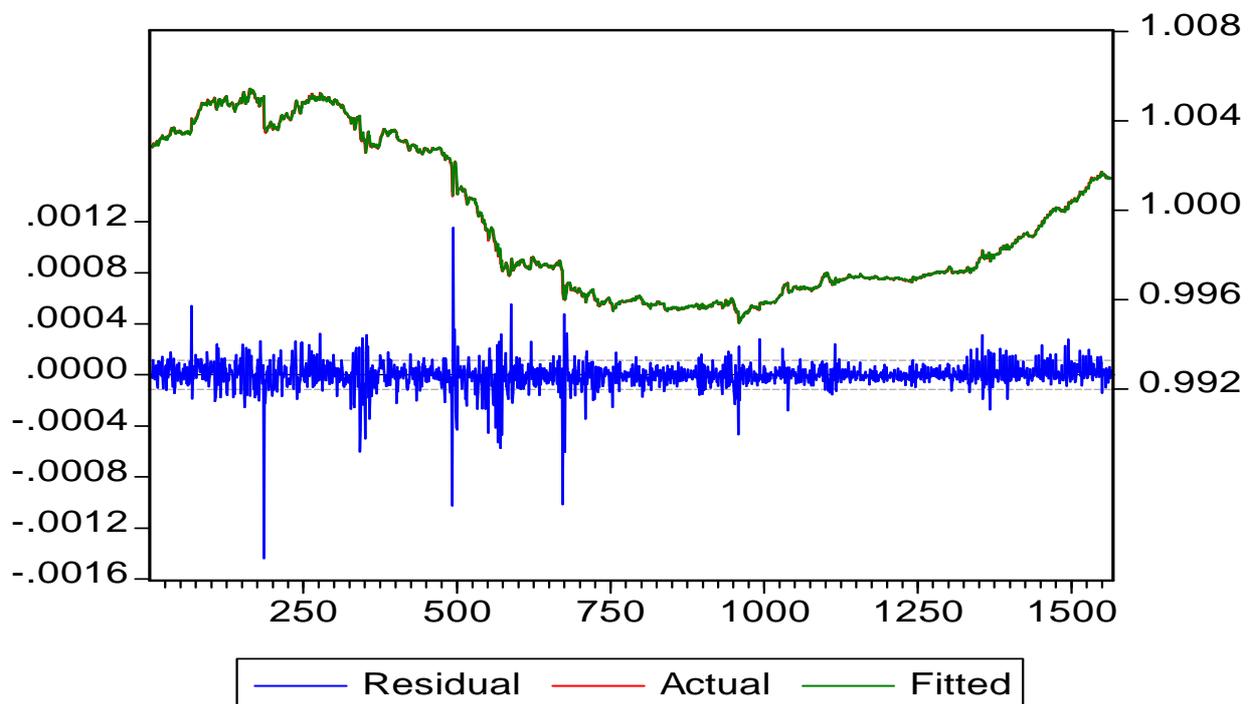


Figura 10: serie dei valori reali, fittati e residui del modello sopra stimato

Dependent Variable: D(EXP_PRIMOTERM_6)				
Method: Least Squares				
Date: 06/21/05 Time: 16:24				
Sample(adjusted): 2 1565				
Included observations: 1564 after adjusting endpoints				
D(EXP_PRIMOTERM_6)=C(1)+C(2)*D(SEC_TERM_6)+C(3)				
*(EXP_PRIMOTERM_6(-1)-SEC_TERM_6(-1))+C(4)				
*SEC_TERM_6(-1)				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
γ_0	0.004158	0.001345	3.091671	0.0020
γ_1	0.405071	0.030140	13.43974	0.0000
γ_2	-0.024244	0.007528	-3.220552	0.0013
γ_3	-0.004202	0.001357	-3.097151	0.0020
R-squared	0.104143	Mean dependent var	-9.42E-07	
Adjusted R-squared	0.102420	S.D. dependent var	0.000204	
S.E. of regression	0.000193	Akaike info criterion	-14.26649	
Sum squared resid	5.80E-05	Schwarz criterion	-14.25280	
Log likelihood	11160.40	Durbin-Watson stat	2.387474	

Tabella 16: stima del modello $\Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t + \gamma_2 (y_{t-1} - x_{t-1}) + \gamma_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$ con tassi a 6 mesi

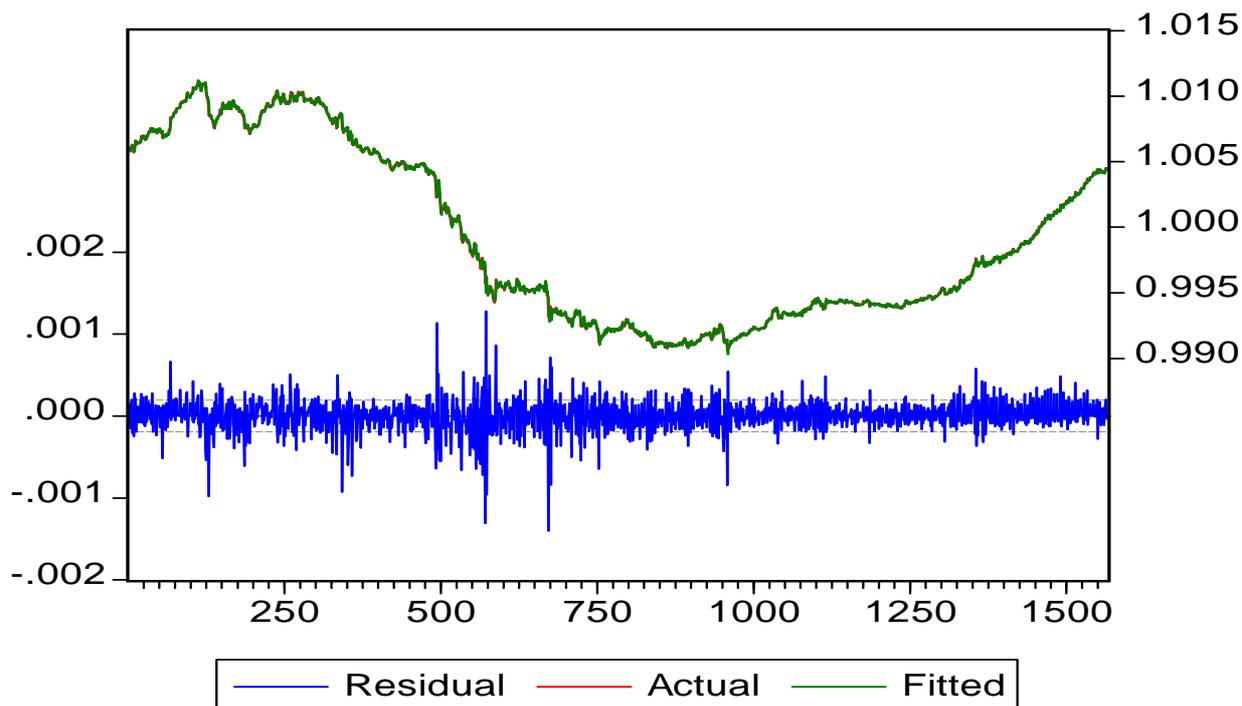


Figura 11: serie dei valori reali, fittati e residui del modello MCE sopra stimato

Dalle stime, la prima cosa da dire è che il test di significatività sul coefficiente γ_3 rifiuta in ognuno dei due casi (equazioni a 3 e a 6 mesi) l'ipotesi di uguaglianza a zero. Non esiste perciò un'elasticità di lungo periodo pari a 1.

Si osserva poi dai grafici come il modello spiega sufficientemente bene le serie dei dati reali e come esistano nei residui dei cluster di volatilità.

Per avere una stima diretta del coefficiente di elasticità possiamo applicare ai nostri dati un modello MCE come

$$\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_t + \beta_2 (y_{t-1} - \beta_3 x_{t-1}) + \varepsilon_t$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β_0	0.006661	0.001467	4.541077	0.0000
β_1	0.220260	0.028687	7.677940	0.0000
β_2	-0.038934	0.007991	-4.872377	0.0000
β_3	0.827992	0.018814	44.00855	0.0000

Tabella 16: stima del modello $\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_t + \beta_2 (y_{t-1} - \beta_3 x_{t-1}) + \varepsilon_t$ con tassi a 3 mesi

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
β_0	0.004158	0.001345	3.091671	0.0020
β_1	0.405071	0.030140	13.43974	0.0000
β_2	-0.024244	0.007528	-3.220552	0.0013
β_3	0.826688	0.026286	31.44916	0.0000

Tabella 16: stima del modello $\Delta y_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta x_t + \beta_2 (y_{t-1} - \beta_3 x_{t-1}) + \varepsilon_t$ con tassi a 6 mesi

Come ci aspettavamo il coefficiente di elasticità (β_3) non è uguale ad 1 (circa 0.83) in ognuna delle due stime.

I modelli GARCH

Fino a questo punto abbiamo fatto analisi che si basavano sullo studio delle dinamiche nelle medie, ma è importante considerare anche la dinamica in varianza. Abbiamo quindi introdotto nel nostro modello la specificazione del modello GARCH (1,1), che viene così espressa:

$$y_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

con $\varepsilon_t \sim iid(0,1)$ e con i seguenti vincoli: $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$, $\beta_1 \geq 0$ e $\alpha_1 + \beta_1 < 1$

L'ultimo vincolo in particolare serve affinché la y_t sia stazionaria.

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
γ_0	0.006457	0.001966	3.284487	0.0010
γ_1	0.217674	0.023490	9.266702	0.0000
γ_2	-0.034433	0.010463	-3.290969	0.0010
γ_3	-0.006488	0.001973	-3.288027	0.0010
Variance Equation				
α_0	4.61E-09	8.56E-10	5.386411	0.0000
α_1	0.150086	0.022696	6.612799	0.0000
β_1	0.600052	0.063597	9.435175	0.0000

Tabella 17: stima del modello $\Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t + \gamma_2 (y_{t-1} - x_{t-1}) + \gamma_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$ con tassi a 3 mesi e specificazione GARCH (1,1) $y_t = \sigma_t \varepsilon_t$ e $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
γ_0	0.003799	0.001166	3.257002	0.0011
γ_1	0.405241	0.018935	21.40197	0.0000
γ_2	-0.023471	0.006765	-3.469685	0.0005
γ_3	-0.003834	0.001177	-3.256676	0.0011
Variance Equation				
α_0	7.88E-09	1.47E-09	5.366822	0.0000
α_1	0.150568	0.019512	7.716821	0.0000
β_1	0.600389	0.055240	10.86869	0.0000

Tabella 18: stima del modello $\Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t + \gamma_2 (y_{t-1} - x_{t-1}) + \gamma_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$ con tassi a 6 mesi e specificazione GARCH (1,1): $y_t = \sigma_t \varepsilon_t$ e $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$

Presentiamo ora i grafici delle volatilità stimate:

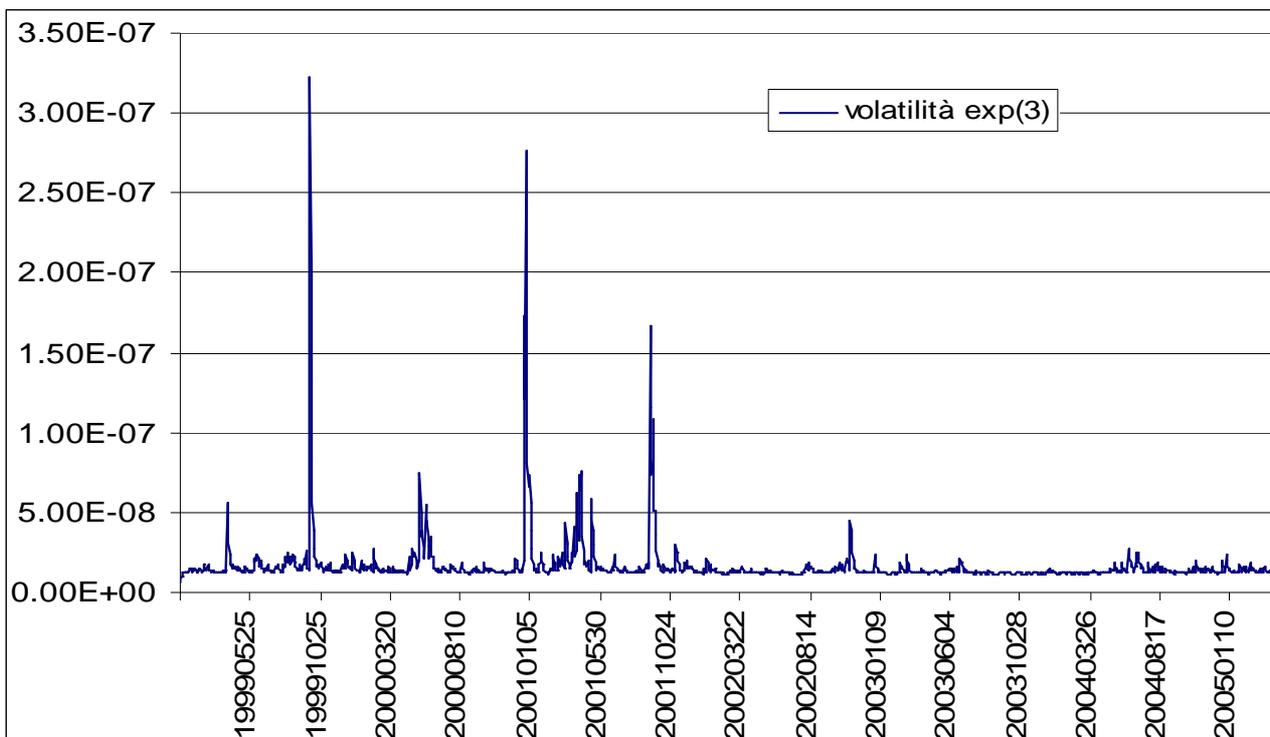


Figura 13: volatilità di exp(3)

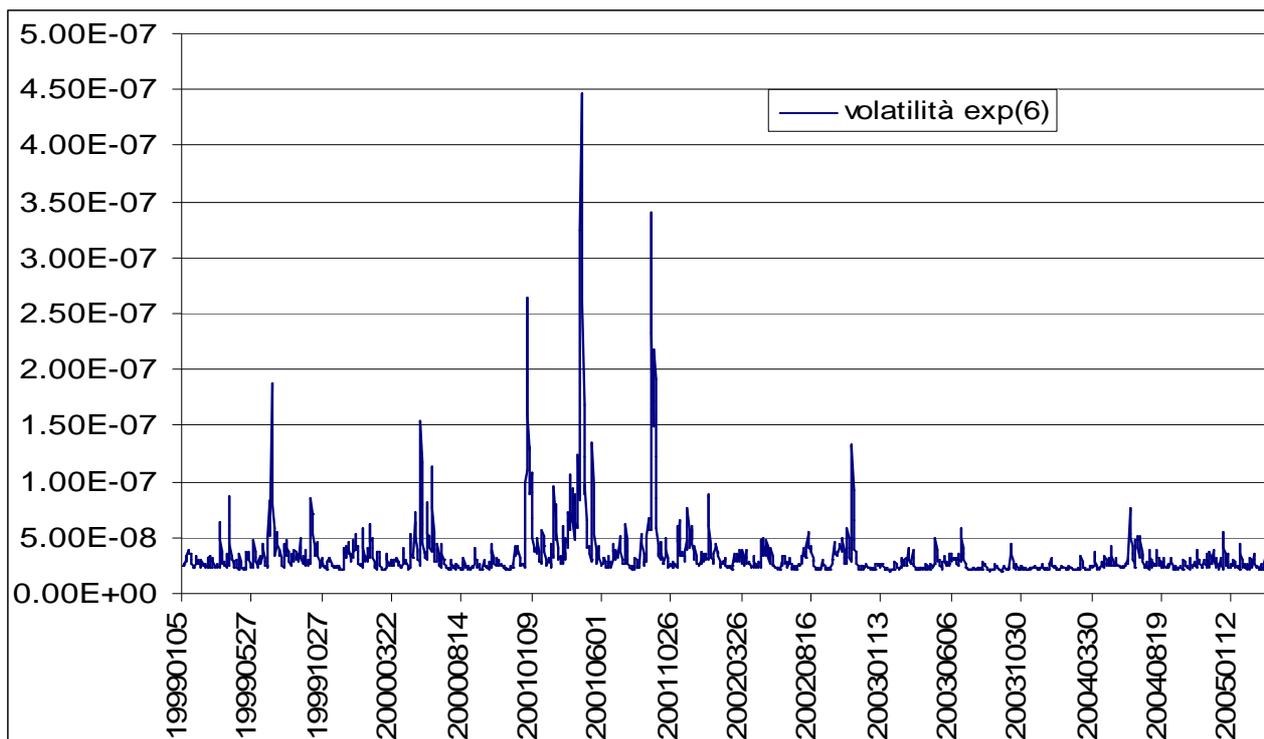


Figura 15: volatilità di exp(6)

Si notano diversi picchi di volatilità in diversi momenti, ma in special modo nella prima metà del periodo campionario. Ristimiamo allora i nostri modelli utilizzando un campione più ristretto di dati, con lo scopo di capire se la volatilità ha effetti negativi sul corretto calcolo dei coefficienti:

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
γ_0	0.007442	0.001598	4.655697	0.0000
γ_1	0.141798	0.025428	5.576473	0.0000
γ_2	-0.166014	0.015086	-11.00445	0.0000
γ_3	-0.007530	0.001607	-4.685649	0.0000
Variance Equation				
α_0	1.16E-09	1.80E-10	6.435442	0.0000
α_1	0.150015	0.035390	4.238887	0.0000
β_1	0.600063	0.045241	13.26379	0.0000

Tabella 19: stima del modello $\Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t + \gamma_2 (y_{t-1} - x_{t-1}) + \gamma_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$ con tassi a 3 mesi, specificazione GARCH(1,1): $y_t = \sigma_t \varepsilon_t$ e $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$ e periodo campionario che parte dal 16-10-2001 e arriva al 13-04-2005

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
γ_0	0.005389	0.001626	3.315318	0.0009
γ_1	0.380829	0.030206	12.60788	0.0000
γ_2	-0.204779	0.023856	-8.584089	0.0000
γ_3	-0.005592	0.001647	-3.395850	0.0007
Variance Equation				
α_0	5.09E-09	1.27E-09	4.020943	0.0001
α_1	0.149749	0.038688	3.870717	0.0001
β_1	0.600494	0.073337	8.188118	0.0000

Tabella 20: stima del modello $\Delta y_t = \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t + \gamma_2 (y_{t-1} - x_{t-1}) + \gamma_3 x_{t-1} + \varepsilon_t$ con tassi a 6 mesi, specificazione GARCH(1,1): $y_t = \sigma_t \varepsilon_t$ e $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$ e con periodo campionario che parte dal 16-10-2001 e arriva al 13-04-2005

I coefficienti variano di poco da quelli del modello con periodo campionario totale, in particolare il coefficiente γ_4 , in ognuna delle due analisi, risulta significativamente diverso da zero. La parità coperta dei tassi di interesse continua quindi a non essere verificata.

Conclusioni

In questo lavoro abbiamo effettuato diverse analisi e test sulle nostre variabili costituite dai termini dell'equazione di parità. Per capire con che tipo di dati si lavorava e che tipo di modello si dovesse usare abbiamo innanzitutto elaborato dei test di radice unitaria e test di Johansen che valutano il grado di integrazione e di cointegrazione delle variabili in esame.

E' stato quindi stimato un primo modello molto semplice che sarebbe servito a calcolare la relazione di lungo periodo da inserire poi in un modello MCE. Dopo aver testato i residui di questa stima siamo arrivati alla conclusione che l'ipotesi iniziale in cui si pensava che le variabili usate in questo lavoro fossero cointegrate era falsa, siamo perciò tornati sui nostri passi per cercare un modello adatto a verificare la parità dei tassi d'interesse. Questo è stato trovato in una riparametrizzazione del modello lineare dinamico generale (ADL), che offre tramite un semplice test di significatività su uno dei coefficienti la possibilità di convalidare l'ipotesi della teoria economica. Successivamente abbiamo aggiunto la specificazione dei modelli GARCH, così da considerare la presenza di eteroschedasticità all'interno delle variabili e, utilizzando un periodo campionario ristretto, abbiamo ristimato il modello per cogliere eventuali differenze dovute alla volatilità.

Dalle nostre analisi si comprende come la condizione di parità coperta dei tassi di interesse non sia verificata, anche se bisogna menzionare che le stime sono state effettuate su di un periodo campionario lungo (più di 5 anni), che include al suo interno eventi importanti come la caduta delle torri gemelle (11-09-2001), la guerra in Afghanistan, la guerra in Iraq, che possono avere condizionato fortemente i risultati di questo lavoro.

Un proseguimento di questa analisi potrebbe consistere nel testare la presenza di cambiamenti strutturali del modello attraverso il test di Chow, verifica che lascio a ricerche future.

Bibliografia

Bollerslev, T. (1986), "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31, 307-327.

Burda Michael e Wyplosz Charles, "Macroeconomia", *Il Mulino*.

Cappuccio Nunzio e Orsi Renzo (2005), "Econometria", *Il Mulino-Strumenti*.

Davidson, J. E. H., D. F. Hendry, F. Srba e S. Yeo (1978), "Econometric modelling of the aggregate time-series relationship between consumers", *Economic Journal* 88, 661-692.

Dickey, D. A. e W. A. Fuller (1979), "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root", *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-431.

Engle, R. F. e C. W. J. Granger (1987), "Co-integration and error correction: Representation, estimation and testing", *Econometrica* 55, 251-276.

Granger, C. W. J. e P. Newbold (1974), "Spurious regressions in econometrics", *Journal of Econometrics* 2, 111-120.

Hendry, D. F., A. R. Pagan e J. D. Sargan (1984), "Dynamic specification", in Z. Griliches e M. Intriligator, a cura di, "Handbook of Econometrics", Vol. 2, North Holland, Amsterdam, chapter 18.

Hendry, D. F. (1995), "Dynamic Econometrics", Oxford University Press, Oxford.

Phillips, P. C. B. (1987), "Time series regression with a unit root", *Econometrica* 55, 277-301.

Phillips, P. C. B. e P. Perron (1988), "Testing for a unit root in time series regression", *Biometrika* 75, 335-346.

Phillips, P. C. B. (1991), "Optimal inference in cointegrated systems", *Econometrica* 59, 283-306.

Richard T. Baillie e Patrick C. McMalon, "The foreign exchange market".

Ringraziamenti

Vorrei innanzitutto ringraziare il professor Guglielmo Weber e il dottor Massimiliano Caporin, rispettivamente mio relatore e correlatore, che mi hanno seguito con molta pazienza nelle varie fasi del lavoro e che mi hanno permesso di effettuare lo stage presso GRETA.

Ringrazio la mia famiglia che mi è stata vicina, mi ha sopportato, spronato e mantenuto per tutti questi anni.

Ringrazio i miei compagni di facoltà, con cui ho passato momenti bellissimi, tra cui notti “alcoliche” e notti di studio “pazzo e disperatissimo”.

Ringrazio i miei amici perché senza di loro non avrei avuto la carica per finire questi tre anni di università, in particolare Angela, Manza, Yargo, Benry, Paride, Miki, Nicola.

Ringrazio in special modo la mia ragazza Giulia che mi ha sostenuto e aiutato durante questi mesi di stage e di tesi, rendendomi più leggeri.