



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI
"M. FANNO"

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA

PROVA FINALE

"Beta Equity: Definizione, stima e applicazioni"

RELATORE:

CH.MA PROF.SSA ELENA SAPIENZA

LAUREANDO: MATTEO BATTILANA

MATRICOLA N. 1216258

ANNO ACCADEMICO 2021 – 2022

Dichiaro di aver preso visione del “Regolamento antiplagio” approvato dal Consiglio del Dipartimento di Scienze Economiche e Aziendali e, consapevole delle conseguenze derivanti da dichiarazioni mendaci, dichiaro che il presente lavoro non è già stato sottoposto, in tutto o in parte, per il conseguimento di un titolo accademico in altre Università italiane o straniere. Dichiaro inoltre che tutte le fonti utilizzate per la realizzazione del presente lavoro, inclusi i materiali digitali, sono state correttamente citate nel corpo del testo e nella sezione ‘Riferimenti bibliografici’.

I hereby declare that I have read and understood the “Anti-plagiarism rules and regulations” approved by the Council of the Department of Economics and Management and I am aware of the consequences of making false statements. I declare that this piece of work has not been previously submitted – either fully or partially – for fulfilling the requirements of an academic degree, whether in Italy or abroad. Furthermore, I declare that the references used for this work – including the digital materials – have been appropriately cited and acknowledged in the text and in the section ‘References’.

Firma (signature).....

Abstract

Il beta equity è uno degli indicatori più utilizzati nel mondo della finanza per la valutazione di un titolo.

Questo elaborato prova ad essere una guida per comprendere il suo significato e per essere in grado di stimarlo autonomamente attraverso il linguaggio di programmazione R.

Inoltre, illustreremo come sia possibile applicare il concetto di beta a strumenti finanziari meno convenzionali come le criptovalute, ottenendo così delle evidenze sull'effettiva possibilità di utilizzare queste ultime come beni rifugio nei momenti di crisi.

Indice

Introduzione.....	1
1. Capital Asset Pricing Model (CAPM) e beta equity	2
1.1. Rischio sistematico e idiosincratico	2
1.2. Introduzione al Capital Asset Pricing Model	4
1.3. Il beta equity e la sua interpretazione	8
1.4. Metodi di stima del beta equity	11
2. Stima empirica del beta equity	15
2.1. La scelta del portafoglio di mercato.....	16
2.2. La scelta del fattore temporale	17
2.3. La scelta del risk-free rate	18
2.4. La scelta del metodo di regressione	21
2.5. Aspetti tecnici della stima con R.....	22
2.6. Discussione dei risultati	28
3. Applicazione del concetto di beta equity alle criptovalute.....	38
3.1. Bitcoin può rappresentare un valido bene rifugio in tempi di crisi?	38
3.2. Analisi del beta di bitcoin utilizzando Bloomberg Terminal	40
Conclusione	45
Ringraziamenti.....	47
Bibliografia.....	48

Introduzione

Il beta equity è uno degli indicatori più utilizzati nel mondo della finanza per la valutazione di un titolo.

Questo elaborato prova ad essere una guida per comprendere il suo significato e i suoi limiti, oltre a fornire le indicazioni attraverso cui è possibile stimarlo autonomamente. Tale binomio di teoria e aspetti tecnici ha l'obiettivo, nel corso di 3 capitoli, di istruire il lettore a uno strumento utile e diffuso, dotandolo della consapevolezza necessaria per utilizzarlo in maniera corretta.

Il primo capitolo è strutturato quindi in modo da esporre le basi teoriche necessarie per comprendere i capitoli successivi. In quest'ottica, tratterà prima i concetti propedeutici alla piena comprensione del beta, come la scomposizione del rischio e la teoria del Capital Asset Pricing Model, mentre a seguire la sua interpretazione e i metodi statistici comunemente usati per stimarlo.

Successivamente, all'interno del secondo capitolo, verranno applicati i temi del primo per stimare il beta di quattro società statunitensi (Apple, ExxonMobil, Barrick Gold e Walmart), motivando con cura il processo decisionale attraverso cui definiremo ogni variabile del modello. Poiché verrà utilizzato il linguaggio di programmazione R, una parte del capitolo verrà dedicata agli aspetti tecnici della regressione e al codice necessario per attuarla. Infine, discuteremo i risultati ottenuti e verificheremo la loro robustezza statistica, oltre alla loro coerenza con i dati finanziari delle società coinvolte nell'analisi.

Da ultimo, nel terzo capitolo, applicheremo il concetto di beta per asset meno convenzionali come le criptovalute, cercando delle evidenze sulla possibilità di utilizzare tali strumenti finanziari come beni rifugio. In modo analogo al capitolo precedente, prima discuteremo le scelte fatte e successivamente utilizzeremo Bloomberg Terminal per performare la regressione necessaria a stimare il beta di bitcoin. Dato l'utilizzo inusuale della nozione di beta, confronteremo i nostri risultati con le evidenze sull'argomento raccolte nella letteratura prima e dopo la pandemia.

1. Capital Asset Pricing Model (CAPM) e beta equity

Prima di affrontare gli aspetti tecnici del calcolo del beta equity e le numerose applicazioni che questo può avere, intendiamo fornire al lettore una rassegna degli elementi teorici necessari a comprendere i capitoli successivi.

Pertanto, in prima istanza questo capitolo si prefigge l'obiettivo di trattare i concetti propedeutici alla piena comprensione del beta, tra cui la distinzione tra le varie tipologie di rischio e il suo ruolo chiave all'interno della teoria del Capital Asset Pricing Model.

Dopodiché, discorreremo da un punto di vista concettuale le nozioni che riguardano il beta nello specifico, quali la sua interpretazione e i metodi attraverso i quali è possibile stimarlo.

Una preventiva e generica trattazione di tali argomenti ci permetterà di alleggerire la discussione nei capitoli successivi, in cui, ad esempio, non sarà necessario introdurre l'esistenza di più metodi di calcolo per effettuare la stima, ma risulterà sufficiente esporre le motivazioni che ci hanno portato a propendere per un'alternativa piuttosto di un'altra.

1.1. Rischio sistematico e idiosincratico

“Financial theory and common sense tell us that investments that are riskier need to make higher returns to compensate for risk.” (Damodaran, 1999b)

Per comprendere il CAPM, occorre prima fare una premessa: non tutto il rischio che un investitore può assumere viene effettivamente ripagato in termini di rendimento.

In altre parole, se definiamo il rischio come la volatilità dei rendimenti effettivi rispetto a quelli attesi e un investimento privo di rischio come un titolo il cui rendimento effettivo è sempre uguale a quello atteso (De Marzo and Berk, 2018), allora potrebbe apparire ragionevole esprimere il rendimento in funzione della volatilità. Tuttavia, tale conclusione risulterebbe errata, poiché non tutto il rischio di un titolo viene ricompensato, ma soltanto quello inevitabile.

In merito alla volatilità di un asset, la teoria finanziaria riporta la seguente classificazione (De Marzo and Berk, 2018):

- **rischio specifico** (o idiosincratico), ossia il rischio peculiare della società, specifico di quel titolo;

- **rischio sistematico** (o di mercato), ossia il rischio che interessa l'intera economia, di carattere macroeconomico e indipendente dalle azioni dell'impresa.

Il rischio specifico viene chiamato anche “rischio diversificabile”, che è la ragione per cui si tratta della parte di volatilità che non viene ricompensata agli investitori; il rischio specifico può essere infatti eliminato a costo zero diversificando i propri investimenti, ossia inserendo un titolo rischioso in un portafoglio di titoli di eterogenea natura. In questo modo, se un titolo dovesse avere un periodo negativo in termini di rendimento per cause specifiche imputabili a sé stesso, queste perdite sarebbero mediate dal resto del portafoglio, che verosimilmente non soffrirà degli stessi mali particolari del titolo in questione.

In sintesi, poiché la diversificazione permette di eliminare il rischio specifico, il mercato non intende remunerare gli investitori che decidono di assumerlo non diversificando. Al contrario, il rischio sistematico non può essere eliminato, di conseguenza il mercato deve ricompensare gli investitori in maniera coerente all'ammontare di quel rischio.

A questo punto, l'argomento della nostra funzione risulta più chiaro: il rendimento di un'azione non dipende tanto dalla volatilità del titolo (rischio totale), ma da una parte di esso, quella rappresentante il rischio non diversificabile (rischio sistematico).

In merito a come sia possibile quantificare il rischio sistematico di un asset, questo sarà oggetto di approfondita trattazione all'interno di questo capitolo, ma intuitivamente, vogliamo calcolare quanto è sensibile un investimento a uno shock di mercato, ossia l'impatto sul rendimento di un titolo di una variazione marginale del rendimento di un portafoglio assimilabile al mercato (De Marzo and Berk, 2018).

1.2. Introduzione al Capital Asset Pricing Model

$$E[r_{titolo}] = r_{privo\ di\ rischio} + \beta_{titolo}(E[r_{mercato}] - r_{privo\ di\ rischio})$$

Il Capital Asset Pricing Model (d'ora in poi abbreviato in: CAPM), la cui equazione principale è riportata qui sopra, è largamente considerato uno dei contributi più importanti che il mondo accademico ha fornito all'industria finanziaria nell'ultimo secolo (Jagannathan and Wang, 1993). Tale modello, sviluppato negli anni '60 da William Sharpe e John Lintner (Sharpe, 1964; Lintner, 1965), nonostante gli anni trascorsi e le critiche ricevute, rimane uno degli strumenti più utilizzati per valutare il rendimento di un portafoglio in relazione al rischio assunto o per stimare il costo del capitale di un'impresa.

Al fine di comprendere il ruolo del beta all'interno del CAPM, trattiamo brevemente la teoria alla base del modello.

Secondo la Modern Portfolio Theory di Markowitz (Markowitz, 1952), su cui il CAPM si poggia per elaborare le sue conclusioni, gli investitori scelgono i portafogli che massimizzano il rendimento per un dato livello di rischio. Data la curva a-b-c riportata in Figura 1, questo comporta che gli unici portafogli che verranno presi in considerazione dagli investitori sono quelli al di sopra di b.

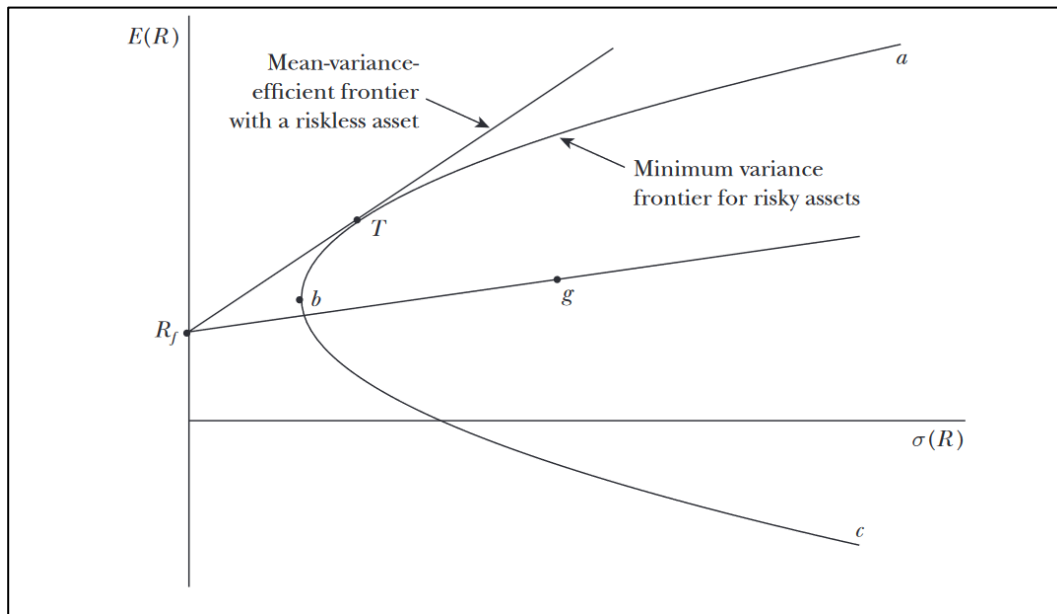


Figura 1 - Rendimento atteso degli investimenti in funzione della volatilità

Tuttavia, introducendo la prima ipotesi del CAPM, ossia la possibilità per gli investitori di usufruire della leva finanziaria o di prestare denaro allo stesso tasso ($r_{privo\ di\ rischio}$), il numero di portafogli che verranno selezionati si riduce ulteriormente (Fama and French, 2004).

Difatti, ora ogni individuo sceglierà unicamente il portafoglio che ritiene avere Indice di Sharpe¹ maggiore, combinandolo poi con una quota variabile di denaro prestato/preso in prestito per allinearsi al livello di rischio che è disposto a tollerare. Così facendo, un investitore otterrà il rendimento atteso migliore per qualunque livello di volatilità intenda sostenere; per questa ragione, il portafoglio con Indice di Sharpe più alto viene denominato **portafoglio efficiente**. Graficamente, quest'ultimo corrisponde al portafoglio tangente alla curva a-b-c (T in Figura 1) mentre l'insieme delle sue combinazioni con l'investimento privo di rischio è rappresentato dalla retta che lo interseca.

A questo punto della trattazione, viene introdotta la seconda ipotesi del CAPM, per cui gli investitori possiedono aspettative omogenee su volatilità, correlazione e rendimenti attesi dei titoli (De Marzo and Berk, 2018). Questo implica che ogni individuo abbia la stessa opinione su quale sia il portafoglio efficiente su cui investire. Dato che tutti gli investitori scelgono di detenere lo stesso portafoglio di asset rischiosi poiché efficiente, questo non può che coincidere obbligatoriamente con il portafoglio di mercato (Fama and French, 2004).

Dato che, per definizione:

- (I) un titolo è efficiente se e solo se il suo rendimento atteso equivale al rendimento richiesto² (Fama and French, 2004);
- (II) un portafoglio è efficiente se e solo se tutti i titoli al suo interno sono a loro volta efficienti (De Marzo and Berk, 2018);
- (III) il portafoglio di mercato è un portafoglio efficiente;

allora, secondo la teoria del CAPM, il rendimento di ogni titolo rischioso presente sul mercato coincide con il suo rendimento richiesto,

¹ La pendenza della retta che passa per un portafoglio qualsiasi è definita Indice di Sharpe. Esso indica il rendimento atteso promesso per unità di volatilità. Perciò, gli investitori avversi al rischio prediligono portafogli con Indice di Sharpe il più alto possibile (De Marzo and Berk, 2018).

² Si definisce rendimento richiesto di un investimento il rendimento atteso necessario a compensare il contributo in termini di rischio che esso apporta al portafoglio al quale viene aggiunto (De Marzo and Berk, 2018).

ossia

$$E[r_{titolo}] = r_{richiesto} = r_{privo\ di\ rischio} + \beta_{titolo}(E[r_{mercato}] - r_{privo\ di\ rischio})$$

Tale formulazione permette di stimare il rendimento atteso di qualsiasi titolo attraverso una semplice equazione lineare. Questo ha avuto forti implicazioni nell'industria finanziaria, soprattutto nel campo della valutazione azionaria, poiché permette di ottenere agevolmente un tasso di sconto da utilizzare all'interno di modelli per calcolare il fair value di un titolo, come il Dividend Discount Model o il Discounted Cash Flow Model.

In sintesi, attraverso la teoria del CAPM, è possibile determinare se il prezzo di mercato di un'azione è coerente con i rendimenti futuri che verosimilmente avrà dato il suo beta.

Poiché, da un punto di vista pratico, la restante parte dell'equazione si mantiene costante per ogni titolo rischioso ($r_{privo\ di\ rischio}$, $E[r_{mercato}]$ ecc...), il beta risulta l'unico discriminante delle differenze di rendimento osservabili tra i titoli presenti sul mercato.

Tale relazione può inoltre essere rappresentata intuitivamente attraverso la Security Market Line, la quale esplicita graficamente come il rendimento atteso sia una funzione del beta (Figura 2).

Tuttavia, nonostante le numerose applicazioni che ancora oggi lo vedono protagonista, il CAPM presenta delle criticità non trascurabili, in quanto si basa su ipotesi e assunzioni molto forti.

Per questo motivo, nel corso degli anni il mondo accademico ha espresso forte scetticismo sulla sua valenza empirica, nonostante il tentativo di F. Black di allentare l'implausibilità delle condizioni dimostrando come il modello sia solido anche sostituendo la prima ipotesi con la possibilità di andare corti su ogni titolo del mercato (Black, 1972).

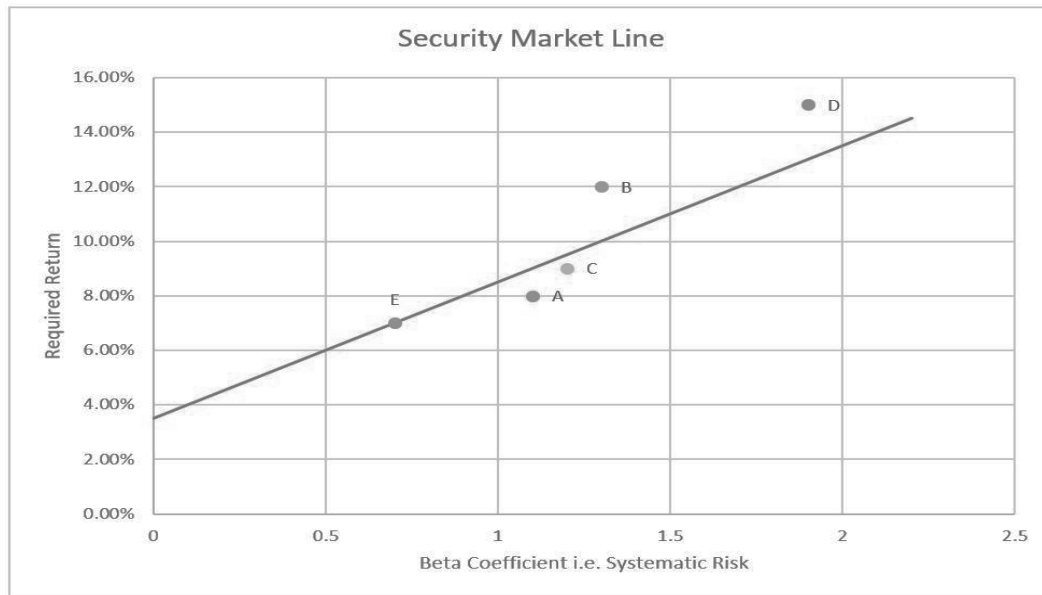


Figura 2-Security Market Line

Ad esempio, E.F. Fama e K.R. French (Fama and French, 2004) hanno esposto severe perplessità sulla possibilità di utilizzare il CAPM per applicazioni concrete, ritenendolo poggiato su ipotesi tanto irrealistiche da poterne invalidare l'effettiva utilità e sostenendo empiricamente che la relazione tra il beta di un titolo e i suoi rendimenti sia sostanzialmente nulla (Fama and French, 1996). Oltre a loro, le numerose ed eterogenee critiche, come la difficoltà di trovare un valido proxy del portafoglio di mercato (Roll, 1977) o la presenza di errori di stima legati alla dimensione della società (Banz, 1981; Fama and French, 2004), hanno aumentato notevolmente la consapevolezza dei limiti del CAPM. Questo ha incoraggiato la comunità scientifica a lavorare su versioni evolute del modello per migliorarne i risultati empirici, aggiungendo ad esempio il capitale umano o la possibilità per il beta di cambiare nel corso del tempo (Jagannathan and Wang, 1993).

D'altra parte, i modelli alternativi risentono spesso delle stesse problematiche, o non risultano migliori in misura tale da giustificare la maggiore complessità; aspetti che potrebbero rappresentare la ragione per cui, nonostante i problemi, il CAPM risulti ancora ampiamente utilizzato dai professionisti del settore finanziario (Jagannathan and Wang, 1993; De Marzo and Berk, 2018).

1.3. Il beta equity e la sua interpretazione

Il beta equity, oltre a ricoprire un ruolo cruciale nella teoria del CAPM, sintetizza in un singolo valore numerose caratteristiche di un titolo e può essere osservato da numerosi punti di vista.

Esso viene definito come:

$$\beta_{titolo} = \frac{Cov(r_{titolo}, r_{mercato})}{Var(r_{mercato})}$$

e si inserisce nell'equazione del CAPM come segue:

$$E[r_{titolo}] = r_{privo\ di\ rischio} + \beta_{titolo}(E[r_{mercato}] - r_{privo\ di\ rischio})$$

Da un punto di vista strettamente matematico, quest'ultimo è il coefficiente angolare dell'equazione lineare del CAPM, nonché la derivata prima di quest'ultima rispetto ai rendimenti attesi del portafoglio di mercato. Di conseguenza, il beta è la variazione marginale dei rendimenti in eccesso del titolo ad un incremento marginale dei rendimenti in eccesso del portafoglio di mercato.

In sintesi, il beta rappresenta l'entità delle reazioni di un titolo alle variazioni del mercato nel passato, ossia la sensibilità del titolo al rischio di mercato (De Marzo and Berk, 2018; Malkiel, 2019).

Tuttavia, esiste un'altra interpretazione, meno immediata della precedente, ma ugualmente interessante. Poiché il rischio del portafoglio di mercato è una media pesata della covarianza degli asset che lo compongono, e come abbiamo visto in precedenza il beta è definito come la covarianza del titolo con il portafoglio di mercato in rapporto all'intero rischio del portafoglio di mercato, possiamo interpretare il beta come una misura del contributo (in termini di rischio) che un dollaro investito in un asset conferisce al rischio del portafoglio di mercato (Fama and French, 2004).

Da un punto di vista più economico, il beta incorpora al suo interno un insieme di caratteristiche che quantificano nel complesso l'impatto che potrebbe avere uno shock economico sui business della società.

Ad esempio, il settore in cui opera una società incide fortemente sul valore del beta; in tempi di crisi, il reddito disponibile degli individui diminuisce e gli individui tendono a posticipare le scelte di acquisto di certe categorie di beni (quelle la cui elasticità della domanda al reddito è più elevata). Per questa ragione, le società operanti in settori con domanda più elastica (come beni di lusso, beni

durevoli o automotive) presentano beta tendenzialmente più alti rispetto a quelle produttrici di beni primari.

Inoltre, alcuni indici di bilancio si sono rivelati statisticamente significativi come determinanti del rischio sistematico, in quanto rappresentativi dello stato di salute di una società e quindi della capacità di quest'ultima di rispondere a shock esogeni.

Di seguito una tabella che riassume alcune evidenze della letteratura sulle variabili che influiscono sul beta (Dunn, 2001; Iqbal and Shah, 2012).

Tabella 1 - Determinanti del rischio sistematico

Variabile	Effetto sul β
Elasticità della domanda al reddito	Positivo , le società appartenenti a settori come luxury e automotive hanno beta più alti rispetto a quelle che trattano beni primari.
Debito (Debt Ratio)	Positivo , un uso eccessivo della leva finanziaria e operativa si riflette in un aumento del beta.
P/E	Positivo , le growth stocks, a causa della volatilità degli utili, presentano beta più elevati a parità di condizioni.
Liquidità (Quick Ratio)	Negativo , un incremento della liquidità si traduce in beta inferiori per una società.
Profittabilità (ROA)	Negativo , società estremamente profittevoli presentano beta più bassi a parità di condizioni.
Asset Turn-over	Negativo , le società in grado di convertire più efficientemente i propri asset in vendite hanno tendenzialmente beta più bassi.
Dimensioni	Negativo , a parità di condizioni, le società di dimensioni maggiori hanno rischio sistematico più contenuto.
Dividend Payout Ratio	Negativo , la riduzione dei costi di agenzia e la maggiore certezza per il mercato di ricevere i flussi di cassa si traduce in una relazione inversa tra l'ammontare dei dividendi e il beta.
Market Cap	Negativo , una maggiore capitalizzazione, a parità di condizioni, fa diminuire il rischio sistematico.

1.4. Metodi di stima del beta equity

Dopo aver definito il significato del beta e il suo ruolo chiave all'interno della teoria del CAPM, è necessario comprendere come sia possibile calcolare concretamente tale valore.

Sostanzialmente, il beta di un titolo può essere stimato regredendo i rendimenti in eccesso del titolo sui rendimenti in eccesso del portafoglio di mercato, dove i rendimenti del titolo rappresentano la variabile dipendente (Y) e quelli del portafoglio di mercato quella indipendente (X); il beta corrisponde alla pendenza della retta di adattamento di tale regressione (Damodaran, 1999b).

La semplicità di utilizzo e il suo essere relativamente intuitivo rendono OLS il metodo di regressione maggiormente utilizzato da coloro che necessitano di effettuare questo tipo di stima.

Nella fattispecie, l'equazione della regressione, che assume forma lineare, è la seguente:

$$(r_{titolo} - r_{privo\ di\ rischio}) = \alpha_{titolo} + \beta_{titolo}(r_{mercato} - r_{privo\ di\ rischio}) + \varepsilon_{titolo}$$

dove α_{titolo} è l'intercetta della regressione, e rappresenta la distanza del rendimento storico del titolo dalle previsioni secondo il CAPM, mentre ε_{titolo} è il termine di errore/residuo, ossia la distanza tra l'osservazione e la retta di adattamento; per definizione OLS punta a minimizzare la somma dei quadrati dei residui, effettuando la stima in modo che la media dei termini di errore sia nulla. Inoltre, il termine di errore risulta interessante anche per la sua interpretazione economica, poiché rappresenta il rischio specifico della società: la componente di rischio che può essere eliminata diversificando il titolo all'interno di un portafoglio con un numero sufficiente di titoli eterogenei (De Marzo and Berk, 2018).

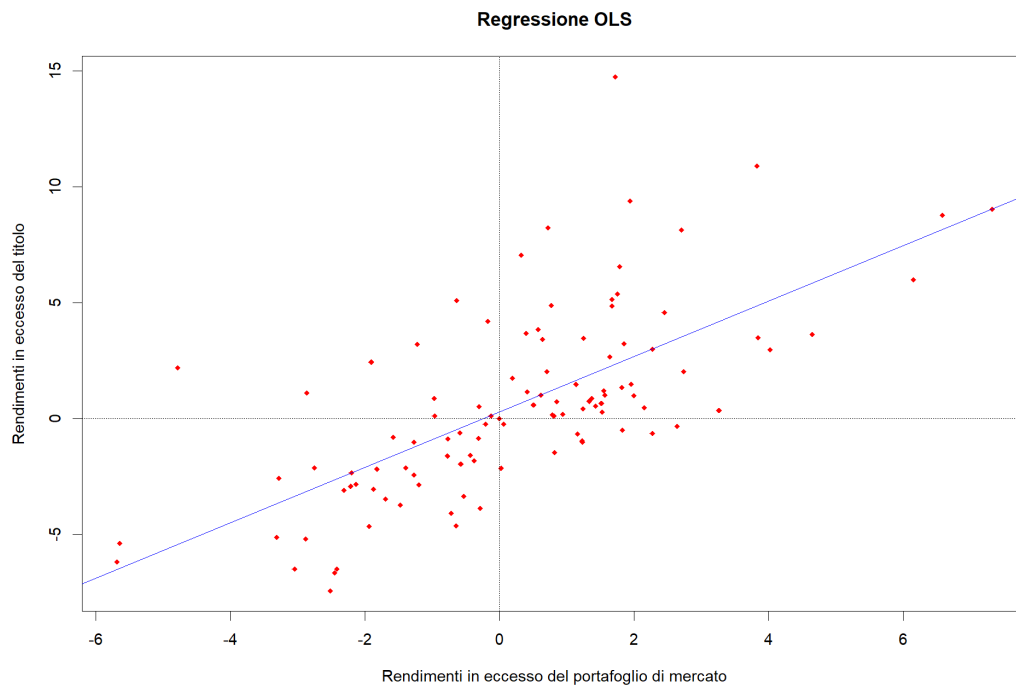


Figura 3 - Esempio di regressione OLS ottenuta tramite R

Esistono tuttavia dei problemi intrinseci a stimare il beta attraverso una regressione dei rendimenti storici (Damodaran, 1999b).

Prima di tutto, le società evolvono, cambiano i loro business mix, il loro livello di indebitamento e crescono o falliscono nel tempo. Pertanto, non è ragionevole credere che il beta di una società rimanga costante, né tantomeno che stime basate sul passato siano necessariamente attendibili per il futuro. Utilizzando una regressione basata sui rendimenti storici, esiste la possibilità che la stima faccia riferimento, in modo più o meno grave, a una società molto diversa da quella odierna o futura. In quest'ottica, la lunghezza della serie storica analizzata diventa una scelta di fondamentale importanza.

Inoltre, occorre prestare attenzione al problema dell'indice (Damodaran, 1999b), poiché se una società rappresenta una porzione troppo ampia del portafoglio di mercato (caso frequente quando si utilizza come proxy l'indice locale di un paese emergente), allora sostanzialmente si sta regredendo un titolo su tale società preponderante. Questo si traduce in una distorsione che compromette la stima, poiché le società più piccole e rischiose avranno un beta più basso, mentre quelle più grandi e affermate uno più alto.

L'ultima criticità risulta complementare alla precedente, dal momento che la scelta di indici globali eccessivamente dispersivi risolve il problema dell'indice, ma aggrava l'entità degli errori standard.

Errori standard elevati si traducono in intervalli di confidenza tanto ampi da rendere azzardato considerare la stima affidabile e utilizzarla per le nostre applicazioni.

Considerate queste problematiche, per cercare di migliorare gli stimatori da un punto di vista statistico e predittivo, spesso vengono applicati degli aggiustamenti al beta o vengono scelti metodi di regressione più sofisticati.

Uno degli esempi più noti è un aggiustamento formulato da **Bloomberg**, uno dei principali provider di dati dell'industria finanziaria. La sua trasformazione consiste nell'aggiungere dei pesi alla stima per avvicinare il valore del beta a 1. Questa formulazione, la cui equazione è riportata di seguito, si basa sull'assunzione che nel corso del tempo tutte le aziende tendono ad allinearsi all'andamento del mercato, e quindi ad avere un beta tendente a 1 (Damodaran, 1999b; Bloomberg Professional Services, 2022a).

$$\text{Bloomberg Adjusted Beta} = (0.67 * \beta_{titolo}) + (0.33 * 1.0)$$

Tuttavia, l'idea che una semplice trasformazione lineare possa essere in grado di rappresentare efficacemente una tendenza così complessa è spesso oggetto di critiche. Dato che le società evolvono e diversificano a velocità differenti, differenti sono le tempistiche nelle quali i loro beta si avvicineranno ad 1. Di conseguenza, l'utilizzo assiduo delle stesse costanti su ogni titolo può rivelarsi una soluzione fuorviante per riflettere tale fenomeno (Damodaran, 1999b).

Questo lascia spazio a metodi di stima più sofisticati, come beta corretti differenzialmente in base alle dimensioni della società o al mercato in cui opera, che si sono rivelati particolarmente efficaci per incrementare le capacità predittive del beta (Marshall, Nguyen and Visaltanachoti, 2021).

Uno degli esempi più classici è il “**Beta shrinkage based on market**” (Vasicek, 1973), che migliora le performance dello stimatore correggendo il beta della singola società per una media dei beta delle società sotto forma di dati sezionali³.

$$\beta^{SM} = \frac{\beta^{OLS} + \frac{\sigma_{\beta^{OLS}}^2}{S_b^2} b}{1 + \frac{\sigma_{\beta^{OLS}}^2}{S_b^2}}$$

³ I dati sezionali sono raccolti osservando più unità in un singolo momento. Tramite i dati sezionali possiamo apprendere qualcosa circa le relazioni tra le variabili studiando le differenze tra unità durante un singolo periodo temporale (Stock and Watson, 2020).

dove $\sigma_{\beta^{OLS}}^2$ è il quadrato dell'errore standard del beta stimato con OLS, b è la media dei beta ottenuti dai dati sezionali e s_b^2 è la varianza dei beta sempre dei dati sezionali.

Applicando una seconda correzione allo stimatore di Vasicek, è possibile ottenere il “**Levi and Welch beta**” (Levi and Welch, 2017), che consiste in un ulteriore aggiustamento basato sulle dimensioni della società di cui stiamo stimando il beta. Quest'ultimo è particolarmente interessante poiché si è rivelato tra quelli che migliorano maggiormente l'affidabilità predittiva rispetto a OLS (Hollstein, 2020; Marshall, Nguyen and Visaltanachoti, 2021).

$$\beta^{LW} = 0.75 * \beta^{SM} + 0.25 * TARGET$$

dove TARGET è una media equi-pesata dei beta delle aziende nello stesso terzile⁴ per dimensioni.

Le alternative vagliate lasciano intendere un aspetto fondamentale della stima del beta:

la necessità di utilizzare tecniche statistiche per la sua derivazione è la conseguenza del fatto che il beta non sia direttamente osservabile nella realtà, caratteristica che implica una certa arbitrarietà e libertà di scelta nel procedimento di stima. Questo comporta stime che differiscono tra loro, talvolta in maniera rilevante, a seconda delle scelte fatte a monte del processo, come ad esempio la decisione di approssimare il portafoglio di mercato con un certo indice o di utilizzare un metodo di regressione alternativo.

Per questo è plausibile incontrare valori differenti del beta per uno stesso titolo, ma soltanto attraverso l'analisi delle argomentazioni alla base della stima sarà possibile valutare quale di questi valori ritenere il più attendibile.

⁴ “In statistica, per una serie ordinata di dati, ciascuna delle tre parti uguali in cui la serie medesima può essere divisa: 1°, 2°, 3° terzile” (Definizione di Terzile - Vocabolario Treccani, 2022)

2. Stima empirica del beta equity

Nel corso di questo capitolo intendiamo stimare il beta di quattro società:

Tabella 2 - Società selezionate e relativi dati finanziari⁵

Nome	Settore	P/E	Quick Rat.	ROA	Asset T.	T. Assets	Pay Out Rat.	Market Cap.	Debt Rat.
Apple Inc.	IT	25.6	0.7	29.6%	1.1	351,002 mln	15.3%	2,461.3B	38.9%
Barrick Gold Corp.	Materiali	14.4	2.8	4.1%	0.3	46,890 mln	32.6%	27,099.6M	11.0%
Exxon Mobil Corp.	Energetico	15.4	0.7	7.5%	0.9	338,923 mln	65.7%	381,614.3 M	15.6%
Walmart Inc.	Consumer Goods	28	0.3	5.4%	2.4	244,860.0 mln	45.0%	330,308.6 M	23.4%

L'eterogeneità dei settori ha il fine di evidenziare come cambia il beta tra società operanti in ambiti diversi e che trattano categorie di prodotto dissimili, mentre gli indici di bilancio ci permetteranno di fare delle considerazioni sulle determinanti del rischio sistematico descritte nel capitolo precedente.

Come già espresso nella prima parte di questo elaborato, la qualità di una stima (e quindi l'esito delle sue applicazioni) dipende fortemente dalle valutazioni fatte a monte del processo di regressione. Per questa ragione, intendiamo motivare con cura il processo decisionale sottostante alla scelta delle variabili selezionate, seguendo questa metodologia per ogni aspetto in grado di influire sul valore finale del beta.

⁵ I seguenti dati finanziari sono stati raccolti grazie all'utilizzo della piattaforma Bloomberg Terminal (Bloomberg Professional Services, 2022d)

Da un punto di vista operativo, per effettuare le regressioni utilizzeremo il linguaggio di programmazione open-source R, tra i più utilizzati in ambito statistico per l'analisi dei dati, il cui codice verrà riportato a sezioni e descritto.

2.1. La scelta del portafoglio di mercato

Il problema di scegliere un indice in grado di fare efficacemente da proxy al portafoglio di mercato (ossia in grado di essere assimilabile a un portafoglio efficiente e di giacere sulla frontiera di minima varianza) è tra quelli più noti nella letteratura che riguarda il CAPM (Jagannathan and Wang, 1993; Fama and French, 2004).

Come già citato in precedenza, per evitare distorsioni nella stima è importante non siano presenti titoli con percentuali troppo preponderanti all'interno dell'indice candidato (Damodaran, 1999b). Inoltre, sarebbe opportuno che l'indice scelto riflettesse l'andamento dell'economia reale (Chaudhary and Bakhshi, 2021), per non risultare in controtendenza alle variabili macroeconomiche, così da rendere l'interpretazione più agevole.

Seguendo tali criteri, e considerando che gli indici pesati offrono stime migliori (Damodaran, 1999b), la nostra scelta per questo elaborato ricade sull'indice **S&P500**, che sintetizza le performance delle 500 maggiori azioni statunitensi ed è storicamente la prima scelta del settore per simulare il portafoglio di mercato.

In aggiunta, considerati il numero e i volumi delle azioni al suo interno, è ragionevole pensare sia una buona approssimazione del livello di diversificazione dell'investitore medio. Tuttavia, la sua criticità più grande, per quel che concerne i nostri scopi, è quella di essere composto totalmente da una sola classe di titoli (azioni); quest'ultima caratteristica si scontra con la richiesta verso il portafoglio di mercato di contenere ogni possibilità di investimento. In tal senso, l'esclusione delle obbligazioni rappresenta un limite importante per lo S&P500.

Un'alternativa meritevole di attenzione potrebbe essere l'ETF Vanguard LifeTime Strategy 60% (ISIN: IE00BMVB5Q68), un titolo che replica un fondo contenente 14475 partecipazioni pesate, di cui 60% equity e 40% obbligazionario, che si propone come uno strumento particolarmente adatto agli investimenti di lungo periodo.

Tuttavia, la mancanza di una serie storica sufficientemente lunga lo rende una scelta difficilmente percorribile per la nostra analisi, problematica che oltretutto si riscontra in buona parte degli indici multi-asset (a causa dell'avvicinamento relativamente recente degli investitori retail ai fondi di

investimento passivi) che altrimenti risulterebbero in grado di generare stime migliori a parità di condizioni (Chaudhary and Bakhshi, 2021).

Nella fattispecie, questo titolo è infatti disponibile agli investitori da Gennaio 2021, un periodo di tempo troppo breve al momento per utilizzarlo come portafoglio di mercato, ma in futuro potrebbe rappresentare un'opzione praticabile.

2.2. La scelta del fattore temporale

La scelta della dimensione temporale della nostra analisi può essere divisa in due variabili principali.

La prima variabile è la **durata del periodo di tempo analizzato**, intesa come tempo che intercorre tra il rendimento osservato più datato e quello più recente.

Questa scelta presenta un importante trade-off (Damodaran, 1999b): estendere l'orizzonte temporale ci permette di avere più osservazioni per la nostra regressione, questo si traduce in rette di adattamento migliori con errori standard inferiori. Tuttavia, come avevamo accennato in precedenza, le imprese cambiano nel tempo e con loro il beta. Estendere eccessivamente l'orizzonte temporale può voler dire generare una stima che riflette il passato dell'azienda più che il suo futuro, per questa ragione è importante scegliere un lasso di tempo coerente con l'evoluzione e i cambiamenti del business della società. Ad esempio, avremmo di certo una numerosità campionaria maggiore se per stimare il beta di ExxonMobil prendessimo in considerazione i rendimenti degli ultimi 40 anni, ma si correrebbe il rischio di sottovalutare l'impatto per l'intero settore petrolifero della crescente sensibilità verso il cambiamento climatico.

Considerata questa necessità di avere una rappresentazione veritiera delle società e l'enorme impatto che ha avuto la pandemia di Covid-19 sull'economia e le supply chain, abbiamo ritenuto che un periodo di tempo di **2 anni** (Giugno 2020 – Giugno 2022) fosse adatto e sufficiente a formulare le nostre considerazioni.

La seconda variabile è l'**intervallo tra due rendimenti**, ossia la distanza temporale tra due osservazioni adiacenti, che nel nostro caso corrispondono ai prezzi di chiusura del titolo. Diminuire l'intervallo ha il vantaggio di far aumentare il numero di osservazioni a parità di periodo di tempo analizzato, e quindi di migliorare l'adattamento della retta; tuttavia, ci espone a distorsioni non trascurabili legate al problema dei "non-trading days".

Ogniquale volta l'azione considerata non viene scambiata sul mercato (ad esempio per un giorno di

chiusura della borsa) e l'indice invece sì (o viceversa), la correlazione tra i due diminuisce, distorcendo le stime del beta delle azioni illiquide a ribasso e quelle dei titoli più liquidi a rialzo (Damodaran, 1999b).

Evitare di misurare i rendimenti con cadenza giornaliera o settimanale rappresenta la soluzione più semplice per questo problema (infatti con un intervallo mensile l'entità della distorsione diminuisce notevolmente). Sfortunatamente, utilizzare rendimenti mensili, dato un periodo di tempo di 2 anni, non ci fornirebbe un numero di osservazioni sufficiente per generare intervalli di confidenza abbastanza circoscritti da risultare affidabili.

Per questa ragione, abbiamo deciso di adottare dei **rendimenti settimanali**, consci del fatto che regredire titoli statunitensi su un indice composto unicamente da azioni statunitensi comporti una notevole riduzione del numero di non-trading days discordanti tra i due (essendo scambiati tutti sulla stessa borsa, le festività nazionali non alimentano il problema dei non-trading days).

2.3. La scelta del risk-free rate

Il tasso di interesse privo di rischio è fondamentale nell'equazione del CAPM e per la stima del beta; all'interno del modello rappresenta il tasso di interesse al quale gli investitori possono dare e ricevere denaro in prestito, e può essere considerato come il rendimento dell'investimento più sicuro disponibile per un investitore.

Un asset, per rappresentare una valida approssimazione del tasso privo di rischio, deve incorporare due caratteristiche (Damodaran, 1999a).

La prima è l'assenza del rischio che l'emittente dichiari default su tale asset, il che si traduce nell'esclusione di ogni obbligazione emessa da una società privata, a favore dei titoli di stato. Il controllo della possibilità di stampare ulteriore moneta da parte del governo dovrebbe infatti rappresentare una motivazione ulteriore per considerare i titoli di stato privi del rischio legato alla solvibilità dell'emittente.

La seconda caratteristica, forse maggiormente trascurata, è la mancanza del rischio di reinvestimento. L'impossibilità di conoscere i tassi di interesse futuri rende inadatti alla nostra scelta tutti i titoli che rilasciano cedole o che abbiano scadenza inferiore all'orizzonte temporale dell'investitore.

Questa richiesta risulta particolarmente difficile da soddisfare, poiché fa calare drasticamente il numero di titoli che possiamo utilizzare per i nostri scopi. Per questa ragione, A. Damodaran

sostiene che un buon compromesso ai fini applicativi, **in condizioni normali**, possa essere quello di scegliere titoli la cui duration coincide con quella dei flussi di cassa delle società sotto analisi. Sostanzialmente, questo si concretizza nella scelta di titoli di stato a lungo termine.

Inoltre, un ulteriore criterio prevede coerenza con la valuta dei flussi di cassa delle società: se un soggetto investe principalmente in società statunitensi, con cash flow espressi di conseguenza in dollaro, allora la scelta migliore è che il tasso di interesse privo di rischio sia replicato da un titolo di stato statunitense (Damodaran, 1999a).

Sommando le condizioni precedenti alla nazionalità delle società che intendiamo analizzare, la scelta sembra ricadere naturalmente sul rendimento del Treasury 10Y, il titolo di stato statunitense con scadenza a 10 anni.

Ma risulterebbe ragionevole correggere tutti i nostri rendimenti per l'attuale rendimento di questo titolo (2.75%)? Spesso viene fatto in favore della semplicità, consci del fatto che, in condizioni normali, la differenza nelle stime è trascurabile.

Tuttavia, osservando il rendimento del Treasury a 10 anni dal 2018 (Figura 4), realizziamo che i tassi sono passati dal 0.5% a oltre il 3% in meno di 2 anni, circostanza che dovrebbe sollevare un dubbio sull'effettiva normalità del contesto economico.

Le ragioni macroeconomiche di questa variazione non sono l'argomento di questo elaborato, tuttavia, in sintesi, i rendimenti prossimi allo zero del 2020 derivano da politiche monetarie estremamente espansive della Federal Reserve per sorreggere l'economia dallo shock della pandemia; l'enorme quantitativo di liquidità immesso sul mercato e la crisi delle supply chain a livello globale hanno generato un'inflazione tanto elevata da allarmare i leader statunitensi (9.1% è il dato di Giugno 2022 per l'inflazione USA, livelli raggiunti l'ultima volta nel 1981).

Per contrastare l'inflazione, la Fed ha iniziato ad attuare politiche monetarie restrittive e alzare i tassi in modo deciso.



Figura 4 - Rendimenti del Treasury a 10 anni⁶

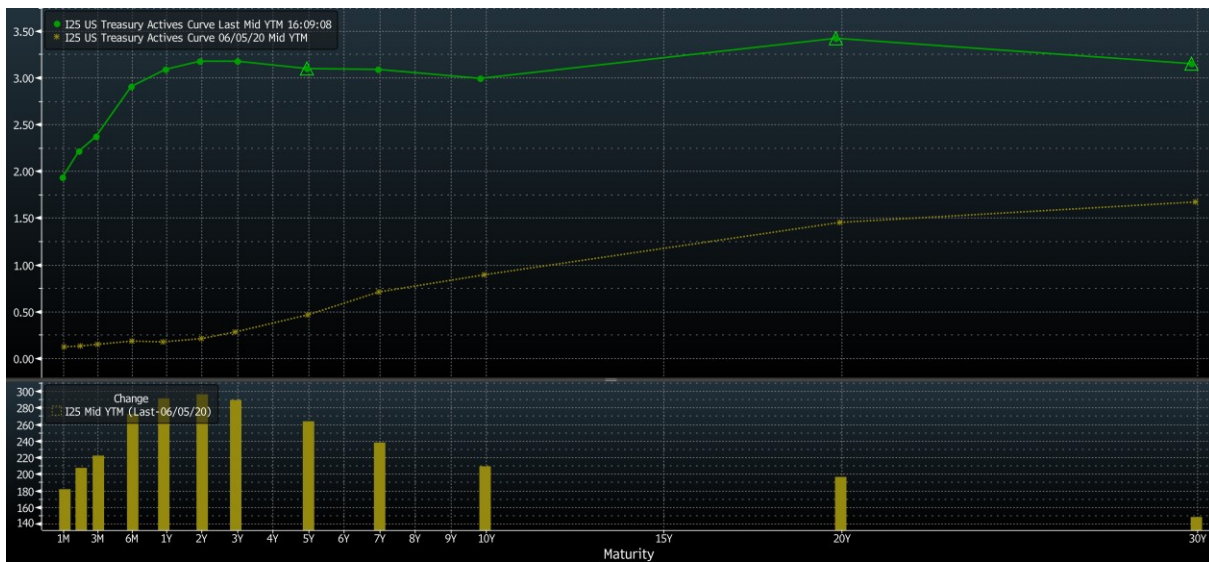


Figura 5 - Curva dei rendimenti del Treasury a giugno 2020 e giugno 2022⁷

⁶ Questo grafico è stato elaborato da www.macrotrends.net (Macrotrends LLC, 2022)

⁷ Questo grafico è stato elaborato grazie alla piattaforma Bloomberg Terminal (Bloomberg Professional Services, 2022b)

Esaminando le curve dei rendimenti del Treasury all'inizio e al termine dell'orizzonte temporale della nostra analisi (Figura 5), troviamo conferma del fatto che stia avvenendo qualcosa di singolare all'interno dell'economia americana e mondiale.

La richiesta di una condizione di normalità, formulata da Damodaran e citata in precedenza, si riferisce a una curva dei rendimenti “*well-behaved*”⁸, ossia crescente in funzione della maturity (situazione che possiamo osservare nella curva del 2020). Tuttavia, a causa dei cambiamenti di politica monetaria e dell'aspettativa del mercato di una recessione economica, la curva del 2022 presenta i rendimenti di breve termine più alti di quelli di medio termine e uguali a quelli di lungo. Questa particolare circostanza economica, oltre a essere poco incoraggiante per l'economia americana, ci impedisce di considerare trascurabile l'errore derivante dall'utilizzo di un unico tasso di interesse privo di rischio. Per questa ragione, confermiamo la scelta del **Treasury 10Y** per correggere i rendimenti ma utilizzeremo le serie storiche settimanali di quest'ultimo⁹.

2.4. La scelta del metodo di regressione

Come è stato descritto nel primo capitolo, una scelta non convenzionale del metodo di regressione o un aggiustamento del beta possono portare ad importanti miglioramenti delle stime da un punto di vista statistico.

Un confronto tra diversi modi di stimare il beta ha dimostrato come sia possibile migliorare la precisione delle previsioni di quest'ultimo di oltre il 17% utilizzando metodi di correzione come quello di Levi e Welch, tuttavia, nessuna tecnica è stata in grado di produrre errori statisticamente diversi da zero (Marshall, Nguyen and Visaltanachoti, 2021).

Ai fini della nostra scelta, è rilevante constatare che, nella stessa ricerca (Marshall, Nguyen and Visaltanachoti, 2021), sebbene vengano riportati miglioramenti considerevoli (come quello sopracitato) per azioni illiquide o poco diffuse, una conclusione interessante dell'autore riconosce come il guadagno derivante da metodi di stima più sofisticati sia poco pronunciato per società di grosse dimensioni o le cui azioni presentano volumi di scambio importanti.

Considerando che le quattro società da noi prese in esame appartengono tutte all'indice S&P500,

⁸ “By well-behaved term structures, I would include a normal upward sloping yield curve, where long term rates are at most 2-3% higher than short term rates.” (Damodaran, 1999a)

⁹ I dati finanziari utilizzati sono stati raccolti dal sito Investing.com (Investing.com, 2022)

questo implica che siano tra le più capitalizzate e scambiate a livello internazionale¹⁰.

Pertanto, la scelta del metodo di regressione ricade su **OLS**, la cui semplicità renderà più agevole l'interpretazione senza sacrificare l'affidabilità delle stime.

2.5. Aspetti tecnici della stima con R

In questa parte dell'elaborato intendiamo descrivere un possibile processo di analisi per stimare il beta equity, approfondendo tecnicamente le fonti e gli strumenti utilizzati.

Il reperimento dei dati è un prerequisito fondamentale, nel nostro caso abbiamo scaricato direttamente le serie storiche dei rendimenti dei titoli attraverso la funzione **HCP** di Bloomberg Terminal, di cui è riportato l'output nel caso di Apple in Figura 6.

In alternativa, è possibile scaricare gratuitamente i prezzi di chiusura dal sito web Yahoo Finance e calcolare autonomamente il rendimento partendo da questi ultimi.

Come già introdotto e motivato nel corso del capitolo, la durata dell'orizzonte temporale e l'intervallo tra osservazioni saranno rispettivamente **2 anni** e **settimanale**.

Date	Last Price	Net Change	% Change	Volume	Net Change	% Change
Fr 06/03/22	145.38	-4.26	-2.85%	338,920,000	-157,000,000	-31.66%
Fr 05/27/22	149.64	+12.05	+8.76%	495,920,000	-52,320,000	-9.54%
Fr 05/20/22	137.59	-9.52	-6.47%	548,240,000	-137,990,000	-20.11%
Fr 05/13/22	147.11	-10.17	-6.47%	686,230,000	+119,300,000	+21.04%
Fr 05/06/22	157.28	-37	-0.23%	566,930,000	+25,230,000	+4.66%
Fr 04/29/22	157.65	-4.14	-2.56%	541,700,000	+164,910,000	+43.77%
Fr 04/22/22	161.79	-3.50	-2.12%	376,790,000	+79,330,000	+26.67%
Fr 04/15/22	165.29	-4.80	-2.82%	297,460,000	-95,720,000	-24.35%
Fr 04/08/22	170.09	-4.22	-2.42%	393,180,000	-72,220,000	-15.52%
Fr 04/01/22	174.31	-41	-0.23%	465,400,000	+19,320,000	+4.33%
Fr 03/25/22	174.72	+10.74	+6.55%	446,080,000	-57,040,000	-11.34%
Fr 03/18/22	163.98	+9.25	+5.98%	503,120,000	-18,210,000	-3.49%
Fr 03/11/22	154.73	-8.44	-5.17%	521,330,000	+102,580,000	+24.50%
Fr 03/04/22	163.17	-1.68	-1.02%	418,750,000	+4,460,000	+1.08%
Fr 02/25/22	164.85	-2.45	-1.46%	414,290,000	+50,280,000	+13.81%
Fr 02/18/22	167.30	-1.34	-0.79%	364,010,000	-48,890,000	-11.84%
Fr 02/11/22	168.64	-3.75	-2.18%	412,900,000	-45,650,000	-9.96%

Figura 6 – Prezzi di chiusura e rendimenti settimanali di Apple¹¹

¹⁰ Entrare a far parte della composizione dello S&P500 comporta per una società un incremento considerevole dei volumi di scambio delle sue azioni. Questo è dovuto al fatto che i fondi di investimento passivo, che offrono prodotti basati sul tracciamento del noto indice di Standard & Poor's, reinvestono nelle azioni dell'indice per conto dei clienti dei loro ETF.

¹¹ Questa schermata proviene dalla piattaforma Bloomberg Terminal (Bloomberg Professional Services, 2022f)

Una volta ottenuti i dati necessari e averli formattati in un foglio di calcolo per trattarli in modo più agevole, importiamo il dataset nel nostro ambiente di sviluppo attraverso la funzione `read_excel()`¹². Contestualmente, assicuriamoci che tutti i campi siano valorizzati attraverso il comando `na.fill(0)`, che sostituisce gli eventuali dati mancanti con 0.

	rf	AAPL	R_APPL	XOM	R_XOM	GOLD	R_GOLD	WMT	R_WMT	SPX	R_SPX
2022-06-03	2.941	-2.8468324	-2.90339009	1.5370427	1.48048504	0.38834951	0.3317918	-2.459526775	-2.51608447	-1.19521721	-1.251774899
2022-05-27	2.743	8.7579039	8.70515392	6.2377531	6.18500310	-0.77071291	-0.8234629	7.785234899	7.73248490	6.58437058	6.531620578
2022-05-20	2.788	-6.4713480	-6.52496336	3.3760972	3.32248185	1.61527166	1.5616563	-19.486659910	-19.54027529	-3.04506336	-3.098678744
2022-05-13	2.928	-6.4661750	-6.52248267	-3.0864871	-3.14279477	-8.87600357	-8.9323113	-1.009628243	-1.06593594	-2.41187969	-2.468187382
2022-05-06	3.142	-0.2346971	-0.29512019	7.5542522	7.49382912	0.49305244	0.4326294	-2.241976600	-2.30239968	-0.20789316	-0.268316241
2022-04-29	2.938	-2.5588726	-2.61537261	0.1409609	0.08446088	-5.98398651	-6.0404865	-2.467168175	-2.52366818	-3.27381092	-3.330310917
2022-04-22	2.905	-2.1174905	-2.17335586	-3.0741205	-3.12998584	-5.83333333	-5.8891987	-0.140056022	-0.19592141	-2.75031360	-2.806178981
2022-04-15	2.828	-2.8220354	-2.87642001	1.1400276	1.08564302	-0.82644628	-0.8808309	-0.209643606	-0.26402822	-2.13199711	-2.186381727
2022-04-08	2.704	-2.4209741	-2.47297413	4.4754572	4.42345717	1.88452285	1.8325229	4.238129925	4.18612993	-1.26664701	-1.318647015
2022-04-01	2.389	-0.2346612	-0.28060348	-2.4413146	-2.48725686	1.62999185	1.5840495	5.270128965	5.22418666	0.06163247	0.015690160
2022-03-25	2.488	6.5495792	6.50173306	8.3004957	8.25264959	2.80687055	2.7590244	-1.368261826	-1.41610798	1.79112370	1.743277544
2022-03-18	2.153	5.9781555	5.93675165	-7.3598681	-7.40127196	-1.97125257	-2.0126564	2.372070106	2.33066626	6.15582581	6.114421961
2022-03-11	1.997	-5.1725195	-5.21092330	0.9870377	0.94863385	0.61983471	0.5814309	-0.525136535	-0.56354038	-2.87742529	-2.915829133
2022-03-04	1.737	-1.0191083	-1.05251213	8.0292909	7.99588701	7.26950355	7.2360997	4.722100015	4.68869617	-1.27216540	-1.305569241
2022-02-25	1.970	-1.4644351	-1.50231976	0.6204757	0.58259108	-2.50648228	-2.5443669	-1.166751214	-1.20463583	0.82274246	0.784857845

Figura 7 - Estratto del dataset dopo l'import¹³

A seguire, procediamo individuando gli eventuali valori anomali del nostro dataset. Questi ultimi difficilmente sono rappresentativi del rischio di mercato, poiché si manifestano solitamente in seguito a notizie inaspettate e inerenti alla specifica società; di conseguenza, siamo interessati ad eliminarli per evitare possibili distorsioni della stima del beta (che ricordiamo rappresentare soltanto il rischio sistematico).

A tal proposito, attraverso un box plot, siamo in grado di sintetizzare graficamente i nostri dati ed individuare agevolmente la presenza di eventuali outliers (Figura 8).

A questo punto, per escluderli dal nostro campione, definiamo una funzione basata sulla **differenza interquartile** (Figura 10). Definiamo anomalo, e quindi eliminiamo, ogni valore nelle code la cui distanza da 1° e 3° quartile è superiore a una volta e mezza la differenza interquartile.

Applichiamo questo criterio per ogni titolo, eliminando l'intera riga ogniqualvolta un'osservazione risulti anomala. Al termine del processo, il dataset decurtato di 11 osservazioni risulta di 93 settimane anziché 104, e possiamo rappresentarlo nuovamente attraverso un box plot (Figura 9).

¹² Per utilizzare suddetta funzione, risulta necessario importare la libreria `readxl`.

¹³ Le variabili precedute da "R_" (e.g. R_XOM) rappresentano i **rendimenti in eccesso** dei titoli, ossia la differenza tra il rendimento settimanale di un titolo e la porzione settimanale del tasso privo di rischio.

Dataset iniziale

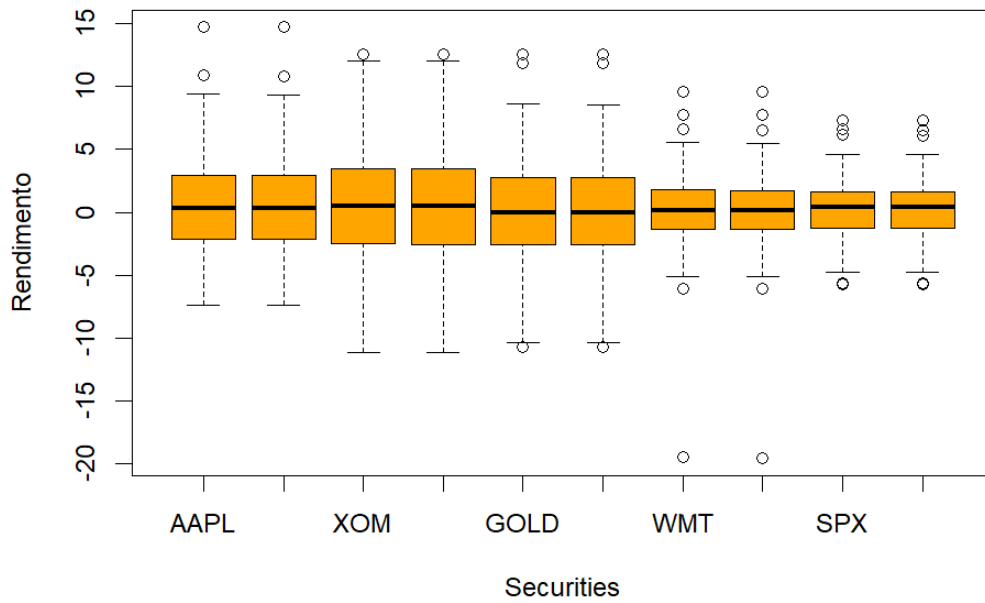


Figura 8 - Box plot iniziale

Dataset corretto per i valori anomali

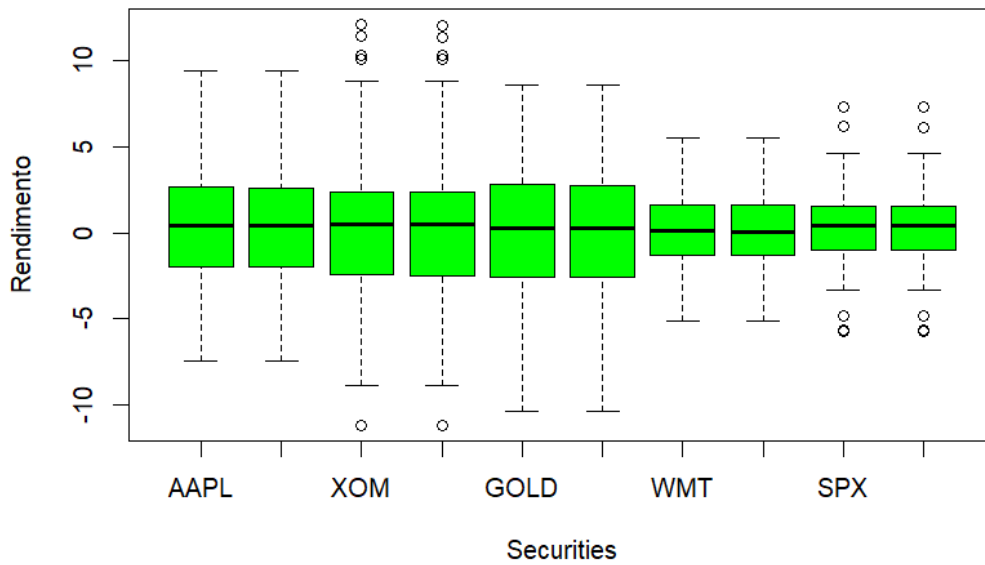


Figura 9 - Box plot corretto per i valori anomali

```
#####BOXPLOT#####
boxplot(DATI[, -1], main="Dataset iniziale", col="orange", xlab="Securities", ylab="Rendimento")

#####FUNZIONE PER ELIMINARE I VALORI ANOMALI#####
remove_outliers <- function(asset, n){
  Q1 <- quantile(asset[,n], .25)
  Q3 <- quantile(asset[,n], .75)
  IQR <- IQR(asset[,n])
  no_outliers <- subset(asset, asset[,n] > (Q1 - 1.5*IQR) & asset[,n] < (Q3 + 1.5*IQR))
  clean=as.data.frame(no_outliers)
  return(clean)
}

#####CORREGGIAMO I VALORI ANOMALI UTILIZZANDO LA FUNZIONE#####
pre_CLEAN=DATI

CLEAN=remove_outliers(DATI,2)
dim(CLEAN)
CLEAN=remove_outliers(CLEAN,4)
dim(CLEAN)
CLEAN=remove_outliers(CLEAN,6)
dim(CLEAN)
CLEAN=remove_outliers(CLEAN,8)
dim(CLEAN)

boxplot(CLEAN[, -1], main="Dataset corretto per i valori anomali", col="green", xlab="Securities", ylab="Rendimento")
```

Figura 10 - Rimozione dei dati anomali

Ultimati questi step preliminari, possiamo proseguire con la regressione che ci fornirà la stima del beta. Da un punto di vista strettamente tecnico, dato che la regressione lineare utilizza il metodo di stima dei minimi quadrati (OLS), il codice da utilizzare è relativamente breve.

Infatti, come esemplificato in Figura 11, per regredire i rendimenti in eccesso con l'indice è sufficiente il comando *lm(variable_dipendente~variabile_indipendente)* per la creazione del modello e *summary()* per la visualizzazione dei dati dello stesso.

```
IndexPerf=SPX

#####REGRESSIONE AAPL#####

reg=lm(AAPL~IndexPerf)
reg$coefficients
summary(reg)

plot(IndexPerf, AAPL, main = "APPLE Inc.",
      xlab = "S&P500",
      pch=18,
      ylab = "APPLE Inc.",
      cex = 0.80, col="red", cex.main=2)

abline(reg, col="blue")
abline(v = 0, lty="dotted")
abline(h = 0, lty="dotted")
```

Figura 11 - Effettuare la regressione e la rappresentazione grafica

Ad ogni modo, l'utilizzo di un modello non può prescindere da alcune verifiche inerenti all'affidabilità e alla qualità dello stesso. In quest'ottica, definiamo una funzione in grado di aiutarci, per via grafica o meno, a vagliare la presenza di alcune problematiche degne di attenzione

come eteroschedasticità, autocorrelazione tra i residui e non-normalità dei residui.

Tale funzione, ricevuto un modello come parametro, inizia con un controllo sulla condizione di **omoschedasticità**, ossia di varianza costante tra i rendimenti in eccesso del titolo.

In primo luogo, genera un grafico che metta in relazione i valori previsti della variabile dipendente e i residui, dove la presenza di una disposizione randomica di questi ultimi dovrebbe suggerire l'assenza di eteroschedasticità. Inoltre, per un ulteriore grado di certezza, esegue il test di Breusch-Pagan, il cui test d'ipotesi è definito come segue:

$$\begin{cases} H_0: \text{Omoschedasticità} \\ H_1: \text{Eteroschedasticità} \end{cases}$$

In secondo luogo, la funzione verifica la **normalità della distribuzione dei residui** standardizzati, prima per via grafica attraverso un istogramma e successivamente, in modo più preciso, eseguendo il test di Jarque-Bera; quest'ultimo consiste in un test d'ipotesi che pone come ipotesi nulla che la distribuzione del campione abbia simmetria e curtosi assimilabili a una distribuzione normale.

$$\begin{cases} H_0: \text{Normalità della distribuzione dei residui} \\ H_1: \text{Non - normalità della distribuzione} \end{cases}$$

Infine, intendiamo verificare la presenza di **autocorrelazione tra gli errori**. Procediamo prima per via grafica, tracciando un grafico dei residui del modello e cercando di individuare pattern ciclici o sistematici nel tempo. Tuttavia, non sempre l'autocorrelazione risulta facilmente intuibile attraverso i grafici, per questo è particolarmente utile ricorrere al test di Durbin-Watson; questo, ammessa la presenza di un'intercetta nel modello, verifica la presenza di autocorrelazione del primo ordine attraverso un test d'ipotesi così definito:

$$\begin{cases} H_0: \text{Assenza di autocorrelazione} \\ H_1: \text{Autocorrelazione di 1° ordine} \end{cases}$$

Con quest'ultimo test concludiamo l'analisi dei residui¹⁴, il cui scopo è mettere in luce le debolezze del nostro dataset e del nostro modello, in modo da poter intervenire sulla specificazione della regressione.

Infatti, in presenza di una delle problematiche trattate, le stime dei coefficienti con OLS rimangono

¹⁴ Il processo è formulato sulla base dei testi "Statistica: metodologie per le scienze economiche e sociali" (Borra and Di Ciaccio, 2015), "Introduzione all'econometria" (Stock and Watson, 2020) e le note del Prof. R. Williams (Williams, 2020).

non distorte e consistenti, ma perdono di precisione in misura tale da non risultare più efficienti¹⁵. Quindi, sebbene queste stime possano essere effettivamente utilizzate, è possibile valutare trasformazioni delle variabili o funzioni di regressione non lineari per ridurre l'errore standard e ottenere intervalli di confidenza più contenuti (come già trattato alla fine del Capitolo 1).

```
#####FUNZIONE ANALISI DEI RESIDUI#####
# se p-value >  $\alpha$  l'evidenza empirica non è sufficientemente contraria all'ipotesi nulla che quindi non può essere rifiutata;
# se p-value  $\leq \alpha$  l'evidenza empirica è fortemente contraria all'ipotesi nulla che quindi va rifiutata.
#  $\alpha=0.05$ 

test_model <-function(model){
  par(mfrow=c(3,1)) ##elemento grafico
  out=summary(model)
  sde=out$coefficients[2,2]
  std_res=model$residuals/sde

  ##Grafico dei residui
  plot(model$fitted.values,std_res,main="Grafico dei residui",xlab="y_hat",ylab="Residui",pch=4,col="red")
  abline(h = 0, lty="dotted")
  ##Omoschedasticità: controlla come si distribuiscono i residui nel grafico, no pattern crescenti
  print(bptest(model))
  ##H0 Omoschedastico

  ##Normalità residui
  hist(std_res,col="red",main="Distribuzione dei residui",xlab = "Residui",ylab="Frequenza")
  print(jarque.bera.test(model$residuals))
  ##H0 Distribuito normalmente

  ##Indipendenza dei residui
  plot(rev(model$residuals),type = "l",main = "Ricerca di autocorrelazione tra residui",ylab="Residui",xlab="Tempo")
  points(rev(model$residuals),pch=16,col="red")
  abline(h = 0, lty="dotted")
  print(durbinwatsonTest(model))
  ##H0 assenza di autocorrelazione

  par(mfrow=c(1,1)) ##elemento grafico
}
```

Figura 12 - Funzione per l'analisi dei residui

¹⁵ “OLS is no longer BLUE (Best linear unbiased estimator).”

2.6. Discussione dei risultati

Dopo aver descritto le scelte e gli aspetti tecnici del nostro processo di stima, discutiamo i risultati ottenuti per ogni società, con la possibilità di valutarne la coerenza con gli indici di bilancio riportati a inizio capitolo¹⁶.

APPLE (AAPL)

```
Call:
lm(Formula = AAPL ~ IndexPerf)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-4.9238 -1.5606 -0.7413  0.8885  7.2270

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.2289     0.2673   0.857   0.394
IndexPerf    1.0805     0.1230   8.787 8.81e-14 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 2.567 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.459,    Adjusted R-squared:  0.4531
F-statistic: 77.21 on 1 and 91 DF,  p-value: 8.808e-14
```

Figura 13 - Regressione lineare di Apple Inc. (a)

```
> test_model(reg)

studentized Breusch-Pagan test

data: model
BP = 0.66706, df = 1, p-value = 0.4141

Jarque Bera Test

data: model$residuals
X-squared = 19.182, df = 2, p-value = 6.835e-05

lag Autocorrelation D-w Statistic p-value
1 -0.007277027 2.009187 0.934
Alternative hypothesis: rho != 0
> |
```

Figura 14 - Regressione lineare di Apple Inc. (b)

Il beta di **Apple** risulta di **1.08**, con un p-value tale per cui è significativamente diverso da 0 e un errore standard contenuto (0.1230).

Inoltre, non si rifiuta l'ipotesi di omoschedasticità dal test di Breusch-Pagan e il test di Durbin-Watson esclude l'esistenza di autocorrelazione, in linea col pattern randomico dei residui in Figura 16. Tuttavia, i residui non si distribuiscono normalmente (Figura 16).

La percentuale di variabilità nei rendimenti spiegata dal modello si ferma al 46% (R^2).

¹⁶ Per la durata dell'analisi si assume un livello di significatività tale che $\alpha = 0.05$.

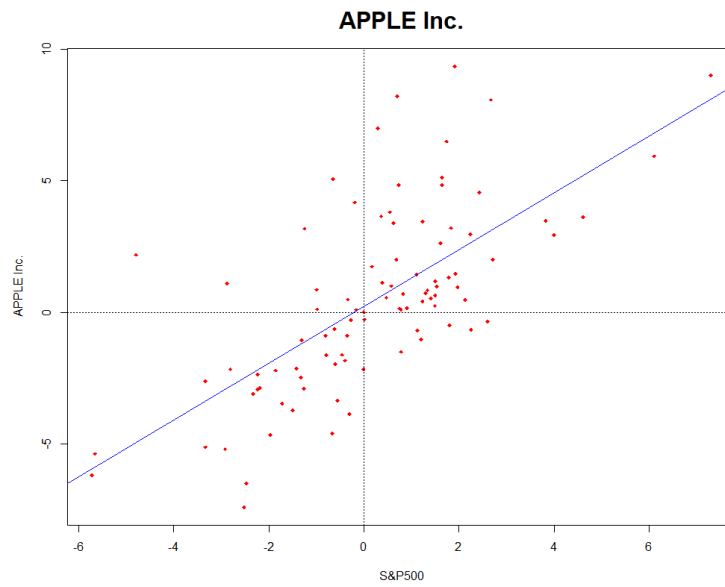


Figura 15 - Regressione lineare di Apple Inc. (c)

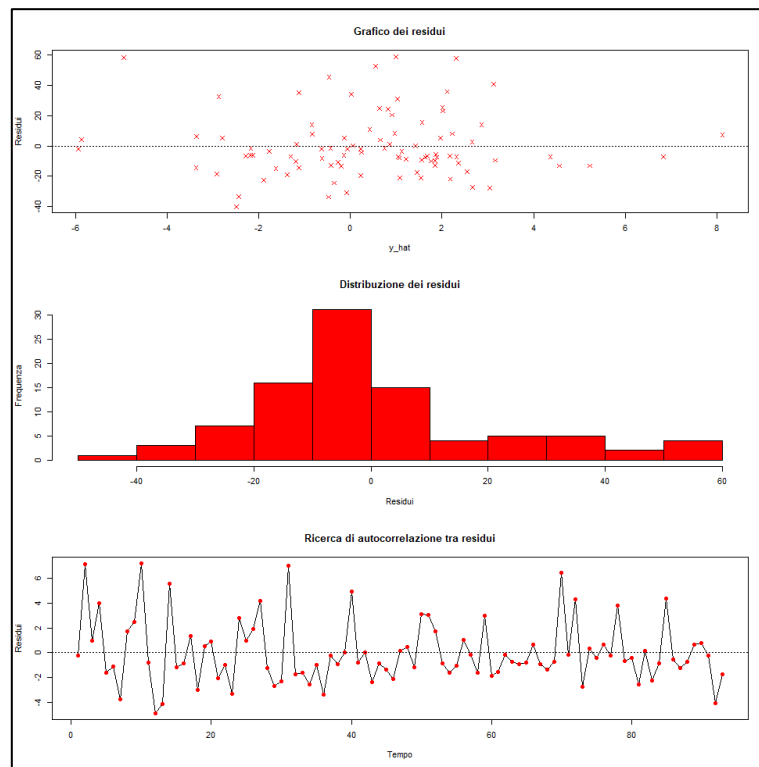


Figura 16 - Analisi dei residui di Apple Inc.

Exxon Mobil Corp. (XOM)

```
Call:
lm(formula = XOM ~ IndexPerf)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-11.8487  -2.6935  -0.4061   2.4167  11.1877

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.3223    0.4505   0.716  0.47612
IndexPerf    0.6748    0.2072   3.256  0.00159 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.326 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1043,    Adjusted R-squared:  0.09449
F-statistic: 10.6 on 1 and 91 DF,  p-value: 0.001589
```

Figura 17 - Regressione lineare di Exxon Mobil Corp. (a)

```
> test_model(reg)

studentized Breusch-Pagan test

data: model
BP = 2.6274, df = 1, p-value = 0.105

Jarque Bera Test

data: model$residuals
X-squared = 0.54417, df = 2, p-value = 0.7618

lag Autocorrelation D-w Statistic p-value
1 0.05781392 1.881956 0.578
Alternative hypothesis: rho != 0
> |
```

Figura 18 - Regressione lineare di Exxon Mobil Corp. (b)

Il beta di **Exxon Mobil Corp.** risulta di **0.67**, con un p-value tale per cui è significativamente diverso da 0.

Il modello lineare sembra funzionare meglio per Exxon rispetto ad Apple, dato che tutti i test condotti non rifiutano l'ipotesi nulla: i residui risultano omoschedastici, non correlati tra loro e distribuiti normalmente.

L'indice R^2 risulta modesto e poco superiore al 10%.

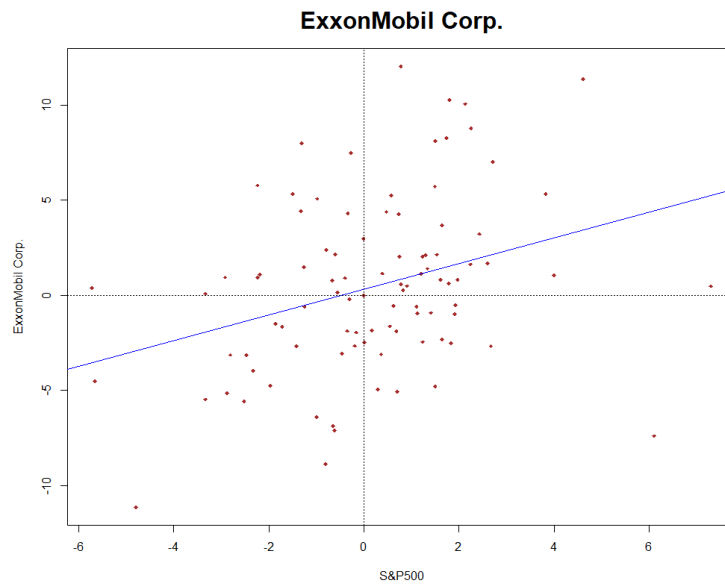


Figura 19 - Regressione lineare di Exxon Mobil Corp. (c)

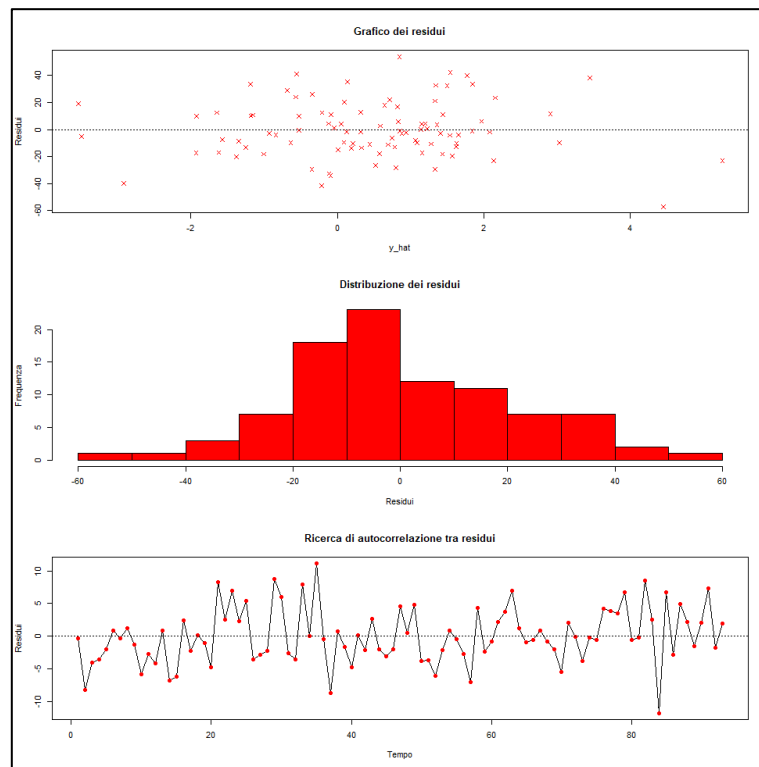


Figura 20 - Analisi dei residui di Exxon Mobil Corp.

Barrick Gold Corp. (GOLD)

```
Call:
lm(formula = GOLD ~ IndexPerf)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-10.8429  -2.6930   0.1861   2.8509   8.4577

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.06075    0.40979  -0.148   0.882
IndexPerf    0.26388    0.18853   1.400   0.165

Residual standard error: 3.935 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.02107,    Adjusted R-squared:  0.01032
F-statistic: 1.959 on 1 and 91 DF,  p-value: 0.165
```

Figura 21 - Regressione lineare di Barrick Gold Corp. (a)

```
> test_model(reg)

studentized Breusch-Pagan test

data: model
BP = 0.35593, df = 1, p-value = 0.5508

Jarque Bera Test

data: model$residuals
X-squared = 0.44817, df = 2, p-value = 0.7992

lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
 1 -0.02586257 2.051351 0.8
Alternative hypothesis: rho != 0
> |
```

Figura 22 - Regressione lineare di Barrick Gold Corp. (b)

La stima del beta di **Barrick Gold Corp.** è **0.26**, tuttavia dal p-value del test-t risulta che questa non sia significativamente diversa da 0 ($0.165 > 0.05$). Questo risultato è coerente con la società che si sta analizzando, poiché il core-business di Barrick si basa su un bene (l'oro) che tradizionalmente performa bene e si apprezza quando il mercato affronta un trend ribassista.

In aggiunta, non sembra esserci la necessità di cambiare specificazione, dato che anche in questo caso, come per Exxon Mobil, i test propendono per omoschedasticità, residui distribuiti normalmente e non correlati tra loro.

Concludiamo osservando come la varianza spiegata dal modello sia auspicabilmente molto bassa (2%).

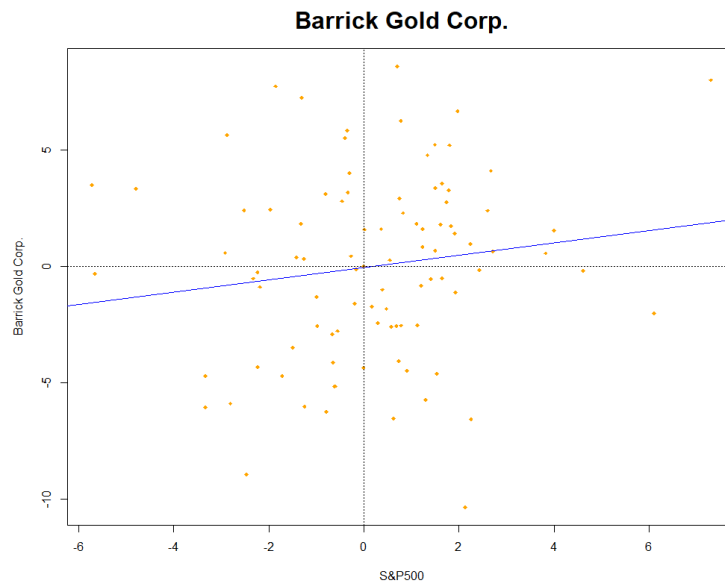


Figura 23 - Regressione lineare di Barrick Gold Corp. (c)

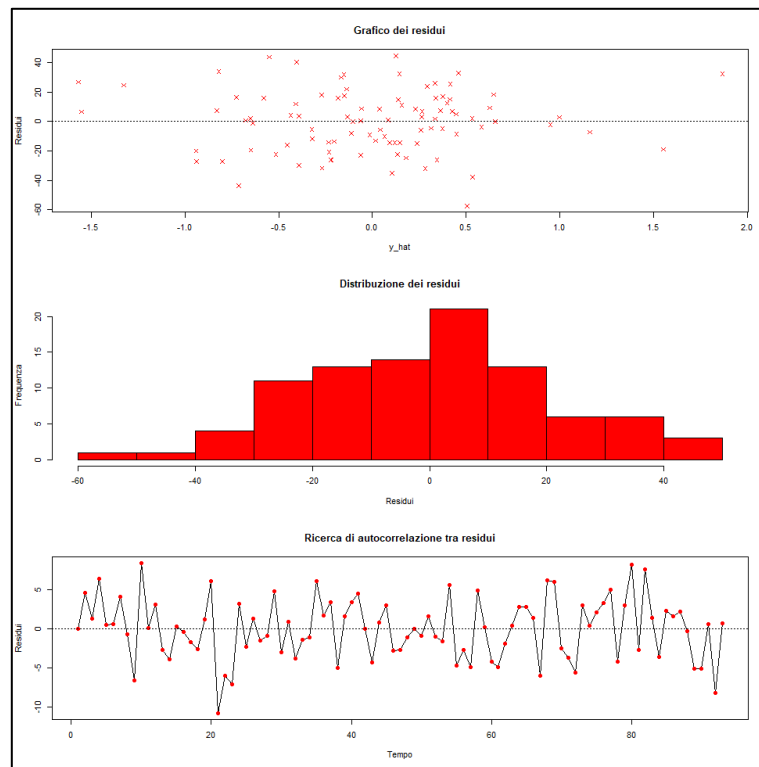


Figura 24 - Analisi dei residui di Barrick Gold Corp.

Walmart Inc. (WMT)

```
Call:
lm(Formula = WMT ~ IndexPerf)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-4.4308 -1.0473 -0.2448  1.0885  5.4169

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.02209   0.19409   0.114   0.91
IndexPerf    0.57429   0.08930   6.431 5.76e-09 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.864 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3125,    Adjusted R-squared:  0.3049
F-statistic: 41.36 on 1 and 91 DF,  p-value: 5.755e-09
```

Figura 25 - Regressione lineare di Walmart Inc. (a)

```
> test_model(reg)

studentized Breusch-Pagan test

data: model
BP = 0.74563, df = 1, p-value = 0.3879

Jarque Bera Test

data: model$residuals
X-squared = 8.4424, df = 2, p-value = 0.01468

lag Autocorrelation D-w Statistic p-value
 1 -0.0767637 2.143059 0.468
Alternative hypothesis: rho != 0
> |
```

Figura 26 - Regressione lineare di Walmart Inc. (b)

Il beta di **Walmart Inc.** risulta di **0.57**, con un test t che rifiuta fortemente l'ipotesi che questo sia uguale a 0 e un errore standard moderato.

In questo caso si verifica una situazione analoga ad Apple, osserviamo infatti che i residui non si distribuiscono normalmente secondo il test di Jarque Bera ma non vi è autocorrelazione tra loro o eteroschedasticità.

In linea con il resto dei risultati, anche R^2 assume un valore intermedio (31%).

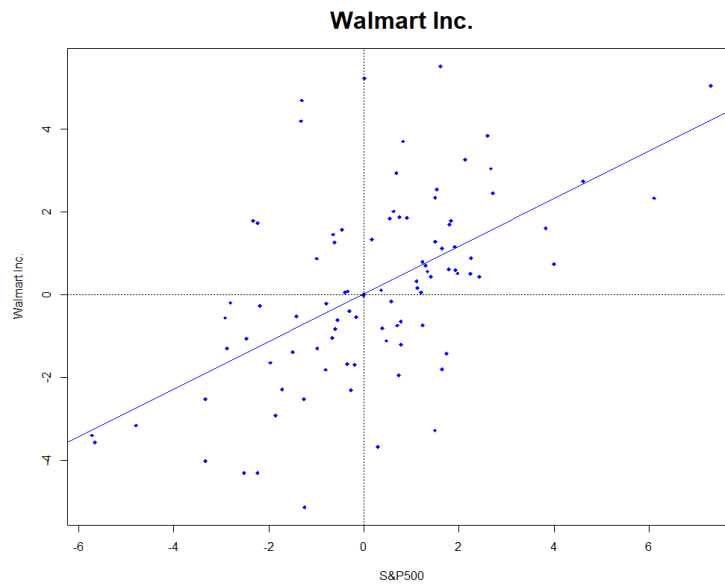


Figura 27 - Regressione lineare di Walmart Inc. (c)

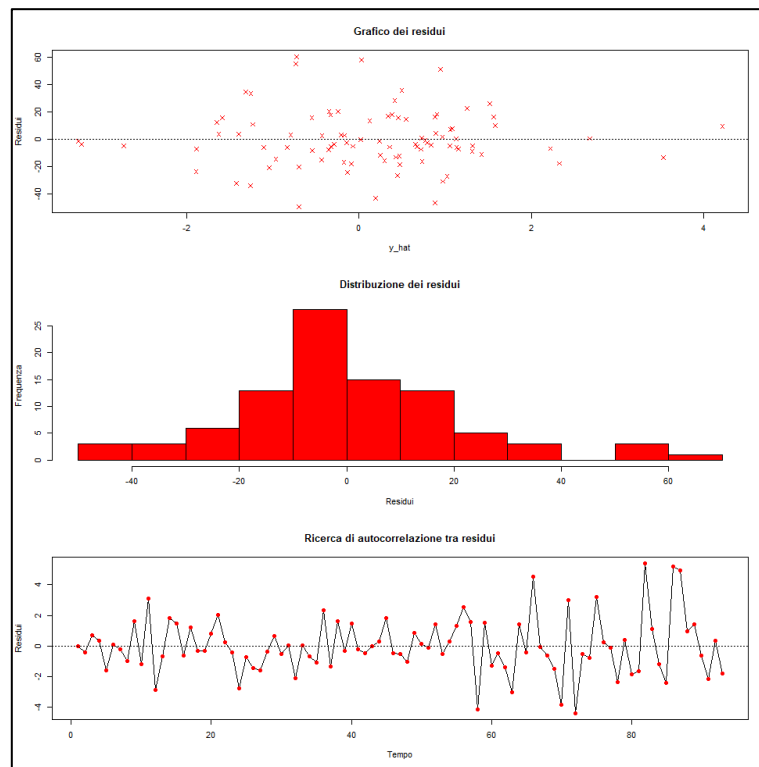


Figura 28 - Analisi dei residui di Walmart Inc.

Note finali sui risultati

La seguente tabella (Tabella 3) riporta le medie dei dati finanziari per i settori di appartenenza delle società analizzate:

Tabella 3 - Valori finanziari medi per settore¹⁷

Settore	Beta 2Y	P/E	Quick Rat.	ROA	Asset T.	T. Assets (Mediana)	Pay Out Rat.	Market Cap. (Mediana)	Debt Rat.
IT	1.08	-0.6	1.7	-0.90%	0.6	181.1M	18.00%	27.3M	21.70%
Materiali	0.92	-9.9	4.6	-37.50%	0.5	4.08M	18.80%	8.4M	2.20%
Energetico	1.19	-0.1	0.9	-1.70%	0.5	328M	30.80%	8.9M	33.10%
Consumer Goods	0.62	9	0.8	-1.30%	1.2	80.2M	43.50%	6.6M	31.20%

Confrontandola con i risultati della nostra analisi e i dati in Tabella 2 (riportata in seguito), è possibile fare qualche considerazione in merito alla relazione tra beta equity e indici di bilancio.

Nome	Settore	P/E	Quick Rat.	ROA	Asset T.	T. Assets	Pay Out Rat.	Market Cap.	Debt Rat.
Apple Inc.	IT	25.6	0.7	29.6%	1.1	351,002 mln	15.3%	2,461.3B	38.9%
Barrick Gold Corp.	Materiali	14.4	2.8	4.1%	0.3	46,890 mln	32.6%	27,099.6M	11.0%
Exxon Mobil Corp.	Energetico	15.4	0.7	7.5%	0.9	338,923 mln	65.7%	381,614.3 M	15.6%
Walmart Inc.	Consumer Goods	28	0.3	5.4%	2.4	244,860.0 mln	45.0%	330,308.6 M	23.4%

¹⁷ I seguenti dati sono stati raccolti attraverso il provider di dati finanziari Finbox.com (Finbox.com, 2022).

Innanzitutto, i valori trovati per le società rispecchiano la natura e l'elasticità della domanda dei beni che trattano, con Exxon Mobil e Walmart notevolmente più bassi di Apple. Inoltre, come già anticipato, Barrick Gold gode delle proprietà salvifiche dell'oro rispetto all'andamento dei cicli economici e quindi di un basso rischio sistematico.

In secondo luogo, il fatto che il beta di Barrick ed Exxon siano notevolmente più bassi del valore medio del settore (0.26 e 0.67 contro 0.92 e 1.19) è in linea con la caratteristica comune ad entrambi di ripagare gli investitori con dividendi notevolmente più generosi della media del loro settore di appartenenza (32.6% e 65.7% rispetto a 18.8% e 30.8%). Inoltre, Exxon Mobil gode di un Debt Ratio pari a meno della metà della media di riferimento (15.6% contro 33.1%), situazione opposta a Barrick che tuttavia performa largamente meglio dei suoi concorrenti in termini di ROA (4.1% e -37.5%).

Apple Inc. è abbondantemente più indebitata della media del settore IT, tuttavia la migliore efficienza operativa (1,1 contro 0.6) e profittabilità (29.6% e -0.9%) sembrano compensare questo difetto, poiché il rischio sistematico risulta in linea con la media.

Anche Walmart Inc. presenta un beta simile a quello delle altre società operanti nel suo settore, la leggera differenza potrebbe essere attribuita al suo minore indebitamento (23.4% vs 31.2%) e alla capacità di far fruttare i suoi asset in modo più efficiente rispetto ai concorrenti (asset turnover di 2.4 contro 1.2 del settore dei beni consumer).

Al fine di dare il giusto peso a queste considerazioni, è importante specificare che parte delle differenze potrebbe essere dovuta al notevole vantaggio dimensionale e di capitalizzazione di cui le 4 società analizzate godono nei confronti delle medie di settore, le quali incorporano al loro interno anche società infinitamente più piccole. Queste possibili distorsioni si aggiungono ai motivi per cui questa analisi non debba essere considerata più della semplice puntualizzazione della coerenza tra i risultati trovati e la letteratura trattata in merito nel capitolo 1.

3. Applicazione del concetto di beta equity alle criptovalute

In quest'ultimo capitolo, intendiamo fornire un nuovo approccio per valutare l'effettiva capacità delle criptovalute di fungere da bene rifugio per gli investitori, attraverso un'applicazione non convenzionale del concetto di beta.

Dapprima enunceremo il significato di bene rifugio e descriveremo le caratteristiche che dovrebbe avere un asset per essere considerato come tale, dopodiché analizzeremo l'opinione del mondo accademico in merito alle proprietà salvifiche di bitcoin prima della pandemia di Covid-19.

Successivamente, tramite l'utilizzo di Bloomberg Terminal, applicheremo le metodologie proprie del beta equity per fornire il nostro punto di vista sulla reale capacità di bitcoin di proteggere gli investitori durante la crisi legata alla pandemia e allo scoppio della guerra in Ucraina.

Tratte le nostre conclusioni, le confronteremo con l'evidenza di altri autori che hanno analizzato il periodo post-pandemico.

3.1. Bitcoin può rappresentare un valido bene rifugio in tempi di crisi?

In poco più di un decennio, a causa della crisi finanziaria del 2008, è cresciuto notevolmente l'interesse verso prodotti finanziari più sicuri e in grado di salvaguardare i risparmi in tempi di crisi. La tendenza degli investitori a virare parte delle loro disponibilità verso asset meno volatili durante questi periodi di incertezza, definita "*flight-to-safety*", ha portato la letteratura ad approfondire il concetto di bene rifugio e le sue nuove connotazioni.

Si definisce bene rifugio, o "**safe haven**", un asset non correlato o correlato negativamente con gli altri prodotti finanziari, in grado perciò di svolgere un ruolo di copertura in tempi di crisi, quando tradizionalmente il resto delle asset class crolla di valore (Baur and Lucey, 2010). All'interno di questa definizione è esplicitato il motivo per cui non è necessario che un bene abbia costantemente rendimenti positivi per essere definito bene rifugio, poiché la profonda decorrelazione con il mercato azionario comporterà inevitabilmente che questo performi in modo mediocre (o negativo) durante periodi di stabilità finanziaria.

In sintesi, **un bene rifugio perde questo status soltanto se si muove in modo correlato col mercato azionario durante una fase di profonda instabilità economica** (Baur and McDermott, 2016).

Esempi classici di bene rifugio sono il dollaro statunitense, il franco svizzero e l'oro, tuttavia negli ultimi anni media e letteratura accademica hanno spesso riconosciuto questa qualità anche a

bitcoin.

Questa attribuzione deriva da alcune caratteristiche comuni tra bitcoin e oro, che spesso viene considerato il bene rifugio per antonomasia. Effettivamente, per entrambi il valore deriva dalla loro scarsità e dai costi di estrazione/mining¹⁸, non esiste autorità centrale o nazione che intervenga per regolare la loro offerta (che risulta quindi esogena, garantendo così la loro indipendenza dall'inflazione) ma vengono entrambi estratti da soggetti privati e indipendenti, e infine sono entrambi oggetto di forte speculazione da parte del mercato (Chemkha *et al.*, 2021; Choi and Shin, 2022).

Le ragioni precedenti, in aggiunta al fatto che bitcoin avesse resistito eccellentemente alla crisi europea del debito sovrano (Luther and Salter, 2017) e all'epoca fosse caratterizzato da una bassa correlazione con le asset class più tradizionali (Corbet *et al.*, 2018; Guesmi *et al.*, 2019), hanno contribuito alla nascita di una ricca letteratura fiduciosa delle qualità della criptovaluta come bene rifugio.

Ad esempio, A.H. Dyhrberg (Dyhrberg, 2016), in uno studio condotto attraverso un modello GARCH, sostenne che le proprietà di bitcoin si collocassero qualitativamente tra il dollaro e l'oro, sottolineando come potesse fungere sia da riserva di valore che come mezzo di scambio, oltre che come uno strumento utile per resistere agli shock derivanti da notizie di carattere negativo. Inoltre, Stensas (Stensås *et al.*, 2019), poco prima dello scoppio della pandemia, pubblicò un elaborato dove metteva in luce le proprietà di copertura della criptovaluta e i benefici di averla in portafoglio durante periodi caratterizzati da elevata incertezza. Si aggiungono agli esempi molti articoli che nel medesimo periodo esaltavano in modo specifico le qualità difensive e di bene rifugio di bitcoin se abbinato al mercato azionario statunitense (Bouoiyour and Selmi, 2017; Chan, Le and Wu, 2019) oppure a dei mercati in via di sviluppo (Stensås *et al.*, 2019).

Dalle principali pubblicazioni sull'argomento sembrerebbe quindi che la corrente di pensiero principale, durante gli anni pre-pandemia, fosse quella di considerare bitcoin un asset con enorme potenziale come bene rifugio¹⁹. Tuttavia, come è stato evidenziato a posteriori, questa qualità gli era stata attribuita senza che avesse mai affrontato una vera crisi finanziaria.

¹⁸ Il quantitativo massimo di bitcoin generabile è definito dal protocollo Bitcoin e ammonta a 21 milioni. Raggiunto tale quantitativo non sarà più possibile generare nuovi bitcoin ma soltanto scambiare quelli preesistenti.

¹⁹ Seppur rappresentassero una minoranza, erano presenti pubblicazioni scettiche sulle proprietà difensive di bitcoin anche prima della pandemia (Bouri *et al.*, 2017; Shahzad *et al.*, 2019; Smales, 2019).

In tal senso, la crisi causata dal Covid-19 nel 2020 è stata l'occasione per testare definitivamente le proprietà salvifiche di bitcoin (Conlon and McGee, 2020).

3.2. Analisi del beta di bitcoin utilizzando Bloomberg Terminal

Il concetto di beta equity può essere applicato in modo non convenzionale per valutare le effettive caratteristiche di bene rifugio di bitcoin.

Sfortunatamente, alcune considerazioni sulle determinanti del rischio sistematico viste in precedenza perdono di validità nel momento in cui si applica un concetto tradizionalmente costruito per il mercato azionario al settore delle criptovalute, ciò nonostante il significato di beta (i.e. la sensibilità di un titolo ai movimenti del mercato) rimane un indicatore significativo per sviluppare delle considerazioni in merito al nostro quesito.

Anche in questo caso il portafoglio di mercato è rappresentato dall'indice S&P500, mentre l'orizzonte temporale analizzato è definito dal giorno in cui l'OMS ha dichiarato lo status pandemico internazionale (11 marzo 2020) fino ad oggi (3 giugno 2022), con cadenza settimanale delle osservazioni. In merito a quest'ultima decisione, bitcoin scambia sulle piattaforme di exchange anche quando il mercato statunitense è chiuso, tuttavia in questo caso il problema dei non-trading days risulta trascurabile se confrontato con la perdita di precisione che si avrebbe scegliendo un intervallo mensile.

Per lo svolgimento dell'analisi, si è scelto di avvalersi della piattaforma Bloomberg Terminal, per ragioni riassumibili nella semplicità con cui permette di svolgere alcune trasformazioni al metodo di regressione.

Tra le modifiche apportate, considerata l'elevata volatilità di bitcoin, abbiamo scelto di applicare una winsorizzazione. Quest'ultima è una procedura statistica che consiste nel sostituire i valori che cadono oltre un intervallo (la cui ampiezza è definita come multiplo della deviazione standard) con le osservazioni agli estremi di questo. Rappresenta quindi un metodo efficace per ridurre il numero di valori anomali coinvolti nella regressione, senza però inficiare la numerosità campionaria.

Inoltre, abbiamo modificato la specificazione della regressione applicando una trasformazione logaritmica a entrambi i membri dell'equazione lineare. Il modello così definito, comunemente conosciuto come “log-log”, ci consente di ridurre la differenza di ordine di grandezza tra le variabili, di favorire l'omoschedasticità delle stesse e inoltre di normalizzare l'asimmetria nelle distribuzioni. Tutto questo risulta particolarmente auspicabile considerata l'elevata volatilità delle

criptovalute, oltre a garantire una maggiore facilità di interpretazione del modello, le cui variazioni ora possono essere espresse in termini percentuali (Benoit, 2011).

Queste modifiche del metodo di stima sono integrate all'interno delle opzioni della funzione BETA di Bloomberg, che ne rende particolarmente intuitiva e immediata l'attuazione, risultando così una scelta più efficiente e veloce di R, a condizione di sacrificare una componente di personalizzazione.

Eseguiamo quindi la funzione BETA e sviluppiamo la regressione del logaritmo dei prezzi dello S&P500 sul logaritmo del cambio XBT-USD²⁰, applicando una winsorizzazione su entrambe le variabili del doppio della deviazione standard. L'output è riportato in Figura 29.



Figura 29 - Funzione BETA di Bloomberg Terminal per bitcoin e S&P500²¹

I risultati della regressione evidenziano un'elevata suscettibilità di bitcoin ai movimenti del mercato.

Infatti, per un modello così definito, un beta di **4.268** indica come dall'inizio della pandemia per una variazione dell'1% del prezzo dello S&P500 si sia verificata una correzione del 4.268% del valore di bitcoin, caratteristica che classificherebbe quest'ultimo come un asset fortemente aggressivo e in grado di enfatizzare notevolmente i movimenti di mercato.

A completare l'analisi, i valori dell'errore standard (0.159) e del test-t (26.908) garantiscono una

²⁰ Tasso di cambio bitcoin-dollaro statunitense

²¹ Questa regressione è stata elaborata grazie a Bloomberg Terminal (Bloomberg Professional Services, 2022c)

forte significatività della stima; questa e l'elevato R^2 denotano la qualità del modello e la sua capacità di spiegare una percentuale importante della variabilità dei prezzi della criptovaluta (86.4%).

Questi risultati, che vedono bitcoin come un asset fortemente correlato e sensibile all'andamento economico, rafforzano questa evidenza nel momento in cui si confronta la serie storica dei prezzi di bitcoin con quelle di alcuni indici assimilabili all'andamento generale del mercato negli ultimi due anni. Questo paragone può essere fatto agevolmente tramite la funzione GP di Bloomberg, di cui riportiamo l'esito in Figura 30.

Dal grafico si evince facilmente come bitcoin segua i macro-trend di S&P500 e NASDAQ-100, talvolta amplificando notevolmente i movimenti di ritracciamento avvenuti all'interno del bull market.



Figura 30 - Prezzi di bitcoin, S&P500 e NASDAQ-100 a confronto negli ultimi 2 anni²²

In particolare, il legame appare ancora più evidente dal momento in cui, a fine 2021, il trend crescente del mercato si inverte per lasciare spazio al bear market ad oggi ancora in essere.

Infatti, a causa dell'aumento dei costi delle materie prime e dello spettro di una recessione imminente (causata dall'introduzione di politiche monetarie restrittive e dalla consapevolezza di un'inflazione in rapida crescita), il mercato ha iniziato un profondo movimento ribassista che bitcoin sta seguendo pedissequamente. Rappresentando graficamente i primi sei mesi del 2022

²² Questo grafico è stato elaborato grazie a Bloomberg Terminal (Bloomberg Professional Services, 2022e)

(Figura 31), la correlazione tra bitcoin e i principali indici azionari diventa a tratti inequivocabile, con la criptovaluta che sembra replicare fedelmente ogni flessione del mercato ed apparire estremamente sensibile ai movimenti dello stesso.

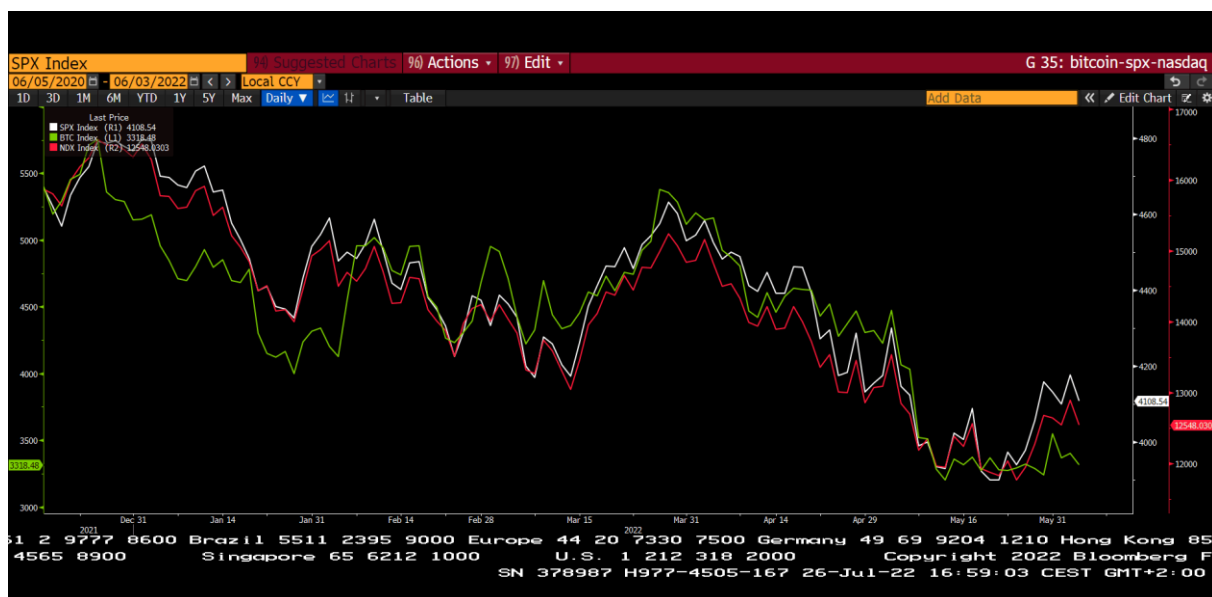


Figura 31 - BTC, SPX e NASDAQ da inizio 2022²³

Tali risultati si dimostrano coerenti con le conclusioni ottenute dall’analisi effettuata attraverso il beta: congiuntamente e separatamente, rappresentano entrambi un’evidenza fortemente contraria ad ogni possibilità di bitcoin di ricoprire un ruolo di bene rifugio per gli investitori in un momento di crisi.

Peraltro, tale posizione risulta in linea con il pensiero predominante nella letteratura post-pandemica sull’argomento. Ad esempio, T. Conlon e R. McGee, attraverso un’analisi del downside risk, hanno evidenziato come bitcoin abbia perso il suo status di bene rifugio alla prima vera crisi finanziaria che si è trovato ad “affrontare”, poiché ogni inclusione di bitcoin in un portafoglio basato sullo S&P500 avrebbe fatto aumentare notevolmente le perdite e il rischio per l’investitore (Conlon and McGee, 2020). In aggiunta, in disaccordo assoluto con la definizione di bene rifugio, è stato osservato come, quando si presentano circostanze di elevata incertezza, i rendimenti dello S&P500 influenzano significativamente i rendimenti di bitcoin, i quali sono correlati in misura notevolmente maggiore a quanto osservato per periodi di bassa o media volatilità dei mercati (Nguyen, 2022).

²³ Questo grafico è stato elaborato grazie a Bloomberg Terminal (Bloomberg Professional Services, 2022e)

Inoltre, il prezzo di bitcoin risponde in modo significativamente negativo agli shock finanziari, suggerendo l'impossibilità per gli investitori di utilizzarlo come bene rifugio (Choi and Shin, 2022). A posteriori, a differenza della criptovaluta, l'oro ha mantenuto il suo status di asset difensivo durante la pandemia per buona parte dei principali indici azionari (Chemkha *et al.*, 2021).

Questi e altri studi, condotti con metodi e obiettivi eterogenei, confermano tutti la conclusione ottenuta dall'analisi del beta: **bitcoin, allo stato attuale, non è un bene rifugio.**

Infatti, far parte di una tipologia di asset relativamente giovane come le criptovalute, che spesso alternano momenti dove lasciano trasparire potenzialità infinite ad altri dove scandali e furti ne compromettono la credibilità, comporta una grande difficoltà per gli investitori che cercano di stabilire obiettivamente un fair price al quale entrare o uscire da questo mercato, lasciando ampio spazio a euforia, bolle e “corse agli sportelli” (Shiller, 2017).

Questo si traduce in una volatilità fuori dal comune, estremamente più elevata rispetto agli standard del mercato azionario (Harvey, 2014; Corbet *et al.*, 2018); quest'ultima, congiuntamente al fatto che bitcoin venga detenuto principalmente per fini speculativi (Glaser *et al.*, 2014; Baur, Hong and Lee, 2018), implica che gli investitori siano fortemente portati a chiudere le proprie posizioni in seguito a notizie negative o shock di mercato (Yermack, 2015). Tale caratteristica è del tutto estranea ad un bene rifugio, che invece dovrebbe rispondere asimmetricamente alle notizie economiche (Baur and Glover, 2012; Baur and McDermott, 2016; Chemkha *et al.*, 2021).

Prima che bitcoin possa effettivamente diventare “l'oro digitale” è necessario un cambio strutturale dell'utilizzo che ne fanno gli investitori e della percezione che hanno di tutto il settore delle criptovalute.

Conclusione

Il beta equity, nonostante le sue criticità, è ancora oggi ampiamente utilizzato per la sua capacità di riassumere in un unico valore tutte le variabili che espongono una società al rischio di mercato, oltre al ruolo fondamentale che ricopre all'interno del Capital Asset Pricing Model.

Sebbene la comunità accademica non concordi uniformemente sul suo grado di affidabilità dal punto di vista empirico, la mancanza di migliori alternative e la semplicità con cui può essere stimato lo rendono tra gli strumenti più utili a disposizione degli analisti per determinare il tasso di sconto adeguato per un titolo azionario. Questo a patto che la scelta delle variabili non venga assunta con superficialità, ma vengano anzi selezionate con attenzione sulla base del caso specifico. Nel corso di questo elaborato, abbiamo infatti dimostrato (attraverso il linguaggio di programmazione R) come effettuare la regressione per stimare il beta sia un processo relativamente semplice dal punto di vista computazionale. D'altra parte, questa praticità viene compensata dal lavoro di ricerca necessario prima del procedimento di stima, poiché la qualità dell'esito non può prescindere da un'accurata scelta dell'indice assimilabile al portafoglio di mercato, del fattore temporale, del tasso di interesse privo di rischio e del metodo di regressione utilizzato.

L'aspetto più interessante e innovativo di questa ricerca è l'applicazione del concetto di beta ad un asset non convenzionale come una criptovaluta, per testare la possibilità che questi nuovi strumenti finanziari rappresentino dei beni rifugio. In merito, abbiamo riscontrato coerenza tra il livello di rischio sistematico stimato e l'andamento del prezzo di bitcoin, trovando conferma nella significativa correlazione con l'indice S&P500 e nella letteratura accademica sull'argomento.

Pertanto, abbiamo concluso come, allo stato attuale, non esistano ragioni per attribuire a bitcoin la qualità di bene rifugio, ma anzi risulti pericoloso intenderlo come tale. Tuttavia, l'opinione in merito è mutata negli anni, e non è da escludere che bitcoin possa effettivamente dimostrare tali proprietà salvifiche con un'evoluzione strutturale del mercato delle criptovalute.

Parole utilizzate²⁴: 9835

²⁴ escludendo frontespizio, autodichiarazione di autenticità, ringraziamenti, bibliografia e questa frase

Ringraziamenti

Ringrazio dal profondo del cuore e dedico questo traguardo

Alla mia famiglia: a mio padre, mia madre e mia sorella. Grazie per le motivazioni e l'attitudine che mi hanno permesso di trovare sempre un senso a tutto questo, per tutti i sacrifici fatti e il supporto che mi avete dato. A modo nostro, ci siamo sempre aiutati a non cadere.

A mio cugino, mia zia e mio zio, per essere sempre stati un porto sicuro al riparo dalle insicurezze.

Ai miei amici, per avermi sempre compreso senza abbandonarmi. A Nicholas, per essere stato al mio fianco quando tutto era buio. A Sofia, per non aver mai smesso di credere in me.

A tutti i compagni con cui ho condiviso gioie e dolori di questo viaggio, con una menzione speciale per Chiara, Mattia, Giacomo, Giulio, Francesco, Matteo, Giovanni, Antonio, Nicola e Miriam.

Allo staff dell'università, a coloro che lavorano ogni giorno per darci la possibilità di emergere. In particolare, un grazie a Enrico Soncin, a Paola Mezzalira e alla mia relatrice, la prof.ssa Sapienza.

A JEst, per le persone meravigliose e motivanti di cui mi ha permesso di circondarmi.

Ai miei colleghi di Giotto, per non aver mai frenato la mia curiosità.

Infine, sarò sempre grato all'Università degli Studi di Padova per aver accolto un ragazzo grezzo e confuso, e averlo reso più simile all'uomo che vuole essere. Ad maiora.

*“A tutti i ragazzi disastri
Venuti su dritti
Che vivono in case cadenti
Tra le rovine delle loro famiglie
Una laurea ad honorem
A te che sei la più forte”*

Bibliografia

Banz, R.W. (1981) 'The relationship between return and market value of common stocks', *Journal of Financial Economics*, 9(1), pp. 3–18. Available at: [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(81\)90018-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(81)90018-0).

Baur, D. and Glover, K. (2012) *A Gold Bubble?* Working Paper Series 175. Finance Discipline Group, UTS Business School, University of Technology, Sydney. Available at: <https://econpapers.repec.org/paper/utswpaper/175.htm> (Accessed: 6 August 2022).

Baur, D.G., Hong, K. and Lee, A.D. (2018) 'Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets?', *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54, pp. 177–189. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2017.12.004>.

Baur, D.G. and Lucey, B.M. (2010) 'Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds and Gold', *Financial Review*, 45(2), pp. 217–229. Available at: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6288.2010.00244.x>.

Baur, D.G. and McDermott, T.K.J. (2016) 'Why is gold a safe haven?', *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 10, pp. 63–71. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.jbef.2016.03.002>.

Benoit, K. (2011) 'Linear Regression Models with Logarithmic Transformations'. London School of Economics. Available at: https://links.sharezomics.com/assets/uploads/files/1600247928973-from_slack_logmodels2.pdf (Accessed: 9 July 2022).

Black, F. (1972) 'Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing', *The Journal of Business*, 45(3), pp. 444–455. Available at: <http://dx.doi.org/10.1086/295472>.

Bloomberg Professional Services (2022a) *BETA <GO> Historical Beta Help Page, BETA <GO> Historical Beta Help Page*. Available at: Bloomberg Terminal (Accessed: 27 June 2022).

Bloomberg Professional Services (2022b) *Curve dei rendimenti del Treasury a confronto, Bloomberg Terminal*. Available at: Bloomberg Terminal (Accessed: 21 July 2022).

Bloomberg Professional Services (2022c) *Funzione BETA: calcolo del beta di bitcoin attraverso una regressione su SPX, Bloomberg Terminal*. Available at: Bloomberg Terminal (Accessed: 1 August 2022).

Bloomberg Professional Services (2022d) *Funzione FA: Dati e indici di bilancio di Apple, Barrick Gold, Exxon Mobil e Walmart, Bloomberg Terminal*. Available at: Bloomberg Terminal (Accessed: 21 July 2022).

Bloomberg Professional Services (2022e) *Funzione GP: Grafico prezzi di BTC, SPX e NDX, Bloomberg Terminal*. Available at: Bloomberg Terminal (Accessed: 26 July 2022).

Bloomberg Professional Services (2022f) *Funzione HCP: Storico prezzi e rendimenti di Apple, Bloomberg Terminal*. Available at: Bloomberg Terminal (Accessed: 21 July 2022).

Borra, S. and Di Ciaccio, A. (2015) *Statistica: metodologie per le scienze economiche e sociali*. Terza edizione. McGraw-Hill.

- Bouoiyour, J. and Selmi, R. (2017) 'The Bitcoin price formation: Beyond the fundamental sources'. arXiv. Available at: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1707.01284>.
- Bouri, E. *et al.* (2017) 'On the hedge and safe haven properties of Bitcoin: Is it really more than a diversifier?', *Finance Research Letters*, 20, pp. 192–198. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2016.09.025>.
- Chan, W.H., Le, M. and Wu, Y.W. (2019) 'Holding Bitcoin longer: The dynamic hedging abilities of Bitcoin', *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 71, pp. 107–113. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.qref.2018.07.004>.
- Chaudhary, R. and Bakhshi, P. (2021) 'Selection of the right proxy market portfolio for CAPM', *Investment Management and Financial Innovations*, 18(3), pp. 16–26. Available at: [https://doi.org/10.21511/imfi.18\(3\).2021.02](https://doi.org/10.21511/imfi.18(3).2021.02).
- Chemkha, R. *et al.* (2021) 'Hedge and safe haven properties during COVID-19: Evidence from Bitcoin and gold', *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 82, pp. 71–85. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.qref.2021.07.006>.
- Choi, S. and Shin, J. (2022) 'Bitcoin: An inflation hedge but not a safe haven', *Finance Research Letters*, 46. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102379>.
- Conlon, T. and McGee, R. (2020) 'Safe haven or risky hazard? Bitcoin during the Covid-19 bear market', *Finance Research Letters*, 35. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101607>.
- Corbet, S. *et al.* (2018) 'Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets', *Economics Letters*, 165, pp. 28–34. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2018.01.004>.
- Damodaran, A. (1999a) *Estimating risk free rates*. Finance Working Papers. Stern School of Business. Available at: <https://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/pdfiles/papers/riskfree.pdf> (Accessed: 24 July 2022).
- Damodaran, A. (1999b) *Estimating Risk Parameters*. Finance Working Papers. Stern School of Business. Available at: <http://archive.nyu.edu/handle/2451/26906> (Accessed: 16 June 2022).
- De Marzo, J.B.-P. and Berk, J. (2018) *Finanza aziendale 1*. Quarta edizione. Pearson Italia, Milano.
- Definizione di Terzile - Vocabolario Treccani* (2022) *Treccani*. Available at: <https://www.treccani.it/vocabolario/terzile> (Accessed: 17 July 2022).
- Dunn, M.F. (2001) 'An intuitive interpretation of beta', in *Proceedings of the Academy of Economics and Economic Education. Allied Academies International Conference. Academy for Economics and Economic Education.*, Nashville: Citeseer, p. 33. Available at: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.629.3354&rep=rep1&type=pdf> (Accessed: 5 July 2022).
- Dyhrberg, A.H. (2016) 'Bitcoin, gold and the dollar – A GARCH volatility analysis', *Finance Research Letters*, 16, pp. 85–92. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2015.10.008>.

Fama, E.F. and French, K.R. (1996) 'The CAPM is Wanted, Dead or Alive', *The Journal of Finance*, 51(5), pp. 1947–1958. Available at: <https://doi.org/10.2307/2329545>.

Fama, E.F. and French, K.R. (2004) 'The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence', *Journal of Economic Perspectives*, 18(3), pp. 25–46. Available at: <https://doi.org/10.1257/0895330042162430>.

Finbox.com (2022) *Finbox.com: Sector benchmark data (Apple, Exxon Mobil, Barrick Gold e Walmart)*, Finbox.com. Available at: <https://finbox.com/> (Accessed: 30 July 2022).

Glaser, F. *et al.* (2014) 'Bitcoin - Asset or Currency? Revealing Users' Hidden Intentions'. Rochester, NY. Available at: <https://papers.ssrn.com/abstract=2425247> (Accessed: 6 August 2022).

Guesmi, K. *et al.* (2019) 'Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from bitcoin', *International Review of Financial Analysis*, 63, pp. 431–437. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.03.004>.

Harvey, C.R. (2014) 'Bitcoin Myths and Facts'. Rochester, NY. Available at: <https://doi.org/10.2139/ssrn.2479670>.

Hollstein, F. (2020) 'Estimating beta: The international evidence', *Journal of Banking & Finance*, 121. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2020.105968>.

Investing.com (2022) *Historical data for Treasury US yield*, Investing.com. Available at: <https://it.investing.com/rates-bonds/u.s.-10-year-bond-yield> (Accessed: 23 July 2022).

Iqbal, M.J. and Shah, S.Z.A. (2012) 'Determinants of systematic risk', *The Journal of Commerce*, 4(1), pp. 47–56.

Jagannathan, R. and Wang, Z. (1993) *The CAPM is alive and well*, Staff Report. 165. Federal Reserve Bank of Minneapolis. Available at: <https://ideas.repec.org/p/fip/fedmsr/165.html> (Accessed: 5 July 2022).

Levi, Y. and Welch, I. (2017) 'Best Practice for Cost-of-Capital Estimates', *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 52(2), pp. 427–463. Available at: <https://doi.org/10.1017/S0022109017000114>.

Lintner, J. (1965) 'The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets', *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), pp. 13–37. Available at: <https://doi.org/10.2307/1924119>.

Luther, W.J. and Salter, A.W. (2017) 'Bitcoin and the bailout', *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 66, pp. 50–56. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.qref.2017.01.009>.

Macrotrends LLC (2022) *10 Year Treasury Rate - 54 Year Historical Chart*, Macrotrends.net. Available at: <https://www.macrotrends.net/2016/10-year-treasury-bond-rate-yield-chart> (Accessed: 22 July 2022).

Malkiel, B.G. (2019) *A random walk down Wall Street: the time-tested strategy for successful investing*. WW Norton & Company.

- Markowitz, H. (1952) 'Portfolio Selection', *The Journal of Finance*, 7(1), pp. 77–91. Available at: <https://doi.org/10.2307/2975974>.
- Marshall, B.R., Nguyen, N.H. and Visaltanachoti, N. (2021) 'Beta estimation in New Zealand', *Pacific-Basin Finance Journal*, 70. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.pacfin.2021.101671>.
- Nguyen, K.Q. (2022) 'The correlation between the stock market and Bitcoin during COVID-19 and other uncertainty periods', *Finance Research Letters*, 46. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102284>.
- Roll, R. (1977) 'A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory', *Journal of Financial Economics*, 4(2), pp. 129–176. Available at: [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(77\)90009-5](https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90009-5).
- Shahzad, S.J.H. *et al.* (2019) 'Is Bitcoin a better safe-haven investment than gold and commodities?', *International Review of Financial Analysis*, 63, pp. 322–330. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2019.01.002>.
- Sharpe, W.F. (1964) 'Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*', *The Journal of Finance*, 19(3), pp. 425–442. Available at: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1964.tb02865.x>.
- Shiller, R.J. (2017) 'What Is Bitcoin Really Worth? Don't Even Ask.', *The New York Times*, 15 December. Available at: <https://www.nytimes.com/2017/12/15/business/bitcoin-investing.html> (Accessed: 6 August 2022).
- Smales, L.A. (2019) 'Bitcoin as a safe haven: Is it even worth considering?', *Finance Research Letters*, 30, pp. 385–393. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.11.002>.
- Stensås, A. *et al.* (2019) 'Can Bitcoin be a diversifier, hedge or safe haven tool?', *Cogent Economics & Finance*. Edited by Z. Yang, 7(1). Available at: <https://doi.org/10.1080/23322039.2019.1593072>.
- Stock, J.H. and Watson, M.W. (2020) *Introduzione all'econometria*. Quinta edizione. Pearson Italia Spa.
- Vasicek, O.A. (1973) 'A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas', *The Journal of Finance*, 28(5), pp. 1233–1239. Available at: <https://doi.org/10.2307/2978759>.
- Williams, R. (2020) *Heteroskedasticity*. Notes. University of Notre Dame. Available at: <http://www3.nd.edu/~rwilliam/> (Accessed: 29 July 2022).
- Yermack, D. (2015) 'Chapter 2 - Is Bitcoin a Real Currency? An Economic Appraisal', in D. Lee Kuo Chuen (ed.) *Handbook of Digital Currency*. San Diego: Academic Press, pp. 31–43. Available at: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-802117-0.00002-3>.