UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia "Galileo Galilei"

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Nuove incompatibilità nella descrizione degli osservatori all'interno della meccanica quantistica

Relatore

Prof. Pieralberto Marchetti

Laureando

Matteo Mario Romano

Anno Accademico 2022/2023

Abstract

Nella tesi si discute un teorema no-go recentemente proposto, ispirato dal cosiddetto paradosso dell'amico di Wigner sulla compatibilità tra l'evoluzione causale unitaria deterministica e il carattere probabilistico non unitario di un processo di misura in meccanica quantistica. Nell'articolo, comparso su Nature Physics, ove tale teorema è presentato, utilizzando nuove disuguaglianze si prova che una opportuna negazione del determinismo, località e assolutezza degli eventi osservati sono incompatibili se la descrizione degli osservatori è interna alla meccanica quantistica.

Indice

Introduzione

La meccanica quantistica ha ormai ampiamente dimostrato nel corso del secolo scorso la sua grande forza predittiva e esplicativa di una vasta varietà di fenomeni fisici. Il suo successo non è inaspettato di fronte alla capacità di descrivere in forme spesso molto più eleganti delle teorie precedenti fenomeni che vanno dal molecolare al subatomico e all'averci permesso sviluppi tecnologici inimmaginabili.
Non per questo però la sua affermazione nel mondo della fisica è stata lineare. La sua natura intrinsecamente probabilistica, che poco ha a che vedere col determinismo che esperiamo quotidianamente, ha reso difficile la sua accettazione e comprensione.
Nonostante essa sia la base della fisica moderna il suo significato a livello concettuale è ancora fortemente dibattuto e la descrizione che fa del mondo ci risulta ancora disorientante.
Non stupisce quindi che nel suo affermarsi come *programma di ricerca*, usando le parole di Lakatos [1], sono state e sono tutt'ora molteplici le *ipotesi ausiliarie* che vengono modificate e sostituite per difendere il *nucleo* della teoria, che ha ormai tra i suoi elementi l'idea che la meccanica quantistica sia una descrizione completa della realtà.
Ma cosa sia la realtà descritta dalla meccanica quantistica è invece un problema ancora aperto.

Nella trattazione che segue (Cap.1) partiremo proprio dalla critica alla completezza della teoria quantistica presentata nell'articolo di Einstein, Podolsky e Rosen: "La descrizione quantistica della realtà fisica può ritenersi completa?"(1935)[2] e dalle risposte di Bell che lo portarono a formulare nel 1964 il suo famoso teorema (poi riformulato nel 1976) che dimostra che un possibile completamento della meccanica quantistica con variabili nascoste locali è incompatibile con alcune delle sue previsioni, come poi anche sperimentalmente verificato.
Al di là delle sue conclusioni sulla completezza della meccanica quantistica, l'articolo e soprattutto la presentazione del paradosso EPR risultano essenziali per aprire la strada ad uno dei dibattiti cruciali sul significato della meccanica quantistica. In questo articolo infatti è presentato il problema fondamentale della necessità di comprendere la natura probabilistica della funzione d'onda e il suo rapporto con l'espressione di determinati risultati nelle misure, spiegandone le correlazioni quantistiche che si possono generare.
Altrettanto importante è la risposta di Bell che formula un no-go theorem che indaga per la prima volta quali sono le ipotesi fondamentali sulla realtà che assumiamo o a cui decidiamo di rinunciare quando abbracciamo una teoria quantistica.
E proprio partendo da questo Clauser, Horne, Shimony, and Holt nel 1969 formalizzano matematicamente le ipotesi del teorema di Bell nella nota disequazione che porta il loro nome, mostrando come, mentre teorie a variabili locali nascoste rispettano la disequazione CHSH, questo non sempre avviene in meccanica quantistica.

Il secondo aspetto dirimente nella comprensione della meccanica quantistica sorge da un problema fortemente legato al primo ma leggermente diverso. Esso riguarda l'incompatibilità della descrizione quantistica utilizzata nel processo di misura, il "collasso della funzione d'onda", con l'evoluzione degli stati quantistici isolati che è unitaria.

Questo secondo problema è stato invece indagato da Wigner nel 1961 nel suo celebre "esperimento dell'amica[1] di Wigner" in cui mostra l'incompatibilità tra i risultati di un osservatore con quelli di un super-osservatore che effettua misure sul primo.

Nel capitolo successivo (Cap. 2) tratteremo invece i no-go theorem formulati da Brukner nel 2018 e il più recente di Bong et al. (2020) che partendo proprio dall'esperimento di Wigner cercano di riformulare le ipotesi del teorema di Bell al fine di indagare la natura della descrizione quantistica.
In particolare vedremo come la versione di Brukner rispetto a quella di Bell sposta l'accento sul significato della misura in sé piuttosto che su quello della funzione d'onda che definisce lo stato. Inoltre questa versione riformula le ipotesi del teorema in modo da separare le assunzioni sui fatti osservati che hanno conseguenze metafisiche diverse. Mostrando quindi come rinunciare a ciascuna ipotesi porta a profondi cambiamenti nel modo di concepire la teoria quantistica.

Infine vedremo il contributo di Bong et al. che formalizzano matematicamente le ipotesi del teorema di Brukner e pongono l'accento su considerazioni che riguardano esclusivamente i fatti osservati e quindi i risultati delle misure. In questo modo riescono a rafforzare le argomentazioni proposte da Brukner in una formulazione concettualmente più solida del teorema.
Il risultato di questo approccio è la formulazioni di disuguaglianze del tipo di quella CHSH che mostrano come l'insieme di ipotesi considerato dal teorema sia strettamente più largo di quello considerato da Bell e quindi giunga a conclusioni strettamente più forti.

Queste considerazioni sono anche verificate sperimentalmente con una simulazione Montecarlo, mostrando la forza del teorema e rendendo le sue conclusioni sempre più affidabili.

In conclusione commenteremo anche le varie interpretazioni della realtà quantistica che nascono dal rinunciare a ciascuna ipotesi del teorema.

[1] Si è scelto di adottare in questa tesi la traduzione al femminile di "friend" che è senza genere in inglese

Capitolo 1

Il problema della misura

Iniziamo con l'analizzare l'aspetto centrale del dibattito riguardo al significato della descrizione quantistica della realtà: il cosiddetto "problema della misura", il quale emerge dall'utilizzo di un diverso formalismo per la descrizione di una misura rispetto a quello utilizzato per qualsiasi altra evoluzione di un sistema fisico.
Possiamo in realtà suddividere il problema in due questioni fondamentali che forniscono due punti di vista diversi del problema ma profondamente interconnessi [3]. Da una parte dobbiamo chiederci perché un determinato risultato compare tra un insieme di altri risultati possibili e quindi cosa rappresenta la funzione d'onda e la probabilità ad essa associata; dall'altra ci chiediamo cosa vuol dire effettuare una misura in sé, cioè cosa distingue un osservazione dalle altre interazioni tra sistemi quantistici e quindi chiederci perché avviene "il collasso della funzione d'onda" e cosa rappresenta fisicamente.
A partire dal paradosso EPR e dalla formulazione del teorema di Bell si è posto l'accento sul primo di questi problemi ma già Wigner e gli autori che successivamente hanno ripreso il suo esperimento mentale ("esperimento dell'amica di Wigner") hanno invece posto l'attenzione sul secondo, ma è evidente che le conseguenze di entrambi gli approcci riguardano il problema nel suo complesso.

Prima di indagare le risposte cerchiamo di capire formalmente da cosa sorge il problema. Le prime formulazioni della meccanica quantistica si basano sulle seguenti assunzioni:

- Ad un sistema quantistico S associamo uno spazio di Hilbert separabile $\mathcal{H}$ ed allo stato (puro) in cui si trova il sistema associamo un raggio vettore $\Psi = \{\lambda \, |\psi\rangle : \lambda \in \mathbb{C}/0, |\psi\rangle \in \mathcal{H}\}$ in tale spazio.

  Nel caso di un sistema di cui non si conosca tutta l'informazione esso può essere considerato in uno stato misto, ovvero in un insieme statistico di stati puri $|\psi_i\rangle$ ciascuno con probabilità di occorrere p_i. Possiamo quindi descrivere gli stati misti attraverso la matrice densità: $\rho = \sum_i p_i \, |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$.

- A ciascuna grandezza osservabile è associato un operatore lineare e autoaggiunto A nello spazio di Hilbert.

  Il suo spettro $\sigma(A)$ [1] rappresenta i possibili risultati della misura di quella grandezza e vale l'equivalenza con il valore medio sperimentale: $\langle A\rangle = \frac{\langle\psi|A|\psi\rangle}{||\psi||^2}$

- La misura di A sullo stato $|\psi\rangle$ con risultato a ne determina il collasso della funzione d'onda sull'autospazio relativo al risultato della misura; quindi, indicando come $P_a := |a\rangle\langle a|$ il proiettore sull'autospazio relativo all'autostato $|a\rangle$, lo stato dopo la misura $|\psi'\rangle$ è descritto da: $|\psi'\rangle = \frac{P_a|\psi\rangle}{\sqrt{\langle\psi|P_a|\psi\rangle}}$

[1] Per semplicità in questa tesi considereremo solo operatori con spettri discreti non degeneri. La situazione generale è solo tecnicamente, ma non concettualmente, più complessa

Ne segue che se due operatori associati a due osservabili commutano allora esiste una base di autostati comuni

- La probabilità di trovare il risultato a nella misura è proporzionale a $|\langle a|\psi\rangle|^2$
- L'evoluzione nel tempo degli stati isolati è unitaria ed è descritta dall'equazione di Schrödinger: $H|\psi\rangle = i\hbar\frac{d}{dt}|\psi\rangle$; dove H è l'operatore hamiltoniano associato al sistema e $\hbar$ è la costante di Planck ridotta.

Notiamo quindi come siano evidenti le due problematicità prima citate. Infatti la funzione d'onda descrive lo stato complessivo del sistema ma solo i moduli quadri dei coefficienti del vettore (rispetto alla base associata a un osservabile) mi descrivono la probabilità associata ad una grandezza. Inoltre mentre da una parte l'evoluzione unitaria degli stati ne preserva le probabilità di transizione ed è un processo reversibile, dall'altra la misura determina una proiezione irreversibile su un solo autospazio e non preserva questa probabilità. Infine notiamo come non sia possibile conoscere simultaneamente i valori di due osservabili non compatibili, ovvero che non commutano (Principio di Indeterminazione).

Partiamo quindi dal descrivere le due considerazioni di Bell e di Wigner ed esplicitarne le differenze nell'approccio al problema della misura.

1.1 Paradosso EPR e Teorema di Bell

La descrizione della meccanica quantistica quindi prevede che la misura di uno stato, scritto come sovrapposizione coerente di autostati relativi all'osservabile misurata, ne determini il collasso su un solo autostato. Una delle più immediate problematicità in una descrizione di questo tipo è quella proveniente dallo studio di sistemi entangled bipartiti in cui la misura su su uno dei due sottosistemi mi determina il risultato sull'altro. Per esempio nel caso di uno stato di Bell per un sistema bipartito con $\{|+\rangle_i, |-\rangle_i\}$ base per ciascun sottospazio (dove $i = 1, 2$ mi indicizza il sottosistema) :

$$\Phi_{Bell} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_1 |-\rangle_2 + |-\rangle_1 |+\rangle_2)$$

si osserva che una misura su 1 con esito + mi permette di prevedere l'esito $-$ su 2 poiché lo stato finale dopo la misura sarà collassato in $|+\rangle_1 |-\rangle_2$ (e similmente per $-$).
Proprio analizzando questo problema Einstein, Podolsky e Rosen formulano il paradosso che porta il loro nome [2] in cui viene preso in considerazione un sistema bipartito come quello descritto prima dove i due sottosistemi S_1 e S_2 sono a distanza di tipo spazio e quindi le conseguenze del collasso della funzione d'onda si verificano senza che ci sia un trasferimento di informazione classica tra i due sistemi. Il paradosso quindi sorge dal constatare che per il Principio di Realtà (che poi formuleremo) la possibilità di prevedere con certezza il risultato su S_2 deve essere associato ad un elemento di realtà proprio del sistema che non può dipendere, per il Principio di Località, dalla misura su S_1 che è a distanza di tipo spazio. Ma questo è in contrasto con l'osservazione sopra riportata.
Di conseguenza, nel paper in cui presentano il paradosso EPR, viene argomentato come la meccanica quantistica non possa essere una teoria Completa e che quindi le funzioni d'onda non descrivono la totalità della situazione fisica ma si renda necessario l'utilizzo di variabili locali nascoste per spiegarne i risultati. Le argomentazioni proposte sono dunque:

Paradosso EPR. *Siano date le ipotesi di:*

1. *"**Località Causale**"(LC): «Eventi a distanza di tipo spazio sono indipendenti»*
2. *"**Realtà**"(R): «Se, senza perturbare il sistema in nessun modo, possiamo predire con certezza il valore di una grandezza fisica, allora esiste un elemento di realtà fisica che corrisponde a questa grandezza.»*

Allora la descrizione della realtà fisica data dalla funzione d'onda è non-Completa.

Dimostrazione. [4] Per dimostrare l'argomento prendiamo in considerazione due affermazioni: (1) la descrizione della realtà data dalla funzione d'onda è non-Completa; (2) due operatori, corrispondenti a due grandezze fisiche, che non commutano non possono avere realtà simultanea. Per il principio di realtà si osservi che le due affermazioni sono incompatibili($1 \oplus 2$).
In particolare osserviamo anche che se la funzione d'onda fornisce una descrizione completa della realtà allora l'impossibilità di misurare due grandezze relative a operatori che non commutano mi determina per il principio di Realtà che essi non possano descrivere entrambi elementi di realtà fisica. Ma dimostriamo che questa condizione sia falsa ($\neg 1 \Rightarrow 2$ False). Infatti prendendo in considerazione il sistema bipartito di prima possiamo effettuare una misura per esempio su σ_z su S_1 e questo determinerà con certezza, per il collasso della funzione d'onda, anche il risultato di σ_z su S_2 posto a distanza di tipo spazio; lo stesso vale misurando σ_x. Di conseguenza per il Sistema 2 ho in entrambi i casi valori ben definiti di grandezze associate agli osservabili scelti che quindi mi descrivono entrambi elementi di realtà fisica per il principio R. Ma in una descrizione completa della meccanica quantistica i due osservabili presi in considerazione sono incompatibili. Questo dimostra che la condizione è falsa (o equivalentemente che $\neg 1 \Rightarrow \neg 2$). Quindi mettendo insieme le due condizioni possiamo dedurre che, assunta la validità del principio di località causale, la meccanica quantistica sia Non-Completa per preservare il principio di Realtà ($(1 \oplus 2) \wedge (\neg 1 \Rightarrow \neg 2) \Rightarrow 1$).

□

Il paradosso così presentato cercava quindi di mostrare come le funzioni d'onda non posseggano tutta l'informazione sulla realtà e che quindi fosse necessario, per ovviare al problema dei risultati, l'introduzione di variabili nascoste. In altre parole si rende necessario considerare un'informazione già presente nel sistema prima delle misure, ed è questa che mi determinerà i risultati e che contiene la parte di informazione mancante nella funzione d'onda del sistema. Perciò il carattere probabilistico della funzione d'onda è solo dovuto alla mancanza di completezza d'informazione sul sistema studiato; ma tale informazione non può essere a priori ottenibile senza la violazione fisica della località einsteiniana, che è incompatibile con la relatività.
Queste conclusioni però furono smentite da Bell nel suo celebre no-go theorem [5] che pur mantenendo le stesse ipotesi dimostra come i risultati della meccanica quantistica sono incompatibili anche con una teoria realistà (ovvero per cui valga il principio di realtà) che preveda l'uso di variabili nascoste locali.

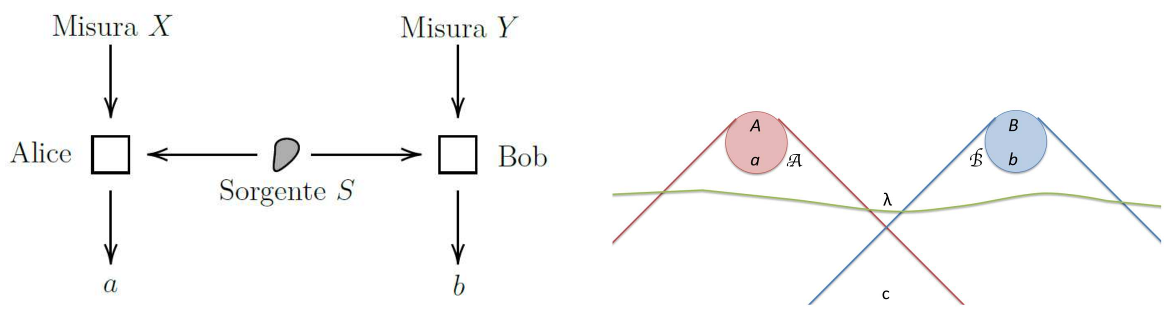

Figura 1.1: A sinistra schema della situazione proposta dal paradosso EPR e usata da Bell nel suo teorema con Alice per S_1 e Bob per S_2; mentre a sinistra il diagramma di Minkowski dello stesso scenario con le linee diagonali che rappresentano i confini dei coni di luce, λ indica le variabili nascoste e c indica la sorgente (*source*:[6])

Teorema 1 (Bell's no-go theorem)**.** *Le seguenti ipotesi per una teoria fisica che fa uso della descrizione quantistica della realtà sono incompatibili:*

1. *"**Località Causale**"(LC): «Eventi a distanza di tipo spazio sono indipendenti»*

2. *"**Realtà**"(R): «Se, senza perturbare il sistema in nessun modo, possiamo predire con certezza il valore di una grandezza fisica, allora esiste un elemento di realtà fisica che corrisponde a questa grandezza.»*

Dimostrazione. (CHSH) [7] Come visto una teoria quantistica Completa per conservare entrambe le ipotesi deve ammettere l'esistenza di variabili locali nascoste (λ).
In particolare consideriamo λ come una variabile casuale, che assume valori $\lambda \in \Lambda$ e si distribuisce secondo la densità di probabilità $q(\lambda)$. Siano inoltre A e B due osservatori a distanza di tipo spazio che effettuano misure su una coppia di particelle entangled e siano $x \in \{0, 1\}$ e $y \in \{0, 1\}$ le misure effettuate scelte tra una coppia di possibili misure. I risultati delle misure saranno rispettivamente $a \in \{-1, +1\}$ e $b \in \{-1, +1\}$.
Quindi la probabilità di ottenere a e b per una specifica scelta di x e y in una teoria locale è:

$$P(a.b|x, y) = \int_\Lambda d\lambda q(\lambda)p(a|x, \lambda)p(b|y, \lambda) \tag{1.1}$$

Siano inoltre $\langle a_x b_y \rangle$ le correlazioni quantistiche tra i sistemi, ovvero i valori di aspettazione del prodotto tra i risultati a e b fissati x e y:

$$\langle a_x b_y \rangle \equiv \sum_{a,b \in \{-1,1\}} abp(a, b \mid x, y) \tag{1.2}$$

Allora è possibile definire la funzione S; dove i pedici 0 e 1 si riferiscono alla scelta della misura effettuata:

$$S = \langle a_0 b_0 \rangle + \langle a_0 b_1 \rangle + \langle a_1 b_0 \rangle - \langle a_1 b_1 \rangle$$

Ne segue quindi che per una teoria locale (che ammette l'esistenza di variabili nascoste) vale la disuguaglianza CHSH:

$$|S| \leq 2 \tag{1.3}$$

Scegliamo quindi un controesempio descritto dalla meccanica quantistica. Siano le due particelle nello stato massimamente entangled (espresso nella base di σ_z):

$$\left|\psi^-\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle\,|-\rangle - |-\rangle\,|+\rangle)_{AB} \tag{1.4}$$

Assumiamo che gli osservabili scelti da A e B siano misure dello spin lungo direzioni arbitrarie e prendiamo in considerazione il caso in cui A effettui misure lungo la base naturale: a_0 è il risultato della misura dello spin lungo $\vec{e_0}$, mentre a_1 è il risultato della misura lungo $\vec{e_1}$. Invece B effettua misure lungo una base ruotata di $3\pi/4$: b_0 è il risultato della misura dello spin lungo $-(\vec{e_0} + \vec{e_1})/\sqrt{2}$, mentre b_1 è il risultato della misura lungo $(-\vec{e_0} + \vec{e_1})/\sqrt{2}$. In questo caso si trova $S = 2\sqrt{2}$ e la disequazione CHSH è violata. Esistono quindi casi descritti dalla meccanica quantistica che non possono essere descritti da una teoria a variabili nascoste locali e quindi le ipotesi di Realtà e Località Causale sono incompatibili con una teoria quantistica. □

Osserviamo quindi che Bell dimostra come introducendo delle variabili nascoste locali è possibile comunque osservare delle correlazioni a livello quantistico che non possono essere spiegate dalle variabili introdotte. Di conseguenza la meccanica quantistica non può solamente rinunciare alla sua Completezza ma deve rinunciare alla Località Causale o al suo Realismo.
Si noti però che per Bell la nozione di Località Causale non coincide con quella della relatività a differenza del paradosso EPR dove i due concetti erano utilizzati in modo interscambiabile. Infatti il passo in avanti fatto dal teorema di Bell è proprio quello di aver separato le due ipotesi ammettendo l'esistenza di teorie non-locali che però prevedono il rispetto della relatività einsteiniana.

Quindi la meccanica quantistica prevede correlazioni tra sistemi anche a distanza di tipo spazio ma senza che questo violi la relatività perché la trasmissione di informazione classica, che è quella che possiamo conoscere di un sistema, viaggia sempre a velocità minori o uguali a quella della luce. In particolare il paradosso EPR può essere infatti risolto ammettendo la correlazione tra i due sistemi S_1 e S_2 ma osservando come essa possa essere osservata solo se chi effettua la misura su S_1 comunica i suoi risultati a chi effettua le misure su S_2, ma questa comunicazione è quella di un messaggio classico che viaggia a velocità inferiori o uguali a quelle della luce e quindi rispetta la relatività. Per questo si parla di correlazioni "a posteriori".

Si noti come una soluzione di questo tipo comporta non poche problematicità nel discutere quindi cosa sia lo stato descritto dalla funzione d'onda prima della misura (in questo caso consideriamo in S_2) visto che anche dopo la misura sull'altro sistema (S_1) non possiamo ottenere informazione dal suo collasso in S_2 se non nel momento del confronto tra i dati e quindi dopo aver effettuato una misura anche su S_2.
Questo ha portato le successive interpretazioni a dividersi in teorie che rinunciano alla località ma invece rispettano comunque il principio di Realismo ad altre che invece vi rinunciano.
Esempi di quest'ultimo caso sono quello dell'interpretazione di Copenaghen dove non viene assegnato nessun valore a grandezze riferite a misure che non sono state ancora effettuate o quello della teoria a Molti-Mondi dove invece vengono assegnati molteplici valori prima della misura.

Come detto notiamo quindi che la trattazione EPR e quella di Bell osservata finora si concentrano prevalentemente sul primo dei due aspetti che costituiscono il "Problema della misura". Infatti le ipotesi del Teorema e le conseguenze che ne seguono si concentrano sulla necessità di definire cosa sia lo stato descritto da una funzione d'onda o cosa rappresenti. Ne segue che l'ipotesi di Realtà così definita è una condizione sulla funzione d'onda e sul suo significato ontologico.
É chiaro come un problema di questo tipo di approccio è dato dal fatto che l'informazione che ricaviamo dal sistema è solo quella delle misure e di conseguenza la nostra conoscenza della natura della funzione d'onda è mediata dall'evoluzione di questa durante il processo di misura.
Per questo prima che sulla natura della descrizione quantistica dello stato potrebbe essere più corretto interrogarsi sulla natura del processo di misura e dei fatti che da esso ne conseguono.
Per questo l'approccio che ha avuto maggiormente successo nelle trattazioni da Wigner in poi è invece quello di indagare il processo della misura in sé, e quindi focalizzare l'attenzione sul secondo degli aspetti del "problema della misura" prima visti. In questo modo le ipotesi che vengono discusse non sono quelle sulla realtà della funzione d'onda (corrispondenza tra funzione d'onda e realtà fisica) ma quelle sulla realtà del processo di misura e sulla natura dei fatti osservati (corrispondenza tra evoluzione della funzione d'onda e evoluzione nella realtà fisica esperita). Solo dopo aver definito la natura del processo di misura posso quindi coerentemente con le varie teorie dedurre la natura della descrizione quantistica dello stato.

In questo modo abbiamo che nelle formulazioni che esamineremo successivamente dei no-go theorem di Brukner e Bong non compaia l'ipotesi di Realtà come definita in questa sezione che è invece sostituita da ipotesi sulla natura dei fatti osservati. La realtà della funzione d'onda segue poi dalle interpretazioni diverse che si possono fare sulla natura oggettiva o meno del collasso della funzione d'onda.

1.2 L'amica di Wigner

Studiamo quindi l'esperimento dell'amica di Wigner [8] che farà da base per i capitoli successivi. Come detto Wigner a differenza di Bell si sofferma sull'incompatibilità tra i due modi di evoluzione dei sistemi: il collasso della funzione d'onda e l'evoluzione unitaria.

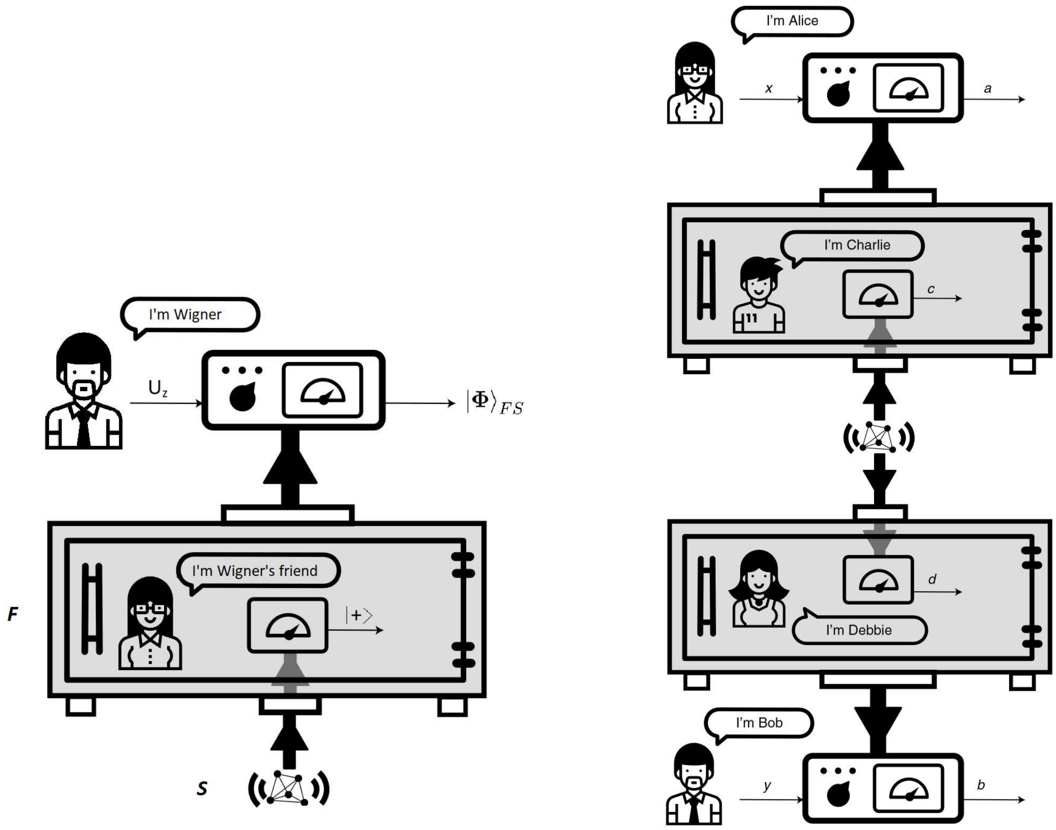

Figura 1.2: Schema dell'esperimento dell'amica di Wigner. A destra il caso considerato da Wigner a sinistra quello con due coppie di super-osservatore e osservatore (*source*:[9])

Consideriamo un osservatore, l'amica di Wigner, che in un laboratorio isolato effettua una misura su un sistema quantistico S. Chiamiamo lo stato che descrive l'insieme dell'amica di Wigner e del suo laboratorio come F. Un super-osservatore, Wigner, ha la possibilità di effettuare, coerentemente con la teoria quantistica, operazioni quantistiche sul laboratorio e su tutto quello che contiene (compresa l'amica): $S \otimes F = SF$. Il sistema SF è quindi considerato come sistema isolato quando non misurato da Wigner.
Consideriamo il sistema S come una particella di spin $\frac{1}{2}$ in uno stato iniziale $|\Psi\rangle_S$ e immaginiamo che l'amica effettui una misura dello spin lungo la direzione z con autostati: $|+\rangle_S$, $|-\rangle_S$. Dal punto di vista dell'amica una misura di questo tipo determina il collasso della funzione d'onda su uno dei due stati $+$ o $-$ mentre per Wigner questo processo è descritto da un operatore unitario U_Z che si applica al sistema SF che crea una correlazione quantistica tra l'amica e il sistema S. Immaginiamo di indicare con $|\Phi_0\rangle_F$ lo stato in cui si trova l'amica e il suo laboratorio prima della misura e quindi dal punto di vista di Wigner lo stato dopo la misura sarà: $U_Z(|\Phi_0\rangle_F \otimes |+\rangle_S) = |F_z+\rangle_F\,|+\rangle_S$ se lo stato iniziale di S era $|+\rangle_S$ o equivalentemente $U_Z(|\Phi_0\rangle_F \otimes |-\rangle_S) = |F_z-\rangle_F\,|-\rangle_S$ per $|-\rangle_S$.

Il problema sorge nel momento in cui consideriamo lo stato iniziale della particella come uno stato di sovrapposizione quantistica coerente, per esempio: $|\Psi\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_S + |-\rangle_S)$. In questo caso per il postulato di collasso della funzione d'onda l'amica misurerà comunque un unico risultato ben definito $+$ o $-$ con ugual probabilità e lo stato del sistema S collasserà su uno dei suoi autostati. Dal punto di vista di Wigner invece il sistema evolverà secondo evoluzione unitaria per cui: $U_Z(|\Phi_0\rangle_F \otimes |\Psi\rangle_S) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|F_z+\rangle_F\,|+\rangle_S + |F_z-\rangle_F\,|-\rangle_S) =: |\mathbf{\Phi}\rangle_{FS}$.
Quindi per Wigner lo stato del sistema SF è uno stato entagled con la sovrapposizione dei due scenari possibili. Di conseguenza Wigner non può assegnare un valore ben definito a nessuno dei

due sistemi S e F separatamente e quindi trova un risultato contraddittorio con quello dell'amica che invece assegna un unico valore ben definito a S.
Inoltre Wigner può in linea di principio anche verificare la correttezza della sua assunzione dello stato $|\mathbf{\Phi}\rangle_{FS}$ effettuando una misura nella base: $\{|\mathbf{\Phi}\rangle\langle\mathbf{\Phi}|_{FS}, I_{FS} - |\mathbf{\Phi}\rangle\langle\mathbf{\Phi}|_{FS}\}$.
Di conseguenza per Wigner i risultati $+$ e $-$ del sistema S sono ancora equiprobabili e entrambi verificabili anche dopo la misura dell'amica. Questo porta ad una evidente incompatibilità tra i due formalismi usati per descrivere l'evoluzione del sistema.

Come detto quindi il problema esposto da Wigner parte da i "fatti" che i due osservatori possono misurare per fare assunzioni sulla realtà del processo di misura e su quella dei suoi risultati e non sulla realtà intrinseca dello stato. Infatti l'incompatibilità osservata deriva dal fatto che si sono implicitamente assunte due ipotesi legate esclusivamente alla natura dell'evoluzione del processo di misura: (1) che l'evoluzione unitaria dei sistemi isolati descritta dalla meccanica quantistica valga a ogni scala; (2) che il collasso della funzione d'onda sia un evento oggettivo.
Inoltre si noti che la soluzione proposta originalmente da Wigner era quella che fosse necessaria una coscienza per completare il processo di misura quantistico e quindi misure su altri osservatori con coscienza non potevano essere unitarie per via di una reciproca interazione tra le coscienze degli osservatori.
Seppur questa soluzione sia stata abbandonata per l'intrinseca difficoltà nel dover definire la coscienza comunque diverse teorie hanno proseguito la strada di rinunciare alla prima delle due ipotesi, limitando quindi la definizione di osservatore a certe scale. Altre invece hanno rinunciato alla seconda dando molteplici soluzioni diverse alla questione di cosa sia oggettivo nella descrizione dei fatti dell'amica.

Infine si noti un'importante distinzione che è necessario fare nello studio delle varie teorie fisiche che cercano di risolvere il problema della misura a partire dall'esperimento di Wigner, quella tra formalismo e interpretazione[10]. Mentre il primo mi definisce gli strumenti matematici a disposizione della teoria il secondo mi descrive il modo in cui questi vengono intesi nel significato fisico che gli attribuisce la teoria. Infatti solo la combinazione dei due mi determina una teoria fisica e la possibilità di rigettare una teoria o meno deriva dallo studio della coerenza tra questi due aspetti all'interno della stessa teoria.

Quindi la contraddizione dell'esperimento di Wigner segue dall'incompatibilità dei due formalismi proposti ma solo all'interno di teorie che prevedono come interpretazione l'oggettività del processo di misura ("no-collapse" se prevedono solo un formalismo unitario sia per W che per F; "objective collapse" se prevedono un collasso della funzione d'onda sia per W che per F) mentre invece risulta coerente all'interno di interpretazioni che postulano la soggettività dell'esperienza ("subjective collapse"). Per queste ultime infatti due formalisìmi incompatibili sono ammessi se rappresentano punti di vista soggettivi diversi.

Nei Capitoli seguenti si descriveranno quindi le proposte di no-go theorem di Brukner e di Bong et al. che a partire dall'esperimento dell'amica di Wigner evidenziano le incompatibilità, sotto opportune ipotesi, tra proprietà dei "fatti" in una teoria quantistica.
Si noti come nei teoremi seguenti viene in realtà usata una variante dell'esperimento dell'amica di Wigner che lo avvicina alla dinamica dello scenario proposto da Bell. In questa variante sono presenti due coppie di osservatore e super-osservatore: Alice(s.o.)-Charlie(o.) e Bob(s.o.)-Debbie(o.). Le due coppie si trovano a distanza di tipo spazio e i super-osservatori possono fare misure sul sistema complessivo di laboratorio e amico. Gli amici invece effettuano misure su un sistema a due particelle entangled di cui ogni osservatore ne possiede una. Questo schema è riportato in Figura 1.2.

Capitolo 2

Nuove incompatibilità

2.1 Il Teorema di Brukner

L'esperimento dell'amica di Wigner risulta quindi centrale nel dibattito riguardante il problema della misura in meccanica quantistica. Nell'indagare la contraddizione tra le differenti visioni dei due osservatori dell'esperimento una possibilità è quella di soffermarsi sul significato dei fatti ("facts") osservati da Wigner e dall'amica di Wigner, chiedersi, cioè, se i fatti dei due osservatori possono congiuntamente essere considerati come proprietà oggettive della realtà, come "fatti del mondo", piuttosto che solamente come fatti relativi ad un'osservazione o ad un osservatore. La proposta di Brukner [11] si muove in questa direzione formulando un teorema "no-go" che dimostra l'incompatibilità dell'ipotesi di fatti indipendenti dall'osservatore con le ipotesi di località, di libera scelta e di universalità della teoria quantistica.

Procediamo quindi ad enunciare il teorema come formulato da Brukner e, prima di dimostrarlo, a chiarire le ipotesi scelte:

Teorema 2 (Brukner's no-go theorem)**.** *Le seguenti ipotesi sono incompatibili:*

0. *"**Universalità della teoria quantistica**": «Le previsioni quantistiche valgono ad ogni scala, anche se il sistema misurato contiene oggetti dell'ordine di grandezza di un osservatore»*
1. *"**Libera Scelta**"(NSD): «La scelta delle modalità e dell'apparato di misura è statisticamente indipendente dal resto dell'esperimento»*
2. *"**Località**" (L): «La scelta delle modalità e dell'apparato di misura di un osservatore non influenza i risultati di altri osservatori a distanza di tipo spazio»*
3. *"**Fatti indipendenti dall'osservatore**" (OIF): «Si può assegnare una probabilità congiunta a proposizioni su "fatti" (risultati osservati) di osservatori distinti»*

Innanzitutto si noti che l'ipotesi di universalità è da intendersi nel senso di non-chiusa [12], ovvero che la teoria quantistica può in linea di principio descrivere tutti i fenomeni ma, come per tutte le altre teorie fisiche, la descrizione di una situazione fisica specifica per necessità logica non può analizzare ogni aspetto.

L'ipotesi di libera scelta invece è stata anche formalizzata [6] come ipotesi di "assenza di superdeterminismo" inteso come assenza di variabili precedenti alla scelta del setting sperimentale (cioè generate da eventi a distanza di tipo tempo dalla scelta del setting) che possano influenzare questa stessa scelta.

L'ipotesi di località è invece da intendersi nel senso di "indipendenza dai parametri" [13], ovvero l'impossibilità di parametri locali di un esperimento di influenzare i risultati di un altro a distanza di tipo spazio.

Infine per poter meglio comprendere l'ipotesi di fatti indipendenti dall'osservatore è necessario fare prima alcune considerazioni che esplicitino questo significato.
Per prima cosa osserviamo che il teorema prende in considerazione la versione di Deutsch [14] dell'esperimento dell'amica di Wigner in cui quest'ultimo ha la possibilità di sapere o meno se l'amica ha ottenuto un risultato determinato nell'esperimento senza rivelare quale risultato abbia ottenuto. Assumiamo per esempio che l'amica di Wigner possa far uscire dal laboratorio un messaggio classico (M) che indichi solamente in quale dei due casi ci troviamo, quindi il cui stato è caratterizzato dalle sole due possibilità classiche $\{|"Ho\ osservato\ un\ risultato\ determinato"\rangle$, $|"Non\ ho\ osservato\ un\ risultato\ determinato"\rangle\}$. Di conseguenza lo stato di Wigner diventa:

$$\begin{aligned} |\Phi\rangle_{SFM} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_S |F_{z+}\rangle_F + |-\rangle_S |F_{z-}\rangle_F) \, |"Ho\ osservato\ un\ risultato\ determinato"\rangle_M \\ &= |\Phi\rangle_{SF} \, |"Ho\ osservato\ un\ risultato\ determinato"\rangle_M \end{aligned} \tag{2.1}$$

Infatti considerando l'ipotesi di universalità della teoria quantistica (0.), che prevede che la descrizione quantistica dello stato SF (spin + laboratorio) sia coerente anche a misura effettuata, e considerando che il messaggio non da informazioni sullo stato del sistema SF, il messaggio può essere inserito come stato M fattorizzabile del sistema completo SFM (spin+laboratorio+messaggio) senza modificare lo stato assunto da Wigner.

Questo rende le conclusioni del teorema ancora più forti dato che in queste condizioni Wigner è a conoscenza del fatto che l'amica abbia già effettuato la misura e che per lei lo stato del sistema è non-sovrapposto.
Ciò nonostante la conoscenza di Wigner sui "fatti" osservati dall'amica oltre che sui propri non basta per assicurare la condizione che i fatti coesistano indipendentemente dall'osservatore. Infatti bisogna richiedere anche che sia possibile assegnare valori di verità congiunti alle affermazioni A_1:"L'esperimento dell'amica di Wigner ha avuto come risultato $|+\rangle$" e A_2:"Wigner ha avuto come risultato del sistema SF lo stato $|\Phi\rangle_{SF}$".
Questa condizione è in realtà più debole di quella inserita nel teorema (OIF) la quale prevede anche che i valori di verità siano assegnati prima che Wigner effettui la misura sul sistema e che quindi siano indipendenti dalla scelta del set di osservabili che Wigner decide di misurare. Si richiede cioè di assegnare il valore di verità congiunto per le affermazione A_1 e A_2 *indipendentemente* dal loro valore di verità individuale (che infatti può essere conosciuto da Wigner solo effettuando una misura). In questo modo l'ipotesi di Brukner risulta essere una riscrittura dell'ipotesi di Non-Contestualità (ovvero l'ipotesi di indipendenza dei risultati di una misura di un osservabile quantistico da quali altri osservabili compatibili sono stati scelti nello stesso set sperimentale) del teorema di Kochen–Specker[1] (KSNC) [15].
Formalizziamo quindi l'ipotesi di fatti indipendenti dall'osservatore:

Observer indipendent facts (Postulato 1)**.** *I valori di verità delle preposizioni A_i di tutti gli osservatori formano un algebra Booleana $\mathcal{A}$. Inoltre l'algebra è dotata di una misura positiva $p(A) \geq 0$ per ogni $A \in \mathcal{A}$ (che corrisponde alla probabilità della proposizione di essere vera).*

Da questa definizione risulta ben definita una misura (positiva) numerabile e additiva necessaria per rappresentare una probabilità di un insieme finito di elementi (essendo finite le assunzioni

[1]Si noti che il teorema KSNC aveva già dimostrato che teorie a variabili nascoste Non-Contestuali non possono riprodurre i risultati della meccanica quantistica. Questo, come vedremo nella prossima sezione, è uno degli aspetti che porterà a dubitare della forza delle conclusioni del teorema di Brukner

possibili sullo stato dei sistemi). In particolare assegneremo a $p(A)$ il valore $+1$ per valore di verità *vero* e -1 per valore di verità $falso$. Inoltre per le proprietà dell'algebra Booleana è ben definita anche l'intersezione tra le assunzioni $A_1 \cap A_2$ e la rispettiva probabilità congiunta $p(A_1 \cap A_2) =: p(A_1, A_2)$.

Osserviamo inoltre che le ipotesi 1, 2 e 3 insieme conducono all'ipotesi di "località causale" del teorema di Bell. Come detto infatti il teorema di Brukner non è altro che una nuova formulazione del teorema di Bell che rende evidenti quali sono i differenti approcci portati avanti dalle varie interpretazioni. Di conseguenza, come nel teorema di Bell, queste ipotesi corrispondono alla definizione di variabili locali nascoste che predeterminano i valori di verità delle assunzioni A_i, e inoltre determinano l'esistenza di un probabilità congiunta (similmente a come visto) che soddisfa la disequazione CHSH: $|S| \leq 2$ nel caso di un sistema bipartito con due super-osservatori (Wigner) che fanno misure su due sistemi entangled (che in questo caso comprendono ciascuno un osservatore (l'amica di Wigner) e il suo laboratorio).

Dimostrazione (del Teorema 3). Prendiamo in considerazione il caso di uno scenario dell'amica di Wigner con due coppie di osservatori. Siano A_1 e A_2 le affermazioni che Charlie (osservatore) e Alice (super-osservatore) possono fare rispettivamente sui propri risultati; e siano B_1 e B_2 quelle fatte da Debbie (o.) e Bob (s-o.) rispettivamente. Come visto esiste la probabilità congiunta $p(A_1, A_2, B_1, B_2)$ e vale l'equazione CHSH:

$$| \langle A_1 B_1 \rangle + \langle A_1 B_2 \rangle + \langle A_2 B_1 \rangle - \langle A_2 B_2 \rangle | \leq 2 \tag{2.2}$$

dove

$$\langle A_1 B_1 \rangle = \sum_{A_1 B_1 = \pm 1} A_1 B_1 p(A_1, B_1) \quad \text{e} \quad p(A_1, B_1) = \sum_{A_2 B_2 = \pm 1} p(A_1, A_2, B_1, B_2)$$

Similmente per le permutazioni di indici.
Mostriamo quindi come la disuguaglianza sia violata per una particolare scelta dello stato iniziale. Consideriamo che Charlie e Debbie condividano una coppia di particelle in stato entangled con stato iniziale:

$$|\psi\rangle_{S_1 S_2} = -sen\frac{\theta}{2} |\phi^+\rangle_{S_1 S_2} + cos\frac{\theta}{2} |\psi^-\rangle_{S_1 S_2}$$

con

$$|\phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_{S_1} |+\rangle_{S_2} + |-\rangle_{S_1} |-\rangle_{S_2}) \quad \text{e} \quad |\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_{S_1} |-\rangle_{S_2} - |-\rangle_{S_1} |+\rangle_{S_2})$$

Per Alice e Bob lo stato iniziale risulta essere:

$$|\Psi_0\rangle = |\psi\rangle_{S_1 S_2} |0\rangle_C |0\rangle_D$$

Dopo che Charlie e Debbie effettuano ciascuno una misura dello spin lungo l'asse z della propria particella, lo stato complessivo per Alice e Bob diventa:

$$|\bar{\Psi}\rangle = -sen\frac{\theta}{2} |\bar{\Phi}^+\rangle_{S_1 S_2 CD} + cos\frac{\theta}{2} |\bar{\Psi}^-\rangle_{S_1 S_2 CD}$$

con

$$|\bar{\Phi}^+\rangle_{S_1 S_2 CD} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|A_{up}\rangle |B_{up}\rangle + |A_{down}\rangle |B_{down}\rangle)$$

$$|\bar{\Psi}^-\rangle_{S_1 S_2 CD} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|A_{up}\rangle |B_{down}\rangle - |A_{down}\rangle |B_{up}\rangle)$$

e

$$|A_{up}\rangle = |+\rangle_{S_1} |C_+\rangle_C \qquad |B_{up}\rangle = |+\rangle_{S_2} |D_+\rangle_D$$

$$|A_{down}\rangle = |-\rangle_{S_1} |C_-\rangle_C \qquad\qquad |B_{up}\rangle = |-\rangle_{S_2} |D_-\rangle_D$$

Definiamo quindi un set di osservabili tra cui i super-operatori sceglieranno per effettuare la misura: $A_z = |A_{up}\rangle \langle A_{up}| - |A_{down}\rangle \langle A_{down}|$ e $A_x = |A_{up}\rangle \langle A_{down}| + |A_{down}\rangle \langle A_{up}|$ per Alice e similmente per Bob. Osserviamo come A_z e B_z sono osservabili relativi a misure che può effettuare l'amica di Wigner mentre A_x e B_x sono relativi a misure che può effettuare Wigner. Per questo verifichiamo l'equazione CHSH ponendo $A_1 = A_z$, $A_2 = A_x$ e $B_1 = B_z$, $B_2 = B_x$. La verifica rispetto allo stato $|\bar{\Psi}\rangle$ con $\theta = \frac{\pi}{4}$ porta al risultato $S = 2\sqrt{2}$ violando la disequazione e dimostrando l'incopatibilità delle ipotesi (0-3). □

Il teorema ci mostra dunque come con queste ipotesi i fatti di Wigner e dell'amica di Wigner non coesistano. Una possibile conseguenza è quella che non esistano "fatti del mondo" ma solo fatti relativi ad un osservatore; in altre parole, rigettando l'ipotesi 3 stiamo assumendo l'impossibilità di definire lo stato di un sistema in modo assoluto, in quanto esso è espressione anche dell'interazione tra il sistema e l'osservatore (e il suo apparato strumentale). E' il caso questo di interpretazioni di "subjective collapse" come quella relative-state di Rovelli [16] oppure di teorie "no-collapse" come quella a molti-mondi [17].
Diversamente altre teorie invece hanno scelto di mantenere l'ipotesi 3 rinunciando alla località, come nel caso di teorie a variabili nascoste non-locali (Bohm)[18](anche questa una teoria "no-collapse"), o rinunciando alla libera scelta, come nel caso di teorie superdeterministiche o retrocausali [19] [20].
Infine una ultima possibilità è quella di rinunciare all'universalità della meccanica quantistica prevedendo una rottura del modello quantistico che collassa su un modello classico a certe scale, come nel caso dei "collapse models" [21]. In questo caso lo stato di Wigner non può essere più descritto come sovrapposizione $|\Phi\rangle_{SF}$.

Si noti che il teorema non dà indicazioni nel descrivere la realtà degli esperimenti ma solo il loro rapporto con l'osservatore. Infatti sono definiti i fatti come le "immediate esperienze di un osservatore" e di conseguenza il teorema lascia libertà di scegliere interpretazioni diverse per la descrizione degli elementi matematici in gioco che conducono a stessi risultati.

2.2 Il Teorema di Bong et al.

L'obiettivo della trattazione di Brukner in particolare è quello di riformulare le ipotesi presenti nello scenario di Bell in modo tale da poter separare tra loro le varie ipotesi metafisiche del problema e poter quindi rigettare solo l'ipotesi di fatti indipendenti dall'osservatore salvando le altre. Queste conclusioni sono state recentemente verificate anche sperimentalmente [22] in un esperimento a sei fotoni in cui ogni fotone "rappresenta" un osservatore.

Ciononostante ci sono alcune perplessità sulle implicazioni del teorema e in particolare sulla forza delle ipotesi formulate da Brukner. Infatti sia l'esperimento sia la dimostrazione del teorema (2.2) utilizzano le stesse equazioni matematiche del teorema di Bell (seppur in una nuova interpretazione teorica), le quali infatti derivano solo dalle ipotesi di libera scelta (NSD) e di Non-Contestualità (KSNC) (nel teorema riformulata come OIF) senza necessità di usare l'ipotesi di località (L) che, in uno scenario di Bell, segue da quella di KSNC. Inoltre il teorema di Kochen-Specker [15] aveva già dimostrato la contraddizione di queste due ipotesi senza necessità di giungere a conclusioni sull'oggettività dell'osservazione dall'amica di Wigner. Per questo si potrebbe contestare, come fatto da Peres [23], che "esperimenti non effettuati non hanno risultati" e che quindi le contraddizioni a cui giunge Brukner sono solo conseguenza dall'aver erroneamente assegnato valori di verità a proposizioni riguardo esperimenti non ancora effettuati.
Si noti però che c'è una differenza tra lo scenario di Bell e quello di Brukner che risiede nel fatto che mentre nel primo caso vengono indicati due osservabili incompatibili e solo uno scelto randomicamente viene misurato, nel secondo caso invece tutti i 4 osservabili definiti sono misurati

in un caso su quattro. Questo porta a supporre che sia possibile riscrivere le ipotesi di Brukner in una forma più debole che ne elimini la ridondanza e le separi in maniera matematicamente e sperimentalmente significativa da quelle di Bell. La versione di Bong et al. va proprio in questa direzione [9].

Innanzitutto enunciamo il teorema no-go formulato da Bong et al.:

Teorema 3 (Bong's et al. no-go theorem)**.** *Le seguenti ipotesi per una teoria fisica* [2] *sono incompatibili:*

*0. "**Universalità della teoria quantistica**": «Una teoria quantistica ammette l'esistenza di un super-osservatore che può effettuare arbitrarie operazioni quantistiche su un altro osservatore e sul suo ambiente in maniera coerente alle possibili predizioni sui risultati di misura»*

*1. "**Assenza di Superdeterminismo**"(NSD): «La scelta delle modalità e dell'apparato di misura non è correlata con nessuna variabile generata da eventi di tipo tempo precedenti a quella scelta»*

*2. "**Località**" (L): «La scelta delle modalità e dell'apparato di misura di un osservatore non influenza i risultati di altri osservatori a distanza di tipo spazio»*

*3. "**Assolutezza degli eventi osservati**" (AOE): «Un evento osservato è un singolo evento reale e non relativo a qualcuno o qualcosa. »*

Indichiamo l'insieme delle ipotesi 1., 2. e 3. come ipotesi di Local-Friendliness(LF).

Si noti che le ipotesi 0. , 1. e 2. sono equivalenti a quelle del Teorema 2 di Brukner. L'ipotesi dell'assolutezza degli eventi osservati (3.) invece racchiude tutto l'avanzamento rispetto alla versione di Brukner. Infatti l'ipotesi di AOE ci dice che è possibile associare un valore ben definito ai risultati delle osservazioni di un evento (similmente all'ipotesi di OIF) ma non fa nessuna assunzione riguardo ad osservazioni non ancora effettuate. Questo indebolimento della terza ipotesi permette al teorema di Bong di ricavare delle equazioni strettamente più larghe di quelle di Brukner e Bell che violate portano a conclusioni più forti.

Prima di discutere delle conseguenze del teorema se ne presenta la dimostrazione.
Partiamo dal formalizzare le ipotesi nello scenario dell'amica di Wigner e ricavare le disequazioni che definiscono le correlazioni che soddisfano le ipotesi LF.
Consideriamo uno scenario dell'amica di Wigner con due coppie di osservatori. I due super-osservatori Alice e Bob possono effettuare sui rispettivi sistemi amico più laboratorio $N \geq 2$ tipi di misure. Indichiamo la misura che Alice sceglie randomicamente di effettuare come $x \in \{1, ..., N\}$ e quella di Bob come $y \in \{1, ..., N\}$. I risultati delle misure saranno rispettivamente indicati con a per Alice e b per Bob. Nel caso $x = 1$ (ed equivalentemente $y = 1$) Alice semplicemente comunica in modo classico con Charlie e assegna ad a il valore del risultato della misura di Charlie c ($a = c$). Negli altri casi invece Alice effettua una misura quantistica sull'insieme di Charlie e del suo laboratorio senza comunicare direttamente (similmente per Bob). Possiamo quindi indicare la probabilità empirica (intesa come frequenza calcolata su "run" ripetute dell'esperimento) di ottenere i risultati a e b data la scelta delle misure da effettuare, come: $\mathcal{P}(ab|xy)$.
Di conseguenza l'ipotesi di Assenza di super-determinismo può essere formalizzata come l'indipendenza dei risultati c, e d degli osservatori C e D, rispettivamente, dalla scelta dei super-osservatori A e B su quale misura x e y effettuare:

[2] Nel senso di ogni teoria che possa prevedere correttamente le correlazioni tra i risultati di misura dei superosservatori.

$$\text{(NDS)}: \quad P(cd|xy) = P(cd) \qquad \forall c, d, x, y$$

L'ipotesi di Località invece indica l'indipendenza dei risultati della misura dei super-osservatori a (e b) dalla scelta effettuata dall'altro super-osservatore y (e rispettivamente x), ma si noti non indica invece l'indipendenza da c e d che svolgono il ruolo di variabili nascoste:

$$\text{(L)}: \quad \begin{array}{ll} P(a|cdxy) = P(a|cdx) & \forall a, c, d, x, y \\ P(b|cdxy) = P(b|cdy) & \forall b, c, d, x, y \end{array}$$

Infine l'ipotesi di Assolutezza degli eventi osservati indica che ad ogni "run" dell'esperimento scelti x e y esistono valori ben definiti di tutti i risultati a, b, c, e d. Quindi esiste una distribuzione di probabilità congiunta $P(abcd|xy)$ da cui si può dedurre quella empirica $\mathcal{P}(ab|xy)$ e che sia consistente ai risultati della misura nei casi $x, y = 1$:

$$\text{(AOE)}: \quad \begin{array}{ll} \mathcal{P}(ab|xy) = \sum_{c,d} P(abcd|xy) & \forall a, b, x, y \\ P(a|cd,\ x = 1, y) = \delta_{a,c} & \forall a, c, d, y \\ P(b|cd,\ x, y = 1) = \delta_{b,d} & \forall b, c, d, x \end{array}$$

Da questa formalizzazione delle ipotesi si ricava che l'insieme delle correlazioni LF, cioè l'insieme delle probabilità empiriche $\mathcal{P}(ab|xy)$ che soddisfano le ipotesi LF, è più grande di quello formato dalle probabilità che soddisfano le ipotesi della teoria a variabili nascoste locali proposta da Bell (LHV). In particolare per 2 coppie di osservatori avremo con $N = 2$ possibili osservabili con risultati binari le stesse correlazioni che nel caso LHV, ma già con $N = 3$ invece le correlazioni LHV risultano un sottoinsieme stretto di quelle LF.
Quest'ultimo risultato sarà quello che ci permetterà di dimostrare il Teorema 3. Prendiamo infatti in considerazione lo spazio formato dai vettori $\vec{\mathcal{P}} = \{\vec{\mathcal{P}}(ab|xy)\}_{a,b=\pm1;x,y=1,2,3}$ $(dim = K)$, dove abbiamo scelto $N = 3$ e, senza perdere generalità, abbiamo indicato i possibili valori dei risultati binari come $a, b \in \{-1, +1\}$. Osserviamo che in questo spazio le nostre i potesi definiscono un politopo a 932 facce (K-1 dimensionali), le quali sono individuate dalle disequazioni scritte in termini di valori di aspettazioni delle correlazioni quantistiche tra le misure: $\langle A_i B_j\rangle$ $(i, j = 1, 2, 3)$ (come nel caso delle disequazioni CHSH).
Considerando le permutazioni tra indici e tra i laboratori possiamo quindi raggruppare le disequazioni in 5 categorie[9]: *Positivity*, *Brukner*, *Semi-Brukner*, I_{3322} e *Genuine-LF*. Dove le *Positivity* semplicemente forniscono i vincoli matematici per garantire la positività dei valori di probabilità. Le*Genuine-LF* sono disequazioni che individuano le facce del politopo LF non in comune con il politopo LHV (individuato da disequazioni CHSH) e quindi sono quelle proprie della trattazione di Bong at al. del teorema; le altre disequazioni invece rappresentano classi non equivalenti di disequazioni del tipo CHSH dove quindi le facce del politopo LF coincidono con quello LHV. Nello specifico le I_{3322} sono disequazioni per lo scenario di Bell con tre osservabili a risultato binario.; le *Brukner* sono le disequazioni considerate da Brukner (Eq. 2.2) (con $i = 1, 2$ e $j = 1, 3$); le *Semi-Brukner* sono le disequazioni del teorema di Brukner in un caso semplificato con un solo super-osservatore che effettua misure sull'amica. Inoltre si noti che non tutte le facce del politopo LHV lo sono anche di quello LF, quindi esiste un'altra classe di disequazioni che completa le facce del politopo dello scenario di Bell ma che rimangono contenute strettamente nel volume del politopo LF.
In figura 2.1 si riporta una sezione bidimensionale dei politopi a titolo esemplificativo dove viene anche mostrato che le correlazioni ammesse da una teoria quantistica rispettino sempre le correlazioni no-signal (quelle imposte dalla relatività ristretta) ma violino in alcuni casi sia le correlazioni LF che quelle LHV mentre in altri conservano le LF pur violando le LHV. Ciò rende evidente il rapporto gerarchico tra le equazioni che derivano dal teorema di Bell e quelle introdotte da Bong at al.

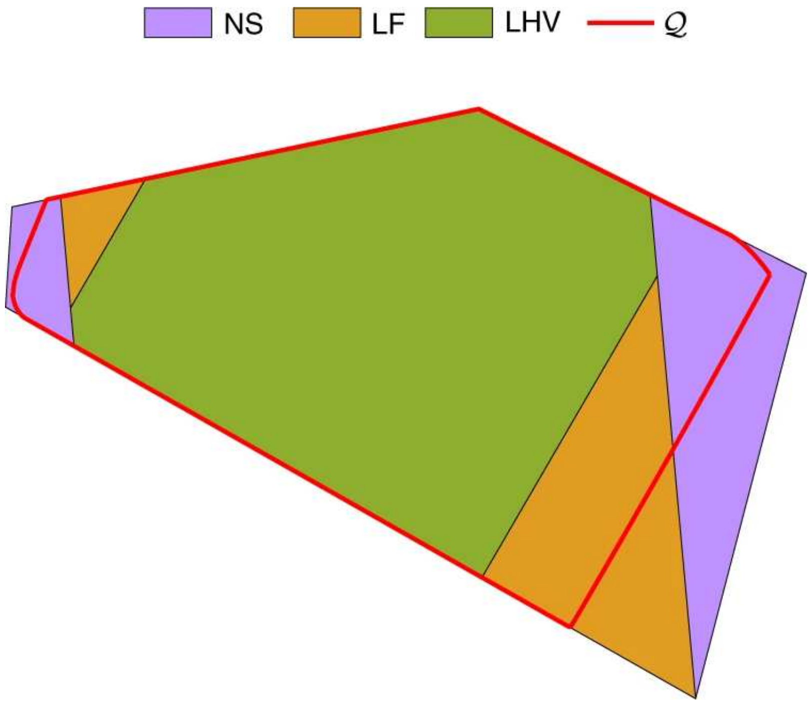

Figura 2.1: Una sezione bidimensionale dello spazio delle correlazioni. Le varie aree rappresentano la gerarchia dei modelli: le correlazioni LHV (in verde) sono un sottoinsieme delle correlazioni LF (verde+arancione) che sono a loro volta un sottoinsime di quelle No-signal (verde+arancione+viola). Infine in Rosso è delimitata l'area delle correlazioni ammesse dalla teoria quantistica che comprendono zone non comuni a entrambe le correlazioni LHV e LF (*source*:[9])

Possiamo quindi dimostrare il Teorema 3:

Dimostrazione (del Teorema 3). Prendiamo in considerazione il caso di uno scenario dell'amica di Wigner con due coppie di osservatori. I due osservatori Charlie e Debbie effettuano una misura di polarizzazione su un sistema S di fotoni a due q-bit descritto dallo stato misto:

$$\rho_\mu = \mu \left|\phi^-\middle\rangle\!\middle\langle\phi^-\right| + \frac{1-\mu}{2}\left(|HV\rangle\!\langle HV| + |VH\rangle\!\langle VH|\right) \tag{2.3}$$

dove

$$\left|\phi^-\right\rangle = (|HV\rangle - |VH\rangle)/\sqrt{2} \quad , \quad 0 \le \mu \le 1 \tag{2.4}$$

e dove H e V indicano rispettivamente una polarizzazione orizzontale e verticale.
Alice e Bob invece effettuano una misura sul sistema complessivo amico + laboratorio FS. Per Alice il caso $x = 1$, come detto, consisterà nel chiedere direttamente all'amico il risultato della misura e quindi la misura effettuata da Alice potrà essere descritta dall'operatore: $\{|C_c\rangle\!\langle C_c|_{F_A} \otimes I_{S_A}\}_c$ con $|C_c\rangle_{F_A}$ lo stato dell'amico dopo aver osservato il risultato $c \in \{-1, +1\}$, e I_{S_A} l'operatore identità su S. I casi $x = 2, 3$ invece sono misure su tutto il sistema SF, in particolare possiamo considerare una misura consistente in un'inversione temporale della misura dell'amico Charlie, che aveva correlato i sistemi S e F, e poi una misura diretta dello stato del sistema S. Questo è possibile perché la misura dell'amico sarà vista da Alice come un operazione unitaria sul sistema FS: U_A^{FS} e di conseguenza nel caso $x = 2, 3$ la misura di Alice nel sistema SF sarà descritta da: $U_A^{FS}(I_{F_A} \otimes E_{S_A}^{a|X})U_{Z_A}^{-1}$ dove I_{F_A} è l'identità sul sistema F e $E_{S_A}^{a|x}$ è l'operatore associato al risultato a fatta la scelta della misura x che Alice esegue direttamente sul sistema S. Similmente si avrà per Bob.
Di conseguenza possiamo studiare la violazione delle disequazioni LF restringendoci a considerare le misure effettuate da Alice e Bob limitatamente alla loro azione su S. Quindi possiamo scrivere le misure effettuate da Alice e Bob come operatori su S che agiscono sullo stato ρ_μ:

per Alice:

$$A_x = 2\Pi_x^{a=1} - |H\rangle\langle H| - |V\rangle\langle V| \tag{2.5}$$

con

$$\Pi_x^{a=1} = |\phi_x\rangle\langle\phi_x| \tag{2.6}$$

proiettore sullo stato

$$|\phi_x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|H\rangle + e^{i\phi_x}\,|V\rangle\Big) \tag{2.7}$$

e similmente per Bob:

$$B_y = 2\Pi_y^{b=1} - |H\rangle\langle H| - |V\rangle\langle V| \tag{2.8}$$

con

$$\Pi_y^{b=1} = |\beta_y\rangle\langle\beta_y| \tag{2.9}$$

proiettore sullo stato

$$|\beta_y\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|H\rangle + e^{i(\beta-\phi_y)}\,|V\rangle\Big) \tag{2.10}$$

Sono scelti quindi i valori delle costanti ϕ_x,ϕ_y,ϕ_z,β tali che massimizzano la distanza tra i valori di μ per cui è violata ciascuna categoria di disequazioni definite prima. Si scelgono i valori $\phi_x = 168°$, $\phi_y = 0°$, $\phi_z = 118°$ e $\beta = 175°$. Fissati questi valori si osserva come per $\mu > 0.95$ tutte le disequazioni LF sono violate dimostrando che in una teoria fisica che ammette l'universalità della teoria quantistica le ipotesi LF sono incompatibili. □

Bong et al. hanno ideato anche un esperimento che permette di verificare la validità del Teorema 3 e che dimostra la possibilità, in linea di principio, di controllare l'evoluzione quantistica di un sistema alle scale di un osservatore.
Nell'esperimento ideato viene prodotto un fascio di fotoni polarizzati in accordo con lo stato ρ_μ. Il fascio viene quindi mandato in 2 copie di un apparato di misura, una per Charlie e Alice e una per Bob e Debbie, dove alcuni specchi mobili permettono di modificarne il percorso ed ottenere le varie misure necessarie alla verifica del teorema: gli amici sono il percorso scelto da far seguire ai fotoni mentre i super-osservatori sono le misure di rilevazione dei fotoni.
Una realizzazione dell'esperimento in questa forma pone però il problema di aver definito il percorso scelto dai fotoni come un osservatore macroscopico che nella versione originaria di Wigner era un osservatore senziente. Di conseguenza l'esperimento è da considerarsi una "proof of concept" dell'esperimetno dell'amica di Wigner piuttosto che una verifica sperimentale definitiva. Ad ogni modo le simulazioni dell'esperimento in "run" ripetute permettono di calcolare col metodo MonteCarlo, applicato a distribuzioni di Poisson per ciascun fotone, i valori delle disequazioni LF in funzione del parametro μ con relativo errore. Più precisamente ogni disequazione viene riscritta con tutti i termini non nulli nel membro di sinistra posti minori del termine nullo nel membro di destra ($S_i(\mu) < 0$); e quindi sono calcolati il valori dei membri di sinistra in funzione di μ con relativo errore. Questi valori sono graficati in Figura 2.2.

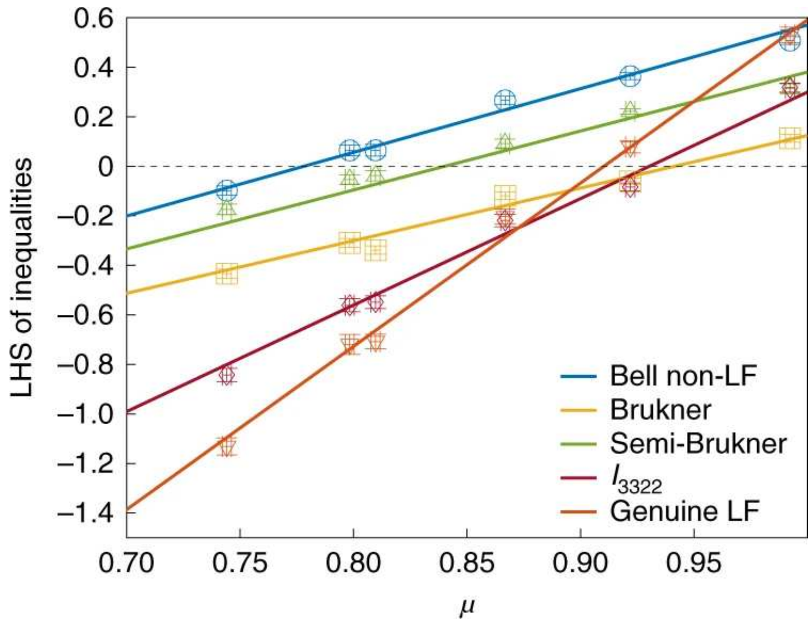

Figura 2.2: Risultati per il membro di sinistra delle disuguaglianze di Bell e LF per diversi stati quantistici. Il parametro μ è la frazione di stato puro nell'equazione 2.3. Le misure effettuate e le disuguaglianze prese in considerazione sono esposte sopra. Nel grafico la linea tratteggiata rappresenta il limite oltre il quale si ha una violazione delle disequazioni. Le linee continue sono modelli teorici mentre i punti rappresentano i dati sperimentali. Le incertezze dei dati rappresentano una deviazione standard di ± 1, calcolata tramite una simulazione Monte Carlo ripetuta per cento campioni di conteggi di fotoni con distribuzione di Poisson. (*source*:[9])

Come già accennato è importante notare come questo esperimento permetta di evidenziare la differenza tra le varie classi di disequazioni trovate. Infatti si noti che per valori molto alti di μ tutte le disequazioni sono violate mentre per valori minori di 0.75 tutte le disequazioni sono verificate. Di conseguenza possediamo un range completo di valori che permettono di osservare i rapporti di inclusione tra i vari tipi di correlazioni. Tutte le disequazioni sono violate con una significatività statistica di 2σ che le rende statisticamente rilevanti. Inoltre risultano particolarmente significativi i valori di $\mu = 0.80$, $\mu = 0.81$ per i quali sono violate le disequazioni relative alle i potesi di Bell ma non quelle relative alle ipotesi LF. Questo dimostra quindi che le ipotesi del teorema di Bong sono strettamente più deboli di quelle del teorema di Bell e quindi le conclusioni che possiamo trarre sono strettamente più forti.

Infatti il teorema di Bell può essere riformulato mantenendo la formulazione delle ipotesi fatta da Bong et al. per l'ipotesi di Località (L) e di assenza di super-determinismo (NDS) ma è necessaria una terza ipotesi per riscrivere completamente il teorema che è quella dell'indipendenza dei risultati (OI). Si noti anche che l'ipotesi 0. di Universalità della teoria quantistica usata dagli altri teoremi è invece qui assente poiché nelle intenzioni originarie del teorema formulato da Bell non si rendeva necessario lo studio di super-osservatori, cioè di osservatori che effettuano misure su altri osservatori. Quindi l'unica ipotesi che viene fatta è quella che possa esistere una teoria fisica che fa uso della descrizione quantistica della realtà senza fare ipotesi sulle scale degli osservatori a cui si applica. Va da sé che una teoria di questo tipo rispetta anche l'ipotesi 0. Possiamo quindi enunciare il teorema come:

Teorema 4 (Bell's no-go theorem)**.** *Le seguenti ipotesi per una teoria fisica che fa uso della descrizione quantistica della realtà sono incompatibili:*

1. *"**Assenza di Superdeterminismo**"(NSD): «La scelta delle modalità e dell'apparato di misura non è correlata con nessuna variabile generata da eventi di tipo tempo precedenti a quella scelta»*

2. *"**Località**" (L): «La scelta delle modalità e dell'apparato di misura di un osservatore non influenza i risultati di altri osservatori a distanza di tipo spazio»*

3. *"**Indipendenza dei Risultati**" (OI): «Il risultato della misura è indipendente dal risultato di un'altra misura a distanza di tipo spazio»*

Quest'ultima ipotesi di Indipendenza dei risultati può essere formalizzata come [3]:

$$\text{(OI)}: \quad \begin{aligned} P(a|b\lambda xy) &= P(a|\lambda xy) \quad \forall a, b, \lambda, x, y \\ P(b|a\lambda xy) &= P(b|\lambda xy) \quad \forall a, b, \lambda, x, y \end{aligned}$$

e sostanzialmente esclude la possibilità di correlazione tra misure di esperimenti diversi anche a posteriori ed è quindi proprio l'ipotesi centrale del paradosso EPR. Di conseguenza storicamente per salvare le ipotesi di NSD e L si rinuncia all'ipotesi di Indipendenza dei risultati ammettendo l'esistenza di correlazioni quantistiche tra stati entangled.

Di conseguenza nel caso del teorema di Bong et al. per continuare a salvare le ipotesi di NSD e L bisognerà rinunciare all'ipotesi di Assolutezza degli eventi osservati (AOE) che però ha conseguenze molto più forti che non rinunciare all'ipotesi di Indipendenza dei risultati. Infatti rinunciare all'ipotesi di AOE non vuol dire solo ammettere l'esistenza di correlazioni quantistiche ma anche ammettere che i fatti osservati non sono "fatti del mondo" ma relativi all'osservatore. In questa direzioni vanno come detto le interpretazioni di "subjective collapse" come quella relative-state di Rovelli [16] oppure di teorie "no-collapse" come quella a molti-mondi [17].
Come visto un'alternativa è quella di mantenere l'ipotesi di AOE ma rinunciare alla località, come nel caso di teorie a variabili nascoste non-locali (Bohm) [18], o rinunciando alla libera scelta, come nel caso di teorie superdeterministiche o retrocausali [19] [20].
Infine anche in questo caso possiamo salvare tutte le ipotesi LF ammettendo che la teoria quantistica non si applichi a tutti i tipi di sistemi macroscopici e prevedendo una rottura del modello quantistico che collassa su un modello classico a certe scale, come nel caso dei "collapse models" [21].

Il teorema ha quindi importanti conseguenze dal punto di vista teorico ma la sua verifica sperimentale non può essere ancora considerata una prova definitiva né delle "collapse theory" né del fatto che le ipotesi LF non si applichino alla realtà. Infatti si potrebbe contestare alla prova del teorema che i percorsi dei fotoni usati non rappresentino un vero osservatore macroscopico che induce il collasso della funzione d'onda. Ma questo porta a ulteriori problemi nella necessità di definire la classe di "osservatore" e quella di "fatti" negli esperimenti.
Un possibile soluzione potrà essere proposta in futuro grazie all'utilizzo dell'intelligenza artificiale e della informazione quantistica che almeno in linea teorica ammettono la possibilità di realizzare simulazioni quantistiche coerenti di un osservatore e del suo ambiente. Di conseguenza sarà possibile realizzare con un qauntum computer una versione dell'esperimento dell'amica di Wigner che, se verifica sperimentalmente la violazione delle disequazioni LF, porta a concludere che le ipotesi LF siano false o che anche questa classe di amici non rientra nella classe di "osservatori".

[3] Anche qui come nel Cap. 1 le variabili nascoste locali sono denotate con λ

Conclusioni

In questo lavoro, partendo dall'esperimento dell'amica di Wigner, abbiamo ripercorso l'evoluzione delle considerazioni intorno al problema della misura. In particolare abbiamo osservato l'evoluzione del teorema di Bell in formulazioni successive che hanno permesso di rendere più chiare le ipotesi alla base della teoria quantistica e la loro incompatibilità.

Come visto nel Cap.1 le problematicità della descrizione quantistica furono fin da subito evidenti in particolare nel confronto tra risultati di sistemi entangled, come nel caso del paradosso EPR [2], e nel descrivere il collasso della funzione d'onda, come proposto originariamente da Wigner [8].
Questi due problemi che analizzano le due facce della stessa medaglia cercano di indagare il significato della Meccanica Quantistica e il suo essere intesa come "vera" nel descrivere il mondo esterno, oppure come uno strumento matematico che non ha corrispondenza diretta con esso o ancora come trattazione incompleta e per questo non coerente in certe condizioni.
Per far ordine tra queste possibilità si è reso quindi necessario andare a indagare le ipotesi fondamentali su cui poggiamo la nostra concezione comune di realtà e osservare quali vengono meno nella teoria quantistica. Questo si traduce nella formulazione di no-go theorem che dimostrano l'incompatibilità tra queste ipotesi.

Siamo quindi partiti dall'analisi del Teorema di Bell [5] (Teorema 1) che mostra l'incompatibilità tra Realismo e Località Causale con la proposta di rinunciare a quest'ultima. Si apre così uno scenario fino ad oggi dibattuto su cosa rappresenti davvero la Località Causale e quanto la sua rinuncia cambi il nostro modo di vedere il mondo.
Nella trattazione di Bell in realtà non c'era ancora una rigorosa formulazione delle ipotesi del suo problema al punto che abbiamo 2 versioni successive del suo teorema leggermente diverse proprio nelle ipotesi formulate [6] ma il cui obiettivo comune era quello di mostrare la necessità di intendere la teoria quantistica come una teoria non-locale. Le conseguenze di ciò sono da intendersi nella possibilità di creare correlazioni quantistiche a distanza di tipo spazio ma senza scambio di informazione a velocità superiori a quella della luce e quindi osservabili solo a posteriori.

Gli autori successivi si sono quindi concentrati nel ridefinire le ipotesi del teorema di Bell in modo da chiarificare a quali aspetti della Località Causale decidiamo di rinunciare nelle nostre teorie. Altri, invece, hanno cercato di mostrare come ciò a cui si deve rinunciare è piuttosto il Realismo inteso come presenza nella funzione d'onda di un valore predeterminato del risultato prima della misura poiché legato ad una quantità fisica reale che è proprietà dell'osservato indipendentemente dall'osservatore.
Trattazioni di questo tipo considerano dapprima le proprietà che vogliamo (o meglio che ci aspettiamo) abbia la funzione d'onda e da queste deducono di conseguenza la natura dei "fatti" osservati. Ma già Wigner nel suo problema sottolinea invece come il centro della discussione sul significato della meccanica quantistica debba iniziare dal processo di misura e dall'indagare come e se avviene il collasso della funzione d'onda.

Per questo nel Cap. 2 siamo passati a considerare le proposte di no-go theorem di Brukner[11] e Bong et. all.[9] che muovono proprio a partire dall'esperimento mentale di Wigner e che quindi

nelle loro ipotesi rinunciano a l'ipotesi di Realtà intesa da Bell a favore di ipotesi sulla natura dei fatti osservati.
In particolare Brukner riscrive il teorema di Bell sotto forma di tre ipotesi incompatibili con l'universalità della descrizione quantistica: Libera scelta (NSD), Località(L), Fatti indipendenti dall'osservatore(OIF).
La proposta di Brukner propende verso la rinuncia all'ipotesi OIF e quindi alla possibilità di associare ai fatti osservati da osservatori distinti probabilità congiunte indipendentemente dai singoli valori di verità (quindi anche prima che il super-osservatore effettui la misura). Conseguenze di questo tipo di approccio portano a rinunciare all'idea che i fatti di Wigner e quelli dell'amica coesistano e quindi che ci siano "fatti del mondo" ma portano invece a pensare che ci siano solo fatti relativi agli osservatori.
Si noti come questa conclusione è più forte di quella proposta originariamente da Bell la quale affermava solo la dipendenza tra risultati di osservazioni a distanza di tipo spazio ma indipendentemente da come e da quali misure venivano fatte nei i due sistemi. Quindi per Bell i fatti sono "fatti del mondo" e pertanto senza comunicare classicamente i due osservatori non ottengono incompatibilità sui loro esiti di misura.
Questa differenza emerge proprio dal diverso approccio alle ipotesi del problema dei due autori: per Bell la correlazione è studiata a livello della funzione d'onda e quindi i fatti osservati ne sono una conseguenza; per Brukner essa è studiata a livello dei fatti osservati in seguito a considerazioni sul processo di misura. Infatti teorie che rinunciano all'ipotesi di OIF nella modalità espressa da Brukner possono sia rinunciare sia conservare l'ipotesi di Realismo di Bell coerentemente con la loro interpretazione del fenomeno, che avviene solo dopo aver dedotto condizioni relazionali tra i fatti.
Un esempio è la teoria "subjective collapse" come quella relative-state di Rovelli [16] che rinuncia all'esistenza di fatti del mondo a favore di una visione relativista in cui è l'interazione tra osservatore e sistema a determinare i fatti che quindi non esistono in un "sistema privilegiato" ma solo in funzione relativa a ciascun osservatore. In questo senso questa teoria non rinuncia al Realismo di Bell poiché, assunta una coppia osservato-osservatore, nel sistema che comprende entrambi possiamo definire quantità di realtà fisica prima della misura.
Alternativamente teorie "no-collapse" come quella a Molti-Mondi [17] rinunciano sempre all'ipotesi di OIF ma rinunciando anche al Realismo di Bell. Infatti per teorie di questo tipo i fatti sono relativi all'osservatore nel senso che solo dopo l'osservazione possiamo sapere in quale "mondo" ci troviamo e per questo in contrasto con l'ipotesi di Bell non possiamo assegnare un univoco valore ad una grandezza fisica ma dobbiamo assegnarne molteplici che si attuano in "mondi" diversi.
Infine un'ultima possibilità di rinunciare all'indipendenza dei fatti osservati è quella delle teorie "subjective collapse" di QBism [24] che rinunciano anche al Realismo di Bell affermando che la teoria quantistica è una teoria probabilistica strumentale all'osservatore, che la usa per prendere decisioni sulle misure, ma che è profondamente legato al suo apparato di misura. In questa visione quindi non c'è indipendenza tra l'osservatore e gli eventi osservati ma non è neanche possibile assegnare valori pre-esistenti a misure non effettuate.

Si noti come tutte le conseguenze finora analizzate e le varie teorie che ne conseguono hanno come fondamento la rinuncia all'ipotesi che i "fatti", intesi come osservati, coesistano indipendentemente dall'osservatore. Ma come è stato notato l'ipotesi di OIF è un ipotesi più forte che fa assunzioni anche su fatti non ancora osservati. Di conseguenza le conclusioni poste da Brukner riguardo alla coesistenza dei fatti di osservatore e super-osservatore sono state messi in discussione affermando, come fatto da Peres [23], che "esperimenti non effettuati non hanno risultati" e che quindi le contraddizioni a cui giunge Brukner sono solo conseguenza di un erronea formulazione dell'ipotesi.
Per ovviare a questo problema la versione di Bong et al. (3) del no-go theorem riformula la terza ipotesi come Assolutezza degli eventi osservati (AOE), che quindi prende in considerazione

solo misure effettuate. In questo modo le teorie prima citate sono consistenti con la descrizione delle ipotesi della versione di Bong et al. e le loro conclusioni, che sono strettamente più forti di quelle di Bell, sono matematicamente coerenti.
Infatti la versione di Bong et al. fornisce anche un trattazione matematica dettagliata che dimostra come le disequazioni sottese alle ipotesi di Brukner sono molto simili a quelle di Bell (tanto che per la dimostrazione è stata usata solo la disequazione CHSH) mentre le disequazioni ricavate nella versione di Bong et al. sono distinguibili con significatività statistica da quelle di Bell. Infatti viene mostrato nell'articolo come esistono sistemi quantistici che violano solo LHV ma non LF oltre a sistemi che violano entrambe.
Questo dimostra quindi come l'unione delle ipotesi LF determini un insieme nello spazio delle probabilità empiriche $\mathcal{P}(ab|xy)$ strettamente maggiore di quello definito dalle ipotesi LHV (ma comunque all'interno di quello formato dalle ipotesi di teoria no-signal, nel rispetto della relatività). Di conseguenza le conclusioni del teorema saranno strettamente più forti.
Infatti l'ipotesi di Assolutezza degli eventi osservati è più forte di quelle di Bell che prevedono solo l'esistenza di correlazioni quantistiche, come già argomentato nel confronto con l'ipotesi di Brukner. Infatti i due teoremi giungono alle stesse conclusioni ma solo perché le conclusioni di Brukner erano più forti di quelle permesse dalle ipotesi formulate. La versione di Bong et al. risulta quindi una riscrittura del teorema di Brukner fedele però al principio di fare ipotesi solo su "fatti" osservati.

Abbiamo quindi visto le conseguenze della rinuncia all'ipotesi di AOE in teorie che rifiutano l'idea che i risultati delle misure siano singoli valori indipendenti dall'osservatore. Osserviamo ora come altre teorie hanno invece rinunciato alle altre 3 ipotesi del teorema per cercare di dare una soluzione alle contraddizioni del problema della misura.
Una possibilità è rinunciare alla località (L) e ammettere quindi velocità sopraluminali, come nel caso della teoria "no-collapse" a variabili nascoste non-locali di Bohm [18], dove si considera la funzione d'onda come una "pilot wave" la cui propagazione nello spazio avviene come un onda non-relativistica.
Rinunciare invece alla libera scelta (NSD) comporta la formulazione di teorie superdeterministiche o retrocausali [19] [20] in cui la scelta delle misure da effettuare non è liberamente decisa dall'osservatore ma è determinata da correlazioni con eventi che potenzialmente tengono conto di tutta la storia dell'universo. Formulazioni di questo tipo mettono quindi in dubbio il significato stesso dello studio della realtà fisica.
Infine possiamo salvare tutte le ipotesi LF ammettendo che la teoria quantistica (evoluzione causale e regola di Born) non si applichi a tutti i tipi di sistemi macroscopici e prevedendo una rottura del modello quantistico che collassa su un modello classico a certe scale. Questo è il caso dei "collapse models" [21] che teorizzano collassi della funzione d'onda indotti dalla gravità per giustificare l'assenza di sovrapposizioni quantistiche a livello macroscopico.

In ogni caso, qualsiasi sia la soluzione, è evidente come il problema della misura e, quindi, della comprensione del processo che fa emergere un singolo risultato dalla moltitudine dei risultati ammessi dalle funzioni d'onda sia di fondamentale importanza per determinare il significato che attribuiamo alla realtà fisica nel suo complesso. Per questo ogni proposta porta con se soluzioni radicali nel loro modo di vedere il mondo.

In più ricordiamo che i risultati del teorema sono anche verificati sperimentalmente in una simulazione Montecarlo di un esperimento con fotoni polarizzati. Ma questa non ne costituisce una prova definitiva poiché si potrebbe obbiettare che la definizione di "osservatore" e "fatti" ivi applicata sia fallace e ancora di più che lo sia l'assunzione sperimentale che i percorsi di propagazione dei fotoni siano "osservatori".
Per questo il contributo di Bong et al. risulta fondamentale nella comprensione dei principi che possiamo attribuire al mondo coerentemente con la formulazione quantistica della realtà, ma non è di certo un punto di arrivo e il dibattito è ancora aperto.

Notiamo infine che una possibilità di sviluppi futuri può essere quella di implementare l'esperimento con un computer quantistico e con AI quantistiche (in linea teorica realizzabili) che potrebbero meglio svolgere il ruolo di osservatori ma su cui possiamo facilmente fare operazioni quantistiche come super-osservatori.
Se il teorema fosse dimostrato in queste condizioni potremmo quindi ritenerlo valido anche per osservatori macroscopici oppure saremmo ancora una volta costretti a non considerare le AI come osservatori con la conseguente necessità di restringere ulteriormente la classe che soddisfa la definizione di osservatore, se non addirittura arrivare a rivalutare la proposta di Wigner sul tenere in conto la coscienza degli osservatori.

Bibliografia

[1] I. Lakatos. *The Methodology of Scientific Research Programmes.* ISBN: 88-428-0922-5. Cambridge University Press, 1978.

[2] A. Einstein, B. Podolsky e N. Rosen. *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?* Vol. 47. Physical Review, 1935. DOI: 10.1103/PhysRev.47.777.

[3] Č. Brukner. *On the quantum measurement problem.* In: Quantum [Un]Speakables II. The Frontiers Collection. Springer, Bertlmann, Zeilinger, 2015. DOI: 10.48550/arXiv.1507.05255.

[4] G. Brassard e A. A. Methot. *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered incomplete?* 2006. DOI: 10.48550/arXiv.quant-ph/0701001.

[5] J. S. Bell. *On the Einstein Podolsky Rosen paradox.* Vol. 1. Physics Physique Fizika, 1964. DOI: 10.1103/PhysicsPhysiqueFizika.1.195.

[6] H. M. Wiseman e Eric G. Cavalcanti. *Causarum Investigatio and the Two Bell's Theorems of John Bell.* 2015. DOI: 10.48550/arXiv.1503.06413.

[7] J. F. Clauser et al. *Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories.* Vol. 23. Physical Review Letters, 1969. DOI: 10.1103/PhysRevLett.23.880.

[8] E.P. Wigner. *The scientist speculates.* OCLC: 476959404. Heinemann, 1962.

[9] K.-W. Bong et al. *A strong no-go theorem on the Wigner's friend paradox.* Vol. 16. Nature Physics, 2020. DOI: 10.1038/s41567-020-0990-x.

[10] V. Baumann e S. Wolf. *On Formalisms and Interpretations.* Vol. 2. Quantum, 2018. DOI: 10.22331/q-2018-10-15-99.

[11] Č. Brukner. *A no-go theorem for observer-independent facts.* Vol. 20. Entropy, 2018. DOI: 10.3390/e20050350.

[12] A. Peres. *Quantum Theory: Concepts and Methods.* Fundamental Theories of Physics. 2002. DOI: 10.1007/0-306-47120-5_6.

[13] A. Shimony. In: Foundations of quantum mechanics in the light of new technology, 1996. ISBN: 978-981-281-989-5.

[14] D. Deutsch. *Quantum theory as a universal physical theory.* Vol. 24. International Journal of Theoretical Physics, 1985. DOI: 10.1007/BF00670071.

[15] S. Kochen e E. P. Specker. *The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics.* The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics, 1975. DOI: 10.1007/978-94-010-1795-4_17.

[16] C. Rovelli. *Relational Quantum Mechanics.* Vol. 35. International Journal of Theoretical Physics, 1996. DOI: 10.1007/BF02302261.

[17] H. Everett. *"Relative State" Formulation of Quantum Mechanics.* Vol. 29. Reviews of Modern Physics, 1957. DOI: 10.1103/RevModPhys.29.454.

[18] D. Bohm. *A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables. I-II.* Vol. 85. Physical Review, 1952. DOI: `10.1103/PhysRev.85.166`.

[19] G. 't Hooft. *The Free-Will Postulate in Quantum Mechanics.* 2007. DOI: `10.48550/arXiv.quant-ph/0701097`.

[20] H. Price. *Toy Models for Retrocausality.* Studies in History e Philosophy of Science Part B, 2008. DOI: `10.1016/j.shpsb.2008.05.006`.

[21] R. Penrose. *On Gravity's role in Quantum State Reduction.* General Relativity e Gravitation, 1996. DOI: `10.1007/BF02105068`.

[22] M. Proietti et al. *Experimental test of local observer independence.* Vol. 5. Science Advances, 2019. DOI: `10.1126/sciadv.aaw9832`.

[23] A. Peres. *Unperformed experiments have no results.* Vol. 46. American Journal of Physics, 1978. DOI: `10.1119/1.11393`.

[24] C. A. Fuchs e R. Schack. *Quantum-Bayesian coherence.* Vol. 85. Reviews of Modern Physics, 2013. DOI: `10.1103/RevModPhys.85.1693`.