



Dipartimento
di Fisica
e Astronomia
Galileo Galilei

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

**Dipartimento di Fisica e Astronomia
Galileo Galilei**

Tesi di Laurea

**Analisi dei Dati di Test Beam del Calorimetro
MuOnE**

Relatore:

Franco Simonetto

Correlatore:

Enrico Lusiani

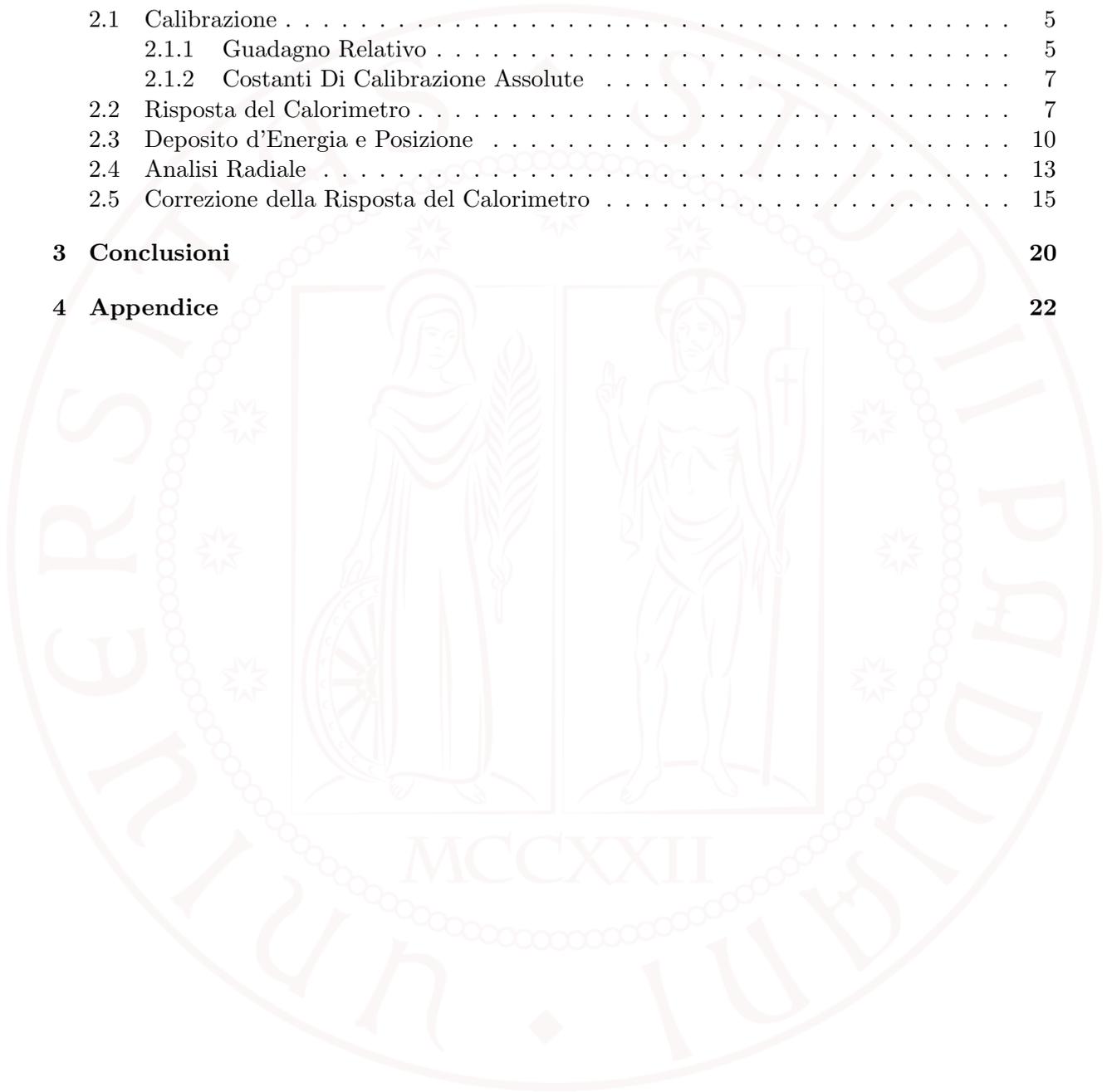
Laureando:

Alberto Tonon

Anno Accademico 2023-2024

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Il Momento Magnetico del Muone	1
1.2	L'Esperimento MuOnE	2
1.3	Il Calorimetro di MuOnE	2
1.4	Nozioni di Calorimetria	3
1.5	Risoluzione Energetica dei Calorimetri	4
2	Analisi Dati	5
2.1	Calibrazione	5
2.1.1	Guadagno Relativo	5
2.1.2	Costanti Di Calibrazione Assolute	7
2.2	Risposta del Calorimetro	7
2.3	Deposito d'Energia e Posizione	10
2.4	Analisi Radiale	13
2.5	Correzione della Risposta del Calorimetro	15
3	Conclusioni	20
4	Appendice	22



Sommario

Il problema del momento magnetico anomalo del muone è uno dei più grandi problemi irrisolti della fisica moderna, in quanto la stima teorica fornita dal Modello Standard non restituisce un risultato compatibile con i più precisi valori sperimentali. Questa discrepanza è particolarmente rilevante in quanto serve da importante test per Modello Standard. Per risolvere quest'inconsistenza i fisici sperimentali lavorano in parallelo ai fisici teorici con lo scopo di unificare i due risultati sviluppando esperimenti sempre più precisi.

A tal proposito l'esperimento MuOnE si propone di ricavare una stima sperimentale del contributo adronico al momento magnetico anomalo del muone con una precisione senza precedenti. In questo elaborato si propone quindi l'analisi dei dati di test beam del calorimetro di MuOnE, in particolare lo studio della risposta in funzione della posizione dello strumento.

Sono stati analizzati i dati di *test beam* raccolti a luglio 2024 nel sito della *North Area* del CERN.

1 Introduzione

1.1 Il Momento Magnetico del Muone

In fisica classica si definisce il momento di dipolo magnetico $\vec{\mu}$ di una particella come $\vec{\mu} = \frac{e}{2m}\vec{L}$, dove e rappresenta la carica elettrica della stessa, m la sua massa e \vec{L} il suo momento angolare orbitale. Questa grandezza interagisce con i campi magnetici secondo la relazione $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{B}$, dove \vec{M} è il momento torcente. Si passa ora da una descrizione classica ad una quantistica, necessaria per la descrizione di oggetti atomici e subatomici come le particelle fondamentali, definendo l'operatore di momento di dipolo magnetico e distinguendone i contributi dovuti al momento angolare orbitale (tale per cui $\vec{\mu}_L = g_L \frac{e}{2m}\vec{L}$) e al momento angolare di spin (tale per cui $\vec{\mu}_S = g_S \frac{e}{2m}\vec{S}$), dove \vec{L} ed \vec{S} sono rispettivamente gli operatori di momento angolare orbitale e quello di spin.

La grandezza $g_{L/S}$ è chiamato fattore g (o momento magnetico adimensionale), ed è il parametro definito come il rapporto fra il reale momento magnetico di una particella e il valore che questa grandezza avrebbe se ottenuto utilizzando la fisica classica.

Mentre la teoria di Dirac prevede che per fermioni carichi puntiformi, come elettroni o muoni, valga $g_L = 1$ e $g_S = 2$, le misure sperimentali di g_S dimostrano una discrepanza da questa previsione (scoperta per la prima volta nell'elettrone da Kusch and Foley nel 1948 [1]).

Per l'elettrone, per esempio, vale $g_e = 2.00231930436092(36)$ ¹.

Per il muone vale invece $g_\mu = 2.00233184123(82)$.

A partire da queste stime ci si riconduce al *momento magnetico anomalo del muone* [2]:

$$a_\mu = \frac{g_\mu - 2}{2} = 116592059(22) \cdot 10^{-11}$$

È possibile stimare questa grandezza teoricamente [3] tenendo conto di tre contributi: quelli della QED, quelli deboli e quelli adronici:

$$a_\mu^{TH} = a^{QED} + a^W + a^{HAD} = 16591810(43) \cdot 10^{-11}$$

I primi due termini sono calcolabili tramite teorie perturbative, mentre il termine adronico è di difficile determinazione e fonte di maggior incertezza. Il problema del momento magnetico

¹La misura di g_e è una delle più accurate in fisica.

anomalo del muone è di estremo interesse in quanto il suo valore è allo stesso tempo una delle misure più accurate in fisica nonché una delle più accuratamente calcolabili utilizzando il Modello Standard. Se i valori coincidessero, almeno entro i limiti sperimentali, a_μ costituirebbe un'importante riprova della teoria. Al giorno d'oggi però la stima teorica è ancora incompatibile con il valore restituito dati sperimentali con una discrepanza di oltre 3σ .

1.2 L'Esperimento MuOnE

Per risolvere l'inconsistenza fra teoria ed esperimenti, oltre ad aumentare l'accuratezza teorica, è necessario ridurre al minimo gli errori sperimentali. A tal proposito l'obiettivo dell'esperimento MuOnE è quello di misurare il contributo adronico al momento magnetico anomalo del muone, ricavandolo dagli esperimenti con una precisione di almeno 10^{-2} . In particolare questa componente adronica a^{HAD} può essere calcolata a partire da una stima della sezione d'urto differenziale dello scattering elastico $e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-$ in funzione del quadrimpulso trasferito. Nell'esperimento si utilizza il fascio di muoni a 150 GeV provenienti dalla *M2 beam-line* del CERN facendolo collidere contro bersagli fissi di berillio. L'apparato utilizzato nell'esperimento consiste in una successione di circa quaranta rivelatori a distanza di 1m l'uno dall'altro e di dimensioni trasversali di circa 10 cm. Ognuno di questi rivelatori è costituito da un elemento passivo (bersaglio, o *target*) e da piani attivi di silicio che fungono da tracciatori per muoni ed elettroni. Al termine di queste stazioni di rivelazione è infine posizionato il calorimetro elettromagnetico, seguito da un detector di muoni. Questa configurazione permette di determinare i piccoli angoli di scattering delle particelle diffuse.

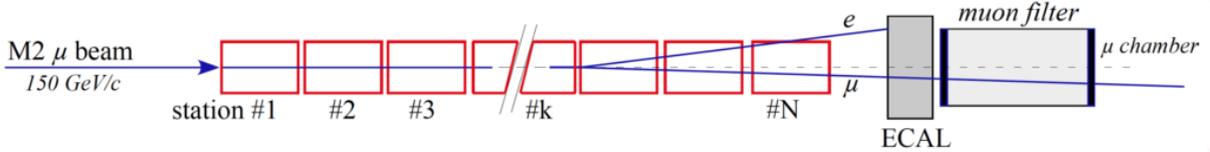


Figura 1: *Rappresentazione schematica dell'esperimento.*

1.3 Il Calorimetro di MuOnE

Il calorimetro dell'esperimento (vedi figura 2a) è composto da una matrice 5×5 di cristalli di tungstenato di piombo ($PbWO_4$) dotato di fotodiodi a valanga al termine utilizzati nella presa dati. I cristalli, di forma piramidale quadrangolare tagliata, hanno sezione trasversale frontale di $2.88 \times 2.88 \text{ cm}^2$, sezione posteriore di $3.01 \times 3.01 \text{ cm}^2$ ed una larghezza di 21.8 cm. Sono sorretti da un sostegno in carbonio di spessore circa 0.3 mm. Dopo essere diffusi, gli elettroni vengono raccolti dal calorimetro, sciamando (la perdita d'energia dello strumento è stimata attorno a 1%), mentre i muoni procedono rilasciandoci in media pochissima energia (tra i 300 e 600 MeV). Lo strumento permette allora anche di eseguire PI, "*particle identification*", distinguendo la natura della particella che lo attraversa.

Si stima inoltre la presenza di una contaminazione di pioni (circa 50%) nel fascio (contaminazione adronica), che tuttavia, soprattutto a basse energie, non interagisce in maniera significativa con il calorimetro.

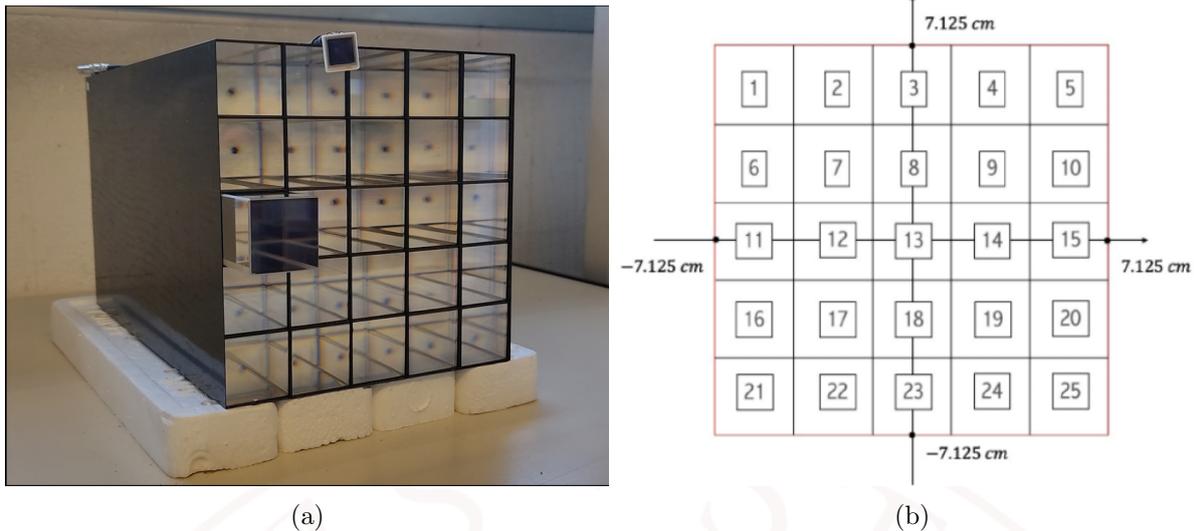


Figura 2: Foto del calorimetro di MuOnE (a), con rappresentazione schematica dei 25 cristalli di tungstenato di piombo che lo compongono (b).

1.4 Nozioni di Calorimetria

I calorimetri elettromagnetici raccolgono l'energia delle particelle incidenti sfruttando il fenomeno dello *sciame elettromagnetico*, il quale racchiude in sé due meccanismi distinti ma collegati: quello di radiazione Bremsstrahlung (o radiazione di frenamento) e la produzione di coppie (*pair production*) e^+, e^- .

Il primo consiste nell'emissione di fotoni da parte degli elettroni che interagiscono con i nuclei degli atomi del mezzo. In particolare la perdita d'energia tramite Bremsstrahlung segue la legge:

$$E(X) = E_0 \cdot e^{-\frac{X}{\chi_0}}$$

dove E_0 è l'energia iniziale del fascio, X la distanza percorsa moltiplicata per la densità del materiale attraversato, mentre χ_0 è chiamata *lunghezza di radiazione*, un parametro proprio di ogni materiale. In particolare per il tungstenato di piombo, materiale che compone i cristalli del calorimetro di MuOnE, questo valore vale 7.39 g/cm^2 [4].

La perdita di energia tramite Bremsstrahlung è prevalente per energie sopra i 10MeV. Affiancata alla Bremsstrahlung si aggiunge il processo di produzione di coppie: un fotone di energia sufficientemente alta materializza una coppia elettrone-positrone (e^+, e^-), i quali una volta liberati interagiscono a loro volta con il materiale (si noti come il positrone annichili velocemente quando incontra un elettrone di materia ordinaria). Questo è detto un processo in soglia, in quanto gli elettroni devono avere energia pari ad almeno due volte la massa dell'elettrone (cioè pari a circa 1.022MeV). È inoltre fondamentale la presenza di un nucleo atomico per rispettare la conservazione dell'energia e della quantità di moto. Il tasso di disintegrazione degli elettroni tramite produzione di coppie segue la legge:

$$N(X) = N_0 \cdot e^{-\frac{7}{9} \cdot \frac{X}{\chi_0}}$$

È immediato ora capire il perché del nome "sciame elettromagnetico": quando elettroni ad alta energia interagiscono con il materiale attraversato questi rilasciano fotoni via Bremsstrahlung, i quali materializzano coppie e^+, e^- , che a loro volta rilasciano ulteriori fotoni. Questo processo, prettamente stocastico, si ripete a cascata fino a raggiungere l'energia di soglia della produzione

di coppie (a quel punto entrano in gioco altri tipi d'interazione, come ionizzazione, scattering Compton ed effetto fotoelettrico).

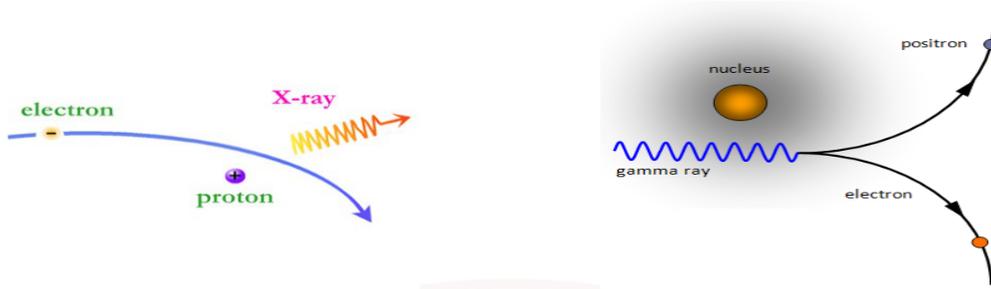


Figura 3: *Rappresentazione schematica della radiazione Bremsstrahlung e del processo di produzione di coppie. È importante la presenza di un nucleo atomico, questi fenomeni non possono avvenire nel vuoto.*

Nonostante la natura stocastica dello sciame, si semplifica la trattazione tramite l'approssimazione di Bruno Rossi (schematizzato in figura 4): si considera ognuno dei due fenomeni come deterministico, dove un fotone produce una coppia e^+e^- dopo aver percorso una lunghezza di radiazione χ_0 , e un elettrone emette un fotone dopo aver percorso la stessa distanza. Ad ogni iterazione del processo il numero di particelle raddoppia (il positrone si annichila con altri elettroni del mezzo), mentre la loro energia dimezza, fino allo spegnersi del processo per $E \lesssim 10 \text{ MeV}$. Dopo n lunghezze di radiazione χ_0 si avranno 2^n particelle di energia $\frac{E_0}{2^n}$. È allora immediato ricavare una semplice stima dell'approssimata lunghezza totale dello sciame, chiamata *lunghezza di assorbimento* L : $L \approx \log_2\left(\frac{E_0}{E_{soglia}}\chi_0\right)$, dove $E_{soglia} \approx 10 \text{ MeV}$. Le dimensioni dei calorimetri elettromagnetici vengono allora progettati attorno a queste grandezze caratteristiche (in particolare il calorimetro di MuOnE ha una lunghezza totale di 21.8 cm, che corrisponde a circa 24.5 lunghezze di radiazione χ_0).

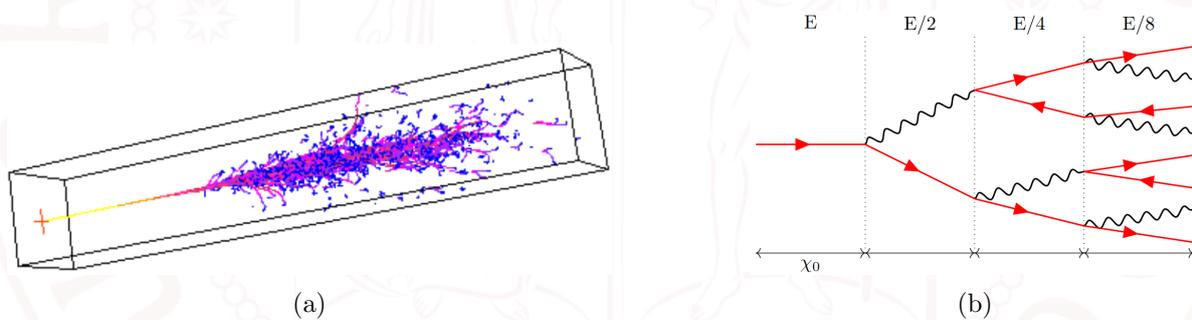


Figura 4: *Simulazione di uno sciame elettromagnetico (a) e rappresentazione schematica dell'approssimazione di B. Rossi (b).*

1.5 Risoluzione Energetica dei Calorimetri

Nella determinazione della risoluzione energetica del calorimetro entrano in gioco tre contributi distinti: un termine stocastico S dovuto alla fluttuazione del numero di fotoelettroni, un termine di rumore N causato dal rumore dell'elettronica dello strumento, ed un termine costante C associato ad errori di costanti calibrazione, disomogeneità nei cristalli o altre irregolarità.

Il primo termine segue dalla statistica di Poisson, conseguentemente dipenderà da $\frac{1}{\sqrt{E}}$, mentre

il secondo cresce linearmente all'aumentare dell'energia.
Sommando i tre termini in quadratura si ottiene:

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{S}{\sqrt{E}} \oplus \frac{N}{E} \oplus C$$

Nella costruzione dei calorimetri bisogna sempre tenere a mente quali sono gli intervalli energetici che si intendono studiare: ad alte energie il contributo all'errore maggiore sarà quello costante, ad energie più basse il rumore elettronico. In particolare visto le energie su cui opera l'esperimento MuOnE, il termine prevalente è quello costante, e bisogna quindi prestare particolare attenzione ad un corretto calcolo delle costanti di calibrazione.

2 Analisi Dati

Nel corso della presa dati ben 4 dei venticinque contatori del calorimetro non erano funzionanti: l'energia che sarebbe stata raccolta da quei cristalli non è stata registrata. In riferimento alla figura 2b, i cristalli non funzionanti sono i numeri: 8, 10, 17, 21. Questo fatto potrebbe aver causato dei problemi nel corso della calibrazione.

A rigore l'energia di un evento si distribuisce in tutto lo strumento, uscendo da questo solo in piccolissima parte (si stima circa l'uno per cento [5]). In quanto però il 97% dell'energia di una particella incidente rimane all'interno della matrice 3×3 centrata attorno al cristallo colpito si è scelto di lavorare prendendo come riferimento il *cluster* 3×3 centrato attorno al numero 19, l'unico con tutti i nove cristalli completamente funzionanti.

A titolo dimostrativo verranno principalmente mostrati i grafici ottenuti analizzando i dati a 40GeV, cioè quelli utilizzati nella calibrazione dello strumento. L'analisi è stata infatti eseguita sui dati ottenuti a diverse energie nominali del fascio, 10GeV, 20GeV, 40GeV, 60GeV, 80GeV, 100GeV, la cui risoluzione intrinseca è del 3 per 1000 (nel corso di questo elaborato il fascio è quindi assunto come monocromatico).

Quando necessario i rispettivi grafici e risultati verranno mostrati.

2.1 Calibrazione

La calibrazione di uno strumento è un passaggio fondamentale di ogni esperimento, ma come già menzionato nella sezione 1.5-*Risoluzione Energetica dei Calorimetri*, questo è particolarmente importante per un calorimetro che esegue test di alta energia, visto il grande contributo all'errore del termine costante.

2.1.1 Guadagno Relativo

Il primo passo da fare è quello di svolgere una calibrazione relativa. Preso un insieme di eventi del fascio, scelto casualmente, ogni volta che il segnale del cristallo con maggior energia supera il 70% dell'energia totale nel calorimetro, un istogramma bidimensionale è prodotto, con in ascissa il numero del cristallo e in ordinata l'energia raccolta da quest'ultimo. Questo si ripete fino a raggiungere circa 10 000 eventi per ogni cristallo. Le distribuzioni del guadagno di ogni cristallo vengono poi interpolate in modo indipendente con una funzione *Crystal Ball*, che fu utilizzata per la prima volta nella spettroscopia del charmonio [6]. Questa viene scelta, invece di una semplice gaussiana, in quanto tiene meglio conto dello spostamento verso le energie più basse causato dalla parziale perdita d'energia degli elettroni tramite Bremstrahlung.

$$f(x; \alpha; n; \bar{x}; \sigma) = N \cdot \begin{cases} A \cdot \left(B - \frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^{-n}, & \text{per } \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \leq -\alpha \\ \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right), & \text{per } \frac{x-\bar{x}}{\sigma} > -\alpha \end{cases}$$

Dove i parametri α, n, \bar{x} , e σ vengono ricavati interpolando i dati sperimentali, mentre per A, B, C, D, N vale:

$$A = \left(\frac{n}{|a|}\right)^n \cdot \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \quad B = \frac{n}{|a|} - |\alpha| \quad C = \frac{n}{|a|} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)$$

$$D = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{|\alpha|}{\sqrt{2}}\right)\right) \quad N = \frac{1}{\sigma(C+D)}$$

Dove erf è la funzione degli errori di Gauss (o *error function*).

Per ogni contatore quindi si ricava un fattore di correzione ($\operatorname{relGain}[i]$) pari al rapporto fra il segnale del cristallo i -esimo con quello del cristallo centrale (il 19).

$$\operatorname{relGain}[i] = E[i]/E[19]$$

Il guadagno di ogni cristallo è allora diviso per questi fattori correttivi, e utilizzando un insieme di dati distinto (necessario per garantire l'indipendenza statistica), si ripete questo procedimento iterativo fino ad avere guadagni vicini all'unità a meno di correzioni dell'ordine di una parte per mille (4 o 5 iterazioni sono sufficienti). Per terminare questa parte della calibrazione non resta che correggere le distribuzioni di energia di ogni contatore moltiplicando i valori di picco di ogni evento per il guadagno relativo corrispondente [7].

$$E_{\text{calibrato}}[i] = E[i] \cdot \operatorname{relGain}[i]$$

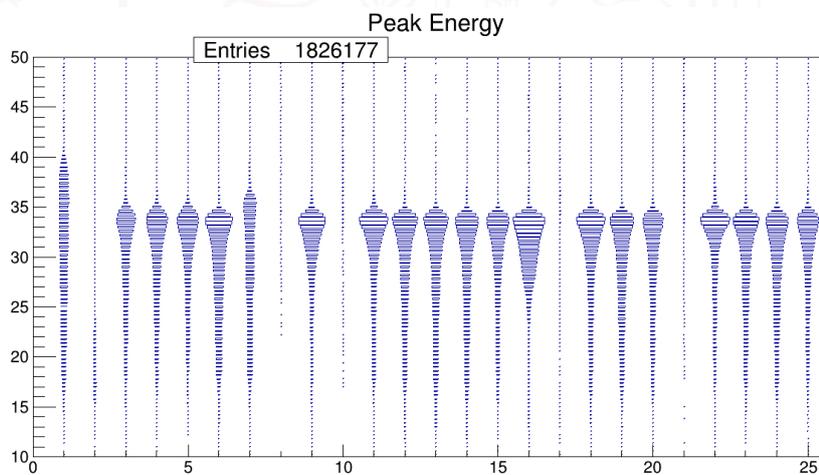


Figura 5: In ascissa numero del cristallo, in ordinata il guadagno relativo equalizzato a 40GeV. È immediato vedere come i cristalli 8, 10, 17, 21 non siano funzionanti.

2.1.2 Costanti Di Calibrazione Assolute

Nel calcolo delle costanti di calibrazione assoluta sono stati usati soltanto i cristalli del cluster 3×3 centrato attorno al numero 19. L'intero segnale depositato in questa matrice, la *Cluster Energy*, è ottenuto come la somma dei conteggi di ogni singolo canale, opportunamente riscaldato per il guadagno relativo descritto sopra. Si interpolano nuovamente le distribuzioni ottenute con una funzione Crystal Ball, definendo una costante di calibrazione media ottenuta come il rapporto fra l'energia del fascio (40GeV) e il valor medio della Crystal Ball interpolata. In particolare per i dati analizzati in questo elaborato la costante di calibrazione media vale 9.05MeV/ADC ².

La costante di calibrazione di ogni cristallo è allora ottenuta dividendo questa costante media per il guadagno relativo ottenuto nella fase precedente.

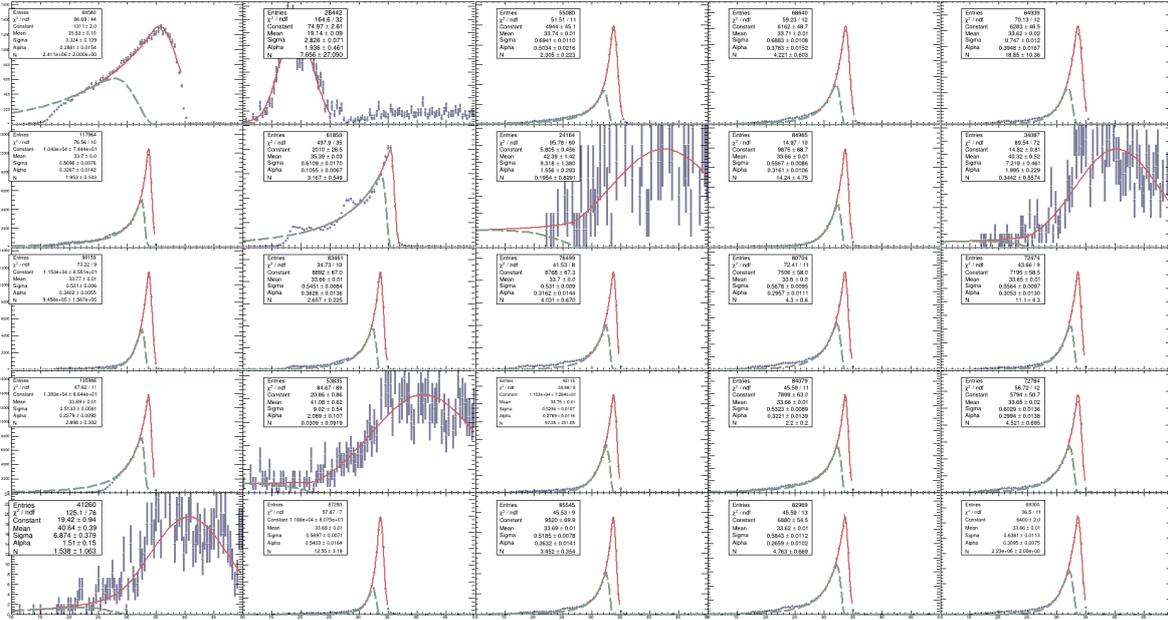


Figura 6: Figura che mostra la Crystal Ball interpolata su ogni cristallo dopo la calibrazione a 40GeV. È immediato vedere come i cristalli 8, 10, 17, 21 non siano funzionanti.

2.2 Risposta del Calorimetro

Per studiare la risposta in posizione dello strumento si propone uno studio preliminare del deposito di energia del fascio assorbita dal calorimetro. I seguenti istogrammi bidimensionali mostrano questo rapporto E/E_{beam} in funzione delle coordinate spaziali X e Y. La funzione interpolata, esponenziale nei bordi e piatta nel centro, quantifica il comportamento del deposito nelle varie regioni. In particolare nell'interpolare i dati sono state usate le seguenti funzioni, legate al centro tramite una funzione costante:

$$f(p_0; p_1; p_2; p_3; p_4; p_5; p_6) = \begin{cases} p_0(1 - p_5 \cdot \exp(-\frac{|x-p_1|}{p_2})) & \text{per } x \leq 2.91 \\ p_0(1 - p_6 \cdot \exp(-\frac{|x-p_3|}{p_4})) & \text{per } x > 2.91 \end{cases}$$

²Questa costante di calibrazione è diversa rispetto a quella calcolata sui dati raccolti nel 2023, per cui essa vale 5.46MeV/ADC . Questo è dovuto all'altissima sensibilità dello strumento, che necessita di una ricalibrazione ogni volta che viene maneggiato.

Si nota immediatamente come il deposito d'energia sia distribuito più o meno uniformemente lungo l'asse X, mentre è molto più localizzato lungo Y. Per i dati a energie diverse il comportamento è lo stesso (vedasi figura 26).

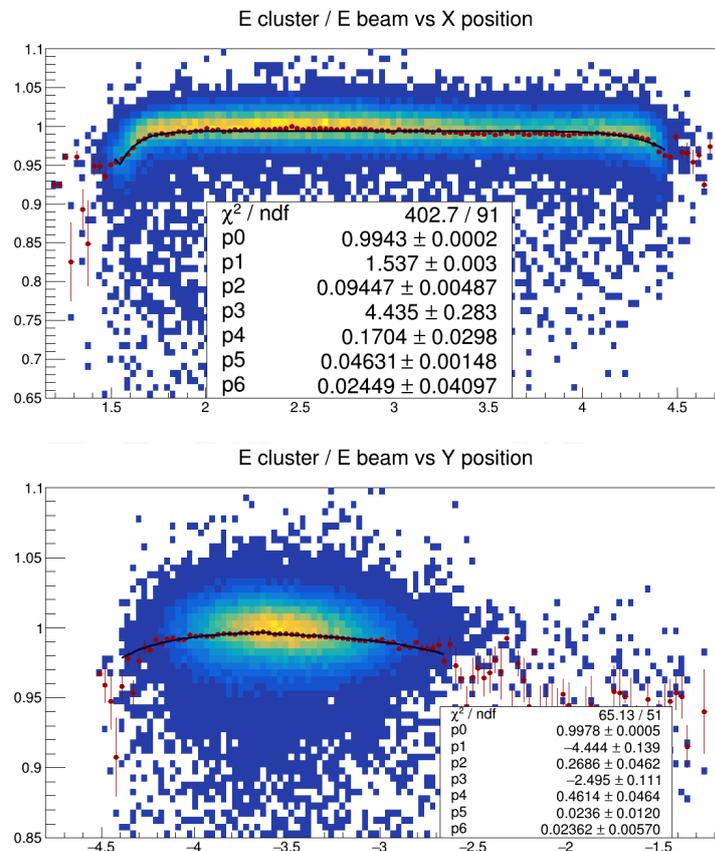


Figura 7: Percentuale energia rilasciata nel calorimetro in funzione di X (cm) e di Y (cm) con il fascio a 40GeV.

L'unica eccezione sono i dati del fascio a 100GeV che dimostrano un deposito distribuito uniformemente sia in X che in Y, in maniera apparentemente simile.

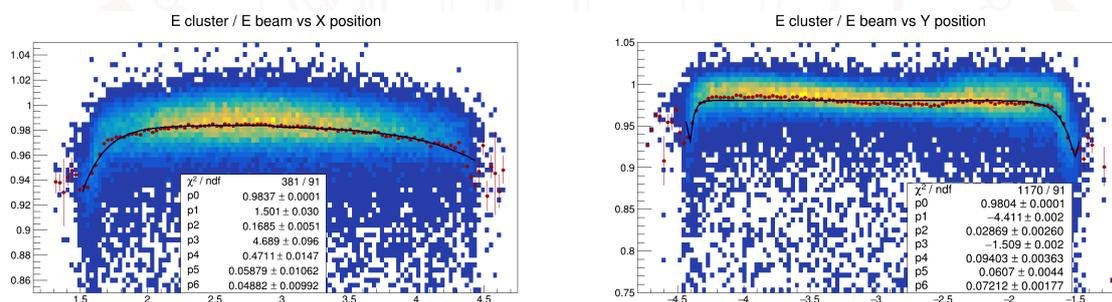


Figura 8: Percentuale energia rilasciata nel calorimetro in funzione di X (cm) e di Y (cm) con il fascio a 100GeV.

A tal proposito è utile verificare la distribuzione spaziale del fascio: per farlo si propongono gli istogrammi dei conteggi degli eventi in funzione della posizione con rispettive proiezioni lungo gli assi.

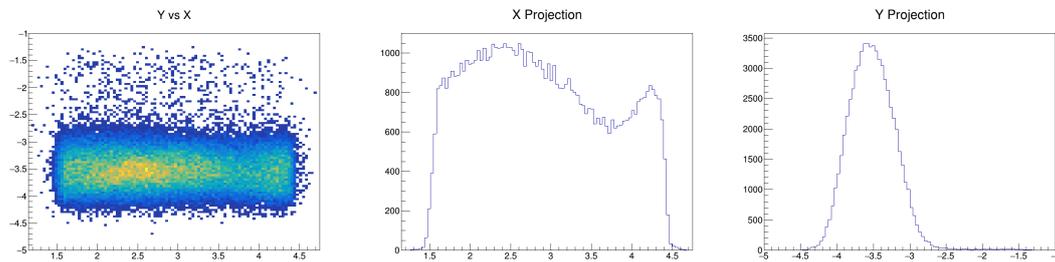


Figura 9: *Istogramma bidimensionale dei conteggi registrati dal calorimetro in funzione di X (cm), Y (cm) e rispettive proiezioni lungo ogni direzione per il fascio a 40 GeV.*

Si noti subito come guardando questi grafici il centro del fascio non sia esattamente allineato con il centro del cristallo numero 19, ma leggermente più vicino all'angolo inferiore sinistro. Queste figure dimostrano consistenza con i grafici del profilo del deposito d'energia: i fasci mostrano una struttura più distribuita lungo X e molto più contenuta in Y . Si noti inoltre come i dati del fascio a 100 GeV dimostrino una chiarissima struttura intrinseca che nessun altro insieme di dati possiede (si riporta un riassunto di tutti i grafici in appendice, vedasi figura 27). Questo spiega perfettamente come nello studio del profilo del deposito di energia la forma dei grafici a 100 GeV sia unica rispetto agli altri, in quanto una zona maggiore dello strumento viene illuminata. Per un'ulteriore riprova dell'ipotesi di struttura per i 100 GeV si propone inoltre il medesimo grafico degli eventi registrati dal cristallo numero 13 (cristallo centrale dello strumento). È infatti immediato riscontrare la forma di una struttura molto simile.

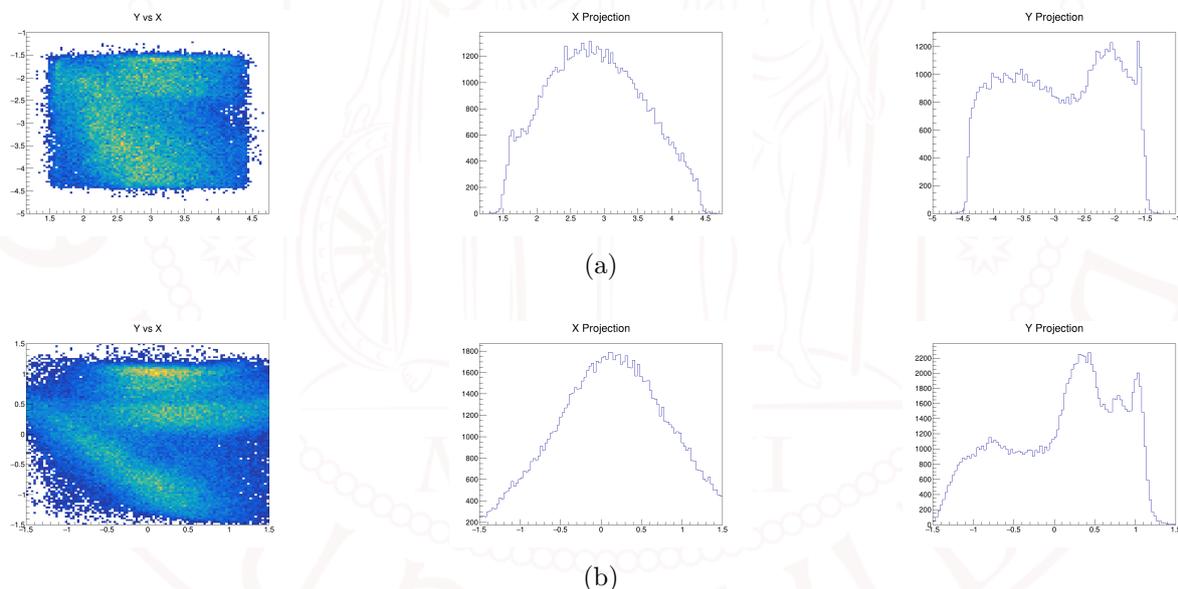


Figura 10: *Istogramma bidimensionale dei conteggi registrati dal calorimetro in funzione di X (cm), Y (cm) e rispettive proiezioni lungo ogni direzione per il fascio a 100 GeV sul cristallo 13 (a) e 19 (b).*

È importante notare come analizzando dati a energie sempre più distanti da 40GeV, dati su cui è avvenuta la calibrazione dello strumento, il rapporto E/E_{beam} si discosti sempre di più da uno (fare riferimento al parametro adimensionale $p0$ che quantifica il comportamento al centro del fascio).

In particolare all'aumentare dell'energia $p0$ scende sotto l'unità, viceversa al diminuire di essa $p0$ supera l'unità. A titolo dimostrativo si riportano i grafici del profilo con interpolazione a 10GeV e a 100GeV lungo X.

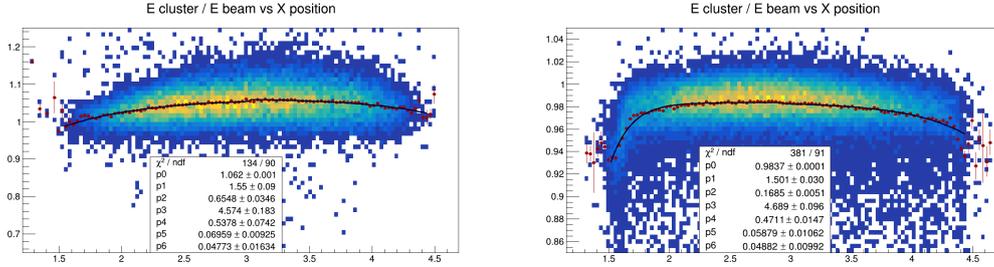


Figura 11: Percentuale energia rilasciata nel calorimetro in funzione di X (cm) con fascio a 10GeV e 100GeV con relativa interpolazione.

Nonostante un leggero scostamento da uno sia atteso, considerata la risoluzione finita, il superare l'unità di ben 6% a 10GeV suggerisce la presenza di un qualche tipo di effetto non ancora considerato. Lo stesso vale per il guadagno che si abbassa del 2% a 100GeV. A priori si aspetterebbero effetti minori del per cento: il calorimetro sembra non rispondere in maniera lineare. Nella seguente tabella sono riportati i parametri $p0$ di ogni interpolazione del profilo lungo X e Y per i dati di ogni energia del fascio (figure 26):

$p0$	10GeV	20GeV	40GeV	60GeV	80GeV	100GeV
X:	1.062 ± 0.001	1.005 ± 0.000	0.9943 ± 0.0002	0.9946 ± 0.0002	0.9935 ± 0.0002	0.9837 ± 0.0001
Y:	1.061 ± 0.001	1.011 ± 0.001	0.9978 ± 0.0005	0.9944 ± 0.0001	0.9932 ± 0.0001	0.9804 ± 0.0001

Tabella 1: Tabella riassuntiva del parametro $p0$ per ogni energia del fascio.

2.3 Deposito d'Energia e Posizione

Si prosegue lo studio della risposta in posizione del calorimetro analizzando in maniera più dettagliata come l'energia viene depositata nello strumento. Si è scelto di dividere l'intervallo spaziale del cristallo illuminato dal fascio in 12 bin equi-spaziati centrati attorno al centro geometrico del cristallo, sia lungo X che Y.

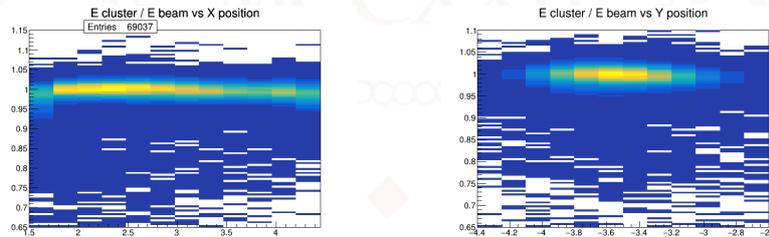


Figura 12: Istogrammi bidimensionali E/E_{beam} rispetto alla posizione X (cm), suddivisa in 12 bin equi-spaziati a 40GeV.

Su ognuno di questi bin si interpola poi una funzione Crystal Ball il cui valor medio rappresenta il punto massimo del deposito d'energia, con la rispettiva σ che rappresenta la risoluzione.

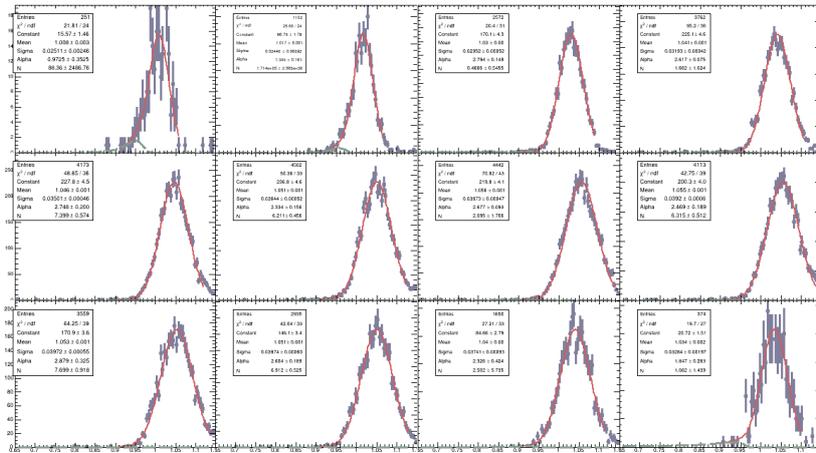


Figura 13: Le 12 funzioni Crystal Ball interpolate per ognuno dei 12 bin lungo X (cm) a 40GeV.

A partire da questi grafici è infine possibile rappresentare il valor medio di ogni Crystal Ball in funzione della posizione.

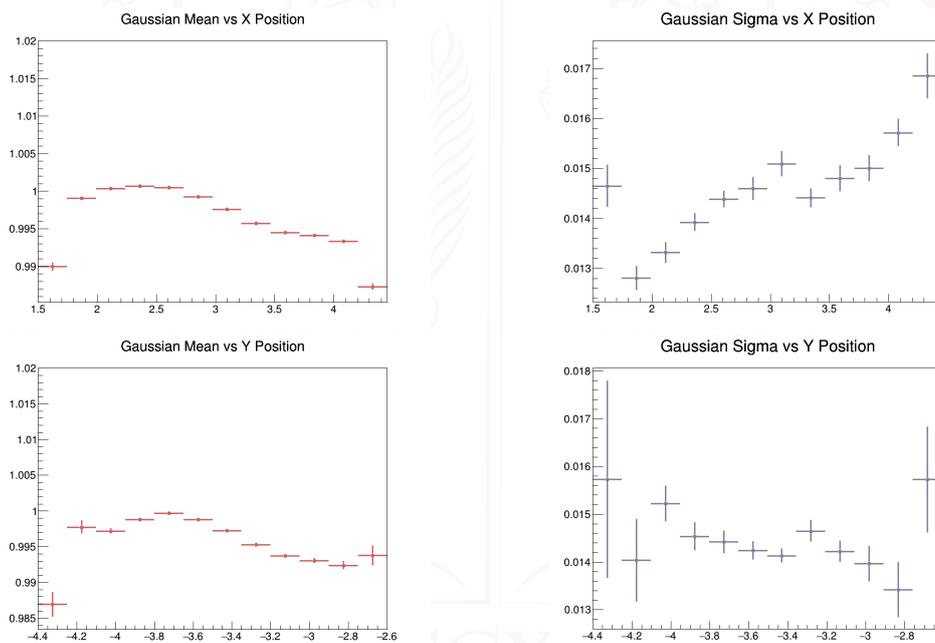


Figura 14: Valor medio delle funzioni Crystal Ball interpolate e relativa σ a 40GeV, in X (cm) e in Y (cm).

Nel ripetere lo studio sui dati di ogni energia emerge una chiara tendenza: lungo X, il picco del deposito d'energia avviene pressoché attorno alle posizioni centrali del cristallo, con un leggero spostamento verso il lato sinistro di questo (a meno dei dati a 60GeV per cui questo spostamento è particolarmente evidente). Lungo Y invece appare che il maggior deposito d'energia avvenga nelle posizioni vicino ai bordi, più in particolare vicino al lato inferiore del cristallo. Questo fatto è a primo impatto illogico.

È importante infatti notare come non tutta l'energia di ogni evento incidente sullo strumento potrebbe essere raccolta e misurata, portando ad una lettura errata da parte dello strumento. In particolare i fenomeni che contribuiscono a questo effetto sono due: il primo è causato dalla presenza del sostegno in carbonio che avvolge i cristalli, che di fatto è una zona morta dal punto di vista della raccolta d'energia, la quale viene parzialmente persa. Il secondo, quello di "fuga" di energia, avviene quando una frazione di questa esce dal cluster 3x3 di cristalli utilizzato nel corso dell'analisi (oppure esce completamente dal calorimetro). È evidente allora come la posizione del fascio incidente dovrebbe influenzare la lettura: più ci si avvicina ai bordi del cluster più è probabile che avvenga la perdita di una certa quantità d'energia. È quindi logico pensare che il deposito maggiore di questa dovrebbe avvenire vicino al centro del cristallo, dove questi effetti di perdita inaspettata di energia sono minimi. Questo però non sembra accadere, sia lungo la direzione X, ma soprattutto lungo Y: appare che il deposito d'energia maggiore avvenga appunto vicino ai bordi.

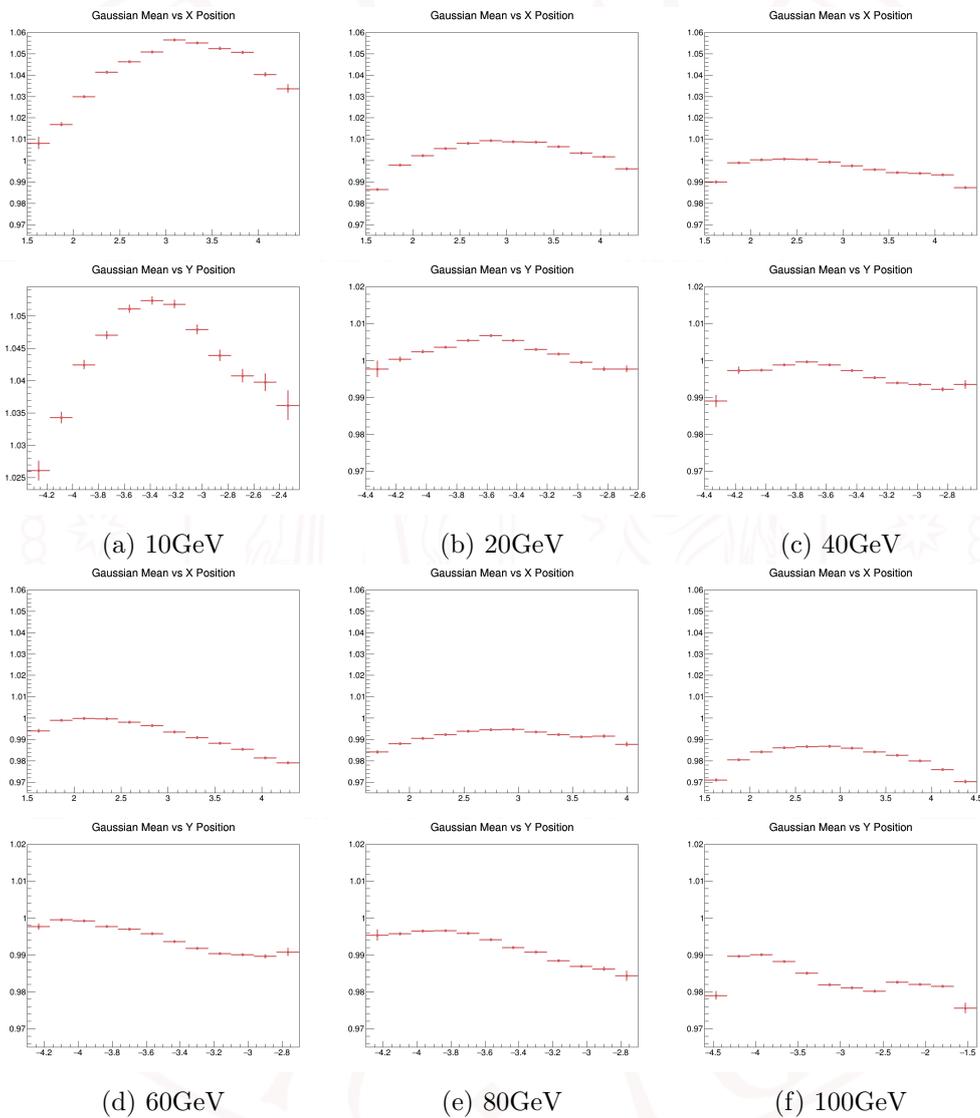


Figura 15: *Valor medio delle funzioni Crystal Ball interpolate per ogni energia. Sopra lungo X (cm), sotto Y (cm).*

Si noti inoltre come varia la risoluzione (σ) ottenuta dalle interpolazioni Crystal Ball precedenti: questa è sempre vicina a 1.5% per i dati a 40GeV, 60GeV, 80GeV, 100GeV, mentre si aggira a 2.5% per i dati a 20GeV e tocca addirittura il 4% per i 10GeV. Si confrontino questi valori con risoluzioni ottenute su dati simili raccolti nel 2023, il cui valore si aggira a sette parti per mille.

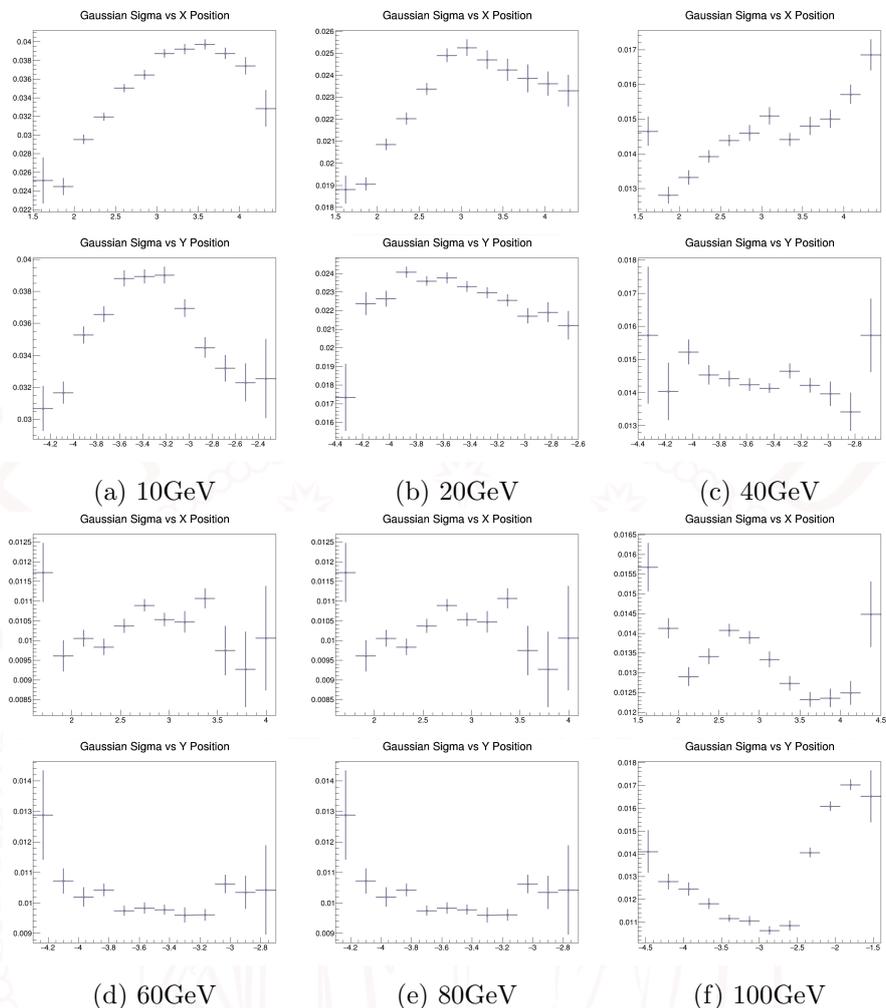


Figura 16: *Sigma delle funzioni Crystal Ball interpolate per ogni energia. Sopra lungo X (cm), sotto Y (cm).*

2.4 Analisi Radiale

Per investigare in maniera più dettagliata questo comportamento inaspettato si propone uno studio radiale del deposito di energia: fissato come origine del sistema di riferimento il centro geometrico del cristallo numero 19, si divide il semilato del cristallo in 12 bins lungo la direzione radiale R e si ripete il procedimento descritto nella sezione precedente.

Per rimuovere il contributo dello spazio delle fasi sono stati scelti i bin in modo tale da uguagliare l'area all'interno di ogni corona: usare 12 bins equi-spaziati, infatti, produrrebbe aree d'impatto via a via più grandi influenzando l'analisi.

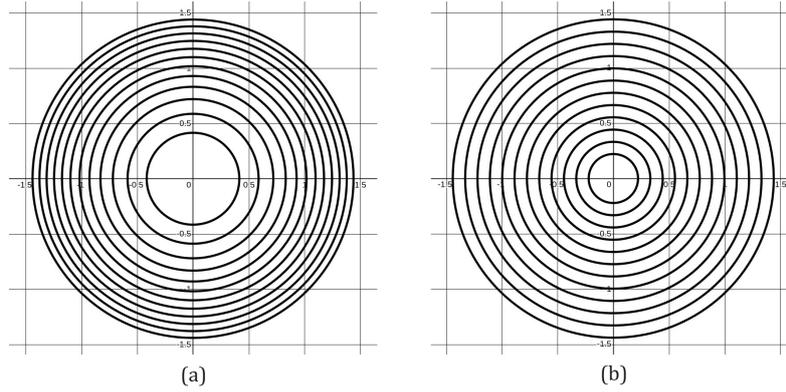


Figura 17: *Rappresentazione schematica della suddivisione geometrica del cristallo 19. Nell'analisi è stata utilizzata la suddivisione (a).*

Per ogni energia (si veda figura 28 in appendice) si ottiene una conclusione consistente con quanto osservato nella sezione precedente. Si conferma che il massimo del deposito d'energia sembra essere localizzato verso i bordi del cristallo piuttosto che attorno al suo centro. L'utilità di un'analisi radiale di questo tipo risiede nel fatto che, per via della simmetria circolare utilizzata, si riesce a giungere a conclusioni sul deposito d'energia nel cristallo indipendentemente dalla forma intrinseca del fascio incidente, che diventa ininfluente.

Quello che questa tecnica non riesce però a fare è distinguere se il comportamento anomalo ha origine lungo X o Y. Si prosegue quindi con lo studio di questo fenomeno lungo le due direzioni in modo indipendente.

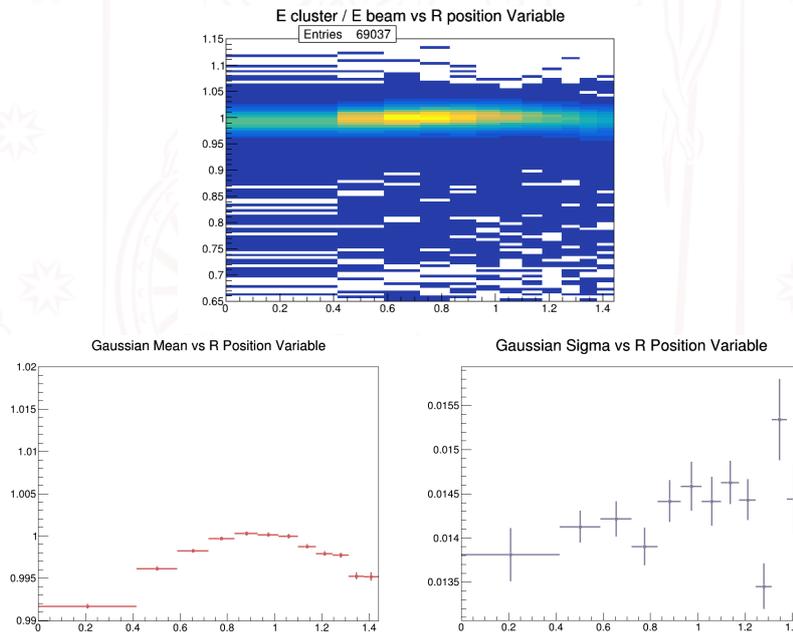


Figura 18: *Valor medio delle funzioni Crystal Ball interpolate, quindi maggior deposito d'energia in funzione della coordinata radiale R (cm). Valori a 40GeV.*

2.5 Correzione della Risposta del Calorimetro

Si ipotizza che l'origine di tutti i comportamenti anomali riscontrati nel corso dell'analisi, cioè la risposta non lineare dello strumento, la pessima risoluzione in energia e il deposito d'energia massimo ai bordi, sia la stessa: perdita anomala di segnale. Non tutta l'energia raccolta dal calorimetro viene registrata. In particolare due caratteristiche dell'esperimento contribuiscono a questo effetto:

- La posizione non centrale del cristallo di riferimento, il numero 19.
- La presenza dei 4 cristalli non funzionanti, tre dei quali toccano la griglia 3×3 considerata.

Usare soltanto i nove cristalli attorno al numero 19 sposta la zona di analisi più vicino al bordo del calorimetro, dove è molto più probabile che avvengano eventi di fuga di energia.

All'effetto "geometrico" di perdita di energia si aggiunge il contributo per niente trascurabile dei cristalli non funzionanti, adiacenti alla matrice su cui si svolge l'analisi (in riferimento alla figura 2a, i cristalli numero 8, 10 e 17). Un qualsiasi evento che entra in uno di questi cristalli non viene affatto registrato, e la sua energia viene completamente persa.

L'ipotesi di una perdita di energia anomala è consistente con la risposta non lineare dello strumento (si veda tabella 1): quando si calibra a una certa energia, 40GeV in questa analisi, ci si normalizza a tale valore. Energie più basse corrispondono poi a fasci più contenuti, quindi meno eventi nei bordi e conseguentemente una minore probabilità che avvengano fenomeni di perdita d'energia, il che conduce quindi a una lettura di energia troppo alta. All'aumentare dell'energia avviene il meccanismo inverso: il fascio risulta più distribuito, aumentando la probabilità di effetti di fuga e riducendo il deposito d'energia totale.

Si ipotizza inoltre che anche il problema del picco del deposito di energia nei bordi e delle σ particolarmente elevate sia da attribuirsi a questa perdita d'energia, in particolare ai problemi che essa causa nel procedimento di calibrazione. Come descritto nella sezione 2.1.1-*Guadagno Relativo*, la calibrazione comincia infatti considerando un cristallo quando l'energia misurata di un evento supera il 70% dell'energia nel calorimetro. Quando però una certa quantità d'energia viene persa, le funzioni Crystal Ball interpolate avranno code più spiccate verso energie più basse. Questo allarga la funzione, peggiorando di conseguenza la risoluzione finale.

In particolare si verifica come il centro del fascio sia posizionato molto vicino ai bordi del calorimetro rivelandone la forma tramite gli istogrammi bidimensionali dei conteggi a varie energie (figura 19), rendendo molto probabile effetti di fuga geometrici e peggiorando quindi i risultati della calibrazione .

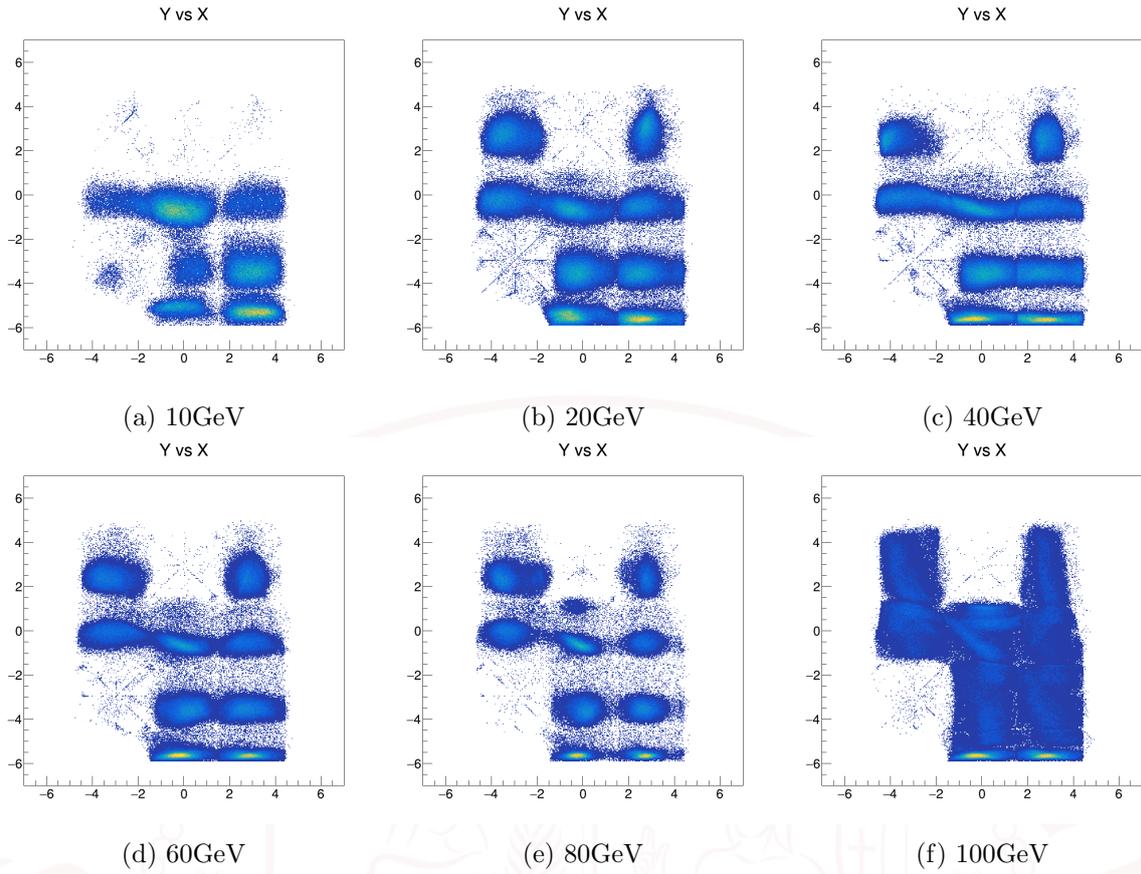


Figura 19: *Istogramma bidimensionale dei conteggi degli eventi registrati dal calorimetro su tutto l'apparato. Si noti come il fascio è posizionato lontano dal centro dei cristalli.*

In modo analogo è molto più probabile che parte dell'energia venga persa per gli eventi incidenti sui cristalli 13,14,15 (e in minor parte il 18), adiacenti ai contatori morti. Questo causa un errore di calibrazione: quei cristalli registrano meno energia di quanta effettivamente ne viene rilasciata al loro interno. Il picco del deposito di energia tende di conseguenza verso il lato inferiore del cristallo.

Per verificare la correttezza di tale ipotesi si è quindi tentato di aumentare manualmente il guadagno relativo di questi cristalli, e di ripetere lo studio del profilo del deposito d'energia in funzione della coordinata Y (direzione lungo la quale l'effetto anomalo è più marcato).

A titolo dimostrativo si mostra quanto ottenuto per i dati a 40GeV (figura 20). Si può notare come al variare del guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 il deposito d'energia aumenti nel centro del cristallo, rendendo la forma della distribuzione quella che ci si sarebbe aspettati a priori, riducendo le discrepanze all'ordine del per mille. Nonostante questo, la risoluzione non cambia (figura 21), e continua a distribuirsi attorno ai valori originali ottenuti senza cambiare il guadagno relativo.

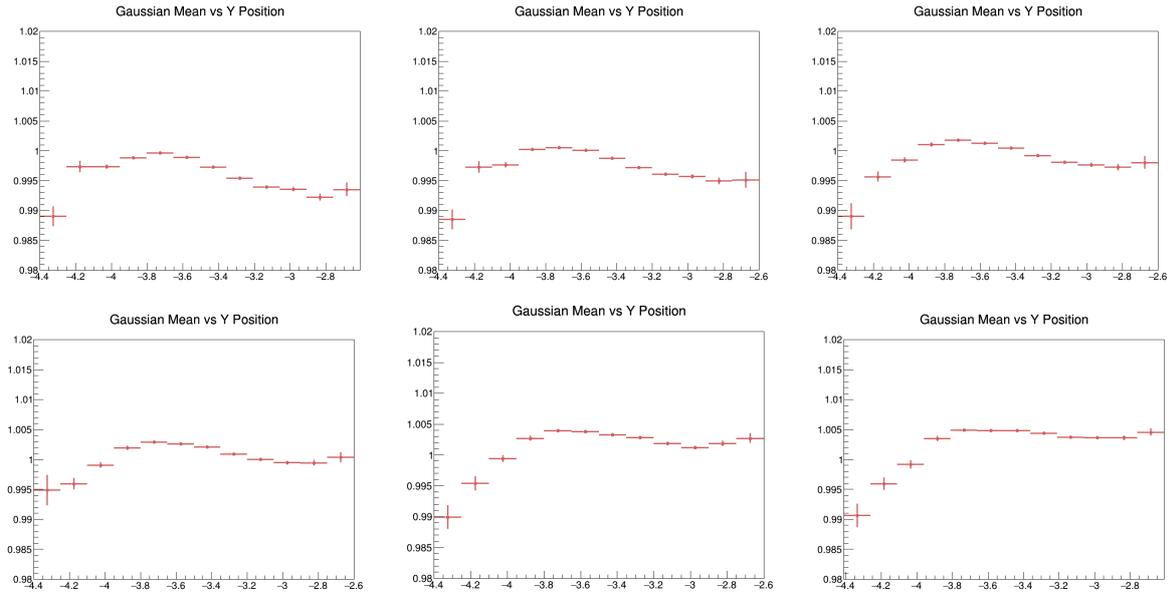


Figura 20: Andamento del deposito di energia lungo Y (cm) al variare (intervalli del 5%) del guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 a 40GeV.

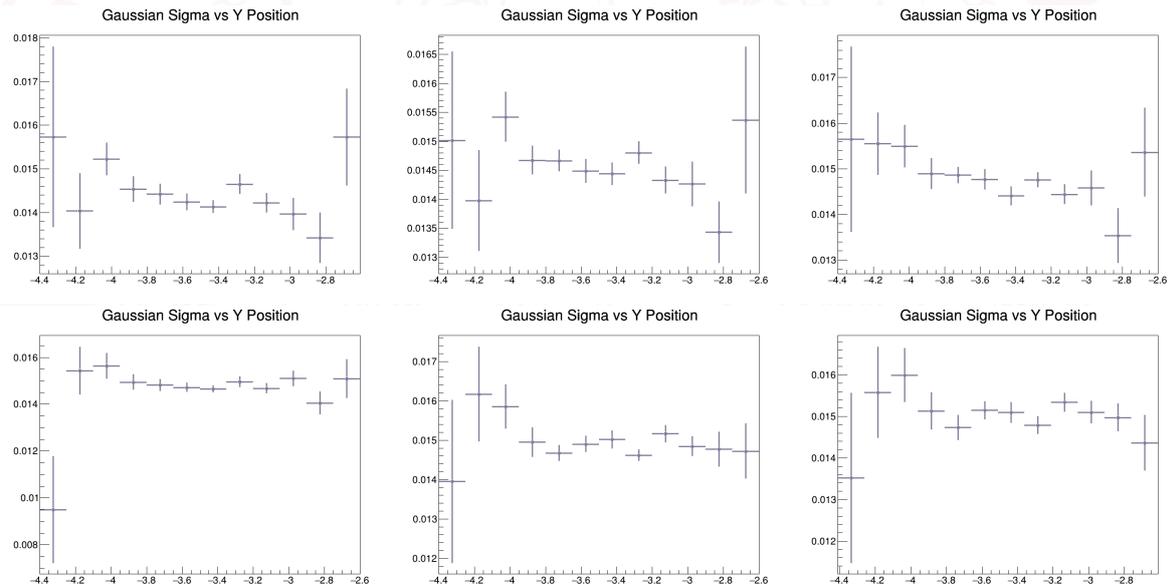


Figura 21: Andamento della risoluzione lungo Y (cm) al variare (intervalli del 5%) del guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 a 40GeV.

Il comportamento è lo stesso per ogni energia del fascio (vedi figura 29) fuorché per i dati a 100GeV; per quelli a 10GeV invece non è stato possibile ottenere risultati soddisfacenti, in quanto un minimo cambiamento al guadagno relativo di un qualsiasi cristallo rende estremamente inaffidabile l'interpolazione delle funzioni Crystal Ball.

Per i dati a energia 100GeV una correzione di questo tipo porta a risultati particolarmente insoddisfacenti in quanto anche piccolissime correzioni al guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 portano ad “un’esplosione” del deposito di energia nel calorimetro nella zona superiore del cristallo:

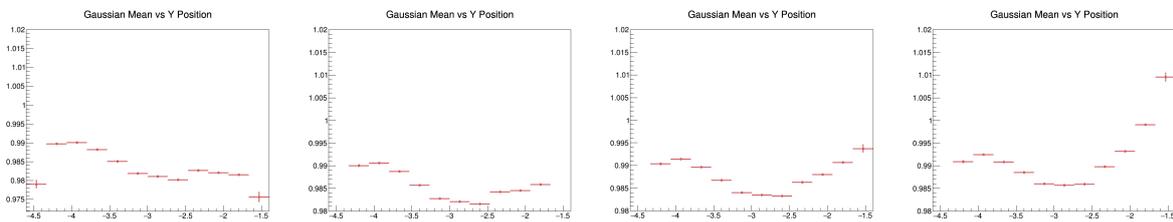


Figura 22: Deposito d’energia in funzione di Y (cm) al variare del guadagno relativo per i dati a 100GeV. In particolare cambiamento del 0%, 2%, 5%, 10%.

Si attribuisce questo comportamento, unico per i dati a 100GeV, alla forma intrinseca del fascio. Come si può vedere in figura 10, a quest’energia è presente una chiara struttura che causa un accumulo di eventi vicino al bordo superiore del cristallo (si nota infatti un evidente picco di conteggi nel grafico della proiezione lungo Y attorno attorno a $Y=-2$ cm). Questo accumulo anomalo causa una particolare sensibilità del deposito di energia al variare dei guadagni relativi dei cristalli 13-14-15 (in particolare il 14), visto il numero di eventi particolarmente elevato e molto vicino al bordo.

Non migliora nemmeno (anzi, peggiora sensibilmente) il profilo del deposito d’energia lungo Y (si confronti con i risultati ottenuti nella sezione 2.2-*Risposta del Calorimetro*): a 10GeV il valore di E/E_{beam} massimo è ancora sopra l’unità di oltre il 5%, e a 100GeV rimane al di sotto di circa 2%. La linearità continua a non venire rispettata.

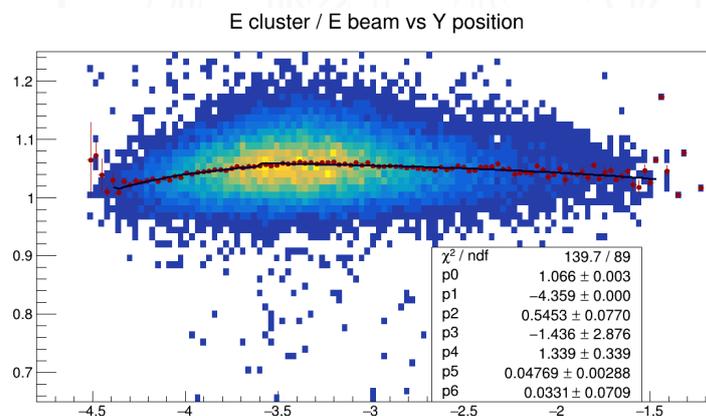


Figura 23: Profilo lungo Y (cm) dell’energia depositata con il fascio a 10GeV dopo una correzione del guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 del 10%: $p_0=1.066\pm 0.003$.

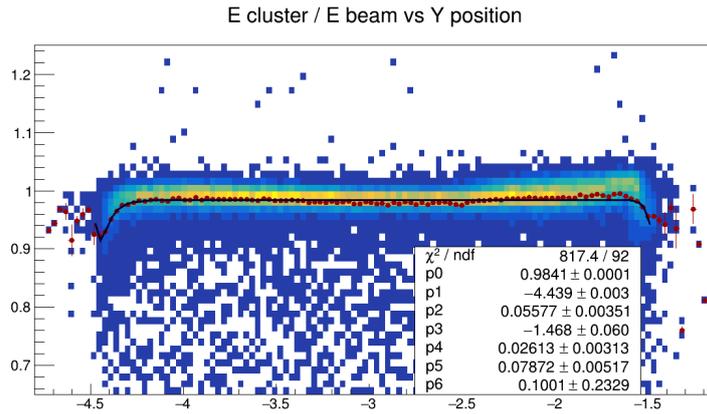


Figura 24: Profilo lungo Y (cm) dell'energia depositata con il fascio a 100GeV dopo una correzione del guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 del 10%: $p_0=0.9841\pm 0.0001$.

Si ripropone infine l'analisi radiale descritta in sezione 2.4-*Analisi Radiale* con correzione del guadagno dei cristalli come descritto sopra. Nonostante non si riesca a spostare completamente nel centro del cristallo ($R=0$) il massimo del deposito, una correzione del 25% riesce a portare le discrepanze fra i valori del centro e del bordo entro il quattro per mille.

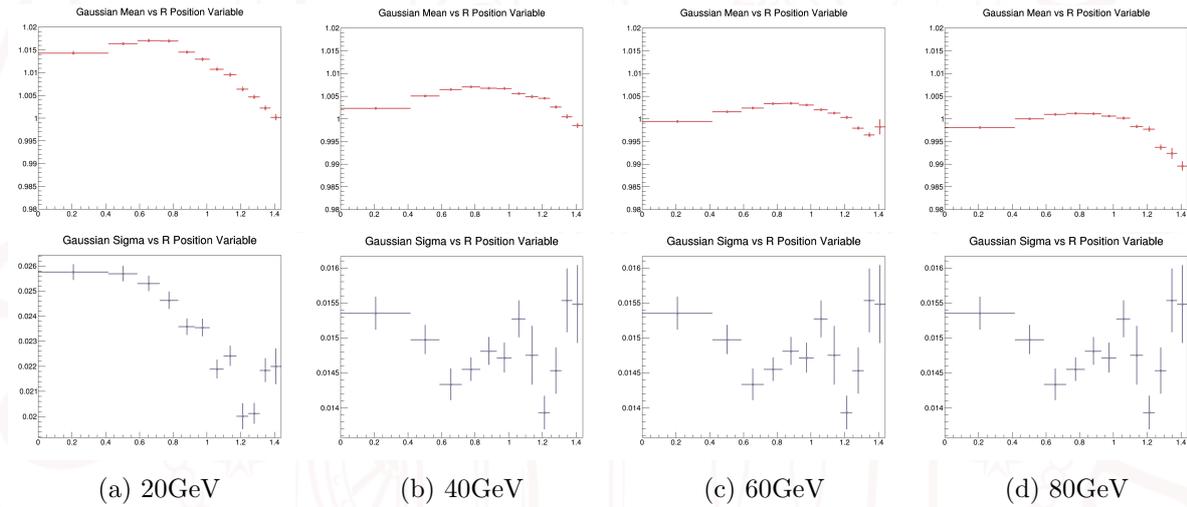


Figura 25: Massimo deposito di energia in funzione della coordinata radiale R (cm) e relativa σ a ogni energia con correzione del 25% del guadagno dei cristalli 13-14-15.

3 Conclusioni

I dati raccolti nel 2024 restituiscono risultati chiaramente peggiori rispetto a quelli acquisiti negli anni passati. In particolare si riscontra una risposta non lineare dello strumento e una peggior risoluzione in energia. Questo è attribuito alla presenza di effetti di perdita di energia anomali, e un conseguente errore di calibrazione. Infatti la tecnica utilizzata, ritenuta opportuna quando applicata in condizioni ottimali (cioè prendere come riferimento il cristallo centrale della matrice 5×5 e avere tutti e 25 i contatori attivi nel corso della calibrazione), restituisce risultati insoddisfacenti nel contesto dei dati analizzati in questo elaborato. È consigliato inoltre centrare il più possibile il fascio di particelle incidenti per minimizzare la probabilità di fuga di energia durante la calibrazione dello strumento.

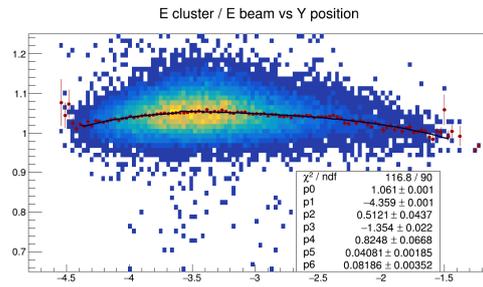
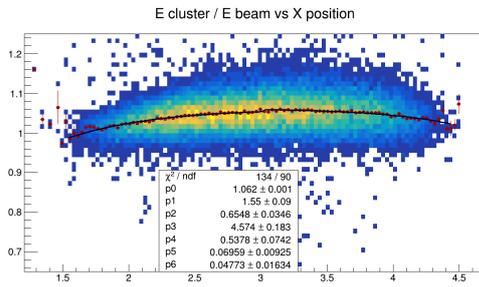
Si propone come correzione di ordine zero ai guadagni relativi dei cristalli 13-14-15 un aumento del 25%, che riporta entro il cinque per mille la differenza del deposito d'energia fra la regione centrale e quella di bordo.

Per ottenere risultati migliori si propone infine di ripetere lo studio correggendo il procedimento di calibrazione. Si può usare lo stesso metodo descritto nella sezione 2.1.1 utilizzando, invece che il massimo restituito dall'interpolazione della Crystal Ball, il massimo assoluto misurato dal singolo cristallo. In alternativa potrebbe essere utile cambiare completamente la tecnica di calibrazione, per esempio concentrandosi soltanto sulla griglia di cristalli 3×3 centrata attorno al cristallo 19 e calibrare utilizzando la tecnica di inversione di matrice.

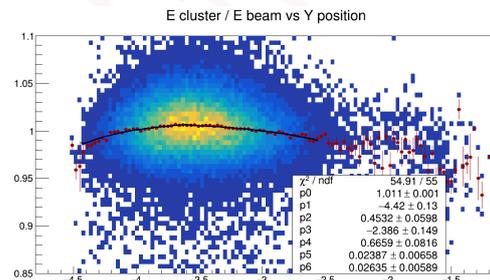
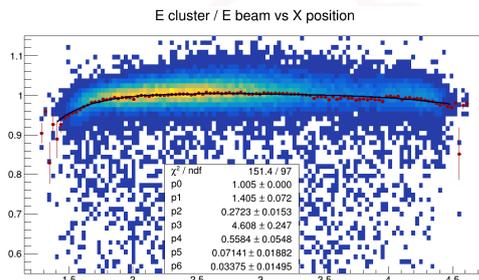
Riferimenti bibliografici

- [1] P. Kusch e H. M. Foley. “The Magnetic Moment of the Electron”. In: *Phys. Rev.* 74 (3 ago. 1948), pp. 250–263. DOI: [10.1103/PhysRev.74.250](https://doi.org/10.1103/PhysRev.74.250). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.74.250>.
- [2] D. P. Aguillard et al. “Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.20 ppm”. In: *Phys. Rev. Lett.* 131 (16 ott. 2023), p. 161802. DOI: [10.1103/PhysRevLett.131.161802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.131.161802). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.131.161802>.
- [3] T. Aoyama et al. “The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model”. In: *Physics Reports* 887 (2020). The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model, pp. 1–166. ISSN: 0370-1573. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.07.006>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157320302556>.
- [4] Particle Data Group et al. “Review of Particle Physics”. In: *Progress of Theoretical and Experimental Physics* 2022.8 (ago. 2022), p. 140. ISSN: 2050-3911. DOI: [10.1093/ptep/ptac097](https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097). eprint: <https://academic.oup.com/ptep/article-pdf/2022/8/083C01/49175539/ptac097.pdf>. URL: <https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097>.
- [5] Sara Cesare. “Calorimetry for MUonE”. In: (2022), p. 46. URL: <https://hdl.handle.net/20.500.12608/34647>.
- [6] John Erthal Gaiser. “Charmonium Spectroscopy From Radiative Decays of the J/ψ and ψ' ”. Other thesis. Ago. 1982, p. 178. URL: <https://www.slac.stanford.edu/cgi-bin/getdoc/slac-r-255.pdf>.
- [7] Arianna Pajola. “Analisi dei dati di test beam del calorimetro di MuOnE”. In: (2023), p. 11. URL: <https://hdl.handle.net/20.500.12608/53074>.

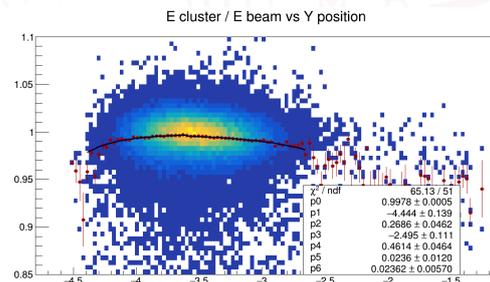
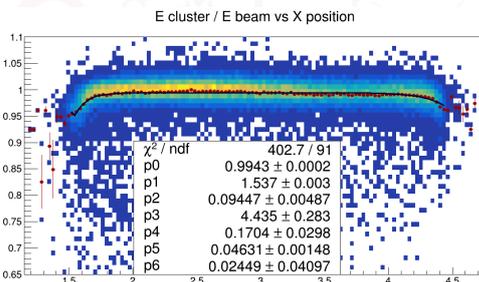
4 Appendice



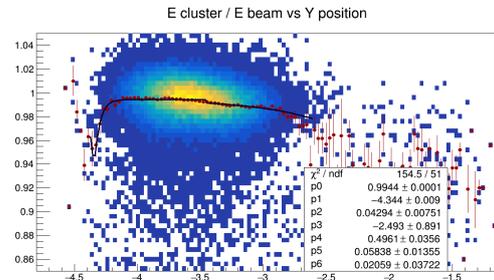
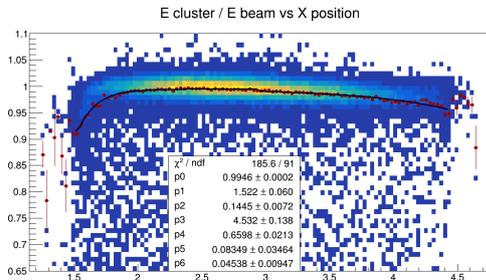
(a) 10GeV



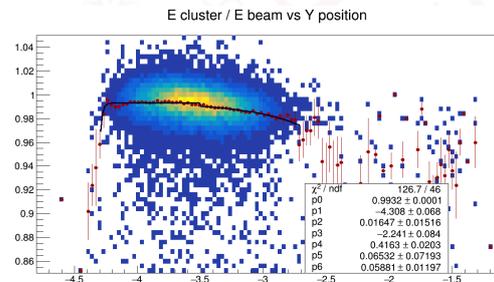
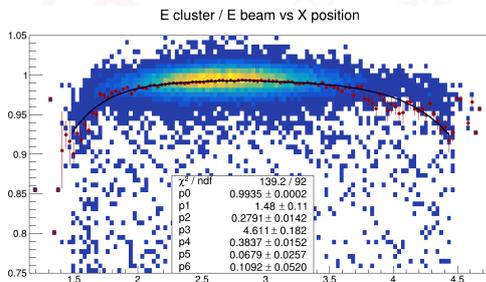
(b) 20GeV



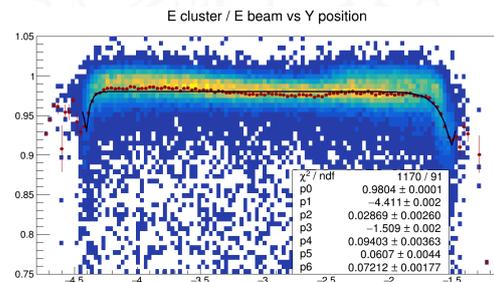
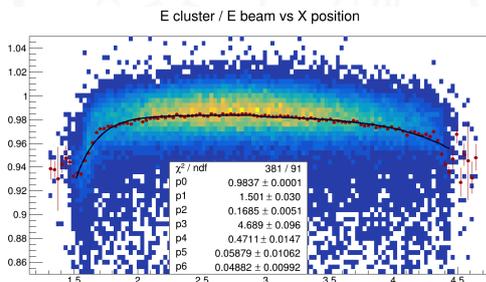
(c) 40GeV



(d) 60GeV

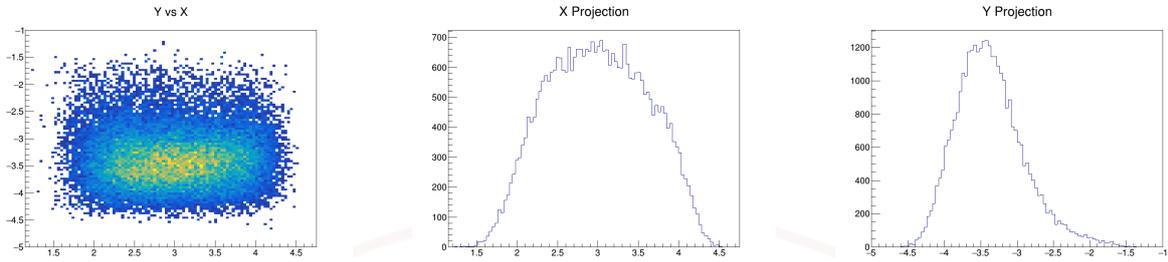


(e) 80GeV

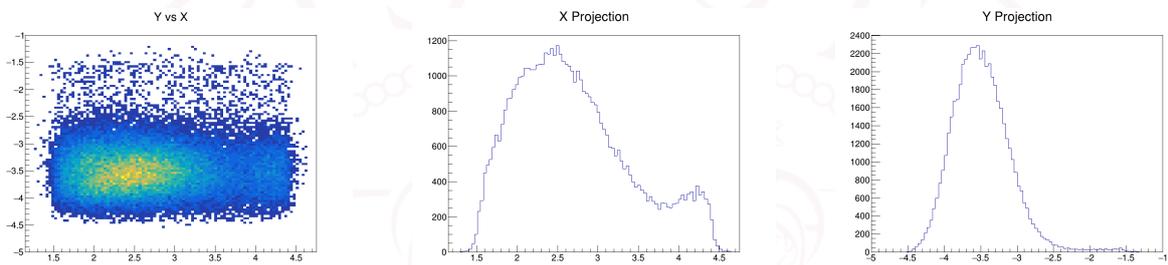


(f) 100GeV

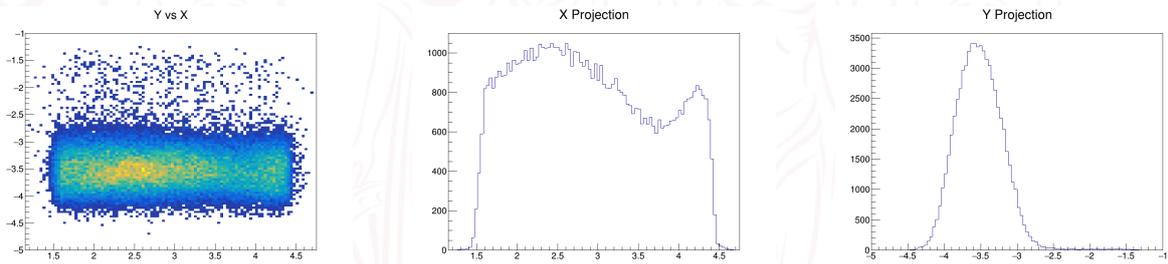
Figura 26: Percentuale energia rilasciata nel calorimetro in funzione di X (cm) e di Y (cm) per ogni energia del fascio.



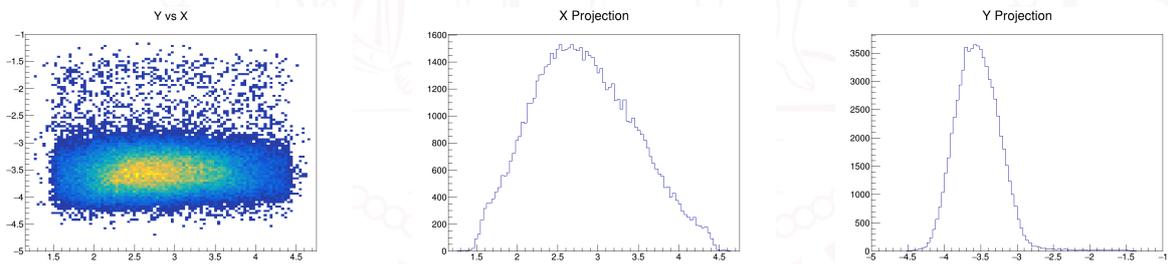
(a) 10GeV



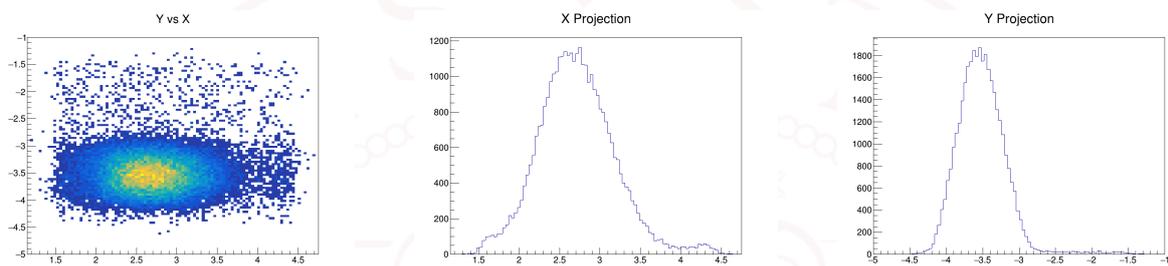
(b) 20GeV



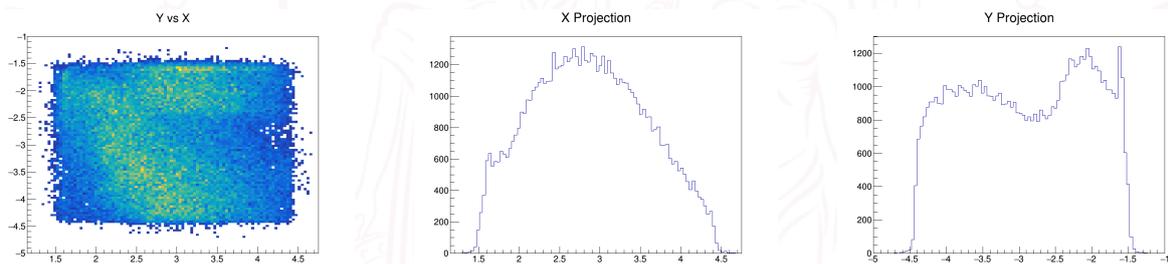
(c) 40GeV



(d) 60GeV



(e) 80GeV



(f) 100GeV

Figura 27: *Istogrammi bidimensionali dei conteggi registrati dal calorimetro in funzione di X (cm), Y (cm) e rispettive proiezioni lungo ogni direzione per ogni energia del fascio.*

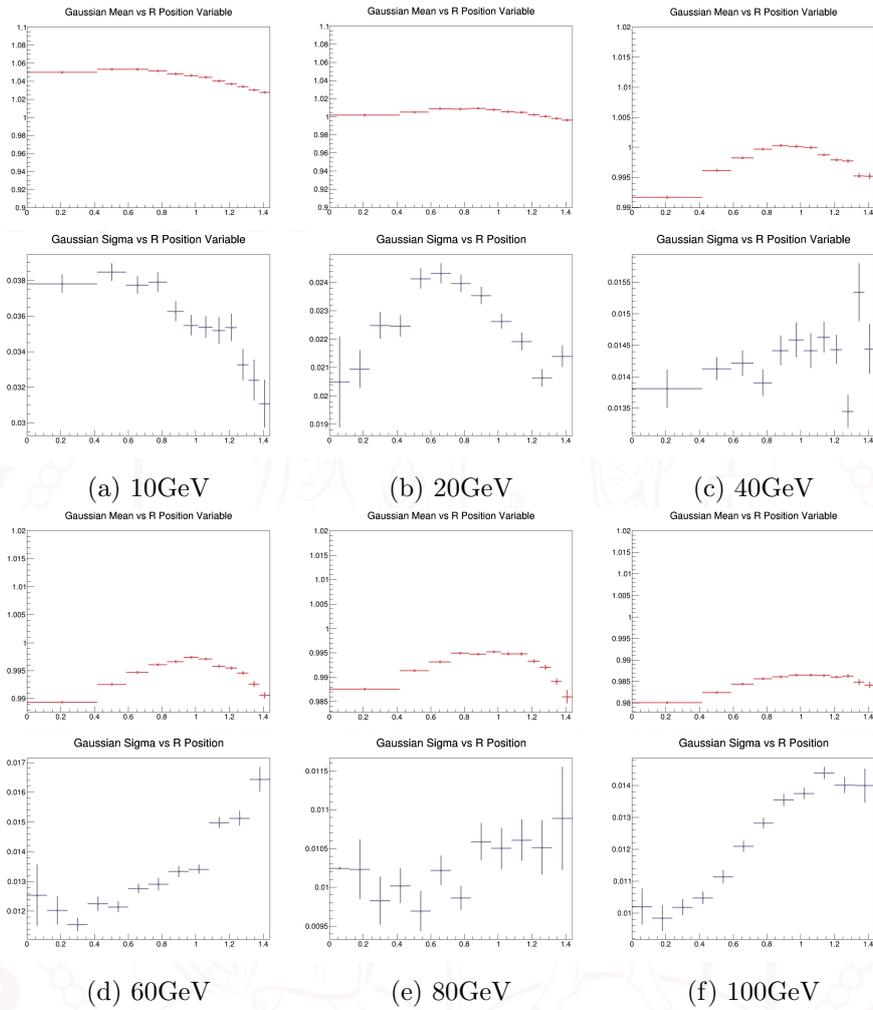
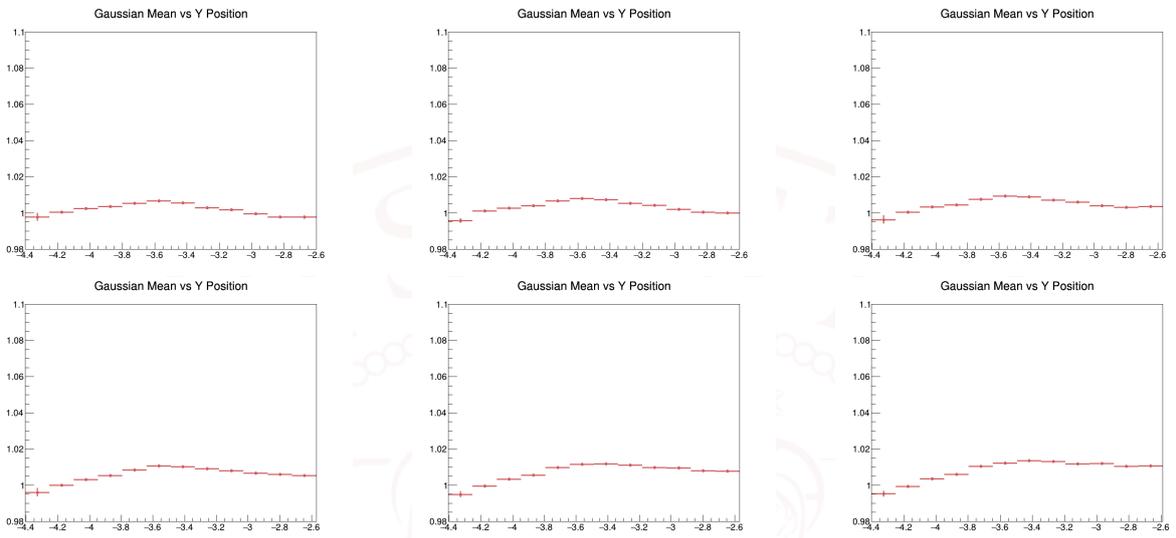
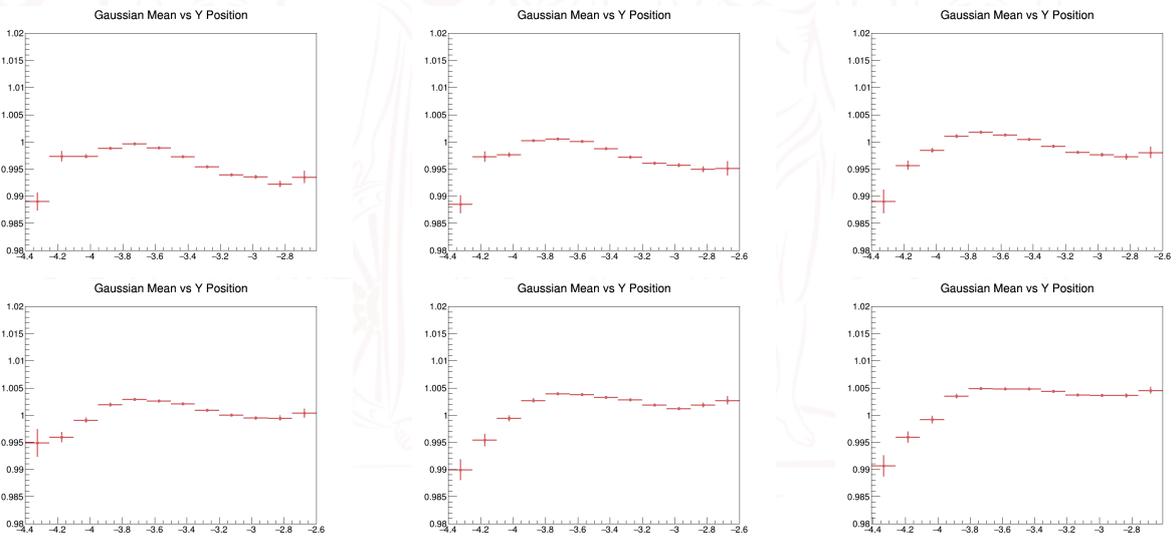


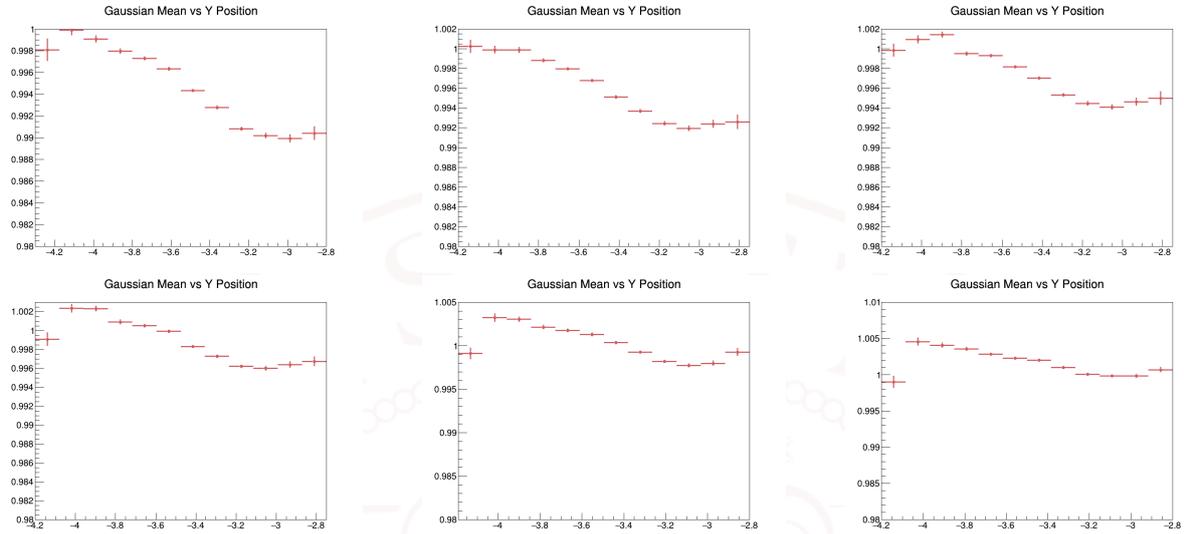
Figura 28: *Massimo deposito di energia in funzione della coordinata radiale R (cm) e relativa σ a ogni energia.*



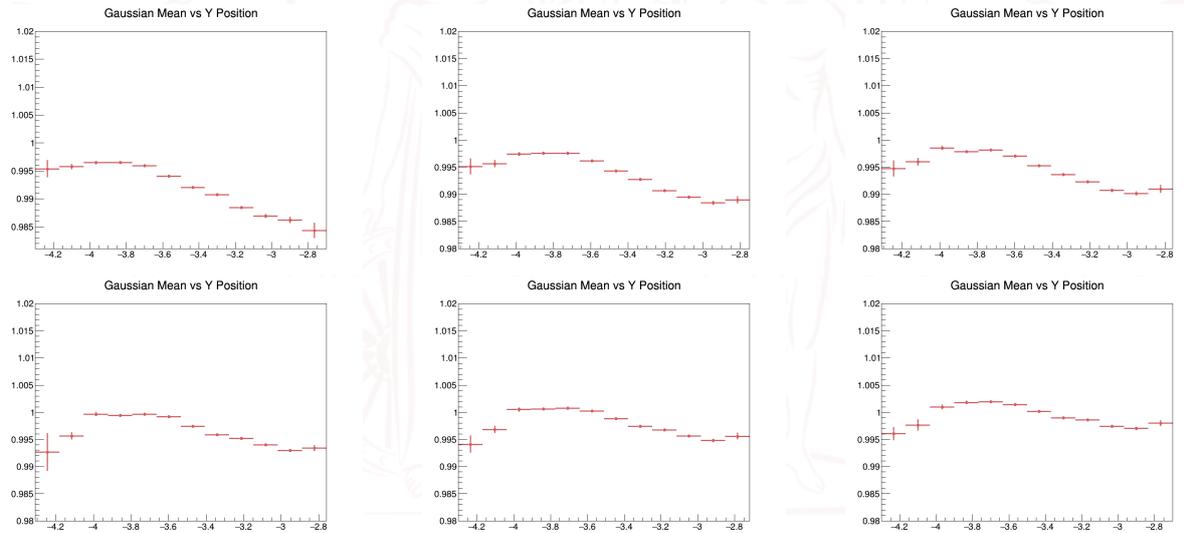
(a) 20GeV



(b) 40GeV

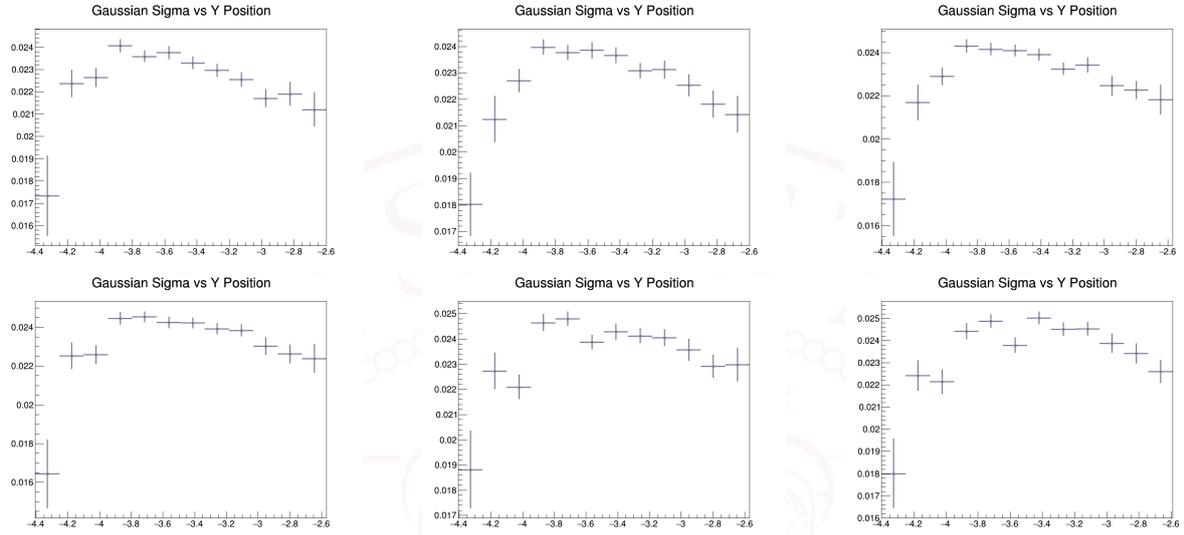


(c) 60GeV

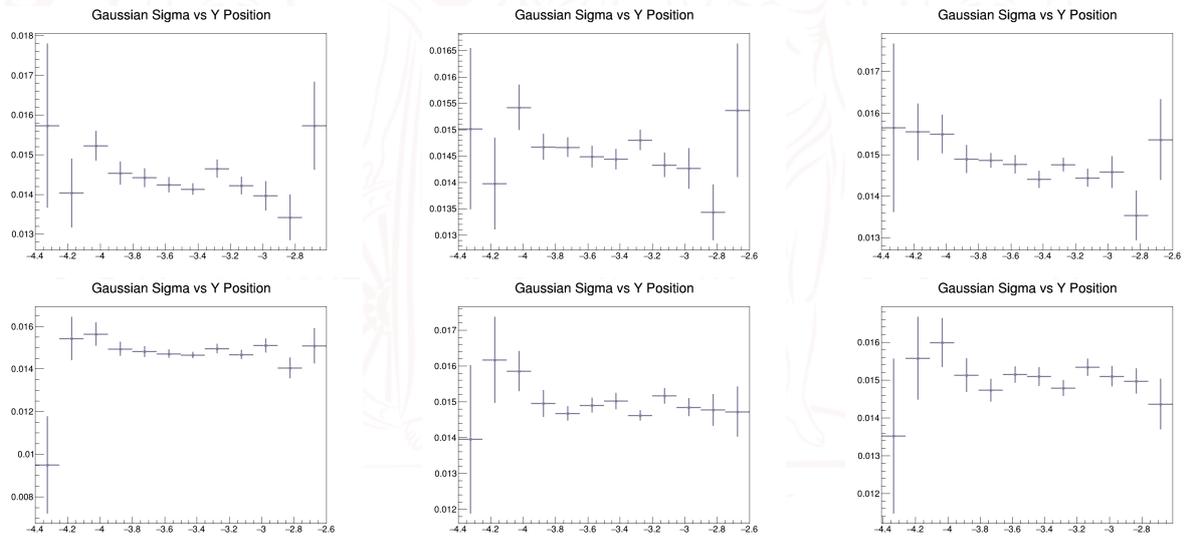


(d) 80GeV

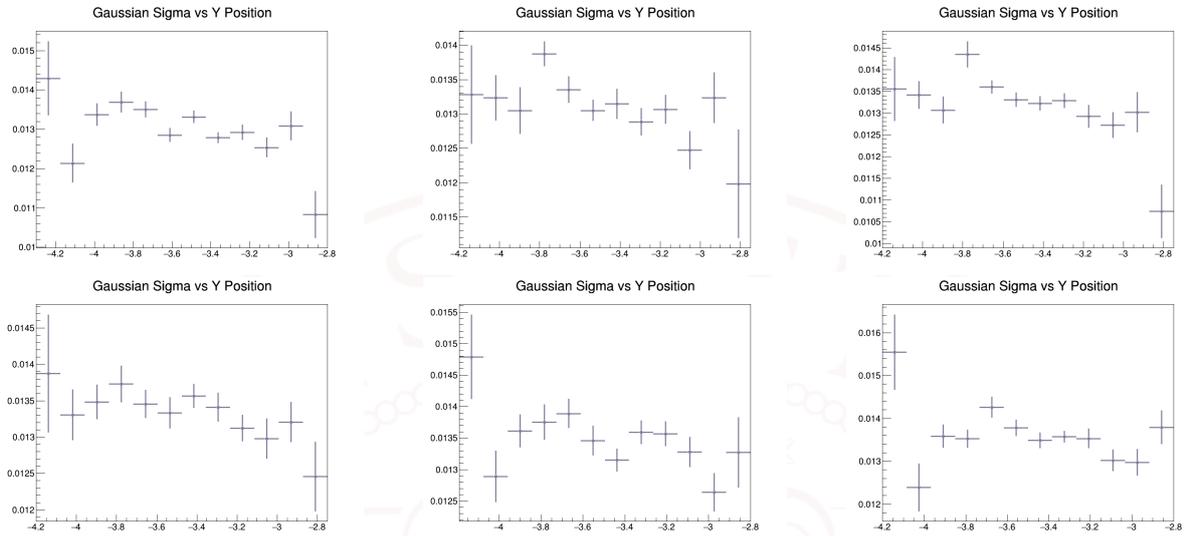
Figura 29: Andamento del deposito di energia lungo Y (cm) al variare (intervalli del 5%) del guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 per ogni energia del fascio.



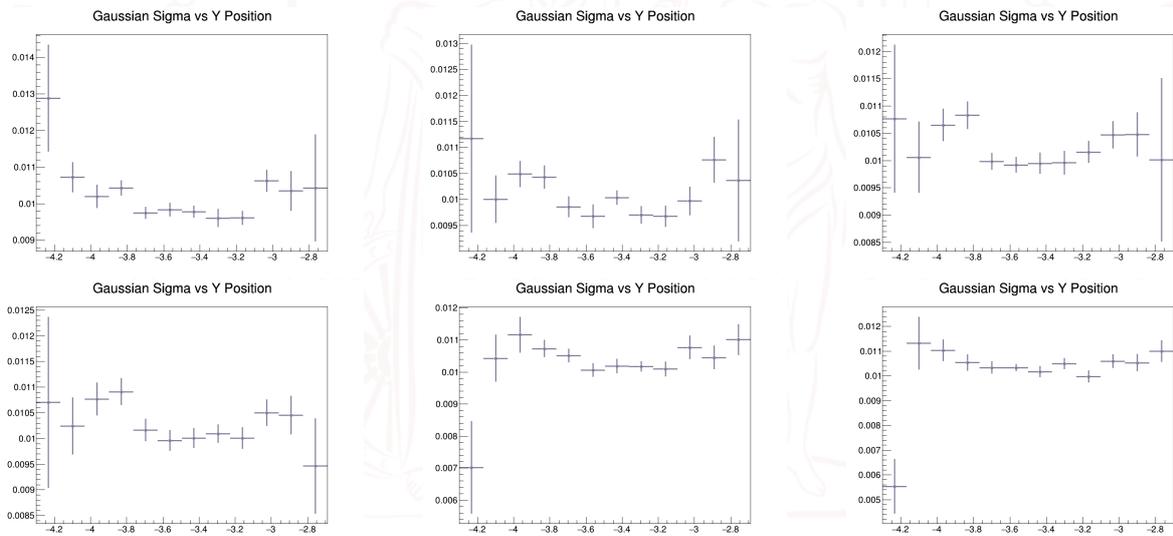
(a) 20GeV



(b) 40GeV



(c) 60 GeV



(d) 80 GeV

Figura 30: Andamento della σ lungo Y al variare (intervalli del 5%) del guadagno relativo dei cristalli 13-14-15 per ogni energia del fascio.