



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA  
**Dipartimento di Ingegneria Industriale DII**  
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

## **Relazione per la prova finale**

*Analisi cineto-dinamica e analisi FEM di una pala  
gommata*

*Kineto-dynamic analysis and FEM analysis of a wheel  
loader*

Tutor Universitario: Nicola Petrone

Tutor Aziendale: Simone Bernardini

Lorenzo Passarini 1196207

Anno Accademico 2022/2023

---

## INDEX

1.	Introduzione .....	5
2.	Descrizione meccanismi .....	5
3.	Analisi cinematica .....	10
3.1.	Analisi cinematica del quadrilatero A .....	10
3.2.	Analisi cinematica del quadrilatero B .....	11
3.3.	Analisi cinematica del quadrilatero C .....	13
4.	Analisi cineto-dinamica .....	15
4.1.	Reazioni vincolari dei perni .....	19
4.1.1.	Reazioni vincolari dei perni presenti sul braccio principale .....	20
4.1.2.	Reazioni vincolari dei perni presenti sul bilanciere del quadrilatero articolato A 22	
4.1.3.	Reazioni vincolari dei perni presenti sul bilanciere del quadrilatero articolato C 23	
5.	Analisi strutturali di particolari del cinematismo .....	25
5.1.	Preparazione del modello .....	26
5.1.1.	Braccio principale e bilancieri dei quadrilateri A e C .....	26
5.2.	Proprietà della Mesh e del materiale .....	28
5.3.	Vincoli e carichi applicati .....	32
5.3.1.	Vincoli .....	32
5.3.2.	Carichi applicati .....	34
5.4.	Risultati .....	38
5.4.1.	Braccio principale .....	38
5.4.2.	Bilanciere del quadrilatero A .....	40
5.4.3.	Bilanciere del quadrilatero C .....	41
6.	Conclusioni .....	42

---

## INDEX

---

Figure 1: Esempio di una coppia prismatica	5
Figure 2: Esempio di una coppia rotoidale	6
Figure 3: Schema di una catena cinematica chiusa e aperta	6
Figure 4: Esempio di un quadrilatero articolato	7
Figure 5: Applicazione del quadrilatero nel meccanismo di sterzo di un veicolo	7
Figure 6: Esempio di un quadrilatero applicato ad un meccanismo di sospensioni	8
Figure 7: Esempio di un quadrilatero impiegato per cambiare posizione alla lampada	8
Figure 8: Pala gommata JCB 457 HT	8
Figure 9: Quadrilateri che compongono l'assieme della pala gommata	9
Figure 10: Trasforzione di coordinate di un punto	15
Figure 11: Benna riempita a raso	17
Figure 11: Frame del primo step.	18
Figure 12: Frame del secondo step.	18
Figure 13: Vista laterale pala gommata con numerazione dei perni	19
Figure 14: Reazioni vincolari sul perno P1	20
Figure 15: Reazioni vincolari sul perno P3	20
Figure 16: Reazioni vincolari sul perno P6	21
Figure 17: Reazioni vincolari sul perno P8	21
Figure 18: Reazioni vincolari sul perno P12	22
Figure 19: Reazioni vincolari sul perno P3	22
Figure 20: Reazioni vincolari sul perno P4	23
Figure 21: Reazioni vincolari sul perno P7	23
Figure 22: Reazioni vincolari sul perno P8	24
Figure 23: Reazioni vincolari sul perno P9	24
Figure 24: Le parti dell'assieme che verranno analizzate, evidenziate in rosso	25
Figure 25: Modello del braccio principale	26
Figure 26: Modello bilanciante del quadrilatero A	26
Figure 27: Modello bilanciante del quadrilatero C	27
Figure 28: Braccio principale con relativa meshatura	28
Figure 29: Dettagli della mesh del braccio principale	28
Figure 30: Bilanciante del quadrilatero A con relativa meshatura	29
Figure 31: Dettagli della mesh del bilanciante del quadrilatero A	29
Figure 32: Bilanciante del quadrilatero C con relativa meshatura	30
Figure 33: Dettagli della mesh del bilanciante del quadrilatero C	30
Figure 34: Vincoli sul braccio principale	32
Figure 35: Vincoli sul bilanciante del quadrilatero A	33

---

INDEX

---

Figure 36: Vincoli sul bilanciore del quadrilatero C	33
Figure 37: Reazioni vincolari agenti sul braccio principale nell'istante $t = 0$ secondi	34
Figure 38: Reazioni vincolari agenti sul braccio principale nell'istante $t = 9.90$ secondi	35
Figure 39: Reazioni vincolari del bilanciore del quadrilatero A nell'istante $t = 0$ secondi	36
Figure 40: Reazioni vincolari del bilanciore del quadrilatero C nell'istante $t = 9.90$ secondi	37
Figure 41: Braccio principale, tensione Von Mises nell'istante $t = 0$ secondi	38
Figure 42: Zoom nell'area attorno al perno P3	38
Figure 43: Braccio principale, tensione Von Mises nell'istante $t = 9.90$ secondi	39
Figure 44. Bilanciore quadrilatero articolato A, tensione Von Mises nell'istante $t = 0$ secondi	40
Figure 45: Bilanciore del quadrilatero articolato C, tensione Von Mises nell'istante $t = 9.90$ secondi	41
Table 1: Proprietà dell'acciaio Weldox	31
Table 2: Tabella dei perni del braccio principale con le reazioni vincolari relative all'istante $t = 0$ secondi	34
Table 3: Tabella dei perni del braccio principale con le reazioni vincolari relative all'istante $t = 9.90$ secondi	35
Table 4: Tabella dei perni del bilanciore del quadrilatero A con le reazioni vincolari relative all'istante $t = 0$ secondi	36
Table 5: Tabella dei perni del bilanciore del quadrilatero C con le reazioni vincolari relative all'istante $t = 9.90$ secondi	37

---

## 1. Introduzione

L'obiettivo di questa tesi è quello di eseguire una serie di analisi ai vari meccanismi, più nello specifico ai quadrilateri articolati, che compongono una pala gommata, dove come prima analisi è prevista un'analisi cinetamitca, che ha lo scopo di andare a determinare le equazioni che descrivono il meccanismo, seguita da un'analisi cineto-dinamica con lo scopo di ottenere le varie forze ed eventuali momenti che agiscono su di esso, infine verrà eseguita l'analisi degli elementi finiti, detta anche analisi FEM per determinare le zone più sollecitate durante un operazione di carico e scarico. Il modello e le seguenti analisi sono stati effettuati su un modello realizzato mediante il software SolidWorks e con i suoi relativi add-ins.

## 2. Descrizione meccanismi

Un meccanismo è un sistema di corpi progettato per convertire il moto di uno o più corpi in un movimento determinato da altri corpi. Sono caratterizzati da uno o più gradi di libertà, che rappresentano di movimento nello spazio di un corpo. Il numero di gradi di libertà si determina mediante l'equazione di Grübler che è pari a:

$$n^{\circ} G. d. L. = 3(n - 1) - 2 * C_1 - C_2$$

Dove:

- $n$  = è il numero di corpi da cui è composto il meccanismo
- $C_1$  = è il numero di coppie cinematiche di primo ordine (es: coppie rotoidali o prismatiche)
- $C_2$  = è il numero di coppie cinematiche di secondo ordine (es: accoppiamenti di forma come le camme)

Il meccanismo è costituito da corpi e dalle coppie cinematiche, dove le coppie cinematiche sono elementi di collegamento e che hanno il compito di trasmettere il moto. Le più comuni sono le coppie rotoidali, che consentono la rotazione di un corpo rispetto ad un altro, e le coppie prismatiche, che consentono la traslazione di un corpo rispetto ad un altro, mentre i corpi sono gli elementi rigidi del meccanismo, dove la loro lunghezza può rimanere costante o variare nel tempo.

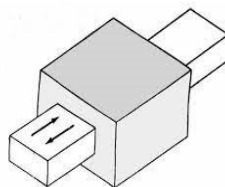


Figure 1: Esempio di una coppia prismatica

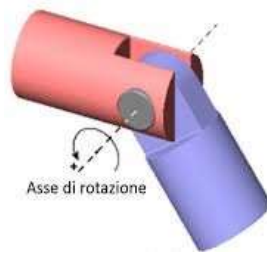


Figure 2: Esempio di una coppia rotoidale

Vengono denominati catena cinematica quando un membro del meccanismo è fisso a telaio, ovvero non può traslare e ruotare nello spazio. La catena cinematica può essere aperta, ovvero non si viene a creare un poligono chiuso, dove l'ultima coppia cinematica non si congiunge con la rispettiva coppia a telaio, oppure può essere chiusa dove si viene a formare un poligono chiuso.

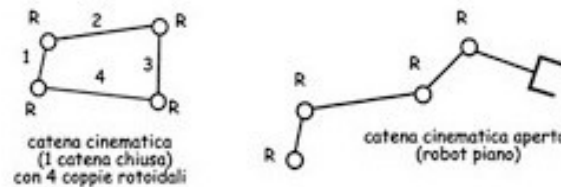


Figure 3: Schema di una catena cinematica chiusa e aperta

Questa tesi si concentra su un particolare meccanismo, detto quadrilatero articolato, composto da quattro corpi e da altrettante coppie rotoidali e caratterizzato da un grado di libertà. I vari corpi che compongono il quadrilatero articolato possono essere denominati manovella, biella o bilanciere, questo a seconda del movimento che gli è consentito fare durante il moto.

Si applica l'equazione di Grübler per dimostrare che è un meccanismo ad un grado di libertà:

$$n^{\circ} G. d. L. = 3(4 - 1) - 2 * 4 - 0 = 1 G. d. L.$$

La manovella è quell'elemento del meccanismo avente due coppie rotoidali alle sue estremità, di cui una fissa a telaio, che compie una rotazione completa attorno al vincolo del telaio, mentre viene detto bilanciere quell'elemento, con una coppia rotoidale a telaio, che oscilla attorno alla sua posizione, infine la biella è quell'elemento costituito da due coppie rotoidali non vincolate a telaio, che ha il compito di convertire il moto rotativo in moto traslatorio.

Il quadrilatero articolato è un meccanismo dalle innumerevoli applicazioni, in quanto si vuole sfruttare la rotazione oppure l'oscillazione di un elemento del cinematismo.

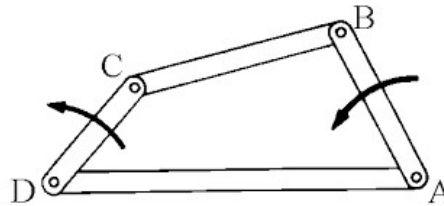


Figure 4: Esempio di un quadrilatero articolato

In base al moto e alle lunghezze dei membri collegati a telaio, il quadrilatero assume diverse configurazioni che sono:

- A doppio bilanciere
- A doppia manovella
- A manovella e bilanciere

Per individuare il tipo di quadrilatero si può ricorrere alle regole di Grashof, dove si verifica se:

$$l_{MAX} + l_{MIN} < l_3 + l_4$$

Dove  $l_{MAX}$  e  $l_{MIN}$  sono rispettivamente la lunghezza del lato più lungo e del lato più corto del meccanismo, mentre  $l_3$  e  $l_4$  sono le lunghezze degli altri due lati.

Se verificata il quadrilatero è detto di Grashof e valgono le seguenti regole:

- Se il telaio è il membro più corto, si ha un quadrilatero a doppia manovella.
- Se la biella è il membro più corto, si ha un quadrilatero a doppio bilanciere.
- Se il membro più corto è collegato al telaio, allora il quadrilatero ha una manovella, che corrisponde all'asta più corta, e un bilanciere.

Se la disequazione scritta precedentemente non è verificata, allora il quadrilatero non è di Grashof ed è sempre a doppio bilanciere e rispetta questa condizione:

$$l_{MAX} + l_{MIN} > l_3 + l_4$$

Il quadrilatero articolato è un meccanismo che può essere impiegato in svariate applicazioni, ad esempio lo si può trovare nello sterzo di un autoveicolo, che in questo caso assume una configurazione particolare in quanto è un quadrilatero a doppio bilanciere, in quanto si sfrutta l'oscillazione dei bilancieri durante la fase di sterzata.

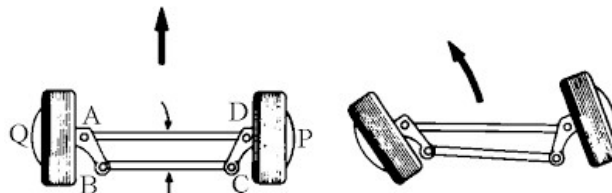


Figure 5: Applicazione del quadrilatero nel meccanismo di sterzo di un veicolo

Sempre nell'ambito dell'autoveicolo lo si può trovare nelle sospensioni:

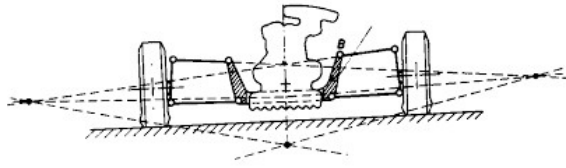


Figure 6: Esempio di un quadrilatero applicato ad un meccanismo di sospensioni

Questo meccanismo trova impiego anche negli oggetti che vengono utilizzati nel quotidiano, come nella lampada da tavolo:

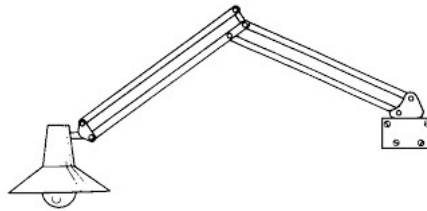


Figure 7: Esempio di un quadrilatero impiegato per cambiare posizione alla lampada

Oppure lo si può trovare nelle macchine movimento terra, dove sono presenti più di un quadrilatero articolato, che hanno il compito di far ruotare e alzare o abbassare, a seconda delle esigenze, la benna e sarà su questa applicazione che si focalizza questa tesi. Tutto l'assieme è stato realizzato in ambiente SolidWorks prendendo spunto dalla pala JCB 457 HT, dove si può vedere nell'immagine successiva.



Figure 8: Pala gommata JCB 457 HT



Si è scelto di focalizzarsi sulle macchine movimento terra in quanto il loro funzionamento è legato all'utilizzo dei quadrilateri articolati, dove nella pala che si andrà ad analizzare ne sono presenti tre, come indicati nella Figure 9:

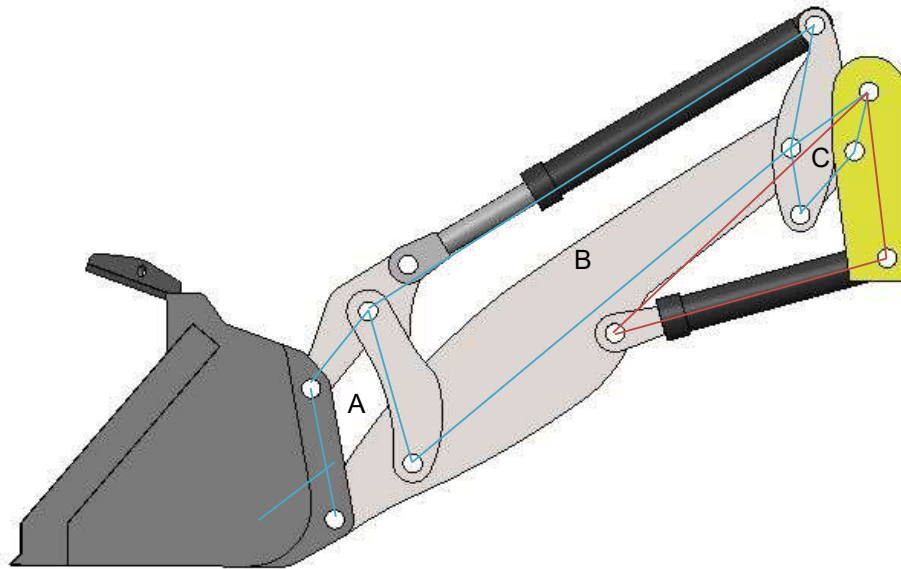


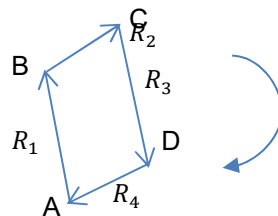
Figure 9: Quadrilateri che compongono l'assieme della pala gommata

Il triangolo in rosso è una diade di prima specie, che ha il compito di sollevare o abbassare tutta la pala, che però non verrà trattata in questa tesi.

### 3. Analisi cinematica

Consiste nel determinare le equazioni algebriche che descrivono le caratteristiche del moto, ovvero la variazione di posizione, velocità e accelerazione di un corpo o di un punto specifico del meccanismo nel tempo. Per ottenere questo insieme di equazioni il primo passo è quello di rappresentare il meccanismo in un poligono di chiusura e successivamente nella rappresentazione vettoriale. Nella rappresentazione vettoriale il verso dei vettori viene scelto in modo arbitrario, mentre per quanto riguarda gli angoli è buona norma prenderli dalla base del vettore e in senso antiorario, così facendo gli angoli sono positivi. Il passo successivo è quello di scrivere l'equazione di chiusura del corrispondente poligono di chiusura, dove si ipotizza un senso di rotazione e il vettore avrà segno positivo se concorde con il senso di rotazione, oppure negativo se discorde.

#### 3.1. Analisi cinematica del quadrilatero A



Si ipotizza un verso di rotazione orario e la corrispondente equazione di chiusura è pari a:

$$R_1 + R_2 - R_3 - R_4 = 0$$

Dove il singolo vettore  $R_i$  può essere scritto come:

$$R_i = a_i \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_i \\ \sin\vartheta_i \end{Bmatrix}$$

In questo modo si possono ricavare le equazioni di posizione del quadrilatero articolato, dove sono note a priori:

- Le lunghezze dei membri che compongono il meccanismo,
- Il membro  $a_3$  è il movente, di conseguenza è noto l'angolo  $\vartheta_3$ ,
- I punti A e D sono i punti a telaio, perciò la loro posizione è nota.

$$a_1 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_1 \\ \sin\vartheta_1 \end{Bmatrix} + a_2 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_2 \\ \sin\vartheta_2 \end{Bmatrix} - a_3 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_3 \\ \sin\vartheta_3 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_D \\ y_D \end{Bmatrix} = 0$$

Le incognite di queste equazioni sono  $\vartheta_1$  e  $\vartheta_2$ , che possono essere facilmente ricavate mediante il teorema di Carnot.

Per determinare le equazioni di velocità, si derivano le equazioni di posizione rispetto al tempo.

Il termine  $\begin{Bmatrix} x_D \\ y_D \end{Bmatrix}$  ha derivata nulla in quanto è l'elemento fermo a telaio e la sua posizione nel tempo è costante.

Si ottiene:

$$a_1 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_1 \\ \cos\vartheta_1 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_1 + a_1 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_1 \\ \sin\vartheta_1 \end{Bmatrix} + a_2 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_2 \\ \cos\vartheta_2 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_2 + a_2 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_2 \\ \sin\vartheta_2 \end{Bmatrix} - a_3 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_3 \\ \cos\vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3 - a_3 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_3 \\ \sin\vartheta_3 \end{Bmatrix} = 0$$

Dove i termini  $a_1, a_2, a_3$  sono nulli, in quanto anche  $a_1, a_2, a_3$  sono costanti nel tempo. Le incognite sono  $\dot{\vartheta}_1$  e  $\dot{\vartheta}_2$  e si possono determinare mediante la matrice delle velocità. Questa matrice si determina portando da una parte dell'uguale tutti i termini moltiplicati per le incognite, mentre dall'altra parte ci sono tutti i termini noti:

$$\begin{bmatrix} -a_1 \sin \vartheta_1 & -a_2 \sin \vartheta_2 \\ a_1 \cos \vartheta_1 & a_2 \cos \vartheta_2 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta}_1 \\ \dot{\vartheta}_2 \end{Bmatrix} = a_3 \begin{Bmatrix} -\sin \vartheta_3 \\ \cos \vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3$$

Dove facendo l'inversa della matrice si possono ottenere le equazioni per determinare le velocità.

L'inversa di una matrice 2x2 è pari a:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ dove l'inversa di } A \text{ è pari a } A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} * \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} * \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

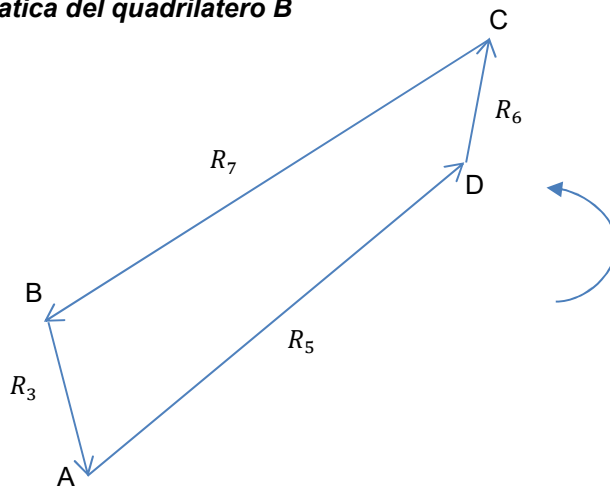
Se si vogliono conoscere le equazioni di accelerazione si possono derivare le equazioni della velocità. Per ottenerle si deriva rispetto al tempo:

$$a_1 \begin{Bmatrix} -\cos \vartheta_1 \\ -\sin \vartheta_1 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_1^2 + a_1 \begin{Bmatrix} -\sin \vartheta_1 \\ \cos \vartheta_1 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_1 + a_2 \begin{Bmatrix} -\cos \vartheta_2 \\ -\sin \vartheta_2 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_2^2 + a_2 \begin{Bmatrix} -\sin \vartheta_2 \\ \cos \vartheta_2 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_2 - a_3 \begin{Bmatrix} -\cos \vartheta_3 \\ -\sin \vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3^2 - a_3 \begin{Bmatrix} -\sin \vartheta_3 \\ \cos \vartheta_3 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_3 = 0$$

Dove, anche qui, per determinare le accelerazioni si portano le incognite, che sono  $\ddot{\vartheta}_1$  e  $\ddot{\vartheta}_2$ , da una parte dell'uguale, mentre dall'altra parte si portano tutti i termini noti:

$$\begin{bmatrix} -a_1 \sin \vartheta_1 & -a_2 \sin \vartheta_2 \\ a_1 \cos \vartheta_1 & a_2 \cos \vartheta_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_1 \\ \ddot{\vartheta}_2 \end{Bmatrix} = a_1 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_1 \\ \sin \vartheta_1 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_1^2 + a_2 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_2 \\ \sin \vartheta_2 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_2^2 - a_3 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_3 \\ \sin \vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3^2 + a_3 \begin{Bmatrix} -\sin \vartheta_3 \\ \cos \vartheta_3 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_3$$

### 3.2. Analisi cinematica del quadrilatero B



Si ipotizza un verso di rotazione antiorario e la corrispondente equazione di chiusura è pari a:

$$R_3 + R_5 + R_6 + R_7 = 0$$

Si possono determinare le equazioni di posizione, sapendo che le coppie rotoidali fisse a telaio sono A e D:

$$a_3 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_3 \\ \sin \vartheta_3 \end{Bmatrix} + a_6 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_6 \\ \sin \vartheta_6 \end{Bmatrix} + a_7 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_7 \\ \sin \vartheta_7 \end{Bmatrix} + a_5 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_5 \\ \sin \vartheta_5 \end{Bmatrix} = 0$$

L'analisi cinematica del membro  $R_3$  è nota dalla precedente analisi del quadrilatero A.

## Chapter 3: Analisi cinematica

Le incognite di queste equazioni sono  $\vartheta_6$  e  $\vartheta_7$ , che possono essere facilmente ricavate mediante il teorema di Carnot.

Per determinare le equazioni di velocità, si derivano le equazioni di posizione rispetto al tempo.

Il termine  $a_5 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_5 \\ \sin\vartheta_5 \end{Bmatrix}$  ha derivata nulla in quanto è l'elemento fermo a telaio e la sua posizione nel tempo è costante.

Si ottiene:

$$a_3 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_3 \\ \cos\vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3 + a_3 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_3 \\ \sin\vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{a}_3 + a_6 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_6 \\ \cos\vartheta_6 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_6 + a_6 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_6 \\ \sin\vartheta_6 \end{Bmatrix} \dot{a}_6 + a_7 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_7 \\ \cos\vartheta_7 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_7 + a_7 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_7 \\ \sin\vartheta_7 \end{Bmatrix} \dot{a}_7 = 0$$

Dove i termini  $\dot{a}_3$ ,  $\dot{a}_6$ , sono nulli, in quanto anche  $a_3$ ,  $a_6$ , sono costanti nel tempo, mentre  $\dot{a}_6$  è nota in quanto è la velocità imposta al pistone.

Le incognite sono  $\dot{\vartheta}_6$  e  $\dot{\vartheta}_7$  e si possono determinare mediante la matrice delle velocità. Questa matrice si determina portando da una parte dell'uguale tutti i termini moltiplicati per le incognite, mentre dall'altra parte ci sono tutti i termini noti:

$$\begin{bmatrix} -a_6 \sin\vartheta_6 & -a_7 \sin\vartheta_7 \\ a_6 \cos\vartheta_6 & a_7 \cos\vartheta_7 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta}_6 \\ \dot{\vartheta}_7 \end{Bmatrix} = -a_3 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_3 \\ \cos\vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3 - \dot{a}_6 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_6 \\ \sin\vartheta_6 \end{Bmatrix}$$

Dove facendo l'inversa della matrice si possono ottenere le equazioni per determinare le velocità.

L'inversa di una matrice 2x2 è pari a:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ dove l'inversa di } A \text{ è pari a } A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} * \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} * \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

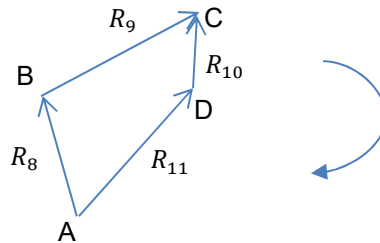
Se si vogliono conoscere le equazioni di accelerazione si possono derivare le equazioni della velocità. Per ottenerle si deriva rispetto al tempo:

$$a_3 \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_3 \\ -\sin\vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3^2 + a_3 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_3 \\ \cos\vartheta_3 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_3 + a_6 \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_6 \\ -\sin\vartheta_6 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_6^2 + a_6 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_6 \\ \cos\vartheta_6 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_6 + \dot{a}_6 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_6 \\ \sin\vartheta_6 \end{Bmatrix} \\ + a_7 \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_7 \\ -\sin\vartheta_7 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_7^2 + a_7 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_7 \\ \cos\vartheta_7 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_7 = 0$$

Dove, anche qui, per determinare le accelerazioni si portano le incognite, che sono  $\ddot{\vartheta}_6$  e  $\ddot{\vartheta}_7$ , da una parte dell'uguale, mentre dall'altra parte si portano tutti i termini noti:

$$\begin{bmatrix} -a_6 \sin\vartheta_6 & -a_7 \sin\vartheta_7 \\ a_6 \cos\vartheta_6 & a_7 \cos\vartheta_7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_6 \\ \ddot{\vartheta}_7 \end{Bmatrix} = -a_3 \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_3 \\ -\sin\vartheta_3 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_3^2 - \dot{a}_6 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_6 \\ \sin\vartheta_6 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_6^2 - a_7 \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_7 \\ -\sin\vartheta_7 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_7^2 \\ - a_3 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_3 \\ \cos\vartheta_3 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_3 - \dot{a}_6 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_6 \\ \sin\vartheta_6 \end{Bmatrix}$$

### 3.3. Analisi cinematica del quadrilatero C



Si ipotizza un verso di rotazione orario e la corrispondente equazione di chiusura è pari a:

$$R_8 + R_9 - R_{10} - R_{11} = 0$$

Si possono determinare le equazioni di posizione, sapendo che le coppie rotoidali fisse a telaio sono C e D e il movente è il membro  $R_9$ :

$$a_8 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_8 \\ \sin\vartheta_8 \end{Bmatrix} + a_9 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_9 \\ \sin\vartheta_9 \end{Bmatrix} - a_{10} \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_{10} \\ \sin\vartheta_{10} \end{Bmatrix} - a_{11} \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_{11} \\ \sin\vartheta_{11} \end{Bmatrix} = 0$$

Le incognite di queste equazioni sono  $\vartheta_6$  e  $\vartheta_7$ , che possono essere facilmente ricavate mediante il teorema di Carnot.

Per determinare le equazioni di velocità, si derivano le equazioni di posizione rispetto al tempo.

Il termine  $a_{10} \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_{10} \\ \sin\vartheta_{10} \end{Bmatrix}$  ha derivata nulla in quanto è l'elemento fermo a telaio e la sua posizione nel tempo è costante.

Si ottiene:

$$a_8 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_8 \\ \cos\vartheta_8 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_8 + a_8 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_8 \\ \sin\vartheta_8 \end{Bmatrix} + a_9 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_9 \\ \cos\vartheta_9 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_9 + a_9 \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_9 \\ \sin\vartheta_9 \end{Bmatrix} - a_{11} \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_{11} \\ \cos\vartheta_{11} \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_{11} - a_{11} \begin{Bmatrix} \cos\vartheta_{11} \\ \sin\vartheta_{11} \end{Bmatrix} = 0$$

Dove i termini  $a_8$ ,  $a_9$ ,  $a_{11}$  sono nulli, in quanto anche  $a_8$ ,  $a_9$ ,  $a_{11}$  sono costanti nel tempo. Le incognite sono  $\dot{\vartheta}_8$  e  $\dot{\vartheta}_{11}$  e si possono determinare mediante la matrice delle velocità. Questa matrice si determina portando da una parte dell'uguale tutti i termini moltiplicati per le incognite, mentre dall'altra parte ci sono tutti i termini noti:

$$\begin{bmatrix} -a_8 \sin\vartheta_8 & -a_{11} \sin\vartheta_{11} \\ a_8 \cos\vartheta_8 & a_{11} \cos\vartheta_{11} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta}_8 \\ \dot{\vartheta}_{11} \end{Bmatrix} = -a_9 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_9 \\ \cos\vartheta_9 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_9$$

Dove facendo l'inversa della matrice si possono ottenere le equazioni per determinare le velocità.

L'inversa di una matrice 2x2 è pari a:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ dove l'inversa di } A \text{ è pari a } A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} * \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} * \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Se si vogliono conoscere le equazioni di accelerazione si possono derivare le equazioni della velocità. Per ottenerle si deriva rispetto al tempo:

$$a_8 \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_8 \\ -\sin\vartheta_8 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_8^2 + a_8 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_8 \\ \cos\vartheta_8 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_8 + a_9 \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_9 \\ -\sin\vartheta_9 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_9^2 + a_9 \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_9 \\ \cos\vartheta_9 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_9 - a_{11} \begin{Bmatrix} -\cos\vartheta_{11} \\ -\sin\vartheta_{11} \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_{11}^2 - a_{11} \begin{Bmatrix} -\sin\vartheta_{11} \\ \cos\vartheta_{11} \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_{11} = 0$$

Dove, anche qui, per determinare le accelerazioni si portano le incognite, che sono  $\ddot{\vartheta}_8$  e  $\ddot{\vartheta}_{11}$ , da una parte dell'uguale, mentre dall'altra parte si portano tutti i termini noti:

$$\begin{bmatrix} -a_8 \sin \vartheta_8 & a_{11} \sin \vartheta_{11} \\ a_8 \cos \vartheta_8 & -a_{11} \cos \vartheta_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_8 \\ \ddot{\vartheta}_{11} \end{Bmatrix} = a_8 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_8 \\ \sin \vartheta_8 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_8^2 + a_9 \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_9 \\ \sin \vartheta_9 \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_9^2 - a_{11} \begin{Bmatrix} \cos \vartheta_{11} \\ \sin \vartheta_{11} \end{Bmatrix} \dot{\vartheta}_{11}^2 + a_9 \begin{Bmatrix} -\sin \vartheta_9 \\ \cos \vartheta_9 \end{Bmatrix} \ddot{\vartheta}_9$$

#### 4. Analisi cineto-dinamica

Questo tipo di approccio è suddiviso in dinamica diretta e dinamica inversa, dove nella dinamica diretta è nota a priori la legge del moto e quindi si vanno a determinare le forze e momenti che agiscono sul meccanismo e che si scambiano i collegamenti, mentre nella dinamica inversa sono note le forze e i momenti agenti sul meccanismo e deve essere determinata la legge del moto.

Al variare del tipo di problema da studiare, gli organi costituenti le macchine possono essere schematizzati, ad esempio, come corpi rigidi.

Se si associa ad un corpo rigido una terna di coordinate, perciò mobile, e un'altra terna fissa, il moto del corpo è definito dal moto della terna mobile rispetto alla terna fissa.

La posizione di un generico punto del corpo rigido è data da:

$$\bar{P} = O^*O + OP$$

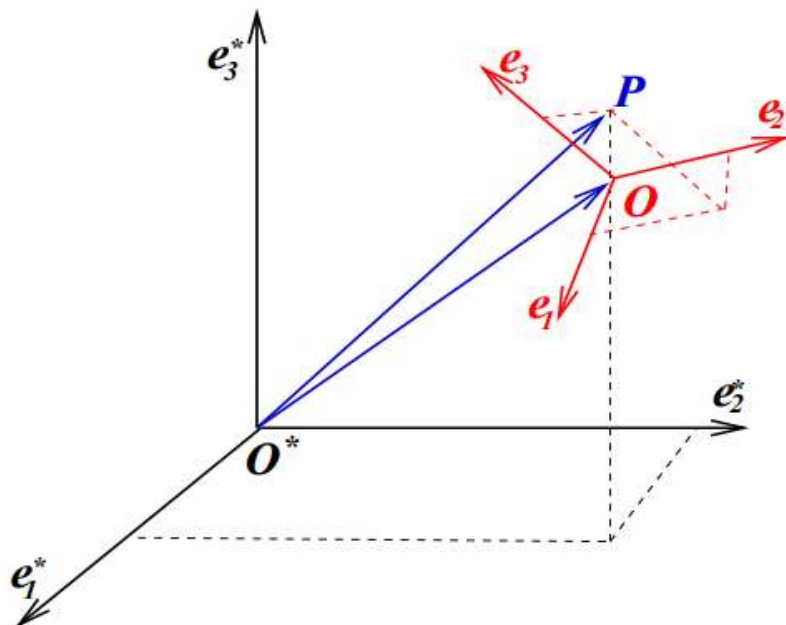


Figure 10: Trasformazione di coordinate di un punto

Nel tempo varia il vettore  $O^*O$ , che per semplicità verrà d'ora in poi sarà indicato da  $\rho$ , che unisce l'origine del corpo rigido e i versori della terna mobile, che si muovono assieme al corpo rigido. La conoscenza del moto della terna mobile consente di determinare la posizione di tutti i punti del corpo rigido. Si può dimostrare che esiste un vettore  $\omega$ , chiamato velocità angolare che descrive come varia nel tempo l'orientamento del corpo mobile e quindi della terna rispetto a quella fissa. Il vettore della velocità angolare dipende esclusivamente dal moto del corpo.

## Chapter 4: Analisi cineto-dinamica

Consideriamo ora un vettore generico  $u$  nello spazio, dove la sua derivata rispetto al tempo è pari a:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \dot{u} + \bar{\omega} \wedge \bar{u}$$

Il termine  $\dot{u}$  è un vettore che ha come componenti, nel sistema solidale al corpo, le derivate delle componenti del vettore  $u$  rispetto al sistema solidale, esso coincide con  $\frac{d\bar{u}}{dt}$  se la velocità angolare è nulla, ossia se il sistema mobile non cambia orientazione rispetto al fisso.

Il secondo termine dipende dalla velocità angolare, dove se il vettore  $u$  è solidale al corpo rigido si ha:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = \bar{\omega} \wedge \bar{u}$$

Derivando l'espressione vettoriale di posizione, che fornisce le coordinate di un punto generico  $P$  appartenente al corpo rigido si ottiene la formula fondamentale del corpo rigido, che è pari a:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \bar{v}_p = \dot{p} + \bar{\omega} \wedge \bar{r}$$

Questa formula ci mostra che per conoscere la velocità di qualsiasi punto di un corpo rigido è sufficiente conoscere la velocità dell'origine della terna mobile e la velocità angolare.

Per calcolare l'accelerazione basta derivare l'espressione che fornisce la velocità:

$$\frac{d\bar{v}_p}{dt} = \bar{a}_p = \ddot{p} + \dot{\omega} \wedge \bar{r} + \bar{\omega} \wedge (\bar{\omega} \wedge \bar{r})$$

Il terzo termine può essere espresso in maniera diversa per mettere maggiormente in risalto il suo significato fisico.

$$\bar{a}_p = \ddot{p} + \dot{\omega} \wedge \bar{r} - \omega^2 r_{ort}$$

Dove il secondo termine rappresenta la componente tangenziale dell'accelerazione e il terzo la componente centripeta.



In questo progetto si vanno a ricavare le reazioni vincolari sui perni, che serviranno successivamente per effettuare le analisi FEM. Tutte le reazioni vincolari vengono calcolate dal software SolidWorks, grazie all' add-in SolidWorks Motion.

In questa analisi si va a simulare una possibile operazione di carico e scarico, il tutto valutato in un periodo di 15 secondi.

L'analisi è divisa in tre step, il primo che va da 0 a 5 secondi, dove si parte da una posizione iniziale, corrispondente alla Figure 9, ed è la fase in cui si porta alla massima altezza la pala, andando quindi ad applicare una forza motore lineare al pistone per il sollevamento e la benna mantiene un angolo costante in modo che il materiale contenuto rimanga all'interno durante questa fase, il secondo step va da 5 a 10 secondi dove il pistone di sollevamento mantiene la sua posizione e viene azionato il pistone che permette di ruotare la benna, azionato sempre con una forza motore lineare e quindi consente di scaricare il materiale contenuto, dove la benna è considerata piena a raso.

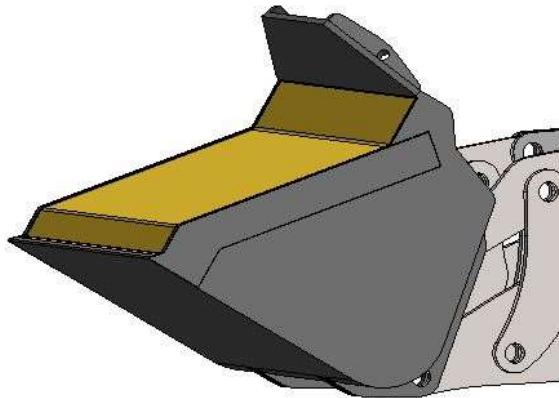


Figure 11: Benna riempita a raso

Il terzo ed ultimo step, che si svolge tra 10 e 15 secondi, è la fase che riporta tutto il meccanismo nella posizione iniziale.

Questa analisi viene svolta considerando tutto l'assieme della pala gommata in acciaio Weldox 700, mentre il materiale contenuto all'interno della benna si è ipotizzato di avere della sabbia. Tuttavia, SolidWorks non è in grado di simulare il comportamento reale della sabbia; perciò, i grafici non rispecchieranno a pieno l'andamento reale delle forze durante l'utilizzo della pala gommata. La sabbia essendo modellata come parte all'interno di SolidWorks, viene scaricata come blocco unico durante la Motion Analysis, e non in modo graduale come nella realtà.

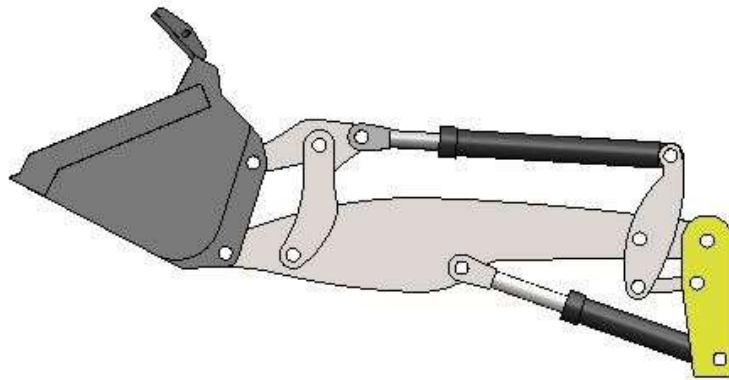


Figure 12: Frame del primo step.

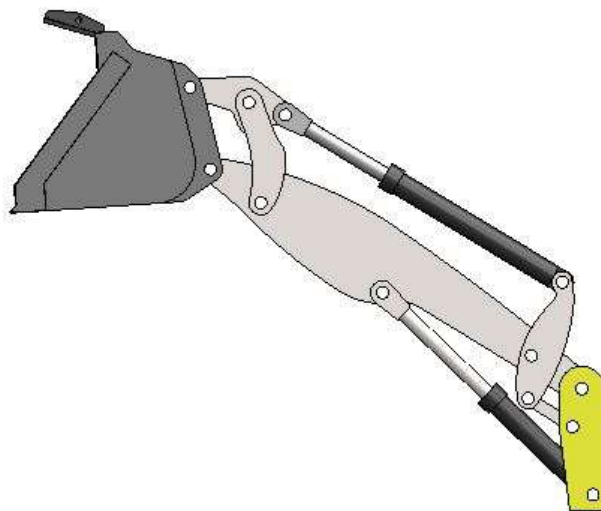


Figure 13: Frame del secondo step.

Si procede quindi ad impostare il Motion Study, andando a definire i motori che azionano i due pistoni, il tempo della simulazione e impostando la gravità in verso discorde rispetto all'asse Y del sistema di coordinate dell'assieme. Si esegue la simulazione e si ricavano le varie forze di reazione vincolare, che vengono riportate in un foglio Excel.

Nell'immagine successiva viene indicata la numerazione dei vari perni presenti nel meccanismo, che servirà nelle seguenti analisi.

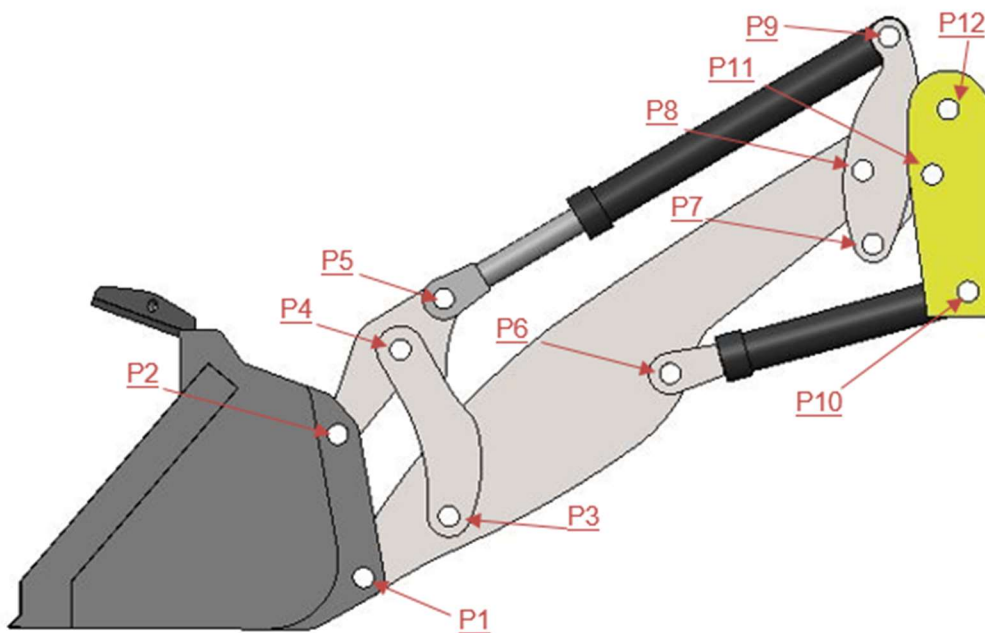


Figure 14: Vista laterale pala gommatata con numerazione dei perni

#### 4.1. Reazioni vincolari dei perni

In questo paragrafo vengono riportati i grafici delle reazioni vincolari dei perni delle sole parti che saranno analizzate successivamente con l'analisi FEM, che sono:

- Braccio principale
- Bilanciere del quadrilatero A
- Bilanciere del quadrilatero C

Questo per vedere gli istanti di tempo in cui sono massime o minime le forze e quindi studiare le possibili combinazioni di carico da applicare durante l'analisi FEM. Le forze calcolate da SolidWorks vengono espresse rispetto al sistema di riferimento di un componente, se le si vuole considerare rispetto a un altro componente devono essere invertite di segno, ad esempio le forze relative al perno P3 sono rispetto al sistema di riferimento del braccio principale, se le si vuole considerare sul membro accoppiato che è il bilanciere del quadrilatero A, vanno invertite di segno.

**4.1.1. Reazioni vincolari dei perni presenti sul braccio principale**

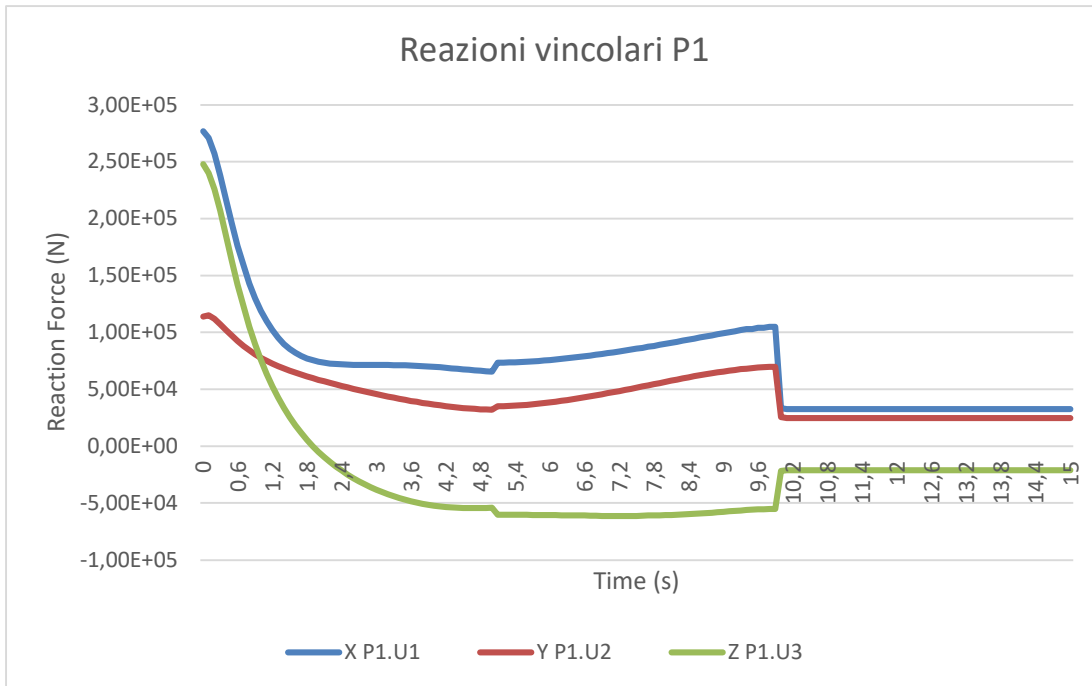


Figure 15: Reazioni vincolari sul perno P1

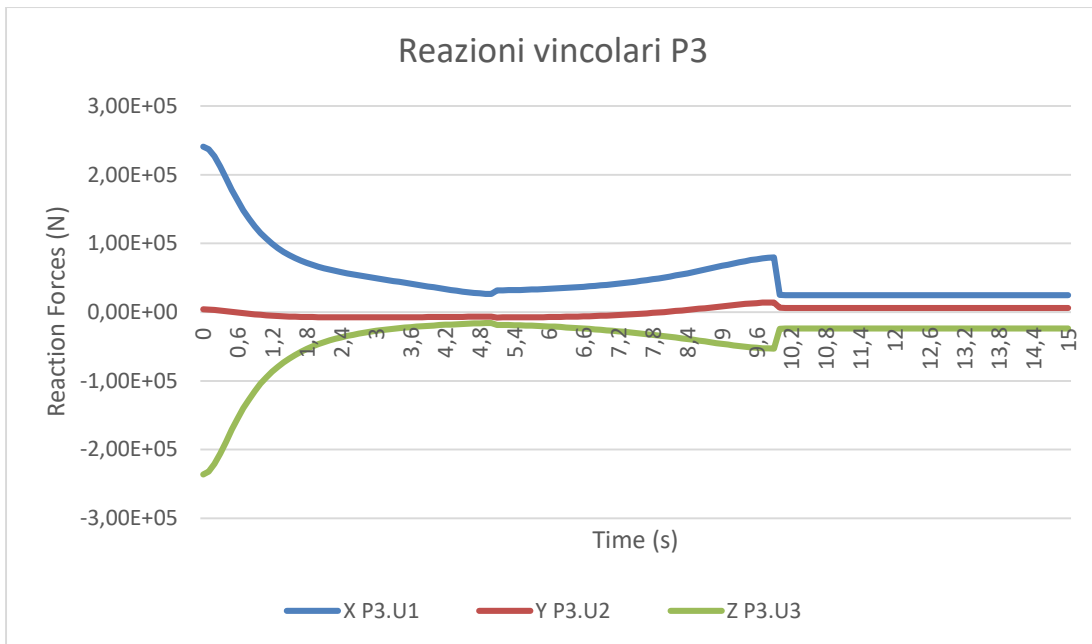


Figure 16: Reazioni vincolari sul perno P3

Chapter 4: Analisi cineto-dinamica

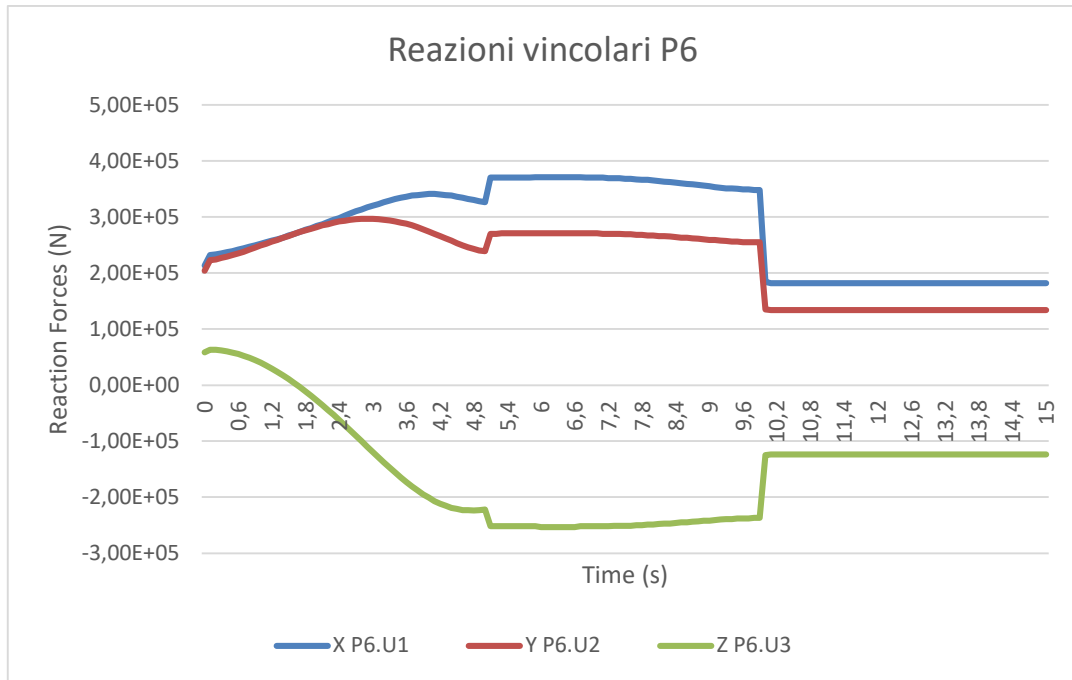


Figure 17: Reazioni vincolari sul perno P6

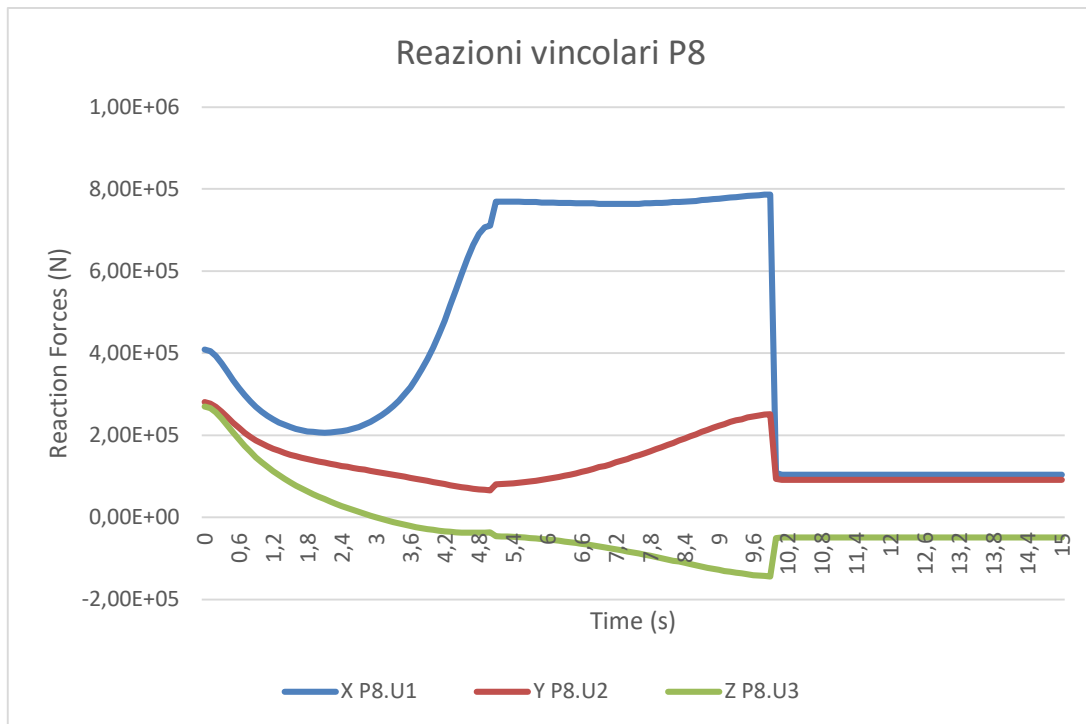


Figure 18: Reazioni vincolari sul perno P8

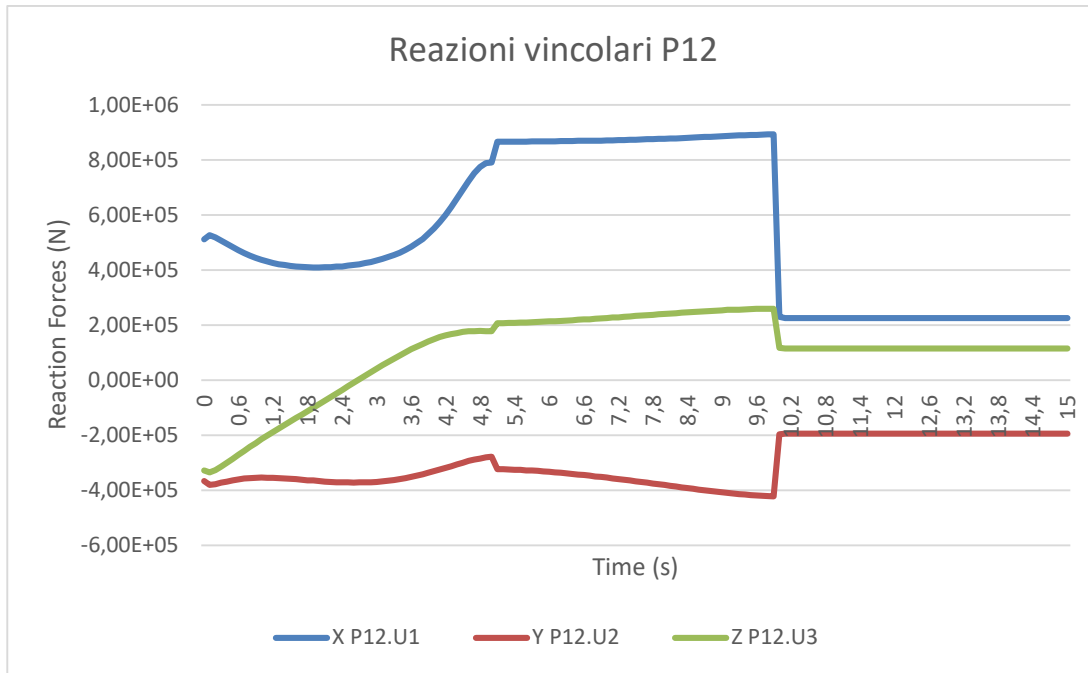


Figure 19: Reazioni vincolari sul perno P12

Osservando i grafici delle reazioni vincolari sui vari perni, due possibili combinazioni di carico sono nell'istante iniziale, perciò a 0 secondi, e nell'istante prima in cui la sabbia viene scaricata, ovvero nell'istante di tempo pari a 9.90 secondi.

**4.1.2. Reazioni vincolari dei perni presenti sul bilanciere del quadrilatero articolato A**

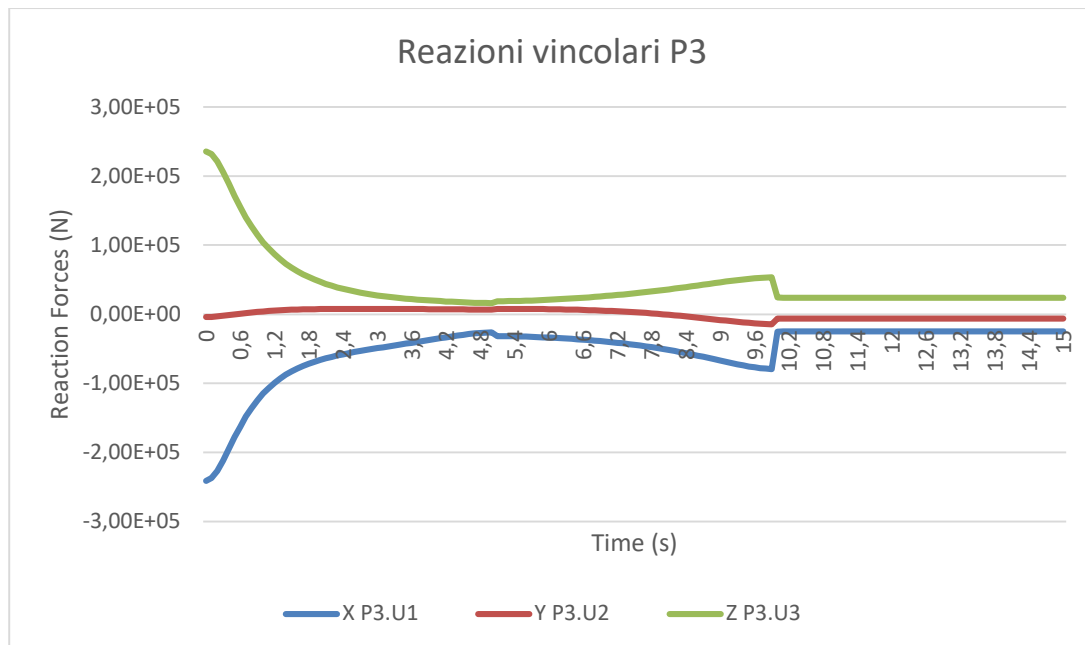


Figure 20: Reazioni vincolari sul perno P3

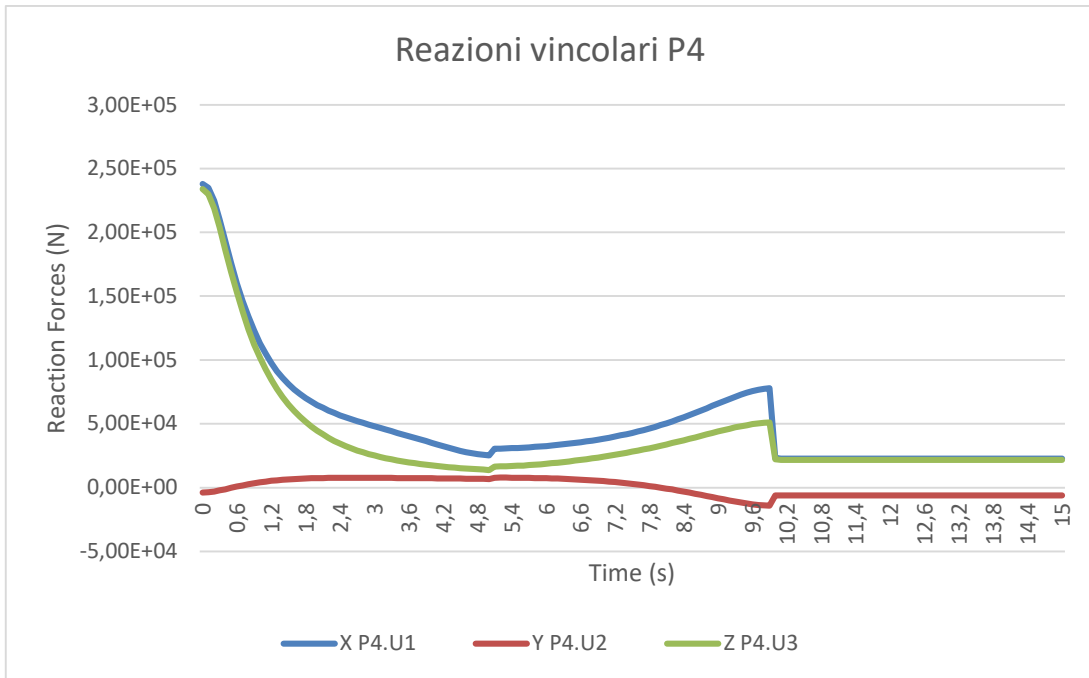


Figure 21: Reazioni vincolari sul perno P4

Osservando i grafici delle reazioni vincolari sul bilanciere del quadrilatero A, la condizione più gravosa è nell'istante iniziale,  $t = 0$  secondi, perciò verrà effettuata l'analisi in quell'istante.

**4.1.3. Reazioni vincolari dei perni presenti sul bilanciere del quadrilatero articolato C**

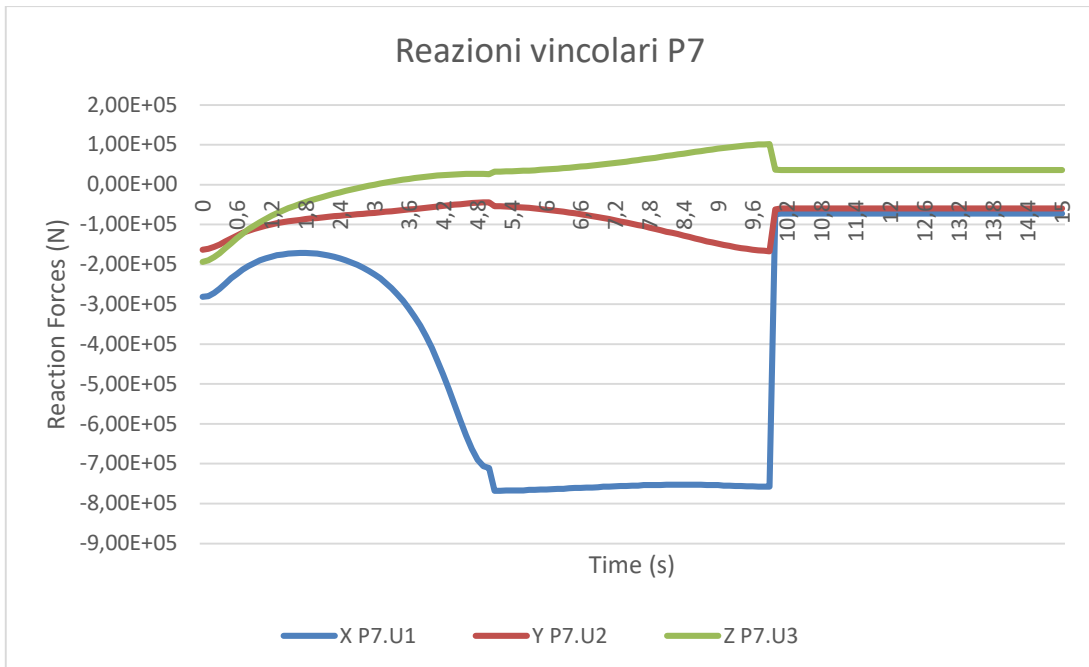


Figure 22: Reazioni vincolari sul perno P7

## Chapter 4: Analisi cineto-dinamica

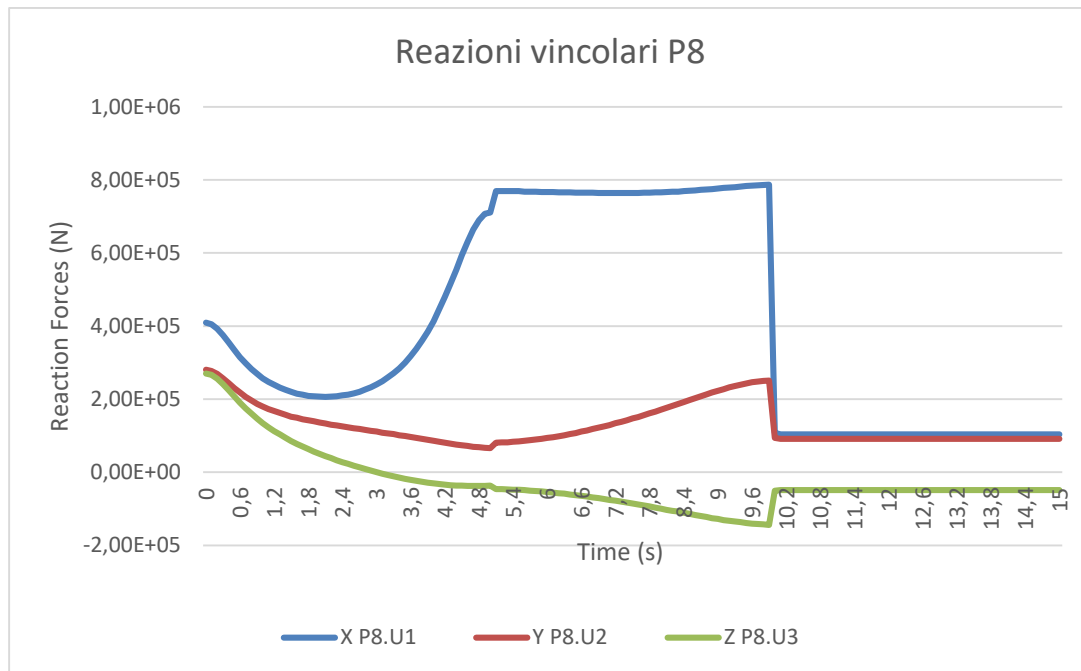


Figure 23: Reazioni vincolari sul perno P8

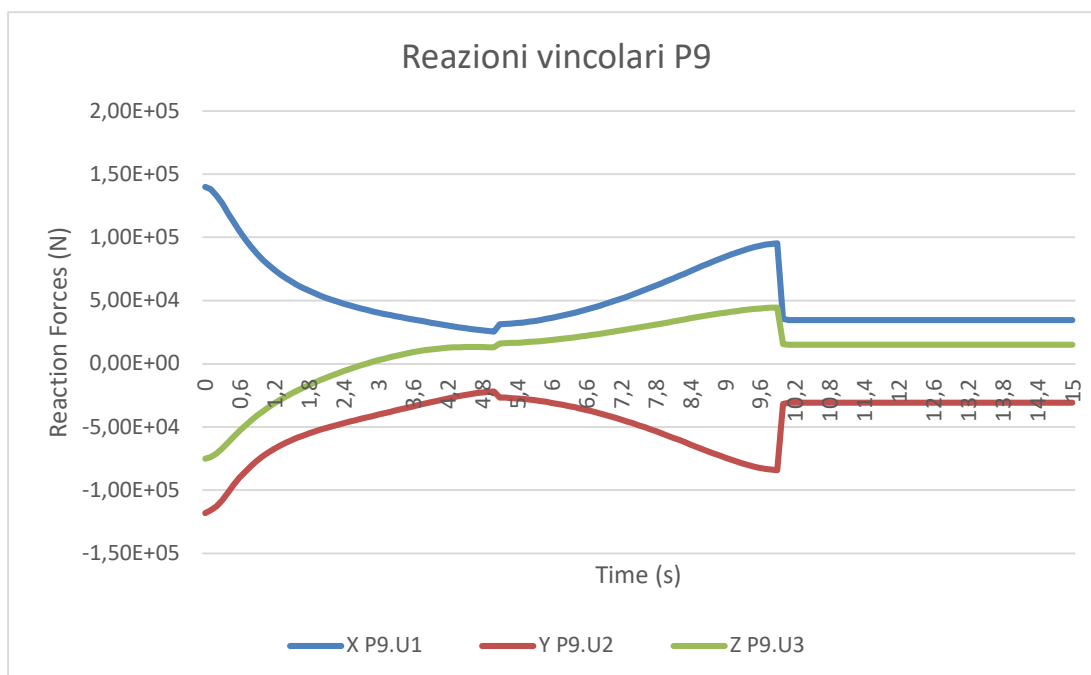


Figure 24: Reazioni vincolari sul perno P9

Osservando i grafici delle reazioni vincolari sul bilanciere del quadrilatero C, la condizione più gravosa è nell'istante  $t = 9.90$  secondi; dunque, verrà effettuata l'analisi in quell'istante di tempo.



## 5. Analisi strutturali di particolari del cinematismo

In questo capitolo verranno trattate delle analisi strutturali mirate ad alcuni dei particolari costituenti i quadrilateri spiegati nei capitoli precedenti.

Di seguito vengono evidenziate con colori diversi le parti che saranno analizzate mediante analisi FEM.

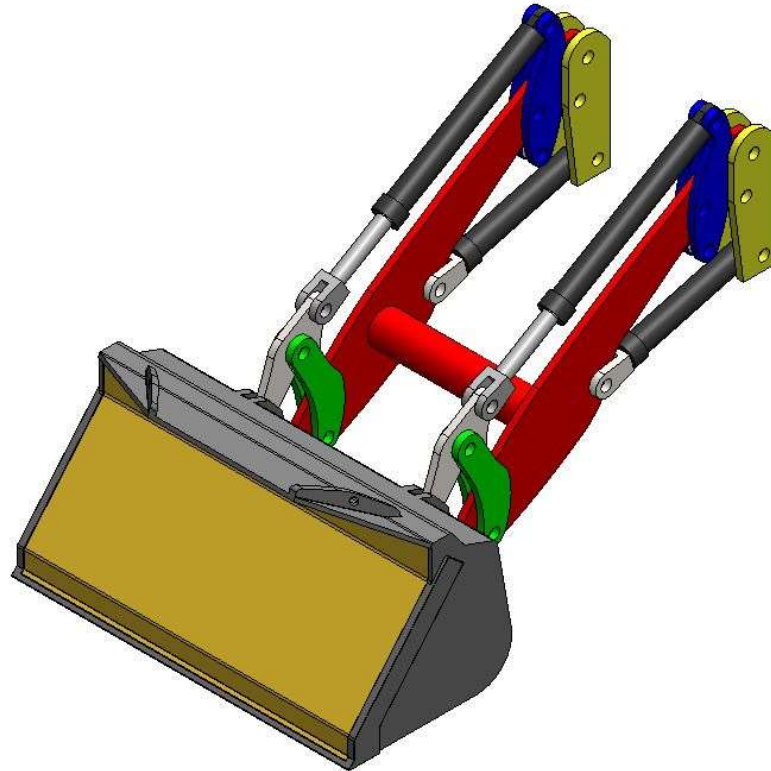


Figure 25: Le parti dell'assieme che verranno analizzate, evidenziate in rosso

L'assieme dei pezzi che verranno analizzati consiste in:

- Braccio principale (rosso)
- Bilanciere del quadrilatero articolato A (verde)
- Bilanciere del quadrilatero articolato C (blu)

### 5.1. Preparazione del modello

#### 5.1.1. Braccio principale e bilancieri dei quadrilateri A e C

I vari modelli sono rappresentati nelle figure successive; in ogni cerniera soggetta alla cinematica descritta nei capitoli precedenti, è stato inserito un sistema di coordinate uguale a quello dell'assieme da cui sono state ricavate le reazioni vincolari.

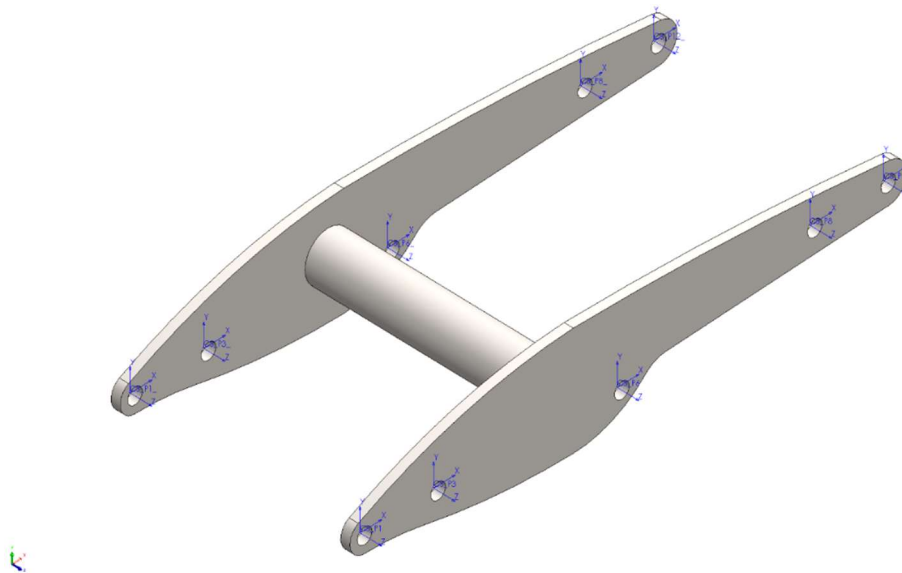


Figure 26: Modello del braccio principale

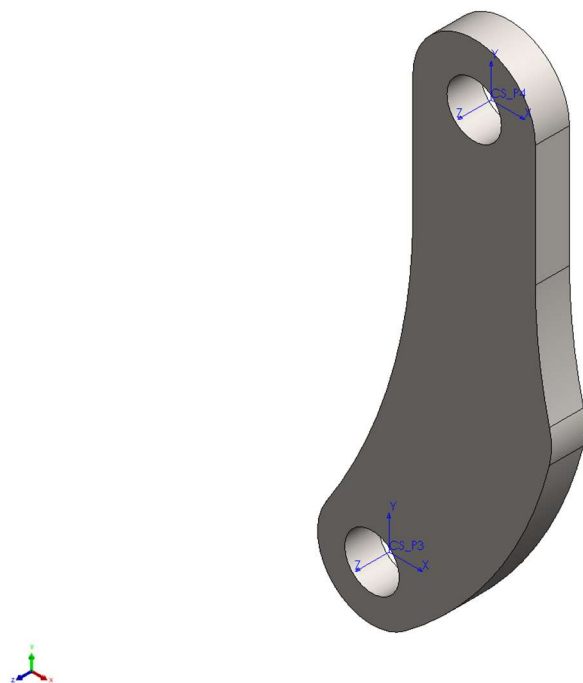


Figure 27: Modello bilanciere del quadrilatero A

---

Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

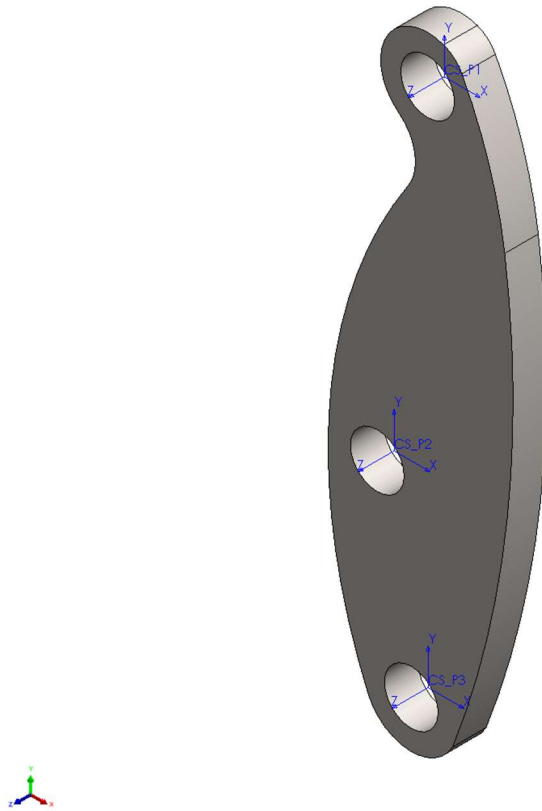


Figure 28: Modello bilanciato del quadilatero C

### 5.2. Proprietà della Mesh e del materiale

Di seguito viene descritto il dettaglio della meshatura delle varie parti. Nelle relative tabelle si possono vedere le caratteristiche geometriche della mesh. Il mesher utilizzato è inserito nel pacchetto software di SolidWorks Simulation.

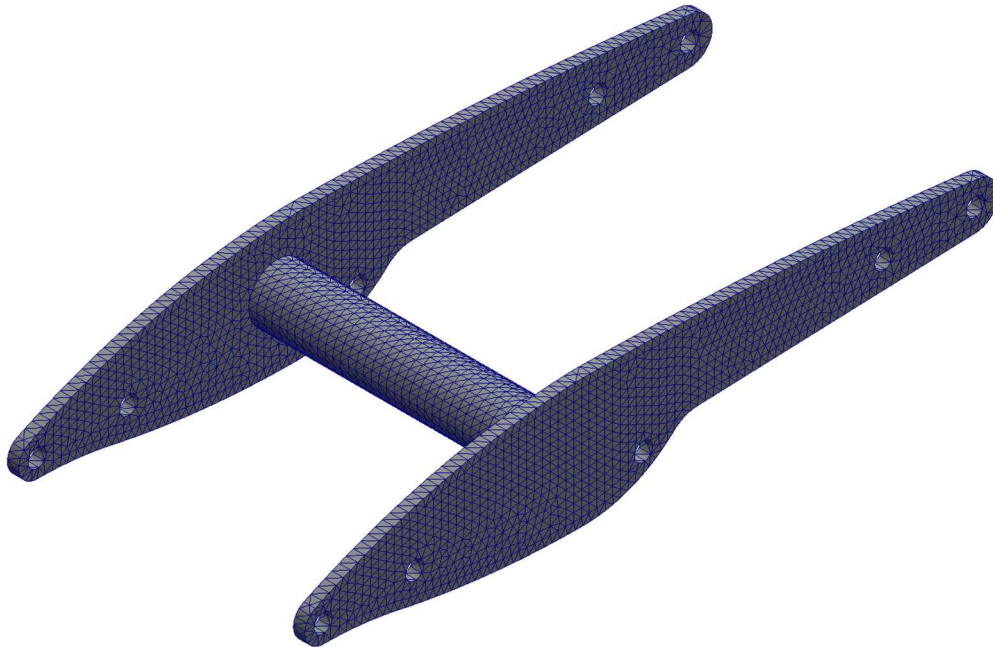


Figure 29: Braccio principale con relativa meshatura

Mesh Details	
Study name	t0 (-Default-)
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used	Standard mesh
Automatic Transition	Off
Include Mesh Auto Loops	Off
Jacobian points for High quality mesh	16 points
Element size	34,8776 mm
Tolerance	1,74388 mm
Mesh quality	High
Total nodes	50148
Total elements	30168
Maximum Aspect Ratio	5,6792

Figure 30: Dettagli della mesh del braccio principale

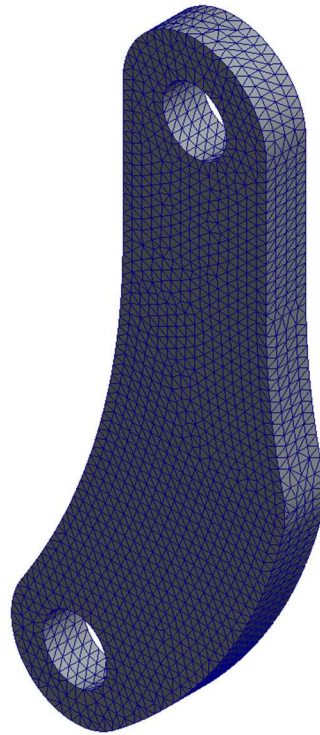
Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

Figure 31: Bilanciere del quadrilatero A con relativa meshatura

Mesh Details	
Study name	t0 (-Default-)
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used	Standard mesh
Automatic Transition	Off
Include Mesh Auto Loops	Off
Jacobian points for High quality mesh	16 points
Element size	11,6813 mm
Tolerance	0,584064 mm
Mesh quality	High
Total nodes	47193
Total elements	30725
Maximum Aspect Ratio	5,2178

Figure 32: Dettagli della mesh del bilanciere del quadrilatero A

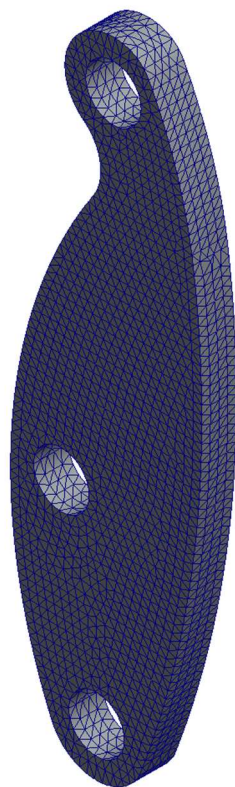
Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

Figure 33: Bilanciere del quadrilatero C con relativa meshatura

Mesh Details	
Study name	t10 (-Default-)
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used	Standard mesh
Automatic Transition	Off
Include Mesh Auto Loops	Off
Jacobian points for High quality mesh	16 points
Element size	12,2095 mm
Tolerance	0,610477 mm
Mesh quality	High
Total nodes	46506
Total elements	29938
Maximum Aspect Ratio	4,8583

Figure 34: Dettagli della mesh del bilanciere del quadrilatero C

---

Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

Per l'intero assieme il materiale considerato è l'acciaio Weldox, le cui proprietà sono:

<b>Proprietà</b>	<b>Valore</b>	<b>Unità</b>
<i>Modulo elastico</i>	176000	$N/mm^2$
<i>Coefficiente di Poisson</i>	0.3	<i>N/A</i>
<i>Tensione di snervamento</i>	700	$N/mm^2$

Table 1: Proprietà dell'acciaio Weldox

### 5.3. Vincoli e carichi applicati

#### 5.3.1. Vincoli

Il braccio principale è fissato in corrispondenza del perno P12, consapevoli del fatto che nella realtà questo perno sarà libero di ruotare e le tensioni che si verranno ad instaurare in presenza di questo perno saranno superiori rispetto a quelle reali.

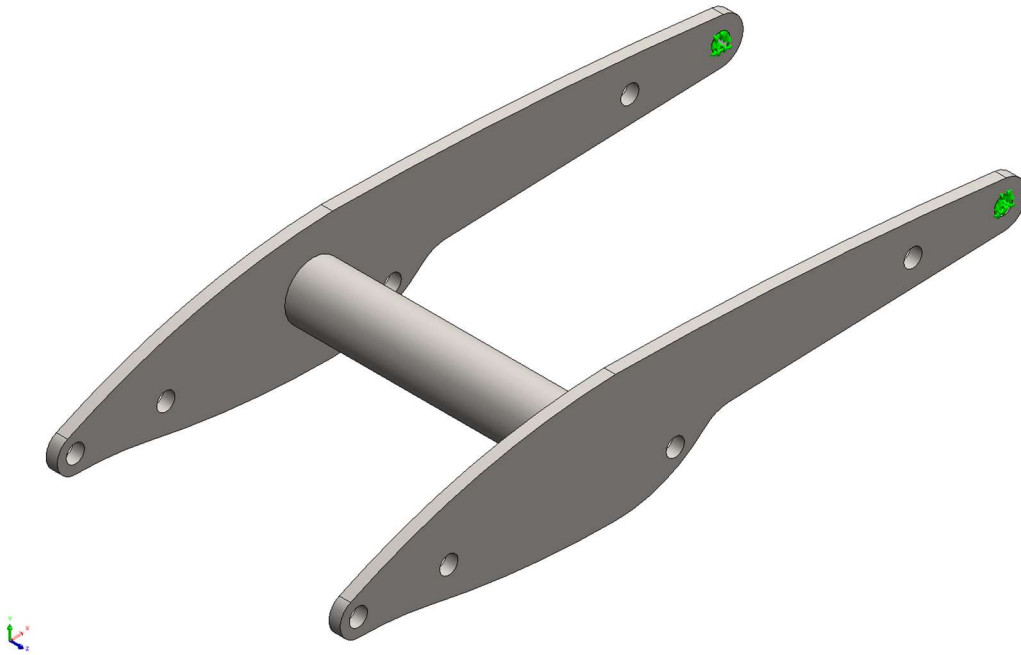


Figure 35: Vincoli sul braccio principale



---

Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

Per quanto riguarda il bilanciere del quadrilatero A si è fissato il perno P3, come si può vedere nella figura successiva.

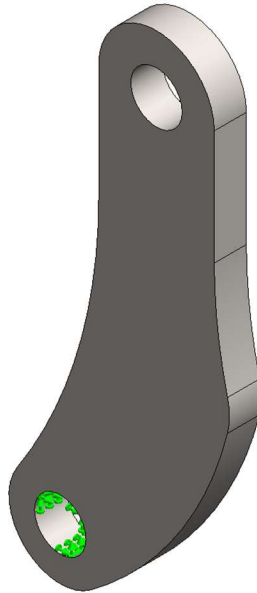


Figure 36: Vincoli sul bilanciere del quadrilatero A

Mentre per il bilanciere del quadrilatero C si è fissato il perno P8.

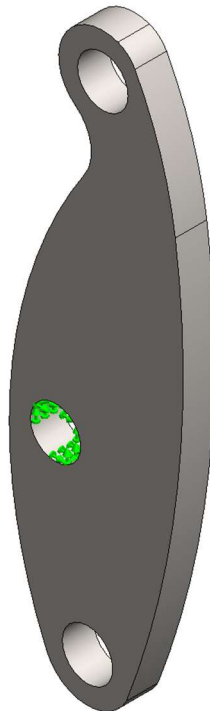


Figure 37: Vincoli sul bilanciere del quadrilatero C

---

### 5.3.2. Carichi applicati

Osservando i grafici delle reazioni vincolari sui vari perni del braccio principale, due possibili combinazioni di carico sono nell'istante iniziale, perciò a 0 secondi, e nell'istante prima in cui la sabbia viene scaricata, ovvero nell'istante di tempo pari a 9.90 secondi.

Conoscendo l'angolo iniziale del braccio, prima di eseguire l'analisi, la direzione della gravità viene impostata lungo una retta con lo stesso angolo iniziale del braccio principale.

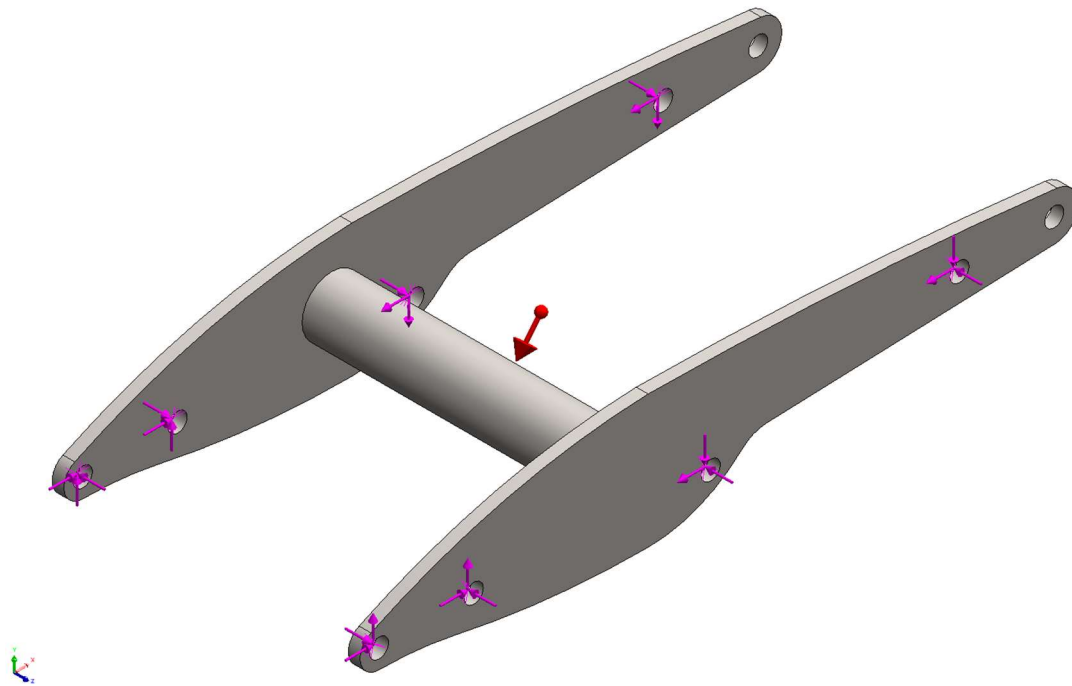


Figure 38: Reazioni vincolari agenti sul braccio principale nell'istante  $t = 0$  secondi

Prima combinazione di carico a  $t = 0$  secondi:

<b>N° Perna</b>	<b>Reazione vincolare in X [N]</b>	<b>Reazione vincolare in Y [N]</b>	<b>Reazione vincolari in Z [N]</b>
<i>P1</i>	276749.7	113864.7	247794.3
<i>P3</i>	240554.7	4015.633	-235854.2
<i>P6</i>	-212814.2	-204417.4	-58495.08
<i>P8</i>	-409000.1	-280765.5	-270180.3
<i>P12</i>	- 510985.5	367302.6	329258

Table 2: Tabella dei perni del braccio principale con le reazioni vincolari relative all'istante  $t = 0$  secondi

Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

Anche nella seconda combinazione di carico vale lo stesso discorso per la gravità, ovvero la si inclina dell'angolo pari a quello formato dal braccio principale rispetto al suolo.

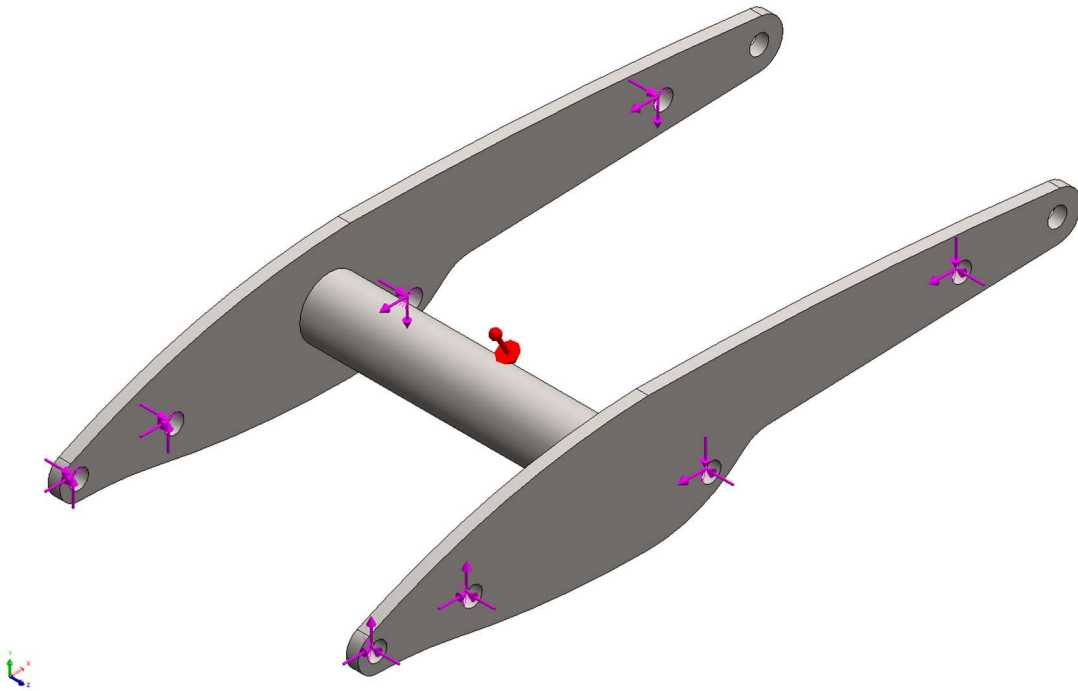


Figure 39: Reazioni vincolari agenti sul braccio principale nell'istante  $t=9.90$  secondi

Seconda combinazione di carico a  $t = 9.90$  secondi:

<b><i>N° Perna</i></b>	<b>Reazione vincolare in X [N]</b>	<b>Reazione vincolare in Y [N]</b>	<b>Reazione vincolari in Z [N]</b>
<i>P1</i>	105031.2	69775	-55183.95
<i>P3</i>	79395.21	14299.15	-53232.07
<i>P6</i>	-348351.9	-254817.5	237305.9
<i>P8</i>	-786727	-251274	143900.9
<i>P12</i>	-893211.7	422017.3	-260268

Table 3: Tabella dei perni del braccio principale con le reazioni vincolari relative all'istante  $t = 9.90$  secondi

Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

Per quanto riguarda il bilanciere del quadrilatero A, osservando i grafici dei perni P3 e P4, l'istante in cui eseguire le analisi FEM è l'istante pari a  $t = 0$  secondi.

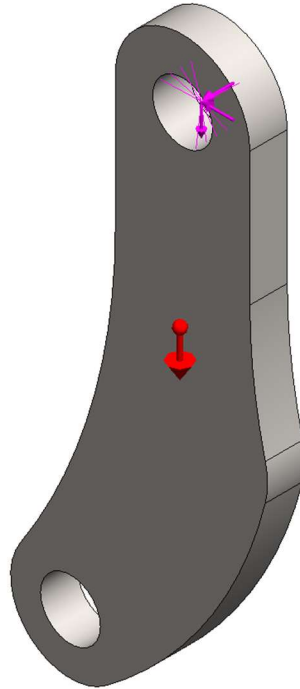


Figure 40: Reazioni vincolari del bilanciere del quadrilatero A nell'istante  $t = 0$  secondi

Combinazione di carico a  $t = 0$  secondi:

<b>N° Perna</b>	<b>Reazione vincolare in X [N]</b>	<b>Reazione vincolare in Y [N]</b>	<b>Reazione vincolari in Z [N]</b>
<i>P2</i>	327521.4	-113864.7	-303449.9
<i>P4</i>	238342.5	-4015.633	233597.5

Table 4: Tabella dei perni del bilanciere del quadrilatero A con le reazioni vincolari relative all'istante  $t = 0$  secondi

Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

Per quanto riguarda il bilanciario del quadrilatero articolato C, osservando i relativi grafici dei perni P7, P8 e P9 l'istante in cui analizzare il bilanciario è l'istante  $t = 9.90$  secondi.

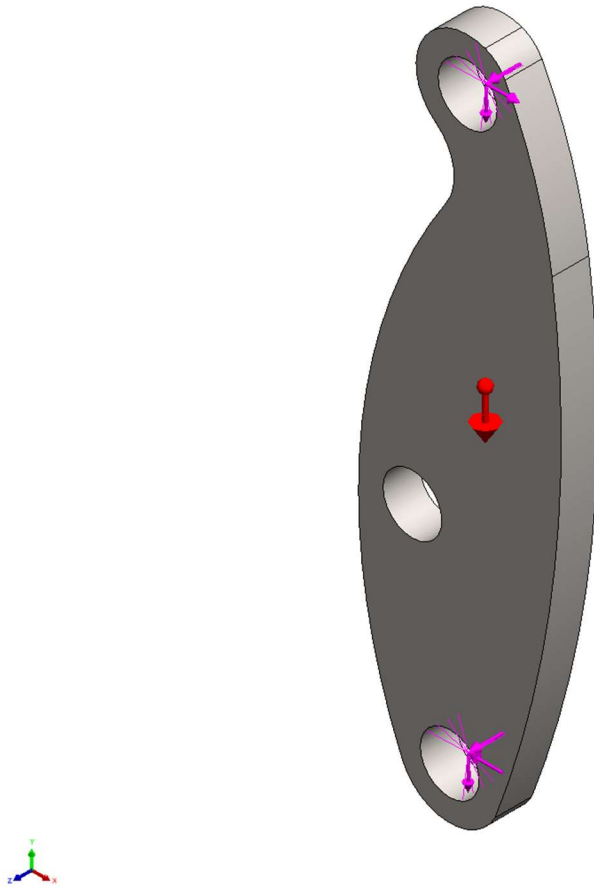


Figure 41: Reazioni vincolari del bilanciario del quadrilatero C nell'istante  $t = 9.90$  secondi

Combinazione di carico a  $t = 9.90$  secondi:

<b><i>N° Perti</i></b>	<b>Reazione vincolare in X [N]</b>	<b>Reazione vincolare in Y [N]</b>	<b>Reazione vincolari in Z [N]</b>
<i>P7</i>	-758484.2	-167012.7	101965.3
<i>P8</i>	786727	251274	-143900.9
<i>P9</i>	95305.04	-84261.3	44512.63

Table 5: Tabella dei perni del bilanciario del quadrilatero C con le reazioni vincolari relative all'istante  $t = 9.90$  secondi

## 5.4. Risultati

### 5.4.1. Braccio principale

#### 5.4.1.1. Combinazione di carico nell'istante $t = 0$ secondi

La mappa di stress di Von Mises ci indica che sul braccio principale agiscono delle tensioni a livello globale basse, con valori dell'ordine di 200 MPa.

L'unica area che merita attenzione è la zona intorno al perno P3, dove l'analisi ci restituisce i valori massimi di tensione, con valori dell'ordine di 650 MPa, che rimangono inferiori alla tensione di snervamento.

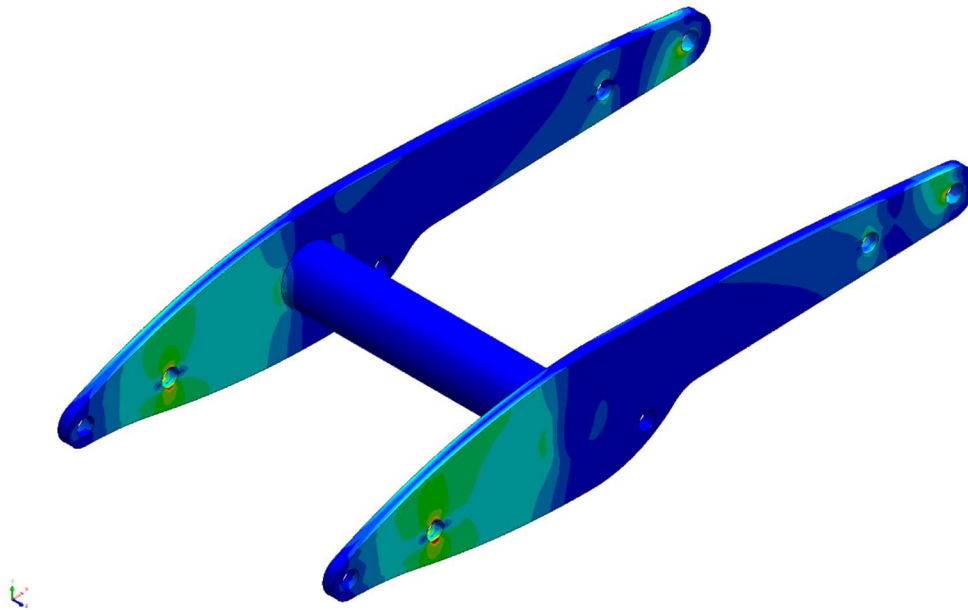


Figure 42: Braccio principale, tensione Von Mises nell'istante  $t = 0$  secondi

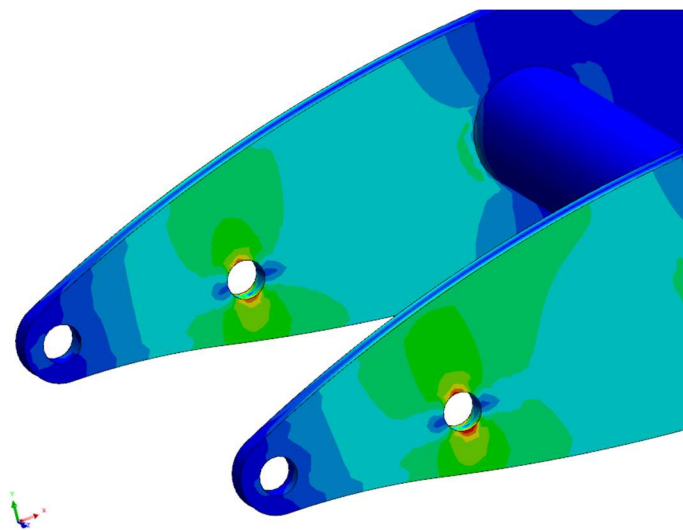


Figure 43: Zoom nell'area attorno al perno P3

---

Chapter 5: Analisi strutturali di particolari del  
cinematismo

5.4.1.2. *Combinazione di carico nell'istante  $t = 9.90$  secondi*

La mappa di stress di Von Mises ci indica che sul braccio principale agiscono delle tensioni a livello globale basse, con valori dell'ordine di 230 MPa.

In prossimità del perno P12 si può vedere come l'area sia molto sollecitata, ma le tensioni nella realtà saranno inferiori in quanto il perno sarà libero di ruotare.

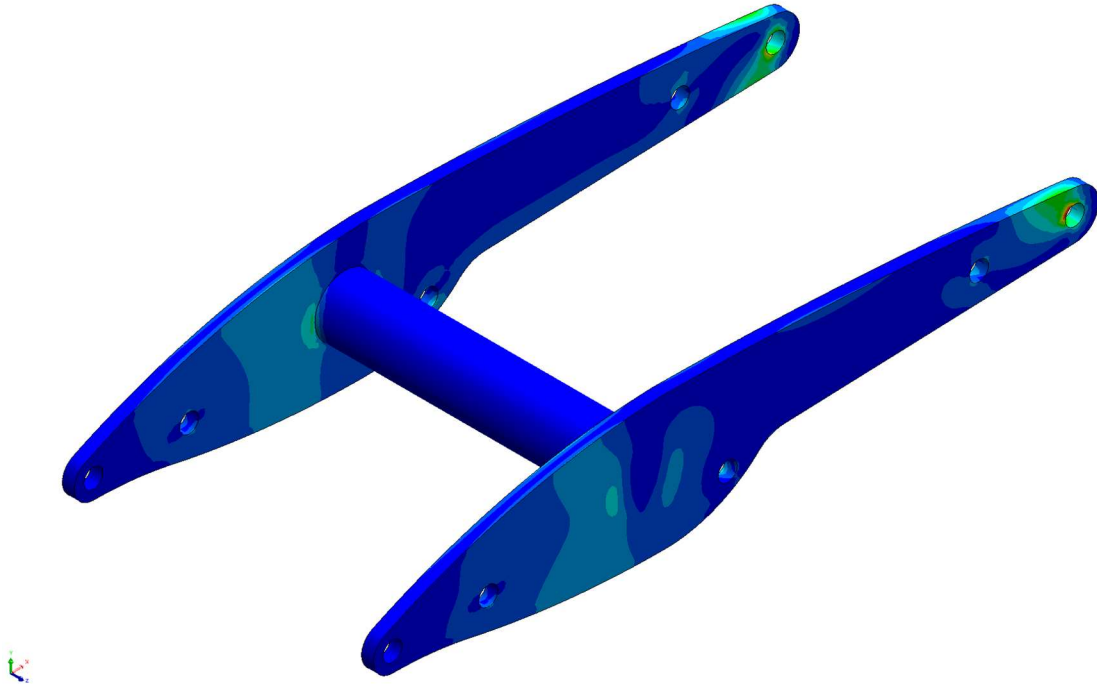


Figure 44: Braccio principale, tensione Von Mises nell'istante  $t = 9.90$  secondi

#### 5.4.2. *Bilanciere del quadrilatero A*

La mappa di stress di Von Mises ci indica che sul bilanciere del quadrilatero articolato A agiscono delle tensioni a livello globale basse, con valori dell'ordine di 450 MPa.

Si può notare come l'area del perno P4 sia quella più sollecitata, ma le tensioni saranno inferiori nella realtà in quanto il perno sarà libero di ruotare.

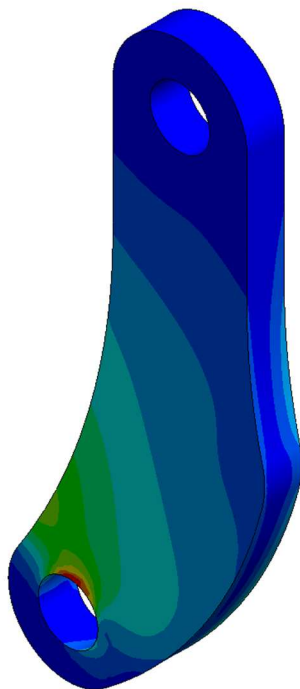


Figure 45. Bilanciere quadrilatero articolato A, tensione Von Mises nell'istante  $t = 0$  secondi



#### 5.4.3. Bilanciere del quadrilatero C

La mappa di stress di Von Mises ci indica che sul bilanciere del quadrilatero articolato C agiscono delle tensioni a livello globale basse, con valori dell'ordine di 280 MPa.

Si può notare come l'area del perno P8 sia quella più sollecitata, ma le tensioni saranno inferiori nella realtà in quanto il perno sarà libero di ruotare.

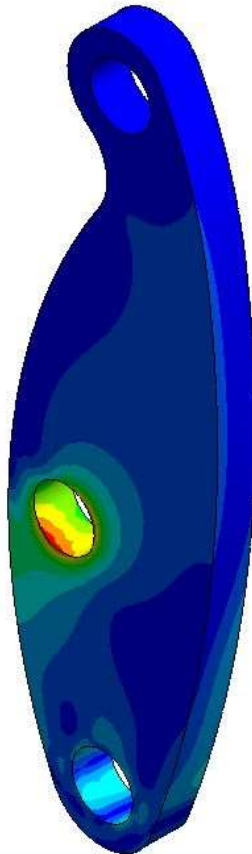


Figure 46: Bilanciere del quadrilatero articolato C, tensione Von Mises nell' istante  $t = 9.90$  secondi

## 6. Conclusioni

In questa tesi l'obiettivo principale è quello di creare una metodologia su come studiare e analizzare i meccanismi, andando prima a descrivere i meccanismi, perciò come sono composti e riconoscere le varie coppie cinematiche che lo possono comporre, come ricavare le equazioni del moto che descrivono il movimento del meccanismo, come ricavare le forze che vengono scambiate nelle coppie cinematiche per poi studiare le tensioni che si vengono a formare e infine come impostare un'analisi agli elementi finiti, che permette di vedere le aree dove si concentrano le tensioni, verificando se il valore delle tensioni non superi la tensione di snervamento del materiale scelto.

---

### *Ringraziamenti*

Ai miei genitori, che mi hanno aiutato e sostenuto in questi anni universitari, permettendomi di raggiungere questo traguardo,

Ai miei amici di sempre, per esserci sempre stati,

Grazie.

---