# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



### FACOLTÀ DI INGEGNERIA

#### DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE ED AMBIENTALE

LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE - STRUTTURE -

## STUDIO DI UN SISTEMA DI ISOLAMENTO SISMICO DI STATUE E BENI MOBILI - ASPETTI SPERIMENTALI E NUMERICI -IL CASO STUDIO DEI PRIGIONI DI MICHELANGELO

Relatori: Prof. Ing. RENATO VITALIANI

Prof. Ing. ANNA SAETTA

Correlatore: Ing. TOMMASO FAVARETTO

Laureando: SEBASTIANO BAGGIO

MATRICOLA: 607407-IC

ANNO ACCADEMICO 2011 – 2012

### Sommario

So	ommari	io		i				
1	Introduzione e scopo della tesi1							
2	ll sis	stema	a sperimentale	. 5				
	2.1	Gen	erazione delle prove sperimentali	. 9				
	2.2	Com	nportamento del sistema di isolamento	12				
	2.2.	1	Test 2 – D1_V1	13				
	2.2.	2	Test 4 – D1_0,8V1	15				
	2.2.	3	Test 6 – D1_V2	17				
	2.2.	4	Test 7 –D1_1,5V2	19				
	2.2.	5	Test 13 – D1_0,8V1	21				
	2.2.	6	Test 14 – D1_0,8V2	23				
	2.2.	7	Test 15 – D1_1,5V2	25				
	2.2.	8	Test19 Bidirezionale CFG#4	27				
	2.2.	9	Test20 Bidirezionale CFG#4	31				
3	Мос	dellaz	rione numerica	35				
	3.1	Мос	dello teorico dell'isolatore ad attrito	35				
	3.2	Forr	nulazione numerica dell'isolatore ad attrito	47				
	3.3	Rap	presentazioni numeriche	50				
	3.3.	1	Modello beam 1FPS (forzanti monodirezionali)	50				
	3.3.	2	Modello beam 4FPS (forzanti mono e bidirezionali)	53				
	3.3.	3	Modello brick CFG#4	60				
	3.3.	4	Modello brick semplificato	62				
	3.3.	5	Modello brick completo	67				
4	Vali	dazio	ne e taratura del modello numerico	73				
	4.1	Rice	rca della rigidezza iniziale k1	75				
	4.1.	1	Rigidezza secondo Naeim e Kelly	77				
	4.1.	2	Rigidezza secondo E.P.S. Technical Paper	77				
	4.1.	3	Rigidezza secondo altre ipotesi	78				
	4.1.	4	Rigidezza scelta	79				

	4.1.5		Analisi numerica	79				
	4.1.6 Selez		Selezione di K1	94				
	4.2 Rice		rca del livello di attrito μ	99				
	4.3 Ricer		rca del livello di smorzamento relativo ξ	113				
	4.4	Veri	ifica della taratura – forzanti bidirezionali	124				
	4.4	l.1	Test 13	126				
	4.4	1.2	Test 14	129				
	4.4	1.3	Test 15	132				
	4.4.4 1		Test 19	135				
	4.4	l.5	Test 20	142				
5	5 Caso stu		dio – Le sculture della Galleria dell'accademia	149				
	5.1	Pres	sentazione del caso studio	149				
	5.2	Obie	ettivi	157				
	5.3	Ana	lisi numeriche	159				
	5.3	8.1	Analisi del sistema di isolamento – Forzanti sperimentali	163				
	5.3.2		Analisi tensionale delle statue	195				
	5.3	8.3	Analisi del sistema di isolamento – Sismi simulati	248				
6	Со	mmen	ti e conclusioni	325				
7	Bik	Bibliografia						
Ri	ngraz	iamen	ti	333				

## 1 Introduzione e scopo della tesi

I recenti eventi sismici che hanno colpito l'Italia, in particolar modo l'Emilia Romagna, e in precedenza L'Aquila nell'aprile del 2009, hanno dimostrato l'intrinseca vulnerabilità del patrimonio storico, artistico e architettonico italiano.

Al grave pericolo per la vita umana, si affianca, quindi, il problema di preservare non solo i beni architettonici, ma anche opere d'arte e beni museali. A causa del moto sismico dipinti, piccoli oggetti come vasi, anfore, reparti archeologici, ma anche busti e statue di maggiore dimensione sono soggetti al rischio di gravi danneggiamenti, anche per eventi di bassa intensità che, ad esempio, non determinano danni all'edificio che ospita la collezione.

Accade spesso che le collezioni d'arte siano ospitate in edifici storici soggetti a rigorosi vincoli conservativi, in tal caso non sarà possibile intervenire sull'intero "contenitore" con tecniche di isolamento sismico, ma, una volta assicuratisi della resistenza della struttura alle sollecitazioni sismiche, si dovranno adottare degli accorgimenti per preservare le singole opere esposte, in maniera tale da garantirne integrità e sicurezza. Un metodo sempre più diffuso nel campo della salvaguardia delle opere d'arte consiste nell'isolamento sismico. Prendendo spunto dalla letteratura scientifica consolidata e dalle esperienze messe in pratica nel campo delle costruzioni civili (edifici e ponti) si procede con la progettazione e l'installazione di dispositivi appositamente studiati per questo genere di intervento. Gli oggetti d'arte, tuttavia, non possono essere analizzati come strutture civili, sia a causa delle loro dimensioni che del loro peso (senza contare il loro valore economico e culturale). L'operazione di retrofit, quindi, non riguarda solamente il progetto e la realizzazione dei dispositivi antisismici, ma coinvolge una serie di esperti provenienti da diverse branche di studio, dall'ingegnere all'architetto, fino al curatore della mostra. L'applicazione di questi dispositivi dovrà sottostare a precisi vincoli dimensionali, in modo tale da realizzare una soluzione di isolamento minimamente invasiva. Il progetto di questi dispositivi di isolamento, destinati a oggetti di dimensione e peso molto inferiori alle consuete strutture, richiede una maggiore attenzione nello studiare il comportamento di questi sistemi.

La tesi si sofferma, in particolare, sulla validazione e lo studio di modelli numerici capaci di rappresentare un sistema complesso costruito dall'insieme piedistallo-scultura, facendo riferimento a un dispositivo di isolamento ad attrito specificatamente progettato per l'isolamento di oggetti d'arte di grande dimensione come possono essere le sculture<sup>1</sup>.

Essendo stata realizzata una campagna sperimentale per la rappresentazione semplificata delle statue isolate, sarà necessario stabilire:

- Se le modellazioni numeriche semplificate riproducono correttamente le prove sperimentali;
- Se le modellazioni semplificate ottengano risultati paragonabili alle rappresentazioni complesse (dotate di geometria reale e non semplificata);
- Se le modellazioni complesse sono affini alle prove sperimentali, in altre parole se il layout sperimentale rappresenta le sculture reali.

Il lavoro svolto è costituito da più fasi, articolate in modo tale da realizzare un modello F.E.M. affidabile, e soprattutto predittivo del comportamento del sistema soggetto a un'azione sismica. La modellazione svolta è stata realizzata con differenti livelli di dettaglio, ciascuno destinato a una specifica tipologia di analisi. Avendo a disposizione i risultati della campagna sperimentale, si è proceduto in questo modo:

- (a) Analisi del comportamento della campagna sperimentale;
- (b) Validazione<sup>2</sup> e calibratura del modello numerico per rappresentare gli isolatori di piccola dimensione, ricavando i parametri fondamentali;
- (c) Controllo della taratura del modello numerico con la rappresentazione di un diverso set di prove sperimentali;
- (d) Studio del comportamento delle statue isolate con rappresentazione completa della geometria degli oggetti da isolare (da rilievo laser scanner) e degli isolatori.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> È opportuno precisare che la dimensione delle statue può essere considerata "ridotta" in confronto alle dimensioni di un edificio; le statue analizzate nel caso studio arrivano fino ai 3 metri di altezza e a un peso di oltre 4500 kg, prive di basamento o piedistallo.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Con il termine validazione si intende la conferma della taratura svolta, cercando di rappresentare numericamente alcune prove sperimentali che non appartengono al set osservato per la taratura dei parametri.

Nelle pagine seguenti si descriveranno, quindi, le caratteristiche del sistema sperimentale, e del prototipo, la formulazione teorica e numerica dell'isolatore ad attrito, e infine i risultati delle differenti modellazioni numeriche.

Il punto (d), che sintetizza la parte finale della tesi, riguarda la modellazione del caso studio per cui è stata organizzata la campagna sperimentale. Nella tesi si trattano le statue di *"San Matteo"* e del *"Prigione Barbuto" (appartenente al gruppo statuario dei Prigioni)* esposte nella Galleria dell'Accademia a Firenze. Le due sculture, scelte a causa delle particolari condizioni di conservazione, sono presentate più ampiamente in seguito, nel capitolo 5 dedicato al caso studio.

Con i modelli delle statue, sono realizzati, quindi, dei paragoni dal punto di vista di:

- (a) Spostamenti e accelerazioni registrati sugli isolatori (elementi link);
- (b) Tensione massima principale di trazione sulla statua, prima e dopo l'intervento di isolamento sismico.

Queste analisi, come specificato, sono svolte sia simulando le forzanti sperimentali, che rappresentando sismi registrati (e scalati) generati dal programma REXEL.

Al termine del lavoro sarà possibile stabilire se il modello numerico dell'isolatore riesce a rappresentare il doppio pendolo di dimensione ridotta impiegato per le statue, e inoltre se la modellazione numerica con i diversi gradi di dettaglio riesce a rappresentare il modello sperimentale. Infine, dalla modellazione completa sarà possibile prevedere se il dispositivo di isolamento risulti adeguato alle necessità di salvaguardia degli oggetti d'arte.

3

# 2 Il sistema sperimentale

Il sistema sperimentale analizzato di seguito, è stato progettato per rappresentare la varietà di geometria e massa delle statue presenti nella Galleria dei Prigioni a Firenze. Questo gruppo statuario presenta delle caratteristiche particolari (ad esempio il basso peso, oppure la geometria snella o persino eccentrica) che rendono difficoltoso riuscire a definire dei fattori di sicurezza a priori senza aver determinato quale sia il comportamento (anche semplificato) delle statue isolate. Il prototipo di isolatore, realizzato appositamente per questa tipologia di installazione, si presenta come un dispositivo a doppio pendolo di dimensioni ridotte, 270 mm di diametro, e capace di uno spostamento massimo di 160 mm in entrambe le direzioni, ovvero di una corsa di 320 mm.



Figura 2.1 – (a) Un tipico modello usato per prove e (b) dettaglio dell'isolatore

Per testare il comportamento delle statue isolate con un simile dispositivo, si è realizzato un modello semplificato che riesca a descrivere sinteticamente le caratteristiche delle statue del caso studio. Per questo motivo l'apparecchiatura di prova realizzata deve soddisfare alcuni vincoli di natura progettuale:

- Il sistema sperimentale deve essere economico e facilmente riproducibile;
- Il sistema sperimentale deve essere in grado di rappresentare con attendibilità statue di dimensioni e configurazioni geometriche diverse;
- Il sistema deve essere facilmente assemblabile.

Per rispettare le precedenti condizioni è stato realizzato un modello assemblabile costituito da più elementi in calcestruzzo, detti *"body block"*, collegabili tra loro e ancorati a un elemento di base detto *"footing block"*. Si distinguono cioè:

- "body block" assemblati in diverse configurazioni geometriche, rappresentano la statua da isolare;
- *"footing block"* rappresentano la base della struttura, alla quale sono applicati gli isolatori e sulla quale sono vincolati i body block.



Figura 2.2 – Schematizzazione dell'apparato sperimentale

L'assemblaggio degli elementi avviene mediante l'utilizzo di barre filettate che attraversano appositi fori nei body block, inferiormente vincolate in una boccola filettata e bullonati in sommità.

ELEMENTO	Lunghezza	Profondità	Altezza	Massa
	L [mm]	P [mm]	H [mm]	[kg]
Body Block 1	830	660	830	1056
Body Block 2	830	660	830	1056
Body Block 3	830	660	830	1056
Footing Block	1210	910	380	1065

Nelle successive Figura 2.3, Figura 2.4, Figura 2.5, Figura 2.6, si osservano le differenti configurazioni possibili con l'assemblaggio degli elementi.

Nella successiva Figura 2.3 si osserva la configurazione geometrica CFG#1 completa di tutti gli elementi e caratterizzata da un centro di massa ribassato. Con questa disposizione dei blocchi sono eseguite le prove che nel capitolo successivo sono sfruttate per tarare il modello numerico in seguito impiegato per la rappresentazione completa delle statue.



Figura 2.3 – Configurazione geometrica CFG#1



Figura 2.4 – Configurazione geometrica CFG#2

Le precedenti immagini di Figura 2.4 e Figura 2.5 mostrano due configurazioni differenti a peso ridotto e basso baricentro. Dato il loro utilizzo limitato, sono state escluse dal lavoro di modellazione della presente tesi.



Figura 2.5 – Configurazione geometrica CFG#3

La successiva Figura 2.6 – Configurazioni geometriche CFG#4 e CFG#5mostra la configurazione sperimentale CFG#4, utilizzata per rappresentare le statue da isolare.



Figura 2.6 – Configurazioni geometriche CFG#4 e CFG#5

Il sistema di isolamento è invece costituito da quattro dispositivi posti agli angoli del footing block, in modo da ottenere la massima distanza disponibile tra di loro e simulare nel frattempo la peggior condizione di installazione, quando lo spazio di intervento è ridotto.

#### 2.1 Generazione delle prove sperimentali

Le prove eseguite hanno avuto come obiettivo quello di generare un set di dati sufficiente a caratterizzare il comportamento sia degli isolatori, che del sistema piedistallo-statua. Per lo studio in laboratorio sono state generate delle forzanti in accelerazione di durata e intensità variabile. Ogni input è ricavato da funzioni sinusoidali caratterizzate dalla stessa ampiezza di spostamento, ma con diversa frequenza di applicazione. Operando la derivazione delle funzioni di spostamento si ottengono così diversi livelli di velocità e di accelerazioni.

Gli input sono denominati a partire dalla loro classificazione, secondo la sigla:

(D<sub>i</sub>) \_ (NN) (V<sub>i</sub>) = Definizione completa, (livello di spostamento),(moltiplicatore della velocità), (livello della velocità).

I singoli livelli di spostamento e velocità sono così denominati:

D1 = Livello di spostamento "1", pari a 60 mm;

V1, V2 = Livello di velocità, rispettivamente 200 mm/s e 300 mm/s.

Nella tabella seguente è riassunta la serie di input cui il sistema sperimentale è stato soggetto durante campagna di prove.

Nome	Ampiezza		Frequenza	P.g.v.		P.g.a.
Nome	[in]	[ <i>mm</i> ]	[Hz]	[in/s]	[mm/s]	[g]
D1V1	2,36	60,00	0,530	7,86	200,00	0,07
D1 0_5 V1	2,36	60,00	0,265	3,93	100,00	0,02
D1 0_8 V1	2,36	60,00	0,424	6,29	160,00	0,04
D1 V2	2,36	60,00	0,800	11,86	300,00	0,15
D1 1_5 V2	2,36	60,00	1,200	11,79	450,00	0,35

Tabella 2.2 – Specifiche input orizzontali

Di seguito si presenta anche il riassunto dei test compiuti secondo l'ordine di svolgimento. A ciascuna prova si affiancano alcuni dettagli riguardanti la funzione di input e la direzione di applicazione. In generale, a parte il test 20, sono stati applicati tre cicli completi alla struttura, ritenendo il numero sufficiente ad assicurare il pieno sviluppo di una risposta stazionaria.

N°	LON	LAT	VERT	PGD	PGV	PGA	CONFIGURATION			DIR		
							1	2	3	4	5	
				[mm]	[mm/s]	[mm/s²]	[LCM]	[LCM+]	[LCM-]	[HCM]	[HCME]	
1	D1_V1			60	200	0.07	NL					LON
2	D1_V1			60	200	0.07	х					LON
3	D1 0_5V1			60	100	0.017	х					LON
4	D1_0,8V1			60	160	0.05	х					LON
5		D1_0,8V1		60	160	0.05	х					LAT
6	D1_V2			60	300	0.15	х					LON
7	D1_1,5V2			60	450	0.35	х					LON
8		D1 0_5V1		60	100	0.017	х					LAT
9		D1_V2		60	300	0.15	х					LAT
10	D1_0,8V1			60	160	0.05		Х				LON
11	D1_0,8V1			60	160	0.05			Х			LON
12	D1_0,8V1			60	160	0.05				х		LON
13	D1_0,8V1			60	160	0.05				х		LON
14		D1_0,8V1		60	160	0.05				х		LAT
15	D1_1,5V2			60	450	0.35				х		LON
16		D1_1,5V2		60	450	0.35				х		LAT
17	D1_0,8V1		VERT 1	60/19,8	160/190	0,05/0,19				х		LON
18	D1_0,8V1		VERT 2	60/9,91	160/135	0,05/0,19				х		LON
19	D1_0,8V1	D1_0,8V1		60	160/160	0,05/0,05				х		2D
20	D1_1,5V2	D1_0,8V1		60	300/160	0,35/0,05				Х		2D
21	D1_0,8V1			60	160	0.05					Х	LON
22		D1_0,8V1		60	160	0.05					Х	LAT
23	D1_0,8V1	D1_0,8V1		60	160/160	0,05/0,05					Х	2D
24	D1_1,5V2	D1_0,8V1		60	300/160	0,35/0,05					Х	2D

Tabella	2.3 -	Riassunto	dei test	eseguiti
		massames		COCBUIL

Nella precedente Tabella 2.2, compaiono alcune indicazioni aggiuntive sulla modalità di test:

- **NL** "non lubricated", test eseguito senza lubrificazione delle superfici dell'isolatore;
- LCM "low center of mass", baricentro basso, riferito alle prove realizzate in CFG#1-2-3;
- HCM "high center of mass", baricentro alto, riferito alla configurazione CFG#4;
- HCME "high center of mass and eccentricity", baricentro alto ed eccentrico, riferito alla configurazione CFG#5, che rispetto alla CFG#4 introduce anche un'addizionale eccentricità.

Come anticipato, per garantire inizio e fine del movimento sufficientemente regolari, senza improvvisi e marcati effetti dinamici, ogni forzante è introdotta e seguita da un mezzo ciclo di ampiezza dimezzata. Un esempio di forzante (accelerazione) è fornito in cui i tre cicli per l'input D1\_V1 sono evidenziati con una linea continua, rispetto agli emicicli di ingresso e uscita (rappresentati con una linea tratteggiata).



Grafico 2.1 – Forzante in spostamento

#### 2.2 Comportamento del sistema di isolamento

Prima di potere discutere sulla rappresentazione numerica, è utile osservare alcuni risultati della campagna sperimentale. Si osservano, quindi, i rilievi degli spostamenti, delle accelerazioni e infine i cicli di isteresi determinati dai valori precedenti. Per brevità si riportano solamente alcune delle prove realizzate, ovvero quei test che saranno rappresentati con la modellazione numerica delle statue.

Il primo set di quattro test è costituito dalle prove eseguite in configurazione CFG#1. La disposizione dei blocchi con posizione del baricentro ribassata risulta la più opportuna per studiare il comportamento degli isolatori senza sollecitare impropriamente il sistema. Una posizione elevata o addirittura eccentrica del baricentro dei blocchi può, infatti, determinare una pericolosa oscillazione dell'apparato, deteriorando i dati di output, o portando al ribaltamento dell'apparecchio di prova. Queste prove, realizzate in condizioni controllate rappresentano i dati ideali su cui eseguire la taratura dei modelli numerici.

Il secondo set di 5 test è costituito da prove eseguite in configurazione CFG#4, cioè con alto baricentro in modo da rappresentare approssimativamente la geometria delle sculture del caso studio. Queste prove, eseguite anche con forzanti bidirezionali, sono in seguito sfruttate per verificare la taratura della modellazione numerica. Quindi, si utilizzeranno per stabilire la rispondenza dei modelli complessi con l'esperienza sperimentale.

#### 2.2.1 Test 2 - D1\_V1

È il primo test realizzato con isolatore lubrificato: il precedente è stato infatti realizzato per controllare le caratteristiche di attrito dei dispositivi, dipendenti dal solo contatto acciaio-teflon.



Grafico 2.2 – Test 2: spostamento

A fronte di uno spostamento in input di 60 mm si genera un output contenuto tra i -80 e i +96 mm. Al termine dell'oscillazione, l'inerzia del sistema è insufficiente a riportare l'apparato in posizione originale. Il moto si interrompe con un residuo spostamento permanente.



Grafico 2.3 – Test 2: accelerazione assoluta

A fronte di un input di 0,07 g (686 mm/s<sup>2</sup>) il dispositivo riesce a realizzare una riduzione dell'accelerazione percepita dalla sovrastruttura determinando un output pari a 0,05 g (490 mm/s<sup>2</sup>) al disopra del piano isolato. Ciò significa una riduzione di circa il 30% su di una forzante già appartenente alla categoria delle "basse accelerazioni".



Grafico 2.4 – Test 2: ciclo di isteresi

Il ciclo di isteresi è realizzato in questo caso incrociando i dati di spostamento con le accelerazioni registrate al disopra del piano isolato. Si nota innanzitutto che rispetto alla forma teorica del ciclo di isteresi (parallelogramma) la funzione mostra ampie oscillazioni della risposta. Risulta peraltro evidente lo spostamento residuo pari a 10 mm.





Grafico 2.5 – Test 4: spostamento

Lo spostamento sviluppato dall'applicazione della forzante D1\_0,8V1 è pari a circa +/- 100 mm, cioè quasi il doppio di quanto applicato in input. Il moto si ferma con un residuo spostamento permanente pari a 10 mm.





L'accelerazione in output non mostra grosse variazioni rispetto alla forzante in output, anzi dall'immagine precedente si osserva che sostanzialmente l'isolatore "non filtra" questa

accelerazione in ingresso. Si può quindi affermare che per accelerazioni dell'ordine di 0,05 g (450 mm/s<sup>2</sup>) non si assistono a evidenti benefici dell'isolamento: l'output risultante si attesta proprio attorno a 0,05 g (450 mm/s<sup>2</sup>).



Grafico 2.7 – Test 4: ciclo di isteresi

Il ciclo di isteresi rappresenta contemporaneamente sia lo spostamento in output sia l'accelerazione misurata. Si osserva innanzitutto la forma della funzione che, a parte un fenomeno di oscillazioni secondarie del tracciato attorno ai +/-40 e +/-70mm, realizza il parallelogramma teorico del sistema.

#### 2.2.3 Test 6 - D1\_V2

La forzante D1\_V2 è caratterizzata da una maggiore accelerazione alla base, pari a 0,15 g. Come si osserva dal grafico delle accelerazioni registrate, il positivo effetto di riduzione dell'accelerazione percepita risulta ancora più marcato rispetto alla precedente D1\_V1.



Grafico 2.8 - Test 6: spostamento

Gli spostamenti registrati sono compresi tra +/- 80 mm, similmente a quanto osservato con i grafici precedenti il moto del dispositivo si ferma al residuo spostamento di -8 mm.



Grafico 2.9 - Test 6: accelerazione assoluta





Grafico 2.10 – Test 6: ciclo di isteresi

Il grafico del ciclo di isteresi mostra approssimativamente la forma di un parallelogramma. Tuttavia nelle posizioni +40/-40 mm del ciclo si assiste a brusche oscillazioni della funzione.

#### 2.2.4 Test 7 -D1\_1,5V2

Il test viene eseguito con la forzante più intensa, caratterizzata da una accelerazione pari a0,35g ovvero 3400 mm/s<sup>2</sup>.



Grafico 2.11 – Test 7: spostamento

L'applicazione della forzante determina uno spostamento compreso tra -80 e +80 mm, con un ciclo tale da consentire che l'apparecchiatura sperimentale ritorni praticamente all'origine (-2mm).



Grafico 2.12 – Test 7: accelerazione assoluta

In questo caso il beneficio dell'isolamento è evidente, l'accelerazione fornita pari a 0,35 g (3400 mm/s<sup>2</sup> nel grafico) viene filtrata consentendo il passaggio di appena 0,05 g (460 mm/s<sup>2</sup> nel grafico).



Grafico 2.13 – Test 7: ciclo di isteresi

Il ciclo di isteresi mostra l'estensione della corsa dell'isolatore, compresa in +/-80 mm e l'accelerazione percepita, che risulta inferiore a 460 mm/s<sup>2</sup>, come in precedenza la funzione è affetta da un'ampia oscillazione attorno ai valori di +/-40 mm di spostamento.

#### 2.2.5 Test 13 - D1\_0,8V1

Dal test 13, come si può osservare dalla tabella riassuntiva, i test sono realizzati nella configurazione CFG#4 (che tra l'altro rappresenta in maniera semplificata le caratteristiche delle statue più tardi oggetto di studio). Di seguito si espongono i risultati del test.



Grafico 2.14 – Test 13: spostamento

Come nel test 4 lo spostamento si assesta entro l'intervallo +90/-80 mm. Permane uno spostamento residuo di 18 mm.



Grafico 2.15 – Test 13: accelerazione assoluta

Come nel test 4 si avverte una debole riduzione di accelerazione: a fronte di un input di 0,05 g, l'accelerazione in output resta praticamente invariata.



Grafico 2.16 – Test 13: ciclo di isteresi

Il ciclo è dotato di una forma sufficientemente regolare, e appare correttamente come un parallelogramma. Il ciclo termina con uno spostamento residuo di 18 mm.

#### 2.2.6 Test 14 - D1\_0,8V2

Il test 14 viene realizzato somministrando alla CFG#4 la forzante D1\_0,8V1 in direzione laterale.



Grafico 2.17 – Test 14: spostamento

Anche in questo caso lo spostamento realizza un'escursione compresa tra +100 e -90 mm. Lo spostamento residuo è pari a 19 mm.



Grafico 2.18 - Test 14: accelerazione assoluta

Il sistema di isolamento sembra non determinare evidenti riduzioni dell'accelerazione percepita, anzi in alcune occasioni l'accelerazione osservata è maggiore di quella di input (0,05 g).



Grafico 2.19 – Test 14: ciclo di isteresi

Il ciclo appare sufficientemente regolare. Sono presenti tuttavia alcune oscillazioni della funzione nei tratti corrispondenti al moto dell'isolatore. Lo spostamento residuo è pari a 19 mm.

#### 2.2.7 Test 15 - D1\_1,5V2

Con il test 15 si ritorna ad applicare la forzante nella direzione longitudinale dell'apparecchiatura sperimentale.



Grafico 2.20 – Test 15: spostamento

Lo spostamento si realizza nel range +/-80 mm, al termine del moto permane uno spostamento residuo pari a -2,3 mm (quasi nullo).



Grafico 2.21 – Test 15: accelerazione assoluta

Come nel caso del test 7 il beneficio dell'isolamento risulta molto evidente. A fronte di un input di 0,35 g, l'accelerazione è filtrata consentendo il passaggio di soli 0,05 g.



Grafico 2.22 – Test 15: ciclo di isteresi

Il ciclo di isteresi è vagamente approssimabile a un parallelogramma (non si conosce ancora l'origine di tali variazioni).

#### 2.2.8 Test19 Bidirezionale CFG#4

Il test 19 è realizzato applicando in entrambe le direzioni la forzante di intensità più bassa, ovvero

D1\_0,8V1. Di seguito si riportano i risultati ottenuti.







Grafico 2.24 – Test 19: spostamento Y



Grafico 2.25 – Test 19: spostamento planimetrico

Nel caso di una forzante bidirezionale è interessante controllare il movimento nel piano tracciando lo spostamento sul piano X-Y. Per il test 19 si osserva un percorso di forma ogivale, con uno spostamento compreso tra (-90mm< $\Delta X$ <+90mm) e (-120mm< $\Delta X$ <+120mm), contenuto all'interno dello spostamento ammissibile consentito dall'isolatore. Lo spostamento residuo colloca l'isolatore nel punto ( $X_{res}$ =0,3mm; $Y_{res}$ =24mm).



Grafico 2.26 - Test 19: accelerazione assoluta X



Grafico 2.27 – Test 19: accelerazione assoluta Y

Per quanto riguarda le accelerazioni in output si osserva una modesta riduzione di quanto percepito dalla sovrastruttura.

Nell'applicazione di forzanti bidirezionali, i cicli di isteresi appaiono differenti rispetto al parallelogramma standard. A causa della continua ridistribuzione del carico sugli isolatori, avviene una continua variazione della rigidezza istantanea degli isolatori che si rispecchia nella variazione della pendenza della funzione (si veda a tal proposito il capitolo 3).



Grafico 2.28 – Test 19: ciclo di isteresi X



Grafico 2.29 – Test 19: ciclo di isteresi Y
#### 2.2.9 Test20 Bidirezionale CFG#4

Il test somministra due forzanti ortogonali tra loro. In questo caso è prevista l'applicazione della forzante D1\_1,5V2 nella direzione longitudinale (X) opportunamente modificata in maniera tale da durare lo stesso tempo della forzante D1\_0,8V1 che è invece applicata alla direzione laterale (Y).



Grafico 2.30 – Test 20: Spostamento X



Grafico 2.31 – Test 20: Spostamento Y

In questo caso le distanze percorse nelle due direzioni sono differenti, lungo X si osserva il range di spostamento +/- 80 mm (circa), mentre nell'altra direzione si osserva uno spostamento compreso in +/- 110 mm. Gli spostamenti sono contenuti all'interno dei limiti di funzionamento dell'isolatore.



Grafico 2.32 – Test 20: Tracciato planimetrico dello spostamento

Il tracciato dello spostamento non corrisponde in questo caso a una rotazione attorno all'origine, ma a una "spirale" complessa che si muove lungo x e y intrecciandosi ripetutamente. Lo spostamento residuo colloca l'apparecchio sperimentale in ( $X_{res}=6,7mm \ e \ Y_{res}=24,2mm$ ).



Grafico 2.33 - Test 20: accelerazione assoluta X



Grafico 2.34 – Test 20: accelerazione assoluta Y

L'effetto di riduzione dell'accelerazione percepita è molto più marcato nella direzione X che nella direzione Y. Ad ogni modo grazie all'isolamento la struttura sovrastante non percepisce più di 0,05 g in entrambe le direzioni.

In direzione (X) si osserva un ciclo di isteresi abbastanza regolare. A differenza del ciclo teorico la funzione numerica appare curva: avviene cioè una variazione di rigidezza degli isolatori, determinata dalla ridistribuzione della massa del sistema.



Grafico 2.35 – Test 20X: Ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione



Grafico 2.36 – Test 20Y: ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

Nella direzione coordinata (Y) il ciclo invece subisce delle importanti oscillazioni della risposta. Anche in questo caso la forma si discosta dal teorico parallelogramma. Come brevemente accennato nell'introduzione, oltre alle esigenze di sicurezza, il dispositivo di isolamento deve soddisfare alcune richieste di natura geometrica. Per non influenzare negativamente l'esposizione museale si deve limitarne l'ingombro in pianta e l'altezza, il dispositivo dovrà risultare, quindi, il più possibile invisibile. Per questi motivi, che si sommano all'ampia letteratura scientifica in merito e alle precedenti esperienze di installazione, si è optato per lo studio di un sistema di isolatori ad attrito con duplice superficie di scorrimento. Questi isolatori ad attrito, altrimenti detti "a doppio pendolo" (in inglese *DCFP – Double concave friction pendulum*), consentono di diminuire sensibilmente l'ingombro del dispositivo, dato che la corsa totale del sistema non avviene più su di un'unica superficie ma su due calotte. Considerando un'applicazione tipica si dispongono dal basso in alto:

- Isolatore a doppio pendolo, eventualmente vincolato al pavimento della sala espositiva;
- Piedistallo: costituito da un sistema di piastre e pannelli in pietra serena, si appoggi ai quattro angoli sui dispositivi di isolamento;
- Oggetto da isolare, eventualmente vincolato al supporto espositivo.

Il dispositivo è quindi costituito da due calotte sferiche che contengono un elemento scorrevole dotato di un perno articolato. Durante il movimento, le estremità dell'isolatore si allontanano tra di loro strisciando, mentre la "slitta" articolata si adegua allo spostamento mantenendo orizzontali le due facce (superiore e inferiore) dell'isolatore.

## 3.1 Modello teorico dell'isolatore ad attrito

La formulazione numerica di un isolatore a doppio pendolo è affine a quella di un isolatore a pendolo semplice, nel quale il raggio di curvatura della superficie di scorrimento è pari alla somma dei raggi di curvatura delle singole superfici di scorrimento.

Seguendo l'approccio proposto in (1) si definisce la legge di funzionamento dell'isolatore a singola superficie di scorrimento.

Se il carico sull'isolatore è W, lo spostamento orizzontale è D, e il coefficiente di attrito è  $\mu$ , allora la forza resistente (d'attrito) F è data da:

$$F = \frac{W}{R} \cdot D + \mu W(sign\dot{D})$$
 Eq. 3.1

in cui R è il raggio di curvatura del disco (in questo caso somma dei raggi di curvatura del disco superiore e inferiore). Il primo termine  $\frac{W}{R} \cdot D$  è la *"forza di ricentraggio"* dovuta al sollevamento della massa durante il moto, che offre quindi una rigidezza orizzontale pari a:

$$K_H = \frac{W}{R}$$
 Eq. 3.2

e comporta un periodo T della struttura isolata pari a:

$$T = 2\pi \sqrt{R/g}$$
 Eq. 3.3

che risulta, quindi, indipendente dalla massa portata.

La rigidezza  $K_H$  è spesso definita come "rigidezza secondaria" o  $K_2$ , per distinguerla dalla cosidetta "Rigidezza iniziale" o  $K_1$ , che il dispositivo presenta prima di sviluppare il moto.

Il secondo termine  $\mu W(sign\dot{D})$  è la *forza d'attrito*, che si sviluppa tra la slitta mobile e le superfici di scorrimento delle calotte dell'isolatore. Il coefficiente  $\mu$  dipende in maniera significativa dalla pressione p applicata dalla superficie e dalla velocità di scivolamento  $\dot{D}$ : l'attrito diminuisce all'aumentare della pressione e diventa indipendente dalla velocità per valori maggiori di 51 mm/s e pressioni maggiori di circa 14 MPa. Un tipico diagramma di isteresi per un sistema di isolamento a scorrimento per un esperimento su tavola vibrante è mostrato nella figura sottostante:



Figura 3.1 – Ciclo di isteresi tipico

La natura lineare della forza di ricentraggio, l'elevata rigidezza dell'isolatore prima che si sviluppi lo strisciamento, e la dissipazione di energia dovuta all'attrito risultano chiari dall'immagine precedente.

Il ciclo di isteresi mette a confronto contemporaneamente sia lo spostamento sia l'accelerazione (o il taglio) e mostra la tipica forma a parallelogramma determinata dalla prima fase detta di "sticking" (adesione), nella quale il comportamento del sistema è analogo a quello di un corpo rigidamente connesso al suolo. Superata questa fase di elevata rigidezza, il moto evolve su di una retta quasi verticale. Una volta oltrepassato la massima forza d'attrito disponibile si innesca il movimento a pendolo, caratterizzato da una minore rigidezza (retta inclinata).

Come spiegato in (1), tutti i tipi di isolatore possono essere rappresentati tramite una modellazione bilineare, che necessita, quindi, di un'analisi dinamica al passo. Nella pratica il modello bilineare è basato su tre parametri  $K_1$ ,  $K_2$  e Q, così come mostrato in figura:



Figura 3.2 - Parametri del modello bilineare

Rispettivamente i tre parametri rappresentano:

- $K_1$ : rigidezza iniziale elastica dell'isolatore, stimabile sia dai cicli di isteresi a disposizione o empiricamente come multiplo della rigidezza  $K_2$ ;
- *K*<sub>2</sub>: rigidezza a regime dell'isolatore, cioè una volta innescato il movimento a pendolo;
- *Q*: detta *"resistenza caratteristica"* (*characteristic strenght*), nel caso dell'isolatore a doppio pendolo è data dal coefficiente d'attrito per il carico verticale sul supporto:

$$Q = \mu \cdot W$$
 Eq. 3.4

Nel modello numerico si assume  $\mu = \mu_{slow}$ , anche se nella realtà i valori di coefficienti d'attrito statico e dinamico a bassa velocità sono distinti e differenti.

La rigidezza equivalente del dispositivo (da picco a picco) è data da:

$$K_{eff} = \frac{W}{R} + \frac{\mu \cdot W}{D}$$
 Eq. 3.5

Dalla formula precedente si può ricavare una diversa stima del periodo della struttura isolata, data la definizione di frequenza angolare e frequenza naturale:

$$\omega = \sqrt{k/m} \to f = \frac{\omega}{2\pi}$$
 Eq. 3.6

è possibile ottenere la frequenza e quindi il periodo efficace:

$$T_{eff} = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$
 Eq. 3.7

Si ottiene, pertanto:

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g} \cdot \frac{1}{K_{eff}}} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g} \cdot \frac{1}{\frac{W}{R} + \frac{\mu \cdot W}{D}}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g} \cdot \frac{R \cdot D}{D + \mu \cdot R}} \qquad \text{Eq. 3.8}$$

che, considerando attrito nullo, risulta coincidente alla precedente Eq. 3.3.

Altro importante parametro che definisce il comportamento dell'isolatore ad attrito è lo smorzamento viscoso equivalente, cioè la dissipazione di energia prodotta dall'attrito, che può essere stimato dalla formula:

$$\xi_{eff} = \frac{Area \ del \ ciclo \ di \ isteresi}{4\pi \cdot K_{eff} \cdot D^2}$$
 Eq. 3.9

l'area del ciclo di isteresi è  $4\mu WD$ ; pertanto:

$$\xi_{eff} = \frac{4\mu WD}{2\pi \left(\frac{W}{R} + \frac{\mu \cdot W}{D}\right)D^2} = \frac{2}{\pi} \frac{\mu}{\frac{D}{R} + \mu}$$
 Eq. 3.10

che varia da  $2\pi$  per piccoli D (spostamento), fino a  $\frac{2\mu}{\pi R/D}$ per D crescenti. Per esempio se D = 254 mm e R = 1,00 m, allora con  $\mu = 0,06$  si ottiene  $\xi_{eff} = 12\%$ .

Questo parametro, per quanto sia legato a una rappresentazione lineare equivalente del comportamento dell'isolatore, si dimostra particolarmente interessante. Innanzitutto, è opportuno osservare come lo smorzamento, ovvero la dissipazione di energia del sistema sia particolarmente elevata, già a partire dalle sole proprietà d'attrito del Friction Pendulum. Non deve sorprendere che l'ulteriore incremento dello smorzamento, ottenuto modificando lo smorzamento relativo  $\xi$  tra le impostazioni dell'analisi, non sortisca risultati evidenti come nel caso delle strutture ordinarie. A questo proposito è stato utile ricavare differenti valori probabili di smorzamento facendo variare l'attrito mantenendo inalterati gli altri parametri (carico sull'isolatore, spostamento e raggio di curvatura). In seguito al riscontro del differente smorzamento si sono ricavati gli spettri di risposta delle diverse forzanti utilizzate nella campagna sperimentale.

Dati			
Carico totale	W	41,5	[kN]
Reazione sul singolo isolatore	V	10,375	[kN]
Raggio di curvatura	R	3000	[mm]
Spostamento di progetto	D	160	[ <i>mm</i> ]

Tabella 3.1 – Dati per determinare le caratteristiche degli isolatori

Nella precedente Tabella 3.1 sono riportati i dati da cui sono stati ricavati i valori di Periodo, Rigidezza e smorzamento equivalenti e Forza di distacco che sono successivamente riportati nei grafici.

	Coefficiente di attrito – μ									
	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05	
<b>T</b> <sub>eff</sub>	3,189	3,070	2,964	2,868	2,780	2,700	2,627	2,559	2,497	[s]
K <sub>eff</sub>	0,210	0,203	0,196	0,189	0,184	0,179	0,174	0,169	0,165	[kN/mm]
ξ	10,05%	13,97%	17,36%	20,32%	22,92%	25,22%	27,28%	29,13%	<mark>30,80%</mark>	[%]
F	0,104	0,156	0,208	0,259	0,311	0,363	0,415	0,467	0,519	[kN]
F	103,75	155,625	207,5	259,375	311,25	363,125	415	466,875	518,75	[N]

Tabella 3.2 – Variazione delle caratteristiche dell'isolatore al variare dell'attrito



Grafico 3.1 – Variazione del periodo dell'isolatore in funzione dell'attrito



Grafico 3.2 – Variazione dello smorzamento viscoso equivalente in funzione dell'attrito



Grafico 3.3 – Forza d'attrito in funzione del coefficiente di attrito

Dal Grafico 3.2 si può notare l'elevato valore dello smorzamento, ovvero della dissipazione di energia, al variare dell'attrito della superficie di scorrimento. Già nel caso di  $\mu = 0,02$  si ottiene uno smorzamento viscoso  $\xi = 17,36\%$ , praticamente 3 volte l'usuale valore del 5% che si adotta nelle analisi di strutture ordinarie in Calcestruzzo armato. Vale la pena notare che *D*, lo spostamento massimo (in alcuni casi di progetto) dell'isolatore è stato assunto costante e pari a 160 mm. Nella realtà per approssimare al meglio il comportamento dell'isolatore ad attrito è necessario a procedere ricorsivamente alla stima dello spostamento determinato dallo spettro di risposta secondo lo schema riportato in figura:



Figura 3.3 – Schema iterativo per la determinazione dello spostamento di progetto

Nelle pagine seguenti si osservano gli spettri di risposta generati con lo smorzamento relativo "standard"  $\xi = 0 - 5\%$  e  $\xi_{eff} = 17 - 30\%$  determinati con i valori estremi di  $\mu$ , in particolare con  $\mu = 0.02 - 0.05$ .



Grafico 3.4 – D1\_0,8V1 Spettro di risposta in accelerazione



#### Grafico 3.5 – D1\_V1 Spettro di risposta in accelerazione



Grafico 3.6 – D1\_V2 Spettro di risposta in accelerazione



Grafico 3.7 – D1\_1,5V2 Spettro di risposta in accelerazione



Grafico 3.8 – D1\_0,8V1 Spettro di risposta in spostamento



Grafico 3.9 – D1\_V1 Spettro di risposta in spostamento



Grafico 3.10 – D1\_V2 Spettro di risposta in spostamento



Grafico 3.11 – D1\_1,5V2 Spettro di risposta in spostamento

In tutti e quattro i casi rappresentati la diminuzione delle ordinate spettrali è molto marcata, ovviamente con il valore di  $\xi = 5\%$  molto distanziato dalle altre curve.

Per quanto riguarda, invece, la geometria dell'isolatore FPS è utile invertire l'Eq. 3.3 che mette in relazione il periodo di oscillazione col raggio di curvatura. Per un prefissato periodo T si ottiene:

$$R = \frac{gT^2}{(2 \cdot \pi)^2} \approx \frac{T^2}{4}$$
 Eq. 3.11

Pertanto è necessario un raggio di curvatura di 1 metro per un periodo di circa 2 secondi.

Quindi, se lo spostamento orizzontale D del sistema è pari a 254 mm, allora lo spostamento verticale  $\delta_V$ 

$$\delta_V = R \left[ 1 - \cos\left( \arcsin\frac{D}{R} \right) \right]$$
 Eq. 3.12

sarà attorno ai 32 mm. Pertanto si può dire che un movimento orizzontale di  $\pm 254 mm$  con periodo di circa 2 secondi, genera anche un movimento verticale di ampiezza 32 mm con periodo di 1 secondo. La forma approssimata per lo spostamento verticale si esprime come:

$$\delta_V = \frac{1}{2} \frac{D^2}{R}$$
 Eq. 3.13

indica che grossomodo lo spostamento verticale è quadratico rispetto all'orizzontale.

Un'altra caratteristica del FPS è che se lo spostamento è inferiore di un certo valore del raggio di curvatura, allora la forza di ritorno sarà inferiore della forza d'attrito e il sistema non sarà autoricentrante. Questo fattore è ottenuto uguagliando i due termini dell'equazione che definisce la forza sull'isolatore. Pertanto il sistema non si ricentra qualora sia  $\frac{D}{R} \le \mu$ . Il che rappresenta un problema in sistemi con lungo periodo; per esempio se il periodo vale T = 5 secondi, R = 6,35 m, con  $\mu = 0,06$ , il sistema non si ricentrerà per spostamenti  $D \le 381 mm$ .

La modellazione estremamente semplice rende l'isolatore FPS molto attraente; tuttavia proprio la sua semplicità rappresenta uno dei principali svantaggi del sistema. Si tratta essenzialmente di un sistema monoparametrico, e quel parametro è controllato dal raggio della superficie di scorrimento. Affinché tutte le varie superfici scorrano assieme, dovranno essere tutte sferiche. Pertanto la risposta sarà lineare sull'intero range di spostamento.

È opportuno osservare inoltre che le proprietà finora descritte per l'isolatore sono state stabilite osservando i comuni isolatori ad attrito a superficie curva e impiegati nel campo delle costruzioni civili. Questa rappresentazione si estende anche al "piccolo" isolatore studiato nella presente tesi.

#### 3.2 Formulazione numerica dell'isolatore ad attrito

Nei codici di calcolo SAP2000 e MIDAS Gen, l'elemento *"Friction isolator" o "Friction pendulum Isolator"* rappresenta numericamente un isolatore a pendolo e riprende le precedenti proprietà descritte nel precedente paragrafo, implementando un modello di comportamento elasto-viscoso incrudente. Le principali caratteristiche del link FPS sono rappresentate dalle proprietà attritive per le due deformazioni taglianti, dalla rigidezza post-scorrimento dovuta al raggio di curvatura, e dalla simulazione del "contatto" (gap) in direzione assiale.

Partendo da quest'ultima caratteristica, il comportamento assiale del link segue la legge:

$$f_{u1} = P = \begin{cases} k_1 d_{u1} & \text{se } d_{u1} < 0 \\ 0 & altrimenti \end{cases}$$
 Eq. 3.14

ovvero, la forza restituita sul link sarà pari alla rigidezza verticale per lo spostamento in quella direzione se si tratta di una compressione, nulla altrimenti. Ciò significa che proprio come i reali isolatori ad attrito il link è incapace di sopportare la trazione.

Per quanto riguarda il comportamento a taglio, invece, si prevede:

$$f_{u2} = f_{u2f} + f_{u2p} \longrightarrow f_{u2} = -|P|\mu_2 z_2 - |P|\frac{d_{u2}}{R_2}$$
  

$$f_{u3} = f_{u3f} + f_{u3p} \longrightarrow f_{u3} = -|P|\mu_3 z_3 - |P|\frac{d_{u3}}{R_3}$$
  
Eq. 3.15

Dove i termini con il pedice "f" rappresentano le forze d'attrito che agiscono con verso opposto al movimento dell'isolatore e determinano la dissipazione di energia del sistema, mentre quelli con il pedice "p" rappresentano il comportamento a pendolo, con la conseguente "Restoring Force" che consente il ricentraggio dell'isolatore.

Il parametro "z" è, invece, una variabile isteretica interna, mentre il coefficiente di attrito « $\mu$ » dipende dalla velocità di scorrimento secondo la legge:

$$\mu_{2} = \mu_{fast2} - (\mu_{fast2} - \mu_{slow2}) \cdot e^{-rv} \mu_{3} = \mu_{fast3} - (\mu_{fast3} - \mu_{slow3}) \cdot e^{-rv}$$
Eq. 3.16

Corrispondente a quanto espresso in (2) con la velocità espressa come:

$$v = \sqrt{\dot{d}_{u2}^2 + \dot{d}_{u3}^2}$$
 Eq. 3.17

e "r" rateo di variazione della velocità, che si ricava come:

$$r = \frac{r_2 \, \dot{d}_{u2}^2 + r_3 \, \dot{d}_{u3}^2}{v^2} \qquad \qquad \text{Eq. 3.18}$$

ovvero come l'inverso della velocità effettiva.

Si nota, quindi, che l'attrito, seguendo il modello proposto in (2) evolve secondo una funzione esponenziale che tende al valore di  $\mu_{fast}$ , quanto più grande sarà il valore della velocità.

Le variabili isteretiche interne hanno valore iniziale nullo ed evolvono seguendo la legge:

$$\begin{cases} \dot{z_2} \\ \dot{z_3} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 - a_2 z_2^2 & -a_3 z_2 z_3 \\ -a_2 z_2 z_3 & 1 - a_3 z_3 \end{bmatrix} \begin{cases} \frac{k_2}{P \mu_2} \dot{d} u_2 \\ \frac{k_3}{P \mu_3} \dot{d} u_3 \end{cases}$$
 Eq. 3.19

Nella quale  $k_2$  e  $k_3$  sono le rigidezze iniziali dell'isolatore prima dello scorrimento e  $a_2$ ,  $a_3$  coefficienti che assumono valore 0/1.

Da questa breve sintesi sulla formulazione numerica dell'elemento link FPS si distinguono, quindi, i parametri necessari alla corretta rappresentazione del comportamento dell'isolatore ad attrito, si tratta di:

- " $\mu_{slow}$ " e " $\mu_{fast}$ " Coefficienti d'attrito dinamico a bassa e alta velocità;

"r" Rateo di variazione per l'equazione evolutiva dell'attrito dinamico;
 "K<sub>1</sub>" Rigidezza iniziale dell'isolatore prima dell'innesco dello

scivolamento;

- "W" Peso del sistema (ovvero massa se correlato a g);
- "ξ" Smorzamento relativo delle analisi.

Solo alcuni tra questi parametri possono essere effettivamente selezionati e cioè  $K_1$ ,  $\mu_{slow}$ ,  $\mu_{fast}$ ,  $r \in \xi$ , gli altri sono invece automaticamente determinati dalla geometria della sovrastruttura (la

distribuzione della massa del sistema), oppure univocamente definiti (il raggio di curvatura della superficie dell'isolatore).

Restano, dunque, da tarare solo i coefficienti di attrito " $\mu$ " e la rigidezza iniziale dell'isolatore " $K_1$ " e lo smorzamento relativo " $\xi$ ", due fattori che determinano la corrispondenza del modello numerico al prototipo reale sia in termini di spostamento e che di accelerazioni. In particolare come in precedenza evidenziato l'attrito è la principale fonte di smorzamento del sistema: sarà fondamentale la scelta corretta di questo parametro per determinare correttamente i risultati di calcolo. Si ricorda che la preminenza dello smorzamento viscoso determinato dall'attrito sullo smorzamento relativo  $\xi$  è dimostrata, infatti, dalla stima condotta nel paragrafo precedente, dato che il primo supera facilmente il valore del 13%, mentre usualmente si assistono a 0% <  $\xi$  < 5%.

# 3.3 Rappresentazioni numeriche

Il lavoro di modellazione numerica ha avuto come scopo, innanzitutto, la ricerca degli ottimali parametri di taratura per la rappresentazione completa delle statue oggetto di studio. La modellazione è evoluta a partire dalla più semplice schematizzazione possibile (un solo elemento isolatore sormontato da un solo link), fino alla rappresentazione completa delle statue e del loro basamento.

## 3.3.1 Modello beam 1FPS (forzanti monodirezionali)

Si tratta della rappresentazione più semplice dell'apparato sperimentale, abbandonata a favore di modellazioni più raffinate. Il modello è costituito da un elemento link non lineare – il cosiddetto Friction Pendulum System – dotato di una legge evolutiva non lineare e da un elemento beam di dimensioni e peso equivalenti al sistema sperimentale nella configurazione 1 (CFG# 1). Per ricavare le caratteristiche del beam equivalente si è provveduto a studiare il modello fisico nelle sue parti.



Figura 3.4 – Configurazione geometrica CFG#1

Avendo a disposizione la geometria del sistema sperimentale, si stima la posizione del baricentro, misurata a partire dal piano di posa del footing block, su cui ogni altro elemento dell'apparecchio si appoggia.

	Long [cm]	Lat [cm]	Vert [cm]	Volume [m³]	Peso misurato [kg]	Υ <sub>cls</sub> misurato [kg/m³]
Body block	83,82	66,04	83,82	0,46	1056,00	2275,94
Footing Block	121,92	91,44	40,46	0,45	1065,00	2361,09
	•					
				Peso	4233,00	[kg]

Tabella 3.3 – Caratteristiche della modellazione a 1 beam

Tabella 3.4 – Determinazione del baricentro

totale

41,511

[kN]

	Peso [kg]	Braccio [cm]	Momento [kg∙cm]		
Footing block	1065	20,23	21545		
Body block 1	1056	82,37	86983		
Body block 2	1056	82,37	86983		
Body block 3	1056	166,19	175497	Posizione b	aricentro
Totale	4233	-	371007	87,64636	[cm]

Si può ricavare la dimensione del blocco equivalente conoscendo la posizione del baricentro: assumendo che il blocco sia un parallelepipedo regolare l'altezza alla sommità dovrà essere necessariamente il doppio di quella del baricentro. Per ricavare le dimensioni di base si impone la densità di massa tipica del calcestruzzo (2500 kg/m<sup>3</sup>) e si ricava il volume del parallelepipedo, quindi dividendo per l'altezza si ricava l'area della base quadrata del parallelepipedo.

Si ricavano le dimensioni del blocco equivalente secondo la procedura:

$$\frac{Peso}{\gamma_{cls}} = Volume \rightarrow \frac{Volume}{Altezza} = Area \ di \ base \rightarrow \sqrt{Area} \ di \ base = Lato$$

Nella seguente Tabella 3.5 sono riportate le caratteristiche del beam equivalente modellato.

	Peso [kg]	Υ <sub>cls</sub> [kg/m³]	Volume [m³]	Altezza [cm]	Area base [cm²]	Lato base [cm]
Equivalent block	4233	2500,00	1,6932	175,29	9659,27	98,28

Tabella 3.5 – Dimensioni del Beam equivalente

Con le dimensioni così ottenute, si può facilmente rappresentare il modello in SAP2000 v14; nelle successive immagini delle Figura 3.5 e Figura 3.6. si osserva la rappresentazione della configurazione CFG#1.



Figura 3.5 – Visualizzazione del modello unifilare

Figura 3.6 – Visualizzazione tridimensionale

Questo modello, di cui non si riportano i risultati di calcolo, è stato utilizzato per prendere confidenza con la modellazione FEM. Dopo l'iniziale utilizzo, è stato abbandonato a favore di una modellazione più complessa che rappresenta tutti i quattro isolatori impiegati.

#### 3.3.2 Modello beam 4FPS (forzanti mono e bidirezionali)

In maniera analoga a quanto eseguito per il modello a 1 isolatore, si determinano le caratteristiche e le dimensioni di un sistema di beam equivalenti alle configurazioni CFG#1 "bassa" e CFG#4 "alta", con cui sono state svolte le prove di taratura dei Link FPS.

Come primo passo si ricava la posizione del baricentro del solo sistema di body block in configurazione CFG#1, misurato a partire dalla faccia superiore.

Nel caso analizzato, dato che il sistema è sottoposto a una forzante monodirezionale, si è semplificata ulteriormente la rappresentazione della configurazione. L'apparecchio sperimentale (Figura 2.3) è costituito dal footing block e da tre body block sovrapposti l'un l'altro a formare una sorta di piramide. Il modello è rappresentato il footing block con le proprie dimensioni, mentre i body block sono sostituiti da un unico beam equivalente. Le caratteristiche dei body block e quindi del beam equivalente sono ricavate in Tabella 3.6 e Tabella 3.7.

#### Tabella 3.6 – Baricentro dei body block

	Peso [kg]	Braccio [cm]	Momento [kg·cm]		
Body block 1	1056	41,91	44257		
Body block 2	1056	41,91	44257		
Body block 3	1056	125,73	132771	Posizione b	oaricentro
Totale	3168	-	221285	76,85	[cm]

Il baricentro ricavato nella tabella precedente è ricavato con riferimento alla faccia superiore del footing block.

Tabella 3.7 – Dimensioni del beam equivalente

	Peso [kg]	Υ <sub>cls</sub> [kg/m³]	Volume [m³]	Altezza [cm]	Area base [cm <sup>2</sup> ]	Lato base [cm]
Equivalent block	3168	2500	1,392	153,70	9056,278	95,164

Determinate le caratteristiche della geometria si utilizzano i dati ottenuti per rappresentare il modello, che risulta costituito da quattro link FPS collegati tra loro con l'utilizzo di Rigid Link, e quindi connessi ai beam di calcestruzzo che si trovano appena al di sopra.



Figura 3.7 – CFG#1 Modello unifilare

Figura 3.8 – CFG#1 Modello tridimensionale

Gli isolatori a scorrimento a doppio pendolo sono situati al di sotto del footing block ai quattro angoli della base rettangolare secondo la disposizione illustrata in Figura 3.13.

ectangular Section	Rectangular Section
Section Name Equivalent block	Section Name Footing Block
Section Notes Modify/Show Notes	Section Notes Modify/Show Notes
Properties Property Modifiers Material	Properties Property Modifiers Material
Section Properties Set Modifiers + CLS EB	Section Properties Set Modifiers + CLS FB
Dimensions	Dimensions
Depth (13) 952,4	Depth (t3)
Width (12) 952,4	Width (t2) 914.4
<b>→</b>	
Display Color	Display Color
Crowth Driv(unreal)	County Drieforment
Figura 3.9 – CFG#1, blocco equivalente	Figura 3.10 – CFG#1, footing block
aterial Property Data	Material Property Data
C General Data	General Data
Material Name and Display Color CLS EB	Material Name and Display Color CLS FB
Material Type	Material Type Concrete
Material Notes Modify/Show Notes	Material Notes Modify/Show Notes
Weight per Unit Volume 2,452E-05	Weight per Unit Volume 2 315E-05
Mass per Unit Volume 2 500E-09	Mass per Unit Volume 2 361E-09
Isotropic Property Data	Isotropic Property Data
Modulus of Elasticity, E 30000,	Modulus of Elasticity, E 30000,
Poisson's Hatio, U	Poisson's Hatio, U U.2
Loefficient of Thermal Expansion, A 17,000E-05	Loethcient of Thermal Expansion, A T,000E-05
Shear Modulus, G J12000,	Shear Modulus, G
Other Properties for Concrete Materials	Other Properties for Concrete Materials
Specified Concrete Compressive Strength, I'c 30,	Specified Concrete Compressive Strength, f'c 30,
Lightweight Concrete	Lightweight Concrete
Shear Strength Reduction Factor	Shear Strength Reduction Factor
Switch To Advanced Property Display	Suitab To Advanced Property Direlay

Figura 3.11 – Blocco equivalente, materiale

Figura 3.12 – Footing block, materiale



Figura 3.13 – Geometria della base e posizione degli isolatori

I link FPS introdotti nel modello seguono la stessa disposizione planimetrica della geometria reale, mentre per quanto riguarda l'altezza degli elementi, si riprende la dimensione reale del dispositivo, ovvero 70 mm. Per determinare la rigidezza iniziale dell'isolatore ( $K_1$ ) è possibile far riferimento alle prove sperimentali in controllo di spostamento, dalle quali si ricava come pendenza del primo tratto della prova; oppure si può considerare l'utilizzo di formule empiriche che propongono la dipendenza di ( $K_1$ ) in rapporto con la rigidezza a slittamento innescato ( $K_2$ ).

Rigidezza dell'isolatore a slittamento innescato: Carico verticale afferente al singolo supporto Raggio di curvatura della superficie di scivolamento	$K_2 = W_i / R$ $W_i =$ $R =$	10377,78 3000,00	[N] [mm]
Rigidezza a scorrimento innescato	$K_2 = W_i/R =$	3,459	[N/mm]

ī

Quindi, assumendo una formula empirica simile a quella proposta da (1), si ricava la rigidezza iniziale  $K_1$ :

$$K_1 = 51 \cdot K_2$$
  $K_1 = 150 \cdot K_2 = 518,889 [N/mm]$ 

A proposito della determinazione della rigidezza iniziale è utile confrontare il capitolo 4 della tesi che riguarda le operazioni svolte per determinare la rigidezza iniziale dell'elemento link.

Anche il modello per la CFG#4 (Figura 2.6, immagine di sinistra) è costruito in maniera simile. A differenza della precedente modellazione, che utilizza un blocco equivalente per rappresentare la sovrastruttura, si è scelto di descrivere il modello seguendo la geometria effettiva degli elementi. Così facendo il modello è costituito dai quattro link *"Friction Pendulum"* posti alla base, quattro rigid link per il collegamento degli isolatori al footing block, e infine footing block e i tre body block sovrapposti.



Figura 3.14 – Configurazioni geometriche CFG#4 e CFG#5

La rappresentazione nell'ambiente di calcolo è mostrata nelle successive Figura 3.15 e Figura 3.16, che mettono in evidenza la geometria degli elementi e la disposizione di isolatori e Rigid Link alla base del sistema.

Com'è possibile osservare dalle immagini, la parte inferiore del modello è praticamente la stessa del modello precedente: un segmento di beam vincolato alla base da una serie di rigid link, mentre in sommità si collegano i body block.



Figura 3.15 – CFG#4 Modello unifilare



Figura 3.16 – CFG#4 Modello tridimensionale

Section Name	Body block
Section Notes	Modify/Show Notes
Properties F Section Properties F Dimensions Depth (13) Width (12)	operty Modifiers Set Modifiers 838,2 660,4
	Display Color
Concrete Reinforcement	1

Figura 3.17 – CFG#1, body block

Section Name	Footing	) Block		
Section Notes		Modify/Show Notes		
Properties Section Properties	Property Modifiers Set Modifiers	Material + CLS FB		
Unensions Depth (13) Width (12)	1219,2 914,4	3*		
Display Color				

Figura 3.18 – CFG#1, footing block

Material Property Data	Material Property Data
General Data Material Name and Display Color CLS BB Material Type Concrete	General Data Material Name and Display Color CLS FB Material Type Concrete
Material Notes Modify/Show Notes	Material Notes Modify/Show Notes
Weight and Mass     Units       Weight per Unit Volume     2.232E-05       Mass per Unit Volume     2.276E-09	Weight and Mass     Units       Weight per Unit Volume     2.315E-05       Mass per Unit Volume     2.361E-09
Isotropic Property Data Modulus of Elasticity, E 30000,	Isotropic Property Data Modulus of Elasticity, E 30000,
Poisson's Ratio, U 0.2 Coefficient of Thermal Expansion, A 1.000E-05 Shear Modulus G 12500,	Poisson's Ratio, U         0.2           Coefficient of Thermal Expansion, A         1.000E-05           Shear Modulus, G         12500,
Other Properties for Concrete Materials Specified Concrete Compressive Strength, f'c 30,	Other Properties for Concrete Materials Specified Concrete Compressive Strength, f'c 30,
Lightweight Concrete Shear Strength Reduction Factor	Lightweight Concrete Shear Strength Reduction Factor
Switch To Advanced Property Display	Switch To Advanced Property Display

Figura 3.19 – Body block, materiale

Figura 3.20 – Footing block, materiale

#### 3.3.3 Modello brick CFG#4

Con lo scopo di rappresentare la geometria della configurazione CFG#4, è stato costruito anche un modello tridimensionale utilizzando una mesh di elementi solidi (brick) molto semplificata. In questo tipo di rappresentazione la geometria è compiutamente definita dalle coordinate dei vertici dell'elemento, a differenza degli elementi beam che, per essere correttamente descritti, necessitano l'inserimento delle caratteristiche della sezione per formare la matrice di rigidezza.



Figura 3.21 – Modello completo assemblato

Figura 3.23 – Footing block e isolatori FPS, wireframe

Nelle immagini precedenti (Figura 3.21, Figura 3.22, Figura 3.23), è possibile osservare il modello intero della CFG#4, quindi il footing block con la schiera di rigid link e gli isolatori posti alla base.

Material Data	Material Data
General	General
Material ID 2 Name CLS_Body	Material ID 1 Name CLS_Footing
Elasticity Data	Elasticity Data
Type of Design User Defined Very Standard None	Type of Design User Defined User Defined
Concrete	Concrete
Defined Standard	Defined Standard
Type of Material	Type of Material
Isotropic     Orthotropic     DB	Isotropic     Orthotropic     DB     DB
User Defined	User Defined
Modulus of Elasticity : 3.0000e+004 N/mm^2	Modulus of Elasticity : 3.0000e+004 N/mm^2
Poisson's Ratio : 0.2	Poisson's Ratio : 0.2
Inermal Coefficient : 1.00002-005 1/(C)	Inermal Coefficient : 1.0000-005 1/[C]
Weight Density : 2.232E-005 N/mm^3	Weight Density : 2.315e-005 N/mm/3
Use Mass Density: 2.270e-009 N/mm <sup>-1</sup> -3/d	Use Mass Density: 2.3012-009 N/mm <sup>-</sup> /J/d
Modulus of Elasticity : 0.0000e+000 N/mm^2	Modulus of Elasticity : 0.0000e+000 N/mm^2
Poisson's Ratio : 0	Poisson's Ratio : 0
Thermal Coefficient : 0.0000e+000 1/[C]	Thermal Coefficient : 0.0000e+000 1/[C]
Weight Density : 0 N/mm^3	Weight Density : 0 N/mm^3
Use Mass Density: 0 N/mm^3/q	V/mm^3/q
Plasticity Data	Plasticity Data
Plastic Material Name NONE	Plastic Material Name NONE
Thermal Transfer	Thermal Transfer
Specific Heat : 0 Btu/N*[C]	Specific Heat : 0 Btu/N*[C]
Heat Conduction : 0 Btu/mm*hr*[C]	Heat Conduction : 0 Btu/mm*hr*[C]
OK Cancel Apply	

Figura 3.24 – Body block, materiale

Figura 3.25 – Footing block, materiale

Con questo modello nel successivo Capitolo 5 sono state analizzate le forzanti bidirezionali confrontate con i modelli beam e con i più complessi modelli Brick completi.

## 3.3.4 Modello brick semplificato

Questa rappresentazione, realizzata con una mesh di brick rappresenta la geometria reale delle statue in forma semplificata. Nel modello rappresentato si è sfruttato dimensioni, peso e caratteristiche equivalenti di un parallelepipedo che rappresenta la scultura del San Matteo.



Figura 3.26 – Geometria equivalente del San Matteo

Anziché descrivere completamente la geometria della statua, se ne riassumono le caratteristiche principali (Figura 3.26), componendo un blocco parallelepipedo di pari ingombro e massa. Come nella realtà la statua equivalente è appoggiata sul proprio basamento composto di lastre di pietra serena, lavorate e assemblate in maniera da formare un piedistallo scatolare. Il parallelepipedo semplice che rappresenta la statua è meshato da un insieme di brick a 8 nodi (4 per lato, per 9 strati in altezza) opportunamente vincolati ai beam che rappresentano il piedistallo (Figura 3.27 e Figura 3.28).



Figura 3.27 – S. Matteo semplificato, rappresentazione unifilare

Figura 3.28 – S. Matteo semplificato, rappresentazione tridimensionale

Nelle figure precedenti (Figura 3.27 e Figura 3.28) si può osservare l'assenza di Rigid link alla sommità degli isolatori e alla sommità del basamento. In questo caso si è scelto di attribuire ai nodi afferenti la proprietà di "vincoli interni" (Joint constraints) che consentono di attribuire ai nodi afferenti un legame funzionale del tutto analogo a quello dei rigid link propriamente detti. I gradi di libertà vincolati (o meglio messi in comune) sul piano degli isolatori e sul piano d'appoggio della statua sono riportati nelle seguenti immagini (Figura 3.29, Figura 3.30).

Body Constraint	Body Constraint
Constraint Name Base isolatori	Constraint Name Base statua
Coordinate System GLOBAL	Coordinate System GLOBAL
Constrained DOFs	Constrained DOFs
✓ Translation X ✓ Rotation X	✓ Translation × ✓ Rotation ×
Translation Y 🔽 Rotation Y	🔽 Translation Y 🔽 Rotation Y
▼ Translation Z ▼ Rotation Z	Translation Z 🔽 Rotation Z
Cancel	Cancel

Figura 3.29 – Proprietà piano rigido Z=70mm

Figura 3.30 – Proprietà piano rigido Z=890mm

Per semplificare la rappresentazione del basamento, si è modellato il supporto in pietra serena come una serie di beam concatenati. Data la forma scatolare del piedistallo, sia base che sommità sono costituiti da una sezione piena, mentre la parte centrale del fusto è costituita da una sezione scatolare come da seguenti Figura 3.31, Figura 3.32.

Rectangular Section	Box/Tube Section
Section Name Base is Section Notes Modify/Show Notes	Section Name         Base_fusto           Section Notes         Modify/Show Notes
Properties     Property Modifiers.     Material       Section Properties     Set Modifiers     # Pietra Serena       Dimensions     915.     #       Depth (13)     915.     #       Width (12)     915.     #       Dimensions     #     #       Dimensions     #     #       Dimensions     #     #       Display Color     #	Properties       Property Modifiers       Material         Section Properties       Set Modifiers
OK Cancel	

Figura 3.31 – Sezione di base del piedistallo

Figura 3.32 – Sezione intermedia del piedistallo

Si ricorda che il ruolo del piano rigido in sommità del piedistallo è di consentire la corretta attribuzione degli spostamenti e delle sollecitazioni su tutta la base del blocco di brick.



Figura 3.33 – Piedistallo, materiale

Figura 3.34 – Statua equivalente, materiale

Il materiale adottato per la statua equivalente presenta le stesse caratteristiche del marmo delle sculture e analizzato in (3).

Quindi, nell'ambiente di calcolo, la base risulta rappresentata come nelle seguenti Figura 3.35 e Figura 3.36.



Figura 3.35 – Piedistallo, modello unifilare



Figura 3.36 – Piedistallo, vista tridimensionale
### 3.3.5 Modello brick completo

Il modello a brick completo è stato costruito per eseguire analisi predittive il comportamento del sistema isolato sottoposto a sollecitazione sismica. A differenza delle precedenti modellazioni, il modello completo è rappresentato con MIDAS Gen, dato che in SAP2000 v14 (e nella versione successiva – v15) si è riscontrato un errore nell'attribuzione della massa degli elementi tetraedrici.

Il modello è realizzato a partire dal rilievo laser-scanner eseguito per registrare le effettive dimensioni geometriche della scultura, rappresentandola come una "nuvola" di punti nello spazio. Le coordinate raccolte sono successivamente sfruttate per disegnare una mesh superficiale di elementi triangolari. A seconda che la mesh sia dotata di 50.000 o 100.000 facce si pospone il suffisso 50k o 100k al file così generato. Da queste mesh superficiali è quindi possibile ricavare la mesh solida di elementi tetraedrici.





Figura 3.37 – Prigione Barbuto rilievo laser scanner (50k)

Figura 3.38 – Prigione Barbuto, rilievo laser scanner (100k)

Nelle immagini delle Figura 3.37, Figura 3.38, Figura 3.39, Figura 3.40, sono rappresentate le mesh grafiche per il Prigione Barbuto e per il San Matteo, realizzate con diversi livelli di dettaglio.

Mentre per il prigione non risulta coì evidente la differenza tra mesh 50k e 100k, per il San Matteo il gap qualitativo è piuttosto evidente. Ad ogni modo si è ritenuto il rilievo a 50k di qualità più che sufficiente a permettere la corretta generazione della mesh numerica che rappresenta le due statue.



igura 3.39 – San Matteo, rilievo laser scanner-(50k)

Figura 3.40 – San Matteo, rilievo laser scanner (100k)

La mesh numerica è quindi generata, adeguando ulteriormente il livello di precisione della scansione a 50k, cioè diminuendo il numero di facce e di punti cui il meshatore automatico si appoggia. I modelli numerici prodotti sono composti di elementi brick tetraedrici a 4 nodi.



Figura 3.41 – Prigione Barbuto, mesh numerica

Figura 3.42 – San Matteo, mesh numerica

Come si può osservare dalle immagini precedenti (Figura 3.41 e Figura 3.42), la mesh numerica è meno raffinata dell'equivalente nuvola di punti generata dal rilievo. Questa minore precisione, tuttavia, non rappresenta un handicap dell'analisi numerica, ma una semplificazione necessaria a contenere il tempo di calcolo, garantendo un adeguato livello di accuratezza. Sarebbe possibile, infatti, ricavare dalla mesh dei modelli ancora più semplificati, ad esempio approssimando la geometria con un insieme di blocchi parallelepipedi.

Una volta rappresentata la geometria complessa delle sculture, sono stati creati i piedistalli dei modelli: data la regolarità del basamento si utilizza una mesh composta di elementi brick a 8 nodi (solidi parallelepipedoidali).



Ogni base è sostenuta dai quattro link isolatori, per collegare gli elementi alla mesh solida si utilizzano i rigid link per creare il piano rigido che distribuisce ai nodi gli spostamenti e le rotazioni del sistema. A sua volta anche sul piano superiore del piedistallo, cui si appoggia la statua, è presente una schiera di rigid link per collegare la scultura al basamento.

La modellazione completa è rappresentata nelle immagini di Figura 3.45 e, in cui compare il modello assemblato assieme ai piedistalli.



Figura 3.45 – Prigione Barbuto, modello completo



Figura 3.46 – San Matteo, modello completo

Da questi modelli si ricaveranno, quindi, informazioni sia sullo stato tensionale della scultura, che sulle prestazioni del sistema di isolamento, dato che la presenza dei link isolatori permette di misurare i valori di accelerazione (e quindi taglio) e spostamento applicate all'estremità superiore del link.

I materiali assegnati rispecchiano le caratteristiche di quanto analizzato in (3).

laterial Data	X Material Data
	General
Material ID Name Marmo	Material ID 2 Name Pietra Serena
Elasticity Data	Elasticity Data
Type of Design User Defined	Type of Design User Defined
Defined Standard	Defined Standard
Type of Material Code	Type of Material Code
Isotropic  Orthotropic  DB	Isotropic  Orthotropic  DB
User Defined	User Defined
Modulus of Elasticity : 5.0000e+004 N/mm^2	Modulus of Elasticity : 5.0000e+004 N/mm^2
Poisson's Ratio : 0.2	Poisson's Ratio : 0.2
Thermal Coefficient : 0.0000e+000 1/[C]	Thermal Coefficient : 0.0000e+000 1/[C]
Weight Density : 2.648e-005 N/mm^3	Weight Density : 2.55e-005 N/mm^3
✓ Use Mass Density: 2.7e-009 N/mm^3/q	✓      Use Mass Density:      2.6e-009      N/mm^3/q
Concrete	Concrete
Modulus of Elasticity : 0.0000e+000 N/mm^2	Modulus of Elasticity : 0.0000e+000 N/mm^2
Poisson's Ratio : 0	Poisson's Ratio : 0
Thermal Coefficient : 0.0000e+000 1/[C]	Thermal Coefficient : 0.0000e+000 1/[C]
Weight Density : 0 N/mm^3	Weight Density : 0 N/mm^3
Use Mass Density: 0 N/mm^3/q	Use Mass Density; 0 N/mm^3/q
Plasticity Data	Plasticity Data
Plastic Material Name NONE	Plastic Material Name NONE
Thermal Transfer	Thermal Transfer
Specific Heat : 0 J/N*[C]	Specific Heat : 0 J/N*[C]
Heat Conduction : 0 J/mm*hr*[C]	Heat Conduction : 0 J/mm*hr*[C]
OK Cancel Apply	OK Cancel <u>Apply</u>

Figura 3.47 – Statue, materiale

Figura 3.48 – Piedistallo, materiale

# 4 Validazione e taratura del modello numerico

Fondamentalmente il funzionamento dell'isolatore dipende da pochi parametri come il carico sull'isolatore (dipendente dalla configurazione geometrica della sovrastruttura), il raggio di curvatura delle superfici concave, la tessitura della superficie e quindi l'attrito. Tali parametri sono rappresentati dalla formulazione dell'elemento link implementato nei codici di calcolo. Tuttavia, nell'analisi compiuta solo alcuni parametri possono essere stabiliti preventivamente: rigidezza iniziale, attrito sulle superfici di scorrimento e l'ulteriore smorzamento relativo delle analisi. Questi fattori devono quindi essere stabiliti sulla base della migliore approssimazione delle caratteristiche reali dell'isolatore.

Quindi, prima di procedere alle analisi predittive del comportamento del sistema soggetto a sisma simulato, si deve operare un operazione di taratura dei parametri del link isolatore FPS. Nel seguente capitolo si sfruttano i risultati delle prove sperimentali in configurazione CFG#1. Nella seguente Tabella 4.1 sono evidenziate le prove realizzate in configurazione geometrica bassa. Ciascun test analizzato rappresenta una forzante di diversa intensità dalla più bassa,  $D1_0,8V1$  con soli 0,07 g di accelerazione, fino alla più alta,  $D1_1,5V2$  con 0,35 g di accelerazione.

Eseguita la taratura, si utilizzeranno le prove compiute in configurazione CFG#4 per controllare che i parametri ricavati siano corretti anche quando applicati in un modello di diversa geometria.

N°	LON	LAT	VERT	PGD	PGV	PGA		CONFIGURATION				DIR
							1	2	3	4	5	
				[ <i>mm</i> ]	[mm/s]	[mm/s²]	[LCM]	[LCM+]	[LCM-]	[HCM]	[HCME]	
1	D1_V1			60	200	0.07	NL					LON
2	D1_V1			60	200	0.07	х					LON
3	D1 0_5V1			60	100	0.017	х					LON
4	D1_0,8V1			60	160	0.05	х					LON
5		D1_0,8V1		60	160	0.05	х					LAT
6	D1_V2			60	300	0.15	х					LON
7	D1_1,5V2			60	450	0.35	х					LON
8		D1 0_5V1		60	100	0.017	х					LAT
9		D1_V2		60	300	0.15	х					LAT
10	D1_0,8V1			60	160	0.05		х				LON
11	D1_0,8V1			60	160	0.05			Х			LON
12	D1_0,8V1			60	160	0.05				Х		LON
13	D1_0,8V1			60	160	0.05				Х		LON
14		D1_0,8V1		60	160	0.05				х		LAT
15	D1_1,5V2			60	450	0.35				Х		LON
16		D1_1,5V2		60	450	0.35				х		LAT
17	D1_0,8V1		VERT 1	60/19,8	160/190	0,05/0,19				х		LON
18	D1_0,8V1		VERT 2	60/9,91	160/135	0,05/0,19				х		LON
19	D1_0,8V1	D1_0,8V1		60	160/160	0,05/0,05				х		2D
20	D1_1,5V2	D1_0,8V1		60	300/160	0,35/0,05				Х		2D
21	D1_0,8V1			60	160	0.05					Х	LON
22		D1_0,8V1		60	160	0.05					Х	LAT
23	D1_0,8V1	D1_0,8V1		60	160/160	0,05/0,05					Х	2D
24	D1_1,5V2	D1_0,8V1		60	300/160	0,35/0,05					Х	2D

Tabella 4.1 – Riassunto delle prove sperimentali: in evidenza le prove considerate per la taratura

## 4.1 Ricerca della rigidezza iniziale k1

Come spiegato in (1), tutti i tipi di isolatore possono essere rappresentati tramite una modellazione bilineare, che necessita, quindi, di un'analisi dinamica al passo. Nella pratica il modello bilineare è basato su tre parametri  $K_1$ ,  $K_2$  e Q, così come mostrato in figura:



Figura 4.1 - Parametri del modello bilineare

Rispettivamente i tre parametri rappresentano:

- K<sub>1</sub>: rigidezza iniziale elastica dell'isolatore, stimabile sia dai cicli di isteresi a disposizione o empiricamente come multiplo della rigidezza K<sub>2</sub>;
- K<sub>2</sub>: rigidezza a regime dell'isolatore, cioè una volta innescato il movimento a pendolo;
- *Q*: detta *"resistenza caratteristica"* (*characteristic strenght*), nel caso dell'isolatore a doppio pendolo è data dal coefficiente d'attrito per il carico verticale sul supporto:

$$Q = \mu \cdot W$$
 Eq. 4.1

Nel modello numerico si assume  $\mu = \mu_{slow}$ , anche se nella realtà i valori di coefficienti d'attrito statico e dinamico a bassa velocità sono distinti e differenti.

Per tarare la rigidezza iniziale dell'isolare sono disponibili più formulazioni, in genere ottenute dall'esperienza o da formule empiriche. La taratura ottimale, qualora si abbia a disposizione dei cicli di isteresi sufficientemente regolari è ottenuta interpolando il primo tratto del ciclo, fino a quando non sia sviluppato il movimento dell'isolatore.

Come si può osservare più avanti nel capitolo, è opportuno notare che dalla rigidezza iniziale dell'isolatore (o meglio del Link, in ambito numerico) dipende non solo l'attendibilità della soluzione, ma anche la stabilità della soluzione stessa, dato che  $K_1$  influenza in larga parte il fenomeno di "numerical chatter".

Per quanto riguarda la stima della rigidezza iniziale  $K_1$ , dato che può variare entro un ampio raggio, (1) suggerisce di stimare approssimativamente il valore, o in alternativa di rapportarsi al valore di  $K_2$ , facile da determinare per ogni tipo di sistema di isolamento. Dato che il valore della resistenza caratteristica può essere accuratamente determinato, il valore della rigidezza  $K_1$  non influisce sulla rigidezza effettiva, ma ovviamente ha una forte influenza sullo smorzamento e, in particolare, sul massimo valore, che può essere un importante valore promozionale per un sistema proprietario (come osservato in (1)).

Ad esempio, come prima stima della rigidezza iniziale si può adottare l'indicazione che propone di utilizzare un valore pari a:

$$K_1 = 51 \cdot K_2$$
 Eq. 4.2

Il valore suggerito, tuttavia, è basato sulla vasta esperienza personale accumulata dagli autori riferendosi ai dispositivi solitamente impiegati nel campo dell'ingegneria civile e installati alla base degli edifici o dei ponti a travata continua. Questi isolatori hanno dimensioni che partono dai 50 cm fino a superare il metro di diametro, mentre gli isolatori a doppio pendolo studiati presentano dimensioni ridotte, pari a 270 mm di diametro con e un ingombro totale pari a 320 mm in posizione completamente estesa.

Spetta alla taratura determinare un valore di  $K_1$  (anche in rapporto con la rigidezza secondaria  $K_2$ ) che riproduca correttamente il comportamento del sistema isolato. Per rappresentare il modello numerico si propongono diversi valori della rigidezza iniziale, determinando, quindi, il valore del parametro che meglio approssimerà i risultati sperimentali.

76

#### 4.1.1 Rigidezza secondo Naeim e Kelly

Secondo quanto affermato in (1) si può assumere:

$$K_1 = 51 \cdot K_2 \ dove \ K_2 = \frac{W}{R}$$
 Eq. 4.3

nella quale compare:

- W: carico verticale afferente all'isolatore;
- *R*\*: raggio di curvatura della superficie di scorrimento dell'isolatore (nel caso si abbiano più di una superficie R sarà pari alla somma dei raggi di curvatura.

Quindi con i 4233 kg di apparecchiatura sperimentale, cioè 41511 N, si ottiene:

$$K_1 = 51 \cdot \frac{W}{R^*} = 51 \cdot \frac{41.511}{3000} = 51 \cdot 13,837 = 705,689 \, N/mm$$
 Eq. 4.4

Considerato che il singolo isolatore riceve un quarto del carico verticale, anche la rigidezza sarà un quarto di quella totale:

$$K_1(isolatore) = \frac{K_1(totale)}{4} = \frac{705,689}{4} = 176,422 N/mm$$
 Eq. 4.5

Si ricorda, ovviamente, che questa stima condotta approssimativamente è stata determinata sulla base di un'ampia esperienza personale accumulata da Naeim e Kelly.

#### 4.1.2 Rigidezza secondo E.P.S. Technical Paper

Secondo quanto affermato da un documento della Earthquake Protection System, Inc. Industria californiana che progetta e realizza isolatori sismici (4) si può affermare:

$$K_1 = \frac{\mu W}{D_y}$$
 Eq. 4.6

Dove  $\mu W$  è la *"characteristic strenght"*, valore presso il quale il ciclo di isteresi incontra l'asse delle ordinate del grafico, mentre  $D_y$  è uno spostamento piccolo a piacere, che nel documento è suggerito essere 0,10" ovvero 2,54 mm.

Supponendo che sia  $\mu = 0,02$  si ottiene:

$$K_1 = \frac{\mu W}{D_y} = \frac{0.02 \cdot 41.511}{2.54} = 326.858 \, N/mm$$
 Eq. 4.7

Il che conduce per il singolo isolatore:

$$K_1(isolatore) = \frac{K_1(totale)}{4} = \frac{326,858}{4} = 81,714 \text{ N/mm}$$
 Eq. 4.8

## 4.1.3 Rigidezza secondo altre ipotesi

Altre indagini sulla rigidezza iniziale dell'isolatore propongono una formulazione simile a quella riportata in (4):

$$K_1 = \frac{\mu W}{D_y}$$
 Eq. 4.9

Dove  $\mu W$  è la *"characteristic strenght"*, valore presso il quale il ciclo di isteresi incontra l'asse delle ordinate del grafico, mentre  $D_y$  è uno spostamento piccolo a piacere, suggerito essere 0,1 mm.

Supponendo  $\mu = 0,02$  si ottiene:

$$K_1 = \frac{\mu W}{D_y} = \frac{0.02 \cdot 41.511}{0.1} = 8302,225 \ N/mm$$
 Eq. 4.10

Il che conduce per il singolo isolatore:

$$K_1(isolatore) = \frac{K_1(totale)}{4} = \frac{8302,225}{4} = 2075,556 \, N/mm$$
 Eq. 4.11

In alternativa un'altra rigidezza ipotizzata, ma senza maggiori approfondimenti teorici, è stata:

$$K_1(isolatore) = 45000,00 N/mm$$
 Eq. 4.12

#### 4.1.4 Rigidezza scelta

Per quanto riguarda la rigidezza successivamente scelta per le analisi numeriche, si rimanda alla fine del paragrafo, dove sarà analizzato più approfonditamente il metodo con cui è stato stimato e analizzato il parametro  $K_1$ , e il ragionamento che ha guidato l'operazione di taratura.

Nei grafici successivi è comunque già presente il valore di  $K_1$  scelto, che si anticipa essere pari a:

$$K_1 = 150 \cdot K_2$$
 Eq. 4.13

Il metodo di selezione ha previsto dapprima lo studio delle quattro rigidezze sopraelencate, quindi la determinazione della rigidezza "esatta". Una volta stimata la rigidezza iniziale se ne è controllato il comportamento mettendolo a confronto con le analisi compiute precedentemente e un nuovo set di verifica.

#### 4.1.5 Analisi numerica

La taratura sulle rigidezze è stata operata sul modello beam completo (descritto nel precedente §3.3.2), sfruttando le quattro forzanti monodirezionali ( $D1_V1 - D1_0,8V1 - D1_V2 - D1_1,5V2$ ) eseguite nei test 2-4-6-7 per la configurazione bassa, e utilizzando il software di calcolo agli elementi finiti SAP2000 V14. La coppia di attriti suggerita è quella determinata dalle prove sperimentale, mentre lo smorzamento relativo è considerato pari a zero.

#### Spostamenti

Di seguito si osservano i risultati di calcolo ottenuti: spostamenti, accelerazioni e pseudoaccelerazioni. Si mostra, inoltre, il ciclo di isteresi della pseudo-accelerazione .



Grafico 4.1 - Spostamento in funzione del tempo (D1\_0,8V1)



Grafico 4.2 - Spostamento in funzione del tempo (D1\_V1)



Grafico 4.3 - Spostamento in funzione del tempo (D1\_V2)



Grafico 4.4 - Spostamento in funzione del tempo (D1\_1,5V2)

Il grafico dello spostamento in funzione del tempo mostra l'evoluzione dello spostamento relativo tra le due facce dell'isolatore (nodi superiore e inferiore del link). Dopo i primi istanti, tra i 4 e i 5 secondi in funzione della forzante, l'isolatore comincia a muoversi con un'oscillazione di ampiezza crescente, fino a stabilizzarsi attorno al massimo spostamento. Dopo altri due cicli il moto oscillatorio si esaurisce (15 secondi circa) e l'isolatore si blocca in posizione spostata, lasciando cioè uno spostamento residuo non nullo. Le prove numeriche svolte si comportano ricalcando in maniera piuttosto fedele al grafico sperimentale (curva spessa gialla).

Per quanto riguarda i risultati delle varie modellazioni si nota che alle prove con una maggiore rigidezza iniziale corrispondono minori spostamenti. In ordine dal maggiore al minore spostamento si osserva: *EPS*, *Naeim*, *Ipotesi(A)*, *Ipotesi(B)*. Le curve si dispongono, quindi, una sopra l'altra con convessità e concavità allineate, ovviamente con la curva di *EPS* che risulta avere i maggiori spostamenti assoluti.

I grafici così ottenuti sono visivamente affini, e non è possibile stabilire a priori quale delle curve minimizzi la differenza tra risultati sperimentali e risultati numerici.

Si compila, quindi un grafico, nel quale compiono contemporaneamente la variazione della rigidezza e delle forzanti e ordinate in questo caso in funzione dell'accelerazione di picco al suolo (P.g.a. – *Peak Ground Acceleration*).



Grafico 4.5 – Spostamento al variare di rigidezza e P.g.a.

Dal grafico emerge che i risultati in termini di spostamento sono dispersi per quanto riguarda le forzanti di intensità più bassa, mentre tendono convergere verso la stessa soluzione all'aumentare della P.g.a.

Spostamento MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [mm]	Naeim e Kelly [mm]	EPS [mm]	Ipotesi (A) [mm]	Ipotesi (B) [mm]	K1=150K2 [mm]
D1_0,8V1	517,76	99,42	102,66	113,30	88,48	85,50	93 <i>,</i> 56
D1_V1	789,38	96,70	105,11	111,36	97,61	95,99	100,35
D1_V2	1600,34	79,82	83,92	86,05	83,52	82,88	84,01
D1_1,5V2	3336,98	73 <i>,</i> 84	79 <i>,</i> 39	78 <i>,</i> 49	78,81	79,16	78,68

Tabella 4.2 – Spostamento in funzione di rigidezza e P.g.a.: valori ottenuti

Anche in termini relativi si conferma che per forzanti a minore intensità la dispersione dei risultati è maggiore. In generale nei casi estremi, l'errore percentuale compiuto nella stima della rigidezza non supera il 15% circa. Generalmente una sovrastima dello spostamento è auspicabile, in tal caso anche la corsa dell'isolatore è sovrastimata, evitando pericolosi battimenti sul bordo. Per chiarire i risultati si determina, la percentuale di scostamento delle soluzioni numeriche da quelle sperimentali. Si assume come differenza relativa la quantità così definita:

$$(\varepsilon_{\delta})_i = \frac{\delta_{K_1} - \delta_e}{\delta_e}$$
 Eq. 4.14

nella quale:

- $\delta_{K_1}$  è lo spostamento determinato con la rigidezza stimata precedentemente;
- $\delta_e$  è lo spostamento determinato sperimentalmente.

Si ottiene lo scostamento per ogni metodo:

Spostamento MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [%]	Naeim [%]	EPS [%]	Ipotesi (A) [%]	Ipotesi (B) [%]	K1=150K2 [%]
D1_0,8V1	517,76	0,00%	3,26%	13,95%	-11,01%	-14,00%	-5,90%
D1_V1	789,38	0,00%	8,69%	15,16%	0,93%	-0,74%	3,77%
D1_V2	1600,34	0,00%	5,14%	7,80%	4,64%	3,83%	5,24%
D1 1,5V2	3336,98	0,00%	7,52%	6,30%	6,74%	7,21%	6,56%

Tabella 4.3 – Spostamento in funzione di rigidezza e P.g.a.: differenza percentuale

Quindi a seconda della rigidezza considerata si osservano variazioni dello spostamento di entità variabile, compresa tra il -14,00% e il +13,95%.



Osservando lo stesso grafico, impostato in termini relativi, si ottiene invece:

Grafico 4.6 – Spostamento in funzione di rigidezza e P.g.a., differenza relativa

Dal grafico si osserva (nuovamente) che gli spostamenti massimi vengono in genere sovrastimati, tranne il caso delle forzanti di minore intensità, per le quali si osserva un'ampia variazione dei risultati. A questo proposito si ricordano gli spettri di risposta delle forzanti sperimentali e illustrati nel capitolo 3 relativo alla modellazione numerica. La generazione delle forzanti sperimentali prevede di applicare lo stesso spostamento, ma con diversa frequenza di applicazione: a ogni rigidezza degli elementi corrisponde una diversa ordinata spettrale sullo spettro di risposta in spostamento. La forzante D1\_0,8V1 mostra uno spettro con maggiore dispersione degli spostamenti, mentre, invece la D1\_1,5V1 dopo un primo picco relativo al periodo T=, lo spostamento si stabilizza, pari a circa.

#### Accelerazioni

Anche nel caso delle accelerazioni assolute si osserva che il comportamento delle curve numeriche sostanzialmente ricalca quello della curva sperimentale. Tuttavia si nota un fenomeno molto intenso di *"numerical chatter"*, provocato dall'eccessiva rigidezza dell'isolatore che rende difficilmente interpretabile il grafico. Il fenomeno consiste infatti nell'oscillazione della funzione attorno al valor medio della soluzione, con l'effetto di disturbare l'interpretazione dei dati e di rendere difficoltosa la convergenza della soluzione.

Il grafici seguenti mostrano:

- Accelerazione al suolo (forzante numerica linea nera tratteggiata): è l'accelerazione numerica misurata sul nodo vincolato;
- Accelerazione assoluta sperimentale (output linea gialla): è misurata dagli accelerometri posti sull'apparato di prova;
- Accelerazioni assolute numeriche: sono misurate sul nodo superiore di un isolatore (link)
  e riferite rispetto a un sistema di riferimento assoluto.



Grafico 4.7 – Accelerazione assoluta in funzione del tempo (D1\_0,8V1)



Grafico 4.8 – Accelerazione assoluta in funzione del tempo (D1\_V1)



Grafico 4.9 – Accelerazione assoluta in funzione del tempo (D1\_V2)



Grafico 4.10 – Accelerazione assoluta in funzione del tempo (D1\_1,5V2)

Nella maggior parte dei casi, i grafici risultano di difficile interpretazione: con le rigidezze più elevate si verifica il "numerical chatter", per cui la singola funzione numerica oscilla attorno alla soluzione "esatta". Oltre a questo sgradevole problema di interpretazione dei risultati, che non impedisce completamente la lettura dei grafici, si affianca anche un problema di convergenza: nel caso delle oscillazioni più elevate l'analisi non converge alla soluzione e si interrompe prematuramente. Ricordando che, qualora sia  $\xi = 0,0\%$ , l'accelerazione assoluta coincide con la pseudo-accelerazione, è possibile osservare tale grafico anziché interpretare direttamente il precedente.

#### Pseudo-accelerazione

La pseudo-accelerazione si ricava facilmente dividendo il valore del taglio per la massa afferente al singolo isolatore. Nel caso in esame si divide il taglio misurato sull'estremità superiore dell'isolatore per la reazione verticale istantanea dell'isolatore, quindi si moltiplica il valore per l'accelerazione gravitazionale.

$$Pseudoaccelerazione = \frac{Taglio(t)}{R_Z(t)} \cdot g$$
 Eq. 4.15

Se invece si moltiplicasse il valore adimensionale del taglio per la reazione media dell'apparecchio sperimentale, si sarebbe ottenuto il "Taglio normalizzato".

$$Taglio Normalizzato = \frac{Taglio(t)}{R_Z(t)} \cdot \overline{R_Z}$$
 Eq. 4.16



Di seguito sono riportati grafici in pseudo-accelerazione registrati dalle modellazioni numeriche.

Grafico 4.11 – Pseudo-accelerazione in funzione del tempo (D1\_0,8V1)



Grafico 4.12 – Pseudo-accelerazione in funzione del tempo (D1\_V1)



Grafico 4.13 – Pseudo-accelerazione in funzione del tempo (D1\_V2)



Grafico 4.14 – Pseudo-accelerazione in funzione del tempo (D1\_1,5V2)

Il grafico di pseudo-accelerazione in funzione del tempo è, equivalente a quello dell'accelerazione assoluta, dato che il valore dello smorzamento relativo  $\xi$  è nullo (e quindi la pseudo-accelerazione coincide con l'accelerazione assoluta). Le quattro curve si allineano abbastanza fedelmente alla curva sperimentale. Nell'evoluzione temporale della pseudo-accelerazione si osserva, quindi, una prima fase in cui si verifica una serie di oscillazioni numeriche "secondarie" dovute al disturbo del segnale in ingresso. Successivamente, si innesca l'oscillazione del pendolo e si osserva l'effetto dell'isolamento sulla pseudo-accelerazione : il taglio evolve seguendo una curva a "s", fino al valore massimo assoluto, quando l'accelerazione si inverte di segno assieme alla direzione di moto e ricomincia il moto a "s".

Osservando con attenzione le curve in esame si nota che il valore più alto di taglio si realizza per la rigidezza iniziale inferiore, che, tra l'altro presenta lo spostamento di maggiore entità. Questo comportamento che sembra contraddire il principio dell'isolamento, è facilmente spiegato dalla forma del ciclo di isteresi. La curva infatti assume il tracciato di un parallelogramma i cui vertici estremi sono caratterizzati dal massimo spostamento e massima pseudo-accelerazione.

Tracciando la pseudo-accelerazione in funzione di P.g.a. e rigidezza iniziale si osserva che l'azione sulla sovrastruttura è generalmente sovrastimata di una quantità variabile secondo la forzante e di  $K_1$ .



Grafico 4.15 – Pseudo-accelerazione in funzione di P.g.a. e rigidezza

Pseudo-accelerazione MASSIMA	P.g.a. [mm/s²]	Exp [mm/s²]	Naeim [mm/s²]	EPS [mm/s²]	lpotesi (A) [mm/s²]	lpotesi (B) [mm/s²]	K1=150K2 [mm/s²]
D1_0,8V1	517,757	488,298	565,144	600,562	517,885	507,984	534,798
D1_V1	789,383	457,530	575,837	596,562	550,965	545,655	560,055
D1_V2	1600,339	433,213	510,596	517,638	509,211	507,000	510,926
D1_1,5V2	3336,982	456,316	499,152	496,175	497,466	498,413	496,674

Tabella 4.4 - Pseudo-accelerazione in funzione di P.g.a. e rigidezza: valori

Se si osserva lo stesso grafico rappresentando la differenza percentuale si rileva che la sovrastima varia tra il 4 e il 30%. La sovrastima, tuttavia, non può essere giudicato a priori, dato che la



valutazione in eccesso dell'accelerazione fornita alla base dell'oggetto isolato si pone a favore di sicurezza.

Grafico 4.16 – Pseudo-accelerazione in funzione di P.g.a. e rigidezza iniziale: differenza percentuale Si assume come differenza relativa la quantità così definita:

$$(\varepsilon_S)_i = \frac{S_{K_1} - S_e}{S_e}$$
 Eq. 4.17

nella quale si definisce:

- $S_{K_1}$ : pseudo-accelerazione determinata con la rigidezza stimata precedentemente;
- $S_e$ : pseudo-accelerazione determinata sperimentalmente.

Per ogni prova si ottiene:

Pseudo-accelerazione MASSIMA	P.g.a. [mm/s²]	Exp [%]	Naeim [%]	EPS [%]	Ipotesi (A) [%]	Ipotesi (B) [%]	K1=150K2 [%]
D1_0,8V1	517,76	0,00%	15,74%	22,99%	6,06%	4,03%	9,52%
D1_V1	789,38	0,00%	25,86%	30,39%	20,42%	19,26%	22,41%
D1_V2	1600,34	0,00%	17,86%	19,49%	17,54%	17,03%	17,94%
D1_1,5V2	3336,98	0,00%	9,39%	8,73%	9,02%	9,23%	8,84%

Tabella 4.5 – Pseudo-accelerazione in funzione di P.g.a. e rigidezza: differenze percentuali

# 4.1.6 Selezione di K1

Avendo quindi a disposizione varie prove di tipo numerico e i risultati di origine sperimentale si stima la rigidezza iniziale del link isolatore, tenendo conto dei seguenti vincoli:

- Lo spostamento risultante deve, possibilmente eccedere il risultato sperimentale, in modo che la corsa determinata sia a favore di sicurezza;
- L'accelerazione risultante deve essere maggiore della sperimentale, a favore di sicurezza;
- Il "numerical chatter" prodotto deve mantenersi controllato e ridotto (quindi la rigidezza dovrà mantenersi al disotto di una certa soglia);
- Deve essere garantita la convergenza della soluzione.

Con questi vincoli, quindi appaiono chiare le caratteristiche che la rigidezza iniziale deve possedere:

- K<sub>1</sub>(Naeim) < K<sub>1</sub> < K<sub>1</sub>(Ipotesi A), dato che lo spostamento reale delle prove D1\_0,8V1
  e D1\_V1 risulta contenuto dalle curve relative alle due rigidezze;
- $K_1 > K_1(Naeim)$ , dato che nel misurare la pseudo-accelerazione emerge che a maggiore rigidezza corrisponde migliore approssimazione;
- K<sub>1</sub> < K<sub>1</sub>(*Ipotesi A*) dato che già al disopra del valore di 2075 N/mm la soluzione alla forzante D1\_0,8V1 comincia a oscillare intensamente;
- $K_1 < K_1(Ipotesi A)$  dato che per rigidezze superiori si riscontrano episodi di non convergenza.

Naeim e Kelly		EPS Techn	ical Paper	Ipote	esi (A)	Ipotesi (B)		
$K_1 = 0,176  kN/mm$		$K_1 = 0,082 \ kN/mm$		$K_1 = 2,07$	6 kN/mm	$K_1 = 45,000 \ kN/mm$		
PRO	CONTRO	PRO	CONTRO	PRO CONTRO		PRO	CONTRO	
Rispetta la convergenz a	Sottostima la rigidezza iniziale	Simile a Naeim e Kelly	Sottostima la rigidezza iniziale	Rigidezza più alta di Naeim e Kelly ed EPS	Alcune modellazion i non arrivano a convergenz a	Rigidezza più alta di Naeim e Kelly ed EPS	Alcune modellazion i non arrivano a convergenz a	
Deriva da un'ampia pratica professional e			Dipende da μ e D <sub>y</sub>		Elevate oscillazioni della soluzione		Elevate oscillazioni della soluzione	

Tabella 4.6 – Giudizio sulle caratteristiche della rigidezza iniziale

Avendo premesso le caratteristiche che la rigidezza iniziale deve soddisfare per essere accettata, si procede considerando il comportamento registrato. Dopo aver osservato alcune prove con  $K_1 = 500 N/mm$  e  $K_1 = 1000 N/mm$  (che non sono riportate per brevità) si definisce un valore di  $K_1$  in forma parametrica, vicino a 500 N/mm.

In termini parametrici si considera una rigidezza circa pari a:

\_

$$K_1 = 150 \cdot K_2$$
 Eq. 4.18

dcui si ricava:

$$K_1 = 150 \cdot \frac{W}{R} = 51 \cdot \frac{41.511}{3000} = 150 \cdot 13,837 = 2075,55 \, N/mm$$
 Eq. 4.19

ovvero per il singolo isolatore:

$$K_1(isolatore) = \frac{K_1(totale)}{4} = \frac{2.075,55}{4} = 518,88 N/mm$$
 Eq. 4.20

che si può arrotondare a

$$K_1(isolatore) = 519,00 N/mm$$
 Eq. 4.21





Grafico 4.17 – Ciclo di isteresi (D1\_0,8V1)



Grafico 4.18 – Ciclo di isteresi (D1\_V1)

La forma dei cicli di isteresi si dimostra corretta, rappresentando lo stesso numero di rivoluzioni attorno al punto zero. Questi grafici mettono, inoltre, in evidenza la variazione della rigidezza iniziale, rappresentata dalla pendenza del primo tratto di curva.





Grafico 4.20 – Ciclo di isteresi (D1\_1,5V2)

 $K_1$  risulta particolarmente evidente nei cicli di isteresi per D1\_V1 e per D1\_0,8V1, riportati in Grafico 4.17 e in Grafico 4.18.: in queste immagini è distinzione tra le curve di diversa rigidezza. I tratti "rigidi" della curva (i tratti quasi verticali) sono visibilmente differenti tra loro, con le rigidezze iniziali maggiori più ripide e quelle inferiori più pendenti

I diagrammi mostrano la contemporanea evoluzione dello spostamento relativo e della pseudoaccelerazione . Il ciclo evolve in questo modo:

- Per t=0 spostamento e accelerazioni sono nulle;
- Per t>0, una volta applicata la forzante lo spostamento aumenta seguendo la retta di pendenza pari alla rigidezza iniziale  $K_1$ , uscente dall'origine;
- Una volta superato l'attrito statico si innesca il movimento del doppio pendolo, lo spostamento evolve secondo la retta inclinata di pendenza pari a  $K_2 = \frac{W}{R}$ , rigidezza a regime;
- Spostamento e pseudo-accelerazione incrementano fino ai valori massimi, quindi all'invertirsi del moto sismico, la pseudo-accelerazione cala della quantità  $2\mu g$  e lo spostamento si inverte, procedendo nell'altra direzione;
- Lo spostamento e la pseudo-accelerazione aumentano (in senso assoluto) fino a raggiungere i valori massimi negativi;
- Si inverte nuovamente il ciclo e si procede analogamente, alternando i valori positivi e negativi.

Analogamente ai grafici precedenti si osserva come per le rigidezze più alte si ottengono gli spostamenti e i tagli minori, mentre la prova generata con rigidezza secondo E.P.S. presenta i massimi spostamenti e tagli.

## 4.2 Ricerca del livello di attrito μ

Per quanto riguarda il livello di attrito si premette che il lavoro svolto non è una vera e propria taratura, ma un controllo, a partire dalle ipotesi assunte, che i valori già determinati in via sperimentale siano corretti e rappresentino (nei limiti imposti dalla modellazione numerica) il comportamento dell'isolatore. Il modello numerico è compiutamente definito qualora siano stimati due coefficienti:

- $\mu_{slow}$  è l'attrito dinamico a bassa velocità: il modello degli isolatori ad attrito implementato nei codici di calcolo adotta tale valore anche per indicare l'attrito statico da superare per attivare l'oscillazione. Da questo valore dipende la posizione dell'intercetta del ciclo di isteresi sull'asse delle ordinate (taglio), ovvero il valore della breakaway force: tanto maggiore sarà questo valore e tanto maggiore sarà la forza subita dalla sovrastruttura;
- $\mu_{fast}$  è l'attrito dinamico ad alta velocità, studi assodati (2) hanno dimostrato come nel caso di interfacce acciaio-teflon si verifichino coefficienti di attrito crescenti con la velocità di scorrimento relativo tra gli elementi.

Il metodo di prova, prevede di far variare le coppie  $\mu_{fast}$  e  $\mu_{slow}$ , mettendo a confronto lo spostamento massimo ottenuto numericamente e lo spostamento sperimentale osservato, analogamente si è confrontato il taglio registrato in sommità dell'isolatore. Il calcolo è stato eseguito con le forzanti sperimentali adottate per la configurazione geometrica CFG#1.

Le coppie sperimentate sono:

- $\mu_{slow} = 0.01 \mu_{fast} = 0.01;$
- $\mu_{slow} = 0.02 \mu_{fast} = 0.02;$
- $\mu_{slow} = 0.03 \mu_{fast} = 0.03;$
- $\mu_{slow} = 0.05 \mu_{fast} = 0.05;$
- $\mu_{slow} = 0,015 \mu_{fast} = 0,025;$
- $\mu_{slow} = 0.02 \mu_{fast} = 0.025.$

Alcuni tra questi valori non sono coppie plausibili per la taratura ma dati di controllo per chiarire i comportamenti "estremi" dell'attrito del sistema (minimo attrito, massimo attrito sull'isolatore).

Si sono quindi ottenuti i seguenti risultati in termini di spostamento relativo massimo:

Spostamento MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [mm]	μ=0,01 [mm]	μ=0,02 [mm]	μ=0,03 [mm]	μ=0,05 [mm]	μ=0,015-0,025 [mm]	μ=0,02-0,025 [mm]
D1_0,8V1	517,76	99,42	159,10	121,42	59,99	4,81	93,56	94,82
D1_V1	789,38	96,70	124,71	111,96	91,74	36,81	100,35	101,45
D1_V2	1600,34	79,82	82,50	76,15	84,71	78,72	84,01	84,46
D1_1,5V2	3336,98	73,84	72,25	77,46	80,16	83,62	78,68	79,27

Tabella 4.7 – Spostamenti massimi ricavati in funzione di P.g.a. e coefficiente di attrito

Dalla precedente Tabella 4.7 si ricava un grafico in cui si rappresenta la contemporanea variazione dei coefficienti d'attrito e delle forzanti:



Grafico 4.21 – Spostamento ottenuti al variare della P.g.a. e del coefficiente di attrito



Grafico 4.22 – Spostamenti ottenuti al variare della P.g.a. e del coefficiente di attrito

Il grafico mostra gli spostamenti in funzione delle accelerazioni registrate alla base, in serie ordinate secondo i coefficienti d'attrito. Per bassi valori di P.g.a. il comportamento dei sistemi è ben distinto, con i sistemi a più elevato attrito che "non isolano", mostrando spostamenti molto bassi (prossimi a zero). All'aumentare della P.g.a. il comportamento degli isolatori tende a unificarsi, riducendo la differenza tra il sistema a maggiore attrito e quello a minore attrito. Quindi per accelerazioni comprese tra D1\_V2 e D1\_1,5V2 le curve si invertono e si ottengono i maggiori spostamenti con il sistema a maggiore attrito.

I risultati possono essere restituiti anche come differenza percentuale tra modellazione numerica e valore sperimentale:

$$(\varepsilon_{\delta})_i = rac{\delta_{K_1} - \delta_e}{\delta_e}$$
 Eq. 4.22

Dove si definisce:

- $\delta_{K_1}$ : lo spostamento determinato con la rigidezza stimata precedentemente;
- $\delta_e$ : lo spostamento determinato sperimentalmente.

L'analisi compiuta in termini percentuali consente un'interpretazione più agevole dei risultati numerici, consentendo di evidenziare la coppia di parametri che più avvicinano il comportamento sperimentale:

Spostamento MASSIMO	Ground Acceleration [mm/s²]	Exp [%]	μ=0,01 [%]	μ=0,02 [%]	μ=0,03 [%]	μ=0,05 [%]	μ=0,015-0,025 [%]	μ=0,02-0,025 [%]
D1_0,8V1	517,76	0,00%	60,02%	22,12%	-39,67%	-95,16%	-5,90%	-4,63%
D1_V1	789,38	0,00%	28,96%	15,77%	-5,13%	-61,94%	3,77%	4,91%
D1_V2	1600,34	0,00%	3,36%	-4,60%	6,12%	-1,38%	5,24%	5,81%
D1_1,5V2	3336,98	0,00%	-2,14%	4,91%	8,56%	13,26%	6,56%	7,36%

Tabella 4.8 – Spostamenti ottenuti al variare di P.g.a. e attrito

Anche con i valori percentuali dello spostamento è possibile osservare il comportamento del sistema variando l'attrito.



Grafico 4.23 – Spostamento al variare di P.g.a. e attrito: differenza relativa
Il grafico risulta più facilmente interpretabile escludendo le curve con  $\mu_{slow} = 0,015$ ;  $\mu_{fast} = 0,025$  e  $\mu_{slow} = 0,02$ ;  $\mu_{fast} = 0,025$ . In tal caso restano solo quattro curve confrontabili.



Grafico 4.24 – Spostamento al variare di P.g.a. e attrito: differenza relativa

Analogamente a quanto visto in precedenza, con le prime forzanti a maggiori attriti corrispondono i minori spostamenti. Per accelerazioni maggiori la situazione, prima si uniforma e poi si inverte. Nei diagrammi la linea continua orizzontale rappresenta il valore sperimentale osservato durante le prove, cui le altre curve si devono avvicinare affinché la taratura possa considerarsi corretta. È utile osservare l'estrema dipendenza del modello numerico dal livello di attrito scelto: con i valori estremi si ottengono valori di spostamento che si scostano dal valore sperimentale anche del 100%. La prima analisi conferma che i valori del coefficiente di attrito adeguati si trovano tra lo 0,02 e lo 0,03.





Grafico 4.25 Spostamento al variare di P.g.a. e attrito: differenza relativa

La curva caratterizzata da ( $\mu_{slow} = 0,015; \mu_{fast} = 0,025$ ) si pone sempre al disotto di quella con ( $\mu_{slow} = 0,02; \mu_{fast} = 0,025$ ). Quindi se per D1\_0,8V1 si osserva una migliore approssimazione con  $\mu_{slow} = 0,02$ , le altre prove sono meglio rappresentate da  $\mu_{slow} = 0,015$ . La differenza relativa con queste curve risulta compresa tra -5,90% e +7,36%

Osservato il valore dello spostamento in funzione di forzante e coefficiente d'attrito, si prosegue valutando il valore del taglio normalizzato sul singolo isolatore.

Taglio MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [N]	μ=0,01 [N]	μ=0,02 [N]	μ=0,03 [N]	μ=0,05 [N]	μ=0,015-0,025 [N]	μ=0,02-0,025 [N]
D1_0,8V1	517,76	516,74	654,13	627,58	518,84	531,16	565,95	575,24
D1_V1	789,38	484,18	535,17	594,84	628,70	646,21	592,68	600,31
D1_V2	1600,34	458,45	389,17	546,60	603,19	791,21	540,69	540,69
D1_1,5V2	3336,98	482,90	353,67	475,44	588,55	808,19	525,60	529,13

Tabella 4.9 – Taglio al variare di P.g.a. e attrito

Si rappresenta il grafico:



Grafico 4.26 – Taglio al variare di P.g.a. e attrito

Anche in questo caso si procede isolando quattro curve dalla rappresentazione.



Grafico 4.27 – Taglio al variare di P.g.a. e attrito: particolare

Le curve confrontano il massimo valore assoluto del taglio registrato dalle prove numeriche. In genere le curve con ( $\mu_{slow} = 0,015; \mu_{fast} = 0,025$ ) o ( $\mu_{slow} = 0,02; \mu_{fast} = 0,025$ ) si dispongono molto vicine alle curve dei risultati sperimentali. Nel caso di D1\_0,8V1 si osserva un comportamento poco intuitivo: ai valori di attrito minore (cui corrispondono i maggiori spostamenti) corrispondono anche i valori di taglio più alto. Tra D1\_0,8V1 e D1\_V1, il comportamento tende quindi a invertirsi e ad attriti minori corrispondono minori valori di taglio.

Anche in questo caso è più semplice interpretare i valori delle modellazioni numeriche secondo i termini di differenza percentuale. Si assume come differenza relativa la quantità così definita:

$$(\varepsilon_{NS})_i = \frac{NS_i - NS_e}{NS_e}$$
 Eq. 4.23

Dove si definisce:

- NS<sub>i</sub>: taglio normalizzato, determinato con la rigidezza stimata precedentemente e i coefficienti d'attrito scelti volta per volta;
- $NS_e$ : taglio determinato sperimentalmente, calcolato moltiplicando l'accelerazione massima (in senso assoluto) per un quarto della massa del sistema sperimentale.

Tabella 4.10 – Taglio al variare di P.g.a. e attrito

Taglio MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [%]	μ=0,01 [%]	μ=0,02 [%]	μ=0,03 [%]	μ=0,05 [%]	μ=0,015-0,025 [%]	μ=0,02-0,025 [%]
D1_0,8V1	517.76	0.00%	26.59%	21.45%	0.41%	2.79%	9.52%	11.32%
D1_V1	789.38	0.00%	10.53%	22.85%	29.85%	33.46%	22.41%	23.98%
D1_V2	1600.34	0.00%	-15.11%	19.23%	31.57%	72.59%	17.94%	17.94%
D1_1,5V2	3336.98	0.00%	-26.76%	-1.54%	21.88%	67.36%	8.84%	9.57%

Come precedentemente osservato anche per lo spostamento relativo la coppia di valori  $\mu_{slow} = 0.015 - \mu_{fast} = 0.025$  conferma essere la più adatta taratura del modello numerico.





Si osservano, innanzitutto, le quattro curve sperimentali con  $\mu_{slow} = \mu_{fast}$ . Quindi si isolano le rimanenti curve, caratterizzate da ( $\mu_{slow} = 0.015$ ;  $\mu_{fast} = 0.025$ ) e ( $\mu_{slow} = 0.02$ ;  $\mu_{fast} = 0.025$ ).









Escludendo le curve meno significative, si nota che il taglio risulta in genere sovrastimato tra il 10 e il 25%; questo eccesso può tuttavia essere accettato favorevolmente, rappresentando una stima a favore di sicurezza della sollecitazione residua che riesce a superare il filtro dell'isolatore.



Di seguito si riportano i cicli di isteresi per le singole forzanti:



Per la prima forzante, apparentemente il risultato risulta facilmente compatibile alla teoria, al minore attrito compete lo spostamento di maggiore entità. Dato che la pseudo-accelerazione aumenta assieme allo spostamento, non sorprende che la maggiore accelerazione appartenga alla curva con  $\mu = 0,01$  e non a quella con  $\mu = 0,05$ .



Grafico 4.32 – Cicli di isteresi al variare dell'attrito (D1\_V1)

In questo caso, con l'accelerazione D1\_V1, il comportamento del sistema è facilmente comprensibile:

- Ai sistemi con basso attrito compete il maggiore spostamento, mentre l'accelerazione è di minore entità;
- Il sistema con maggiore attrito realizza gli spostamenti inferiori e le accelerazioni maggiori;
- A maggiori valori di  $\mu_{slow}$  corrispondono forze di attrito statico maggiori, evidenziate dall'intercetta del ciclo sull'asse delle ordinate (breakaway force).



Grafico 4.33 – Cicli di isteresi al variare dell'attrito (D1\_V2)

Il comportamento è simile a quanto visto per la curva precedente, tuttavia alcune curve presentano gli stessi massimi assoluti in termini di spostamento.



Grafico 4.34 – Cicli di isteresi al variare dell'attrito (D1\_1,5V2)

All'aumentare dell'accelerazione si espande l'area del ciclo di isteresi: gli isolatori compiono un maggiore percorso. Stranamente il sistema con  $\mu = 0,05$  è anche quello con lo spostamento (positivo) maggiore.

L'osservazione dei grafici consente di confermare le valutazioni compiute sulla stima di  $\mu_{slow}$  e  $\mu_{fast}$ :

 μ<sub>slow</sub> è determinabile dal ciclo di isteresi sperimentale; si può ricavare a partire dal valore dell'intercetta sull'asse verticale del diagramma "Taglio-spostamento":

$$Q = \mu \cdot W \to \mu_{slow} = \frac{Q}{W}$$
 Eq. 4.24

per questo motivo i valori di  $\mu_{slow}$  che non rappresentano il comportamento sperimentale sono facilmente individuabili.

- Il valore del coefficiente d'attrito ad alta velocità  $\mu_{fast}$  invece si determina a partire da considerazioni di tipo energetico che prevedono di rapportare l'energia dissipata del ciclo sperimentale a quella del ciclo teorico ideale, la determinazione non è quindi così semplice;
- In caso di stime di  $\mu_{fast}$  che partano dallo studio di modelli numerici, si suggerisce di adottare valori estremi e di cercare il valore ottimo di taratura studiando modelli con valori di  $\mu_{fast}$  intermedi.

# 4.3 Ricerca del livello di smorzamento relativo ξ

Allo stesso modo in cui si è proceduto a ricavare i valori dei coefficienti di attrito, si procede a studiare l'effetto dello smorzamento relativo al critico, selezionando quattro valori di studio che descrivono plausibili comportamenti del sistema isolato:

- $\xi = 0.0\%$  la dissipazione di energia si verifica esclusivamente nell'isolatore;
- $\xi = 0.5\%$  si verifica una minima dissipazione di energia al di fuori dell'isolatore;
- $\xi = 2.0\%$  la dissipazione di energia proviene anche da altre fonti oltre l'isolatore, ad esempio, dallo slittamento relativo dei blocchi dell'apparato sperimentale;
- $\xi = 5.0\%$  la dissipazione di energia è più intensa: con l'ulteriore fonte di dissipazione si descrivono gli slittamenti e i movimenti relativi tra i blocchi di calcestruzzo che costituiscono il sistema sperimentale.

Per la taratura del modello che descrive il comportamento della statua isolata si assume che la dissipazione di energia avvenga quasi interamente nell'isolatore, senza coinvolgere danneggiamenti dell'opera, per questo motivo si assume il valore  $\xi = 0.5\%$ .

Si esegue quindi per tutte le forzanti a disposizione della configurazione bassa, la stima dello spostamento massimo numerico e del taglio massimo numerico.

## Spostamento relativo

Spostamento MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [mm]	[mm] %0=}	ξ=0,5% [mm]	{=2% [mm]	ξ=5% [mm]
D1_0,8V1	517,76	99,42	95,07	93,39	88,62	80,13
D1_V1	789,38	96,70	101,59	100,79	98 <i>,</i> 46	94,01
D1_V2	1600,34	79,82	85,33	85,04	84,11	82,34
D1_1,5V2	3336,98	73,84	79,50	79,36	78,89	77,94

Tabella 4.11 – Spostamento al variare dello smorzamento



Grafico 4.35 – Spostamenti al variare di P.g.a. e smorzamento

Le curve si dispongono praticamente parallele tra loro con spostamenti calanti all'aumentare dello smorzamento relativo. In genere uno smorzamento maggiore produce una migliore affinità con il risultato sperimentale, tranne che nel caso della forzante a più bassa intensità. In questo caso applicare un'additiva dissipazione di energia non determinata dall'attrito del doppio pendolo, significa sottostimare lo spostamento del sistema.

Che in termini di errore relativo si esprime:

Spostamento MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [mm]	[mm] %0=}	ξ=0,5% [mm]	{=2% [mm]	{=5% [mm]
D1_0,8V1	517.76	0.00%	-4.38%	-6.07%	-10.87%	-19.41%
D1_V1	789.38	0.00%	5.06%	4.22%	1.82%	-2.78%
D1_V2	1600.34	0.00%	6.90%	6.54%	5.37%	3.15%
D1_1,5V2	3336.98	0.00%	7.68%	7.48%	6.85%	5.55%

Tabella 4.12 – Spostamenti al variare di P.g.a. e smorzamento



Grafico 4.36 - Spostamenti al variare di P.g.a. e smorzamento: differenza relativa

Anche in questo grafico si osserva come per alti smorzamenti relativi si realizzano gli spostamenti minori. Dal grafico della differenza relativa si osserva come, per P.g.a. crescenti, la differenza tra le curve tende a diminuire.

Dall'osservazione di tabelle e grafici si osserva come non esista un valore univoco tale da soddisfare tutte le modellazioni per tutte le forzanti, stabilizzando cioè l'errore a un valore sempre positivo (o negativo). Ciò significa che per la forzante a più bassa intensità di accelerazione (D1\_0,8V1) si ottengono dei valori di spostamento sottostimati rispetto all'esperienza sperimentale. Questa determinazione, quindi, risulta a sfavore di sicurezza dato che potenzialmente esprime una corsa dell'isolatore inferiore a quella sperimentale. In fase di dimensionamento questo errore di valutazione, può determinare una scelta inadeguata della corsa, potenzialmente fatale per l'opera da preservare.

## Taglio sull'isolatore

Analogamente si restituisce il risultato delle modellazioni per quanto riguarda il taglio agente sul singolo isolatore:

Taglio MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [N]	[N] %0=}	ξ=0,5% [N]	ξ=2% [N]	ξ=5% [N]
D1_0,8V1	517,76	516,74	576,11	570,21	553,40	523,59
D1_V1	789,38	484,18	600,81	597,97	589,87	574,29
D1_V2	1600,34	458,45	547,49	546,60	542,89	536,86
D1_1,5V2	3336,98	482,90	530,11	529,46	528,13	524,24

Tabella 4.13 – Taglio al variare di P.g.a. e smorzamento



Grafico 4.37 – Taglio al variare di P.g.a. e smorzamento

Anche in questo caso le curve si dispongono parallelamente tra di loro, con la prima colonna di dati (D1\_0,8V1) che si dispone più vicina delle altre serie al risultato sperimentale. Per D1\_V1 il taglio aumenta, per diminuire, quindi, con P.g.a. maggiori. Dal grafico si arriva alla conclusione che l'isolatore lavora "meglio" per accelerazioni maggiori di 1500  $mm/s^2$ . In ogni caso:

- al minore smorzamento relativo compete il maggiore spostamento della colonna e il maggior taglio;
- i valori di taglio registrati continuano a essere maggiori di quelli registrati, e quindi a favore di sicurezza.

Per trarre delle osservazioni sul taglio agente sugli isolatori è opportuno controllare la differenza relativa rispetto al valore sperimentale:

Taglio MASSIMO	P.g.a. [mm/s²]	Exp [N]	[N] %0=}	ξ=0,5% [N]	ξ=2% [N]	ξ=5% [N]
D1_0,8V1	517,76	0,00%	11,49%	10,35%	7,09%	1,32%
D1_V1	789,38	0,00%	24,09%	23,50%	21,83%	18,61%
D1_V2	1600,34	0,00%	19,42%	19,23%	18,42%	17,10%
D1_1,5V2	3336,98	0,00%	9,78%	9,64%	9,37%	8,56%

Tabella 4.14 – Taglio al variare di P.g.a. e smorzamento: differenza relativa



Grafico 4.38 – Taglio al variare di P.g.a. e smorzamento: differenza relativa

Anche in questo caso l'interpretazione dei risultati non è agevole, anche se si può affermare:

- In generale la risposta del sistema è sovrastimata rispetto al taglio sperimentale;
- Per la forzante D1\_0,8V1 l'errore relativo è minimo, quindi massimo per D1\_V1, per poi tornare a diminuire con le forzanti a più alta intensità di accelerazione ;
- Il valore di  $\xi = 5,0\%$  determina, tra tutti i parametri, il minore scostamento dalla curva sperimentale (gialla).

Per questo motivo, nonostante il valore dello spostamento relativo sia in alcuni casi inferiore a quello determinato sperimentalmente si propone di adottare:

- $\xi = 0.5\%$  modelli solidi delle statue isolate;
- $\xi = 5,0\%$  modelli numerici delle apparecchiature sperimentali.



Di seguito si riportano i diagrammi dei cicli di isteresi (in pseudo-accelerazione) delle quattro forzanti.

Grafico 4.39 – Cicli di isteresi al variare dell'attrito (D1\_0,8V1)

Il taglio maggiore (e lo spostamento maggiore) compete al modello con minore smorzamento, tutti gli altri modelli numerici si dispongono mantenendosi all'interno dell'area del ciclo con  $\xi = 0\%$ . Tutti i grafici sottostimano il valore dello spostamento massimo, mentre l'accelerazione risulta sovrastimata.



Grafico 4.40 – Cicli di isteresi al variare dell'attrito (D1\_V1)

In questo caso lo spostamento massimo viene sovrastimato, le curve infatti contengono il risultato sperimentale. A minore smorzamento competa maggiore spostamento e taglio.



Grafico 4.41 – Cicli di isteresi al variare dell'attrito (D1\_V2)

Anche in questo caso lo spostamento contiene (circa) i risultati sperimentali, tuttavia in alcuni punti si osserva il taglio sperimentale sovrastare il risultato numerico. I valori numerici massimi sono comunque sovrastimati.



Grafico 4.42 – Cicli di isteresi al variare dell'attrito (D1\_1,5V1)

Gli spostamenti numerici contengono il valore positivo dello spostamento sperimentale, ma non lo spostamento massimo negativo sperimentale. Il taglio massimo supera il valore dello sperimentale, tuttavia dal grafico si osserva come tra le curve sperimentale e numeriche ci sia una vistosa variazione della pendenza del ciclo durante il moto dell'isolatore. Di seguito viene presentata una tabella riassuntiva delle modellazioni compiute, quindi si riepilogano i parametri scelti con il processo di taratura.

Parametro	Valore	Metodo di selezione					
K.		Selezione in un pool di valori ipotizzati. Dato che i parametri inizialmente scelti non rispondevano a					
Rigidezza iniziale	$K_1 = 519  N/mm$	pieno ai risultati sperimentali, si è determinato un valore ad hoc messo in relazione con la rigidezza secondaria $K_2$ .					
$\mu_{slow}; \mu_{fast}$ Coefficienti di attrito	$\mu_{slow} = 0,015$ $\mu_{fast} = 0,020$	Controllo dei parametri già in possesso, e determinata dalla campagna sperimentale svolta. Lo studio anche di valori non plausibili per la taratura ha permesso di osservare i comportamenti estremi del sistema.					
ξ Smorzamento relativo	$\xi = 0,5\%$ $\xi = 5,0\%$	<ul> <li>Dato che si tratta di un parametro dell'analisi numerica e non dell'isolatore, si esegue una "scelta" piuttosto che una "selezione". Osservati i risultati delle modellazioni, si scelgono due livelli:</li> <li>0,5% si impiega nel modello completo delle statue;</li> <li>5,0% si impiega nei modelli con geometria semplificata.</li> </ul>					

#### Tabella 4.15 – Riassunto della procedura di taratura

# 4.4 Verifica della taratura – forzanti bidirezionali

Una volta definite le caratteristiche del link, ottenute dalla precedente taratura, si procede al controllo dei parametri analizzando le prove sperimentali della configurazione CFG#4. Si osservano in particolare i test:

N°	LON	LAT	VERT	PGD	PGV	PGA		COI	VFIGURA	TION		DIR
							1	2	3	4	5	
				[ <i>mm</i> ]	[mm/s]	[mm/s²]	[LCM]	[LCM+]	[LCM-]	[HCM]	[HCME]	
1	D1_V1			60	200	0.07	NL					LON
2	D1_V1			60	200	0.07	х					LON
3	D1 0_5V1			60	100	0.017	х					LON
4	D1_0,8V1			60	160	0.05	х					LON
5		D1_0,8V1		60	160	0.05	х					LAT
6	D1_V2			60	300	0.15	х					LON
7	D1_1,5V2			60	450	0.35	х					LON
8		D1 0_5V1		60	100	0.017	х					LAT
9		D1_V2		60	300	0.15	х					LAT
10	D1_0,8V1			60	160	0.05		Х				LON
11	D1_0,8V1			60	160	0.05			Х			LON
12	D1_0,8V1			60	160	0.05				Х		LON
13	D1_0,8V1			60	160	0.05				Х		LON
14		D1_0,8V1		60	160	0.05				х		LAT
15	D1_1,5V2			60	450	0.35				Х		LON
16		D1_1,5V2		60	450	0.35				Х		LAT
17	D1_0,8V1		VERT 1	60/19,8	160/190	0,05/0,19				х		LON
18	D1_0,8V1		VERT 2	60/9,91	160/135	0,05/0,19				х		LON
19	D1_0,8V1	D1_0,8V1		60	160/160	0,05/0,05				х		2D
20	D1_1,5V2	D1_0,8V1		60	300/160	0,35/0,05				Х		2D
21	D1_0,8V1			60	160	0.05					Х	LON
22		D1_0,8V1		60	160	0.05					Х	LAT
23	D1_0,8V1	D1_0,8V1		60	160/160	0,05/0,05					Х	2D
24	D1_1,5V2	D1_0,8V1		60	300/160	0,35/0,05					Х	2D

Tabella 4.16 – Riassunto input, in evidenza i test usati per la verifica

È possibile notare che, propriamente, solo i test 19 e 20 propongono effettivamente l'applicazione di due forzanti in direzioni ortogonali. I test 13, 14 e 15, invece, applicando una sola forzante alla volta sono principalmente delle "pietre di paragone" con cui osservare i test 19 e 20: le forzanti applicate sono infatti le medesime, quindi è possibile valutare la mutua interazione del movimento in entrambe le direzioni (che in sostanza realizza un incremento degli spostamenti risultanti).

Di seguito sono riportati i grafici ottenuti dall'analisi della configurazione CFG#4 sottoposta a forzanti monodirezionali e bidirezionali.



Grafico 4.43 – Test 13: spostamento

Come nella procedura di taratura, si osserva innanzitutto che la forma delle due curve numeriche coincide con l'evidenza sperimentale. Per quanto riguarda l'entità dello spostamento si può notare che gli spostamenti numerici non superano i massimi positivi sperimentali, invece sovrastimano i minimi negativi.

Si confronti i valori ottenuti con le evidenze sperimentali:

Spostamenti								
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$					
MAX+	+79,55	+86,86 mm Δ=-5,60%	+73,30 mm Δ=-20,33%					
MIN-	-92,01	-90,85 mm Δ=+14,21%	-79,61 mm Δ=+0,08%					



Grafico 4.44 – Test 13: pseudo-accelerazione

Anche per la pseudo-accelerazione, le analisi numeriche riescono a rappresentare correttamente la forma della funzione sperimentale. I valori massimi e minimi riscontrati sono simili al rilievo sperimentale. Per quanto riguarda la stima si osserva, tuttavia, che il valore massimi determinati con lo smorzamento relativo pari al 5% risultano leggermente inferiori a quelli sperimentali.

Tabella 4.18 – Test 13 pseudo-accelerazione e	e differenza relativa	a rispetto ai risultati	sperimentali
---	-----------------------	-------------------------	--------------

Pseudo-accelerazione								
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$					
ΜΛΥΤ	+508 60	+524,45 mm/s²	+486,74 mm/s <sup>2</sup>					
IVIAAT	+300,05	Δ=+3,10%	Δ=-4,31%					
ΝΛΙΝΙ	169.06	-512,82 mm/s <sup>2</sup>	-467,32 mm/s²					
	-400,90	∆=+9,35%	Δ=-0,35%					



Grafico 4.45 – Test 13: ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

Il ciclo di isteresi è ben rappresentato dalle funzioni numeriche, che mostrano lo stesso numero di rotazioni attorno all'origine. Per quanto riguarda gli spostamenti, si osserva una sorta di traslazione del parallelogramma per la curva con  $\xi$ =0,5%, mentre la curva con  $\xi$ =5% risulta di dimensione inferiore (più "corta"). Il valore della pseudo-accelerazione risulta sempre sovrastimato nel caso della  $\xi$ =0,5%, mentre per  $\xi$ =5%, mostra valori inferiori a quelli sperimentali.





Quanto visto precedentemente con il *"Test 13"* si ripete: lo spostamento, ben rappresentato dall'andamento della curva, è però leggermente sottostimato sia nel valore massimo positivo che negativo; la curva di  $\xi$ =5% è quella che si discosta di più tra le due.

Spostamenti			
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$
MAX+	+96,81	+80,28 mm	+69,14 mm
		Δ=-17,07%	∆=-28 <i>,</i> 58%
MIN-	-75,59	-75,93 mm	-65,80 mm
		∆=+0,45%	Δ=+12,95%



Grafico 4.47 – Test 14: pseudo-accelerazione

La sottostima della pseudo-accelerazione in questo caso è ancora più evidente. Entrambe le curve non raggiungono i valori massimi espressi dalla funzione sperimentale.

Pseudo-accelerazione				
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$	
MAX+	+504,09	+476,06 mm/s <sup>2</sup>	+641,96 mm/s²	
		Δ=-5,56%	Δ=-12,31%	
MIN-	-512,04	-490,24 mm/s <sup>2</sup>	-452,54 mm/s <sup>2</sup>	
		∆=-4,26%	Δ=-11,62%	

Tabella 4.20 – Test 14: pseudo-accelerazione e differenze relative



Grafico 4.48 – Test 14: ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

Osservando il ciclo di isteresi si conferma quanto rilevato: generale sottostima dello spostamento e della pseudo-accelerazione (cioè del taglio).

### 4.4.3 Test 15





L'approssimazione della curva numerica sulla sperimentale è buona, sfuggono tuttavia i valori estremi dello spostamento.

Spostamenti				
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$	
MAX+	+79,07	+75,92 mm	+74,27 mm	
		Δ=-3,99%	∆=-6,07%	
MIN-	-75,09	-72,75 mm	-71,63 mm	
		Δ=-3,12%	∆=-4,61%	

Tabella 4.21 – Test 15: spostamento e differenze relative



Grafico 4.50 – Test 15: pseudo-accelerazione

I risultati numerici in questo caso sovrastimano il valore sperimentale. A prima vista  $\xi$ =0,5% e  $\xi$ =5% sembrano coincidere (esiste, comunque, una minima differenza).

Pseudo-accelerazione				
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$	
MAX+	+463,49	+476,00 mm/s <sup>2</sup>	+472,09 mm/s <sup>2</sup>	
		Δ=2,70%	Δ=1,86%	
MIN-	-468,28	-486,38 mm/s <sup>2</sup>	-481,01 mm/s²	
		∆=+3 <i>,</i> 87%	∆=+2,72%	



Grafico 4.51 – Test 15: Ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

Il grafico rappresenta correttamente il numero di rotazioni attorno all'origine e la forma generale del ciclo di isteresi. È confermato inoltre che gli spostamenti estremi sono sottostimati, mentre il valore della pseudo-accelerazione è sovrastimato anche in questo test.

## 4.4.4 Test 19

È il primo test eseguito con l'applicazione di una forzante bidirezionale. Si tratta dell'applicazione nelle due direzioni ortogonali della forzante D1\_0,8V1, cioè dell'accelerazione a più bassa intensità tra le quattro finora studiate. Questa forzante è caratterizzata inoltre dallo spostamento generato più elevato tra le quattro. Lo scopo della modellazione numerica è quindi quello di poter riprodurre (e spiegare) la mutua interazione del movimento nelle due direzioni.

#### Direzione longitudinale (X)





La forma delle funzioni determinate numericamente è simile alla curva sperimentale. Per quanto riguarda l'entità degli spostamenti, si osserva che in genere sono sovrastimati rispetto ai valori massimi e minimi. La curva con  $\xi$ =0,5% si pone esterna a quella con  $\xi$ =0,5%.

Tabella 4.23 – Test 19X: spostar	nenti e differenze relative
----------------------------------	-----------------------------

Spostamenti			
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$
MAX+	+88,26	+94,59 mm	+86,26 mm
		Δ=+7,17%	∆=-2,27%
MIN-	-87,88	-104,75 mm	-96,19 mm
		Δ=+19,12%	∆=+3,84%



Grafico 4.53 – Test 19X: pseudo-accelerazione

L'affinità delle funzioni numeriche con la curva sperimentale è buona e il valori massimi e minimi sono in genere sovrastimati dalle curve numeriche.

Pseudo-accelerazione				
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$	
MAX+	+392,67	+398,17 mm/s²	+375,22 mm/s <sup>2</sup>	
		∆=+1,48%	∆=4,45%	
MIN-	-323,65	-374,23 mm/s <sup>2</sup>	-349,36 mm/s <sup>2</sup>	
		Δ=+15,63%	∆=+7,94%	

Tabella 4.24 – Test 19X: pseudo-accelerazione e differenza percentuale



Grafico 4.54 – Test 19X: ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

Il ciclo di isteresi in questo caso è rappresentato da una curva più arrotondata, che assomiglia vagamente ai cicli di isteresi a forma di parallelogramma delle curve con un'unica forzante. La variazione di pendenza è determinata dal continuo riassestamento della traiettoria dell'apparecchio sperimentale sugli isolatori. Infatti si determina la continua variazione della rigidezza istantanea (pari a  $K_2 = \frac{W}{R}$ ) che viene rappresentata, appunto, dalla pendenza delle curve.

# Direzione laterale (Y)





Nella direzione laterale, la stima dello spostamento è differente rispetto alla longitudinale: i valori positivi sono leggermente sottostimati, mentre i negativi sono sovrastimati.

Spostamenti			
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$
MAX+	+118,82	+106,08 mm	+95,64 mm
		Δ=-10,72%	Δ=-19,51%
MIN-	-109,56	-114,88 mm	-102,24 mm
		∆=+4,85%	Δ=-6,68%

Tabella 4.25 – Test 19Y: spostamenti e differenze relative


Grafico 4.55 – Test 19Y: pseudo-accelerazione

La forma delle curve numeriche ben approssima quella sperimentale, in genere sovrastimandone il valore. La seconda cresta delle funzioni mostra, però, un valore della pseudo-accelerazione minore di quella sperimentale.

Pseudo-accelerazione			
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$
MAX+	+556,27	+516,95 mm/s <sup>2</sup>	+483,56 mm/s <sup>2</sup>
		∆=-7 <i>,</i> 07%	Δ=-13,07%
MIN-	-463,81	-503,35 mm/s <sup>2</sup>	-481,63 mm/s²
		∆=+8,52%	∆=+3 <i>,</i> 84%



Grafico 4.56 - Test 19Y: ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

Anche nella direzione laterale cambia la forma del ciclo di isteresi, che rispetto al parallelogramma teorico, risulta più arrotondato. Anche in questo grafico si osserva la sottostima degli spostamenti e della pseudo-accelerazione .



Grafico 4.57 – Test 19: tracciato planimetrico dello spostamento

Il grafico mostra il percorso dell'isolatore sul piano, composto quindi dallo spostamento nella direzione longitudinale e in quella laterale. La corrispondenza della forma è buona, anche se si evidenzia la sottostima del massimo spostamento nella direzione Y. Nella direzione X è invece opportuno evidenziare che la sovrastima dello spostamento, pur a favore di sicurezza, potrebbe determinare un errore di giudizio: se lo spostamento numerico avesse oltrepassato il limite di ammissibilità per dispositivo, allora il prototipo sarebbe potuto essere scartato sulla base della modellazione numerica, nonostante il percorso reale ricada entro i limiti di utilizzo.

## 4.4.5 Test 20

Si tratta del secondo test con forzante bidirezionale. In questo caso nella direzione longitudinale (X) è applicata la forzante principale (D1\_1,5V2) opportunamente modificata per ottenere un maggior numero di cicli. Nella direzione coordinata (Y) è applicata una forzante di minore entità (D1\_0,8V1).



Grafico 4.58 - Test 20X: spostamento

La corrispondenza numerica-sperimentale risulta buona, a parte alcune incongruenze. Si

confrontano anche i valori massimi e minimi:

Tabella 4.27 – Test 20X: spostamenti e differenza relativa
--

Spostamenti				
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$	
		+86,23 mm	+83,17 mm	
IVIAA+ +03,32	+03,52	∆=+0,83%	∆=-2 <b>,</b> 75%	
ΝΛΙΝΙ	72.90	-83,31 mm	-80,23 mm	
IVIIIN-	-72,89	Δ=+14,30%	Δ=+10,06%	



Grafico 4.59 – Test 20X: Pseudo-accelerazione

La riduzione dell'accelerazione percepita dalla sovrastruttura è considerevole, di fronte a una forzante intensa come D1\_1,5V2, i benefici dell'isolamento sono considerevoli. Si ottengono i valori massimi e minimi:

Pseudo-accelerazione		
	EVD	۲_۲

Taballa 4 20	Toct 20V.	Droudo	accoloraziona	a difforanza	rolativa
1 abella 4.20 -	Test ZUA.	Pseudo-	accelerazione	e unierenza	relativa

	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$
	1400 06	+476,29 mm/s <sup>2</sup>	+473,09 mm/s²
IVIAA+	+480,00	Δ=-0,79%	Δ=-1,45%
N 41 N I	445.00	-463,65 mm/s²	-453,31 mm/s²
IVIIIN-	-445,82	Δ=+4,00%	Δ=+1,68%



Grafico 4.60 – Test 20X: Ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

L'approssimazione della curva sperimentale è buona: in entrambi i casi si osserva la sovrastima degli spostamenti, mentre il valore massimo della pseudo-accelerazione è leggermente sottostimato.



Grafico 4.61 – Test 20Y: Spostamento

Anche nella direzione coordinata la forma della curva dello spostamento è buona. Si confrontano i valori ottenuti con la sperimentale.

Spostamenti				
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$	
	MAX: : 100.80	+108,76 mm	+100,94 mm	
MAX+ +109,89	Δ=-1,03%	∆=-8,14%		
ΝΛΙΝΙ	106 16	-111,27 mm	-102,94 mm	
WIIN100,10		∆=+4,82%	Δ=-3,03%	

Tabella 4.29 – Test 20Y: Spostamenti e	differenze relativa
--	---------------------



Grafico 4.62 – Test 20Y: pseudo-accelerazione

L'approssimazione numerica è buona anche nella direzione ortogonale, i valori estremi della pseudo-accelerazione sono sovrastimati, mantenendo la stima della sollecitazione residua sulla sovrastruttura a favore di sicurezza.

Pseudo-accelerazione				
	EXP	$\xi = 0,5\%$	$\xi = 5,0\%$	
MAX+ +498,16	+568,82 mm/s <sup>2</sup>	+553,90 mm/s <sup>2</sup>		
	+490,10	Δ=-14,18%	Δ=-11,19%	
ΝΛΙΝΙ	467.09	-542,50 mm/s <sup>2</sup>	-511,06 mm/s <sup>2</sup>	
IVIIIN-	-407,08	Δ=+16,15%	∆=+9 <i>,</i> 42%	

Tabella 4.30 – Test 20Y: Pseudo-accelerazione e differenza relativa



Grafico 4.63 - Test 20Y: ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

Il ciclo di isteresi per la direzione laterale appare piuttosto confuso. Si riscontra, comunque, la somiglianza delle curve sperimentali con la curva numerica. Si conferma quanto osservato per quanto riguarda spostamenti e pseudo-accelerazione.



Grafico 4.64 – Test 20: Tracciato planimetrico dello spostamento

Le rappresentazioni numeriche dello spostamento nel piano seguono correttamente la traccia sperimentale, con piccole differenze per quanto riguarda l'entità dello spostamento. Ad ogni modo, entrambe le curve numeriche restano contenute all'interno del limite di spostamento ammissibile del dispositivo.

# 5 Caso studio – Le sculture della Galleria dell'accademia

Il caso studio esaminato in questa tesi è rappresentato dall'analisi di due sculture esposte nella Galleria dell'Accademia di Firenze. In particolare si fa riferimento alla statua del "Prigione Barbuto" (o Schiavo Barbuto) e al San Matteo, entrambe esposte nella Galleria dei Prigioni (che prende appunto il nome dall'omonimo gruppo statuario).

# 5.1 Presentazione del caso studio

La "Galleria dei Prigioni", situata al pianterreno della Galleria dell'accademia a Firenze, ospita sei importanti sculture di Michelangelo creando così un percorso suggestivo che guida il visitatore al centro della tribuna dove si erge il David (Figura 5.1).



Figura 5.1 – Galleria dei Prigioni, Firenze

La galleria prende il nome dalle quattro grandi sculture non terminate da Michelangelo che mostrano i nudi maschili noti come schiavi o prigionieri: "Prigione Che Si Sveglia", "Prigione

Giovane", "Prigione Barbuto" e "Prigione Atlante", Figura 5.2, esposte nella galleria assieme alle statue del "San Matteo" e della "Pietà da Palestrina", Figura 5.3.



**Prigione Atlante** 

Prigione che si desta Prigione Barbuto Figura 5.2 – Gruppo scultoreo dei Prigioni

Prigione il Giovane



San Matteo



Pietà di Palestrina Figura 5.3 – San Matteo e Pietà di Palestrina, esposte nella galleria dei prigioni

Le sculture che hanno preso il nome di "Prigioni", esposte al piano terra della Galleria dell'Accademia nell'omonima sala, sono state scolpite da Michelangelo tra il 1525 e il 1530 ed erano destinati al monumento funebre per il Papa Giulio. L'opera nel progetto del Pontefice avrebbe eguagliato la magnificenza dei mausolei antichi, e le vicende legate alla sua realizzazione si intrecciarono con la vita di Michelangelo a più riprese per quarant'anni. Nel programma iconografico i Prigioni avrebbero dovuto rappresentare le arti e i saperi afflitti per la perdita di Giulio II. Il primo progetto definito da Michelangelo prevedeva la costruzione di una colossale struttura architettonica isolata nello spazio, a base rettangolare (circa 10,8x7,2 m di base e 8 di altezza) che, restringendosi gradualmente in forma piramidale, sarebbe dovuto essere ornata da più di quaranta statue disposte su tre ordini. Il progetto originale, così ambizioso, non fu però portato a termine come concepito, anzi, fu più volte rimaneggiato, sia per motivi economici che a causa di dissapori con il pontefice (e successivamente con i suoi eredi).

Nel 1532, a seguito del cambiamento di destinazione della tomba papale (non più la Basilica di San Pietro ma San Pietro in Vincoli), il contratto venne ridefinito per la quarta volta e Michelangelo si impegnò a fornire sei statue; quattro di esse già disponibili a Roma (i due Schiavi oggi esposti al Louvre, il Mosè e una quarta statua probabilmente raffigurante il pontefice). Nella casa studio di Via Mazza a Firenze ve ne erano altre in lavorazione; ma l'immediata disponibilità del gruppo di quattro sculture presente a Roma giustificherebbe un rallentamento nella realizzazione dei Prigioni, che per questo sarebbero rimasti in un'estesa condizione di "non finito". Particolarità di queste sculture è proprio il fatto che nessuna di esse risulti completata, ma si presenti come nell'atto di emergere dal blocco in cui è scolpita.

Il *"Prigione Giovane"* prenderebbe il nome dalle fattezze gentili del volto; all'Albert Museum di Londra se ne conserva un modellino in cera rossa. Dall'osservazione del retro del blocco esso sarebbe stato destinato a una posizione frontale.

Anche il *"Prigione Barbuto"* era stato pensato per essere collocato in una posizione frontale; esso presenta riconoscibili rimandi al "Torso del Belvedere" opera di età ellenistica dello scultore Apollonio, lungamente studiata da Michelangelo e oggi conservata ai Musei Vaticani.

Per l'"Atlante" era stata prevista una posizione angolare; esso si presenta in una tale condizione di "non finito" che sulla parte superiore del marmo sono ancora riconoscibili i segni identificativi di Michelangelo e dei cavatori: tre archi che indicano l'appartenenza a Michelangelo, una L che indica il cavatore Leone, una navicella stilizzata e un tridente.

Il *"Prigione che si risveglia"* è lavorato di spigolo e doveva essere collocato nella tomba in una posizione angolare; l'interpretazione nell'ambito del programma iconografico della tomba è associata alla lotta violenta contro il sonno, inteso come i primordi della vita intellettuale,

151

religiosa e artistica, per raggiungere la consapevolezza. Nel *"Prigione che si risveglia"* si riconoscono però anche le fattezze del "Giona" della Cappella Sistina: come questi si spaventa del mostro in arrivo ritraendosi, così il Prigione tenta di sottrarsi a un orrore incombente.

Nel 1534 Michelangelo partì per Roma definitivamente; alla morte (1564) il nipote Leonardo donerà i Prigioni e il gruppo della Vittoria a Cosimo de' Medici; con il Granduca Francesco I essi trovarono sistemazione ad opera di Bernardo Buontalenti, artista devoto a Michelangelo, cui i Prigioni ispirarono la creazione della prima camera della Grotta Grande di Boboli (1585-88) un progetto architettonico che allude al diluvio primordiale, momento in cui dalla materia inanimata prende forma la vita. I Prigioni, incastonati nelle pareti di un ambiente costituito da rocce artificiali, naturali e acqua, rappresentavano al meglio l'idea della forma umana che lotta per liberarsi dalla roccia grezza; interpretazione data già nel 1591 dallo scrittore Francesco Bocchi *"abbozzate con incredibile e meraviglioso artifizio mostrano queste figure con ogni sforzo di voler uscire dal marmo per fuggir la rovina che è loro di sopra"*. Nel 1909 i Prigioni vennero rimossi dalla Grotta del Buontalenti e sostituiti da copie per essere trasportati alla Galleria dell'Accademia.

Il "San Matteo" fu commissionato per il Duomo di Firenze da parte dell'Opera di Santa Maria del Fiore, e dall'Arte della Lana, e rimane l'unica scultura terminata di una serie di *"Dodici Apostoli"*. A seguito di una ricerca sul trasporto dei marmi è emerso che il blocco destinato al San Matteo fu consegnato nel marzo del 1506 dopo una lunga sosta alla marina di Vicopisano, mentre Michelangelo era a Roma e aveva l'occasione di assistere al ritrovamento del gruppo scultoreo del Laocoonte. Questa precisa datazione supporta il pensiero di diversi critici fin da prima concordi nell'affermare che nella lavorazione dell'opera, avvenuta tra aprile e novembre, sono riconoscibili chiari rimandi al pathos del gruppo ellenistico studiato da Michelangelo a Roma. Il San Matteo permase nei locali dell'Opera di Santa Maria del Fiore fino al 1834, quando venne trasportato nel cortile dell'Accademia; dove rimase per 75 anni fino al 1909, anno in cui insieme ai Prigioni prese parte all'esposizione nei locali della Galleria.

La Pietà di "Palestrina" venne realizzata da Michelangelo intorno al 1560, durante gli ultimi anni trascorsi a Roma, dove lavorò in più occasioni al tema della Pietà, ritratta in diverse sculture pensate per la propria sepoltura. Per alcuni critici la paternità michelangiolesca è ancora dubbia: si ritiene infatti che alcuni tratti fisionomici non siano coerenti con altre opere del Maestro, che vi sia una certa sproporzione delle gambe di Cristo rispetto al resto della figura, e si propende ad

152

attribuire l'opera a un non identificato allievo o imitatore. Nel XVII secolo la famiglia Barberini, su consiglio di Pietro da Cortona, avrebbe acquistato il gruppo scultoreo e lo avrebbe collocato all'interno della cappella di Santa Rosalia presso Palazzo Barberini a Palestrina (Roma), luogo da cui avrebbe preso il nome. La prima attribuzione a Michelangelo del gruppo esposto nella cappella è di Leonardo Cecconi e risale al 1756. Nel 1939 la scultura fu trasferita alla Galleria dell'Accademia di Firenze.

Con riferimento ai basamenti, dalle indagini svolte si è appreso che le singole statue (qualche incertezza si ha solo per la *Pietà*, di cui non si hanno notizie certe su fondazioni e basamento) poggiano su un piedistallo fondato su di un plinto in muratura. I plinti risalgono al 1909, anno in cui, come detto, le statue dei *Prigioni* e del *San Matteo* furono trasferite nella Galleria provenendo rispettivamente dalla grotta del Buontalenti nel Giardino di Boboli e dal Cortile dell'Accademia. Intorno agli inizi degli anni '80, in concomitanza con i lavori di posa dell'impianto di condizionamento, venne scavato in tribuna, e in tale occasione si procedette alla cerchiatura dei plinti e alla realizzazione di un solaio a livello pavimento (per consentire il passaggio di condotte e tubazioni).



Figura 5.4: Fasi di costruzione dei basamenti dei Prigioni (fotografie fornite dalla dott.ssa Falletti)

I basamenti dei Prigioni, originariamente in legno rivestiti di gesso, furono sostituiti nel 2000 a causa delle condizioni di avanzato degrado in cui si trovavano, mentre furono lasciati inalterati i basamenti del San Matteo, in pietra, e quello della Pietà, di cui ora non sono disponibili informazioni dettagliate. I nuovi basamenti furono realizzati totalmente in pietra serena, costituiti da tre parti sovrapposte. La base è costituita da un volume parallelepipedo pieno alto 20 cm circa; la parte mediana, invece, è caratterizzata da una sezione cava contraddistinta da pareti spesse 8

cm che si estendono per un'altezza variabile tra i 40 e i 45 cm e che sono irrigidite da tiranti in acciaio; infine, come cappello di chiusura, è presente un massello di 20 cm circa. Tra statue, semplicemente appoggiate, e basamento sono stati interposti fogli di piombo con una stuccatura di finitura. In Figura 5.4 e Figura 5.5 sono riportate alcune immagini relative alla costruzione dei basamenti e alla posa in opera delle statue sopra i basamenti in pietra: si osserva la presenza dei fogli di piombo.



Figura 5.5: Posa delle statue sopra i basamenti (fotografie fornite dalla dott.ssa Falletti)

In questa tesi, tuttavia, non si affronta l'analisi dell'intero gruppo statuario, ma solo di due sculture, scelte in virtù del particolare stato di conservazione. Si è ritenuto opportuno cominciare le indagini dalle statue del San Matteo e dello Schiavo Barbuto. Per quanto riguarda la prima scultura, l'osservazione di dettaglio ha evidenziato uno stato di conservazione tendente al mediocre (simile anche all'"Atlante"). In particolare la scultura evidenzia dei fenomeni di deterioramento dovuti alla collocazione per 75 anni nel cortile esterno della Galleria dell'Accademia. Il marmo a grana fine del San Matteo mostra dei fenomeni di foliazione (distacco di sottili strati della pietra) e dilavamento localizzato della superficie, con presenza di corrosione; tutte queste caratteristiche fanno supporre una minore tensione resistente della scultura.

Infine, nel caso specifico de "Il Barbuto", il cui marmo versa in uno stato di migliore conservazione (isotropo, massiccio e compatto), è rilevante la presenza di una frattura passante all'altezza dell'inguine che marca la porzione centrale della scultura che Figura 5.6. Questa lesione, che un apposito monitoraggio ha dimostrato essere stabile, può rappresentare un possibile piano di debolezza in concomitanza di eventi sismici.



Figura 5.6: Fessura sul lato destro e sul lato sinistro del Prigione detto Schiavo Barbuto

Le caratteristiche fisico-meccaniche del marmo delle sculture sono riprese da (3), dove si propone la caratterizzazione del marmo di Carrara più simile alla varietà nella quale le statue sono scolpite.

Le principali proprietà fisico meccaniche del miglior marmo di Carrara oggi in commercio (varietà denominata "Bianco Acquabianca", praticamente equivalente allo "statuario" cavato anticamente), riportate dalla letteratura più aggiornata sono riassunte di seguito, sia in termine di valori medi, quanto di deviazione standard (st. dev.), se rilevante (misurata secondo le norme Europee UNI EN), o in termine di intervallo di valori:

-	Densità apparente: (UNI EN 1936–07):	27,1 kN/m³;
-	Resistenza a compressione uniassiale (UNI EN 1926-07):	103,5 MPa (st. dev. 20,7);
-	Resistenza a flessione in condizioni naturali (UNI EN 12372–07):	12,6 MPa (st. dev. 1,3);
-	Resistenza a flessione dopo 48 cicli di gelo (UNI EN 12371–03):	12,6 MPa (st. dev. 1,3);
-	Modulo elastico (UNI EN 14580):	60.000 ÷ 7,000 MPa.

Per quanto riguarda la resistenza a trazione, pochi dati sono disponibili a causa della difficoltà del metodo di test. Come riferimento si può assumere un range ottimale compreso tra 4 e 9 MPa.

La valutazione delle caratteristiche del materiale deve avvenire anche tendendo conto degli effetti del deterioramento riscontrato per il "San Matteo" e il "Prigione Atlante". Per questo

motivo si considera una riduzione del 20 % delle proprietà meccaniche del materiale, e l'applicazione di un fattore di sicurezza parziale per il marmo pari a  $\gamma_m = 2,00$ .

Sono, quindi, assunti i seguenti limiti massimi e minimi di resistenza:

Tabella 5.1 – Caratteristiche meccaniche del marmo

	Buone condizioni	Deteriorate
Resistenza a compressione	$f_{cd} = 31 \div 72 MPa$	$f_{cd} = 25 \div 58 MPa$
Resistenza a trazione	$f_{cd} = 2 \div 4,5 MPa$	$f_{cd} = 1,6 \div 3,6 MPa$

Nelle modellazioni seguenti si assume, infine, come modulo di elasticità il valore 50.000 MPa.

# 5.2 Obiettivi

Lo scopo delle analisi è stabilire se il sistema di isolamento a doppio pendolo riesce a rappresentare un efficace sistema di mitigazione del rischio sismico, sia in termini di tensione raggiunta sulla struttura, che in termini prestazionali dell'apparecchio di isolamento (spostamento realizzato durante il moto).

È necessario, pertanto, confrontare i risultati ottenuti da quattro modellazioni differenti (Figura 5.7), in maniera tale da comprendere se:

- I modelli *Beam* e *Brick CFG#4, Brick completi*, raggiungono gli stessi valori di spostamento e accelerazione misurati sul piano isolato;
- I modelli a *Brick completi* sono rappresentati dalle prove sperimentali (la cui geometria è semplificata per ragioni esecutive);
- Il sistema di isolamento riduce in maniera compatibile alla resistenza del materiale le tensioni principali di trazione, *Brick completi* in configurazione fissa o isolata permetteranno di compiere tale valutazione.



Figura 5.7 – Schematizzazioni delle sculture

Il confronto delle analisi avviene tenendo conto delle caratteristiche comuni alle varie rappresentazioni: ad esempio, non è possibile realizzare un paragone in termini tensionali tra un modello a beam e un modello completo a brick; invece, dato che entrambi i modelli sono dotati degli elementi link isolatori, si compie il confronto tra gli spostamenti dei sistemi e le accelerazioni misurate (appena) al disopra del piano isolato.



Figura 5.8 - Schema delle analisi compiute

Secondo la classificazione proposta nello schema precedente si distinguono due tipi di confronti:

- Confronto parametri isolamento: spostamenti e accelerazioni misurati al disopra del dispositivo di appoggio;
- Confronto parametri tensionali: si valutano le tensioni ricavate sui modelli a brick;
- **Analisi predittive**: si valutano sia le tensioni sulle statue sia gli spostamenti determinati dall'applicazione di due sismi simulati.

# 5.3 Analisi numeriche

La schematizzazione adottata per le statue è realizzata con differenti gradi di complessità, in maniera tale da poter raggiungere diversi livelli di profondità di indagine (si confronti a proposito il capitolo 3).

Si distinguono quindi:

- *Modello Beam*: costituito da una serie di Beam impilati verticalmente e collegati ai quattro link isolatori mediante una serie di rigid link, è soggetto alle forzanti sperimentali;
- Modello Brick a base fissa: si tratta della mesh di elementi brick che descrive anche il sistema isolato completo, in questo caso semplicemente incastrata a terra e soggetta alle forzanti originali e ai sismi registrati;
- Modello Brick completo: è costituito dalla mesh della statua, opportunamente sovrapposta alla propria base e collegata agli elementi link isolatori, il sistema è soggetto alle forzanti sperimentali e a due accelerogrammi registrati.

Si riassumono le principali caratteristiche delle modellazioni eseguite nella seguente tabella:

	Modello Beam CFG#4	Modello Brick CFG#4	Modelli Completi Base fissa	Modelli Completi Isolati
Spostamenti e Accelerazioni	✓	1	×	1
Tensioni sul materiale	×	×	✓	1
Rappresentazio ne del sistema sperimentale	~	<b>v</b>	×	×

Tabella 5.2 – Caratteristiche delle modellazioni

In riferimento al *Modello Brick Completo* si riproducono le sculture (dall'alto verso il basso) con una mesh così costituita:

#### - Mesh della statua:

è rappresentata da una mesh di elementi solidi tetraedrici (brick 4 nodi) utili a rappresentare correttamente geometrie irregolari senza perdere troppa definizione. La geometria è definita dal rilievo laser scanner a 50.000 facce ("50k") delle statue della galleria dell'accademia.



Figura 5.9 – San Matteo e Prigione Barbuto, mesh numeriche

Si osserva preliminarmente che la forma delle due statue non è propriamente simmetrica, in particolare la statua del Prigione Barbuto presenta al livello della testa e del ginocchio piegato delle eccentricità marcate. La scultura del San Matteo, è invece più compatta e approssimabile a un parallelepipedo. Comprensibilmente, queste variazioni geometriche determinano delle differenze rispetto alla modellazione semplificata.

#### Mesh della base:

La base della statua è definita da un piedistallo parallelepipedoidale in pietra serena, internamente cavo. Il sistema è stato rappresentato da una mesh di discretizzazione più rada data la minore importanza della base rispetto alla sovrastante struttura. Per la natura estremamente regolare della base, sono stati utilizzati degli elementi brick parallelepipedi a 8 nodi.

Al disopra e al disotto della base sono presenti una serie di rigid link che collegano, nel primo caso, la faccia superiore della base con la mesh della statua, e nel secondo caso la faccia inferiore della base con i quattro link degli isolatori.



Base per il Prigione Barbuto

Figura 5.10 – Basi delle statue

Nell'immagine precedente si osserva dal basso verso l'alto: il sistema della base assemblata, i rigid link sulle due facce (inferiore e superiore) e infine il sistema di supporto rappresentato dai quattro link isolatori e dai quattro vincoli a incastro perfetto.

 Sistema assemblato: il sistema completo è rappresentato dall'insieme delle parti sopra descritte:



Figura 5.11 – San Matteo e Prigione Barbuto, modelli completi

Nell'immagine, per motivi di rappresentazione sono assenti gli isolatori e i vincoli, visualizzati nelle precedenti immagini.

#### 5.3.1 Analisi del sistema di isolamento – Forzanti sperimentali

#### 5.3.1.1 Analisi degli spostamenti

Come brevemente accennato questo paragrafo analizza i risultati generati da modelli che prevedono esplicitamente l'inserimento nel modello dei link isolatori. Una volta effettuata l'analisi, infatti, si procede a generare un file di informazioni necessarie allo studio del sistema. Il file di testo così ottenuto viene poi elaborato in un foglio di calcolo excel e si procede ricavando i grafici e tabelle necessari al confronto. Si confrontano di seguito: i risultati ottenuti dall'esperienza sperimentale, la modellazione Beam (effettuata con SAP), la modellazione Brick semplificata, le modellazioni delle statue isolate (effettuate con Midas Gen). Si confrontano, quindi, sia i risultati ottenuti applicando la forzante in direzione longitudinale (X) che laterale (Y).

#### 5.3.1.1.1 Test 15(A) – Direzione longitudinale

Come già precedentemente spiegato nel Cap. 2, il test 15 viene eseguito con la forzante **D1\_1,5V1**, caratterizzata dall'accelerazione applicata più alta tra tutte le forzanti analizzate, con il picco massimo che raggiunge gli 0,35 g (ovvero 3200 mm/s<sup>2</sup>).

Direzione X

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	79,07	75,92	77,17	77,63	77,56
MIN [mm]	-75,09	-72,75	-74,61	-74,44	-76,70

Tabella 5.3 – Test 15(A): spostamenti longitudinali

Applicando la forzante nella direzione longitudinale, i risultati numerici si allineano all'esperienza di laboratorio.



Grafico 5.1 – Test 15(A): spostamento

Osservando il grafico si nota ancora la buona corrispondenza tra curve numeriche e sperimentale, e quindi tra la curva che rappresenta il modello approssimato a beam e le curve dei ben più complessi modelli completi. Di conseguenza si può anche affermare che il sistema statuario è rappresentabile dal sistema di blocchi di calcestruzzo sottoposto a prova su tavola vibrante.

Si può esprimere la differenza in termini percentuali, ottenendo:

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0,0%	-4,0%	-2,4%	-1,8%	-1,9%
MIN [%]	0,0%	-3,1%	-0,6%	-0,9%	2,1%

Tabella 5.4 – Test 15(A): spostamenti, differenze relative

Nonostante lo spostamento sia sottostimato il risultato ottenuto è buono, la differenza percentuale si attesta, infatti, tra il -4,0% e lo 0,2%.

Si riportano, quindi, i valori massimi e minimi della pseudo-accelerazione registrati con le analisi:

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	463,49	476,00	482,31	481,75	488,85
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-468,28	-486,38	-491,52	-493,11	-496,00

Tabella 5.5 – Test 15(A): pseudo-accelerazione

Mentre la differenza percentuale, vale:

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0,0%	2,7%	4,1%	3,9%	5,5%
MIN [%]	0,0%	3,9%	5,0%	5,3%	5,9%

Anche dal punto di vista grafico si nota una buona corrispondenza tra sperimentali e le modellazioni.



Grafico 5.2 – Test 15(A): Pseudo-accelerazione



# Di seguito si rappresenta il grafico del ciclo di isteresi relativo al test15

Grafico 5.3 – Test15(A): Ciclo di isteresi

## 5.3.1.1.2 Test 15(B) – Direzione laterale

L'applicazione della forzante *D1\_1,5V2* è stata eseguita (numericamente) anche nella direzione trasversale. Si confrontano di seguito i risultati ottenuti dalle modellazioni con i dati della prova sperimentale.

### Direzione Y

Si riporta lo spostamento nella direzione Y e ottenuto dalle analisi.

Spostamento DY	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	79,07	75,92	75,92	76,81	76,70
MIN [mm]	-75,09	-72,75	-72,75	-75,59	-74,35

Tabella 5.7 – Test 15(B): spostamenti laterali

In termini percentuali:

Spostamento DY	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0,0%	-4,0%	-4,0%	-2,9%	-3,0%
MIN [%]	0,0%	-3,1%	-3,1%	0,7%	-1,0%

Tabella 5.8 – Test 15(B): spostamenti laterali, differenze relative

Il confronto dal punto di vista grafico mostra come l'affinità delle curve numeriche alla sperimentale sia piuttosto buona.



Grafico 5.4 – Test 15(B): spostamenti laterali

Dal punto di vista dell'accelerazione passante si osserva:

Tabella 5.9 – Test 15(B): pseudo-accelerazione	laterale
--	----------

Pseudo- accelerazione Y	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	463,49	476,00	476,00	485,38	481,11
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-468,28	-486,38	-486,38	-493,19	-490,17

Mentre in termini percentuali si osserva una differenza dalla funzione sperimentale compresa tra il 2,7% e il 5,2%.

Tabella 5.10 – Test 15(B): pseudo-accelerazione laterale

Pseudo- accelerazione Y	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0,0%	2,7%	2,7%	4,7%	3,8%
MIN [%]	0,0%	3,9%	3,9%	5,3%	4,7%

Il grafico della pseudo-accelerazione mostra anche in questo caso l'aderenza tra la curva sperimentale e i risultati numerici.



Grafico 5.5 – Test 15 (B): Pseudo-accelerazione laterale

I cicli di isteresi numerici appaiono della stessa dimensione della curva sperimentale, anche se lo spostamento risulta sottostimato, l'accelerazione risulta comunque sovrastimata.



Grafico 5.6 – Test 15 (B): Ciclo di isteresi in pseudo-accelerazione

## 5.3.1.1.3 **Test 19(A) – Direzione longitudinale principale**

La seconda time history analizzata rappresenta il test 19, caratterizzato dall'applicazione forzanti di intensità pari a 0,05 g applicate in entrambe le direzioni. La forzante D1\_0,8V1 (già studiata nei test 6, 13 e 14) è applicata sia longitudinalmente che trasversalmente, con una leggera differenza di fase.

## Direzione X

Gli spostamenti ottenuti con le diverse rappresentazioni sono elencati in tabella con le relative differenze percentuali, di seguito compare anche il grafico dello spostamento in funzione del tempo.

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	88.26	94.59	96.40	98.79	98.50
MIN [mm]	-87.88	-104.75	-106.43	-108.92	-108.04

Tabella 5.11 – Test 19(A)
---------------------------

Tabella 5.12 – Test 19(A)

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	7.2%	9.2%	11.9%	11.6%
MIN [%]	0.0%	19.2%	21.1%	23.9%	22.9%



Grafico 5.7 – Test 19(A)

Si osservano le pseudo-accelerazioni massime e minime per il Test 19:

$1 a \mu e \mu a 2.12 - 1 e s (19(A)$	Tabella	5.13	– Test	19(A)
---------------------------------------	---------	------	--------	-------

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	392.68	398.47	406.11	414.88	408.66
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-323.66	-374.23	-379.92	-388.04	-384.69

#### Tabella 5.14 – Test 19(A)

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	1.5%	3.4%	5.7%	4.1%
MIN [%]	0.0%	15.6%	17.4%	19.9%	18.9%

ottenendo una sovrastima variabile tra il 5,7% e il 19,9%.

Il grafico della pseudo-accelerazione in funzione del tempo conferma la buona stima numerica con i parametri scelti per le analisi.



Grafico 5.8 – Test 19(A)

Visualizzando il ciclo di isteresi, si osserva la buona corrispondenza dell'analisi numerica al ciclo sperimentale. La variazione di pendenza delle curve numeriche, inoltre, rispecchia la variazione di rigidezza del sistema che avviene nella configurazione spostata.



Grafico 5.9 – Test 19(A)

### Direzione Y

Oltre alla direzione principale (X) è applicata una forzante alla direzione laterale, il risultato in termini di spostamento è rappresentato in tabella

Spostamento DY	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	118.82	106.08	108.21	111.27	110.84
MIN [mm]	-109.56	-114.88	-116.95	-120.89	-121.33

Tabella 5.15

Tabella	5.16
---------	------

Spostamento DY	ΕXΡ	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	-10.7%	-8.9%	-6.4%	-6.7%
MIN [%]	0.0%	4.9%	6.7%	10.3%	10.7%

La differenza percentuale si attesta quindi attorno a una sottostima fino 10,7% (modello Beam) nel caso del massimo positivo, mentre i modelli completi che raggiungono una sottostima del 6,4% e 6,7% rispettivamente. Nel caso dello spostamento negativo si osserva invece la situazione opposta, il distacco maggiore (sovrastima) fino al 10,7% è raggiunto dai modelli completi, mentre il modello Beam raggiunge "appena" una sovrastima del 5,0%.


Grafico 5.10 – Test 19(A)

L'accelerazione filtrata dall'intervento del sistema di isolamento è riportata di seguito.

Tabella 5.17 – Test 19(A)

Pseudo- accelerazione Y	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	556.27	516.95	527.05	549.45	548.71
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-463.81	-503.35	-511.60	-527.85	-535.48

Tabella 5.18 – Test 19(A)

Pseudo- accelerazione Y	ΕXΡ	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	-7.1%	-5.3%	-1.2%	-1.4%
MIN [%]	0.0%	8.5%	10.3%	13.8%	15.5%

Osservando la tabella si nota una sottostima delle accelerazioni massime (positive) rispetto alla funzione sperimentale. Le accelerazioni minime (negative) risultano invece sovrastimate per il modello beam, il Prigione Barbuto e sottostimate per il San Matteo. Di seguito il grafico.



Grafico 5.11 – Test 19(A)

Con il ciclo di isteresi si osserva più facilmente la stima di spostamenti e accelerazioni rispetto alla curva sperimentale.



Grafico 5.12 – Test 19(A)

### 5.3.1.1.4 Test 19(B) – Direzione laterale principale

Lo stesso test è stato replicato (numericamente) rovesciando la direzione di applicazione delle forzanti. Ciò significa, semplicemente, che l'input precedentemente applicato nella direzione X è ora applicato lungo Y e viceversa. Dato che sperimentalmente non è stato eseguito un test con lo scambio degli input, si utilizza come confronto il risultato sperimentale già impiegato nella modellazione precedente (ovviamente scambiando i risultati).

### Direzione X

Lo spostamento massimo e minimo ricavato dalle singole modellazioni è riportato in figura, si osserva la generale sovrastima degli spostamenti negativi, mentre gli spostamenti negativi risultano sottostimanti.

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	118.82	106.08	111.29	110.84	110.32
MIN [mm]	-109.56	-114.88	-121.02	-120.61	-121.21

Tabella	5.19	- Test	19(B)
---------	------	--------	-------

### Tabella 5.20 – Test 19(B)

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	-10.7%	-6.3%	-6.7%	-7.1%
MIN [%]	0.0%	4.9%	10.5%	10.1%	10.6%



Grafico 5.13 – Test 19(B)

La pseudo accelerazione risulta sottostimata nei valori massimi positivi, e sovrastimata nei valori minimi.

Tabella 5.21 – Test 19(B)

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
Pseudo-acc. MAX [mm]	556.27	516.95	549.86	548.23	547.15
Pseudo-acc. MIN [mm]	-463.81	-503.35	-528.61	-528.09	-536.51

Tabella 5.22 – Test 19(B)

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
Pseudo-acc. MAX [%]	0.0%	-7.1%	-1.2%	-1.4%	-1.6%
Pseudo-acc. MIN [%]	0.0%	8.5%	14.0%	13.9%	15.7%

Il grafico successiva mostra la buona affinità delle curve sperimentali con le numeriche, si osserva inoltre che le curve sperimentali mostrano delle oscillazioni locali attorno a un valore medio della funzione sperimentale.



Grafico 5.14 – Test 19(B)

Il successivo grafico mostra come l'imitazione della curva sperimentale sia buona, ma si verifichi una traslazione del ciclo di isteresi.



Grafico 5.15 – Test 19(B)

## Direzione Y

Nella tabella successiva la stima dello spostamento nell'altra direzione, sempre sovrastimato rispetto ai dati sperimentali.

Spostamento DY	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	88.26	94.59	98.15	98.62	97.57
MIN [mm]	-87.88	-104.75	-107.96	-107.71	-107.76

Tabella 5.23 – Test 19(B)

Tabella 5.24 – Test 19(B)

Spostamento DY	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	7.2%	11.2%	11.7%	10.5%
MIN [%]	0.0%	19.2%	22.9%	22.6%	22.6%

La differenza percentuale si attesta in questi casi tra il 7,2% del modello Beam fino al22,6% del modello completo del San Matteo. Di seguito lo spostamento in funzione del tempo.



Grafico 5.16 – Test 19(B)

L'accelerazione in direzione Y risulta sempre sovrastimata.

Pseudo- accelerazione Y	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
Pseudo-acc. MAX [mm]	392.68	398.47	410.13	407.64	406.59
Pseudo-acc. MIN [mm]	-323.66	-374.23	-386.86	-385.01	-382.13

Tabella 5.25 – Test 19(B)

Tabella	5.26	– Test	19(B)
---------	------	--------	-------

Pseudo- accelerazione Y	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
Pseudo-acc. MAX [%]	0.0%	1.5%	4.4%	3.8%	3.5%
Pseudo-acc. MIN [%]	0.0%	15.6%	19.5%	19.0%	18.1%

La variazione tra curva sperimentale e numeriche risulta compresa tra 1,5% e 19,0% in sovrastima, come dimostrato dalla successiva curva sperimentale.



Grafico 5.17 – Test 19(B)



Anche il grafico del ciclo di isteresi dimostra la sovrastima di spostamenti e accelerazioni.

Grafico 5.18 – Test 19(B)

## 5.3.1.1.5 Test 20(A) – Direzione longitudinale principale

Il test 20 prevede l'applicazione nella direzione principale della forzante D1\_1,5V2 (modificata opportunamente) con P.g.a. 0,35g, mentre nella direzione trasversale è applicato l'input D1\_0,8V1.

Direzione X

I valori registrati dalle analisi numeriche sovrastimano sempre lo spostamento sperimentale.

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	85.52	86.23	89.28	92.47	87.21
MIN [mm]	-72.89	-83.31	-84.37	-84.73	-83.76

#### Tabella 5.27 – Test 20(A)

### Tabella 5.28 – Test 20(A)

Spostamento DX	đΧЭ	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	0.8%	4.4%	8.1%	2.0%
MIN [%]	0.0%	14.3%	15.7%	16.2%	14.9%

La sovrastima sperimentale varia tra lo 0,8% e il 16,2%.



Grafico 5.19 – Test 20(A)

La stima delle accelerazioni è riportata di seguito:

Tabella 5.29 – Test 20(A)

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	480.07	476.29	479.37	484.00	474.64
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-445.83	-463.65	-482.28	-501.35	-480.51

### Tabella 5.30 – Test 20(A)

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	-0.8%	-0.1%	0.8%	-1.1%
MIN [%]	0.0%	4.0%	8.2%	12.5%	7.8%

L'accelerazione non è sempre sovrastimata: la differenza percentuale varia tra il valore di -1,1% e il 12,5%.



Grafico 5.20 – Test 20(A)



Grafico 5.21 – Test 20(A)

## Direzione Y

Nella direzione Y è applicato l'input D1\_0,8V1.

Direzione Y	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	109.89	108.76	108.96	110.69	107.51
MIN [mm]	-106.16	-111.27	-112.22	-113.09	-110.83

## Tabella 5.31 – Test 20(A)

## Tabella 5.32 – Test 20(A)

Direzione Y	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	-1.0%	-0.8%	0.7%	-2.2%
MIN [%]	0.0%	4.8%	5.7%	6.5%	4.4%

Gli spostamenti numerici ottenuti non sovrastimano sempre lo sperimentale, la differenza relativa varia tra -2,2% e il 6,5%.



Grafico 5.22 – Test 20(A)

L'accelerazione registrata è riportata in tabella:

Tabella 5.33 – Test 20(A)

Direzione Y	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	498.16	568.82	572.16	571.08	554.15
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-467.08	-542.50	-566.51	-564.17	-604.43

### Tabella 5.34 – Test 20(A)

Direzione Y	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	14.2%	14.9%	14.6%	11.2%
MIN [%]	0.0%	16.1%	21.3%	20.8%	29.4%

In genere si osserva una sovrastima dello spostamento con una differenza compresa tra 11,2% e il 29,4%.

Il Grafico 5.23 dimostra una buona aderenza tra dati numerici e i risultati sperimentali.



Grafico 5.23 – Test 20(A)

Il grafico del ciclo di isteresi mostra una buona corrispondenza tra risultati sperimentali e numerici, anche se risulta profondamente influenzato dalla contemporanea applicazione dello spostamento nelle due direzioni.



Grafico 5.24 – Test 20(A)

## 5.3.1.1.6 Test 20(B) – Direzione laterale principale

Gli input sono stati scambiati tra loro, in maniera tale che l'applicazione delle forzante di maggiore intensità avvenga nella direzione trasversale (Y).

## Direzione X

Gli spostamenti registrati, in questo caso generati dalla forzante minore, sono riportati in tabella.

Spostamento DX	dХЭ	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	109.89	108.76	110.58	110.62	107.40
MIN [mm]	-106.16	-111.27	-113.49	-113.93	-110.76

### Tabella 5.35 – Test 20(B)

### Tabella 5.36 – Test 20(B)

Spostamento DX	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	-1.0%	0.6%	0.7%	-2.3%
MIN [%]	0.0%	4.8%	6.9%	7.3%	4.3%

La differenza percentuale registrata varia tra due estremi -2,3% e 7,3%. Lo spostamento non è, quindi, sempre sovrastimato o sottostimato, ma compreso tra due valori, rispettivamente uno negativo e uno positivo.



Grafico 5.25 – Test 20(B)

L'accelerazione registrata è pari a:

$1 a \mu e \mu a 3.37 - 1 e s (200)$
--------------------------------------

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	498.16	568.82	572.60	573.88	554.23
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-467.08	-542.50	-565.08	-569.83	-608.56

Tabella 5.38 – Test 20(B)

Pseudo- accelerazione X	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	14.2%	14.9%	15.2%	11.3%
MIN [%]	0.0%	16.1%	21.0%	22.0%	30.3%

L'accelerazione calcolata è sempre sovrastimata di una quantità variabile tra il 11,3% e il 30,3%.

Il grafico sottostante riporta l'accelerazione in funzione del tempo.



Grafico 5.26 – Test 20(B)

Il ciclo di isteresi è rappresentato dal grafico successivo, la corrispondenza tra numerico e sperimentale è buona, anche con una funzione sperimentale molto influenzata dall'applicazione delle forzanti nelle due direzioni.



Grafico 5.27 – Test 20(B)

## Direzione Y

Nella direzione trasversale è applicata la forzante principale. Si riscontrano gli spostamenti:

Spostamento DY	ΕXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm]	85.52	86.23	91.31	87.49	91.75
MIN [mm]	-72.89	-83.31	-84.87	-83.99	-83.03

Tabella 5.39 – Test 20(B)

Tabella 5.40 – Test $ZU(D)$	Tabella	5.40 -	Test	20(B	;)
-----------------------------	---------	--------	------	------	----

Spostamento DY	EXP	Modello Beam	<i>Modello</i> Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	0.8%	6.8%	2.3%	7.3%
MIN [%]	0.0%	14.3%	16.4%	15.2%	13.9%

Lo spostamento è quindi sovrastimato di una quantità compresa tra lo 0,8% e il 15,2%.



Grafico 5.28 – Test 20(B)

L'accelerazione non è sempre sovrastimata.

Pseudo- accelerazione Y	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [mm/s <sup>2</sup> ]	480.07	476.29	480.28	472.97	482.35
MIN [mm/s <sup>2</sup> ]	-445.83	-463.65	-496.72	-481.59	-499.42

Tabella 5.42 – Test 20(B)

Pseudo- accelerazione Y	EXP	Modello Beam	Modello Brick	Barbuto Completo	San Matteo Completo
MAX [%]	0.0%	-0.8%	0.0%	-1.5%	0.5%
MIN [%]	0.0%	4.0%	11.4%	8.0%	12.0%

La differenza percentuale tra numerico e sperimentale si attesta tra lo 0,5% e il 12%.



Grafico 5.29 – Test 20(B)



Di seguito è riportato anche il grafico del ciclo di isteresi.

Grafico 5.30 – Test 20(B)

#### 5.3.2 Analisi tensionale delle statue

Oltre alle precedenti analisi, utili per stabilire quale accelerazione raggiunga il sistema e quale sia lo spostamento massimo, si affianca lo studio dello stato tensionale delle sculture. È difatti imperativo che la "struttura" sovrastante il piano isolato non subisca accelerazioni (e quindi sollecitazioni) che provochino danneggiamenti o fratture del corpo.

Gli input selezionati per questo studio sono:

- D1\_1,5V2 applicata alternativamente nelle due direzioni secondo la procedura definita per il Test 15;
- D1\_08V1 applicata contemporaneamente nelle direzioni X e Y (secondo il Test 19), scambiando successivamente le forzanti nelle due direzioni;
- D1\_1,5V2 e D1\_08V1 applicate contemporaneamente nelle direzioni X e Y (come descritto nel Test 20), successivamente scambiando le forzanti nelle due direzioni.

Le proprietà meccaniche del sistema di isolamento sono scelte in accordo ai risultati ottenuti dalla modellazione numerica dei test in CFG#4:

-	Coefficienti d'attrito:	$\mu_{slow} = 0,015$ ; $\mu_{fast} = 0,025$ ;
-	Rigidezza iniziale:	$K_1 = 519 N/mm;$
-	Smorzamento Relativo:	$\xi = 0,5 \%$

Osservazioni preliminari sulle mappe tensionali ottenute dagli oggetti dimostrano come con alti valori di valori di accelerazione in ingresso, come ad esempio il test 15 con P.g.a. pari a 0,35 g l'applicazione del sistema di isolamento provvede a una buona riduzione del livello tensionale. Allo stesso modo si osserva una riduzione della tensione massima, sebbene di modesta entità, anche nel casi dell'analisi del Test 19.

Inoltre nel caso delle statue fisse si nota che le scultura soffrono maggiormente nelle sezione attorno alle caviglie, situata all'incirca a +268 ÷ + 278 mm dalla base nel caso del Prigione Barbuto e +272 + 549 +610 mm nel caso del San Matteo. Quindi, per studiare più attentamente l'andamento delle tensioni nelle sculture, sono state realizzate quindi delle sezioni di controllo, localizzate all'altezza dei punti maggiormente sollecitati.



Figura 5.12 – Prigione Barbuto e San Matteo, sezioni di controllo

La posizione dei punti di massima tensione è determinata dalla geometria delle statue, nei piani evidenziati (Figura 5.12) si assiste a una forte riduzione della sezione resistente del fusto della scultura. È quindi lecito aspettarsi in quei punti un forte incremento di tensione.

È opportuno rilevare che le sezioni di controllo non si trovano sempre nel punto di maggiore sollecitazione della scultura, in alcuni casi questa posizione coincide con il piano d'appoggio della statua. In Questa sezione è presente la schiera di rigid link che collega la mesh della statua al quella del piedistallo: il tipo di vincolo è troppo rigido per rappresentare il semplice appoggio che viene realizzato, pertanto si ritengono i picchi massimi realizzati non attendibili. Le sezioni controllate nel seguito sono ottenute controllando le posizioni successive alla base in ordine di massima trazione sul corpo.

Si anticipa nella tabella seguente i risultati ottenuti in termini di accelerazione massima di trazione.

Driziono Barbuto		Direzione	XY	Direzione YX		
Рпдюпе Багрито	FIX	ISO	Δ	FIX	Δ	
Test 15	0,761	0,125	83,57%	0,808	0,105	87,00%
Test 19	0,139	0,123	11,51%	0,155	0,131	15,48%
Test 20	0,768	0,134	82,55%	0,851	0,138	83,78%
Care Martta a	Direzione XY			Direzione YX		
San Watteo	FIX	ISO	Δ	FIX	FIX ISO	
Test 15	1,059	0,076	92,82%	0,901	0,084	90,68%
Test 19	0,139	0,084	39,57%	0,089	0,079	11,24%
Test 20	1,238	0,092	92,57%	0,956	0,090	90,59%

Tabella 5.43 – Tensioni massime di trazione, differenza tra sistema non isolato e isolato

## 5.3.2.1 Prigione Barbuto

### 5.3.2.1.1 Test 15 XY

Il test 15 effettuato nella direzione longitudinale, applica la forzante monodirezionale D1\_1,5V1, cioè la più intensa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,35 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,761 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.13 – Schiavo Barbuto, Test 15XY, statua fissa (sinistra) e isolata (destra)

Per comprendere meglio la riduzione di tensione sulla scultura, è possibile osservare la figura precedente adattando la scala della legenda della statua isolata.

Una volta corretta si osserva:



Figura 5.14 – Schiavo Barbuto, Test 15XY, scala corretta

La riduzione di tensione di trazione risulta molto più evidente, una volta corretta la scala. Larghe zone molto sollecitate diminuiscono drasticamente la tensione cui sono soggette.

La tensione massima di trazione passa da 0,761 MPa (non isolata) al valore di 0,125 MPa, la riduzione è molto marcata e pari al 83,57 %.



Figura 5.15 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.16 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

Dalle precedenti immagini si osserva come il punto di massima tensione non vari nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.



Figura 5.17 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.18 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Ovviamente, anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.

# 5.3.2.1.2 Test 15 YX

Il test 15 effettuato nella direzione laterale, applica la forzante monodirezionale D1\_1,5V1, cioè la più intensa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,35 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,808 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.19 – Schiavo Barbuto, Test 15YX, statua fissa (sinistra) e statua isolata (destra)

Per comprendere meglio la riduzione di tensione sulla scultura, è possibile osservare la figura precedente adattando la scala della legenda della statua isolata.

Resa coerente la scala si osserva:



Figura 5.20 – Schiavo barbuto, test 15 YX, scala corretta

L'immagine sovrastante consente di comprendere meglio l'effetto positivo di riduzione della tensione dovuta al sistema di isolamento.

La tensione massima di trazione passa da 0,808 MPa (non isolata) al valore di 0,105 MPa, la riduzione è pari al 87,00 %.



Figura 5.21 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.22 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

Il punto di massima tensione non varia nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.



Figura 5.23 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.24 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

## 5.3.2.1.3 Test 19 XY

Il test 19 effettuato nella direzione longitudinale, applica due forzanti di pari intensità D1\_0,8V1, cioè la più bassa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,07 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,139 MPa, non molto differente dalla tensione massima raggiunta dalla statua isolata, cioè 0,123 MPa.



Figura 5.25 – Schiavo Barbuto, Test 19XY, statua fissa e isolata

In questo caso, data che la scala di tensione per il sistema isolato risulta simile a quella della statua fissa, si è evitato di generare ulteriori immagini del contour.

La riduzione della tensione massima di trazione è pari al 11,51 %.



Figura 5.26 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.27 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

Il punto di massima tensione non varia nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). La riduzione della tensione è meno marcata, il fondo scala evidenziato dalla legenda indica una tensione massima di 0,139 MPa. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.



Figura 5.28 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.29 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Anche in questo caso la riduzione di tensione è meno marcata.

## 5.3.2.1.4 Test 19 YX

Il test 19 effettuato nella direzione laterale, applica in entrambe le direzioni la forzante D1\_0,8V1, cioè la meno intensa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,07 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,155 MPa, non molto differente dalla tensione massima raggiunta dalla statua isolata, cioè 0,131 MPa.



Figura 5.30 – Schiavo Barbuto, Test 19YX, statua fissa e isolata

Le scale rappresentate in figura, come spiegato nel caso precedente sono confrontabili tra loro e pertanto non si genera un ulteriore contour adattato per la statua isolata.

La riduzione di tensione è pari al 15,48 % dalla condizione di statua fissa a isolata.



Figura 5.31 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.32 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

Dalle precedenti immagini si osserva come il punto di massima tensione non vari nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). La riduzione della tensione non è molto marcata. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.


Figura 5.33 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.34 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Anche a questa quota la riduzione di tensione non è molto marcata.

#### 5.3.2.1.5 Test 20 XY

Il test 20 effettuato nella direzione longitudinale, applica due forzanti di diversa intensità D1\_1,5V1 (0,35 g) e D1\_0,8V1 (0,07 g), rispettivamente nella direzione X e Y.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,784 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita.



Figura 5.35 – Schiavo Barbuto, Test 20XY, statua fissa e isolata

Osservare l'immagine precedente con una scala comune permette di comprendere più facilmente la riduzione della tensione operata dall'isolamento sismico.

La tensione massima di trazione passa da 0,768 MPa (non isolata) al valore di 0,134 MPa, la riduzione è molto marcata e pari al 82,55 %.



Figura 5.36 – Schiavo Barbuto, Test 20XY, statua fissa e isolata

Larghe porzioni della statua, precedentemente molto sollecitate, risultano beneficiare dell'isolamento. In particolare le caviglie (posizione critica della statua) risultano molto meno sollecitate. La riduzione di tensione massima di trazione è pari all'82,90%.



Figura 5.37 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.38 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

La riduzione di tensione è molto marcata



Figura 5.39 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.40 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Anche sulla sezione a quota z=+278mm la riduzione della tensione è molto evidente.

# 5.3.2.1.6 Test 20 YX

Il test 20 effettuato nella direzione laterale, applica due forzanti di diversa intensità D1\_1,5V1 (0,35 g) e D1\_0,8V1 (0,07 g), rispettivamente nella direzione Y e X.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,851 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.41 – Schiavo Barbuto, Test 20YX, statua fissa e isolata

Le due immagini sovrastanti mostrano gli stessi colori del contour, ma adattati a intervalli di tensione diversi. Si ripresenta nelle immagini sottostanti lo stesso contour, ma con un comune intervallo di riferimento per la scala delle tensioni.



Figura 5.42 – Schiavo Barbuto, Test 20YX

Anche in questo caso l'utilizzo di una scala in comune consente di visualizzare correttamente la riduzione di tensione.

La tensione massima di trazione passa da 0,851 MPa (non isolata) al valore di 0,138 MPa, la riduzione è molto marcata e pari al 83,78 %.



Figura 5.43 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.44 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata e pari al 83,78 %. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.



Figura 5.45 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.46 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Anche nella sezione a quota 278 mm la riduzione della tensione è molto marcata.

#### 5.3.2.2 San Matteo

#### 5.3.2.2.1 Test 15 XY

Il test 15 effettuato nella direzione longitudinale, applica la forzante monodirezionale D1\_1,5V1, cioè la più intensa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,35 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 1,059 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta diminuisce:



Figura 5.47 – San Matteo, Test 15XY, tensione principale di trazione

Per studiare con maggiore attenzione l'andamento delle tensioni nel corpo della scultura, sono state realizzate quindi delle sezioni di controllo, localizzate all'altezza dei punti maggiormente sollecitati cioè le caviglie del San Matteo. Per quanto riguarda la sezione di base, si trascurano i picchi di tensione raggiunti in quella posizione, assumendo che questi valori siano determinati a causa del particolare vincolo adottato (incastro) poco rappresentativo della realtà.



Figura 5.48 – San Matteo, Test 15XY, statua fissa e isolata, scala coerente

Con una scala di tensione coerente il contour risulta sicuramente più chiaro: la riduzione di tensione è decisamente più evidente.

La tensione massima di trazione passa da 1,059 MPa (non isolata) al valore di 0,076 MPa, la riduzione è molto marcata e pari al 92,82 %.



Figura 5.49 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.50 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato



Figura 5.51 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.52 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Anche a quota z=+549 mm la riduzione della tensione è molto evidente.



Figura 5.53 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.54 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

Nella sezione a quota +610 mm l'interpretazione del contour suggerisce che la sollecitazione massima raggiunge all'incirca gli 0,2 MPa, con l'intervento di isolamento si riduce la tensione a ¼ del valore, all'incirca 0,050 MPa.

# 5.3.2.2.2 Test 15 YX

Il test 15 effettuato in direzione laterale, applica la forzante monodirezionale D1\_1,5V1, cioè la più intensa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,35 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,901 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.55 – San Matteo, Test 15YX, statua fissa e isolata



Figura 5.56 – San Matteo, Test 15YX, statua fissa e isolata, scala corretta

La tensione massima di trazione passa da 0,901 MPa (non isolata) al valore di 0,084 MPa, la riduzione è molto marcata e pari al 90,68 %.



Figura 5.57 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.58 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata e pari a 90,68 %. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.59 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.60 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

A quota z=+549mm la riduzione della tensione è molto evidente.



Figura 5.61 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.62 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

# 5.3.2.2.3 Test 19 XY

Il test 19 effettuato nella direzione longitudinale, applica due forzanti di pari intensità D1\_0,8V1, cioè la più bassa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,07 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,139 MPa, non molto differente dalla tensione massima raggiunta dalla statua isolata, cioè 0,084 MPa.



Figura 5.63 – San Matteo, Test 19XY

La tensione massima di trazione passa da 0,139 MPa (non isolata) al valore di 0,089 MPa, la riduzione è pari a solo 39,57 %.

Anche in questo caso, si nota che la scultura soffre maggiormente in una sezione attorno alle caviglie, situata all'incirca a  $+272 \div +549$  mm dalla base della statua.



Figura 5.64 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.65 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

Dalle precedenti immagini si osserva come il punto di massima tensione non vari nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). La riduzione della tensione è molto marcata e pari al 83,57 %. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.66 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.67 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Ovviamente anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.



Figura 5.68 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.69 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

# 5.3.2.2.4 Test 19 YX

Il test 19 effettuato nella direzione laterale, applica in entrambe le direzioni la forzante D1\_0,8V1, cioè la meno intensa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,07 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,808 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.70 – San Matteo, Test 19YX

La tensione massima di trazione passa da 0,089 MPa (non isolata) al valore di 0,079 MPa, la riduzione è pari a solo 11,24%.



Figura 5.71 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.72 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La mappa tensionale risulta molto simile nelle due diverse condizioni.



Figura 5.73 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.74 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Anche la sezione a quota z=+549 mm, mostra una scarsa riduzione della tensione. I contour sono molto simili tra loro.



Figura 5.75 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.76 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

Dall'osservazione della mesh e delle sezioni si può affermare che in questo caso la riduzione di tensione è ancora presente, seppur minima.

#### 5.3.2.2.5 Test 20 XY

Il test 20 effettuato nella direzione longitudinale, applica due forzanti di diversa intensità D1\_1,5V1 (0,35 g) e D1\_0,8V1 (0,07 g), rispettivamente nella direzione X e Y.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,761 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.77 – San Matteo, Test 20XY

Dall'osservazione preliminare della mesh si nota che la scultura soffre maggiormente in una sezione attorno alle caviglie, situata tra +272 e + 610 mm dalla base della statua. La riduzione della tensione risulta più evidente se si rende coerente la scala del contour.



Figura 5.78 – San Matteo, Test 20XY

La tensione massima di trazione passa da 1,238 MPa (non isolata) al valore di 0,092 MPa, la riduzione è pari al 92,57 %.



Figura 5.79 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.80 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata, e le mappe di colore sono nettamente differenti. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.81 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.82 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Ovviamente anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.



Figura 5.83 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.84 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

La mappa tensionale è molto differente nelle due condizioni.

#### 5.3.2.2.6 Test 20 YX

Il test 20 effettuato nella direzione longitudinale, applica due forzanti di diversa intensità D1\_1,5V1 (0,35 g) e D1\_0,8V1 (0,07 g), rispettivamente nella direzione Y e X.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,808 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.85 – San Matteo, Test 20YX



Figura 5.86 – San Matteo, Test 20YX

La tensione massima di trazione passa da 0,856 MPa (non isolata) al valore di 0,090 MPa, la riduzione è pari al 90,59 %.



Figura 5.87 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.88 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata e pari al 90,59 %. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.89 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.90 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato


Figura 5.91 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.92 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

#### 5.3.3 Analisi del sistema di isolamento – Sismi simulati

Terminate le analisi basate sulle prove sperimentali, si esegue, infine, lo studio del delle statue sottoposte a sismi registrati. Finora, infatti, non sono state fornite risposte alla domanda di come si comporti il sistema di isolamento a doppio pendolo soggetto a sismi simulati Spetta, quindi al seguente paragrafo illustrare i risultati ottenuti dalle analisi Time history di due sismi, (E0133 ed E1916) generati dal software Rexel in maniera che siano spettro compatibili alle caratteristiche della località che ospita la Galleria dell'Accademia.

La valutazione dei parametri caratterizzanti l'azione sismica avviene in accordo alla normativa italiana (NTC'08). La posizione del museo è:

- Longitudine: 11,258°;
- Latitudine: 43,776°.

Per la valutazione dell'azione sismica si assume la vita nominale dell'edificio pari a 50 anni, con un coefficiente d'uso  $c_u = 1,5$ , in accordo al fatto che gli edifici come i musei appartengono alla Classe III (si confronti a tal proposito la Circolare Applicativa delle norme tecniche). Secondo le ipotesi assunte si ottiene dunque il periodo di riferimento:

$$V_R = V_N \cdot C_{II} = 75 anni$$
 Eq. 5.1

È quindi possibile restituire i parametri caratteristici per uno spettro di risposta elastico, valutato per il sito in esame, considerando un suolo di tipo A e il periodo di riferimento 75 anni (Tabella 5.44 – Parametri caratteristici dell'azione sismica).

Stato limite		T <sub>R</sub> [anni]	Ag [g]	F <sub>0</sub> [-]	T* <sub>c</sub> [s]
SLE	SLO	45	0,054	2,581	0,264
	SLD	75	0,065	2,598	0,277
SLV	SLV	712	0,150	2,396	0,307
	SLC	1462	0,188	2,399	0,314

Il tipo di suolo considerato mediante l'attribuzione di un coefficiente S dato da:

$$S = S_S \cdot S_T$$
 Eq. 5.2

Dove  $S_S$  è il coefficiente di amplificazione stratigrafica e  $S_T$  fattore di amplificazione topografica. Per la Galleria dell'Accademia il coefficiente di amplificazione topografica risulta paria a 1, mentre a causa del suolo che varia entro le categorie B e D si ha che:

$$1,2 \le S_S \le 1,8$$
 Eq. 5.3

il che consente di ricavare il valore dell'accelerazione massima al suolo come:

$$P. g. a. = S_S \cdot a_g$$
 Eq. 5.4

i valori ottenuti si riassumono nella successiva tabella seguente.

Stato limite		T <sub>R</sub> [anni]	P.g.a. [g]		
SLE	SLO	45	0,0648 ÷ 0,0,972		
	SLD	75	0,0780 ÷ 0,1170		
SLV	SLV	712	0,1800 ÷ 0,2700		
	SLC	1462	0,2256 ÷ 0,3384		

Tabella 5.45 – Parametri caratteristici dell'azione sismica

A causa dell'incerta classificazione del suolo si procede assumendo l'ipotesi di suolo di tipo D.

Per quanto riguarda le proprietà meccaniche del sistema di isolamento si ricorda:

-	Coefficienti d'attrito:	$\mu_{slow} = 0,015$ ; $\mu_{fast} = 0,025$ ;
-	Rigidezza iniziale:	$K_1 = 519 N/mm;$
-	Smorzamento Relativo:	$\xi = 0.5 \%$

È ancora valida, inoltre la posizione delle sezioni di controllo per l'osservazione in dettaglio della tensione massima di trazione sul materiale (Figura 5.12).

### 5.3.3.1 Selezione dei sismi registrati

L'analisi dinamica non lineare è preceduta dalla selezione di un set di almeno sette gruppi di accelerogrammi, ciascuno composto dalle due componenti (X-Y) di un evento sismico registrato. Questa fase, preliminare all'analisi numerica, avviene seguendo le indicazioni di normativa relative all'impiego di accelerogrammi, sintetici o registrati, come metodo di verifica alternativo degli stati limite ultimi o di esercizio.

Nel presente lavoro si faranno riferimento al § 3.2.3.6 delle Norme Tecniche per le Costruzioni, e il § 3.2.3.1 dell'Eurocodice 8. Questi due regolamenti prescrivono che l'analisi dinamica non lineare avvenga utilizzando accelerogrammi in grado di rappresentare correttamente le caratteristiche di sismicità attesa nel sito in esame. In particolare è raccomandato che l'evento modellato numericamente soddisfi la cosiddetta "spettrocompatibilità". Questa particolare condizione si realizza qualora il set di 7 gruppi di eventi selezionato precedentemente abbia uno spettro di accelerazione medio simile (entro prefissati limiti di errore) a quello di normativa atteso nel sito in esame.

Il paragrafo § 3.2.3.6 NTC prevede:

- Ogni accelerogramma deve essere descritto da una componente orizzontale, o verticale del sisma, l'insieme di due o più è detto gruppo;
- La durata degli accelerogrammi artificiali deve essere stabilita sulla base della magnitudo e degli altri parametri fisici che determinano la scelta del valore di a<sub>g</sub> e di Ss. In assenza di studi specifici, la durata degli accelerogrammi non può essere inferiore di 10 secondi; la parte pseudostazionaria deve essere preceduta e seguita da tratti di ampiezza crescente da zero e decrescente a zero;
- La coerenza con lo spettro elastico è da verificare in base alla media delle ordinate spettrali ottenute con i diversi accelerogrammi, per un coefficiente viscoso equivalente del 5%;
- L'ordinata spettrale media non deve presentare uno scarto in difetto superiore al 10% rispetto alla componente corrispondente dello spettro elastico di riferimento in alcun punto del maggiore tra gli intervalli 0,15 ÷ 2,0 s e 0,15 s ÷ 2T, in cui T è il periodo fondamentale della struttura in campo elastico, per le verifiche SLU e 0,15 s ÷ 1,5T per le verifiche SLE;

- Nel caso di strutture con isolamento sismico, il limite superiore dell'intervallo di coerenza deve essere assunto pari a 1,2T<sub>is</sub>, essendo T<sub>is</sub> il periodo equivalente della struttura isolata, valutato per gli spostamenti del sistema di isolamento prodotti dallo stato limite in esame;
- L'uso di accelerogrammi registrati è ammesso, a condizione che la loro scelta sia rappresentativa della sismicità del sito e sia adeguatamente giustificata in base alle caratteristiche sismogenetiche della sorgente, alle condizioni di del sito di registrazione, magnitudo, alla distanza dalla sorgente e alla massima accelerazione orizzontale attesa al sito.

In maniera analoga, anche l'EC8 definisce le caratteristiche cui gli accelerogrammi devono sottostare per eseguire le analisi dinamiche non lineari. Al punto § 3.2.3.1.3 si afferma:

- È ammesso l'utilizzo di accelerogrammi registrati o generati, purché i modelli utilizzati siano adeguatamente qualificati per quanto concerne le caratteristiche sismologiche delle sorgenti e le condizioni del terreno proprie del sito e i valori siano supportati al valore di a<sub>R</sub>xS per la zona in oggetto;
- La serie di accelerogrammi deve soddisfare il precedente § 3.2.3.1.2 punto (4).

Quest'ultima richiesta rimanda a un precedente punto dell'EC8 che riguarda le raccomandazioni sulla serie degli accelerogrammi teorici:

- Si raccomanda di utilizzare un minimo di 3 accelerogrammi;
- Si raccomanda che la media dei valori di accelerazione della risposta spettrale corrispondente al periodo zero (calcolata dalle singole storie temporali) non sia minore del valore dato da a<sub>e</sub>xS, per la zona in oggetto;
- Nell'intervallo di periodi tra 0,2T<sub>1</sub> e 2T<sub>1</sub>, dove T<sub>1</sub> è il periodo fondamentale della struttura nella direzione in cui l'accelerogramma è applicato, si raccomanda che nessun valore dello spettro medio elastico con 5% di smorzamento.

### Utilizzo del programma REXEL

Si è operato, quindi, la selezione degli accelerogrammi registrati mediante il programma REXEL (Iervolino et al.), software che consente la selezione e la scalatura dei sismi registrati da database,

diffuso dalla Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica. Il software consente, a seguito dell'individuazione delle condizioni di sismicità del sito, l'individuazione di un adeguato set di 7 gruppi di 2 accelerogrammi.

La prima fase di utilizzo del programma prevede:

- L'inserimento dei dati geografici di longitudine e latitudine del sito in esame;
- L'inserimento delle caratteristiche topografiche e della classe d'uso della struttura esaminata;
- La scelta dello stato limite relativo all'analisi da svolgere.

Nel caso in esame, si utilizzano le coordinate geografiche che individuano il sito della Galleria dell'Accademia:

- Longitudine: 11,258°;
- Latitudine: 43,776°.

REXEL v 3.4 (beta)	
Computer aided code-based real record selection for seismic analysis of s (c) lunio lervolino, Carmine Galasso and Eugenio Chioccarelli, 2008 - Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli Federico II, Na	structures 2013 ples, Italy.
Acceleration elastic response spectrum     talian Building Code 2008   ▼     ag [g]   0.17     Longitude [*]   11.258     Latitude [*]   43.776     Map   ♥     Site class EC8   □     Topographic category   T1	3. Spectrum matching     Lower tolerance [%]   10     Upper tolerance [%]   30     T1 [s]   0.15     T2 [s]   2     Plot spectral bounds
Nominal life 50 years V Functional type U Limit state SLV (1 V Horizontal V Vertical Build code spectrum User-defined spectrum	Scaled records (PGAnomalized records' search) I'm feeling lucky (Returns only the first combination found) Set size C Individual record C 7 records
(tailan   Sa(0s) y   (tailan   PGVIS y   Look at disaggregation   Look at conditional hazard     -2. Preliminary database search     Based on   M, R   M minimum   6   M maximum   7   records:     R minimum [km]   0   R maximum [km]   30   records:   events:     T [s]   1   Epsilon minimum   -3   Epsilon meximum   3     Database   European Strong-motion Data y   Site class   Same as target spectrum   Y   Check database   Preliminary plot	30 records  1 component  2 components  3 components  NEW SEARCH EXIT

Figura 5.93 – Rexel, inserimento delle caratteristiche del sito.

Una volta stabiliti questi parametri è possibile generare lo spettro di risposta del sito in esame che rappresenta il cosiddetto "spettro target" che il set di accelerogrammi registrati deve approssimare. La fase successiva consiste nella ricerca preliminare nel database ESD selezionando l'intervallo di ricerca della magnitudo e di distanza dello strumento di rilevazione dal sito in esame. In questo caso assumendo un periodo di ritorno per l'azione sismica di 712 anni, si ricercano sismi di magnitudo compresa tra 4 e 7 e distanza compresa tra 0 e 40 km.



Figura 5.94 – Rexel, ricerca del set di sismi spettrocompatibili

Eseguita la selezione preliminare nel database degli eventi sismici si provvede a inserire le limitazioni sul set di accelerogrammi, ovvero

- il limite in difetto dello scarto tra spettro di progetto e relativo spettro degli accelerogrammi (che non può eccedere il 10%);
- il limite in eccesso dello scarto (per evitare dispendiosi sovradimensionamenti);
- l'intervallo temporale di confidenza, nel quale lo scarto deve essere compreso tra i valori indicati.

L'elaborazione del programma seleziona, quindi, un set di 14 accelerogrammi (2 componenti per 7 gruppi) il cui spettro medio risulta compatibile, entro i limiti dell'intervallo di confidenza, con lo spettro target. Ogni accelerogramma è scalato con un proprio fattore di scala (SF – Scale factor), in maniera tale che lo spettro di risposta generato dalla media dei 14 accelerogrammi rientri nei limiti di scarto imposti. Ciò non significa necessariamente che il singolo accelerogramma scalato sia spettrocompatibile, ma che lo spettro medio generato dal 14 accelerogrammi è compatibile.



Figura 5.95 – Spettri di accelerazione degli accelerogrammi registrati

È opportuno citare che l'approccio dell'EC8 parte seconda (analisi dei ponti) è differente da quanto seguito da REXEL, la coerenza di un set di accelerogrammi con lo spettro target per un coefficiente di smorzamento viscoso equivalente  $\xi = 5\%$  va cercata applicando le regole seguenti:

- Per ogni coppia di registrazioni orizzontali di un terremoto si calcola la radice quadrata della somma dei quadrati (SRSS) dei corrispondenti spettri valutati per uno smorzamento viscoso equivalente ξ = 5%.
- Si determina la media delle SRSS degli spettri calcolati come descritto.
- La media degli spettri così ottenuti dovrà essere scalata in maniera tale da risultare non inferiore a 1,3 volte lo spettro elastico di riferimento nei periodi compresi tra 0,2 T1 e 1,5 T1 dove T1 è il periodo fondamentale della struttura nel caso di ponti duttili, oppure il periodo effettivo (Teff) del sistema di isolamento nel caso di ponti con isolatori sismici.
- I fattori di scaling devono essere applicati a entrambe le componenti di ciascun terremoto considerato.

- Nei casi in cui l'analisi time-history richieda di considerare anche la componente verticale del moto sismico, lo scaling di quest'ultima può essere indipendente da quello delle componenti orizzontali e riferita a un diverso terremoto. L'ordinata spettrale media delle componenti verticali non deve essere minore del 90% di quella dello spettro elastico verticale di normativa nei periodi compresi tra 0.2 Tv e 1.5 Tv dove Tv è il periodo del modo di vibrazione della struttura con prevalente moto verticale (valutato in termini di massa partecipante).

Anche per i ponti, così come per gli edifici, nell'EC8 parte 2 è chiarito che nel caso in cui si utilizzino almeno 7 diversi gruppi di accelerogrammi gli effetti sulla struttura (sollecitazioni, deformazioni, spostamenti, etc.) potranno essere rappresentati dalle medie dei valori massimi ottenuti dalle analisi; gli effetti massimi dovranno essere considerati nel caso in cui l'analisi sia eseguita con un numero di gruppi di registrazioni inferiore.

È opportuno mettere in rilievo che la tesi, per necessità operative, ha trattato l'utilizzo di soli due sismi che, a norma, sarebbero insufficienti per la corretta determinazione delle sollecitazioni del sistema, dato che per utilizzare i valori medi dei risultati di calcolo è necessario l'impiego di almeno sette gruppi di accelerogrammi (NTC'08 ed EC8), oppure, nel caso si ritenga sufficiente utilizzare i valori massimi dei risultati, 3 gruppi di accelerogrammi (EC8).

I risultati tensionali delle modellazioni sono brevemente riassunti nella tabella seguente:

Drigiono Barbuto		Direzione	XY		Direzione	YX
Prigione Barbulo	FIX	ISO	Δ	FIX	ISO	Δ
Sisma E0133	0,640	0,124	80,63%	0,722	0,114	84,21%
Sisma E1916	0,650	0,145	77,69%	0,715	0,138	80,70%
Care Martha a	Direzione XY			Direzione YX		
San Watteo	FIX	ISO	Δ	FIX	ISO	Δ
Sisma E0133	0,733	0,082	88,81%	1,234	0,084	93,19%
Sisma E1916	1,106	0,085	92,31%	1,100	0,088	92,00%

Tabella 5.46 – Risultati tensionali delle modellazioni

## 5.3.3.2 Prigione Barbuto

### 5.3.3.2.1 Sisma E0133 XY

Il Sisma E0133XY viene effettuato nella direzione longitudinale.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,640 MPa. Con il sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.96 – Schiavo Barbuto, Sisma E0133XY

Dall'osservazione preliminare si nota che la scultura soffre maggiormente in una sezione attorno alle caviglie, situata all'incirca a +268 ÷ + 278 mm dalla base della statua.

Per comprendere con maggiore chiarezza la riduzione di tensione dovuta all'isolamento si riporta in Figura 5.97 il precedente confronto di Figura 5.96., correggendo però la scala della legenda in modo tale che a ogni livello tensionale corrisponda lo stesso livello colore.



Figura 5.97 – Schiavo Barbuto, sisma E0133XY, scala di colori corretta

La Figura 5.97 evidenzia molto efficacemente la differenza tra statua isolata e non isolata, lo stato tensionale migliora sensibilmente.

La tensione massima di trazione passa da 0,640 MPa (non isolata) al valore di 0,124 MPa, la riduzione è pari al 80,63 %.



Figura 5.98 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.99 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

Dalle precedenti immagini si osserva come il punto di massima tensione non vari nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). La riduzione della tensione è molto. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.



Figura 5.100 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.101 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Ovviamente anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.

Di seguito si riportano anche le prestazioni del sistema di isolamento in spostamento e pseudoaccelerazione.

# Prestazioni degli isolatori



Grafico 5.31 – Sisma E0133XY, spostamento in direzione X



Grafico 5.32 – Sisma E0133XY, spostamento in direzione Y



Grafico 5.33 – Sisma E0133XY, pseudo-accelerazione in direzione X



Grafico 5.34 – Sisma E0133XY, pseudo-accelerazione in direzione Y

Prigione Barbuto							
Sisma	Spostamento	Spostamento Corsa dell'isolatore		Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione		
E0133X1	[ <i>mm</i> ]	[ <i>mm</i> ]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]		
<b>X</b> Max	73,94	155.05	2650,51	492,66	81,41%		
Min	-81,11	155,05	-2407,04	-402,96	83,26%		
Y Max	59,91	126.02	2106,78	468,52	77,76%		
Min	-77,01	136,93	-2654,64	-302,10	88,62%		



Grafico 5.35 – Sisma E0133XY, ciclo di isteresi in direzione X



Grafico 5.36 – Sisma E0133XY, ciclo di isteresi in direzione Y

La riduzione dell'accelerazione è significativa: Il sistema beneficia in modo evidente dei dispositivi di isolamento.



Grafico 5.37 – Sisma E0133XY, tracciato planimetrico dello spostamento

Il tracciato planimetrico risulta contenuto all'interno del limite ammissibile di spostamento. Ciò consente di affermare il dispositivo di isolamento risulta adeguato a questo singolo sisma simulato.

## 5.3.3.2.2 Sisma E0133 YX

Il Sisma E0133YX è effettuato nella direzione laterale, scambiando gli accelerogrammi del precedente sisma E0133XY.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,722 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita.



Figura 5.102 – Schiavo Barbuto, Sisma E0133YX



Figura 5.103 – Schiavo Barbuto, Sisma E0133YX

La tensione massima di trazione passa da 0,722 MPa (non isolata) al valore di 0,114 MPa, la riduzione è pari al 84,21 %.



Figura 5.104 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.105 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata.



Figura 5.106 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.107 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Anche a quota +278mm la riduzione della tensione è molto evidente.

Prestazioni del sistema di isolamento



Grafico 5.38 – Sisma E0133YX, spostamento in direzione X



Grafico 5.39 – Sisma E0133YX, spostamento in direzione Y



Grafico 5.40 – Sisma E0133YX, pseudo-accelerazione in direzione X



Grafico 5.41 – Sisma E0133YX, pseudo-accelerazione in direzione Y

Prigione Barbuto							
Sisma	Spostamento Corsa dell'isolatore		Accelerazione al suolo	Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione		
EUISSIX	[ <i>mm</i> ]	[ <i>mm</i> ]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]		
<b>X</b> Max	60,36	127.24	2106,78	468,90	77,74%		
Min	-76,88	137,24	-2654,64	-302,39	88,61%		
Y Max	73,89	155 10	2650,51	493,21	81,39%		
Min	-81,23	155,13	-2407,04	-402,64	83,27%		



Grafico 5.42 – Sisma E0133YX, ciclo di isteresi in direzione X



Grafico 5.43 – Sisma E0133YX, ciclo di isteresi in direzione Y



Grafico 5.44 – Sisma E0133YX, tracciato planimetrico dello spostamento

Lo spostamento è contenuto entro i limiti del dispositivo, anche rovesciando la direzione di applicazione della forzante.

## 5.3.3.2.3 Sisma E1916 XY

Il Sisma E1916 effettuato nella direzione longitudinale, applica due forzanti di pari intensità D1\_0,8V1, cioè la più bassa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,07 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,650 MPa, non molto differente dalla tensione massima raggiunta dalla statua isolata, cioè 0,145 MPa.



Figura 5.108 – Schiavo Barbuto, Sisma E1916XY



Figura 5.109 – Schiavo Barbuto, Sisma E1916XY

Rappresentando le mesh con una coerente scala di colori per la tensione, si evidenzia la forte riduzione di tensione di cui beneficia la statua isolata.

La tensione massima di trazione passa da 0,650 MPa (non isolata) al valore di 0,145 MPa, la riduzione è pari al 77,69 %.



Figura 5.110 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.111 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

Il punto di massima tensione non varia nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). La riduzione della tensione è molto marcata. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.



Figura 5.112 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.113 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.

Prestazioni del sistema di isolamento



Grafico 5.45 – Sisma E1916XY, spostamento in direzione X



Grafico 5.46 – Sisma E1916XY, spostamento in direzione Y



Grafico 5.47 – Sisma E1916XY, pseudo-accelerazione in direzione X



Grafico 5.48 – Sisma E1916XY, pseudo-accelerazione in direzione Y

Prigione Barbuto							
Sisma	Spostamento	Spostamento Corsa dell'isolatore		Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione		
ETATOXA	[ <i>mm</i> ]	[ <i>mm</i> ]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]		
<b>X</b> Max	148,91	216.06	2639,26	761,13	71,16%		
Min	-167,15	316,06	-2298,91	-660,37	71,27%		
Y Max	92,05	204.00	2446,62	474,69	80,60%		
Min	-112,95	204,99	-2638,64	-445,20	83,13%		



Grafico 5.49 – Sisma E1916XY, ciclo di isteresi in direzione X



Grafico 5.50 – Sisma E1916XY, ciclo di isteresi in direzione Y



Grafico 5.51 – Sisma E1916XY, tracciato planimetrico dello spostamento

Dal grafico precedente si osserva che lo spostamento numerico non è contenuto entro il limite di funzionamento dell'isolatore. Ciò significa che il dispositivo se sottoposto a un sisma simile potrebbe battere sul bordo di fine corsa, provocando pericolosi battimenti.

## 5.3.3.2.4 Sisma E1916 YX

Il Sisma E1916 effettuato nella direzione laterale, applica in entrambe le direzioni la forzante D1\_0,8V1, cioè la meno intensa tra le accelerazioni sperimentali disponibili (0,07 g).

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,715 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.114 – Schiavo Barbuto, Sisma E1916YX



Figura 5.115 – Schiavo Barbuto, Sisma E1916YX

La tensione massima di trazione passa da 0,715 MPa (non isolata) al valore di 0,138 MPa, la riduzione è pari al 80,70 %.



Figura 5.116 – Sezione a z=+268mm, sistema non isolato



Figura 5.117 – Sezione a z=+268mm, sistema isolato

Dalle precedenti immagini si osserva come il punto di massima tensione non vari nelle due diverse condizioni (statua fissa – statua isolata). La riduzione della tensione è molto marcata. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+278 mm.


Figura 5.118 – Sezione a z=+278mm, sistema non isolato



Figura 5.119 – Sezione a z=+278mm, sistema isolato

Ovviamente anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.

Prestazioni del sistema di isolamento



Grafico 5.52 – Sisma E1916YX, spostamento in direzione X



Grafico 5.53 – Sisma E1916YX, spostamento in direzione Y



Grafico 5.54 – Sisma E1916YX, pseudo-accelerazione in direzione X



Grafico 5.55 – Sisma E1916YX, pseudo-accelerazione in direzione Y

Prigione Barbuto								
Sisma	Spostamento Corsa dell'isolatore		Accelerazione al suolo	Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione			
ETATOAX	[ <i>mm</i> ]	[ <i>mm</i> ]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]			
<b>X</b> Max	91,81	204 74	2446,62	475,13	80,58%			
Min	-112,94	204,74	-2638,64	-444,47	83,16%			
Y Max	148,85	215 56	2639,26	762,48	71,11%			
Min	-166,71	315,50	-2298,91	-661,44	71,23%			

Tabella 5.50 – Sisma E1916YX, risultati massimi della modellazione



Grafico 5.56 – Sisma E1916YX, ciclo di isteresi in direzione X



Grafico 5.57 – Sisma E1916YX, ciclo di isteresi in direzione Y



Grafico 5.58 – Sisma E1916YX, tracciato planimetrico dello spostamento

Anche rovesciando la direzione di applicazione del sisma il risultato non cambia: lo spostamento non è ammesso entro il limite di 320 mm consentito dall'isolatore.

## 5.3.3.3 San Matteo

#### 5.3.3.3.1 Sisma E0133 XY

Il Sisma E0133 è effettuato nella direzione longitudinale.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,733 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.120 – San Matteo, Sisma E0133XY



Figura 5.121 – San Matteo, Sisma E0133XY

Con la scala corretta, l'effetto di riduzione delle tensioni è molto evidente.

La tensione massima di trazione passa da 0,733 MPa (non isolata) al valore di 0,082 MPa, la riduzione è pari al 81,81 %.



Figura 5.122 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.123 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.124 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.125 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.



Figura 5.126 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.127 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

Prestazioni del sistema di isolamento



Grafico 5.59 – Sisma E0133XY, spostamento in direzione X



Grafico 5.60 – Sisma E0133XY, spostamento in direzione Y









San Matteo								
Sisma E0133YX		Spostamento Corsa dell'isolatore		Accelerazione al suolo	Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione		
		[ <i>mm</i> ]	[ <i>mm</i> ]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]		
X	Max	60,56	127 52	2106,78	469,81	77,70%		
	Min	-76,96	137,52	-2654,64	-299,93	88,70%		
Y	Max	73,82	154.02	2650,51	489,74	81,52%		
	Min	-81,11	154,93	-2407,04	-411,97	82,88%		

Taballa F F1	Ciama I	F0122VV			مالمه	madallar	
Tabella 5.51 -	Sisma i	2013381,	risuitati	massimi	uena	modellaz	ione



Grafico 5.63 – Sisma E0133XY, ciclo di isteresi in direzione X



Grafico 5.64 – Sisma E0133XY, ciclo di isteresi in direzione Y



Grafico 5.65 – Sisma E0133XY, tracciato planimetrico dello spostamento

Lo spostamento, come nel caso del Prigione Barbuto, rimane contenuto all'interno del limite ammissibile dell'isolatore (320 mm).

## 5.3.3.3.2 Sisma E0133 YX

Il Sisma E0133YX è applicato scambiando le forzanti nelle due direzioni rispetto al precedente E0133XY.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 1,234 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita: 0,088 MPa



Figura 5.128 – San Matteo, Sisma E0133YX



Figura 5.129 – San Matteo, Sisma E0133YX

La tensione massima di trazione passa da 1,234 MPa (non isolata) al valore di 0,084 MPa, la riduzione è pari al 93,19 %.



Figura 5.130 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.131 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.132 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.133 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.



Figura 5.134 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.135 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

Prestazioni del sistema di isolamento



Grafico 5.66 – Sisma E0133YX, spostamento in direzione X



Grafico 5.67 – Sisma E0133YX, spostamento in direzione Y



Grafico 5.68 – Sisma E0133YX, Pseudo-accelerazione in direzione X



Grafico 5.69 – Sisma E0133YX, Pseudo-accelerazione in direzione Y

San Matteo								
Sisma	Spostamento Corsa dell'isolatore		Accelerazione al suolo	Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione			
EUI33YX	[ <i>mm</i> ]	[ <i>mm</i> ]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]			
<b>X</b> Max	60,56	127 52	2106,78	469,81	77,70%			
Min	-76,96	137,52	-2654,64	-299,93	88,70%			
Y Max	73,82	154.02	2650,51	489,74	81,52%			
Min	-81,11	154,93	-2407,04	-411,97	82,88%			

Tabella 5.52 – Sisma E0133YX, risultati massimi della modellazione



Grafico 5.70 – Sisma E0133YX, ciclo di isteresi in direzione X



Grafico 5.71 – Sisma E0133YX in direzione Y



Grafico 5.72 – Sisma E0133YX, tracciato planimetrico dello spostamento

Lo spostamento, anche invertendo la direzione di applicazione delle forzanti, risulta contenuto entro il limite di ammissibilità.

# 5.3.3.3.3 Sisma E1916 XY

Il Sisma E1916 è applicato nella direzione longitudinale.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 1,106 MPa, molto più alta della tensione massima raggiunta dalla statua isolata, cioè 0,085 MPa.



Figura 5.136 – San Matteo, Sisma E1916XY



Figura 5.137 – San Matteo, Sisma E1916XY

La tensione massima di trazione passa da 1,106 MPa (non isolata) al valore di 0,085 MPa, la riduzione è pari al 92,31 %.



Figura 5.138 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.139 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.140 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.141 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.



Figura 5.142 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.143 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

Prestazioni del sistema di isolamento



Grafico 5.73 – Sisma E1916XY, spostamento in direzione X



Grafico 5.74 – Sisma E1916XY, spostamento in direzione Y









San Matteo								
Sisma E1916XY		Spostamento	Corsa dell'isolatore	Accelerazione al suolo	Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione		
		[ <i>mm</i> ]	[ <i>mm</i> ]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]		
X	Max	148,99	215 02	2639,26	754,28	71,42%		
	Min	-166,83	315,82	-2298,91	-656,46	71,44%		
Y	Max	92,04	204.95	2446,62	476,67	80,52%		
	Min	-112,81	204,85	-2638,64	-445,12	83,13%		

Taballa F F2	Ciama E1016			madallariana
Tabella 5.55 –	2121119 ETATO	oxi, risuitati	massimi della	modellazione



Grafico 5.77 – Sisma E1916XY, ciclo di isteresi in direzione X



Grafico 5.78 – Sisma E1916XY, ciclo di isteresi in direzione Y



Grafico 5.79 – Sisma E1916XY, tracciato planimetrico dello spostamento

Anche nel caso del San Matteo l'applicazione del sisma E1916XY produce uno spostamento che l'isolatore non riesce a contenere (320 mm).

## 5.3.3.3.4 Sisma E1916 YX

Il Sisma E1916 è applicato nella direzione laterale.

Come primo passo si compie l'osservazione globale della mesh: secondo l'output di Midas Gen la tensione massima di trazione raggiunta sulla scultura non isolata è pari a 0,808 MPa. Dopo l'inserimento del sistema di isolamento la tensione raggiunta è decisamente diminuita:



Figura 5.144 – San Matteo, Sisma E1916YX



Figura 5.145 – San Matteo, Sisma E1916YX

La tensione massima di trazione passa da 1,100 MPa (non isolata) al valore di 0,088 MPa, la riduzione è pari al 92,00 %.



Figura 5.146 – Sezione a z=+272mm, sistema non isolato



Figura 5.147 – Sezione a z=+272mm, sistema isolato

La riduzione della tensione è molto marcata. Analogamente si osserva anche la sezione a quota z=+549 mm.



Figura 5.148 – Sezione a z=+549mm, sistema non isolato



Figura 5.149 – Sezione a z=+549mm, sistema isolato

Ovviamente anche nella sezione sovrastante la riduzione della tensione è molto evidente.


Figura 5.150 – Sezione a z=+610mm, sistema non isolato



Figura 5.151 – Sezione a z=+610mm, sistema isolato

Prestazioni del sistema di isolamento



Grafico 5.80 – Sisma E1916YX, spostamento in direzione X



Grafico 5.81 – Sisma E1916YX, spostamento in direzione Y



Grafico 5.82 – Sisma E1916YX, pseudo-accelerazione in direzione X



Grafico 5.83 – Sisma E1916YX, pseudo-accelerazione in direzione Y

San Matteo										
Sisma	Spostamento	Corsa dell'isolatore	Accelerazione al suolo	Pseudo- accelerazione	Δ Accelerazione					
ETATOLY	[ <i>mm</i> ]	[mm]	[mm/s²]	[mm/s²]	[%]					
<b>X</b> Max	92,05	204 64	2446,62	475,94	80,55%					
Min	-112,59	204,04	-2638,64	-445,19	83,13%					
Y Max	149,12	210.04	2639,26	754,71	71,40%					
Min	-166,92	310,04	-2298,91	-656,68	71,44%					



Grafico 5.84 – Sisma E1916YX, ciclo di isteresi per la direzione X



Grafico 5.85 – Sisma E1916YX, ciclo di isteresi in direzione Y



Grafico 5.86 – Sisma E1916YX, tracciato planimetrico dello spostamento

Anche variando la direzione di applicazione del sisma il risultato non cambia: lo spostamento numerico non è contenuto entro il limite ammissibile di 320 mm consentito dal prototipo.

## 6 Commenti e conclusioni

Il lavoro realizzato si è articolato in più fasi successive, svolte per rappresentare correttamente il caso studio delle sculture della Galleria dell'Accademia, per cui la campagna sperimentale è stata organizzata.

La prima fase si è focalizzata nel validare e tarare i modelli numerici del sistema isolato, cercando di stabilire se la formulazione dell'elemento link-isolatore, implementato nei codici di calcolo, fosse adeguata alla rappresentazione del prototipo DCFP esaminato. Lo studio ha stabilito che il modello esistente è sufficiente a descrivere il comportamento di questi dispositivi. L'impiego nella rappresentazione numerica, però, non può prescindere dalla buona conoscenza dei parametri fondamentali:  $K_1$ ,  $\mu_{slow} e \mu_{fast}$ , e  $\xi$ , rispettivamente rigidezza iniziale, coefficienti di attrito a bassa e alta velocità, smorzamento relativo dell'analisi.



Figura 6.1 – Ciclo di isteresi, in funzione della rigidezza iniziale il risultato può variare entro un'ampia gamma Come, infatti, illustrato nel capitolo dedicato alla taratura, spostamenti e accelerazioni in output possono variare entro un ampio raggio. Un'errata scelta dei parametri determina, pertanto, risultati inservibili o completamente sbagliati. Per questo motivo è opportuno che a servizio della



taratura siano eseguiti una serie di test di laboratorio, per definire e controllare i parametri del sistema di isolamento.



La taratura della rigidezza iniziale  $K_1$ , e dei coefficienti di attrito  $\mu_{slow} e \mu_{fast}$ , si è dimostrata particolarmente importante: da questi parametri dipende lo smorzamento del sistema di isolamento. La rigidezza iniziale ha richiesto l'indagine di un set di possibili valori, determinando una stima ad hoc, messa in rapporto con la rigidezza secondaria  $K_2$ . Avendo, invece, già a disposizione una stima sufficientemente attendibile dei coefficienti di attrito, si è proceduto alla verifica di questi parametri, anziché alla determinazione, mettendoli a confronto con un set di valori di controllo.

Lo smorzamento relativo  $\xi$ , invece, si è dimostrato il meno interessante tra i parametri da tarare. Infatti, confrontandolo con lo smorzamento viscoso equivalente, generato dall'attrito, si nota che gli usuali valori di  $\xi$  compresi all'interno del range 0/5% perdono di significato. Ciò accade perché, già con bassi valori di attrito, l'isolatore offre uno smorzamento viscoso equivalente pari a una decina di punti percentuali (dal 13 % al 17%), molto più alto quindi del valore di  $\xi$  considerato per le analisi. Definita la taratura, la seconda fase della tesi ha permesso di controllare la corrispondenza tra i modelli numerici semplificati e la prova sperimentale, quindi, tra i modelli completi (ovvero con geometria reale delle sculture) e i modelli semplificati, e infine con le prove sperimentali.

Dalle simulazioni eseguite, si può dedurre una sostanziale equivalenza tra i modelli numerici, in termini di spostamenti e accelerazioni misurate: in sostanza risulta lecito assumere una geometria semplificata degli oggetti da isolare (purché massa e baricentro siano simili) per ottenere una favorevole riduzione dei tempi computazionali. Queste prove hanno confermato, inoltre, il buon comportamento del prototipo: in genere, salvo la forzante *D1\_0,8V1*, la riduzione dell'accelerazione è molto rilevante: quanto percepito dalla sovrastruttura è stabile sulla soglia di 0,05 g, valore che non compromette la sicurezza delle sculture.

La terza fase, infine, riguarda l'analisi del caso studio: completata la taratura e il confronto tra i modelli semplificati e completi, si esegue lo studio delle sculture soggette sia alle forzanti simulate, che a sismi registrati e appositamente scalati. Dalle analisi compiute risulta, quindi, imperativo determinare lo spostamento massimo del dispositivo: a causa della piccola dimensione, può accadere che durante il moto, lo spostamento superi il limite ammissibile. Ciò comporta nella realtà che la slitta del dispositivo vada a battere sul fine corsa. Un simile evento rappresenta un grave rischio per la statua che potrebbe arrivare a cadere dal piedistallo e abbattersi al suolo, minacciando anche la sicurezza dei visitatori dell'esposizione.



Grafico 6.1 – Spostamenti numerici contenuti (a sinistra) e non contenuti (a destra) nel limite ammissibile



Figura 6.3 – San Matteo, Sisma E1916XY

Dal punto di vista delle tensioni, l'applicazione del sistema di isolamento porta benefici evidenti.

Driziono Barbuto		Direzione	KY		Direzione	YX	
Рпуюте Багрию	FIX	ISO	Δ	FIX	ISO	Δ	
Test 15	0,761	0,125	83,57%	0,808	0,105	87,00%	
Test 19	0,139	0,123	11,51%	0,155	0,131	15,48%	
Test 20	0,768	0,134	82,55%	0,851	0,138	83,78%	
Sisma E0133	0,640	0,124	80,63%	0,722	0,114	84,21%	
Sisma E1916	0,650	0,145	77,69%	0,715	0,138	80,70%	
	Direzione XY			Direzione YX			
Can Mattaa		2.1.02.00.107	••				
San Matteo	FIX	ISO	Δ	FIX	ISO	Δ	
San Matteo Test 15	<b>FIX</b> 1,059	<b>ISO</b> 0,076	Δ 92,82%	<b>FIX</b> 0,901	<b>ISO</b> 0,084	<b>∆</b> 90,68%	
San Matteo Test 15 Test 19	<b>FIX</b> 1,059 0,139	<b>ISO</b> 0,076 0,084	Δ 92,82% 39,57%	<b>FIX</b> 0,901 0,089	<b>ISO</b> 0,084 0,079	<b>⊿</b> 90,68% 11,24%	
San Matteo Test 15 Test 19 Test 20	FIX 1,059 0,139 1,238	<b>ISO</b> 0,076 0,084 0,092	Δ 92,82% 39,57% 92,57%	FIX 0,901 0,089 0,956	<b>ISO</b> 0,084 0,079 0,090	<b>△</b> 90,68% 11,24% 90,59%	
San Matteo Test 15 Test 19 Test 20 Sisma E0133	FIX 1,059 0,139 1,238 0,733	<b>ISO</b> 0,076 0,084 0,092 0,082	<b>∆</b> 92,82% 39,57% 92,57% 88,81%	FIX 0,901 0,089 0,956 1,234	<b>ISO</b> 0,084 0,079 0,090 0,084	<b>△</b> 90,68% 11,24% 90,59% 93,19%	

Tabella 6.1 – Risultati delle modellazioni, statue fisse e isolate

Sia nel caso delle forzanti sperimentali (che producono un moto regolare e controllato), che nel caso dei sismi simulati (caratterizzati da moto irregolare), la riduzione della sollecitazione è superiore all'80%. Solo il risultato per la forzante a bassa intensità *D1\_0,8V1* risulta banale: dato il basso livello di input fornito al sistema, si osserva una scarsa diminuzione dell'accelerazione, che passa da 0,07 g ad appena 0,05 g.



Figura 6.4 – Schiavo Barbuto, Sisma E1916XY

Si osserva però che le simulazioni effettuate non hanno considerato l'intero insieme di sette gruppi di accelerogrammi consigliato da normativa. Ciò significa che, prima di poter trarre dei giudizi sull'installazione dei dispositivi, è necessario completare ulteriori simulazioni.

Un ulteriore sviluppo della tesi consiste, inoltre, nella simulazione del sisma in presenza della componente verticale. Questa sollecitazione, che aumenta e diminuisce la reazione verticale sui supporti, risulta particolarmente gravosa per gli isolatori a doppio pendolo, dato che l'attrito interno dipende dalla compressione dell'elemento.

## 7 Bibliografia

1. **Naeim, Farzad e Kelly, James Marshall.** *Design of a seismic isolated structure - From theory to practice.* New York : John Wiley & Sons, 1999.

Teflon Bearing in base isolation II: Modeling. Constantinou, Michael, Mokha, Anoop e
Reinhorn, Andrei. 2, s.l. : Journal of Structural Engineering, A.S.C.E., Structural Division, 1990, Vol. 116.

3. Assessment of seismic vulnerability of art objects: The "Galleria dei Prigioni". Berto, Luisa, et al., et al. s.l. : Journal of cultural heritage, 2012, Journal of Cultural Heritage, Volume 13, Issue 1,, p. 7-21.

4. **Earthquake protection systems, Inc.** *Technical charachteristics of Friction Pendulum Bearing.* Vallejo, California : s.n., 2003.

5. **Favaretto, Tommaso.** *Assestment and reduction of seismic vulnerability on art objects.* Firenze : s.n., 2012.

6. **Foti, Dora e Mongelli, Michele.** *Isolatori sismici per edifici esistenti e di nuova costruzione. Principi fondamentali - Criteri di progettazione - Dettagli costruttivi.* Palermo : Dario Flaccovio Editore, 2011.

7. **Iervolino, Iunio, Galasso, Carmine e Cosenza, Edoardo.** REXEL: computer aided record selection for code-based. *Bullettin of Earthquake Engineering.* 2010, Vol. 8, 2.

8. Lo Scaling di Set di Accelerogrammi per la Spettrocompatibilità secondo normativa. **Magliulo, Gennaro, Cosenza, Edoardo e Maddaloni, Giuseppe.** s.l. : Anidis, 2009.

9. **Martelli, Alessandro, et al., et al.** *Moderni sistemi e tecnologie antisismiche - Una guida per il progettista*. s.l. : 21mo Secolo, 2008.

10. Midas Information Technology. Midas Gen Analisys Manual. 2008.

11. **Computer and structures.** CSI Reference manual, for SAP, ETABS, and SAFE. Berkeley : s.n., 2008.

12. *Accelerogrammi naturali compatibili con le specifiche dell'OPCM 3431*. **Iervolino, Iunio, Maddaloni, Giuseppe e Cosenza, Edoardo.** s.l. : Anidis, 2008.

13. **Chopra, Anil K.** *Dynamics of structures theory and application to Earthquake engineering.* s.l. : Prentice hall, 2007.

14. **Constantinou, Michael C.** *Friction Pendulum Double Concave Bearing - Technical Report.* Buffalo, New York : University at Buffalo, 2004. 15. Nagarajaiah, Satish, Reinhorn, Andrei M. e Constantinou, Michalakis C. Nonlinear dynamic analysis of 3-D base-isolated structures. *Journal of Structural Engineering*. Luglio 1991, Vol. Vol. 117, 7.

16. Eurocodice 8 - Progettazione delle strutture per la resistenza sismica. *Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici.* UNI EN 1998-1:2005.

17. Eurocodice 8 - Indicazioni progettuali per la resistenza sismica delle strutture. *Parte 2: Ponti.* UNI EN 1998-2:2006.

18. Circolare 2 febbraio 2009 contenente le Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche" di cui al DM 14 gennaio 2008. *Gazzetta Ufficiale n. 47 del 26 febbraio 2009.* 

19. DM 14 gennaio 2008 - Norme tecniche per le costruzioni. *Gazzetta Ufficiale n. 29 del 4 febbraio 2008.* 

20. **Saetta, Anna e Faccio, Paolo.** Relazione conclusiva della ricerca prevista nella convenzione stipulata con il Ministero per i Beni e le Attività Culturali. *Definizione di criteri metodologici per la valutazione della vulnerabilità sismica di beni artistici mobili e studio di prefattibilità di tecniche di isolamento con riferimento a un campione di indagine...* Venezia : s.n., 2010.

## Ringraziamenti

Voglio dedicare il primo ringraziamento alla mia famiglia, il cui supporto, incitamento e conforto, è stato fondamentale per superare tutte le difficoltà incontrate.

Uno speciale ringraziamento va alla professoressa Anna Saetta, per la sua competenza, la sua cordialità, il suo incitamento e la sua disponibilità, dimostratemi durante il periodo di tesi.

Rivolgo un ringraziamento al professor Renato Vitaliani, che con la sua franchezza e la sua esperienza, mi ha fornito importanti spunti di riflessione sulla mia tesi, sulla professione dell'Ingegnere e soprattutto sulla vita.

Un grande ringraziamento anche all'ingegner Luisa Berto, e all'ingegner Alessandro Gasparini, che con i loro preziosi suggerimenti mi hanno aiutato a risolvere errori e dissipare i dubbi incorsi durante la tesi.

Voglio, inoltre, ringraziare gli amici, con cui ho condiviso le tappe di questo percorso di studi, la loro allegria, la loro simpatia, il loro aiuto, hanno reso lo studio più semplice e divertente.

Infine, per ultimo (ma non per importanza), desidero rivolgere un ringraziamento speciale all'Ing. Tommaso Favaretto, senza il suo prezioso aiuto, i suoi puntuali suggerimenti, la sua infinita pazienza, questa tesi non sarebbe ancora terminata.

Grazie a tutti!

Jebartiarro