

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

**FACOLTA DI SCIENZE STATISTICHE
CORSO DI LAUREA IN STATISTICA, ECONOMIA E FINANZA**



TESI DI LAUREA

STIMA ROLLING DEL MODELLO DI MARKOWITZ

Relatore: Prof. Nunzio Cappuccio

Laureando: Enrico Baesso
Matricola: 559871 SEF

Anno Accademico: 2009-2010

INDICE

CAPITOLO 1: Introduzione	5
1.1 Introduzione	5
CAPITOLO 2: I dati	8
2.1 Prezzi e rendimenti	8
2.1.1 Rendimento di un indice e di un portafoglio	9
2.2 Andamento degli indici	12
2.2.1 Stazionarietà delle serie storiche	17
2.3 Analisi descrittive	20
CAPITOLO 3: Allocazione di Markowitz	24
3.1 Il modello di Markowitz	24
3.2 Frontiera efficiente senza risk-free	26
3.3 Frontiera efficiente con risk-free	30
3.4 Performance di Sharpe	34
3.4.1 Performance di Sharpe su singolo indice	35
3.5 Frontiera efficiente esclusi gli indici azionari	36
3.6 Frontiere efficienti vincolate	39
CAPITOLO 4: Stima rolling dei rendimenti	50
4.1 Approccio al problema	50
4.2 Frontiere efficienti senza risk-free	51
4.3 Frontiere efficienti con risk-free	57
4.4 Performance di Sharpe sui portafogli significativi	61
CONCLUSIONI	65
APPENDICE	67
SOFTWARE UTILIZZATI	78
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	80

CAPITOLO 1: Introduzione

1.1 Introduzione

La nostra tesi ha come obiettivo l'allocazione ottimale di un portafoglio di indici sfruttando la teoria di Markowitz, cioè dato il nostro paniere di strumenti finanziari ricaveremo i portafogli efficienti. Studieremo i casi generali in cui la frontiera efficiente presenta o non presenta un titolo privo di rischio, confronteremo una frontiera efficiente in cui escluderemo gli indici azionari dal portafoglio e analizzeremo le frontiere efficienti vincolate. Il nostro portafoglio, insieme di attività finanziarie in cui gli agenti economici investono la propria ricchezza, è composto da indici azionari, indici obbligazionari a breve termine e indici obbligazionari a lungo termine.

Indici azionari:

1. DOW JONES INDUSTRIALS (Stati Uniti);
2. DJ EURO STOXX 50 (Area Euro);
3. FTSE 100 (Gran Bretagna);
4. NIKKEI 225 STOCK AVERAGE (Giappone);

Indici obbligazionari a breve termine:

5. JPM GBI US 1-3Y (Stati Uniti);
6. BOFA ML EU 1-3Y (Area Euro);
7. JPM GBI UK 1-3Y (Gran Bretagna);
8. JPM GBI JAPAN 1-3Y (Giappone);

Indici obbligazionari a lungo termine:

9. JPM GBI US 10+Y (Stati Uniti);
10. EMTS (EMTX) 15+Y (Area Euro);
11. JPM GBI UK 10+Y (Gran Bretagna);
12. JPM GBI JAPAN 10+Y (Giappone).

Un indice corrisponde al prezzo di un portafoglio di titoli ed è un indicatore importante che riassume in un unico valore l'evoluzione di tutto il mercato a cui si riferisce.

In particolare gli indici azionari sono la rappresentazione numerica delle variazioni di valore di un portafoglio predefinito di titoli azionari (proprietà di una quota della società a cui si riferisce). Mentre un indice obbligazionario è un indicatore dei cambiamenti di valore di un prestabilito portafoglio di titoli obbligazionari (titoli di debito emessi dallo stato o da imprese al fine di finanziarsi, assicura il pagamento di somme prestabilite di denaro (interessi) con il

passare del tempo e il rimborso del capitale alla scadenza, il portatore della obbligazione riveste la figura del creditore, invece l'emittente quella del debitore).

Infine ci focalizzeremo sulla stima rolling dei rendimenti su finestre di ampiezza fissa ma che si spostano nel campione, ci calcoleremo le rispettive frontiere efficienti sulle quali faremo un'analisi grafica e confronteremo le performance di Sharpe sui tre portafogli significativi (portafoglio V a minima varianza, portafoglio E con maggior trade-off rischio rendimento e portafoglio M di tangenza).

CAPITOLO 2: I dati

2.1 Prezzi e rendimenti

Il campione dei dati utilizzato si riferisce ai prezzi mensili di 4 indici azionari, 4 indici obbligazionari a breve termine e 4 indici obbligazionari a lungo termine. Nel dettaglio ogni tipologia di indice è stata considerata per il mercato degli Stati Uniti, dell'Area Euro, della Gran Bretagna e del Giappone. Le 12 serie storiche che abbiamo scaricato da Datastream (database con copertura globale su serie storiche economiche e finanziarie) sono quotate in Euro e si riferiscono ad un arco temporale di 11 anni che ha inizio il 30 ottobre 1998 e termine il 30 ottobre 2009 (133 osservazioni). Su queste osservazioni ci siamo calcolati i corrispondenti rendimenti, che rappresentano quanto rende un titolo acquistato al mese t e rivenduto al mese $t+1$. Dato $P_{i,t}$ il valore dell'indice i al mese t , il rendimento $R_{i,t}$ si calcola come:

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$$

Riportiamo in appendice la tabella dei prezzi e la tabella dei rendimenti.

2.1.1 Rendimenti di un indice e di un portafoglio

Si ipotizza che i rendimenti di un indice, o di un titolo in generale, abbiano una distribuzione di probabilità che sia caratterizzata solo dai primi due momenti: il rendimento atteso e la varianza. Per ogni serie storica di T osservazioni, relativa ad ogni indice, ci siamo calcolati una stima attendibile del rendimento atteso che può essere calcolata con la media aritmetica dei rendimenti:

$$\mu_i = E(r_i) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it}$$

Risulta importante calcolarci la varianza dei rendimenti perché ci permette di verificare quanto è rischiosa un'attività finanziaria:

$$\sigma_i^2 = \text{Var}(r_i) = E[(r_i - \mu_r)^2] = E(r_i)^2 - \mu_r^2$$

Per un portafoglio composto da N attività finanziarie il relativo rendimento, nel nostro caso il rendimento di un insieme di indici, sarà dato dalla somma ponderata dei rendimenti dei singoli assets:

$$\mu_p = E(r_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot r_i$$

Mentre la varianza del portafoglio corrisponderà a:

$$\sigma_p^2 = \text{Var}(r_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \omega_i \cdot \omega_j \cdot \sigma_{ij}$$

indicando con N il numero di assets coinvolti, con ω_i la quota di ricchezza investita nell'asset i e con σ_{ij} la covarianza tra l'asset i e l'asset j .

È importante ricordare che il rendimento atteso e la varianza di ogni singolo indice sono variabili casuali, governate da una distribuzione di probabilità condizionata che tiene conto del legame esistente tra l'indice e il mercato, per questo motivo è importante considerare anche le covarianze tra i rendimenti degli assets.

Notiamo che un altro modo per calcolare la varianza del portafoglio è:

$$\sigma_p^2 = \text{Var}(r_p) = \sum_{i=1}^N \omega_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \omega_i \cdot \omega_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij}$$

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j}$$

dove con σ_i è indicata la deviazione standard dell'i-esimo asset, con ρ_{ij} il coefficiente di correlazione tra l'i-esimo e il j-esimo asset.

Si può notare che il rischio del portafoglio dipende anche dalla correlazione tra gli assets, la quale ci permette di descrivere la relazione tra l'andamento di più indici.

Se questo coefficiente è nullo la varianza del portafoglio è uguale alla media ponderata delle varianze dei singoli strumenti. Se la correlazione tra due assets è positiva ad un aumento del rendimento di uno corrisponde l'aumento del rendimento dell'altro e sta ad indicare che i due indici si muovono nella stessa direzione, in questo caso la variabilità del portafoglio è maggiore di quella che caratterizza ciascun indice. Viceversa se la correlazione è negativa implica che a fronte di variazioni positive di un asset corrisponde una variazione negativa del secondo asset, in questo caso la varianza del portafoglio è minore di quella che caratterizza ciascun indice.

Quindi se i rendimenti hanno andamenti discordi si riduce il rischio specifico del portafoglio ed è questo il motivo principale per cui si consiglia di diversificare il portafoglio, in quanto scegliendo attività finanziarie opportune si riduce il suo rischio.

Riportiamo di seguito la matrice di varianza e covarianza, e la matrice di correlazione:

- **MATRICE DI VARIANZA E COVARIANZA**

	DOWJ. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
DOW J. IND.	0,0026	0,0022	0,0019	0,0017	0,0006	0,0002	0,0003	0,0004	0,0002	0,0001	0,0002	0,0003
DJ EUR STOX	0,0022	0,0035	0,0022	0,0018	-0,0001	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0003	0,0000	0,0000	-0,0003
FTSE 100	0,0019	0,0022	0,0021	0,0015	0,0002	0,0002	0,0003	0,0001	-0,0002	0,0001	0,0002	-0,0001
NIKKEI 225	0,0017	0,0018	0,0015	0,0036	0,0003	0,0001	0,0001	0,0006	0,0002	0,0001	0,0001	0,0004
JPM US 1-3Y	0,0006	-0,0001	0,0002	0,0003	0,0008	0,0002	0,0004	0,0006	0,0006	0,0002	0,0003	0,0006
BOF. EU 1-3Y	0,0002	0,0000	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001
JPM UK 1-3Y	0,0003	-0,0001	0,0003	0,0001	0,0004	0,0003	0,0005	0,0003	0,0002	0,0003	0,0004	0,0002
JPM JAP1-3Y	0,0004	-0,0002	0,0001	0,0006	0,0006	0,0001	0,0003	0,0012	0,0005	0,0002	0,0002	0,0011
JPM US 10+Y	0,0002	-0,0003	-0,0002	0,0002	0,0006	0,0001	0,0002	0,0005	0,0011	0,0004	0,0004	0,0006
EMTS 15+Y	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0002	0,0004	0,0005	0,0005	0,0001
JPM UK 10+Y	0,0002	0,0000	0,0002	0,0001	0,0003	0,0002	0,0004	0,0002	0,0004	0,0005	0,0006	0,0001
JPM JAP10+Y	0,0003	-0,0003	-0,0001	0,0004	0,0006	0,0001	0,0002	0,0011	0,0006	0,0001	0,0001	0,0014

La covarianza consente di verificare se fra due variabili statistiche esiste un legame lineare. Dalla tabella notiamo valori molto vicini allo zero che stanno ad indicare l'indipendenza tra coppie di indici. Nella maggior parte dei casi la correlazione è molto vicina a zero quindi risulta che gli andamenti degli indici sono completamente indipendenti tra loro.

- MATRICE DI CORRELAZIONE

	DOWJ. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
DOW J. IND.	1	0,7415	0,8077	0,5669	0,4020	0,2853	0,2652	0,2416	0,1188	0,1134	0,1418	0,1348
DJ EUR STOX	0,7415	1	0,8186	0,5179	-0,0519	0,0095	-0,0473	-0,0987	-0,1756	-0,0321	-0,0263	-0,1531
FTSE 100	0,8077	0,8186	1	0,5548	0,1435	0,3409	0,3113	0,0448	-0,1231	0,1119	0,1410	-0,0684
NIKKEI 225	0,5669	0,5179	0,5548	1	0,1727	0,1131	0,0907	0,2968	0,1063	0,0865	0,0954	0,1672
JPM US 1-3Y	0,4020	-0,0519	0,1435	0,1727	1	0,5098	0,5902	0,6328	0,6777	0,3560	0,3866	0,5112
BOF. EU 1-3Y	0,2853	0,0095	0,3409	0,1131	0,5098	1	0,9576	0,2836	0,1969	0,6446	0,6801	0,1559
JPM UK 1-3Y	0,2652	-0,0473	0,3113	0,0907	0,5902	0,9576	1	0,3358	0,2265	0,6069	0,6612	0,1893
JPM JAP1-3Y	0,2416	-0,0987	0,0448	0,2968	0,6328	0,2836	0,3358	1	0,4486	0,1976	0,2121	0,8394
JPM US 10+Y	0,1188	-0,1756	-0,1231	0,1063	0,6777	0,1969	0,2265	0,4486	1	0,5217	0,4999	0,4703
EMTS 15+Y	0,1134	-0,0321	0,1119	0,0865	0,3560	0,6446	0,6069	0,1976	0,5217	1	0,9907	0,1510
JPM UK 10+Y	0,1418	-0,0263	0,1410	0,0954	0,3866	0,6801	0,6612	0,2121	0,4999	0,9907	1	0,1466
JPM JAP10+Y	0,1348	-0,1531	-0,0684	0,1672	0,5112	0,1559	0,1893	0,8394	0,4703	0,1510	0,1466	1

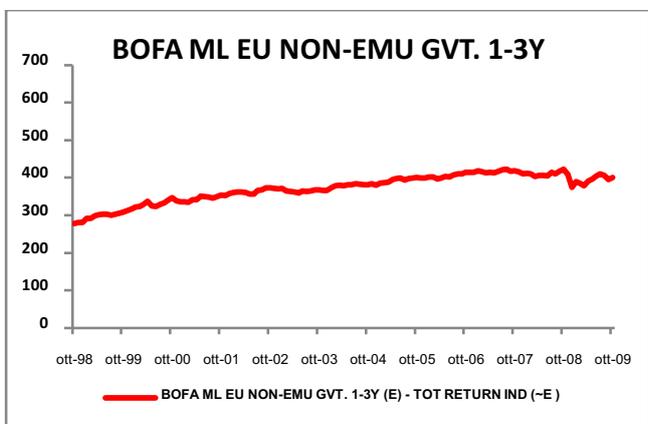
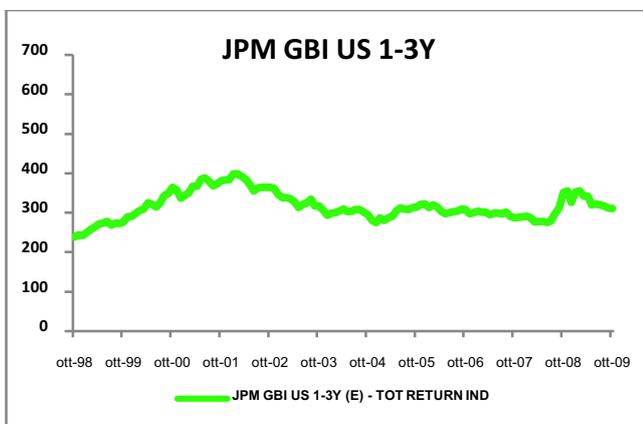
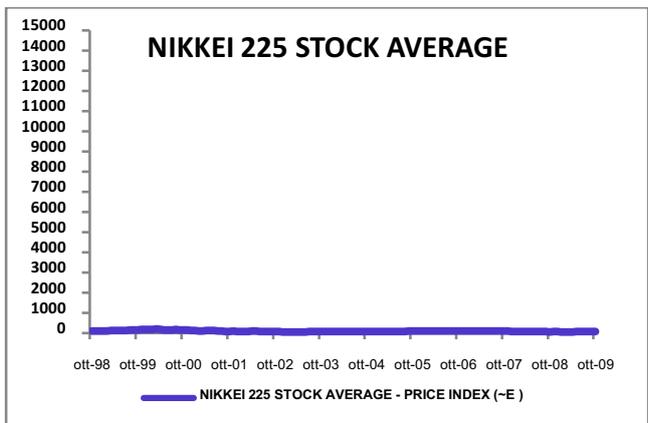
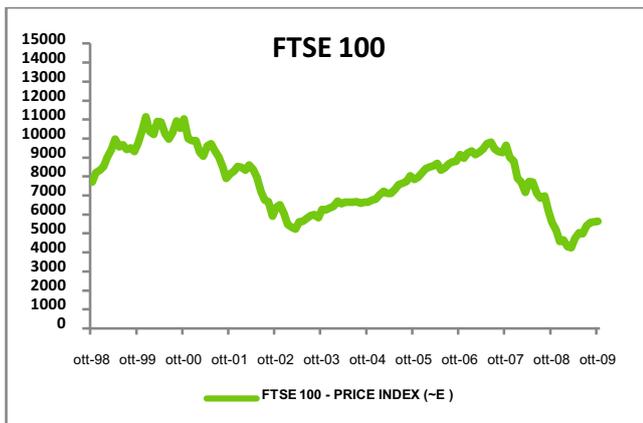
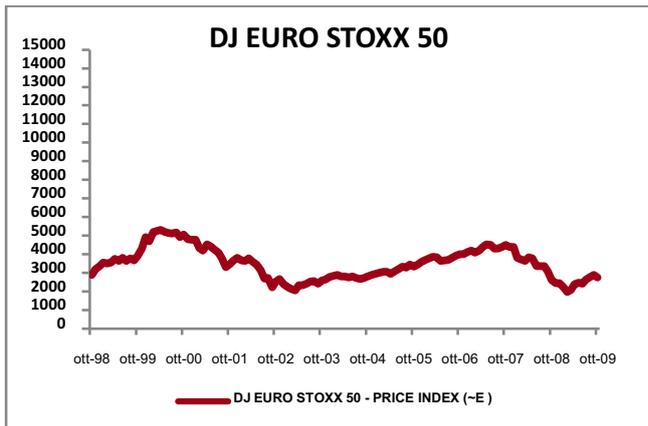
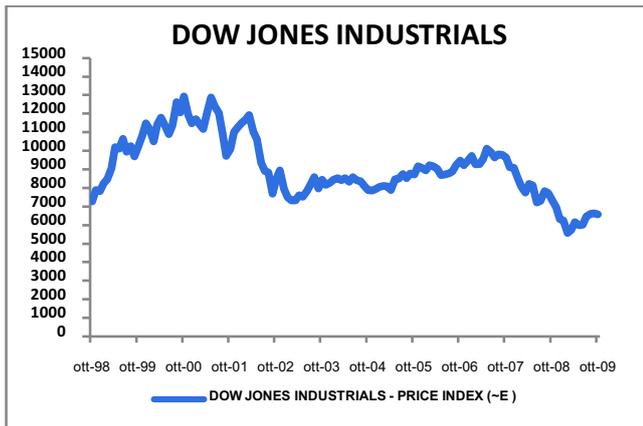
Evidenziamo una forte correlazione tra indici di natura comune: tra l'indice azionario FTSE 100 con DOW JONES INDUSTRIALS (0,8077) e con DJ EURO STOXX 50 (0,8186), e tra l'indice obbligazionario JPM GBI UK 1-3Y con BOFA ML EU 1-3Y.

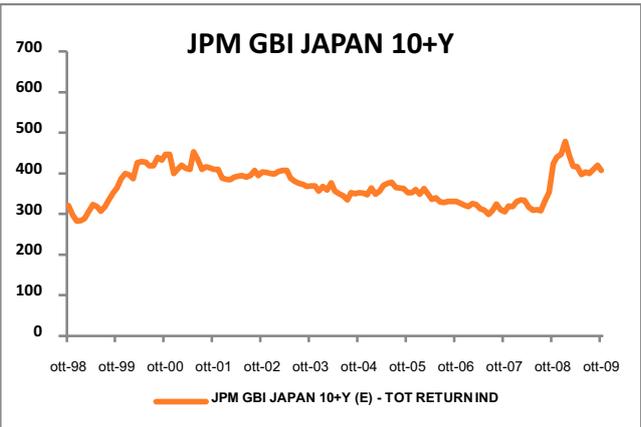
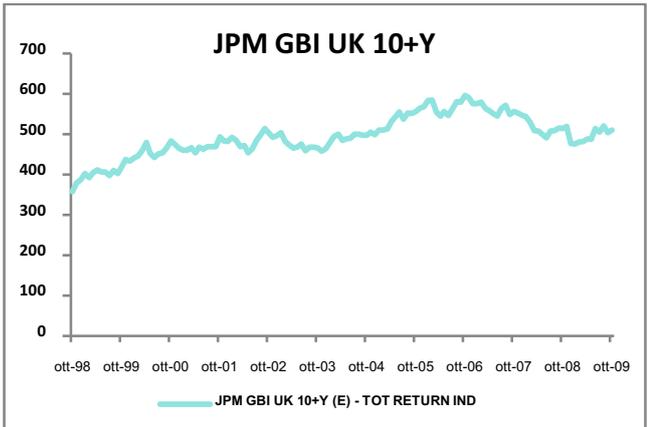
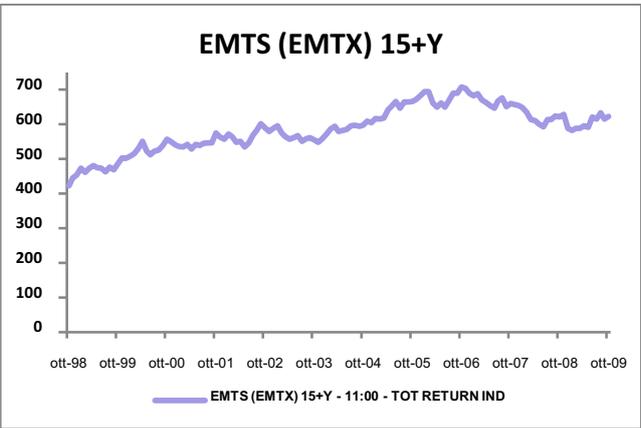
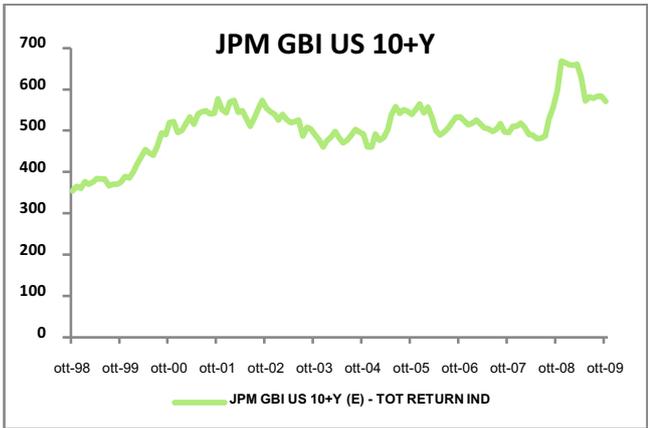
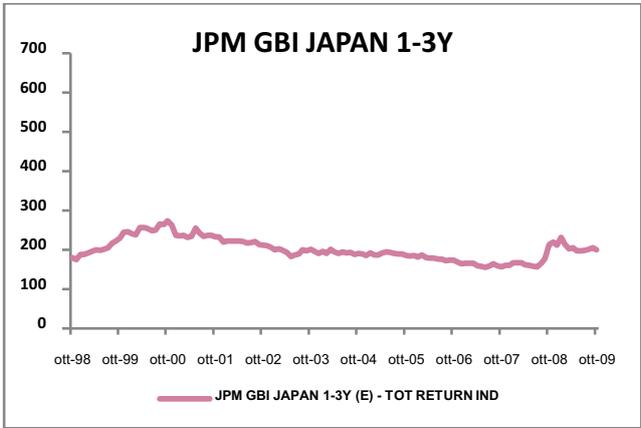
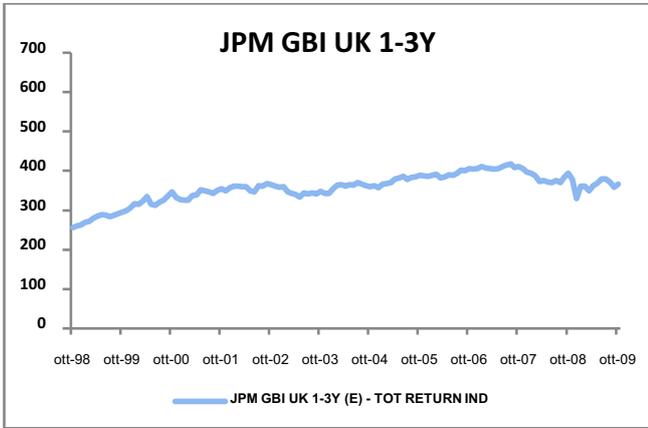
Vi è invece una lieve correlazione negativa tra l'indice obbligazionario a lungo termine JPM GBI US 10+Y (-0,1756) con l'indice azionario DJ EURO STOXX 50 che sta ad indicare andamenti discordi.

2.2 Andamento degli indici

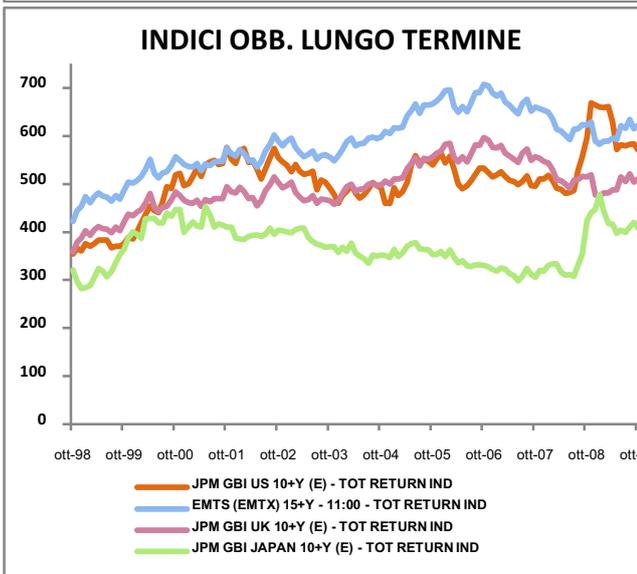
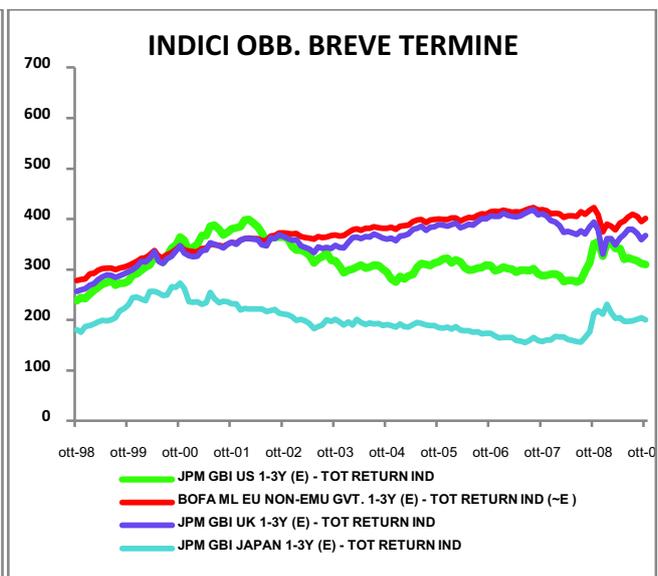
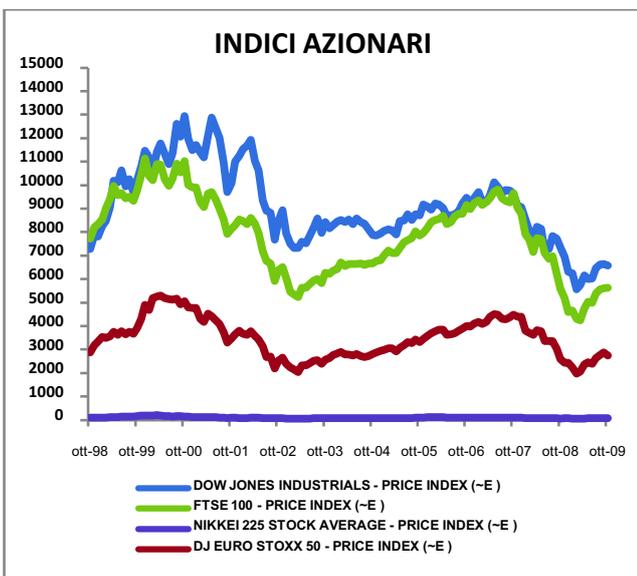
Riportiamo la rappresentazione grafica delle quotazioni mensili degli indici presi in considerazione per un periodo di 11 anni che ha inizio il 30 ottobre 1998 e termine il 30 ottobre 2009:

- GRAFICI SERIE STORICHE DEI PREZZI

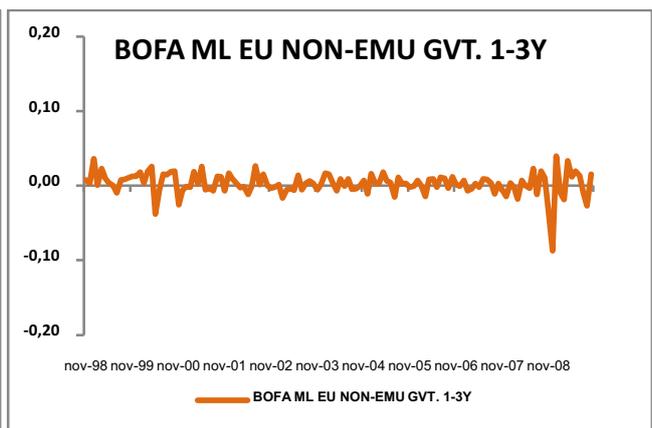
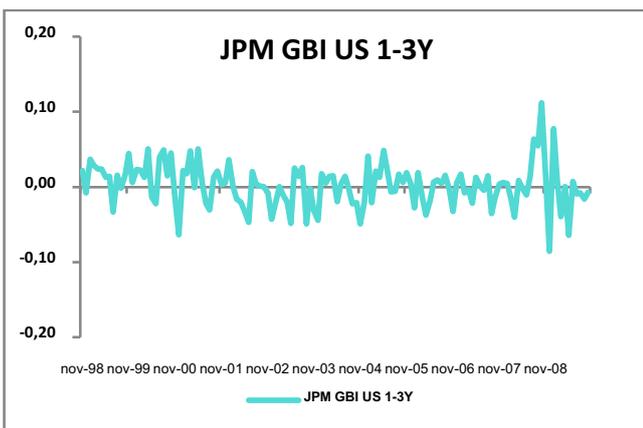
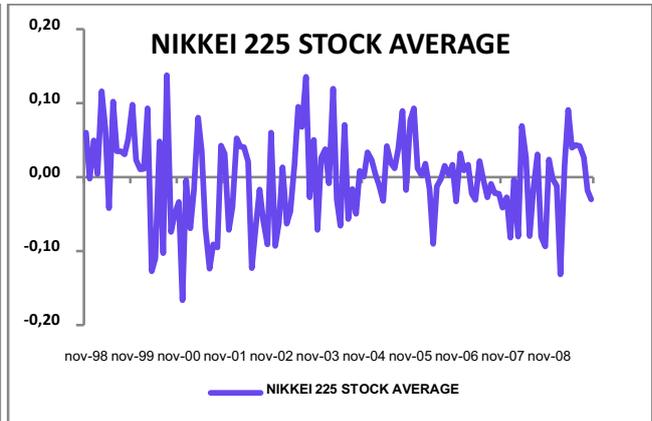
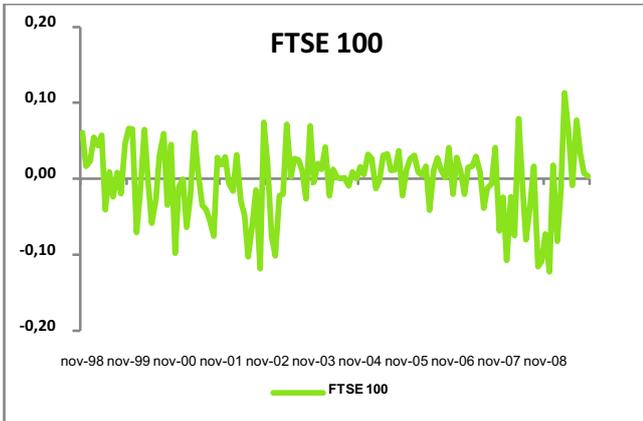
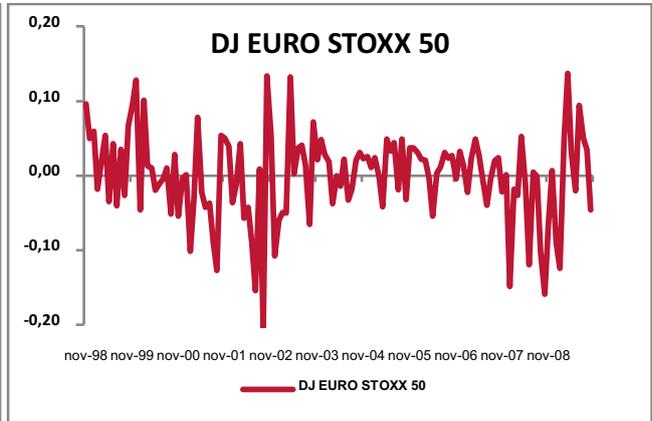
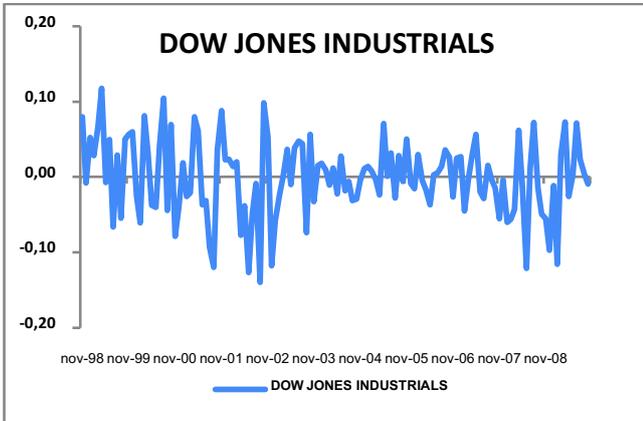


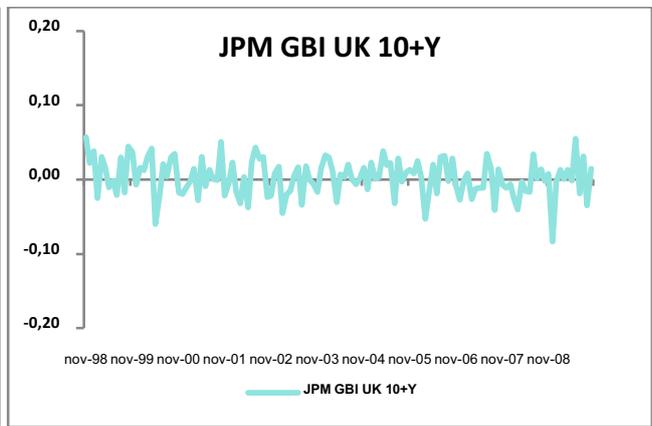
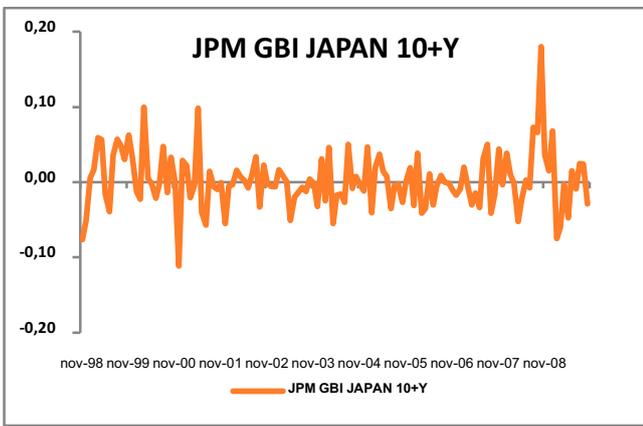
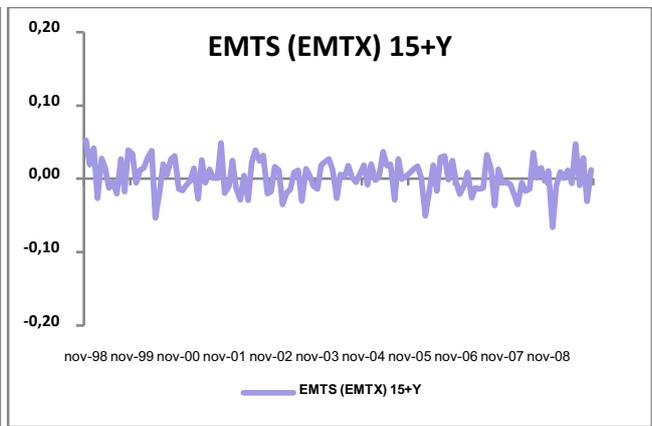
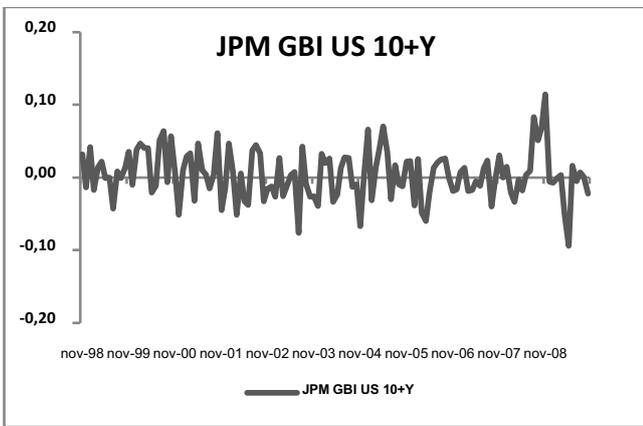
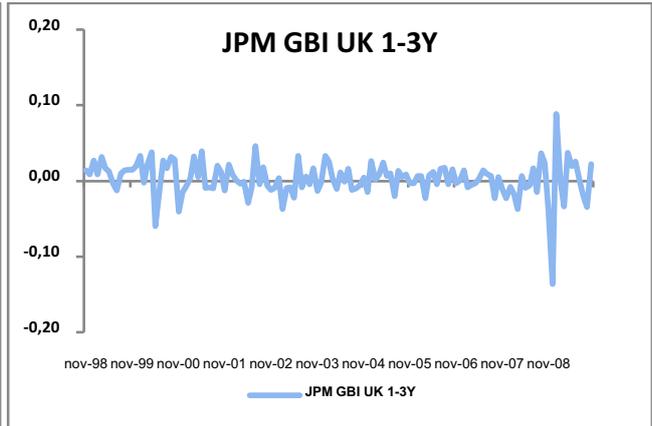
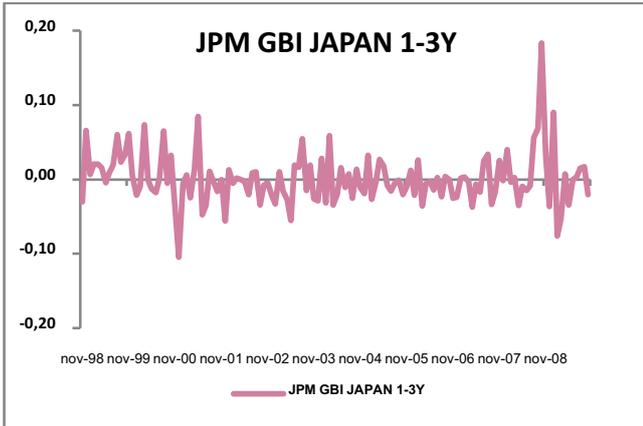


Dai grafici possiamo notare che per i primi tre indici azionari (DOW JONES INDUSTRIALS, DJ EURO STOXX 50, FTSE 100) si ha un periodo positivo tra la fine del 1998 e la fine del 2000, per poi iniziare una lenta discesa che giunge al suo punto più basso nella parte finale del 2002. Da qui ha inizio una lieve risalita fino alla fine del 2007 dove inizierà un nuovo calo. L'unico indice azionario che sembra non seguire il trend degli altri indici è il NIKKEI 225 STOCK AVERAGE che ha un andamento quasi lineare. Per quanto riguarda gli indici obbligazionari si evidenzia un andamento senza grosse variazioni. Gli indici obbligazionari a breve termine risultano più stabili e contenuti di quelli a lungo termine che presentano una variabilità leggermente più elevata.



- GRAFICI SERIE STORICHE DEI RENDIMENTI





Indicazioni analoghe alle precedenti ci vengono fornite dai grafici dei rendimenti. Anche in questo caso possiamo notare che gli indici azionari hanno un andamento meno contenuto e più variabile rispetto agli indici obbligazionari che hanno un andamento più regolare.

2.2.1 Stazionarietà delle serie storiche

La stazionarietà si riferisce alle caratteristiche del processo stocastico sottostante che ha generato la serie storica (con processo stocastico intendiamo l'insieme ordinato di variabili casuali dipendenti dal tempo). Un processo stocastico è stazionario se la sua media e la sua varianza non presentano cambiamenti di natura sistematica e se la sua dinamica non presenta variazioni strettamente periodiche.

Nel nostro studio per condurre un'analisi in termini corretti abbiamo bisogno di dati stazionari che ci permettano di utilizzare la storia passata delle serie storiche per prevedere il suo comportamento futuro.

Dai grafici precedenti le serie dei prezzi risultano essere non stazionarie, quindi procediamo all'analisi dei grafici relativi alla loro trasformazione in serie storiche di rendimenti. Dai grafici dei rendimenti le serie sembrano essere stazionarie ma un'analisi grafica non è sufficiente. Quindi, sapendo che la stazionarietà di una serie comporta l'assenza di autocorrelazione seriale, andremo ad analizzare i correlogrammi, ad eseguire il test Ljung-box ed il test ADF dove necessario.

- CORRELOGRAMMI (visualizzabili nell'appendice)

Dai correlogrammi verifichiamo se i coefficienti di autocorrelazione sono tutti interni alle bande di confidenza (livello del 95%). Nell'ipotesi in cui almeno un coefficiente esca dalle bande evidenziamo la presenza di autocorrelazione seriale e quindi di non stazionarietà della serie. Nel nostro caso le serie che sembrano essere autocorrelate sono: DOW JONES INDUSTRIALS, DJ EURO STOXX 50, NIKKEI 225 STOCK AVERAGE, BOFA ML EU NON-EMU GVT. 1-3Y, JPM GBI UK 1-3Y, JPM GBI JAPAN 1-3Y, JPM GBI US 10+Y, EMTS (EMTX) 15+Y, JPM GBI UK 10+Y, JPM GBI JAPAN 10+Y.

Per verificare in modo migliore l'autocorrelazione di questi indici considero i loro rispettivi test di Ljung-Box. Se accetto l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione le serie saranno stazionarie mentre se la rifiuto le serie sono autocorrelate e quindi non stazionarie.

- TEST LJUNG-BOX

Funzione di autocorrelazione per DOWJONESINDUSRT				Funzione di autocorrelazione per DJEUROSTOXX50			
LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]
1	0,0728	0,0728	0,7155 [0,398]	1	0,1343	0,1343	2,4353 [0,119]
2	-0,0380	-0,0435	0,9121 [0,634]	2	0,0712	0,0542	3,1259 [0,210]
3	0,0263	0,0326	1,0067 [0,800]	3	0,0728	0,0576	3,8520 [0,278]
4	0,0033	-0,0029	1,0082 [0,909]	4	0,1187	0,1010	5,7980 [0,215]
5	-0,0468	-0,0448	1,3135 [0,934]	5	0,0553	0,0222	6,2235 [0,285]
6	-0,0582	-0,0525	1,7886 [0,938]	6	0,0332	0,0090	6,3779 [0,382]
7	0,0451	0,0502	2,0759 [0,956]	7	-0,0312	-0,0541	6,5152 [0,481]
8	0,1154	0,1079	3,9769 [0,859]	8	0,1879 **	0,1870 **	11,5491 [0,172]
9	0,1732 **	0,1683 *	8,2918 [0,505]	9	-0,0722	-0,1321	12,2991 [0,197]
10	-0,0444	-0,0657	8,5777 [0,573]	10	-0,0579	-0,0529	12,7850 [0,236]

Funzione di autocorrelazione per NIKKEI225SA				Funzione di autocorrelazione per BOFAEU1_3Y			
LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]
1	0,1149	0,1149	1,7835 [0,182]	1	-0,0411	-0,0411	0,2280 [0,633]
2	0,1034	0,0914	3,2371 [0,198]	2	-0,0947	-0,0965	1,4470 [0,485]
3	0,1488 *	0,1303	6,2749 [0,099]	3	0,0961	0,0889	2,7145 [0,438]
4	-0,0493	-0,0895	6,6106 [0,158]	4	-0,1479 *	-0,1523 *	5,7361 [0,220]
5	0,0921	0,0844	7,7915 [0,168]	5	-0,1715 **	-0,1701 *	9,8320 [0,080]
6	0,0064	-0,0204	7,7973 [0,253]	6	0,0728	0,0244	10,5762 [0,102]
7	0,1328	0,1478 *	10,2934 [0,173]	7	-0,0328	-0,0382	10,7289 [0,151]
8	0,0528	-0,0075	10,6913 [0,220]	8	-0,0187	-0,0093	10,7790 [0,215]
9	0,0643	0,0594	11,2862 [0,257]	9	0,3101 ***	0,2631 ***	24,6071 [0,003]
10	-0,0340	-0,1088	11,4536 [0,323]	10	-0,0635	-0,0599	25,1909 [0,005]

Funzione di autocorrelazione per JPMGBIUK1_3Y				Funzione di autocorrelazione per JPMGBIJAPAN1_3Y			
LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]
1	-0,0252	-0,0252	0,0859 [0,769]	1	0,0955	0,0955	1,2313 [0,267]
2	-0,1069	-0,1076	1,6420 [0,440]	2	0,0302	0,0213	1,3555 [0,508]
3	0,0800	0,0752	2,5199 [0,472]	3	0,1528 *	0,1494 *	4,5589 [0,207]
4	-0,0566	-0,0656	2,9625 [0,564]	4	-0,2053 **	-0,2412 ***	10,3827 [0,034]
5	-0,1325	-0,1207	5,4071 [0,368]	5	-0,0554	-0,0142	10,8100 [0,055]
6	0,0605	0,0379	5,9212 [0,432]	6	-0,0495	-0,0636	11,1545 [0,084]
7	0,0358	0,0208	6,1022 [0,528]	7	0,0288	0,1264	11,2714 [0,127]
8	0,0035	0,0295	6,1039 [0,636]	8	0,0348	-0,0222	11,4442 [0,178]
9	0,2119 **	0,2044 **	12,5626 [0,183]	9	0,0377	0,0436	11,6490 [0,234]
10	0,0116	0,0116	12,5822 [0,248]	10	0,1142	0,0554	13,5399 [0,195]

Funzione di autocorrelazione per JPMGBIUS10_Y				Funzione di autocorrelazione per EMTSEMTX15_Y			
LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]
1	0,1484 *	0,1484 *	2,9730 [0,085]	1	0,1004	0,1004	1,3598 [0,244]
2	-0,0321	-0,0554	3,1134 [0,211]	2	-0,1445 *	-0,1562 *	4,2025 [0,122]
3	0,0708	0,0862	3,8016 [0,284]	3	0,1414	0,1800 **	6,9456 [0,074]
4	-0,0419	-0,0706	4,0442 [0,400]	4	0,0624	-0,0017	7,4845 [0,112]
5	-0,0443	-0,0191	4,3173 [0,505]	5	-0,0247	0,0188	7,5695 [0,182]
6	-0,0959	-0,1015	5,6088 [0,468]	6	-0,1234	-0,1467 *	9,7062 [0,138]
7	0,0537	0,0952	6,0165 [0,538]	7	-0,0670	-0,0455	10,3411 [0,170]
8	-0,1627 *	-0,2080 **	9,7918 [0,280]	8	0,1159	0,0981	12,2570 [0,140]
9	-0,0533	0,0398	10,1998 [0,335]	9	-0,0007	-0,0060	12,2571 [0,199]
10	0,0330	-0,0188	10,3575 [0,410]	10	-0,0044	0,0638	12,2599 [0,268]

Funzione di autocorrelazione per JPMGBIUK10_Y				Funzione di autocorrelazione per JPMGBIJAPAN10_Y			
LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]
1	-0,0400	-0,0400	0,2164 [0,642]	1	0,1108	0,1108	1,6570 [0,198]
2	0,0046	0,0030	0,2193 [0,896]	2	0,0138	0,0016	1,6829 [0,431]
3	-0,0231	-0,0229	0,2928 [0,961]	3	0,1055	0,1051	3,2101 [0,360]
4	-0,1246	-0,1268	2,4394 [0,656]	4	-0,1561 *	-0,1835 **	6,5763 [0,160]
5	0,0163	0,0062	2,4762 [0,780]	5	-0,0653	-0,0267	7,1709 [0,208]
6	-0,0342	-0,0337	2,6408 [0,852]	6	-0,0642	-0,0690	7,7495 [0,257]
7	-0,0536	-0,0641	3,0472 [0,881]	7	0,0583	0,1200	8,2306 [0,313]
8	-0,0363	-0,0578	3,2355 [0,919]	8	0,0069	-0,0356	8,2374 [0,411]
9	0,2142 **	0,2165 **	9,8337 [0,364]	9	-0,0787	-0,0781	9,1285 [0,425]
10	-0,0673	-0,0671	10,4896 [0,399]	10	0,0626	0,0374	9,6963 [0,468]

Come si nota dagli output le serie dei rendimenti che accettano l'ipotesi nulla di assenza di autocorrelazione sono: DOW JONES INDUSTRIALS, DJ EURO STOXX 50, NIKKEI 225 STOCK AVERAGE, JPM GBI UK 1-3Y, EMTS (EMTX) 15+Y, JPM GBI JAPAN 10+Y.

L'unica serie che risulta fortemente autocorrelata è BOFA ML EU NON-EMU GVT. 1-3Y mentre risulta leggermente autocorrelata JPM GBI JAPAN 1-3Y.

Andrò quindi ad eseguire il test ADF (Augmented Dickey-Fuller) sulle due serie che presentano autocorrelazione. Per avere una serie stazionaria il test dovrà rifiutare l'ipotesi nulla che corrisponde alla presenza di una radice unitaria.

- TEST ADF

<p>Test Dickey-Fuller aumentato per BOFAMLEU_3Y incluso un ritardo di (1-L)BOFAMLEU_3Y Ampiezza campionaria 130 Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$</p> <p>Test con costante Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$ Coeff. di autocorrel. del prim'ordine per e: -0,006 Valore stimato di $(a - 1)$: -0,687097 Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -6,39411$ p-value asintotico 1,275e-008</p> <p>Con costante e trend Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$ Coeff. di autocorrel. del prim'ordine per e: -0,006 Valore stimato di $(a - 1)$: -0,689732 Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -6,37282$ p-value asintotico 1,328e-007</p>	<p>Test Dickey-Fuller aumentato per JPMGBIJAPAN10_Y incluso un ritardo di (1-L)JPMGBIJAPAN10_Y Ampiezza campionaria 130 Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$</p> <p>Test con costante Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + \dots + e$ Coeff. di autocorrel. del prim'ordine per e: 0,002 Valore stimato di $(a - 1)$: -0,905613 Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -7,76148$ p-value asintotico 2,467e-012</p> <p>Con costante e trend Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$ Coeff. di autocorrel. del prim'ordine per e: 0,001 Valore stimato di $(a - 1)$: -0,907281 Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -7,75518$ p-value asintotico 1,225e-011</p>
--	--

Dai risultati del test ADF si nota che l'ipotesi nulla di presenza di radice unitaria viene rifiutata in entrambi i casi. Dunque possiamo concludere che le serie sono stazionarie.

2.3 Analisi descrittive

Per ogni serie di rendimenti ci siamo calcolati alcune statistiche descrittive che ci interessano particolarmente. Oltre a calcolarci la stima di media, mediana, deviazione standard, minimo, massimo, risulta importante verificare se le serie degli indici presi in considerazione sono distribuite come una normale. Per verificare la normalità dei dati ricorremo alla statistica-test proposta da Jarque-Bera, che si basa sui momenti empirici di terzo e quarto grado: l'indice di asimmetria, che valuta la simmetria della distribuzione attorno al valore atteso, e l'indice di curtosi, che misura la probabilità di osservare rendimenti lontani dal valore atteso. Sotto l'ipotesi nulla di normalità la statistica-test è asintoticamente distribuita come una variabile casuale X_2^2 . Se il valore osservato supera il valore teorico corrispondente al X_2^2 per un prefissato livello di significatività allora l'ipotesi verrà rifiutata.

- TABELLA STATISTICHE DESCRITTIVE

Name	DOW J. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
Media	-0,0008	-0,0004	-0,0024	-0,0021	0,0020	0,0028	0,0027	0,0008	0,0036	0,0029	0,0027	0,0018
Median	-0,0018	0,0079	0,0051	0,0024	0,0037	0,0028	0,0037	-0,0030	0,0035	0,0032	0,0021	-0,0023
Dev.st.	0,0509	0,0594	0,0465	0,0601	0,0287	0,0148	0,0235	0,0347	0,0334	0,0223	0,0247	0,0378
Min	-0,1398	-0,2062	-0,1228	-0,1667	-0,0854	-0,0872	-0,1364	-0,1048	-0,0937	-0,0661	-0,0839	-0,1112
Max	0,1178	0,1370	0,1130	0,1380	0,1120	0,0399	0,0888	0,1837	0,1143	0,0526	0,0569	0,1806
Asimm.	-0,3324	-0,5913	-0,5397	-0,1546	0,1972	-1,7366	-1,3543	1,2816	0,1285	-0,2386	-0,3693	0,8103
Ec. Curt.	0,1616	1,2071	0,2360	-0,1538	1,5857	10,1018	9,5507	5,8257	0,5522	-0,0473	0,3584	3,5360
Test J.B.	2,575	15,708	6,715	0,656	14,685	627,595	542,034	222,800	2,040	1,265	3,707	83,215
P-value	0,2760	0,0004	0,0348	0,7203	0,0006	0,0000	0,0000	0,0000	0,3606	0,5314	0,1567	0,0000

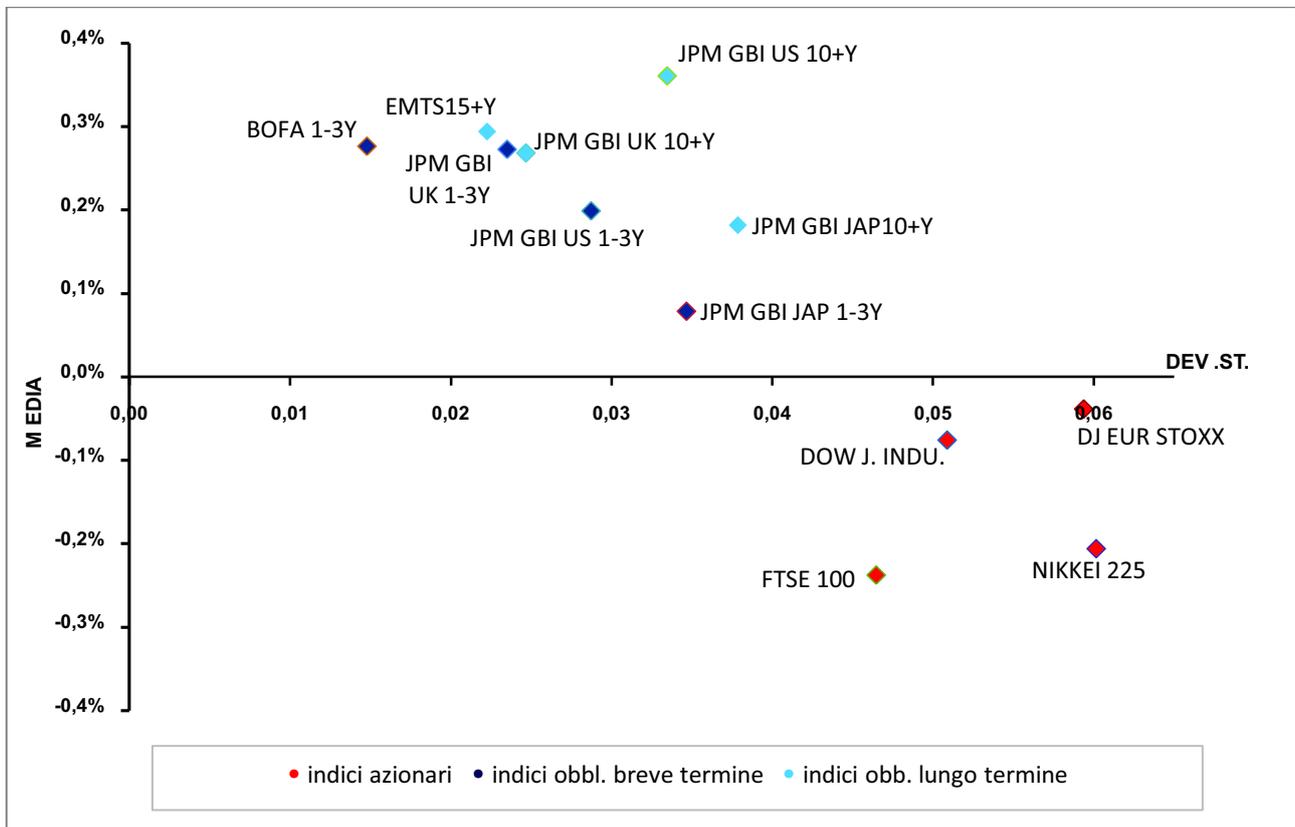
Dalla tabella osserviamo che i rendimenti mensili di tutti gli indici sono compresi tra lo -0,24% e lo 0,36%. Inoltre risulta evidente che gli indici azionari hanno tutti rendimenti negativi, mentre quelli obbligazionari hanno tutti rendimenti positivi.

Per quanto riguarda il rischio di ogni indice notiamo che la deviazione standard, ovvero la radice quadrata della varianza, risulta più elevata per gli asset azionari rispetto a quelli obbligazionari. Ciò sta a dimostrare la maggior dispersione attorno alla media per gli indicatori azionari mentre per i bond abbiamo una dispersione più contenuta.

Proseguendo con l'analisi della tabella, si evidenzia che i valori del test di Jarque-Bera risultano molto elevati per la maggior parte delle distribuzioni dei rendimenti e quindi rifiutano l'ipotesi nulla di normalità. Questo ci viene confermato analizzando i p-value che risultano nulli o inferiori allo 0,05. Le uniche distribuzioni che risultano essere normali e che quindi accettano l'ipotesi nulla sono: DOW JONES INDUSTRIALS, NIKKEI 225 STOCK AVERAGE, JPM GBI US 1-10Y, EMTS (EMTX) 15+Y, JPM GBI UK 10+Y.

Utilizzando le stime riportate nella tabella delle analisi descrittive ci siamo costruiti due grafici significativamente importante per il nostro studio:

- **GRAFICO RISCHIO – RENDIMENTO**

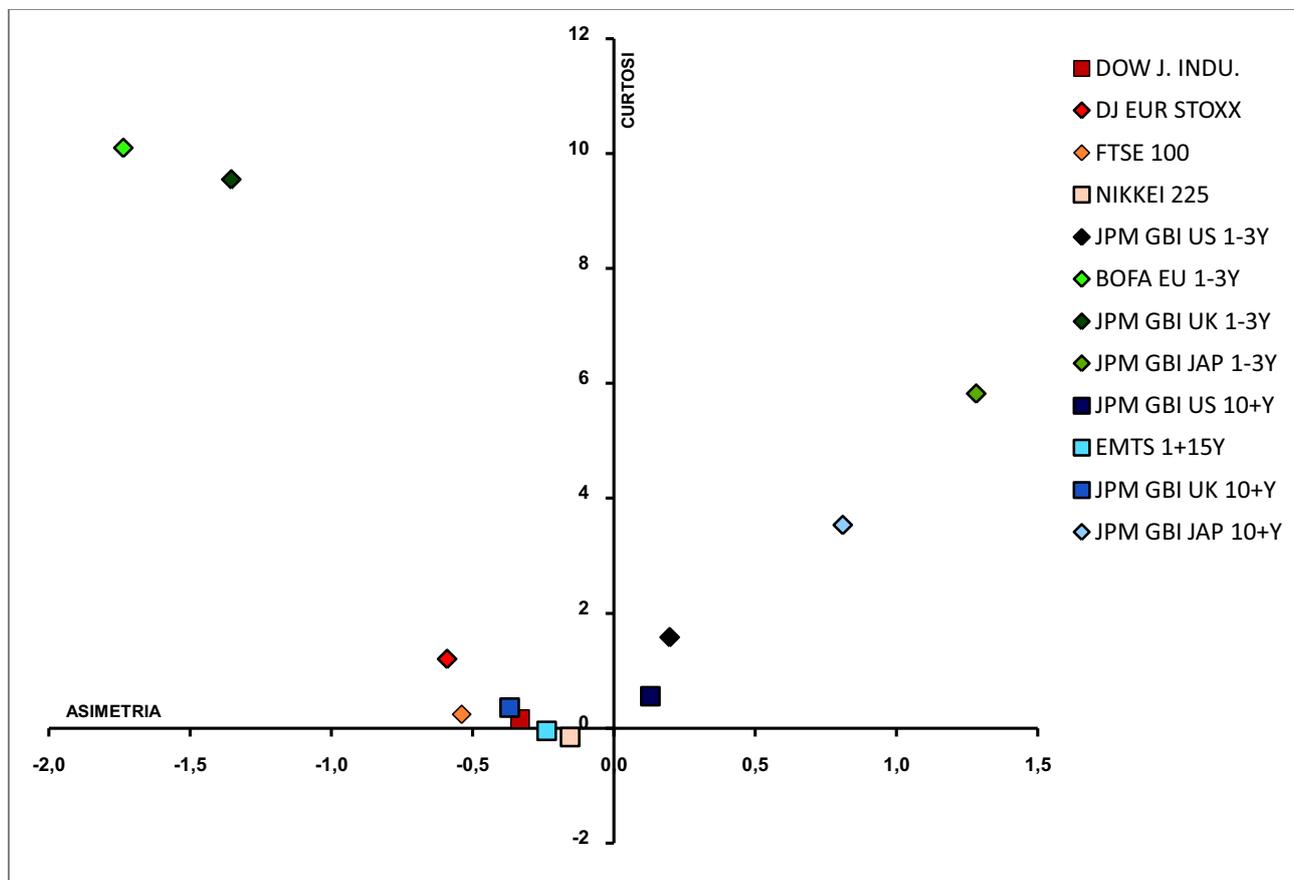


In questo grafico sono rappresentati i 12 indici in funzione del loro rendimento (Media) e del loro rischio (dev.st.). Dalla teoria sappiamo che per rischi minori si ottengono rendimenti più contenuti mentre per rischi maggiori ottengo rendimenti più elevati.

Nel nostro caso stiamo considerando le statistiche descrittive che, a differenza del modello di Markowitz con la FE, non sono molto attendibili.

Analizzando il grafico possiamo notare che i risultati non corrispondono alla teoria. Si nota infatti che all'aumentare del rischio i rendimenti diminuiscono. In particolare dagli indici obbligazionari otteniamo rendimenti minori in corrispondenza di rischi maggiori e per gli indici azionari otteniamo sempre rendimenti penalizzanti e negativi.

- GRAFICO ASIMMETRIA – CURTOSI



In questo grafico sono rappresentati i 12 indici in funzione della loro curtosi e della loro asimmetria. Per eccesso di curtosi e asimmetria tendente a zero mi aspetto una distribuzione normale.

I cinque indicatori rappresentati da un quadratino sembrano esser normali e corrispondono a due indici azionari DOW JONES INDUSTRIALS, NIKKEI 225 STOCK AVERAGE e a tre indici obbligazionari a lungo termine JPM GBI US 10+Y, EMTS (EMTX) 15+Y , JPM GBI UK 10+Y.

CAPITOLO 3: Allocazione di Markowitz

3.1 Modello di Markowitz

Il modello di Markowitz, definito anche media-varianza, propone di spiegare le scelte d'investimento adottate dagli investitori razionali che, avversi al rischio, selezionano quei portafogli definiti "efficienti" che rappresentano le migliori combinazioni tra rischio e rendimento atteso. Gli investitori suddividono il loro capitale tra più assets con lo scopo di massimizzare il proprio guadagno e di minimizzare il rischio.

In particolare il criterio media-varianza vuole evidenziare i portafogli efficienti che rappresentano le migliori opportunità tra rischio e rendimento atteso. Definiamo come portafoglio efficiente quel portafoglio che dà il maggior rendimento per un dato rischio (scarto quadratico medio), o il minor rischio per un dato rendimento atteso.

Nel processo di selezione del portafoglio Markowitz, basandosi sulle aspettative che si possono fare sui portafogli dei titoli o indici, si arriva alla costruzione e alla selezione del portafoglio migliore.

Al termine del processo di selezione gli investitori avranno a loro disposizione informazioni sufficienti per decidere su quali mercati finanziari o assets impiegare le proprie risorse.

Quindi, partendo dal presupposto che il rischio di un investimento può esser definito come l'eccessiva volatilità dell'investimento stesso e comporta la possibilità che il risultato finale della scelta compiuta dall'investitore sia differente da quella attesa, l'investitore:

1. a parità di rendimento preferirà il rischio minore dato che predilige minimizzare il rischio;
2. a parità di rischio preferirà il maggior rendimento dato che predilige massimizzare il rendimento per avere una ricchezza maggiore.

Riassumendo l'obiettivo del modello di Markowitz è quello di selezionare quei portafogli che a parità di rendimento presentano il più basso rischio possibile oppure quelli che a parità di rischio presentano il rendimento maggiore. Si può affermare che non esiste un portafoglio ideale che soddisfi le esigenze e gli obiettivi di tutti gli investitori ma infiniti possibili portafogli ideali, commisurati alle differenti preferenze al rischio dell'investitore.

Il modello di Markowitz presenta ipotesi di partenza che risultano fondamentali per comprendere la teoria della selezione del portafoglio:

1. gli investitori intendono massimizzare la ricchezza finale e sono avversi al rischio;
2. il periodo di investimento è uguale per tutti gli investitori (l'arco temporale degli investitori viene considerato unico e non è suscettibile a variazione; dopo aver stabilito il periodo temporale di riferimento per l'investimento, il rendimento e il rischio sono valutati sull'orizzonte temporale in questione);
3. il valore atteso e la deviazione standard sono gli unici parametri che guidano la scelta;
4. i costi di transizione e le imposte sono nulli;

5. il mercato è perfettamente concorrenziale.

In questo capitolo, basandoci sulla teoria di Markowitz, andremo a calcolarci ed ad analizzare la frontiera efficiente senza titolo rischioso (risk-free) e con titolo rischioso, alcune frontiere efficienti vincolate e la frontiera efficiente escludendo i titoli azionari.

In generale la frontiera efficiente è definita come l'insieme dei portafogli ottimali di investimento, ossia portafogli caratterizzati dalla minima varianza ammissibile per un dato livello di rendimento atteso.

3.2 Frontiera efficiente senza risk-free

L'insieme di portafogli efficienti che costituiscono la Frontiera Efficiente (FE) è determinato dalla soluzione di uno dei due problemi di ottimo:

- massimizzare il valore atteso del rendimento del portafoglio sotto il vincolo di un dato livello di varianza $\hat{\sigma}^2$:

$$\max_{(\omega)} \{ E(r_p) \} \quad s.v. \quad \text{Var}(r_p) = \hat{\sigma}^2$$

- minimizzare la varianza del rendimento del portafoglio sotto il vincolo di un dato livello di valore atteso $\hat{\mu}$:

$$\min_{(\omega)} \{ \text{Var}(r_p) \} \quad s.v. \quad E(r_p) = \hat{\mu}$$

Scegliamo di risolvere il problema di minimo per determinare l'insieme dei portafogli efficienti, sotto l'ipotesi che l'investitore investa tutta la ricchezza disponibile in assets rischiosi. Quindi fissiamo un livello di rendimento medio per il portafoglio μ_{p^*} e risolviamo il problema di ottimizzazione che possiamo rappresentare in notazione matriciale nel seguente modo:

$$\min_{(\omega)} \{ \sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega \}$$

$$s.v. \quad \begin{cases} \omega' \mu = \mu_{p^*} \\ \omega' 1 = 1 \end{cases}$$

La cui soluzione è:

$$\omega_* = \lambda_* \Sigma^{-1} \mu + \gamma_* \Sigma^{-1} i$$

dove:

$$\lambda_* = \frac{c \mu_{p^*} - b}{\delta} \quad \gamma_* = \frac{a - b \mu_{p^*}}{\delta}$$

$$a = \mu' \Sigma^{-1} \mu \quad b = \mu' \Sigma^{-1} i \quad c = i' \Sigma^{-1} i \quad \delta = a c - b^2$$

Indicando con ω il vettore dei pesi, con μ il vettore dei rendimenti medi degli indici e con Σ la matrice di varianza e covarianza.

La frontiera efficiente senza titolo non rischioso è un'iperbole di equazione:

$$\sigma_{p^*} = \sqrt{\frac{c \cdot \mu_{p^*}^2 - 2 \cdot b \cdot \mu_{p^*} + a}{\delta}}$$

con vertice in $\left(\frac{1}{\sqrt{c}}, \frac{b}{c}\right)$.

Per il teorema di separazione in due fondi, tutti i portafogli sulla frontiera efficiente si possono scrivere come combinazione lineare convessa di due portafogli particolari entrambi situati sulla frontiera efficiente.

$$\begin{aligned}\omega_* &= \lambda_* \cdot b \cdot \frac{\Sigma^{-1}\mu}{b} + \gamma_* \cdot c \cdot \frac{\Sigma^{-1}i}{c} \\ &= \lambda_* \cdot b \cdot \omega_E + \gamma_* \cdot c \cdot \omega_V\end{aligned}$$

con $i' \cdot \omega_E = i' \cdot \omega_V = 1$

I due portafogli presi in considerazione sono:

- il portafoglio E, appartenente alla frontiera efficiente, che presenta il miglior trade-off rendimento atteso-rischio. Il suo rendimento atteso e il suo rischio sono:

$$\mu_E = \frac{a}{b} \quad \sigma_E = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

- il portafoglio V, appartenente alla frontiera efficiente, con la varianza più piccola e corrispondente al vertice della parabola. Il suo rendimento atteso e il suo rischio sono:

$$\mu_V = \frac{b}{c} \quad \sigma_V = \frac{1}{\sqrt{c}}$$

Sfruttando questa analisi teorica ci siamo costruiti la frontiera efficiente senza titolo non rischioso e siamo andati a collocare i portafogli V ed E.

- DATI UTILIZZATI PER I CALCOLI

✓ Rendimenti attesi e vettore i

Name	DOW J. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
Media	-0,0008	-0,0004	-0,0024	-0,0021	0,0020	0,0028	0,0027	0,0008	0,0036	0,0029	0,0027	0,0018
i	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

✓ Matrice varianza covarianza (vedi capitolo 2 - sottoparagrafo 2.1.1)

- ✓ Tabella valori a, b, c, δ :

Name	a	b	c	δ
Valore	0,1502	37,515	13093,6	558,991

- ✓ Portafogli V ed E:

Name	DOW J. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
ω_V	-0,0898	0,0674	-0,0041	-0,0013	0,1160	1,9253	-1,0221	0,0320	0,0401	-0,0051	-0,0683	0,0099
ω_E	-0,0187	0,1546	-0,2215	-0,0083	-0,0557	1,6460	-0,4870	-0,0244	0,1439	0,8789	-1,0232	0,0156

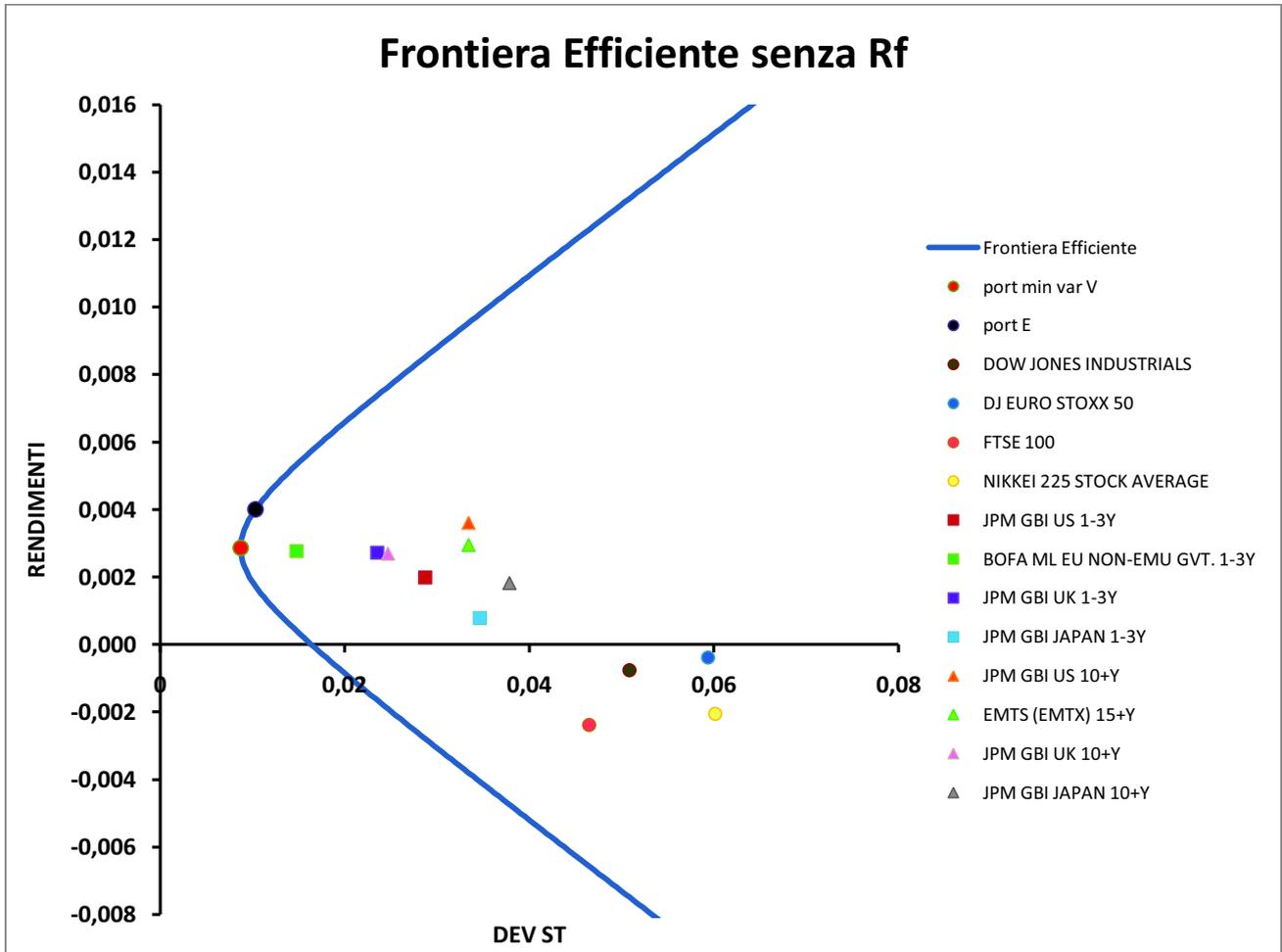
	μ	σ^2	σ
Portafoglio V	0,00287	0,00008	0,00874
Portafoglio E	0,00400	0,00011	0,01033

Dalla tabella si evidenzia che passando dal portafoglio V al portafoglio E la quota di ricchezza da investire negli indici azionari aumenta, mentre la quota corrispondente agli indici obbligazionari diminuisce. Questo perché gli assets azionari sono più rischiosi, quindi è normale che nel portafoglio a minima varianza i pesi siano minori. Inoltre si può notare che il portafoglio E ha un rendimento e un rischio maggiore rispetto al portafoglio V, ciò va a confermare quanto espresso nella parte teorica.

- ✓ Valori per il grafico: la frontiera efficiente è formata da infiniti punti, quindi per calcolarla son partito da un rendimento negativo arbitrario (-0,05) e sono andato a calcolarmi tutti i punti successivi fino ad un rendimento positivo (0,02). Imponendo tra i rendimenti un intervallo molto ristretto (+0,001) ottengo un'ottima approssimazione della FE.

μ	σ^2	σ
-0,05000	0,06554	0,25601
-0,04990	0,06529	0,25552
-0,04980	0,06504	0,25504
-0,04970	0,06480	0,25455
..
..
0,01980	0,00679	0,08243
0,01990	0,00687	0,08291
0,02000	0,00695	0,08339

- GRAFICO FRONTIERA EFFICIENTE SENZA TITOLO NON RISCHIOSO



L'iperbole ottenuta rappresenta lo spazio contenente tutti i portafogli efficienti ottenibili dagli indici prescelti. Sulla frontiera efficiente senza titolo privo di rischio sono marcati il portafoglio con varianza minima V e il portafoglio con il maggior trade-off rendimento atteso-rischio E.

3.3 Frontiera efficiente con risk-free

Consideriamo ora la possibilità di investire anche in un titolo privo di rischio, mantenendo la condizione che l'agente investa tutta la sua ricchezza disponibile.

Indichiamo con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con ω_0 la quota investita nel titolo privo di rischio.

Quindi il vincolo delle quote (somma ad uno) sarà il seguente:

$$\omega_0 = 1 - \sum_{i=1}^N \omega_i = 1 - \omega' \cdot i$$

Il rendimento del portafoglio diventerà:

$$r_p = \sum_{i=0}^N \omega_i \cdot r_i = (1 - \sum_{i=1}^N \omega_i) \cdot r_0 + \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot r_i = r_0 + \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot (r_i - r_0)$$

Il rendimento atteso e la varianza saranno rispettivamente:

$$\mu_p = E \left(\sum_{i=0}^N \omega_i \cdot r_i \right) = r_0 + \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot (\mu_i - \mu_0)$$

$$\sigma_p^2 = \text{Var} \left(\sum_{i=0}^N \omega_i \cdot r_i \right) = \omega' \Sigma \omega$$

Il nuovo problema di ottimizzazione avrà come vincolo l'uguaglianza tra i rendimenti medi netti dei titoli rischiosi e il rendimento medio netto del portafoglio e risulta essere:

$$\min_{(\omega)} \{ \sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega \}$$

$$s.v. \quad \omega' (\mu - r_0 \cdot i) = (\mu_{p^*} - r_0)$$

Risolvendo si ottiene che la funzione della frontiera efficiente con il titolo privo di rischio è la seguente:

$$\sigma_{p^*} = \frac{\mu_{p^*} - r_0}{\sqrt{a - 2 \cdot b \cdot r_0 + c \cdot r_0^2}}$$

Con μ_{p^*} e σ_{p^*} indichiamo rispettivamente il rendimento e il rischio del portafoglio efficiente. Introducendo il titolo privo di rischio un qualunque portafoglio efficiente ha il rendimento medio ed il rischio collegati da una relazione lineare denominata Capital Market Line (CML):

$$\mu_{p^*} = r_0 + \left(\sqrt{a - 2 \cdot b \cdot r_0 + c \cdot r_0^2} \right) \cdot \sigma_{p^*}$$

La sua pendenza, che indicheremo con p_{s^*} , è chiamata Performance di Sharpe ed è la massima raggiungibile con gli indici presi in considerazione. Questo indicatore è largamente utilizzato come misura della performance di un portafoglio o di un titolo.

La p_{s^*} esprime il rendimento di un portafoglio al netto del risk-free in rapporto al rischio.

$$p_{s^*} = \frac{\sqrt{a - 2 \cdot b \cdot r_0 + c \cdot r_0^2}}{\sigma_{p^*}} = \frac{\mu_{p^*} - r_0}{\sigma_{p^*}}$$

Sulla CML si collocano due portafogli importanti:

- il portafoglio in cui si investe tutta la ricchezza disponibile solo nel titolo privo di rischio, nel quale avremo rendimento medio uguale al rendimento del titolo non rischioso e varianza nulla.

$$\omega_0 = 1 \quad \mu_{p^*} = r_0 \quad \sigma_{p^*} = 0$$

- il portafoglio M in cui si investe tutta la ricchezza solo negli assets rischiosi, questo portafoglio si trova anche sulla frontiera efficiente senza titolo privo di rischio e precisamente è il punto di tangenza tra le due frontiere. Il rendimento medio, la deviazione standard e il relativo vettore delle quote sono dati dalla seguenti espressioni:

$$\mu_M = \frac{a - b \cdot r_0}{b - c \cdot r_0} \quad \sigma_M = \frac{\sqrt{a - 2 \cdot b \cdot r_0 + c \cdot r_0^2}}{b - c \cdot r_0} \quad \omega_M = \frac{\Sigma^{-1} \cdot (\mu - r_0 \cdot i)}{b - c \cdot r_0}$$

Inoltre risulta importante descrivere una proprietà che accomunano tutti i portafogli sulla CML e consiste nella possibilità di esprimere le quote dei titoli rischiosi in proporzione alle quote del portafoglio M:

$$\omega_* = (1 - \omega_{0*}) \cdot \omega_M$$

Da questa proprietà deduciamo che l'investitore allocherà la propria ricchezza scegliendo un portafoglio situato sulla CML e permetterà di discriminare tra varie possibili scelte di investimento. Più precisamente avremo i seguenti casi:

- l'agente può investire tutta la ricchezza nel titolo privo di rischio ($\omega_0 = 1$, $\omega_M = 0$);
- l'agente può investire tutta la ricchezza nel titolo rischioso ($\omega_0 = 0$, $\omega_M = 1$);
- l'agente muovendosi lungo la CML da r_0 ad M investirà sempre meno nel titolo privo di rischio e acquisterà quote via via maggiori di titoli rischiosi, quindi darà a prestito al tasso r_0 ;
- l'agente procedendo oltre M investirà più del 100% in titoli rischiosi, ossia investe una quantità di ricchezza più grande di quanto possieda quindi prenderà a prestito al tasso r_0 .

Sfruttando questa analisi teorica ci siamo costruiti la frontiera efficiente con titolo non rischioso e siamo andati a collocarla nel grafico rischio-rendimento assieme alla frontiera efficiente senza titolo privo di rischio.

- DATI UTILIZZATI PER I CALCOLI

- ✓ Rendimenti attesi e vettore i

Name	DOW J. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
Media	-0,0008	-0,0004	-0,0024	-0,0021	0,0020	0,0028	0,0027	0,0008	0,0036	0,0029	0,0027	0,0018
i	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

- ✓ Matrice varianza covarianza (vedi capitolo 2 - sottoparagrafo 2.1.1)

- ✓ Tabella valori a , b , c , δ , r_0 :

Name	a	b	c	δ	r_0
Valore	0,1436	35,989	13093,6	584,685	0,00263

Nel calcolo della frontiera efficiente consideriamo un asset con varianza nulla, ossia non rischioso, che chiameremo risk-free.

Formalmente il rendimento di questo asset è una variabile casuale con rendimento atteso r_0 e varianza nulla. Nella pratica è difficile trovare asset che abbiano una variabilità nulla e quindi sceglieremo un asset con variabilità che si approssima allo 0. Nel nostro caso abbiamo scelto l'indice JPM EURO CASH 1M. La relativa serie storica dei prezzi e dei rendimenti è riportata in appendice.

- ✓ Portafogli V, E ed M:

Name	DOW J. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
ω_V	-0,0898	0,0674	-0,0041	-0,0013	0,1160	1,9253	-1,0221	0,0320	0,0401	-0,0051	-0,0683	0,0099
ω_E	-0,0187	0,1546	-0,2215	-0,0083	-0,0557	1,6460	-0,4870	-0,0244	0,1439	0,8789	-1,0232	0,0156
ω_M	1,6006	2,3232	-5,4594	-0,1803	-4,0726	-3,1120	11,353	-1,3497	2,6825	22,154	-24,082	0,1629

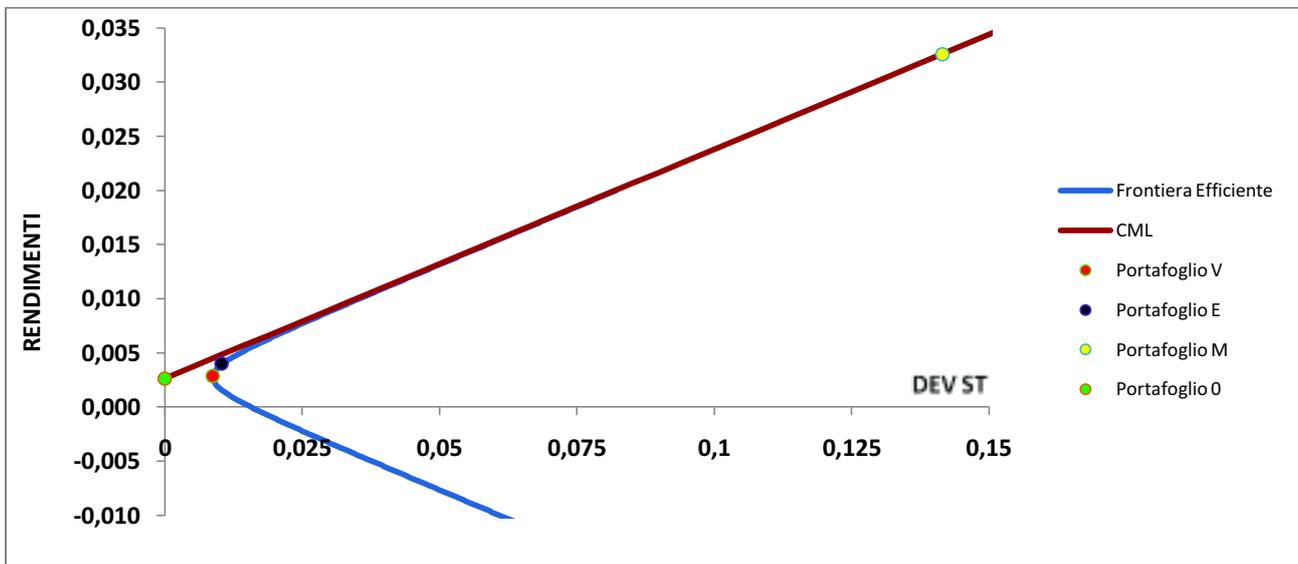
	μ	σ^2	σ
Portafoglio V	0,00287	0,00008	0,00874
Portafoglio E	0,00400	0,00011	0,01033
Portafoglio M	0,03260	0,01938	0,14151

Dalla tabella, come ci aspettavamo, si evidenzia che passando dal portafoglio V al portafoglio E al portafoglio M il rendimento e il rischio aumentano, ciò va a

confermare quanto espresso nella parte teorica in cui abbiamo detto che all'aumentare del rischio aumenta il rendimento.

- ✓ Valori per il grafico: con un procedimento simile a quello utilizzato per la frontiera efficiente senza risk-free ci siamo calcolati la frontiera efficiente con risk-free. Partendo dal rendimento del titolo non rischioso (0,00263) sono andato a calcolarmi tutti i punti successivi fino ad un rendimento arbitrario (0,04263). Imponendo tra i rendimenti un intervallo molto ristretto (+0,001) ottengo un'ottima approssimazione della FE con titolo non rischioso.

μ	σ
0,00263	0,00000
0,00363	0,00472
0,00463	0,00945
0,00563	0,01417
..	..
..	..
0,04063	0,17948
0,04163	0,18421
0,04263	0,18893



L'iperbole blu corrisponde alla frontiera efficiente senza tasso privo di rischio che abbiamo calcolato in precedenza. Su questa curva sono marcati il portafoglio con varianza minima V e il portafoglio con il maggior trade-off rendimento atteso-rischio E.

La frontiera efficiente con titolo non rischioso, che ha intercetta pari al rendimento del risk-free ed è tangente alla FE senza titolo non rischioso, corrisponde alla CML. Il portafoglio M è il punto di tangenza tra la FE senza risk-free e la capital market line.

3.4 Performance di Sharpe

La Performance di Sharpe, che indicheremo con p_s , è un indice molto utilizzato per misurare la performance di un generico portafoglio e rappresenta la misura del premio al rischio determinata sulla singola unità di rischio assunta.

Indicando con μ_p il rendimento di un portafoglio generico, con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con σ_p il rischio del portafoglio in esame, la formula matematica dell'indice p_s risulta essere la seguente:

$$p_s = \frac{\mu_p - r_0}{\sigma_p}$$

Sappiamo che più alto è il suo valore più alta sarà la performance del portafoglio e ciò ci permette di stabilire quale tra due o più portafogli è il migliore.

I portafogli con la massima performance di Sharpe raggiungibile sono situati lungo la capital market line e il loro indice massimo p_{s^*} , che corrisponde alla pendenza della retta, è calcolato nel seguente modo:

$$p_{s^*} = \frac{\mu_M - r_0}{\sigma_M}$$

Indicando con μ_M il rendimento del portafoglio di tangenza, con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con σ_M il rischio del portafoglio di tangenza.

3.4.1 Performance di Sharpe su singolo indice

Per studiare quanto rende mediamente ciascuno dei dodici indici considerati nella nostra tesi e quale tra i portafogli V, E, M ha una performance maggiore andiamo a sfruttare la distribuzione asintotica della Performance di Sharpe.

Il test \widehat{ps} , che ci permette di verificare l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero delle singole performance, si distribuisce nel seguente modo:

$$\widehat{ps} \sim_{app} N\left(ps, \frac{1}{T} \cdot \left(1 + \frac{ps^2}{2}\right)\right)$$

Nei nostri calcoli abbiamo ottenuto i seguenti risultati:

Name	DOWJ. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM US 1-3Y	BOF. 1-3Y	JPM UK 1-3Y	JPM JAP 1-3Y	JPM US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM UK 10+Y	JPM JAP 10+Y	V	E	M
PS	-0,067	-0,051	-0,108	-0,078	-0,022	0,032	0,002	-0,055	0,029	0,016	0,002	-0,022	0,026	0,133	0,228
σ_{ps}	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,0871	0,0874	0,0882
Test	-0,765	-0,584	-1,235	-0,895	-0,257	0,366	0,021	-0,627	0,334	0,180	0,023	-0,248	0,303	1,516	2,582
P-val.	0,444	0,559	0,217	0,371	0,797	0,714	0,984	0,530	0,738	0,857	0,981	0,804	0,762	0,130	0,010

Analizzando indice per indice notiamo che gli indici azionari hanno tutti performance di Sharpe negativa, dovuta al proprio rendimento medio e ad un errore standard praticamente costante.

Mentre la maggior parte degli indici obbligazionari ha una performance positiva.

Inoltre dall'analisi della statistica-test di Sharpe risulta che tutti gli indici accettano l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero. Questo sta ad indicare che tutti gli indici hanno Performance di Sharpe nulla e che quindi hanno reso mediamente quanto il tasso privo di rischio.

Ora prendendo in analisi i portafogli V, E ed M evidenziamo risultati che confermano la teoria: il portafoglio di tangenza M ha performance positiva e maggiore rispetto al portafoglio E con maggior trade-off rischio rendimento-atteso e rispetto al portafoglio a minima varianza V. La statistica-test ci conferma che il portafoglio V ed E rendono mediamente quanto il tasso privo di rischio perché non rifiutano l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero delle rispettive performance.

3.5 Frontiera efficiente esclusi gli indici azionari

Per costruirci la frontiera efficiente con i soli otto indici obbligazionari abbiamo risolto il problema di ottimo che abbiamo utilizzato anche nei capitoli precedenti, ossia minimizzare la varianza del rendimento del portafoglio sotto il vincolo di un dato livello di valore atteso $\hat{\mu}$. Sfruttando l'analisi teorica ci siamo costruiti i nuovi portafogli V' ed E' escludendo dal paniere gli indici azionari.

- DATI UTILIZZATI PER I CALCOLI

- ✓ Rendimenti attesi e vettore i

Name	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
Media	0,0020	0,0028	0,0027	0,0008	0,0036	0,0029	0,0027	0,0018
i	1	1	1	1	1	1	1	1

- ✓ Matrice varianza covarianza (vedi capitolo 2 - sottoparagrafo 2.1.1)

- ✓ Tabella valori a, b, c, δ :

Name	a	b	c	δ	r_0
Valore	0,1165	34,5487	12189,3830	225,883	0,00263

- ✓ Portafogli V' ed E':

Name	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP10+Y
$\omega_{V'}$	0,0645	1,9644	-1,0537	0,0259	0,0384	0,1729	-0,2191	0,0067
$\omega_{E'}$	-0,0473	1,6814	-0,6751	-0,0596	0,1464	1,1311	-1,2093	0,0324

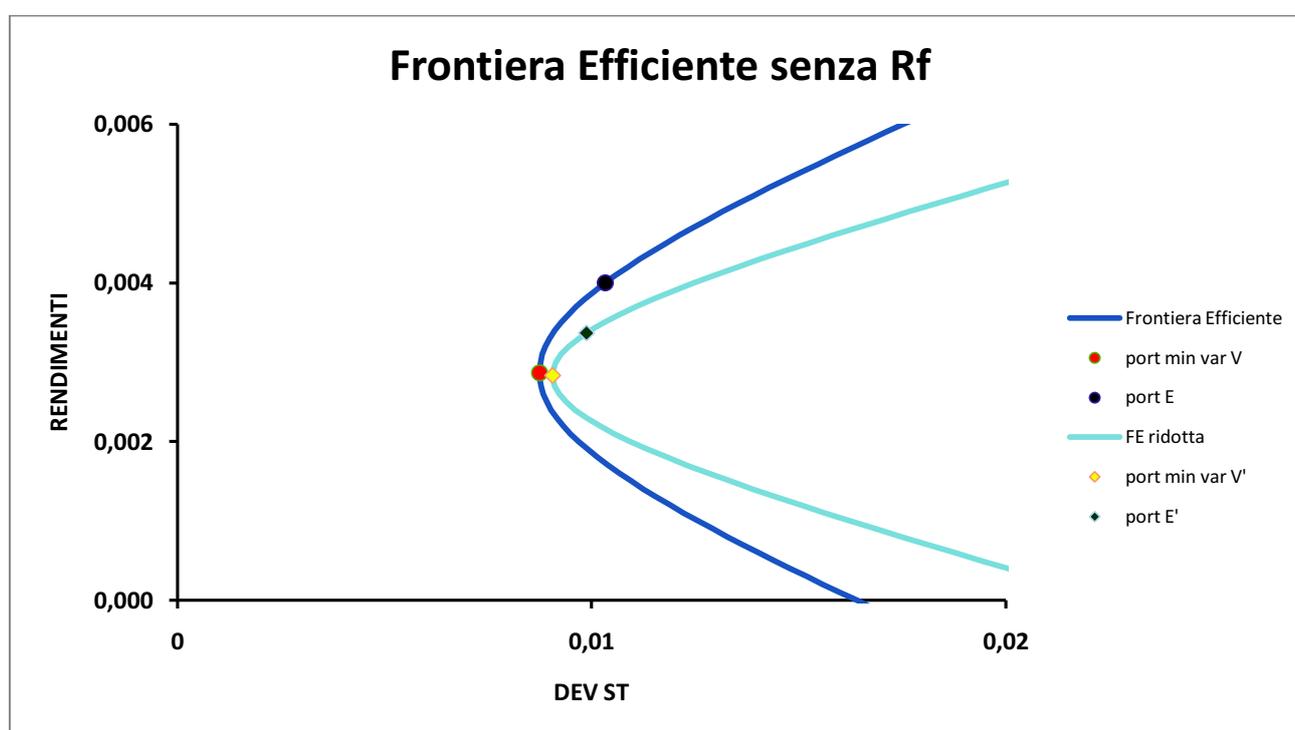
	μ	σ^2	σ
Portafoglio V'	0,00283	0,00008	0,00906
Portafoglio E'	0,00337	0,00009	0,00987

Si può notare che il portafoglio E' ha un rendimento e un rischio maggiore rispetto al portafoglio V', ciò va a confermare quanto espresso nella parte teorica.

- ✓ Valori per il grafico (la frontiera efficiente è formata da infiniti punti, quindi per calcolarla son partito da un rendimento negativo arbitrario (-0,05) e sono andato a calcolarmi tutti i punti successivi fino ad un rendimento positivo (0,02). Imponendo tra i rendimenti un intervallo molto ristretto (+0,001) ottengo un'ottima approssimazione della FE)

μ	σ^2	σ
-0,05000	0,15072	0,38822
-0,04990	0,15015	0,38749
-0,04980	0,14958	0,38676
-0,04970	0,14901	0,38602
..
..
0,01980	0,01561	0,12496
0,01990	0,01580	0,12569
0,02000	0,01598	0,12642

- GRAFICO FRONTIERA EFFICIENTE SENZA TITOLO NON RISCHIOSO



Dal grafico notiamo che la frontiera efficiente esclusi gli indici azionari si è spostata verso destra rispetto alla frontiera efficiente che comprende tutti gli indici. Questo va a confermare la teoria, perché riducendo il paniere di asset la frontiera efficiente peggiora a causa della minor diversificazione del portafoglio. La diversificazione di un portafoglio consiste in una riduzione della rischiosità del suo rendimento, legata alla presenza di più attività finanziarie, i cui rendimenti sono perfettamente correlati, all'interno del portafoglio stesso. Inoltre se gli assets si muovono tutti nello stesso modo ciò non porta nessun beneficio alla diversificazione, mentre nel caso in cui gli assets cambiano in modo indipendente o in controtendenza i vantaggi per l'investitore possono essere notevoli.

L'analisi grafica non è sufficiente a dire con certezza se la frontiera efficiente considerando solo gli indici obbligazionari è peggiorata rispetto alla frontiera efficiente con tutti gli assets. Allora andremo ad effettuare una verifica con il test statistico che confronta la performance di Sharpe del precedente portafoglio M con il nuovo portafoglio di tangenza M' che si ottiene escludendo gli assets azionari.

Il valore della statistica-test è il seguente:

$$\xi_2 = T \frac{\widehat{ps}_N^2 - \widehat{ps}_{N1}^2}{1 + \widehat{ps}_{N1}^2} \sim_{\text{app}} \chi_{N2}^2$$

Con T indichiamo il numero di osservazioni, con ps_N indichiamo la performance di Sharpe del portafoglio M completo di tutti gli indici e con ps_{N1} la performance di Sharpe del portafoglio ridotto, cioè il portafoglio di tangenza ottenuto senza considerare i quattro indici azionari.

La statistica-test, sotto l'ipotesi nulla, si distribuisce come una χ^2 con gradi di libertà pari al numero di assets esclusi ($N2 = N - N1$).

I dati ottenuti sono i seguenti:

	PS	Intervallo di confidenza
Portafoglio N_1	0,1379	[-0,0874 ; 0,3632]
Portafoglio N	0,2117	[-0,0150 ; 0,4384]
Statistica-test	3,343	
P-value	0,502	

con $N=12$, $N_1=8$ e $N_2=4$.

Osserviamo che la performance di Sharpe passando dal portafoglio completo al portafoglio ridotto diminuisce e questo indicherebbe che l'esclusione degli indici azionari comporti una perdita in termini di performance. Ma dall'analisi del test si nota che l'ipotesi nulla di efficienza del portafoglio ridotto viene accettata dato che i due portafogli considerati hanno performance di Sharpe non significativamente differenti.

Riassumendo possiamo dire che lo spostamento evidenziato dal grafico non è significativo e dal paniere di assets da considerare si potrebbero escludere gli indici azionari. Questo perché gli indici azionari si muovono tutti nello stesso modo e ciò non porta a nessun beneficio alla diversificazione.

3.6 Frontiere efficienti vincolate

Nella realtà non è sempre possibile raggiungere tutti i portafogli efficienti perché questi possono avere pesi negativi su alcuni asset. Quindi non sempre è possibile andare corti o vendere allo scoperto. Per risolvere questo problema andrò ad aggiungere al problema di ottimo dei vincoli di positività sui pesi degli asset.

In questo modo otterrò una frontiera efficiente senza titolo privo di rischio limitata e l'unica parte di FE che sarà raggiungibile è quella che sta tra l'asse delle ordinate e il portafoglio di tangenza. Di conseguenza non sarà più possibile spostarsi verso destra del portafoglio M. Inoltre andrò ad imporre dei vincoli ulteriormente restrittivi per vedere in che modo varia la frontiera efficiente senza titolo non rischioso.

Seguendo il procedimento utilizzato in precedenza (capitolo 3 - paragrafo 3.2) il nuovo problema di ottimo sarà:

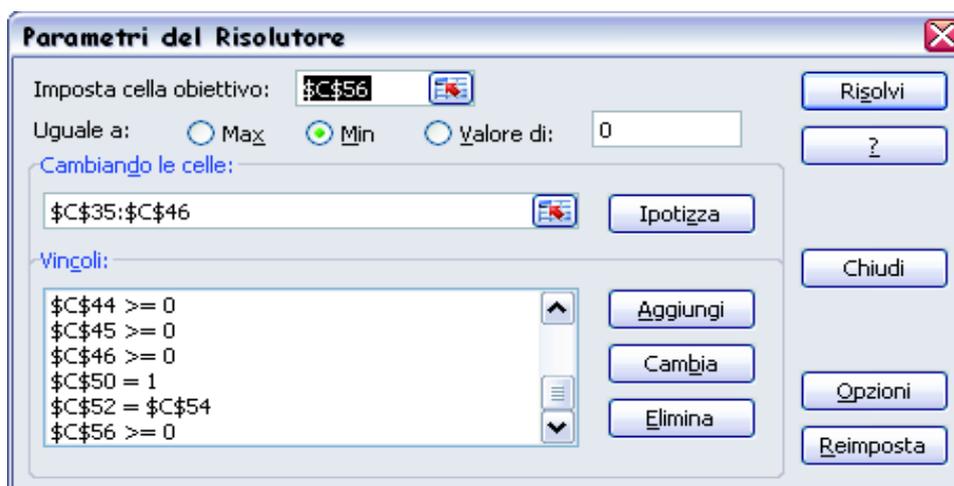
$$\min_{(\omega)} \{ \sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega \}$$
$$s.v. \quad \begin{cases} \omega' \mu = \mu_{p^*} \\ \omega' 1 = 1 \\ \omega \geq 0 \end{cases}$$

Sfruttando questa analisi teorica ci siamo costruiti le seguenti frontiere efficienti imponendo vincoli di positività e vincoli restrittivi:

1. FE con pesi positivi ($\omega \geq 0$);
2. FE con pesi compresi tra 0 e 0,6 ($0 \leq \omega \leq 0,6$);
3. FE con pesi compresi tra 0 e 0,4 ($0 \leq \omega \leq 0,4$);
4. FE con pesi compresi tra 0 e 0,1 ($0 \leq \omega \leq 0,1$);

1. DATI E CALCOLI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON $\omega \geq 0$

- ✓ Rendimenti attesi e vettore μ (vedi capitolo 3 - paragrafo 3.2)
- ✓ Matrice varianza covarianza (vedi capitolo 2 - sottoparagrafo 2.1.1)
- ✓ Pesi: tramite il Risolutore di Excel abbiamo imposto il problema di ottimo che ci permette di calcolarci i pesi degli asset. Questo strumento richiede una cella obbiettivo con la funzione da ottimizzare, una o più celle il cui contenuto viene variato ed una o più celle per impostare dei vincoli.



La cella obiettivo (\$C\$56) corrisponde alla varianza da minimizzare, le celle che variano (\$C\$35: \$C\$46) sono relative ai pesi. I vincoli aggiunti (\$C\$35 \geq 0; \$C\$36 \geq 0; .. ; \$C\$46 \geq 0) sono di positività per tutti i pesi, la somma dei pesi (\$C\$50) deve essere uguale ad 1, il rendimento richiesto (\$C\$52) deve essere uguale al rendimento del portafoglio ottimo (\$C\$54) ed infine la varianza deve essere positiva (\$C\$56 \geq 0). Questo procedimento andrà ripetuto per calcolarmi i portafogli efficienti che andranno a formare la frontiera efficiente vincolata. Riporto un esempio per $\mu_p^* = 0,002$:

Name	DOWJ.	DJ EUR	FTSE	NIKKEI	JPM US	BOFA	JPM UK	JPM	JPM US	EMTS	JPM UK	JPM JAP
	INDU.	STOXX	100	225	1-3Y	1-3Y	1-3Y	JAP 1-3Y	10+Y	15+Y	10+Y	10+Y
ω_i	0,0000	0,0761	0,0282	0,0207	0,0000	0,7107	0,0000	0,0993	0,0179	0,0000	0,0000	0,0471

$$\omega' 1 = \boxed{1,0000} \text{ Somma pesi}$$

$$\omega' \mu = \boxed{0,00200} \text{ Rendimento del portafoglio ottimo}$$

$$\mu_p = \boxed{0,00200} \text{ Rendimento richiesto}$$

$$\sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega = \boxed{0,000217} \text{ Varianza da minimizzare}$$

Imponendo questi vincoli di positività risulterà che il rendimento massimo che si può raggiungere corrisponderà al rendimento maggiore del vettore μ e ciò implica che l'indice con rendimento minimo avrà peso 1 mentre gli altri indici avranno peso zero. Ragionando nel medesimo modo il rendimento minore corrisponderà al rendimento dell'indice con rendimento minimo, che avrà peso 1 mentre gli altri indici avranno peso zero.

Nella nostra tesi il rendimento maggiore è dato dall'indice obbligazionario statunitense a lungo termine JPM GBI US 10+Y:

Name	DOWJ. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM UK 1-3Y	JPM JAP 1-3Y	JPM US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM UK 10+Y	JPM JAP 10+Y
ω_i	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000

$$\omega' \mathbf{1} = \boxed{1,0000} \text{ Somma pesi}$$

$$\omega' \boldsymbol{\mu} = \boxed{0,00361} \text{ Rendimento del portafoglio ottimo}$$

$$\mu_p = \boxed{0,00361} \text{ Rendimento richiesto}$$

$$\sigma_p^2 = \omega' \boldsymbol{\Sigma} \omega = \boxed{0,0011102} \text{ Varianza da minimizzare}$$

Mentre il rendimento minore è dato dall'indice azionario FTSE 100:

Name	DOWJ. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM UK 1-3Y	JPM JAP 1-3Y	JPM US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM UK 10+Y	JPM JAP 10+Y
ω_i	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

$$\omega' \mathbf{1} = \boxed{1,0000} \text{ Somma pesi}$$

$$\omega' \boldsymbol{\mu} = \boxed{-0,00238} \text{ Rendimento del portafoglio ottimo}$$

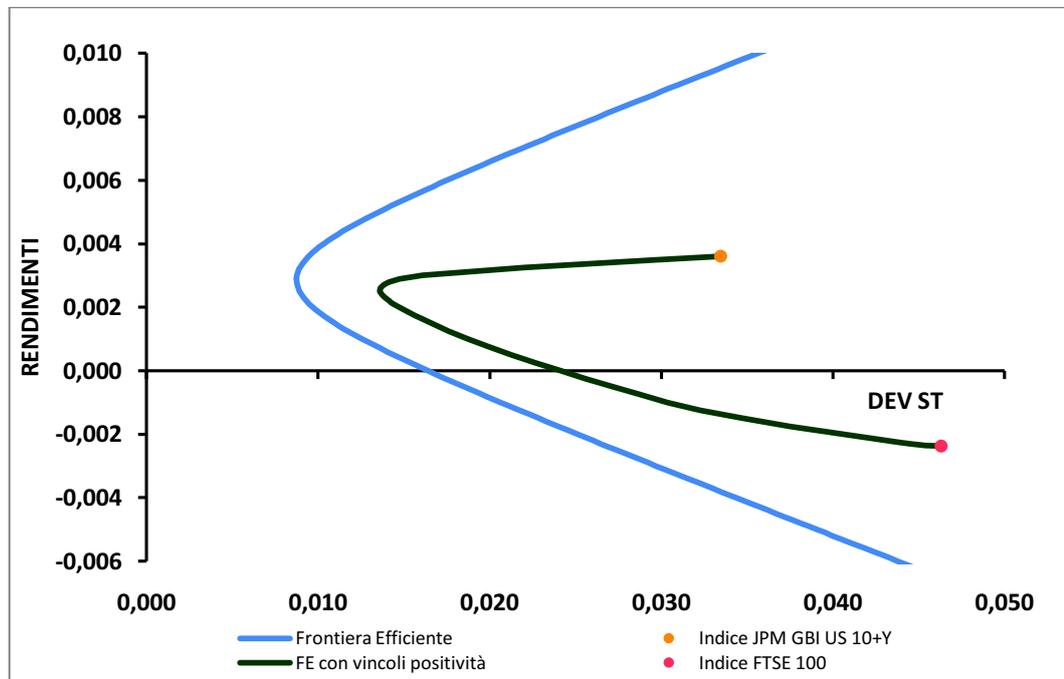
$$\mu_p = \boxed{-0,00238} \text{ Rendimento richiesto}$$

$$\sigma_p^2 = \omega' \boldsymbol{\Sigma} \omega = \boxed{0,0021439} \text{ Varianza da minimizzare}$$

- ✓ Valori per il grafico: utilizzato in modo iterativo il risolutore ci siamo calcolati la frontiera efficiente vincolata fissando diversi livelli di rendimento medio richiesto (μ_p). Dato che la curva sarà limitata siamo partiti dal valore del rendimento minimo per arrivare al rendimento massimo.

μ	σ^2	σ
-0,00238	0,002144	0,046302
-0,00235	0,002060	0,045392
-0,00230	0,001986	0,044564
-0,00225	0,001925	0,043877
..
..
0,00350	0,000885	0,029743
0,00360	0,001094	0,033071
0,00361	0,001110	0,033319

- ✓ Grafico frontiere efficienti:



Come ci aspettavamo dal grafico risulta che la frontiera efficiente vincolata è spostata verso destra rispetto alla FE non vincolata e non raggiunge portafogli con rendimenti medi superiori al rendimento che si otterrebbe investendo tutto nell'indice JPM GBI US 10+Y. Questo perché, non potendo vendere allo scoperto, il massimo rendimento medio raggiungibile si ottiene investendo tutta la ricchezza nell'indice con rendimento maggiore.

2. DATI E CALCOLI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON $0 \leq \omega \leq 0,6$

- ✓ Rendimenti attesi e vettore μ (vedi capitolo 3 - paragrafo 3.2)
- ✓ Matrice varianza covarianza (vedi capitolo 2 - sottoparagrafo 2.1.1)
- ✓ Pesì: in modo analogo al precedente abbiamo sfruttato l'utilizzo del Risolutore di Excel con l'unica differenza sui vincoli dei pesi i quali saranno compresi tra 0 e 0,6.



Al risolutore, impostato nello stesso modo precedente, viene aggiunto un vincolo restrittivo sui pesi ($\$C\$35 \leq 0,6$; $\$C\$36 \leq 0,6$; .. ; $\$C\$46 \leq 0,6$).

Come in precedenza il procedimento verrà ripetuto per calcolarmi i portafogli efficienti che andranno a formare la frontiera efficiente vincolata. Riporto un esempio per $\mu_p^* = 0,002$:

Name	DOWJ.	DJ EUR	FTSE	NIKKEI	JPM US	BOFA	JPM UK	JPM	JPM US	EMTS	JPM UK	JPM JAP
	INDU.	STOXX	100	225	1-3Y	1-3Y	1-3Y	JAP 1-3Y	10+Y	15+Y	10+Y	10+Y
ω_i	0,0000	0,0839	0,0322	0,0113	0,0000	0,6000	0,0000	0,1082	0,0252	0,0827	0,0000	0,0567

$$\omega' 1 = 1,0000 \text{ Somma pesi}$$

$$\omega' \mu = 0,00200 \text{ Rendimento del portafoglio ottimo}$$

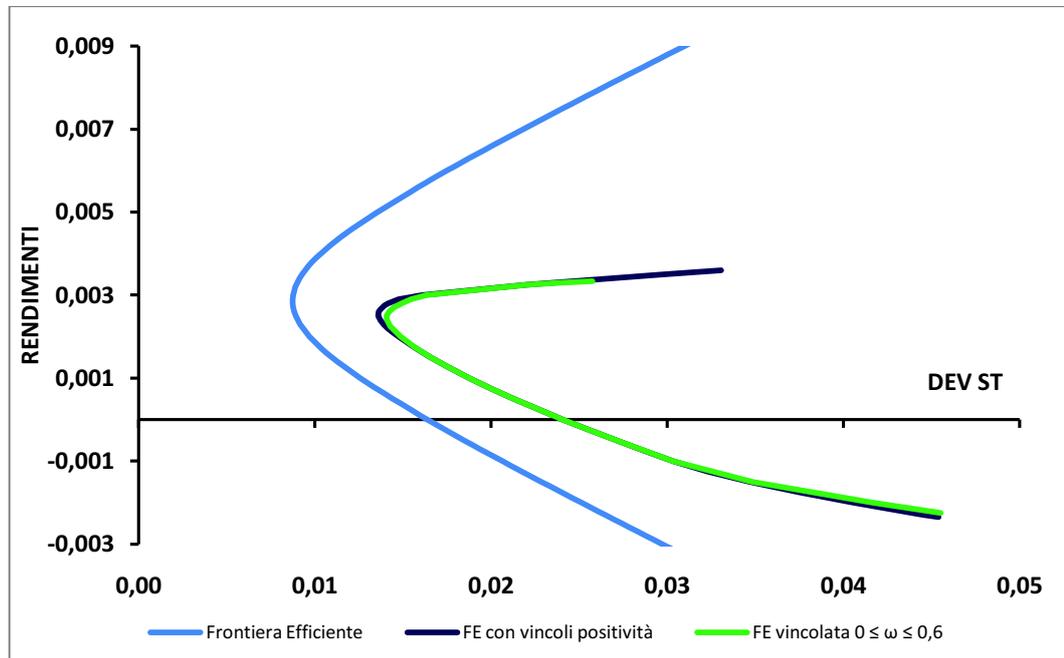
$$\mu_p = 0,00200 \text{ Rendimento richiesto}$$

$$\sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega = 0,000221 \text{ Varianza da minimizzare}$$

- ✓ Valori per il grafico: utilizzato in modo iterativo il risolutore ci siamo calcolati la frontiera efficiente vincolata fissando diversi livelli di rendimento medio richiesto (μ_p). Dato che la curva sarà limitata avremo un valore di rendimento minimo per arrivare ad un rendimento massimo.

μ	σ^2	σ
-0,00225	0,002071	0,045505
-0,00200	0,001735	0,041650
-0,00150	0,001213	0,034827
-0,00100	0,000921	0,030343
..
..
0,00325	0,000485	0,022020
0,00330	0,000573	0,023935
0,00334	0,000662	0,025737

- ✓ Grafico frontiere efficienti:



Come ci aspettavamo dal grafico risulta che la nuova frontiera efficiente vincolata con pesi compresi tra 0 e 0,6 è spostata verso destra rispetto alla FE non vincolata. Inoltre ha un andamento molto simile alla frontiera efficiente con vincoli di positività e solo per un piccolo tratto si discosta da essa. Ciò è dovuto al fatto che restringendo i vincoli i portafogli raggiungibili saranno sempre meno.

3. DATI E CALCOLI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON $0 \leq \omega \leq 0,4$

- ✓ Rendimenti attesi e vettore μ (vedi capitolo 3 - paragrafo 3.2)
- ✓ Matrice varianza covarianza (vedi capitolo 2 - sottoparagrafo 2.1.1)
- ✓ Pesì: in modo analogo al precedente abbiamo sfruttato l'utilizzo del Risolutore di Excel con l'unica differenza sui vincoli dei pesi i quali saranno compresi tra 0 e 0,4.



Al risolutore, impostato nello stesso modo precedente, viene aggiunto un vincolo restrittivo sui pesi ($\$C\$35 \leq 0,4$; $\$C\$36 \leq 0,4$; .. ; $\$C\$46 \leq 0,4$).

Come in precedenza il procedimento verrà ripetuto per calcolarmi i portafogli efficienti che andranno a formare la frontiera efficiente vincolata. Riporto un esempio per $\mu_p^* = 0,002$:

Name	DOWJ.	DJ EUR	FTSE	NIKKEI	JPM US	BOFA	JPM UK	JPM	JPM US	EMTS	JPM UK	JPM JAP
	INDU.	STOXX	100	225	1-3Y	1-3Y	1-3Y	JAP 1-3Y	10+Y	15+Y	10+Y	10+Y
ω_i	0,0000	0,0951	0,0337	0,0000	0,0128	0,4000	0,0000	0,1144	0,0120	0,2556	0,0000	0,0764

$$\omega' 1 = 1,0000 \quad \text{Somma pesi}$$

$$\omega' \mu = 0,00200 \quad \text{Rendimento del portafoglio ottimo}$$

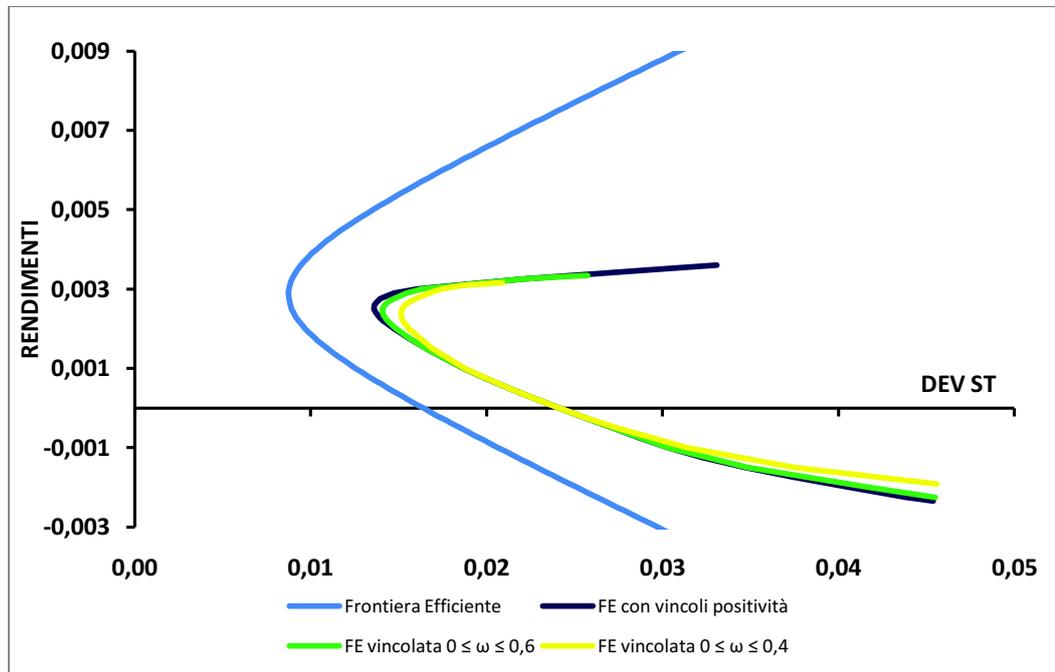
$$\mu_p = 0,00200 \quad \text{Rendimento richiesto}$$

$$\sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega = 0,000243 \quad \text{Varianza da minimizzare}$$

- ✓ Valori per il grafico: utilizzato in modo iterativo il risolutore ci siamo calcolati la frontiera efficiente vincolata fissando diversi livelli di rendimento medio richiesto (μ_p). Dato che la curva sarà limitata avremo un valore di rendimento minimo per arrivare ad un rendimento massimo.

μ	σ^2	σ
-0,00192	0,002079	0,045591
-0,00150	0,001403	0,037458
-0,00100	0,000987	0,031424
-0,00050	0,000747	0,027335
..
..
0,00310	0,000349	0,018692
0,00315	0,000418	0,020444
0,00316	0,000437	0,020900

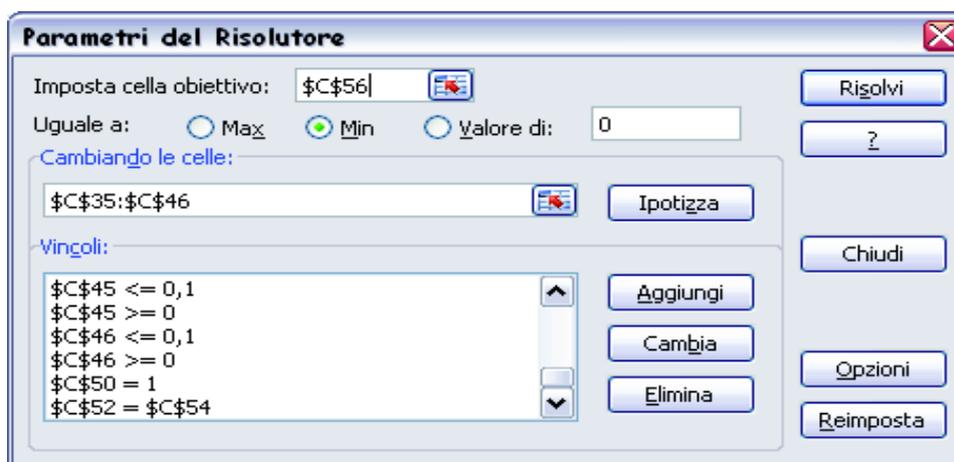
- ✓ Grafico frontiere efficienti:



Nuovamente dal grafico risulta che la nuova frontiera efficiente vincolata con pesi compresi tra 0 e 0,4 è spostata verso destra rispetto alla FE non vincolata. Inoltre ha un andamento molto simile alle altre frontiere efficienti vincolate e solo per un piccolo tratto di discosta da esse. Ciò è dovuto al fatto che restringendo i vincoli i portafogli raggiungibili saranno sempre meno.

4. DATI E CALCOLI DELLA FRONTIERA EFFICIENTE CON $0 \leq \omega \leq 0,1$

- ✓ Rendimenti attesi e vettore μ (vedi capitolo 3 - paragrafo 3.2)
- ✓ Matrice varianza covarianza (vedi capitolo 2 - sottoparagrafo 2.1.1)
- ✓ Pesì: in modo analogo al precedente abbiamo sfruttato l'utilizzo del Risolutore di Excel con l'unica differenza sui vincoli dei pesi i quali saranno compresi tra 0 e 0,1.



Al risolutore, impostato nello stesso modo precedente, viene aggiunto un vincolo restrittivo sui pesi ($\$C\$35 \leq 0,1$; $\$C\$36 \leq 0,1$; .. ; $\$C\$46 \leq 0,1$).

Come in precedenza il procedimento verrà ripetuto per calcolarmi i portafogli efficienti che andranno a formare la frontiera efficiente vincolata. Riporto un esempio per $\mu_p^* = 0,0015$:

Name	DOWJ. INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM UK 1-3Y	JPM JAP 1-3Y	JPM US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM UK 10+Y	JPM JAP 10+Y
ω_i	0,0000	0,1000	0,1000	0,0229	0,1000	0,1000	0,1000	0,1000	0,0771	0,1000	0,1000	0,1000

$$\omega' 1 = 1,0000 \quad \text{Somma pesi}$$

$$\omega' \mu = 0,0015 \quad \text{Rendimento del portafoglio ottimo}$$

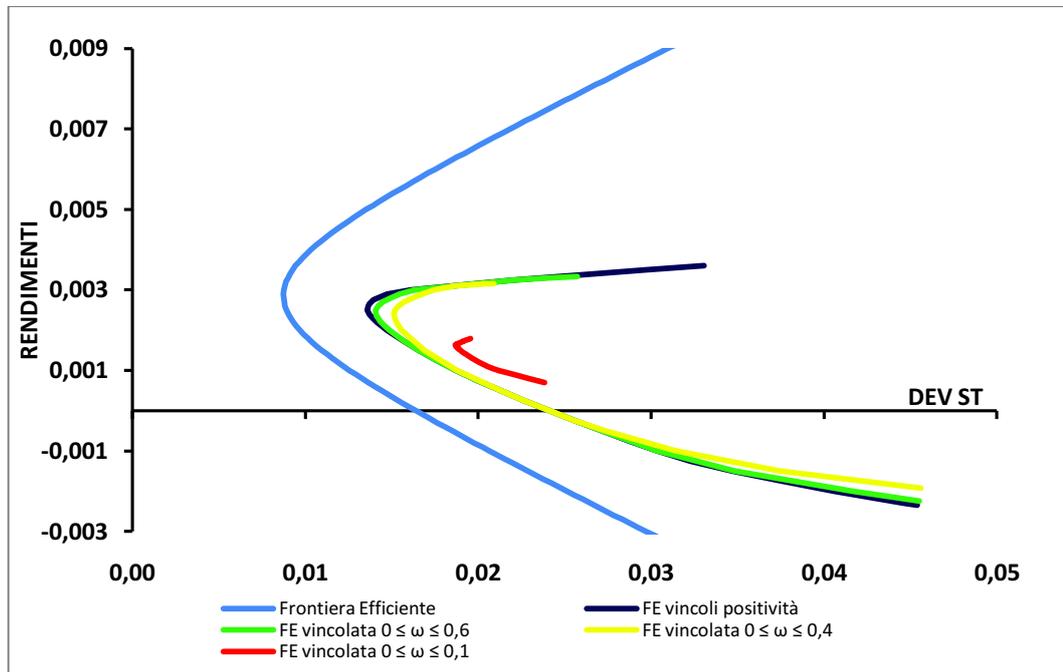
$$\mu_p = 0,0015 \quad \text{Rendimento richiesto}$$

$$\sigma_p^2 = \omega' \Sigma \omega = 0,00036 \quad \text{Varianza da minimizzare}$$

- ✓ Valori per il grafico: utilizzato in modo iterativo il risolutore ci siamo calcolati la frontiera efficiente vincolata fissando diversi livelli di rendimento medio richiesto (μ_p). Dato che la curva sarà limitata avremo un valore di rendimento minimo per arrivare ad un rendimento massimo.

μ	σ^2	σ
-0,00070	0,000568	0,023837
-0,00080	0,000524	0,022891
-0,00090	0,000485	0,022025
-0,00100	0,000450	0,021223
..
..
0,00175	0,000372	0,019286
0,00177	0,000377	0,019412
0,00179	0,000382	0,019544

✓ Grafico frontiere efficienti:



Nuovamente, dal grafico risulta che la nuova frontiera efficiente vincolata con pesi compresi tra 0 e 0,1 è spostata verso destra rispetto alla FE non vincolata. La frontiera efficiente ulteriormente ristretta ha un andamento peggiore rispetto alle altre frontiere efficienti vincolate ed è notevolmente distante da esse. Ciò è dovuto al fatto che il campo di variazione dei pesi è molto ristretto e quindi i portafogli raggiungibili sono molto pochi.

CAPITOLO 4: Stima rolling dei rendimenti

4.1 Approccio al problema

In questo capitolo ci focalizzeremo sulla stima dei rendimenti degli indici tramite il metodo Rolling. Partendo dalla data iniziale delle osservazioni andremo a calcolarci delle finestre rolling di ampiezza fissa che si spostano nel campione fino ad arrivare alla data finale. In altre parole ogni finestra corrisponderà alla stima dei rendimenti attesi su un campione ristretto di dati e man mano che la finestra viene spostata si tralascia l'informazione più vecchia e si aggiunge quella più recente.

Inoltre per ogni finestra, tramite la teoria di Markowitz, ci calcoleremo le frontiere efficienti senza risk-free sulle quali faremo un'analisi grafica e confronteremo le performance di Sharpe di tre portafogli significativi (portafoglio V a minima varianza, portafoglio E con maggior trade-off rischio rendimento e portafoglio M di tangenza) per vedere come variano da finestra a finestra.

4.2 Frontiere efficienti senza risk-free

Anche in questo caso per il calcolo delle frontiere efficienti senza risk-free seguiremo il procedimento utilizzato in precedenza (capitolo 3 - paragrafo 3.2), ossia risolveremo il problema di ottimo che dato un livello di valore atteso μ_p andremo a minimizzare la varianza σ_p^2 sotto l'ipotesi che l'investitore investa tutta la ricchezza disponibile in assets rischiosi.

Prima di iniziare a calcolarci la FE è importante fare chiarezza sui periodi considerati. Il nostro arco temporale completo ha inizio il 30 novembre 1998 e termine il 30 ottobre 2009, quindi imponendo un campione ristretto di cinque anni andremo ad ottenere sette finestre rolling. La finestra di partenza, che si sposterà di un anno alla volta, va dal 30 novembre 1998 al 31 ottobre 2003, mentre la finestra finale va dal 30 novembre 2004 al 30 ottobre 2009.

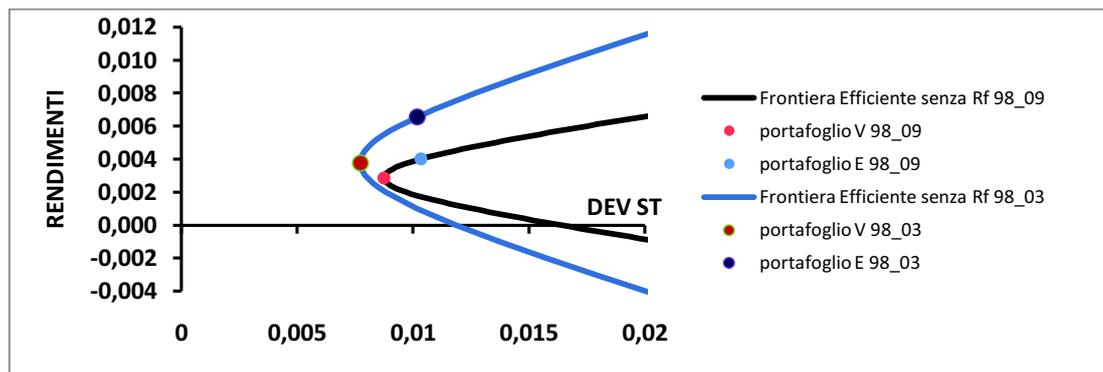
Per ognuna delle sette finestre ci siamo calcolati per ogni indice i rendimenti attesi, la matrice di varianza-covarianza degli indici, i valori a , b , c , δ , che ci permettono di calcolarci i portafogli efficienti che andranno a formare le FE. Inoltre ci siamo ricavati i pesi, i rendimenti e la deviazione standard dei portafogli a minima varianza V , dei portafogli E con maggior trade-off rischio-rendimento atteso e dei portafogli M di tangenza.

Per ogni finestra riportiamo di seguito le tabelle con le stime dei rendimenti attesi e il grafico ottenuto:

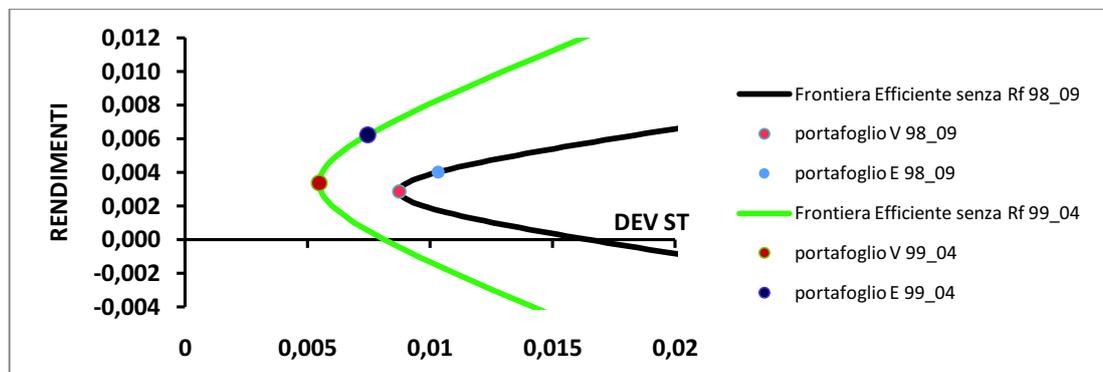
✓ Rendimenti attesi

	DOW J.INDU.	DJ EUR STOXX	FTSE 100	NIKKEI 225	JPM GBI US 1-3Y	BOFA 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAP 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAP 10+Y	Periodo
Media (FINESTRA1)	0,0025	-0,0019	-0,0035	-0,0029	0,0047	0,0046	0,0051	0,0018	0,0054	0,0046	0,0043	0,0023	30/11/1998 31/10/2003
Media (FINESTRA2)	-0,0043	-0,0056	-0,0064	-0,0120	0,0010	0,0035	0,0033	-0,0031	0,0045	0,0034	0,0028	-0,0005	30/11/1999 29/10/2004
Media (FINESTRA3)	-0,0066	-0,0070	-0,0056	-0,0079	-0,0024	0,0024	0,0019	-0,0065	0,0006	0,0030	0,0023	-0,0039	30/11/2000 31/10/2005
Media (FINESTRA4)	-0,0010	0,0023	0,0020	0,0026	-0,0036	0,0026	0,0023	-0,0049	-0,0013	0,0035	0,0031	-0,0036	30/11/2001 31/10/2006
Media (FINESTRA5)	0,0021	0,0096	0,0069	0,0057	-0,0039	0,0019	0,0019	-0,0050	-0,0019	0,0019	0,0017	-0,0046	29/11/2002 31/10/2007
Media (FINESTRA6)	-0,0023	0,0001	-0,0019	-0,0031	0,0017	0,0023	0,0021	0,0009	0,0032	0,0019	0,0017	0,0023	28/11/2003 31/10/2008
Media (FINESTRA7)	-0,0030	-0,0004	-0,0028	-0,0010	0,0008	0,0008	0,0003	0,0008	0,0025	0,0007	0,0004	0,0024	30/11/2004 30/10/2009

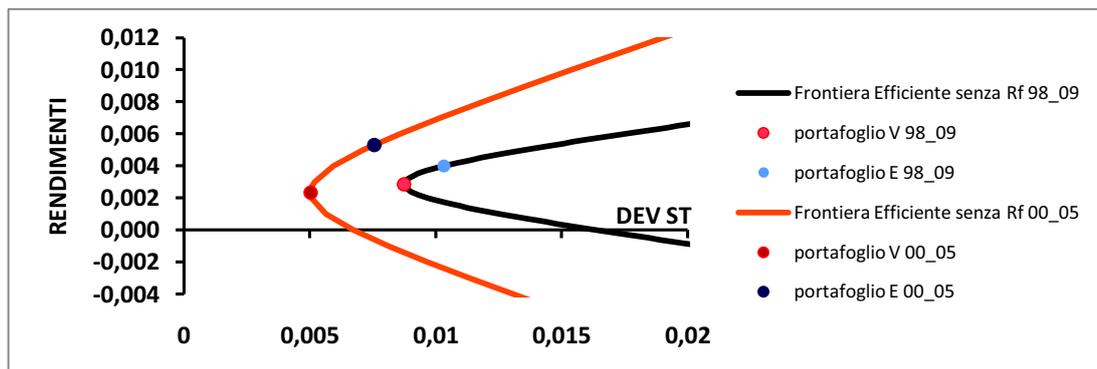
- ✓ Grafico Frontiere Efficienti senza risk-free: riporto una serie di grafici per verificare quali finestre sono migliori rispetto alla frontiera efficiente senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale. Inoltre riporterò un grafico generale con tutte le FE ottenute a partire da ciascuna finestra rolling per evidenziare come, passando da una finestra all'altra, si spostano le frontiere efficienti.



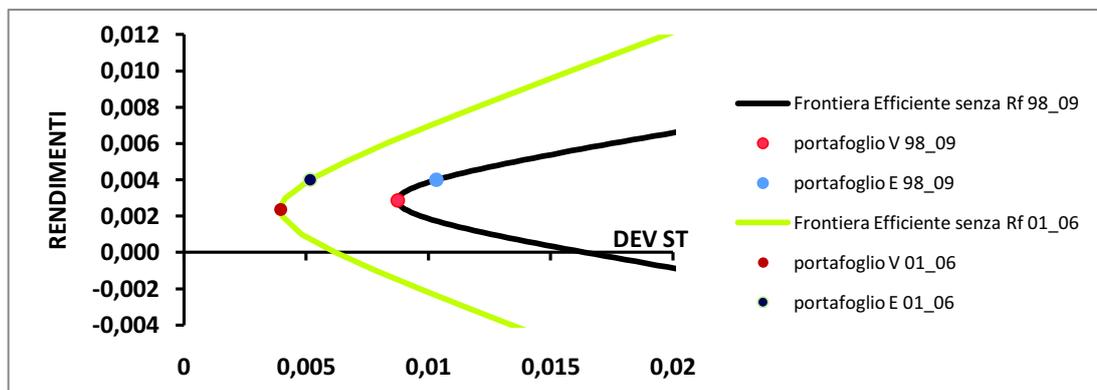
Dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA1 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale e risulta migliore perché mi permette di raggiungere portafogli efficienti con un rischio minore. Per avere una certezza di questo miglioramento l'analisi grafica non è sufficiente e sarebbe necessario un test statistico.



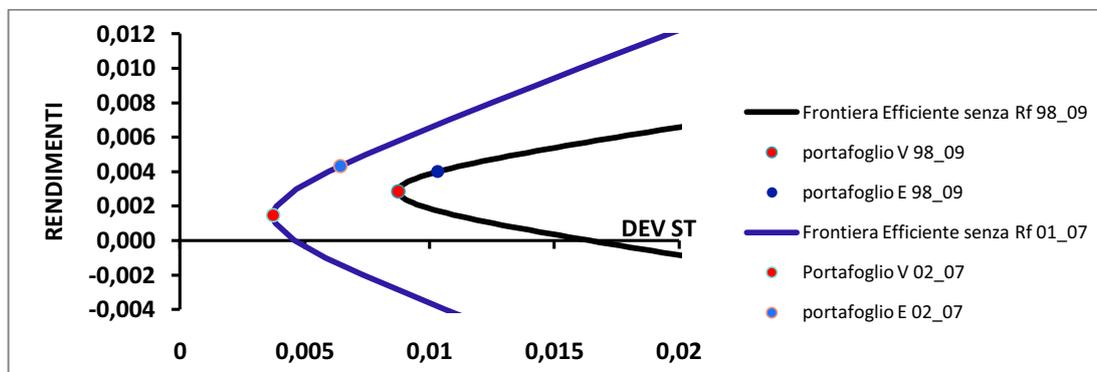
Anche in questo caso dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA2 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale e risulta in progresso perché mi permette di raggiungere portafogli efficienti con un rischio minore. Per avere una certezza di questo beneficio l'analisi grafica non è sufficiente e sarebbe necessario un test statistico.



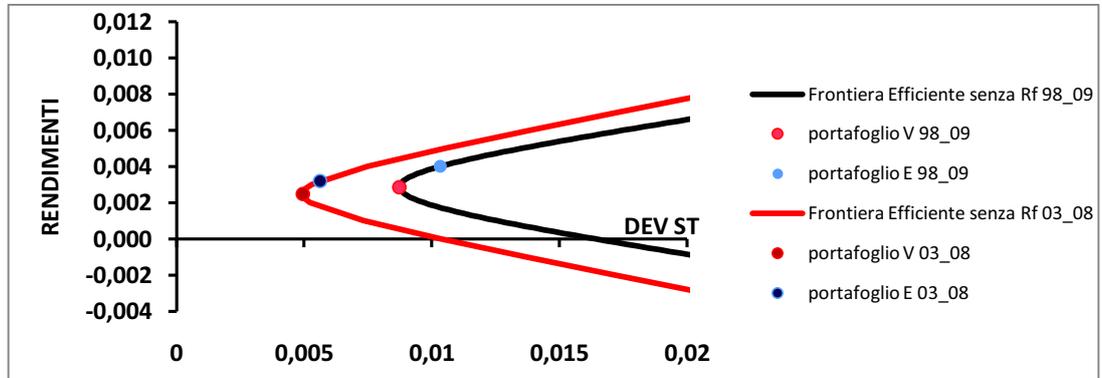
Dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA3 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale e risulta migliore perché mi permette di raggiungere portafogli efficienti con un rischio minore.



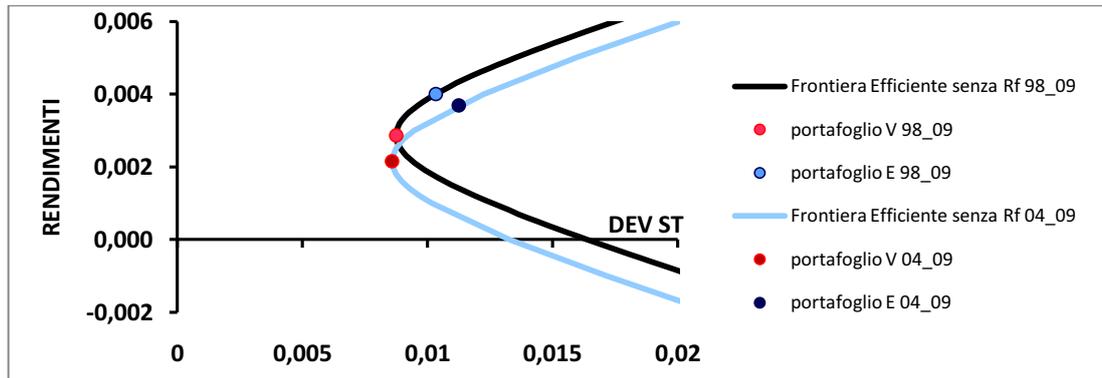
Dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA4 è collocata a sinistra rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale e sembrerebbe evidenziare un progresso perché mi permette di raggiungere portafogli efficienti con un rischio molto minore.



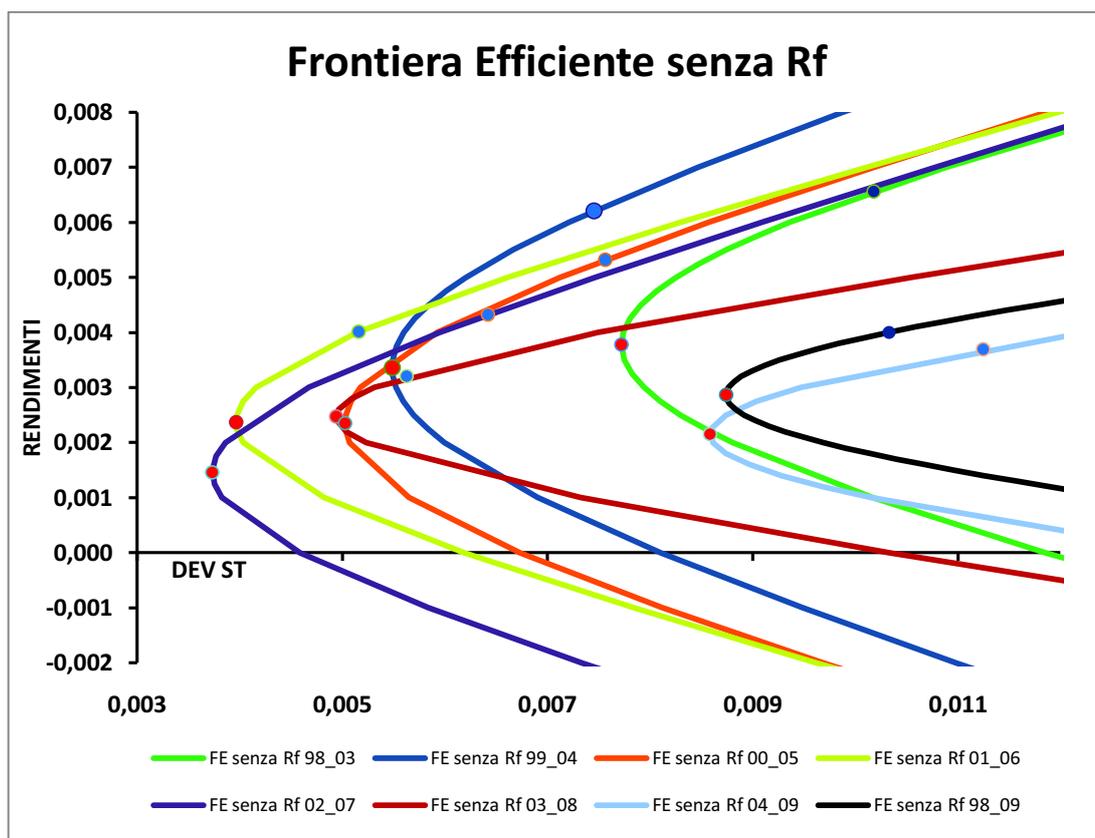
La FE calcolata sulla FINESTRA5 è collocata a sinistra e leggermente in basso rispetto alla FE senza risk-free calcolata nel periodo completo quindi sembrerebbe migliore.



Anche da questo grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA6 è collocata a sinistra e leggermente in basso rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale quindi sembrerebbe migliore.



In questo caso, dal grafico risulta che la frontiera efficiente calcolata sulla base della FINESTRA7 è collocata in basso rispetto alla FE senza titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale e risulta peggiore perché mi permette di raggiungere portafogli efficienti con un rischio maggiore.



Dal grafico generale osserviamo che passando da una finestra all'altra si possono ottenere miglioramenti o peggioramenti. In altre parole, nel caso in cui la frontiera che consideriamo si sposta in modo quasi parallelo verso sinistra rispetto ad un'altra frontiera riesco ad ottenere circa gli stessi rendimenti ma con rischi minori, mentre nel caso in cui la frontiera si sposta in modo quasi parallelo verso destra ottengo circa gli stessi rendimenti ma con rischi maggiori.

Ciò accade passando dalla frontiera efficiente calcolata sulla FINESTRA1 alla frontiera calcolata sulla FINESTRA2 in cui sembra esserci un progresso perché nella prima finestra riesco ad ottenere circa gli stessi rendimenti della seconda finestra ma con rischi minori. Lo stesso avviene passando dalla FINESTRA3 alla FINESTRA4 e passando dalla FINESTRA6 alla FINESTRA7.

Non sempre però le frontiere efficienti senza risk-free si spostano parallelamente. Infatti si possono spostare anche in modo trasversale ed in questo caso non risulta una frontiera totalmente peggiore o una completamente migliore perché per una parte di iperbole si può avere una FE migliore e per un'altra parte può risultare peggiore. In queste situazioni risulta importante sapere quanto vuole investire e quanto vuole rischiare l'investitore.

Nella nostra tesi un esempio sono il passaggio dalla FINESTRA2 alla FINESTRA3, dalla FINESTRA4 alla FINESTRA5, dalla FINESTRA5 alla FINESTRA6.

Riassumendo quanto emerso dall'analisi grafica possiamo dire che le frontiere efficienti senza titolo privo di rischio calcolate sulla base di finestre rolling relative ad un periodo ristretto (5 anni) risultano essere quasi tutte migliori della frontiera efficiente calcolata sull'intero arco di tempo (11 anni). L'unica che sembrerebbe peggiorare è la FE calcolata sulla base della settima finestra che corrisponde al periodo 30/11/2004 - 30/10/2009.

Nel confronto da finestra a finestra delle frontiere efficienti senza risk-free sembrano esserci dei miglioramenti passando dalla prima alla seconda finestra e spostandosi dalla terza alla quarta finestra mentre un peggioramento si osserva passando dalla sesta alla settima finestra.

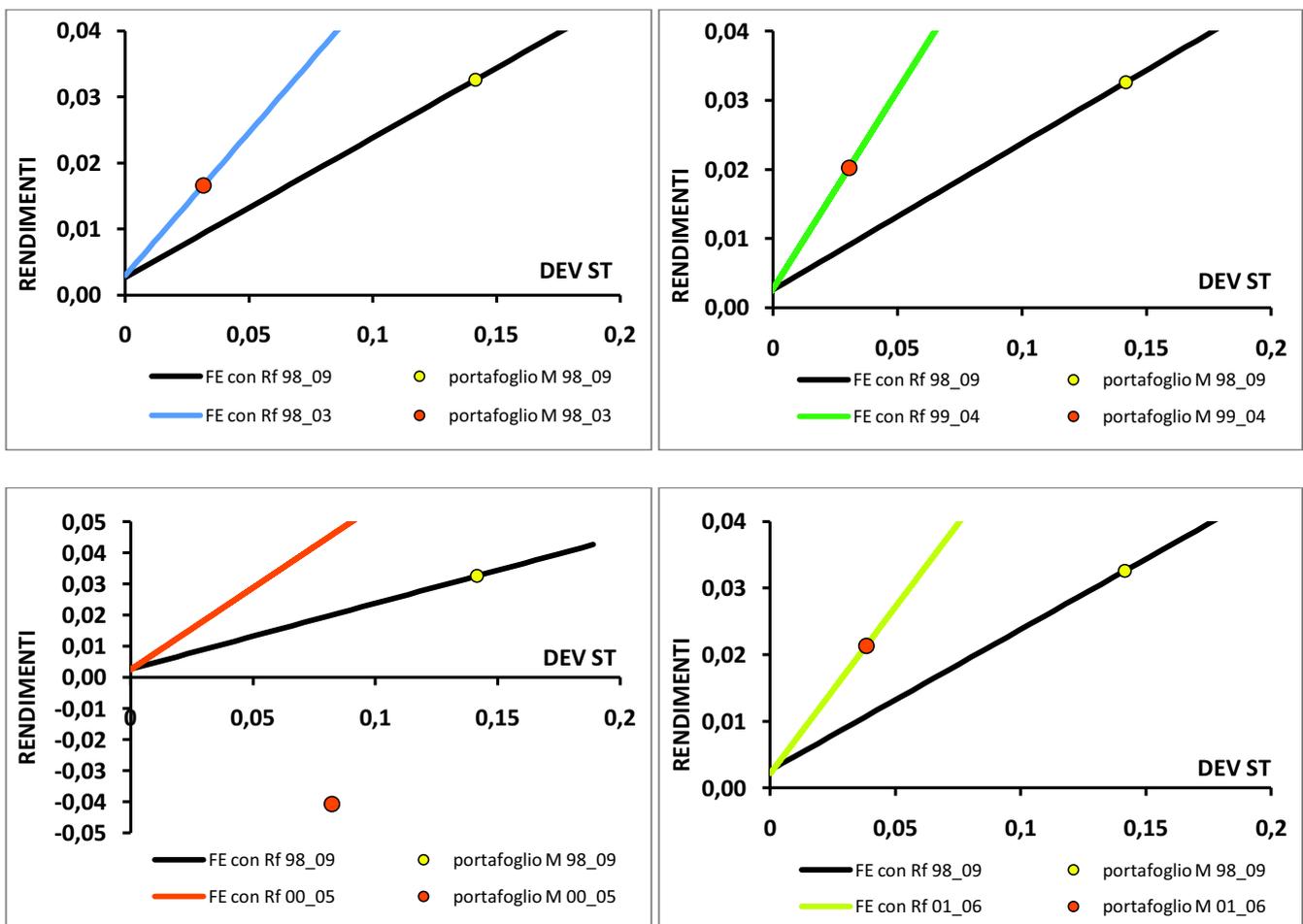
Un'analisi più accurata rispetto a quella grafica verrà fatta nel paragrafo 4.4 in cui sarà preso in considerazione un indicatore per misurare la performance dei portafogli.

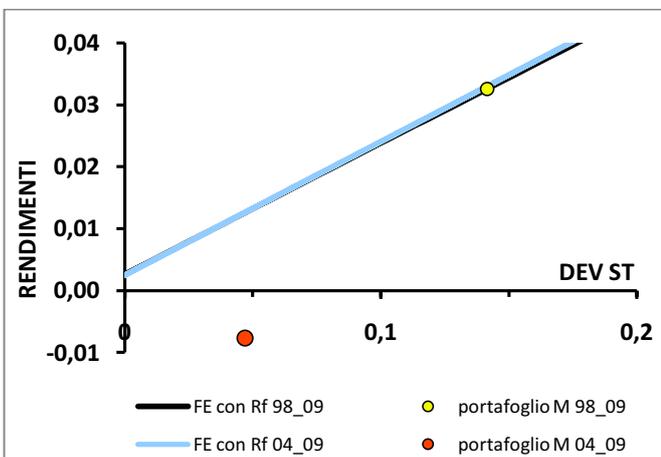
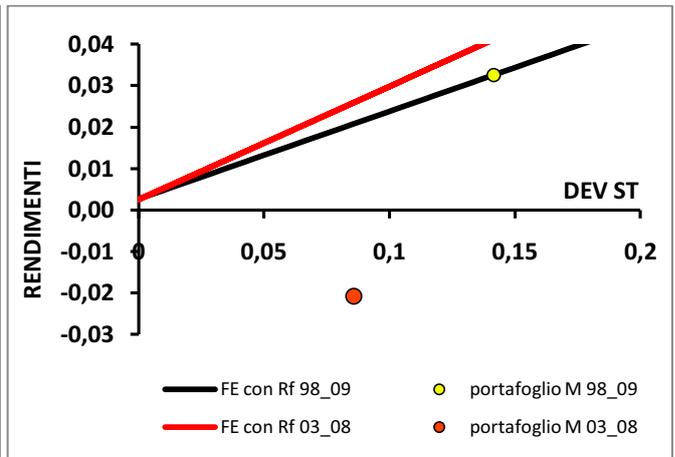
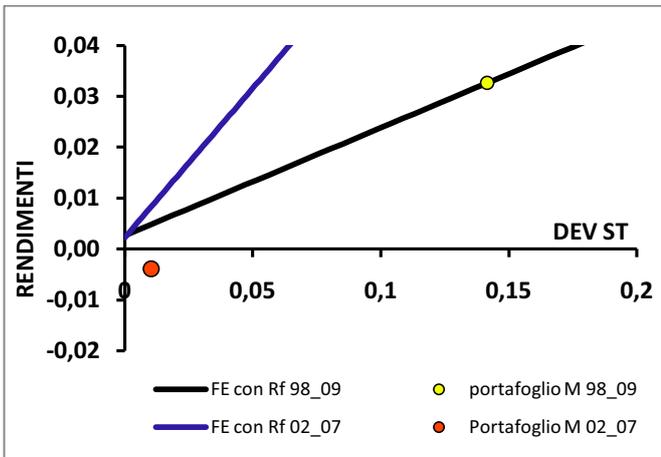
4.3 Frontiere efficienti con risk-free

Per il calcolo delle frontiere efficienti con risk-free relative ad ogni finestra rolling seguiremo il procedimento utilizzato in precedenza (capitolo 3 - paragrafo 3.3), ossia risolveremo il problema di ottimo che, sotto vincolo d'uguaglianza tra i rendimenti medi netti dei titoli rischiosi e il rendimento medio netto del portafoglio, andrà a minimizzare la varianza σ_p^2 .

Per ognuna delle sette finestre ci siamo calcolati i rendimenti attesi per ciascun indice, la matrice di varianza-covarianza degli indici, i valori a, b, c, δ, r_0 che ci permettono di calcolare i portafogli efficienti che andranno a formare le FE con risk-free. Inoltre ci siamo ricavati i pesi, i rendimenti e la deviazione standard dei portafogli a minima varianza V , dei portafogli E con maggior trade-off rischio-rendimento atteso e dei portafogli M di tangenza.

Per ogni finestra riportiamo una serie di grafici delle Frontiere Efficienti con risk-free che mettono in evidenza come, passando da una finestra all'altra, si spostano le FE con asset non rischioso. In questo modo verificherò quali finestre sono migliori rispetto alla frontiera efficiente con titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale.

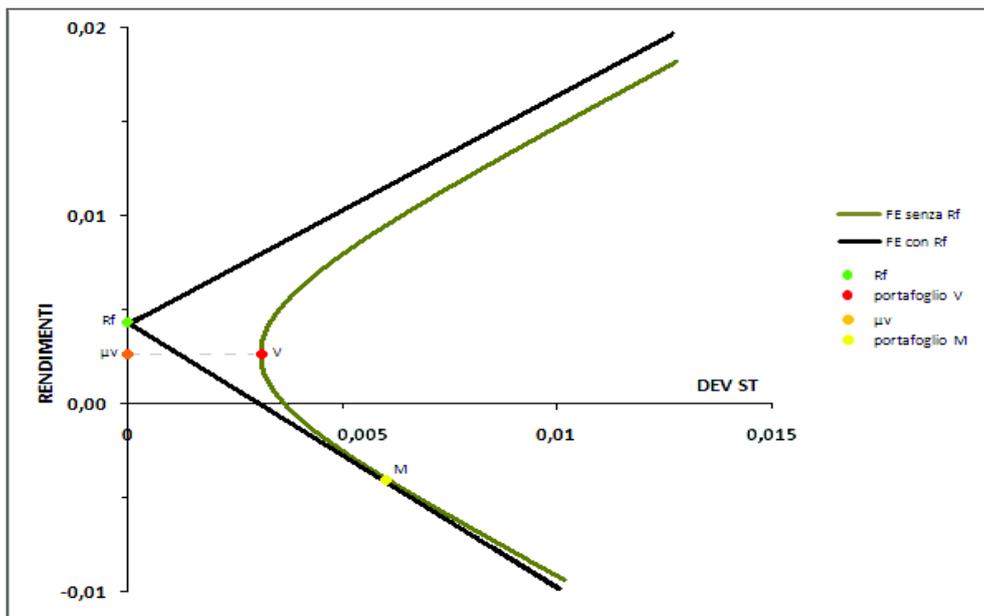




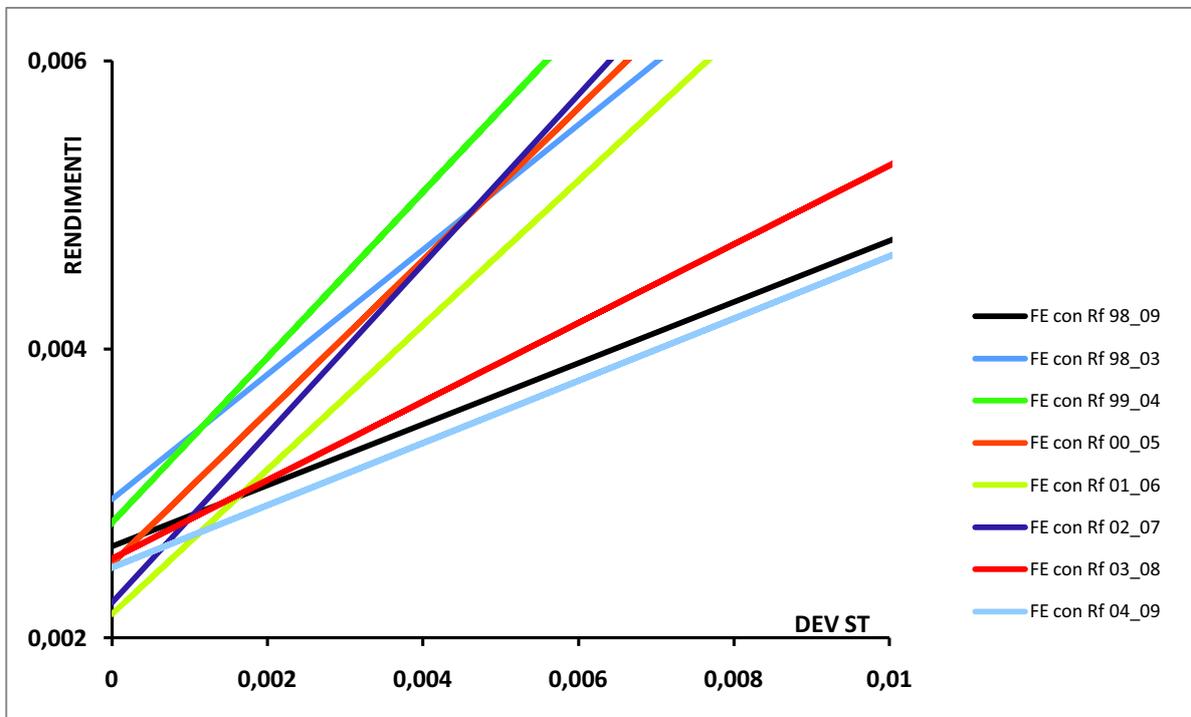
Notiamo che in tutti i grafici la frontiera efficiente con risk-free, dette anche Capital Market line, calcolata su ogni finestra sembra migliorare rispetto alla FE con tasso privo di rischio calcolata sull'intero periodo. Infatti le CML calcolate sul periodo ristretto di cinque anni mi permettono di ottenere rendimenti maggiori a parità di rischio.

Questo lo possiamo notare anche dalle pendenze delle rette relative alle finestre rolling, le quali sono maggiori rispetto alla pendenza della retta corrispondente all'intero arco temporale.

Inoltre i grafici mettono in evidenza come alcuni portafogli di tangenza M risultano negativi e non si trovano sulla frontiera efficiente con risk-free. Questo è dovuto al fatto che alcune finestre rolling, nel nostro caso la terza e le ultime tre, hanno un tasso non rischioso superiore al rendimento del portafoglio a minima varianza V. Quindi tra M e il titolo privo di rischio l'investitore andrà a scegliere come portafoglio ottimo il risk-free che avrà un guadagno maggiore rispetto al rendimento negativo del portafoglio M ed un rischio nullo. Riportiamo un esempio grafico generico per questi particolari casi:



Infine risulta importante andare a confrontare le FE con risk-free tra le varie finestre rolling. Quindi andiamo a riportare un grafico completo di tutte le CML e per effettuare un'analisi più accurata andrò ad impostare sugli assi dei valori molto ristretti:



Notiamo che le CML relative alle prime due finestre rolling inizialmente si incrociano. Proseguendo lungo le rette e oltrepassando il loro punto di tangenza risulta che nella FINESTRA2 ho dei miglioramenti rispetto alla FINESTRA1 perché a parità di rischio ottengo dei rendimenti maggiori.

Successivamente passando dalla FE senza risk-free calcolata sulla seconda finestra alle frontiere calcolate sulla FINESTRA3 e sulla FINESTRA4 ottengo dei peggioramenti perché a parità di rischio ottengo rendimenti minori.

Dopo questa involuzione ottengo un lieve spostamento verso l'alto della CML relativa alla FINESTRA5. Infine spostandomi sulle ultime due finestre ottengo nuovamente due regressioni nella FINESTRA6 e nella FINESTRA7.

Ora, se confrontiamo le singole frontiere efficienti senza risk-free calcolate sulle finestre rolling, osserviamo che la CML corrispondente alla FINESTRA7 risulta essere l'unica al di sotto della CML calcolata considerando l'intero arco temporale.

Riassumendo quanto emerso dall'analisi grafica possiamo dire che le frontiere efficienti con titolo privo di rischio calcolate sulla base di finestre rolling relative ad un periodo ristretto (5 anni) risultano essere quasi tutte migliori della frontiera efficiente calcolata sull'intero arco di tempo (11 anni). L'unica che sembrerebbe peggiorare è la FE calcolata sulla base della settima finestra che corrisponde al periodo 30/11/2004 - 30/10/2009. Un'analisi più accurata rispetto a quella grafica verrà fatta nel prossimo paragrafo 4.4 in cui sarà preso in considerazione un indicatore per misurare la performance dei portafogli.

4.4 Performance di Sharpe sui portafogli significativi

Andiamo a condurre un'analisi più approfondita sulle performance dei portafogli a minima varianza V, dei portafogli con maggior trade-off rischio rendimento E e dei portafogli M di tangenza per ogni finestra.

Utilizziamo la Performance di Sharpe, che indicheremo con p_s , come indice per misurare la performance di un generico portafoglio. Indicando con μ_p il rendimento di un portafoglio generico, con r_0 il rendimento atteso del titolo non rischioso e con σ_p il rischio del portafoglio in esame, ricordiamo che la formula matematica dell'indice p_s risulta essere la seguente:

$$p_s = \frac{\mu_p - r_0}{\sigma_p}$$

Sappiamo che più alto è il suo valore più alta sarà la performance del portafoglio e ciò ci permette di stabilire quale tra i portafogli è il migliore.

Ora per studiare quanto rende mediamente in termini di performance ciascuno dei portafogli V ed E andiamo a sfruttare la distribuzione asintotica dell'indice di Sharpe.

Il test \widehat{ps} , che ci permette di verificare l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero delle singole performance, si distribuisce nel seguente modo:

$$\widehat{ps} \sim_{app} N\left(p_s, \frac{1}{T} \cdot \left(1 + \frac{ps^2}{2}\right)\right)$$

Per ogni finestra ci siamo calcolati la performance di Sharpe dei portafogli V, E ed M. Siamo andati a calcolare i rispettivi test per verificare se la ps è uguale a zero oppure corrisponde a quella calcolata. Nei nostri calcoli abbiamo ottenuto i seguenti risultati:

Periodo completo Portafoglio	1998-2009		
	V	E	M
Media	0,0029	0,0040	0,0343
Deviazione St.	0,0087	0,0103	0,1392
Performance Sharpe	0,0264	0,1325	0,2276
Deviazione St. PS	0,0871	0,0874	0,0882
Test di Sharpe	0,3034	1,5158	2,5817
P-value	0,7616	0,1296	0,0098
Intervallo estr. inf.	-0,1442	-0,0388	0,05498
Intervallo estr. sup.	0,1970	0,3038	0,4004

Periodo	FINESTRA1		FINESTRA2		FINESTRA3		FINESTRA4		FINESTRA5		FINESTRA6		FINESTRA7	
	1998-2003		1999-2004		2000-2005		2001-2006		2002-2007		2003-2008		2004-2009	
	V	E	V	E	V	E	V	E	V	E	V	E	V	E
Media	0,0038	0,0066	0,0034	0,0062	0,0024	0,0053	0,0024	0,0040	0,0015	0,0043	0,0025	0,0032	0,0021	0,0037
Dev.st.	0,0077	0,0102	0,0055	0,0075	0,0050	0,0076	0,0040	0,0052	0,0037	0,0064	0,0049	0,0056	0,0086	0,0112
PS	0,1481	0,3861	0,1331	0,4795	-0,0563	0,3552	-0,0670	0,2675	-0,3144	0,2631	-0,0333	0,1009	-0,0565	0,0940
Dev.St. PS	0,1298	0,1338	0,1297	0,1363	0,1292	0,1331	0,1292	0,1314	0,1323	0,1313	0,1291	0,1294	0,1292	0,1294
Test	1,1408	2,8850	1,0266	3,5178	-0,4359	2,6682	-0,5181	2,0357	-2,3772	2,0034	-0,2576	0,7796	-0,4371	0,7263
P-value	0,2539	0,0039	0,3046	0,0004	0,6629	0,0076	0,6044	0,0418	0,0174	0,0451	0,7967	0,4356	0,6621	0,4677
Estr. Inf.	-0,1063	0,1238	-0,1210	0,2124	-0,3095	0,0943	-0,3203	0,0100	-0,5736	0,0057	-0,2864	-0,1528	-0,3097	-0,1596
Estr. Sup.	0,4025	0,6484	0,3873	0,7467	0,1969	0,6161	0,1864	0,5250	-0,0552	0,5204	0,2198	0,3546	0,1968	0,3476

Periodo	FINESTRA1		FINESTRA2		FINESTRA3		FINESTRA4		FINESTRA5		FINESTRA6		FINESTRA7	
	1998-2003		1999-2004		2000-2005		2001-2006		2002-2007		2003-2008		2004-2009	
	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
Media	0,0166	0,0202	-0,0407	0,0213	-0,0039	-0,0208	-0,0077							
Dev.st.	0,0315	0,0304	0,0821	0,0383	0,0104	0,0857	0,0471							
Risk-free	0,0030	0,0028	0,0025	0,0022	0,0022	0,0025	0,0025							
PS	0,4334	0,5732	-0,5265	0,5008	-0,5866	-0,2726	-0,2157							
Dev.St. PS	0,1350	0,1393	0,1378	0,1370	0,1398	0,1315	0,1306							
Test	3,2095	4,1148	-3,8221	3,6569	-4,1971	-2,0731	-1,6517							
P-value	0,0013	0,0000	0,0001	0,0003	0,0000	0,0382	0,0986							
Intervallo	0,1687 0,6980	0,3002 0,8462	-0,7965 -0,2565	0,2324 0,7693	-0,8605 -0,3127	-0,5302 -0,0149	-0,4717 0,0403							

Analizzando i valori ottenuti per le performance di Sharpe notiamo che per i portafogli a minima varianza V solamente nelle prime due finestre abbiamo performance positive mentre dalla terza in poi le performance di Sharpe tendono a diminuire e a diventare negative. Per quanto riguarda i portafogli E a maggior trade-off rischio rendimento notiamo che tutti hanno performance positive ma anche in questo caso evidenziamo un decremento passando dalla seconda all'ultima finestra. Se invece consideriamo i portafogli di tangenza M, le performance relative a ciascuna finestra rolling risultano molto altalenanti dato che abbiamo ottenuto valori positivi che si alternano a valori negativi.

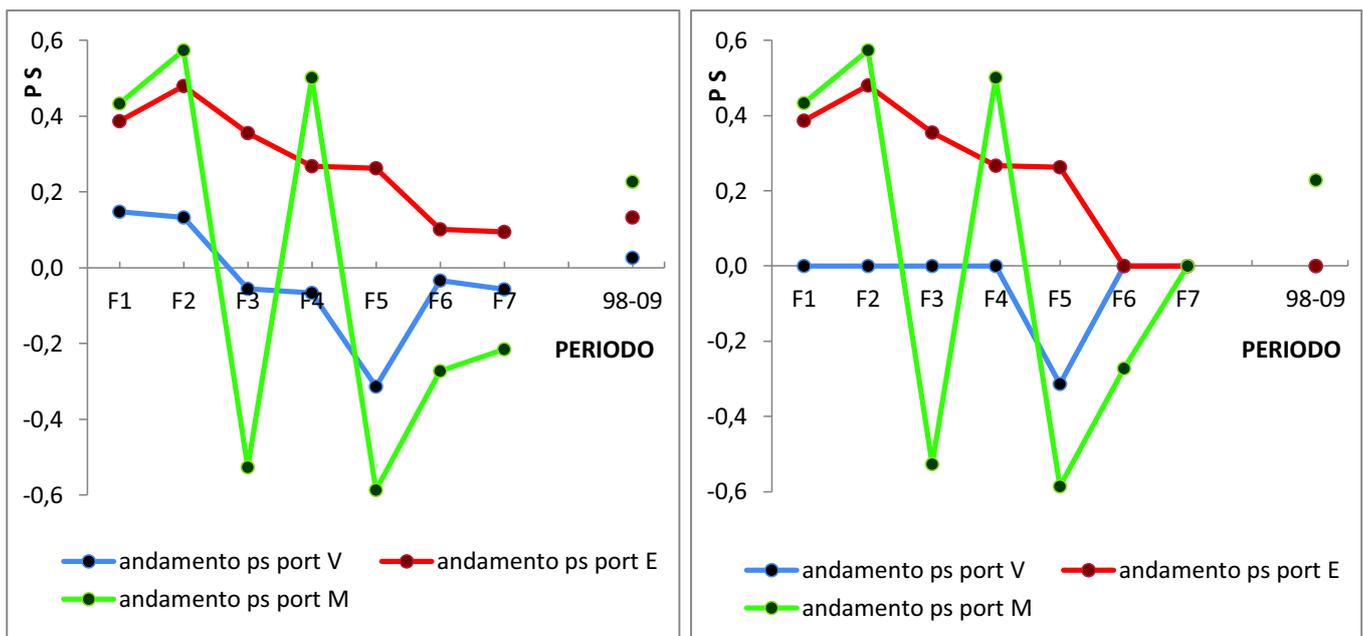
Evidenziamo inoltre che i portafogli con performance maggiore li troviamo nelle prime finestre rolling, infatti il miglior portafoglio V è relativo alla FINESTRA1 e i migliori portafogli E ed M corrispondono alla FINESTRA 2. Mentre i portafogli con performance di Sharpe minore si trovano nelle ultime finestre: FINESTRA5 per il portafoglio a minima varianza e per il portafoglio di tangenza, FINESTRA7 per il portafoglio con maggior trade-off rischio rendimento.

Ora è importante prendere in analisi la statistica test per verificare se effettivamente le performance sono diverse da zero. Per i portafogli V osserviamo che solo per la FINESTRA5 rifiutiamo l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero della rispettiva performance di Sharpe e che quindi è l'unico portafoglio a minima varianza che non ha reso mediamente quanto il tasso privo di rischio. Però questo portafoglio risulta peggiore di tutti gli altri perché ha una performance negativa. Proseguendo deduciamo che confrontando singolarmente ciascun portafoglio V delle finestre rolling con il portafoglio V calcolato nell'intero arco temporale non risalta alcuna differenza tra i due metodi di stima perché le performance sono tutte nulle.

Questo invece non accade per i portafogli con maggior trade-off rischio-rendimento perché per i primi cinque periodi rolling il test rifiuta l'ipotesi nulla di uguaglianza a zero delle performance di Sharpe, mentre le ultime due finestre accettano l'ipotesi nulla. Inoltre possiamo osservare che cinque su sette portafogli E relativi alle finestre rolling hanno performance di Sharpe superiore alla performance calcolata considerando le stime dei rendimenti sull'intero arco temporale, di conseguenza si può dire che per i portafogli E il metodo rolling è preferito al metodo di stima dei rendimenti considerando tutto il periodo completo.

Infine analizziamo i test relativi ai portafogli M di ciascuna finestra. Dai risultati noto che per tutte le prime sei finestre rifiuto l'ipotesi nulla mentre nella settima finestra accetto l'uguaglianza a zero del portafoglio M. Nonostante ciò non posso dire con sicurezza quale dei due metodi sia migliore tra la stima di finestre rolling e la stima considerando l'intero campione di dati perché alcuni portafogli risultano negativi e inferiori al portafoglio M calcolato sull'intero arco temporale.

I due grafici seguenti rappresentano l'andamento delle performance di Sharpe dei portafogli. Il primo grafico non considera i risultati del test di Sharpe mentre il secondo li prende in considerazione:



Inoltre possiamo aggiungere che per la prima, la seconda e la quarta finestra sono preferiti i portafogli di tangenza M. Nella terza e nella quinta finestra i portafogli ottimi sono quelli con maggior trade-off rischio rendimento E. Nelle ultime due finestre i portafogli hanno performance di Sharpe nulle o negative quindi l'agente dovrebbe preferire come portafoglio ottimo il portafoglio M calcolato considerando tutto l'intero arco temporale.

Concludendo diciamo che non sempre con le stime rolling si rilevano risultati migliori rispetto ad una stima completa del periodo di osservazione. Solo nel caso in cui consideriamo una finestra rolling relativa ad un periodo negativo del mercato sarà conveniente considerare un periodo più ampio.

CONCLUSIONI

Nella nostra tesi, dopo aver fatto un'analisi di stazionarietà e indipendenza sugli indici presi in considerazione, siamo andati a costruirci e ad analizzare le frontiere efficienti senza e con risk-free basandoci sulla teoria di Markowitz e considerando la stima dei rendimenti dell'intero arco temporale, che ha inizio il 30 ottobre 1998 e termine il 30 ottobre 2009 (133 osservazioni). Successivamente abbiamo fatto un'analisi inferenziale sugli indici che vanno a formare i portafogli efficienti e sui portafogli più significativi (V, E ed M) notando che tutti gli assets hanno performance di Sharpe nulla e che l'unico portafoglio con performance diversa da zero è il portafoglio di tangenza M.

Proseguendo abbiamo confrontato una nuova frontiera efficiente senza risk-free calcolata a partire dai soli indici obbligazionari con la frontiera efficiente calcolata sull'intero paniere di indici. Dal grafico la nuova frontiera sembra peggiorare, mentre dalla lettura del test di esclusione notiamo che non si è verificato un cambiamento significativamente importante.

Inoltre impostando dei vincoli sui pesi degli asset siamo andati a verificare che le nuove frontiere efficienti senza titolo privo di rischio sono limitate da un valore minimo e da un valore massimo e sono spostate verso destra rispetto alla frontiera efficiente.

Nell'ultimo capitolo siamo andati a mettere a confronto la FE senza/con titolo privo di rischio calcolata sull'intero arco temporale con le FE efficienti calcolate su periodi di tempo limitati, ossia finestre di cinque anni che partendo dalla data iniziale si sposano di anno in anno fino ad arrivare alla data finale. Effettuando un'analisi grafica abbiamo evidenziato che le frontiere senza risk-free calcolate basandoci su finestre rolling sembrano migliorare e lo stesso ottengo nel confronto tra FE con risk-free.

Infine, tramite il calcolo delle performance di Sharpe e l'analisi dei rispettivi test, abbiamo ottenuto che tra i portafogli a minima varianza V delle finestre rolling e il portafoglio V calcolato nell'intero arco temporale non risalta alcuna differenza tra i due metodi di stima perché le performance sono tutte nulle o negative. Mentre per i portafogli a maggior trade-off rischio-rendimento relativi alle finestre rolling cinque su sette hanno performance di Sharpe superiore alla performance calcolata considerando le stime dei rendimenti sull'intero arco temporale, di conseguenza si può dedurre che per i portafogli E il metodo rolling è preferito al metodo di stima dei rendimenti considerando tutto il periodo completo. Invece nel confronto tra portafogli di tangenza M non sempre con le finestre rolling si ottengono portafogli migliori rispetto a quelli calcolati utilizzando l'intero periodo di osservazione.

APPENDICE

• TABELLA PREZZI

Name	Start 30/10/1998		End 30/10/2009		JPM GBI US 1-3Y	BOFA ML EU 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAPAN 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS (EMTX) 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAPAN 10+Y
	DOW JONES INDUST.	DJ EURO STOXX 50	FTSE 100	NIKKEI 225 ST. AVER.								
30/10/1998	7276,32	2887,11	7712,95	98,58	238,5670	278,356	256,1799	180,5250	354,1409	422,149	358,3030	321,1238
30/11/1998	7882,19	3179,09	8197,18	104,69	243,8180	280,512	259,8999	175,2150	365,6069	444,931	379,2629	297,5039
31/12/1998	7818,57	3342,32	8334,64	104,50	241,9670	281,292	262,1890	187,1690	360,7869	453,773	387,8269	282,5378
29/01/1999	8240,80	3547,15	8528,85	109,80	251,0070	291,670	269,3379	188,3800	376,2629	473,253	402,8230	284,0969
26/02/1999	8477,08	3484,24	9010,79	110,30	258,3118	291,988	271,6060	192,2730	369,9519	460,935	392,7559	288,7478
31/03/1999	9064,23	3559,86	9412,82	123,86	264,4668	298,850	280,3828	196,3450	375,3149	474,039	404,8340	306,2849
30/04/1999	10197,61	3757,87	9971,36	132,25	270,7759	301,813	285,1150	199,4610	383,6328	480,882	411,2358	324,0730
31/05/1999	10124,92	3629,46	9571,43	126,84	274,3389	302,912	288,8779	198,5910	383,2019	475,042	406,8179	319,0010
30/06/1999	10638,71	3788,66	9658,40	140,45	278,2419	302,972	287,8450	200,4450	383,1738	473,017	406,3049	306,6548
30/07/1999	9954,97	3638,62	9432,31	145,42	269,0369	299,985	284,2258	204,3660	367,2678	463,506	397,9548	317,9080
31/08/1999	10252,13	3769,14	9508,96	150,56	273,3289	302,310	287,0078	217,1440	370,5088	476,295	409,9099	336,4788
30/09/1999	9705,61	3669,71	9324,01	155,26	272,8999	304,984	291,1279	222,2900	370,3149	468,261	402,8809	353,1199
29/10/1999	10207,63	3922,91	9765,40	163,56	277,1470	308,245	295,4048	229,9610	375,356	486,865	421,0908	364,0808
30/11/1999	10803,22	4314,38	10435,3	180,37	289,7898	312,136	299,9019	244,5470	389,0369	503,882	436,9219	387,6499
31/12/1999	11468,71	4904,46	11141,8	184,53	291,5378	316,025	305,7610	245,7280	385,1389	501,289	433,9119	400,3398
31/01/2000	11180,51	4684,48	10383,5	186,55	298,3889	321,900	316,0789	240,6770	400,1499	507,360	440,8879	395,4199
29/02/2000	10519,10	5182,62	10219,0	188,71	305,2368	323,084	315,335	238,3790	419,2510	515,255	446,3049	386,5908
31/03/2000	11412,43	5249,55	10902,2	207,19	309,2200	329,283	322,5559	256,6079	436,5398	530,021	460,1060	427,0769
28/04/2000	11778,17	5303,95	10864,4	182,49	325,2769	337,852	335,1479	256,3098	454,5139	550,939	479,8030	429,0020
31/05/2000	11345,30	5200,89	10248,7	163,55	320,9658	325,318	315,7400	253,0810	445,1199	522,231	451,9399	428,1118
30/06/2000	10899,09	5145,35	9969,52	171,67	313,9409	323,889	312,0110	248,6910	440,0999	512,462	442,2288	419,1648
31/07/2000	11355,13	5122,80	10288,1	154,90	326,6948	328,964	320,6829	249,1080	463,1218	522,674	451,5730	418,6128
31/08/2000	12613,26	5175,12	10919,1	177,83	343,0789	333,807	326,1628	265,8918	493,8279	525,259	453,2739	438,8638
29/09/2000	12068,80	4915,18	10544,9	165,13	348,2739	340,059	336,6409	264,5959	490,6580	539,638	467,0420	432,7090
31/10/2000	12941,69	5057,46	11028,5	157,08	364,4390	346,896	346,3088	273,3328	519,1748	556,946	483,5408	447,1528
30/11/2000	11963,13	4790,08	10002,0	151,91	358,3418	338,267	332,5898	262,5288	522,0398	549,410	475,3008	446,9299
29/12/2000	11489,38	4772,39	9900,48	128,58	336,3770	336,173	327,5769	236,4040	495,7688	540,733	465,9968	399,8828
31/01/2001	11706,96	4779,90	9893,99	128,01	343,8750	335,692	325,3279	235,0220	500,6809	535,863	460,7278	411,6829
28/02/2001	11410,95	4318,88	9280,03	119,43	350,0918	334,931	326,3538	236,4240	515,4290	534,564	459,8140	420,7190
30/03/2001	11174,91	4185,00	9060,34	117,35	367,3279	341,340	337,0759	230,6040	532,9910	542,345	466,3848	412,1758
30/04/2001	12109,05	4525,01	9630,32	127,23	367,0740	342,001	338,9329	233,5460	516,0679	527,952	453,6619	410,4268
31/05/2001	12872,82	4426,24	9713,67	131,67	386,0388	350,991	352,5959	254,2700	540,6848	541,519	467,7148	452,9219
29/06/2001	12406,67	4243,91	9374,48	122,84	387,9158	349,159	349,3970	242,5400	546,1370	538,481	463,3928	434,7769
31/07/2001	12025,06	4091,38	9004,96	108,54	379,6328	348,064	346,3550	234,2470	548,4949	545,598	469,4900	410,6370
31/08/2001	10952,46	3743,97	8534,20	99,10	368,1218	345,818	343,0488	236,8730	540,1418	546,351	469,7688	416,6118
28/09/2001	9714,33	3296,66	7912,51	90,09	373,2329	350,157	350,1628	236,0600	542,2739	547,100	469,4849	413,9878
31/10/2001	10074,59	3478,63	8136,43	94,02	381,0928	354,438	354,3870	232,2900	576,3079	574,397	494,0449	410,0959
30/11/2001	11001,82	3658,27	8287,22	97,03	382,4199	352,133	349,9119	232,2180	550,9500	563,235	483,5898	409,7529
31/12/2001	11254,87	3806,13	8527,86	90,34	384,3550	358,010	357,5740	219,5510	542,9089	557,604	481,5679	387,8198
31/01/2002	11521,72	3670,27	8477,96	86,81	398,5149	361,279	360,6880	222,4750	569,1428	571,556	492,5659	385,8240
28/02/2002	11682,75	3624,74	8340,35	91,46	398,6848	362,536	361,0879	221,3590	573,3298	564,126	484,8350	384,4399
29/03/2002	11924,49	3784,05	8604,14	95,34	392,2710	361,547	359,6619	221,8360	544,688	548,055	469,5869	390,5020
30/04/2002	11036,71	3574,24	8353,13	99,32	384,3809	361,213	359,3528	221,7880	547,9229	550,417	471,1819	393,3938
31/05/2002	10622,05	3425,79	7962,83	101,45	372,2979	356,956	349,1089	221,3180	530,2898	534,486	453,8660	394,2678

28/06/2002	9357,92	3133,39	7185,73	89,72	355,2698	356,670	346,4749	216,8430	510,7058	546,784	464,6309	391,3018
31/07/2002	8910,91	2685,79	6765,78	84,13	362,4978	366,298	362,8269	218,7040	530,2488	568,461	485,1670	394,7100
30/08/2002	8833,68	2709,29	6667,63	82,72	363,8440	366,927	361,3198	220,9800	554,3298	582,452	498,8638	408,1050
30/09/2002	7681,19	2204,39	5921,63	77,98	364,1580	372,589	367,8970	213,4620	573,1758	601,344	514,4949	394,7349
31/10/2002	8477,69	2518,99	6380,76	71,21	364,2429	372,630	365,6208	211,7400	554,8179	589,177	502,4558	403,7598
29/11/2002	8943,03	2656,85	6521,82	75,62	361,3928	371,271	361,3428	210,7080	546,2578	579,128	491,8398	402,7759
31/12/2002	7949,45	2386,41	6045,35	68,89	346,1060	370,630	357,9629	206,2820	539,4819	588,671	495,7898	400,4548
31/01/2003	7502,38	2248,18	5462,27	64,77	338,2988	371,149	359,4778	199,5940	525,5068	595,602	504,2820	398,0439
28/02/2003	7321,18	2140,73	5342,07	65,63	338,5518	365,103	346,3999	201,6730	539,9978	575,349	481,8879	404,6318
31/03/2003	7324,15	2036,86	5233,98	61,62	334,9209	363,138	343,3389	198,6210	526,2578	564,649	472,5708	407,9080
30/04/2003	7598,79	2324,24	5622,58	58,84	328,1189	362,046	340,4910	193,2010	519,9448	556,464	465,3708	408,1348
30/05/2003	7525,15	2330,06	5639,20	59,89	312,6858	359,902	333,0049	182,8700	521,8589	561,559	467,5488	387,9419
30/06/2003	7824,16	2419,51	5792,32	65,87	320,7200	365,086	344,3140	186,4060	525,8789	567,913	475,4180	380,2378
31/07/2003	8203,90	2519,79	5936,90	70,48	325,2249	363,220	341,4309	189,5400	487,2739	551,048	459,5850	375,1118
29/08/2003	8576,25	2556,71	5994,89	80,74	333,6729	364,510	343,5530	200,2480	508,5229	558,690	467,9338	372,5000
30/09/2003	7964,44	2395,87	5836,80	78,55	317,6599	366,955	342,0598	197,3000	504,1399	561,279	467,6748	367,8860
31/10/2003	8431,09	2575,04	6258,80	82,63	316,9700	367,911	347,8899	201,1200	490,9319	555,828	465,0708	369,4038
28/11/2003	8160,64	2630,47	6230,41	76,94	307,1799	366,027	343,3899	195,9400	478,3770	548,367	457,4690	368,9929
31/12/2003	8287,95	2760,66	6353,77	78,98	293,7898	366,788	342,7200	190,4000	460,1519	558,627	464,3989	357,1489
30/01/2004	8442,32	2839,14	6433,23	82,00	298,9399	373,007	354,2998	195,8800	475,2979	571,767	479,7979	368,4080
27/02/2004	8517,89	2893,18	6709,29	81,33	300,4099	378,804	363,4299	189,8300	484,8240	587,540	494,4448	359,4658
31/03/2004	8428,57	2787,50	6558,98	91,64	304,7500	380,497	364,4900	201,4000	497,7300	594,908	499,8699	376,3398
30/04/2004	8529,94	2787,48	6641,54	88,91	309,2200	378,036	360,7200	194,6100	481,3398	579,232	484,8198	356,1899
31/05/2004	8343,18	2749,62	6652,18	83,25	303,1599	381,407	364,8398	190,8200	470,0999	582,861	488,2300	350,1199
30/06/2004	8577,66	2811,09	6654,34	89,33	304,2698	381,146	364,3999	193,9200	476,3699	584,583	490,0000	344,6399
30/07/2004	8421,71	2720,05	6665,27	84,40	308,6499	384,624	370,2898	191,8300	489,5898	595,275	499,9800	335,4299
31/08/2004	8371,04	2670,79	6600,52	83,08	307,9600	382,908	366,0098	193,3100	503,0498	596,891	500,1499	352,6299
30/09/2004	8115,66	2726,31	6659,04	79,06	301,1199	381,343	362,5398	188,4700	496,4800	594,295	497,0098	349,8298
29/10/2004	7882,77	2811,72	6660,72	79,74	294,9299	381,170	360,5098	191,0900	491,8398	597,725	497,5898	352,4399
30/11/2004	7846,68	2876,39	6764,73	79,78	280,7598	383,780	362,2000	189,0600	460,1099	609,177	505,6899	351,2500
31/12/2004	7933,38	2951,01	6800,33	82,49	275,1599	379,620	357,0698	185,5000	460,1599	604,453	499,0298	347,1899
31/01/2005	8047,03	2984,59	7020,63	84,44	286,7400	385,756	366,7100	191,6900	491,5298	616,729	510,5698	363,7998
28/02/2005	8111,44	3058,32	7208,55	84,82	280,8799	386,867	367,2898	186,6700	476,3599	615,765	510,7300	349,4099
31/03/2005	8082,47	3055,73	7116,49	83,95	286,8499	387,972	370,1499	186,0400	483,1099	617,913	512,2898	356,4500
29/04/2005	7895,06	2930,10	7103,60	81,28	290,4600	395,100	379,3699	191,1300	502,9900	641,297	532,2400	369,9399
31/05/2005	8477,21	3076,70	7326,89	84,74	304,8398	397,611	381,7998	194,5300	539,6099	652,717	542,5000	375,3298
30/06/2005	8487,35	3181,54	7570,56	86,35	311,4500	399,348	385,7300	193,0700	558,5098	665,908	554,6099	378,1799
29/07/2005	8760,55	3326,51	7656,61	87,40	309,4700	393,376	378,0198	190,09	542,0898	646,930	537,0898	365,0898
31/08/2005	8522,67	3263,78	7746,29	90,82	307,6299	397,899	383,1899	189,29	551,2200	664,479	552,7400	363,6299
30/09/2005	8766,03	3428,51	8037,71	99,34	312,9800	399,141	385,2100	189,06	546,2798	664,006	551,1699	362,5398
31/10/2005	8716,39	3320,15	7858,82	97,59	314,9199	400,201	388,5999	185,20	539,7100	666,595	556,3899	352,9900
30/11/2005	9165,21	3447,07	7959,44	105,42	321,0000	399,318	387,3298	183,32	551,8599	672,205	563,6499	353,3398
30/12/2005	9085,87	3578,93	8177,49	115,72	322,1599	399,201	386,2500	185,65	564,3899	681,634	568,2698	360,1199
31/01/2006	8947,56	3691,41	8431,29	117,13	313,3599	402,104	388,8599	181,83	543,0498	693,650	582,7798	349,1899
28/02/2006	9220,71	3774,51	8506,96	117,35	319,3799	402,131	391,4299	186,68	557,0798	694,976	584,7598	362,9800
31/03/2006	9179,77	3853,74	8548,89	119,47	315,1199	396,271	382,6799	180,12	530,8699	660,890	554,6199	348,3198
28/04/2006	9024,17	3839,90	8691,39	117,53	303,6099	399,644	385,3599	179,02	499,9900	648,827	545,3999	336,3499
31/05/2006	8695,57	3637,17	8339,49	107,42	298,1399	403,250	390,0898	178,48	489,9399	660,839	556,4500	340,0598
30/06/2006	8720,05	3648,92	8437,71	106,07	300,1199	402,383	388,2898	175,96	496,5098	649,796	545,9099	329,8398
31/07/2006	8765,32	3691,87	8673,48	105,84	302,8899	406,931	394,6199	176,36	506,7698	668,937	562,9399	328,4700
31/08/2006	8891,16	3808,70	8776,47	107,51	304,2100	410,853	401,5999	172,36	519,3999	690,209	581,2998	331,3799
29/09/2006	9219,70	3899,41	8789,80	107,83	309,0398	409,577	399,9500	173,08	533,2300	689,673	580,0698	331,3298
31/10/2006	9465,18	4004,80	9159,02	109,67	307,8398	414,495	406,2000	173,02	533,0999	707,066	596,6099	330,9700
30/11/2006	9220,64	3987,23	8976,55	106,16	297,9399	415,032	404,9600	168,68	523,3298	703,637	591,3599	327,4700
29/12/2006	9451,59	4119,94	9233,11	109,63	299,5198	414,929	405,2400	164,75	514,8198	689,087	575,6499	321,9199
31/01/2007	9713,32	4178,54	9344,11	110,60	304,5298	417,885	411,1099	165,06	518,3799	682,501	575,0298	319,0000
28/02/2007	9287,59	4087,12	9155,80	112,48	302,1099	415,078	407,6799	165,57	525,2300	688,392	579,8599	325,4800
30/03/2007	9280,82	4181,03	9294,28	109,99	300,9800	413,347	405,6699	165,07	515,4900	670,759	564,5498	323,0999
30/04/2007	9571,30	4392,34	9450,07	106,69	294,5798	414,505	404,5398	159,08	506,8699	662,556	557,2898	313,4399

31/05/2007	10127,52	4512,65	9733,84	109,06	298,3799	413,585	405,7698	158,07	504,3699	653,665	550,9199	308,9800
29/06/2007	9928,08	4489,77	9816,38	108,75	298,6299	417,280	411,6299	155,38	498,5598	645,850	544,7300	298,7500
31/07/2007	9651,61	4315,69	9441,27	105,83	297,2898	420,717	415,3799	159,30	504,7898	667,117	564,0598	308,2898
31/08/2007	9798,64	4294,56	9326,47	104,86	301,7000	422,217	418,0898	164,79	516,7500	675,835	572,1299	324,2100
28/09/2007	9770,70	4381,70	9264,07	102,62	291,2000	417,556	408,5498	159,38	496,5298	651,524	549,2500	311,0498
31/10/2007	9628,34	4489,79	9651,18	100,35	287,3999	418,718	410,6299	156,67	494,9700	660,241	556,8599	305,8499
30/11/2007	9110,14	4394,95	9010,92	96,31	288,4199	416,045	406,1099	160,67	510,4199	656,794	553,0098	319,6099
31/12/2007	9073,08	4399,72	8791,48	93,72	290,2300	410,123	397,0598	160,45	510,2998	653,627	547,0098	318,4199
31/01/2008	8544,29	3792,80	7894,96	86,34	291,6299	411,494	393,8699	167,00	517,7698	648,604	543,5398	330,9500
29/02/2008	8080,31	3724,50	7710,51	86,07	287,4299	410,800	387,0598	166,42	507,2400	635,039	529,6899	334,3799
31/03/2008	7739,11	3628,06	7152,22	79,42	276,0798	403,431	372,9299	166,83	490,5298	613,432	508,5898	333,8999
30/04/2008	8234,33	3825,02	7743,66	85,12	278,5000	406,358	375,4399	161,09	489,0198	610,376	507,2500	316,9600
30/05/2008	8132,83	3777,85	7698,22	87,41	277,9600	406,385	372,0298	159,61	480,2500	600,386	499,5000	310,0000
30/06/2008	7204,05	3352,81	7106,54	80,72	274,9600	405,096	369,8098	157,26	482,0398	592,032	491,3098	310,7698
31/07/2008	7292,40	3367,82	6870,94	79,32	278,7998	414,519	376,0098	155,96	486,3699	613,352	508,2300	308,3899
29/08/2008	7840,52	3365,63	6982,91	81,82	297,0498	409,773	370,5398	164,93	528,4399	614,325	508,8599	331,7798
30/09/2008	7725,25	3038,20	6221,38	75,51	313,8699	417,822	384,2998	176,67	556,0999	623,605	515,9500	354,3098
31/10/2008	7353,87	2591,76	5577,65	68,77	351,0798	422,169	393,4399	212,29	595,8398	621,724	514,6599	424,4299
28/11/2008	6957,95	2430,32	5185,33	70,43	355,0598	408,291	378,5698	218,86	668,0098	628,419	518,5999	440,2798
31/12/2008	6313,54	2447,62	4586,20	70,31	326,000	374,213	330,3098	210,97	664,2598	588,222	476,8599	446,9299
30/01/2009	6243,57	2236,98	4668,54	69,46	352,3398	389,445	360,9900	230,89	659,3398	582,665	475,0898	478,2898
27/02/2009	5561,10	1976,23	4298,39	60,90	355,1399	385,806	361,0598	214,01	658,7200	588,408	481,3699	443,7200
31/03/2009	5730,84	2071,13	4238,52	61,84	341,4900	378,784	349,0898	202,87	660,9500	588,972	481,6199	417,8999
30/04/2009	6164,15	2375,34	4745,54	67,72	341,6599	391,575	362,3999	204,32	628,2798	595,700	488,0000	416,7400
29/05/2009	6005,53	2451,24	5033,25	70,48	320,4099	396,274	369,6599	197,36	572,0598	591,959	487,2100	397,2998
30/06/2009	6022,29	2401,70	4989,09	73,59	322,8098	404,163	379,2998	197,27	581,5298	620,993	514,7200	403,3999
31/07/2009	6468,93	2638,13	5388,63	76,74	319,8198	409,584	379,0898	197,97	578,5598	615,615	504,9399	399,8699
31/08/2009	6617,43	2775,17	5575,13	78,82	317,3298	405,734	371,5498	200,98	582,5898	633,628	521,0698	409,9700
30/09/2009	6644,38	2872,63	5617,26	77,43	312,2998	394,938	358,8899	204,47	582,9600	614,674	503,2698	419,9800
30/10/2009	6582,94	2743,50	5635,73	75,13	310,0798	400,980	367,0198	200,31	570,1299	622,315	510,6699	408,1299

Name	JPM EURO CASH 1M				
CURRENCY	E				
30/10/1998	223,63	30/05/2003	264,60	30/12/2007	299,70
30/11/1998	224,40	30/06/2003	265,15	30/01/2008	300,88
30/12/1998	225,19	30/07/2003	265,63	29/02/2008	301,93
30/01/1999	225,81	30/08/2003	266,09	30/03/2008	302,90
28/02/1999	226,36	30/09/2003	266,60	30/04/2008	304,10
30/03/1999	227,00	30/10/2003	267,07	30/05/2008	305,19
30/04/1999	227,62	30/11/2003	267,50	30/06/2008	306,37
30/05/1999	228,07	30/12/2003	268,02	30/07/2008	307,49
30/06/1999	228,60	30/01/2004	268,51	30/08/2008	308,63
30/07/1999	229,10	29/02/2004	268,94	30/09/2008	309,77
30/08/1999	229,62	30/03/2004	269,44	30/10/2008	311,18
30/09/1999	230,14	30/04/2004	269,90	30/11/2008	312,38
30/10/1999	230,59	30/05/2004	270,34	30/12/2008	313,46
30/11/1999	231,09	30/06/2004	270,85	30/01/2009	314,29
30/12/1999	231,84	30/07/2004	271,31	28/02/2009	314,74
30/01/2000	232,40	30/08/2004	271,80	30/03/2009	315,20
29/02/2000	233,06	30/09/2004	272,28	30/04/2009	315,52
30/03/2000	233,70	30/10/2004	272,74	30/05/2009	315,75
30/04/2000	234,37	30/11/2004	273,23	30/06/2009	316,05
30/05/2000	235,17	30/12/2004	273,73	30/07/2009	316,26
30/06/2000	236,01	30/01/2005	274,21	30/08/2009	316,40
30/07/2000	236,82	28/02/2005	274,70	30/09/2009	316,53
30/08/2000	237,74	30/03/2005	275,18	30/10/2009	316,63
30/09/2000	238,65	30/04/2005	275,66		
30/10/2000	239,61	30/05/2005	276,16		
30/11/2000	240,61	30/06/2005	276,66		
30/12/2000	241,60	30/07/2005	277,13		
30/01/2001	242,64	30/08/2005	277,65		
28/02/2001	243,59	30/09/2005	278,15		
30/03/2001	244,60	30/10/2005	278,61		
30/04/2001	245,59	30/11/2005	279,12		
30/05/2001	246,62	30/12/2005	279,67		
30/06/2001	247,56	30/01/2006	280,25		
30/07/2001	248,53	28/02/2006	280,76		
30/08/2001	249,51	30/03/2006	281,36		
30/09/2001	250,47	30/04/2006	281,96		
30/10/2001	251,33	30/05/2006	282,60		
30/11/2001	252,13	30/06/2006	283,27		
30/12/2001	252,82	30/07/2006	283,89		
30/01/2002	253,59	30/08/2006	284,67		
28/02/2002	254,27	30/09/2006	285,38		
30/03/2002	254,95	30/10/2006	286,17		
30/04/2002	255,71	30/11/2006	286,97		
30/05/2002	256,42	30/12/2006	287,79		
30/06/2002	257,11	30/01/2007	288,72		
30/07/2002	257,89	28/02/2007	289,54		
30/08/2002	258,63	30/03/2007	290,44		
30/09/2002	259,37	30/04/2007	291,40		
30/10/2002	260,09	30/05/2007	292,31		
30/11/2002	260,81	30/06/2007	293,28		
30/12/2002	261,55	30/07/2007	294,32		
30/01/2003	262,21	30/08/2007	295,32		
28/02/2003	262,83	30/09/2007	296,38		
30/03/2003	263,38	30/10/2007	297,56		
30/04/2003	264,00	30/11/2007	298,47		

• TABELLA RENDIMENTI

Start 30/10/1998
End 30/10/2009

Name	DOW JONES INDUST.	DJ EURO STOXX 50	FTSE 100	NIKKEI 225 ST. AVER.	JPM GBI US 1-3Y	BOFA ML EU 1-3Y	JPM GBI UK 1-3Y	JPM GBI JAPAN 1-3Y	JPM GBI US 10+Y	EMTS (EMTX) 15+Y	JPM GBI UK 10+Y	JPM GBI JAPAN 10+Y
CURRENCY	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E
30/11/1998	0,0800	0,0963	0,0609	0,0601	0,0218	0,0077	0,0144	-0,0299	0,0319	0,0526	0,0569	-0,0764
31/12/1998	-0,0081	0,0501	0,0166	-0,0018	-0,0076	0,0028	0,0088	0,0660	-0,0133	0,0197	0,0223	-0,0516
29/01/1999	0,0526	0,0595	0,0230	0,0495	0,0367	0,0362	0,0269	0,0064	0,0420	0,0420	0,0379	0,0055
26/02/1999	0,0283	-0,0179	0,0550	0,0045	0,0287	0,0011	0,0084	0,0205	-0,0169	-0,0264	-0,0253	0,0162
31/03/1999	0,0670	0,0215	0,0436	0,1159	0,0235	0,0232	0,0318	0,0210	0,0144	0,0280	0,0303	0,0590
30/04/1999	0,1178	0,0541	0,0576	0,0655	0,0236	0,0099	0,0167	0,0157	0,0219	0,0143	0,0157	0,0565
31/05/1999	-0,0072	-0,0348	-0,0409	-0,0418	0,0131	0,0036	0,0131	-0,0044	-0,0011	-0,0122	-0,0108	-0,0158
30/06/1999	0,0495	0,0429	0,0090	0,1019	0,0141	0,0002	-0,0036	0,0093	-0,0001	-0,0043	-0,0013	-0,0395
30/07/1999	-0,0664	-0,0404	-0,0237	0,0348	-0,0336	-0,0099	-0,0127	0,0194	-0,0424	-0,0203	-0,0208	0,0360
31/08/1999	0,0294	0,0352	0,0081	0,0347	0,0158	0,0077	0,0097	0,0606	0,0088	0,0272	0,0296	0,0568
30/09/1999	-0,0548	-0,0267	-0,0196	0,0307	-0,0016	0,0088	0,0143	0,0234	-0,0005	-0,0170	-0,0173	0,0483
29/10/1999	0,0504	0,0667	0,0463	0,0521	0,0154	0,0106	0,0146	0,0339	0,0135	0,0390	0,0442	0,0306
30/11/1999	0,0567	0,0951	0,0663	0,0978	0,0446	0,0125	0,0151	0,0615	0,0358	0,0344	0,0369	0,0627
31/12/1999	0,0598	0,1282	0,0655	0,0228	0,0060	0,0124	0,0193	0,0048	-0,0101	-0,0052	-0,0069	0,0322
31/01/2000	-0,0255	-0,0459	-0,0705	0,0109	0,0232	0,0184	0,0332	-0,0208	0,0382	0,0120	0,0159	-0,0124
29/02/2000	-0,0610	0,1011	-0,0160	0,0115	0,0227	0,0037	-0,0024	-0,0096	0,0466	0,0154	0,0122	-0,0226
31/03/2000	0,0815	0,0128	0,0647	0,0934	0,0130	0,0190	0,0226	0,0737	0,0404	0,0283	0,0305	0,0996
28/04/2000	0,0315	0,0103	-0,0035	-0,1269	0,0506	0,0257	0,0383	-0,0012	0,0403	0,0387	0,0419	0,0045
31/05/2000	-0,0374	-0,0196	-0,0583	-0,1096	-0,0133	-0,0378	-0,0597	-0,0127	-0,0209	-0,0535	-0,0598	-0,0021
30/06/2000	-0,0401	-0,0107	-0,0276	0,0485	-0,0221	-0,0044	-0,0119	-0,0175	-0,0113	-0,0189	-0,0217	-0,0211
31/07/2000	0,0410	-0,0044	0,0315	-0,1028	0,0398	0,0155	0,0274	0,0017	0,0510	0,0197	0,0209	-0,0013
31/08/2000	0,1051	0,0102	0,0595	0,1380	0,0489	0,0146	0,0169	0,0652	0,0642	0,0049	0,0038	0,0472
29/09/2000	-0,0441	-0,0515	-0,0349	-0,0741	0,0150	0,0186	0,0316	-0,0049	-0,0064	0,0270	0,0299	-0,0141
31/10/2000	0,0698	0,0285	0,0448	-0,0500	0,0454	0,0199	0,0283	0,0325	0,0565	0,0316	0,0347	0,0328
30/11/2000	-0,0786	-0,0543	-0,0977	-0,0335	-0,0169	-0,0252	-0,0404	-0,0403	0,0055	-0,0136	-0,0172	-0,0005
29/12/2000	-0,0404	-0,0037	-0,0102	-0,1667	-0,0633	-0,0062	-0,0152	-0,1048	-0,0516	-0,0159	-0,0198	-0,1112
31/01/2001	0,0188	0,0016	-0,0007	-0,0044	0,0220	-0,0014	-0,0069	-0,0059	0,0099	-0,0090	-0,0114	0,0291
28/02/2001	-0,0256	-0,1014	-0,0641	-0,0694	0,0179	-0,0023	0,0031	0,0059	0,0290	-0,0024	-0,0020	0,0217
30/03/2001	-0,0209	-0,0315	-0,0240	-0,0176	0,0481	0,0190	0,0323	-0,0249	0,0335	0,0145	0,0142	-0,0205
30/04/2001	0,0803	0,0781	0,0610	0,0808	-0,0007	0,0019	0,0055	0,0127	-0,0323	-0,0269	-0,0277	-0,0043
31/05/2001	0,0612	-0,0221	0,0086	0,0343	0,0504	0,0259	0,0395	0,0850	0,0466	0,0254	0,0305	0,0985
29/06/2001	-0,0369	-0,0421	-0,0355	-0,0694	0,0049	-0,0052	-0,0091	-0,0472	0,0100	-0,0056	-0,0093	-0,0409
31/07/2001	-0,0312	-0,0366	-0,0402	-0,1238	-0,0216	-0,0031	-0,0087	-0,0348	0,0043	0,0131	0,0131	-0,0571
31/08/2001	-0,0934	-0,0887	-0,0537	-0,0910	-0,0308	-0,0065	-0,0096	0,0111	-0,0153	0,0014	0,0006	0,0144
28/09/2001	-0,1200	-0,1272	-0,0756	-0,0953	0,0138	0,0125	0,0205	-0,0034	0,0039	0,0014	-0,0006	-0,0063
31/10/2001	0,0364	0,0537	0,0279	0,0427	0,0208	0,0122	0,0120	-0,0161	0,0609	0,0487	0,0510	-0,0094
30/11/2001	0,0880	0,0504	0,0184	0,0315	0,0035	-0,0065	-0,0127	-0,0003	-0,0450	-0,0196	-0,0214	-0,0008
31/12/2001	0,0227	0,0396	0,0286	-0,0714	0,0050	0,0166	0,0217	-0,0561	-0,0147	-0,0100	-0,0042	-0,0550
31/01/2002	0,0234	-0,0363	-0,0059	-0,0399	0,0362	0,0091	0,0087	0,0132	0,0472	0,0247	0,0226	-0,0052
28/02/2002	0,0139	-0,0125	-0,0164	0,0522	0,0004	0,0035	0,0011	-0,0050	0,0073	-0,0131	-0,0158	-0,0036
29/03/2002	0,0205	0,0430	0,0311	0,0415	-0,0162	-0,0027	-0,0040	0,0022	-0,0512	-0,0289	-0,0320	0,0156
30/04/2002	-0,0774	-0,0570	-0,0296	0,0409	-0,0203	-0,0009	-0,0009	-0,0002	0,0059	0,0043	0,0034	0,0074
31/05/2002	-0,0383	-0,0424	-0,0479	0,0212	-0,0319	-0,0119	-0,0289	-0,0021	-0,0327	-0,0294	-0,0374	0,0022
28/06/2002	-0,1267	-0,0892	-0,1027	-0,1229	-0,0468	-0,0008	-0,0076	-0,0204	-0,0376	0,0227	0,0234	-0,0076
31/07/2002	-0,0489	-0,1541	-0,0602	-0,0643	0,0201	0,0266	0,0461	0,0085	0,0376	0,0389	0,0432	0,0087
30/08/2002	-0,0087	0,0087	-0,0146	-0,0169	0,0037	0,0017	-0,0042	0,0104	0,0444	0,0243	0,0278	0,0334
30/09/2002	-0,1398	-0,2062	-0,1187	-0,0590	0,0009	0,0153	0,0180	-0,0346	0,0334	0,0319	0,0309	-0,0333
31/10/2002	0,0987	0,1334	0,0747	-0,0908	0,0002	0,0001	-0,0062	-0,0081	-0,0326	-0,0204	-0,0237	0,0226
29/11/2002	0,0534	0,0533	0,0219	0,0601	-0,0079	-0,0037	-0,0118	-0,0049	-0,0155	-0,0172	-0,0214	-0,0024
31/12/2002	-0,1178	-0,1074	-0,0759	-0,0932	-0,0432	-0,0017	-0,0094	-0,0212	-0,0125	0,0163	0,0080	-0,0058

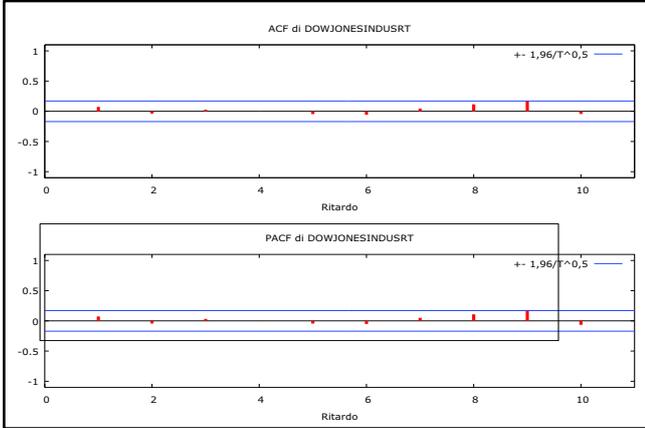
31/01/2003	-0,0579	-0,0597	-0,1014	-0,0617	-0,0228	0,0014	0,0042	-0,0330	-0,0262	0,0117	0,0170	-0,0060
28/02/2003	-0,0244	-0,0490	-0,0223	0,0132	0,0007	-0,0164	-0,0371	0,0104	0,0272	-0,0346	-0,0454	0,0164
31/03/2003	0,0004	-0,0497	-0,0204	-0,0630	-0,0108	-0,0054	-0,0089	-0,0152	-0,0258	-0,0188	-0,0195	0,0081
30/04/2003	0,0368	0,1320	0,0716	-0,0462	-0,0205	-0,0030	-0,0083	-0,0277	-0,0121	-0,0146	-0,0154	0,0006
30/05/2003	-0,0097	0,0025	0,0030	0,0177	-0,0482	-0,0059	-0,0222	-0,0550	0,0037	0,0091	0,0047	-0,0507
30/06/2003	0,0390	0,0377	0,0268	0,0952	0,0254	0,0143	0,0334	0,0192	0,0077	0,0113	0,0167	-0,0201
31/07/2003	0,0474	0,0406	0,0247	0,0676	0,0139	-0,0051	-0,0084	0,0167	-0,0762	-0,0301	-0,0339	-0,0136
29/08/2003	0,0444	0,0145	0,0097	0,1359	0,0256	0,0035	0,0062	0,0550	0,0427	0,0138	0,0180	-0,0070
30/09/2003	-0,0740	-0,0650	-0,0267	-0,0275	-0,0492	0,0067	-0,0044	-0,0148	-0,0087	0,0046	-0,0006	-0,0125
31/10/2003	0,0569	0,0721	0,0698	0,0506	-0,0022	0,0026	0,0169	0,0192	-0,0265	-0,0098	-0,0056	0,0041
28/11/2003	-0,0326	0,0213	-0,0045	-0,0713	-0,0314	-0,0051	-0,0130	-0,0261	-0,0259	-0,0135	-0,0165	-0,0011
31/12/2003	0,0155	0,0483	0,0196	0,0262	-0,0446	0,0021	-0,0020	-0,0287	-0,0388	0,0185	0,0150	-0,0326
30/01/2004	0,0185	0,0280	0,0124	0,0375	0,0174	0,0168	0,0332	0,0284	0,0324	0,0232	0,0326	0,0310
27/02/2004	0,0089	0,0189	0,0420	-0,0082	0,0049	0,0154	0,0254	-0,0314	0,0198	0,0272	0,0301	-0,0246
31/03/2004	-0,0105	-0,0372	-0,0227	0,1194	0,0143	0,0045	0,0029	0,0592	0,0263	0,0125	0,0109	0,0459
30/04/2004	0,0120	0,0000	0,0125	-0,0302	0,0146	-0,0065	-0,0104	-0,0343	-0,0335	-0,0267	-0,0306	-0,0550
31/05/2004	-0,0221	-0,0137	0,0016	-0,0658	-0,0198	0,0089	0,0114	-0,0197	-0,0236	0,0062	0,0070	-0,0172
30/06/2004	0,0277	0,0221	0,0003	0,0705	0,0037	-0,0007	-0,0012	0,0161	0,0132	0,0030	0,0036	-0,0158
30/07/2004	-0,0183	-0,0329	0,0016	-0,0568	0,0143	0,0091	0,0160	-0,0108	0,0274	0,0181	0,0202	-0,0271
31/08/2004	-0,0060	-0,0183	-0,0098	-0,0158	-0,0022	-0,0045	-0,0116	0,0077	0,0271	0,0027	0,0003	0,0500
30/09/2004	-0,0310	0,0206	0,0088	-0,0496	-0,0225	-0,0041	-0,0095	-0,0254	-0,0131	-0,0044	-0,0063	-0,0080
29/10/2004	-0,0291	0,0308	0,0003	0,0086	-0,0208	-0,0005	-0,0056	0,0138	-0,0094	0,0058	0,0012	0,0074
30/11/2004	-0,0046	0,0227	0,0155	0,0005	-0,0492	0,0068	0,0047	-0,0107	-0,0667	0,0190	0,0161	-0,0034
31/12/2004	0,0110	0,0256	0,0052	0,0334	-0,0201	-0,0109	-0,0143	-0,0190	0,0001	-0,0078	-0,0133	-0,0116
31/01/2005	0,0142	0,0113	0,0319	0,0234	0,0412	0,0160	0,0266	0,0328	0,0659	0,0201	0,0229	0,0467
28/02/2005	0,0080	0,0244	0,0264	0,0045	-0,0206	0,0029	0,0016	-0,0265	-0,0313	-0,0016	0,0003	-0,0404
31/03/2005	-0,0036	-0,0008	-0,0129	-0,0103	0,0210	0,0029	0,0078	-0,0034	0,0141	0,0035	0,0030	0,0199
29/04/2005	-0,0235	-0,0420	-0,0018	-0,0323	0,0125	0,0182	0,0246	0,0270	0,0403	0,0371	0,0382	0,0371
31/05/2005	0,0711	0,0488	0,0309	0,0417	0,0483	0,0063	0,0064	0,0176	0,0703	0,0177	0,0191	0,0145
30/06/2005	0,0012	0,0335	0,0327	0,0188	0,0215	0,0044	0,0102	-0,0075	0,0344	0,0200	0,0221	0,0076
29/07/2005	0,0317	0,0446	0,0113	0,0121	-0,0064	-0,0151	-0,0202	-0,0156	-0,0298	-0,0289	-0,0321	-0,0352
31/08/2005	-0,0275	-0,0190	0,0116	0,0384	-0,0060	0,0114	0,0136	-0,0042	0,0167	0,0268	0,0287	-0,0040
30/09/2005	0,0282	0,0492	0,0369	0,0897	0,0172	0,0031	0,0053	-0,0012	-0,0090	-0,0007	-0,0028	-0,0030
31/10/2005	-0,0057	-0,0321	-0,0225	-0,0178	0,0062	0,0027	0,0088	-0,0206	-0,0121	0,0039	0,0094	-0,0267
30/11/2005	0,0502	0,0375	0,0127	0,0772	0,0191	-0,0022	-0,0033	-0,0102	0,0223	0,0084	0,0130	0,0010
30/12/2005	-0,0087	0,0375	0,0270	0,0932	0,0036	-0,0003	-0,0028	0,0126	0,0225	0,0139	0,0082	0,0190
31/01/2006	-0,0153	0,0309	0,0306	0,0121	-0,0277	0,0072	0,0067	-0,0208	-0,0385	0,0175	0,0252	-0,0308
28/02/2006	0,0301	0,0223	0,0089	0,0019	0,0190	0,0001	0,0066	0,0263	0,0255	0,0019	0,0034	0,0387
31/03/2006	-0,0044	0,0208	0,0049	0,0179	-0,0134	-0,0147	-0,0226	-0,0358	-0,0482	-0,0503	-0,0529	-0,0412
28/04/2006	-0,0171	-0,0036	0,0165	-0,0164	-0,0372	0,0085	0,0070	-0,0061	-0,0599	-0,0184	-0,0168	-0,0350
31/05/2006	-0,0371	-0,0542	-0,0413	-0,0899	-0,0182	0,0090	0,0122	-0,0030	-0,0203	0,0183	0,0201	0,0110
30/06/2006	0,0028	0,0032	0,0117	-0,0126	0,0066	-0,0022	-0,0046	-0,0142	0,0133	-0,0169	-0,0191	-0,0305
31/07/2006	0,0052	0,0117	0,0276	-0,0022	0,0092	0,0112	0,0162	0,0023	0,0205	0,0290	0,0307	-0,0042
31/08/2006	0,0143	0,0312	0,0118	0,0157	0,0043	0,0096	0,0175	-0,0229	0,0246	0,0313	0,0321	0,0088
29/09/2006	0,0363	0,0235	0,0015	0,0030	0,0158	-0,0031	-0,0041	0,0042	0,0263	-0,0008	-0,0021	-0,0002
31/10/2006	0,0263	0,0267	0,0411	0,0169	-0,0039	0,0119	0,0155	-0,0003	-0,0002	0,0249	0,0281	-0,0011
30/11/2006	-0,0262	-0,0044	-0,0201	-0,0325	-0,0327	0,0013	-0,0031	-0,0254	-0,0185	-0,0049	-0,0088	-0,0106
29/12/2006	0,0247	0,0327	0,0282	0,0322	0,0053	-0,0002	0,0007	-0,0236	-0,0164	-0,0209	-0,0269	-0,0171
31/01/2007	0,0273	0,0141	0,0120	0,0088	0,0166	0,0071	0,0144	0,0019	0,0069	-0,0096	-0,0011	-0,0091
28/02/2007	-0,0448	-0,0221	-0,0204	0,0169	-0,0080	-0,0067	-0,0084	0,0031	0,0131	0,0086	0,0084	0,0201
30/03/2007	-0,0007	0,0227	0,0150	-0,0224	-0,0037	-0,0042	-0,0049	-0,0030	-0,0187	-0,0259	-0,0268	-0,0073
30/04/2007	0,0308	0,0493	0,0166	-0,0305	-0,0215	0,0028	-0,0028	-0,0370	-0,0169	-0,0123	-0,0129	-0,0304
31/05/2007	0,0565	0,0270	0,0296	0,0220	0,0128	-0,0022	0,0030	-0,0064	-0,0049	-0,0135	-0,0115	-0,0143
29/06/2007	-0,0199	-0,0051	0,0084	-0,0028	0,0008	0,0089	0,0143	-0,0172	-0,0116	-0,0120	-0,0113	-0,0337
31/07/2007	-0,0282	-0,0395	-0,0390	-0,0272	-0,0045	0,0082	0,0091	0,0249	0,0124	0,0324	0,0349	0,0314
31/08/2007	0,0151	-0,0049	-0,0122	-0,0092	0,0147	0,0036	0,0065	0,0339	0,0234	0,0130	0,0142	0,0504
28/09/2007	-0,0029	0,0201	-0,0067	-0,0216	-0,0354	-0,0111	-0,0231	-0,0334	-0,0399	-0,0366	-0,0408	-0,0414
31/10/2007	-0,0147	0,0244	0,0409	-0,0224	-0,0131	0,0028	0,0051	-0,0171	-0,0031	0,0133	0,0138	-0,0169
30/11/2007	-0,0553	-0,0214	-0,0686	-0,0411	0,0035	-0,0064	-0,0111	0,0252	0,0307	-0,0052	-0,0069	0,0440

31/12/2007	-0,0041	0,0011	-0,0247	-0,0273	0,0063	-0,0143	-0,0225	-0,0014	-0,0002	-0,0048	-0,0109	-0,0037
31/01/2008	-0,0600	-0,1484	-0,1076	-0,0820	0,0048	0,0033	-0,0081	0,0400	0,0145	-0,0077	-0,0064	0,0386
29/02/2008	-0,0558	-0,0182	-0,0236	-0,0031	-0,0145	-0,0017	-0,0174	-0,0035	-0,0205	-0,0211	-0,0258	0,0103
31/03/2008	-0,0431	-0,0262	-0,0752	-0,0804	-0,0403	-0,0181	-0,0372	0,0025	-0,0335	-0,0346	-0,0406	-0,0014
30/04/2008	0,0620	0,0529	0,0795	0,0693	0,0087	0,0072	0,0067	-0,0350	-0,0031	-0,0050	-0,0026	-0,0521
30/05/2008	-0,0124	-0,0124	-0,0059	0,0265	-0,0019	0,0001	-0,0091	-0,0092	-0,0181	-0,0165	-0,0154	-0,0222
30/06/2008	-0,1213	-0,1194	-0,0800	-0,0796	-0,0109	-0,0032	-0,0060	-0,0148	0,0037	-0,0140	-0,0165	0,0025
31/07/2008	0,0122	0,0045	-0,0337	-0,0175	0,0139	0,0230	0,0166	-0,0083	0,0089	0,0354	0,0339	-0,0077
29/08/2008	0,0725	-0,0007	0,0162	0,0310	0,0634	-0,0115	-0,0147	0,0559	0,0830	0,0016	0,0012	0,0731
30/09/2008	-0,0148	-0,1024	-0,1155	-0,0803	0,0551	0,0195	0,0365	0,0688	0,0510	0,0150	0,0138	0,0657
31/10/2008	-0,0493	-0,1589	-0,1092	-0,0935	0,1120	0,0104	0,0235	0,1837	0,0690	-0,0030	-0,0025	0,1806
28/11/2008	-0,0553	-0,0643	-0,0729	0,0239	0,0113	-0,0334	-0,0385	0,0305	0,1143	0,0107	0,0076	0,0367
31/12/2008	-0,0972	0,0071	-0,1228	-0,0017	-0,0854	-0,0872	-0,1364	-0,0367	-0,0056	-0,0661	-0,0839	0,0150
30/01/2009	-0,0111	-0,0900	0,0178	-0,0122	0,0777	0,0399	0,0888	0,0902	-0,0074	-0,0095	-0,0037	0,0678
27/02/2009	-0,1158	-0,1239	-0,0826	-0,1315	0,0079	-0,0094	0,0002	-0,0759	-0,0009	0,0098	0,0131	-0,0750
31/03/2009	0,0301	0,0469	-0,0140	0,0153	-0,0392	-0,0184	-0,0337	-0,0535	0,0034	0,0010	0,0005	-0,0600
30/04/2009	0,0729	0,1370	0,1130	0,0908	0,0005	0,0332	0,0374	0,0071	-0,0507	0,0114	0,0132	-0,0028
29/05/2009	-0,0261	0,0315	0,0589	0,0399	-0,0642	0,0119	0,0198	-0,0347	-0,0937	-0,0063	-0,0016	-0,0478
30/06/2009	0,0028	-0,0204	-0,0088	0,0432	0,0075	0,0197	0,0257	-0,0005	0,0164	0,0479	0,0549	0,0152
31/07/2009	0,0715	0,0939	0,0770	0,0419	-0,0093	0,0133	-0,0006	0,0035	-0,0051	-0,0087	-0,0192	-0,0088
31/08/2009	0,0227	0,0506	0,0340	0,0267	-0,0078	-0,0094	-0,0201	0,0151	0,0069	0,0288	0,0314	0,0249
30/09/2009	0,0041	0,0345	0,0075	-0,0178	-0,0160	-0,0270	-0,0347	0,0172	0,0006	-0,0304	-0,0348	0,0241
30/10/2009	-0,0093	-0,0460	0,0033	-0,0302	-0,0071	0,0152	0,0224	-0,0206	-0,0223	0,0124	0,0146	-0,0286

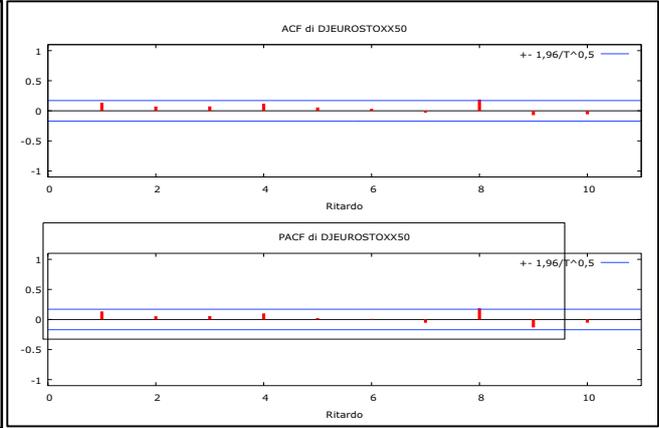
Name	JPM EURO CASH 1M				
CURRENCY	E				
30/11/1998	0,00344	30/06/2003	0,00207	31/01/2008	0,00393
31/12/1998	0,00351	31/07/2003	0,00181	29/02/2008	0,00347
29/01/1999	0,00275	29/08/2003	0,00175	31/03/2008	0,00320
26/02/1999	0,00242	30/09/2003	0,00190	30/04/2008	0,00397
31/03/1999	0,00283	31/10/2003	0,00176	30/05/2008	0,00357
30/04/1999	0,00270	28/11/2003	0,00163	30/06/2008	0,00385
31/05/1999	0,00199	31/12/2003	0,00194	31/07/2008	0,00368
30/06/1999	0,00232	30/01/2004	0,00181	29/08/2008	0,00370
30/07/1999	0,00220	27/02/2004	0,00162	30/09/2008	0,00367
31/08/1999	0,00227	31/03/2004	0,00184	31/10/2008	0,00453
30/09/1999	0,00224	30/04/2004	0,00174	28/11/2008	0,00385
29/10/1999	0,00198	31/05/2004	0,00159	31/12/2008	0,00347
30/11/1999	0,00217	30/06/2004	0,00189	30/01/2009	0,00264
31/12/1999	0,00321	30/07/2004	0,00172	27/02/2009	0,00143
31/01/2000	0,00241	31/08/2004	0,00179	31/03/2009	0,00144
29/02/2000	0,00285	30/09/2004	0,00178	30/04/2009	0,00103
31/03/2000	0,00276	29/10/2004	0,00167	29/05/2009	0,00071
28/04/2000	0,00284	30/11/2004	0,00181	30/06/2009	0,00095
31/05/2000	0,00343	31/12/2004	0,00184	31/07/2009	0,00069
30/06/2000	0,00355	31/01/2005	0,00172	31/08/2009	0,00044
31/07/2000	0,00342	28/02/2005	0,00181	30/09/2009	0,00040
31/08/2000	0,00388	31/03/2005	0,00175	30/10/2009	0,00033
29/09/2000	0,00384	29/04/2005	0,00175		
31/10/2000	0,00401	31/05/2005	0,00181		
30/11/2000	0,00416	30/06/2005	0,00181		
29/12/2000	0,00411	29/07/2005	0,00169		
31/01/2001	0,00429	31/08/2005	0,00187		
28/02/2001	0,00391	30/09/2005	0,00182		
30/03/2001	0,00412	31/10/2005	0,00164		
30/04/2001	0,00405	30/11/2005	0,00181		
31/05/2001	0,00419	30/12/2005	0,00200		
29/06/2001	0,00381	31/01/2006	0,00206		
31/07/2001	0,00389	28/02/2006	0,00182		
31/08/2001	0,00392	31/03/2006	0,00214		
28/09/2001	0,00387	28/04/2006	0,00211		
31/10/2001	0,00343	31/05/2006	0,00228		
30/11/2001	0,00316	30/06/2006	0,00237		
31/12/2001	0,00273	31/07/2006	0,00217		
31/01/2002	0,00304	31/08/2006	0,00276		
28/02/2002	0,00269	29/09/2006	0,00247		
29/03/2002	0,00267	31/10/2006	0,00278		
30/04/2002	0,00298	30/11/2006	0,00277		
31/05/2002	0,00275	29/12/2006	0,00288		
28/06/2002	0,00272	31/01/2007	0,00322		
31/07/2002	0,00302	28/02/2007	0,00283		
30/08/2002	0,00287	30/03/2007	0,00309		
30/09/2002	0,00286	30/04/2007	0,00332		
31/10/2002	0,00276	31/05/2007	0,00312		
29/11/2002	0,00278	29/06/2007	0,00331		
31/12/2002	0,00280	31/07/2007	0,00353		
31/01/2003	0,00251	31/08/2007	0,00339		
28/02/2003	0,00237	28/09/2007	0,00360		
31/03/2003	0,00209	31/10/2007	0,00397		
30/04/2003	0,00235	30/11/2007	0,00305		
30/05/2003	0,00227	31/12/2007	0,00412		

- CORRELOGRAMMI

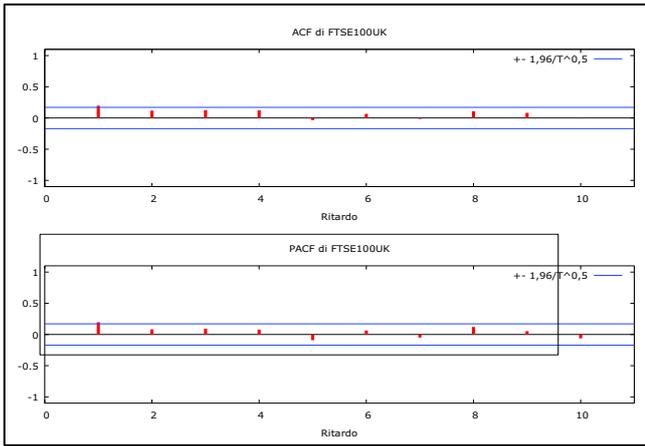
DOW JONES INDUSTRIALS



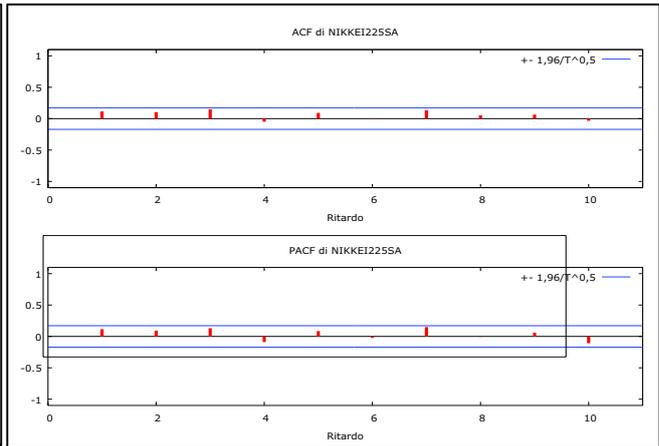
DJ EUROSTOXX 50



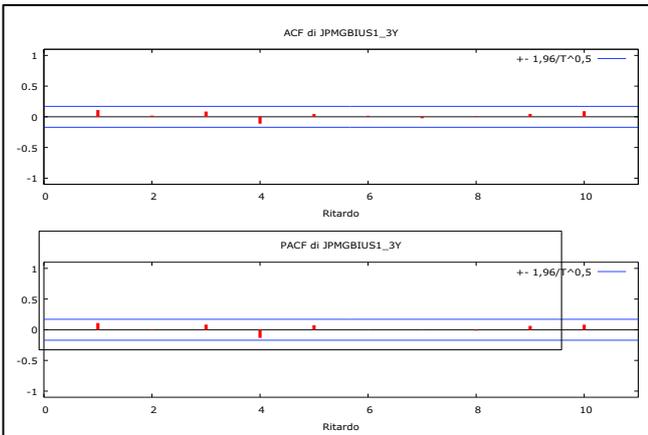
FTSE 100



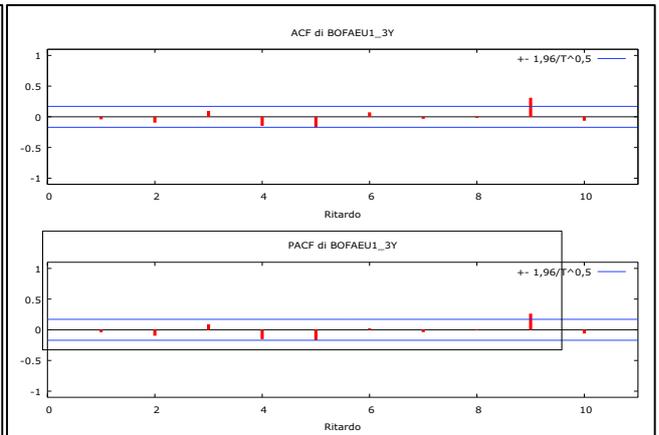
NIKKEI 225STOCK AVERAGE



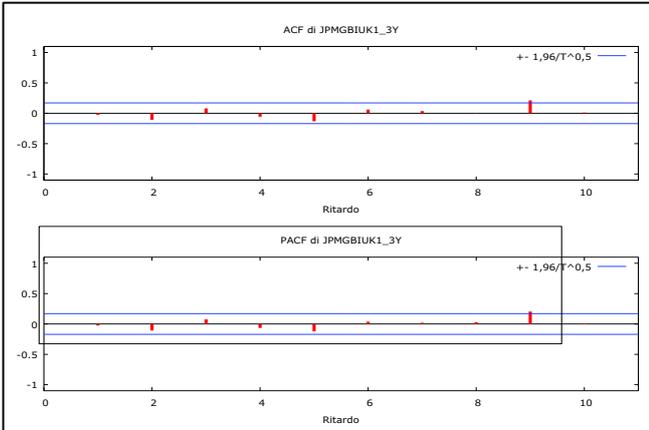
JPM GBI US 1-3Y



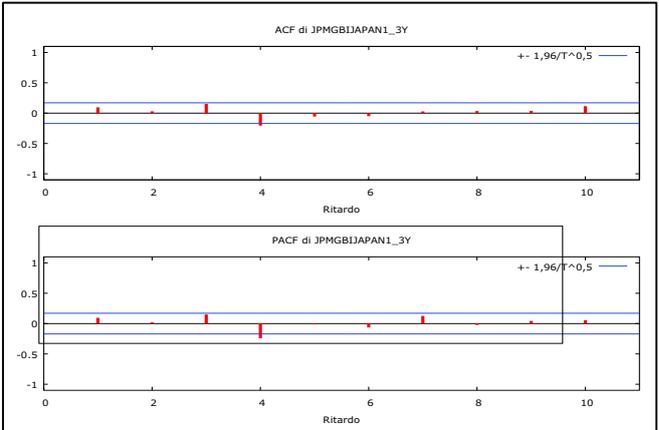
BOFA ML EU NON-EMU GVT. 1-3Y



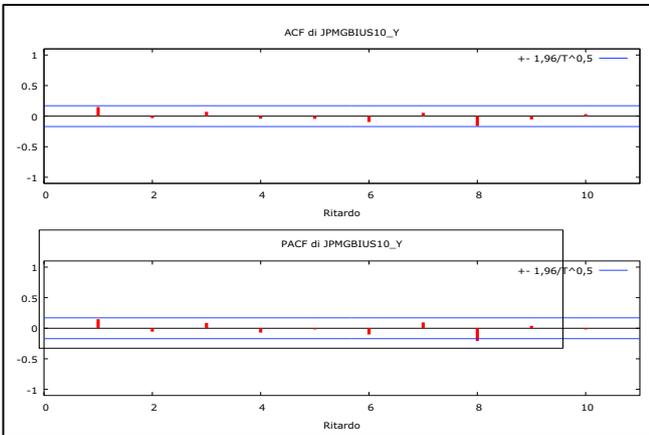
JPM GBI UK 1-3Y



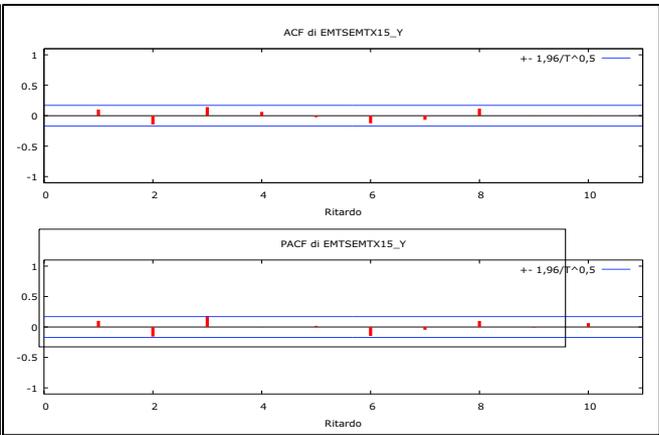
JPM GBI JAP 1-3Y



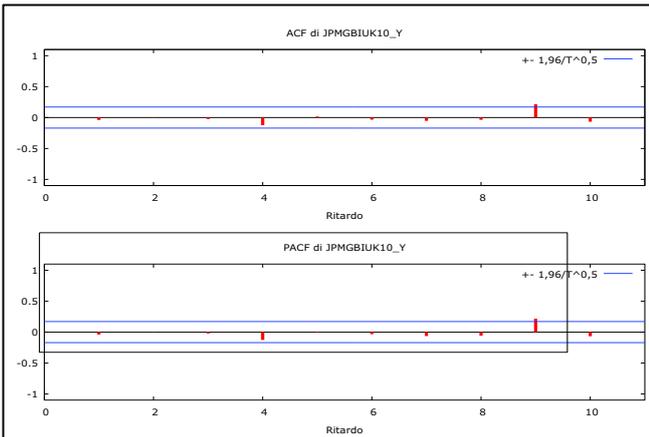
JPM GBI US 1-10Y



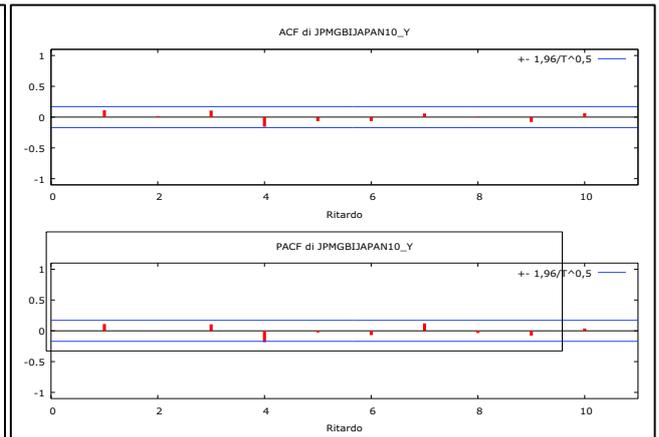
EMTS (EMTX) 15+Y



JPM GBI UK 1-10Y



JPM GBI JAP 1-10Y



SOFTWARE UTILIZZATI

- DATASTREAM ADVANCED 4.0 per:
 - ✓ il download delle serie storiche degli indici finanziari utilizzati;
- MICROSOFT EXCEL 2007 per:
 - ✓ il calcolo delle analisi descrittive, della matrice dei rendimenti, della matrice varianza e covarianza, della matrice correlazione;
 - ✓ la determinazione delle frontiere efficienti, dei portafogli significativi V, E ed M, delle performance di Sharpe;
 - ✓ i grafici relativi agli andamenti degli indici, alle frontiere efficienti e all'andamento delle performance di Sharpe;
 - ✓ i test statistici di significatività, di esclusione e di uguaglianza delle PS.
- GRETL per:
 - ✓ l'analisi numerica e grafica dei rendimenti per verificare la normalità, la correlazione e l'indipendenza delle serie.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Lucidi corso Econometria dei mercati finanziari, professore *Nunzio Cappuccio* (AA 2008/2009);
- Metodi quantitativi per i mercati finanziari, *G.M. Gallo - B.Pacini* (Carrocci);
- Principi di finanza aziendale, *S.Sandri - M.Bigelli* (McGraw-Hill);

