

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**Analisi dell'accuratezza di un manipolatore antropomorfo
soggetto a tecniche di controllo cinematico**

Candidato:

Pietro Rigon

Matricola 1237551

Relatore:

Prof. Mattia Bruschetta

Sommario

Nell'ambito della robotica industriale i manipolatori antropomorfi sono molto apprezzati in quanto godono di una buona precisione e sono macchine molto flessibili, il cui funzionamento può facilmente essere modificato nel corso degli anni con un dispendio relativamente basso in termini di tempo e costi. Anche nel settore fotovoltaico questo tipo di robot viene impiegato molto frequentemente, esempi tipici di applicazioni riguardano la movimentazione di lastre di vetro e celle fotovoltaiche, operazioni di incorniciatura e pallettizzazione. In particolare il compito di adagiare le celle fotovoltaiche sui pannelli di vetro, operazione di layup, si presta bene all'utilizzo di un manipolatore in quanto è richiesta buona precisione e destrezza. Nonostante la buona accuratezza del robot, non è sempre possibile portare a termine il layup in maniera ottimale e questo è in parte dovuto alle precedenti fasi di lavorazione delle celle. Nel corso di questo progetto sono state esaminate le prestazioni di un particolare manipolatore incaricato del deposito di celle fotovoltaiche, l'ECOLayup R, e attraverso lo studio della cinematica del robot si è cercato di migliorarne le performance. Inoltre è stato messo a punto un sistema di telecamere che consente di misurare l'errore commesso dal robot. Il progetto è stato sviluppato nel corso di un tirocinio presso l'azienda Ecoprogetti S.r.l.

Indice

1	Introduzione	1
2	Tecnologia fotovoltaica	5
2.1	Modulo fotovoltaico	5
2.2	Linea produttiva	7
3	Robotica	9
3.1	Struttura di un robot	9
3.2	Campi applicativi della robotica	11
3.2.1	Robotica industriale	11
3.2.2	Robotica avanzata	12
4	Il robot ECOLayup R	15
4.1	Funzionamento: installazione e ciclo di lavoro	16
4.2	Sistema di misura: telecamere	19
4.3	Studio della cinematica dell'ECOLayup R	21
4.3.1	Equazione cinematica diretta	21
4.3.2	Trasformazioni omogenee	22
4.3.3	Derivazione dell'equazione cinematica diretta	24
4.3.4	Convenzione di Denavit-Hartenberg	26
4.3.5	Alternative a Denavit-Hartenberg	28
4.3.6	Equazione cinematica diretta dell'ECOLayup R	28
4.3.7	Cinematica Inversa	30
4.3.8	Cinematica Differenziale	31
4.3.9	Inversione della Cinematica Differenziale	33
4.4	Il problema della deformazione delle stringhe	35
5	Strategia di correzione iterativa	37
5.1	Calcolo degli offset correttivi	37
5.2	Cinematica inversa e strategia iterativa di correzione	41
6	Risultati ottenuti	43
6.1	Cinematica diretta	43
6.2	Cinematica inversa	45

6.3	Strategia di correzione iterativa	46
6.4	Cinematica inversa e strategia iterativa di correzione	47
A	Cinematica diretta di Comau NJ40-2.5	51

Capitolo 1

Introduzione

Il progetto presentato in questo documento è stato realizzato nel contesto di un tirocinio svolto presso l'azienda Ecoprogetti S.r.l.. Questa impresa opera nel settore fotovoltaico occupandosi di progettare e installare macchinari per la produzione di pannelli fotovoltaici. Alcune fasi del processo produttivo impiegano manipolatori antropomorfi, principalmente per operazioni di pick-and-place, e su di essi si concentra il lavoro documentato nelle seguenti pagine. In particolare si è preso in esame il robot ECOLayup R, manipolatore a sei assi che all'interno della linea produttiva ha il compito di depositare le celle fotovoltaiche sul pannello di vetro, portando a termine una fase di lavorazione che prende il nome di layup.

Il robot opera in sinergia con una macchina chiamata stringatrice, il cui compito è unire le celle fotovoltaiche attraverso delle saldature sui contatti elettrici di queste ultime, in modo da formare degli oggetti denominati stringhe che devono essere posizionati sul vetro garantendo un certo parallelismo (Figura 1.1). Le stringhe hanno dimensione variabile a seconda del tipo di pannello prodotto e possono arrivare a misurare più di 1500mm sul lato lungo. La lunghezza delle stringhe complica la buona riuscita dell'operazione di layup dal momento che sono sufficienti pochi decimi di grado di rotazione perché sia visibile a occhio nudo che le stringhe non sono parallele. Pertanto il robot ECOLayup R deve essere in grado di lavorare con buona precisione. Valori tipici da raggiungere sono $\pm 0,1$ mm sulla posizione e $\pm 0,05$ gradi sull'orientamento. Il robot viene controllato con la tecnica di programmazione per insegnamento, vale a dire che viene registrata una sequenza ordinata di punti nello spazio tridimensionale per mezzo della quale il manipolatore percorre la traiettoria desiderata. Ciascun punto viene registrato muovendo il manipolatore in maniera manuale (attraverso una tastiera) fino alla posizione cercata e salvando ("insegnando") nella memoria della macchina le relative coordinate. Nonostante questa tecnica presenti limiti notevoli la sua semplicità e immediatezza hanno fatto sì che essa trovi largo impiego in ambito industriale. In particolare applicazioni del tipo pick-and-place (come



Figura 1.1: Stringhe di celle fotovoltaiche durante la fase di layup.

l'operazione di layup), nelle quali si è interessati principalmente ai punti di prelievo e deposito di un oggetto, ben si prestano a essere portate a termine con questo metodo di lavoro. La precisione garantita dal metodo di programmazione per insegnamento è infatti elevata nei punti registrati, in quanto viene sfruttata la ripetibilità del robot, vale a dire la sua capacità di portarsi nell'intorno di un punto già visitato. Il manipolatore Comau NJ40-2.5 ad esempio, ovvero il modello di robot su cui è stato sviluppato ECOLayup R, dichiara una ripetibilità di 0,06mm. Nonostante questo, il robot non è sempre in grado di garantire la buona riuscita dell'operazione di layup. È noto infatti, che le stringhe prodotte dalla stringatrice possono presentare delle imperfezioni dal punto di vista geometrico, tali imprecisioni si ripercuotono sulla fase di layup compiuta dall'ECOLayup R in quanto il robot non dispone di un sistema per misurare le stringhe e assume di lavorare sempre con stringhe prive di imprecisioni.

Per trovare una soluzione a questo problema si è sviluppato un sistema di misurazione basato su telecamere. Esso si compone di due dispositivi posizionati al di sopra dell'area di deposito e distanti l'uno dall'altro, in maniera tale da riuscire a inquadrare i due estremi della stringa. Quando il manipolatore porta una stringa nel punto di deposito le camere intervengono e consentono al robot di ottenere un'informazione relativa alla posizione della stringa. Sulla base di questa informazione il robot ECOLayup R calcola eventuali correzioni da applicare alla propria posa e procede quindi al deposito. A questo punto le camere intervengono nuovamente. Se la posizione della stringa è ritenuta sufficientemente precisa essa può essere depositata, altrimenti il robot ripete il calcolo dei valori di correzione della posa. L'introduzione di tale sistema di misura unito alla procedura iterativa di calcolo della posa finale della stringa permette di ottenere un layup più preciso nel caso di stringhe deformate.

Inoltre è stata studiata la cinematica del manipolatore Comau NJ40-2.5, vale a dire il modello di robot su cui è stato sviluppato ECOLayup R, al-

lo scopo di ricavarne un algoritmo per l'inversione cinematica. L'inversione cinematica permette di calcolare le variabili di giunto di un robot (i.e. rotazione compiuta dagli assi del robot) a partire dalle coordinate di un punto espresse nello spazio operativo, vale a dire tre coordinate cartesiane per la posizione e tre angoli di Eulero per l'orientamento. Una volta che le camere raccolgono l'informazione relativa all'attuale posizione della stringa il robot utilizza i dati per calcolare la posa corretta. Il calcolo porta alla determinazione di un nuovo punto di deposito che può essere espresso nello spazio operativo oppure nello spazio dei giunti. La cinematica inversa è stata impiegata per ricavare l'espressione del punto nello spazio dei giunti. In questo modo è stato possibile ridurre il numero di iterazioni richieste da parte del sistema per arrivare al deposito finale della stringa.

Capitolo 2

Tecnologia fotovoltaica

2.1 Modulo fotovoltaico

I moduli (o pannelli) fotovoltaici sono dispositivi capaci di convertire la radiazione luminosa in energia elettrica sfruttando l'effetto fotoelettrico, fenomeno fisico la cui teoria è presentata nel celebre articolo di Einstein datato 1905. Nelle applicazioni commerciali si convertono le radiazioni solari in energia elettrica senza passaggi intermedi.

Un pannello fotovoltaico è composto da un gran numero di elementi, le celle fotovoltaiche, in cui la parte fondamentale è costituita da una giunzione PN simile a quella di un fotodiodo, cioè tale da consentire alla radiazione luminosa di colpire la zona di svuotamento della giunzione. La giunzione colpita dalla radiazione si comporta come un generatore elettrico in cui l'anodo è il polo positivo e il catodo il polo negativo. La tensione di questo generatore assume il suo valore massimo quando i terminali sono aperti (V_{oc}) e diminuisce quando viene applicato un carico esterno. La caratteristica I-V è riportata in Figura 2.1. Se la radiazione che colpisce la giunzione PN varia di intensità, la caratteristica di Figura 2.1 assume andamenti diversi. Aumentando l'intensità luminosa si passa dalla curva 1 alla curva 3 con conseguente aumento della corrente erogata. È interessante notare che la V_{oc} varia molto poco al variare dell'intensità luminosa mantenendo un valore di circa 0,6 V. Da un punto di vista costruttivo la cella fotovoltaica è formata da una giunzione PN ad ampia superficie che si presenta con forma quadrata (dimensioni tipiche sono 158mm x 158mm, spessore $2\mu\text{m}$), in grado di erogare correnti che si avvicinano ai 10A. Le tecnologie di realizzazione includono la tecnologia con silicio monocristallino, la tecnologia con silicio policristallino e la tecnologia a film sottile (thin film technology). In particolare, negli ultimi anni si è imposta nel mercato la tecnologia PERC [1] anche se sono in corso numerose ricerche che mirano ad ottimizzare la resa delle celle attraverso l'impiego di nuove tecnologie e sono già disponibili a livello commerciale pannelli di nuova generazione che adottano una di queste

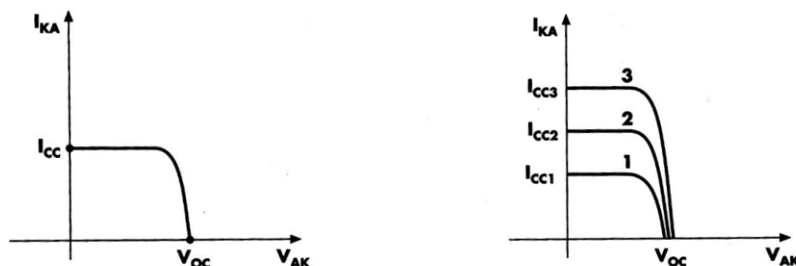


Figura 2.1: Caratteristica I-V di una cella fotovoltaica (a sinistra) e caratteristica I-V di una cella soggetta a differenti valori della radiazione solare (a destra).

tecniche, la tecnologia TOPCon [2].

La tensione fornita da una cella fotovoltaica è di circa 0,6 V e rappresenta un valore troppo basso per qualunque applicazione di tipo elettrico. Per ottenere tensioni più elevate si ricorre al collegamento in serie di più celle fino a ottenere la tensione desiderata. Poiché le celle sono collegate in serie sono attraversate dalla stessa corrente, mentre la tensione complessiva risulta pari alla somma delle tensioni di ogni singola cella; quindi, maggiore è il numero di celle che costituisce il modulo maggiore è la tensione fornita. Il collegamento elettrico tra celle avviene tramite conduttori in alluminio chiamati busbar, più celle vengono unite a formare quella che in gergo viene detta stringa e le stringhe sono poi collegate utilizzando appositi busbar la cui sezione è più larga.

Per completare la realizzazione di un modulo è necessario fissare le celle collegate in serie su un supporto rigido in grado di sopportare le sollecitazioni meccaniche. Le celle vengono racchiuse tra due strati di Etilene-VinilAcetato (EVA). Nella parte superiore viene applicata una lastra di vetro con caratteristiche meccaniche adeguate a resistere a sollecitazioni esterne come il peso del ghiaccio o gli urti causati dalla caduta di grandine. Nella parte inferiore si trova una lastra di tedlar (backsheet), un particolare tipo di polivinilcloruro (PVC). Questo materiale ha anche la funzione di riflettere i raggi che hanno attraversato il semiconduttore senza essere assorbiti. Ritornando indietro i raggi possono incrementare l'efficienza del modulo. Successivamente i contatti elettrici del pannello vengono incapsulati all'interno di una scatola detta Junction Box. Infine, il semilavorato che si è venuto a creare e che prende il nome di laminato, viene racchiuso da una cornice di alluminio con lo scopo di assicurare ulteriore resistenza meccanica e facilitare il trasporto e l'installazione del modulo finito. In Figura 2.2 è possibile vedere

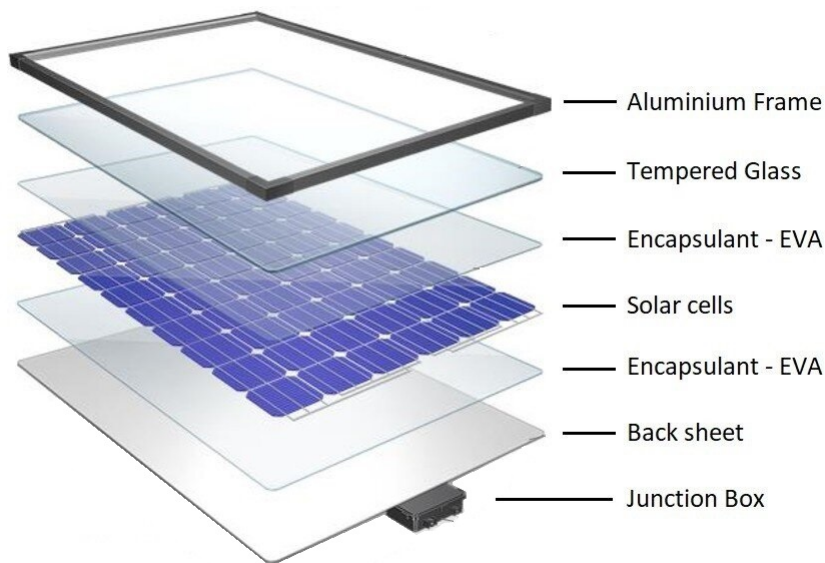


Figura 2.2: Elementi che compongono un modulo fotovoltaico.

uno schema che riassume gli elementi principali che compongono un pannello fotovoltaico.

Attualmente il mercato offre diversi tipi di moduli fotovoltaici, mediamente la potenza si aggira intorno ai 350W (picco) con un'efficienza del 20% circa, anche se è possibile trovare prodotti che dichiarano potenze di picco dell'ordine dei 600W ed efficienza che supera il 22%.

2.2 Linea produttiva

Una linea di produzione di pannelli fotovoltaici può essere concettualmente divisa in due parti: front-end e back-end; a dividere le due sezioni si trova un macchinario chiamato laminatore (Figura 2.3).

Le macchine presenti nel front-end combinano tra loro i principali elementi che compongono un modulo: vetro, celle, EVA, backsheet. Tra i macchinari più interessanti presenti in questa sezione della linea produttiva troviamo la stringatrice, il robot ECOLayup R, l'autobussing.

La stringatrice ha il compito di unire tra loro più celle così da formare le stringhe. L'operazione risulta molto delicata perché è necessario effettuare diversi punti di saldatura in poco tempo, su contatti elettrici di dimensione ridotta, in maniera precisa cercando di ottenere delle stringhe che siano più dritte possibile. Gli errori commessi dalla stringatrice si ripercuotono in maniera inevitabile anche sull'operazione di layup portata a termine dal manipolatore ECOLayup R. Esso deve afferrare le stringhe prodotte dalla stringatrice, orientarle correttamente così da rispettarne la polarità, depositarle

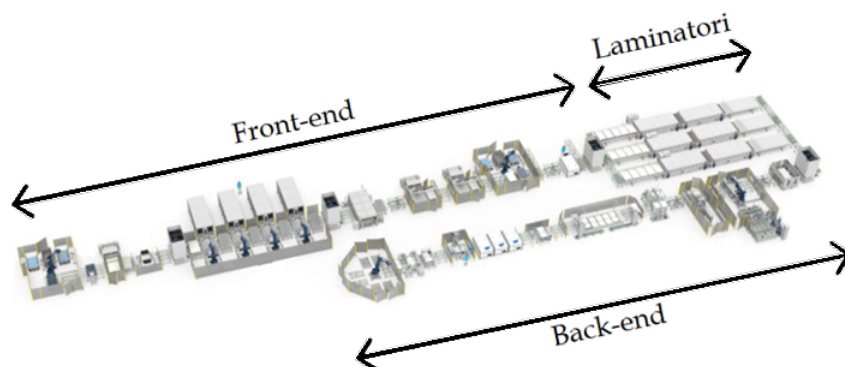


Figura 2.3: Linea di produzione di pannelli fotovoltaici.

su vetro in modo ordinato e preciso. Se le stringhe non sono perfettamente dritte l'operazione di layup si complica, in particolare risulta complicato garantire il parallelismo tra le celle. Una volta che le stringhe sono state prodotte dalla stringatrice e depositate sul vetro dal robot ECOLayup R, esse devono essere collegate elettricamente tra di loro. Quest'operazione viene eseguita dall'autobussing.

Superato l'autobussing, e terminato il front-end, il pannello entra nel laminatore. Un laminatore è in sostanza un grande forno al cui interno viene sciolto il foglio di EVA, il quale poi solidifica in modo da incollare assieme tutti i pezzi presenti sul vetro e produrre un semilavorato definito come laminato.

Infine il back-end comprende le operazioni di rifinitura eseguite sul laminato (ad esempio aggiunta delle cornici di alluminio e delle scatole di derivazione per i cavi), le operazioni di controllo qualità e le operazioni di imballaggio.

Capitolo 3

Robotica

3.1 Struttura di un robot

In commercio esistono molti tipi di robot che si differenziano tra loro per forma e dimensione. Tuttavia è possibile individuare due grandi categorie alle quali appartengono la maggioranza di essi: manipolatori e robot mobili.

I manipolatori sono fissi a terra e pertanto sono in grado di operare su una porzione limitata dello spazio che prende il nome di spazio di lavoro e costituisce un importante parametro di valutazione in sede di acquisto di un robot. Nei robot manipolatori è possibile individuare tre parti fondamentali che caratterizzano l'intera struttura: struttura portante, polso e organo terminale. La struttura portante conferisce mobilità al robot in maniera tale da permettere il posizionamento del polso; grazie al polso la macchina può quindi orientare l'organo terminale ed eseguire il compito assegnato. Dal punto di vista meccanico, un manipolatore è costituito da un insieme di corpi rigidi detti bracci connessi tra loro per mezzo di giunti. I giunti permettono il movimento di un braccio rispetto all'altro, pertanto conferiscono gradi di libertà alla struttura. A seconda del tipo di giunto si può ottenere un movimento di traslazione o un movimento di rotazione; nel primo caso il giunto viene detto prismatico mentre nel secondo prende il nome di rotoidale (Figura 3.1). In funzione del tipo di compito assegnato, un robot necessita di più o meno gradi di libertà. Nel caso più generale un manipolatore deve posizionare un oggetto nello spazio, in questa situazione i gradi di libertà richiesti sono sei: tre per portare l'oggetto nel punto desiderato e tre per orientarlo correttamente. L'aggiunta di ulteriori gradi di libertà alla struttura permette di acquisire maggiore mobilità e raggiungere la posizione assegnata in diversi modi (caratteristica utile nel caso in cui ci siano ostacoli). Manipolatori di questo tipo, il cui numero di gradi di libertà supera il numero richiesto per eseguire il compito assegnato, vengono detti ridondanti. La quantità e la tipologia di giunti montati su un manipolatore, combinate con l'ordine scelto,

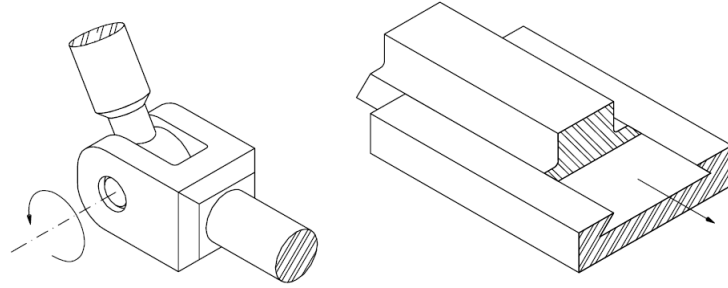


Figura 3.1: Giunto rotoidale (sinistra) e prismatico (destra).

consentono di progettare robot le cui strutture portanti hanno caratteristiche geometriche molto diverse tra loro. Le classi principali comprendono: manipolatori cartesiani, manipolatori cilindrici, manipolatori sferici, manipolatori SCARA e manipolatori antropomorfi. La caratteristica principale che distingue una classe dall'altra è la morfologia dello spazio di lavoro; un manipolatore cartesiano, ad esempio, può spostarsi all'interno di un volume a parallelepipedo mentre un manipolatore sferico può invece posizionare il proprio organo terminale all'interno di uno spazio sferico (o semisferico). La famiglia di manipolatori più diffusa è quella dei manipolatori antropomorfi. Essi sono costituiti da tre giunti di tipo rotoidale e lo spazio di lavoro che deriva da questa combinazione è di tipo sferico (Figura 3.2). La particolare struttura di questa tipologia di robot richiama l'anatomia del braccio umano, per questo il secondo giunto del manipolatore antropomorfo viene chiamato giunto di spalla mentre il terzo viene chiamato giunto di gomito. I giunti sono decisivi anche nella definizione del polso di un robot manipolatore. La configurazione più diffusa utilizza tre giunti rotoidali connessi in modo tale che i tre assi di rotazione presenti si intersechino in un punto solo. Tale meccanismo si dice polso sferico e ha la caratteristica notevole di consentire un orientamento dell'organo terminale disaccoppiato dal posizionamento.

A differenza dei manipolatori, i robot mobili possono spostarsi all'interno dello spazio tridimensionale grazie a mezzi di locomozione quali ruote o gambe meccaniche. I dispositivi su ruota sono quelli che trovano maggiore applicazione, sia a livello industriale (come nel caso di veicoli a guida autonoma per lo stoccaggio di materiali) sia in ambito domestico (come nel caso dei robot aspirapolvere). Vista la complessità richiesta da un'operazione quale camminare su due (o più) gambe, dispositivi dotati di gambe meccaniche sono ancora elementi strettamente legati alla ricerca e ai laboratori, sebbene siano già disponibili in commercio robot bipedi, quadrupedi o con più di quattro gambe. Infine, si possono ottenere strutture ibride mescolando

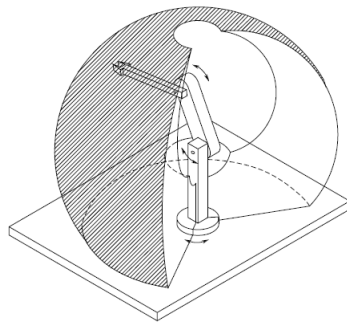


Figura 3.2: Manipolatore antropomorfo e relativo spazio di lavoro.

manipolatori e robot mobili, in modo tale da ottenere sistemi che coniugano la capacità di manipolare oggetti con la capacità di muoversi nello spazio.

3.2 Campi applicativi della robotica

Un notevole impulso allo sviluppo della robotica è dovuto alle richieste e alle esigenze dell'industria. Le macchine che operano nel settore industriale sono in grado di compiere innumerevoli compiti diversi (imballaggio, saldatura, verniciatura, solo per citarne alcuni) e rappresentano oggi la maggior parte dei robot, i quali vengono definiti, per l'appunto, robot industriali. Le restante parte dei robot vengono impiegati nella cosiddetta robotica avanzata. La distinzione principale che si può trovare tra le due categorie riguarda il tipo di ambiente nel quale operano. Ovviamente qualsiasi robot opera nel mondo reale, vale a dire in un ambiente ostile ed esigente o, più precisamente, in un ambiente che presenta proprietà ostili per le macchine come il fatto di essere continuo e non deterministico [4]. Tuttavia quando si progettano robot industriali vengono fatte alcune assunzioni sull'ambiente circostante, in particolare riguardo la geometria dello spazio di lavoro. Tali assunzioni vengono meno quando si tratta di robotica avanzata.

3.2.1 Robotica industriale

Lo standard ISO 8373 è stato redatto allo scopo di fornire le definizioni e la terminologia da utilizzare nel contesto della robotica e può essere adottato come riferimento. Secondo lo standard un robot industriale è definito come: un manipolatore controllato in maniera automatica, riprogrammabile, multifunzionale, programmabile in tre o più assi, che può essere fissato a terra o su di una piattaforma mobile, utilizzato in applicazioni riguardanti l'automazione e l'industria. Lo standard ISO 8373 specifica inoltre che una macchina, per poter essere definita robot industriale, deve includere i seguenti componenti:

- azionamenti elettrici;
- sistema di controllo;
- sistema di programmazione del robot.

La capacità di svolgere compiti diversi ha fatto dei robot industriali dei macchinari essenziali nel mondo dell'industria. Essi trovano impiego in numerosi settori diversi quali ad esempio il settore elettronico, il settore automotive, la lavorazione del metallo e la produzione di materie plastiche. Nonostante il gran numero di applicazioni possibili, l'insieme dei compiti svolti dai robot industriali può essere suddiviso in tre grandi famiglie: trasporto, manipolazione e misura.

Per trasporto si intende un'operazione durante la quale l'oggetto manipolato dal robot non subisce alterazioni delle proprie caratteristiche fisiche. Esempi tipici nel campo del trasporto sono la pallettizzazione, il carico/scarico di magazzini, la selezione e lo smistamento di parti.

Con il termine manipolazione si indica un processo in cui la macchina opera azioni di assemblaggio (manipolazione di oggetti) o azioni di lavorazione (manipolazione di utensili). In entrambi i casi il processo conduce ad una alterazione delle caratteristiche fisiche del prodotto. Esempi significativi di manipolazione sono la saldatura, la verniciatura, l'incollaggio.

Nelle operazioni di misura il robot è chiamato a esplorare lo spazio tridimensionale con lo scopo di raccogliere misure per verificare la qualità dei prodotti. Alcune applicazioni di questo tipo sono il rilevamento di profili e il collaudo dimensionale.

3.2.2 Robotica avanzata

La robotica avanzata è ancora una tecnologia giovane, i cui progetti sono perlopiù prototipi sviluppati in laboratori e centri di ricerca. A seconda del tipo di applicazione la robotica avanzata può suddividersi in robotica per l'esplorazione e robotica di servizio.

La robotica per l'esplorazione progetta dispositivi in grado di raggiungere luoghi pericolosi o inaccessibili per l'uomo, come nel caso di robot subacquei, robot per il salvataggio in zone terremotate, per interventi in zone radioattive, per l'esplorazione spaziale.

La robotica di servizio invece si pone l'obiettivo di migliorare la qualità della vita umana attraverso lo sviluppo di robot che possano fungere da

ausilio durante la vita di tutti i giorni, come ad esempio il robot aspirapolvere o il robot in grado di falciare l'erba del prato. In questa categoria ricadono anche i veicoli a guida autonoma e i robot giocattolo, o per intrattenimento. Infine vale la pena di menzionare tutte quelle tecnologie che si applicano al mondo della medicina: esoscheletri per la riabilitazione e robot per la chirurgia.

Capitolo 4

Il robot ECOLayup R

Come descritto nel Capitolo 2, il robot ECOLayup R, all'interno di una linea di produzione di pannelli fotovoltaici, ha il compito di posizionare in maniera ordinata e precisa le stringhe sul vetro. Nel settore fotovoltaico questa fase del processo manifatturiero viene indicata con il termine layup.

I motivi per cui è desiderabile ottenere un buon layup sono essenzialmente due. Il primo è di natura tecnica: se questa operazione fallisce e le stringhe, una volta depositate, sono in contatto tra loro, c'è il rischio che il modulo non funzioni correttamente. Il secondo motivo è legato all'estetica del prodotto in quanto un pannello le cui celle sono perfettamente allineate ed equidistanti tra loro è più bello da vedere. Questo secondo aspetto, che a prima vista appare molto superficiale, riveste particolare importanza da quando il mercato del fotovoltaico propone soluzioni che integrano i pannelli negli edifici (tecnologia BIPV) con installazioni su tetti e facciate di case, palazzi, palazzetti, fabbriche, ecc.[13].

Il robot ECOLayup R opera in sinergia con la stringatrice, la macchina responsabile della produzione di stringhe, e i due sono collocati all'interno di una stazione di lavoro chiamata isola di Layup (Figura 4.1); la quale in genere comprende anche una stazione di centratura e il nastro di trasporto. Spesso avviene che all'interno di una stessa isola trovino posto due stringatrici perché il tempo necessario a queste macchine per produrre una stringa è maggiore del tempo ciclo del robot ECOLayup R e in questo modo si ottiene una stazione di layup più efficiente.

Per fare un esempio concreto, il modello di stringatrice rappresentato in Figura 4.1 può processare 2300 mezze-celle/ora, il che significa che impiega circa 28s per produrre una stringa formata da 18 mezze-celle. Il robot ECOLayup R arriva a manipolare 420 stringhe/ora, una stringa ogni 9s circa.

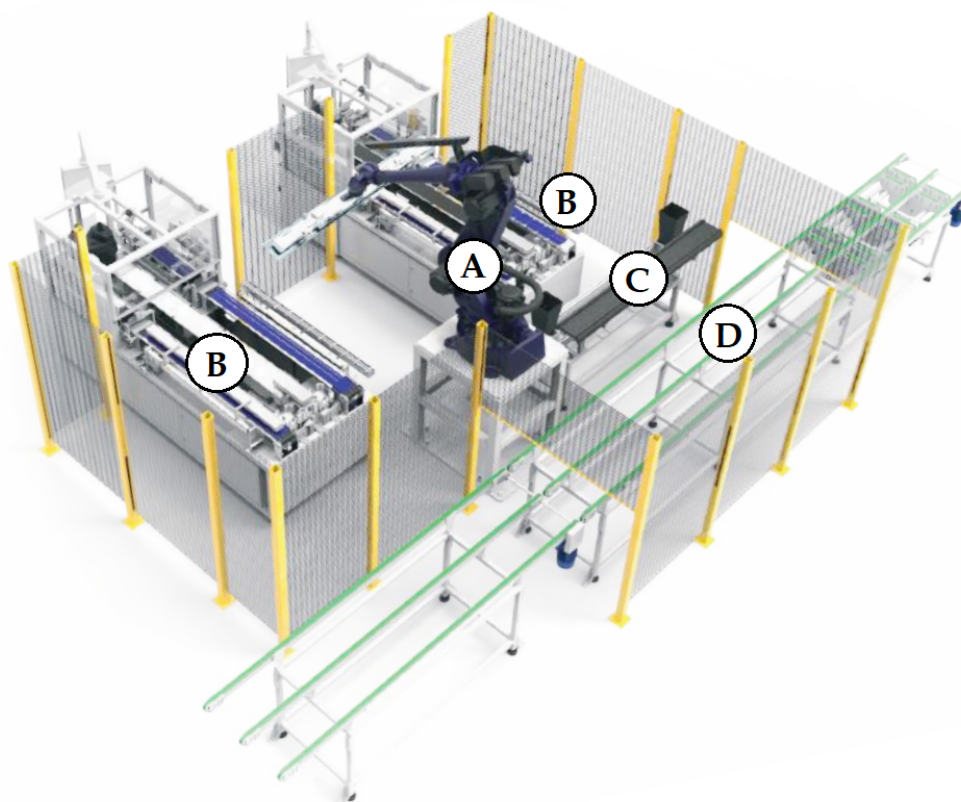


Figura 4.1: Isola di layup. Al suo interno sono collocati: A) ECOLayup R; B) stringatrici; C) stazione di centratura; D) nastro di trasporto.

4.1 Funzionamento: installazione e ciclo di lavoro

L'installazione di un robot ECOLayup R comprende due operazioni fondamentali: definizioni frames e registrazione punti.

Con il termine frame si definisce un sistema di riferimento descritto da un punto nello spazio (origine del frame) e da una terna levogira di assi cartesiani x , y , z . La funzione di un frame è quella di semplificare l'utilizzo del manipolatore da parte dell'utente il quale può stabilire un sistema di riferimento a piacere e programmare posizione e orientamento del robot in relazione al sistema scelto. Il robot possiede sempre almeno due sistemi di riferimento di default: frame base e tool frame. Il frame base è la terna che origina alla base del manipolatore, nel punto di intersezione tra il piano di appoggio della base (corrispondente al piano xy del frame) e l'asse di rotazione del giunto 1 (corrispondente all'asse z del frame). La direzione dell'asse x è la stessa del braccio robotico quando quest'ultimo ha rotazione nulla rispetto all'asse z ; infine l'asse y viene definito in modo da completare

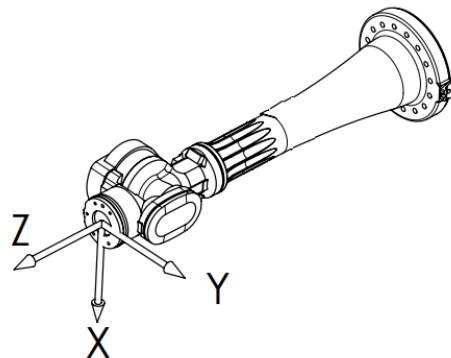


Figura 4.2: Tool frame per il manipolatore ECOLayup R.

la terna levogira. Il toolframe, invece, si definisce in corrispondenza dell'end-effector del robot (Figura 4.2). La sua origine è posta a centro flangia e l'asse z coincide con l'asse di rotazione del giunto 6; il piano xy è parallelo al piano su cui il manipolatore può afferrare oggetti.

I frames definiti in fase di installazione del robot ECOLayup R sono principalmente tre: frame sulla stringatrice; frame sulla stazione di centratura; frame sul vetro portato dal nastro di trasporto. La definizione di questi nuovi frames viene eseguita per mezzo di una procedura guidata, sviluppata dalla stessa Comau.

Una volta che i nuovi sistemi di riferimento sono definiti si passa alla fase di registrazione dei punti di deposito e di prelievo. Infatti si ricorda che il robot ECOLayup R viene programmato tramite la tecnica per insegnamento. È bene sottolineare che la registrazione dei punti può avvenire anche senza l'ausilio di frames aggiuntivi in quanto i punti vengono sempre memorizzati dal robot nello spazio dei giunti.

Conclusa la fase di installazione si può procedere con il ciclo zero della macchina, durante il quale il robot viene azionato a velocità ridotta e sotto supervisione del tecnico addetto all'installazione. Il ciclo di lavoro di un robot ECOLayup R comprende diverse operazioni.

Per prima cosa esso preleva la stringa dalla stringatrice. Data la fragilità delle celle fotovoltaiche, questa operazione risulta essere delicata da un punto di vista meccanico. Il sistema di presa del manipolatore è progettato per consentire una presa solida e sicura delle stringhe, che al contempo non deve arrecare danno alle stesse. A tale scopo vengono predisposte delle ventose a soffietto connesse per mezzo di un circuito pneumatico, a monte del quale sta un eiettore che una volta azionato permette alle ventose di risucchiare le celle.

La stringa così prelevata viene poi depositata nella stazione di centratura. Quando il robot prende la stringa dalla stringatrice, esso effettua la presa in corrispondenza delle coordinate salvate in memoria e non effettua un

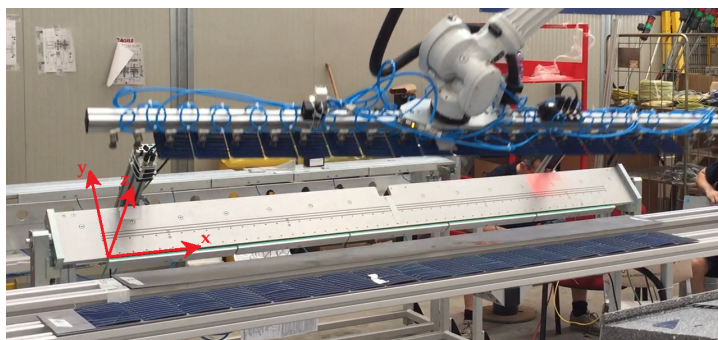


Figura 4.3: Stazione di centratura e relativo frame.

controllo relativo alla posizione delle celle. Se queste sono traslate rispetto al punto di prelievo registrato la presa risulta scostata dal centro della stringa. La stazione di centratura viene impiegata per ovviare a questo inconveniente e centrare il gripper rispetto alla stringa. Essa si compone di una lastra di acciaio forata al centro, due pistoni pneumatici, una telecamera. Quando riceve la stringa, la centratura aziona la coppia di pistoni e inclina la lastra di acciaio: in questo modo la stringa scivola per effetto della gravità e va in battuta su di un riscontro meccanico assicurandone il posizionamento corretto lungo l'asse y del proprio sistema di riferimento (Figura 4.3). In seguito entra in funzione la telecamera posta dietro la lastra di acciaio, essa fa una foto della stringa, elabora l'immagine e cerca l'interspazio cella-cella delle due celle centrali. Questa informazione permette al robot di conoscere la traslazione da compiere lungo l'asse x del frame centratura.

Una volta che la stringa viene centrata, il robot ECOLayup la preleva nuovamente e si dirige verso il nastro di trasporto. Qui si trova il pannello di vetro al di sopra del quale vanno depositate le stringhe. Il robot può quindi procedere al deposito finale della stringa spegnendo il generatore di vuoto e rilasciando quest'ultima. L'operazione di rilascio merita la stessa cautela del prelievo e viene eseguita portando la stringa a contatto con il vetro e premendola leggermente contro di esso. La presenza delle ventose a soffietto permette di evitare una pressione troppo elevata del robot sulla stringa.

Infine il robot si solleva dal vetro e si riporta sopra la stringatrice. Il ciclo di lavoro è riassunto nello schema di Figura 4.4.



Figura 4.4: Ciclo di lavoro del robot ECOLayup R.

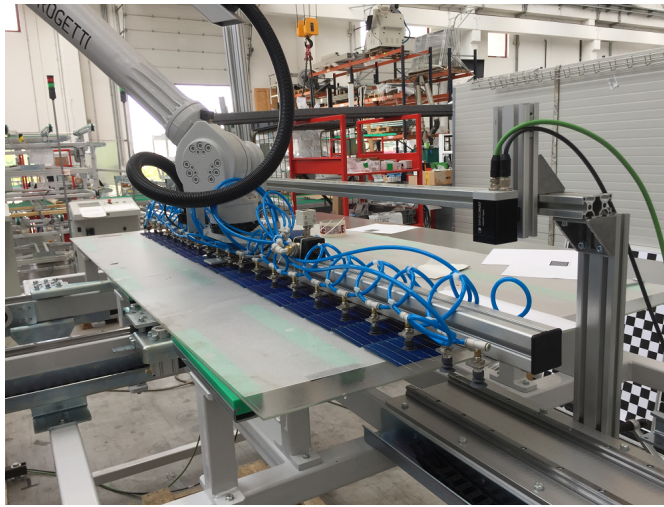


Figura 4.5: Sistema di telecamere messo a punto per misurare la posizione delle stringhe.

4.2 Sistema di misura: telecamere

Si osservi che con il ciclo di lavoro descritto nel precedente paragrafo non è possibile conoscere la precisione del layup eseguito in quanto non sono predisposti sensori o strumenti di misura utili a questo scopo. Pertanto si è scelto di introdurre un sistema in grado di sopperire a questa mancanza.

L'idea prevede di impiegare due telecamere per misurare la posizione della stringa una volta che il robot la porta in posizione di deposito. Le camere vengono fissate al telaio del nastro di trasporto e collocate al di sopra del vetro, così da inquadrare le due celle poste agli estremi della stringa depositata (Figura 4.5). Le camere utilizzate sono il modello VISOR V20 della Sensopart, lo stesso attualmente impiegato nella stazione di centratura, e hanno una risoluzione di circa 0,03mm/pixel se poste ad un'altezza di 200mm dal piano (come in Figura 4.5). L'elevata risoluzione delle camere ha come naturale conseguenza un ristretto campo visivo, pertanto le camere non sono in grado di fotografare un'intera cella e nemmeno un intero lato, ma solamente un angolo. Si è scelto quindi di collocare le camere in modo tale da vedere i due angoli opposti della stringa (Figura 4.6). Ciascuna telecamera misura la posizione della cella che inquadra e questa posizione è misurata nel rispettivo sistema di riferimento. Quindi il sistema necessita di una fase di calibrazione in cui il frame di ciascuna camera viene orientato come il frame registrato sul vetro. Per completare questa procedura occorre utilizzare una piastra di calibrazione messa a disposizione da Sensopart. La piastra viene inizialmente allineata con il sistema di riferimento del vetro, dopodiché viene spostata dal robot all'interno del campo visivo di una delle due telecamere. La camera interessata viene quindi sottoposta a regolazioni

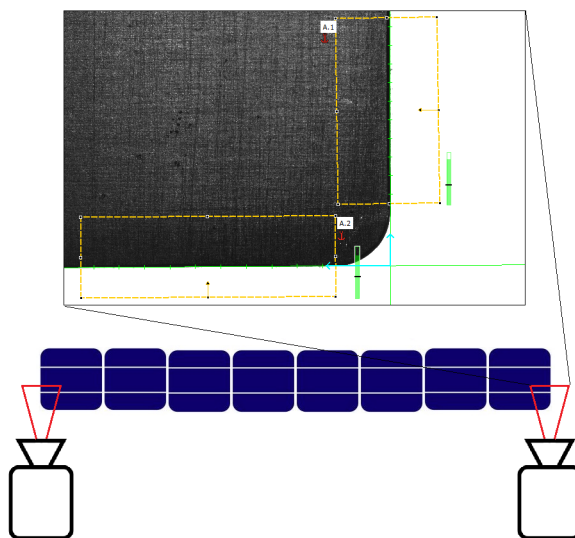


Figura 4.6: Disposizione camere; l'immagine che rappresenta l'angolo della cella è stata salvata con il software VISOR di Sensopart.

meccaniche in modo da ottenere la stessa rotazione della piastra e quindi del sistema di riferimento del vetro. La stessa procedura si utilizza per la seconda telecamera. Al termine della procedura di calibrazione si ha una situazione come quella descritta in Figura 4.7.

Infine, prima di rendere il sistema di misura operativo, è necessario far apprendere alle telecamere qual è la posizione target della stringa. Quest'operazione consiste delle seguenti fasi. Per prima cosa si afferra una stringa, la quale funge a tutti gli effetti da campione di misura e quindi va usata, per quanto possibile, una stringa che non presenti deformazioni. Un'alternativa più sicura richiede di utilizzare una lastra di metallo, opportunamente sagomata, con le specifiche dimensioni della stringa. In seguito si centra la stringa campione utilizzando l'apposita stazione di centratura. La stringa così centrata viene prelevata e portata in posizione di deposito, senza essere rilasciata. A questo punto il robot viene fermato e viene fatta una valutazione della posa. La posizione della stringa viene misurata rispetto ai bordi del vetro e non avendo ancora a disposizione le camere la valutazione deve essere fatta con strumenti di misura differenti (e.g. calibro). L'obiettivo da raggiungere è stringa parallela all'asse x_{vetro} , con una distanza dal bordo che varia in base alle specifiche del pannello (solitamente 20mm), e stringa parallela all'asse y_{vetro} , equidistante dai lati corti. Se le specifiche non sono rispettate, il robot viene spostato in modalità manuale in modo da migliorare la posizione. Una volta raggiunta la posa target viene aggiornato il punto di deposito del robot, sovrascrivendo quello precedente, e viene scattata una foto con entrambe le telecamere, così da memorizzare la posizione desiderata

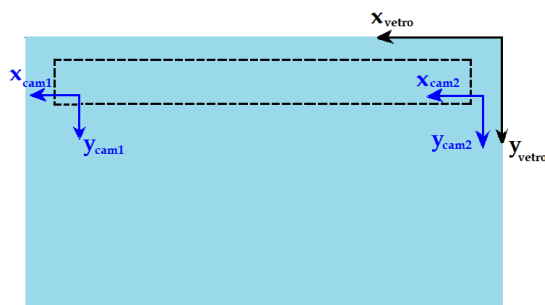


Figura 4.7: Sistemi di riferimento delle camere e del vetro. Il profilo tratteggiato rappresenta la posizione di deposito delle stringhe.

e avere un riferimento per le foto successive.

4.3 Studio della cinematica dell'ECOLayup R

Il sistema di telecamere permette di fotografare e misurare la distanza tra la posizione raggiunta dalla stringa e la posizione target. I valori ottenuti durante la misurazione sono utili innanzitutto al fine di valutare il deposito delle stringhe. Inoltre è possibile utilizzare tali valori per determinare in che modo correggere la posa del robot e ottenere il deposito cercato. Il processo di correzione deve essere in grado di restituire un nuovo punto da assegnare al manipolatore. Assegnare un punto al manipolatore significa descrivere il punto tramite delle coordinate che possono essere interpretate dal controllo del robot. Questa descrizione può avvenire nello spazio operativo del robot, utilizzando coordinate cartesiane e angoli di Eulero, oppure nello spazio dei giunti, utilizzando un insieme di coordinate che rappresentano la rotazione di ciascun giunto rotoidale attorno al proprio asse di rotazione. Dal momento che le misure vengono effettuate nello spazio operativo il primo metodo è più immediato. Per quanto riguarda il secondo metodo invece, esso richiede di convertire il nuovo punto in coordinate dello spazio dei giunti, passando quindi per un'operazione di inversione cinematica. Lo studio della cinematica del robot ECOLayup R è presentato nei paragrafi che seguono.

4.3.1 Equazione cinematica diretta

In un contesto come quello della robotica industriale, la cinematica risulta utile allo scopo di descrivere il moto dell'organo terminale e quindi il moto dell'oggetto manipolato o dell'utensile utilizzato. Per ottenere una descrizione completa di tale moto è importante definire sia la posizione che l'orientamento dell'organo terminale. La posizione è definita una volta note le tre

variabili cartesiane x, y, z mentre l'orientamento può essere caratterizzato in diversi modi. Una descrizione ridondante dell'orientamento si può ottenere attraverso l'impiego di una matrice di rotazione. Essa infatti si compone di nove elementi, ma i parametri necessari a stabilire l'orientamento di un oggetto nello spazio sono tre. Una rappresentazione dell'orientamento definita da tre parametri si dice quindi rappresentazione minima. Solitamente i tre parametri impiegati corrispondono a tre angoli e ogni angolo si associa alla rotazione attorno a uno degli assi principali x, y, z . L'insieme dei tre angoli prende il nome di terna di angoli di Eulero. A seconda dell'ordine con cui si definiscono le rotazioni attorno a x, y, z è possibile avere diverse terne di angoli di Eulero. Altre rappresentazioni minime comunemente impiegate sono la rappresentazione asse e angolo e la rappresentazione basata su quaternioni. L'insieme di posizione e orientamento viene definito posa dell'organo terminale. Come si è visto, la struttura meccanica di un robot può essere descritta come un insieme di corpi rigidi, chiamati bracci, collegati tramite giunti; i quali conferiscono i gradi di libertà alla struttura. A ciascun giunto viene in genere associata una variabile, detta variabile di giunto. L'obiettivo della cinematica è quello di ricavare la posa del robot in funzione del valore assunto dalle variabili di giunto; in altri termini, si vuole stabilire una relazione $\mathbf{k}(\cdot)$ che lega il vettore delle variabili di giunto \mathbf{q} e il vettore posa dell'end-effector \mathbf{x}_e :

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{k}(\mathbf{q}). \quad (4.1)$$

L'equazione 4.1 viene chiamata equazione cinematica diretta e riassume in maniera compatta il legame esistente tra variabili di giunto e posa dell'organo terminale. La semplicità di tale formula ne rende immediato il significato, tuttavia una sua diretta applicazione risulta scomoda e non banale. Lo strumento matematico cui si fa riferimento per il calcolo della cinematica diretta è l'algebra delle matrici e pertanto l'equazione cinematica diretta viene spesso riportata nella sua forma matriciale:

$$\tilde{\mathbf{p}}^b = \mathbf{T}_e^b(\mathbf{q})\tilde{\mathbf{p}}^e \quad (4.2)$$

dove

$$\mathbf{T}_e^b(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_e^b(\mathbf{q}) & \mathbf{s}_e^b(\mathbf{q}) & \mathbf{a}_e^b(\mathbf{q}) & \mathbf{p}_e^b(\mathbf{q}) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

I vettori $\tilde{\mathbf{p}}^b$ e $\tilde{\mathbf{p}}^e$ rappresentano dei vettori omogenei mentre l'equazione 4.3 rappresenta una matrice di trasformazione omogenea e può essere ottenuta attraverso semplici prodotti fra matrici. Prima di derivare l'espressione 4.3 si intendono richiamare alcuni concetti relativi alle trasformazioni omogenee.

4.3.2 Trasformazioni omogenee

Si consideri la Figura 4.8. Il punto P rappresenta un punto generico dello spazio. Si osservi che è possibile descrivere P in almeno due modi: con

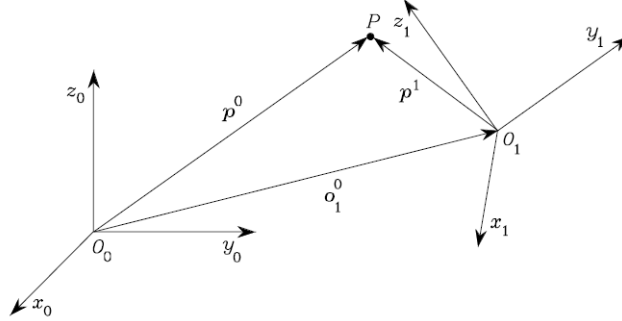


Figura 4.8: Rappresentazione di un punto P rispetto differenti sistemi di riferimento.

riferimento alla terna $O_0 - x_0y_0z_0$, vettore \mathbf{p}^0 , oppure con riferimento alla terna $O_1 - x_1y_1z_1$, vettore \mathbf{p}^1 . La relazione che lega i due vettori \mathbf{p}^0 e \mathbf{p}^1 rappresenta una trasformazione di coordinate. Facendo ancora riferimento alla Figura 4.8, questa trasformazione assume la forma

$$\mathbf{p}^0 = \mathbf{o}_1^0 + \mathbf{R}_1^0 \mathbf{p}^1 \quad (4.4)$$

dove \mathbf{o}_1^0 è il vettore che individua la terna 1 rispetto alla terna 0 e \mathbf{R}_1^0 è la matrice di rotazione della terna 1 rispetto alla terna 0.

Allo scopo di ottenere una rappresentazione compatta del legame esistente tra le rappresentazioni delle coordinate di uno stesso punto rispetto a due terne differenti, si può introdurre la rappresentazione omogenea di un generico vettore \mathbf{p} :

$$\tilde{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Utilizzando tale rappresentazione per i vettori \mathbf{p}^0 e \mathbf{p}^1 si ha che la trasformazione di coordinate 4.4 può essere riscritta in termini della matrice (4×4):

$$\mathbf{A}_1^0 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1^0 & \mathbf{o}_1^0 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

che prende il nome di matrice di trasformazione omogenea. Utilizzando tale matrice l'equazione 4.4 può essere riscritta come

$$\tilde{\mathbf{p}}^0 = \mathbf{A}_1^0 \tilde{\mathbf{p}}^1. \quad (4.7)$$

Si noti che il punto P ammette infinite rappresentazioni, una per ogni sistema di riferimento opportunamente definito. Si supponga di aggiungere un terzo sistema di riferimento a quelli presenti in Figura 4.8. Si definisca

tale sistema come $O_2 - x_2y_2z_2$. Il punto P rappresentato con riferimento a tale sistema viene indicato dal vettore \mathbf{p}^2 . Una volta nota la posizione e l'orientamento del nuovo sistema con riferimento al sistema 1 è possibile ripetere il ragionamento fatto in precedenza e pervenire alla trasformazione di coordinate

$$\mathbf{p}^1 = \mathbf{o}_2^1 + \mathbf{R}_2^1 \mathbf{p}^2 \quad (4.8)$$

e dunque alla matrice di trasformazione omogenea

$$\mathbf{A}_2^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_2^1 & \mathbf{o}_2^1 \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

che porta infine alla

$$\tilde{\mathbf{p}}^1 = \mathbf{A}_2^1 \tilde{\mathbf{p}}^2. \quad (4.10)$$

Si osservi che sostituendo l'espressione 4.10 all'interno della 4.7 si perviene alla trasformazione

$$\tilde{\mathbf{p}}^0 = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \tilde{\mathbf{p}}^2 \quad (4.11)$$

che permette di stabilire il legame tra il vettore \mathbf{p}^0 e il vettore \mathbf{p}^2 . Infine, attraverso il prodotto tra matrici è immediato ricavare la seguente matrice di trasformazione omogenea

$$\mathbf{A}_2^0 = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1. \quad (4.12)$$

Pertanto, vista la semplicità computazionale del prodotto tra matrici, una matrice di trasformazione omogenea rappresenta un sistema efficace per rappresentare un punto P con riferimento ad una qualunque terna nello spazio.

4.3.3 Derivazione dell'equazione cinematica diretta

Il fatto che un manipolatore sia costituito da bracci connessi tramite giunti permette di applicare la teoria delle trasformazioni omogenee e ricavare l'equazione cinematica diretta in maniera ricorsiva. Questa affermazione risulta vera fintanto che la struttura del robot corrisponde ad una catena cinematica aperta, vale a dire una catena priva di anelli. Viceversa, una catena che presenta anelli prende il nome di catena cinematica chiusa (Figura 4.9). Un robot dotato di n giunti, se ha struttura a catena aperta, presenta sempre $n + 1$ bracci e ciascun giunto connette due e solo due bracci. Pertanto una strategia efficace per determinare l'equazione cinematica diretta è quella di determinare il legame cinematico tra due bracci consecutivi (primo e secondo) per poi estendere la procedura al resto della struttura, aggiungendo uno alla volta i bracci rimanenti.

La determinazione del legame cinematico tra due bracci consecutivi è immediata. Si consideri nuovamente la figura 4.8. Si può pensare che il punto O_0 corrisponda ad un punto del primo braccio e il punto O_1 corrisponda ad

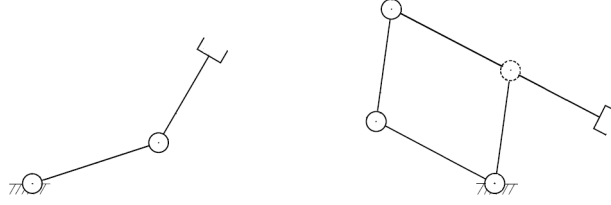


Figura 4.9: Manipolatore a due bracci (catena cinematica aperta) e manipolatore a parallelogramma (catena cinematica chiusa).

un punto del secondo braccio. Si supponga inoltre che il punto P indichi l'organo terminale. Allora si ha che la posa dell'organo terminale può essere espressa rispetto al primo braccio con il vettore $\tilde{\mathbf{p}}^0$ e rispetto al secondo braccio con il vettore $\tilde{\mathbf{p}}^1$. Come si è visto vale la relazione 4.7 che rappresenta quindi il legame cinematico tra due bracci consecutivi. Aggiungere un braccio alla struttura meccanica considerata equivale, dal punto di vista del problema cinematico di interesse, ad aggiungere un sistema di riferimento e determinare un nuovo legame cinematico. Applicando la teoria delle trasformazioni omogenee è immediato ricavare in questo caso l'equazione 4.11.

Iterando il ragionamento ed applicandolo ad una struttura composta di $n + 1$ bracci si ottiene quindi la relazione

$$\tilde{\mathbf{p}}^0 = \mathbf{A}_1^0(q_1)\mathbf{A}_2^1(q_2) \dots \mathbf{A}_n^{n-1}(q_n)\tilde{\mathbf{p}}^n \quad (4.13)$$

in cui si è esplicitata la dipendenza dalle variabili di giunto. Si osservi che la matrice di trasformazione omogenea $\mathbf{A}_i^{i-1}(q_i)$ dipende dalla variabile di giunto q_i in quanto il giunto i connette i bracci $(i - 1)$ -esimo e i -esimo. Al fine di rendere più compatta la scrittura della 4.13 si definisce la matrice

$$\mathbf{T}_n^0(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_1^0(q_1)\mathbf{A}_2^1(q_2) \dots \mathbf{A}_n^{n-1}(q_n) \quad (4.14)$$

che è funzione di tutte le variabili di giunto, vale a dire del vettore \mathbf{q} . Pertanto la 4.13 può essere riscritta come

$$\tilde{\mathbf{p}}^0 = \mathbf{T}_n^0(\mathbf{q})\tilde{\mathbf{p}}^n. \quad (4.15)$$

Si osservi che nel caso generale la terna 0, vale a dire la terna associata al primo braccio del manipolatore, può differire dalla terna base, vale a dire la terna di riferimento rispetto alla quale vengono calcolate le pose da assegnare all'organo terminale. Allo stesso modo la terna n , la terna associata all'ultimo braccio, può differire dalla terna utensile, vale a dire la terna associata

all'end-effector. Per tenere conto di queste possibili discrepanze, si introducono due ulteriori trasformazioni omogenee: \mathbf{T}_0^b per descrivere posizione e orientamento della terna 0 rispetto alla terna base e \mathbf{T}_e^n per descrivere posizione e orientamento della terna utensile rispetto alla terna n . Queste matrici sono costanti e non dipendono da alcuna variabile di giunto. Quindi l'equazione cinematica diretta, nella sua forma matriciale e nel caso più generale, assume la forma

$$\tilde{\mathbf{p}}^b = \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_n^0(\mathbf{q}) \mathbf{T}_e^n \tilde{\mathbf{p}}^e \quad (4.16)$$

che si può scrivere in forma compatta introducendo la matrice

$$\mathbf{T}_e^b(\mathbf{q}) = \mathbf{T}_0^b \mathbf{T}_n^0(\mathbf{q}) \mathbf{T}_e^n \quad (4.17)$$

che sostituita nella 4.16 porta dunque alla 4.2.

Si noti quindi che il termine $\mathbf{p}_e^b(\mathbf{q})$, che compare nell'equazione 4.3, rappresenta la posizione della terna utensile rispetto alla terna base; mentre i termini $\mathbf{n}_e^b(\mathbf{q})$, $\mathbf{s}_e^b(\mathbf{q})$, $\mathbf{a}_e^b(\mathbf{q})$ che compaiono ancora nell'equazione 4.3 rappresentano l'orientamento della terna utensile rispetto alla terna base e possono essere scritti in forma compatta sfruttando la notazione delle matrici di rotazione

$$\mathbf{R}_e^b(\mathbf{q}) = [\mathbf{n}_e^b(\mathbf{q}) \quad \mathbf{s}_e^b(\mathbf{q}) \quad \mathbf{a}_e^b(\mathbf{q})]. \quad (4.18)$$

Infine si evidenzia il fatto che spesso la terna base corrisponde alla terna 0 e la terna utensile corrisponde alla terna n . Questa porta ad avere $\mathbf{T}_0^b = \mathbf{I}_{4 \times 4}$ e $\mathbf{T}_e^n = \mathbf{I}_{4 \times 4}$, con \mathbf{I} la matrice identità, e quindi ad avere che le equazioni 4.15 e 4.16 sono equivalenti.

4.3.4 Convenzione di Denavit-Hartenberg

Nel paragrafo precedente si è discusso come è possibile ottenere una descrizione cinematica dell'organo terminale di un manipolatore in funzione delle variabili di giunto. Si è visto che tale descrizione fa riferimento alla terna base, rispetto alla quale vengono specificati i movimenti del robot, e che essa si basa sulla teoria delle trasformazioni omogenee. Resta tuttavia da chiarire come è possibile associare a ciascun braccio della struttura un sistema di riferimento cartesiano. In particolare ci si potrebbe chiedere in quale punto ancorare l'origine della terna e se esiste un metodo generale. Tale interrogativo trova risposta grazie ai due studiosi Jacques Denavit e Richard S. Hartenberg che nel 1955 stabiliscono un criterio per l'assegnazione dei sistemi di riferimento ad una struttura meccanica [5]. Tale criterio è chiamato convenzione di Denavit-Hartenberg. Si assuma come asse i l'asse del giunto che connette il braccio $i - 1$ al braccio i . La convenzione di Denavit-Hartenberg, abbreviata convenzione D-H, per definire la terna i , solidale al braccio i , prevede di svolgere i seguenti punti (Figura 4.10):

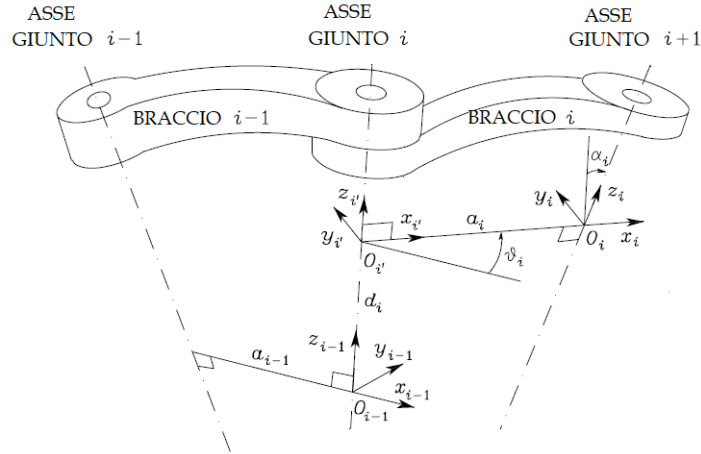


Figura 4.10: Parametri cinematici di Denavit-Hartenberg.

- si sceglie l'asse z_i giacente lungo l'asse del giunto $i + 1$;
- si individua O_i all'intersezione dell'asse z_i con la normale comune agli assi z_{i-1} e z_i , e con $O_{i'}$ si indica l'intersezione della normale comune con z_{i-1} ;
- si sceglie l'asse x_i diretto lungo la normale comune agli assi z_{i-1} e z_i con verso positivo dal giunto i al giunto $i + 1$;
- si sceglie l'asse y_i in modo da completare una terna levogira.

Una volta definite le terne solidali ai bracci, la posizione e l'orientamento della terna i rispetto alla terna $i - 1$ risultano completamente specificati dai seguenti parametri di Denavit-Hartenberg:

1. a_i : distanza di O_i da $O_{i'}$;
2. d_i : coordinata su z_{i-1} di $O_{i'}$;
3. α_i : angolo intorno all'asse x_i tra l'asse z_{i-1} e l'asse z_i valutato positivo in senso antiorario;
4. ϑ_i : angolo intorno all'asse z_{i-1} tra l'asse x_{i-1} e l'asse x_i valutato positivo in senso antiorario.

Dei quattro parametri, due (a_i e α_i) sono sempre costanti e dipendono soltanto dalla geometria di connessione dei giunti consecutivi dettata dalla presenza del braccio i . Degli altri due, uno soltanto è variabile in dipendenza

del tipo di giunto utilizzato per connettere il braccio $i - 1$ al braccio i ; in particolare:

- se il giunto i è rotoidale la variabile è ϑ_i ;
- se il giunto i è prismatico la variabile è d_i .

4.3.5 Alternative a Denavit-Hartenberg

Sebbene la convenzione di Denavit-Hartenberg sia molto diffusa e utilizzata, specie nel campo della robotica, essa presenta alcuni inconvenienti che non sempre la rendono il metodo più adatto per derivare un modello cinematico del robot. Tra questi si possono citare i seguenti casi di indecisione della procedura, che portano ad una definizione non univoca della terna da associare al braccio:

- con riferimento alla terna 0, per la quale solo la direzione dell'asse z_0 risulta specificata: si possono quindi scegliere arbitrariamente O_0 e x_0 ;
- con riferimento alla terna n , poiché non vi è giunto $n + 1$, z_n non è univocamente definito mentre l'asse x_n deve essere normale all'asse z_{n-1} : tipicamente il giunto n è rotoidale, per cui z_n va allineato con z_{n-1} ;
- quando due assi consecutivi sono paralleli, in quanto la normale comune tra di loro non è univocamente definita;
- quando due assi consecutivi si intersecano, in quanto il verso di x_i è arbitrario;
- quando il giunto i è prismatico, nel qual caso solo la direzione dell'asse z_{i-1} è determinata.

Per ovviare a questi inconvenienti, negli anni sono stati proposti dei modelli cinematici alternativi a quello di Denavit-Hartenberg tra i quali si possono citare: modello di Denavit-Hartenberg modificato; modello POE; modello S di Stone; modello CPC; modello di Sheth-Uicker [6].

4.3.6 Equazione cinematica diretta dell'ECOLayup R

La definizione del modello cinematico per il manipolatore ECOLayup R è stata ottenuta applicando la convenzione di Denavit-Hartenberg. In Figura 4.11 si illustra la struttura del robot e i relativi sistemi di riferimento assegnati secondo la convenzione di D-H. La struttura meccanica del robot è quella di un manipolatore antropomorfo con polso sferico, pertanto si hanno sei giunti di tipo rotoidale e i parametri variabili risultano essere θ_i , $i = 1, \dots, 6$; i restanti parametri D-H si possono trovare nel manuale tecnico fornito da

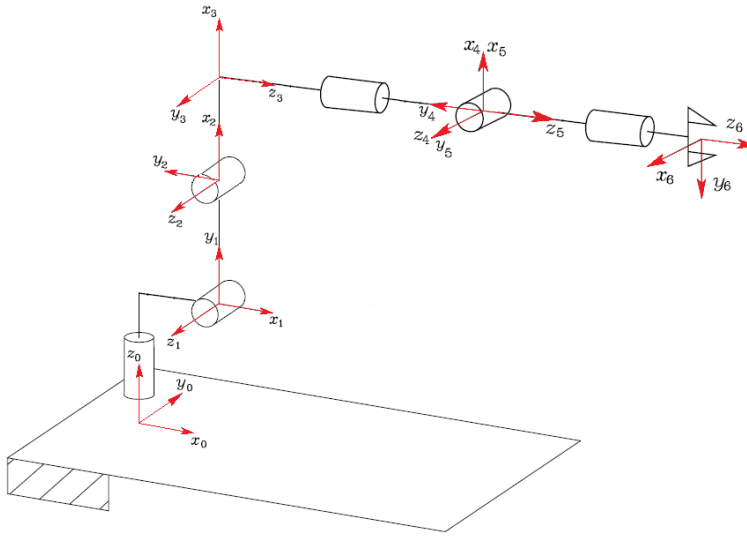


Figura 4.11: Sistemi di riferimento assegnati all'ECOLayup R adottando la convenzione di Denavit-Hartenberg.

i	a_i [mm]	d_i [mm]	α_i [deg]	θ_i
1	400	550	90	θ_1
2	860	0	0	θ_2
3	210	0	90	θ_3
4	0	1225.50	-90	θ_4
5	0	0	90	θ_5
6	0	175	0	θ_6

Tabella 4.1: Parametri D-H per il robot ECOLayup R

Comau o si possono ricavare dalla geometria della struttura e da come sono stati assegnati i sistemi di riferimento. In Tabella 4.1 sono riportati i parametri di Denavit-Hartenberg che sono stati utilizzati per ricavare la cinematica diretta dell'ECOLayup R. Va sottolineato che la procedura di Denavit-Hartenberg ammette casi di indecisione. In particolare gli assi 2 e 3 del manipolatore ECOLayup R sono paralleli. Pertanto la soluzione presentata in Figura 4.11 rappresenta una possibile scelta dei sistemi di riferimento ma possono esistere altre assegnazioni che risulterebbero altrettanto valide.

Una volta stabiliti i sistemi di riferimento per la struttura del robot è stato possibile calcolare la cinematica diretta. Il calcolo dell'equazione cinematica diretta per il manipolatore ECOLayup R risulta lungo e laborioso, sebbene i calcoli richiesti siano piuttosto banali (prodotto di matrici e applicazione delle proprietà delle funzioni goniometriche). Il risultato ottenuto è

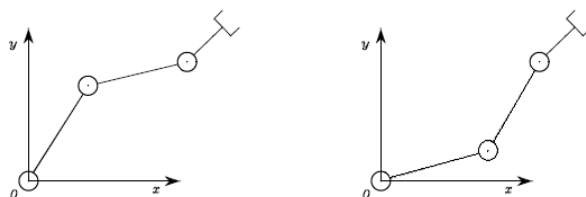


Figura 4.12: Confronto tra la postura del robot reale (a sinistra) e la postura calcolata (a destra), in corrispondenza della configurazione \mathbf{q}_1 .

riportato in appendice A.

Più semplice ed efficace è il calcolo dell'equazione in ambiente Matlab, dove è stato possibile sfruttare le potenzialità del calcolo simbolico. Il risultato ottenuto in questo modo è una function Matlab che riceve come input i valori desiderati per le variabili di giunto e restituisce come output i valori numerici che compongono la matrice di trasformazione omogenea $\mathbf{T}_e^b(\mathbf{q})$.

4.3.7 Cinematica Inversa

Il problema cinematico inverso riguarda la determinazione delle variabili di giunto una volta assegnata la posa dell'organo terminale nello spazio operativo. A differenza dell'equazione cinematica diretta, la quale può essere determinata in maniera piuttosto semplice applicando la teoria delle trasformazioni omogenee e dell'algebra delle matrici, in generale risulta molto difficile trovare una soluzione in forma chiusa per il problema cinematico inverso. La complessità del problema è legata al fatto che le equazioni da risolvere sono in generale equazioni non lineari; inoltre, qualora esistesse, non è sempre possibile determinare un'unica soluzione ma si possono presentare casi di soluzioni multiple (Figura 4.12) o soluzioni infinite (nel caso di manipolatori ridondanti). Un manipolatore con sei gradi di libertà può avere 32 soluzioni [8], che si riducono a 16 se si contano solamente quelle cui è possibile attribuire un significato fisico [7]. Nel caso di manipolatori reali, l'introduzione di vincoli fisici quali i finecorsa degli assi contribuisce ulteriormente a ridurre il numero di soluzioni ammissibili. Tuttavia, la determinazione di una soluzione in forma chiusa per il problema cinematico inverso nel caso più generale di un manipolatore a sei gradi di libertà resta un problema risolvibile solamente per via numerica [9]. A tal proposito, in letteratura sono state proposte molte soluzioni diverse. La metodologia più diffusa fa uso della cinematica differenziale e più specificamente dello jacobiano, essendo quest'ultimo una matrice che permette di stabilire un legame lineare tra le variabili di giunto e le variabili nello spazio operativo. Gli algoritmi classici per risolvere la cinematica inversa utilizzano l'inversa dello jacobiano; ma si trovano soluzioni alternative che impiegano la trasposta del-

lo jacobiano o la matrice inversa a minimi quadrati smorzata. Una diversa famiglia di algoritmi studiati per risolvere il problema cinematico inverso si basa sull'utilizzo di metodi di Newton, tuttavia questo tipo di strategia si è dimostrata poco efficace da un punto di vista di complessità computazionale. Infine è possibile ricorrere anche a soluzioni basate su un approccio di tipo probabilistico come metodo Monte Carlo o filtri particellari.

Ci sono poi dei casi speciali in cui, a partire dalla cinematica diretta, è possibile calcolare in maniera esplicita le equazioni che legano i valori espressi nello spazio operativo con i valori assunti dalle variabili di giunto. Tali casi includono ovviamente le strutture più semplici aventi un numero ridotto di gradi di libertà, come ad esempio il manipolatore planare a tre bracci, ma sotto opportune condizioni includono anche strutture più complesse e di maggior interesse pratico, come il manipolatore antropomorfo con polso sferico. In particolare per quanto riguarda quest'ultimo, è possibile applicare il criterio di Pieper [10, 11] il quale afferma che la condizione sufficiente affinché un manipolatore ammetta soluzione in forma chiusa al problema cinematico inverso è che esso abbia almeno tre assi consecutivi che si intersecano in un punto solo¹. Tuttavia in letteratura si trovano dei controesempi al criterio di Pieper (si veda ad esempio [12]).

4.3.8 Cinematica Differenziale

Nel contesto della robotica, la cinematica differenziale si occupa di stabilire un legame tra le velocità dell'organo terminale e le corrispondenti velocità dei giunti. Il legame cercato può essere descritto attraverso una matrice di trasformazione che va sotto il nome di jacobiano. Tale strumento matematico costituisce un elemento fondamentale nello studio dei robot in quanto permette non solo di descrivere le relazioni di tipo cinematico cui si è fatto riferimento ma altresì di analizzare in maniera rigorosa altri aspetti chiave della robotica, quali le configurazioni singolari e la ridondanza.

Si definisca \mathbf{v}_e come il vettore velocità dell'organo terminale. Esso comprende sia la velocità lineare, definita dal vettore $\dot{\mathbf{p}}_e$, sia la velocità angolare, definita dal vettore $\boldsymbol{\omega}_e$. In altre parole si ha che

$$\mathbf{v}_e = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_e \\ \boldsymbol{\omega}_e \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Obiettivo della cinematica differenziale è determinare una funzione $f(\cdot)$ tale che

$$\mathbf{v}_e = f(\dot{\mathbf{q}}) \quad (4.20)$$

dove $\dot{\mathbf{q}}$ è il vettore velocità delle variabili di giunto. Per agevolare i conti è utile separare il calcolo in due parti: nella prima si tiene conto del contributo

¹Rientra in questa casistica anche la situazione in cui si ha che tre assi consecutivi sono paralleli. In questo caso il punto di incontro può essere considerato l'infinito.

di velocità lineare dovuto a ciascun giunto, nella seconda si considera invece il contributo di velocità angolare.

Pertanto si ha che

$$\dot{\mathbf{p}}_e = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{Pi} \dot{q}_i \quad (4.21)$$

esprime la velocità lineare dell'organo terminale come somma dei contributi dovuti agli n giunti. Il calcolo esplicito dei contributi che compaiono nell'equazione 4.21 si esegue impiegando le regole di composizione delle velocità proprie della fisica, le quali forniscono il risultato che segue

$$\mathbf{J}_{Pi} = \begin{cases} \mathbf{z}_{i-1} & \text{se il giunto } i \text{ è prismatico} \\ \mathbf{z}_{i-1} \times (\mathbf{p}_e - \mathbf{p}_{i-1}) & \text{se il giunto } i \text{ è rotoidale} \end{cases} \quad (4.22)$$

Allo stesso modo è possibile esprimere la velocità angolare dell'organo terminale come somma di contributi dovuti ai singoli giunti, in questo caso si ha

$$\boldsymbol{\omega}_e = \sum_{i=1}^n \mathbf{J}_{Oi} \dot{q}_i \quad (4.23)$$

Anche in questo caso è possibile applicare le regole di composizione delle velocità per calcolare le singole componenti \mathbf{J}_{Oi} che compaiono nella 4.23, ottenendo quindi

$$\mathbf{J}_{Oi} = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{se il giunto } i \text{ è prismatico} \\ \mathbf{z}_{i-1} & \text{se il giunto } i \text{ è rotoidale} \end{cases} \quad (4.24)$$

In conclusione lo jacobiano assume quindi la forma seguente

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{P1} & \mathbf{J}_{P2} & \dots & \mathbf{J}_{Pn} \\ \mathbf{J}_{O1} & \mathbf{J}_{O2} & \dots & \mathbf{J}_{On} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Si noti che lo jacobiano così come lo si è ottenuto nella 4.25 rappresenta lo jacobiano geometrico. Esso viene così definito in quanto le regole che hanno permesso di determinare la forma di ciascuna componente sono regole di natura geometrica, le quali si riferiscono alle terne associate a ciascun braccio del robot.

Qualora si utilizzasse una rappresentazione minima dell'orientamento dell'organo terminale, ad esempio utilizzando gli angoli di Eulero in luogo della matrice di rotazione, sarebbe possibile esprimere lo jacobiano in una forma alternativa che si definisce jacobiano analitico. Esso si basa sull'equazione

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{k}(\mathbf{q}) \quad (4.26)$$

che come si è visto esprime la cinematica diretta. In particolare è possibile derivare direttamente la 4.26 per ottenere

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \frac{\partial \mathbf{k}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \dot{\mathbf{q}} \quad (4.27)$$

dove il primo termine a destra dell'uguale rappresenta proprio lo jacobiano analitico; in altre parole si ha

$$\mathbf{J}_A(\mathbf{q}) := \frac{\partial \mathbf{k}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}}. \quad (4.28)$$

Si noti che per come sono stati calcolati i due jacobiani, geometrico e analitico, sono in generale differenti. Per rendere conto di questo fatto è sufficiente osservare che lo jacobiano geometrico è stato ottenuto a partire da $\mathbf{v}_e = [\dot{\mathbf{p}}_e \boldsymbol{\omega}_e]^T$ mentre lo jacobiano analitico è il risultato di un'operazione di derivazione eseguita sul vettore $\dot{\mathbf{x}}_e = [\dot{\mathbf{p}}_e \dot{\boldsymbol{\phi}}_e]^T$. Quindi i due jacobiani differiscono per la componente dovuta alla velocità angolare. Se da un lato la grandezza $\boldsymbol{\omega}_e$ ha un chiaro significato fisico (vale a dire velocità angolare dell'organo terminale) dall'altro si ha che $\dot{\boldsymbol{\phi}}_e$ è una grandezza che può essere utilizzata direttamente nello spazio operativo.

4.3.9 Inversione della Cinematica Differenziale

Come si è detto lo jacobiano risulta essere uno strumento fondamentale nel campo della robotica. Esso può essere impiegato, tra le altre cose, per sviluppare algoritmi di inversione cinematica basati sulla teoria della cinematica differenziale. A differenza della cinematica diretta, si è visto che le relazioni che descrivono il rapporto tra la velocità ai giunti e la velocità dell'end-effector sono di tipo lineare.

Il metodo più immediato prevede quindi di invertire lo jacobiano a partire da una traiettoria desiderata specificata in termini di velocità. Tale traiettoria sarà indicata con $\dot{\mathbf{x}}_d$. Il primo passo consiste nel ricavare le velocità ai giunti

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{-1}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{x}}_d. \quad (4.29)$$

A questo punto i valori delle variabili di giunto possono essere determinati tramite integrazione numerica, ad esempio utilizzando il metodo di Eulero:

$$\mathbf{q}(t_{k+1}) = \mathbf{q}(t_k) + \dot{\mathbf{q}}(t_k) \Delta t. \quad (4.30)$$

L'algoritmo appena descritto risulta efficace fintanto che la matrice jacobiana \mathbf{J}_A risulta quadrata (manipolatore non ridondante) e di rango pieno (manipolatore non in configurazione singolare).

Impiegando le tecniche tipiche della teoria dei controlli è possibile tenere in considerazione l'errore e modificare in maniera opportuna l'algoritmo per rendere l'errore asintoticamente nullo. In particolare si definisca l'errore come

$$\mathbf{e} := \mathbf{x}_d - \mathbf{x}_e \quad (4.31)$$

con \mathbf{x}_d la traiettoria desiderata e \mathbf{x}_e quella calcolata. La derivata nel tempo della 4.31 fornisce

$$\dot{\mathbf{e}} := \dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}}_e, \quad (4.32)$$

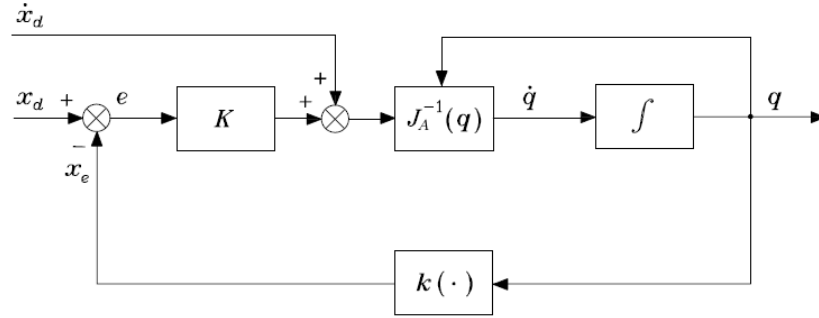


Figura 4.13: Schema a blocchi che rappresenta l'algoritmo per l'inversione cinematica con inverso dello Jacobiano.

equazione nella quale è possibile introdurre lo jacobiano analitico per ottenere

$$\dot{e} := \dot{x}_d - J_A(q)\dot{q}. \quad (4.33)$$

Affinché la 4.33 possa dare luogo ad un algoritmo per l'inversione cinematica è necessario che il vettore calcolato delle velocità ai giunti \dot{q} sia dipendente dall'errore e in modo tale che l'equazione differenziale 4.33 caratterizzi l'evoluzione dell'errore nel tempo. Inoltre è necessario scegliere una dipendenza tra \dot{q} ed e che assicuri la convergenza a zero dell'errore. Una possibile scelta è data da

$$\dot{q} = J_A^{-1}(q)(\dot{x}_d + K e) \quad (4.34)$$

che conduce al sistema lineare equivalente

$$\dot{e} + K e = 0. \quad (4.35)$$

Se K è una matrice definita positiva il sistema 4.35 risulta asintoticamente stabile. Una volta modificata l'equazione 4.29, che assume ora la forma della 4.33, lo schema da seguire resta il medesimo dell'algoritmo precedente. Pertanto si calcola dapprima la velocità ai giunti \dot{q} e in seguito si ricava la posizione q tramite integrazione numerica. Il nuovo algoritmo nel seguito viene indicato come algoritmo per l'inversione cinematica con inverso dello Jacobiano e le operazioni che esso esegue si traducono con lo schema a blocchi di figura 4.13. Si osservi che in prima approssimazione si può considerare il blocco integratore che compare in Figura 4.13 come un modello semplificato del robot, grazie alla presenza di controllori locali ai singoli giunti, che garantiscono la riproduzione dei comandi di velocità. Sotto questa ipotesi la struttura dell'algoritmo per l'inversione cinematica può essere adottata ai fini di una tecnica di controllo che va sotto il nome di controllo cinematico.

4.4 Il problema della deformazione delle stringhe

L'attuale processo di layup si basa sull'assunzione che le stringhe manipolate siano perfettamente dritte, in tal caso la ripetibilità del robot è sufficiente a garantire un'accurata disposizione delle celle sul vetro. Purtroppo la stringatrice commette delle imprecisioni durante il processo produttivo e queste si ripercuotono sul layout finale.

In particolare, la macchina per le stringhe non è sempre in grado di saldare le celle mantenendo costante l'interspazio e alle volte accade che le celle vengono saldate in maniera disallineata. Nel primo caso il centro stringa non corrisponde all'interspazio centrale e il sistema di centratura utilizzato fornisce un'informazione errata al robot, informazione che si traduce in un errore di traslazione della stringa una volta depositata. Nel caso di celle disallineate le stringhe prodotte possono assumere conformazioni particolari, tipicamente oblique o arcuate (Figura 4.14). In queste situazioni l'aspetto più evidente sul layup finale è la mancanza di parallelismo tra le stringhe.

Non avendo a disposizione un sistema di misura e correzione degli errori l'attuale robot ECOLayup R non può garantire un deposito accurato in tutti i casi sopra presentati.

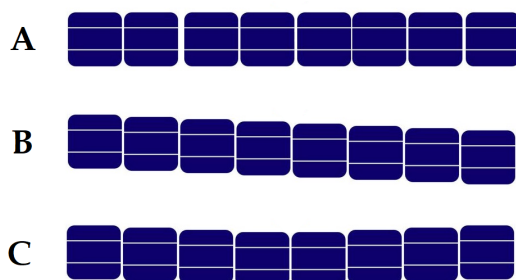


Figura 4.14: Conformazioni tipiche delle stringhe con errore: A) celle non equidistanti; B) celle disallineate e conformazione obliqua; C) celle disallineate e conformazione ad arco.

Capitolo 5

Strategia di correzione iterativa

L'ECOLayup R è una macchina progettata per eseguire il layup di celle fotovoltaiche. Le celle da depositare sono unite tra loro, formando oggetti chiamati stringhe. Durante il ciclo di lavoro il robot assume di manipolare stringhe perfettamente dritte e questa assunzione introduce degli errori sul deposito eseguito dalla macchina. Per tentare di ridurre l'errore commesso è stato sviluppato un algoritmo che calcola degli offset utili a correggere la posa della stringa e in maniera iterativa guida il robot alla posizione di deposito desiderata. Il principio di funzionamento è il seguente. Il robot, con la stringa prelevata, si dirige verso il punto di deposito. Arrivato in posizione attende l'attivazione delle telecamere: esse permettono di misurare la posizione della stringa. Si noti che in questa fase la stringa non è ancora stata rilasciata, vale a dire che il sistema che genera il vuoto resta azionato. A questo punto l'algoritmo calcola gli offset correttivi e li utilizza per determinare una nuova posizione da assegnare all'ECOLayup R. Il robot si muove quindi fino alla posizione determinata dall'algoritmo. Il procedimento viene iterato fino al raggiungimento di una posizione tale da soddisfare le specifiche richieste dal cliente. L'algoritmo si inserisce nel ciclo di lavoro della macchina tra la fase di prelievo dalla centratura e quella finale di deposito, come riportato nello schema di Figura 5.1.

5.1 Calcolo degli offset correttivi

Il punto di deposito della stringa è identificato, nel sistema di riferimento del vetro, da tre coordinate cartesiane x , y , z e tre angoli di Eulero ϕ , θ , ψ ; si definiscono offset correttivi i valori Δx , Δy , Δz , $\Delta\phi$, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$, che sommati a queste coordinate permettono di individuare un nuovo punto di deposito in corrispondenza del quale la stringa manipolata dal robot può essere depositata correttamente. Per deposito corretto si intende che il centro della stringa coincide con il centro della stringa target e che l'orientamento della stringa è lo stesso della stringa target. Dal momento che l'operazione

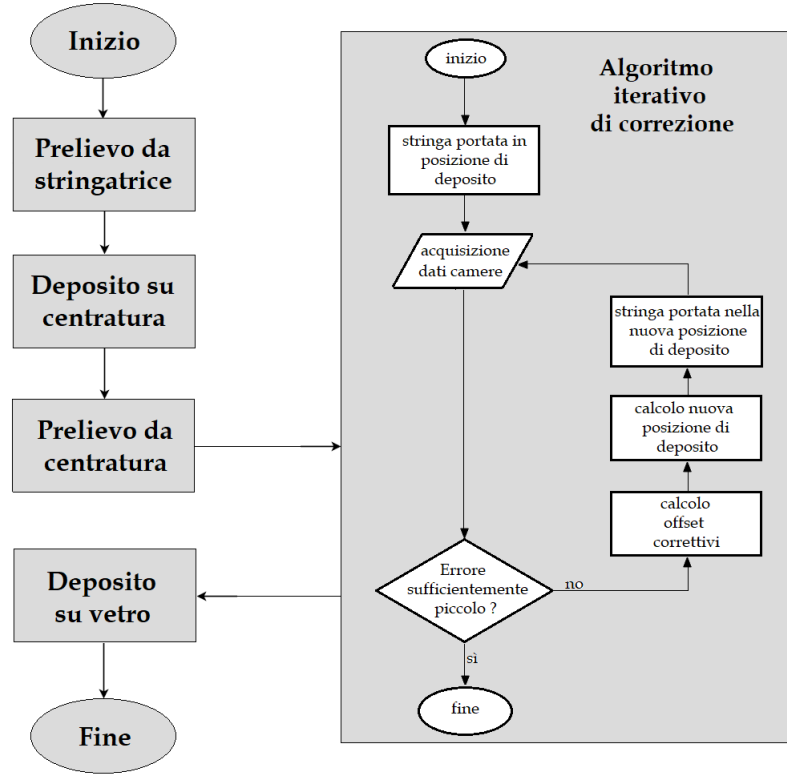


Figura 5.1: Ciclo di lavoro dell'ECOLayup R e algoritmo iterativo di correzione.

di layup è effettuata sul piano, è sufficiente calcolare gli offset correttivi solamente per le coordinate x , y , ϕ . In altre parole, se si indica il punto di deposito corretto con $[x' y' z' \phi' \theta' \psi']^T$ si ha che

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ \phi' \\ \theta' \\ \psi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \Delta x \\ y + \Delta y \\ z \\ \phi + \Delta \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Si definiscano $P_1^* = [x_{1,vetro}^*; y_{1,vetro}^*]$ e $P_2^* = [x_{2,vetro}^*; y_{2,vetro}^*]$ i punti che identificano gli angoli della stringa target; $C^* = [x_C^*; y_C^*]$ il centro della stringa target; m_r^* il coefficiente angolare della retta r^* (passante per P_1^* , P_2^*). I valori di P_1^* , P_2^* , C^* , m_r^* sono noti dal processo di calibrazione del sistema di misura formato dalle telecamere; in particolare si noti che vale $m_r^* = 0$ dal momento che si assume di lavorare con la stringa target parallela al sistema di riferimento del vetro.

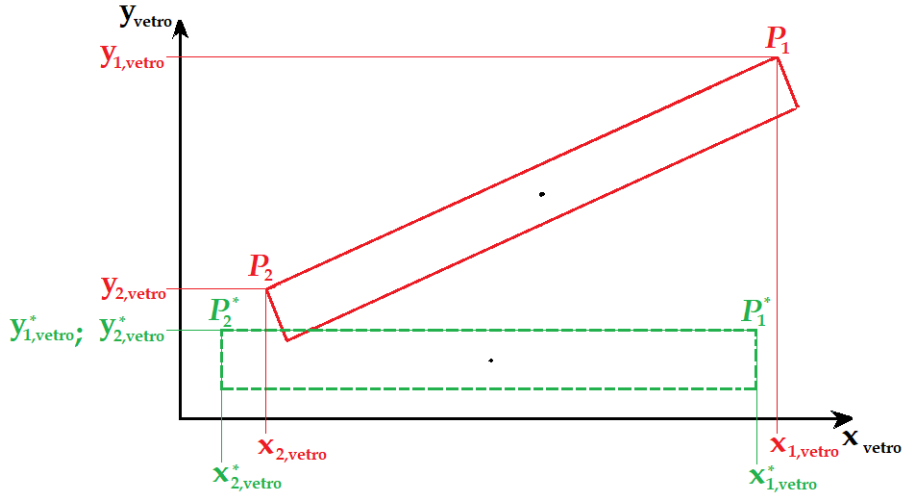


Figura 5.2: Sistema di riferimento del vetro e coordinate dei punti utilizzati per il calcolo degli offset.

In maniera analoga si definiscono $P_1 = [x_{1,vetro}; y_{1,vetro}]$ e $P_2 = [x_{2,vetro}; y_{2,vetro}]$ i punti che identificano gli angoli della stringa; $C = [x_C; y_C]$ il centro della stringa; m_r il coefficiente angolare della retta r (passante per P_1, P_2). I valori di P_1, P_2 si ottengono attraverso il sistema di telecamere; i restanti valori sono incogniti.

Il problema da risolvere risulta quindi un problema di natura geometrica. La retta passante per P_1 e P_2 ha equazione

$$\frac{x - x_{1,vetro}}{x_{2,vetro} - x_{1,vetro}} = \frac{y - y_{1,vetro}}{y_{2,vetro} - y_{1,vetro}} \quad (5.2)$$

che dopo alcuni passaggi algebrici può essere riscritta come

$$y = \frac{y_{2,vetro} - y_{1,vetro}}{x_{2,vetro} - x_{1,vetro}}x - \frac{y_{2,vetro} - y_{1,vetro}}{x_{2,vetro} - x_{1,vetro}}x_{1,vetro} + y_{1,vetro} \quad (5.3)$$

dalla quale si ricavano immediatamente coefficiente angolare e termine noto q_r

$$m_r = \frac{y_{2,vetro} - y_{1,vetro}}{x_{2,vetro} - x_{1,vetro}} \quad (5.4)$$

$$q_r = y_{1,vetro} - \frac{y_{2,vetro} - y_{1,vetro}}{x_{2,vetro} - x_{1,vetro}}x_{1,vetro}. \quad (5.5)$$

Conoscendo la distanza d del centro stringa C dalla retta r è infine possibile determinare x_C e y_C . Si noti che è possibile assumere d come una quantità nota in quanto essa corrisponde alla larghezza delle celle diviso due. Sia

quindi $M = [x_M; y_M]$ il punto medio del segmento P_1P_2 . Le coordinate di M sono determinate da

$$x_M = \frac{x_{1,veltro} + x_{2,veltro}}{2} \quad (5.6)$$

$$y_M = \frac{y_{1,veltro} + y_{2,veltro}}{2}. \quad (5.7)$$

A questo punto si scrivono l'equazione del fascio di rette passante per M

$$y - y_M = -\frac{1}{m_r}(x - x_M) \quad (5.8)$$

e la formula della distanza punto-retta per il punto C e la retta r

$$d = \frac{|y_C - (m_r x_C + q_r)|}{\sqrt{1 + m_r^2}}, \quad (5.9)$$

mettendo a sistema le equazioni 5.8 e 5.9 si possono infine determinare i valori di x_C e y_C

$$x_C = \frac{y_M \mp d\sqrt{1 + m_r^2} - q_r + m_r^{-1}x_M}{m_r + m_r^{-1}} \quad (5.10)$$

$$y_C = \pm d\sqrt{1 + m_r^2} + m_r x_C - q_r. \quad (5.11)$$

Si noti che in questo modo si ottengono due possibili soluzioni per la coppia $[x_C; y_C]$. La soluzione corretta si ottiene scegliendo la coppia che soddisfa la condizione $y_C < y_M$.

A questo punto è possibile calcolare il valore di Δx , Δy , $\Delta\phi$. Il valore di Δx , necessario per correggere la traslazione lungo l'asse x , può essere calcolato come

$$\Delta x = x_C^* - x_C \quad (5.12)$$

e in modo del tutto analogo si può trovare il valore della correzione Δy

$$\Delta y = y_C^* - y_C. \quad (5.13)$$

Per quanto riguarda l'offset di correzione angolare $\Delta\phi$ è possibile trovare l'orientamento della stringa a partire dal coefficiente angolare m_r , utilizzando la funzione arcotangente, pertanto il valore di $\Delta\phi$ risulta essere

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \text{atan}(m_r^*) - \text{atan}(m_r) \\ &= -\text{atan}(m_r). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Si noti che, per come sono stati definiti gli offset Δx , Δy , $\Delta\phi$, essi corrispondono agli errori commessi dal robot ECOLayup R nel depositare la stringa.

5.2 Cinematica inversa e strategia iterativa di correzione

Come descritto nelle precedenti sezioni gli offset correttivi sono calcolati e utilizzati nel frame del vetro e quindi nello spazio operativo del robot. L'impiego della cinematica inversa consente di utilizzare gli offset correttivi anche nello spazio dei giunti. Per fare ciò è sufficiente considerare il punto di deposito corretto, $[x'y'z'\phi'\theta'\psi']$, calcolare le rispettive variabili nello spazio dei giunti e utilizzare queste ultime per portare il robot ECOLayup R in posizione. Durante questa fase va fatta attenzione perché l'algoritmo di inversione cinematica presentato nella sezione 4.3.9 è progettato per ricevere come input delle variabili dello spazio operativo espresse con riferimento al frame base. Il punto $[x'y'z'\phi'\theta'\psi']$ rappresenta il punto di deposito corretto, espresso nel frame del vetro, pertanto è necessario svolgere un'operazione preliminare di cambio di base. Si noti che questo tipo di operazioni sono molto comuni per il manipolatore Comau NJ40-2.5, pertanto essa dispone di specifiche routine adatte allo scopo. L'impiego dell'algoritmo di inversione cinematica all'interno dell'algoritmo iterativo di correzione appesantisce la procedura di correzione, la quale viene modificata come riportato in Figura 5.3.

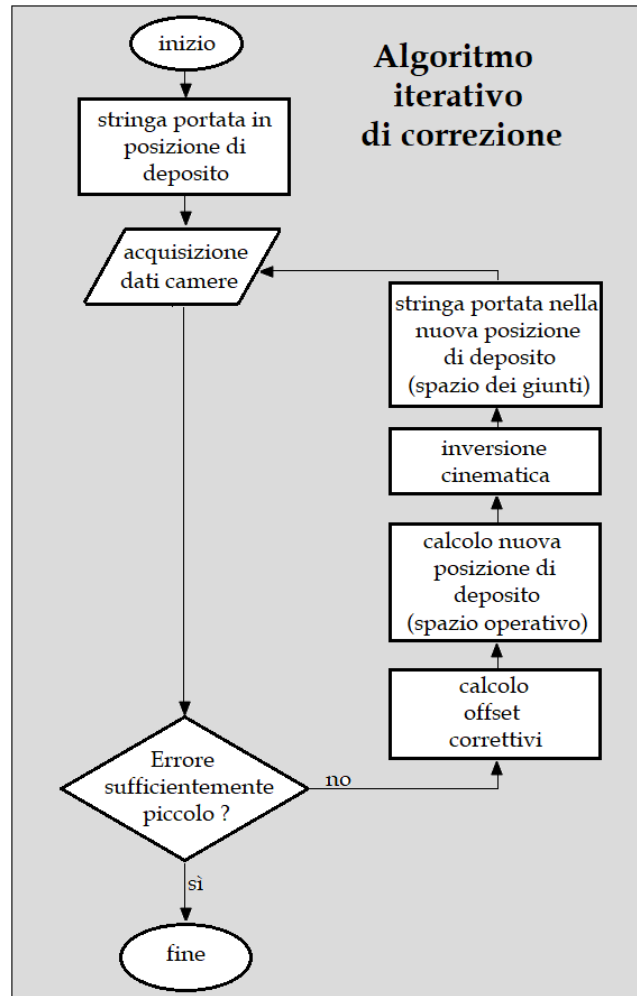


Figura 5.3: Algoritmo iterativo con aggiunta della cinematica inversa.

Capitolo 6

Risultati ottenuti

6.1 Cinematica diretta

Come discusso nella sezione 4.3.6, è stato ricavato un modello cinematico per il robot ECOLayup R. L'equazione cinematica diretta è stata calcolata in forma algebrica (appendice A) e in forma simbolica in ambiente Matlab.

Per testare il codice ottenuto con il calcolo simbolico in Matlab si sono utilizzati punti differenti, mettendo a confronto la posa ottenuta al computer con la posa raggiunta dal robot ECOLayup R. Viene riportata una delle prove fatte, a titolo di esempio.

Si considerino i seguenti valori per le variabili di giunto:

$$\mathbf{q} = [1.350 \quad -35.007 \quad -149.996 \quad 0.005 \quad 64.540 \quad 5.633]^T [\text{deg}].$$

Nel seguito, per brevità, tale configurazione viene indicata come \mathbf{q}_1 . In corrispondenza di \mathbf{q}_1 , la function Matlab ha calcolato la seguente matrice

$$\mathbf{T}_e^b(\mathbf{q}_1) = \begin{bmatrix} -0.9972 & -0.0747 & 0.0082 & 1107.265 \\ -0.0747 & 0.9972 & -0.0003 & -26.115 \\ -0.0082 & -0.0009 & -1.0000 & 752.053 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

	Valore misurato	Valore calcolato	Errore
x [mm]	1107.265	1107.262	0.003
y [mm]	-26.115	-26.108	-0.007
z [mm]	752.060	752.053	0.007
ϕ [deg]	-1.850	-1.899	0.049
θ [deg]	179.529	179.529	0.000
ψ [deg]	-6.134	-6.184	0.050

Tabella 6.1: Risultati ottenuti per la cinematica diretta relativa alla configurazione \mathbf{q}_1 .

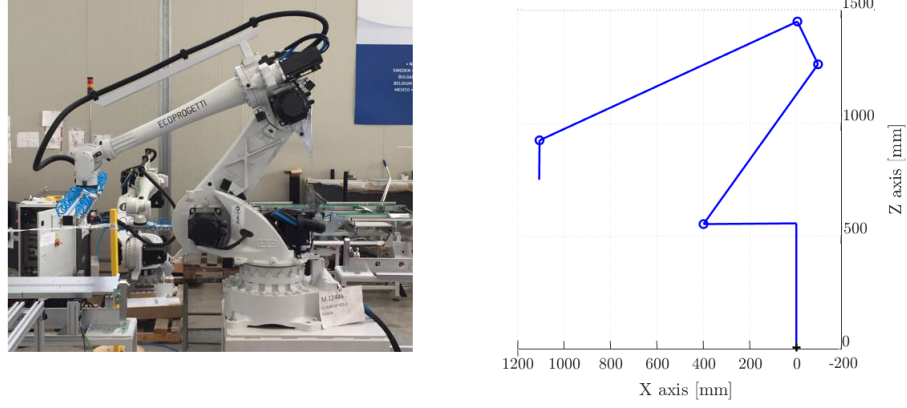


Figura 6.1: Confronto tra la postura del robot (a sinistra) e la postura calcolata (a destra), in corrispondenza della configurazione \mathbf{q}_1 .

dalla quale è immediato ricavare

$$\mathbf{p}_e^b(\mathbf{q}_1) = \begin{bmatrix} 1107.265 \\ -26.115 \\ 752.053 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$\mathbf{R}_e^b(\mathbf{q}_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_e^b(\mathbf{q}_1) \\ \mathbf{s}_e^b(\mathbf{q}_1) \\ \mathbf{a}_e^b(\mathbf{q}_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9972 & -0.0747 & 0.0082 \\ -0.0747 & 0.9972 & -0.0003 \\ -0.0082 & -0.0009 & -1.0000 \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

I valori contenuti nel vettore $\mathbf{p}_e^b(\mathbf{q}_1)$ sono espressi in millimetri e rappresentano le coordinate x, y, z del tool frame rispetto al frame base. I valori contenuti nella matrice $\mathbf{R}_e^b(\mathbf{q}_1)$ sono invece adimensionali. Partendo da essi è stato possibile ricavare i valori degli angoli di Eulero ϕ, θ, ψ utilizzando le seguenti formule

$$\phi = \text{Atan2}(r_{23}, r_{13}) \quad (6.4)$$

$$\theta = \text{Atan2}\left(\sqrt{1 - r_{33}^2}, r_{33}\right) \quad (6.5)$$

$$\psi = \text{Atan2}(r_{32}, -r_{31}); \quad (6.6)$$

dove r_{ij} indica l'elemento alla riga i e colonna j della matrice di rotazione $\mathbf{R}_e^b(\mathbf{q}_1)$. I risultati che sono stati ottenuti per l'orientamento della terna utensile in seguito all'elaborazione di $\mathbf{R}_e^b(\mathbf{q}_1)$ sono quindi:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.899 \\ 179.529 \\ -6.184 \end{bmatrix} [\text{deg}]. \quad (6.7)$$

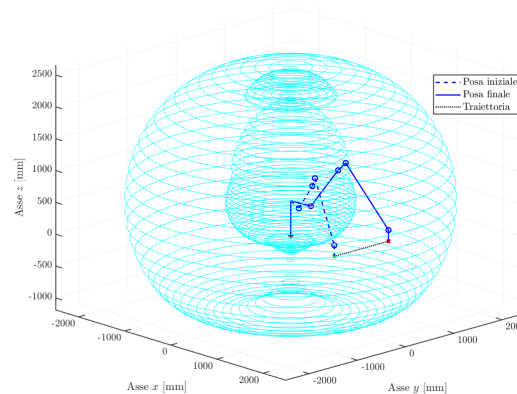


Figura 6.2: Traiettoria rettilinea utilizzata per testare l'algoritmo di inversione cinematica.

In Tabella 6.1 sono riportati i risultati ottenuti per la funzione cinematica diretta in corrispondenza di \mathbf{q}_1 . L'errore riportato in tabella è stato calcolato come la differenza tra i valori misurati e i valori calcolati per le variabili dello spazio operativo. Un'indicazione più immediata, ma meno precisa, della correttezza del modello cinematico calcolato si ottiene confrontando la postura calcolata con la postura del robot (si veda Figura 6.1).

6.2 Cinematica inversa

L'algoritmo con inverso dello Jacobiano è stato implementato in ambiente Matlab. Come già detto esso permette di esprimere le coordinate di un punto nello spazio dei giunti a partire dalle coordinate nello spazio cartesiano. Lo stesso algoritmo può inoltre essere impiegato per generare un percorso nello spazio dei giunti. A tal fine è sufficiente definire il percorso come una serie di coordinate nello spazio operativo. Il codice scritto è stato testato utilizzando due traiettorie differenti, una retta e una sinusoidale. Pertanto a partire dai valori x , y , z di ciascun punto si sono ottenuti i valori θ_i , $i = 1, \dots, 6$ delle variabili di giunto in grado di guidare il robot lungo i percorsi scelti. I valori delle variabili di giunto ricavati dallo script Matlab sono stati impiegati per muovere il manipolatore Comau NJ40-2.5.. Durante il moto del robot sono stati raccolti i dati relativi alla posizione in maniera tale da poter elaborare e visualizzare graficamente il moto compiuto.

La prima traiettoria prevede di muovere il robot in linea retta. In Figura 6.2 è illustrata tale traiettoria con riferimento al workspace del manipolatore. Nella Figura 6.3 si può osservare la traiettoria ottenuta con l'algoritmo di inversione cinematica con inverso dello Jacobiano. In particolare sono riportate quattro immagini: i risultati rappresentati in un grafico tridimensionale, i risultati proiettati sul piano xy , i risultati proiettati sul piano yz ,

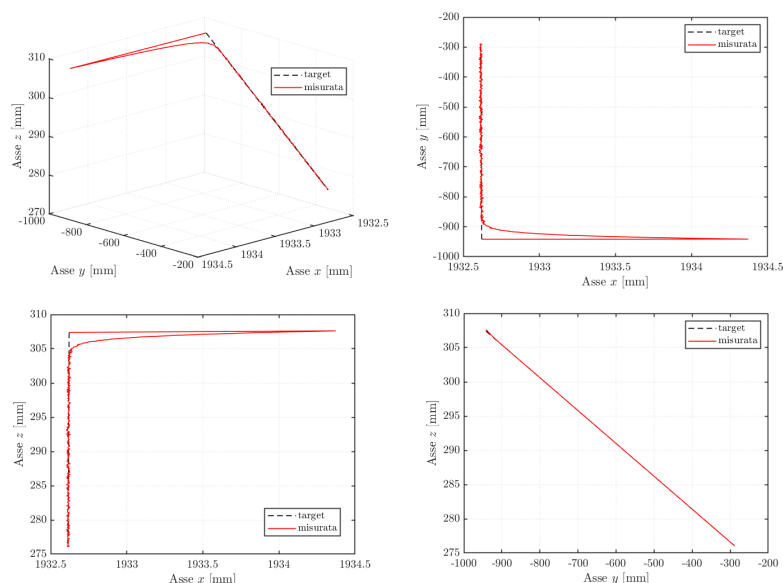


Figura 6.3: Traiettoria percorsa dal robot comandato con i punti derivanti dall'inversione cinematica della traiettoria rettilinea.

i risultati proiettati sul piano xz . Si osserva che, nonostante la presenza di una sovralongazione marcata, la traiettoria rettilinea percorsa dal robot converge verso quella target. La seconda traiettoria testata è una sinusoidale (Figura 6.4). I risultati ottenuti con l'algoritmo di inversione cinematica sono riportati nella Figura 6.5 che come in precedenza riporta un grafico tridimensionale e le corrispondenti proiezioni sui piani xy , yz e xz . In maniera analoga a quanto visto per la traiettoria rettilinea, si ha che la traiettoria misurata mostra una grande sovralongazione nei primi punti del percorso ma poi migliora la performance andando a convergere verso la traiettoria target.

6.3 Strategia di correzione iterativa

Per testare la strategia di correzione proposta è stata svolta una prova pratica durante la quale si sono utilizzate sei stringhe; ciascuna stringa è stata depositata due volte: la prima con il ciclo di lavoro standard, la seconda con il ciclo di lavoro modificato con l'aggiunta dell'algoritmo iterativo. L'implementazione pratica della strategia correttiva ha richiesto di definire delle soglie per stabilire quando i valori degli offset Δx , Δy , $\Delta \phi$ erano sufficientemente piccoli da poter essere trascurati, terminare l'algoritmo e proseguire con il deposito della stringa. Questi valori sono stati fissati a $\Delta x = \pm 0,075mm$, $\Delta y = \pm 0,075mm$, $\Delta \phi = \pm 0,02deg$.

6.4. CINEMATICA INVERSA E STRATEGIA ITERATIVA DI CORREZIONE⁴⁷

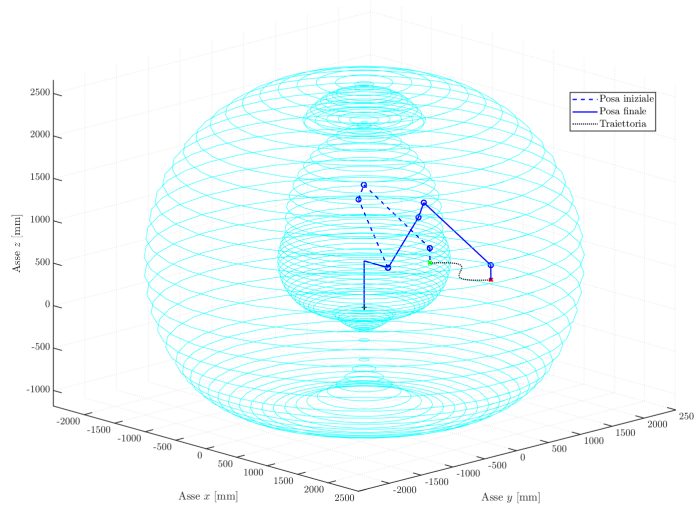


Figura 6.4: Traiettorie sinusoidale utilizzate per testare l'algoritmo di inversione cinematica.

#prova	Errore ϕ	Errore x	Errore y
1	0,009	-0,162	0,359
2	-0,015	-0,157	0,279
3	-0,009	-0,283	0,201
4	-0,021	-0,317	0,214
5	-0,016	-0,42	0,283
6	-0,008	-0,393	0,186
Media	-0,01	-0,28867	0,253667
dev standard	0,009557	0,101939	0,059893

Tabella 6.2: Errori misurati con le telecamere in assenza di correzione.

Le tabelle 6.2 e 6.3 riportano i risultati ottenuti nel corso della prova. Si può osservare come l'introduzione della strategia di correzione iterativa abbia permesso di ridurre l'errore commesso in fase di deposito: l'errore medio risulta essere diminuito, così come la deviazione standard, sia per le misure riguardanti la traslazione sia per quelle riferite all'orientamento. Infine la Figura 6.6 riporta in maniera grafica i dati ottenuti durante le prove e permette di illustrare quanto appena descritto.

6.4 Cinematica inversa e strategia iterativa di correzione

Allo scopo di confrontare il comportamento della procedura di correzione con e senza cinematica inversa sono state effettuate le seguenti prove.

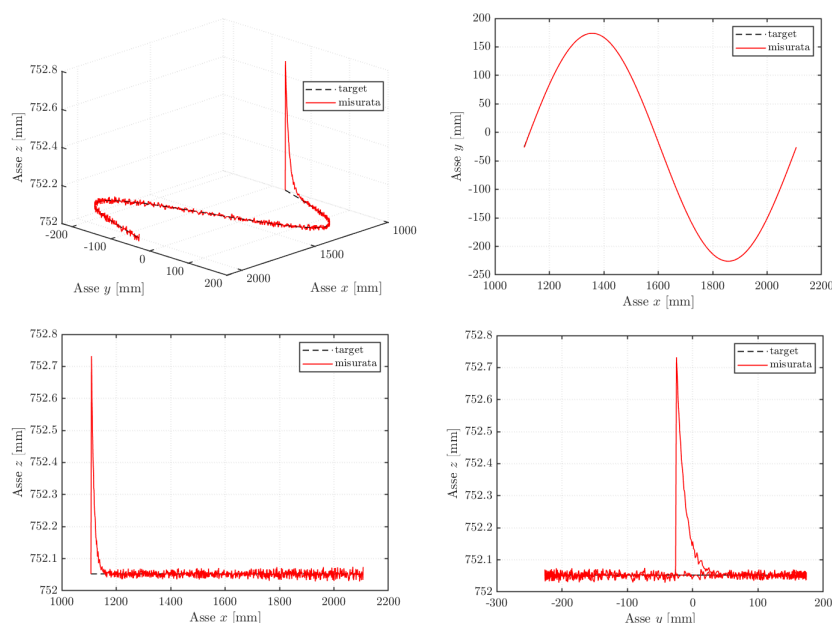


Figura 6.5: Traiettorie percorsi dal robot comandato con i punti derivanti dall'inversione cinematica della traiettoria sinusoidale.

Il robot è stato programmato per eseguire il ciclo di deposito della stringa e l'algoritmo iterativo è stato utilizzato per correggere la posizione di deposito finale. Durante il primo test il punto di deposito corretto è stato utilizzato nello spazio operativo. Il compito del robot era quello di effettuare il deposito iniziando la ricerca del punto corretto a partire da 27 posizioni differenti. Ogni posizione è stata ottenuta dalla posizione target modificata con l'aggiunta di tre valori: $\Delta x'$ e $\Delta y'$ per la traslazione lungo gli assi x e y del frame vetro, rispettivamente; $\Delta \phi'$ per la rotazione attorno all'asse z del frame vetro. I tre valori di $\Delta x'$, $\Delta y'$, $\Delta \phi'$ variavano secondo uno schema prestabilito che non cambiava tra una prova e l'altra. Nello specifico, $\Delta x'$

#prova	Errore ϕ	Errore x	Errore y
1	0	0,018	0,01
2	0	0,019	-0,018
3	-0,002	0,002	-0,003
4	0	0,033	-0,04
5	-0,002	0,008	-0,064
6	-0,003	0,012	0,03
Media	-0,00117	0,015333	-0,01417
dev standard	0,001213	0,009792	0,031158

Tabella 6.3: Errori misurati con le telecamere dopo l'utilizzo dell'algoritmo iterativo di correzione.

6.4. CINEMATICA INVERSA E STRATEGIA ITERATIVA DI CORREZIONE 49

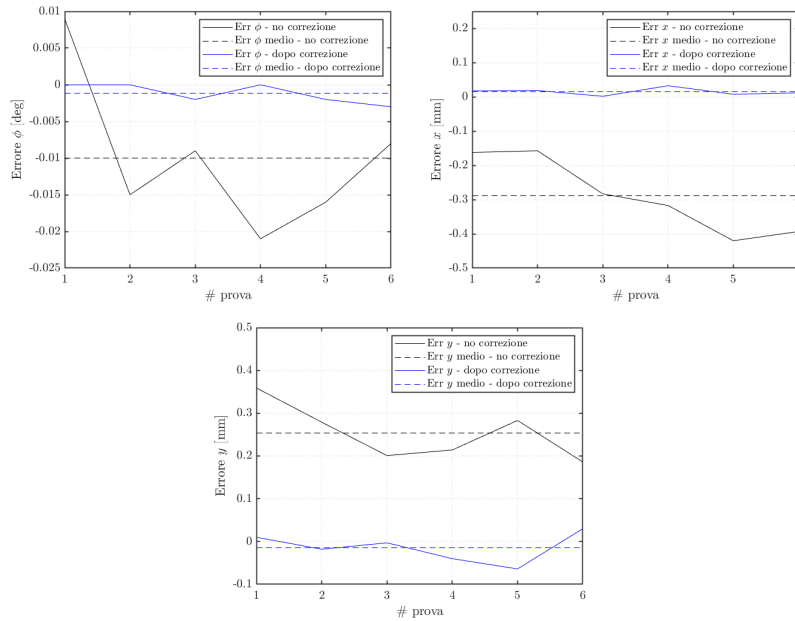


Figura 6.6: Confronto tra gli errori misurati prima e dopo l'applicazione dell'algoritmo iterativo di correzione.

assumeva i valori $\{-5; 0; 5\}$ mm, $\Delta y'$ assumeva i valori $\{-3; 0; 3\}$ mm, $\Delta \phi'$ assumeva i valori $\{-0,2; 0; 0,2\}$ gradi. Il numero di iterazioni effettuate dall'algoritmo in corrispondenza di ognuna delle 27 posizioni di inizio ricerca è stato registrato durante il test. La stessa prova è stata ripetuta modificando la strategia di correzione iterativa in modo che il punto di deposito corretto fosse utilizzato nello spazio dei giunti. L'intera procedura è stata eseguita 3 volte, a tre differenti velocità: 30%, 60%, 100%. I risultati di queste prove sono riportati in Tabella 6.4. Innanzitutto si può notare che il sistema è in grado di correggere gli errori con un numero limitato di correzioni, in media meno di 2. Come ci si aspetta la prova che richiede il minor numero di iterazioni per correggere è la prova eseguita con $\Delta x' = 0$, $\Delta y' = 0$, $\Delta \phi' = 0$: nei sei test svolti è risultata sufficiente sempre una sola correzione. Un altro risultato prevedibile riguarda l'aumento (in media) del numero di tentativi all'aumentare della velocità. Il dato interessante che emerge dalla tabella si trova confrontando i risultati ottenuti con l'utilizzo della cinematica inversa con i risultati ottenuti con l'algoritmo base. Come si vede dai dati raccolti, in media sono state necessarie meno correzioni quando si è adoperata l'inversione cinematica.

#prova	$\Delta y'$ [mm]	$\Delta x'$ [mm]	$\Delta \phi'$ [deg]	#correzioni [velocità 30%]		#correzioni [velocità 60%]		#correzioni [velocità 100%]		Media prova
				Sp. operativo	Sp. giunti	Sp. operativo	Sp. giunti	Sp. operativo	Sp. giunti	
1	-3	-5	-0,2	2	2	2	2	2	2	2
2	-3	-5	0	2	1	2	2	2	2	1,833333333
3	-3	-5	0,2	2	1	1	2	2	2	1,666666667
4	-3	0	-0,2	2	2	1	3	2	1	1,833333333
5	-3	0	0	2	1	2	1	1	2	1,5
6	-3	0	0,2	2	1	1	1	1	2	1,333333333
7	-3	5	-0,2	1	2	2	2	2	1	1,666666667
8	-3	5	0	3	2	2	1	2	3	2,166666667
9	-3	5	0,2	1	2	2	1	2	2	1,666666667
10	0	-5	-0,2	2	2	2	2	2	2	2
11	0	-5	0	2	1	2	1	2	4	2
12	0	-5	0,2	2	1	1	1	2	1	1,333333333
13	0	0	-0,2	2	1	2	1	2	1	1,5
14	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
15	0	0	0,2	1	1	2	1	1	1	1,166666667
16	0	5	-0,2	1	1	2	1	2	2	1,5
17	0	5	0	1	2	2	1	2	2	1,666666667
18	0	5	0,2	2	2	2	1	2	1	1,666666667
19	3	-5	-0,2	2	2	2	3	2	2	2,166666667
20	3	-5	0	1	2	2	2	2	2	1,833333333
21	3	-5	0,2	1	2	2	2	2	2	1,833333333
22	3	0	-0,2	1	2	2	3	4	2	2,333333333
23	3	0	0	2	2	2	2	2	1	1,833333333
24	3	0	0,2	1	1	2	1	2	2	1,5
25	3	5	-0,2	2	2	2	2	3	1	2
26	3	5	0	1	2	2	1	2	1	2,166666667
27	3	5	0,2	2	1	2	1	2	1	1,5
Media				1,62962963	1,555555556	1,814814815	1,592592593	2,074074074	1,703703704	
Media complessiva										1,728395062

Tabella 6.4: Numero di iterazioni richieste per correggere il deposito a partire da 27 posizioni differenti.

Appendice A

Cinematica diretta di Comau NJ40-2.5

L'equazione cinematica diretta in forma matriciale per il manipolatore Comau NJ40-2.5 può essere espressa come segue

$$T_6^0 = \begin{bmatrix} T_{6,11}^0 & T_{6,12}^0 & T_{6,13}^0 & T_{6,14}^0 \\ T_{6,21}^0 & T_{6,22}^0 & T_{6,23}^0 & T_{6,24}^0 \\ T_{6,31}^0 & T_{6,32}^0 & T_{6,33}^0 & T_{6,34}^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dove si ha che

$$T_{6,11}^0 = c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 c_6 - c_1 c_2 s_3 s_5 c_6 - c_1 c_2 c_3 s_4 s_6 - c_1 s_2 s_3 c_4 c_5 c_6 - c_1 s_2 c_3 s_5 c_6 \\ + c_1 s_2 s_3 s_4 s_6 + s_1 s_4 c_5 c_6 + s_1 c_4 s_6$$

$$T_{6,12}^0 = -c_1 c_2 c_3 c_4 c_5 s_6 + c_1 c_2 s_3 s_5 s_6 - c_1 c_2 c_3 s_4 c_6 + c_1 s_2 s_3 c_4 c_5 s_6 + c_1 s_2 c_3 s_5 s_6 \\ + c_1 s_2 s_3 s_4 c_6 - s_1 s_4 c_5 s_6 + s_1 c_4 c_6$$

$$T_{6,13}^0 = c_1 c_2 c_3 c_4 s_5 + c_1 c_2 s_3 c_5 - c_1 s_2 s_3 c_4 s_5 + c_1 s_2 c_3 c_5 + s_1 s_4 s_5$$

$$T_{6,14}^0 = 175 c_1 c_2 c_3 c_4 s_5 + 175 c_1 c_2 s_3 c_5 + 1225.5 c_1 c_2 s_3 + 210 c_1 c_2 c_3 \\ - 175 c_1 s_2 s_3 c_4 s_5 + 175 c_1 s_2 c_3 c_5 + 1225.5 c_1 s_2 c_3 - 210 c_1 s_2 s_3 \\ + 175 s_1 s_4 s_5 + 860 c_1 c_2 + 400 c_1$$

$$T_{6,21}^0 = s_1 s_2 c_3 c_4 c_5 c_6 - s_1 s_2 s_3 s_5 c_6 - s_1 s_2 c_3 s_4 s_6 - s_1 s_2 s_3 c_4 c_5 c_6 - s_1 s_2 c_3 s_5 c_6 \\ + s_1 s_2 s_3 s_4 s_6 - c_1 s_4 c_5 c_6 - c_1 c_4 s_6$$

$$T_{6,22}^0 = -s_1 s_2 c_3 c_4 c_5 s_6 + s_1 s_2 s_3 s_5 s_6 - s_1 s_2 c_3 s_4 c_6 + s_1 s_2 s_3 c_4 c_5 s_6 + s_1 s_2 c_3 s_5 s_6 \\ + s_1 s_2 s_3 s_4 c_6 + c_1 s_4 c_5 s_6 - c_1 c_4 c_6$$

$$T_{6,23}^0 = s_1 s_2 c_3 c_4 s_5 + s_1 s_2 s_3 c_5 - s_1 s_2 s_3 c_4 s_5 + s_1 s_2 c_3 c_5 - c_1 s_4 s_5$$

$$T_{6,24}^0 = 175 s_1 s_2 c_3 c_4 s_5 + 175 s_1 s_2 s_3 c_5 + 1225.5 s_1 s_2 s_3 + 210 s_1 s_2 c_3 \\ - 175 s_1 s_2 s_3 c_4 s_5 + 175 s_1 s_2 c_3 c_5 + 1225.5 s_1 s_2 c_3 - 210 s_1 s_2 s_3 \\ - 175 c_1 s_4 s_5 + 860 s_1 c_2 + 400 s_1$$

$$T_{6,31}^0 = s_2 c_3 c_4 c_5 c_6 - s_2 s_3 s_5 c_6 - s_2 c_3 s_4 s_6 + c_2 s_3 c_4 c_5 c_6 + c_2 c_3 s_5 c_6 - c_2 s_3 s_4 s_6$$

$$T_{6,32}^0 = -s_2 c_3 c_4 c_5 s_6 + s_2 s_3 s_5 s_6 - s_2 c_3 s_4 c_6 - c_2 s_3 c_4 c_5 s_6 - c_2 c_3 s_5 s_6 - c_2 s_3 s_4 c_6$$

$$T_{6,33}^0 = s_2 c_3 c_4 s_5 + s_2 s_3 c_5 + c_2 s_3 c_4 s_5 - c_2 c_3 c_5$$

$$T_{6,34}^0 = 175 s_2 c_3 c_4 s_5 + 175 s_2 s_3 c_5 + 1225.5 s_2 s_3 + 210 s_2 c_3 + 175 c_2 s_3 c_4 s_5 \\ - 175 c_2 c_3 c_5 - 1225.5 c_2 c_3 + 210 c_2 s_3 + 860 s_2 + 550$$

Si noti che la notazione qui adottata per le funzioni seno e coseno, rispettivamente s e c , ha lo scopo di rendere più compatta la scrittura delle equazioni che compongono l'equazione cinematica diretta in forma matriciale. Pertanto si ha che $s_i \equiv \sin(\theta_i)$ e $c_i \equiv \cos(\theta_i)$.

Bibliografia

- [1] M.A. Green, *The Passivated Emitter and Rear Cell(PERC):From conception to mass production*, Solar Energy Materials & Solar Cells 143 (2015) 190–197.
- [2] Glunz, Stefan W., Martin Hermle, Christian Reichel, Martin Bivour and Frank Feldmann. "A Passivated Rear Contact for High-Efficiency n-Type Si Solar Cells Enabling High Voc's and FF>82 %." (2013).
- [3] <https://ifr.org/robot-history>.
- [4] S. J. Russell, P. Norvig, "Artificial Intelligence - A modern approach", *Prentice Hall*.
- [5] J. Denavit, R.S. Hartenberg, "A kinematic notation for lower-pair mechanism based on matrices" *ASME Journal of applied Mechanics*, vol. 22, pp. 215-221, 1955.
- [6] Z.B. Li, S. Li and X. Luo, "An overview of calibration technology of industrial robots", *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 8, no. 1, pp. 27-40, January 2021.
- [7] L.W. Tsai, A.P. Morgan, "Solving the kinematics of the most general six- and five-degree-of-freedom manipulators by continuation methods" *ASME Journal of Mechanisms, transmission, and Automation in Design*, vol. 107, pp. 189-200, 1985.
- [8] Roth, B., Rastegar, J., and Scheinman, V., "On the Design of Computer Controlled Manipulators" *On the Theory and Practice of Robots and Manipulators*, Vol. 1, First CISM-IFTToMM Symposium, Sept. 1973, pp.93-113.
- [9] L. Jiang, X. Huo, Y. Liu and H. Liu "An analytical inverse kinematic solution with the reverse coordinates for 6-DOF manipulators" *Proc. IEEE Int. Conf. Mechatronics Autom.*, pp. 1552-1558, Aug. 2013.
- [10] Pieper, D. L., and Roth, B., "The Kinematics of Manipulators Under Computer Control" *Proceedings II - International Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, Vol. 2, 1969, pp. 159-168.

- [11] Pieper, D. L., "The Kinematics of Manipulators Under Computer Control" Ph.D. Thesis, Stanfords University, 1968.
- [12] Shanda, W.; Xiao. L.; Qingsheng, L.; Baoling, H. "Existence Conditions and General Solutions of Closed-form Inverse Kinematics for Revolute Serial Robots" *Appl. Sci.* 2019, 9, 4365. <https://doi.org/10.3390/app9204365>.
- [13] Aritra Ghosh, Potential of building integrated and attached/applied photovoltaic (BIPV/BAPV) for adaptive less energy-hungry building's skin: A comprehensive review, *Journal of Cleaner Production*, Volume 276, 2020