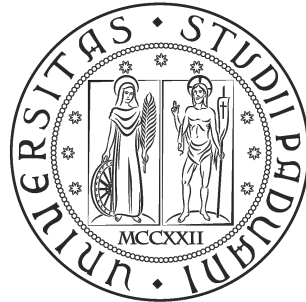


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione

RICOSTRUZIONE DELL'ASSETTO DI UNA MOTOCICLETTA A PARTIRE DA MISURE DELLA PIATTAFORMA INERZIALE

Relatore

Prof. Beghi Alessandro

Correlatore

Ing. Ph.D. Bruschetta Mattia

Tutor Aziendale

Ing. Peron Stivi

Tutor Aziendale

Ing. Ph.D. Maran Fabio

Laureando

Benedetti Samuele

14 OTTOBRE 2019

ANNO ACCADEMICO 2018 - 2019

Abstract

L'impiego di sistemi di controllo elettronici nei veicoli a due ruote ha subito un notevole aumento negli ultimi decenni. Strategie come il controllo di trazione, l'ABS cornering e l'anti impennata sono ormai implementate sulla maggior parte delle motociclette presenti. L'efficienza di tali controlli è strettamente legata alla conoscenza dello stato del veicolo in termini soprattutto di disposizione spaziale. L'attività di tesi qui presentata si pone in questo contesto, con lo scopo di proporre una strategia di ricostruzione dell'assetto della motocicletta, adatta a un'implementazione su veicoli di produzione. Le informazioni utilizzate consistono nei segnali di accelerazioni e velocità angolari forniti da una piattaforma inerziale a sei assi. A partire da tali grandezze e con la conoscenza aggiuntiva della velocità del veicolo, l'algoritmo proposto ricostruisce gli angoli di assetto (roll, pitch e yaw). In letteratura sono descritte numerose soluzioni a riguardo, tuttavia la necessità di implementare il codice direttamente nella centralina del veicolo richiede un algoritmo con ridotto carico computazionale. La strategia presentata prende in considerazione il filtro di Madgwick, normalmente impiegato su unità con limitate capacità di calcolo come i droni. Questa tecnica, opportunamente modificata per la cinematica propria della motocicletta risulta essere la soluzione più adatta a soddisfare i vincoli di progetto richiesti (ridotto carico computazionale e impiego dei segnali della piattaforma inerziale). Il codice dell'algoritmo, sviluppato con il software Matlab/Simulink, viene inizialmente validato in ambiente di simulazione. Successivamente si procede con l'implementazione in centralina di sviluppo, installata sulla motocicletta. In questo modo l'algoritmo viene eseguito in real-time direttamente sul veicolo, fornendo i risultati della stima online, istante per istante. L'attività centrale del lavoro presentato consiste nella validazione del codice mediante test effettuati su una motocicletta Aprilia RSV4 1100 Factory. Le prove sono inizialmente condotte in condizioni statiche a banco, per verificare la correttezza del setup impiegato e per fornire una prima conferma della bontà delle stime. In seguito sono effettuati test in pista, finalizzati alla validazione dell'algoritmo in contesti operativi molto spinti, che vanno oltre il normale impiego stradale di un veicolo di produzione. Gli angoli ricostruiti sono confrontati con i segnali utilizzati nei sistemi di controllo implementati al presente. I risultati ottenuti mostrano performance molto vicine a questi riferimenti, sottolineando la bontà della strategia utilizzata. Un ruolo fondamentale per raggiungere ottime performance è ricoperto dall'accuratezza del segnale di velocità del veicolo.

Indice

1	Introduzione	5
2	Algoritmo di ricostruzione dell'assetto	9
2.1	Filtro di Kalman esteso	10
2.2	Algoritmi model free	10
2.3	Filtro di Madgwick	11
2.3.1	Contributo del giroscopio	11
2.3.2	Contributo dell'accelerometro	12
2.3.3	Equazioni complessive del filtro	14
2.3.4	Componenti non inerziali	15
2.3.5	Scelta del parametro β	18
3	Risultati in simulazione	21
3.1	Setup simulativo	22
3.2	Misano World Circuit Marco Simoncelli	24
3.2.1	Integrazione del giroscopio ideale	25
3.2.2	Integrazione del giroscopio con rumore gaussiano bianco additivo e offset costante	28
3.2.3	Integrazione del giroscopio con AWGN e offset costante applicati separatamente	30
3.2.4	Giroscopio rumoroso e accelerazioni sintetiche	32
3.2.5	Giroscopio rumoroso e accelerazioni realistiche	35
4	Risultati sperimentali	39
4.1	Setup sperimentale	39
4.2	Banco inclinato	43
4.3	Aeroporto Militare di Treviso - Istrana	46
4.3.1	Piattaforma inerziale Bosch	46
4.3.2	Piattaforma inerziale Continental	52
4.4	Autodromo di Imola - Enzo e Dino Ferrari	58
5	Conclusioni	65

A	Rappresentazione dell'assetto	69
A.1	Matrice di rotazione	69
A.1.1	Teorema di Eulero e terna Yaw-Roll-Pitch	72
A.2	Quaternione unitario	74
B	Piattaforma inerziale	79
B.1	Accelerometro triassiale	80
B.2	Giroscopio triassiale	81
	Bibliografia	83

Capitolo 1

Introduzione

Negli ultimi decenni, l'utilizzo di strategie di controllo in ambito automotive e aeronautico si è progressivamente intensificato, combinandosi con la necessità di avere una conoscenza sempre più accurata delle condizioni operative dei veicoli in questione. Le tecniche di controllo in feedback, infatti prevedono che il segnale di ingresso sia calcolato sulla base del target da raggiungere, tenendo conto dello stato del sistema fisico sul quale si sta agendo. Nel contesto del controllo della traiettoria di un veicolo, ciò comporta principalmente la caratterizzazione della sua disposizione spaziale. In relazione alla grandezza che si deve controllare, è richiesta la conoscenza di uno o più dei seguenti angoli: roll, pitch e yaw (rollio, beccheggio e imbardata). Tali informazioni definiscono l'assetto del veicolo e forniscono una descrizione completa di come il corpo sia disposto nello spazio in relazione a un osservatore esterno. La precisione nella stima di questi angoli incide in modo importante sul funzionamento del sistema di controllo complessivo ed è un aspetto rilevante per il raggiungimento di ottime performance.

Per quanto riguarda lo stato dell'arte con riferimento alla stima dell'assetto del veicolo, negli anni sono state presentate numerose soluzioni che spaziano dal settore aeronautico, con recenti sviluppi nell'ambito dei droni, a strategie impiegate per veicoli a quattro e a due ruote. I droni e le motociclette, per la loro struttura, non possono essere equipaggiati con sistemi di calcolo molto performanti. Nel loro caso dunque è particolarmente importante sviluppare strategie e algoritmi che tengano in considerazione la limitata capacità computazionale disponibile. Questo aspetto non è invece così determinante per quanto riguarda i veicoli a quattro ruote, poiché le loro dimensioni permettono di installare i sistemi di calcolo di cui si necessita, senza incorrere in problemi di ingombri e di installazione. Infine si noti come la dinamica di ogni diversa tipologia di veicolo abbia le proprie peculiarità e i propri aspetti caratteristici; ad esempio, soluzioni validate nel caso di droni non sono direttamente estendibili ai veicoli a due ruote, ma devono essere accuratamente modificate.

L'attività di tesi qui presentata si pone nel contesto della ricostruzione degli angoli di assetto con l'obiettivo di presentare un algoritmo di stima per le motociclette di produzione. La strategia proposta viene effettivamente implementata nella centralina del veicolo, di conseguenza un fattore rilevante in questo lavoro è rappresentato dall'aspetto computazionale. Un ulteriore vincolo di progetto riguarda la tipologia dei sensori disponibili: su un veicolo di sviluppo si possono installare svariati sistemi di misura, estremamente precisi e di natura diversa; al contrario su un veicolo di produzione, non si possono utilizzare tutte queste componenti poiché risulterebbero essere troppo costose.

Di conseguenza vengono impiegano sistemi di misura meno performanti ma al tempo stesso in grado di fornire informazioni ugualmente utili per lo sviluppo di un controllo affidabile e soddisfacente.

Tenendo in considerazione i vincoli di progetto e gli obbiettivi di questa tesi, si prendono in esame le strategie presenti in letteratura, riguardanti l'ambito motociclistico. In [1] viene proposto un approccio per la stima dell'angolo di rollio, della velocità e della traiettoria di un veicolo a due ruote, utilizzando un sistema di visione in concomitanza con accelerometri MEMS.

Un approccio differente, che utilizza l'informazione di accelerometro e giroscopio, sta alla base della tecnica nota come filtro complementare. I segnali provenienti dall'accelerometro presentano disturbi in alta frequenza dovuti alle accelerazioni lineari del corpo (accelerazioni non inerziali), di conseguenza vengono impiegati per ottenere una stima in bassa frequenza. Le velocità angolari misurate dal giroscopio, se integrate, possono fornire una ricostruzione degli angoli; tale integrazione viene utilizzata in alta frequenza, poiché, su periodi di tempo troppo lunghi, risente del fenomeno di deriva. Combinando assieme i risultati intermedi provenienti da giroscopio ed accelerometro si ottiene una stima dell'assetto in tutto lo spettro di frequenze. Implementazioni di questo filtro, con numerose varianti, sono presenti in letteratura ma, per la maggior parte dei casi, sono utilizzate nel campo aeronautico, come descritto in [3] per un UAV.

Una strategia che utilizza il principio di separazione in frequenza per la ricostruzione dell'angolo di roll è riportata in [2]. Questa soluzione, a differenza del filtro complementare standard, utilizza la sola informazione proveniente dai giroscopi, assieme a considerazioni riguardanti la dinamica della motocicletta. Alle alte frequenze il rollio viene ottenuto dall'integrazione delle velocità angolari, non risentendo dunque del drift; alle basse frequenze si procede sfruttando le misure del giroscopio combinate con il principio di equilibrio dei momenti delle forze agenti sul veicolo in percorrenza di una curva a velocità costante.

Una soluzione alternativa al problema di ricostruzione del rollio prevede l'impiego del filtro di Kalman esteso (EKF), come in [4], mentre in [5] si propone un approccio per la stima sia dell'angolo di rollio che dell'angolo di pitch, sempre mediante EKF. Si sottolinea come, all'interno delle strategie utilizzate, l'EKF presenti, in generale, margini di manovra e possibilità di taratura del filtro maggiori rispetto alle altre tecniche; questo aspetto, unito alle ottime performance che possono essere raggiunte, ne comporta un notevole impiego. Tuttavia, in questa attività di tesi il filtro di Kalman esteso non viene implementato poiché richiede un'importante capacità di calcolo, non disponibile su una motocicletta di produzione.

Una proposta che tenga in considerazione l'aspetto computazionale dell'algoritmo, è presentata in [6]. Questa tecnica si sviluppa a partire dalle caratteristiche di base del filtro complementare e utilizza giroscopio e accelerometro entrambi triassiali, mentre vi è una soluzione analoga che prevede anche un magnetometro triassiale. L'approccio presentato non utilizza un modello del veicolo in questione, privilegiando il ridotto carico computazionale e ottenendo, allo stesso tempo, performance comparabili con l'EKF, come riportato in [7]. La ridotta capacità di calcolo necessaria ne permette l'implementazione su droni come in [9].

Si riporta infine un approccio differente che utilizza l'informazione del segnale GPS per fornire una stima dell'angolo di roll del veicolo, come descritto in [10]. Questa tecnica non gode di ottime performance poiché il segnale di GPS è affetto da un ritardo

in genere non trascurabile; di conseguenza è spesso affiancata ad una strategia basata sul filtro di Kalman, come riportato sempre in [10]. Nella tesi presentata, non vengono considerate soluzioni con segnali satellitari poiché su un veicolo di produzione, in genere, non sono disponibili GPS con frequenze di clock tali da garantire buoni risultati. Inoltre, l'utilizzo di queste strategie comporterebbe un sistema di controllo non sufficientemente robusto, poiché fortemente dipendente dalla copertura del satellite.

L'attività di tesi svolta, si pone all'interno di questo scenario con degli obiettivi e dei vincoli di progetto ben precisi: come detto in precedenza viene realizzato un algoritmo per la ricostruzione dell'assetto della motocicletta, con attenzione all'aspetto computazionale e al tipo di sensori utilizzati. Nello specifico si utilizza un piattaforma inerziale (Inertial Measurement Unit - IMU) costituita da accelerometro triassiale e giroscopio triassiale. La strategia presentata si sviluppa a partire dal filtro derivato in [6], per sfruttarne i vantaggi legati alla ridotta capacità di calcolo necessaria. Questa soluzione garantisce ottime performance in sistemi di riferimento inerziali, nei quali le accelerazioni sono costituite dalla sola componente di gravità. Tuttavia, un accelerometro montato su una motocicletta è affetto da numerose componenti non inerziali legate al movimento del veicolo stesso. Tali contributi vengono rimossi con delle strategie basate sulla cinematica della motocicletta e legate alla conoscenza della velocità del veicolo. L'algoritmo così ottenuto, viene implementato con il software Matlab/Simulink e validato in un primo momento in ambiente simulativo. Successivamente, dall'ambiente Simulink, è generato il corrispondente codice in linguaggio C adatto all'implementazione in centralina di sviluppo Etas. Quest'ultima, installata su una motocicletta Aprilia RSV4 1100 Factory equipaggiata con IMU MM7.10 di Bosch o con piattaforma prototipo Continental SC13S, consente la validazione online della strategia in questione, fornendo i risultati dell'algoritmo in real-time direttamente sul veicolo. Il setup appena descritto è impiegato in particolari test svolti a banco e in pista, finalizzati alla verifica della bontà dei risultati in relazione alle stime fornite dal sistema Bosch ABS, prese dunque come riferimenti. Le prove effettuate sottolineano ottime performance sia in ambito statico che in contesti dinamici ed evidenziano l'importanza di avere una buona conoscenza della reale velocità del veicolo.

Capitolo 2

Algoritmo di ricostruzione dell'assetto

La stima degli angoli di assetto di una motocicletta risulta essere un aspetto fondamentale alla luce dei sistemi di controllo che oggi vengono implementati su tale veicolo. Per esempio, i sistemi di ABS cornering non possono fare a meno dell'informazione sull'angolo di rollio poiché essi devono agire in modo differente a seconda dell'angolo di piega del veicolo. In modo analogo, sistemi di anti impennamento efficienti necessitano della conoscenza dell'angolo di pitch (beccheggio) poiché in caso contrario, non sarebbe possibile attuare un controllo preciso ed accurato di tale fenomeno. Infine, anche l'intervento del controllo di trazione viene affinato dalla conoscenza della disposizione spaziale del veicolo.

Come descritto in precedenza, l'informazione utilizzata per la stima di tali angoli viene fornita da sensori disponibili sulla motocicletta. Nella maggior parte dei casi, e nello scenario utilizzato in questo lavoro di tesi, il veicolo è dotato di piattaforma inerziale (Inertial Measurement Unit - IMU) a sei assi, ovvero costituita da accelerometro triassiale e giroscopio triassiale (per maggiori dettagli si veda la sezione B). Oltre a tali segnali, un altro aspetto determinante risulta essere la conoscenza della velocità del veicolo: tale informazione non è direttamente accessibile, ma può essere approssimata dalla conoscenza della velocità della ruota anteriore e della ruota posteriore. Alla luce di queste considerazioni, si indaga dunque sui possibili algoritmi che permettano di stimare gli angoli di assetto della motocicletta partendo dai sei segnali di piattaforma inerziale e dalla velocità del veicolo.

Le principali soluzioni si suddividono in:

- approcci model based, i quali sfruttano la conoscenza del sistema fisico in questione, per la costruzione di un modello; a partire da tale modello, si applicano strategie di stima ben note, quali per esempio il filtro di Kalman;
- approcci model free che non prevedono l'impiego di un modello; di conseguenza risultano indipendenti dal sistema fisico in questione, particolarmente facili da implementare e con minor carico computazionale.

Nel seguito si descrive brevemente la soluzione mediante filtro di Kalman, mentre viene trattata nel dettaglio la strategia model free, che risulta essere quella prescelta per gli scopi di questa attività.

2.1 Filtro di Kalman esteso

Una soluzione al problema di stima dell'assetto è costituita dall'approccio model based. Questa strategia prevede la costruzione di un opportuno modello del veicolo, che ne descriva le caratteristiche principali: per quanto riguarda la motocicletta, ciò consiste nel descrivere la relazione tra i segnali dell'IMU e gli angoli di assetto che si vogliono stimare, attraverso la conoscenza del comportamento cinematico e dinamico del veicolo.

Un modello semplice, ma al tempo stesso in grado di fornire ottime performance, è riportato in [5], dove viene sfruttata la conoscenza della velocità longitudinale del veicolo e un'approssimazione dell'accelerazione centripeta, per modellare le accelerazioni non inerziali principali che agiscono sul sistema. Inserendo queste componenti nel modello, si giunge a una relazione tra segnali della piattaforma inerziale e angoli di Eulero, descritta in termini di equazione di stato, nella ben nota forma

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \boldsymbol{\eta}_x \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) + \boldsymbol{\eta}_y\end{aligned}\tag{2.1}$$

dove lo stato è costituito dagli angoli di roll e pitch, $\mathbf{x} = [r \quad p]^T$, e le funzioni \mathbf{f}, \mathbf{g} sono non lineari nelle variabili di stato. A partire dalla (2.1), si procede a tempo discreto, utilizzando il filtro di Kalman che in questo caso, essendo il sistema non lineare, consiste nel filtro esteso (per maggiori dettagli si veda [5]).

Partendo dall'impostazione del problema in termini di EKF, si possono utilizzare modelli più accurati, che tengano conto di dinamiche più complesse: si può trattare il veicolo come corpo rigido oppure come sistema composto da più corpi rigidi; si possono introdurre componenti di accelerazioni non inerziali dovute per esempio agli effetti di Coriolis. Ciò evidenzia come un tale approccio model based possa essere affinato al fine di ottenere il livello di performance desiderato.

Tale soluzione presenta tuttavia alcuni svantaggi legati alla complessità del modello e al carico computazionale, spesso troppo elevato per il contesto in cui si applica. L'onerosità di queste stime è un aspetto rilevante soprattutto nell'ottica di un'implementazione embedded direttamente su veicolo. Questi aspetti portano dunque alla ricerca di soluzioni che non sfruttino la conoscenza di un modello: di conseguenza sono tecniche certamente meno accurate ma al tempo stesso di facile implementazione e vantaggiose dal punto di vista computazionale.

2.2 Algoritmi model free

In letteratura sono presenti numerose soluzioni al problema di stima dell'assetto che utilizzano un approccio model free. Tra queste ricopre un ruolo fondamentale il concetto di filtro complementare, che sfrutta le diverse caratteristiche dei sensori della piattaforma inerziale, per combinare nel miglior modo possibile le informazioni provenienti da essi. Il giroscopio infatti, per sua natura, è affetto dal ben noto fenomeno del drift, che ne compromette l'affidabilità su lunghi periodi di tempo. Al contrario il segnale dell'accelerometro risente delle componenti non inerziali soprattutto in alta frequenza, mentre in bassa frequenza tende ad assestarsi sulla sola accelerazione di gravità. Da queste considerazioni si sviluppa la tecnica che sta alla base del filtro complementare

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{a,f} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{g,f} = H(s)\hat{\boldsymbol{\theta}}_a + [1 - H(s)]\hat{\boldsymbol{\theta}}_g\tag{2.2}$$

dove $\hat{\theta}$ rappresenta la stima di un generico angolo di assetto, $\hat{\theta}_a$ e $\hat{\theta}_g$ sono rispettivamente le stime ottenute dai segnali di accelerometro e giroscopio, mentre $H(s)$ è un opportuno filtro passa basso. In questo modo si utilizzano le informazioni dell'accelerometro in bassa frequenza mentre in alta frequenza ci si affida al giroscopio: così facendo in ogni range di frequenze viene utilizzato il sensore più attendibile.

La strategia descritta dalla (2.2), è notevolmente più semplice dell'approccio mediante EKF, tuttavia $\hat{\theta}_a$ e $\hat{\theta}_g$ sono ricavate da approcci puramente geometrici e da integrazioni, di conseguenza non conducono a soluzioni molto robuste e soddisfacenti.

Sulla base di queste considerazioni si sviluppa l'approccio proposto in [6], che parte dal concetto di filtro complementare per offrire una soluzione alternativa al filtro di Kalman esteso, particolarmente vantaggiosa dal punto di vista computazionale e con performance assolutamente comparabili allo stesso EKF, come riportato sempre in [6].

2.3 Filtro di Madgwick

Il filtro presentato in [6] prevede due implementazioni diverse a seconda dei sensori che si hanno a disposizione. L'approccio che viene descritto nel seguito utilizza i segnali di una piattaforma inerziale a sei assi, mentre è possibile derivare un algoritmo analogo nel caso in cui i sensori disponibili siano di tipo MARG (Magnetic, Angular Rate Gravity), ovvero sia presente anche un magnetometro triassiale.

Questo filtro utilizza una descrizione delle rotazioni in termini di quaternioni. Tale rappresentazione risulta particolarmente conveniente dal punto di vista computazionale rispetto all'impiego delle matrici di rotazione (si veda A.2).

In accordo con la notazione presente in [6], la definizione di quaternioni unitario utilizzata nel seguito risulta differente rispetto a quella canonica riportata in A.2; infatti il quaternionone che rappresenta una rotazione di un generico angolo θ attorno a un asse \mathbf{r} viene qui definito come

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4] = [\cos \frac{\theta}{2} \quad -r_x \sin \frac{\theta}{2} \quad -r_y \sin \frac{\theta}{2} \quad -r_z \sin \frac{\theta}{2}]. \quad (2.3)$$

A questo punto, risulta immediata l'estensione delle formule presentate in A.2 al caso in cui la definizione adottata sia quella riportata in (2.3): in particolare la composizione di quaternioni, la rotazione di vettori e il legame tra quaternionone ed angoli di Eulero.

Nel seguito, il generico quaternionone ${}^A_B \mathbf{q}$ descrive la rotazione del frame B rispetto al frame A ; in particolare ${}^S_E \mathbf{q}$ descrive la rotazione del sistema terra (Earth) rispetto al sensore (Sensor).

Si procede ora descrivendo il funzionamento di tale filtro, analizzandone separatamente i contributi del giroscopio e dell'accelerometro, per combinarli assieme successivamente in modo da ottenere l'espressione finale dell'algoritmo.

2.3.1 Contributo del giroscopio

I segnali forniti da un giroscopio triassiale descrivono le velocità angolari, lungo i tre assi, a cui il sensore viene sottoposto. Risulta evidente come tali segnali siano espressi nel sistema di riferimento del sensore; di conseguenza, in accordo con quanto previsto dalla teoria dei quaternioni, si possono raggruppare nel seguente vettore in 4 dimensioni

$${}^S \boldsymbol{\omega} = [0 \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z] \quad (2.4)$$

dove l'apice, come detto in precedenza, descrive il frame nel quale il vettore viene rappresentato, in questo caso dunque il sistema sensore.

Si può mostrare come la derivata del quaternionione ${}^S_E \mathbf{q}$ possa essere calcolata tramite la seguente

$${}^S_E \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} {}^S_E \hat{\mathbf{q}} \otimes {}^S \boldsymbol{\omega} \quad (2.5)$$

dove \otimes rappresenta il prodotto (o composizione) tra quaternioni e il simbolo $\hat{}$ sottolinea il fatto che tale quaternionione è a norma unitaria. Si ha quindi che il quaternionione che descrive l'orientazione del frame terra rispetto al sistema del sensore è ottenibile integrando in maniera discreta la (2.5), fornendo

$${}^S_E \mathbf{q}_{\omega,t} = {}^S_E \hat{\mathbf{q}}_{est,t-1} + {}^S_E \dot{\mathbf{q}}_{\omega,t} \Delta t \quad (2.6)$$

con

$${}^S_E \dot{\mathbf{q}}_{\omega,t} = \frac{1}{2} {}^S_E \hat{\mathbf{q}}_{est,t-1} \otimes {}^S \boldsymbol{\omega}_t \quad (2.7)$$

dove Δt è il periodo di campionamento mentre, per quanto riguarda i pedici, t , indica l'istante temporale corrispondente, $est, t-1$ rappresenta la stima al passo precedente e infine ω evidenzia il fatto che la grandezza in questione è ottenuta a partire da segnali del giroscopio.

2.3.2 Contributo dell'accelerometro

L'accelerometro triassiale è in grado di misurare le accelerazioni alle quali viene sottoposto nelle tre direzioni. Tali misure comprendono le accelerazioni lineari dovute al movimento del sensore stesso e l'accelerazione di gravità (sezione B.1). Per la derivazione del filtro si assume inizialmente che l'unica accelerazione misurata sia quella di gravità; nel seguito verrà ampiamente discusso come trattare il caso in cui vi siano anche componenti non inerziali dovute al movimento del sensore.

Partendo da quest'ipotesi si può ragionare come segue: conoscendo la direzione dell'accelerazione di gravità nel sistema di riferimento terra e misurandone gli effetti nel sistema solidale con il sensore, si può risalire alla rotazione che lega i due frame. Tuttavia, come noto, l'accelerometro non è in grado di discriminare tra rappresentazioni che differiscono per rotazioni attorno all'asse della direzione del campo gravitazionale. In tal modo quindi si otterrebbero infinite soluzioni. Questa non unicità della soluzione viene risolta attraverso la formulazione di un problema di ottimizzazione. Nel dettaglio si ha che la soluzione cercata è data dalle seguenti

$$\min_{{}^S_E \hat{\mathbf{q}}} f({}^S_E \hat{\mathbf{q}}, {}^E \hat{\mathbf{g}}, {}^S \hat{\mathbf{a}}) \quad (2.8)$$

$$f({}^S_E \hat{\mathbf{q}}, {}^E \hat{\mathbf{g}}, {}^S \hat{\mathbf{a}}) = {}^S_E \hat{\mathbf{q}}^* \otimes {}^E \hat{\mathbf{g}} \otimes {}^S \mathbf{q} - {}^S \hat{\mathbf{a}} \quad (2.9)$$

dove

$${}^E \hat{\mathbf{g}} = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \quad (2.10)$$

rappresenta il vettore dell'accelerazione di gravità nel sistema terra (si noti come in questo modo si fissi implicitamente l'asse z del sistema terra diretto verso l'alto, sezione B.1); mentre il termine

$${}^S \hat{\mathbf{a}} = [0 \ a_x \ a_y \ a_z] \quad (2.11)$$

è il vettore normalizzato costruito a partire dalle misure dell'accelerometro. Una possibile soluzione al problema di ottimizzazione della (2.8), è fornita dal ben noto algoritmo di discesa gradiente (o di discesa più ripida): partendo da una condizione iniziale opportunamente selezionata, ad ogni iterazione si sceglie la direzione in cui far procedere la minimizzazione come direzione opposta al gradiente e con una step-size pari a μ . Con questo metodo, all'iterazione k si ottiene la stima per il passo successivo con la relazione

$${}^S_E \mathbf{q}_{k+1} = {}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k - \mu \frac{\nabla \mathbf{f}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^E \hat{\mathbf{g}}, {}^S \hat{\mathbf{a}})}{\|\nabla \mathbf{f}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^E \hat{\mathbf{g}}, {}^S \hat{\mathbf{a}})\|} \quad (2.12)$$

con il gradiente che, per mezzo del jacobiano, risulta calcolabile tramite

$$\nabla \mathbf{f}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^E \hat{\mathbf{g}}, {}^S \hat{\mathbf{a}}) = \mathbf{J}^T({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^E \hat{\mathbf{g}}) \mathbf{f}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^E \hat{\mathbf{g}}, {}^S \hat{\mathbf{a}}). \quad (2.13)$$

Esplicitando la matrice jacobiana e la funzione obiettivo in termini delle componenti delle quantità coinvolte nell'analisi, si hanno le seguenti

$$\mathbf{f}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^E \hat{\mathbf{g}}, {}^S \hat{\mathbf{a}}) = \mathbf{f}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^S \hat{\mathbf{a}}) = \begin{bmatrix} 2(q_2 q_4 - q_1 q_3) - a_x \\ 2(q_1 q_2 + q_3 q_4) - a_y \\ 2(\frac{1}{2} - q_2^2 - q_3^2) - a_z \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{J}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k, {}^E \hat{\mathbf{g}}) = \mathbf{J}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_k) = \begin{bmatrix} -2q_3 & 2q_4 & -2q_1 & 2q_2 \\ 2q_2 & 2q_1 & 2q_4 & 2q_3 \\ 0 & -4q_2 & -4q_3 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Al fine di ottenere, in ogni istante temporale, la stima dell'orientazione che minimizza la funzione obiettivo (2.9), la regola di aggiornamento dello stato (2.12) dovrebbe essere applicata un certo numero di iterazioni (dal punto di vista teorico fino a quando il gradiente non risulta minore di una soglia predefinita); inoltre anche per la scelta dell'ampiezza del passo iterativo μ si potrebbero applicare strategie ad hoc (per esempio il calcolo della matrice hessiana). Tuttavia, tali accorgimenti teorici comporterebbero un appesantimento del carico computazionale dell'algoritmo, aspetto che si vuole evitare alla luce delle considerazioni che hanno portato allo sviluppo di tale filtro. Di conseguenza, in ogni istante temporale viene calcolata una sola iterazione, verificando che il rate di convergenza definito dalla scelta della step-size μ_t (si noti l'indice temporale a pedice) sia maggiore del rate con cui il sensore cambia l'orientazione. Con quest'assunzione si ottiene l'equazione di aggiornamento di stato indicizzata nel tempo (tralasciando per semplicità le dipendenze)

$${}^S_E \mathbf{q}_{\nabla, t} = {}^S_E \hat{\mathbf{q}}_{est, t-1} - \mu_t \frac{\nabla \mathbf{f}}{\|\nabla \mathbf{f}\|} \quad (2.16)$$

dove il pedice ∇ evidenzia il fatto che la stima del quaternion è stata ricavata dalle misure dell'accelerometro mediante l'algoritmo di discesa del gradiente. Inoltre, la (2.13) si particolareggia nella

$$\nabla \mathbf{f} = \mathbf{J}^T({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_{est, t-1}) \mathbf{f}({}^S_E \hat{\mathbf{q}}_{est, t-1}, {}^S \hat{\mathbf{a}}_t). \quad (2.17)$$

Come detto in precedenza, la scelta della lunghezza del passo di discesa μ_t , viene effettuata in modo da assicurare che il rate di convergenza della (2.16) sia maggior della rapidità con cui l'orientazione del sensore varia. Questo equivale a porre

$$\mu_t = \alpha \|\dot{{}^S_E \hat{\mathbf{q}}_{\omega, t}}\| \Delta t \quad (2.18)$$

dove ${}^S_E\dot{\mathbf{q}}_{\omega,t}$ è calcolato per la parte giroscopica per mezzo della (2.7), e il coefficiente $\alpha > 1$ viene utilizzato per amplificare maggiormente il rate, in modo da assicurare la convergenza anche in presenza di rumori di misura.

2.3.3 Equazioni complessive del filtro

In questa sezione, le espressioni ottenute in precedenza, considerando separatamente il giroscopio e l'accelerometro, vengono combinate assieme in modo da ottenere un'unica stima complessiva. A tal proposito si procede combinando assieme i termini ${}^S_E\mathbf{q}_{\omega,t}$ e ${}^S_E\mathbf{q}_{\nabla,t}$ tramite la seguente

$${}^S_E\mathbf{q}_{est,t} = \gamma_t {}^S_E\mathbf{q}_{\nabla,t} + (1 - \gamma_t) {}^S_E\mathbf{q}_{\omega,t} \quad (2.19)$$

dove γ_t , $0 \leq \gamma_t \leq 1$, è un peso opportuno che assicura il corretto funzionamento del filtro. La scelta di tale coefficiente è un aspetto centrale nella costruzione dell'algoritmo e si effettua nel modo seguente: si vuole che la convergenza della strategia di minimizzazione dell'accelerometro ${}^S_E\mathbf{q}_{\nabla}$, pesata con γ_t , sia uguale alla divergenza del termine di giroscopio ${}^S_E\mathbf{q}_{\omega}$ pesato con $1 - \gamma_t$; ovvero

$$(1 - \gamma_t)\beta = \gamma_t \frac{\mu_t}{\Delta t} \quad (2.20)$$

con β che rappresenta appunto la divergenza della parte giroscopica mentre il rate di convergenza della parte di minimizzazione corrisponde al termine $\frac{\mu_t}{\Delta t}$. Dalla (2.20) si ottiene l'espressione di γ_t cercata, che garantisce la fusione ottima delle stime intermedie di accelerometro e giroscopio

$$\gamma_t = \frac{\beta}{\frac{\mu_t}{\Delta t} + \beta}. \quad (2.21)$$

Le espressioni ricavate in precedenza si possono approssimare sfruttando il fatto che il coefficiente α che governa la scelta della step-size μ_t , può essere scelto arbitrariamente grande. Tale ipotesi infatti, permette di approssimare la (2.16) come

$${}^S_E\mathbf{q}_{\nabla,t} \approx -\mu_t \frac{\nabla \mathbf{f}}{\|\nabla \mathbf{f}\|} \quad (2.22)$$

e, dalla (2.21), l'espressione del coefficiente γ_t risulta

$$\gamma_t \approx \frac{\beta \Delta t}{\mu_t} \approx 0. \quad (2.23)$$

Queste considerazioni portano alla riscrittura della (2.19) nel modo seguente

$${}^S_E\mathbf{q}_{est,t} \approx \frac{\beta \Delta t}{\mu_t} \left(-\mu_t \frac{\nabla \mathbf{f}}{\|\nabla \mathbf{f}\|} \right) + \left({}^S_E\hat{\mathbf{q}}_{est,t-1} + {}^S_E\dot{\mathbf{q}}_{\omega,t} \Delta t \right) \quad (2.24)$$

che, riorganizzando in modo diverso i vari termini, può essere riscritta in modo da sottolineare la relazione tra la stima al passo t e quella al passo precedente

$${}^S_E\mathbf{q}_{est,t} \approx \left(-\beta \frac{\nabla \mathbf{f}}{\|\nabla \mathbf{f}\|} + {}^S_E\dot{\mathbf{q}}_{\omega,t} \right) \Delta t + {}^S_E\hat{\mathbf{q}}_{est,t-1} = {}^S_E\dot{\mathbf{q}}_{est,t} \Delta t + {}^S_E\hat{\mathbf{q}}_{est,t-1}. \quad (2.25)$$

Applicando l'algoritmo di Madgwick secondo la (2.25) con segnali di accelerometro comprensivi delle componenti non inerziali, i risultati ottenuti sono ovviamente deludenti poiché, così facendo, viene meno l'ipotesi di inerzialità sulla quale si basa l'intera tecnica. A tal proposito si procede dunque applicando delle opportune strategie mirate alla rimozione dei contributi non inerziali, andando poi ad alimentare il filtro con i segnali compensati risultanti.

Le tecniche utilizzate in questo lavoro di tesi consistono nella rimozione delle componenti non inerziali preponderanti: l'accelerazione dovuta alla variazione della velocità longitudinale e l'accelerazione centrifuga.

Accelerazione longitudinale

Il contributo non inerziale dovuto all'accelerazione longitudinale si può stimare a partire dalla velocità longitudinale del veicolo v (grandezza che, per il momento, viene assunta nota). Derivando quest'ultima, infatti, si ottiene il vettore ${}^I \mathbf{a}_{long,t}$ che esprime l'accelerazione longitudinale del veicolo in un sistema di riferimento intermedio I , il cui asse x determina la direzione di marcia del veicolo: di conseguenza si ha che

$${}^I \mathbf{a}_{long,t} = \begin{bmatrix} \dot{v} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

Tale frame dunque differisce dal sistema terra per il solo angolo di yaw, mentre rappresenta il frame body a meno di una rotazione di roll e pitch (figura 2.2). A questo punto, utilizzando le stime di roll e pitch ricavate al passo precedente $t - 1$, si ha che la componente non inerziale dovuta all'accelerazione longitudinale, nel sistema sensore, è data da

$${}^S \mathbf{a}_{long,t} = \left[R_x(r_{t-1}) R_y(p_{t-1}) \right]^T {}^I \mathbf{a}_{long,t} \quad (2.27)$$

dove $R_x(r_{t-1})$ rappresenta una rotazione attorno all'asse x dell'angolo r_{t-1} e analogamente per il termine di pitch. Si noti come la (2.27), scritta in termini di matrici di rotazione per semplicità, possa essere espressa in termini di quaternioni, che offrono il ben noto vantaggio computazionale.

Dalle espressioni appena descritte, risulta evidente come sia indispensabile la conoscenza della velocità longitudinale del veicolo. Tuttavia tale informazione non è disponibile in applicazioni reali: i sensori della motocicletta forniscono solamente la velocità della ruota anteriore e della ruota posteriore. A tal proposito, essendo stati svolti test in pista mirati alla validazione della stima dell'angolo di pitch soprattutto in fase di impennata, nel seguito si utilizza principalmente la velocità della ruota posteriore come approssimazione della reale velocità longitudinale. Tuttavia, è ben noto come la ruota posteriore, in fase di accelerazione, pattini e slitti mentre, in occasione di frenate violente, si sollevi leggermente dall'asfalto: tali effetti comportano delle variazioni nella velocità posteriore che non rispecchiano la velocità reale del veicolo e inducono quindi degli errori nelle stime. Oltre a questi fenomeni, si potrebbe tenere conto anche della correzione della velocità della ruota sulla base dell'angolo di rollio; questo aspetto viene tuttavia tralasciato poiché secondario rispetto alle approssimazioni adottate.

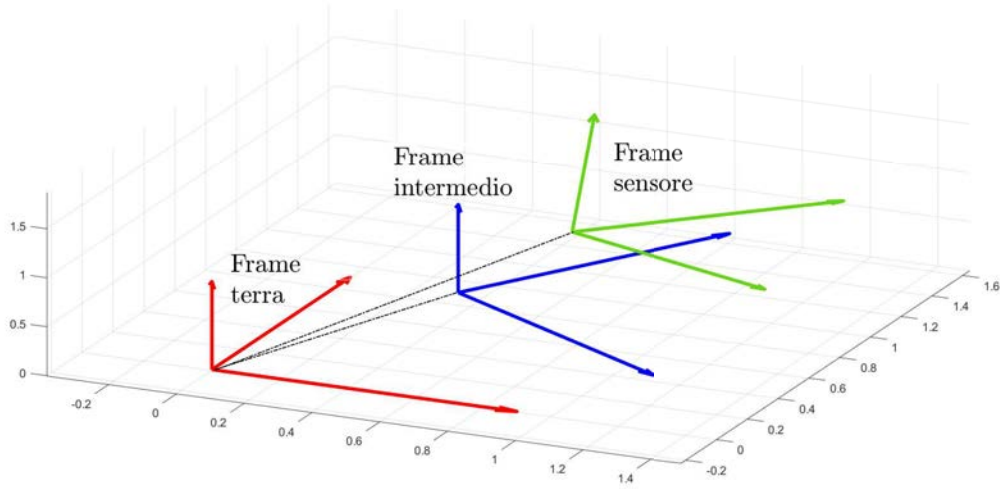


Figura 2.2: Sistemi di riferimento di interesse. Il frame intermedio differisce dal frame terra per l'angolo di yaw. Il sistema del sensore è ottenuto dal sistema intermedio tramite rotazione di roll e pitch, effettuate in quest'ordine.

Accelerazione centrifuga

Per la compensazione dell'accelerazione centrifuga si procede in maniera analoga a quanto descritto per la componente longitudinale: nel sistema di riferimento intermedio di figura 2.2, l'accelerazione centrifuga ha componente solamente lungo l'asse y ovvero

$${}^I \mathbf{a}_{cen,t} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

dove il termine \dot{y} , lo yaw rate, rappresenta la velocità angolare del veicolo rispetto al centro di istantanea rotazione. Tale termine può essere calcolato a partire dalle stime degli angoli di assetto del passo precedente e utilizzando i segnali del giroscopio mediante la (2.29), discussa in dettaglio nella sezione B.2

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(p_{t-1})\cos(r_{t-1}) & 0 & \cos(p_{t-1}) \\ \sin(r_{t-1}) & 1 & 0 \\ \cos(r_{t-1})\cos(p_{t-1}) & 0 & \sin(p_{t-1}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Un'approssimazione della (2.29) in bassa frequenza e in condizioni di curva percorsa a velocità costante, è discussa in [2], porgendo la seguente

$$\dot{y} = \text{sign}(\omega_z) \sqrt{\omega_y^2 + \omega_z^2}. \quad (2.30)$$

Alla luce di test svolti in ambiente di simulazione (Adams - VI Bike Real Time), è risultato ragionevole calcolare lo yaw rate da utilizzare per la compensazione dell'accelerazione centrifuga, come media aritmetica delle espressioni (2.29) e (2.30).

Dalla (2.28), in maniera analoga al caso delle componente longitudinale, si ottiene l'accelerazione centrifuga nel frame del sensore, per mezzo di una rotazione di roll e

pitch, ovvero

$${}^S \mathbf{a}_{cen,t} = \left[R_x(r_{t-1}) R_y(p_{t-1}) \right]^T {}^I \mathbf{a}_{cen,t}. \quad (2.31)$$

A questo punto, sottraendo alle misure dell'accelerometro i termini ${}^S \mathbf{a}_{long,t}$ e ${}^S \mathbf{a}_{cen,t}$, si ottiene un'approssimazione della componente puramente inerziale desiderata, che può essere utilizzata come ingresso per il filtro di Madgwick.

Risulta evidente come la strategia di rimozione dei contributi non inerziali ricopra un ruolo fondamentale all'interno della stima dell'assetto: se si riuscisse a compensare in maniera esatta queste componenti, l'algoritmo si troverebbe ad operare in uno scenario puramente inerziale, ovvero il contesto ottimale per il quale è stato derivato.

Si potrebbe dunque introdurre un approccio più articolato per tentare di stimare nel modo più accurato possibile questi termini; tuttavia ciò comporterebbe la conoscenza di grandezze solitamente non misurabili su un veicolo e un inevitabile appesantimento dell'algoritmo. Per il momento ci si focalizza dunque sulla validazione della strategia discussa in precedenza, lasciando margine di manovra per eventuali sviluppi futuri.

2.3.5 Scelta del parametro β

L'equazione (2.25) e lo schema equivalente di figura 2.1 esprimono, come detto, il funzionamento del filtro di Madgwick. Queste descrizioni evidenziano la dipendenza da un unico parametro, β . Dal punto di vista operativo, ciò risulta essere un vantaggio poiché vi è un unico grado di libertà, di conseguenza è relativamente facile riadattare l'algoritmo a scenari applicativi differenti. Per contro, se si vuole tarare in modo accurato il valore ottimale di β al fine di ottenere buone performance, si deve prestare particolare attenzione poiché piccole variazioni di tale parametro causano comportamenti molto diversi delle stime. Si noti infatti come β determini il peso che si vuole dare al contributo di accelerazione rispetto alle componenti di giroscopio: partendo dal caso limite in cui il filtro utilizza solamente le velocità angolari ($\beta = 0$), all'aumentare di β si va via via ad aumentare il peso associato all'accelerometro.

Per scegliere il valore opportuno di β , si possono applicare diverse strategie che tengono conto della natura intrinseca dell'algoritmo e dei sensori dell'IMU. Una prima proposta è riportata in [7], dove si suggerisce un procedimento teorico basato sulla stima dell'errore di misura del giroscopio a media nulla. Sempre in [7] si preferisce tuttavia utilizzare un approccio sperimentale: effettuare dei test con diverse scelte di β e selezionare il valore che, nelle prove effettuate, minimizza una certa metrica di errore (per esempio RMS).

Nel presente lavoro di tesi si è scelto di utilizzare un approccio diverso, discusso in [8], il quale prevede di utilizzare un parametro dinamico, che varia a seconda delle condizioni operative in cui ci si trova:

- in condizioni statiche, le accelerazioni sono costituite prevalentemente da componenti inerziali per cui le informazioni provenienti dall'accelerometro sono da considerarsi affidabili; questo si riflette nella scelta di un valore di β elevato;
- in condizioni dinamiche, le accelerazioni comprendono componenti non inerziali che, nonostante la strategia descritta in 2.3.4, non vengono rimosse in maniera esatta; di conseguenza è preferibile dare un peso maggior alla parte del giroscopio: β viene diminuito.

Nel dettaglio di questa tesi, i valori di β utilizzati e le soglie che discriminano tra condizione statica e dinamica sono stati selezionati in seguito a numerosi test, seguendo quindi un approccio trial and error, arrivando alle seguenti

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{if} \quad \| {}^S \boldsymbol{\omega} \| > 30 \text{ rad s}^{-1} \quad \mathbf{then} \\
 & \quad \beta \leftarrow 0.01 \\
 & \\
 & \mathbf{else if} \quad \| {}^S \boldsymbol{\omega} \| < 10 \text{ rad s}^{-1} \quad \mathbf{then} \\
 & \quad \beta \leftarrow 0.06 \\
 & \\
 & \mathbf{else} \\
 & \quad \beta \leftarrow 0.033 \\
 & \\
 & \mathbf{end if}
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Si sottolinea come tale strategia sia stata ricavata e validata in occasione di test svolti direttamente sulla motocicletta; la piattaforma principalmente utilizzata è la Bosch IMU-MM7.10, la quale utilizza una frequenza di update di 100 Hz. Di conseguenza la frequenza di campionamento utilizzata nell'algoritmo è $F_c = 100$ Hz. E' importante tenere in considerazione tale aspetto poiché, nel caso di un utilizzo del filtro a frequenze di campionamento differenti, il valore di β e le corrispondenti soglie di switch devono essere opportunamente modificate.

Sempre riguardo la scelta di β , in [7] si suggerisce un'ulteriore accortezza: utilizzare, per un primo intervallo di tempo, un valore di β particolarmente alto, in modo da assicurare la convergenza del filtro a partire dalle condizioni iniziali. Nella tesi presentata, questa strategia è in parte inglobata nella scelta di β in modo dinamico e in parte non viene utilizzata: l'algoritmo viene inizializzato con condizioni iniziali nulle, che corrispondono alle condizioni reali dalle quali partono le normali acquisizioni su una motocicletta. Tuttavia nel caso di test con acquisizioni lanciate, ovvero a veicolo già in movimento nell'istante zero, le condizioni iniziali dell'algoritmo vengono poste coincidenti con gli angoli di riferimento, al fine di semplificarne l'analisi; ciò non è assolutamente restrittivo, come verrà discusso in seguito.

Capitolo 3

Risultati in simulazione

Il filtro derivato nella sezione 2.3 e successivamente implementato mediante il software di sviluppo Matlab/Simulink, viene validato in un primo momento in ambiente di simulazione e in secondo luogo mediante test reali effettuati direttamente su veicolo a banco e in pista. Lo svolgimento di una prima analisi del comportamento dell'algoritmo in un contesto simulativo permette, come ben noto, un'analisi dettagliata e approfondita delle varie sezioni che lo compongono, oltre a una taratura di massima dei parametri e delle soglie. In questo scenario infatti, si hanno a disposizione informazioni normalmente non presenti su un veicolo reale, che permettono di verificare e validare il funzionamento delle strategie utilizzate. Per esempio, si ha la conoscenza esatta della velocità longitudinale della motocicletta, della componente non inerziale delle accelerazioni e degli angoli di assetto effettivi del veicolo. Queste grandezze permettono di analizzare il comportamento del filtro in condizioni ideali, andando progressivamente verso contesti più realistici, al fine di valutarne le performance in relazione allo scenario considerato. Si noti come, la conoscenza esatta degli angoli di assetto del veicolo, permetta di utilizzare questi segnali come i riferimenti assoluti: si vuole dunque determinare la capacità dell'algoritmo di stimare l'assetto della motocicletta in relazione a tali angoli.

La bontà di queste stime viene valutata dal punto di vista quantitativo per mezzo di alcune metriche di errore quali MAE (Mean-Absolute-Error) e RMS (Root-Mean-Square error), quest'ultimo largamente utilizzato nelle strategie di riferimento presenti in letteratura (in particolare in [6] e [7]). In parallelo alla descrizione quantitativa viene condotta un'analisi qualitativa finalizzata alla valutazione grafica dell'andamento delle stime rispetto ai riferimenti. Questa tecnica permette di valutare l'entità degli errori di ricostruzione in relazione allo scenario di interesse: per esempio, nell'ottica di un controllo di anti impennamento, un errore sul pitch in fase di frenata è da considerarsi secondario rispetto a un equivalente errore in fase di accelerazione.

Nel seguito viene descritto brevemente il modello di veicolo utilizzato in simulazione e le convenzioni relative al posizionamento della piattaforma inerziale. Successivamente sono presentate le performance del filtro di Madgwick per la ricostruzione dell'assetto utilizzando acquisizioni ottenute in ambiente di simulazione Adams. Test analoghi sono stati condotti a partire dal software VI Bike Real Time, conducendo alle stesse conclusioni e agli stessi risultati, dando una prima prova della robustezza dell'algoritmo.

3.1 Setup simulativo

Il modello di motocicletta standard impiegato in queste simulazioni, sia nel caso dell'utilizzo del software Adams che per quanto riguarda VI Bike Real Time, è costituito principalmente da sette corpi rigidi, più nel dettaglio:

- massa sospesa, definita soprattutto da telaio, motore, serbatoio, trasmissione e carena;
- corpo del pilota, che tiene conto della massa e dei movimenti del conducente del veicolo;
- ruota anteriore;
- ruota posteriore;
- forcella inferiore (anteriore);
- forcella superiore (anteriore);
- forcellone (posteriore).

Una rappresentazione schematica di questo modello è riportata in figura 3.1.

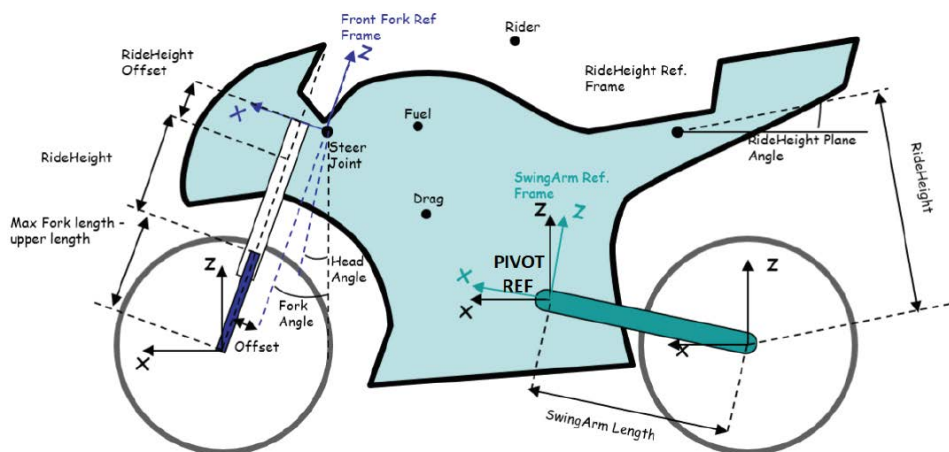


Figura 3.1: Modello della motocicletta utilizzata nelle simulazioni, costituito da: massa sospesa, pilota, ruota anteriore e posteriore, forcella inferiore, forcella superiore e forcellone. IMU posizionata a $X_{IMU} = 205 \text{ mm}$, $Y_{IMU} = 0 \text{ mm}$ e $Z_{IMU} = 300 \text{ mm}$ dal perno forcellone.

Come detto in precedenza, le simulazioni presentate nel seguito sono sviluppate principalmente in ambiente Adams. In tale scenario, il setup utilizzato prevede un posizionamento della piattaforma inerziale in prossimità della massa sospesa del veicolo, a $X_{IMU} = 205 \text{ mm}$, $Y_{IMU} = 0 \text{ mm}$ e $Z_{IMU} = 300 \text{ mm}$, nel sistema di riferimento del perno forcellone (pivot reference frame di figura 3.1). L'informazione sul montaggio dell'IMU è particolarmente importante poiché evidenzia il fatto che i sensori si trovino, con buona approssimazione, in corrispondenza del centro di massa del veicolo. Questi test sono quindi condotti supponendo che la piattaforma inerziale coincida con il baricentro; tale

ipotesi risulta ragionevole poiché, nel caso di un veicolo reale, la posizione di montaggio effettiva dell'IMU è sufficientemente prossima al centro di massa. Si sottolinea inoltre come queste condizioni di lavoro siano state implicitamente assunte nell'analisi descritta nei capitoli precedenti, poiché comportano una descrizione relativamente semplice e conveniente del problema. Rimane da indagare, in uno studio futuro, cosa comporti un eventuale disallineamento tra centro di massa del veicolo e centro della piattaforma inerziale.

A questo punto risulta determinata la posizione dell'IMU, ma rimane da fissarne l'orientamento degli assi. A tal proposito si ricorda che l'algoritmo di Madgwick fornisce gli angoli che mettono in relazione il sistema terra con il sistema del sensore. Il frame terra, è costituito da una terna con asse z verso l'alto (come definito internamente all'algoritmo dalla (2.10)) e assi x e y conseguentemente paralleli al suolo, ma non univocamente determinati. Per quanto riguarda il frame del sensore, poiché lo scopo dell'analisi è quello di ricostruire l'assetto della motocicletta, è conveniente far coincidere gli assi della piattaforma inerziale con il sistema comunemente utilizzato per esprimere l'assetto del veicolo (frame motocicletta o frame veicolo, riportato in figura 3.2). Si assume quindi che l'IMU sia disposta con l'asse z positivo verso l'alto, in modo da essere conforme con il verso di z del sistema terra, l'asse x è con verso positivo nel senso di marcia del veicolo e y viene di conseguenza determinato dalla regola della mano destra, come riportato in figura 3.2. Si noti, infine, come si possa supporre che la piattaforma sia effettivamente montata in questo modo oppure sia disposta in maniera arbitraria ma i segnali misurati vengano ruotati in questo frame motocicletta, prima di essere processati dal filtro.

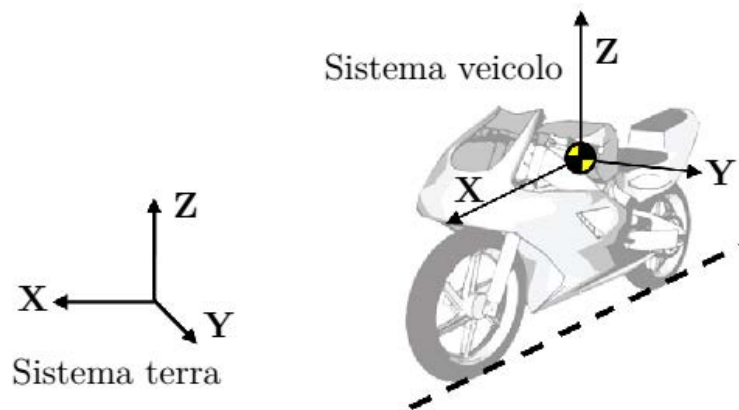


Figura 3.2: Sistema di riferimento terra e sistema di riferimento del veicolo, quest'ultimo è coincidente con l'orientamento degli assi dell'IMU.

3.2 Misano World Circuit Marco Simoncelli

Il test presentato in questa sezione è condotto sul settore del circuito di Misano evidenziato in figura 3.3, simulato in ambiente Adams. Il tratto di pista in questione non presenta pendenze del terreno particolarmente rilevanti, di conseguenza l'angolo di pitch ricostruito è dovuto per la maggior parte all'assetto effettivo della motocicletta e in misura minore alla leggera inclinazione del tracciato.

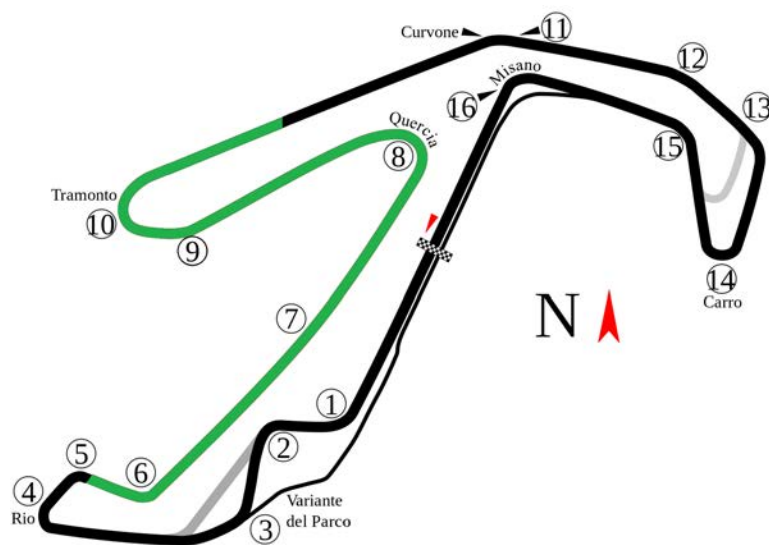


Figura 3.3: Misano World Circuit Marco Simoncelli; il tratto evidenziato in verde rappresenta la sezione del tracciato simulata in Adams. Si evidenzia come in questo settore del circuito non siano presenti sali scendi particolarmente accentuati.

Nel dataset di questa simulazione, le condizioni iniziali del veicolo sono diverse da zero: si parla infatti di test lanciato, ovvero ottenuto a partire da un giro di pista completo. Si ha quindi che, nell'istante di partenza, la velocità della motocicletta è diversa da zero, così come sono non nulli gli angoli di roll e pitch. In questa tesi, in corrispondenza di dataset provenienti da acquisizioni lanciate, le condizioni iniziali degli angoli di assetto (ovvero il quaternion iniziale del filtro) vengono poste coincidenti con i riferimenti stessi. Questo risulta ragionevole poiché, nell'ottica di un utilizzo su veicoli stradali, l'algoritmo non si trova ad operare su dataset lanciati: nel caso reale, come già descritto in 2.3.5, il filtro viene inizializzato con condizioni iniziale nulle, poiché all'accensione della motocicletta ci si trova, con buona approssimazione, in tale scenario. Di conseguenza si può assumere che, in qualsiasi contesto, reale o simulazione lanciata, il quaternion iniziale coincida con quello di riferimento. Si evidenzia che la presenza della parte accelerometrica nel filtro garantisce comunque la convergenza della stima anche nel caso in cui l'inizializzazione sia errata.

Nel seguito sono descritti i risultati dell'utilizzo dell'algoritmo in questione in diversi scenari operativi, al fine di analizzare e validare il comportamento del filtro nel suo complesso e le strategie di compensazione dei contributi non inerziali.

3.2.1 Integrazione del giroscopio ideale

Ricordando la struttura centrale del filtro di Madgwick descritta in figura 2.1 e le considerazioni riportate in sezione 2.3.5, si sottolinea nuovamente come la presenza del parametro β permetta di tarare il peso dell'accelerometro rispetto al contributo del giroscopio. La necessità di avere una combinazione tra accelerazioni e velocità angolari è dovuta al fatto che queste ultime, per la natura intrinseca dei giroscopi reali, sono particolarmente affette da rumori a media nulla e da offset costanti; di conseguenza un'integrazione di questi segnali non porterebbe a una ricostruzione corretta degli angoli di assetto poiché, come ben noto, comparirebbero dei termini di rumore, dovuti soprattutto a un effetto di drift (rampa). Per ovviare a tale problema si includono quindi le misure di accelerazioni, in modo da correggere la deriva dei giroscopi e assicurare una certa robustezza della stima. Tuttavia, in un contesto di simulazione, le velocità angolari fornite dal giroscopio sono grandezze ideali, ovvero non sono affette né da rumore a media nulla né da un offset di fabbrica costante. In questo scenario quindi, ponendo $\beta = 0$ e utilizzando il filtro di Madgwick con il solo termine giroscopico, si ottiene una ricostruzione perfetta degli angoli di assetto del veicolo. Ciò è dovuto al fatto che nell'algoritmo in questione, il contributo di velocità angolare rappresenta una pura integrazione espressa in termini di quaternioni e così facendo, utilizzando appunto grandezze ideali, si ottengono stime praticamente coincidenti con i riferimenti.

La conferma di quanto appena esposto è fornita dai seguenti risultati simulativi, che descrivono il comportamento del filtro parametrizzato con $\beta = 0$. A partire dalle grandezze fornite dal giroscopio ideale, riportate in figura 3.4, l'algoritmo ricostruisce in maniera esatta l'angolo di roll, pitch e yaw, riportati rispettivamente in figura 3.5, 3.6 e 3.7. La notazione qui utilizzata prevede il simbolo $\hat{}$ per indicare la grandezza stimata.

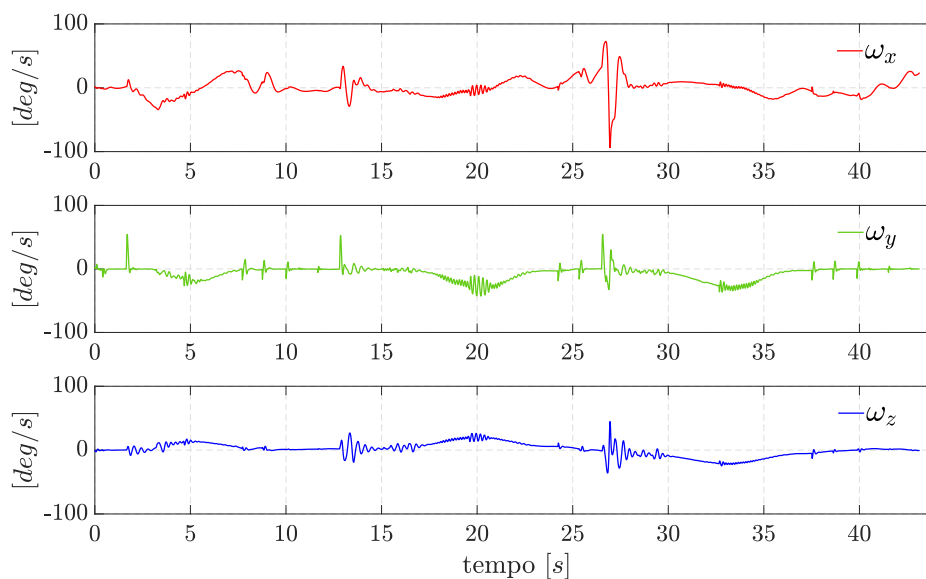


Figura 3.4: Segnali del giroscopio; in contesto simulativo questi sono grandezze ideali, poiché non sono affetti da nessun tipo di errore (né a media nulla né offset costante).

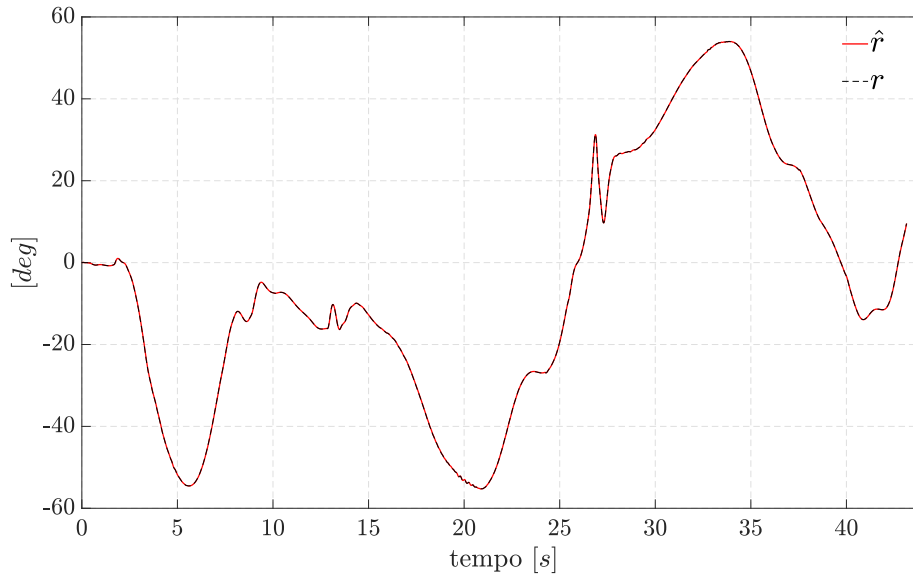


Figura 3.5: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} per mezzo di un'integrazione pura dei segnali del giroscopio ($\beta = 0$). $\text{RMS}_{\hat{r}} = 0.073^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 0.048^\circ$.

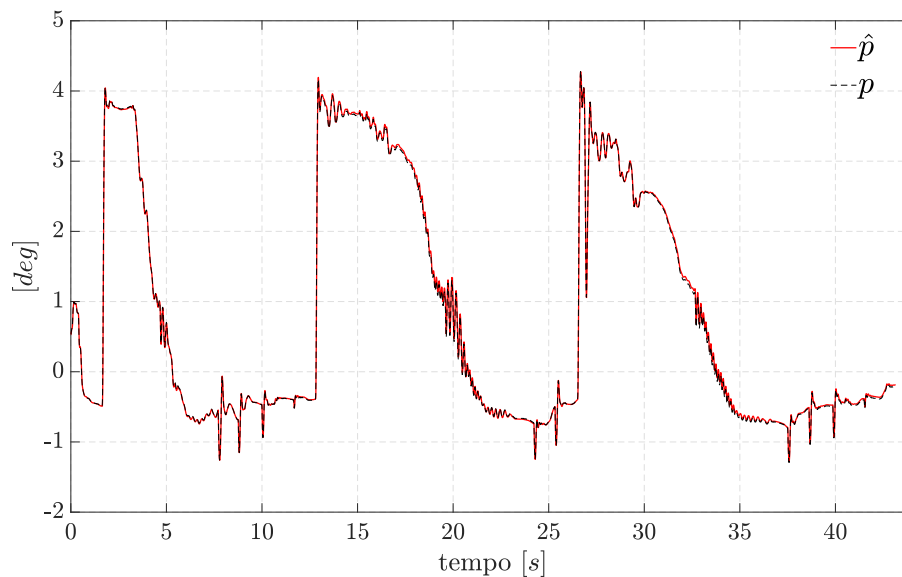


Figura 3.6: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} per mezzo di un'integrazione pura dei segnali del giroscopio ($\beta = 0$). $\text{RMS}_{\hat{p}} = 0.034^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 0.022^\circ$.

Da un punto di vista quantitativo, l'accuratezza delle stime rispetto ai riferimenti viene valutata per mezzo delle metriche di errore RMS e MAE, fornendo i valori riassunti in tabella 3.1. I risultati numerici ribadiscono come, nel caso in cui si disponga di segnali di giroscopio ideali, non sia necessario ricorrere alla parte accelerometrica, poiché con la sola integrazione delle velocità angolari si ottengono ricostruzioni perfette degli angoli di assetto effettivi.

Lo scenario analizzato in questa sezione tuttavia non rispecchia i contesti operativi reali, poiché disporre di una grandezza misurata senza la presenza di errori non è asso-

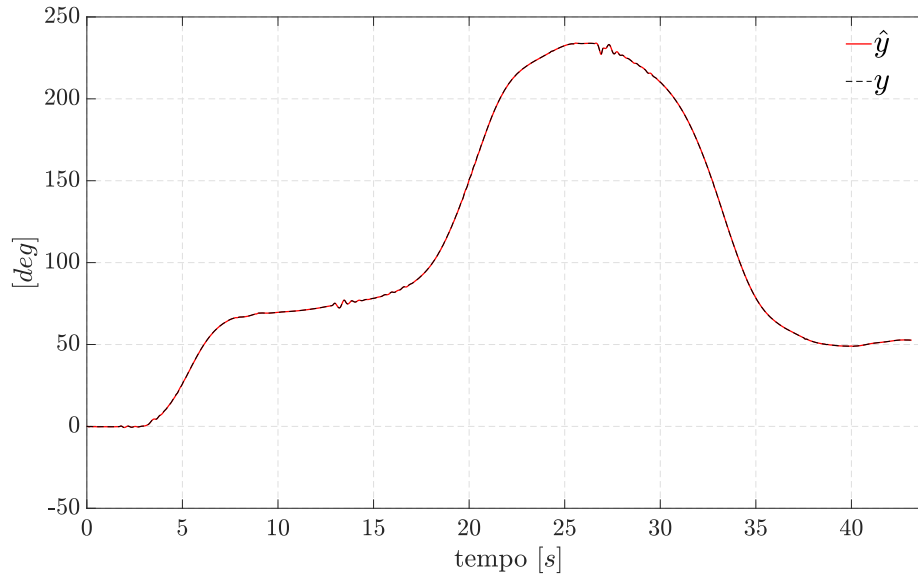


Figura 3.7: Ricostruzione dell'angolo di yaw y per mezzo di un'integrazione pura dei segnali del giroscopio ($\beta = 0$). $\text{RMS}_{\hat{y}} = 0.065^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{y}} = 0.045^\circ$.

	RMS	MAE
Roll	0.073°	0.048°
Pitch	0.034°	0.022°
Yaw	0.065°	0.045°

Tabella 3.1: RMS e MAE per le stime di roll, pitch e yaw nel caso $\beta = 0$, in ambiente di simulazione con giroscopio ideale.

lutamente possibile. Nel seguito quindi, si va ad aggiungere del rumore ai segnali ideali del giroscopio al fine di simulare una condizione di impiego dell'algoritmo più realistica; così facendo si comprende l'effetto che un disturbo possa avere sulle stime, andando quindi a giustificare la necessità di ricorrere alla parte accelerometrica.

3.2.2 Integrazione del giroscopio con rumore gaussiano bianco additivo e offset costante

Una condizione più realistica rispetto a quella descritta in sezione 3.2.1 si ottiene considerando ancora una volta le grandezze ideali di figura 3.4 ma aggiungendoci dei segnali di disturbo di due tipologie differenti: rumore gaussiano bianco (AWGN) e offset costante.

Sulla base di alcuni test effettuati su piattaforme inerziali reali (Bosch IMU-MM7.10 e Continental SC13S) a veicolo acceso, una scelta ragionevole per la deviazione standard e l'entità dell'offset dei rumori da considerare risulta essere la seguente:

- deviazione standard pari 0.5 deg/s ; in relazione alle velocità angolari utilizzate nella simulazione, questo valore corrisponde al 3% della media di $\|{}^S\boldsymbol{\omega}\|$;
- offset costante pari 0.5 deg/s , corrispondente al 3% della media di $\|{}^S\boldsymbol{\omega}\|$.

Si ribadisce come tali valori non siano stati ricavati in seguito alla costruzione di un opportuno modello dei sensori dell'IMU in questione, ma siano stati estrapolati per mezzo di alcune semplici osservazioni. Infatti, nel presente lavoro, non si vuole modellare il funzionamento di un giroscopio e identificarne i parametri; ci si interessa solamente degli effetti che rumori di minima entità possano avere sulla stima costruita con i soli giroscopi, in modo da evidenziare la fragilità di questa procedura e la necessità di ricorrere al contributo accelerometrico.

Utilizzando quindi il filtro di Madgwick con $\beta = 0$, analogamente al caso in sezione 3.2.1, ma con velocità angolari rese rumorose dall'aggiunta del segnale AWGN e dell'offset costante, si ottengono le stime riportate nelle figure 3.8, 3.9 e 3.10, rispettivamente per l'angolo di roll, pitch e yaw.

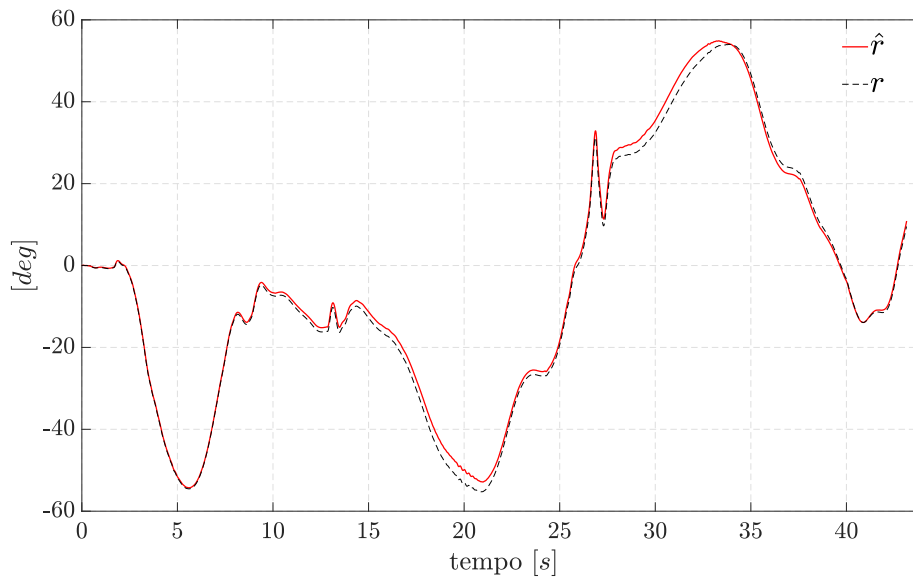


Figura 3.8: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite integrazione pura ($\beta = 0$) dei segnali del giroscopio ottenuti dai segnali ideali aggiungendo offset costante (0.5 deg/s) e segnale AWGN ($\text{std} = 0.5 \text{ deg/s}$). $\text{RMS}_{\hat{r}} = 1.590^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 1.291^\circ$.

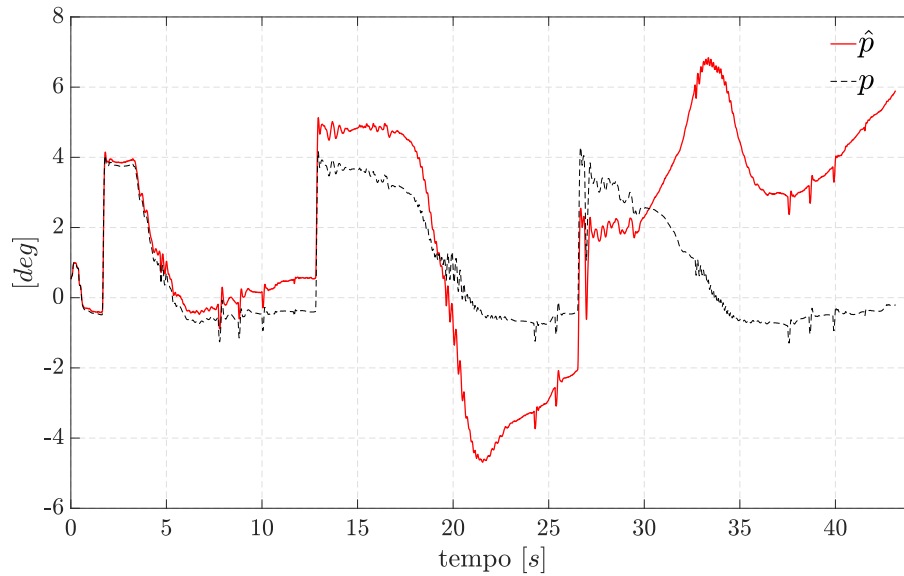


Figura 3.9: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{p} tramite integrazione pura ($\beta = 0$) dei segnali del giroscopio ottenuti dai segnali ideali aggiungendo offset costante (0.5 deg/s) e segnale AWGN ($\text{std} = 0.5 \text{ deg/s}$). $\text{RMS}_{\hat{p}} = 2.806^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 2.103^\circ$.

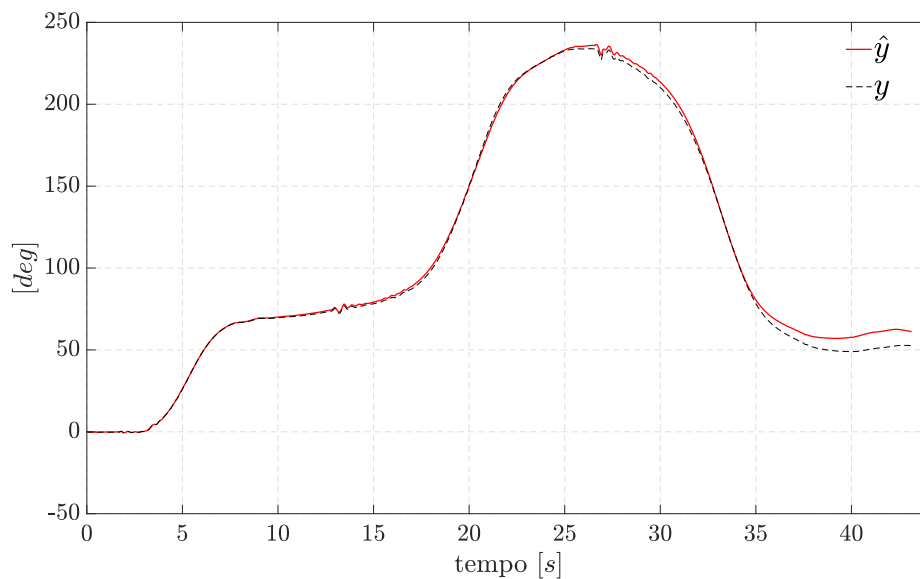


Figura 3.10: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{y} tramite integrazione pura ($\beta = 0$) dei segnali del giroscopio ottenuti dai segnali ideali aggiungendo offset costante (0.5 deg/s) e segnale AWGN ($\text{std} = 0.5 \text{ deg/s}$). $\text{RMS}_{\hat{y}} = 3.599^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{y}} = 2.255^\circ$.

In questo contesto risulta evidente come l'impiego della sola informazione del giroscopio, nel caso in cui essa sia affetta da rumore, non sia in grado di garantire una ricostruzione soddisfacente dell'assetto della motocicletta. L'inefficienza di una tale soluzione è ribadita dai risultati numerici riportati in tabella 3.2. Soprattutto per l'angolo di pitch, che risulta essere il termine di maggior interesse all'interno di questa tesi, si ottiene una ricostruzione assolutamente inaffidabile, accentuata dal fatto che il range

	RMS	MAE
Roll	1.590°	1.291°
Pitch	2.806°	2.103°
Yaw	3.599°	2.255°

Tabella 3.2: RMS e MAE per le stime di roll, pitch e yaw nel caso $\beta = 0$, in ambiente di simulazione con giroscopio rumoroso (offset 0.5 *deg/s* e AWGN con std = 0.5 *deg/s*).

di valori assunti da questo angolo è, per sua natura, limitato rispetto a roll e yaw.

Nell'ottica di un'implementazione effettiva dell'algoritmo su un veicolo reale, emerge quindi la necessità di ricorrere a soluzioni che utilizzino i segnali dell'accelerometro per correggere gli errori dovuti alla non idealità delle misure del giroscopio. Tuttavia, prima di procedere con l'analisi del filtro di Madgwick completo ($\beta \neq 0$), ci si vuole soffermare sull'indagine di quale tra i due contributi di AWGN e offset costante sia il maggior responsabile del decadimento delle performance dalle stime esatte presentate in 3.2.1 a quelle inaffidabili di questa sezione. Ci si aspetta che, per definizione di integrale, il termine di rumore preponderante sia l'offset, poiché produce in uscita un contributo a rampa; il rumore bianco gaussiano additivo, essendo a media nulla, non induce invece particolari disturbi. Nel seguito sono riportati i risultati numerici e qualitativi che confermano quanto appena esposto.

3.2.3 Integrazione del giroscopio con AWGN e offset costante applicati separatamente

Come detto in precedenza, l'angolo di pitch ricopre un ruolo privilegiato all'interno di queste analisi poiché risulta essere un aspetto delicato e fondamentale nell'ottica del controllo: per un anti impennamento efficiente vi è la necessità di conoscere l'angolo di pitch in maniera accurata, mentre per un sistema di ABS cornering non è richiesta una precisione così esatta. Alla luce di tali considerazioni, in questa sezione si analizza separatamente l'effetto del rumore bianco e dell'offset costante, prendendo maggiormente in considerazione le performance della stima del pitch. L'obiettivo è quello di confermare l'intuizione secondo la quale il maggior responsabile delle performance insoddisfacenti è l'offset, poiché il rumore bianco è a media nulla.

Utilizzando gli stessi valori numerici impiegati in sezione 3.2.2 per quanto riguarda il bias e la deviazione standard, si ottengono i segnali riportati in figura 3.11 e 3.12, impiegando rispettivamente il disturbo AWGN e l'offset costante.

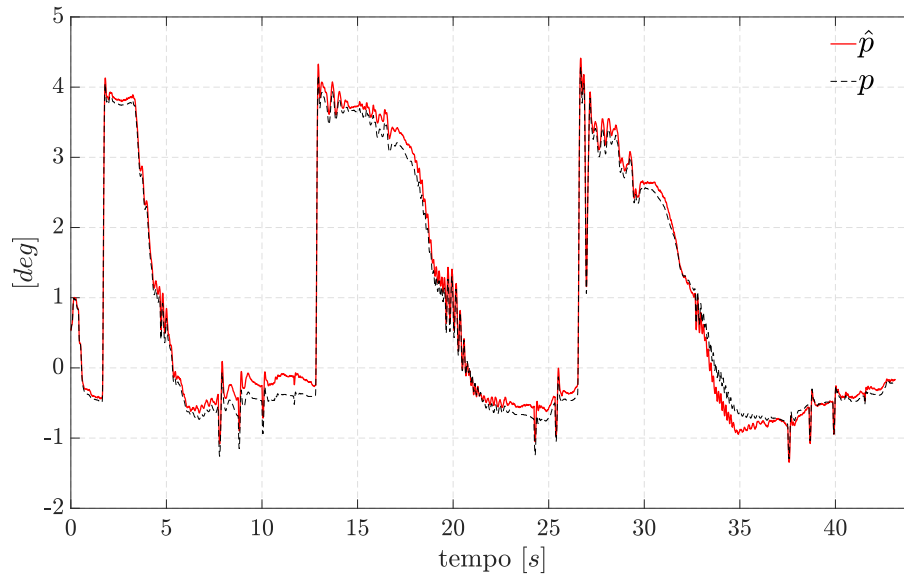


Figura 3.11: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite integrazione pura ($\beta = 0$) dei segnali del giroscopio ottenuti dai segnali ideali aggiungendo rumore AWGN (std = 0.5 deg/s). $\text{RMS}_{\hat{p}} = 0.144^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 0.122^\circ$.

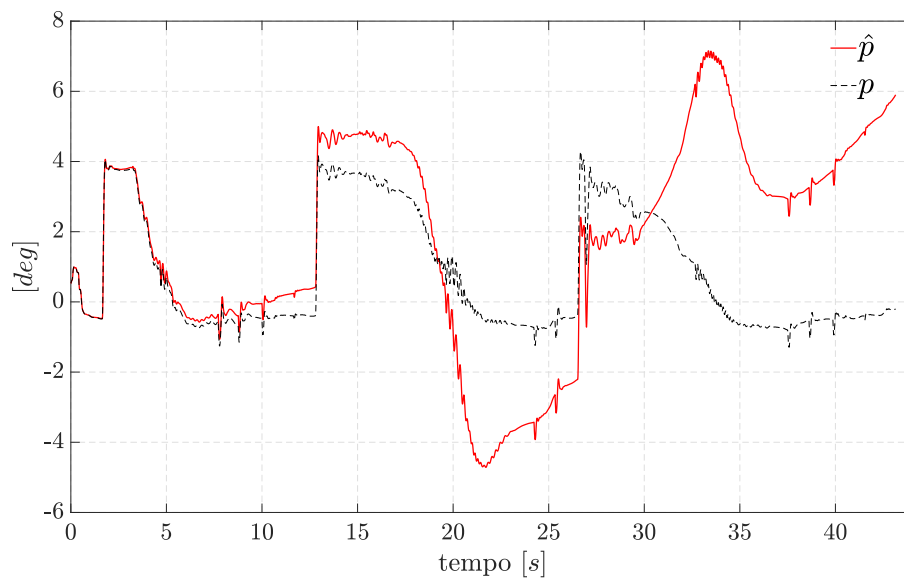


Figura 3.12: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite integrazione pura ($\beta = 0$) dei segnali del giroscopio ottenuti dai segnali ideali aggiungendo offset costante (0.5 deg/s). $\text{RMS}_{\hat{p}} = 2.859^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 2.093^\circ$.

Risulta chiaro come, per l'angolo di pitch, il contributo di rumore maggiormente determinante sia il termine di offset costante, come ci si aspettava. In tabella 3.3, si riportano i valori di RMS e MSE di roll, pitch e yaw, che confermano il fatto che l'offset sia il problema principale per tutti e tre gli angoli.

Il fatto che un bias di lieve entità comporti un degrado importante nella ricostruzione degli angoli di assetto evidenzia il fatto che, per i segnali di giroscopio reali, si

	RMS_{AWGN}	MAE_{AWGN}	RMS_{offset}	MAE_{offset}
Roll	0.136°	0.111°	1.655°	1.342°
Pitch	0.144°	0.122°	2.859°	2.093°
Yaw	0.110°	0.083°	3.623°	2.249°

Tabella 3.3: RMS e MAE per le stime di roll, pitch e yaw nel caso $\beta = 0$, in ambiente di simulazione con giroscopio rumoroso (offset 0.5 deg/s e AWGN con $\text{std} = 0.5 \text{ deg/s}$).

deve porre particolare attenzione alla calibrazione di fabbrica. Nel caso in cui si utilizzino piattaforme inerziali prototipo, è possibile che siano presenti delle imperfezioni di azzeramento o che non sia stata ancora effettuata la taratura; è quindi importante elaborare una strategia di compensazione dei termini di offset poiché, se così non fosse, i risultati ottenuti sarebbero molto lontani dal vero. Questo aspetto viene ripreso nel seguito poiché è stato affrontato nello svolgimento del lavoro di tesi, in occasione dell'utilizzo della piattaforma prototipo Continental SC13S.

3.2.4 Giroscopio rumoroso e accelerazioni sintetiche

Come evidenziato nelle sezioni precedenti, nel momento in cui i segnali del giroscopio non siano ideali ma presentino delle componenti di rumore, la strategia di ricostruzione dell'assetto non può utilizzare le sole velocità angolari ma deve ricorrere anche ai contributi di accelerazione. Questi ultimi, come descritto in 2.3.4 devono essere compensati dei contributi non inerziali, prima di venir processati dall'algoritmo di Madgwick: risulta evidente come le tecniche di rimozione di tale componente, espresse dalle (2.28) e (2.31), ricoprono un ruolo determinante al fine della corretta ricostruzione degli angoli in questione.

A questo punto dello studio, si vuole in un primo momento indagare sul fatto che la conoscenza esatta delle accelerazioni inerziali sia in grado di riportare ottime performance di stima; questo è possibile solamente in simulazione poiché i software utilizzati mettono a disposizione la componente puramente inerziale delle accelerazioni in modo da bypassare le tecniche (2.28) e (2.31). In secondo luogo, nella sezione successiva, assumendo che le accelerazioni siano quelle realmente lette da un accelerometro, ovvero comprensive di parte inerziale e non inerziale, si procede validando la bontà delle strategie di compensazione proposte. Si ricorda che, nel caso in cui siano prese in considerazione anche le accelerazioni, il parametro β caratteristico del filtro viene scelto in accordo con la procedura dinamica descritta dalla (2.32).

Le accelerazioni puramente inerziali utilizzate in questo primo test sono riportate in figura 3.13. Per sottolineare il fatto che siano ottenibili soltanto in simulazione poiché corrispondono esattamente alla sola componente inerziale, in questa tesi vengono denominate come accelerazioni sintetiche e, per costruzione, sono a norma unitaria. Per quanto riguarda il giroscopio, si utilizzano i segnali rumorosi introdotti in 3.2.2, ovvero le velocità angolari che, da sole, non permettono una ricostruzione soddisfacente dell'as-

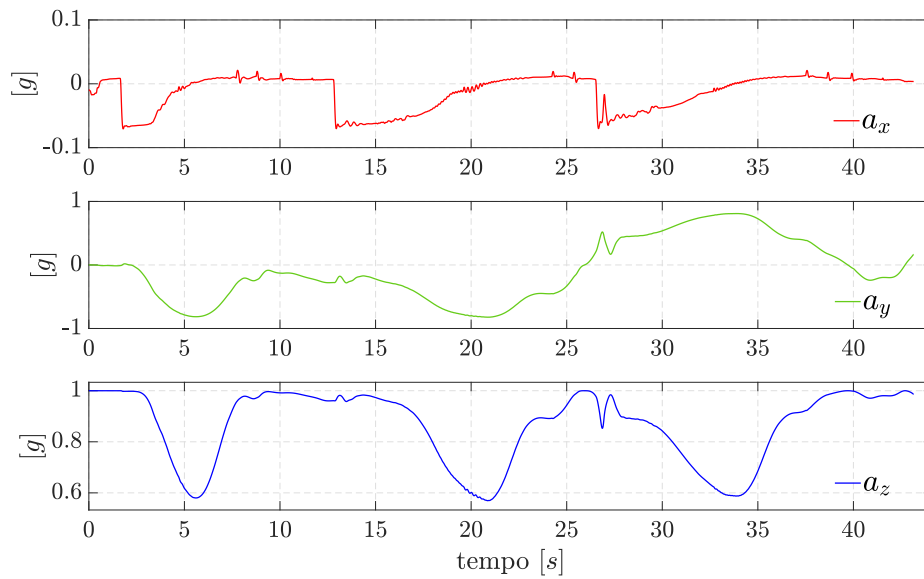


Figura 3.13: Accelerazioni sintetiche, ottenibili solamente in ambiente simulativo, rappresentano in maniera esatta la componente puramente inerziale. Per costruzione sono a norma unitaria.

setto del veicolo poiché affette da offset costante e rumore AWGN. Con questo setup, si ottengono le stime di figura 3.14, 3.15 e 3.16, che evidenziano come, nonostante il giroscopio rumoroso, l'introduzione delle accelerazioni sintetiche permetta un inseguimento perfetto dei riferimenti, per quanto riguarda roll e pitch, mentre per lo yaw le performance non migliorano, poiché come noto, l'accelerometro non fornisce nessuna informazione per discriminare tra diversi angoli di imbardata.

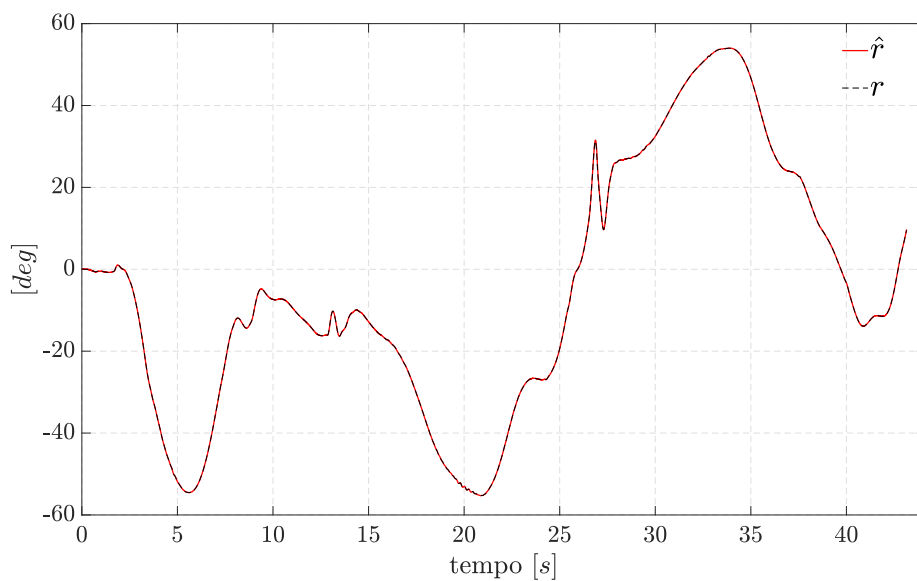


Figura 3.14: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite il filtro di Madgwick completo, con accelerazioni sintetiche e velocità angolari rumorose (offset 0.5 deg/s e AWGN con std pari a 0.5 deg/s). $\text{RMS}_{\hat{r}} = 0.051^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 0.020^\circ$.

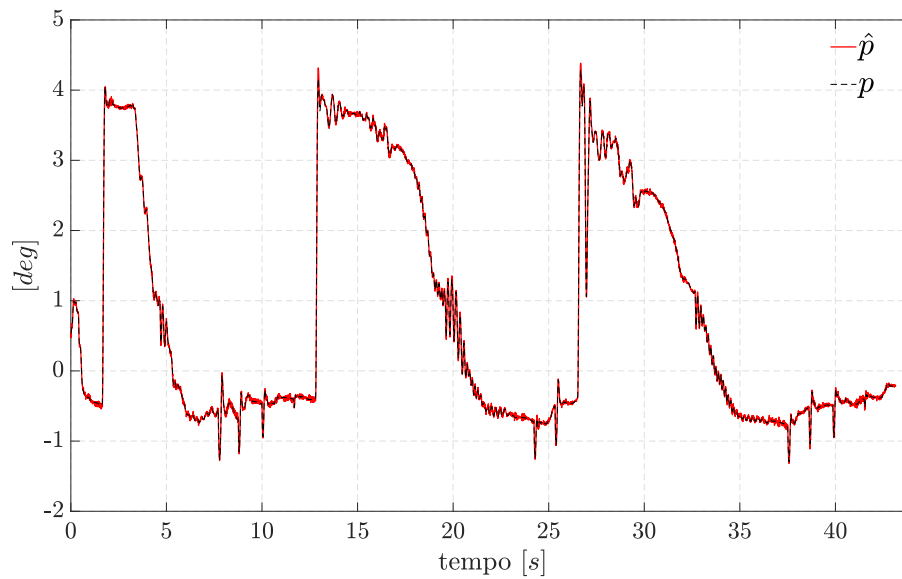


Figura 3.15: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite il filtro di Madgwick completo, con accelerazioni sintetiche e velocità angolari rumorose (offset 0.5 deg/s e AWGN con std pari a 0.5 deg/s). $\text{RMS}_{\hat{p}} = 0.028^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 0.019^\circ$.

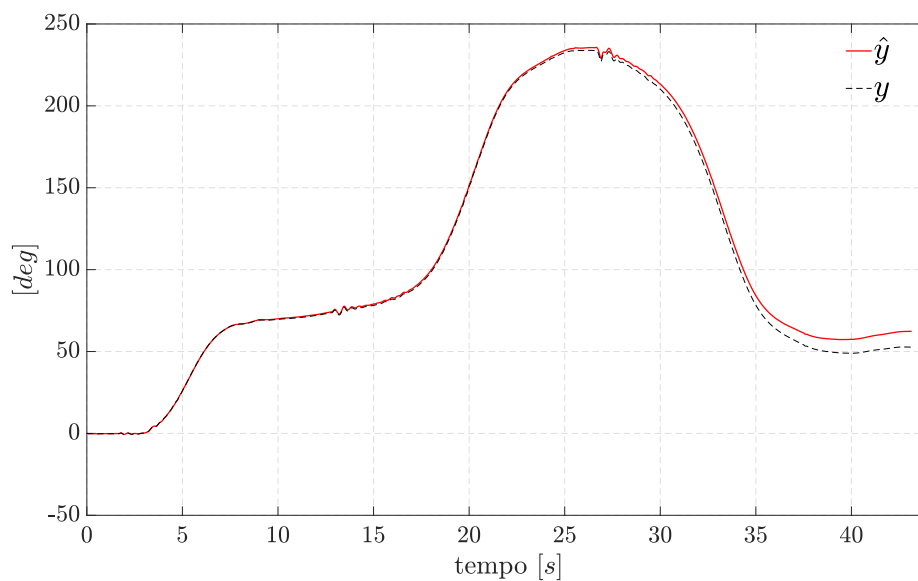


Figura 3.16: Ricostruzione dell'angolo di yaw \hat{y} tramite il filtro di Madgwick completo, con accelerazioni sintetiche e velocità angolari rumorose (offset 0.5 deg/s e AWGN con std pari a 0.5 deg/s). L'accelerometro non fornisce informazioni riguardo l'angolo di yaw che rimane quindi ricostruito dalla sola parte giroscopica. $\text{RMS}_{\hat{y}} = 3.9^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{y}} = 2.574^\circ$.

L'informazione delle accelerazioni sintetiche, combinata con la parte di giroscopio, è in grado di fornire stime di roll e pitch coincidenti con i riferimenti (tabella 3.4) ma soprattutto robuste rispetto ai disturbi provenienti dalle velocità angolari. Per quanto concerne l'angolo di yaw, disponendo di una piattaforma inerziale e non di sensori di tipo MARG (Magnetic, Angular Rate and Gravity) ad esempio, i risultati non sono

	RMS	MAE
Roll	0.051°	0.020°
Pitch	0.028°	0.019°
Yaw	3.900°	2.574°

Tabella 3.4: RMS e MAE per le stime di roll, pitch e yaw nel caso di accelerazioni sintetiche e giroscopio rumoroso (offset 0.5 *deg/s* e AWGN con std pari a 0.5 *deg/s*), in ambiente di simulazione.

ugualmente accurati e robusti. Si possono applicare delle tecniche di stima dinamica dell'offset del giroscopio in modo da migliorare la parte di integrazione, ottenendo così uno yaw il più fedele possibile al riferimento; tuttavia queste strategie non sono negli interessi dell'attività di tesi in questione ma sono certamente uno spunto per eventuali studi futuri.

3.2.5 Giroscopio rumoroso e accelerazioni realistiche

In base a quanto descritto in precedenza, l'impiego delle accelerazioni sintetiche permette di ottenere una ricostruzione esatta degli angoli di assetto del veicolo (a meno dello yaw) anche nel caso in cui i segnali provenienti dal giroscopio siano corrotti da rumori di varia natura. Questo fornisce una prima validazione dell'algoritmo di Madgwick implementato e ne conferma le ottime performance, in accordo con quanto riportato in [6] e [7]. A questo punto, il buon funzionamento del filtro in condizioni puramente inerziali è confermato; rimane dunque da verificare il caso in cui le accelerazioni disponibili siano grandezze realistiche fornite da un comune accelerometro, ovvero comprendenti sia la parte inerziale che non inerziale. Ovviamente questo scenario rappresenta il reale contesto applicativo nel quale l'algoritmo si trova ad operare e gode quindi di particolare importanza.

Si procede dunque alla descrizione delle performance ottenute utilizzando l'algoritmo nel suo complesso, vale a dire il filtro di figura 2.1 preceduto dalle strategie di compensazione dei contributi non inerziali descritte dalle (2.28) e (2.31). In questo caso, i profili delle accelerazioni fornite dal sensore sono più rumorosi e meno regolari rispetto a quelli sintetici. Tali segnali sono riportati in figura 3.17 e si ricorda che, essendo comprensivi della componente di gravità e delle accelerazioni lineari legate al movimento del veicolo, il vettore risultante non è a norma unitaria. Si sottolinea, inoltre, che le misure del giroscopio sono le medesime componenti rumorose utilizzate precedentemente.

Le grandezze fornite dall'accelerometro sono processate con le tecniche di rimozione delle componenti non inerziali che, come descritto dalle (2.28) e (2.26), utilizzano la conoscenza della velocità longitudinale del veicolo. Questa informazione, riportata in figura 3.18, è accessibile solamente in ambiente simulativo, mentre in sperimentazioni reali si dispone della velocità della ruota anteriore e posteriore.

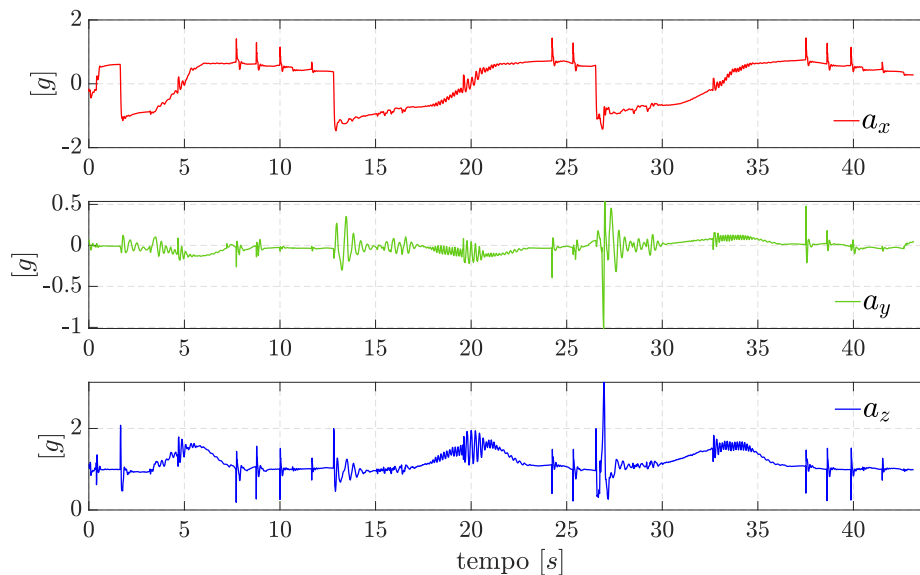


Figura 3.17: Accelerazioni realistiche, comprendenti la componente di gravità e le accelerazioni causate dal movimento del veicolo. La norma del vettore accelerazione è di conseguenza non unitaria.

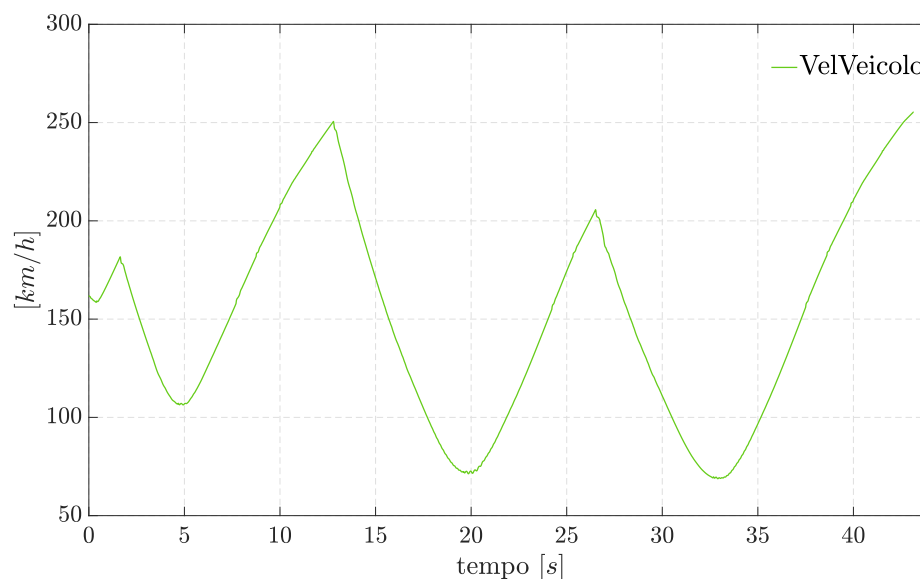


Figura 3.18: Velocità longitudinale del veicolo. Questa informazione è disponibile solamente in simulazione poiché nei test reali vengono misurate le velocità delle singole ruote.

Le stime degli angoli di assetto così ottenute sono descritte in figura 3.19 e 3.20, per roll e pitch rispettivamente. Per quanto riguarda lo yaw, l'accelerometro non ne influenza la stima; di conseguenza il profilo della ricostruzione dell'angolo di imbardata rimane qualitativamente identico a quello dei casi precedenti. Si nota quindi come l'utilizzo di accelerazioni realistiche fornisca ottimi risultati, rispetto all'integrazione diretta della sola parte giroscopica (tabella 3.5).

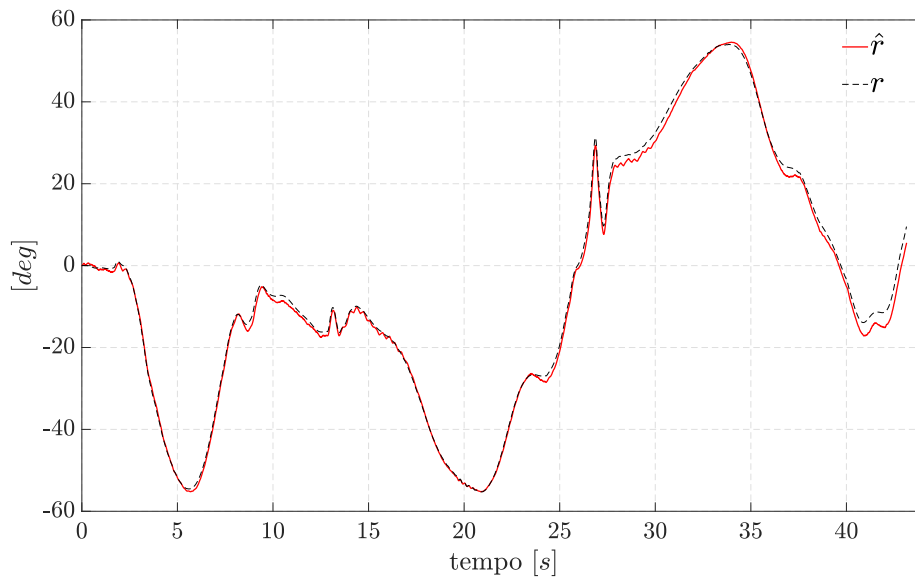


Figura 3.19: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite il filtro di Madgwick completo, con accelerazioni realistiche e velocità angolari rumorose (offset 0.5 deg/s e AWGN con std pari a 0.5 deg/s). $\text{RMS}_{\hat{r}} = 1.359^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 1.029^\circ$.

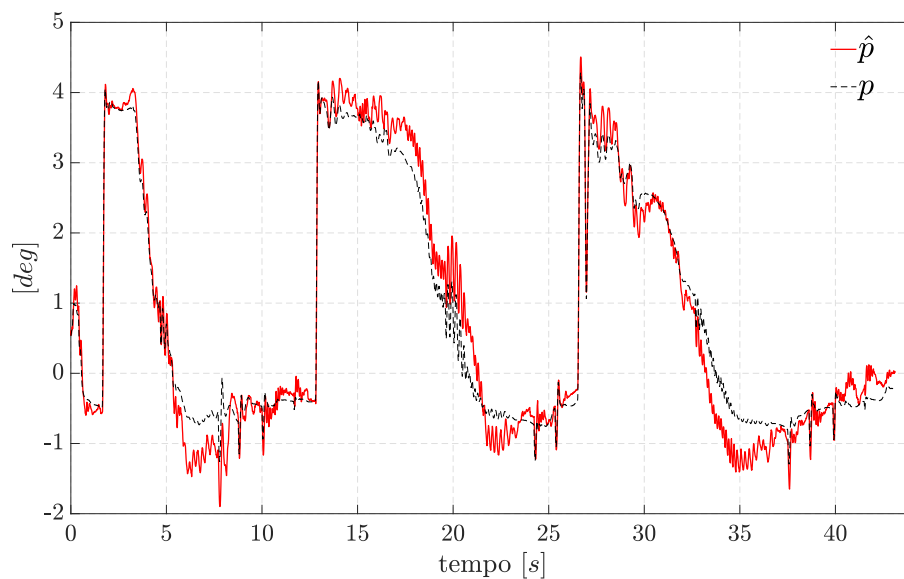


Figura 3.20: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite il filtro di Madgwick completo, con accelerazioni realistiche e velocità angolari rumorose (offset 0.5 deg/s e AWGN con std pari a 0.5 deg/s). $\text{RMS}_{\hat{p}} = 0.323^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 0.252^\circ$.

Di conseguenza risulta evidente come in un contesto reale si debba utilizzare quest'ultimo setup, che sfrutta l'informazione proveniente da tutti i sensori presenti sull'IMU e assicura una buona robustezza dei risultati unita a ottime performance. Tuttavia, i risultati ottenuti in 3.2.4 con l'utilizzo di accelerazioni sintetiche suggeriscono un possibile margine di miglioramento nelle strategie di compensazione della parte non inerziale. Infatti, una ricostruzione più accurata di questi contributi permetterebbe di ottenere

	RMS	MAE
Roll	1.359°	1.029°
Pitch	0.323°	0.252°
Yaw	3.918°	2.605°

Tabella 3.5: RMS e MAE per le stime di roll, pitch e yaw nel caso di accelerazioni realistiche e giroscopio rumoroso (offset 0.5 *deg/s* e AWGN con std pari a 0.5 *deg/s*), in ambiente di simulazione.

stime praticamente coincidenti con i riferimenti. Questo aspetto è senza dubbio uno degli argomenti principali per un proseguo futuro di questa attività di tesi.

Simulazioni analoghe a quelle riportate in questo capitolo sono state effettuate in differenti condizioni di moto del veicolo: ad esempio, percorrenza di una chicane, slalom a velocità ridotte, accelerazioni e decelerazioni repentine in tratti rettilinei e infine settori e giri completi di altri circuiti. Questi dataset sono stati forniti dagli ambienti di simulazione Adams e VI Bike Real Time, utilizzando setup di motocicletta analoghi a quello riportato in sezione 3.1. I risultati raccolti in questi test sono conformi con quanto descritto in questo capitolo, sottolineando una certa robustezza dell'algoritmo implementato e confermandone il funzionamento in ambiente simulativo. Sulla base di queste considerazioni si procede quindi alla validazione della soluzione proposta in contesti operativi reali, con test sperimentali effettuati direttamente su veicolo e condotti sia in condizioni statiche a banco che in condizioni dinamiche in pista.

Capitolo 4

Risultati sperimentali

L'algoritmo di ricostruzione degli angoli di assetto presentato e validato in ambiente di simulazione, viene ora testato direttamente sul veicolo. I risultati discussi nel capitolo 3 hanno messo in evidenza la bontà della soluzione proposta, sia per quanto riguarda la sezione di compensazione delle accelerazioni non inerziali che per la parte centrale del filtro, che si sviluppa a partire dalle componenti inerziali. Con il setup comprensivo di accelerometro e giroscopio descritto in sezione 3.2.5, si procede quindi alla verifica delle performance dell'algoritmo in ambiente sperimentale, implementando il codice sulla motocicletta e verificando la bontà dei risultati ottenuti in relazione ai test effettuati. Si sottolinea come le attività svolte in questa configurazione, rappresentino il reale impiego finale dell'algoritmo: i segnali, le strumentazioni e il setup utilizzati sono, a meno di qualche dettaglio secondario, quelli effettivamente disponibili su un veicolo di produzione. Risulta dunque evidente come i risultati ottenuti in questi test godano di una particolare importanza.

Nel seguito viene riportata brevemente la strumentazione utilizzata e il setup sperimentale adottato, descrivendo gli aspetti più rilevanti al fine delle attività condotte. Successivamente si presentano i test effettuati e le performance di ricostruzione ottenute.

4.1 Setup sperimentale

Il veicolo utilizzato nei test effettuati è una motocicletta Aprilia RSV4 1100 Factory, riportata in figura 4.1. Le strumentazioni e i sensori disponibili su questo veicolo sono componenti standard attualmente utilizzati in produzione oppure soluzioni prototipo che saranno introdotte con i nuovi modelli. Si ribadisce quindi come il setup utilizzato non rappresenti un ambiente di puro sviluppo differente dal contesto di produzione, ma sia una versione realistica dell'effettiva applicazione dell'algoritmo in questione.

La motocicletta è equipaggiata con una centralina aggiuntiva Etas ES910.3, fissata sul codone in modo da poter offrire un facile accesso per la riprogrammazione in fase di sviluppo (figura 4.2). In questa centralina viene implementato il codice dell'algoritmo, opportunamente tradotto a partire dall'ambiente Simulink in linguaggio C adattato al device in questione. Il modulo Etas è collegato alla linea di comunicazione CAN (Controller Area Network) sulla quale sono disponibili tutte le informazioni riguardanti lo stato del veicolo, istante per istante. Di conseguenza la centralina, leggendo dalla linea CAN, alimenta l'algoritmo in tempo reale, con i segnali provenienti dalla piattaforma



Figura 4.1: Motocicletta utilizzata in questi test, Aprilia RSV4 1100 Factory, veicolo di produzione.



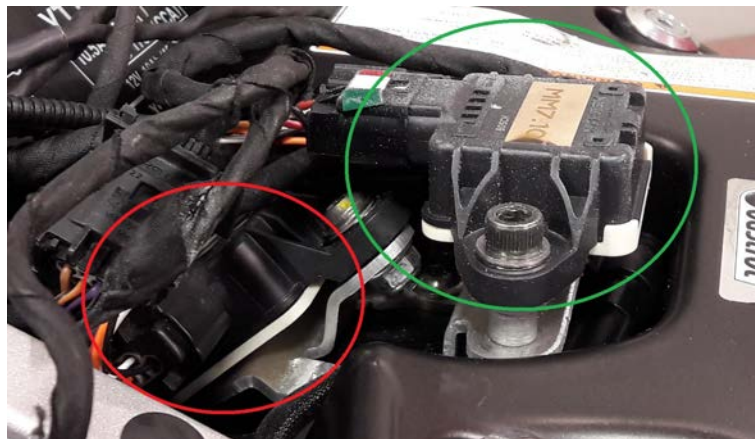
Figura 4.2: Centralina Etas ES910.3 installata sul codone della motocicletta; questo modulo permette l'esecuzione online dell'algoritmo.

inerziale e con l'informazione relativa alla velocità della ruota anteriore e posteriore. Con questo setup, si ha quindi una validazione dell'algoritmo in real-time: istante per istante sono disponibili le stime degli angoli calcolate dal codice sviluppato, direttamente sul veicolo. Gli angoli ricostruiti dal filtro implementato, così come tutti i segnali presenti sulla linea CAN (in particolare misure dell'IMU e velocità delle ruote), vengono memorizzati da un opportuno sistema di acquisizione dati installato ad-hoc per questi test. L'acquisizione è un aspetto fondamentale in fase di sviluppo e validazione, poiché permette di valutare le performance del codice testato, analizzando a posteriori i risultati ricostruiti.

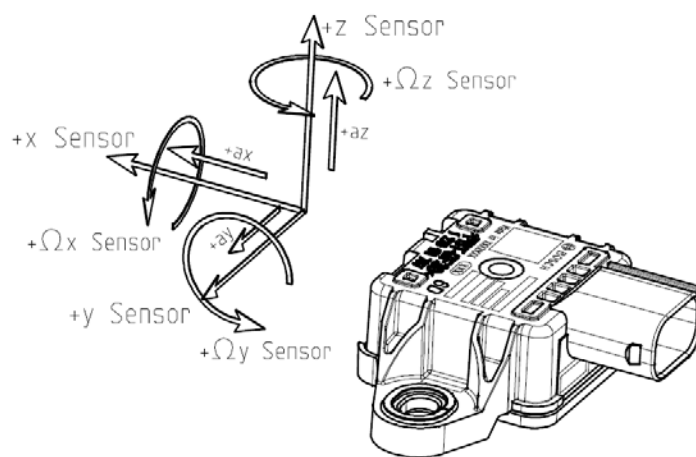
Per quanto riguarda quest'ultimo aspetto del valutare la bontà delle stime ottenute, è necessario evidenziare che, essendo test sperimentali e non simulativi, non è disponibile la conoscenza esatta degli angoli di roll, pitch e yaw che si vogliono ricostruire. Quindi, i segnali prodotti dall'algoritmo non possono essere confrontati con un riferimento esatto. Si opera dunque come segue: si valutano i risultati del filtro di Madgwick in relazione agli angoli ottenuti da una strategia indipendente particolarmente precisa ed affidabile, nello specifico il modulo ABS di Bosch. Questo sistema fornisce solamen-

te gli angoli di roll e pitch, mentre per lo yaw non si dispone di nessun riferimento. È importante sottolineare come la strategia di Bosch utilizzi prevalentemente i segnali provenienti dalla piattaforma inerziale, oltre ad altre informazioni sulla velocità del veicolo; di conseguenza risulta essere una tecnica ragionevole con la quale confrontare le performance dell'algoritmo proposto in questa tesi. Senza dubbio, per valutare in modo più accurato la bontà dei risultati, si deve ricorrere a sistemi di misura alternativi quali ad esempio sensori laser che permettano di misurare le variazioni di altezza da terra del veicolo e calcolare gli angoli geometricamente, in maniera molto precisa ed affidabile. Questa attività non è affrontata nel presente lavoro di tesi, ma è sicuramente un passaggio fondamentale in un'analisi futura.

Procedendo con la descrizione del setup sperimentale utilizzato in queste attività, ci si sofferma sulle IMU utilizzate. Per il corretto funzionamento del veicolo, è necessaria la presenza di un piattaforma inerziale Bosch posizionata a 42° rispetto all'orizzontale e



(a)



(b)

Figura 4.3: (a) Posizioni di montaggio della piattaforma Bosch inclinata a 42° , richiesta dall'ABS (in rosso), e quella disposta orizzontalmente (in verde). Nei test effettuati sono entrambe IMU-MM7.10 a sei assi. Il senso di marcia del veicolo è verso destra. (b) Disegno Bosch degli assi di misura della piattaforma IMU-MM7.10. Si noti il verso sinistrorso della velocità angolare in x .

installata come indicato in rosso in figura 4.3a. Questa posizione di montaggio è dettata dalle specifiche di progetto Bosch riguardanti il corretto funzionamento dei sistemi di controllo ad essa collegati (tra cui l'ABS cornering) e, nei veicoli di produzione, prevede l'impiego di una piattaforma a cinque assi. Nei test svolti, questa piattaforma è stata sostituita con una Bosch IMU-MM7.10 a sei assi, in modo da essere conformi con l'algoritmo di Madgwick sviluppato. Inoltre, è installata una seconda Bosch IMU-MM7.10 disposta orizzontalmente, evidenziata in verde in figura 4.3a. Quest'ultima, con riferimento alle figure 4.3a e 4.3b, è disposta con l'asse x positivo nel senso di marcia del veicolo, asse z verso l'alto e asse y di conseguenza. La convenzione degli assi risulta quindi essere in accordo con quella utilizzata in simulazione e discussa in sezione 3.1. La configurazione a doppia piattaforma così ottenuta permette di validare l'algoritmo per mezzo di entrambe le piattaforme in modo diverso: con l'IMU disposta orizzontalmente, utilizzando le misure dei accelerometro e giroscopio direttamente; mentre con l'IMU inclinata, ruotando i segnali di accelerazioni e velocità angolari nel sistema di riferimento canonico (sistema in figura 3.2), prima di processarli con il filtro di Madgwick. Un test analogo si può svolgere utilizzando la sola piattaforma inclinata, tuttavia, nei veicoli di produzione futuri, la posizione effettiva risulta essere quella orizzontale; di conseguenza è ragionevole testare l'algoritmo con questa configurazione a doppia piattaforma.

È importante sottolineare che, con riferimento al disegno di figura 4.3b, la piattaforma utilizzata ha, per costruzione, il verso di rotazione di ω_x sinistrorso. Quindi, nei test che utilizzano le piattaforme Bosch di questo genere, alla misura del giroscopio lungo l'asse x viene aggiunto un segno negativo, così da riportarsi nel sistema canonico destrorso, utilizzato nella derivazione dell'algoritmo e in tutte le considerazioni riportate nei capitoli precedenti.

Nel corso di alcune acquisizioni effettuate, la piattaforma orizzontale Bosch di figura 4.3a è sostituita con la piattaforma prototipo Continental SC13S, a sei assi, come descritto in figura 4.4. Questo permette di valutare la bontà e la robustezza dell'algoritmo in relazione all'utilizzo di strumenti di misura diversi con conseguenti accuratezze differenti. L'IMU Continental è montata nella stessa posizione della piattaforma orizzontale Bosch di figura 4.3a, con il connettore rivolto all'indietro. Tuttavia, gli assi di misura di



Figura 4.4: Posizione di montaggio delle piattaforma Bosch MM7.10 inclinata di 42° , necessaria per il funzionamento del veicolo e della piattaforma prototipo Continental SC13S, a sei assi, installata orizzontalmente.

questa piattaforma sono orientati in maniera differente: in questa posizione si ha, per costruzione, l'asse x verso il codone e l'asse z in alto. Ciò comporta una rotazione dei segnali forniti da questa piattaforma in modo da allinearsi con il sistema motocicletta riportato in sezione 3.1 e utilizzare l'algoritmo di Madgwick nel modo canonico.

Questa configurazione a doppia piattaforma permette inoltre di confrontare le ricostruzioni ottenute dalla IMU Bosch inclinata e dalla Continental orizzontale nel corso del medesimo test. Si sottolinea infine come l'utilizzo della piattaforma Continental, sia legata alla presenza di tale sensore in alcuni modelli di motocicletta futuri; di conseguenza risulta importante valutare le performance dell'algoritmo proposto anche in relazione a tale IMU.

Un ultimo aspetto riguardante il setup adottato nei test sperimentali svolti riguarda la presenza di potenziometri sulle sospensioni anteriore e posteriore. Tale sensore misura l'estensione della sospensione, fornendo importanti informazioni riguardo l'andamento dell'angolo di pitch della motocicletta. I potenziometri non sono disponibili su un veicolo di produzione e vengono utilizzati principalmente in fase di sviluppo. Conseguentemente, questi segnali non vengono processati dall'algoritmo, ma forniscono un'informazione rilevante in fase di sviluppo poiché permettono di comprendere più nel dettaglio la bontà dell'angolo di pitch ricostruito.

4.2 Banco inclinato

Il primo test effettuato direttamente sul veicolo, per verificare il corretto funzionamento del setup descritto nella sezione 4.1 e fornire una prima validazione della strategia di ricostruzione proposta, è condotto in condizioni statiche con l'ausilio del banco inclinato di figura 4.5. La motocicletta è montata su questa piattaforma e messa in sicurezza; in seguito, mediante l'azionamento di un pistone, l'intero banco viene inclinato della quantità desiderata, specificata mediante il pannello di controllo. In questo modo viene valutata la ricostruzione dell'angolo di impennata in condizioni statiche, confrontando il risultato dell'algoritmo di Madgwick con quanto fornito da ABS Bosch, il tutto relazionato all'effettivo angolo di inclinazione del banco. Risulta evidente come roll e yaw non siano interessati da questa analisi poiché identicamente nulli. A tal proposito,



Figura 4.5: Banco inclinato utilizzato nel test statico; dal pannello di controllo si impostano i gradi di impennata desiderati, che vengono raggiunti tramite l'azione di un pistone posizionato sul davanti della piattaforma.

come descritto in ambiente simulativo nel capitolo 3, si ribadisce come le attività svolte pongano una maggiore attenzione alla bontà della ricostruzione del pitch rispetto a roll (lo yaw è di interesse ancora minore). Questo motiva il fatto che un tale test venga svolto solamente per la validazione dell'angolo di impennata. Vale la pena notare come un'analisi statica della ricostruzione del rollio sia stata comunque effettuata, non direttamente sul veicolo ma con la sola piattaforma inerziale; i risultati ottenuti sono analoghi a quelli riportati nel seguito per la stima del pitch.

Con la configurazione del banco appena descritta, sono validate le ricostruzioni dell'angolo di impennata in condizioni statiche, ovvero a velocità nulla. A meno dei transitori, le accelerazioni misurate dai sensori dell'IMU consistono nella sola accelerazione di gravità. Ciò comporta che le componenti non inerziali siano assenti e, in accordo con le formule di compensazione (2.26) e (2.28) che sono lineari nella velocità, l'algoritmo non effettui nessuna intervento di rimozione dei contributi longitudinale e centrifugo. Si ottiene quindi una validazione della stima del pitch in un contesto inerziale.

I test svolti prevedono un'inclinazione del banco a gradini, da 0° , a -20° (il segno negativo è dovuto al sistema di riferimento adottato) e di nuovo a 0° , mediante step intermedi di 5° . In figura 4.6 e 4.7 sono riportati i risultati di queste prove ottenuti rispettivamente con la piattaforma Bosch e Continental, entrambe posizionate orizzontalmente. Si ribadisce come, il segnale di riferimento sia la misura fornita dal sistema ABS Bosch. Le ricostruzioni ottenute sono praticamente coincidenti con i segnali forniti dall'ABS, come descritto dalle metriche di errore riportate in tabella 4.1 ; è importante notare come performance analoghe siano ottenute impiegando i segnali provenienti dall'IMU inclinata. Con riferimento alle figure 4.6 e 4.7, si osserva come l'angolo ricostruito con Madgwick e fornito dall'ABS in alcuni casi si discosti dall'inclinazione effettiva impostata al banco (step di 5°); questo è dovuto a un lieve movimento relativo della motocicletta rispetto alla piattaforma del banco.

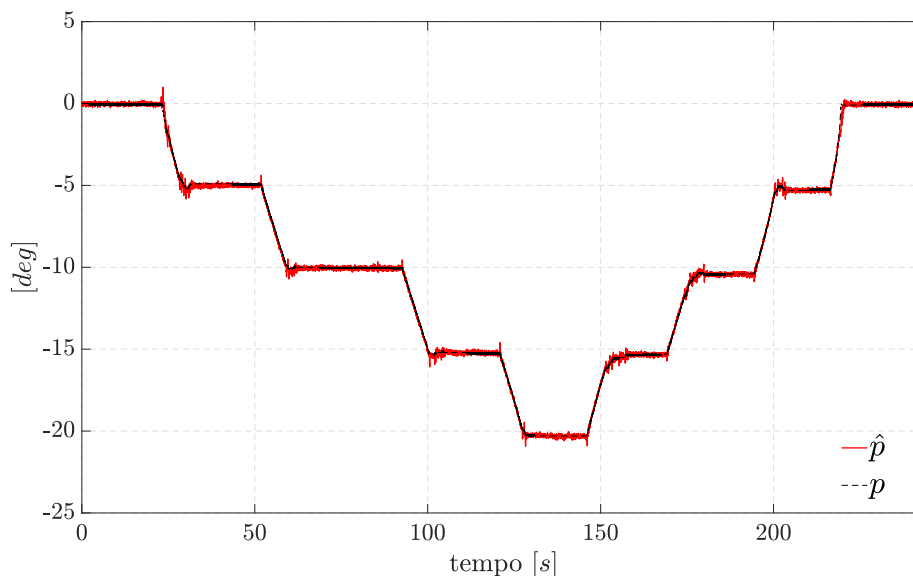


Figura 4.6: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in real-time sul veicolo in test statico a banco. Piattaforma Bosch: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 0.139^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 0.095^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

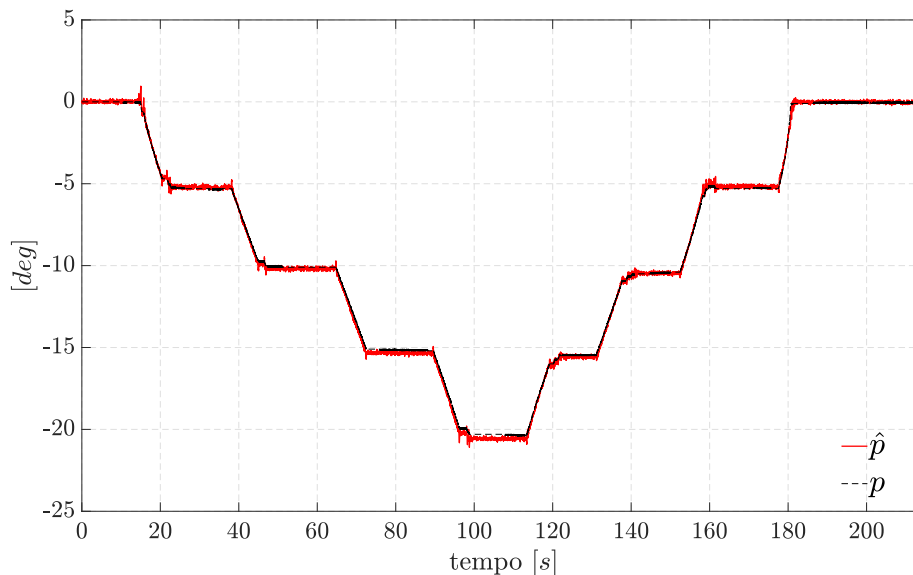


Figura 4.7: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in real-time sul veicolo in test statico a banco. Piattaforma Continental: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 0.172^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 0.132^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

	RMS	MAE
Pitch Bosch	0.139°	0.095°
Pitch Continental	0.172°	0.132°

Tabella 4.1: RMS e MAE per le stime di pitch ottenute con piattaforme Bosch e Continental, in real-time, durante un test statico a banco.

Considerando i profili di figura 4.6 e 4.7, il segnale dell'ABS non è affetto dal leggero rumore che influenza la ricostruzione ottenuta con Madgwick. Il disturbo può essere eliminato imponendo che, in condizioni di velocità nulla, l'uscita dell'algoritmo venga filtrata con un passa basso; il ritardo così introdotto è praticamente irrilevante poiché ci si trova in un contesto statico. Un'altra tecnica consiste nel richiedere che l'uscita dell'algoritmo sia gestita mediante un'isteresi, in modo da limitare il rumore di misura e ottenere un segnale più pulito. Queste strategie non sono utilizzate nello specifico di questa tesi poiché l'interesse nella ricostruzione dell'assetto è rivolto ai contesti dinamici; tuttavia una futura implementazione dell'algoritmo presentato deve prevedere la gestione di queste condizioni statiche.

Si evidenzia, infine, come questi test statici condotti a banco validino il funzionamento dell'algoritmo proposto in contesti inerziali, motivandone quindi la verifica in situazioni dinamiche, nelle quali sono coinvolte le caratteristiche peculiari della cinematica del veicolo a due ruote.

4.3 Aeroporto Militare di Treviso - Istrana

In seguito alla prova a banco statica descritta nella sezione precedente, viene effettuato un primo test dinamico per valutare le ricostruzioni degli angoli di assetto dell'algoritmo a veicolo in movimento. Questa attività è effettuata presso l'aeroporto militare di Istrana (o Treviso - Istrana). La conformazione delle piste di decollo/atterraggio consente una validazione esaustiva dell'angolo di pitch, mentre non permette una dinamica particolarmente accentuata per quanto riguarda il rollio. La parte principale di questo test è volta dunque all'analisi dell'angolo di beccheggio: a tal proposito vengono effettuate impennate di diversa durata ed entità e allo stesso tempo manovre di stoppie (sollevamento della ruota posteriore). Ovviamente, per poter effettuare test di questo genere i controlli elettronici presenti sul veicolo, in particolare l'ABS e l'AWC (anti impennata), sono abbassati o completamente disabilitati.

4.3.1 Piattaforma inerziale Bosch

Si procede analizzando le performance di ricostruzione ottenute utilizzando inizialmente la piattaforma Bosch disposta orizzontalmente. I risultati discussi nel seguito rappresentano una finestra intermedia dell'interno test svolto (di conseguenza le condizioni iniziali di tale slot temporale non sono nulle). Sono riportati, a titolo di esempio anche per i test successivi, i segnali acquisiti dall'IMU, descritti in figura 4.8 e 4.9 per giroscopio e accelerometro rispettivamente. Risulta evidente come queste misure siano più rumorose rispetto ai profili delle grandezze utilizzate nelle simulazioni del capitolo 3.

L'algoritmo presentato, oltre all'impiego dei segnali della piattaforma inerziale, richiede la conoscenza della velocità longitudinale del veicolo. Sulla base di quanto descritto in sezione 2.3.4, questa informazione è disponibile in maniera esatta solamente in ambiente di simulazione. In un contesto operativo reale le ruote foniche mettono a disposizione le velocità della ruota anteriore e posteriore, mentre non vi è nessuna in-

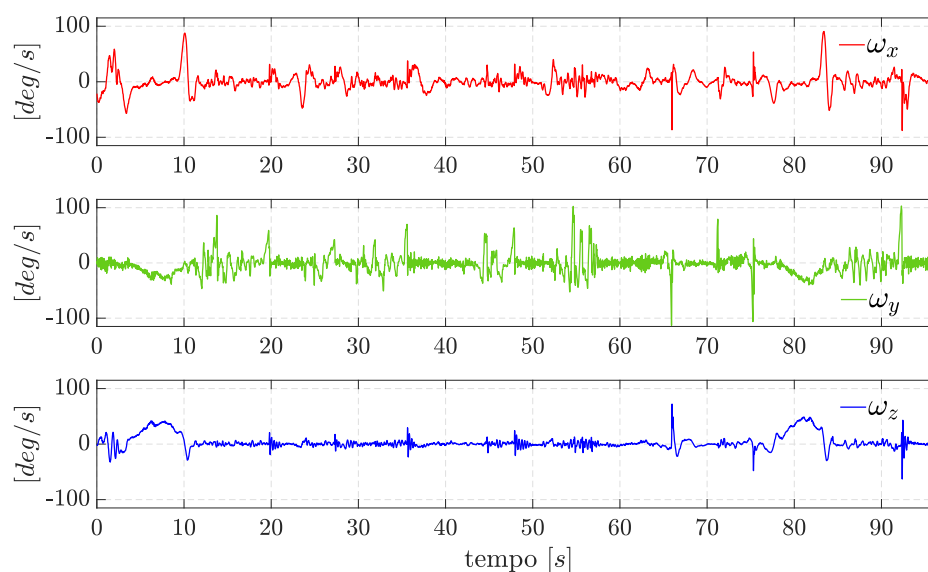


Figura 4.8: Segnali del giroscopio acquisiti dalla piattaforma Bosch, in contesto dinamico.

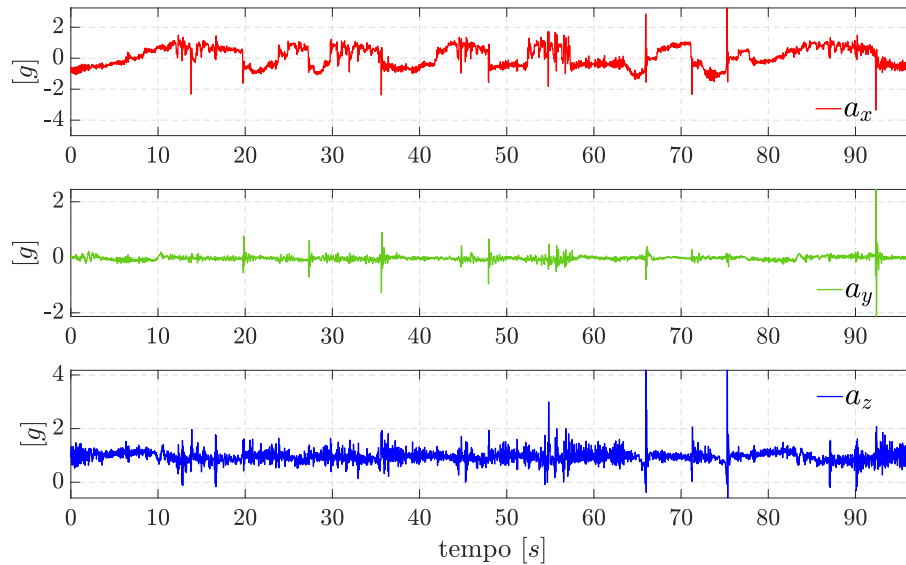


Figura 4.9: Segnali dell'accelerometro acquisiti dalla piattaforma Bosch, in contesto dinamico.

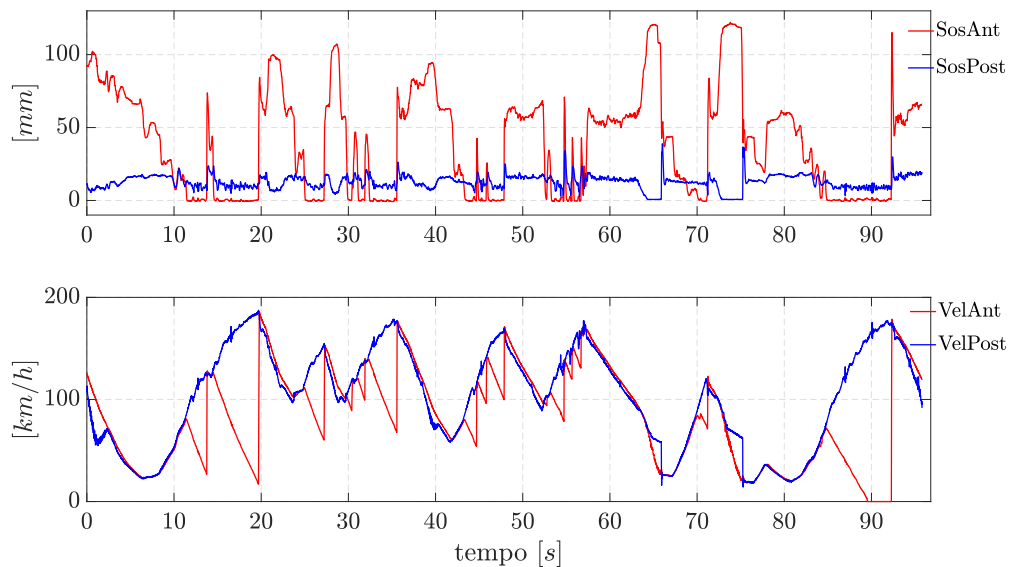


Figura 4.10: Segnali dei potenziometri sulle sospensioni (in alto) messi in relazione alle velocità delle corrispondenti ruote (in basso). Un segnale di 0 mm del potenziometro corrisponde a una completa estensione della sospensione; di conseguenza la ruota è sollevata dal terreno e la sua velocità perde di affidabilità. In questo test è ragionevole utilizzare la velocità posteriore.

formazione riguardante la velocità longitudinale effettiva. A tal proposito, nella prima parte di questi test, viene utilizzata la misura della ruota posteriore, poiché la maggior parte della manovre sono finalizzate all'impennata. Tuttavia è evidente come questa velocità sia influenzata, in fase di frenata, dal posteriore che si solleva leggermente dall'asfalto, mentre in fase di accelerazione risenta del pattinamento e dello slittamento dello pneumatico. Queste considerazioni sono motivate da quanto descritto in figura 4.10, dove la velocità viene messa in relazione al segnale dei potenziometri sulle sospensioni:

nel momento in cui il segnale del potenziometro è prossimo allo zero, la sospensione è completamente estesa, di conseguenza la ruota corrispondente è sollevata dal terreno e la velocità perde di significato. La figura 4.10 evidenzia la scelta ragionevole di prediligere la misura della velocità della ruota posteriore rispetto all'anteriore.

Tenendo presente questi ragionamenti, si ottengono le ricostruzioni di rollio e pitch riportate rispettivamente in figura 4.11 e 4.12. Gli andamenti qualitativi, uniti alle

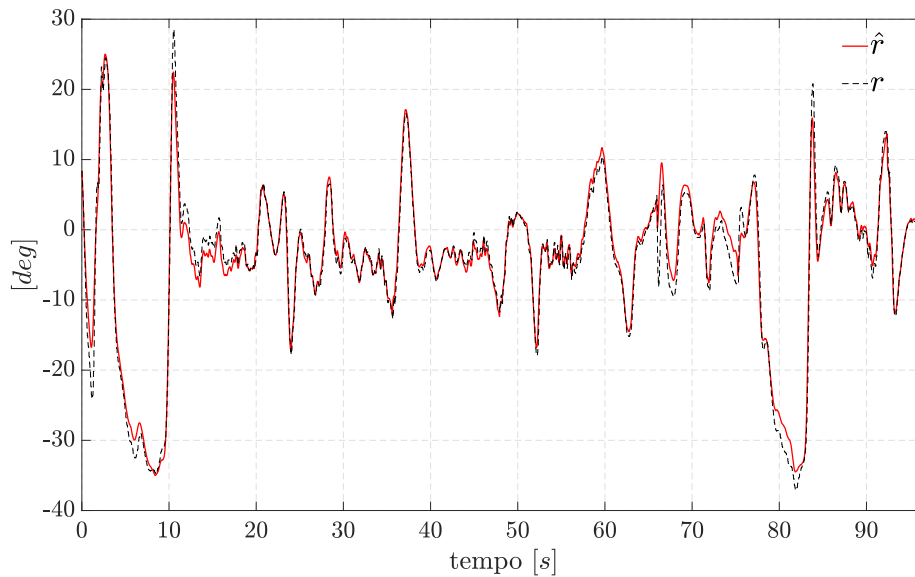


Figura 4.11: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite l'algoritmo eseguito in real-time sul veicolo, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità posteriore. Piattaforma Bosch: $\text{RMS}_{\hat{r}} = 1.746^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 1.190^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

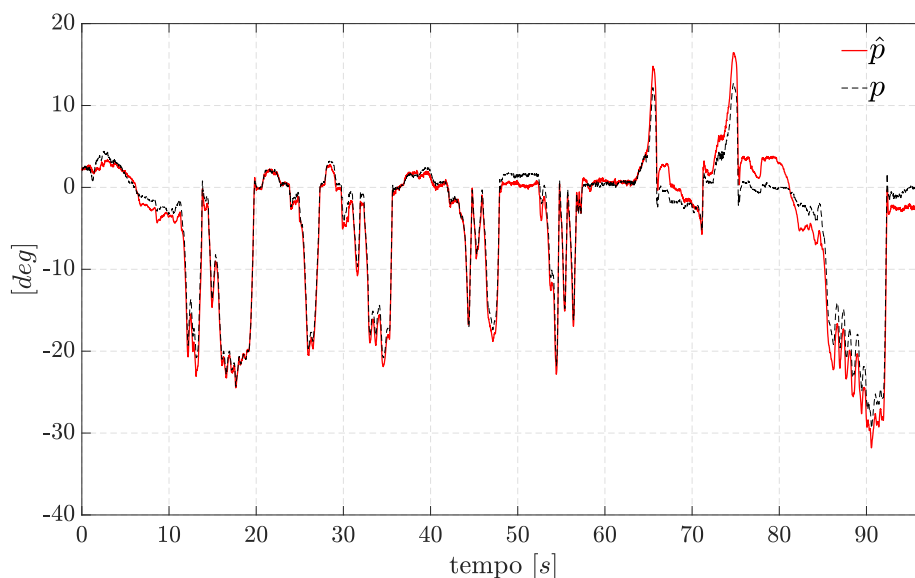


Figura 4.12: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in real-time sul veicolo, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità posteriore. Piattaforma Bosch: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 1.555^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 1.197^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

	RMS	MAE
Roll	1.746°	1.190°
Pitch	1.555°	1.197°

Tabella 4.2: RMS e MAE per le stime di roll e pitch ottenute con piattaforma Bosch, in real-time, durante un test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità posteriore.

metriche di RMS e MAE di tabella 4.2, descrivono ottime performance dell'algoritmo, che è in grado di ricostruire gli angoli di assetto in modo molto vicino ai riferimenti dell'ABS. Vale la pena notare che, per la conformazione piana della pista dell'aeroporto, l'angolo di pitch è interamente costituito dall'assetto effettivo della motocicletta, poiché non vi sono inclinazioni del manto stradale.

Sulla base di quanto discusso in precedenza riguardo la precisione con cui la velocità della ruota anteriore e posteriore descriva la reale velocità del veicolo, in fase di post-processing sono effettuate delle ulteriori attività. In particolare si ragiona come segue:

- la velocità anteriore, nelle fasi di non impennata, è la misura più affidabile della velocità del veicolo poiché non è soggetta allo slittamento dovuto alle accelerazioni;
- la velocità posteriore, nelle fasi di impennata, è più veritiera dell'anteriore poiché non si stacca da terra; tuttavia è soggetta allo slittamento che ne comporta dei leggeri incrementi.

Di conseguenza utilizzando la velocità più attendibile per ogni fase del moto del veicolo e raccordando i passaggi dall'una all'altra per non generare discontinuità, si ottiene un'informazione che, con buona approssimazione, descrive la velocità reale del veicolo e viene denominata come velocità anteriore corretta, come riportato in figura 4.13. Questo processo è svolto ad hoc solo per questo specifico test, poiché particolarmente adatto a tale strategia. Un'attività futura legata a questa tesi è costituita dallo sviluppo di un algoritmo che ricostruisca la velocità corretta del veicolo in qualsiasi contesto operativo, tenendo in considerazione anche la correzione legata all'angolo di rollio.

È importante notare che il segnale dei potenziometri viene utilizzato solamente per fornire un'interpretazione più dettagliata del comportamento del veicolo, ma non viene impiegato in nessun modo né nel calcolo degli angoli né nella correzione della velocità; si vuole ribadire questo aspetto poiché su un veicolo di produzione non sono disponibili tali sensori.

Utilizzando la velocità anteriore corretta ed eseguendo l'algoritmo in post-processing con i segnali di accelerometro e giroscopio acquisiti, si ottengono le ricostruzioni di roll e pitch riportate rispettivamente in 4.14 e 4.15. Con l'aiuto della tabella 4.3, dove sono riportati i valori quantitativi che descrivono le performance delle stime con la velocità anteriore corretta ponendole in relazione con quelle già riportate in tabella 4.2 riguardo la velocità posteriore, si notano degli importanti miglioramenti soprattutto per l'angolo di pitch. Tali progressi sono senza dubbio rilevanti, ma contenuti rispetto a quanto ci si potrebbe aspettare; questo è dovuto al fatto che la velocità posteriore

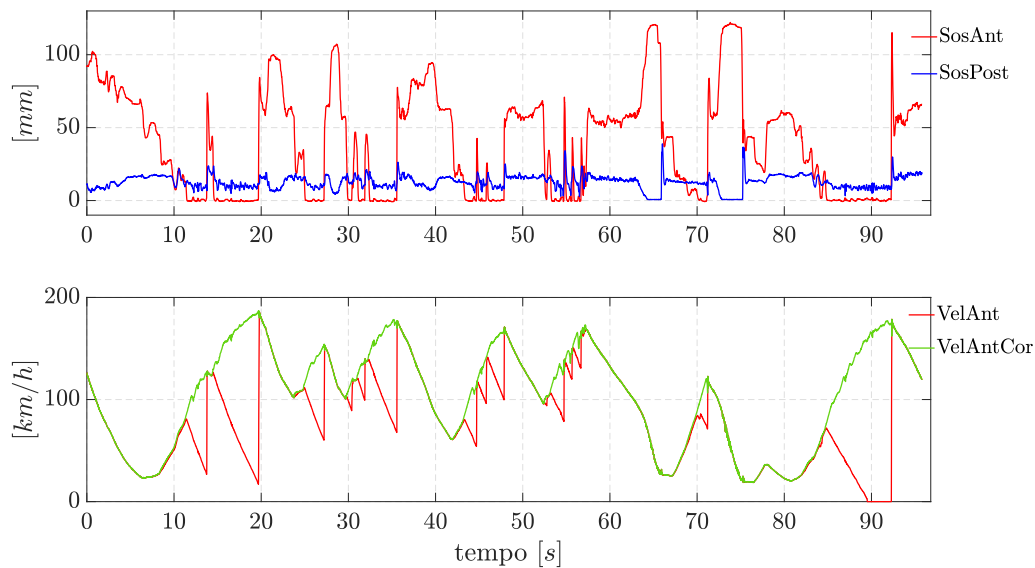


Figura 4.13: Velocità anteriore corretta (in basso) ottenuta utilizzando la velocità anteriore nelle fasi di non impennata, la velocità posteriore nelle fasi di impennata e raccordando le discontinuità nei passaggi dall'una all'altra. Segnali dei potenziometri (in alto): un segnale di 0mm del potenziometro corrisponde alla completa estensione della sospensione.

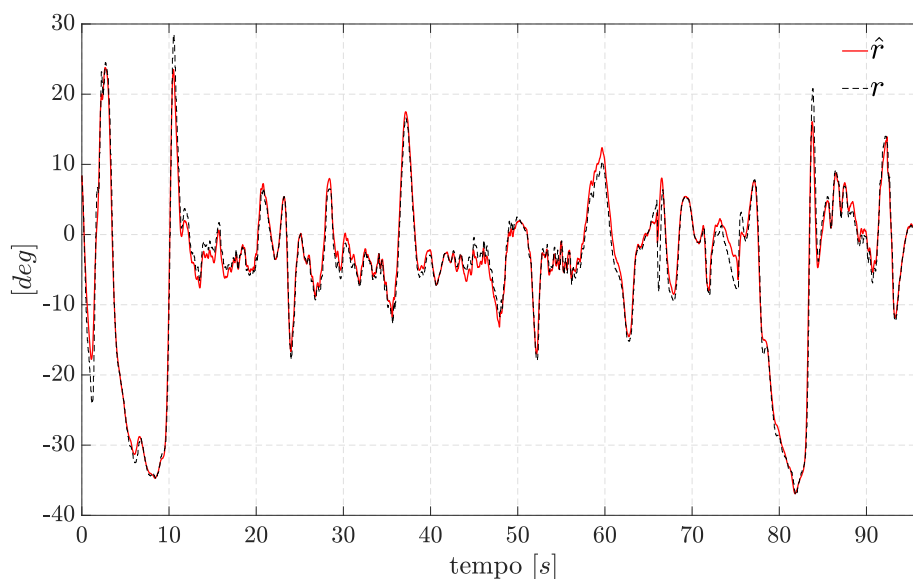


Figura 4.14: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite l'algoritmo eseguito in post-processing, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità anteriore corretta. Piattaforma Bosch: $\text{RMS}_{\hat{r}} = 1.523^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 1.052^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

precedentemente utilizzata è già particolarmente affidabile e molto simile alla velocità anteriore corretta. Infatti, l'asfalto presente in aeroporto fornisce un grip molto elevato, che riduce lo slittamento della ruota posteriore. In contesti in cui vi sia un maggior fenomeno di pattinamento del posteriore, ci si aspetta una divario maggiore poiché in questo caso, anche in fase di non impennata la velocità posteriore perde di affidabilità.

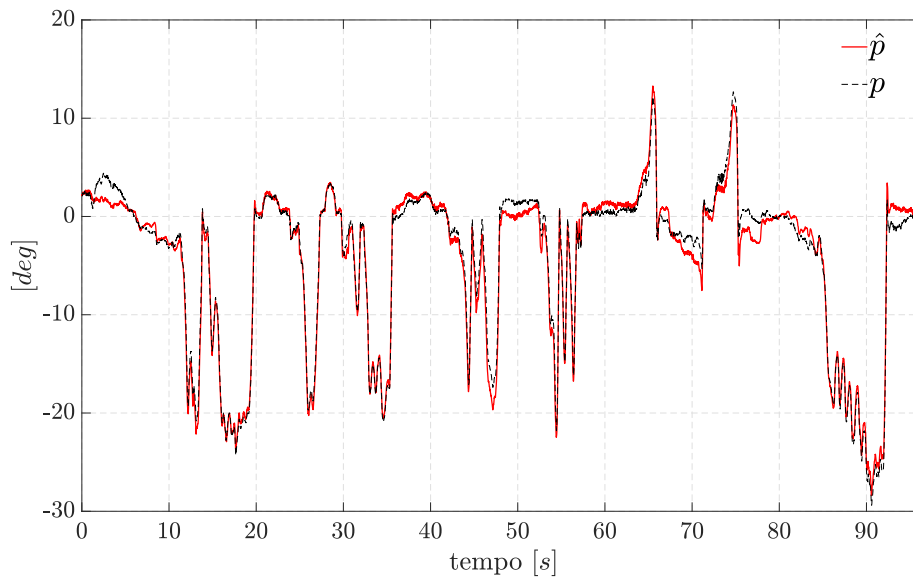


Figura 4.15: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in post-processing, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità anteriore corretta. Piattaforma Bosch: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 0.997^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 0.796^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

	$\text{RMS}_{VelAntCorr}$	$\text{MAE}_{VelAntCorr}$	$\text{RMS}_{VelPost}$	$\text{MAE}_{VelPost}$
Roll	1.532°	1.052°	1.746°	1.190°
Pitch	0.997°	0.796°	1.555°	1.197°

Tabella 4.3: RMS e MAE per le stime di roll e pitch ottenute con velocità anteriore corretta e velocità posteriore, con piattaforma Bosch, durante un test dinamico in aeroporto.

Analizzando più nel dettaglio l'aspetto qualitativo della ricostruzione del pitch di figura 4.15, si vede come le differenze maggiori tra la stima e il riferimento siano in corrispondenza di piccoli angoli, mentre nel caso di impennate e stoppie di grande entità, i due segnali siano praticamente coincidenti.

In conclusione, risulta evidente come sia necessaria una strategia che ricostruisca la reale velocità del veicolo, poiché con questa informazione si ottiene una ricostruzione degli angoli di assetto del veicolo ottima e molto soddisfacente. Questa necessità verrà sottolineata nei test successivi, effettuati nel circuito di Imola, dove la stima con la velocità posteriore, in certe fasi del test, si discosta dal riferimento di una quantità non trascurabile.

4.3.2 Piattaforma inerziale Continental

In accordo con quanto presentato nella sezione 4.3.1, vengono ora riportati i risultati di un secondo test in aeroporto, analogo al precedente e condotto utilizzando la piattaforma prototipo Continental. Con le stesse considerazioni discusse in 4.3.1, anche in questo caso viene inizialmente utilizzata l'informazione della velocità posteriore poiché,

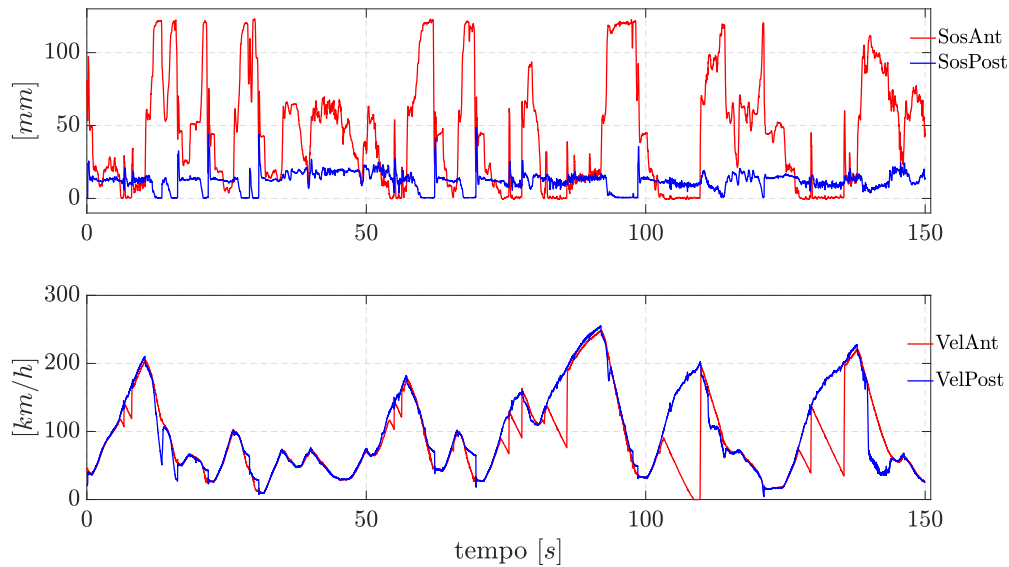


Figura 4.16: Segnali dei potenziometri sulle sospensioni (in alto) messi in relazione alle velocità delle corrispondenti ruote (in basso). Un segnale di 0 mm del potenziometro corrisponde a una completa estensione della sospensione.

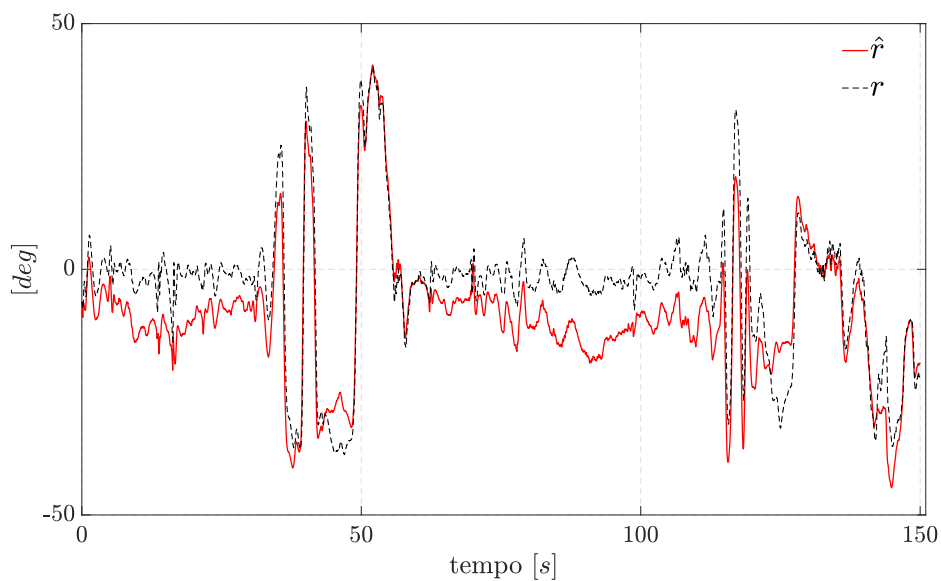


Figura 4.17: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite l'algoritmo eseguito in real-time, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità posteriore. Piattaforma prototipo Continental: $\text{RMS}_{\hat{r}} = 8.094^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 7.031^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

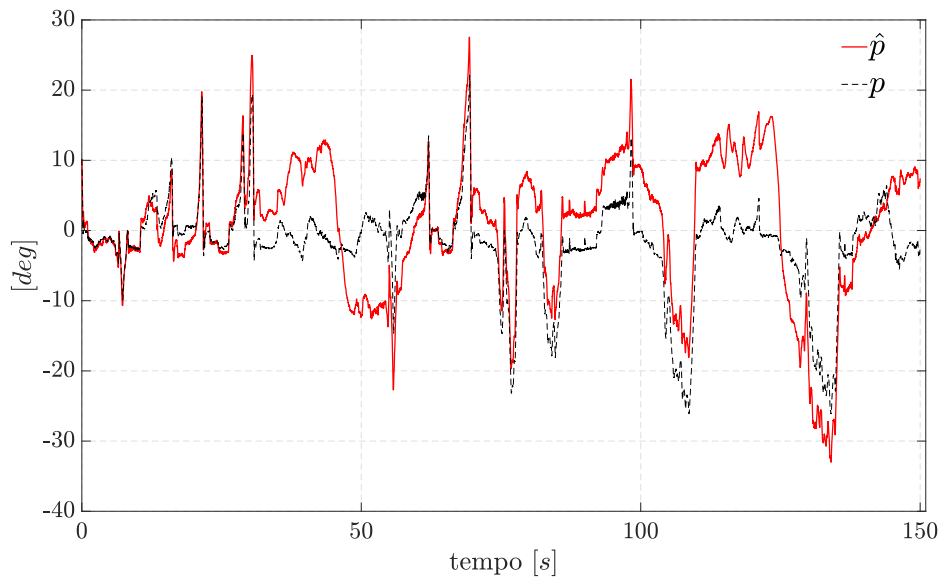


Figura 4.18: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in real-time, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità posteriore. Piattaforma prototipo Continental: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 7.051^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 5.848^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

	RMS	MAE
Roll	8.094°	7.031°
Pitch	7.051°	5.848°

Tabella 4.4: RMS e MAE per le stime di roll e pitch ottenute con piattaforma prototipo Continental, in real-time, test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità posteriore.

come descritto in figura 4.16, è sicuramente più attendibile dell'anteriore. I risultati in real-time della prova così condotta sono rappresentati in figura 4.17 e 4.18 per roll e pitch rispettivamente. È evidente come le performance delle stime ottenute non siano assolutamente soddisfacenti (tabella 4.4); soprattutto alla luce degli ottimi risultati raggiunti con la piattaforma Bosch, in una prova completamente analoga. Ribadendo il fatto che la IMU Continental sia un campione prototipo, si vanno ad analizzare i segnali di accelerometro e giroscopio, al fine di comprendere il motivo di queste stime poco attendibili. In particolare, per i segnali forniti dal giroscopio si nota che, in un test statico a veicolo fermo, le velocità angolari non sono nulle ma presentano degli offset costanti non trascurabili, figura 4.19. Questo aspetto influenza ovviamente anche i segnali utilizzati nella prova a banco inclinato discussa in 4.2; tuttavia poiché in condizioni statiche l'algoritmo utilizza maggiormente l'informazione degli accelerometri, l'errato azzeramento della parte giroscopica viene mascherato dalle ottime performance ugualmente raggiunte.

Con riferimento alla figura 4.19 si nota come sia presente anche un rumore a media nulla; la varianza di tale disturbo è comunque contenuta poiché il test è stato condotto

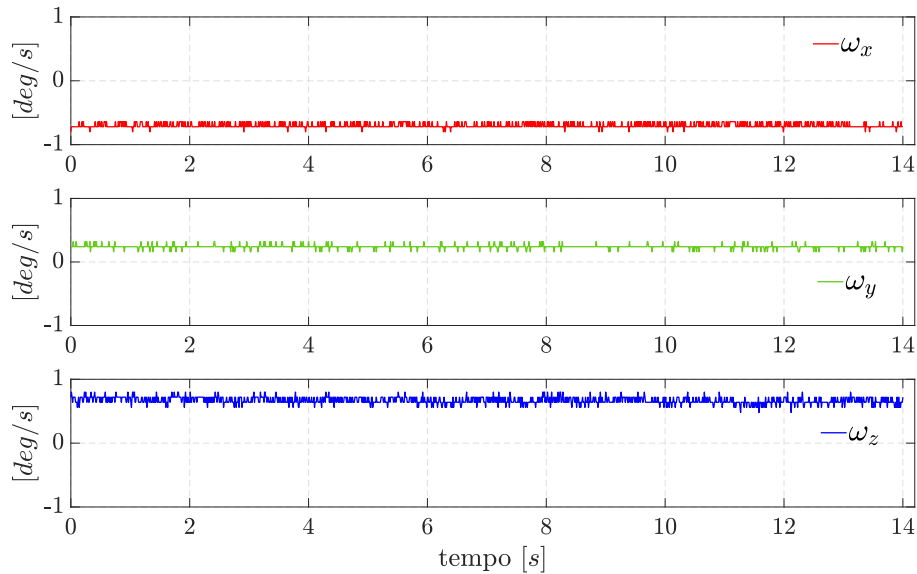


Figura 4.19: Offset costante dei giroscopi delle piattaforma prototipo Continental, in un test statico a veicolo fermo e spento. La varianza del rumore a media nulla è contenuta poiché l'acquisizione è condotta a veicolo spento, per poter apprezzare gli offset.

a veicolo spento, per apprezzare maggiormente la presenza del termine di bias.

L'effetto di un contributo di rumore costante, come descritto in simulazione in sezione 3.2.3, è la causa principale del notevole peggioramento delle stime, poiché la sua integrazione genera un effetto di deriva. In attività di post-processing, dalle misure

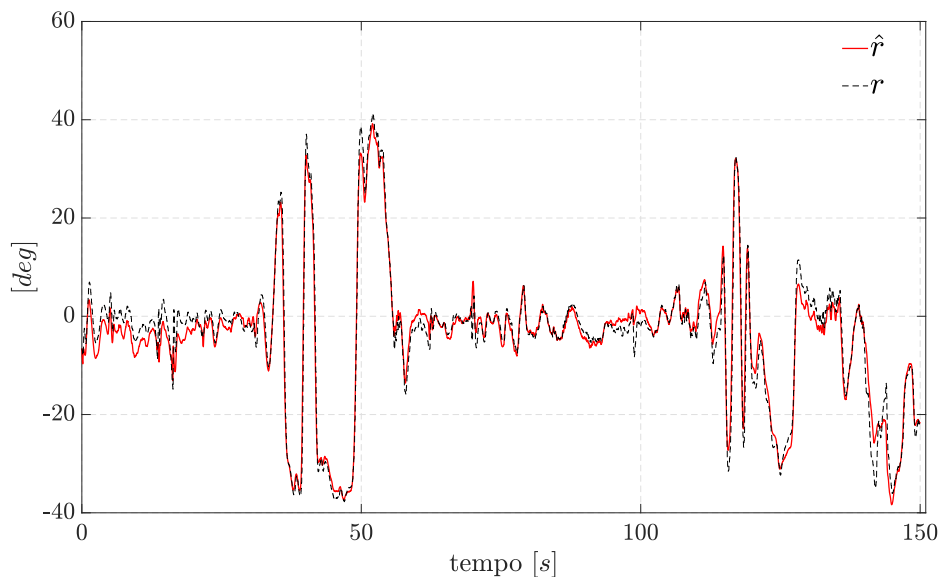


Figura 4.20: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite l'algoritmo eseguito in post-processing, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la compensazione degli offset dei giroscopi; la velocità impiegata è la posteriore. Piattaforma prototipo Continental: $\text{RMS}_{\hat{r}} = 2.543^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 1.871^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

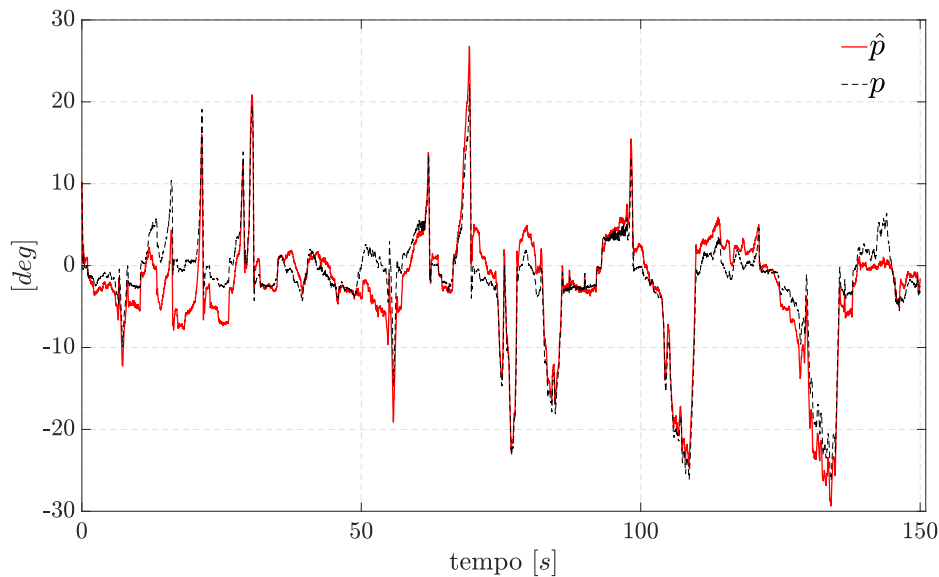


Figura 4.21: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in post-processing, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la compensazione degli offset dei giroscopi; la velocità impiegata è la posteriore. Piattaforma prototipo Continental: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 2.674^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 2.081^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

	$\text{RMS}_{\text{compensato}}$	$\text{MAE}_{\text{compensato}}$	$\text{RMS}_{\text{originale}}$	$\text{MAE}_{\text{originale}}$
Roll	2.543°	1.871°	8.094°	7.031°
Pitch	2.674°	2.081°	7.051°	5.848°

Tabella 4.5: RMS e MAE per le stime di roll e pitch ottenute con la compensazione degli offset e senza correzione degli offset (valori originali). Piattaforma prototipo Continental, con l'impiego della velocità posteriore; test dinamico in aeroporto.

riportate in figura 4.19 viene calcolato l'offset corrispondente a ciascun asse del giroscopio; in seguito sono compensate le velocità angolari acquisite nel test in aeroporto e viene applicato nuovamente l'algoritmo di Madgwick (in condizioni di post-processing). I profili di roll e pitch così ottenuti sono descritti nelle figure 4.20 e 4.21. Con l'aiuto della tabella, risulta evidente come la correzione dei termini di offset e il conseguente l'azzeramento delle velocità angolari in condizioni statiche comportino un notevole miglioramento dei risultati.

Vale la pena sottolineare come la strategia di compensazione degli offset costanti utilizzata in questa tesi, sia effettuata in seguito a delle semplici acquisizioni a veicolo fermo, allo scopo di ricercare, in linea di massima, la causa delle performance poco soddisfacenti. Un algoritmo efficiente che utilizzi piattaforme prototipo di questo genere, deve prevedere una tecnica di compensazione dinamica sicuramente più accurata, che aggiorni gli offset ogniqualvolta le condizioni di moto del veicolo lo permettano. È infatti noto come i giroscopi risentano delle condizioni ambientali nelle quali operano, in

primis la temperatura. Tale aspetto è sicuramente oggetto di attività di studio future.

In maniera analoga a quanto visto in sezione 4.3.1 per la piattaforma Bosch, anche in questo caso si procede con l'ulteriore analisi delle performance ottenute ricorrendo ai segnali di velocità anteriore corretta. Infatti, con gli stessi ragionamenti descritti nel te-

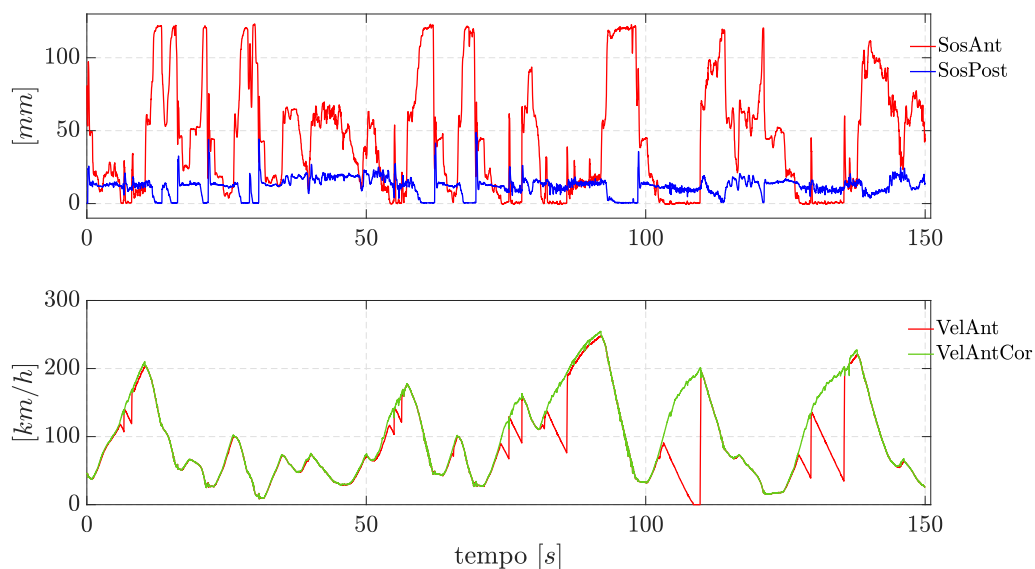


Figura 4.22: Velocità anteriore corretta (in basso) ottenuta utilizzando la velocità anteriore nelle fasi di non impennata, la velocità posteriore nelle fasi di impennata e raccordando le discontinuità nei passaggi dall'una all'altra. Segnali dei potenziometri (in alto): un segnale di $0mm$ del potenziometro corrisponde alla completa estensione della sospensione.

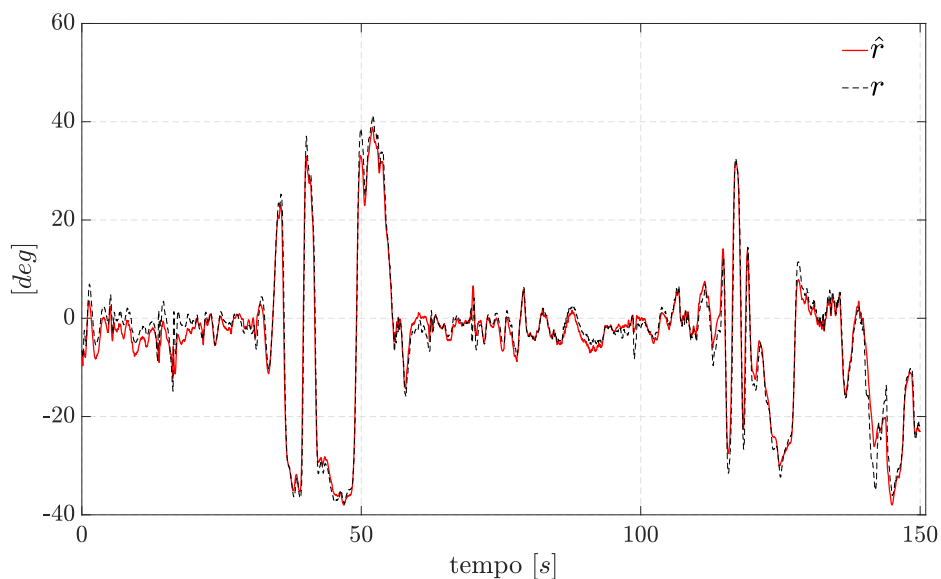


Figura 4.23: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite l'algoritmo eseguito in post-processing, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità anteriore corretta e la compensazione degli offset del giroscopio. Piattaforma prototipo Continental: $RMS_{\hat{r}} = 2.308^\circ$ e $MAE_{\hat{r}} = 1.665^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

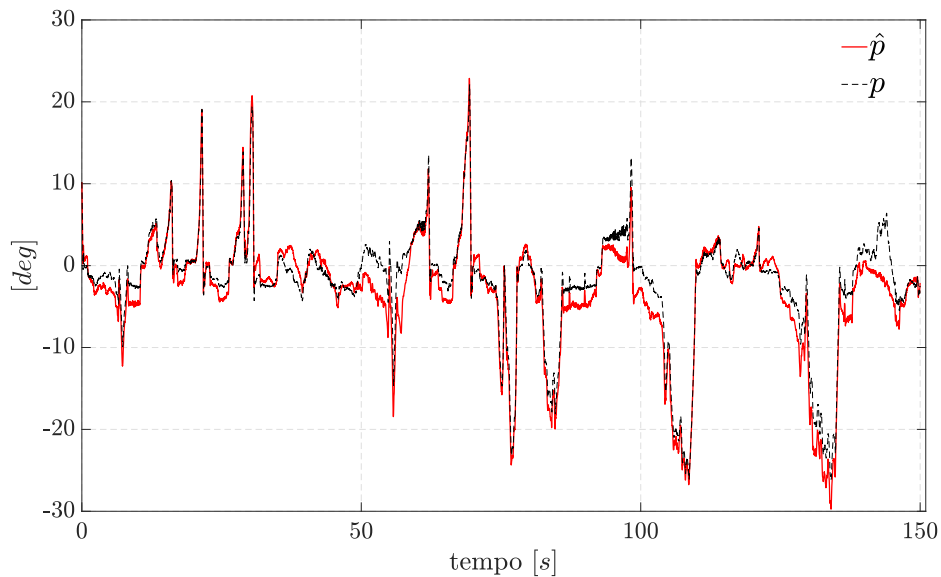


Figura 4.24: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in post-processing, in test dinamico in aeroporto, utilizzando la velocità anteriore corretta e la compensazione degli offset del giroscopio. Piattaforma prototipo Continental: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 2.154^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 1.661^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

	RMS	MAE
Roll	2.308°	1.665°
Pitch	2.154°	1.661°

Tabella 4.6: RMS e MAE per le stime di roll e pitch ottenute con piattaforma prototipo Continental, in post-processing, con compensazione degli offset dei giroscopi e utilizzando la velocità anteriore corretta; test dinamico in aeroporto.

st con Bosch, in fase di post-processing viene elaborata una stima molto affidabile della velocità del veicolo effettiva, figura 4.22. Questa informazione, unita alla compensazione degli offset del giroscopio appena discussi, porta alle stime rappresentate in figura 4.23 e 4.24. Le performance ottenute con quest'ultimo setup, riassunte in tabella 4.6, sottolineano la robustezza dell'algoritmo proposto che permette di raggiungere ottimi risultati sia con piattaforma Bosch che con IMU prototipo Continental. Si ribadisce che le stime con Continental risentono in maniera significativa dell'accuratezza della compensazione degli offset. Ci si aspetta che una strategia dinamica sviluppata ad hoc per questo scopo fornisca risultati migliori, comparabili con quelli di Bosch.

Si evidenzia infine che, in tutti i test svolti in aeroporto, i risultati ottenuti utilizzando i segnali della piattaforma Bosch inclinata sono comparabili con le stime discusse in 4.3.1 e per semplicità sono stati tralasciati. Questo ribadisce nuovamente la robustezza dell'algoritmo proposto.

4.4 Autodromo di Imola - Enzo e Dino Ferrari

L'ultima prova presentata in questa tesi riguarda un test dinamico in pista, effettuato presso l'autodromo di Imola (autodromo Enzo e Dino Ferrari). Questa attività si sviluppa in seguito agli ottimi risultati ottenuti in aeroporto ad Istrana, andando a fornire una validazione completa dell'algoritmo. A tal proposito infatti si analizzano le performance dell'angolo di pitch e inoltre, poiché il layout della pista lo permette, si possono valutare in maniera più accurata le stime dell'angolo di rollio; questo aspetto è secondario nei test di sezione 4.3.1 poiché la pista dell'aeroporto non è propriamente idonea ad angoli di piega elevati. Viene fornita infine una valutazione quantitativa delle performance dell'angolo di yaw, basata sul fatto che in un giro di pista completo, tale angolo sia prossimo ai 360° .

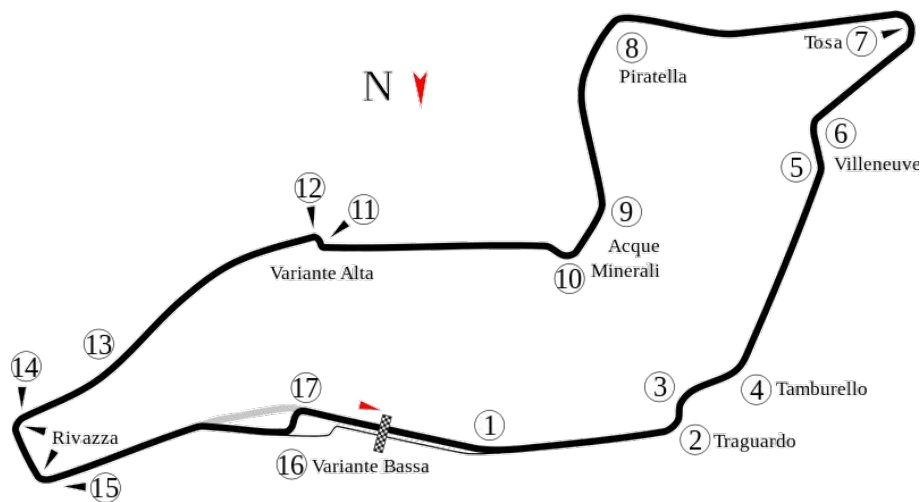


Figura 4.25: Autodromo di Imola - Enzo e Dino Ferrari. Il circuito presenta dei sali scendi molto accentuati in corrispondenza del tratto dalla curva Tosa alle Rivazza; il settore rimanente ha una pendenza con buona approssimazione trascurabile.

In base alla conformazione del circuito di Imola, è importante notare che il tracciato presenta pendenze rilevanti, che vanno dunque ad aggiungersi all'angolo di impennata effettivo della sola motocicletta. In questo caso quindi il pitch ricostruito è comprensivo dell'inclinazione dell'asfalto e dell'angolo di assetto effettivo del veicolo. In particolare, con riferimento alla descrizione del tracciato di figura 4.25, si ha un tratto in salita a partire dalla curva Tosa, fino alla Piratella; in seguito la pista scende verso il settore delle Acque Minerali per poi risalire fino alla Variante Alta; infine si scende nuovamente alle Rivazza che danno inizio alla sezione piana del tracciato che si conclude, come detto, alla Tosa. È importante tenere in considerazione questi sali scendi poiché giustificano valori dell'angolo di pitch, in modulo, elevati, seppur in assenza di impennate o stoppie.

A differenza di quanto presentato in sezione 4.3, in questo caso si descrivono i risultati ottenuti utilizzando i segnali della piattaforma inerziale Bosch inclinata di 42° rispetto all'orizzontale (più precisamente ruotata di 90° in z e successivamente di -42° in x , si veda l'immagine 4.3a). Come descritto in sezione 4.1, le misure di questa piattaforma vengono prima ruotate nel sistema di riferimento canonico del veicolo e

successivamente si applica l'algoritmo di Madgwick. Questa operazione è compiuta in real-time direttamente dalla centralina Etas.

La prova svolta è un singolo giro di pista lanciato, ottenuto finestrando un'acquisizione completa; le condizioni iniziali del test sono di conseguenza non nulle. Le velocità angolari e le accelerazioni acquisite e ruotate nel frame canonico sono riportate in figura 4.26 e 4.27 rispettivamente, le quali sottolineano la rumorosità delle misure coinvolte nell'analisi.

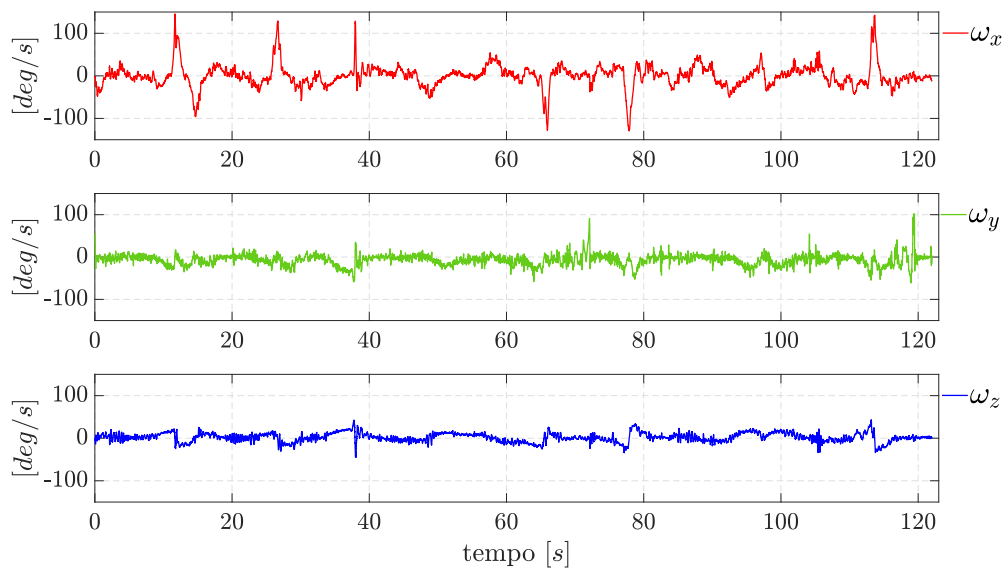


Figura 4.26: Segnali del giroscopio acquisiti dalla piattaforma Bosch inclinata 42° e ruotati nel sistema di riferimento canonico; contesto dinamico, test nel circuito di Imola.

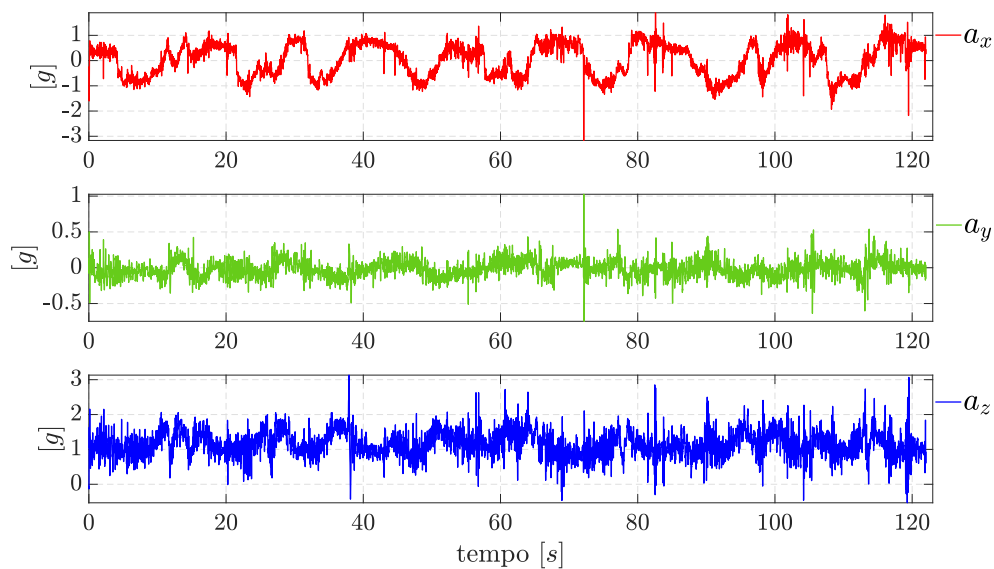


Figura 4.27: Segnali dell'accelerometro acquisiti dalla piattaforma Bosch inclinata di 42° e ruotati nel sistema di riferimento canonico; contesto dinamico, test nel circuito di Imola.

Un aspetto rilevante per comprendere i risultati e le performance descritti in seguito, è l'informazione della velocità del veicolo (figura 4.28). In modo analogo a quanto presentato in tutte le attività discusse in precedenza, anche in questo caso il segnale di velocità posteriore fornisce nel complesso una rappresentazione più fedele della reale velocità del centro di massa del veicolo. L'anteriore infatti è soggetta a numerose impennate che ne compromettono la bontà del segnale di velocità. Tuttavia, analizzando nel dettaglio la figura 4.28, è evidente come la velocità posteriore sia fortemente influenzata da slittamenti nelle fasi di accelerazione e da leggere derapate e saltellamenti nelle fasi di frenata. Ci si aspetta dunque che le stime ottenute con l'utilizzo della velocità posteriore risentano di tali disturbi.

Diversamente dalle attività di sezione 4.3, nel caso dei test di Imola non è possibile utilizzare l'algoritmo di correzione della velocità anteriore poiché tale codice è sviluppato ad hoc per il layout dell'aeroporto (sfruttando in particolare gli aspetti di rollio contenuto e pendenze dell'asfalto assenti). Vale la pena sottolineare che, per ottenere performance di ricostruzioni affidabili indipendentemente dalle condizioni di slittamento della ruota posteriore, è necessario sviluppare un algoritmo che ricostruisca la velocità corretta del veicolo, in qualsiasi condizione operativa. Tale aspetto è sicuramente un punto di partenza per uno sviluppo futuro di questa attività di tesi.

In fase di post-processing sono svolte attività riguardanti l'utilizzo della velocità fornita dal modulo GPS presente sul veicolo. Tuttavia tale soluzione non è utilizzabile a causa del ritardo dovuto al segnale GPS; inoltre una strategia di controllo basata su un'informazione satellitare non sarebbe sufficientemente robusta, poiché fortemente dipendente dalla copertura del segnale.

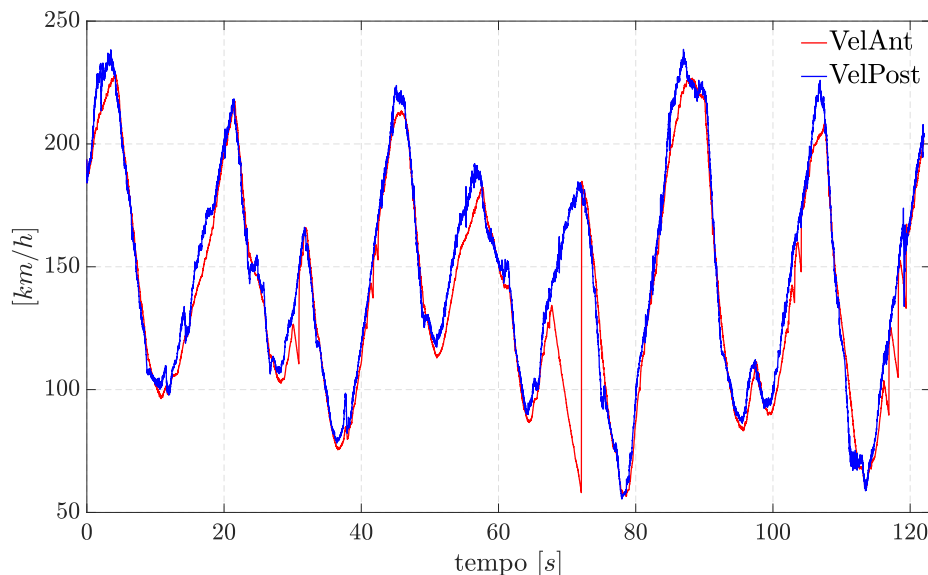


Figura 4.28: Velocità anteriore e posteriore fornita dalle ruote foniche. La velocità posteriore è affetta in maniera importante da slittamenti in fase di accelerazione; derapate e saltellamenti in fase di frenata. Tuttavia, a causa delle impennate importanti che influenzano l'anteriore, l'informazione più attendibile sulla velocità del veicolo è fornita dal posteriore.

Sulla base delle considerazioni discusse in precedenza, le stime ricostruite in real-time, utilizzando i segnali della piattaforma Bosch inclinata e ricorrendo alla velocità della ruota posteriore, sono riportati in figura 4.29, 4.30 e 4.31 per roll, pitch e yaw rispettivamente. Con l'aiuto della tabella 4.7, le performance dell'algoritmo in relazione agli angoli di roll e pitch risultano essere molto vicine ai riferimenti e assolutamente soddisfacenti. Tenendo conto del segnale di velocità utilizzato ci si aspetta che, nel

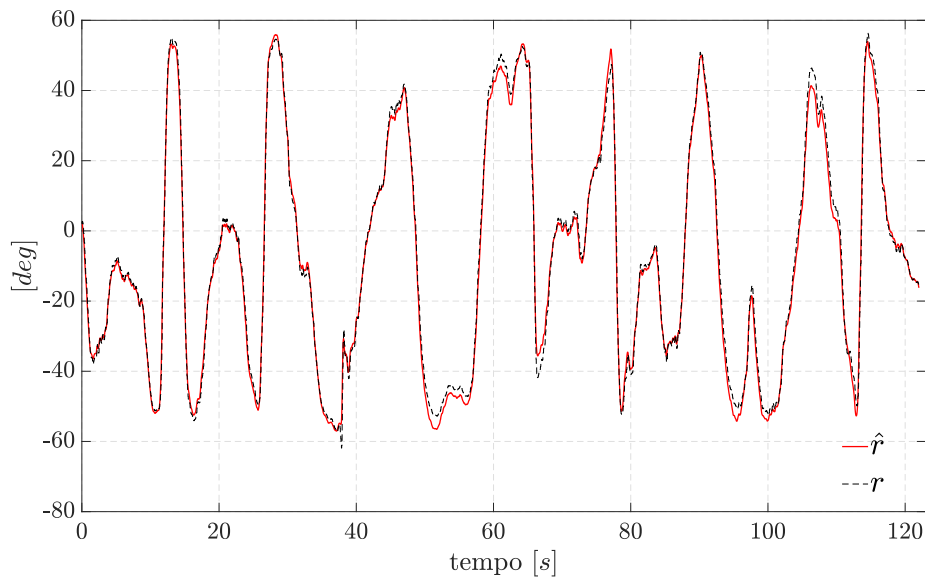


Figura 4.29: Ricostruzione dell'angolo di roll \hat{r} tramite l'algoritmo eseguito in real-time, in test dinamico nel circuito di Imola, utilizzando la velocità posteriore. Piattaforma Bosch inclinata: $\text{RMS}_{\hat{r}} = 2.242^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{r}} = 1.756^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

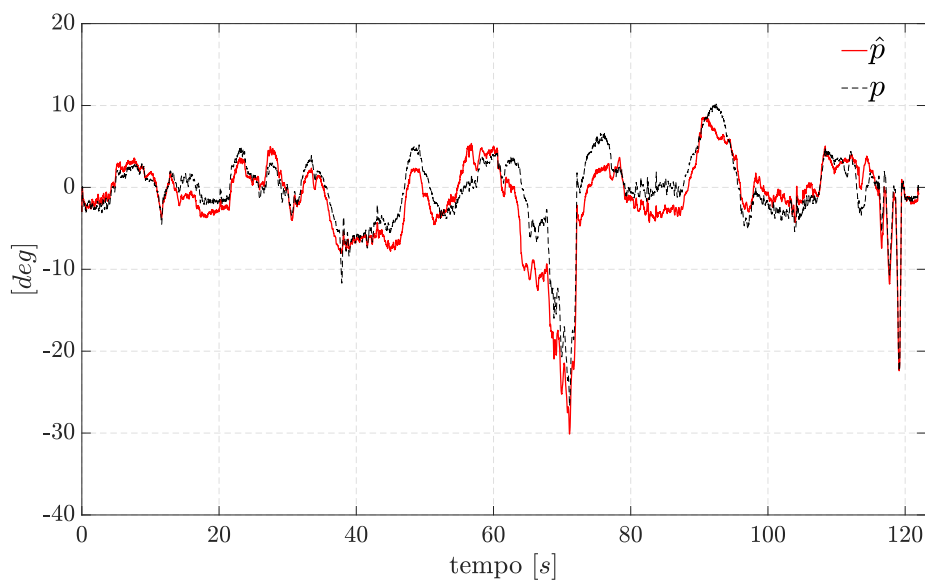


Figura 4.30: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in real-time, in test dinamico nel circuito di Imola, utilizzando la velocità posteriore. Piattaforma Bosch inclinata: $\text{RMS}_{\hat{p}} = 2.354^\circ$ e $\text{MAE}_{\hat{p}} = 1.799^\circ$; il riferimento è il segnale ABS Bosch.

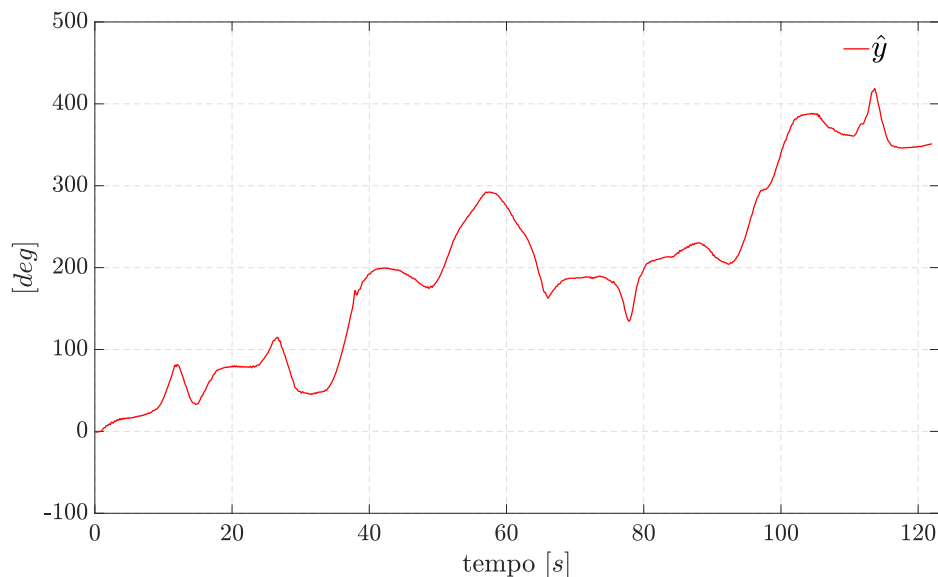


Figura 4.31: Ricostruzione dell'angolo di pitch \hat{p} tramite l'algoritmo eseguito in real-time, in test dinamico nel circuito di Imola, utilizzando la velocità posteriore. Piattaforma Bosch inclinata. L'ABS di Bosch non fornisce un riferimento per l'angolo di yaw. Si valuta il valore finale della stima in corrispondenza di un giro completo: 351° .

	RMS	MAE
Roll	2.42°	1.756°
Pitch	2.354°	1.799°

Tabella 4.7: RMS e MAE per le stime di roll e pitch ottenute con piattaforma Bosch inclinata, in real-time, durante un test dinamico nel circuito di Imola, utilizzando la velocità posteriore.

momento in cui sia disponibile una velocità più veritiera, la bontà delle stime migliori notevolmente.

A questo punto, è importante sottolineare che in tutti i test svolti direttamente sul veicolo, i segnali considerati come riferimenti per roll e pitch sono le grandezze fornite dal sistema ABS di Bosch. Tuttavia, alcune acquisizioni effettuate hanno evidenziato delle leggere incongruenze tra il segnale dell'ABS e la condizione del veicolo in quel momento. Di conseguenza, per il proseguo di questa attività di lavoro è necessario confrontare le stime dell'algoritmo di Madgwick e gli angoli dell'ABS con un sistema di misure particolarmente affidabile. Nello specifico le ricostruzioni geometriche ricavate da sensori laser che misurino effettivamente le variazioni di altezza del veicolo, fornendo in maniera esatta i reali angoli di assetto della motocicletta.

Per quanto riguarda la bontà della ricostruzione dell'angolo di yaw, in questo caso non sono disponibili segnali di riferimento. Il dataset utilizzato rappresenta, con buona approssimazione, un giro di pista completo. Di conseguenza, a meno di eventuali disallineamenti dovuti alla differente traiettoria percorsa dal pilota collaudatore nel passaggio

sulla linea del traguardo all'inizio e alla fine del giro, ci si aspetta che lo yaw compia un angolo complessivo di 360° . Con riferimento alla figura 4.31, si ottiene che il valore finale del segnale ricostruito è di 351° . Tenendo conto delle approssimazioni appena descritte e considerando che la stima dell'angolo di yaw è ottenuta per mezzo della sola integrazione dei giroscopi, la bontà della ricostruzione complessiva è soddisfacente. Rimane da valutare l'accuratezza del profilo dello yaw nel dettaglio.

Si sottolinea inoltre che performance del tutto analoghe a quelle appena descritte sono ottenute utilizzando la piattaforma Bosch disposta orizzontalmente. Per quanto riguarda l'impiego della IMU prototipo Continental, sono svolti test che prevedono la compensazione degli offset costanti, sulla base di acquisizioni precedenti. Tuttavia le attività analizzate, evidenziano una forte dipendenza di questi offset dalla temperatura, con una conseguente variazione nel corso del test (il valore dell'offset all'inizio della prova risulta differente da quello acquisito alla fine). Le stime così ottenute sono quindi affette da un rumore non trascurabile e sono riportate, dal punto di vista quantitativo, in tabella 4.8. I valori numerici ribadiscono l'importanza di sviluppare una strategia di compensazione online degli offset di fabbrica al fine di ottenere risultati simili a quelli ricostruiti con Bosch. Questa attività è sicuramente oggetto di studi futuri.

	RMS	MAE
Roll	3.032°	2.376°
Pitch	4.300°	3.454°

Tabella 4.8: RMS e MAE per le stime di roll e pitch ottenute con piattaforma prototipo Continental, in real-time, con compensazione degli offset costanti del giroscopio, durante un test dinamico nel circuito di Imola, utilizzando la velocità posteriore. Gli offset risentono della temperatura e risultano essere differenti all'inizio e alla fine del test. Questo sottolinea la necessità di una compensazione più accurata.

In conclusione, si evidenzia che le performance presentate in questa sezione sono analoghe ai risultati delle ricostruzioni effettuate su altri giri di pista del circuito di Imola. Inoltre, l'algoritmo eseguito in post-processing su dati di acquisizioni nell'autodromo internazionale del Mugello fornisce ricostruzioni con le medesime performance, sottolineando la robustezza e la bontà della soluzione proposta e ribadendo in maniera importante il problema già ampiamente discusso di disporre di una buona conoscenza della velocità effettiva del veicolo.

Capitolo 5

Conclusioni

L'algoritmo presentato in questa tesi affronta il problema della ricostruzione degli angoli di assetto di una motocicletta, nell'ottica di un'implementazione su veicoli di produzione. L'attività svolta prevede delle linee di progetto ben precise riguardo la ridotta capacità di calcolo richiesta dall'algoritmo e la tipologia di sensori utilizzati. Questi vincoli di progetto sono dovuti al fatto che il codice sviluppato e validato in simulazione viene successivamente implementato in centralina e testato direttamente sul veicolo. In questo modo i risultati della ricostruzione dell'assetto sono disponibili in real-time direttamente sulla motocicletta e possono essere utilizzati per una futura strategia di controllo. Per quanto riguarda i sensori, su un veicolo di produzione sono normalmente disponibili le informazioni di accelerazioni e velocità angolari fornite da una piattaforma inerziale a sei assi.

Tenendo in considerazione i vincoli di progetto dell'attività, sono analizzate le strategie presenti in letteratura, tra le quali il filtro di Kalman esteso (EKF) e la strategia proposta da Madgwick. Per le ragioni della ridotta capacità di calcolo disponibile sul veicolo, la scelta ricade su quest'ultima tecnica, particolarmente vantaggiosa dal punto di vista computazionale rispetto all'EKF. Il filtro di Madgwick non richiede l'impiego di modelli del veicolo e il suo approccio model free ne permette una facile implementazione e una taratura particolarmente rapida. Tale strategia fornisce ottime performance in sistemi di riferimento inerziali, tuttavia il moto di una motocicletta è fortemente non inerziale. Si procede quindi con una sezione di pre-processing nella quale, utilizzando delle tecniche di compensazione delle accelerazioni non inerziali principali (parte centrifuga e longitudinale) che richiedono la conoscenza della velocità del veicolo, si ottengono delle approssimazioni delle componenti inerziali che vengono in seguito processate dal filtro di Madgwick, assieme alla parte di giroscopio.

La strategia così ottenuta, implementata mediante il software Matlab/Simulink, viene validata in un primo momento in ambiente di simulazione. In questo contesto i segnali del giroscopio sono ideali; di conseguenza utilizzando l'algoritmo con la sola informazione sulle velocità angolari si ottengono stime esattamente coincidenti con i riferimenti. Nel caso in cui si vada ad aggiungere del rumore ai segnali del giroscopio, al fine di simulare una condizione più realistica, la stima con le sole velocità angolari non garantisce ottime performance (soprattutto se il rumore aggiunto è un offset costante, anche di leggera entità): si deve ricorrere quindi ai segnali di accelerazione. In un primo step si utilizzano le accelerazioni puramente inerziali disponibili solamente in ambiente di simulazione; queste permettono di ottenere stime nuovamente coincidenti

con i riferimenti. In seguito si utilizzano accelerazioni realistiche, comprensive della parte inerziale e non inerziale; questi segnali vengono depurati della parte non inerziale per mezzo delle strategie di pre-processing e in seguito vanno ad alimentare la parte centrale del filtro. Le ottime performance ottenute in questo modo forniscono una prima validazione dell'algoritmo e motivano i test sperimentali successivi. Si sottolinea che quest'ultima setup, con l'utilizzo delle accelerazioni realistiche, rappresenta la reale condizione di impiego dell'algoritmo.

L'attività principale di questo lavoro di tesi riguarda la validazione della strategia presentata direttamente su veicolo. A partire dall'ambiente Simulink, il codice sviluppato viene tradotto e implementato in centralina Etas la quale, installata su una motocicletta Aprilia RSV4 1100 Factory, permette l'esecuzione dell'algoritmo in real-time, ottenendo i risultati direttamente sul veicolo, istante per istante. Le piattaforme utilizzate nel test sono la IMU MM7.10 di Bosch e la IMU prototipo Continental SC13S, entrambe sei assi (l'utilizzo della Continental ha comportato la compensazione degli offset dei giroscopi presenti in tale campione prototipo). Nei test sperimentali i riferimenti sono forniti dal sistema ABS di Bosch; di conseguenza non sono segnali esatti come quelli di simulazione, ma segnali elaborati da un sistema di calcolo particolarmente accurato ed affidabile. Per quanto riguarda l'informazione sulla velocità richiesta dall'algoritmo, il sensori sul veicolo mettono a disposizione solamente la velocità della ruota anteriore e posteriore, mentre non forniscono nessuna informazione sulla velocità longitudinale del veicolo (quantità richiesta nelle strategie di compensazione delle accelerazioni).

È importante notare che in queste attività la ricostruzione dell'angolo di pitch gode di maggiore attenzione rispetto all'angolo di rollio (lo yaw è di importanza secondaria per questi test) poiché un controllo di anti impennamento efficiente richiede una conoscenza del pitch molto più accurata della bontà del roll necessaria per un controllo di ABS cornering, ad esempio.

Tenendo presente queste considerazioni, si procede, inizialmente, con una validazione statica a banco, volta a sollecitare prevalentemente l'angolo di pitch. In questo contesto i segnali delle accelerazioni sono prevalentemente inerziali, poiché la velocità del veicolo è nulla. Si ottengono quindi ricostruzioni degli angoli di assetto coincidenti con i riferimenti e con gli angoli effettivi di inclinazione della pedana, forniti direttamente dal banco. Le ottime performance dei test a banco permettono di passare alla validazione dinamica dell'algoritmo.

Un primo test a veicolo in movimento è effettuato all'aeroporto militare di Istrana. La conformazione delle piste di atterraggio/decollo non consente una valutazione esaustiva dell'angolo di roll ricostruito; al contrario permette una validazione completa del pitch, in seguito a impennate e stoppie di entità e durate differenti. In queste prove la velocità anteriore è influenzata dalle impennate, di conseguenza è utilizzata la velocità posteriore, che risente però di fenomeni di slittamento e di stoppie che ne compromettono l'affidabilità. Nonostante questi disturbi, le stime ottenute con la velocità posteriore sono molto vicine ai riferimenti ABS Bosch. Tuttavia, ricostruendo ad hoc una buona approssimazione della velocità del veicolo utilizzando la velocità anteriore nelle fasi di non impennata, la velocità posteriore nei tratti in impennata e raccordando i passaggi tra l'una e l'altra, le performance migliorano notevolmente. Questo test evidenzia l'importanza di sviluppare, in futuro, un algoritmo adatto a ricostruire la velocità longitudinale del veicolo, a partire dalla velocità delle ruote.

Un ultimo test dinamico è condotto nel circuito di Imola, permettendo una vali-

dazione dell'algoritmo in condizioni di movimento del veicolo generali. Questa prova evidenzia le ottime performance dell'algoritmo in presenza di contesti operativi vari: impennate, frenate brusche, curve percorse a velocità lenta e veloce, cambi di direzione veloci ed angoli di piega importanti. Questo test ribadisce in maniera significativa l'importanza di avere una buona conoscenza della velocità reale del veicolo.

Questi test sperimentali, nel loro complesso, evidenziano la robustezza dell'algoritmo, validando sia le strategie di compensazione delle componenti non inerziali, sia la parte centrale dell'algoritmo di Madgwick che si sviluppa dalla conoscenza delle componenti puramente inerziali.

Eventuali sviluppi futuri riguardano senza dubbio l'implementazione dell'algoritmo di ricostruzione della velocità del veicolo, utilizzando l'informazione delle velocità delle ruote ed applicando la correzione dovuta al contributo dell'angolo di rollio. Un altro aspetto da approfondire riguarda le strategie di rimozione delle componenti non inerziali delle accelerazioni, al fine di migliorare la compensazione e di conseguenza i segnali di ingresso al filtro di Madgwick. Infine, un aspetto importante per lo sviluppo di questa attività riguarda la misura degli angoli di assetto reali, utilizzando sistemi di sviluppo particolarmente affidabili (in particolare sensori laser che ricostruiscano in maniera geometrica la disposizione spaziale del veicolo). Questo step è importante per validare l'algoritmo di ricostruzione proposto in relazione a segnali diversi dai riferimenti dell'ABS Bosch e verosimilmente più accurati.

Appendice A

Rappresentazione dell'assetto

A.1 Matrice di rotazione

Una caratterizzazione completa della disposizione spaziale di un corpo rigido è costituita dalla descrizione di posizione ed orientazione che esso assume rispetto a un sistema di riferimento fissato (sistema terra). Per quanto riguarda la prima grandezza, è sufficiente fornire il vettore che collega l'origine del sistema fisso con un punto noto del corpo rigido in questione (solitamente il centro di massa); tale vettore viene espresso secondo la base del frame terra fornendo in questo modo una descrizione univoca della posizione. Con riferimento alla figura A.1, tale operazione consiste nel rappresentare il vettore $\overrightarrow{OO'}$ nella base ortonormale $\{\mathbf{x}\mathbf{y}\mathbf{z}\}$. Nel seguito il problema della stima della posizione non viene trattato ulteriormente poiché di interesse secondario all'interno di questo studio.

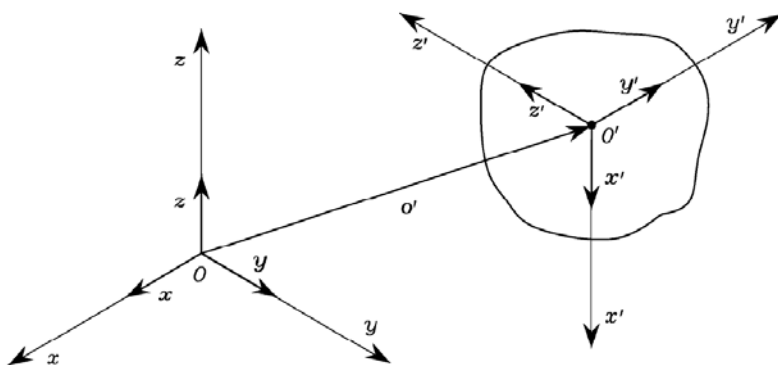


Figura A.1: Posizione e orientazione di un corpo rigido rispetto al sistema terra.

Dal punto di vista dell'orientazione, è conveniente considerare un sistema di riferimento $\{\mathbf{x}'\mathbf{y}'\mathbf{z}'\}$ solidale con il corpo e avente origine nel punto O' (figura A.1). I versori di tale frame, come tutti i vettori dello spazio \mathbb{R}^3 , possono essere espressi secondo la terna del sistema terra, fornendo le seguenti

$$\begin{aligned}\mathbf{x}' &= x'_x \mathbf{x} + x'_y \mathbf{y} + x'_z \mathbf{z} \\ \mathbf{y}' &= y'_x \mathbf{x} + y'_y \mathbf{y} + y'_z \mathbf{z} \\ \mathbf{z}' &= z'_x \mathbf{x} + z'_y \mathbf{y} + z'_z \mathbf{z}\end{aligned}\tag{A.1}$$

dove i termini x'_x, x'_y, x'_z sono i coefficienti del vettore \mathbf{x}' rispetto alla base del frame terra (analogamente per le altre componenti). Scrivendo tali coefficienti in forma matriciale, si ottiene la seguente

$$R = \begin{bmatrix} x'_x & y'_x & z'_x \\ x'_y & y'_y & z'_y \\ x'_z & y'_z & z'_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

che riassume la descrizione dei versori del frame mobile nel sistema di riferimento terra e prende il nome di matrice di rotazione. Per costruzione, tale matrice appartiene al gruppo ortogonale speciale $SO(3)$ ovvero è ortogonale ($R^{-1} = R^T$), con $\det(A) = +1$ poiché si considerano sistemi di riferimento destrorsi. Inoltre si noti come, per definizione di base di uno spazio vettoriale, tale scrittura risulti essere univoca.

All'interno del gruppo $SO(3)$ vi sono matrici elementari, che descrivono rotazioni attorno a un asse del sistema riferimento terra (per esempio rotazione di un angolo α attorno all'asse \mathbf{z} , come riportato in figura A.2).

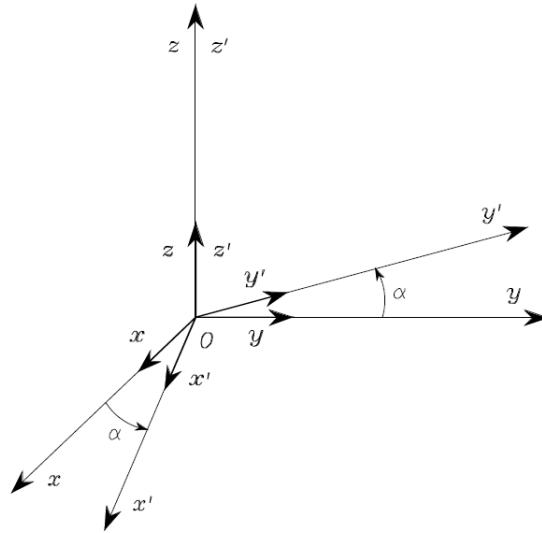


Figura A.2: Rotazione elementare di un angolo α attorno all'asse \mathbf{z} .

Applicando l'equazione (A.2) in questo contesto, si ottengono facilmente le seguenti:

- rotazione di un angolo α attorno all'asse \mathbf{z} :

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

- rotazione di un angolo β attorno all'asse \mathbf{y} :

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

- rotazione di un angolo γ attorno all'asse \mathbf{x} :

$$R_{\mathbf{x}}(\gamma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ 0 & \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Queste matrici particolari, permettono di comprendere il significato geometrico della rotazione: con riferimento alla figura A.2, si vede come $R_z(\alpha)$ descriva la rotazione che si deve applicare al sistema terra, per allinearlo con il sistema mobile. Questa interpretazione geometrica, ricavata per semplicità dalle matrici elementari, si può estendere a una qualsiasi rotazione generica.

Un'ulteriore applicazione della matrice R è la seguente: avendo a disposizione le coordinate di un vettore nel sistema di riferimento mobile, la matrice di rotazione permette di ottenere le coordinate del medesimo vettore nel sistema terra. Infatti si dimostra che

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = R \mathbf{p}' = R \begin{bmatrix} p'_x \\ p'_y \\ p'_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

dove $[p_x \ p_y \ p_z]^T$ e $[p'_x \ p'_y \ p'_z]^T$ sono, rispettivamente, le coordinate del generico vettore nel sistema di riferimento terra e nel mobile. Poiché R è ortogonale, la (A.6) può essere invertita fornendo quindi i coefficienti del vettore \mathbf{p} nel sistema mobile a partire dalla descrizione nel fisso ($\mathbf{p}' = R^T \mathbf{p}$).

L'equazione (A.6) può essere estesa a un cambio di coordinate che coinvolga più di due sistemi di riferimento. A tal proposito si considerino i frame F_0, F_1, F_2

$$F_0 = \{\mathbf{x}_0 \ \mathbf{y}_0 \ \mathbf{z}_0\} \quad F_1 = \{\mathbf{x}_1 \ \mathbf{y}_1 \ \mathbf{z}_1\} \quad F_2 = \{\mathbf{x}_2 \ \mathbf{y}_2 \ \mathbf{z}_2\} \quad (\text{A.7})$$

e le rispettive coordinate $\mathbf{p}^0, \mathbf{p}^1, \mathbf{p}^2$ del medesimo vettore \mathbf{p} . Denotando con R_i^j la rotazione del frame i rispetto al frame j (ovvero la matrice costituita dai versori di i espressi secondo la base di j), si ha che

$$\mathbf{p}^0 = R_1^0 \mathbf{p}^1 = R_1^0 R_2^1 \mathbf{p}^2 = R_2^0 \mathbf{p}^2 \quad (\text{A.8})$$

con appunto

$$R_2^0 = R_1^0 R_2^1. \quad (\text{A.9})$$

L'espressione (A.9) racchiude un significato geometrico molto importante:

- il membro di sinistra, R_2^0 , rappresenta la rotazione necessaria per allineare il frame F_0 con il frame F_2 ;
- il membro di destra descrive un modo per effettuare tale operazione: partendo dal frame F_0 ci si allinea inizialmente con F_1 mediante la rotazione R_1^0 ; successivamente, partendo dunque da F_1 e applicando la R_2^1 , si ottiene F_2 .

Di conseguenza, per ottenere una qualsiasi rotazione complessiva per mezzo di step intermedi si può procedere in questo modo: partendo dal sistema di riferimento terra, si applica ogni rotazione rispetto al sistema di riferimento ottenuto dalla precedente, fino

a raggiungere il sistema mobile finale. La (A.9) sottolinea come la matrice risultante venga ottenuta post-moltiplicando le singole matrici di rotazioni: questo aspetto è molto importante poiché il gruppo $SO(3)$ non è commutativo, di conseguenza componendo le matrici intermedie secondo un ordine diverso si ottiene un risultato completamente differente dall'intuizione geometrica appena descritta. A tal proposito si veda l'esempio riportato in figura A.3.

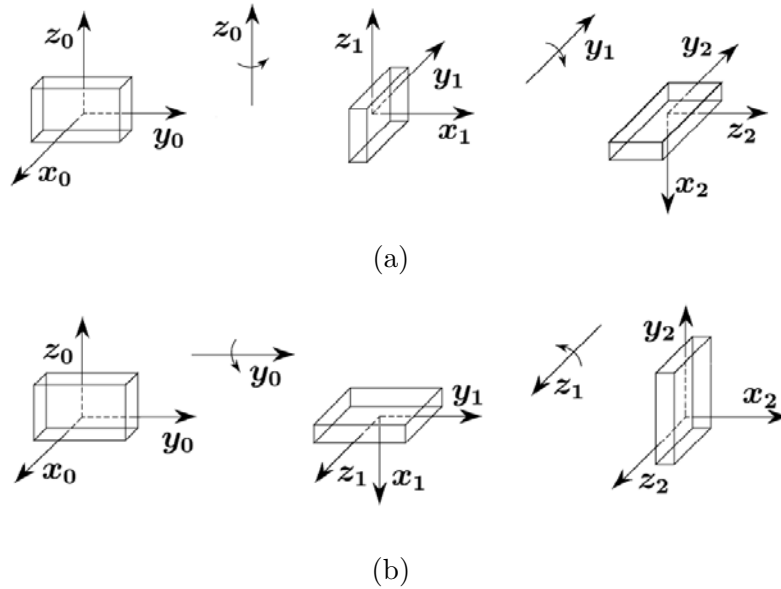


Figura A.3: Esempio della non commutatività del prodotto tra matrici in $SO(3)$:
 (a) rappresenta $R_{z_0}(\frac{\pi}{2})$ seguita da $R_{y_1}(\frac{\pi}{2})$ mentre (b) rappresenta $R_{y_0}(\frac{\pi}{2})$ seguita da $R_{z_1}(\frac{\pi}{2})$.

La procedura di composizione delle matrici descritta dalla (A.9) va sotto il nome di convenzione intrinseca. E' presente un'ulteriore convenzione, quella estrinseca, che prevede di comporre le matrici intermedie in modo diverso: ad ogni passo la rotazione avviene sempre rispetto agli assi del frame di partenza; la matrice complessiva è ottenuta tramite pre-moltiplicazione. Per quanto discusso sulla non commutatività del prodotto di matrici di rotazione, risulta evidente come l'utilizzo dell'una o dell'altra convenzione comporti risultati diversi, a parità di matrici intermedie utilizzate.

Si sottolinea infine come in questo lavoro di tesi si utilizzi sempre la convenzione intrinseca.

A.1.1 Teorema di Eulero e terna Yaw-Roll-Pitch

Una generica matrice di rotazione in dimensione tre è costituita da nove parametri. Tuttavia questi parametri non sono indipendenti poiché, per costruzione, gli elementi che la compongono devono soddisfare le condizioni di ortogonalità e norma unitaria: ci sono quindi sei vincoli da imporre. Ciò comporta quindi la presenza di tre soli gradi di libertà. Di conseguenza sono sufficienti tre parametri per descrivere completamente una matrice di rotazione (si parla in questo caso di rappresentazione minimale della matrice). A tal proposito si riporta il teorema seguente.

Teorema di Eulero sulle rotazioni: qualsiasi coppia di sistemi di riferimento indipendenti può essere messa in relazione da una sequenza di al massimo tre matrici elementari, con il vincolo che ogni rotazione venga effettuata attorno a un asse diverso da quello della rotazione precedente.

Il teorema asserisce che, delle 27 possibili terne di angoli, solamente 12 risultano essere ammissibili. A questo punto è importante fare una precisazione: la matrice di rotazione risultante è sempre la stessa, poiché, ricordando la definizione di equazione (A.2), essa rappresenta in maniera univoca una terna di versori rispetto a un'altra. Non è invece unica la scelta del percorso da seguire per ottenere tale matrice complessiva: si può sfruttare questo grado di libertà per scegliere la sequenza più adatta al particolare studio che si vuole condurre.

Nel caso della motocicletta risulta particolarmente conveniente la scelta della tripletta ZYX (Yaw-Pitch-Roll), dove le rotazioni effettuate sono, nell'ordine, $Z - Y - X$ e, poiché ogni rotazione viene effettuata rispetto al sistema di riferimento risultante dalla precedente, la matrice complessiva è

$$R_{ZXY}(y, r, p) = R_{z_0}(y) R_{x_1}(r) R_{y_2}(p) \quad (\text{A.10})$$

con

- y angolo di yaw (imbardata);
- r angolo di roll (rollio);
- p angolo di pitch (beccheggio).

In ambito automotive e aeronautico, gli angoli di yaw, roll e pitch prendono il nome di angoli di assetto.

Scrivendo più nel dettaglio i termini della (A.10) (abbreviando con $C = \cos(\cdot)$ e $S = \sin(\cdot)$ e tralasciando i pedici per indicare gli assi dei sistemi di riferimento intermedi F_0, F_1, F_2)

$$R_{ZXY}(y, r, p) = R_z(y) R_x(r) R_y(p)$$

$$R_z(y) = \begin{bmatrix} C_y & -S_y & 0 \\ S_y & C_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_x(r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_r & -S_r \\ 0 & S_r & C_r \end{bmatrix} \quad R_y(p) = \begin{bmatrix} C_p & 0 & S_p \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_p & 0 & C_p \end{bmatrix}$$

si giunge all'espressione della matrice complessiva, in funzione degli angoli di yaw, roll e pitch

$$R_{ZXY}(y, r, p) = \begin{bmatrix} C_p C_y - S_r S_y S_p & -S_y C_r & S_p C_y + C_p S_r S_y \\ C_p S_y + S_p C_y S_r & C_y C_r & S_y S_p - C_p C_y S_r \\ -S_p C_r & S_r & C_r C_p \end{bmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

In molte applicazioni e in particolare nella stima dell'assetto di un veicolo, è importante non tanto il problema diretto del calcolo della matrice di rotazione complessiva, bensì quello inverso: data una matrice di rotazione in $SO(3)$ ricavare il valore degli angoli di yaw, roll e pitch che generano quella matrice. A tal proposito, mettendo in relazione gli elementi della matrice di equazione (A.11) con gli elementi della R generica

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

si hanno le seguenti, che porgono gli angoli richiesti (in radianti)

$$y = \text{atan2}(-r_{12}, r_{22}) \quad (\text{A.13})$$

$$r = \text{asin}(r_{32}) \quad (\text{A.14})$$

$$p = \text{atan2}(-r_{31}, r_{33}). \quad (\text{A.15})$$

Le matrici di rotazione fin qui presentate sono uno strumento molto utilizzato per la ricostruzione e la descrizione dell'assetto di un veicolo. Tuttavia tale rappresentazione soffre di alcuni problemi:

- dal punto di vista computazionale, la matrice R è costituita da nove elementi con solamente tre gradi di libertà; vi sono quindi sei parametri dipendenti che possono essere ridotti per alleggerire la struttura e il carico computazionale (nell'ottica di un'implementazione embedded);
- in particolari condizioni (con angoli prossimi a $\frac{\pi}{2}$), il problema inverso espresso dalle (A.13) - (A.15) non fornisce una soluzione unica; tale scenario, noto come gimbal lock, porta a un'indeterminazione della soluzione che in alcuni casi può rivelarsi particolarmente critica.

Queste considerazioni portano all'impiego di una rappresentazione alternativa che permetta di porre rimedio agli svantaggi della descrizione matriciale: i quaternioni.

A.2 Quaternione unitario

Il concetto di quaternione è stato introdotto da Hamilton come estensione dei numeri complessi e come strumento che rappresentasse in maniera conveniente le rotazioni nello spazio tridimensionale. Il generico quaternione è un numero complesso a quattro dimensioni, che può essere scritto in termini di componenti q_i

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4] \quad (\text{A.16})$$

o in maniera più compatta come parte scalare q_1 e parte vettoriale $\bar{\mathbf{q}} = [q_2 \quad q_3 \quad q_4]$

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad \bar{\mathbf{q}}] \quad (\text{A.17})$$

Un'ulteriore rappresentazione è fornita dalla seguente combinazione lineare

$$\mathbf{q} = q_1 + q_2\mathbf{i} + q_3\mathbf{j} + q_4\mathbf{k} \quad (\text{A.18})$$

dove i coefficienti q_1, q_2, q_3 e q_4 sono numeri reali mentre i termini \mathbf{i}, \mathbf{j} e \mathbf{k} sono versori tali da soddisfare

$$\begin{aligned} \mathbf{i}^2 &= \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1 \\ \mathbf{ij} &= -\mathbf{ji} = \mathbf{k} \\ \mathbf{jk} &= -\mathbf{kj} = \mathbf{i} \\ \mathbf{ki} &= -\mathbf{ik} = \mathbf{j}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Si noti come vi siano diversi modi per descrivere il medesimo quaternione, a seconda delle particolari proprietà che si vogliono evidenziare.

Analogamente ai numeri complessi, anche per i quaternioni sono ben definite le principali operazioni come somma, prodotto, norma, inverso e opposto. Queste sono facilmente ricavabili dalla definizione stessa, soprattutto se considerata nella forma (A.18). Vale la pena riportare una scrittura compatta e particolarmente conveniente per il prodotto (o composizione \otimes) di due quaternioni generici \mathbf{h}, \mathbf{g}

$$\mathbf{h} \otimes \mathbf{g} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4] \begin{bmatrix} g_1 & -g_2 & -g_3 & -g_4 \\ g_2 & g_1 & g_4 & -g_3 \\ g_3 & -g_4 & g_1 & g_2 \\ g_4 & g_3 & -g_2 & g_1 \end{bmatrix}^T. \quad (\text{A.20})$$

A partire dalla (A.20), si può mostrare come il prodotto tra quaternioni non sia commutativo (aspetto strettamente legato alla non commutatività del prodotto di matrici in $SO(3)$, come chiarito nel seguito). Tale prodotto gode comunque della proprietà associativa e della bilinearità. Un'altra operazione, molto utilizzata in questa trattazione, è la norma del quaternione, ovvero

$$\|\mathbf{q}\| = \|\mathbf{q}^*\| = \sqrt{q_1^2 + \bar{\mathbf{q}}\mathbf{q}^T} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 q_i^2} \quad (\text{A.21})$$

dove $\mathbf{q}^* = [q_1 \quad -\bar{\mathbf{q}}]$ indica il coniugato di \mathbf{q} .

Per lo studio delle rotazioni, ricoprono un ruolo particolarmente importante i quaternioni unitari, ossia tali che

$$\|\mathbf{q}\| = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2} = 1 \quad (\text{A.22})$$

e per i quali l'elemento inverso \mathbf{q}^{-1} coincide con il complesso coniugato \mathbf{q}^* (in tutta questa trattazione, i quaternioni sono da intendersi come quaternioni unitari).

Si può dimostrare come tali quaternioni siano strettamente legati al concetto di rotazioni, tramite la seguente

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad \bar{\mathbf{q}}] = [\cos\frac{\theta}{2} \quad e_x \sin\frac{\theta}{2} \quad e_y \sin\frac{\theta}{2} \quad e_z \sin\frac{\theta}{2}] \quad (\text{A.23})$$

dove \mathbf{e} è l'asse arbitrario attorno al quale viene effettuata la rotazione e l'angolo θ ne quantifica l'entità. Grazie alla (A.23), a partire dalla conoscenza della rotazione voluta, si può dunque ottenere il corrispondente quaternione che la caratterizza.

In aggiunta a tale relazione, vi è una versione alternativa della nota formula di Rodrigues, che lega quaternioni ed elementi di $SO(3)$

$$R(\mathbf{q}) = I_3 + 2q_1 [\bar{\mathbf{q}}]_x + 2[\bar{\mathbf{q}}]_x^2 \quad (\text{A.24})$$

dove $R(\mathbf{q})$ rappresenta la matrice di rotazione associata a $\mathbf{q} = [q_1 \quad \bar{\mathbf{q}}]$, I_3 è la matrice identità di dimensione tre e il termine $[\bar{\mathbf{q}}]_x$ è la matrice skew-simmetrica costruita sul vettore $\bar{\mathbf{q}}$ secondo la definizione

$$\begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.25})$$

Svolgendo i calcoli, la (A.24) fornisce

$$R(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 2(q_1^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2q_3 - q_1q_4) & 2(q_2q_4 + q_1q_3) \\ 2(q_2q_3 + q_1q_4) & 2(q_1^2 + q_3^2) - 1 & 2(q_3q_4 - q_1q_2) \\ 2(q_2q_4 - q_1q_3) & 2(q_3q_4 + q_1q_2) & 2(q_1^2 + q_4^2) - 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

che permette di costruire, a partire dalla conoscenza del quaternion, la matrice di rotazione ad esso associata. In particolare, ricordando le (A.13) - (A.15), si ottiene

$$\begin{aligned} y &= \text{atan2}\left(2(q_2q_3 - q_1q_4), 2(q_1^2 + q_3^2) - 1\right) \\ r &= \text{asin}\left(2(q_3q_4 + q_1q_2)\right) \\ p &= \text{atan2}\left(-2(q_2q_4 - q_1q_3), 2(q_1^2 + q_4^2) - 1\right) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

ovvero le espressioni degli angoli di assetto, secondo la convenzione yaw, pitch e roll, direttamente in funzione delle componenti di \mathbf{q} .

Analogamente a quanto visto con le matrici di rotazione, anche in questo scenario è possibile ruotare un vettore tramite il corrispondente quaternion di orientazione. A tal proposito è conveniente ricordare che in $SO(3)$ tale operazione consiste in

$$\mathbf{p} = R \mathbf{p}'. \quad (\text{A.28})$$

Definendo \mathbf{q} come il quaternion associato a tale matrice R ed aggiungendo ai vettori in \mathbb{R}^3 una prima componente nulla (per ricondursi a una scrittura conforme con la dimensione dei quaternioni) si ottiene

$$[0 \quad \mathbf{p}^T] = \mathbf{q} \otimes [0 \quad \mathbf{p}'^T] \otimes \mathbf{q}^*. \quad (\text{A.29})$$

Un'ulteriore proprietà che ricalca quanto già mostrato per le matrici in $SO(3)$, è la composizione di rotazioni: si ha infatti che

$$R_2^0 = R_1^0 R_2^1 \iff {}_0^2\mathbf{q} = {}_0^1\mathbf{q} \otimes {}_1^2\mathbf{q}. \quad (\text{A.30})$$

Si noti come la (A.30) sottolinei la non commutatività del prodotto tra quaternioni, poiché ciò comporterebbe la commutatività delle matrici di rotazioni che, come discusso in precedenza, non è soddisfatta.

Alla luce di quanto riportato in questo capitolo, si possono riassumere le caratteristiche delle matrici di rotazione e dei quaternioni al fine di valutare la strategia più adatta al tipo di studio in questione. Con riferimento alla tabella A.1, si vede come il quaternione, dal punto di vista computazionale, risulti in generale vantaggioso rispetto alla R (a meno dell'operazione di rotazione del vettore). Per quanto riguarda la singolarità per gimbal lock, questa incide sulla rappresentazione matriciale mediante angoli di Eulero mentre non ha nessun effetto sui quaternioni. Tuttavia, l'utilizzo della R fornisce un significato geometrico immediato, mentre la situazione descritta tramite \mathbf{q} non è facilmente intuibile.

	Matrice R - Eulero	Quaternione \mathbf{q}
Singolarità per gimbal lock	Si	No
Dimensione	3×3	1×4
Composizione di rotazioni	$R_2^0 = R_1^0 R_2^1$	${}^0_2\mathbf{q} = {}^0_1\mathbf{q} \otimes {}^1_2\mathbf{q}$
Rotazione di vettore	$\mathbf{p} = R\mathbf{p}'$	$[0 \ \mathbf{p}^T] = \mathbf{q} \otimes [0 \ \mathbf{p}'^T] \otimes \mathbf{q}^*$

Tabella A.1: Confronto tra matrice di rotazione e quaternione.

Di conseguenza, una strategia conveniente per lo studio delle rotazioni prevede l'utilizzo dei quaternioni dal punto di vista del calcolo e il passaggio alla matrice di rotazione per la visualizzazione geometrica e le strategie connesse alla disposizione spaziale. In questo modo si fondono le due strategie, sfruttandone i rispettivi vantaggi.

Appendice B

Piattaforma inerziale

Per lo sviluppo dell'algoritmo di ricostruzione dell'assetto di un veicolo è necessario soffermarsi sulla descrizione dei sensori che si hanno a disposizione. Così facendo si possono comprendere le caratteristiche principali dei segnali che andranno ad alimentare l'algoritmo, in modo da poterli processare in maniera opportuna.

In una motocicletta è presente la piattaforma inerziale (Inertial Measurement Unit), che consiste in sensori inerziali quali accelerometri e giroscopi. Nello specifico, le unità utilizzate per lo studio e la validazione dell'algoritmo in questione sono piattaforme a sei assi, ovvero costituite da un accelerometro e un giroscopio entrambi triassiali.

In figura B.1, è riportato lo schema della piattaforma principale utilizzata nei test svolti (IMU-MM7.10 di Bosch). Si noti come il verso di rotazione di ω_x sia fissato, per costruzione, secondo la regola sinistrorsa, mentre i sistemi canonici siano destrorsi. Nel seguito sono descritte le caratteristiche principali di tali tipologie di sensori.

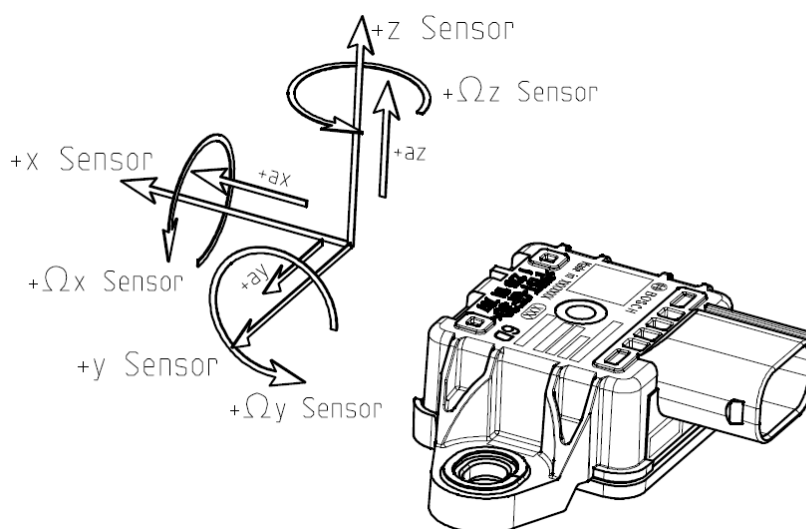


Figura B.1: Schema IMU-MM7.10 di Bosch.

B.1 Accelerometro triassiale

Un accelerometro triassiale è un sensore di misura in grado di fornire le accelerazioni alle quali viene sottoposto. Per comprendere il funzionamento di tale strumento, è conveniente semplificare l'analisi analizzando il comportamento di un accelerometro monoassiale, riportato in figura B.2.

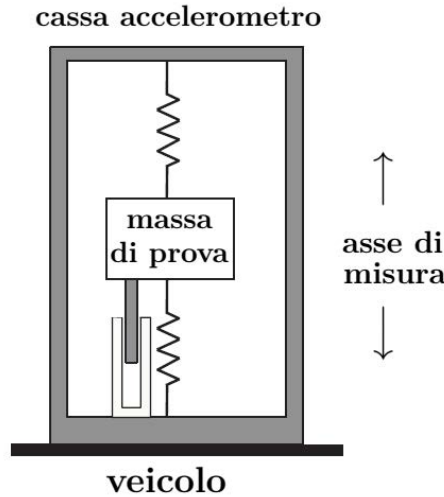


Figura B.2: Schema semplificato di un accelerometro monoassiale.

Con riferimento al diagramma semplificato di figura B.2, si possono verificare le seguenti situazioni:

- l'asse di misura dell'accelerometro è orizzontale e non vi sono forze esterne (la gravità essendo perpendicolare all'asse non incide): in questo caso non c'è nessun tipo di estensione/contrazione delle molle e l'accelerometro non rileva nessuna accelerazione;
- l'asse di misura è verticale e l'unica forza agente è la gravità: la massa di prova si abbassa fino all'equilibrio tra forza elastica e forza di gravità; il sensore misura un'accelerazione uguale ed opposta all'accelerazione di gravità (accelerazione dovuta alla forza apparente);
- l'asse di misura è verticale e oltre alla gravità vi sono altre forze esterne: il sensore misura l'accelerazione dovuta alla gravità e le accelerazioni lineari dovute all'effettivo movimento della cassa.

Quest'ultimo scenario risulta essere il contesto generale nel quale l'accelerometro si trova a dover operare. Nello specifico di una motocicletta in movimento, l'accelerometro viene sottoposto principalmente ad accelerazioni longitudinali ed accelerazioni centrifughe dovute alla percorrenza di una curva, oltre ovviamente all'azione della gravità; questi aspetti sono stati discussi nel dettaglio nella sezione 2.3.4, a proposito della compensazione dei contributi non inerziali per l'utilizzo del filtro di Madgwick.

In definitiva, l'accelerazione misurata da tale sensore triassiale \mathbf{a}^S risulta

$$\mathbf{a}^S = \frac{1}{m} (\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_g) \quad (\text{B.1})$$

dove m è la massa di prova, \mathbf{F}_T racchiude la somma di tutte le forze esterne agenti sulla cassa (inclusa la gravità) e \mathbf{F}_g rappresenta la forza di gravità. Si noti come, in presenza di forze esterne a sommatoria nulla, ovvero $\mathbf{F}_T = 0$, la misura fornita dal sensore rappresenti un'accelerazione uguale ed opposta alla gravità (come già descritto in precedenza).

Infine, è importante sottolineare come i segnali dell'accelerometro siano implicitamente definiti nel sistema di riferimento del sensore stesso (sistema mobile) che non coincide in generale con il sistema di riferimento terra ma è legato ad esso da una rotazione dipendente dagli angoli di assetto (yaw-roll-pitch) secondo la (A.6)

$$\mathbf{a}^E = R_{ZYX}(y, r, p) \mathbf{a}^S \quad (\text{B.2})$$

dove \mathbf{a}^E rappresenta l'accelerazione riportata nel sistema di riferimento terra (Earth).

B.2 Giroscopio triassiale

Un giroscopio triassiale è un sensore in grado di misurare le velocità angolari a cui esso viene sottoposto con riferimento ad ogni asse. Come evidenziato per l'accelerometro, anche in questo caso le grandezze fornite sono riferite al frame del sensore (mobile), che non coincide in generale con il sistema fisso. In questo caso, per riportarsi a grandezze nel sistema terra, risulta conveniente mettere in relazione le velocità angolari misurate dal sensore ($\omega_x^S, \omega_y^S, \omega_z^S$) e i rate degli angoli di assetto ($\dot{y}, \dot{r}, \dot{p}$). A tale scopo si utilizza la seguente

$$\begin{bmatrix} \omega_x^S \\ \omega_y^S \\ \omega_z^S \end{bmatrix} = \dot{y} n_1^S + \dot{p} n_2^S + \dot{r} n_3^S \quad (\text{B.3})$$

dove n_1^S, n_2^S e n_3^S rappresentano i versori, riferiti al sistema mobile, attorno ai quali sono state effettuate le rotazioni corrispondenti. Esplicitando tali versori la (B.3) diventa

$$\begin{bmatrix} \omega_x^S \\ \omega_y^S \\ \omega_z^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(p)\cos(r) & 0 & \cos(p) \\ \sin(r) & 1 & 0 \\ \cos(r)\cos(p) & 0 & \sin(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

la quale, può essere invertita, conducendo alla relazione cercata

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(p)\cos(r) & 0 & \cos(p) \\ \sin(r) & 1 & 0 \\ \cos(r)\cos(p) & 0 & \sin(p) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_x^S \\ \omega_y^S \\ \omega_z^S \end{bmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Bibliografia

- [1] L. Gasbarro, A. Beghi, R. Frezza, F. Nori and C. Spagnol, "Motorcycle trajectory reconstruction by integration of vision and MEMS accelerometers", 43th IEEE Conference on Decision and Control, Nassau, 2004.
- [2] I. Boniolo, S. M. Savaresi, "Motorcycle lean angle estimation with frequency separation principle and angular rates measurements", 6th IFAC Symposium Advances in Automotive Control, Munich, 2010.
- [3] C. Dong, Q. Qinag, L. Chuntao, H. Chenglong, "Research of Attitude Estimation of UAV Based on Information Fusion of Complementary Filter", 4th International Conference on Computer Sciences and Convergence Information Technology, 2009.
- [4] R. Lot, V. Cossalter, M. Massaro, "Real-time roll angle estimation for two-wheeled vehicles", 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Nantes, 2012.
- [5] I. Boniolo, S. Corbetta, S. M. Savaresi, "Attitude estimation of a motorcycle in a Kalman filtering framework", 6th IFAC Symposium Advances in Automotive Control, Munich, 2010.
- [6] S. O. H. Madgwick, A. J. L. Harrison, R. Vaidyanathan "Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm", IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics, Zurich, 2011.
- [7] S. O. H. Madgwick, "An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays", 2010.
- [8] A. Chimienti, R. Nerino, G. Pettiti, "Misure real-time di angoli articolari tramite sensori inerziali per applicazioni di Teleriabilitazione", IEIIT-CNR, Torino, 2012.
- [9] A. S. Al-Fahoum, M. S. Abadir, "Design of a Modified Madgwick Filter for Quaternion-Based Orientation Estimation Using AHRS", IJCEE, Amman, 2018.
- [10] I. Boniolo, S. M. Savaresi, "Estimate of the lean angle of motorcycles", VDM Verlag Dr. Müller Aktiengesellschaft & Co. KG, Saarbrücken, 2010.
- [11] V. Cossalter, "Motorcycle dynamics", 2008.
- [12] G. Cocco, "Effetto moto: Dinamica e tecnica della motocicletta", Giorgio Nadia Editore, Vimodrone, 2008.

- [13] M. Bruschetta, F. Maran, A. Beghi, "A Nonlinear, MPC-Based Motion Cueing Algorithm for a High-Performance, Nine-DOF Dynamic Simulator Platform", IEEE, 2016.
- [14] J. B. Kuipers, "Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality", Princeton Univertisy Press, 1999.
- [15] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, G. Oriolo, "Robotics: Modellig, Planning and Control", Springer, 2009.
- [16] "Inertial Measurement Unit IMU-MM7.10, Technical Customer Documentation", Bosch, 2018.
- [17] "Customer General Product Specification, CAN Messages, Sensor Cluster SC13 Small", Continental, 2018.
- [18] "ES910.3-A, Prototyping and Interface Module, User's Guide", ETAS, 2018.
- [19] "VI-BikeRealTime 18.0 Documentation", VI-grade GmbH, Marburg, 2017.

Ringraziamenti

Voglio innanzitutto ringraziare il Prof. Alessandro Beghi per la professionalità e la grande passione con cui mi ha seguito nel corso di questa attività.

Ringrazio Mattia per l'aiuto, i consigli e le indicazioni che mi ha dato nei mesi di sviluppo del progetto e nella stesura della tesi.

Un sincero grazie va a Stivi e Fabio, con i quali ho condiviso maggiormente questa esperienza: vi ringrazio per avermi dato l'opportunità di svolgere questo progetto e per la grande professionalità e disponibilità con cui mi avete seguito in ogni sua fase.

Ringrazio Aprilia/Piaggio, azienda che mi ha ospitato per questi sei mesi di stage dandomi l'occasione di venire a contatto con una realtà motociclistica fatta di professionalità e grande passione.

Grazie alla mia famiglia: Antonietta, Roberto, Damiano ed Anna; il vostro supporto e la vostra vicinanza mi danno sempre una marcia in più. Questi anni di università sono stati molto impegnativi, ma con il vostro aiuto e i consigli pazienti alla fine ho raggiunto l'obiettivo.

Infine, grazie di cuore agli amici e ai coinquilini che hanno reso più leggeri e piacevoli questi anni di università.