

**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA**

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Industriale DII

Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

**Sviluppo e test di un veicolo elettrico in scala 1:12 con motori
indipendenti per la sperimentazione di sistemi di controllo con
Torque Vectoring**

Relatore: Prof. Matteo Massaro

Correlatore: Prof. Basilio Lenzo

Laureanda: Alice Canton
Matricola: 2026557

Anno accademico 2022/2023

Indice

Introduzione	5
1 Veicolo in scala per la sperimentazione	7
1.1 Scelta del veicolo di base	8
1.2 Hardware	9
1.2.1 Descrizione degli elementi hardware del veicolo originale	10
1.2.1.1 Caratteristiche driver originali dei motori delle ruote	11
1.2.1.2 Servomotore del sistema di sterzo	12
1.2.2 Modifiche apportate all'hardware del veicolo	12
1.2.2.1 Nuovi driver per i motori delle ruote e sistema per il controllo della coppia	13
1.2.2.2 Sensori	15
1.3 Software	17
1.4 Stima dei parametri caratteristici del veicolo	20
1.4.1 Stima del raggio effettivo di rotolamento degli pneumatici	20
1.4.2 Stima della posizione del baricentro	22
1.4.3 Stima del momento di inerzia di imbardata J_{zz} del veicolo	25
1.4.4 Stima del rapporto di trasmissione motore-ruote	27
1.4.5 Stima dei parametri caratteristici dei motori elettrici delle ruote	29
1.4.6 Analisi e caratterizzazione del sistema di sterzo	32
1.4.6.1 Stima sperimentale del rapporto di sterzo	32
1.4.6.2 Stima sperimentale del rapporto di Ackerman	34
1.4.6.3 Analisi del cinematismo del sistema di sterzo	35
1.4.6.4 Plausibili spiegazioni al comportamento asimmetrico del sistema di sterzo	42
2 Test sperimentali sul veicolo base	44
2.1 Introduzione ai test sperimentali eseguiti	44
2.2 Test di massima accelerazione e massima velocità	45
2.3 Test di coast-down	51
2.3.1 Introduzione ai test e trattazione delle forze resistenti agenti sul veicolo	51
2.3.2 Test sperimentali e risultati	53
2.4 Test di ramp-steer	72
2.4.1 Handling e definizione del gradiente di sottosterzo	72
2.4.2 Introduzione ai test di <i>ramp-steer</i>	74
2.4.3 Prove sperimentali e risultati	74
3 Implementazione del Torque Vectoring	81
3.1 Analisi della letteratura inerente al Torque Vectoring	81
3.1.1 "Reference Generator"	83
3.1.2 "High Level Controller"	86
3.1.2.1 Coppia totale T_{tot}	86
3.1.2.2 Momento di imbardata M_{zz}	87

3.1.3	“Low level controller”	88
3.2	Implementazione del Torque Vectoring nel software del veicolo.....	91
3.3	Test sperimentali di <i>ramp-steer</i> con l’implementazione del torque vectoring.....	93
4	Simulazione del veicolo in ambiente Simulink	101
4.1	Modello analitico double track	101
4.1.1	Modellazione sistema di sterzo	105
4.2	Stima delle cornering stiffness per tentativi	105
4.3	Confronto tra dati sperimentali e simulati: validazione del modello numerico e stima finale delle <i>cornering stiffness</i>	112
4.4	Analisi degli pneumatici del veicolo in relazione alle <i>cornering stiffness</i> stimate.....	115
5	Conclusioni.....	123
6	Bibliografia.....	125
7	Appendice.....	129
7.1	Elettronica e hardware del veicolo	129

Introduzione

Negli ultimi anni, il settore automobilistico sta rivolgendo sempre crescente attenzione ai veicoli elettrici nell'ottica di sviluppo di veicoli a basse emissioni, efficienti e sicuri. L'altro aspetto verso cui è concentrata la ricerca è quello dei sistemi avanzati di guida assistita (ADAS, ovvero "Advanced Driver Assistance Systems"), con l'obiettivo di aumentare la sicurezza alla guida e ridurre il numero di incidenti. In tale contesto trova perfettamente spazio la tecnologia del *torque vectoring* (TV), definibile in italiano come "controllo dinamico della forza di trazione". Nei veicoli elettrici, l'elevata compattezza e rapporto potenza/volume di un motore elettrico rispetto a un classico motore a combustione consente lo sviluppo di una vasta gamma di layout del *powertrain*, che offrono diversi vantaggi rispetto a un layout tradizionale con un unico motore e un sistema di trasmissione che distribuisce equamente la coppia alle ruote motrici. Le configurazioni più interessanti del *powertrain*, che offrono maggiori possibilità dal punto di vista dell'efficientamento del veicolo, sono quelle che prevedono la presenza di almeno 2 motori elettrici sullo stesso asse (uno per la ruota di destra e uno per quella di sinistra), in particolare il caso in cui siano presenti 4 motori elettrici che controllano in modo indipendente ciascuna delle 4 ruote. In questa tipologia di veicoli il *torque vectoring* trova la sua naturale applicazione, in quanto esso consiste nella determinazione in maniera attiva della distribuzione alle varie ruote motrici della coppia complessivamente richiesta al veicolo. La possibilità di allocare su ogni motore una quota di coppia diversa consente innanzitutto di migliorare l'*handling* e la risposta in curva del veicolo, incrementandone la stabilità e la sicurezza, grazie allo sbilanciamento delle forze longitudinali prodotte a terra dagli pneumatici, che genera un momento di imbardata direttamente controllato dal *torque vectoring*. Ciò colloca il TV vicino alle altre tecnologie ADAS in quanto entrambe apportano notevoli vantaggi per la sicurezza del veicolo. Sia l'effetto che il principio di funzionamento del TV sono infatti direttamente paragonabili a quelli di un ormai ben noto sistema di "controllo elettronico di stabilità" ("Electronic Stability Control"), il quale, quando viene rilevata una condizione di emergenza, genera delle coppie frenanti sbilanciate sulle ruote che producono un momento di imbardata che corregge il comportamento attuale del veicolo. La differenza principale tra queste due tipologie di tecnologie risiede però nel fatto che il TV agisce costantemente e migliora la stabilità e *performance* del veicolo durante ogni situazione di guida, mentre i sistemi ADAS tendono ad attivarsi e intervenire solo quando sono rilevate situazioni critiche di pericolo. Inoltre, mentre un "sistema di controllo elettronico di stabilità" opera esclusivamente per mezzo di coppie frenanti, la possibilità offerte dal TV e dal controllo della distribuzione delle forze di trazione sono molto più ampie. Un altro vantaggio che può essere portato dal *torque vectoring* è il miglioramento dell'efficienza energetica del veicolo, nel caso in cui la ripartizione della domanda di coppia complessiva venga fatta sulla base di criteri di minimizzazione delle perdite. Tale aspetto di efficienza energetica è un requisito fondamentale per i veicoli moderni nell'ottica di sostenibilità ambientale, ma è forse ancora più rilevante nell'ambito dei veicoli elettrici, la cui autonomia ridotta rappresenta uno dei fattori più critici per questa tipologia di veicoli. Un algoritmo di *torque vectoring* che punti alla minimizzazione delle perdite di potenza, consente infatti di aumentare l'autonomia del veicolo a parità di capacità delle batterie. Alla luce, dunque, delle vaste possibilità di miglioramento che il TV può apportare alla performance di un veicolo in termini sia di *handling* che di efficienza energetica, è spiegato il grande interesse della ricerca verso questa tecnologia. In questo lavoro di tesi si è deciso di eseguire uno studio sul *torque vectoring* partendo dall'analisi dei diversi algoritmi di TV proposti in letteratura, per poi passare all'implementazione del *torque vectoring* su un veicolo in scala 1:12 che costituirà una piattaforma per i test sperimentali eseguiti in questo lavoro di tesi. Il veicolo oggetto di questo lavoro sarà innanzitutto studiato nella sua configurazione base, ovvero senza l'implementazione del TV, e successivamente testato con l'applicazione di un algoritmo di TV semplificato per valutare gli effetti di quest'ultimo sull'*handling* del veicolo. Il lavoro svolto è stato organizzato essenzialmente in 4 fasi:

- 1) **Sviluppo del veicolo per i test sperimentali.** La prima fase di questo lavoro è stata lo sviluppo di una piattaforma sperimentale compatta, economica, flessibile e rappresentativa di un veicolo standard, che fosse adatta all'esecuzione di test sulla dinamica del veicolo e all'implementazione del *torque vectoring*. La piattaforma sperimentale è stata sviluppata a partire da un modello commerciale di veicolo telecomandato in scala 1:12, con la particolarità di avere 4 motori elettrici

a movimentare ciascuno una delle 4 ruote: tale caratteristica rende infatti tale veicolo adatto all'implementazione del TV e agli scopi di questo studio. In tale fase, che ha occupato una parte importante di questo lavoro di tesi, il veicolo di base è stato completamente modificato dal punto di vista hardware, è stato dotato dei sensori necessari e il software del veicolo è stato interamente riscritto. Una volta ultimata l'elaborazione del veicolo per i test, è stato poi necessario stimarne tutti i parametri caratteristici: dalla posizione del centro di massa, al rapporto di trasmissione tra motore e ruote, fino alle costanti di coppia e velocità caratteristiche dei motori elettrici. Tutti questi aspetti vengono descritti nel Capitolo 1.

- 2) **Test sperimentali per la caratterizzazione dell'handling del veicolo.** In questa fase, a cui è dedicato il capitolo 2 di questa tesi, sono state eseguite diverse tipologie di test sperimentali per caratterizzare la dinamica del veicolo oggetto dello studio. Per quanto riguarda lo studio della dinamica longitudinale, sono stati svolti test di massima accelerazione e test di *coast-down* attraverso i quali si è stimato l'andamento delle forze resistenti agente sul veicolo in funzione della velocità. La parte più importante di questo studio è però quella inerente alla dinamica laterale del veicolo, la quale è stata indagata attraverso test di *ramp-steer* (a "rampa di sterzo") eseguiti in condizioni quasi stazionarie. Tali test hanno permesso la caratterizzazione dell'*handling* del veicolo, attraverso la stima del gradiente di sottosterzo K_{us} . Tale parametro è infatti fondamentale per definire, in maniera quantitativa, il comportamento sterzante di un veicolo, e viene impiegato in questo lavoro come il principale metro di paragone per valutare gli effetti del *torque vectoring*.
- 3) **Implementazione del TV e valutazione dei suoi benefici.** Il capitolo 3 è quello inerente al *torque vectoring*. Nella prima sezione del capitolo verranno analizzate le diverse metodologie e algoritmi per l'implementazione del TV proposte in letteratura, distinguendo i vari metodi sulla base del target di ottimizzazione energetica o di *handling*. Nella seconda sezione verrà invece illustrato come il TV verrà implementato in maniera semplificata in anello aperto sul veicolo testato. Infine, nell'ultima sezione verranno rieseguiti i test di *ramp-steer* con il controllo con TV e verranno confrontati i risultati ottenuti con quelli precedentemente ricavati per il veicolo base. I benefici del TV saranno valutati soprattutto in termini di riduzione del gradiente di sottosterzo.
- 4) **Simulazione del modello numerico dual-track del veicolo in ambiente Simulink e confronto con i risultati sperimentali.** Nel capitolo 4 viene descritto il modello numerico (di tipo dual-track) creato in ambiente Simulink del veicolo in scala oggetto dei test. Vengono dunque simulate le stesse prove di *ramp-steer* eseguite sperimentalmente e il modello analitico viene validato attraverso il confronto con i dati sperimentali. Inoltre, dal confronto tra simulazioni e dati sperimentali vengono, procedendo per tentativi, stimati i valori delle *cornering stiffness* del veicolo reale e vengono proposte delle considerazioni sugli pneumatici del veicolo per giustificare i risultati ottenuti.

Nonostante le difficoltà insorte operando con un modello di veicolo in scala molto economico e ricco di difetti, i risultati ottenuti in questo lavoro di tesi sono ritenuti soddisfacenti. Vengono infatti dimostrati gli effetti benefici del TV (anche se implementato in maniera semplificata) sull'*handling* del veicolo sia sperimentalmente che attraverso la simulazione numerica. Gli sviluppi ulteriori di questo lavoro potrebbero consistere nel testare sul veicolo in scala e confrontare tra loro diversi algoritmi di TV più complessi e che operano in anello chiuso.

1 Veicolo in scala per la sperimentazione

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è stato l'integrazione del principio del Torque Vectoring nel sistema di controllo di un veicolo e la valutazione delle performance in termini di *Handling* dello stesso nella sua configurazione base e con applicazione del TV. Per tale progetto si è scelto di impiegare un veicolo in scala ridotta come piattaforma per l'esecuzione dei vari test. Un veicolo in scala consente infatti eseguire test sperimentali inerenti alla dinamica del veicolo con maggiore semplicità, sicurezza e costi minori rispetto a un veicolo di dimensioni standard. La sperimentazione su scala ridotta è inoltre in linea con obiettivo 9 per uno sviluppo sostenibile ("Sustainable Development Goal" o SDG). Le diverse motivazioni che hanno portato alla scelta di sviluppare una piattaforma di test in scala sono riassunte di seguito:

- **Rappresentatività (Rilevanza):** La dinamica e comportamento del veicolo in scala ci si aspetta siano rappresentativi di quelli di un veicolo di dimensioni standard. Gli studi eseguiti sul veicolo in scala ridotta possono dunque trovare una (quasi) diretta trasposizione sulle applicazioni in scala standard.
- **Costi:** I costi sono chiaramente molto minori per l'esecuzione dei test su una piattaforma in scala rispetto a un veicolo di normali dimensioni.
- **Semplicità:** Su un veicolo in scala è innanzitutto molto più semplice apportare modifiche con i semplici strumenti disponibili in laboratori (cacciaviti, ecc), necessarie per renderlo adatto ai test e agli scopi del progetto. Inoltre, l'esecuzione degli stessi test risulta più agevole con un veicolo in scala all'interno degli spazi ristretti messi a disposizione dall'università.
- **Sicurezza:** Ovviamente anche in termini di sicurezza un veicolo in scala telecomandato è molto conveniente rispetto ad un veicolo di dimensioni standard, a cominciare dal fatto che non debba essere coinvolto un pilota durante l'esecuzione dei test.

Inoltre, in letteratura ([1]–[5]) sono riportati diversi esempi di studi condotti su veicoli in scala, volti alla sperimentazione di sistemi e algoritmi di controllo di vario tipo: dai sistemi di guida autonoma fino a studi sull'implementazione del Torque Vectoring, analoghi al lavoro svolto in questa tesi. Ad esempio, presso l'Università degli Studi di Trento sono stati sviluppati due veicoli per la sperimentazione in scala ridotta di sistemi di guida autonoma, denominati "RUMBy" [2](ovvero "Reduced-size Un_Manned Buggy") e "eRUMBy" [1], ovvero la nuova versione elettrica più moderna. RUMBy è un modello di veicolo telecomandato (o RC, "remote-controlled) in scala 1:6, alimentato da un motore a 2 cilindri e dotato di una frizione centrifuga e 4 freni a disco. Il progetto RUMBy sarà preso come riferimento per lo sviluppo del veicolo in scala oggetto di questo lavoro di tesi, soprattutto per quanto riguarda la strumentazione di bordo installata su tali piattaforme sperimentali. Il più recente veicolo eRUMBy è, invece, un veicolo in scala 1:8 dotato di un solo motore elettrico in corrente continua (motore trifase brushless). Grazie alla presenza nel sistema di trasmissione di ben 3 differenziali, tale veicolo consente diverse configurazioni di trazione: dalla trazione posteriore (RWD, ovvero "Rear Wheel Drive"), alla trazione integrale (AWD, ovvero "All Wheel Drive"). In [1] il veicolo viene impiegato nella configurazione a trazione posteriore. Durante i test la posizione e orientazione di eRUMBy vengono monitorate grazie a un sistema OptiTrack di rilevazione del movimento, montato nell'arena dove i test venivano eseguiti. In questo studio viene dunque messo in luce uno dei principali vantaggi nell'impiego di piattaforme sperimentali in scala ridotta, ovvero il fatto che lo spazio necessario per i test sia contenuto e possano essere impiegati sistemi di tracciamento della posizione del veicolo piuttosto semplici. In [4] vengono invece investigate le strategie di controllo ottimale per delle auto RC autonome in scala 1:43 da competizione. Nello studio è stato utilizzato il modello di auto da corsa RC "Kyosho dNaNo". Il lavoro si concentra sul controllo del veicolo in condizioni di attrito limite, impiegando un semplice modello dinamico del veicolo di tipo monotraccia e un modello di pneumatico non lineare. Un lavoro analogo è stato presentato in [5], dove viene studiata l'implementazione di una strategia di controllo predittivo non lineare del modello (MPC) per il controllo in tempo reale di veicoli autonomi, con l'obiettivo di minimizzare il tempo di giro di pista. La validazione sperimentale è stata eseguita utilizzando il modello in scala 1:43 Kyosho dNaNo FX-101 del 2008, la cui posizione, velocità, orientamento e tasso di imbardata sono rilevate da un sistema ad infrarossi montato sopra la piccola

area impiegata per i test. Infine, in [3] viene presentato un lavoro su una strategia di controllo organizzata gerarchicamente per un veicolo UGV, ovvero un “Unmanned Ground Vehicle” o “Veicolo Terrestre Senza Pilota”. In tale lavoro viene analizzata anche la tecnica di distribuzione della coppia motrice alle ruote per controllare il tasso di imbardata del veicolo, il che costituisce di fatto l’implementazione di una tecnica di TV. Il veicolo impiegato per la validazione sperimentale è un veicolo terrestre di dimensioni ridotte, a 6 ruote motrici indipendenti, ognuna dotata di un motore. I 6 motori del veicolo possono essere controllati indipendentemente attraverso un’unità di controllo elettronico (ECU, ovvero “Electronic Control Unit”). Tale caratteristica rende questo veicolo simile a quanto si vuole realizzare per la piattaforma sperimentale da impiegare in questo lavoro di tesi. In [3] i risultati sperimentali sono inoltre confrontati con simulazioni virtuali eseguite con ADAMS e MATLAB. Anche questo aspetto di confronto dei dati sperimentali con i risultati relativi alle simulazioni verrà riproposto in questo lavoro di tesi. Tenendo a mente tutti questi lavori precedentemente svolti e descritti in letteratura, per questo progetto di tesi si è scelto di impiegare un modello di veicolo commerciale in scala 1:12, al quale sono state poi apportate diverse modifiche per renderlo una piattaforma di test adatta agli scopi di questo studio. La scelta del veicolo di base e l’elaborazione delle modifiche ad esso apportate è stata una parte fondamentale e impegnativa di questo lavoro di tesi. Saranno dunque ampiamente descritte nelle sezioni successive tutte le fasi che hanno portato allo sviluppo del veicolo impiegato per la sperimentazione, nella sua configurazione finale.

1.1 Scelta del veicolo di base

La prima parte di tale progetto ha richiesto l’individuazione di un veicolo per la sperimentazione che fosse adatto per gli scopi prefissati dal progetto e compatibile con le risorse a disposizione. In particolare, i requisiti ricercati nel veicolo comprendevano:

- Compattezza, per sfruttare i vantaggi precedentemente elencati in merito l’impiego di un modello di veicolo in scala. In particolare, la possibilità di svolgere i test in maniera facile e sicura.
- Rilevanza dal punto di vista dinamico, ovvero che l’architettura del veicolo fornisca un comportamento dinamico il quanto più simile possibile a un veicolo reale.
- Idoneità per l’implementazione del TV: si è ricercato un veicolo dotato di 4 motori controllabili indipendentemente per poter investigare a pieno le strategie di controllo con TV.
- Flessibilità. Il modello scelto deve essere flessibile e consentire l’apporto di aggiustamenti e modifiche senza che venga compromessa l’integrità del sistema.
- Costo contenuto: il sistema nel complesso (veicolo, sensori, nuovi componenti hardware, ecc..) dovrebbe avere un prezzo accessibile.

Il veicolo selezionato è un modello commerciale e economico di auto telecomandata (“RC car”, ovvero “Radio Controlled” car), denominato RB1277A della marca RBRC (vedi figura 1.1). La scelta è ricaduta su tale modello in quanto uno dei pochissimi disponibili in commercio dotato di 4 motori che governassero ognuno rispettivamente una ruota del veicolo, requisito fondamentale per l’esecuzione di test sul TV. Si tratta di un modello in scala 1:12, come già detto equipaggiato con 4 motori elettrici e dotato di un sistema di sterzo governato da un servomotore elettrico. Le dimensioni assolute del veicolo sono 39.5 cm di lunghezza, 26 cm di larghezza e 14.5 cm di altezza. La struttura del veicolo originale e il suo sistema hardware sono descritti nel dettaglio nella sezione successiva. Saranno inoltre successivamente descritte nella sezione 1.2 le modifiche apportate a tale modello di base per trasformarlo nella piattaforma sperimentale desiderata.



Figura 1.1 Modello RB1277A di veicolo commerciale in scala 1:12 impiegato come base per lo sviluppo della piattaforma sperimentale utilizzata in questo studio.

1.2 Hardware

Dato l'obiettivo di questo progetto di confrontare le performance in termini di Handling del veicolo nella sua configurazione base e l'implementazione del Torque Vectoring nel sistema di controllo, è stato innanzitutto necessario riprogettare completamente la struttura del veicolo originale in termini di Hardware e Software. Le modifiche fatte al veicolo originale avevano l'obiettivo di rendere quest'ultimo adatto per:

- Eseguire vari tipi di test riguardanti la dinamica del veicolo per caratterizzare il comportamento del veicolo telecomandato in termini di Handling. La sensorizzazione del
- Implementare il Torque Vectoring e dunque poter controllare i 4 motori in maniera effettivamente indipendente l'uno dall'altro.
- Essere controllato attraverso i codici di controllo desiderati. In questo modo si rende possibile un controllo del veicolo con l'implementazione del Torque Vectoring ma anche l'esecuzione di manovre automatiche standardizzate durante i test.

In questa sezione verranno dunque descritte accuratamente le modifiche apportate in termini di Hardware al veicolo originale, e giustificate le scelte fatte in base agli obiettivi prefissati per il veicolo nella sua forma finale. Un riferimento da questo punto di vista è stato lo studio condotto presso l'Università di Trento [2] su un veicolo in scala 1:8 denominato RUMBy ('Reduced-size UnManned Buggy'), che consiste in una piattaforma per il test di algoritmi di guida autonoma. Tale studio è stato utile come riferimento soprattutto per la scelta dei sensori per l'acquisizione delle informazioni sullo stato del veicolo. La modifica dell'hardware del veicolo originale può essere suddivisa essenzialmente in tre punti:

- L'installazione sul veicolo di tutti i sensori e strumenti di misura volti a rilevarne lo stato in ogni istante, in particolare in termini di velocità delle ruote, vettore delle accelerazioni lungo i tre assi e vettore delle velocità angolari sempre rispetto ai tre assi.
- L'installazione dei driver per il controllo dei motori in modo da renderli indipendenti tra loro e eseguire un controllo sulla base della coppia erogata desiderata piuttosto che, come classicamente accade, in termini di velocità del motore.
- L'installazione della scheda elettronica che consentisse l'implementazione dei codici di controllo desiderati per il veicolo, a seconda del test eseguito.

Tenendo conto di tutti questi aspetti, di seguito verranno presentati dapprima la configurazione e gli elementi dell'Hardware originale del veicolo acquistato e in seguito le modifiche ad esso apportate.

1.2.1 Descrizione degli elementi hardware del veicolo originale

Come precedentemente detto, il veicolo originale è un veicolo telecomandato, venduto in combinazione con il proprio joystick accoppiato al ricevitore già presente sulla scheda elettronica originale. Il veicolo è inoltre equipaggiato con:

- 4 motori elettrici a spazzole alimentati in corrente continua (“Brushed DC”) e controllati in tensione tramite modulazione PWM (“Pulse Width Modulation”, ovvero “modulazione a larghezza di impulso”). Ogni motore governa rispettivamente una delle ruote del veicolo.
- Un servomotore elettrico che gestisce il sistema di sterzo del veicolo.
- Una batteria LiPo da 7.4 V e 1800 mAh.

L’hardware vero e proprio è costituito invece da una scheda elettronica che, oltre a gestire la logica di controllo implementata per il veicolo, include i seguenti elementi:

- 16 MOSFET (o transistori MOS): sono 4 per ogni motore e, tramite un funzionamento di tipo on/off ne controllano la potenza, tramite la modulazione di tensione con PWM, e la direzione di rotazione. Di fatto costituiscono il sistema di driver dei motori delle ruote.
- Ricevitore per i segnali provenienti dal joystick
- Regolatore di tensione a logica di 3.3 V
- Driver per il motore dello sterzo
- Connettore per lo switch On-Off di accensione del veicolo
- Altro...

Per maggiore chiarezza si riporta in Fig1.2 la foto del veicolo originale e dell’hardware esistente.

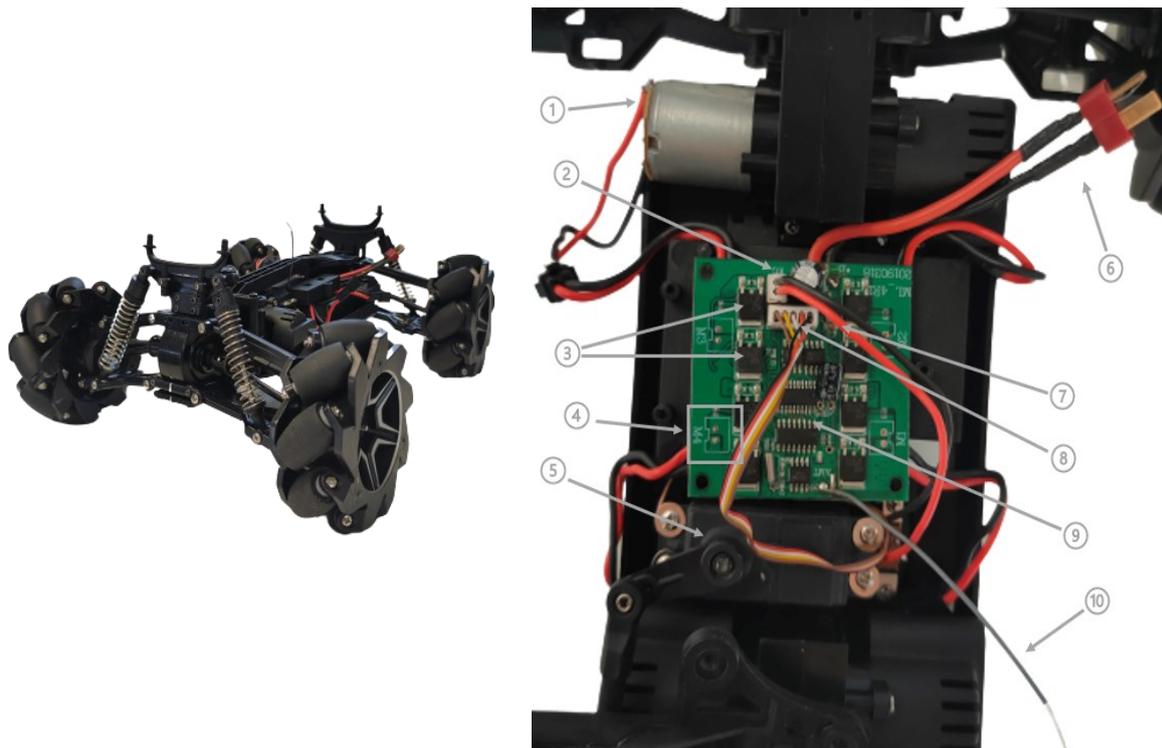


Figura 1.2 A destra: illustrazione del veicolo nella sua configurazione originale, con ruote “MAGNETO”. A sinistra: illustrazione dell’hardware originale presente sul veicolo di base, con (1) motore elettrico a spazzole delle ruote, (2) connettore per switch On-Off; (3) MOSFET dei motori delle ruote (4 per ogni motore, 2 sopra e due sotto la scheda), (4) terminali dei motori, (5) servomotore del sistema di sterzo, (6) connettore batteria, (7) connettore del servomotore dello sterzo a 5 cavi, (8) Regolatore di tensione a 3.3 V, (9) corpo della scheda elettronica che elabora i segnali provenienti dal ricevitore, applica la logica di controllo, ecc, (10) ricevitore dei segnali provenienti dal trasmettitore-joystick.

Nella sezione successiva si illustrano le informazioni raccolte in merito ai motori e i rispettivi driver presenti sul veicolo, sia per quanto riguarda i motori delle ruote sia per il motore dello sterzo. Le informazioni raccolte sono state infatti fondamentali per poter poi elaborare le modifiche necessarie a rendere il veicolo originario adatto per gli obiettivi di questo studio.

1.2.1.1 Caratteristiche driver originali dei motori delle ruote

Come già detto i 4 motori elettrici delle ruote sono motori a spazzole controllati in tensione attraverso la modulazione PWM. Quest'ultima permette infatti di variare la tensione (e dunque la potenza) in uscita dall'alimentatore (ovvero la batteria) e di controllare dunque la tensione e potenza in ingresso al motore. Il PWM è infatti un tipo di modulazione digitale che consente di ottenere una tensione media variabile, a partire da una fonte di tensione continua come la batteria, variando il cosiddetto "duty cycle". Il PWM consiste infatti in un onda quadra che può assumere valore "alto" o "basso": il "duty cycle" è definito proprio come il rapporto tra la durata dell'impulso positivo ("alto" e la durata dell'intero periodo T (l'opposto della frequenza a cui lavora il PWM).

Il primo test eseguito è molto semplice e consiste nell'imporre delle accelerazioni e decelerazioni casuali alle ruote tramite joystick e nel monitorare, contemporaneamente, la tensione in uscita dai driver di uno dei motori tramite ARDUINO. Un esempio dei dati raccolti durante questo test è riportato in Fig1.3. Tale test è stato utile per innanzitutto verificare che i motori fossero effettivamente alimentati con modulazione digitale PWM, misurarne la logica di tensione che è pari a 7.3 V e la frequenza che è intorno a 7 Hz.

Si è inoltre registrata una tensione di picco assorbita dai motori intorno ai 5 A.

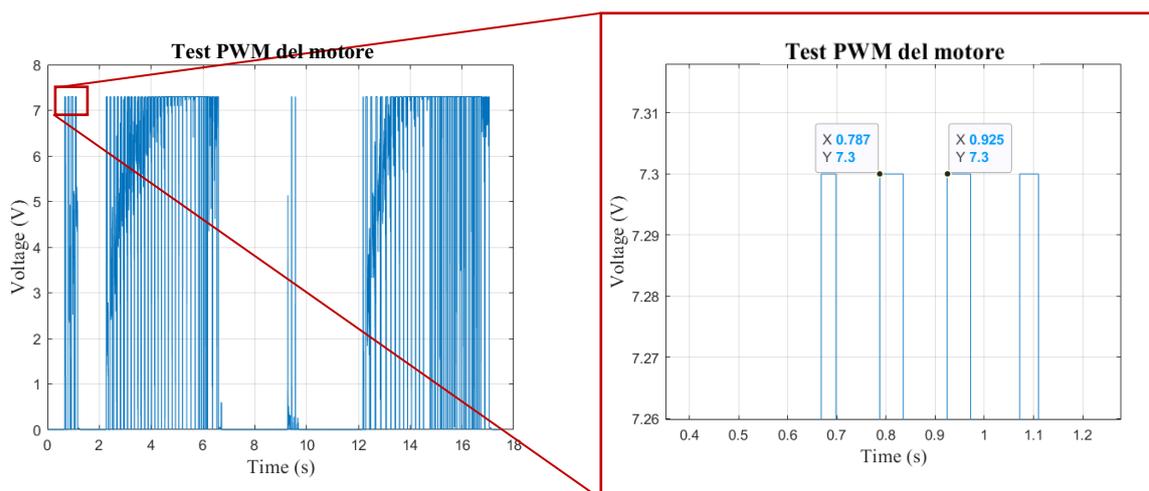


Figura 1.3 Risultati dei test eseguiti su un motore elettrico di una delle ruote, volti a determinare le caratteristiche del PWM originariamente impiegato per controllarlo.

L298NS (disponibile in laboratorio) anch'esso pensato per il controllo in tensione tramite PWM. Sono state inoltre testate diverse frequenze della modulazione PWM: 7.5 Hz, 15 Hz, 30Hz, 500Hz. Tale test ha confermato che i motori possono essere facilmente controllati tramite PWM con driver diversi da quello originale. Si è inoltre osservato che con frequenze di PWM più basse è possibile controllare bene anche piccole velocità del motore. Se le frequenze sono invece alte si perde di sensibilità e, sotto una certa soglia, non è più possibile regolare la velocità del motore che viene letta come 0, per cui a una variazione dell'input imposto non corrisponde una variazione dell'output (ovvero la velocità del motore).

I test eseguiti sui motori elettrici delle ruote e i rispettivi driver sono stati dunque in generale soddisfacenti e hanno permesso la formulazione di considerazioni importanti che hanno guidato successivamente la scelta dei nuovi driver dei motori.

1.2.1.2 Servomotore del sistema di sterzo

Il motore elettrico che funge da attuatore per il sistema di sterzo del veicolo è un servomotore, ovvero un motore elettrico controllato in termini di posizione. Nel servomotore in questione entrano 5 cavi, il che significa che, oltre ai cavi per l'alimentazione, esso non presenta un driver integrato ma quest'ultimo è localizzato all'esterno del motore sulla scheda elettronica, alla quale viene inviato il feedback sulla posizione del motore registrata da un potenziometro angolare e di conseguenza esso verrà alimentato per inseguire la posizione di riferimento. La coppia massima erogata dal motore è elevata, pari a 7 kg*cm, ma si stima che per la movimentazione del sistema di sterzo siano necessarie coppie ben inferiori.

1.2.2 Modifiche apportate all'hardware del veicolo

Come già detto, le principali modifiche apportate al veicolo originale riguardano l'architettura dell'hardware, in particolare: l'installazione dei sensori, la sostituzione della scheda elettronica originale e la sostituzione dei driver dei motori. In generale, la scelta dei nuovi componenti per l'hardware è stata fatta tenendo conto delle necessità dello studio ma è stata dall'altra parte limitata da requisiti sul costo dei componenti (che non fosse eccessivo) e dalla attuale scarsa disponibilità sul mercato di componenti elettronici. La prima, banale, modifica apportata al veicolo è stata la sostituzione degli pneumatici originari. Essi erano degli pneumatici particolari, denominati pneumatici "magneto", dotati di una serie di rulli disposti su assi obliqui tra loro paralleli attorno ai quali i rulli risultavano liberi di ruotare. Questi pneumatici permettono al veicolo di traslare lateralmente senza sterzare le ruote. Poiché tale aspetto non è però di interesse per il progetto e tali pneumatici introducono notevoli vibrazioni aggiuntive al moto del veicolo, si è deciso di sostituirli per ridurre il rumore nei segnali di velocità angolare e accelerazione provenienti dal sensore IMU. I nuovi pneumatici scelti sono degli pneumatici lisci standard, impiegati per auto telecomandate in scala. Di fondamentale importanza è stata poi la sostituzione della scheda elettronica originale per poter riscrivere interamente i codici di controllo del veicolo. È stato dunque necessario installare un nuovo microcontrollore che potesse essere liberamente programmato per: leggere i dati provenienti dai sensori, salvare i dati acquisiti dai sensori all'interno di una memoria (scheda SD), ricevere e interpretare i segnali provenienti dai controllori esterni (joystick o PC connesso con cavo al microcontrollore), implementare la logica di controllo desiderata, creare i segnali per comandare i driver dei motori delle ruote (PWM) e il driver del servomotore dello sterzo. Per tali scopi si è scelta una scheda Teensy 4.1 con processore ARM Cortex-M7 a 600 MHz, che la rende adatta per progetti complessi e che richiedono elevata velocità di calcolo. La scheda può essere facilmente connessa al PC tramite porta micro-USB: risulta dunque molto agevole eseguire l'upload sul microcontrollore di codici di controllo che vengono via via aggiornati o modificati a seconda delle esigenze nel corso del progetto. Teensy 4.1 presenta anche una sede per alloggiare una scheda di memoria SD esterna, in modo da aumentare lo spazio di archiviazione a disposizione del microcontrollore. Ciò sarà utile per memorizzare i dati raccolti da sensori o dagli altri dispositivi connessi alla scheda, senza dover utilizzare la memoria interna della scheda stessa. Poiché la scheda richiede una tensione di alimentazione non superiore ai 3.3V è necessario l'impiego di un trasformatore di tensione da interporre tra la batteria (7.3V) e il microcontrollore. Un ulteriore elemento dell'hardware che è stato sostituito è stato il ricevitore e il rispettivo trasmettitore-joystick necessari per telecomandare il veicolo a distanza. Si sono impiegati un trasmettitore FrSky X9 Lite e un ricevitore compatibile ARCHER M+ in quanto già disponibili in laboratorio e già precedentemente impiegati per altri progetti. Il trasmettitore scelto viene solitamente impiegato per droni e assicura dunque un ampio range di ricezione del segnale. Esso presenta inoltre un grande numero di tasti, configurabili attraverso lo schermo LCD del joystick, che verranno sfruttati per associarli a dei comandi personalizzati creati ad hoc per l'esecuzione di dei test svolti sul veicolo. Si è poi sostituito l'intero servomotore che funge da attuatore per lo sterzo del veicolo. Si è installato un servomotore a 3 cavi con driver integrato che, a differenza di quello originale con driver esterno posto sulla scheda elettronica, permette di semplificare l'architettura complessiva dell'hardware del veicolo. Il servomotore scelto è il modello LSK0520080, in quanto il più simile dal punto di vista geometrico e

di prestazioni a quello originale. Le altre due fondamentali modifiche apportate riguardano la sostituzione dei driver dei motori delle ruote e l'installazione dei sensori. Poiché tali questioni risultano piuttosto complicate e articolate, verranno trattate separatamente nelle seguenti sezioni.

1.2.2.1 Nuovi driver per i motori delle ruote e sistema per il controllo della coppia

È stato necessario installare 4 nuovi driver (un o per ogni motore) per controllare indipendentemente e nel modo desiderato i motori, in quanto i driver originali erano integrati nella scheda elettronica esistente e dunque inutilizzabili oltre che inadatti per gli scopi prefissati. Il primo requisito per i nuovi driver è la compatibilità con i motori elettrici già presenti sul veicolo (che non verranno sostituiti), ovvero fornire una corrente di picco di almeno 5 A e una tensione di alimentazione intorno ai 7.3 V. Il secondo requisito importante riguarda invece lo scopo di questo studio ovvero l'implementazione del Torque Vectoring. Quest'ultima richiede infatti di controllare la coppia su ciascuna ruota e di conseguenza la coppia erogata da ciascun motore. Dalle leggi sulla dinamica dei motori DC è noto che la tensione di alimentazione V_a è direttamente proporzionale alla velocità di rotazione del motore ω secondo la costante K_ω , detta costante di velocità (1.2). Analogamente la corrente nelle armature del motore i_a è direttamente proporzionale alla coppia del motore secondo la costante K_τ , detta costante di coppia (1.1). Tutte queste grandezze risultano poi legate secondo la relazione descritta nell'equazione (1.3).

$$C_m = K_\tau \cdot i_a \quad (1.1)$$

$$V_a = K_\omega \cdot \omega \quad (1.2)$$

$$V_a = R_a \cdot i_a + K_\omega \cdot \omega \quad (1.3)$$

$$V_a = R_a \cdot \frac{C_m}{K_\tau} + K_\omega \cdot \omega \quad (1.4)$$

Dove:

- i_a è la corrente nelle armature del motore [A]
- V_a è la tensione di alimentazione del motore [V]
- C_m è la coppia erogata dal motore [N · m]
- ω è la velocità di rotazione del motore [rpm o rad/s]
- R_a è la resistenza ai terminali del motore [Ω]
- K_τ è la costante di coppia del motore $\left[\frac{N \cdot m}{A}\right]$
- K_ω è a costante di velocità del motore $\left[\frac{V}{rad/s}\right]$

Per controllare la coppia erogata dai motori è dunque necessario controllare la corrente da essi assorbita. Data la difficoltà nel trovare e reperire dei driver direttamente pensati per il controllo in corrente dei motori DC, è stato necessario sviluppare delle idee alternative che consentissero, in maniera indiretta, di controllare la corrente di alimentazione utilizzando dei driver standard a PWM il cui output fosse la tensione V_a con cui i motori sono alimentati. Le soluzioni pensate sono state essenzialmente tre:

- **Soluzione open-loop:** Tale soluzione consiste nel calcolare, in ogni istante, la tensione V_a necessaria per ottenere la coppia desiderata C_m (e quindi la rispettiva corrente i_a) attraverso la relazione espressa nell'equazione (1.3). Una volta stimati i valori dei parametri caratteristici del motore (K_ω , K_τ , R_a) e valutata istante per istante la velocità ω del motore è

possibile, infatti, calcolare V_a come funzione di C_m . La velocità del motore ω può essere stimata istantaneamente a partire dalla velocità delle ruote in quanto quest'ultima è misurata dai sensori a effetto Hall e proporzionale a ω del motore secondo il rapporto di trasmissione $K_{tras} \approx 15$. Tale metodo open-loop calcola, dunque, l'input di tensione necessario in maniera puramente *feedforward*.

- Soluzione close-loop: Tale soluzione consiste nello sfruttare un segnale di *feedback* della corrente $i_{a,eff}$ effettivamente circolante nel motore per eseguire il controllo del motore attraverso un sistema PID. Il sistema PID permette di calcolare la tensione V_a di alimentazione del motore a partire dall'errore tra la corrente effettiva $i_{a,eff}$ e la corrente di riferimento $i_{a,ref}$ necessaria per ottenere la coppia C_m desiderata (calcolata analiticamente dall'equazione (1.3)).
- Soluzione intermedia: Tale soluzione sfrutterebbe un sistema misto tra quello open-loop e quello close-loop, con una componente $V_{a,FF}$ di tensione calcolata in *feedforward* (1.4) e una componente $V_{a,FB}$ calcolata attraverso il PID per essere sicuri che la corrente effettiva inseguia bene quella di riferimento.

Tutte queste soluzioni richiedono che il driver scelto presenti un sensore di corrente che permetta di monitorare la corrente effettivamente erogata dal motore. Nella soluzione close-loop il segnale di *feedback* di corrente è fondamentale per calcolare, istante per istante, la tensione di alimentazione necessaria al motore attraverso il sistema PID. Nella soluzione open-loop invece, il sensore di corrente non sarebbe strettamente necessario in fase di esercizio poiché V_a può essere ricavata analiticamente in *feedforward* dall'1.4. In questo caso, il sensore di corrente è comunque necessario per poter stimare i parametri caratteristici del motore K_ω , K_τ , R_a e testare la procedura in fase preliminare. Per tali ragioni, un secondo requisito fondamentale per la scelta dei driver è stato la presenza di un sensore di corrente (detto anche "CS" ovvero "Current Sensor"). Inoltre, si è prestato attenzione che la frequenza del segnale di *feedback* fosse sufficientemente elevata per implementare un controllo soddisfacente del motore attraverso il PID.

L'ultimo aspetto che si è tenuto in considerazione per la scelta del driver sono state le dimensioni in quanto lo spazio disponibile sul veicolo per l'alloggiamento dei 4 driver risultava ridotto.

Si è dunque scelto il modello di driver TB9051-FTG, le cui specifiche sono riportate nella tabella 1.1. Dallo schema circuitale del driver (fornita dal costruttore) è stato possibile osservare che il segnale di feedback del sensore di corrente risulta filtrato attraverso un filtro passabasso, la cui frequenza di taglio ("cut-off frequency") è stata stimata grazie all'equazione (1.5), derivante dalla teoria sui filtri elettronici. La frequenza di taglio del CS è dunque stata stimata intorno ai 340 Hz, ritenuta sufficiente per l'implementazione del controllo del motore attraverso PID.

$$\text{Frequenza di taglio per un filtro passabasso: } F_{cut-off} = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot R} \quad (1.5)$$

DRIVER TB9051-FTG					
Tensione di esercizio	Max corrente continua	Max corrente di picco	Ampiezza segnale del CS	Frequenza del CS	Dimensioni
4.5 – 28 V	2.6 A	5 A	500 mV/A	338 Hz	25.4 x 25.4 mm

Tabella 1.1 Tabella riassuntiva sulle specifiche del modello di driver selezionato per il controllo dei motori elettrici delle ruote.

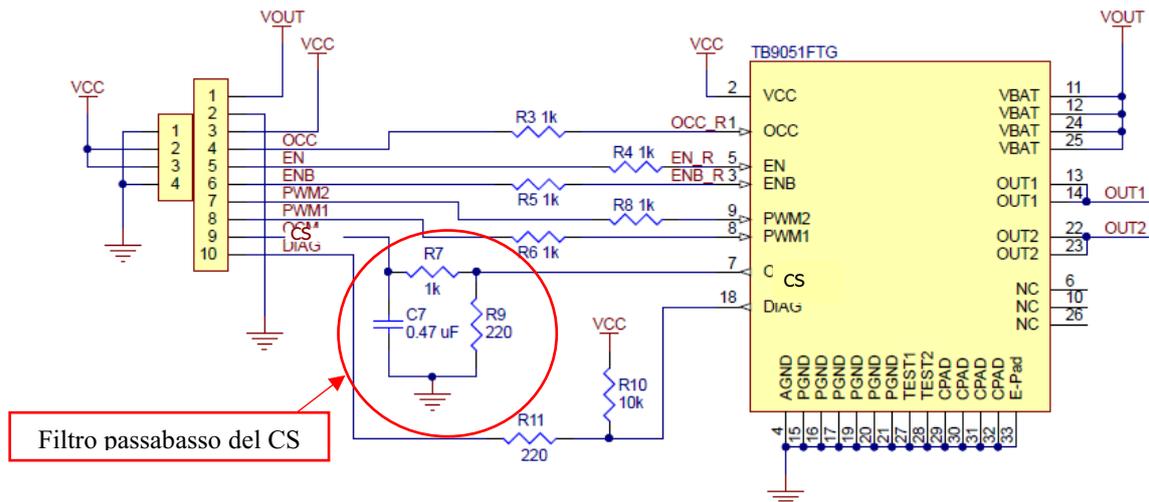


Figura 1.4 Schema del circuito del driver TB9051-FTG. Il terminale denominato CS è quello relativo al sensore di corrente e come si nota il segnale è filtrato da un filtro passabasso (cerchiato in rosso nello schema). Tenendo conto che la capacità del condensatore del filtro è $C_7 = 0.47\mu\text{F}$ e la resistenza associata $R_7 = 1000\ \Omega$, dall'equazione (1.5) dei filtri passabasso si stima una frequenza del segnale di corrente in uscita di $F_{cutoff} = 338\text{Hz}$.

1.2.2.2 Sensori

L'architettura hardware del veicolo è stata poi integrata dall'installazione dei sensori per l'acquisizione dei dati sullo stato del veicolo. Per gli obiettivi del progetto è infatti necessario conoscere la velocità di avanzamento del veicolo, le sue accelerazioni lungo i tre assi e le velocità angolari di imbardata (*yaw*, attorno all'asse *z*), beccheggio (*pitch*, attorno all'asse *y*) e rollio (roll, attorno all'asse *x*). Il sistema di sensori installato sul veicolo comprende dunque:

- **4 sensori a effetto-Hall** per rilevare la velocità di rotazione delle ruote. Tali dispositivi, sfruttando l'effetto Hall, sono in grado di rilevare la presenza di un campo magnetico e generare un output di tensione in uscita quando ciò avviene. Su ogni ruota vengono dunque incollati 2 magneti a distanza angolare di 180° l'uno dall'altro in modo che la ruota non risulti sbilanciata dopo l'aggiunta dei magneti. Durante la rotazione della ruota, il sensore a effetto Hall fissato a telaio rileverà in maniera intermittente il passaggio dei magneti solidali alla ruota. Noto dunque l'intervallo di tempo T tra il passaggio di un magnete e quello successivo è possibile stimare la velocità di rotazione della ruota secondo l'equazione (1.6). Il modello di sensori scelto per il progetto è il KY-003.

$$\omega_{ruota} = \frac{\pi}{T} \quad (1.6)$$

La velocità di rotazione delle ruote misurata verrà poi impiegata per la stima della velocità di avanzamento del veicolo.

- **Un sensore IMU a 9 DOF:** Tale sensore consiste in una "Unità di Misurazione Inerziale" ("Inertial Measurement Unit") che combina 3 accelerometri, 3 giroscopi e 3 magnetometri che forniscono complessivamente 9 gradi di misurazione inerziale (9 DOF). Gli output basici forniti dall'IMU sono dunque le accelerazioni del veicolo e le velocità angolari lungo i vari assi. Esso è però in grado di fornire come output anche gli angoli di *pitch*, *roll* e *yaw* calcolati attraverso degli algoritmi di "sensor fusion" (ad esempio un filtro di Kalaman) a partire dai dati grezzi di accelerazione, velocità angolari e orientazione magnetica misurati dai singoli sensori. Per il progetto è stato scelto un sensore BNO085 in quanto caratterizzato da delle frequenze di campionamento dei segnali piuttosto elevate e da un rumore non eccessivo, soprattutto per quanto riguarda le velocità angolari e dunque il compartimento dei giroscopi. Lo *yaw rate* del veicolo sarà infatti uno dei parametri più importanti da monitorare durante i test eseguiti.

IMU BNO085	Frequenza di campionamento	Densità di rumore
Accelerometri	500 Hz	150 $\frac{\mu g}{\sqrt{Hz}}$
Giroscopi	1000 Hz	14 $\frac{mdps}{\sqrt{Hz}}$
Magnetometri	100 Hz	n.a
Angoli (“fused output”)	400 Hz	n.a

Tabella 1.2 Tabella riassuntiva sulle specifiche tecniche del sensore IMU a 9 DOF (modello BNO085) scelto per misurare le accelerazioni e velocità angolari del veicolo durante i test.

Tutti i sensori sopra presentati sono connessi al microcontrollore attraverso diverse porte seriali. Lo schema del hardware del veicolo è riportato in figura 1.5.

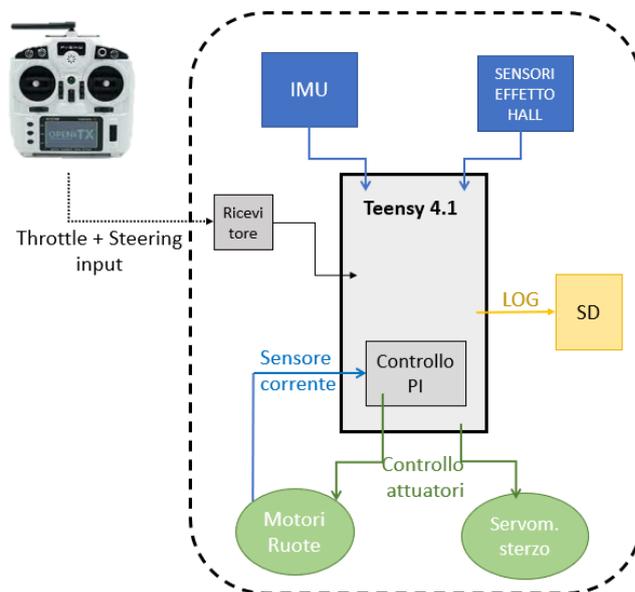


Figura 1.5 Schema dell'architettura hardware del veicolo.

In figura 1.6 è illustrato come si presenta il veicolo per la sperimentazione nella sua configurazione finale. Lo schema dettagliato dei collegamenti elettronici dei tra i vari elementi dell'hardware è invece riportato in Appendice 1.



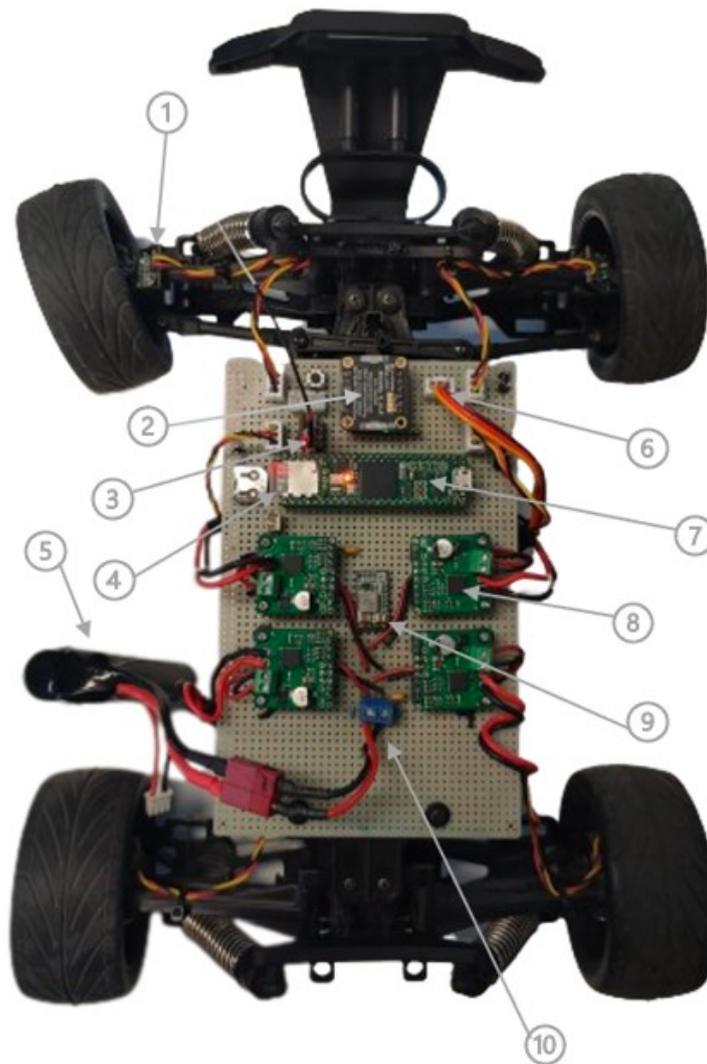


Figura 1.6 Illustrazione del veicolo modificato, nella sua configurazione definitiva come piattaforma per l'esecuzione dei test sperimentali. Si evidenziano le seguenti componenti dell'hardware del veicolo: (1) sensori a effetto Hall, (2) sensore IMU a 9 DOF, (3) ricevitore ARCHER M+ compatibile per trasmettitore FrSky X9 Lite, (4) scheda SD, (5) batteria con maggiore durata, (6) connettore per il nuovo servomotore per lo sterzo con driver integrato, (7) scheda elettronica Teensy 4.1, (8) driver TB9051-FTG per i motori delle ruote, (9) regolatore di tensione a 3.3 V, (10) connettore batteria.

1.3 Software

Il software per il controllo del veicolo e dei sensori su di esso installati è scritto in linguaggio C++. L'intero codice è riportato in Appendice 1, mentre in questa sezione è descritto accuratamente solo il sistema di controllo PI dei motori elettrici. Il codice di controllo dei motori è stato infatti implementato prima in un modello Simulink®, a partire dal quale è stato poi generato il codice in linguaggio C++ tramite Simulink® Coder™. Come precedentemente accennato nella sezione 1.2.2.1, tra le varie soluzioni ideate per il controllo in corrente dei motori elettrici delle ruote si è scelto di impiegare un sistema a retroazione di tipo PI (Proporzionale-Integrale). In base al segnale sulla posizione del Throttle del trasmettitore (l'equivalente del pedale di un'auto normale) viene generato il segnale di corrente di riferimento normalizzato sulla corrente massima I_{max} . La soglia di corrente massima è impostata a $I_{max} = 1 A$. Per valori superiori di corrente si verifica infatti che la tensione fornita dalla batteria per alimentare i motori non è sufficiente a garantirne il corretto esercizio (tale questione è approfondita nel capitolo 2). Il segnale di errore $e(t)$ è generato dalla differenza tra il valore desiderato di corrente $i_{ref}(t)$ e il valore attuale $i(t)$ (rilevato dal segnale di feedback del sensore di corrente integrato nel driver). Sulla base dell'errore di corrente $e(t)$ viene calcolata,

attraverso il PI, l'azione di controllo necessaria in termini di tensione di alimentazione del motore $V(t)$, affinché il valore attuale di corrente eguagli quello di riferimento.

$$V_a(t) = \underbrace{K_P \cdot (i_{ref}(t) - i(t))}_{\text{Proporzionale}} + \underbrace{K_I \cdot \int_0^t (i_{ref}(\tau) - i(\tau)) d\tau}_{\text{Integrativo}} \quad (1.7)$$

In particolare, nel controllo PI si riconoscono 2 azioni differenti:

- L'azione proporzionale all'errore $e(t)$ espressa dalla costante $K_P[V]$ detta guadagno proporzionale e legata alla "prontezza" del sistema di controllo.
- L'azione integrativa proporzionale all'integrale nel tempo dell'errore $e(t)$, espressa attraverso la costante $K_I[V/s]$ detta guadagno integrativo. Tale azione è necessaria per minimizzare l'errore a regime.

Lo schema a blocchi Simulink® del controllo PI dei motori delle ruote è riportato in figura 1.7.

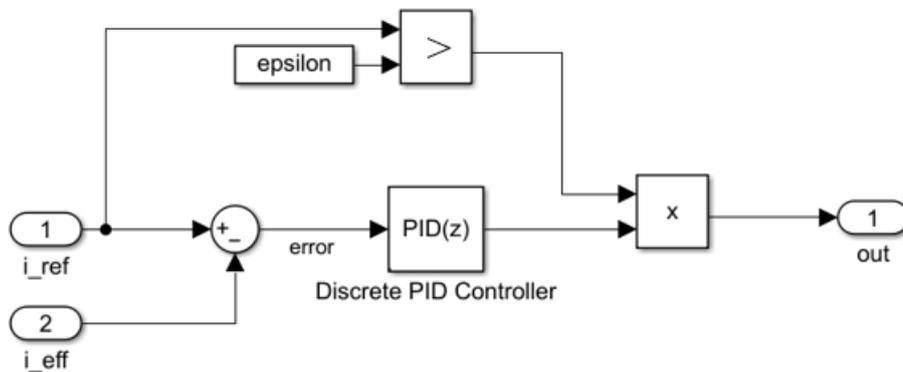


Figura 1.7 Sistema di controllo PI dei motori elettrici delle ruote per un controllo in corrente e dunque della coppia erogata dai motori. I guadagni impostati nel blocco PID(z) di Simulink sono $K_P = 1$, $K_I = 10$, e $K_D = 0$.

La taratura dei guadagni del sistema PI, che consiste nella determinazione dei guadagni K_P e K_I adatti al controllo del sistema meccanico in questione, è stata eseguita analizzando la risposta del sistema a degli input di riferimento vari. Si sono scelti alla fine dei valori dei vari parametri rispettivamente pari a $K_P = 1$ per l'azione proporzionale e $K_I = 10$ per l'azione integrativa (no azione derivativa ovvero $K_D = 0$). In figura 1.8 viene riportato un confronto tra il segnale di riferimento di corrente $i_{ref}(t)$ e quello effettivo $i(t)$. Tale esempio dimostra che il sistema di controllo PI dei motori delle ruote, opportunamente tarato, funziona correttamente.

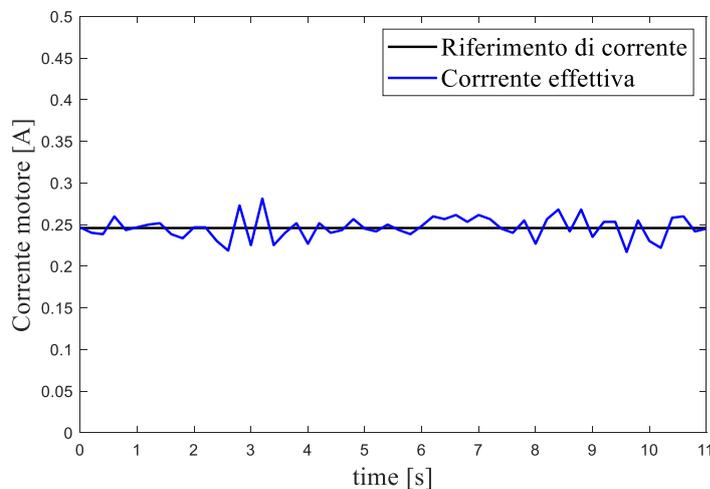


Figura 1.8 Confronto tra la corrente di riferimento e la corrente di alimentazione effettiva in uno dei motori elettrici delle ruote, a conferma del fatto che il controllo in corrente dei motori tramite sistema PI funziona correttamente.

La soluzione del controllo con sistema PI è stata preferita rispetto alle altre due proposte (che impiegavano un sistema di azione “in avanti”) perché non richiede l’impiego del dato istantaneo sulla velocità di rotazione delle ruote $\omega_{ruote}(t)$. Si osserva infatti che il dato grezzo di velocità ricavato dai sensori ad effetto Hall è mediamente consistente ma presenta dei picchi elevati che si discostano dall’andamento reale di velocità. (vedi figura 1.9). Eseguendo diverse prove, si è giunti alla conclusione che i picchi nel segnale di velocità sono probabilmente causati da degli effetti elettromagnetici generati dai motori elettrici delle ruote o dalle correnti di alimentazione circolanti nei cavi. Gli effetti elettromagnetici interagiscono con il sensore a effetto Hall e causano i disturbi nel segnale di velocità misurata. Il segnale di velocità viene “pulito” offline, prima dell’analisi dei dati sperimentali, rimuovendo i picchi di disturbo e ricostruendo il segnale attraverso una maschera mobile di cui viene preso di volta in volta il valore minimo del dato grezzo (vedi codice Matlab in appendice). Poiché tale procedura viene eseguita offline, a posteriori rispetto alla raccolta del segnale, è preferibile l’impiego del metodo PI per il controllo dei motori in modo da evitare l’impiego del segnale istantaneo disturbato di velocità.

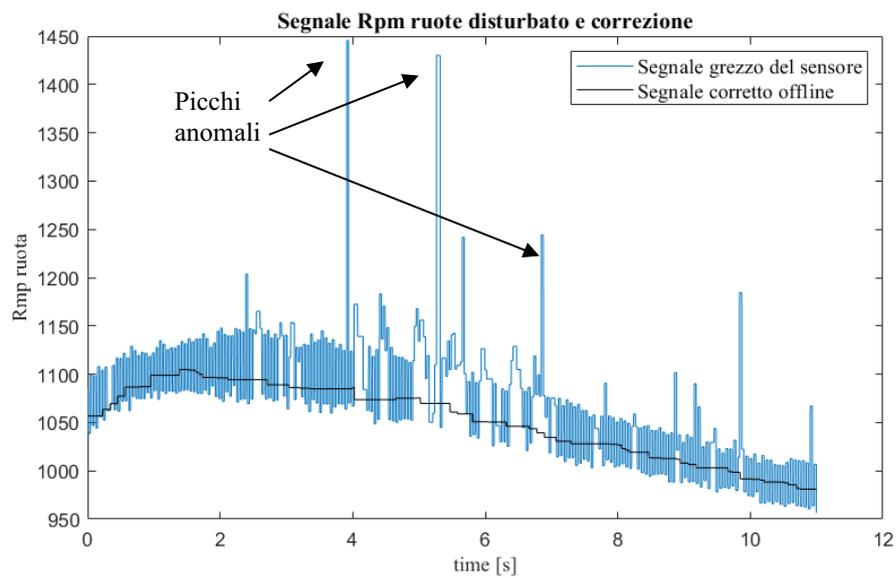


Figura 1.9 Andamento del segnale di velocità di rotazione della ruota. Confronto fra il segnale grezzo in uscita dal sensore che presenta picchi anomali (dovuti probabilmente a disturbi elettromagnetici che interagiscono con sensore a effetto Hall) e il segnale “ripulito” e ricostruito offline.

1.4 Stima dei parametri caratteristici del veicolo

La stima dei parametri caratteristici del veicolo è stata fondamentale per la caratterizzazione del suo modello analitico del veicolo in ambiente Simulink[®], ma anche per l'analisi delle prove sperimentali con esso eseguite. Le principali grandezze necessarie per la caratterizzazione del veicolo sono riassunte in Tab1.3 mentre nei successivi paragrafi verranno descritte le procedure sperimentali con i quali sono state ricavate. Si precisa che i parametri stimati fanno riferimento alla configurazione definitiva del veicolo, ovvero quella con apportate tutte le modifiche precedentemente descritte.

Parametro	Descrizione	Valore
h_w	Distanza verticale di CG dall'interasse delle ruote	0.027 m
h	Distanza verticale di CG dal suolo	0.068 m
a	Distanza longitudinale di CG dall'asse anteriore	0.116 m
b	Distanza longitudinale di CG dall'asse posteriore	0.114 m
w	Iterasse ruote	0.230 m
t_f	Carreggiata asse anteriore	0.215 m
t_r	Carreggiata asse posteriore	0.210 m
A	Area frontale	0.042 m ²
$R_{n,F} = R_{n,R}$	Raggio nominale indeformato (uguale per pneumatici anteriori e posteriori)	0.0415 m
$R_{l,F} = R_{l,R}$	Raggio caricato (uguale per pneumatici anteriori e posteriori)	0.0405 m
$R_{e,F}$	Raggio di rotolamento effettivo pneumatici anteriori	0.0406 m
$R_{e,R}$	Raggio di rotolamento effettivo pneumatici posteriori	0.0413 m
m	Massa	1.2842 kg
J_z	Memento di inerzia (imbardata)	0.01393 kg·m ²
K_{tras}	Rapporto di trasmissione motore-ruote	15
$K_{S,DX}$	Rapporto di sterzo (sterzata a destra)	0.7
$K_{S,SX}$	Rapporto di sterzo (sterzata a sinistra)	0.85
v_{net}	"Ackerman net steer ratio" del sistema di sterzo	0.4

Tabella 1.3 Tabella riassuntiva dei parametri caratteristici del veicolo scelto.

1.4.1 Stima del raggio effettivo di rotolamento degli pneumatici

Il raggio effettivo (o raggio di rotolamento) degli pneumatici è un parametro importante da stimare, in quanto impiegato per calcolare la velocità longitudinale del veicolo a partire dal numero di giri delle ruote in tutti i test sperimentali di dinamica del veicolo che verranno eseguiti in questo lavoro di tesi. A causa della deformazione normale e circonferenziale dello pneumatico durante il rotolamento, la velocità di avanzamento di quest'ultimo risulta minore rispetto a quella di una ruota rigida di pari raggio nominale, ovvero equivalente al raggio dello pneumatico indeformato. Si tiene dunque conto di ciò definendo il raggio effettivo di rotolamento R_e come il rapporto tra la velocità di avanzamento V_x delle ruote e la loro velocità di rotazione ω .

$$R_e = \frac{V_x}{\omega} \quad (1.8)$$

R_e è stato dunque ricavato sperimentalmente facendo muovere il veicolo lungo una traiettoria rettilinea e facendo in modo che le ruote compissero esattamente un numero n di giri o rivoluzioni. Si è dunque misurata la distanza percorsa L e da essa si è ricavato il raggio effettivo di rotolamento come:

$$R_e = \frac{L}{2\pi \cdot n} \quad (1.9)$$

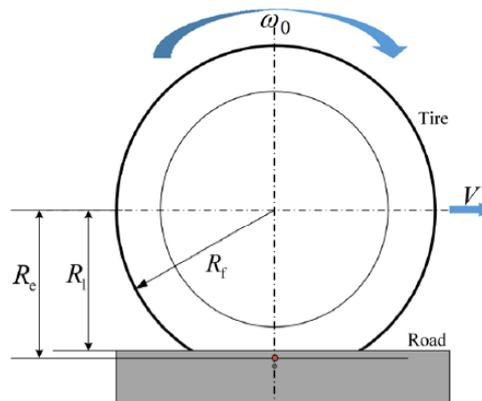


Figura 1.10 Rappresentazione del raggio effettivo di rotolamento R_e dello pneumatico, in confronto al raggio caricato R_l e al raggio nominale R_n dello pneumatico indeformato.

In particolare, sono stati eseguiti set di misurazioni diversi per gli pneumatici anteriori e posteriori, con 5 ripetizioni del test per ognuno dei due casi. Tutti i test sono stati eseguiti imponendo alle ruote un numero $n=4$ di rivoluzioni complete, abbastanza per avere una buona stima di R_e . I risultati ottenuti sono riassunti nella tabella 1.4.:

	PNEUMATICI ANTERIORI			PNEUMATICI POSTERIORI		
Test	L (mm)	$R_{e,F}$ (mm)	$\overline{R_{e,F}}$ (mm)	L (mm)	$R_{e,R}$ (mm)	$\overline{R_{e,R}}$ (mm)
Test 1	1274	40.55	(40.61 ± 0.7)	1300	41.38	(41.29 ± 0.07)
Test 2	1278	40.68		1300	41.38	
Test 3	1276	40.62		1295	41.22	
Test 4	1276	40.62		1296	41.25	
Test 5	1276	40.62		1296	41.25	

Tabella 1.4 Risultati dei test sperimentali eseguiti per stimare il raggio effettivo R_e degli pneumatici anteriori e posteriori.

Come è riportato in Tab 1.4, si è stimato un raggio effettivo di rotolamento di 0.0406 m per gli pneumatici anteriori e di 0.0413 m per quelli posteriori. Come da aspettative, il raggio di rotolamento ha una dimensione compresa tra quella del raggio nominale del pneumatico indeformato R_n e il raggio caricato R_l . Il fatto che il raggio di rotolamento degli pneumatici anteriori sia leggermente inferiore, trova giustificazione nel fatto che essi abbiano una rigidità normale apparentemente inferiore rispetto a quella degli pneumatici posteriori (non si sono svolti test a riguardo, ma la differenza di rigidità dei due pneumatici si percepisce qualitativamente comprimendoli). Ciò implica che gli pneumatici anteriori tenderanno a deformarsi maggiormente e dunque ad avere un raggio di rotolamento più marcatamente inferiore rispetto al raggio indeformato dello pneumatico.

1.4.2 Stima della posizione del baricentro

La posizione del baricentro (a cui si farà di seguito riferimento con l'abbreviazione CG, ovvero "centro di gravità") del veicolo è stata ricavata sperimentalmente mediante l'impiego di una semplice bilancia di precisione. Gli pneumatici posteriori del veicolo sono stati posizionati infatti sulla bilancia, mentre quelli anteriori sono stati riposti su una pila di blocchi metallici appoggiati sul banco di lavoro. Mentre l'altezza h_1 delle ruote posteriori poggiate sulla bilancia è mantenuta costante durante le prove, l'altezza h_2 delle ruote anteriori è variata cambiando il numero di blocchi metallici che le sostengono. In questo modo, durante le varie prove, viene variata l'inclinazione del veicolo rispetto al banco di lavoro e di conseguenza varia la componente F_R della forza peso misurata dalla bilancia. Il setup sperimentale è illustrato in 1.11.

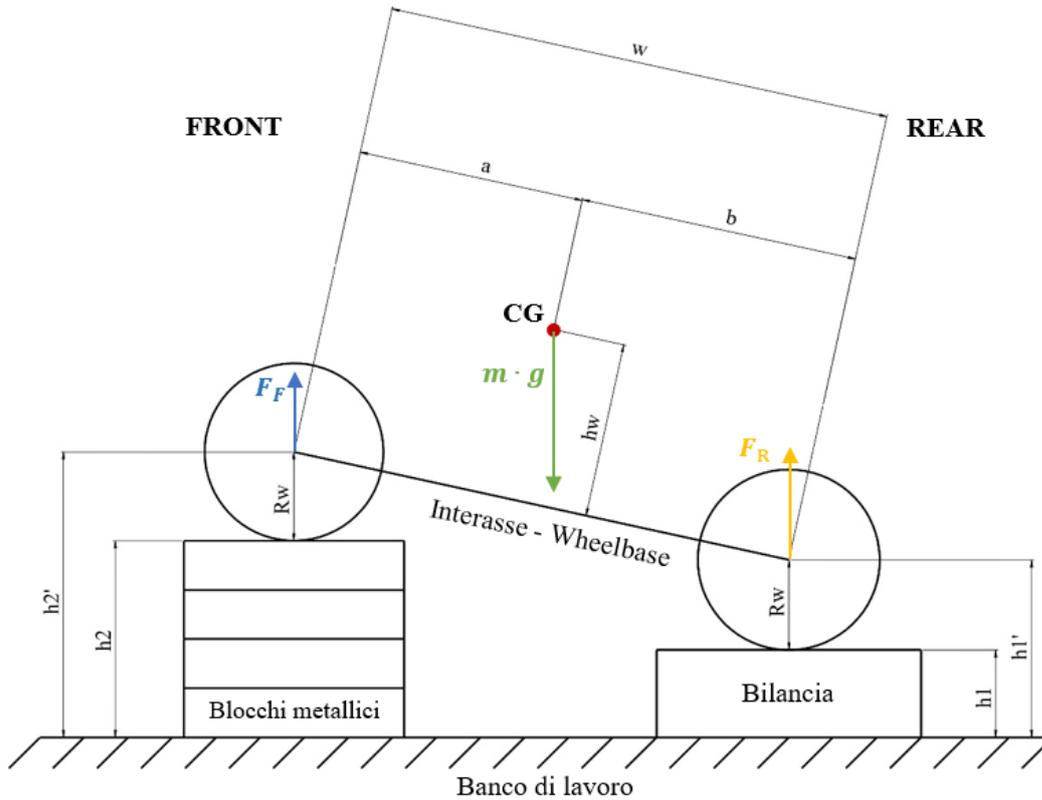


Figura 1.11 Schema del set-up sperimentale impiegato per stimare le posizioni del baricentro (CG) del veicolo in termini di altezza h_W rispetto l'interasse ruote e distanza longitudinale dall'asse anteriore a e dall'asse posteriore b .

Mentre h_1 come già detto rimane costante, in ogni test è stata misurata l'altezza h_2 delle ruote anteriori. Da h_1 e h_2 , che solo le altezze del punto di appoggio degli pneumatici, sono state dunque calcolate le altezze h_1' and h_2' dei centri ruota dal banco di appoggio. Poiché il raggio caricato è stato stimato essere uguale per le ruote anteriori e posteriori e pari, in prima approssimazione, a $R_{w,F} = R_{w,R} = 41\text{mm}$ la differenza tra le altezze dei punti d'appoggio Δh risulta uguale alla differenza tra le altezze di centri delle ruote $\Delta h'$. Infine, da $\Delta h = \Delta h'$ viene stimato l'angolo di inclinazione α del interasse tra le ruote rispetto al banco di prova.

$$h_1' = h_1 + R_{w,F} \quad h_2' = h_2 + R_{w,R} \quad (1.10)$$

$$\Delta h = \Delta h' = h_2 - h_1 = h_2' - h_1' \quad (1.11)$$

$$\alpha = \text{asin} \left(\frac{\Delta h'}{w_W} \right)$$

Per ogni test, e dunque per ogni inclinazione α del veicolo, si è poi registrata la massa m_R misurata dalla bilancia di precisione e quindi la forza $F_R = m_R \cdot g$. I risultati delle prove eseguite sono riassunti in 1.5.

h_1 [mm]	h_2 (mm)	$\Delta h = \Delta h'$ (mm)	α (°)	m_R (g)	F_R (N)	$F_{R,L}$ (N)
123	44	-79	-20.089	592	5.808	5.452
123	54	-69	-17.458	601	5.896	5.622
123	64	-59	-14.864	610	5.984	5.782
123	77	-46	-11.537	614	6.023	5.899
123	84	-39	-9.763	615	6.033	5.943
123	94	-29	-7.244	622	6.102	6.051
123	107	-16	-3.989	627	6.151	6.133
123	117	-6	-1.495	629	6.170	6.166
123	125	2	0.498	634	6.220	6.217
123	135	12	2.991	641	6.288	6.277
123	147	24	5.990	642	6.298	6.261
123	157	34	8.501	648	6.357	6.284
123	164	41	10.268	645	6.327	6.224
123	157	34	8.501	650	6.377	6.304
123	147	24	5.990	641	6.288	6.251
123	137	14	3.490	638	6.259	6.245
123	124	1	0.249	635	6.229	6.227
123	117	-6	-1.495	629	6.170	6.166
123	107	-16	-3.989	627	6.151	6.133
123	94	-29	-7.244	620	6.082	6.031
123	84	-39	-9.763	615	6.033	5.943
123	77	-46	-11.537	613	6.014	5.890
123	67	-56	-14.092	612	6.004	5.821
123	57	-66	-16.676	604	5.925	5.674
123	44	-79	-20.089	603	5.915	5.553

Tabella 1.5 Risultati dei test sperimentali per la determinazione della posizione longitudinale e verticale del baricentro del veicolo. F_R è la forza misurata dalla bilancia, ovvero la componente di forza peso scaricata sull'asse posteriore, mentre $F_{R,L} = F_R \cdot \cos(\alpha)$ è la sua componente normale all'interasse tra i centri ruota.

La distanza longitudinale dall'asse posteriore b_w e l'altezza rispetto l'interasse ruote h_w del baricentro può essere ottenuta dall'equilibrio dei momenti attorno al punto O.

$$M_O = mg \cdot \cos(\alpha) \cdot (w_W - b_W) + mg \cdot \sin(\alpha) \cdot h_w - F_R \cdot \cos(\alpha) \cdot w_W = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{F_R}{mg} - 1 = \tan(\alpha) \cdot \frac{h_w}{w_W} - \frac{b_W}{w_W} \quad (1.14)$$

$$F_R' = \frac{F_R}{mg} - 1 \quad A_1 = \frac{\tan(\alpha)}{w_W} \quad A_2 = -\frac{1}{w_W} \quad (1.15)$$

Considerando l'intero set di 25 misurazioni eseguite, dalle equazioni sopra si ottiene un sistema sovradeterminato di 25 equazioni lineari e due incognite $x = \begin{bmatrix} h_W \\ b_W \end{bmatrix}$. Tale sistema (1.16) è risolto con l'utilizzo della pseudo-inversa di Moore-Penrose della matrice A. Tale matrice pseudo-inversa è infatti frequentemente usata per risolvere sistemi lineari sovradeterminati che non hanno un'unica soluzione, come nel nostro caso. La soluzione ottenuta è la soluzione approssimata basata sui minimi quadrati, che minimizza la quantità $\|F'_R - Ax\|^2$

$$F'_{R,i} = [A_{1,i} \quad A_{2,i}] \cdot \begin{bmatrix} h_W \\ b_W \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

$$F'_R = A \cdot x \quad (1.17)$$

$$x = \begin{bmatrix} h_W \\ b_W \end{bmatrix} = \text{pseudoinverse}(A) \cdot F'_R \quad (1.18)$$

È stata inoltre imposta una deviazione standard dei risultati ottenuti di 1 mm, il che ha portato all'esclusione di un set di misurazioni.

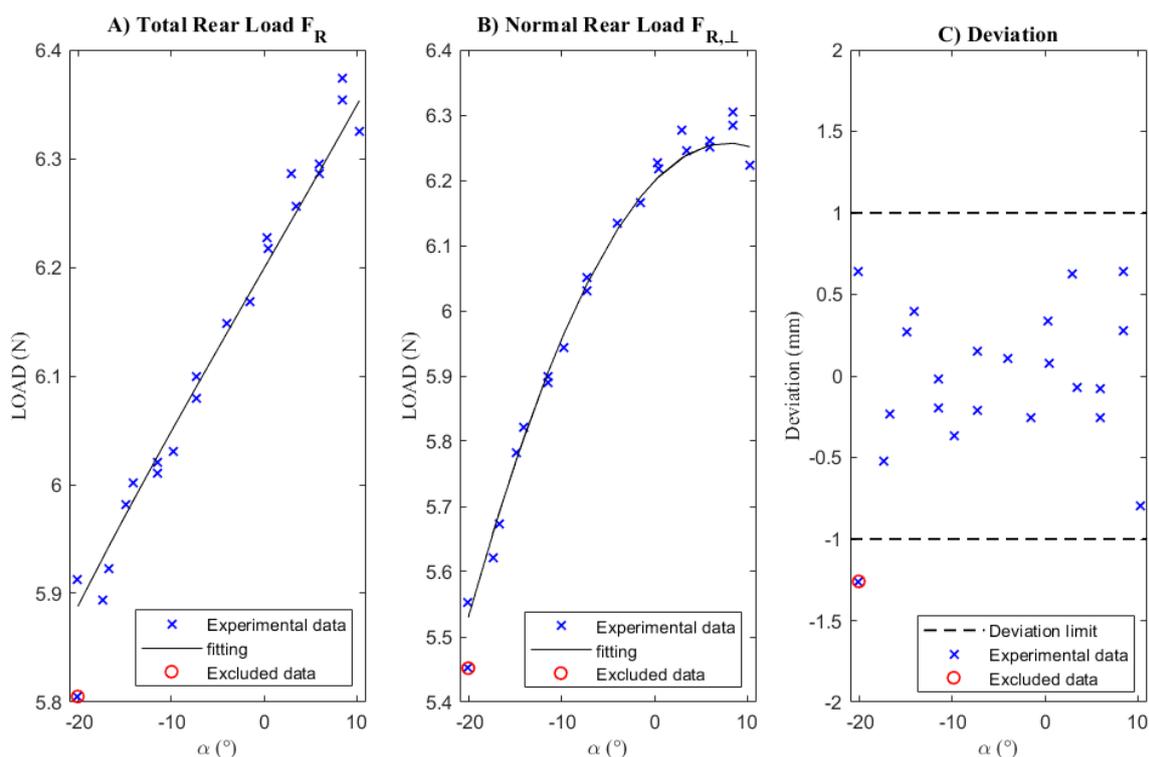


Figura 1.12 **A,B)** Confronto in termini di carico F_R e $F_{R,L}$ tra i dati sperimentali e i dati fittati, ottenuti ricalcolando F_R e $F_{R,L}$ a partire dall'equazione Eq. con i valori di b_W e h_W stimati, in funzione dell'angolo di inclinazione del veicolo α . **C)** Deviazione dei risultati ottenuti, con conseguente esclusione della prova cerchiata in rosso che supera i limiti di deviazione impostati (± 1 mm). La massima deviazione risulta essere pari a 0.8 mm (in modulo).

I risultati ottenuti in merito alla posizione del baricentro del veicolo sono i seguenti:

- Distanza longitudinale dall'asse posteriore $b_W = 113.3 \pm 0.5mm$
- Distanza longitudinale dall'asse anteriore $a_W = w_W - b_W = 116.7 \pm 0.5mm$
- Altezza rispetto all'interasse ruote $h_W = 16.88 \pm 0.2mm$
- Altezza rispetto al suolo $h = h_W + R_W = 57.88 \pm 0.2mm$

Poiché i raggi caricati degli pneumatici anteriori e posteriori sono stati considerati uguali, le distanze longitudinali b_W e a_W del baricentro proiettate sull'interasse tra i centri ruota sono uguali a b e a , ovvero le rispettive distanze proiettate a terra.

1.4.3 Stima del momento di inerzia di imbardata J_{zz} del veicolo

Il momento di inerzia di imbardata, ovvero rispetto all'asse verticale z passante per il baricentro del veicolo, è stato stimato sperimentalmente con un pendolo trifilare, il cui schema è illustrato in figura 1.13.

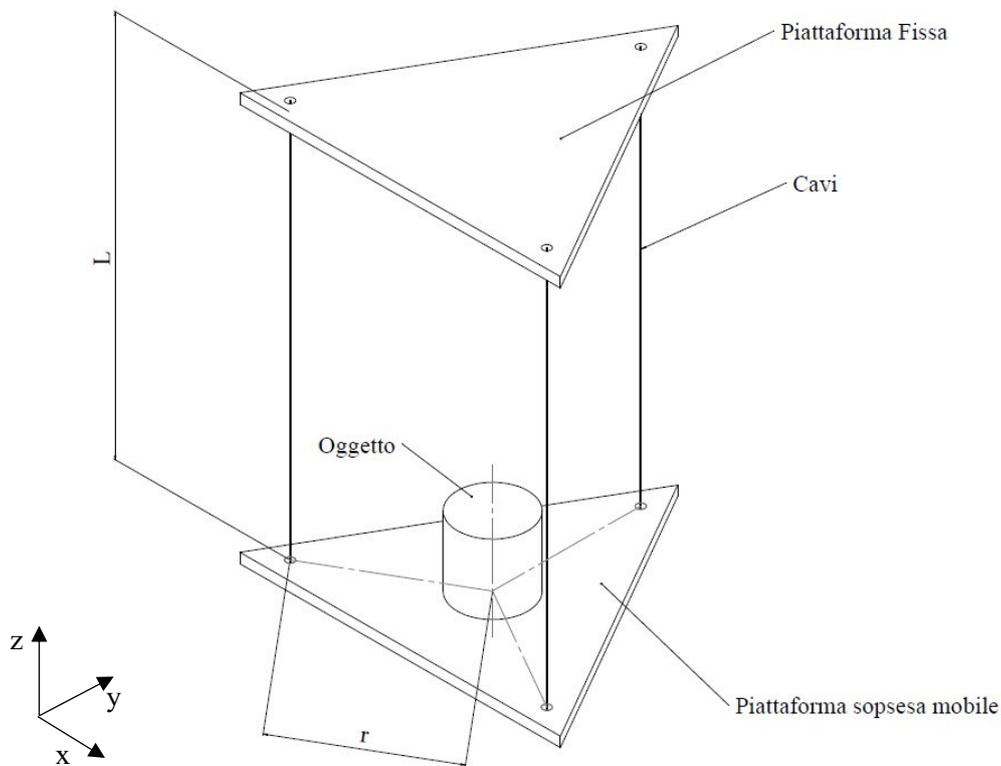


Figura 1.13 Schema del pendolo trifilare impiegato per la determinazione del momento di inerzia di imbardata J_z del veicolo.

Il pendolo trifilare consiste in un supporto superiore fisso che sostiene attraverso tre cavi di uguale lunghezza la piattaforma inferiore, quest'ultima libera di ruotare e oscillare). La piattaforma inferiore è sensorizzata con tre accelerometri, che permettono di stimare il periodo naturale di oscillazione della piattaforma da sola o del sistema formato dalla piattaforma e l'oggetto in analisi sopra di essa.

Il momento di inerzia del veicolo può dunque essere stimato conoscendo il periodo di oscillazione di modo torsionale (attorno all'asse verticale) del sistema nelle due diverse configurazioni (piattaforma libera o con veicolo sopra di essa) grazie alla relazione descritta nelle due equazioni (1.19) e (1.20).

$$J_{z,obj} = \frac{r^2 \cdot g \cdot \tau^2}{4\pi^2 \cdot L} \cdot (m_{plat} + m_{obj}) - J_{z,plat} \quad (1.19)$$

$$J_{z,obj} = \frac{m_{obj} \cdot g \cdot r^2 \cdot \tau^2}{4\pi^2 \cdot L} + \frac{m_{plat} \cdot g \cdot r^2}{4\pi^2 \cdot L} \cdot (\tau^2 - \tau_{cal}^2) \quad (1.20)$$

Dove:

- $J_{z,obj}$ è il momento di inerzia rispetto all'asse verticale z passante per il centro di massa dell'oggetto in analisi (in questo caso il nostro veicolo).
- $J_{z,plat}$ è il momento di inerzia rispetto all'asse verticale z passante per il centro di massa della piattaforma libera (senza oggetto).
- m_{obj} è la massa dell'oggetto in analisi (in questo caso il nostro veicolo).
- m_{plat} è la massa della piattaforma libera.
- r è la distanza del centro della piattaforma e i punti di attacco dei 3 cavi che la sostengono.
- L è la lunghezza dei cavi.
- g è l'accelerazione di gravità.
- τ è il periodo di oscillazione in modo torsionale (attorno all'asse z) del sistema piattaforma più oggetto.
- τ_{cal} è il periodo di oscillazione in modo torsionale (attorno all'asse z) della piattaforma libera, ovvero quello ricavato dalle misure di calibrazione iniziali.

Poiché alcuni parametri del pendolo trifilare non risultavano direttamente noti (come ad esempio la lunghezza L dei cavi) per stimare $J_{z,obj}$ è stato necessario eseguire 4 tipi differenti di misurazioni: 2 misure di calibrazione per la piattaforma libera rispettivamente in modo di oscillazione semplice e torsionale, e 2 misurazioni per la piattaforma con il veicolo sempre in modo semplice e torsionale. Ogni misurazione è stata ripetuta 3 volte per ottenere una stima più accurata di $J_{z,obj}$. Particolare attenzione è stata prestata nel posizionare il veicolo sulla piattaforma in modo che i baricentri dei due oggetti fossero allineati verticalmente e ridurre eventuali errori nella stima sperimentale del momento di inerzia del veicolo rispetto al proprio CG. In figura 1.14 è presentato un esempio dei dati loggati dagli accelerometri per il modo torsionale durante misure di calibrazione e no. Come si può osservare i dati sperimentali sono perfettamente fittati da funzioni armoniche e da tale fitting si ricavano le frequenze di oscillazione del sistema nelle varie configurazioni. Si osserva inoltre che, come atteso, l'armonica delle misure di calibrazione (piattaforma da sola) ha frequenza minore rispetto all'armonica del sistema piattaforma + veicolo, proprio a causa dei diversi momenti di inerzia dei due sistemi.

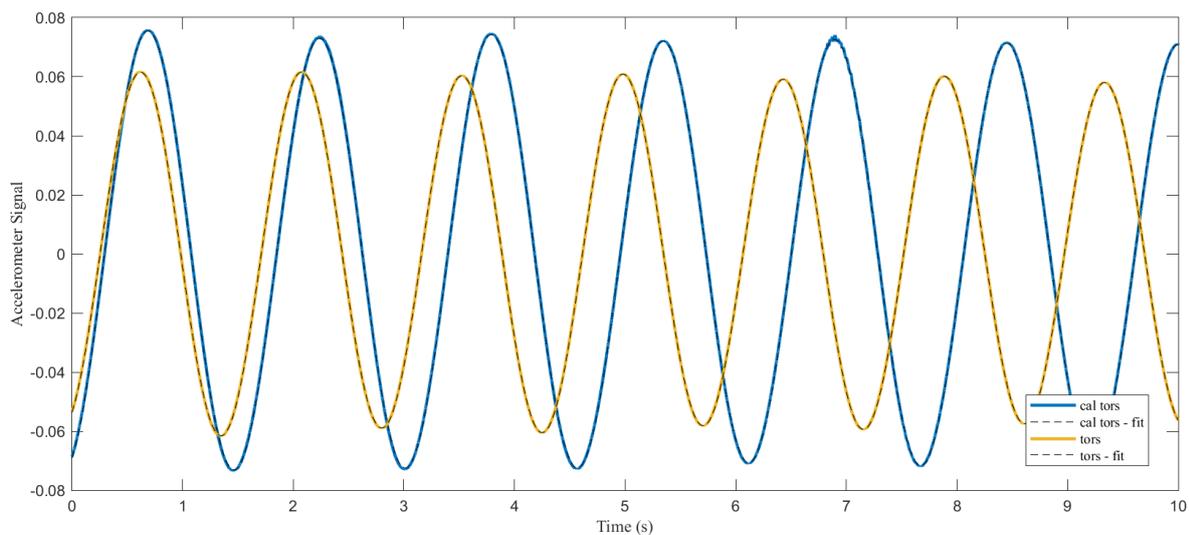


Figura 1.14. Esempio dei dati sperimentali raccolti dagli accelerometri nei test in modo di oscillazione torsionale col pendolo trifilare. Si evidenzia come la frequenza di oscillazione del sistema formato dalla piattaforma con sopra il veicolo (curva gialla) sia maggiore di quella della sola piattaforma (curva blu-prove di calibrazione) a causa del maggiore momento di inerzia J_z complessivo del primo sistema rispetto al secondo

DATI NOTI		DATI CALCOLATI			
m_{obj}	1.284 kg	<i>Calibration frequency Simple mode</i>	0.3595 Hz	<i>Plat+object frequency Simple mode</i>	0.3587 Hz
m_{plat}	6.3 kg	<i>Calibration frequency Torsionale mode</i>	0.6438 Hz	<i>Plat+object frequency Torsional mode</i>	0.6884 Hz
r	0.413 m	$J_{z,plat}$	0.3448 kg · m ²	$J_{z,obj}$	0.01393 kg · m ²

Tabella 1.6 Tabella riassuntiva riguardante i dati delle prove sperimentali col pendolo trifilare per la stima del momento di inerzia di imbardata del veicolo, con distinzione tra i dati noti della prova e quelli invece calcolati a partire dai dati sperimentali.

Dall'analisi dei dati sperimentali secondo le equazioni (1.19) e (1.20) è stato stimato un valore del momento di inerzia di imbardata del veicolo pari a $J_z = (0.0139 \pm 0.0009) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

1.4.4 Stima del rapporto di trasmissione motore-ruote.

Il rapporto di trasmissione tra motore e ruote è un parametro importante che permette di conoscere i rapporti di velocità e coppia tra motore e ruote e dunque poter ricavare una dall'altra. Tale parametro verrà ad esempio impiegato successivamente per stimare il numero di giri del motore nota la velocità di rotazione della ruota rilevata dal sensore ad effetto Hall, o ancora verrà impiegato per calcolare la coppia alle ruote note le correnti di alimentazione del motore e dunque nota la coppia all'albero motore. Il rapporto di trasmissione è stato calcolato in maniera diretta a partire dalla geometria del sistema di trasmissione a ruote dentate del veicolo. Si ricorda che il veicolo è dotato di 4 motori che muovono individualmente ogni ruota, per questo si hanno altrettanti sistemi di trasmissione indipendenti per ogni coppia di ruota e motore. I 4 sistemi di trasmissione sono (ovviamente) caratterizzati dallo stesso rapporto di trasmissione ma si differenziano per il fatto che la ruota condotta ha un verso di rotazione concorde con la ruota motrice per i posteriori, mentre ha un verso di rotazione discorde per gli anteriori. I sistemi di trasmissione al posteriore sono infatti composti da 4 ruote dentate tra cui una coppia di ruote tra loro solidali (ruota 2 e ruota 3). Lo schema del sistema di ingranaggi è illustrato in figura 1.15. I sistemi di trasmissione all'anteriore devono invece coprire una maggiore distanza tra l'asse ruota e l'asse motore, per questo sono composti da 5 ruote ciascuno, con le ruote 2 e 2' che risultano geometricamente uguali e dunque non modificano il rapporto di trasmissione rispetto al posteriore, ma invertono il verso di rotazione della ruota condotta rispetto alla ruota motrice. Le dimensioni delle varie ruote dentate sono state misurate con un calibro e per comodità di misurazione si sono misurati il diametro esterno D_{ext} e lo spessore del dente s_D delle ruote (Tab.1.7). Dalla misurazione di tali parametri si è ricavato il diametro nominale D_n di ogni ruota dentata e da questi ultimi il rapporto di trasmissione K_{tras} .

$$D_n = D_{ext} - s_D \quad (1.21)$$

$$K_{tras} = \frac{\omega_{ruota\ condotta}}{\omega_{ruota\ motrice}} = \frac{D_{n,1}}{D_{n,2}} \cdot \frac{D_{n,3}}{D_{n,4}} \quad (1.22)$$

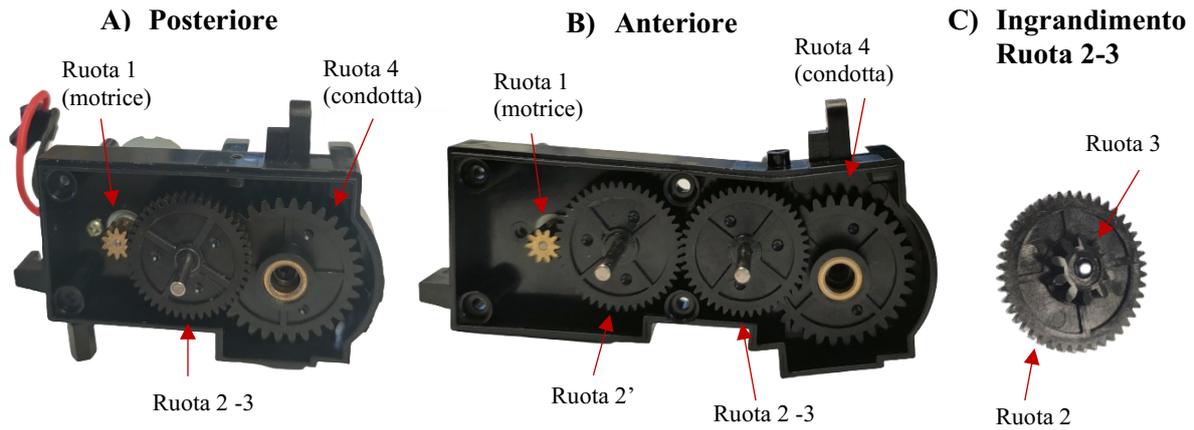


Figura 1.15 Foto dei sistemi di trasmissione tra le varie coppie di motore e ruota del veicolo, con distinzione tra quelli posteriori (A) e quelli anteriori (B). (C) Ingrandimento delle ruote dentate 2 e 3 tra loro solidali.

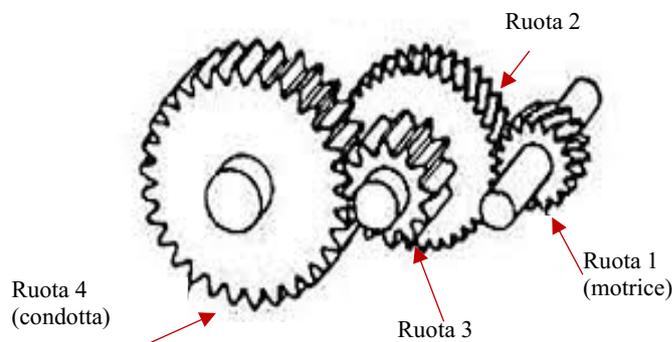


Figura 1.11.4 Schema del sistema di trasmissione a ingranaggi (posteriore) del veicolo, fornito per maggiore chiarezza.

Dimensioni Sistema di Trasmissione				
<i>Ruota dentata</i>	D_{ext}	s_D	N° denti	D_n
1	7.16	1.42	10	5.74
2 e 2'	27.38	1.57	44	25.81
3	11.88	2.47	10	9.41
4	33.77	2.37	32	31.4

Tabella 1.7 Riassunto delle dimensioni delle varie ruote dentate che compongono l'ingranaggio del sistema di trasmissione tra motore e ruota, da cui si ricava il rapporto di trasmissione K_{tras} . In particolare, con D_{ext} , s_D e D_n si indicano il diametro esterno delle ruote, lo spessore del dente e il diametro nominale. La tolleranza delle misure acquisite con calibro è ± 0.01 mm.

Il valore stimato del rapporto di trasmissione definito come $K_{tras} = \frac{\omega_{ruota\ motrice}}{\omega_{ruota\ condotta}} = \frac{\omega_{motore}}{\omega_{ruota}}$ è pari a $K_{tras} = 15$.

1.4.5 Stima dei parametri caratteristici dei motori elettrici delle ruote

I parametri caratteristici K_ω , K_τ , R_a dei motori delle ruote sono delle grandezze importanti da stimare al fine di poter correlare la tensione e corrente al motore, facilmente misurabili istantaneamente, con la sua velocità di rotazione e coppia erogata.

Tali parametri sono stati stimati attraverso semplici test durante che verranno di seguito illustrati.

- R_a : tale parametro è stato stimato attraverso dei test in condizione di stallo del motore. In tale condizione il motore viene impedito all'albero del motore di ruotare in quanto, la ruota del veicolo alla quale è collegato viene mantenuta ferma manualmente. Alimentando il motore a diverse tensioni e misurando la rispettiva corrente circolante nel motore è possibile stimare il valore di R_a dall'equazione 1., tenendo conto che $\omega = 0$. Dai risultati dei test (Tab1.8) si è stimato un valore di $R_a = (1.1 \pm 0.2) \Omega$.

TEST	V_a [V]	i_a [A]
1	1	0.8
2	2	1.8
3	3	2.8

Tabella 1.8 Riassunto dei dati ricavati da 3 test del motore in condizione di stallo ($\omega = 0$), per stimare la resistenza ai terminali del motore $R_a = \frac{V_a}{i_a}$. Il risultato ottenuto è di $R_a = (1.1 \pm 0.2) \Omega$.

- K_ω : tale parametro è stato stimato, una volta noto R_a alimentando il motore con una data tensione e lasciandolo la ruota libera di ruotare senza applicare carichi esterni: il motore raggiunge dunque la sua massima velocità di rotazione (per la tensione data) e l'unica coppia presente è la coppia resistente C_r legata alle perdite intere e all'inerzia del motore. Si misura dunque la corrente i_a circolante nel motore (seppur piccola in quanto la coppia resistente C_r è minima) e si stima la velocità di rotazione ω del motore a partire da quella delle ruote (misurata dai sensori ad effetto Hall) ricordando che il rapporto di trasmissione tra motore e ruote è $K_{tras} \approx 15$. Il test è stato ripetuto 3 volte su due diversi motori: il motore 11 (o FL, ovvero Front-Left) e il motore 21 (o RL, ovvero Rear-Left). Dall'equazione (1.4), tenendo conto che R_a è già stata precedentemente stimata, si ricava la stima di $K_\omega = (3.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-3} \left[\frac{V}{rad/s} \right]$.

Motor	Test	V_a [V]	i_a [A]	ω_{ruota} [rpm]	ω [rad/s]
FL	1	3	0.16	490	769.7
FL	2	5	0.2	805	1264.5
FL	3	7	0.23	1095	1720.0
RL	4	3	0.16	485	761.8
RL	5	5	0.19	808	1269.2
RL	6	7	0.22	1132	1778.1

Tabella 1.9 Riassunto dei dati ricavati dalle prove eseguite sui motori elettrici delle ruote senza applicare carichi resistenti esterni, volte a stimare il valore della costante di velocità K_ω del motore. Dall'equazione (1.4) infatti si ricava $K_\omega = \frac{(V_a - R_a \cdot i_a)}{\omega}$.

- K_τ : Dalla teoria sui motori elettrici DC a spazzole è noto che la costante di coppia del motore K_τ è numericamente uguale alla costante di velocità K_ω se espresse nelle unità di misura del sistema internazionale. Non sono dunque necessari ulteriori test per stimare il valore della costante di coppia che è pari a $K_\tau = (3.8 \pm 0.2) \cdot 10^{-3} \left[\frac{Nm}{A} \right]$.

Seppur K_ω , K_τ , R_a rimangono i parametri più importanti da stimare riguardo ai motori per quelli che sono gli scopi del progetto, si è deciso di stimare altre due grandezze caratteristiche dei motori, ovvero l'inerzia del motore J_m e la l'andamento della coppia resistente del motore $C_r(\omega)$. Di seguito sono riportate le procedure per la stima di questi due ulteriori parametri.

- $C_r(\omega)$: La coppia resistente del motore, legata agli attriti interni, dipende linearmente dalla velocità di rotazione ω secondo la legge $C_r = C_{r0} + f_\omega \cdot \omega$. Al termine costante C_{r0} si somma infatti un termine legato alla componente viscosa degli attriti che cresce linearmente con l'aumentare della velocità. Nota la costante di coppia K_C precedentemente stimata, è possibile calcolare la coppia resistente $C_r(\omega) = K_C \cdot i_a$ dai test già eseguiti sui motori applicando un carico esterno nullo (vedi Tab.). Dal fit lineare dei dati disponibili di coppia resistente in funzione di ω si è stimato un valore di $C_{r,0} = 4.2 \cdot 10^{-3}$ [Nm] e $f_\omega = 2.5 \cdot 10^{-7}$ $\left[\frac{Nm}{rad/s}\right]$.

i_a [A]	C_r [$10^{-3} \cdot Nm$]	ω [rad/s]
0.16	0.608	769.7
0.2	0.76	1264.5
0.23	0.874	1720.0
0.16	0.608	761.8
0.19	0.722	1269.2
0.22	0.836	1778.1

Tabella 1.10 Riassunto dei dati disponibili per stimare l'espressione della coppia resistente del motore C_r in funzione della velocità di rotazione ω . I dati sono quelli già ottenuti durante i test del motore con coppia esterna applicata nulla (vedi Tab1.9). Le coppie resistenti sono state ricavate dalla relazione $C_r = C_m = K_C \cdot i_a$ impiegando il valore di K_C precedentemente stimato.

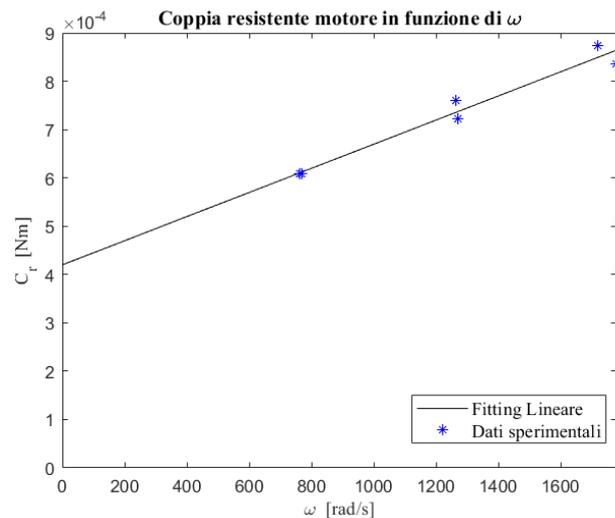


Figura 1.17 Plot delle coppie $(\omega, C_r(\omega))$ ricavate dai test sperimentali (in blu) e rispettivo fitting lineare (in nero) basato sulla relazione $C_r = C_{r0} + f_\omega \cdot \omega$, da cui si sono stimati i valori dei parametri $C_{r,0} = 4.2 \cdot 10^{-3}$ [Nm] e $f_\omega = 2.5 \cdot 10^{-7}$ $\left[\frac{Nm}{rad/s}\right]$.

- J_m : L'ultimo test eseguito sui motori è volto a calcolarne il momento di inerzia J_m rispetto all'asse di rotazione dell'albero. Dalla teoria sui motori elettrici essi si comportano come sistemi dinamici del primo ordine, la cui funzione di trasferimento $G(s)$ assume la forma, nella trasformata di Laplace, espressa nell'equazione (1.23). La risposta di tale sistema a un input di tensione a gradino da $V = 0$ a $V = V_0$ seguirà dunque la legge descritta dall'equazione 1.24, in cui l'unico parametro che caratterizza il sistema è la costante di tempo τ . Si è dunque eseguito un test consistente nell'applicare un input di tensione a gradino al sistema da $V = 0$ a $V_0 = 7 V$. Per semplicità si è scelto, visti gli strumenti di misura a disposizione, di monitorare direttamente l'andamento della velocità effettiva del motore, che è comunque legata alla tensione effettiva $V(t)$ dalla costante di velocità K_ω . Fittando la curva sperimentale ottenuta dal test secondo la legge prevista per la risposta di un sistema del primo ordine a un input a gradino (1.25), è stato possibile stimare un valore della costante di tempo del motore pari a $\tau = 0.114 s$.

$$G(s) = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (1.23)$$

$$V(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (1.24)$$

$$\omega(t) = \frac{V(t)}{K_\omega} = \frac{V_0}{K_\omega} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (1.25)$$

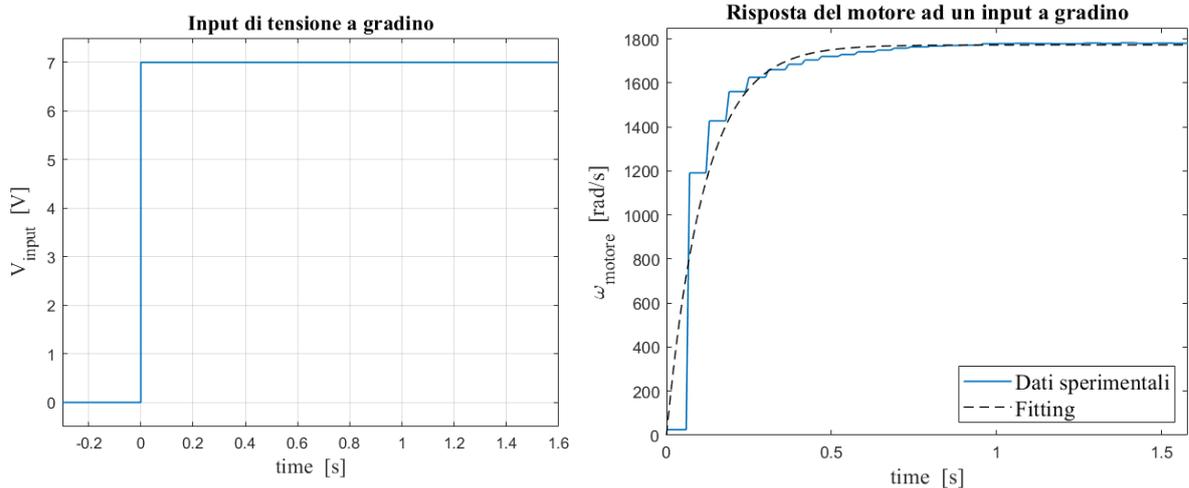


Figura 1.18 A sinistra è rappresentato l'input di tensione a gradino fornito al motore durante i test per stimare la sua inerzia J_m . A destra si può invece osservare la risposta all'input a gradino (in termini di velocità del motore ω) del motore, che si comporta come un sistema dinamico del primo ordine. In particolare in blu è rappresentata la curva sperimentale e in nero il suo fitting (secondo l'equazione (1.25)) da cui si ricava un valore della costante di tempo del motore $\tau = 0.114$ s.

Dalla teoria sui motori elettrici è poi noto che τ è correlato all'inerzia J_m e agli altri parametri caratteristici K_ω , K_τ , R_a del motore secondo la seguente relazione (Eq).

$$\tau = \frac{J_m \cdot R_a}{K_C \cdot K_\omega} \quad (1.26)$$

$$J_m = \frac{\tau \cdot K_C \cdot K_\omega}{R_a} \quad (1.27)$$

Da tale equazione (Eq) è dunque possibile, una volta stimato τ e già noti K_ω , K_τ , R_a , stimare l'inerzia del motore che risulta pari a $J_m = 1.5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Si osservi che quella appena scritta è l'inerzia del motore ridotta all'albero del motore stesso. Per calcolare l'inerzia del motore ridotta alle ruote è invece necessario tenere conto del rapporto di trasmissione, da cui risulta $J_{m,wheel} = J_m \cdot K_{tras}^2 = \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

1.4.6 Analisi e caratterizzazione del sistema di sterzo

L'analisi del cinematismo di sterzo del veicolo costituisce un punto piuttosto critico di questo lavoro di tesi. Il cinematismo dello sterzo determina infatti come varino gli angoli di sterzo delle ruote anteriori, interna e sterna, in funzione dell'angolo di sterzo assunto dal servomotore che funge da attuatore per il meccanismo. L'analisi di tale elemento del veicolo è dunque fondamentale per:

- Calcolare il rapporto di sterzo K_s che lega l'angolo medio delle ruote all'angolo di input del servomotore.
- Calcolare il rapporto di Ackerman, o "Ackerman net-steer Ratio" v_{net} per conoscere le proprietà del cinematismo e capire quanto questo sia assimilabile ad un sistema di sterzo alla Ackerman.

L'analisi del sistema di sterzo viene svolta inoltre con 2 diversi approcci. Un primo approccio sperimentale che consiste nel misurare gli effettivi angoli di sterzo delle ruote per un noto input di angolo di sterzo del servomotore. Il secondo approccio è invece legato all'analisi analitica e alla simulazione del cinematismo, dopo avere misurato sperimentalmente le dimensioni principali degli elementi che lo compongono. Le analisi eseguite vengono presentate nelle seguenti sezioni, in cui verranno messe in evidenza le principali criticità emerse inerenti al sistema di sterzo del veicolo.

1.4.6.1 Stima sperimentale del rapporto di sterzo

Nei veicoli standard la relazione che lega gli angoli di sterzo delle ruote anteriori δ_{11} e δ_{12} con l'angolo di sterzo del volante (detto in inglese "steering wheel") δ_w è complessa e dipende dal cinematismo del sistema di sterzo (vedi esempio in figura 1.19).

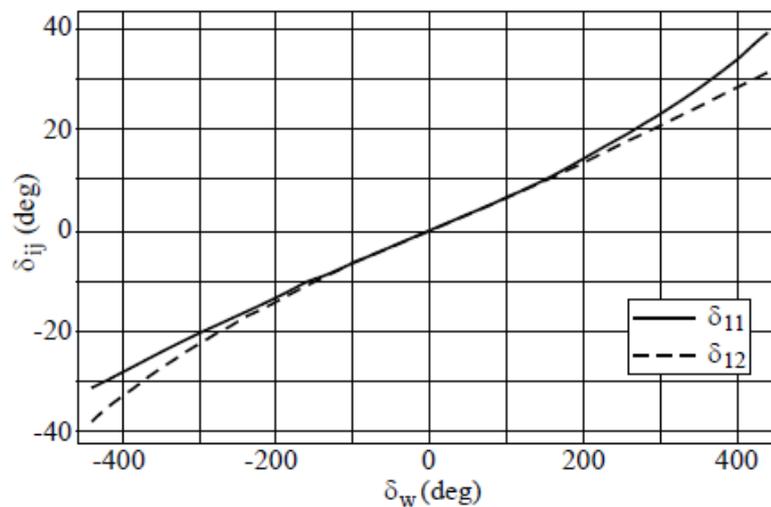


Figura 1.19 Andamento degli angoli di sterzo delle ruote anteriori δ_{11} e δ_{12} di un veicolo (Range Rover Evoque) in funzione dell'angolo di sterzo del volante δ_w [6].

Dalla figura 1.19 si osserva che, in generale l'andamento dell'angolo medio di sterzo delle ruote $\bar{\delta}$ in funzione dell'angolo del volante è complesso. Esso può essere espresso mediante una tabella di associazione (o *lookup table*) salvata nel database del veicolo, o mediante la definizione di un rapporto di sterzo K_s . In quest'ultimo caso si considera, in maniera approssimata, che la relazione tra $\bar{\delta}$ e δ_w sia lineare, con una costante di proporzionalità che è proprio il rapporto di sterzo K_s (vedi equazione (1.28)).

$$K_s = \frac{\bar{\delta}}{\delta_w} = \frac{\bar{\delta}}{\delta_{servo,IN}} \quad (1.28)$$

In questo lavoro di tesi si considererà, per semplicità, questo secondo approccio proposto, correlando l'angolo medio di sterzo delle ruote all'angolo dato in input al servomotore secondo un rapporto di

sterzo K_s considerato costante. Tale approssimazione risulta accettabile visto anche il range ridotto di angoli di sterzo imponibili al servomotore. La stima del rapporto di sterzo è fondamentale per l'analisi dei test di *ramp-steer* in quanto consentirà di stimare l'angolo medio di sterzo delle ruote a partire dall'angolo nominalmente imposto allo sterzo, che rappresenta l'unico dato noto durante l'esecuzione dei test. Il rapporto di sterzo viene dunque stimato sperimentalmente imponendo, con veicolo fermo, un angolo teorico in input al servomotore di $+20^\circ$ (sterzata a destra) e -20° (sterzata a sinistra), e misurando gli angoli assunti rispettivamente dalla ruota esterna e interna. Questi ultimi sono stati ricavati indirettamente (funzione arcoseno) dalle misure eseguite con un semplice righello del cateto e dell'ipotenusa dei triangoli descritti dalla ruota sterzata sul banco di lavoro. Sono state eseguite in totale 6 misurazioni per ogni verso di sterzata. Le misure raccolte sperimentalmente sono riportate nella tabella 1.11 $\bar{\delta}$ è stato ricavato come la media tra l'angolo della ruota interna ed esterna e il rapporto di sterzo come da equazione (1.28). Si osserva che le ruote presentano inoltre un *toe angle* verso l'esterno di circa $1/2^\circ$. Tale *toe angle* costituisce però un contributo di angolo di sterzo opposto sulle due ruote, in particolare positivo sulla ruota interna e negativo sulla ruota esterna. Esso non influenza dunque la di $\bar{\delta}$.

TEST	Sterzata a DESTRA (senso orario)			Sterzata a SINISTRA (senso antiorario)		
	$\delta_{int} = \delta_{12}$	$\delta_{ext} = \delta_{11}$	$\bar{\delta}$	$\delta_{int} = \delta_{11}$	$\delta_{ext} = \delta_{12}$	$\bar{\delta}$
Prove 1	16.77	12.95	14.86	23.97	12.75	18.16
Prova 2	16.17	9.85	13.01	22.45	10.78	16.61
Prova 3	17.17	10.88	14.02	21.55	14.32	17.93
Prova 4	18.56	11.10	14.83	22.15	10.78	16.46
Prova 5	16.80	11.84	14.32	21.30	11.34	16.32
Prova 6	16.92	10.39	13.65	20.84	11.90	16.37
Media prove	17.16	11.13	14.14	22.21	12.08	16.86

Tabella 1.11 Dati sperimentali sugli angoli di sterzo delle ruote anteriori (interna ed esterna), con distinzione a seconda del verso di sterzo a destra e sinistra. Gli angoli misurati in gradi e sono relativi a un angolo di input del servomotore di 20° in senso orario e 20° in senso antiorario.

I risultati dei test sperimentali evidenziano che il comportamento sterzante del veicolo risulta piuttosto diverso a seconda che la sterzata sia eseguita a destra o a sinistra. Nei test eseguiti si osserva infatti che, mediamente, gli angoli di sterzo delle singole ruote risultano minori se si sterza a destra piuttosto che a sinistra. Si stimano infatti degli angoli pari a $\bar{\delta} = (14.1 \pm 0.9)^\circ$ per la sterzata a destra e pari a $\bar{\delta} = (16.7 \pm 0.9)^\circ$ per la sterzata a sinistra. Ricordando che l'angolo di input del servomotore è 20° , si stimano dei valori dei rapporti di sterzo differenziati per i due versi di sterzata e rispettivamente pari $K_{s,DX} = 14.1:20 \approx 0.7$ e $K_{s,SX} = 16.7:20 \approx 0.84$. I due valori stimati per i rapporti di sterzo hanno una differenza intorno al 20% che risulta piuttosto consistente in quanto determinerà poi, nell'analisi dei test di *ramp-sterr* descritta nel capitolo 2, differenze piuttosto marcate nel calcolo dei gradienti di sottosterzo. Tale questione verrà comunque trattata approfonditamente nei capitoli successivi. Tale comportamento, piuttosto inaspettato, del sistema di sterzo costituisce in ogni caso uno degli elementi più critici del veicolo impiegato nei test. Apparentemente, infatti, il cinematismo di sterzo sembra essere simmetrico. Si cercherà di fornire delle spiegazioni plausibili a tale comportamento nella sezione 1.4.6.4 di questo capitolo, dopo aver confrontato i dati ottenuti sperimentalmente con l'analisi analitica del cinematismo.

1.4.6.2 Stima sperimentale del rapporto di Ackerman.

È importante caratterizzare, in maniera semplice, il cinematico dello sterzo del veicolo in modo da poterne poi modellare in modo accurato il comportamento all'interno del modello analitico del veicolo che verrà creato su Simulink. Per caratterizzare il sistema di sterzo di un veicolo è utile confrontarlo con un cinematico di tipo Ackerman. Un sistema di sterzo Ackerman, prevede che gli angoli di sterzo della ruota interna ed esterna siano tali per cui il centro di istantanea rotazione delle due ruote (O) sia lo stesso (vedi Fig1.20). Tale condizione può essere espressa attraverso la relazione presentata nell'equazione (1.29)

$$\frac{1}{\tan(\delta_{int})} - \frac{1}{\tan(\delta_{ext})} = \frac{t_f}{w} \quad (1.29)$$

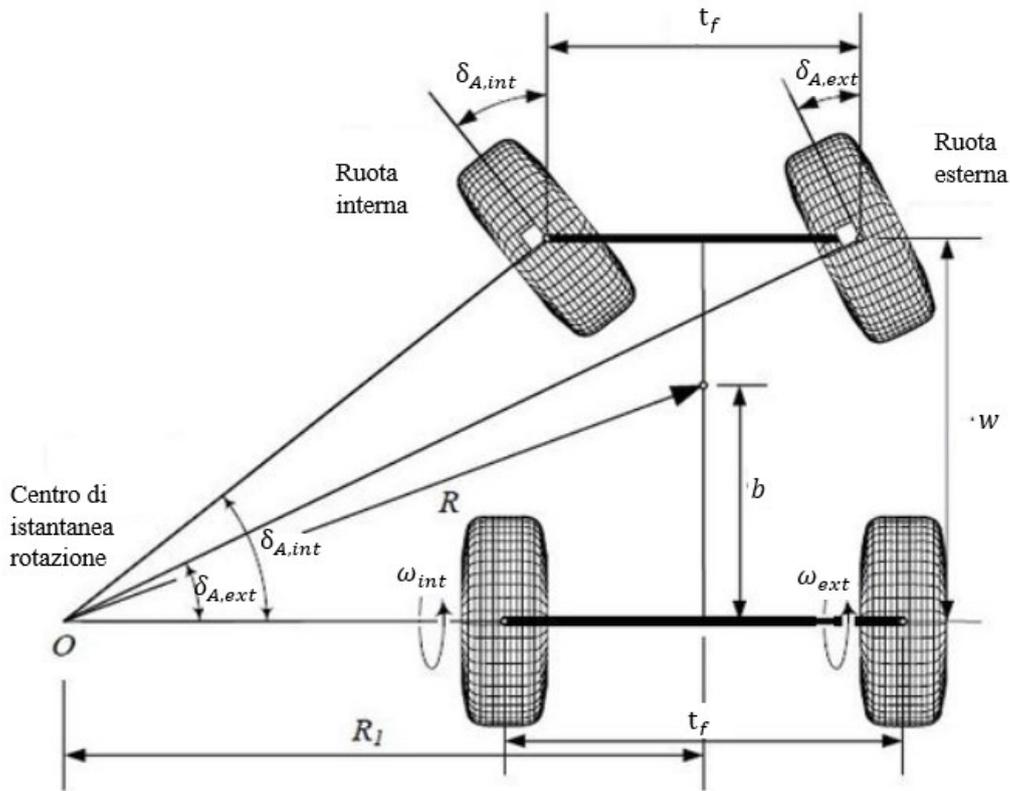


Figura 1.20 Sistema di sterzo di Ackerman.

La sterzata alla Ackerman prevede dunque che l'angolo di sterzo della ruota interna risulti sempre maggiore di quello della ruota esterna. Per sistemi di sterzo che producono angoli di sterzo diversi da quelli previsti da Ackerman, le ruote tenderanno a non avere lo stesso centro di istantanea rotazione e saranno costrette a slittare fino a raggiungere un centro di rotazione comune. In letteratura sono stati proposti diversi coefficienti che consentono di quantificare quanto un sistema di sterzo si discosti da quello di tipo Ackerman [7]. In questo lavoro di tesi si ricorre all'"Ackerman net steer ratio" v_{net} , ovvero al "rapporto netto di sterzata di Ackerman", definito come da equazione (1.30).

$$v_{net} = \frac{\delta_i - \delta_e}{\delta_{A,i} - \delta_{A,e}} \quad (1.30)$$

Dove:

- δ_i e δ_e sono gli angoli effettivi delle ruote (interna ed esterne) ottenuti con il sistema di sterzo considerato
- $\delta_{A,i}$ e $\delta_{A,e}$ sono gli angoli di un corrispondente cinematismo di sterzo Ackerman.

In letteratura sono proposte almeno 3 diverse opzioni per identificare la geometria di Ackerman, e quindi gli angoli $\delta_{A,i}$ e $\delta_{A,e}$, associati al sistema di sterzo in analisi [7]. In questo lavoro si impiega la seconda delle modalità descritte in [7]. Gli angoli equivalenti di Ackerman vengono ricavati aggiungendo e togliendo rispettivamente dagli angoli di sterzo reali della ruota interna ed esterna una stessa quantità t (vedi equazione 1.31). In altre parole, in questo modo la sterzata equivalente di Ackerman è ottenuta applicando un *toe-angle* (ovvero un angolo di convergenza) correttivo alle ruote del sistema di sterzo corrente. Tale correzione può essere positiva se risulta $t > 0$ (*toe-out* alle ruote) o negativa se $t < 0$ (*toe-in* alle ruote). L'angolo correttivo t può essere calcolato, a partire da δ_i e δ_e , tenendo conto che tra gli angoli $\delta_{A,i}$ e $\delta_{A,e}$ deve essere rispettata la relazione di Ackerman (equazione 1.29).

$$\begin{cases} \delta_{A,i} = \delta_i + t \\ \delta_{A,e} = \delta_e - t \end{cases} \quad (1.31)$$

Si osservi inoltre che il valore del parametro correttivo t non è costante per un certo cinematismo ma varia in funzione degli angoli di sterzo δ_i e δ_e . Di conseguenza anche il rapporto di Ackerman v_{net} non è costante per un cinematismo ma varia teoricamente con il tasso di sterzo. In tale lavoro si è calcolato il valore di v_{net} per il cinematismo di sterzo del veicolo corrispondente a un angolo di sterzo del servomotore di 20° . Il valore stimato è stato poi ritenuto, per semplicità, costante per tutti gli angoli di sterzo. I dati sperimentali che sono stati analizzati sono quelli precedentemente impiegati per la stima del rapporto di sterzo, riportati in 1.11. Per ogni coppia di dati (δ_i, δ_e) è stato stimato il corrispondente valore di t dalla combinazione delle equazioni (1.31) e (1.29) e dunque calcolato il valore dell'*Ackerman net-steer ratio*. Come per la stima del rapporto di sterzo, anche in questo caso si sono analizzati separatamente i dati relativi ai due diversi versi di sterzo. I risultati ottenuti sono una stima di $v_{net,DX} \approx 0.4$ per le sterzate a destra e una stima di $v_{net,DX} \approx 0.4$ per le sterzate a sinistra. Anche sotto questo aspetto si osserva che il comportamento del sistema di sterzo non risulta simmetrico.

1.4.6.3 Analisi del cinematismo del sistema di sterzo

Dopo aver analizzato sperimentalmente il sistema di sterzo, stimando empiricamente i valori del rapporto di sterzo e del rapporto di Ackerman, si è voluto svolgere anche un'analisi di tipo analitico del cinematismo che regola il sistema, nel tentativo di trovare una spiegazione al comportamento fortemente asimmetrico tra destra e sinistra del sistema di sterzo del veicolo. Si sono dunque studiati i punti cinematici del sistema di sterzo, determinando le posizioni dei punti incernierati a telaio e le lunghezze dei membri che compongono il cinematismo. Le misure eseguite risultano abbastanza accurate poiché sono state prese con un calibro su ogni singolo componente dopo che l'intero sistema di sterzo è stato smontato. I risultati delle misurazioni sono riportati in Tabella 1.12. In figura 1.21 e 1.22 è invece rappresentato lo schema del cinematismo.

(A)	
Dimensioni membri	
Grandezza	Valore
L1	23 mm
L2	55 mm
L3	23 mm
L4=L6	15 mm
L5	57 mm
L4'=L6'	23 mm
L7=L9	53.5 mm
L8=L10	22.5 mm
θ	67°

(B)		
Cerniere a telaio		
Punto	Coordinata x	Coordinata y
A	19 mm	0 mm
B	23 mm	54.5 mm
C	-23 mm	54.5 mm
D	96 mm	95 mm
E	-96 mm	95 mm

Tabella 1.12 Riassunto delle principali grandezze che caratterizzano il cinematico del sistema di sterzo del veicolo. In particolare, in (A) le dimensioni dei membri rigidi della catena cinematica e in (B) le coordinate delle coppie rotoidali fissate a telaio, o meglio solidali alla struttura del veicolo. Le diciture fanno riferimento allo schema presentato in Fig1.22.

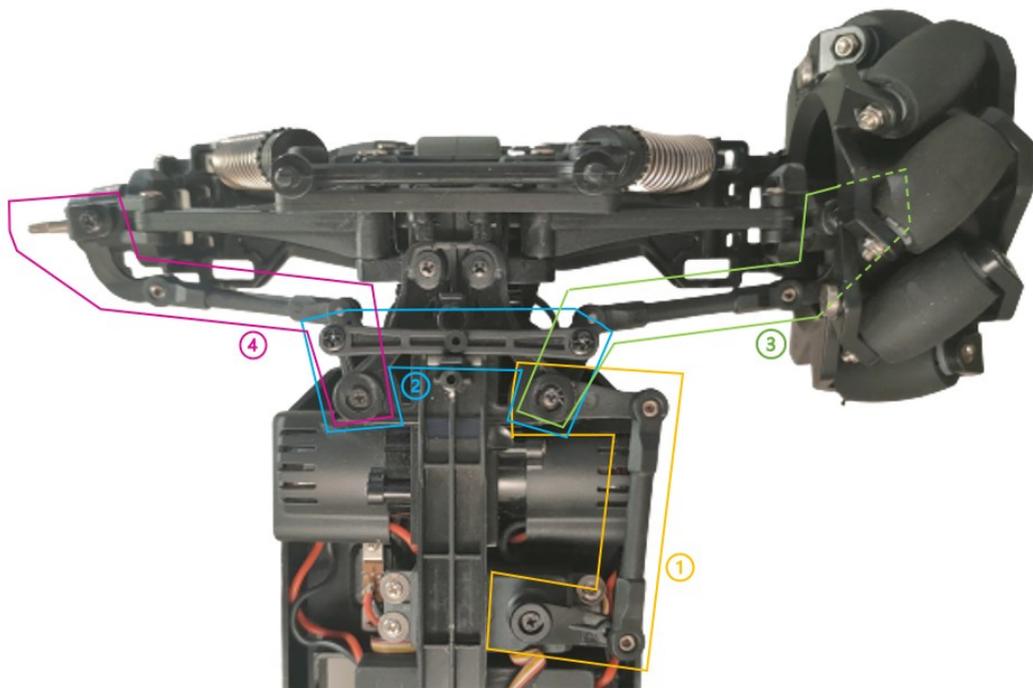


Figura 1.21 Foto del sistema di sterzo del veicolo. Sono evidenziati con diversi colori i 4 quadrilateri articolati, tra loro connessi, di cui è composto il cinematico.

Cinematismo Sistema di sterzo

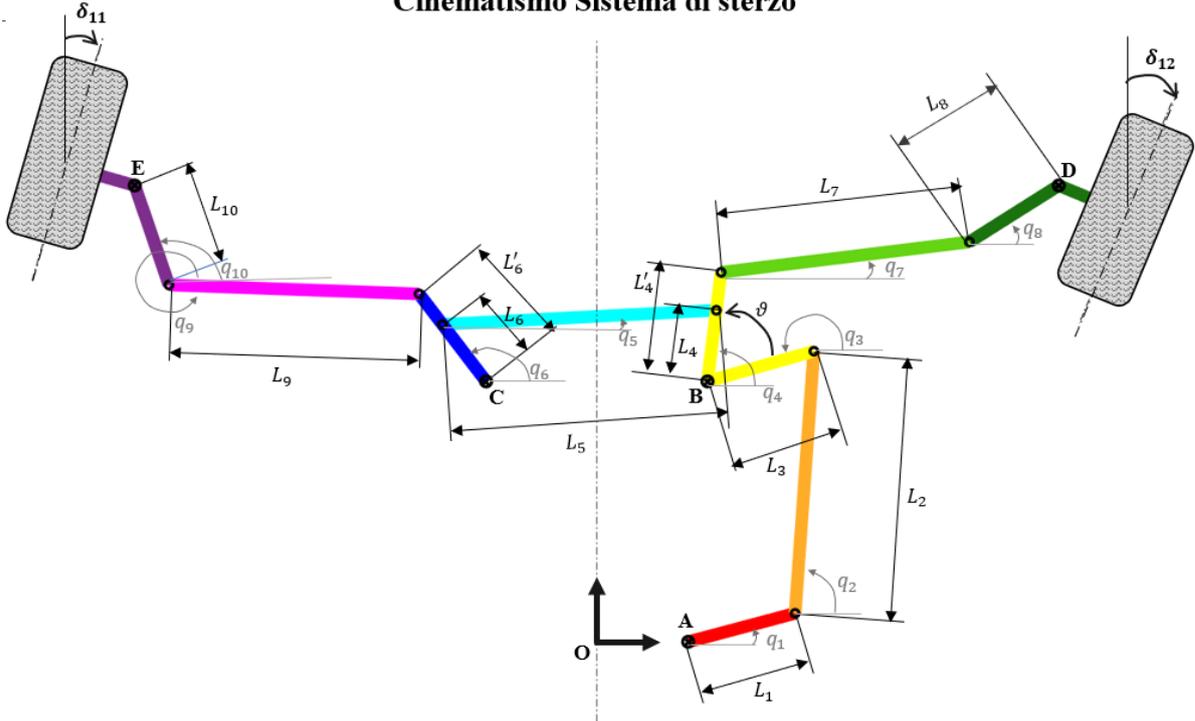


Figura 1.22 Schema del cinematismo del sistema di sterzo del veicolo, analizzato con MATLAB. Ogni membro rigido del meccanismo è rappresentato con un diverso colore. Le coppie rotoidali (cerniere) vengono rappresentate con un cerchio vuoto o con un cerchio e una X se fissate a telaio sul corpo del veicolo. I punti fissi a telaio vengono inoltre denominati con le lettere A,B,C,D,E.

Si osserva che la catena cinematica chiusa che compone il sistema di sterzo risulta di fatto composta da 4 quadrilateri articolati (rappresentati in 4 colori diversi in Fig1.21) tra loro interconnessi. Inoltre, si osserva che in prima approssimazione si può analizzare il meccanismo come planare, escludendo i membri disposti verticalmente che non hanno influenza appunto sul comportamento del cinematismo. L'analisi del cinematismo è stata eseguita con MATLAB. In particolare, si sono impiegate le seguenti equazioni (derivanti dalle equazioni di chiusura (1.32)) per risolvere la cinematica di ciascun quadrilatero.

$$\begin{cases} L_1 \cos(\vartheta_1) + L_2 \cos(\vartheta_2) + L_3 \cos(\vartheta_3) + a_x = 0 \\ L_1 \sin(\vartheta_1) + L_2 \sin(\vartheta_2) + L_3 \sin(\vartheta_3) + a_y = 0 \end{cases} \quad (1.32)$$

$$\tan\left(\frac{\vartheta_3}{2}\right) = t = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{C - B} \quad (1.33)$$

Con

$$\begin{cases} A = 2L_1 L_3 \sin(\vartheta_1) + 2L_3 a_y \\ B = 2L_1 L_3 \cos(\vartheta_1) + 2L_3 a_x \\ C = L_1^2 + L_3^2 + a_x^2 + a_y^2 - L_2^2 + 2L_1 a_x \cos(\vartheta_1) + 2L_1 a_y \sin(\vartheta_1) \end{cases} \quad (1.34)$$

$$\vartheta_3 = 2 \cdot \tan^{-1}(t) \quad (1.35)$$

$$\begin{cases} \cos(\vartheta_2) = [-a_x - L_1 \cos(\vartheta_1) - L_3 \cos(\vartheta_3)]/L_2 \\ \sin(\vartheta_2) = [-a_y - L_1 \sin(\vartheta_1) - L_3 \sin(\vartheta_3)]/L_2 \end{cases} \quad (1.36)$$

$$\theta_2 = \tan_2^{-1} \left(\frac{\sin(\theta_2)}{\cos(\theta_2)} \right) \quad (1.37)$$

La variabile indipendente dell'analisi è rappresentata dall'angolo q_1 della manovella del quadrilatero "1" (membro 1), ovvero il membro mosso dal servomotore che costituisce l'attuatore del sistema. I parametri di interesse da determinare sono invece gli angoli di sterzo delle ruote anteriori. Il sistema viene inizialmente risolto e simulato per angoli di manovella compresi tra $\pm 20^\circ$ rispetto all'orizzontale. Dopo di che viene valutato l'angolo $q_{1,0}$ della manovella in corrispondenza del quale lo sterzo delle ruote anteriori risulta neutro, ovvero la biella del quadrilatero "2" risulta orizzontale. In tale configurazione si ottiene infatti la perfetta simmetria tra ruota di destra e sinistra e i membri 7 e 8 assumono degli angoli $q_{7,0}$ e $q_{8,0}$. Tale procedura è di fatto assimilabile all'operazione di taratura del sistema di sterzo che viene eseguita sperimentalmente prima dei test, andando a settare la posizione del servomotore che verrà considerata come "zero". Il valore stimato per l'offset dello sterzo è di $q_{1,0} \approx -1^\circ$, coerente da quanto osservabile sperimentalmente. Gli angoli di sterzo delle ruote (δ_{11} e δ_{12}) vengono dunque calcolati come la differenza tra l'angolo assunto dai membri 7 e 8 nella configurazione corrente e gli angoli $q_{7,0}$ e $q_{8,0}$ assunti nella configurazione di sterzo neutro. Analogamente, l'angolo di sterzo del servomotore δ_{servo} viene considerato come la differenza tra l'angolo assoluto q_0 del membro "1" e quello assunto nella configurazione di sterzo neutro $q_{1,0}$.

$$\delta_{11} = q_7 - q_{7,0} \quad (1.38)$$

$$\delta_{12} = q_8 - q_{8,0} \quad (1.39)$$

$$\delta_{servo} = q_1 - q_{1,0} \quad (1.40)$$

L'andamento che si ottiene dalla simulazione del cinematismo per gli angoli di sterzo delle ruote in funzione dell'angolo del servomotore (calcolati come da (1.40)), è rappresentato in figura 1.23.

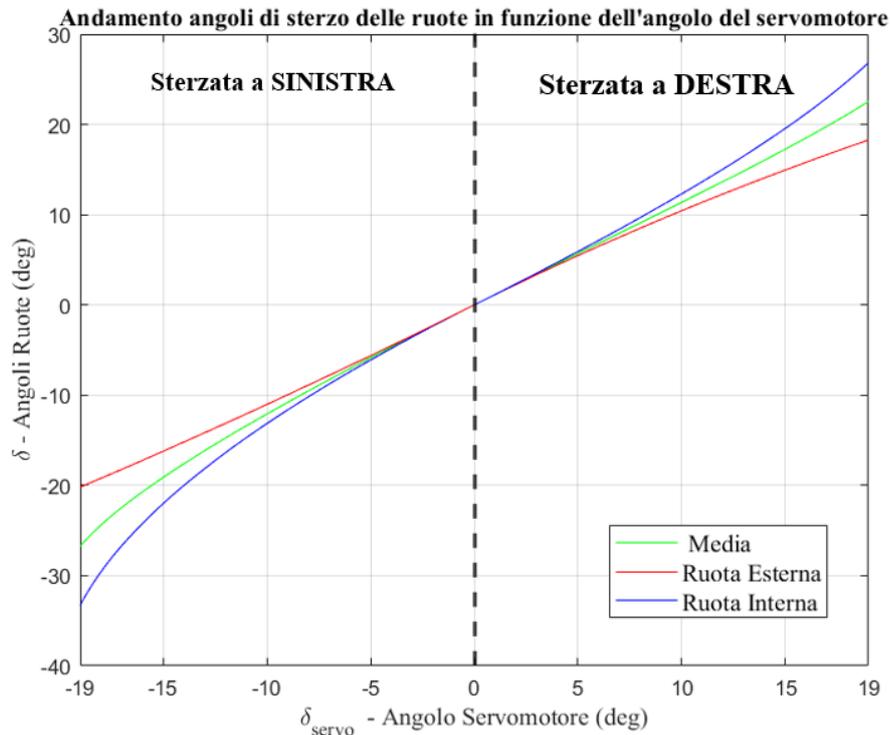


Figura 1.23 Risultati ottenuti dall'analisi del cinematico del sistema di sterzo con Matlab. In particolare, si presenta l'andamento, in funzione dell'angolo di sterzo al servomotore δ_{servo} , degli angoli di sterzo delle ruote δ_{11} e δ_{12} e dell'angolo medio $\bar{\delta}$.

Dai risultati ottenuti si osserva che:

- come previsto, l'andamento degli angoli di sterzo delle ruote interna ed esterna non è effettivamente lineare, ma l'angolo medio tra le due $\bar{\delta}$, può essere approssimato a lineare senza commettere un errore eccessivo. Ciò valida la scelta fatta di considerare un rapporto di sterzo K_s costante per il veicolo.
- I valori del rapporto di sterzo ottenuti dalla simulazione sono piuttosto discordanti con i valori stimati sperimentalmente. Il rapporto di sterzo è ricavato dalla simulazione in maniera analoga a quanto fatto sperimentalmente, cioè come rapporto tra l'angolo medio delle ruote e l'angolo del servomotore, quando quest'ultimo assume un valore di $\pm 20^\circ$. In questo modo vi è perfetta analogia tra il dato sperimentale e quello simulato che vengono confrontati. I valori stimati dalla simulazione per il rapporto di sterzo nelle due direzioni sono rispettivamente $K_{s,DX} = 22.5 : 19 \approx 1.18$ e $K_{s,SX} = 26.7 : 20 \approx 1.40$. Tali rapporti di sterzo da simulazione sono superiori all'unità e sono piuttosto distanti dai dati ricavati sperimentalmente. Si osserva però, se non altro, che il cinematico tende a generare un rapporto di sterzo più elevato per manovre di sterzo a sinistra (angoli della manovella del servomotore negativi $\delta_{servo} < 0$) rispetto che a destra ($\delta_{servo} > 0$).
- I valori di δ_{servo} per cui il cinematico raggiunge una configurazione singolare limite sono intorno ai $\pm 19^\circ$ (infatti il grafico in figura 1.23 si ferma a tali valori dell'asse delle ascisse). Tali valori sono inferiori rispetto agli input massimi che, sperimentalmente, è possibile imporre al servomotore del veicolo prima che il sistema di sterzo raggiunga la singolarità e si blocchi, che sono intorno ai $\pm 22^\circ$.

Vista la discrepanza tra i risultati ottenuti dalla simulazione del cinematico e quelli ottenuti sperimentalmente si è eseguita un'ulteriore analisi del cinematico, che tenga conto dei possibili errori di misura sulla lunghezza dei membri e le posizioni delle cerniere a telaio. Si è dunque eseguita un'analisi di incertezza, variando in maniera random le grandezze riportate in Tab1.12, assumendo una distribuzione normale delle grandezze attorno al valore misurato e imponendo una deviazione standard paria a 0.9 che si traduce in una variazione di circa ± 1 mm delle grandezze misurate. Sono

stati generati 1000 valori per ognuna delle grandezze caratteristiche del cinematismo. Alcuni esempi delle distribuzioni ottenute per alcune delle grandezze dei membri del cinematismo dello sterzo sono riportati in Fig1.24.

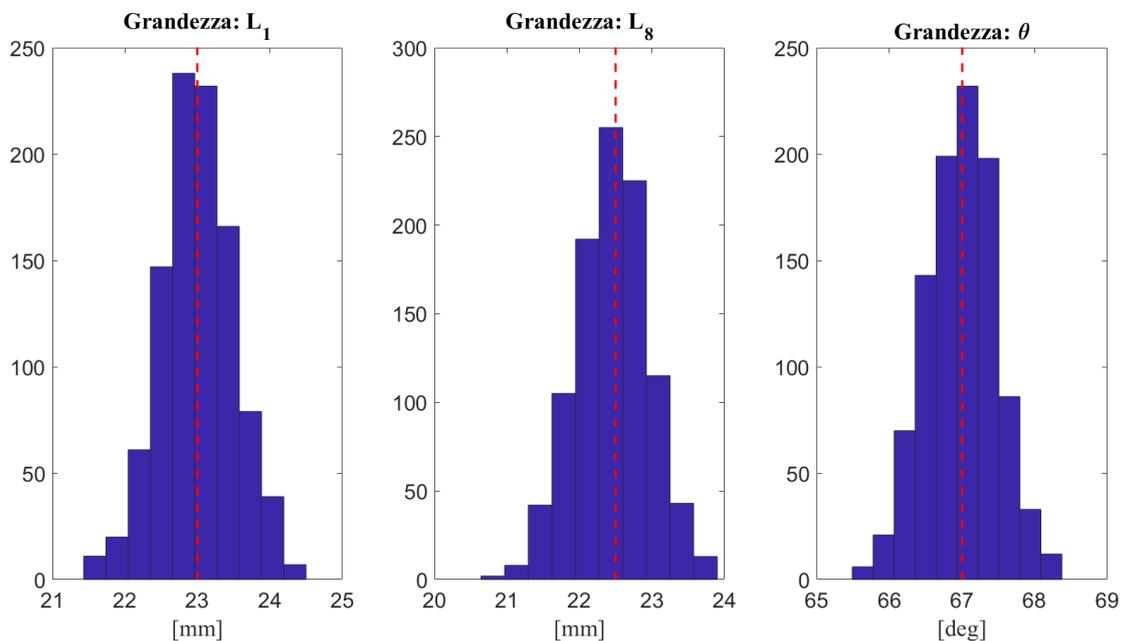


Figura 1.24 Esempio di distribuzione dei valori delle grandezze del sistema di sterzo generati in maniera random secondo una distribuzione normale attorno al valore nominale (linea rossa tratteggiata) della grandezza. Tali valori sono impiegati nell'analisi di incertezza su sistema di sterzo. A titolo di esempio si presentano i valori relativi alle grandezze L_1, L_8 e θ .

Il meccanismo dello sterzo viene dunque simulato con tutte le possibili combinazioni dei valori ottenuti delle varie grandezze, e, per ogni set di valori vengono calcolati i rapporti di sterzo previsti. Quello che si evince confrontando i K_s risultanti per ogni configurazione, è che il cinematismo è piuttosto sensibile alle dimensioni dei membri che lo compongono. In particolare, dall'analisi di sensibilità eseguita facendo variare una grandezza alla volta (vedi figura 1.25) e mantenendo le altre pari al loro valore nominale, si evince che le varie grandezze hanno influenze diverse sul cinematismo e sul rapporto di sterzo. Tra le grandezze che maggiormente influenzano il cinematismo troviamo le lunghezze dei membri L_4, L_5, L_{10}, L_{11} e la posizione delle cerniere B e C. L'angolo θ invece, ad esempio, ha scarsa influenza sugli effetti del cinematismo. Ad esempio, variando di circa l'1% il valore di L_5 rispetto al dato nominale misurato, si determina una variazione dei circa il 30% del rapporto di sterzo stimato.

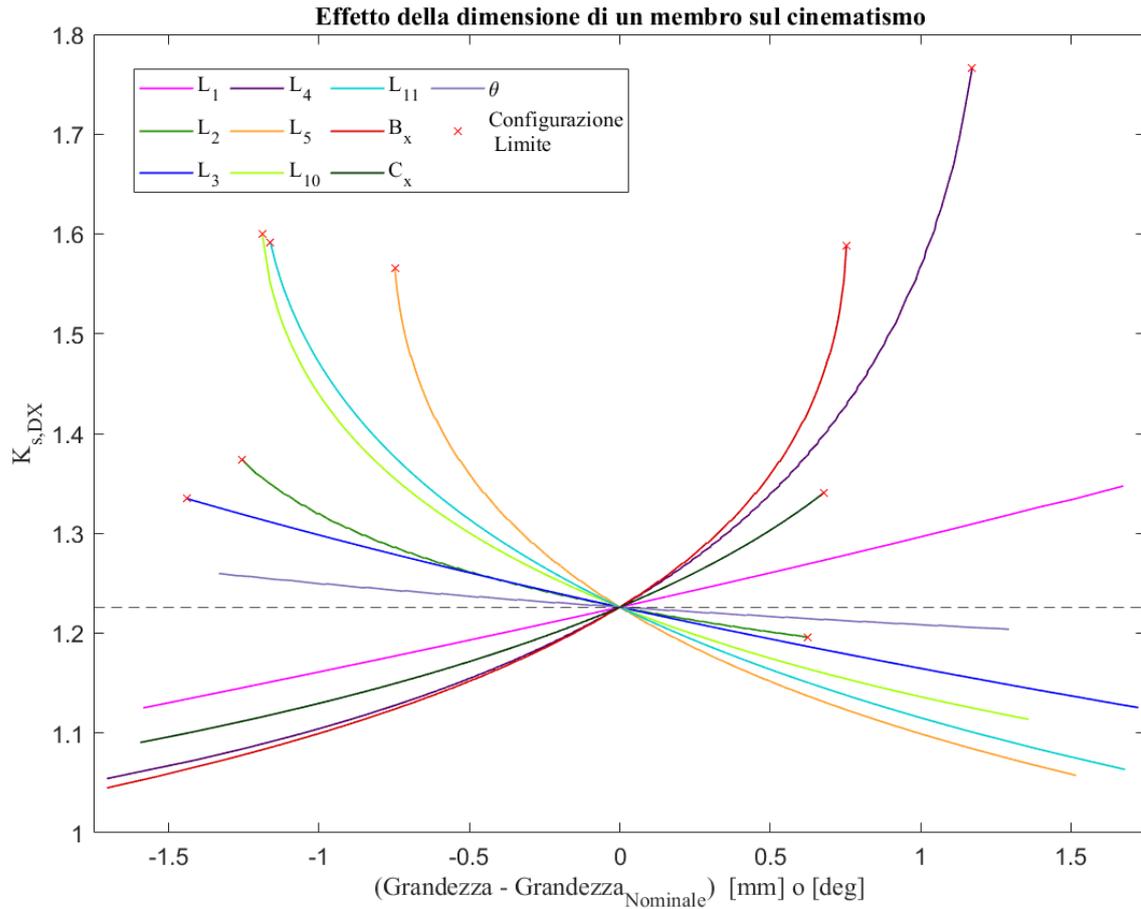


Figura 1.25 Studio degli effetti che ha la dimensione di ogni grandezza sul cinematismo dello sterzo e dunque sul valore del rapporto di sterzo $K_{s,DX}$ (non si riporta anche $K_{s,SX}$ poiché l'andamento è analogo). Non sono riportate tutte le grandezze per non creare eccessiva confusione. Con le X rosse si denota che, per tale valore della grandezza, il cinematismo raggiunge una configurazione limite e per valori maggiori della grandezza non è possibile risolvere l'equazione di chiusura del cinematismo. Si precisa che non tutte le grandezze variano entro lo stesso range di discostamenti rispetto al valore nominale, in quanto si ricorda che sono state generate in maniera random a partire da quest'ultimo.

Se si considera invece la possibilità che tutte le grandezze siano discostate dal valore nominale si arriva ad ottenere valori di K_S ancora maggiormente discostati dal valore nominale. In particolare, in tabella 1.13, vengono riportate alcune delle combinazioni di grandezze che producono i valori di K_S più estremi.

$K_{s,DX}$	1.558	0.850	
Grandezza	Discostamento grandezza	Discostamento grandezza	Unità di misura
L1	+0.138	-0.809	mm
L2	-0.606	+0.274	mm
L3	-0.331	+1.160	mm
L4=L6	+0.295	-0.751	mm
L5	+0.249	+0.132	mm
L4'=L6'	+0.394	-0.254	mm
L7=L9	+0.304	+0.775	mm
L8=L10	-1.587	+1.158	mm
θ	-0.213	+0.233	deg
$A_x - B_x$	-0.044	-0.044	mm
$A_y - B_y$	-0.575	-0.575	mm
$B_x - C_x$	+0.260	+0.260	mm
$b_y - C_y$	+0.276	+0.276	mm
$B_x - D_x$	-0.190	-0.190	mm
$B_y - D_y$	+0.271	+0.271	mm

Tabella 1.13 Tabella che mostra due diversi set di valori delle grandezze del cinematismo, discostate rispetto al valore nominale, che producono dei gradienti di sottosterzo (si considera solo manovra a destra) rispettivamente pari a $K_{s,DX} = 1.558$ e $K_{s,DX} = 0.850$. Tali valori sono sensibilmente diversi rispetto a quello calcolato dall'analisi del cinematismo con le grandezze nominali dei membri che è pari a $K_{s,DX} = 1.18$.

Con il set di dati riportato nella seconda colonna della Tab, si ottiene ad esempio un valore di $K_{s,DX}$ pari a 0.85, già molto più vicino al dato ricavato sperimentalmente. Da questa analisi di sensibilità del cinematismo si evince che, la discrepanza tra simulazioni e prove sperimentali potrebbe essere legata all'imprecisione delle misure dei vari membri che lo compongono, sulla base delle quali è stato costruito il modello simulato. Esse nel complesso influenzano in maniera importante il cinematismo. Si ritiene però che tali effetti non siano sufficienti a spiegare da soli la grande discrepanza tra simulazioni e dati sperimentali. Si giunge infatti alla conclusione che ci possano essere delle differenze tra l'angolo imposto teoricamente come input al servomotore, e l'angolo effettivo di cui esso viene ruotato. Ciò costituirebbe un ulteriore fonte di errore nella simulazione del modello del cinematismo.

1.4.6.4 Plausibili spiegazioni al comportamento asimmetrico del sistema di sterzo.

Vista la sensibilità del cinematismo alle dimensioni dei vari elementi che lo compongono i risultati delle simulazioni non vengono ritenuti sufficientemente attendibili. Risulta dunque difficile dare una spiegazione al comportante asimmetrico del sistema di sterzo, visto che geometricamente il cinematismo che lo compone risulta essere simmetrico rispetto all'asse del veicolo. Si ritiene che i principali fattori che determinano tale comportamento anomalo siano legati ai seguenti fattori:

- Off-set della manovella del servomotore a sterzo neutro. Tale aspetto, evidenziato sia sperimentalmente sia dalle simulazioni, è legato al fatto che, nella configurazione di sterzo neutro (angolo medio di sterzo delle ruote nullo) del cinematismo, la manovella collegata al servomotore non sia in posizione orizzontale, ma presenti un off-set di qualche grado pari a $q_{1,0}$. Tale off-set, stimato essere intorno a qualche grado (sia sperimentalmente che analiticamente) determina che il moto del primo quadrilatero non sia perfettamente

simmetrico se la manovella viene ruotata di più o meno la stessa quantità rispetto al valore di off-set.

- Asimmetrie costruttive non rilevate con le misurazioni dei componenti. Seppur il sistema di sterzo risulti apparentemente simmetrico potrebbero esserci delle variazioni nelle dimensioni di membri corrispondenti tra destra e sinistra, legate a difetti costruttivi. Tali differenze potrebbero non essere state colte durante la misurazione delle dimensioni dei vari componenti, a causa dell'incertezza sulle misure eseguite.
- Giochi. Una delle problematiche più evidenti del sistema di sterzo è legato ai giochi ingenti presenti nel sistema. Questi sono dovuti alla scarsa qualità dei componenti (essenzialmente in plastica) che compongono il meccanismo. L'entità dei giochi determina una labilità dell'angolo di sterzo delle ruote di almeno $\pm 2^\circ$.
- Possibile comportamento anomalo del servomotore. Durante i test sperimentali eseguiti sul sistema di sterzo si è sempre fatto riferimento all'input di angolo teorico imposto al servomotore $\delta_{servo,IN}$. Non essendo mai stato monitorato in maniera diretta l'angolo di cui risulta effettivamente ruotato il servomotore (δ_{servo}) si suppone che possa esserci appunto una differenza tra l'angolo effettivo δ_{servo} e quello teorico $\delta_{servo,IN}$. Si suppone inoltre che il servomotore possa presentare delle risposte leggermente diverse nei due diversi sensi di rotazione. Tale comportamento anomalo di alcuni servomotori è rilevato anche da alcuni utenti sul web e spiegherebbe sia la discrepanza tra dati sperimentali e simulati, sia la diversità nei valori di K_s stimati sterzando rispettivamente a destra e a sinistra. Tale aspetto non è però stato propriamente verificato sperimentalmente a causa della difficoltà nella misura dell'angolo effettivo del servomotore. Quello che si è osservato con delle semplici misurazioni con goniometro è però che l'angolo massimo effettivo δ_{servo} raggiunto del servomotore, prima che il cinematismo si blocchi a causa dell'interferenza di un altro componente del veicolo, è intorno ai $14 \div 15^\circ$, per sterzate a destra. Si verifica però, sempre sperimentalmente, che è possibile dare in input al servomotore angoli teorici pari a $\delta_{servo,IN} = +20^\circ$, senza raggiungere la configurazione limite di sterzo. Ciò costituisce dunque una prova del comportamento anomalo del servomotore e del fatto che ci sia probabilmente una differenza tra gli angoli teorici di input e quelli effettivi assunti da quest'ultimo.

Alla luce delle considerazioni appena presentate, si conclude che è necessario fare affidamento ai risultati ottenuti sperimentalmente. Il rapporto di sterzo K_s calcolato sperimentalmente correla infatti direttamente l'angolo teorico dato in input al servomotore con l'angolo di sterzo delle ruote. Tale è infatti la relazione di interesse per la successiva analisi dei test di *ramp-steer*. Eventuali effetti legati a un funzionamento anomalo dello sterzo sono infatti già conteggiati all'interno del parametro di K_s ricavato sperimentalmente.

2 Test sperimentali sul veicolo base

2.1 Introduzione ai test sperimentali eseguiti.

Il comportamento dinamico e le performance in termini di *Handling* di un veicolo possono essere caratterizzati attraverso diverse tipologie di test sperimentali. Attraverso test ben noti nell'ambito della dinamica del veicolo è infatti possibile valutare il suo comportamento sia in termini di dinamica longitudinale che in termini di dinamica laterale. La dinamica longitudinale risulta più semplice da analizzare attraverso test come quelli di massima accelerazione o di cost-down. La performance in termini di dinamica laterale e di *Handling* del veicolo risultano invece più complesse da valutare. Questo perché il concetto di *Handling*, che tradotto letteralmente indica la maneggevolezza o manovrabilità di un veicolo, è un concetto difficilmente definibile in maniera oggettiva in quanto legato alle abilità, percezioni e sensibilità del pilota. Diversi sono i tentativi di definizione del concetto di *Handling* che si possono trovare in letteratura, ma in generale tutti fanno riferimento alla capacità di un veicolo di essere controllato in maniera agevole, precisa e stabile in determinate manovre e sotto specifiche condizioni. Chiaramente non è però sufficiente valutare la performance di *Handling* di un veicolo solamente attraverso test basati sulle sensazioni di un pilota, in quanto fortemente soggettivi e utilizzabili esclusivamente in maniera comparativa in quanto non forniscono un risultato numerico facilmente qualificabile in senso assoluto. Per tale ragione sono stati sviluppati dei parametri oggettivi che consentono una caratterizzazione oggettiva e quantificabile del veicolo. Uno dei più importanti tra questi parametri risulta essere il gradiente di sottosterzo K_{us} , ampiamente impiegato in questo lavoro per valutare la performance laterale del veicolo. Il gradiente di sottosterzo e gli altri parametri di *Handling* possono essere ricavati da test basati su manovre che coinvolgono la dinamica laterale del veicolo. Alcuni esempi sono le manovre di Costant-Radius in open loop (input di sterzo costante), di Ramp-Steer (input di sterzo che cresce linearmente nel tempo), di Lane-Change (ovvero una manovra di cambio corsia) e varie altre.

La normativa ISO 3888-1 stabilisce le procedure standardizzate per l'esecuzione di tali manovre, in modo tale da rendere ancora più oggettiva e ripetibile la valutazione dei parametri di *Handling* di un veicolo. Anche per questo progetto la normativa è stata presa come riferimento per l'esecuzione dei test sperimentali sul veicolo telecomandato oggetto dei test. Data la scala ridotta del veicolo testato non è stato possibile seguire in maniera esatta le indicazioni dettate dalla ISO 3888-1, pensate per veicoli di dimensioni standard. Si è comunque cercato, dove possibile, di reinterpretare e riadattare le indicazioni fornite dalla normativa per renderle applicabili alla sperimentazione su piccola scala. I primi test eseguiti sono stati svolti per studiare il comportamento dinamico del veicolo nella sua configurazione base, ovvero senza l'applicazione del TV. Durante tali test, dunque, la richiesta di coppia totale del veicolo (legata al comando proveniente dal throttle del trasmettitore) è stata suddivisa equamente sulle 4 ruote e quindi sui 4 motori elettrici che risultano tutti alimentati dallo stesso valore di corrente. Tutti i test eseguiti durante il progetto sono stati compiuti all'interno di una palestra situata nei pressi dell'università. La palestra aveva infatti dimensioni sufficientemente ampie per poter compiere le maggior parte delle manovre richieste dai test sperimentali, che richiedevano spazi non indifferenti nonostante la scala ridotta del veicolo. Altri due vantaggi dello svolgere le prove sperimentali all'interno della palestra riguardano: 1) l'assenza di correnti d'aria che modificano le forze di drag durante l'esecuzione dei test, in quanto la velocità assoluta dell'aria può sempre essere considerata nulla $V_{aria} = 0$; 2) la pavimentazione in Linoleum, offriva una superficie di test con coefficienti di attrito elevato, uniforme e sempre uguale per tutti i test. I test eseguiti in questa fase sperimentale iniziale sono stati essenzialmente di 3 tipologie:

- Test di massima accelerazione, volti a valutare le massime accelerazioni e velocità raggiungibili dal veicolo.
- Test di Cost-Down, per la stima delle forze resistenti sul veicolo e del loro andamento in funzione della velocità dello stesso.
- Test con manovre di Ramp-Steer. Tale tipologia di test che consiste nell'applicare un input di sterzo a rampa che cresce linearmente nel tempo è fondamentale per caratterizzare la performance in termini di *handling* del veicolo e calcolarne il gradiente di sottosterzo K_{us} .

Mentre le prime due tipologie di test indagano la dinamica longitudinale del veicolo, l'ultima è inerente alla dinamica laterale e sarà fondamentale per valutare gli effetti del Torque Vectoring in termini di performance del veicolo. Nelle successive sezioni verranno ampiamente descritte le modalità di esecuzione delle diverse tipologie di test e i risultati ottenuti. Si specifica che, come precedentemente accennato, il veicolo verrà sempre testato nella configurazione AWD (All-Wheel-Drive), ovvero a trazione integrale, con tutte le 4 ruote che risultano motrici. Nella configurazione base, ovvero senza l'implementazione del *torque vectoring*, la coppia totale richiesta è suddivisa equamente sulle 4 ruote. Tale configurazione del *powertrain* è infatti quella che permette di sfruttare a pieno la potenza che può essere complessivamente fornita dai 4 motori, e che non sarebbe possibile raggiungere con la trazione solamente posteriore o anteriore in quanto in tali configurazioni solo 2 motori su 4 risultano ingaggiati. Tale configurazione risulta inoltre la più interessante da studiare dal punto di vista dell'applicazione del TV in quanto permette un maggior numero di possibilità nella distribuzione della coppia motrice alle 4 ruote.

Si specifica che in tutti i test eseguiti, la velocità di avanzamento del veicolo V verrà calcolata a partire dalla media delle velocità di rotazione delle 4 ruote misurate dai sensori a effetto Hall, e tenendo conto dei raggi effettivi (*rollig radius*) delle ruote (2.1).

$$V = \frac{2\pi}{60} \cdot \sum_{i=1}^N Rpm_i \cdot R_{e,i} \quad (2.1)$$

Si anticipa inoltre che una difficoltà riscontrata nell'analisi dei dati ottenuti dai test sperimentali sta nella rumorosità dei segnali di accelerazione sia longitudinale a_x sia laterale a_y forniti dal sensore IMU. Dal datasheet del sensore ci si aspettava che tali segnali fossero piuttosto rumorosi (vedi la densità del rumore prevista in tabella Tab1.2) ma, anche filtrando i dati sperimentali con filtri passabasso, tali segnali risultano comunque inutilizzabili. Si è dunque ricorso a metodi di analisi dei vari test che non necessitassero dell'impiego dei dati di a_x e a_y direttamente rilevati dal sensore IMU.

2.2 Test di massima accelerazione e massima velocità.

I test di massima accelerazione sono dei test molto semplici di dinamica longitudinale. Durante il test il veicolo, a partire da fermo, viene accelerato lungo una traiettoria rettilinea sfruttando la massima potenza e coppia possibile erogabili dai motori, che vengono dunque alimentati dal massimo livello di corrente di 1 A. Alla fine della fase di accelerazione il veicolo ha dunque raggiunto la massima velocità nel tempo più breve possibile. Sono state eseguite in tutto 6 prove di massima accelerazione del veicolo. Poiché i dati sperimentali ottenuti sono tutti piuttosto rumorosi, è stato necessario l'impiego di un filtro passabasso per tagliare le alte frequenze dei segnali ed eliminare, almeno parzialmente, il rumore dai segnali stessi. Il filtro impiegato è un filtro digitale passabasso di tipo FIR, ovvero a risposta finita all'impulso ("Finite Impulse Response"), con frequenza di taglio ("cut-off frequency") pari a $f_{cutoff} = 5 \text{ Hz}$ e attenuazione massima della banda di passaggio ("passband ripple") $ap = 0.1 \text{ dB}$. La frequenza di campionamento del segnale originale è invece pari a $F_{campionamento} = 1000 \text{ Hz}$. Il design del filtro è stato progettato con la funzione "designfilt" di Matlab e la risposta in frequenza del filtro impiegato è illustrata nel diagramma di Bode in Fig2.1

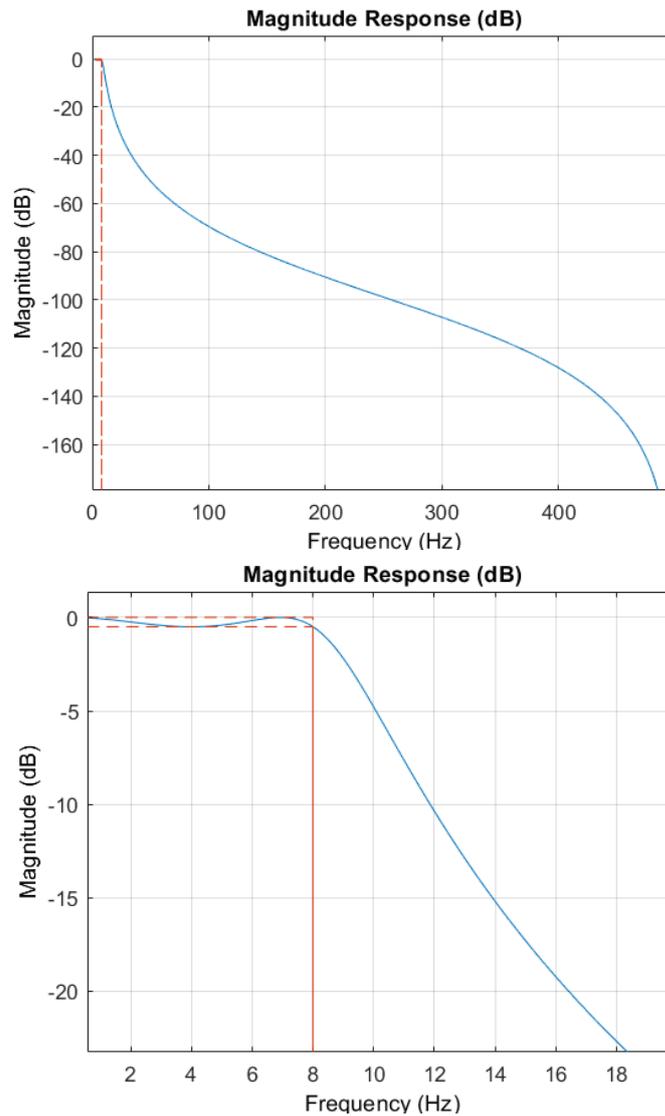


Figure 2.1 Diagramma di Bode del filtro passabasso impiegato per filtrare i dati sperimentali, che rappresenta la risposta del filtro alle diverse frequenze in termini di amplificazione del segnale in ingresso. La figura in basso è semplicemente un ingrandimento della figura più in alto, volta ad evidenziare la banda passante (arancione) e la frequenza di taglio impostata $f_{cutoff} = 8$ Hz.

I dati sperimentali campionati a una frequenza molto elevata di 1000 Hz dai sensori, dopo essere stati filtrati, sono stati successivamente decimati di un fattore 20. La frequenza di campionamento apparente risulta dunque pari a $f_{dati\ decimati} = 50$ Hz. Per evitare fenomeni di *aliasing* è importante che tale frequenza sia comunque superiore alla frequenza di Nyquist $f_{Nyquist} = 2 \cdot f_{max} = 2 \cdot f_{cutoff} = 5$ Hz, ovvero al doppio della frequenza massima del segnale che corrisponde al doppio della frequenza di taglio del filtro passabasso impiegato. Nella figura Fig. sono riportati i dati sperimentali di alcune grandezze e le loro rispettive grandezze filtrate, per uno dei test di massima accelerazione eseguiti (si è scelto il “test 1” a puro titolo di esempio). In particolare, le grandezze su cui è analizzato il comportamento del filtro sono: l’accelerazione longitudinale a_x del veicolo (A), la corrente del motore FR (Front-Right) (B), e la velocità di rotazione della ruota FR (C). Come si può notare il filtro funziona bene sulle misure di corrente e velocità. Il segnale di accelerazione longitudinale a_x invece, come era stato precedentemente anticipato, è troppo rumoroso e, nonostante l’applicazione del filtro, risulta inutilizzabile.

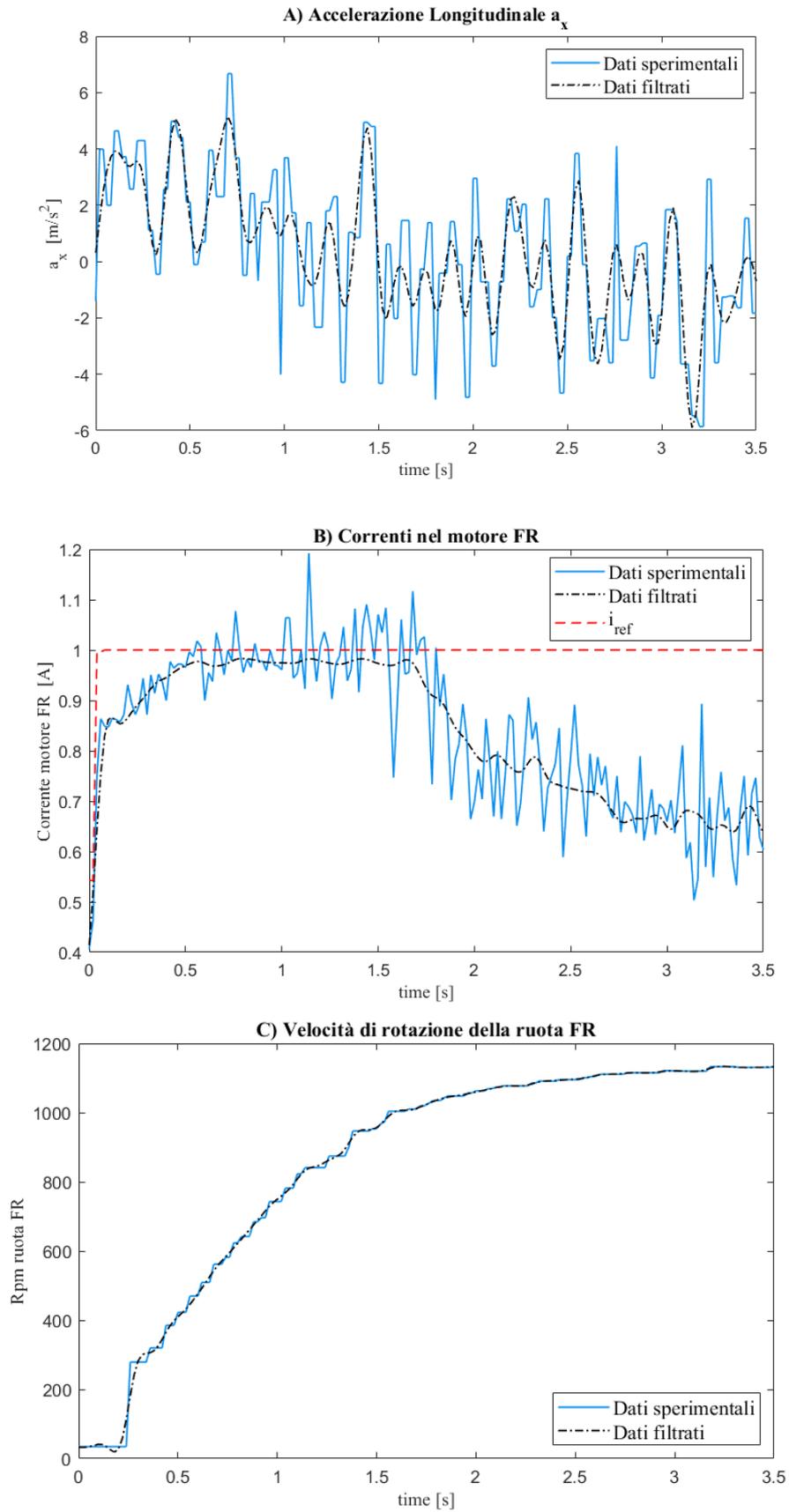


Figure 2.2 Confronto tra i dati sperimentali decimati e i rispettivi valori filtrati attraverso il filtro passabasso. In particolare le grandezze analizzate sono: A) accelerazione longitudinale, B) corrente nel motore FR, C) velocità di rotazione della ruota FR. In B) viene inoltre rappresentata la corrente di riferimento i_{ref} per il sistema PI di controllo del motore. I dati riportati sono relativi alla prova 4, scelta a puro titolo di esempio. +

Dalla figura 2.2.B si può inoltre notare che, nella seconda metà della prova, la corrente effettiva nel motore fatica a seguire la corrente di riferimento i_{ref} , impostata ovviamente al valore massimo di 1[A]. Ciò non è però dovuto a un malfunzionamento del sistema di controllo PI del motore elettrico ma al fatto che si sono raggiunti i limiti di esercizio del motore. La tensione massima con cui può essere alimentato il motore è infatti circa $V_{max} \approx 7.3 V$, legata alla potenza erogata dalla batteria. Durante la prova vengono raggiunte velocità elevate intorno ai 1100 rpm per le ruote che corrispondono a una velocità di rotazione dei motori di circa $\omega \approx 1700 [rad/s]$ (2.2).

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot Rmp_{ruote} \cdot K_{trasmissione}}{60} \quad [rad/s] \quad (2.2)$$

Ricordando l'equazione (1.4) per il calcolo della corrente circolante nei motori (presentata nel capitolo precedente), si ricava che in tali condizioni di esercizio $V_\omega = K_\omega \cdot \omega \approx 6.6 [V]$ e $V_i = R_a \cdot i_{ref} \approx 1.1 [A]$. La tensione totale che richiederebbe il motore per viaggiare a tale velocità, con una corrente pari a quella di riferimento sarebbe $V = V_\omega + V_i \approx 7.7 [V]$ che è però maggiore della tensione massima V_{max} erogabile dalla batteria. La corrente nel motore, in tali condizioni limite di esercizio, tende dunque a calare (rispetto a quella di riferimento) per il raggiungimento del limite di tensione di alimentazione.

Dall'analisi della curva di velocità invece (figura 2.2.C), si evince subito chiaramente che la velocità massima raggiungibile dal veicolo risulta essere intorno a $V_{max} \approx 4.9 m/s \approx 18 km/h$. La stima della massima accelerazione è invece meno immediata data l'impossibilità di impiegare il segnale di a_x loggato dall'accelerometro dell'IMU. Si è dovuto dunque stimare l'accelerazione longitudinale del veicolo come derivata della velocità rispetto al tempo. Per calcolare a_x come rapporto tra i differenziali della velocità dV e del tempo dt è stato però necessario eseguire un fitting preliminare delle curve di velocità ottenute sperimentalmente. Questo perché, per quanto il segnale di velocità fosse già stato filtrato, e per quanto si potesse ricorrere ad un ulteriore filtro aggiuntivo, la curva della grandezza filtrata presentava comunque un po' di rumore, seppur minimo e notevolmente ridotto rispetto al dato grezzo sperimentale. Ciò non rende il dato filtrato, per quanto il rumore sia ridotto, idoneo al calcolo della derivata utilizzando il rapporto incrementale. La derivata rappresenta infatti la pendenza alla retta tangente alla curva nel punto di interesse, tuttavia, se la curva presenta del rumore, la retta tangente potrebbe non essere rappresentativa del vero andamento della curva in quel punto, ma potrebbe invece essere eccessivamente influenzata dal rumore stesso.

Per questo motivo, il fitting della curva risulta la soluzione migliore, in quanto permette di ottenere una funzione continua che approssima i dati sperimentali in modo più accurato e che può essere utilizzata per calcolare la derivata in modo più affidabile. Chiaramente, è importante tenere presente che la scelta del metodo di fitting e del modello utilizzato per approssimare i dati sperimentali può avere un impatto significativo sulla precisione della derivata calcolata. Pertanto, sono stati testati diverse tipologie di fitting al fine di trovare la curva matematica che meglio interpolasse i dati sperimentali: fitting di tipo polinomiale fino al 5° ordine, fitting con serie di Fourier ovvero la somma di più funzioni armoniche fino al 5° ordine, fitting di tipo esponenziale e fitting con funzioni personalizzate. Alcuni esempi dei fitting più soddisfacenti che sono stati ottenuti sono i seguenti:

- **Fitting 1:** Fitting polinomiale del 5° ordine del tipo $y = p_1 \cdot x^5 + p_2 \cdot x^4 + p_3 \cdot x^3 + \dots + p_6$
- **Fitting 2:** Fitting con serie di Fourier del 5° ordine del tipo $y = a_0 + a_1 \cos(\pi x) + b_1 \sin(\pi x) + \dots + a_5 \cos(5\pi x) + b_5 \sin(5\pi x)$
- **Fitting 3:** Fitting con funzione personalizzata del tipo $y = C - \frac{C}{e^{B \cdot x}}$. Tale funzione deriva dall'ipotesi che durante il test le forze agenti sul veicolo siano: le forze propulsive date dai motori e idealmente costanti durante tutta la prova, le forze resistenti che si compongono di un fattore costante durante la prova (forza di attrito di rotolamento) e forze di tipo viscoso o aerodinamico che crescono all'aumentare della velocità. In particolare, si suppone che, per semplicità, tali forze crescano linearmente con la velocità stessa. L'equazione della dinamica

in direzione longitudinale assume dunque una formulazione del tipo $\frac{dV}{dt} = A - B \cdot V$. Il termine A ingloba la somma delle forze propulsive e la componente costante delle forze resistenti. Il termine B invece rappresenta la componente di forza resistente che aumenta all'aumentare della velocità. Dall'integrazione dell'equazione della dinamica si ottiene proprio un andamento della velocità del tipo $V(t) = C - \frac{C}{e^{B \cdot t}}$ (con $C = \frac{A}{B}$) che è quello impiegato per il fitting dei dati sperimentali di velocità della prova di massima accelerazione. In Fig2.3 viene mostrato come i dati sperimentali vengano interpolati dai fitting sopra elencati. In particolare, si mostrano i fitting dei dati relativi alla singola prova (a titolo di esempio si mostra la prova 1). La curva finale di velocità fittata che verrà impiegata per il calcolo dell'accelerazione viene ricavata dal fitting complessivo dei dati raccolti in tutti i 6 test eseguiti (figura 2.4).

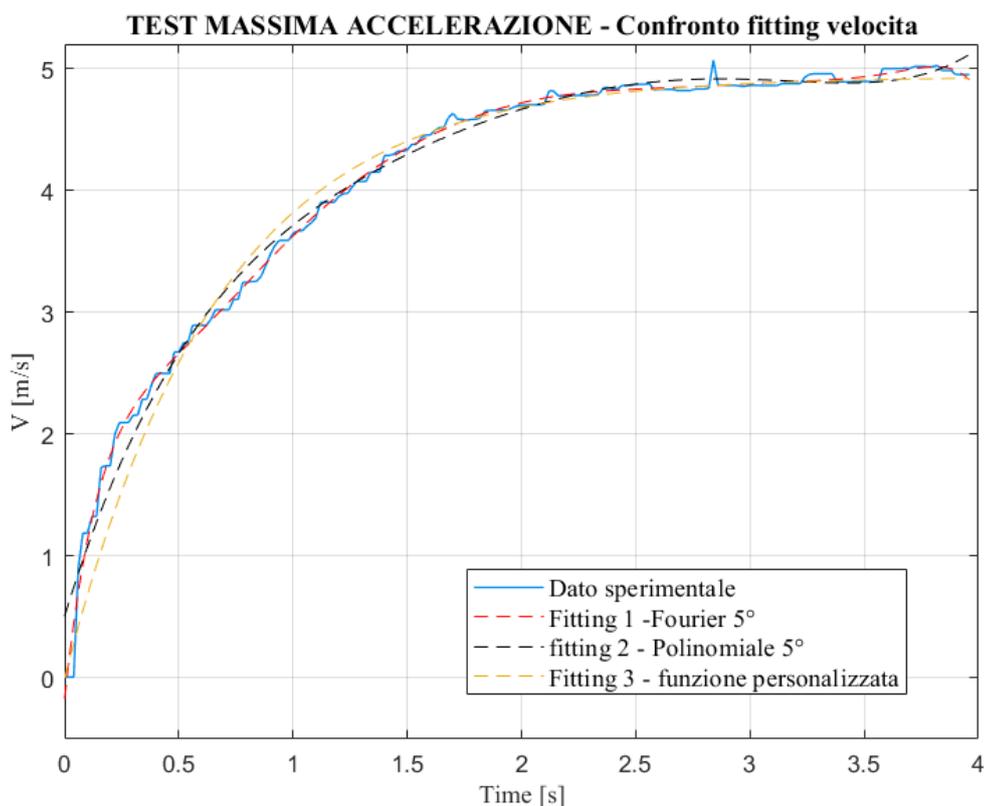


Figure 2.3 Confronto di 3 diverse tipologie di fitting rispetto ai dati sperimentali (decimati ma non filtrati) di velocità. Il fitting 1 risulta essere quello più accurato.

Il fitting che è stato alla fine selezionato in quanto il più aderente, soprattutto in termini di derivata, alla curva di velocità sperimentale è il fitting 1 (Fourier del 5° ordine). Dalla curva di velocità fittata (con fitting complessivo su tutti i dati raccolti nelle 6 prove (figura 2.4) è stata dunque ricavata l'accelerazione longitudinale a_x come rapporto incrementale (vedi figura 2.5). La massima accelerazione si ottiene all'inizio della prova quando, a parità di coppia di trazione complessivamente applicata alle ruote (che è costante durante tutta la prova), le forze resistenti sono piccole in quanto la velocità del veicolo è bassa. In questo caso, infatti, le componenti di forza resistente che dipendono da V (ad esempio resistenze legate ad attriti viscosi nel sistema di trasmissione ruote-motore) o da V^2 (come, ad esempio, la forza aerodinamica di *drag*) sono minime e l'unica componente della forza resistente è di fatto la *rolling resistance* legata all'attrito di rotolamento delle ruote sul suolo (termine circa costante con la velocità). Il valore di massima accelerazione stimato è $a_{x,MAX} \approx 11.6 \text{ m/s}^2$. Il tempo impiegato invece per accelerare da $V_0 = 0$ a $V = 98\% V_{max} = \text{m/s}$ è $\Delta t = 2.56 \text{ s}$. Può dunque essere stimata un'accelerazione media durante la prova definita come da (2.3) pari a $\overline{a_x} = 1.88 \text{ m/s}^2$.

$$\bar{a}_x = \frac{0.98 \cdot V_{max} - V_0}{\Delta t}$$

(2.3)

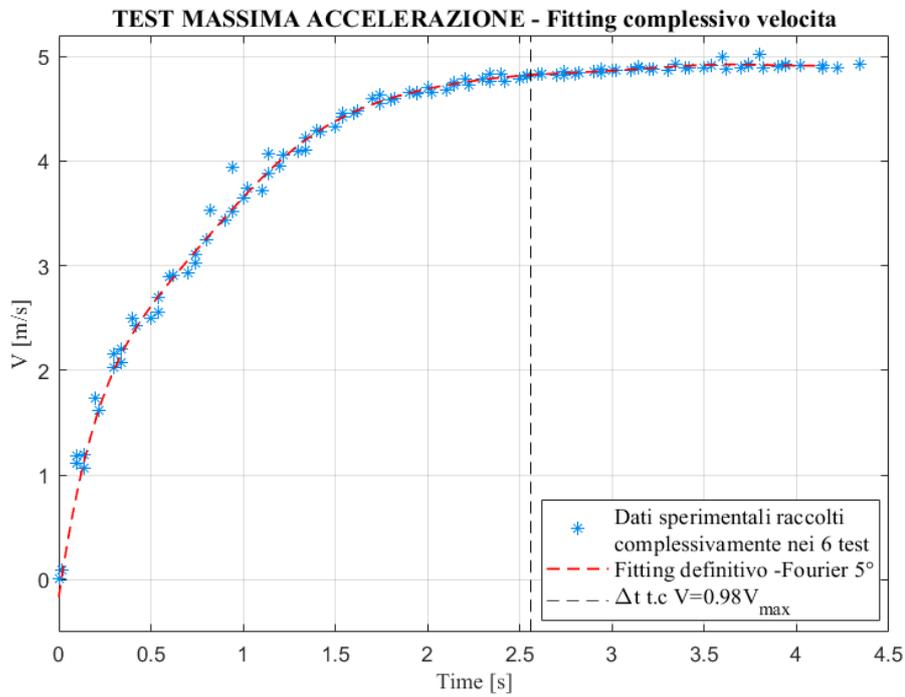


Figure 2.4 Curva finale di velocità (rossa tratteggiata) impiegata per il calcolo dell'accelerazione. Tale curva è ottenuta fittando (Fitting 1) complessivamente tutti i dati di velocità acquisiti nei 6 test di massima accelerazione effettuati.

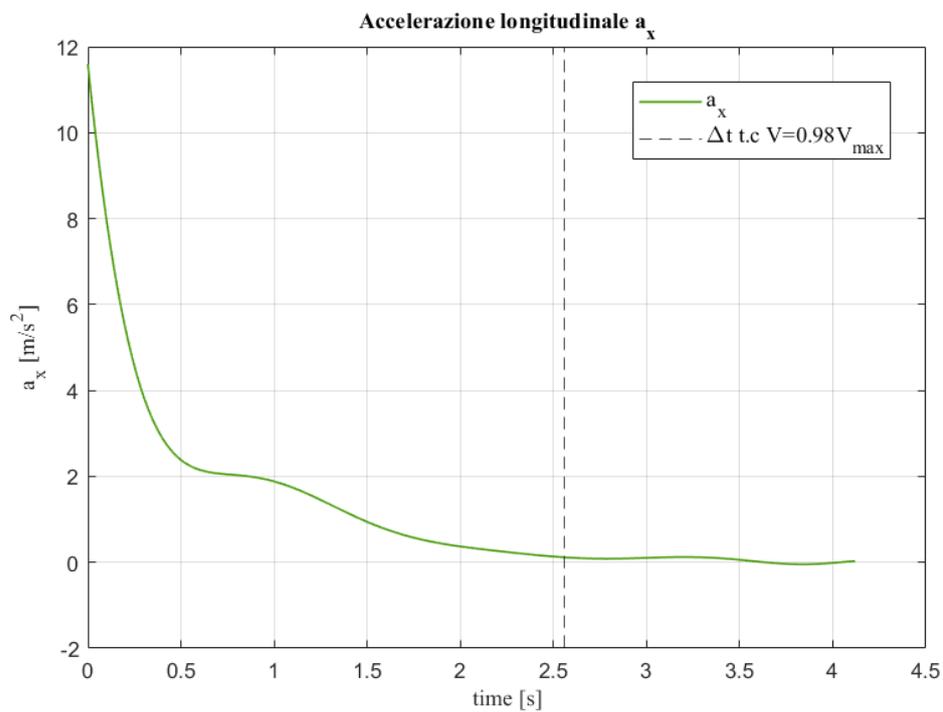


Figure 2.5 Curva di accelerazione ottenuta differenziando la curva di fitting di velocità in figura 2.4..

2.3 Test di coast-down

2.3.1 Introduzione ai test e trattazione delle forze resistenti agenti sul veicolo

Il test *coast-down* (o test di "decelerazione") è un test ampiamente impiegato nell'ambito della dinamica del veicolo ed è un metodo utilizzato per misurare le varie componenti delle forze resistenti agenti sul veicolo e il loro andamento in funzione della velocità. La fase preliminare del test consiste nell'accelerare il veicolo fino a raggiungere una velocità di regime costante. Il test di coast-down prevede quindi di rilasciare l'acceleratore e far sì che il veicolo decelerati naturalmente fino a fermarsi, frenato unicamente dalle forze resistenti esterne e con forze di trazione nulle agenti su di esso. Durante il processo di decelerazione, vengono raccolte informazioni sulla velocità del veicolo e sulla sua accelerazione, che vengono utilizzate per stimare le forze resistenti a partire dall'equazione della dinamica longitudinale (2.4):

$$m_{ap} \cdot \frac{dV}{dt} = -F_R \quad (2.4)$$

$$m_{ap} = m + m_r = m + \sum_i \frac{J_i}{R_{ruote}^2} \quad (2.5)$$

Dove:

- m rappresenta la massa totale del veicolo
- m_r è la massa equivalente ridotta alle ruote legata all'inerzia di tutti i componenti rotanti presenti nel veicolo e connessi cinematicamente alle ruote (ruote stesse, elementi del sistema di trasmissione, motori elettrici). In tale termine verranno in realtà in prima approssimazione considerate solo l'inerzia delle ruote
- m_{ap} rappresenta la massa apparente complessiva del veicolo che tiene conto della massa effettiva m e di quella equivalente dovuta all'inerzia dei componenti rotanti m_r .

Nel termine m_r verranno in realtà tenute in considerazione solo le inerzie legate alle ruote, calcolate in prima approssimazione come se fossero un disco pieno e omogeneo, ciascuna di massa $m_{ruota} = 0.0455 \text{ kg}$. I motori infatti, come è stato spiegato nel capitolo 1.4, hanno a due a due versi di rotazioni opposti, per cui l'effetto delle loro inerzie risulta compensato. Il contributo delle inerzie degli altri elementi del sistema di trasmissione viene considerato invece trascurabile. Nel complesso si stima $m_r \approx 0.091 \text{ kg}$ e dunque $m_{ap} = 1.375 \text{ kg}$.

Le forze resistenti che agiscono su un veicolo in movimento sono essenzialmente le seguenti:

- Resistenza aerodinamica o "Drag" (F_D). Questa forza resistente si sviluppa a causa dell'attrito tra il veicolo in moto e l'aria circostante. La forza di resistenza aerodinamica dipende da:
 - La velocità relativa tra il veicolo (o più in generale dall'oggetto in movimento) e l'aria circostante. Tale dipendenza è di tipo quadratico, per questo generalmente nei veicoli standard le forze di drag risultano consistenti alle alte velocità e quasi trascurabili invece alle basse velocità.
 - La densità dell'aria, che in condizioni standard (temperatura $T = 15^\circ$ e pressione $p = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$) è costante è pari a $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$. Tale sarà il valore preso come riferimento durante i test di *coast-down* eseguiti.
 - Le caratteristiche aereodinamiche del veicolo. Esse includono l'area frontale A del veicolo e la forma del veicolo stesso, che influenza il valore del coefficiente di drag. La geometria dell'oggetto influisce infatti sulla moto dell'aria adiacente a esso favorendone il moto turbolento o laminare a seconda della geometria in questione. Il coefficiente c_D tiene conto proprio del fatto che la creazione di flussi turbolenti nell'aria genera una resistenza aereodinamica maggiore rispetto ai moti laminari.

L'espressione della forza aereodinamica è la seguente:

$$F_D = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot c_D \cdot A \cdot V^2 \quad (2.6)$$

$$F_D = k_D \cdot V^2 \quad \text{con} \quad k_D = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot c_D \cdot A \quad (2.7)$$

- Resistenza al rotolamento o “Rolling Resistance” (F_{Roll}). Tale resistenza è causata dall’attrito di rotolamento tra gli pneumatici e il suolo. La *rolling resistance* viene solitamente espressa come il prodotto tra un coefficiente adimensionale c_D e il carico normale sugli pneumatici N (vedi 2.8). La resistenza al rotolamento dipende infatti da diversi fattori tra cui:
 - Il coefficiente di attrito μ tra pneumatico e suolo stradale. Esso dipende a sua volta dalla tipologia di pneumatico e dalla qualità della superficie stradale.
 - La superficie di contatto tra lo pneumatico e la strada. Essa dipende a sua volta dalla rigidità normale degli pneumatici (e dunque a sua volta anche dalla loro pressione di gonfiaggio). Tanto minore è la rigidità normale, tanto maggiore sarà la superficie di contatto con la strada dello pneumatico deformato e quindi tanto maggiore sarà la resistenza al rotolamento.
 - Il carico normale del veicolo N . Esso è proporzionale all’area di contatto del pneumatico deformato e in generale è proporzionale alle forze di attrito.
 - In prima approssimazione si considera spesso il coefficiente di resistenza al rotolamento c_D indipendente dalla velocità [9]. Per tale ragione la *rolling resistance* costituisce una componente costante delle forze resistenti agenti sul veicolo (in funzione della velocità).

$$F_{roll} = c_D \cdot N \quad (2.8)$$

- Resistenza del sistema di trasmissione (F_T). Queste perdite sono legate alla presenza di attriti meccanici di vario genere generate nell’intero di trasmissione. Nonostante durante le prove di cost-down non sia trasmessa nessuna coppia motrice alle ruote (che risultano dunque in condizione cosiddetta di *free rolling*) sussistono ugualmente diversi attriti legate al sistema di trasmissione che di fatto inducono una coppia frenante su ciascuna delle 4 ruote, denominata M_T . Da tale coppia si può facilmente ricavare l’equivalente forza frenante complessivamente agente sul veicolo $F_T = 4 \cdot \frac{M_T}{R_{ruote}}$. Tale forza resistente include tutte le varie fonti di perdita e attriti presenti all’interno dell’intero sistema di trasmissione del veicolo ovvero: attriti localizzati nei cuscinetti tra le ruote e il mozzo, attriti negli ingranaggi e nei meccanismi vari della trasmissione, perdite nel differenziale (queste ultime non presenti nel nostro veicolo in scala in quanto non dotato di differenziale), ecc. nella realtà tali perdite dipendono in modo complesso dalla velocità di rotazione dei vari elementi che lo compongono, correlata direttamente alla velocità delle ruote e dunque alla velocità di avanzamento del veicolo del veicolo. Poiché la maggior parte degli attriti presenti nel sistema di trasmissione sono però di natura viscosa, una componente preponderante delle perdite dipende linearmente dalla velocità [8]. Per semplicità, F_T può essere dunque essere approssimata con l’espressione descritta dall’equazione (2.8), dove il termine costante $F_{T,0}$ rappresenta la resistenza del sistema di trasmissione a velocità molto basse e il fattore f_T il tasso di aumento della resistenza al variare della velocità.

$$F_T = F_{T,0} + f_T \cdot V \quad (2.9)$$

Si vuole infine far notare come, in molte trattazioni semplificate disponibili in letteratura (“metodo Bosh) [9], tale componente delle forze resistenti non venga spesso presa in considerazione e la forza resistete complessiva F_R venga considerata solamente come la somma

tra *drag* e *rolling resistance*. Per una trattazione più precisa si può invece tenere conto anche della componente, prevalentemente di tipo viscoso, legata alla resistenza del sistema di trasmissione del veicolo.

2.3.2 Test sperimentali e risultati

Nell'ambito di questo lavoro l'esecuzione dei test di *coast-down* è stata di fondamentale importanza per la stima delle forze resistenti agenti sul veicolo. La determinazione di quest'ultime e del loro andamento in funzione della velocità è stato infatti importante per poter costruire il modello analitico su Simulink del veicolo in scala ridotta oggetto dei test sperimentali.

La normativa pertinente ai test di *coast-down* è la ISO 10521-1:2006 [10], che definisce tutte le linee guida per la l'esecuzione dei test e l'analisi dei dati sperimentali ottenuti. La normativa, che fa ovviamente riferimento a veicoli standard, stabilisce che durante la manovra di *coast-down* il cambio deve essere in folle, il motore lasciato funzionare al minimo regime e i freni non devono essere azionati. In questo modo essendo la frizione inserita e i freni non attivi, la coppia trasmessa alle ruote è nulla. Nel veicolo in scala 1:12 oggetto di questo studio i motori elettrici sono direttamente connessi alle ruote attraverso un semplice meccanismo di trasmissione costituito esclusivamente da un riduttore ad ingranaggi. Non essendo presente una frizione o un meccanismo di cambio, affinché non venga trasmessa coppia motrice alle ruote, i motori elettrici non devono essere alimentati. Dall'altra parte però si osserva che se la corrente di alimentazione dei motori è nulla i motori elettrici risultano bloccati e fungono da freno bloccando le ruote, il che invaliderebbe completamente il test di *coast-down*. La soluzione studiata affinché la coppia motrice alle ruote sia pressoché nulla e dall'altra parte i motori bloccandosi non costituiscano un "freno" per il veicolo, è quella di alimentare i motori con una corrente minima pari a $i_a = 0.01 A$. Si è infatti verificato che tale valore di corrente risulta essere quello minimo affinché i motori elettrici non risultino bloccati. Si terrà comunque conto del piccolo contributo positivo di coppia fornito alle ruote durante la prova di *coast-down* a causa della corrente di alimentazione non nulla dei motori elettrici. Tale contributo dei motori corrisponderà ad una piccola componente positiva di forza di trazione, denominata F_m , costante durante tutta la durata del test. La normativa ISO prescrive poi che la velocità del vento durante le prove si inferiore a $10 km/h$. Poiché i test sono stati eseguiti all'interno della palestra la velocità del vento V_{wind} risulta nulla e la velocità relativa tra il veicolo e l'aria corrisponde alla velocità assoluta del veicolo stesso. Visto lo spazio ridotto a disposizione per l'esecuzione dei test non si riesce a raggiungere prima dell'inizio della fase di decelerazione una velocità di regime propriamente costante, con oscillazioni maggiori di quelle massime definite dalla normativa ISO 10512-1 e pari a $\pm 0.5 km/h \approx \pm 0.14 m/s$ [10] (vedi figura 2.6.C). Le prove eseguite sono comunque ritenute valide visti i limiti fisici per la loro esecuzione. Sono state eseguite in totale 5 prove in modo da avere una stima più accurata delle forze resistenti. I dati sperimentali campionati a 1000 Hz sono stati filtrati con un filtro passabasso di tipo "Butterworth" del 3° ordine, con frequenza di taglio pari a 5 Hz (non eccessivamente bassa per cogliere i forti gradienti di corrente nei motori all'inizio della fase di decelerazione) e *passband ripple* pari a $ap = 0.1 dB$.

In figura 2.6 vengono riportati a titolo di esempio alcuni dei dati misurati durante i test, in particolare quelli inerenti alla prima prova eseguita. Sempre in 2.6 è presentato il confronto tra i dati sperimentali grezzi e quelli filtrati. Come per tutti i test eseguiti, i dati sulle correnti dei motori e sulla velocità del veicolo risultano ben filtrati dal filtro passabasso, che ne elimina il rumore ma ne cogliendone il corretto andamento. Il segnale riguardante l'accelerazione longitudinale a_x rilevata dall'accelerometro dell'IMU risulta invece eccessivamente rumoroso e di fatto inutilizzabile.

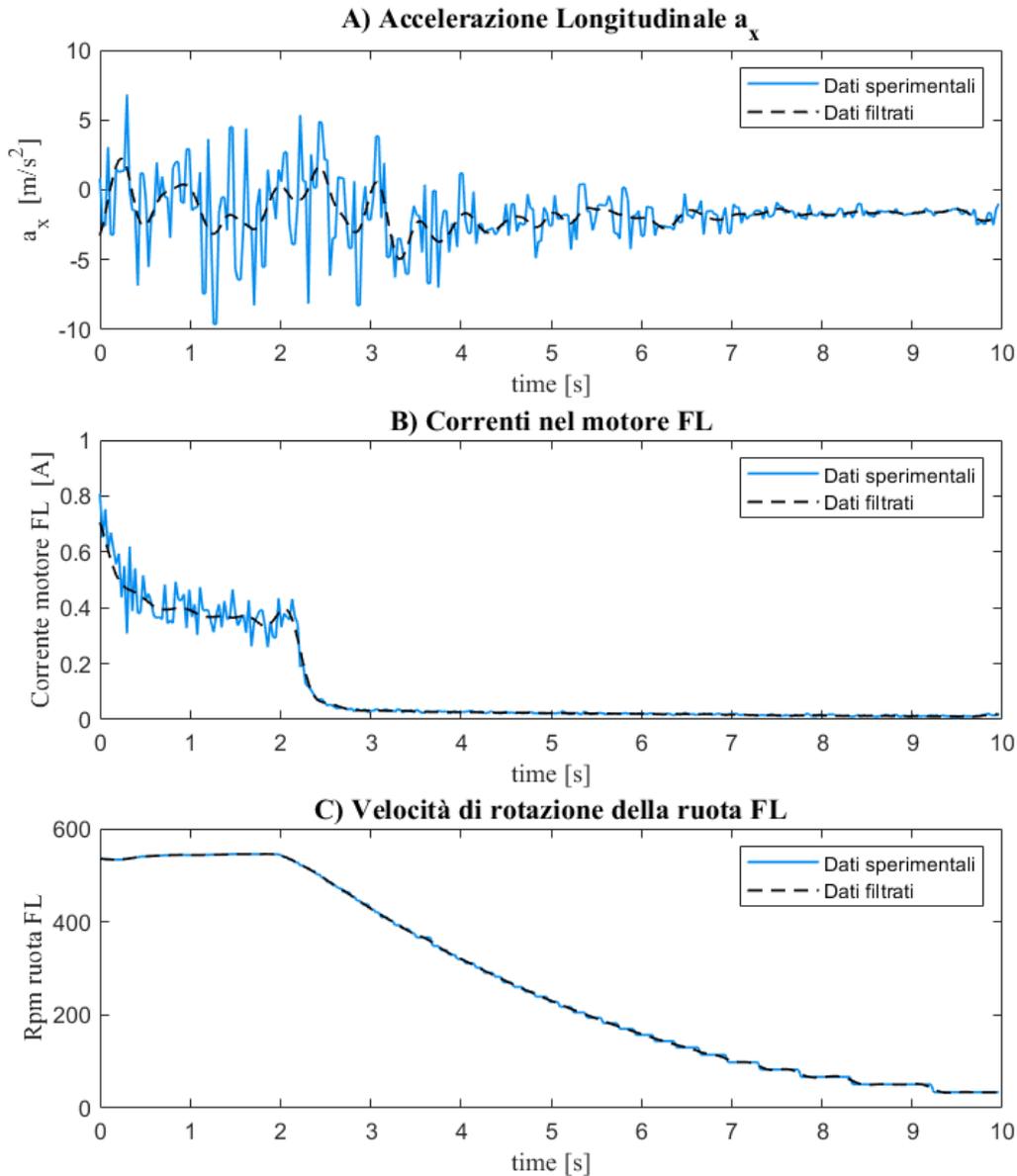


Figure 2.6 Dati sperimentali dei test di coast-down, inerenti al primo dei 5 test eseguiti, e confronto tra i dati grezzi e quelli filtrati. Le grandezze riportate sono: A) accelerazione longitudinale a_x , B) corrente nei motore FL (Front-Left), C) velocità di rotazione della ruota FL.

Vista l'impossibilità di impiegare i dati sperimentali di accelerazione a_x , l'analisi delle prove di coast down poteva essere eseguita in 2 modi. La prima soluzione è quella di ricavare indirettamente i valori dell'accelerazione differenziando il segnale di velocità sperimentale. Poiché la procedura di differenziazione del dato sperimentale è però delicata e incline ad errori si preferisce utilizzare il secondo metodo possibile. L'alternativa riconosciuta come migliore in letteratura [9] e accettata e descritta anche dalla normativa ISO [10], è quella che prevede di sfruttare l'espressione analitica caratteristica prevista per la velocità e applicare il metodo dei minimi quadrati ("least-square method") ai dati ricavati sperimentalmente. Tale approccio consente infatti di impiegare esclusivamente i dati sperimentali di velocità in funzione del tempo, introducendo il minimo numero di errori. Il metodo consiste nel ricavare innanzitutto l'espressione analitica prevista per la velocità in funzione del tempo a partire dall'equazione differenziale della dinamica longitudinale. Dopodiché procedere con il fitting dei dati sperimentali secondo l'espressione trovata e trovare il valore dei coefficienti dell'espressione che minimizza la somma dei quadrati dei residui S , ovvero la somma dei

quadrati degli errori tra il valore del dato osservato y e il valore previsto dalla curva di fitting \hat{y} (2.10).

$$S = \sum_{i=1}^N r_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.10)$$

L'espressione impiegata per il fitting della velocità viene ricavata, come già accennato, dall'equazione della dinamica longitudinale e dipende dunque dalla formulazione delle forze resistenti che si decide di impiegare.

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = -F_R(V) \quad (2.11)$$

$$\int_{V_0}^V m \cdot \frac{dV}{F_r(V)} = \int_{t_0}^t dt \quad (2.12)$$

Dove:

F_R indica la forza resistente complessiva agente sul veicolo e funzione della sua velocità.

t_0 indica l'istante di inizio della fase di decelerazione nei test di *coast-down*.

V_0 indica la velocità del veicolo nell'istante t_0 .

In questo lavoro si è deciso di studiare le diverse possibili formulazioni delle forze resistenti, con livelli di complessità e approssimazione diversi, e valutare alla fine quale di esse permettesse un fitting migliore della curva di velocità sperimentale e potesse essere meglio interpretata a livello di significato fisico.

Sono state in particolare studiate 6 tipologie diverse di fitting, corrispondenti a 4 formulazioni diverse delle forze resistenti. Le 4 diverse formulazioni delle forze resistenti studiate sono di seguito presentate e analizzate.

- **Formulazione 1 – Modello di forza resistente costante**

La formulazione più semplice possibile delle forze resistenti consiste nel considerare una forza resistente costante con la velocità, ovvero considerare esclusivamente il contributo della *rolling resistance* (2.13). L'equazione della dinamica longitudinale risulta dunque un'equazione differenziale ("Ordinary Differential Equation" o abbreviato "ODE) del primo ordine ordinaria (2.14) la cui soluzione in forma chiusa prevede un andamento lineare della velocità nel tempo (2.15). Tale andamento è chiaramente approssimato in quanto si trascurano completamente i contributi di forza dipendenti dalla velocità, come ad esempio il *drag*. Si è voluto comunque studiare questo caso vista la sua semplicità, per poterlo confrontare con i modelli più complessi di forze resistenti trattati in seguito.

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = -F'_{Roll} \quad (2.13)$$

$$\frac{dV}{dt} = -f_0 \quad (2.14)$$

$$V(t) = V_0 - f_0 \cdot (t - t_0) \quad \text{con } F'_{Roll} = m \cdot f_0 \quad (2.15)$$

• **Formulazione 2 – Modello di forza resistente puramente quadratico**

Questa formulazione include nelle forze resistenti il termine costante legato alla *rolling resistance* e il termine che dipende dal quadrato della velocità legato alla resistenza aerodinamica di *drag*. Le forze resistenti sono dunque rappresentate da un polinomio di secondo grado incompleto, mancante del termine dipendente linearmente dalla velocità. In tale formulazione i coefficienti di rolling resistance c_{rr} e di drag k_d sono inoltre implicitamente supposti costanti. Questa formulazione, seppur assuma i coefficienti sopra citati costanti e non tenga conto delle resistenze del sistema di trasmissione del veicolo, è quella che viene tipicamente impiegata in letteratura per la stima, in prima approssimazione, delle forze resistenti di un veicolo da prove di *coast-down*. L'equazione della dinamica assume la forma espressa nell'equazione (2.16) e dalla sua integrazione [9] si ottiene l'andamento di velocità previsto dall'espressione (2.18).

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = -F'_R - k_D \cdot V^2 \quad (2.16)$$

$$\frac{dV}{dt} = -f_0 - f_2 \cdot V^2 \quad (2.17)$$

$$V(t) = \beta \cdot \tan\left(\phi - \frac{t - t_0}{\tau}\right) \quad (2.18)$$

Dove il parametro ϕ è funzione della velocità V_0 del veicolo nell'istante t_0 :

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{V_0}{\beta}\right) \quad (2.19)$$

I fattori f_0 e f_2 sono infine correlati ai parametri β , τ e ϕ dalle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} f_0 = \frac{\beta}{\tau} \\ f_2 = \frac{1}{\beta \cdot \tau} \end{cases} \quad (2.20)$$

• **Formulazione 3–Modello di forza resistente a polinomio completo di secondo grado.**

Tale modello risulta essere il più completo in quanto le forze resistenti vengono formulate come un polinomio completo di secondo grado in funzione della velocità, includendo anche il termine lineare (2.21). Tale modello, dal punto di vista teorico, dovrebbe essere quello che meglio coglie la realtà fisica del fenomeno. L'introduzione del termine lineare permette infatti di cogliere 3 fenomeni fisici aggiuntivi rispetto alla formulazione puramente quadratica (ovvero quella che nel presente lavoro è stata definita “formulazione 2”). I 3 fenomeni in questione sono i seguenti:

- La presenza di un momento resistente sulle ruote dovuto ai vari attriti presenti nel sistema di trasmissione del veicolo, che, come precedentemente specificato nel capitolo 1, hanno

una forte componente viscosa. A tale momento corrisponde dunque una rispettiva forza resistente che dipende prevalentemente in maniera lineare dalla velocità.

- L'aumento del coefficiente di rolling resistance c_{rr} con la velocità. Nonostante in prima approssimazione la *rolling resistance* venga spesso considerata costante e indipendente dalla velocità, in letteratura [9], [11] è ampiamente descritto come il coefficiente di resistenza al rotolamento c_{rr} degli pneumatici dipenda in maniera complessa dalla velocità (Figura 2.7). In [11] si descrive infatti come a basse velocità c_{rr} abbia una dipendenza lineare, mentre a velocità elevate una dipendenza di tipo quadratico con V . In [11] sono descritti ampiamente anche i fenomeni fisici che determinano tale andamento del coefficiente di resistenza al rotolamento. Per semplicità e poiché le velocità raggiunte dal veicolo durante i test sono piccole e inferiori ai $5 \text{ m/s} \approx 18 \text{ km/h}$, si assume che la rolling resistance possa essere modellata come segue, aggiungendo alla componente costante solamente l'incremento lineare con la velocità e trascurando il termine quadratico:

$$C_{rr} = C_{rr,0} + C_{rr,1} \cdot V \quad (2.21)$$

$$F_{Roll} = F_{Roll,0} + k_{Roll} \cdot V \quad (2.22)$$

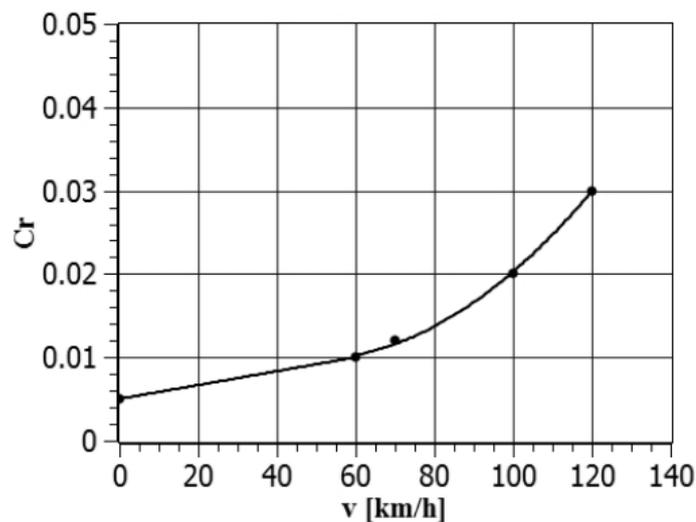


Figure 2.7 Andamento del coefficiente adimensionale di rolling resistance in funzione della velocità, ricavato sperimentalmente per un veicolo di dimensioni standard [11].

- La diminuzione del coefficiente di drag c_D con la velocità. Anche in questo caso il fenomeno risulta ben noto in letteratura [9], [12], [13], dove spesso viene riportato l'andamento di c_D in funzione del numero di Reynolds Re (2.23) (vedi figura 2.7).

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu} = \frac{V \cdot L}{\nu} \quad (2.23)$$

In particolare, in figura 2.7.A sono riportati gli andamenti previsti per c_D in funzione di Re per diverse geometrie di un veicolo standard, quindi in scala 1:1 [14]. In figura 2.7.B invece, si riporta il risultato di test sperimentali per la determinazione del coefficiente di drag di un modello Toyota in scala ridotta 1:20 [13]. Seppure i valori assoluti di c_D nei due casi siano piuttosto diversi, l'andamento in funzione di Re è

invece simile nei due casi e risulta evidente una diminuzione del coefficiente di drag con l'aumentare della velocità (e di Re), ancora più accentuata nel caso del veicolo in scala ridotta. Tale andamento è sicuramente complesso ma, in prima approssimazione, tenendo conto che le velocità raggiunte durante i test sono basse, si decide di considerare c_D inversamente proporzionale a V .

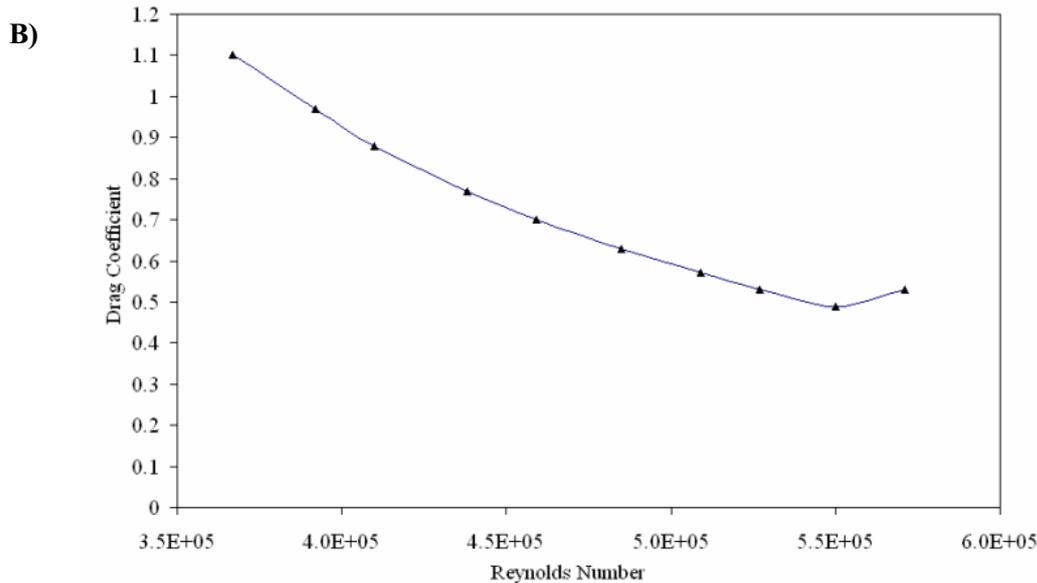
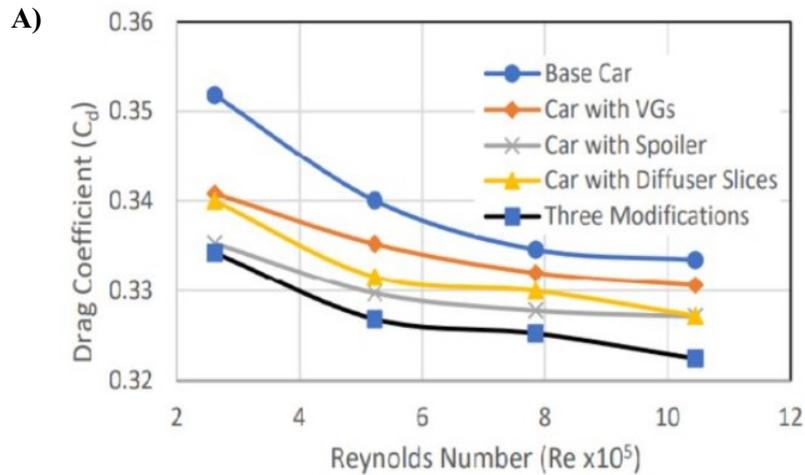


Figure 2.8 Andamento del coefficiente di resistenza aerea c_D in funzione del numero di Reynolds Re (e dunque della velocità). In particolare: A) risultati per un veicolo di dimensioni standard [14], B) risultati sperimentali ottenuti su un modello di veicolo Toyota in scala 1:20 [13].

Da ciò ne deriva che le forze aerodinamiche di drag sono esprimibili con una componente lineare e una quadratica (preponderante) in funzione della velocità (2.26).

$$c_D = c_{D,0} + \frac{c_{D,1}}{V} \quad (2.24)$$

$$k_D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot c_D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot c_{D,0} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot \frac{c_{D,1}}{V} = k_{D,0} + \frac{k_{D,1}}{V} \quad (2.25)$$

$$F_D = k_D \cdot V^2 = k_{D,1} \cdot V + k_{D,0} \cdot V^2 \quad (2.26)$$

Le forze resistenti vengono dunque formulate come un polinomio completo di secondo grado in funzione di V (2.27) e l'equazione del moto assume la forma presentata nell'equazione (2.28).

$$F_R = F_{Roll} + F_T + F_D = F_{Roll,0} + k_{Roll} \cdot V + F_{T,0} + f_T \cdot V + k_{D,1} \cdot V + k_{D,0} \cdot V^2 \quad (2.27)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{F_R}{m} = -f_0 - f_1 \cdot V - f_2 \cdot V^2 \quad (2.28)$$

Dove i coefficienti f_0 , f_1 e f_2 sono correlati ai parametri caratteristici delle forze resistenti dalle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} f_0 = \frac{F_{Roll,0} + F_{T,0}}{m} \\ f_1 = \frac{k_{Roll} + f_T + k_{D,1}}{m} \\ f_2 = \frac{k_{D,0}}{m} \end{cases} \quad (2.29)$$

Come si può notare (2.29) i fattori f_0 , f_1 e f_2 inglobano ciascuno diverse componenti delle forze resistenti legate al rotolamento, alla resistenza aerodinamica e agli attriti nel sistema di trasmissione. Dall'integrazione dell'equazione della dinamica (2.28) si ricava invece l'andamento caratteristico previsto per la velocità in funzione del tempo (2.30):

$$V(t) = \beta \cdot \tan\left(\phi - \frac{t - t_0}{\tau}\right) - \delta \quad (2.30)$$

Dove il parametro ϕ è funzione della velocità V_0 del veicolo nell'istante t_0 :

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{V_0 + \delta}{\beta}\right) \quad (2.31)$$

I fattori f_0 , f_1 , f_2 sono infine correlati ai parametri β , τ , ϕ e δ dalle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} f_0 = \frac{\beta^2 + \delta^2}{\beta \cdot \tau} \\ f_1 = \frac{2 \cdot \delta}{\beta \cdot \tau} \\ f_2 = \frac{1}{\beta \cdot \tau} \end{cases} \quad (2.32)$$

- **Formulazione 4–Modello di forza resistente lineare.**

In questo modello si suppone di considerare solo la componente costante e quella lineare delle forze resistenti in funzione della velocità. Di fatto vengono dunque incluse nel modello la resistenza al rotolamento e la resistenza generata dagli attriti del sistema di trasmissione. Viene invece trascurato il termine quadratico legato essenzialmente alle forze aerodinamiche. Si è scelto di studiare anche questa tipologia di modello di forze resistenti

in quanto semplice e sotto l'ipotesi che, date le basse velocità raggiunte dal veicolo, la forza di *drag* possa potenzialmente essere trascurata. In questo caso l'equazione del moto e l'andamento teorico della velocità diventano i seguenti:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = -F_R = -F_{roll} - F_T = F_{Roll} - (F_{T,0} + f_T \cdot V) \quad (2.33)$$

$$\frac{dV}{dt} = -f_0 - f_1 \cdot V \quad (2.34)$$

$$V(t) = \frac{V_0 + \frac{f_0}{f_1}}{\exp(f_1 \cdot (t - t_0))} - \frac{f_0}{f_1} \quad (2.35)$$

Definite le 4 possibili formulazioni delle forze resistenti analizzate, si è deciso di eseguire diverse tipologie di fitting (riassunte in tabella 2.1). Le diverse funzioni di fitting si distinguono non solo per il modello di forze resistenti impiegato che influenza la forma della curva caratteristica prevista per la velocità, ma anche per la modalità di definizione dell'istante t_0 di inizio della fase di decelerazione dei test. Tale aspetto risulta infatti delicato nel nostro contesto sperimentale. Se il test fosse stato eseguito su un veicolo standard, nel momento in cui la frizione viene inserita la coppia motrice cesserebbe di essere trasmessa alle ruote pressoché istantaneamente. Nel veicolo in scala oggetto di test il *coast-down* viene invece attuato disattivando i motori: a causa dell'inerzia dei motori elettrici vi è però un ritardo nella risposta di questi ultimi che si comportano come un sistema dinamico del primo ordine (vedi capitolo 1.4). Seppur l'input di corrente di riferimento venga portato alla soglia minima di 0.01 A pressoché istantaneamente (input a gradino), la corrente reale nel motore impiega circa mezzo secondo a portarsi al valore di riferimento (vedi Fig2.9). Durante questa fase di transitorio la corrente effettiva nei motori non è nulla e vi è dunque una forza motrice agente sul veicolo e che dipende dal tempo. La presenza di tale forza di trazione rischia di compromettere i risultati del test di *coast-down* in quanto può modificare l'andamento della curva sperimentale di velocità rispetto a quello previsto analiticamente o comunque può portare a una stima errata delle forze resistenti. Per Tale ragione è importante, da un punto di vista teorico, che all'istante t_0 le correnti di tutti i motori abbiano superato la fase di transitorio e si siano portate a un valore prossimo a quello minimo di riferimento, che verrà definito i_{soglia} . In questo modo si tenta di minimizzare gli errori nella stima delle forze resistenti.

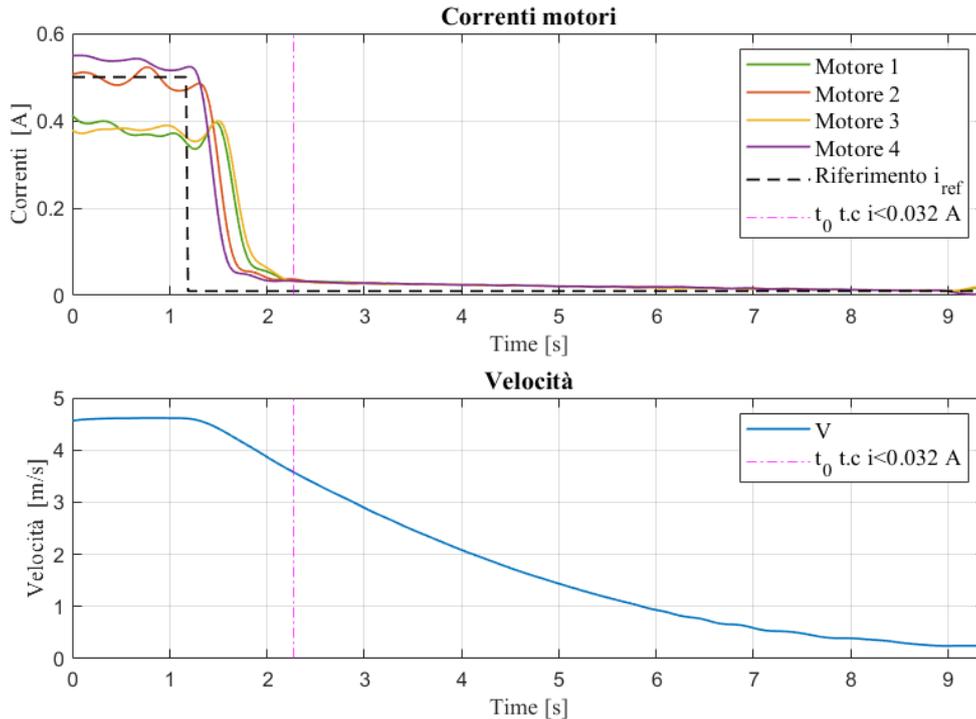


Figure 2.9 Andamento delle correnti effettive (dati filtrati) di alimentazione dei motori a confronto con la corrente di input di riferimento, legata al comando del joystick del trasmettitore che viene portata quasi istantaneamente a zero all'inizio della fase di decelerazione delle prove di cost-down.

Fatte queste precisazioni, vengono di seguito presentate le diverse tipologie di fitting applicate alle curve di velocità sperimentali:

- **Fitting 1:** Tale fitting impiega la formulazione 2 delle forze resistenti, ovvero quella classica che è stata definita “puramente quadratica”. Si tiene inoltre conto del fatto che l'istante t_0 in cui ha inizio la fase di decelerazione del test e i motori vengono disattivati non sia nota. V_0 e t_0 sono dunque parametri da ottimizzare e la funzione di interpolazione della velocità è dunque una funzione definita a tratti della forma:

$$if \ t > t_0 \quad V(t) = V_0 \tag{2.36}$$

$$if \ t > t_0 \quad V(t) = \beta \cdot atan\left(\phi - \frac{t - t_0}{\tau}\right) \tag{2.37}$$

- **Fitting 2:** tale fitting impiega sempre il modello “2” di forze resistenti, ma a differenza del “fitting 1” l'istante t_0 non è considerato un parametro incognito dell'ottimizzazione ma è imposto a priori (e di conseguenza anche V_0). Per ciascuna prova, t_0 viene scelto come il primo istante in cui le correnti effettive di tutti e 4 i motori elettrici sono inferiori a un valore di soglia scelto uguale a $i_{soglia} = 0.02A = 2 \cdot i_{min}$ (vedi Fig2.9). Viene eseguito dunque il fitting della curva di velocità secondo l'equazione (2.19) soltanto per i punti con $t > t_0$.
- **Fitting 3:** L'istante t_0 (e V_0) sono degli input del problema e sono ricavati come fatto nel “fitting 1”. Per le forze resistenti è stato impiegato il modello a polinomio completo, ovvero la formulazione “3”, da cui l'andamento previsto per la velocità è quello descritto dall'equazione (2.30).
- **Fitting 3 bis:** Analogo al “fitting 3” ma si è provato a impiegare un istante t_0 più avanzato di 1 s rispetto a quanto fatto nel “fitting 3”. Dal punto di vista fisico prendendo un istante di riferimento più avanzato si dovrebbero ulteriormente ridurre gli effetti legati alla presenza nel motore di correnti non ancora pari a quella minima.

- **Fitting 4:** Analogo al “fitting 2” per quanto riguarda la selezione dell’istante t_0 ma viene impiegato il modello di forze resistenti costanti (“formulazione 1”) per cui l’andamento previsto per la velocità in funzione del tempo è lineare (2.15).
- **Fitting 5:** Analogo al “fitting 2” per quanto riguarda la selezione dell’istante t_0 ma viene impiegato il modello lineare di forze resistenti (“formulazione 4”) per cui l’andamento previsto per la velocità in funzione del tempo è quello descritto dall’equazione (2.35).

Fitting	Modello forze resistenti	Scelta di t_0	Parametri del fitting (da ottimizzare)
1	Puramente quadratico	Parametro di fitting	t_0, V_0, f_0, f_2
2	Puramente quadratico	$\{t_0 \mid i(t_0) = i_{soglia}\}$	f_0, f_2
3	Polinomio completo	$\{t_0 = t^* + 1 \text{ s} \mid i(t^*) = i_{soglia}\}$	f_0, f_1, f_2
3 bis	Polinomio completo	$\{t_0 \mid i(t_0) = i_{soglia}\}$	f_0, f_1, f_2
4	Costante	$\{t_0 \mid i(t_0) = i_{soglia}\}$	f_0, f_1
5	Lineare	$\{t_0 \mid i(t_0) = i_{soglia}\}$	f_0

Tabella 2.1 Tabella riassuntiva sulle diverse tipologie di fitting impiegate per stimare dai dati sperimentali di V delle prove di coast-down (attraverso il metodo dei minimi quadrati) i coefficienti f_0, f_1, f_2 per la caratterizzazione delle forze resistenti in funzione della velocità ($F_R = f_0 + f_1 \cdot V + f_2 \cdot V^2$). Si pone l’attenzione sul modello di forze resistenti impiegato (che determina la l’espressione analitica prevista per la curva di velocità) e sulla definizione dell’istante t_0 di inizio della fase di decelerazione libera del veicolo.

Si precisa che si è preferito fittare separatamente i dati inerenti a ciascuna delle 5 prove di coast-down eseguite, piuttosto che eseguire un unico fitting complessivo sui dati raccolti in tutte le prove. Questa scelta trova giustificazione nel fatto che è difficile identificare un punto di inizio della fase di libera decelerazione (un istante t_0) comune a tutte le prove e soprattutto a cui corrispondano analoghe velocità V_0 . Ciò significa che le varie prove sono difficilmente “sovrapponibili”, i dati complessivi risulterebbero essere più dispersi a causa di errori compiuti nella “sovrapposizione” delle prove e il fitting complessivo che ne perderebbe di accuratezza. Si è preferito dunque fittare separatamente i dati di ciascuna prova e mediare successivamente le stime dei coefficienti di fitting emerse da ciascuna prova.

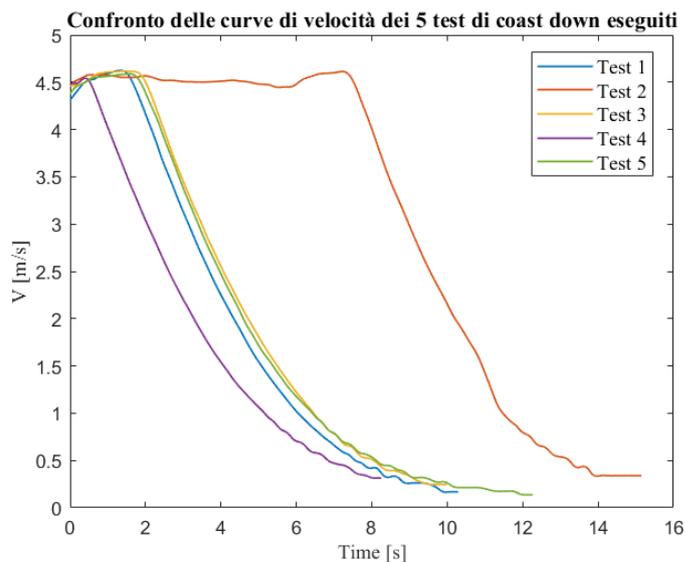


Figure 2.10 Confronto dei diversi test di coast-down eseguiti, presentato al fine di osservare che è difficile “sovrapporre i test individuando un istante t_0 comune di inizio della fase di decelerazione libera, a cui corrispondano tra l’altro valori uguali di V_0 .”

In figura (2.11) viene riportato il confronto tra le diverse tipologie di fitting testate ed il loro andamento rispetto alla curva sperimentale di velocità. In particolare, vengono riportati i dati inerenti alla prova 6, ma i risultati sono del tutto analoghi anche per le altre prove.

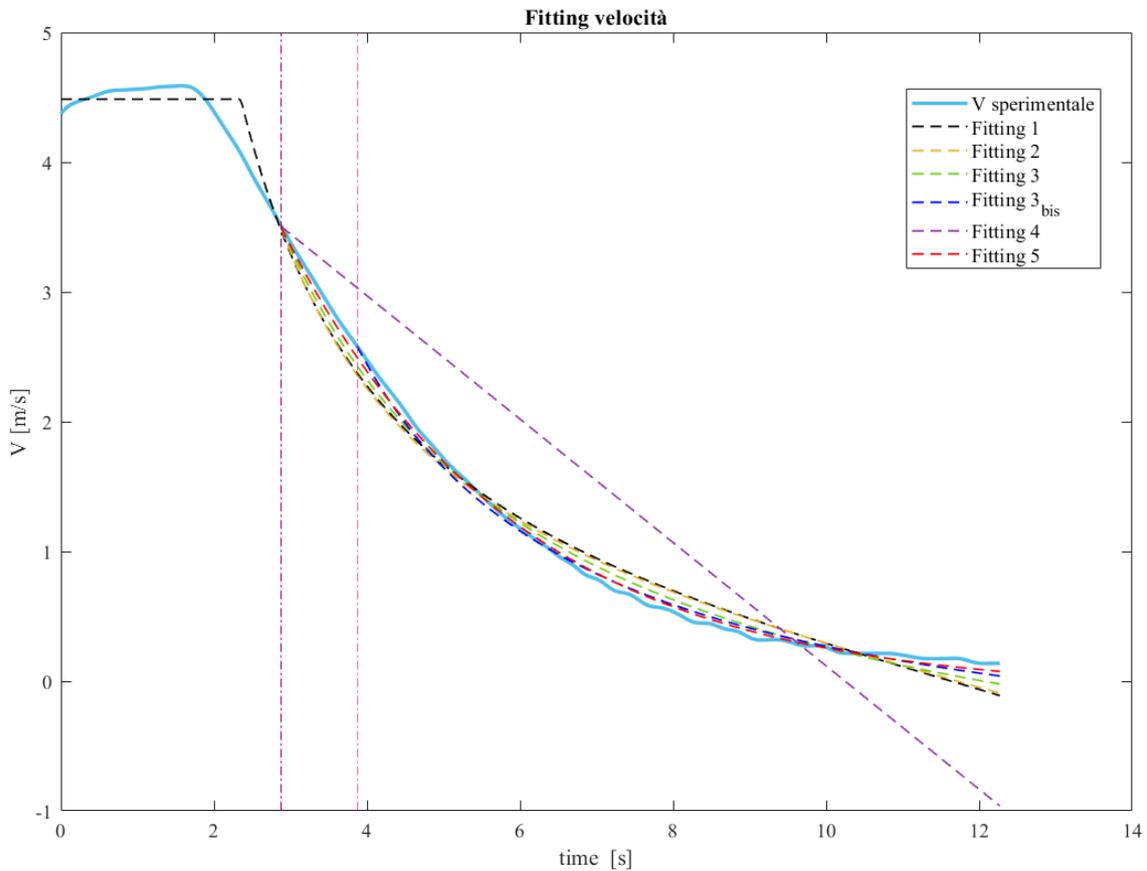


Figure 2.1110 Confronto delle diverse tipologie di fitting testate, in relazione alla curva sperimentale di velocità.

Per stimare e confrontare in maniera quantitativa la bontà dei diversi fitting si è calcolato l'indice di determinazione R^2 (*R-squared*). Tale indice statistico permette di quantificare quanto bene un modello di regressione (lineare) si adatta ai dati osservati. In termini tecnici esso rappresenta la percentuale di varianza della variabile dipendente che può essere spiegata dal modello di regressione lineare. Esso è definito infatti come:

$$R^2 = 1 - \frac{\text{Unexplained variance}}{\text{Total variance}} = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (2.38)$$

$$SSE = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i) \quad (2.39)$$

$$SST = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y}) \quad (2.40)$$

Dove:

- N rappresenta il numero di dati osservati;
- y_i rappresenta il valore del dato osservato;

- \bar{y}_l rappresenta la media dei dati osservati;
- \hat{y}_l rappresenta il valore della variabile previsto dal modello di regressione;
- SSE rappresenta la somma dei quadrati degli errori tra dato osservato e dato previsto;
- SST rappresenta la varianza totale dei dati osservati, ovvero la somma dei quadrati degli scarti dei valori osservati rispetto alla media.

Il valore di R^2 può variare tra $[0,1]$ e tanto più è prossimo a 1, quanto più il modello di interpolazione risulta accurato. Viene inoltre calcolato il coefficiente di determinazione “corretto” R_{ad}^2 (o “Adjusted R-squared”) che viene più spesso usato nell’ambito della regressione multipla non lineare (come nel nostro caso) in quanto nella quantificazione della bontà del fitting tiene conto del numero p di parametri (o variabili predittive) impiegati nella regressione. È infatti ovvio che un modello più complesso, con più parametri di regressione indipendenti, fitti meglio i dati sperimentali e fornisca un valore di R^2 più elevato. Poiché le 6 tipologie di fitting studiate presentano numeri diversi di variabili predittive, è più appropriato un confronto in termini di indice di determinazione “aggiustato” R_{ad}^2 , definito come segue:

$$R_{ad}^2 = 1 - \left(\frac{N - 1}{N - p} \right) \cdot \frac{SSE}{SST} \quad (2.41)$$

In realtà si osserva che, essendo il numero N di dati sperimentali campionati molto elevato, il valore di R_{ad}^2 è estremamente vicino al valore di R^2 . Nella seguente tabella 2.2 sono riportati i valori degli indici di determinazione calcolati per tutti i fitting precedentemente utilizzati nell’interpolazione delle curve di velocità.

TEST	FITTING 1		FITTING 2		FITTING 3		FITTING 3bis		FITTING 4		FITTING 5	
	R^2	R_{ad}^2	R^2	R_{ad}^2	R^2	R_{ad}^2	R^2	R_{ad}^2	R^2	R_{ad}^2	R^2	R_{ad}^2
1	0.995	0.994	0.986	0.985	0.994	0.993	0.995	0.994	0.759	0.759	0.998	0.997
2	0.996	0.995	0.975	0.974	0.984	0.983	0.980	0.979	0.806	0.806	0.989	0.988
3	0.996	0.996	0.989	0.988	0.995	0.9944	0.996	0.995	0.823	0.823	0.998	0.997
4	0.996	0.995	0.992	0.992	0.997	0.996	0.998	0.997	0.834	0.834	0.999	0.998
5	0.996	0.995	0.986	0.985	0.993	0.992	0.992	0.991	0.806	0.806	0.996	0.995
Media	0.996	0.9945	0.986	0.985	0.995	0.993	0.995	0.993	0.758	0.758	0.997	0.995

Tabella 2.2 Tabella di comparazione della bontà dei modelli di fitting proposti per la curva di velocità nei vari test delle prove di coast-down. L’indice di determinazione R^2 indica l’accuratezza in senso assoluto del modello di regressione, mentre l’indice “corretto” R_{ad}^2 tiene conto della bontà del fitting in relazione ai parametri indipendenti impiegati nel modello.

Dai risultati riportati in 2.2 si evince che in generale i fitting analizzati sono soddisfacenti poiché i valori di R^2 ottenuti sono elevati e molto vicini a 1. L’unico fitting che, come da previsione, presenta un indice inferiore a 0.5 è il “fitting 4” che si basa su un modello in cui le forze resistenti sono state formulate in maniera estremamente approssimata (“formulazione1”- solo componente costante di *rolling resistance*). È importante poi analizzare i risultati dei fitting in termini di valori stimati delle forze resistenti, la cui determinazione costituisce proprio il fine ultimo dei test di *coast-down*. Verranno dunque di seguito presentati i risultati delle stime dei coefficienti f_0 , f_1 e f_2 emerse per ciascuna tipologia di fitting. Poiché come precedentemente detto i dati sperimentali dei 5 test eseguiti sono stati analizzati e fittati separatamente si presentano, per ciascuna tipologia di fitting, i valori dei coefficienti calcolati per ciascuna delle 5 prove. Le stime finali di f_0 , f_1 e f_2 di ciascun metodo di interpolazione sono ottenute dalla media dei risultati di ciascuna prova.

	FITTING 1		
Test	f_0	f_1	f_2
1	0.25271	-	0.092276
2	0.300516	-	0.085612
3	0.292924	-	0.078626
4	0.288053	-	0.076784
Media	0.283551	-	0.083324

	FITTING 2		
Test	f_0	f_1	f_2
1	0.245725	-	0.095572
2	0.295269	-	0.086591
3	0.287751	-	0.080097
4	0.283651	-	0.078024
Media	0.278099	-	0.085071

	FITTING 3		
Test	f_0	f_1	f_2
1	0.162544	0.164878	0.041983
2	0.198762	0.168658	0.035831
3	0.194311	0.159168	0.0327
4	0.181177	0.156346	0.033925
Media	0.184199	0.162262	0.03611

	FITTING 3 bis		
Test	f_0	f_1	f_2
1	0.121614	0.181594	0.067946
2	0.13491	0.192143	0.068553
3	0.150095	0.177469	0.052651
4	0.139709	0.169366	0.051561
Media	0.136582	0.180143	0.060178

	FITTING 4		
Test	f_0	f_1	f_2
1	0.564302	-	-
2	0.629085	-	-
3	0.599577	-	-
4	0.612361	-	-
Media	0.601331	-	-

	FITTING 5		
Test	f_0	f_1	f_2
1	0.087203	0.302177	-
2	0.114523	0.298241	-
3	0.121402	0.274781	-
4	0.094878	0.281595	-
Media	0.104501	0.289198	-

Tabella 2.3 Tabella aggiuntiva di riassunto sui risultati ottenuti per i coefficienti f_0 , f_1 e f_2 per la formulazione delle forze resistenti F_R agenti sul veicolo. Il valore dei coefficienti varia in maniera importante tra un fitting e l'altro come da aspettativa in quanto impiegano modelli di F_R molto diversi.

Dai risultati appena presentati si può osservare che in generale i valori dei coefficienti f_0 , f_1 e f_2 stimati per una determinata tipologia di fitting non sono eccessivamente diversi tra un test di *coast-down* e l'altro. Le incertezze rispetto al valore medio delle diverse prove non sono infatti eccessivamente elevate. Verranno dunque d'ora in poi comparati i valori medi dei coefficienti ottenuti per ciascun fitting. Per una più immediata interpretazione fisica dei valori stimati dei coefficienti f_0 , f_1 e f_2 , si preferisce fare riferimento ai coefficienti moltiplicati per la massa m_{ap} del veicolo. I nuovi parametri f'_0 , f'_1 e f'_2 , definiti come in (2.44), sono infatti direttamente correlati alle componenti della forza resistente che sono rispettivamente costanti, crescono linearmente o in maniera quadratica con la velocità (2.45). Per quanto riguarda in particolare il valore di f'_0 si applica un'ulteriore correzione. Tale termine rappresenterebbe infatti la componente complessiva di forza che agisce costantemente sul veicolo durante la fase di decelerazione libera. Tale forza è data non solo dai contributi costanti di forza resistente (legati essenzialmente alla *rolling resistance* e in piccola parte alla resistenza del sistema di trasmissione) ma anche dalla piccola componente positiva di forza di trazione F_m dovuta alla corrente, non nulla, ma pari a i_{min} nei motori. Tale forza positiva di trazione può essere calcolata, noto il valore di corrente nei motori, impiegando la costante di coppia del motore e il rapporto di trasmissione (2.42). Affinché il parametro f'_0 rappresenti effettivamente solamente la componente resistente delle forze costanti è necessario dunque tenere conto di tale componente di forza positiva di trazione.

$$F_m = 4 \cdot \frac{i_{min} \cdot K_C \cdot K_{tras}}{R_{Ruote}} = 0.056 \text{ N} \quad (2.42)$$

$$F_{cost} = F_m - F_{R,cost} = F_m - (F_{Roll,0} + F_{T,0}) = -m_{ap} \cdot f_0 \quad (2.43)$$

$$\begin{cases} f'_0 = m_{ap} \cdot f_0 - F_m \\ f'_1 = m_{ap} \cdot f_1 \\ f'_2 = m_{ap} \cdot f_2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} f'_0 = F_{Roll,0} + F_{T,0} \\ f'_1 = k_{Roll} + f_T + k_{D,1} \\ f'_2 = k_{D,0} \end{cases} \quad (2.44)$$

$$F_R = f'_0 + f'_1 \cdot V + f'_2 \cdot V^2 \quad (2.45)$$

I valori stimati dei coefficienti f'_0 , f'_1 e f'_2 relativi a ciascun fitting sono riorganizzati per una maggiore facilità di confronto in tabella 2.4

Fitting	f'_0	f'_1	f'_2
1	0.4459	-	0.1146
2	0.4384	-	0.1170
3	0.3093	0.2231	0.0497
3 bis	0.2438	0.2477	0.0827
4	0.8828	-	-
5	0.1997	0.3976	-

Tabella 2.4 Tabella aggiuntiva di riassunto sui risultati ottenuti per i coefficienti f_0 , f_1 e f_2 per la formulazione delle forze resistenti F_R agenti sul veicolo. Il valore dei coefficienti varia in maniera importante tra un fitting e l'altro come da aspettativa in quanto impiegano modelli di F_R molto diversi.

I modelli di fitting più convincenti risultano quelli relativi ai fitting 3 e 4, sia in termini dei valori di R^2 e R_{ad}^2 che risultano tra i più elevati, sia in termini fisici per quanto riguarda i valori assunti dai coefficienti f'_0 , f'_1 e f'_2 . L'interpretazione fisica dei risultati non è sicuramente semplice in quanto, come già precedentemente spiegato, i test di *coast-down* permettono di valutare l'effetto complessivo delle forze resistenti ma di scindere i contributi dovuti alle diverse fonti di resistenza. Ad esempio,

per il valore stimato del coefficiente f'_1 , non è possibile quantificare quale sia il contributo della crescita lineare della *rolling resistance* (k_{roll}), il contributo degli attriti viscosi nel sistema di trasmissione (f_T) e il contributo delle forze aerodinamica dipendenti linearmente dalla velocità ($k_{D,1}$). L'impossibilità di conoscere il contributo delle diverse resistenze non è però troppo rilevante ai fini della stima complessiva delle forze resistenti che, come si è visto, vengono stimate in maniera accurata in funzione della velocità sia dal modello del "fitting 3" che da quello del "fitting 4", seppur caratterizzati da valori dei coefficienti f'_0 , f'_1 e f'_2 . piuttosto diversi tra loro. L'impossibilità di conoscere il contributo delle diverse resistenze rende però difficile interpretare se i valori ottenuti siano sensati e ragionevoli dal punto di vista fisico. Il termine lineare delle forze e il corrispettivo coefficiente f'_1 risultano quelli di più difficile interpretazione in quanto inglobano più contributi di origine diversa. Si suppone comunque ragionevole che i valori di f'_1 risultino elevati in quanto è plausibile che gli attriti legati al sistema di trasmissione del veicolo in scala oggetto dei test siano elevati. Il veicolo di base è infatti un modello molto economico di auto telecomandata (di fatto venduta come un vero e proprio giocattolo) e il sistema di trasmissione non è progettato e realizzato con la stessa accortezza di un veicolo standard. Ad esempio, i cuscinetti delle ruote sono di evidente bassa qualità, tutta la componentistica è di plastica, ecc. Si ritiene dunque ragionevole che la componente lineare delle forze resistenti sia notevolmente consistente (figura 2.12) Per l'interpretazione dei coefficienti f'_0 e f'_2 invece, si suppone per semplicità che essi siano legati rispettivamente esclusivamente alla *rolling resistance* e al *drag*. Sotto queste ipotesi si possono stimare i valori dei coefficienti adimensionali di *rolling resistance* c_{rr} e di *drag* k_D del veicolo in scala per confrontarli con quelli di un veicolo standard (equazioni (2.46) e (2.47)).

$$\text{Ipotesi: } f'_0 = F_{Roll} \rightarrow c_{rr} = \frac{f'_0}{N} \quad (2.46)$$

$$\text{Ipotesi: } f'_2 = k_D \rightarrow c_D = 2 \cdot \frac{f'_2}{\rho \cdot A} \quad (2.47)$$

Dove:

- $N = m \cdot g = 12.6 \text{ N}$ è il carico normale complessivo del veicolo (trascurando eventuali forze aerodinamiche di deportanza)
- $A \approx 25\text{cm} \cdot 15\text{cm} = 375\text{cm}^2 = 0.0375\text{m}^2$ è l'area frontale del veicolo
- $\rho \approx 1.225\text{kg/m}^3$ è la densità dell'aria in condizioni standard.

I valori stimati dei coefficienti adimensionali di *rolling resistance* e di *drag* per i fitting 3 e 5 sono riportati nella tabella 2.5 dove viene proposto anche un range tipico di tali parametri per veicoli commerciali standard.

Parametro	Veicolo in scala ridotta oggetto di test		Veicolo Standard
	Fitting 3	Fitting 5	Letteratura
c_{rr}	0.0245	0.0158	0.007 – 0.02
c_D	1.93	-	0.25 – 0.45

Tabella 2.5 Confronto dei valori dei parametri adimensionali di *rolling resistance* c_{rr} e di *drag* c_D stimati per il veicolo in scala oggetto dei test, a seconda del modello di fitting impiegato nell'analisi dei test di coast-down. Si presentano inoltre per un confronto ulteriore i range di valori tipici di tali parametri per i veicoli commerciali standard non in scala.

Esaminando i risultati ottenuti emerge che:

- Il coefficiente di *rolling resistance* stimato per il veicolo in scala è perfettamente coerente e paragonabile con i valori tipici riportati in letteratura [15] per veicoli e pneumatici standard che sono solitamente compresi tra [0.007 e 0.02] su asfalto o cemento, ma possono raggiungere anche valori superiori su altri tipi di terreni.
- Il coefficiente di resistenza aerodinamica c_D (legato al *fitting 3*) risulta ampiamente superiore ai valori tipici riportati in letteratura [14] per i moderni veicoli in scala 1:1 che sono solitamente

caratterizzati da dei valori di c_D intorno ai 0.25 – 0.3, con valori leggermente maggiori fino a 0.45 per i SUVs la cui geometria squadrata non favorisce l'efficienza aereodinamica di questa categoria di veicoli. Il valore particolarmente elevato del coefficiente di resistenza c_D del veicolo in scala oggetto dei test può essere giustificata sotto diversi punti di vista. Innanzitutto, va considerato che i test vengono eseguiti senza l'impiego della scocca sagomata in plastica presente originariamente nel modello RB1277A di veicolo telecomandato acquistato. La sagoma del veicolo non risulta dunque minimamente modellata in maniera aereodinamica e la sua sezione frontale può essere in prima approssimazione assimilata a un rettangolo (con $b > h$). A differenza dunque dei veicoli standard, la cui geometria è accuratamente progettata per migliorarne l'efficienza aerodinamica, il veicolo in scala telecomandato presenta una geometria che, come riportato in letteratura, è associata a coefficienti di resistenza aereodinamica ben più elevati [12]. In particolare in [12] si fa riferimento a un coefficiente $c_D \approx 2$ per un blocco cubico e per flussi con numero di Reynold $Re > 10^4$. Si è dunque stimato il numero di Reynolds caratteristico raggiunto durante i test prendendo come velocità di riferimento quella iniziale di regime che è intorno ai $V = 4.5 \text{ m/s}$, considerando che la viscosità cinematica dell'aria è $\nu \approx 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ e considerando una lunghezza di riferimento pari a quella del veicolo $L \approx 0.25 \text{ m}$. Il valore calcolato è $Re \approx 8 \cdot 10^4$, un numero elevato (dovuto essenzialmente alla bassa viscosità dell'aria) che indica un flusso in regime turbolento. Poiché i numeri di Reynold durante i test sono effettivamente maggiori di 10^4 , si può affermare che i valori sperimentali stimati per il c_D del veicolo ("fitting 3" $\rightarrow c_D \approx 1.9$), seppur apparentemente molto elevati, non sono in realtà troppo lontani da quelli previsti in letteratura [12] per un oggetto a sezione frontale rettangolare. Inoltre, seppur in letteratura non siano molti gli studi a riguardo l'aereodinamica di veicoli in scala, in [13] si studia il valore del coefficiente di drag di un modello in scala 1:20 di un veicolo Toyota. Nel grafico (figura 2.8.B), precedentemente riportato, si osserva che i coefficienti stimati sono notevolmente più elevati di quelli di un veicolo di dimensioni standard, raggiungendo valori intorno a $c_D \approx 1.1$ per $Re \approx 3.5 \cdot 10^5$. Poiché durante i test eseguiti sul nostro veicolo si sono stimati numeri di Reynolds più ridotti, e visto l'andamento decrescente di $c_D(Re)$ (vedi Fig2.8.B), da quanto emerso nello studio [13] ci si potrebbero dunque aspettare coefficienti di resistenza aereodinamica maggiori di 1.1 nell'ambito dei test eseguiti in questo lavoro

di tesi.

Oltre alle considerazioni appena proposte, si ritiene comunque che, nel termine quadratico delle forze resistenti e quindi nella stima del coefficiente c_D , possano essere probabilmente inglobate anche delle forze diverse dal *drag*. Tali forze, non meglio definite, dipendenti anch'esse dal quadrato della velocità, comporterebbero appunto una sovrastima dell'effettivo coefficiente di *drag* c_D del veicolo.

Dalle considerazioni sopra proposte si ritiene dunque che i risultati ottenuti con il fitting 3 rappresentino una soluzione ragionevole per la modellazione delle forze resistenti. Il fitting 3 viene inoltre ritenuto preferibile rispetto al fitting 5 perché, perché, nonostante quest'ultimo abbia un valore di R^2 leggermente più elevato, non si ritiene idoneo trascurare completamente il termine aerodinamico. Inoltre, la formulazione delle forze resistenti adottata nel fitting 3 è quella prescritta anche dalla normativa ISO 10521-1.

Si decide inoltre di adottare un ulteriore metodo di validazione dei risultati ottenuti dalle prove di coast-down. In letteratura sono infatti proposti metodi alternativi [11] per il calcolo delle forze resistenti come metodi diversi dall'esecuzione dei test di *coast-down*, che si decide di impiegare in questo lavoro per validare i risultati precedentemente ottenuti. Il calcolo delle forze resistenti è infatti basato sull'impiego dell'equazione di Newton applicata al moto longitudinale (2.48)

$$m_{ap} \cdot \frac{dV}{dt} = m_{ap} \cdot a_x = F_{trazione} - F_{Resistenti} \quad (2.48)$$

In un test di coast-down durante la decelerazione del veicolo le forze di trazione ($F_{trazione}$) vengono (teoricamente) annullate o risultano comunque trascurabili, per cui l'equazione (2.48) viene semplificata come segue (2.49).

$$m_{ap} \cdot \frac{dv}{dt} = F_{\cancel{trazione}} - F_{resistenti} = -F_{Resistenti} \quad (2.49)$$

In alternativa, l'equazione del moto (2.48) può essere semplificata se si annullano le forze di inerzia legate all'accelerazione a_x del veicolo (2.50). Ciò può essere facilmente messo in pratica eseguendo dei test in cui il veicolo viene portato a una velocità di regime costante per cui il termine legato all'accelerazione (ovvero alla derivata di V) si annulla. In tale condizione di regime le forze resistenti $F_{resistenti}$ dovranno eguagliare le forze di trazione (2.51). Queste ultime possono essere dunque monitorate durante il test per ricavare una stima delle forze resistenti a una certa velocità, che è quella di esecuzione della prova. Ripetendo poi più prove a velocità diverse è possibile, inoltre, valutare come le $F_{resistenti}$ varino in funzione della velocità.

$$m_{ap} \cdot \frac{dV}{dt} = xF_{trazione} - F_{resistenti} = 0 \quad (2.50)$$

$$F_{Resistenti} = F_{Trazione} \quad (2.51)$$

Quest'ultimo approccio è facilmente implementabile con il veicolo testato in quanto le coppie, e quindi le forze di trazione possono essere ricavate, nota la costante di coppia K_C , a partire dalle misure delle correnti nei motori. Non è stato inoltre necessario eseguire appositamente ulteriori test. Si sono infatti analizzati i dati precedentemente raccolti in diverse prove, di cui sono stati esaminati degli spezzoni in cui di fatto il veicolo viaggiava a velocità pressoché costante. Tra questi, ad esempio, la fase finale dei test di massima accelerazione in cui il veicolo viaggia costantemente alla massima velocità. I dati analizzati in questo frangente non sono molti (riportati nella tabella 2.6) vista la difficoltà nell'individuare spezzoni di manovre rettilinee a velocità costante da prove precedenti non appositamente eseguite per questo scopo. Inoltre i dati a disposizione risalivano a delle prove eseguite con il motore elettrico anteriore sinistro (motore 1) danneggiato, per cui il livello di corrente di tale motore risultava spesso inferiore rispetto agli altri. Ciò non costituisce però un problema nella stima delle forze resistenti, che vengono calcolate a partire dalla somma delle correnti circolanti nei 4 motori.

	Dato 1	Dato 2	Dato 3
V [m/s^2]	3.28	4.52	4.90
i_1 [A]	0.25	0.38	0.19
$i_2 \approx i_3 \approx i_4$ [A]	0.25	0.50	0.60
$F_{Traz,TOT} = F_{Res,TOT}$ [N]	1.39	2.62	2.8

Tabella 2.6 Set di dati impiegati per eseguire una validazione aggiuntiva dei modelli di forze resistenti ottenuti dai test di cost-down. Tali set di dati (V , $F_R(V)$) sono stati ricavati infatti in condizioni di velocità costante e quindi di accelerazione longitudinale nulla

Il set di dati (V , $F_R(V)$) ricavati con questo metodo alternativo vengono messi a confronto con gli andamenti previsti per le forze resistenti $F_R(V)$ ricavati dai test di cost-down, ottenuti impiegando i modelli di fitting 3 e 5 (figura 2.12). In figura 1.12 non viene riportato solo l'andamento complessivo delle forze resistenti in funzione della velocità, ma anche l'andamento dei singoli contributi, ovvero della componente costante, lineare, e quadratica con la velocità.

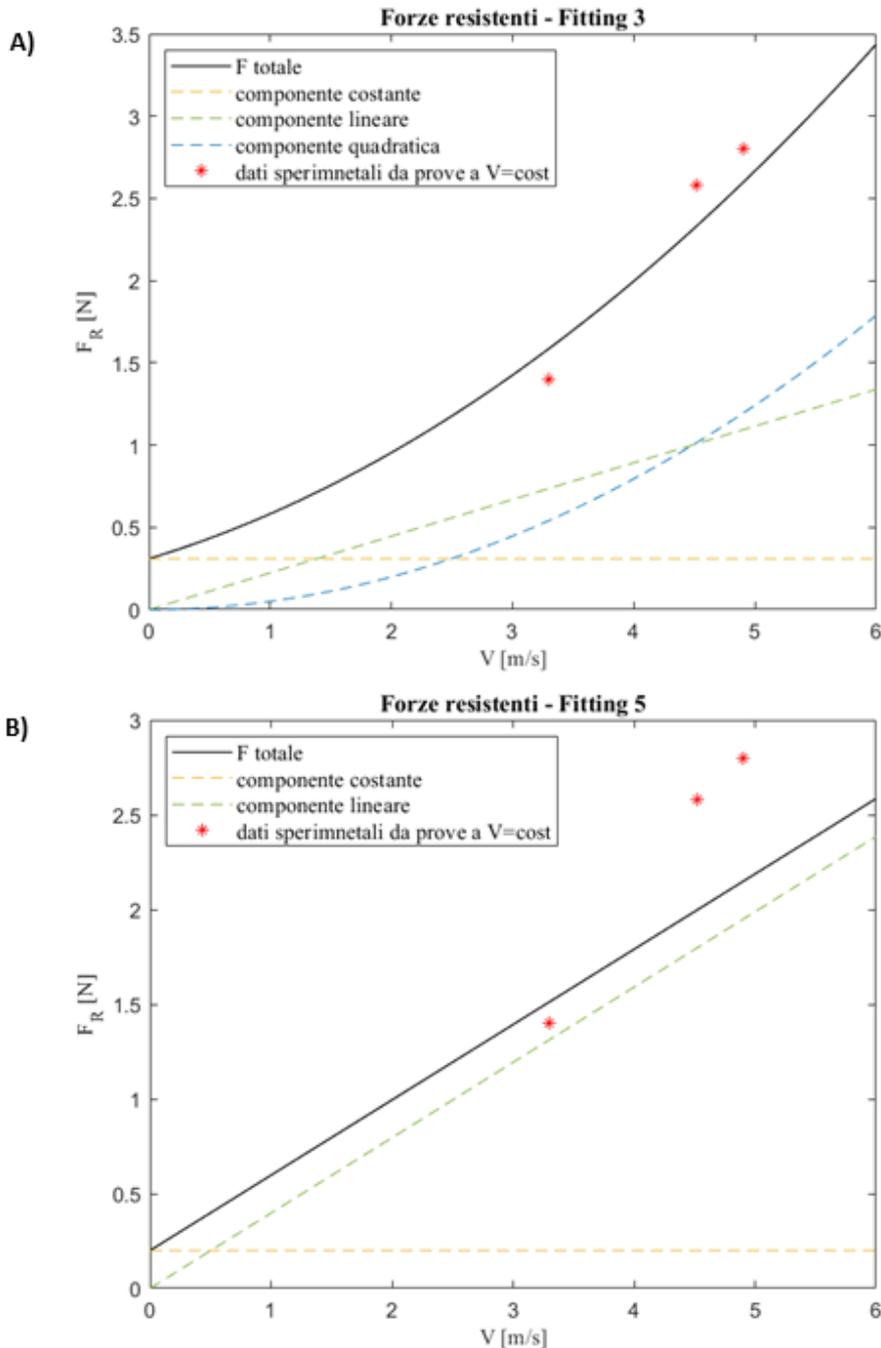


Figura 2.12 Andamento delle forze resistenti complessive del veicolo in funzione della velocità (linea nera continua) e delle sue diverse componenti (linee tratteggiate) ricavato dai test di coast-down. In particolare, in A) i risultati ottenuti con il fitting di tipo 3 ($F_R = f_0' + f_1' \cdot V + f_2' \cdot V^2$) e in B) i risultati ottenuti con il fitting di tipo 5 ($F_R = f_0' + f_1' \cdot V$). Si presenta inoltre il confronto con alcuni dati ottenuti da test a $V = cost$ (punti rossi).

Dalle figure (2.12.A) e (2.12.B) si osserva che:

- I due modelli di forze derivanti rispettivamente dal fitting 3 e dal fitting 4 forniscono una stima delle forze resistenti simile solo per velocità basse, indicativamente inferiori a 3 m/s.
- Il modello di forze resistenti legato al fitting 3 risulta coerente con il set di dati ricavato in maniera alternativa da prove a velocità costante (punti rossi in figura). Il fitting 4 invece tende a sottostimare in maniera piuttosto importante le forze resistenti rispetto ai dati ricavati sperimentalmente dalle prove a velocità costante. L'errore nella stima inoltre diventa tanto maggiore quanto più la velocità è elevata. Per quantificare quanto appena detto, nella seguente

tabella 2.7 vengono riportati i residui tra i valori di forza stimati dai fitting del *coast-down*, e quelli ricavati sperimentalmente a velocità costante.

	Dato 1	Dato 2	Dato 3
Fitting 3	13.2%	9.57%	7.29%
Fitting 5	7.98%	22.6%	23.3%

Tabella 2.7 Residui tra i valori di forza resistente stimati con i modelli del fitting 3 e 5 delle prove di *coast-down* e i dati sperimentali delle prove a velocità costante.

- Il modello di forze resistenti ottenuto dal fitting 3 ha un andamento complessivo e delle singole componenti di forza simile a quello di un veicolo standard, seppur ovviamente con ordini di grandezza diversi a causa delle scale diverse dei veicoli. Il fitting 3 presenta invece un andamento complessivo di tipo lineare che è piuttosto distante da quello di un veicolo standard, soprattutto a velocità elevate.

Per tutte le ragioni illustrate, il modello di forze resistenti che verrà d’ora in poi preso a riferimento è il modello a polinomio completo (“formulazione 3”), con coefficienti ricavati attraverso il fitting 3, ovvero:

$$F_R(V) = 0.309 + 0.223 \cdot V + 0.497 \cdot V^2$$

2.4 Test di ramp-steer

L'esecuzione dei test di *ramp-steer* è stata una parte determinante di questo lavoro di tesi, in quanto necessaria per la caratterizzazione dell' *handling* del veicolo.

2.4.1 Handling e definizione del gradiente di sottosterzo

Il gradiente di sottosterzo è uno dei parametri più ampiamente impiegati in letteratura [16] per caratterizzare l'*handling* e la dinamica laterale di un veicolo. Le definizioni del gradiente di sottosterzo presentate in letteratura sono varie e si differenziano per piccoli aspetti. In generale il gradiente di sottosterzo è indice della tendenza del veicolo a richiedere degli angoli di sterzo complessivi maggiori (o minori) rispetto all'angolo di sterzo cinematico, ovvero all'angolo corrispondente a una sterzata di Akermann. L'angolo di sterzo di un veicolo δ (considerato in questo lavoro riferito alle ruote) è infatti dato dalla somma di due contributi:

- un angolo di sterzo cinematico δ_{kin} corrispondente alla sterzata di Akkermann in tali condizioni di accelerazione laterale e velocità
- un angolo di sterzo dinamico δ_{dyn} che rappresenta la tendenza del veicolo a richiedere angoli di sterzo maggiori (per veicolo sottosterzante) o minori (per veicolo sovrasterzante) rispetto a δ_{kin} .

$$\delta = \delta_{kin} + \delta_{dyn} = \frac{w}{R} + K_{US} \cdot a_y \quad (2.52)$$

$$\delta_{kin} = \frac{w}{R} \quad (2.53)$$

$$\delta_{dyn} = K_{US} \cdot a_y \quad (2.54)$$

Dove:

- w è la lunghezza del veicolo (intesa come distanza tra l'asse anteriore e posteriore)
- R è il raggio della curva percorsa in un certo istante, che può essere calcolato come $R = \frac{u^2}{a_y}$, dove u è la componente longitudinale della velocità V del veicolo
- K_{US} è il gradiente di sottosterzo del veicolo.
- δ è l'angolo di sterzo medio delle ruote anteriori
- δ_{kin} è l'angolo di sterzo cinematico
- δ_{dyn} è l'angolo di sterzo dinamico

Se il veicolo sta percorrendo una curva in maniera quasi stazionaria con raggio costante (e dunque δ_{kin} costante) il gradiente di sottosterzo indica, dunque, la tendenza del veicolo a:

- Se il veicolo è sottosterzante, richiedere angoli di sterzo maggiori a velocità più elevate (e quindi a_y più elevate) per mantenere lo stesso raggio di curvatura
- Se il veicolo è sovrasterzante, richiedere angoli di sterzo minori a velocità più elevate (e quindi a_y più elevate) per mantenere lo stesso raggio di curvatura
- Se il veicolo è neutro, richiedere sempre lo stesso angolo di sterzo costante al variare della velocità (e quindi a_y) per mantenere la traiettoria della curva. In questo caso l'angolo di sterzo richiesto è funzione esclusivamente del raggio della curva R e non della velocità o accelerazione laterale del veicolo.

Valori di K_{US} positivi indicano dunque una caratteristica sottosterzante del veicolo, valori di K_{US} negativi una caratteristica sovrasterzante, mentre se K_{US} è uguale a zero il veicolo è neutro. Tale definizione è illustrata in figura 2.13. Nella pratica, i veicoli standard sono sottosterzanti e dunque

caratterizzati da un valore di K_{US} positivo per questioni di sicurezza. Se il veicolo è sovrasterzante si possono infatti creare condizioni di instabilità a specifiche velocità, dette velocità critiche del veicolo.

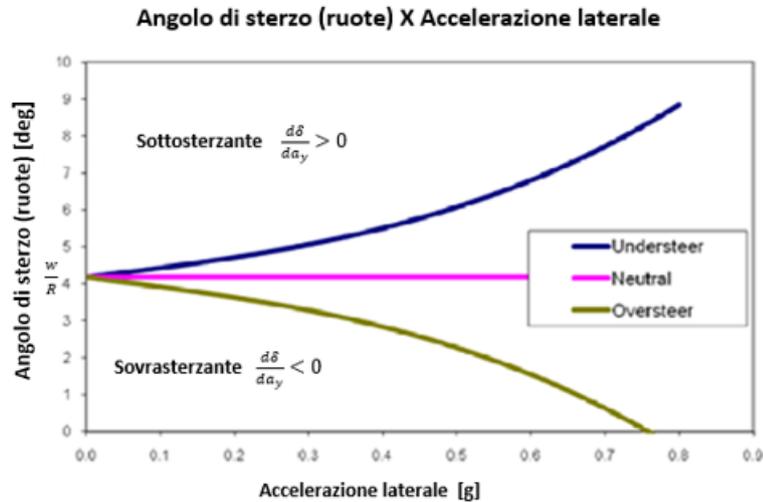


Figura 2.13 Definizione di veicolo sottosterzante, sovrasterzante e neutro [17].

Il gradiente di sottosterzo K_{US} è dunque definito come la pendenza che determina l'incremento della componente di angolo di sterzo dinamica in funzione dell'accelerazione laterale del veicolo (Eq)

$$K_{US} = \left. \frac{d\delta_{dyn}}{da_y} \right|_{a_y=0} = \left. \frac{d(\delta - \delta_{kin})}{da_y} \right|_{a_y=0} \quad (2.55)$$

Come si può osservare in figura 2.13, infatti, la relazione tra δ_{dyn} e a_y è lineare solo entro un certo range di accelerazioni lineare nell'intorno di $a_y = 0$. Tale definizione del gradiente di sottosterzo è quella impiegata da Lenzo et Al. in [18], il cui lavoro è stato preso come riferimento per la trattazione della dinamica laterale del veicolo. Come sottolineato in [18] in letteratura si trovano però anche diverse varianti nella definizione di tale parametro. Alcuni preferiscono infatti definire il gradiente di sottosterzo facendo riferimento all'angolo di sterzo del volante invece che a quello delle ruote; altri preferiscono la definizione di K (2.57) a quella di K_{US} ; o ancora alcuni sostituiscono alla velocità longitudinale del veicolo u quella totale V (essendo praticamente identiche per piccoli angoli di assetto visto che $u = \cos(\beta) \cdot V$).

$$K = \frac{K_{US}}{w} \quad (2.56)$$

In questo lavoro si impiegherà la definizione di K_{US} presentata nell'equazione (2.56) ma verrà impiegata la velocità totale del veicolo V invece che la sua componente longitudinale u . Con i sensori a disposizione è possibile, infatti, misurare la velocità di avanzamento totale del veicolo ma, non essendo noto l'angolo di assetto β non è possibile calcolarne la componente longitudinale u . Il gradiente di sottosterzo modello monotraccia.

2.4.2 Introduzione ai test di *ramp-steer*

Il diagramma di *handling* di un veicolo, ovvero l'andamento dell'angolo di sterzo (totale o dinamico) in funzione dell'accelerazione laterale a_y , permette di valutare da una parte il gradiente di sottosterzo del veicolo che corrisponde alla pendenza della zona lineare della curva e dall'altra permette di cogliere i limiti di accelerazione laterale del veicolo, che corrispondono a un comportamento asintotico della curva. Un diagramma di *handling* può essere ricavato sperimentalmente testando il veicolo con una delle seguenti tipologie di manovre: curva di raggio costante percorsa a velocità crescenti, manovre a rampa di sterzo (o *ramp-steer*), manovre di *sine-sweep* in cui si impone al veicolo un input di sterzo sinusoidale.

Nell'ambito di questo progetto si è scelto di caratterizzare la dinamica laterale del veicolo attraverso test di *ramp-steer* in condizioni quasi-stazionarie (velocità di avanzamento del veicolo circa costante). La manovra di curva a raggio costante è infatti una manovra ad anello chiuso (di tipo *close-loop*) in cui è necessario adeguare attivamente l'angolo di sterzo del veicolo all'aumentare della velocità per far sì che venga mantenuta la traiettoria a cerchio di raggio costante. Ciò comporta una maggiore difficoltà di esecuzione rispetto alle altre tipologie di manovre. La manovra di *sine-sweep*, che viene per esempio impiegata nello studio di Trento analogo a questo sul veicolo in scala "e-Rumby" [1], richiede invece degli spazi di manovra piuttosto estesi se si vuole far variare l'angolo di sterzo in maniera sinusoidale tra $\pm\delta_{max}$. Lo spazio a disposizione per l'esecuzione delle prove relative a questo progetto è però quello limitato di una palestra. Per questo motivo si è scelta la manovra di *ramp-steer* per caratterizzare il comportamento sterzante del veicolo oggetto di test. Tale manovra consiste nell'imporre un input di sterzo a rampa al veicolo, ovvero far variare linearmente l'angolo di sterzo tra zero e un valore definito. La prova andrebbe inoltre eseguita a velocità costante in condizioni quasi-stazionarie. La normativa che definisce le linee guida per l'esecuzione e la successiva analisi di questa tipologia di test è la ISO 13764-2 [19]. In particolare, la normativa stabilisce che:

- La manovra debba iniziare dopo aver percorso un tratto rettilineo (angolo di sterzo nullo)
- L'input di sterzo a rampa deve durare minimo 3 s
- La velocità angolare del volante (nell'applicazione della rampa di sterzo) deve essere minore di $5^\circ/s$.
- Deve essere raggiunta un'accelerazione laterale di almeno $1.5 m/s^2$
- Il test deve essere ripetuto in entrambe le direzioni di curva, cioè girando sia a destra che a sinistra. Dovrebbero essere poi ripetute almeno 5 prove per ogni direzione.
- La velocità longitudinale del veicolo dovrebbe variare al massimo del $\pm 3\%$ durante il test.

2.4.3 Prove sperimentali e risultati

Per l'esecuzione dei test di *ramp-steer* sul veicolo in scala oggetto della sperimentazione, si è tentato quanto più possibile di fare riferimento alle linee guida della normativa ISO. La normativa però fa riferimento a veicoli standard di dimensioni normali: si è dunque tentato, dove possibile, di adattare le indicazioni fornite dalla ISO 13764-2 [19] per renderle applicabili ai test eseguiti sul veicolo in scala ridotta. Innanzitutto, la normativa fa riferimento agli angoli di sterzo applicati sul volante, non presente nel modello di veicolo telecomandato sottoposto ai test. Si è dunque tenuto conto del rapporto di sterzo tra volante e ruote in un veicolo standard che tipicamente è compreso tra 12:1 e 20:1. Si è dunque preso come riferimento il valore minimo del range tipico per tale rapporto, ovvero il valore di 12:1. Se la normativa prescrive dunque una velocità angolare del volante minore di $5^\circ/s$, questa corrisponderà ad una velocità massima di sterzo delle ruote intorno a $0.42^\circ/s$. Poiché nell'esecuzione dei test di *ramp-steer* si desiderano indagare anche i limiti di accelerazione laterale del veicolo, il test prevederà un angolo di sterzo alla fine della manovra pari a quello massimo, corrispondente a un angolo del servomotore $d_{servo,MAX} = \pm 20^\circ$ e a un angolo alle ruote di $\delta \approx 15^\circ$. Per eseguire una rampa di sterzo da 0 a 15° senza superare la velocità di sterzo limite (di $0.42^\circ/s$ alle ruote) dettata dalla normativa, sarebbe dunque necessario eseguire una manovra di *ramp-steer* della durata di circa 35 s. Tale durata risulta evidentemente troppo elevata e lo spazio richiesto dalla manovra sarebbe estremamente maggiore di quello disponibile nella palestra scelta

come sede per i test. Consci, dunque, dell'impossibilità di rispettare le indicazioni della normativa, si è deciso, per i test da noi eseguiti, di fissare il tempo di esecuzione della rampa di sterzo a $\Delta t = 10$ s, eseguita tra angoli di sterzo del servomotore $\delta_{\text{servo}} = 0^\circ$ e $\delta_{\text{servo}} = \delta_{\text{servo,MAX}} = 20^\circ$. La velocità di crescita dell'angolo di sterzo delle ruote è dunque pari a $\approx 1.5^\circ/\text{s}$. La rampa di sterzo imposta come input al servomotore è dunque quella rappresentata in figura 2.14A.

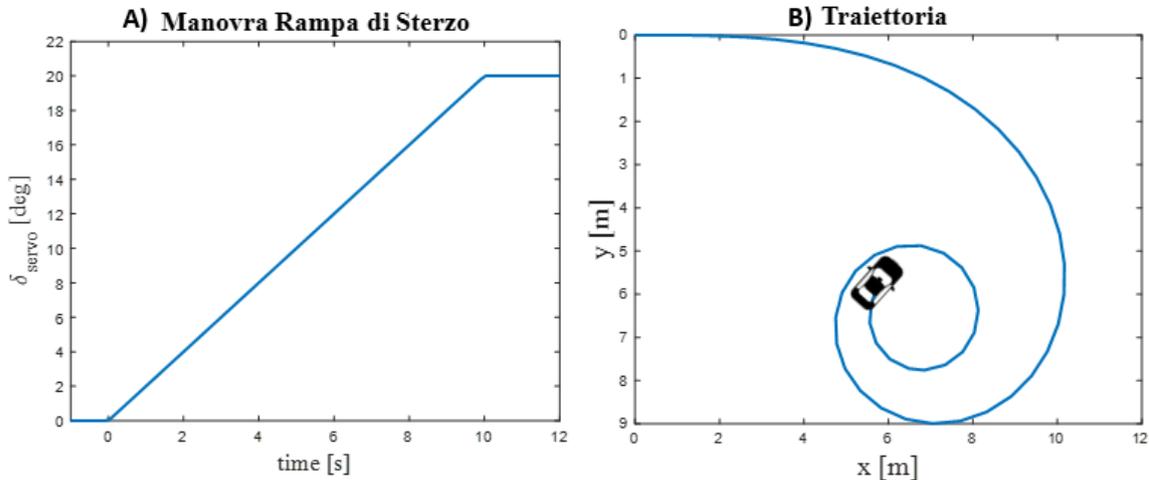


Figura 2.14 A) andamento dell'input di sterzo (angolo del servomotore) imposto durante la manovra di ramp-steer; B) traiettoria seguita dal veicolo durante la manovra (ricavata dalle simulazioni del modello del veicolo su Simulink).

Le manovre sono state eseguite in maniera automatizzata e non manuale per evitare errori nell'esecuzione dovute all'imprecisione umana. Si è dunque implementato nel codice di controllo del veicolo la possibilità, premendo un pulsante del trasmettitore, di dare inizio all'input di sterzo a rampa (figura 2.14A) desiderato e quindi di eseguire la manovra di *ramp-steer* in modo automatico. Da quanto specificato nella normativa il test dovrebbe poi avvenire a velocità pressoché costante. I test sono però stati eseguiti in *open-loop* fornendo alle ruote una coppia costante durante il test. Ciò determina che la velocità non sia costante ma tende a calare durante l'esecuzione della prova. Man mano che gli angoli di sterzo aumentano si ha infatti una riduzione abbastanza importante della velocità longitudinale del veicolo. All'aumentare dell'angolo di sterzo, infatti, parte della potenza fornita al veicolo è impiegata per curvare e la componente longitudinale delle forze diminuisce a causa di:

- Una diminuzione della componente longitudinale della forza F_x delle ruote anteriori, che dipende dal coseno di δ
- L'aumento (in valore assoluto) della componente longitudinale delle forze F_y delle ruote anteriori, che dipende dal seno di δ e che però è negativa, ovvero si oppone al moto del veicolo.

I test eseguiti non rispettano dunque appieno le indicazioni della normativa ma sono considerati comunque validi viste varie limitazioni imposte dal set-up sperimentale. In questa prima fase di test, le manovre di ramp-steer sono volte alla caratterizzazione del gradiente di sottosterzo K_{US} del veicolo base, dunque senza l'implementazione del Torque Vectoring. Sono stati eseguiti 3 set di test a 3 diverse velocità del veicolo. Le diverse velocità (medie) del veicolo sono ottenute variando l'input di corrente dei motori e dunque la coppia complessivamente fornita alle ruote, che vengono gestite attraverso il comando di throttle del joystick. Il veicolo è stato dunque testato con 3 diversi input di coppia, pari al 25%, 50% e 75% della coppia massima (e quindi della corrente massima), che corrispondono a una coppia totale complessiva sulle 4 ruote rispettivamente di 0.0532 Nm, 0.1064 Nm e 0.1596 Nm. A tali valori di coppia motrice corrispondono dei valori di velocità media del veicolo durante la fase centrale della prova pari rispettivamente a 3.2 m/s, 4.2 m/s e 4.8 m/s.

TEST DI RAMP STEER

TEST	Low V	Medium V	High V
% di Coppia rispetto a quella massima	25%	50%	75%
Coppia complessiva sulle ruote [Nm]	0.0532	0.1064	0.1596
V_{media} [m/s]	3.2	4.2	4.8

Tabella 2.8 Tabella riassuntiva sulle 3 tipologie di test di ramp-steer eseguiti.

Le manovre sono state ripetute sia compiendo le curve in senso orario (destra) che in senso antiorario (sinistra). Ogni test è stato ripetuto 3 volte (dunque 3 prove a 2.8 m/s a destra, 3 prove a 2.8 m/s a sinistra, e così via). Non sono stati eseguiti test a velocità superiori, vicine a quella massima, per mancanza di spazio per l'esecuzione delle manovre e per non raggiungere il limite di esercizio dei motori elettrici (vedi quanto precedentemente affermato nel capitolo 2.2).

Per quanto riguarda l'analisi dei dati sperimentali ottenuti, si ripresenta, come già avvenuto con le altre tipologie di test precedentemente eseguite, la problematica legata all'eccessiva rumorosità dei segnali di accelerazione misurati dal sensore IMU. Vista l'impossibilità di impiegare il dato di accelerazione laterale a_y direttamente misurato dagli accelerometri, si ricorre a un metodo alternativo per la stima di tale grandezza, basato sulla seguente espressione dell'accelerazione laterale (2.58):

$$a_y = \dot{v} + u \cdot r \quad (2.57)$$

Durante l'esecuzione della manovra in condizioni quasi-stazionarie il termine legato alla derivata della velocità laterale v si considera trascurabile. Inoltre, ipotizzando piccoli angoli di assetto del veicolo, si approssima la componente longitudinale di velocità u con la velocità totale del veicolo $V = \cos(\beta) \cdot u \approx u$. L'accelerazione laterale del veicolo viene dunque ricalcolata con l'equazione (2.59), sfruttando il segnale di *yaw rate* r che è molto meno rumoroso. Di conseguenza l'angolo di sterzo cinematico verrà calcolato come da equazione (2.60).

$$a_y = V \cdot r \quad (2.58)$$

$$\delta_{kin} = \frac{w}{R} = w \cdot \frac{a_y}{V^2} = w \cdot \frac{r}{V} \quad (2.59)$$

Un'altra questione è legata alla stima dell'angolo di sterzo delle ruote. Non sono infatti installati sul veicolo sensori che misurino in maniera diretta gli effettivi angoli di sterzo alle ruote o al servomotore. L'unico dato noto durante i test è il segnale di input dell'angolo di sterzo imposto al servomotore $\delta_{servo,IN}$. Esso rappresenta però un input teorico di sterzo e non è possibile monitorare gli angoli effettivi delle ruote. L'unica opzione possibile è quella di impiegare il valore del rapporto di sterzo K_S per calcolare l'angolo medio di sterzo delle ruote a partire dall'angolo di input del servomotore, ovvero $\delta = K_S \cdot \delta_{servo,IN}$. Il rapporto di sterzo K_S impiegato è quello stimato sperimentalmente nel capitolo 1.4.6, che, vista la sua derivazione sperimentale, dovrebbe fornire una correlazione veritiera e attendibile tra δ e $\delta_{servo,IN}$. Fatte queste considerazioni, la formula che è stata dunque impiegata per ricavare l'angolo di sterzo dinamico delle ruote a partire dai dati sperimentali acquisiti è la seguente (2.61):

$$\delta_{dyn} = K_s \cdot \delta_{servo,IN} - w \cdot \frac{r}{V} \quad (2.60)$$

Come negli altri test, i dati sperimentali campionati alla frequenza di 1000 Hz dai sensori sono stati filtrati con il filtro passabasso di tipo FIR e frequenza di taglio pari a $f_{cutoff} = 5 \text{ Hz}$ e successivamente decimati di un fattore 10 che riduce la frequenza apparente di campionamento a $f_{decimati} = 100 \text{ Hz}$. In figura (2.15) Viene riportato un esempio dei dati campionati durante i test: a titolo di esempio si riportano i dati relativi a una delle prove a 3.2 [m/s] a destra. In particolare, si riportano le grandezze di accelerazione laterale a_y e velocità.

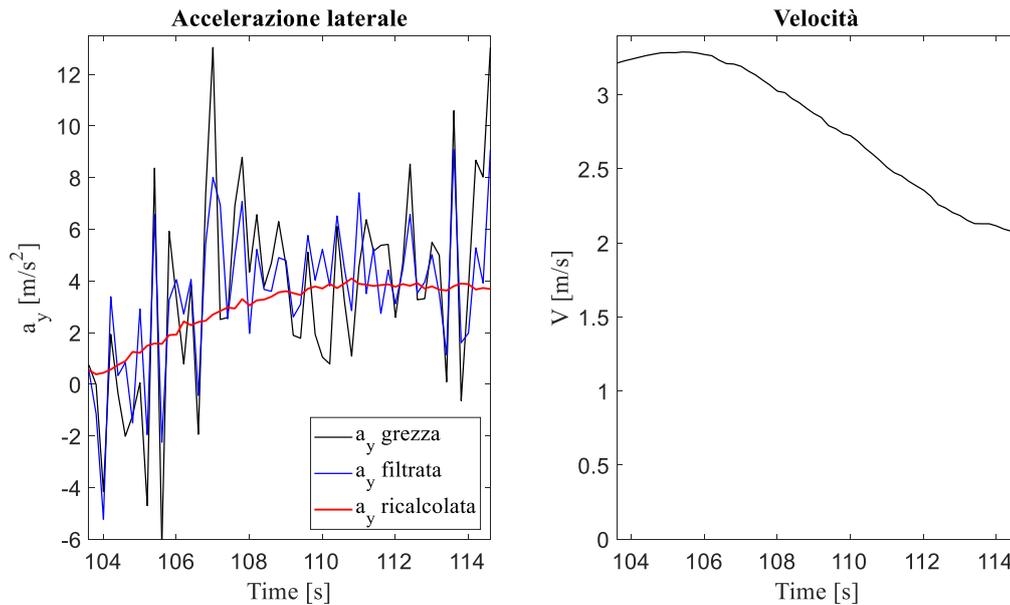


Figure 2.15 Esempio di dati ricavati da un test di ramp-steer (a titolo di esempio si riporta un test al 25% della potenza massima, manovra a destra) in merito a accelerazione laterale a_y e velocità. Per l'accelerazione laterale si riporta il confronto tra il dato grezzo loggato dal sensore IMU (nero), il corrispettivo dato filtrato con filtro passabasso (blu) e il segnale di velocità ricostruito a partire da quello di yaw rate r .

Il segnale di accelerazione a_y loggato dall'IMU risulta, come precedentemente detto, inutilizzabile a causa dell'eccessivo rumore, nonostante l'impiego del filtro passabasso. Si verifica invece che la corrente di alimentazione dei motori (e dunque la coppia) è effettivamente costante durante il test e, nell'esempio riportato, pari a $i_a = 0.25 \text{ [A]}$, ovvero il 25% della corrente massima $i_{max} = 1 \text{ [A]}$. Si osserva inoltre che il sistema di controllo PI dei motori riesce a mantenere la corrente effettiva vicina al valore di riferimento. La velocità del veicolo aumenta inizialmente fino a un picco di 3.4 m/s e poi decresce a causa del crescente sterzo e dell'aumento dell'accelerazione laterale del veicolo. Mentre il decremento di velocità che avviene all'aumentare dell'angolo di sterzo è stato precedentemente commentato e giustificato, si precisa che l'incremento di velocità nella fase iniziale della manovra è dovuto semplicemente al fatto che non fosse stata raggiunta la velocità di regime nell'istante di inizio della manovra. A causa dello spazio limitato per l'esecuzione delle prove è infatti difficile riuscire a raggiungere la velocità di regime costante in rettilineo prima che abbia inizio la rampa di sterzo. Nel complesso la velocità non è certamente costante durante la prova, ma le variazioni, per il test riportato come esempio, sono intorno al $\pm 5\%$ del valore nominale e sono ritenute accettabili. Inoltre, gli angoli di sterzo dinamici e cinematici sono calcolati considerando i valori puntuali di velocità e non un valore medio durante la prova. La variazione di velocità durante i test non dovrebbe dunque costituire un problema rilevante nella costruzione dei diagrammi di *handling* del veicolo.

I gradienti di sottosterzo sono stati calcolati secondo la definizione fornita nell' equazione (2.56), ovvero come la pendenza della zona lineare dei diagrammi di *handling*. La banda di linearità delle curve viene selezionata come suggerito da normativa:

- Escludendo la banda centrale compresa tra un'accelerazione laterale di $\pm 0.5 m/s^2$. In tale zona, come riportato da normativa, si concentrano infatti diverse non linearità, e, nel nostro caso, si concentrano gli errori legati ai giochi del sistema di sterzo.
- Escludendo la zona di accelerazioni elevate. In tale zona, infatti, gli pneumatici cominciano a saturare in quanto viene raggiunto il limite di forze da essi esplicabili, legato in prima approssimazione al coefficiente di attrito μ e al carico normale F_z . In tal senso, la normativa fissa un limite superiore indicativo a $a_y = \pm 1.5 m/s^2$. Osservando però (figura 2.17) che la zona lineare si estende ben oltre tali valori, si è deciso di estendere tale limite fino a:
 - $3.1 m/s^2$ per i test a bassa velocità (25% coppia max)
 - $3.2 m/s^2$ per i test a velocità intermedia (50% coppia max)
 - $3.1 m/s^2$ per i test a velocità elevata (75 % coppia max)

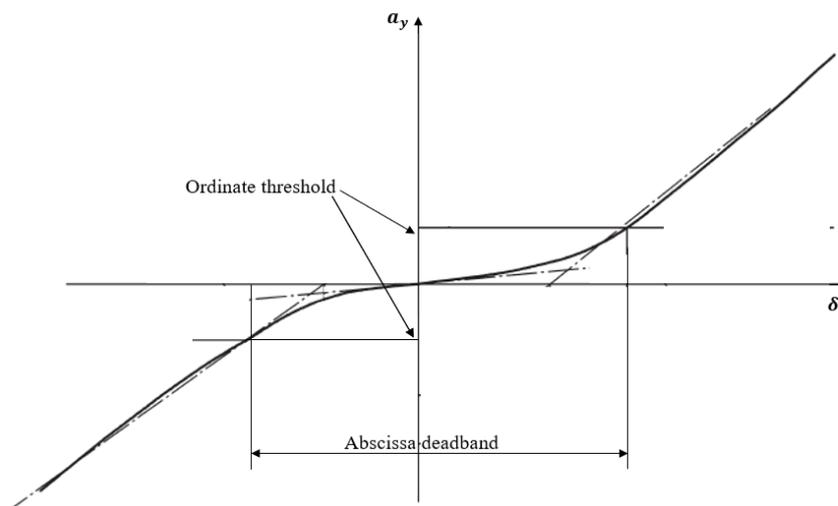


Figura 2.16 Andamento dei dati di accelerazione laterale a_y e angolo di sterzo del volante δ_H ("hand wheel") previsto dalla normativa ISO 13764-2 per i test di ramp-steer. Si osserva in particolare la definizione della banda morta ("abscissa deadband") dell'angolo di sterzo per i valori di soglia di accelerazione ("ordinate threshold") che la normativa specifica essere pari a $\pm 0.5 m/s^2$. Si noti che nel diagramma considerato in normativa le grandezze sugli assi sono invertite rispetto ai diagrammi di handling che sono stati ricavati in questo lavoro di tesi. Inoltre, eseguendo il test secondo normativa non si raggiungono accelerazioni laterali elevate perciò non si registra nel diagramma sopra riportato il raggiungimento asintotico della massima accelerazione laterale.

I dati compresi in tali bande sono stati dunque interpolati con un fitting lineare e il gradiente di sottosterzo è stato stimato come la pendenza di tali rette. Come suggerito da normativa il fitting è stato calcolato in maniera distinta per le manovre eseguite a destra e a sinistra. Per ciascuna direzione di manovra invece, si è eseguito un fitting complessivo sui dati complessivamente ricavati dall'intero set di prove eseguite in tale direzione. In questo modo si ottengono due diverse stime del gradiente di sottosterzo $K_{us,DX}$ e $K_{us,SX}$ per le due diverse direzioni di percorrenza della curva. I diagrammi di handling ottenuti sperimentalmente per il veicolo, ai 3 diversi livelli di velocità sono riportate in figura 2.17. In tabella 2.9 sono invece riportati i valori di sottosterzo e i limiti di accelerazione stimati per ogni tipologia di prova, distinguendole in base alla velocità media durante l'esecuzione e il verso della manovra.

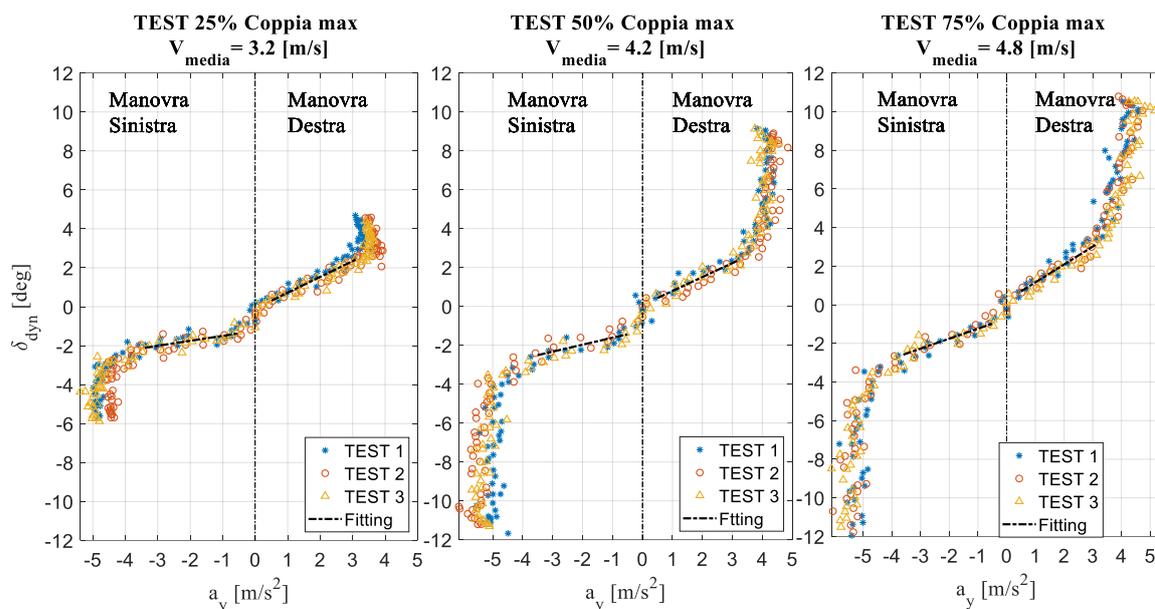


Figure 2.17 Diagrammi di handling ottenuti per il veicolo a diverse velocità di esecuzione del test (corrispondenti a diversi livelli di input coppia motrice). Si evidenzia il fitting lineare impiegato per la determinazione del gradiente di sottosterzo.

Direzione manovra	Gradienti di sottosterzo K_{us} [rad/g]		
	TEST 25% coppia max	TEST 50% coppia max	TEST 75% coppia max
DESTRA	0.137	0.133	0.151
SINISTRA	0.0437	0.0613	0.0885
Diff%	213%	116%	74%

Tabella 2.9 Gradienti di sottosterzo stimati dai test di ramp-steer eseguiti con diversi input di coppia motrice (e dunque a diverse velocità), calcolati in maniera differenziata per le manovre a destra e sinistra. Nell'ultima riga viene inoltre riportata la differenza % tra i valori di K_{us} stimati nelle due differenti direzioni di sterzo.

Dai diagrammi di *handling* ottenuti si osserva che:

- L'andamento complessivo degli angoli di sterzo dinamici δ_{dyn} in funzione dell'accelerazione laterale a_y è quello previsto (Confronto con le figure 2.16 e 2.17). In particolare, si osserva un'ampia zona, compresa tra valori di accelerazione intermedie, in cui l'andamento è lineare. Per valori elevati di accelerazione si osserva invece un brusco aumento della pendenza della curva e un andamento asintotico attorno al valore di accelerazione laterale limite raggiungibile dal veicolo, per cui l'aumento dell'angolo di sterzo non determina più un ulteriore incremento di a_y .
- I limiti di accelerazione non vengono pienamente raggiunti nei test eseguiti a bassa velocità, mentre risultano evidenti dall'analisi dei test a velocità intermedia ed elevata. Il limite di accelerazione laterale raggiungibile dal veicolo, nella sua configurazione base, è intorno a $a_{y,MAX,DX} \approx 4.1 [m/s^2]$ per sterzate a destra e circa $a_{y,MAX,SX} \approx 5 [m/s^2]$
- Non tutte le curve sperimentali passano dallo "zero" del diagramma, come ci si attenderebbe dal punto di vista teorico. Questo fenomeno è dovuto probabilmente alla presenza di rilevanti giochi nel sistema di sterzo che fanno sì che ci sia una labilità non indifferente nell'angolo di sterzo delle ruote di circa $\pm 1 \div 2^\circ$. Inoltre, la fase di taratura dello "zero" dello sterzo, che viene eseguita prima di ogni test risulta abbastanza impegnativa e non sempre accurata. Si ritiene dunque che tali effetti siano responsabili dell'off-set della curva *handling* rispetto allo "zero".
- Il veicolo presenta un comportamento in curva asimmetrico. In particolare, il veicolo sembra essere meno sottosterzante (minore pendenza della parte lineare) se la curva viene percorsa in

senso antiorario, ovvero se si esegue una sterzata a sinistra. Si è dunque stimata la differenza percentuale $Diff_{\%}$ tra i gradienti di sottosterzo stimati nelle due direzioni come:

$$Diff_{\%} = \frac{K_{us,DX} - K_{us,SX}}{K_{us,SX}} \cdot 100 \quad (2.61)$$

Si osserva che il valore di $Diff_{\%}$ è molto elevato e superiore al 100% per i test a velocità bassa e moderata. Ciò significa che il gradiente di sottosterzo del veicolo per manovre eseguite a destra è circa doppio rispetto a quello ottenuto se la manovra viene eseguita a sinistra. Inoltre, il limite di accelerazione raggiunto nelle sterzate a sinistra risulta essere leggermente maggiore rispetto a quello di una equivalente manovra eseguita a destra (vedi figura 2.17). Si precisa che nel calcolo dell'angolo di sterzo dinamico δ_{dyn} (vedi equazione (2.61)) si è tenuto conto del rapporto di sterzo differenziato stimato per le manovre a destra e a sinistra, in particolare $K_{s,DX} = 14.1:20 \approx 0.7$ e $K_{s,SX} = 16.7:20 \approx 0.84$. Se non si fosse tenuto conto di tale differenza e si fosse impiegato un unico rapporto di sterzo medio per le due direzioni di manovra si sarebbero stimati, a parità di accelerazione laterale, degli δ_{dyn} ancora più piccoli a sinistra e ancora più grandi a destra. L'asimmetria del diagramma di *handling* sarebbe stata dunque ancora più accentuata e i gradienti di sottosterzo stimati rispettivamente per le prove a destra e a sinistra sarebbero stati ancora più lontani tra loro. Si ritiene che tale comportamento asimmetrico sia legato sempre alle problematiche inerenti al sistema di sterzo (la cui asimmetria e criticità era stata analizzata nella sezione 1.4.6)

- Le manovre eseguite a sinistra presentano un andamento più irregolare e meno lineare rispetto a quelle eseguite a destra. Prima che il veicolo si assesti a un comportamento lineare, per piccole accelerazioni ($-0.5 < a_y < 0 \text{ m/s}^2$), si osserva infatti un comportamento anomalo del veicolo ("pancia" della curva del diagramma di *handling*) in cui questo risulta localmente molto sottosterzante prima che il valore del gradiente di sottosterzo si assesti. Tale fenomeno potrebbe essere anch'esso causato dai giochi presenti nel sistema di sterzo.

Alla luce delle osservazioni appena presentate e visto l'anomalo comportamento asimmetrico del veicolo, si decide di eseguire i test successivi di *ramp-steer* con l'applicazione del Torque Vectoring solo con manovre di sterzata a destra. Per quanto riguarda i valori stimati per il gradiente di sottosterzo si osserva che essi sono intorno ai 7.5 [°/g], piuttosto elevati se confrontati con quelli di un veicolo standard. Per i veicoli comuni i gradienti di sottosterzo sono infatti intorno ai 1-3 [°/g]. Se si estende l'analisi anche ai casi più estremi, in letteratura è riportato un range di gradienti di sottosterzo per i veicoli a 4 ruote che va da circa 0.1 [°/g] per veicoli da competizione ([20]) fino a circa 5-6 [°/g] per veicolo meno prestazionali [17]. Si osserva che il K_{us} stimato per il veicolo in scala oggetto dei test è comunque superiore a questo range di valori, ma tenendo conto della scala ridotta (1:12) del veicolo testato e delle enormi differenze rispetto a un veicolo standard, si ritiene comunque il risultato ottenuto accettabile.

3 Implementazione del Torque Vectoring

Per quanto riguarda l'implementazione del codice di controllo di Torque vectoring si sono innanzitutto studiati i diversi studi riportati a riguardo in letteratura, che verranno analizzati nella sezione 3.1 dove ci si concentrerà sullo stato dell'arte di questa tecnologia. Nella sezione 3.2 verrà invece riportato il codice di controllo implementato sul veicolo in scala oggetto di questo lavoro di tesi e infine nella sezione 3.3 verranno presentati i risultati sperimentali relativi ai test di *ramp-steer* con l'implementazione del TV.

3.1 Analisi della letteratura inerente al Torque Vectoring

Recentemente, lo sviluppo del settore automobilistico sta inseguendo gli obiettivi di riduzione delle emissioni, miglioramento dell'efficienza e aumento della sicurezza dei veicoli. Ciò sta portando la ricerca a concentrarsi sui veicoli di tipo elettrico. In tali veicoli l'impiego di motori elettrici, dotati di un elevato rapporto potenza/volume e dunque compatti, consente di sviluppare una ampia gamma di configurazioni diverse del *powertrain* (sistema di propulsione), da quella tipica dei veicoli a combustione con un singolo motore e un differenziale meccanico, fino a quella con un motore dedicato per ogni ruota (Fig3.1). È proprio nel caso dei veicoli elettrici dotati di più motori elettrici controllati individualmente, che l'implementazione del *torque vectoring* trova la sua naturale applicazione. Il *torque vectoring* consiste infatti nel determinare attivamente come la coppia complessiva richiesta al veicolo venga distribuita a ciascun motore (e a ciascuna ruota del veicolo) con l'obiettivo di migliorarne l'*handling* e la risposta in curva (dunque la stabilità e la sicurezza del veicolo) o ancora migliorarne l'efficienza energetica e ridurre dunque i consumi del veicolo.

Il torque vectoring può comunque essere applicato anche a veicoli dotati di un solo motore (spesso a combustione) grazie a un differenziale a slittamento limitato (o sistemi più complessi) che consentono una non uniforme distribuzione della coppia alle ruote. In questo caso però vi sono limitazioni legate al non poter allocare più coppia alle ruote più veloci, e di non poter eseguire il TV in condizioni di non-accelerazione, in quanto la coppia complessivamente fornita alle ruote deve essere positiva. Nonostante lo sviluppo relativamente recente della tecnologia del TV, visto l'ampio interesse della ricerca nell'ambito dei veicoli elettrici, in letteratura sono già stati ampiamente studiate diverse strategie di TV che si differenziano essenzialmente sulla base di:

- Il target che viene definito come primario per determinare la distribuzione della coppia tra i vari motori elettrici. Come già detto i target principali sono essenzialmente 2:
 - L'handling del veicolo e la sua risposta in curva. In questo caso in cui si considera come primario migliorare la sicurezza e maneggevolezza del veicolo, il TV può essere impiegato per modellare la caratteristica sottosterzante del veicolo come desiderato, ovvero modellare la dipendenza tra l'angolo di sterzo e l'accelerazione laterale del veicolo in manovre di curva quasi stazionaria [21] o controllare l'imbardata in manovre di transitorio [22]. In questo caso il tasso di imbardata (*yaw rate*) del veicolo viene controllato sbilanciando la coppia complessiva delle ruote tra destra e sinistra e dunque le rispettive forze longitudinali $F_{x,ij}$ sviluppate dagli pneumatici, generando un momento di imbardata M_{zz} attivo pari a:

$$M_{zz} = \frac{t_f}{2} (F_{x,11} \cdot \cos(\delta_{11}) - F_{x,12} \cdot \cos(\delta_{12})) + \frac{t_r}{2} (F_{x,21} - F_{x,22}) \quad (3.1)$$

- L'efficienza energetica del veicolo. In questo caso l'attenzione primaria del TV è quella di minimizzare le perdite di potenza del veicolo. In tal senso possono essere considerate diversi fattori di dissipazione di potenza: le perdite legate ai motori elettrici e al *powertrain* [23], [24] e le perdite legate agli *slip* degli pneumatici [25], [26], o una combinazione di entrambi i fattori [27] [28].

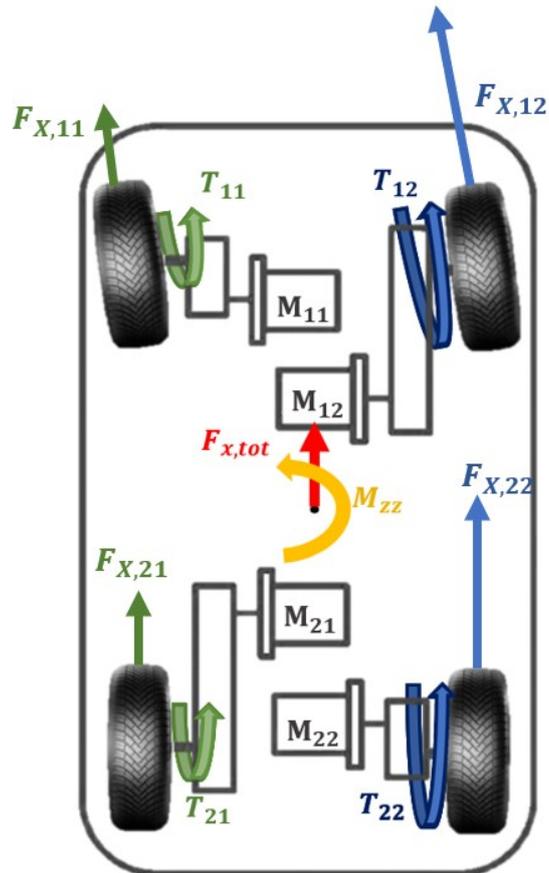


Figura 3.1 Schema di veicolo elettrico dotato di 4 motori con implementazione del torque vectoring.

- L'algoritmo e il metodo di ottimizzazione impiegato per definire la distribuzione ottimale delle coppie in base al target stabilito. Anche qui sono esplorati diversi metodi, che richiedono l'implementazione di algoritmi più o meno complessi e che richiedono diversi livelli di potenza di calcolo. Tra questi metodi di controllo si trovano:
 - Metodi di controllo che sfruttano un'azione integrata composta da un'azione in avanti (*feedforward*) calcolata analiticamente e una azione di retroazione (*feedback*) con controllo PID (Proporzionale-Integrativo-Derivativo) [18].
 - Metodi di controllo del tipo H_∞ [22]
 - Metodi di controllo in "sliding mode" come in [29]
 - Metodi di controllo "intelligente" come in [29], [30]
 - Metodi di controllo ottimo che consentono una buona gestione dei vincoli del problema di ottimizzazione e la cui implementazione è oggi realisticamente possibile, data la sempre crescente potenza a disposizione nei recenti sistemi di calcolo. Alcuni di questi sono proposti in [31], [32], mentre in [33] viene svolto un confronto tra diversi algoritmi di *torque vectoring* basati su strategie di controllo ottimo.
 - Metodi di controllo alternativi come quello proposto in [30] in cui si impiega una logica *fuzzy* per il controllo della *yaw rate* del veicolo e per modellare il comportamento degli pneumatici, o quello simile proposto in [34], in cui viene impiegata una logica *fuzzy* per l'implementazione del TV su un bus elettrico, e vari altri esempi riportati in letteratura.
- In [35] si presenta un confronto tra 4 diverse tipologie di sistemi di controllo dello *yaw rate* per l'implementazione del *torque vectoring*.

Spesso in letteratura ([18], [36]) prevale l'approccio che vede come obiettivo primario del TV il miglioramento dell'*handling* del veicolo e dunque la generazione di una determinata caratteristica sterzante e della *yaw rate* desiderata attraverso lo sbilanciamento della coppia motrice tra i due lati del veicolo. In questo caso, l'ottimizzazione energetica del veicolo rappresenta l'obiettivo secondario del controllo. In un veicolo elettrico con 4 motori che controllano in maniera indipendente

ciascuna delle 4 ruote, a causa della ridondanza del sistema di propulsione, esistono infatti infinite combinazioni di distribuzione di coppia alle ruote che consentono di ottenere la domanda complessiva di coppia richiesta insieme alla generazione del momento di imbardata desiderato. È dunque necessario un secondo criterio di ottimizzazione per stabilire in maniera univoca la distribuzione della coppia complessiva alle 4 ruote, è comunemente viene scelto per questo scopo il criterio di efficienza energetica. Con questo approccio, il più ampiamente diffuso in letteratura (riassunto da B. Lenzo in [18], il controllo del veicolo con *torque vectoring* può essere distinto in 3 blocchi principali:

- 1) **“Reference generator”** (o “generatore dei parametri di riferimento”) che, sulla base delle informazioni misurate/stimate inerenti allo stato attuale del veicolo e gli input dati dal guidatore (pedali accelerazione/freno e sterzo del volante), genera il valore di riferimento per il tasso di imbardata r_{ref} desiderata in tali condizioni. Si ritiene utile un controllo eseguito anche sull’angolo di slip del veicolo nel suo centro di massa (β_{ref}) in manovre limite e non stazionarie.
- 2) **“High level controller”** (o “controllo a alto livello”) che sulla base dei target di riferimento generati dal *reference generator*, le informazioni sullo stato del veicolo e gli input del guidatore, calcola la coppia totale desiderata T_{tot} e il momento di imbardata di *torque vectoring* necessario M_{zz} per correggere l’andamento del veicolo.
- 3) **“Low level controller”** (o “controllo a basso livello”) definisce la distribuzione della coppia alle quattro ruote T_{ij} (in un veicolo dotato di 4 motori elettrici) sulla base degli output dell’”high level controller”, dello stato del veicolo, dell’ottimizzazione energetica, e dei limiti di esercizio dei motori.

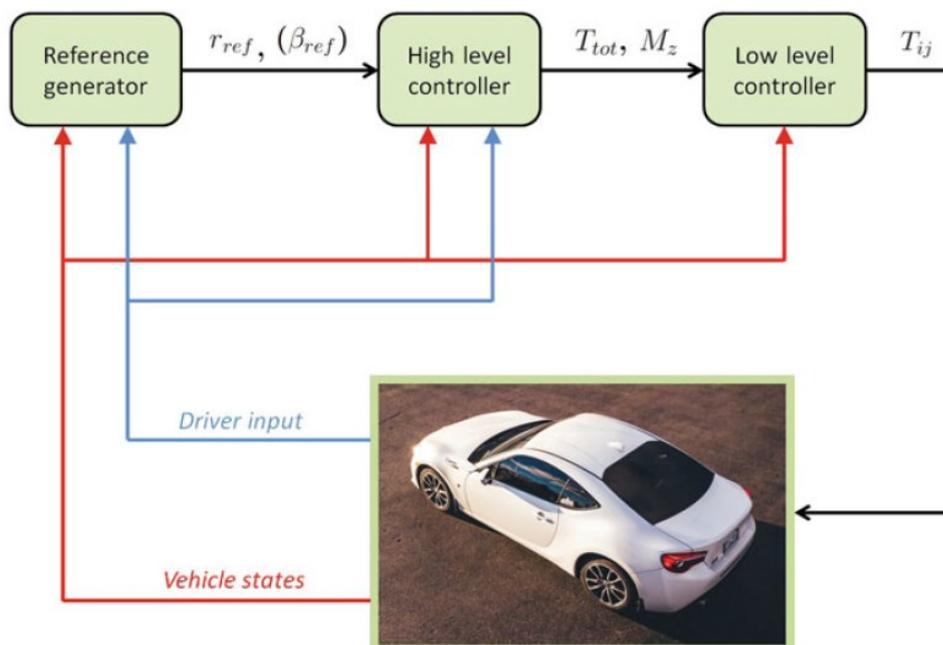


Figura 3.2 Schema tipico di un sistema di controllo con Torque Vectoring [18]

Nelle sezioni successive verranno analizzati singolarmente i blocchi che compongono un tipico sistema di controllo con TV.

3.1.1 “Reference Generator”

Come già spiegato, l’obiettivo primario del TV è quello di ottenere una desiderata risposta in curva del veicolo. È dunque necessario stabilire e ridisegnare la caratteristica sottosterzante desiderata per il veicolo, rispetto a quella di base del veicolo. Ciò significa innanzitutto modellare la relazione desiderata tra l’accelerazione laterale a_y e l’angolo di sterzo dinamico δ_{dyn} del veicolo con l’obiettivo di migliorare, in maniera realistica, l’andamento tipico del veicolo di base. Bisogna infatti considerare che un comportamento troppo distante da quello di base del veicolo risulterebbe

innanzitutto innaturale e difficile da gestire per il guidatore, oltre che non sempre attuabile a causa del limite fisico sul momento di imbardata M_{zz} massimo generabile con il TV. Come noto e già e precedentemente spiegato nel capitolo 2, la caratteristica sterzante di un veicolo può essere modellata con un andamento lineare (equazione (2.53), capitolo 2) che poi satura asintoticamente in corrispondenza del limite di accelerazione laterale $a_{y,MAX}$ (vedi equazione (3.2)). Se l'obiettivo primario è quello di migliorare l'*handling*, la caratteristica sottosterzante del veicolo può essere rimodellata con i target di:

- Diminuire il gradiente di sottosterzo K_{us} , ovvero la pendenza della curva di sottosterzo nella zona lineare, aumentando la reattività e prontezza del veicolo ad un input di sterzo.
- Estendere la zona di linearità fino ad accelerazioni più elevate (a_y^*)
- Aumentare il limite di accelerazione laterale $a_{y,MAX}$ raggiungibile dal veicolo. Tale limite è legato alle forze massime esplicabili dagli pneumatici e può essere ricavato in funzione di a_x da dei diagrammi g-g del veicolo.

In figura 3.3 viene proposto un esempio dell'andamento sterzante di riferimento che può essere desiderato per il veicolo, in confronto di quello nominale del veicolo nella sua forma base (senza il *torque vectoring*).

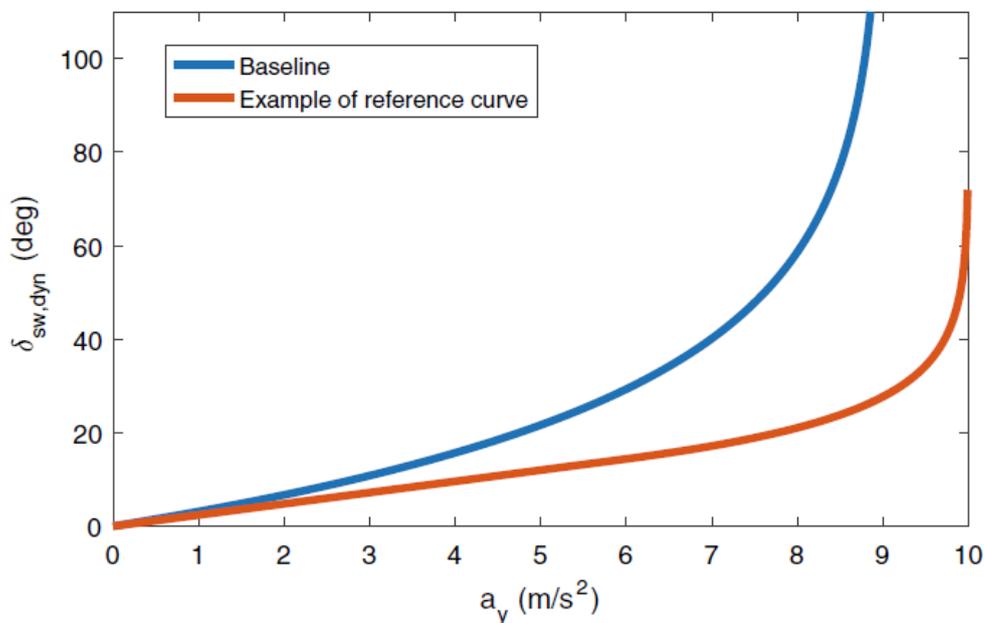


Figura 3.3 Esempio della risposta di sterzo di un veicolo: confronto tra il comportamento del veicolo di base (curva blu) e la curva di riferimento desiderata, ottenibile grazie al TV, volta a migliorare l'*handling* del veicolo con riduzione del gradiente di sottosterzo, estensione della zona lineare fino a $a_y^* = 7 [m/s^2]$ e aumento del limite di accelerazione fino a $a_{y,MAX} = 10 [m/s^2]$. Si precisa che in ordinata è riportato l'angolo di sterzo del volante e non alle ruote [18].

In [23] e [27] viene invece proposto l'idea alternativa, ancora poco esplorata in letteratura, di modellare la risposta sterzante del veicolo in modo da minimizzare le perdite complessive del veicolo (considerando sia le perdite nel powertrain che quelle legate agli *slip* longitudinali e laterali) del veicolo (esempio riportato in figura 3.4).

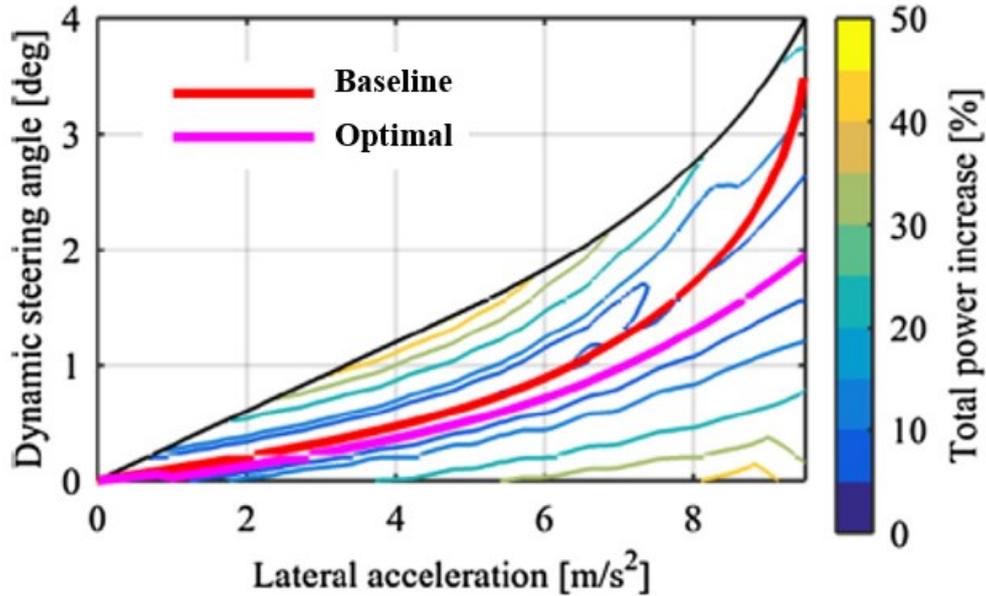


Figura 3.4 Esempio della risposta di sterzo di un veicolo: confronto tra il comportamento del veicolo di base (curva rossa) e la curva di riferimento desiderata che ottimizza l'efficienza energetica del veicolo e minimizza le perdite complessive. Si precisa che in ordinata viene riportato l'angolo di sterzo alle ruote [27].

In ogni caso, comunque sia stata definita la caratteristica sterzante desiderata per il veicolo, essa può essere modellata analiticamente come una funzione definita a tratti descritta (equazione (3.2)), in cui i parametri $a_{y,MAX}$, a_y^* e K_{us} sono imposti dal progettista per ottenere il comportamento sterzante del veicolo desiderato.

$$\delta_{dyn} = \begin{cases} K_{us}a_y & \text{if } a_y \leq a_y^* \\ K_{us}a_y - K_{us}(a_{y,MAX} - a_y^*) \cdot \ln \frac{(a_{y,MAX} - a_y)}{(a_{y,MAX} - a_y^*)} & \text{if } a_y > a_y^* \end{cases} \quad (3.2)$$

Ricordando poi che l'angolo di sterzo complessivo alle ruote è calcolabile come la somma delle due componenti di sterzo dinamica e cinematica e che quest'ultima è esprimibile come $\delta_{kin} = \frac{w}{V^2} \cdot a_y$ si ottiene:

$$\delta = \delta_{kin} + \delta_{dyn} = \frac{w}{V^2} \cdot a_y + \delta_{dyn} \quad (3.3)$$

Dalla combinazione delle equazioni (3.2) e (3.3) si può ricavare la relazione complessiva tra l'angolo di sterzo (alle ruote) e l'accelerazione laterale a_y . L'angolo di sterzo delle ruote δ è poi correlato all'angolo di sterzo al volante δ_{sw} attraverso un rapporto di sterzo costante K_s o mediante relazioni legate al cinematicismo del sistema di sterzo. Ricordando infine che in condizioni quasi stazionarie l'accelerazione laterale e il tasso di imbardata sono legati dalla relazione $a_y = V \cdot r$, dalle equazioni appena scritte è possibile ricavare la relazione che sussiste tra lo *yaw rate* di riferimento r_{ref} e gli input noti V , a_x e δ_{sw} (input del guidatore o informazioni sullo stato del veicolo misurate). In figura 3.5 si riporta un esempio dell'andamento tipico che si ottiene tra r_{ref} e δ_{sw} , a diversi valori di V e per $a_x = 0$.

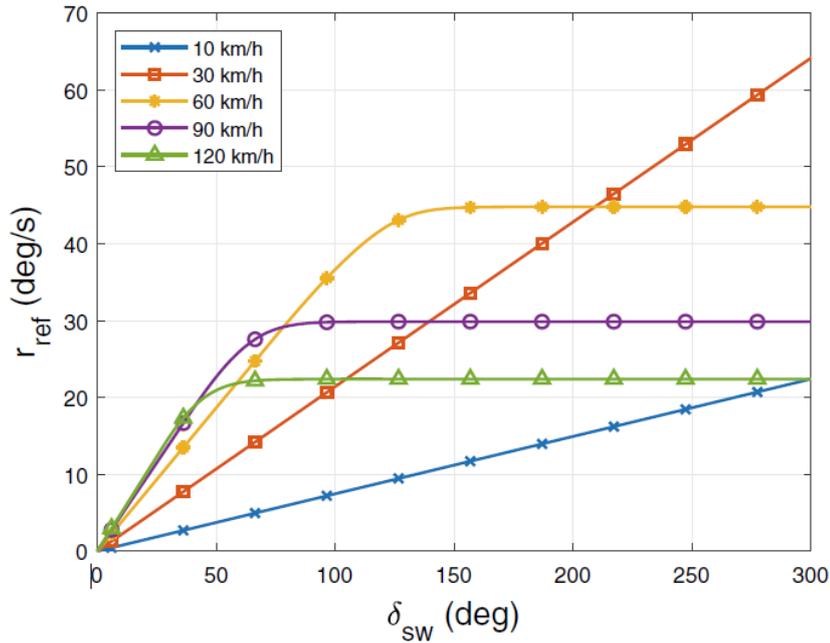


Figura 3.5 Esempio della mappa di yaw rate di riferimento in funzione dell'angolo di sterzo del volante a diverse velocità del veicolo e per $a_x = 0$ [36].

Come già detto, alcuni autori, suggeriscono anche un controllo sull'angolo di *slip* laterale β del veicolo (nel suo CG). Tale aspetto è importante da valutare perché elevati *slip* sono indice di situazioni di criticità e pericolo come *drifting*, incipiente perdita di controllo del veicolo, *spin*, etc. In [37] viene discussa la problematica legata al duplice controllo delle due grandezze β_{ref} e r_{ref} in maniera tra loro indipendente, il cui controllo simultaneo non può essere gestito con un unico input di controllo, ovvero il momento di imbardata M_{zz} , ma per cui servirebbe controllare anche un altro input come, ad esempio, l'angolo di sterzo δ , attraverso un sistema di sterzo attivo. Molti autori hanno dunque proposto diverse strategie per integrare il riferimento di β_{ref} in quello di r_{ref} . Poiché il controllo di β è essenzialmente volto a evitare situazioni di criticità e instabilità del veicolo, molti autori concordano che sia sufficiente che l'azione di controllo sullo *sideslip* entri in gioco solo quando il valore attuale di β supera un valore di soglia β_{th} ("threshold") considerato pericoloso. In [38] e [38], [39] vengono proposte due soluzioni diverse ma simili per applicare questo concetto, integrando r_{ref} con un fattore correttivo che tiene conto dello *sideslip* desiderato solo quando $\beta > \beta_{th}$, ovvero quando la stabilità del veicolo diventa importante. Se $\beta < \beta_{th}$ invece, r_{ref} rimane quella stimata, lasciando la priorità all'*handling* del veicolo.

3.1.2 "High Level Controller"

In questo livello del sistema di controllo vengono stimate:

- la coppia totale T_{tot} richiesta in base alla posizione del pedale dell'acceleratore,
- il momento di imbardata M_{zz} che è necessario generare per mezzo del TV per ottenere la *yaw rate* di riferimento r_{ref} desiderata.

3.1.2.1 Coppia totale T_{tot}

La coppia totale necessaria T_{tot} può essere calcolata, a partire dalla forza totale di trazione F_x necessaria, in maniera semplificata dalla seguente equazione legata alla dinamica delle ruote (3.4), trascurando l'inerzia delle stesse e considerando il loro raggio costante:

$$T_{tot} = F_{x,tot} \cdot R_{ruote} \quad (3.4)$$

$F_{x,tot}$ viene invece stimata come la forza di trazione necessaria: per vincere le forze resistenti F_r (resistenza aerea, resistenza al rotolamento, forza peso nel caso di strada inclinata, ecc...) e per produrre l'accelerazione longitudinale desiderata $a_{x,des}$ (definita in base alla posizione del pedale dell'acceleratore). L'equazione impiegata è dunque la seguente versione semplificata dell'equazione della dinamica longitudinale:

$$F_{x,tot} = m \cdot a_{x,des} + F_r(V) \quad (3.5)$$

Le forze resistenti sono stimate, in funzione della velocità del veicolo, da test di coast-down e successivamente raccolte in delle "mappe di guida".

3.1.2.2 Momento di imbardata M_{zz}

Il momento di imbardata M_{zz} necessario per generare il tasso di imbardata di riferimento r_{ref} può essere stimato con una duplice azione:

- Un'azione in avanti (*feedforward*) calcolata a partire da un modello matematico del sistema da controllare (in questo caso il veicolo), indipendente dal valore effettivo di r in quell'istante. In tale modo l'azione di controllo risulta rapida perché non c'è bisogno di generare l'azione di *feedback*.
- Un'azione di retroazione (*feedback*) basata sull'errore tra il valore di riferimento e quello attuale della grandezza. Tale contributo è fondamentale in quanto il modello analitico presenta approssimazioni e semplificazioni che vengono compensate dall'azione in retroazione, così come eventuali disturbi.

Per tali ragioni la sola azione in avanti non viene quasi mai impiegata da sola, mentre è possibile utilizzare esclusivamente l'azione in retroazione. Nel caso si impieghi la duplice azione, il momento di imbardata sarà determinato da due componenti:

$$M_{zz} = \underbrace{M_{zz,FF}}_{\text{azione in avanti}} + \underbrace{M_{zz,FB}}_{\text{retroazione}} \quad (3.6)$$

L'azione in avanti può essere stimata a partire dal modello *double track* del veicolo. Dall'equazione dell'imbardata (3.7) si osserva che, per come viene implementato il TV, il termine che può essere controllato attraverso la coppia distribuita ad ogni ruota è quello legato alle forze longitudinali $F_{x,ij}$, ovvero i termini definiti N_d e N_f (con $N_f \ll N_d$ in normali condizioni di guida in cui $\delta \ll 1$). Il termine legato alle forze laterali N_y è invece difficile da controllare in maniera diretta, essendo strettamente legato alla generazione degli *slip* laterali e al comportamento dello pneumatico.

$$J_{zz}\dot{r} = \underbrace{F_{x,11}\sin(\delta_{11})a + F_{x,12}\sin(\delta_{12})b}_{N_f} + \underbrace{(F_{x,12}\cos(\delta_{12}) - F_{x,11}\cos(\delta_{11}))\frac{t_f}{2} + (F_{x,22} - F_{x,21})\frac{t_r}{2}}_{N_d} + \underbrace{(F_{y,11}\cos(\delta_{11}) + F_{y,12}\cos(\delta_{12}))a - (F_{y,21} + F_{y,22})b + (F_{y,11}\sin(\delta_{11}) - F_{y,12}\sin(\delta_{12}))\frac{t_f}{2}}_{N_y} \quad (3.7)$$

Essendo però tale termine N_y anch'esso influenzato da M_{zz} si rende evidente il limite del modello matematico e la necessità di integrare la stima di M_{zz} con il contributo correttivo della retroazione. Dalle equazioni del modello *single track*, in condizioni quasi stazionarie ($\dot{r} = \dot{\beta} = 0$), per piccoli angoli di *slip* $\beta \ll 1$, considerando un modello di pneumatico lineare, si ricava la seguente relazione analitica tra $M_{zz,FF}$ e r_{ref} , che è però funzione anche della velocità di avanzamento del veicolo V , e dell'angolo di sterzo alle ruote δ):

$$M_{zz,FF} = -\frac{(-C_f a + C_r b) (C_f \delta V - r_{ref} (C_f a - C_r b + mV^2))}{V(m\dot{V} + C_f + C_r)} + \frac{C_f a^2 + C_r b^2}{V} r_{ref} - C_f a \delta \quad (3.8)$$

Chiaramente l'impiego di modelli più complessi porterà alla determinazione di relazioni più complesse per $M_{zz,FF} = f(r_{ref}, V, \delta)$. Come già spiegato, essendo il modello analitico semplificato ricavato in condizioni quasi-stazionarie, l'azione di $M_{zz,FF}$ così formulata potrebbe provocare oscillazioni indesiderate e *overshoot* del tasso di imbardata in manovre non stazionarie, con pericoli per la guida del veicolo. Tale problema può essere risolto aggiungendo al modello per il calcolo della 'azione in *feedforward* un'equazione sulla dinamica disegnata nel dominio di Laplace (vedi [40]). Alternativamente è possibile compensare questo aspetto, e le altre approssimazioni e imprecisioni legate al modello matematico, con l'azione di retroazione. L'approccio più ampiamente usata in letteratura per il calcolo di $M_{zz,FB}$ è l'implementazione di un controllo di tipo PID, basato sull'errore tra lo *yaw rate* desiderato e quello attuale. Altri metodi proposti in letteratura per il controllo in retroazione sono il controllo H_∞ [22], il controllo in "sliding mode" [29] e vari altri.

3.1.3 "Low level controller"

In questo blocco, sulla base della domanda complessiva di coppia T_{tot} e del momento attivo di imbardata da generare M_{zz} , viene stabilita la coppia allocata su ogni ruota T_{ij} . Le equazioni di riferimento sono le seguenti:

$$\sum_{i,j} F_{x,ij} \cos(\delta_{ij}) = F_{x,tot} \quad (3.9)$$

$$\sum_{i,j} (-1)^j F_{x,ij} \cos(\delta_{ij}) \cdot \frac{t_i}{2} + \sum_{i,j} (-1)^j F_{x,ij} \sin(\delta_{ij}) \cdot \sqrt{r_{caa_i}} = M_{zz} \quad (3.10)$$

Le equazioni (3.9) e (3.10) possono essere riscritte come (3.11) e (3.12), tenendo conto che $F_{x,ij} = \frac{T_{ij}}{R_{ij}}$ (trascurando l'inerzia delle ruote), assumendo i raggi delle ruote uguali e pari a R , assumendo piccoli angoli di sterzo $\delta_{ij} \ll 1$ (come accade in normali condizioni di guida) e assumendo uguale carreggiata del veicolo tra fronte e retro ($t_f = t_r = t$).

$$\frac{T_{11} + T_{21}}{T_L} + \frac{T_{12} + T_{22}}{T_R} = T_{tot} \quad (3.11)$$

$$\frac{-(T_{11} + T_{21})}{T_L} + \frac{T_{12} + T_{22}}{T_R} = M_{zz} \cdot \frac{2R}{t} \quad (3.12)$$

Tale sistema di 2 equazioni risulta completamente determinato nel caso in cui il veicolo sia soltanto a trazione anteriore o posteriore (ovvero solo due motori presenti, uno a destra e uno a sinistra su uno dei due assi). In tale caso le incognite sono infatti solamente due e $T_{11} = T_{12} = 0$ nel caso della trazione posteriore o $T_{21} = T_{22} = 0$ nel caso della trazione anteriore. Nel caso di un veicolo dotato di 4 motori elettrici invece il sistema presenta ∞^2 soluzioni. In quest'ultimo caso, dal sistema si può determinare infatti la coppia complessiva allocata sul lato destro T_R e sul lato sinistro T_L del veicolo e dunque lo sbilanciamento di coppia ΔT_{RL} tra i due lati del veicolo, ma rimane la libertà su come distribuire T_R e T_L tra asse anteriore e posteriore.

$$T_L = \frac{T_{tot}}{2} - \frac{M_{zz}R}{t} = \frac{T_{tot}}{2} - \Delta T_{RL} \quad (3.13)$$

$$T_R = \frac{T_{tot}}{2} + \frac{M_{zz}R}{t} = \frac{T_{tot}}{2} + \Delta T_{RL} \quad (3.14)$$

$$\Delta T_{RL} = \frac{-T_L + T_R}{2} = \frac{M_{zz}R}{t} \quad (3.15)$$

La distribuzione della coppia tra asse anteriore e posteriore può essere espressa tramite i coefficienti σ_L e σ_R che rappresentano il rapporto tra la coppia alla ruota anteriore e quella totale, rispettivamente per il lato sinistro e destro del veicolo.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{11} = T_L \cdot \sigma_L \\ T_{21} = T_L \cdot (1 - \sigma_L) \\ T_{12} = T_R \cdot \sigma_R \\ T_{22} = T_R \cdot (1 - \sigma_R) \end{array} \right. \quad (3.16)$$

Per determinare i valori di σ_L e σ_R , come già anticipato, viene impiegato un secondo criterio di ottimizzazione che spesso corrisponde a un criterio di efficienza energetica. I valori di σ_L e σ_R vengono dunque solitamente scelti per minimizzare le perdite di potenza del veicolo. Tra le perdite non vengono considerate le forze resistenti esterne (drag e rolling resistance) in quanto dipendenti solo dalla velocità del veicolo e non influenzate dalla distribuzione della coppia motrice alle ruote. Tra i fattori di perdita sono invece conteggiate le perdite nel powertrain (motori elettrici, inverter, sistema di trasmissione, ecc) che dipendono dalla coppia erogata da ogni motore elettrico, e le perdite legate agli *slip* longitudinali e laterali, influenzate dalla modalità di distribuzione delle coppie. Quest'ultime possono essere espresse in funzione delle velocità di *slip* $v_{slip,x,ij}$ (longitudinale) e $v_{slip,y,ij}$ (laterale), tramite le equazioni (3.17) e (3.18):

$$P_{LOSS,x,ij} = F_{x,ij} \cdot v_{slip,x,ij} \quad (3.17)$$

$$P_{LOSS,y,ij} = F_{x,ij} \cdot v_{slip,y,ij} \quad (3.18)$$

In letteratura sono proposte diverse trattazioni possibili delle perdite di potenza P_{LOSS} . Alcuni propongono di minimizzare le perdite legate agli *slip* degli pneumatici sulla base dell'idea che maggiore sia il carico normale $F_{z,ij}$ agente su di esso, maggiore sia la capacità di *grip* (di attrito) e quindi minori siano le perdite di potenza per slittamento dello pneumatico. Viene quindi suggerito di allocare la coppia sulla base dei carichi verticali agenti su ogni ruota, tenendo conto dei trasferimenti di carico legati alla dinamica del veicolo. Data la difficoltà di trattazione degli *slip*, che sono tra l'altro una grandezza difficile da misurare, la maggior parte delle trattazioni proposte in letteratura si concentrano sulla minimizzazione delle perdite di potenza legate al *powertrain* $P_{LOSS,EM}$ (indicate per semplicità con la sigla EM, "Electric Motor"), più facilmente modellabili e normalmente molto maggiori delle perdite di *slip*. Le perdite legate ai motori elettrici, agli inverter e alla trasmissione sono funzione della coppia erogata T_{ij} e della velocità di rotazione ω_{ij} del motore. In figura 3.6 è

riportato un esempio della mappa di efficienza (A) e delle perdite di potenza (B) tipica per un motore elettrico (e annesso *drivetrain*) in funzione della coppia erogata, a diverse velocità.

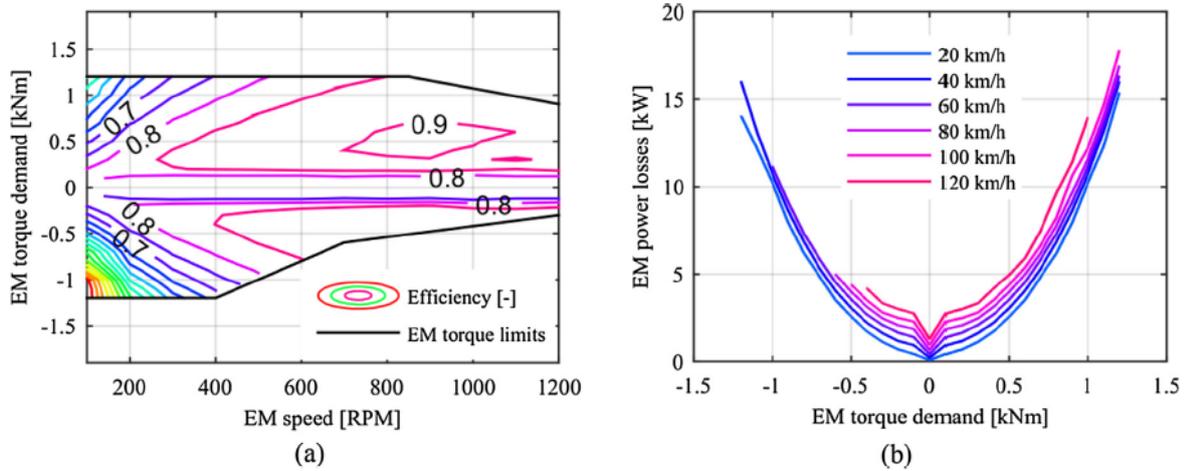


Figura 3.6 Tipica mappa di efficienza (A) e andamento delle perdite di potenza (B) per un motore elettrico e annesso *drivetrain*, in funzione della coppia erogata e della sua velocità di rotazione [27].

In letteratura si concorda che l'andamento caratteristico di $P_{LOSS,EM}$ è di tipo monotono, strettamente crescente in funzione della coppia T , con un punto di flesso in corrispondenza di T_{sw} , in cui la curva passa da un andamento concavo a uno convesso. In particolare, si è d'accordo che $P_{LOSS,EM}$ possano essere modellate con un polinomio di 3° grado in funzione della coppia e della velocità del motore. In [18] si propone di modellare le perdite nel *drivetrain* di un motore come un polinomio di terzo grado in funzione solo di T , con i coefficienti che variano in funzione di ω (vedi equazione (3.19)).

$$P_{LOSS,EM,ij}(T_{ij}, \omega) = a_{ij}(\omega)T_{ij}^3 + b_{ij}(\omega)T_{ij}^2 + c_{ij}(\omega)T_{ij} + d_{ij}(\omega) \quad (3.19)$$

Considerando tutti e 4 i motori uguali (e dunque tutti i coefficienti a, b, c e d uguali) si può dimostrare che, per un dato lato del veicolo, il valore di σ che minimizza la perdita complessiva $P_{LOSS,EM}$ di potenza, varia discretamente tra:

- $\sigma = 0$ (oppure $\sigma = 1$) \rightarrow in questo caso le perdite vengono minimizzate se tutta la coppia da quel lato del veicolo viene esplicata da una sola delle due ruote. Ciò significa che tutta la coppia viene erogata da uno solo dei due assi. Se i motori sono tutti uguali è equivalente che esso sia l'asse anteriore ($\sigma = 1$) o l'asse posteriore ($\sigma = 0$). Tale configurazione viene chiamata per semplicità "Single-Axel" (SA).
- $\sigma = 0.5$ \rightarrow in questo caso la coppia è equamente distribuita tra la ruota posteriore e anteriore di quel lato del veicolo. Tale configurazione viene chiamata per semplicità "Even-Distributed" (ED).

T_{sw} è il valore di *switch* per cui risulta ottimale una configurazione rispetto all'altra. La prima configurazione SA risulta essere quella ottimale nella regione non-concava della curva di potenza, cioè per valori di T_L o T_R inferiori a T_{sw} . La configurazione EV risulta invece essere quella ottimale nella zona convessa della curva di potenza, ovvero per valori di T_L o T_R superiori a T_{sw} . Poiché T_{sw} rappresenta il punto di flesso della curva (3.20), dall'analisi matematica, essa si ricava essere pari a:

$$T_{sw}(\omega) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{b(\omega)}{a(\omega)} \quad (3.20)$$

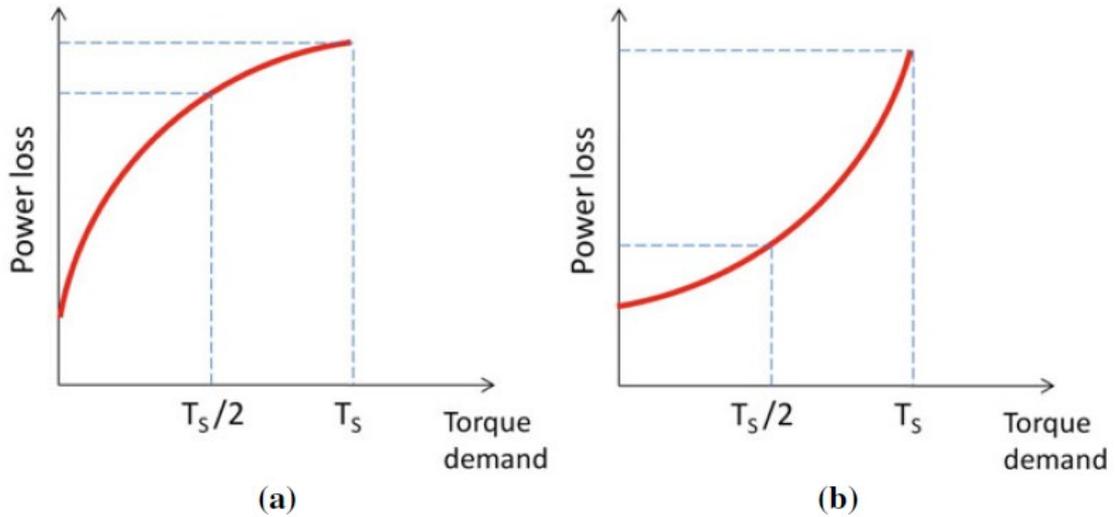


Figura 3.7 Andamento delle perdite di potenza in un singolo drivetrain (a una determinata velocità del veicolo) in funzione della coppia complessiva T_j su quel lato del veicolo. Si osserva che: (a) se la curva è concava $P_{LOSS}(T_j) < 2P_{LOSS}(T_j/2)$ e è dunque conveniente la configurazione SA ($\sigma = 1$ o $\sigma = 0$); (b) se la curva è convessa $P_{LOSS}(T_j) > 2P_{LOSS}(T_j/2)$ e è dunque conveniente la configurazione ED ($\sigma = 0.5$) [18].

Dunque, σ_j può essere valutata, a seconda del valore di $T_j = T_{1j} + T_{2j}$, secondo il seguente schema logico:

$$\text{if } T_j < T_{sw}(\omega) \rightarrow \sigma = 0 \quad \text{sigma} = 1$$

$$\text{if } T_j \geq T_{sw}(\omega) \rightarrow \sigma = 0.5$$

Oltre a quello appena analizzato nel dettaglio, in letteratura sono poi proposti altri criteri analoghi per la determinazione di σ , la maggior parte dei quali sempre basati sul criterio di ottimizzazione energetica.

3.2 Implementazione del Torque Vectoring nel software del veicolo.

Nonostante l'obiettivo iniziale di questo lavoro di tesi fosse lo studio accurato e il test di diversi algoritmi di controllo per il TV sul veicolo in scala, le difficoltà iniziali legati allo sviluppo della piattaforma di sperimentazione non hanno permesso di implementare nel controllo del veicolo algoritmi di TV complessi come quelli proposti in letteratura e precedentemente analizzati. Anche la difficoltà nella stima delle *cornering stiffness* degli pneumatici del veicolo ha reso più difficile l'implementazione del TV con azione in avanti (di tipo *feedforward*) come quella proposta in [18] da Lenzo et al. Tale azione di TV richiede infatti che siano note le *cornering stiffness* anteriori e posteriori del veicolo per stimare analiticamente il momento di imbardata $M_{zz,FF}$

(generato dallo sbilanciamento delle coppie motrici) necessario per ottenere lo *yaw rate* desiderato r_{ref} (vedi equazione 3.8). Anche non conoscendo le *cornering stiffness* del veicolo, stimate solo alla fine di questo lavoro di tesi, sarebbe comunque stato possibile implementare codici di TV che impiegassero solamente un'azione di *feedback*, calcolando istante per istante $M_{zz,FB}$ in maniera retroattiva in modo che il tasso di imbardata del veicolo eguagliasse quello di riferimento. In tal caso sarebbe stato fondamentale il segnale inerente allo *yaw rate* del veicolo misurato dal giroscopio del sensore IMU, il cui dato grezzo è piuttosto rumoroso. Alla luce di tali premesse e considerando il valore molto elevato del gradiente di sottosterzo del veicolo nella sua configurazione base (senza TV) si è innanzitutto implementato e testato un algoritmo di TV molto semplice. Tale algoritmo è volto infatti a studiare gli effetti massimi ottenibili dal TV per il veicolo studiato, ovvero quando la coppia viene completamente sbilanciata sulle ruote esterne, mentre a quelle interne non viene applicata coppia motrice. L'obiettivo è dunque quello di valutare di quanto il TV può diminuire, nel caso del veicolo testato, il gradiente di sottosterzo nominale del veicolo. Non viene dunque fissato

un andamento di *yaw rate* desiderato sulla base del quale viene calcolato lo sbilanciamento di coppia del TV (come in [Ref lenzo]), ma al contrario viene valutato l'effetto di uno sbilanciamento di coppia prestabilito sull'andamento dello *yaw rate* e dunque sull' *handling* del veicolo. Poiché il TV implementato non presenta un vero e proprio target da seguire, esso viene implementato in anello aperto. La prima osservazione fatta è che per mantenere un andamento pressoché lineare dell'accelerazione a_y e dello *yaw rate* in funzione dell'angolo di sterzo, è necessario sbilanciare la coppia motrice e dunque applicare un momento di imbardata aggiuntivo M_{zz} che cresca anch'esso linearmente con l'angolo di sterzo. Tale aspetto è implicitamente espresso anche nell'equazione (3.8). Ciò implica che la coppia sulle ruote debba essere sbilanciata, rispetto al valore nominale, proporzionalmente a δ , e ciò si ottiene riscrivendo il codice di controllo dei motori del veicolo implementando le seguenti equazioni, ovvero agendo direttamente sul riferimento di corrente dei motori.

$$i_{ext} = \frac{i_{ref}}{I_{max}} \left(1 + \gamma_{TV} \cdot \frac{\delta_{servo,IN}}{\delta_{servo,MAX}} \right) I_{max} \quad (3.21)$$

$$i_{int} = \frac{i_{ref}}{I_{max}} \left(1 - \gamma_{TV} \cdot \frac{\delta_{servo,IN}}{\delta_{servo,MAX}} \right) I_{max} \quad (3.22)$$

L'andamento delle correnti dei motori generato dall'implementazione del TV può essere osservato in figura 3.10, riportate nella sezione conclusiva di questo capitolo. Si osserva che il sistema di TV viene implementato in anello aperto, e si compone esclusivamente di un'azione in avanti indipendente dall'effettivo valore di *yaw rate* attuale del veicolo. In tal modo non solo lo sbilanciamento di coppia tra le ruote esterne e interne, e dunque M_{zz} , cresce proporzionalmente all'angolo di sterzo, ma la coppia motrice complessiva del veicolo rimane invariata durante tutta la prova. Tale aspetto è importante perché la richiesta complessiva di coppia deve dipendere esclusivamente dal segnale del throttle del trasmettitore (o dalla posizione del pedale dell'acceleratore) che determina il rapporto $\frac{i_{ref}}{I_{max}}$ che non deve essere influenzato dall'azione del TV (3.23).

$$T_{tot} = 2(i_{ext} + i_{int}) = 4 \left(\frac{i_{ref}}{I_{max}} \right) I_{max} = 4 \cdot i_{ref} = cost \quad (3.23)$$

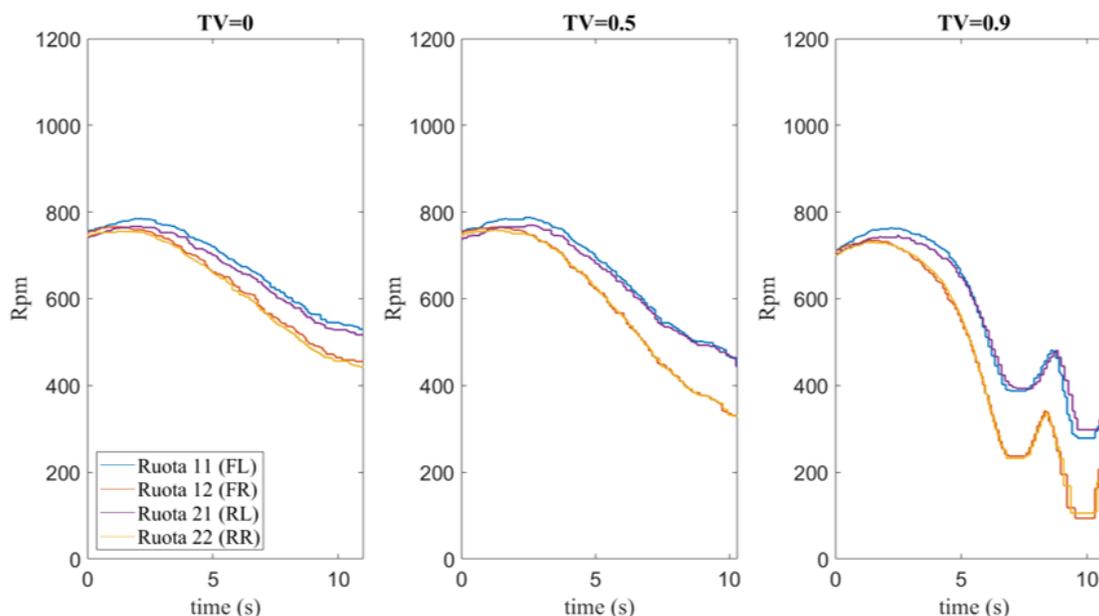
Il fattore γ_{TV} rappresenta infine un fattore di "gain" che determina l'entità del TV che viene applicata. Esso rappresenta infatti lo sbilanciamento di coppia massimo tra ruote esterne ed interne dovuto al TV rispetto al valore nominale (ovvero quello che si ottiene spartendo equamente la coppia complessiva sulle quattro ruote, ovvero che si ha per $\delta_{servo,IN} = 0$). Ciò significa che, se $\gamma_{TV} = 0.5$, al massimo input di angolo di sterzo, sulle ruote interna verrà applicata una coppia pari al 50% di quella nominale mentre sulle ruote esterne una coppia pari al 150% di quella nominale. In tal modo è possibile studiare con semplicità non solo gli effetti del massimo TV (che si raggiungono imponendo $\gamma_{TV} = 1$) ma anche quelli di uno sbilanciamento di coppie più moderato. Viene infatti associato il valore del "gain" γ_{TV} a uno dei comandi del trasmettitore. In tale modo è possibile, premendo un semplice tasto, passare a livelli di implementazione del TV più o meno spinti, il che agevola l'esecuzione dei test a diversi livelli di TV. Si osservi che tale sistema di implementazione del TV semplificata, non sfrutta nessun dato inerente allo stato del veicolo e quindi nessun segnale proveniente dalla strumentazione di bordo. Il software del veicolo è stato dunque aggiornato con tale codice di controllo e sono stati rieseguiti i test di *ramp-steer* per valutare gli effetti del *torque vectoring* sull' *handling* del veicolo. In merito a questo lavoro di tesi, sarebbe stato interessante testare dei codici di TV più articolati e complessi (ad esempio fissando un target da inseguire in

anello chiuso) ma a causa dei tempi ristretti e dei limiti fisici del veicolo testato non è stato possibile fare ciò. Questo potrebbe però rappresentare lo sviluppo futuro di questo lavoro di tesi.

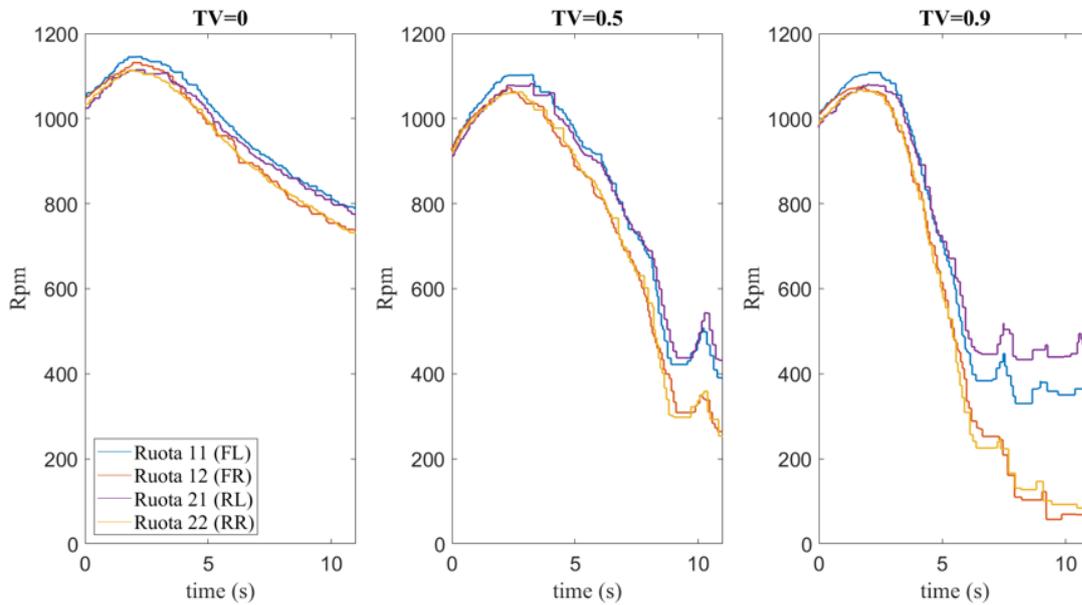
3.3 Test sperimentali di *ramp-steer* con l'implementazione del torque vectoring

I test di *ramp-steer* precedentemente eseguiti per caratterizzare il veicolo nella sua configurazione base, vengono ripetuti implementando la semplice strategia di TV sopra presentata, in modo da valutare i benefici apportati dall'implementazione del TV sulla dinamica laterale e l'*handling* del veicolo. Le manovre vengono eseguite come già spiegato nel capitolo 2.4, eseguendo i test sempre a 3 diversi livelli di velocità, variando la coppia complessiva di trazione rispettivamente al 25%, 50% e 75% di quella massima. Come già accennato nel capitolo precedente, viste le difficoltà nel gestire il comportamento asimmetrico tra destra e sinistra del veicolo, in questo frangente si decide di eseguire esclusivamente manovre di sterzata a destra, ovvero in senso orario. Infine, si decidono di testare due diversi livelli di TV: uno intermedio ($\gamma_{TV} = 0.5$) e uno più spinto ($\gamma_{TV} = 0.9$). In totale sono state eseguite 3 prove per ogni tipologia di test. I risultati di tali test verranno confrontati con quelli del veicolo senza l'implementazione del TV, a cui per coerenza si farà riferimento come " $\gamma_{TV} = 0$ ". Gli effetti del TV non vengono testati fino al limite massimo, imponendo dunque $\gamma_{TV} = 1$, perché in tal caso, per massimo angolo di sterzo, si sarebbe imposta una corrente ai motori delle ruote interne nulla. Come già precedentemente spiegato all'interno del capitolo 2.3, se la corrente di alimentazione dei motori elettrici è inferiore al valore di soglia $i_{soglia} = 0.01 [A]$ questi risultano bloccati e fungono da freno per le ruote. Ciò comprometterebbe uno sbilanciamento delle coppie tra le ruote diverso da quello desiderato. Per tale ragione si decide di testare il veicolo con un'azione di TV non massima ma solo fino a $\gamma_{TV} = 0.9$. In tal modo la corrente minima in input ai motori delle ruote interne è sempre maggiore del valore di soglia. Nella condizione più critica, infatti, ovvero nelle prove a bassa velocità (25% di coppia massima), a massimo angolo di sterzo, per le ruote interne la corrente di alimentazione del motore risulta essere $i = 0.25 \cdot (1 - 0.9) = 0.025 [A] > i_{soglia}$. Di seguito verrà presentato il confronto tra i risultati sperimentali ottenuti con diversi livelli di TV in termini di: curve di velocità (3.8), andamento delle correnti di alimentazione dei motori delle ruote (3.10) e diagrammi di handling (3.11).

TEST 25% della coppia massima



TEST 50% della coppia massima



TEST 75% della coppia massima

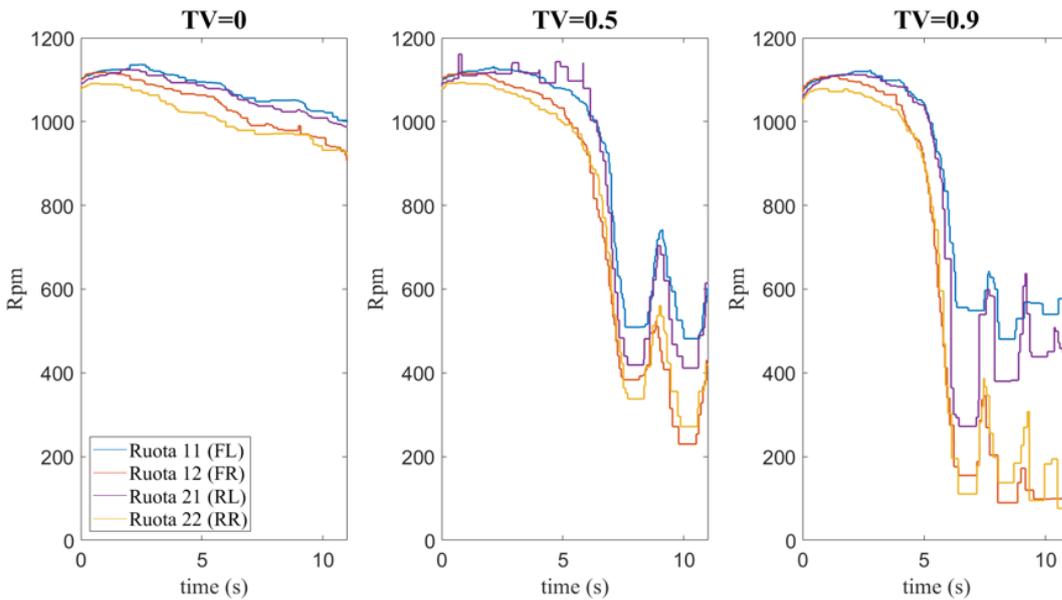


Figura 3.8 Andamento del numero di giri (Rpm) delle ruote durante i vari test eseguiti a diversi livelli di coppia complessiva (25%, 50% e 75% della coppia massima) e con diversi livelli di implementazione del TV ($\gamma_{TV} = 0$, $\gamma_{TV} = 0.5$ e $\gamma_{TV} = 0.9$).

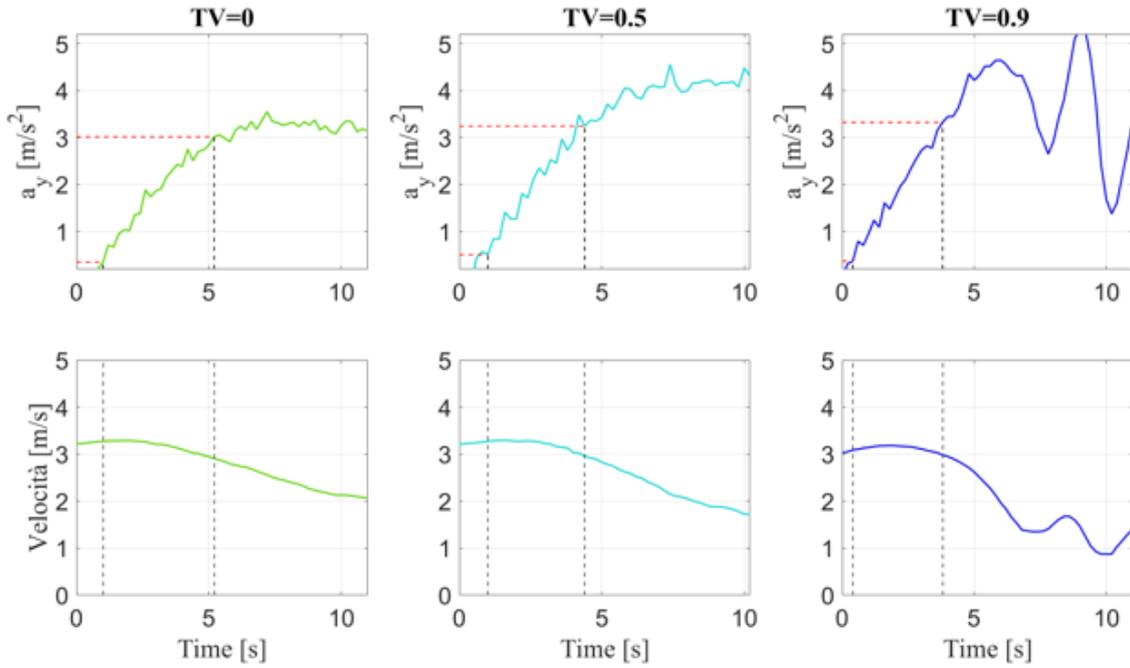
Dagli andamenti della velocità ottenuti durante le varie prove si osserva che, maggiore è l'entità del TV applicato, tanto più la velocità del veicolo tende a decrescere nella fase finale delle prova. Inoltre, sempre nella fase finale della manovra, le curve di velocità con l'applicazione del TV presentano un particolare andamento oscillatorio. Questo è dovuto al fatto che il veicolo si trova a percorrere una curva molto stretta raggiungendo elevate accelerazioni laterali. Queste provocano dei trasferimenti di carico tra il lato destro e sinistro del veicolo, che scaricano le ruote interne che tendono a perdere aderenza. Questo genera delle oscillazioni di rollio del veicolo per cui le ruote tendono periodicamente a perdere e riprendere aderenza col terreno, generando tale andamento apparentemente anomalo delle curve di velocità. Inoltre, con l'applicazione del TV, soprattutto nel

caso di $\gamma_{TV} = 0.9$, alla fine della manovra il raggio della curva percorsa è talmente piccolo che la velocità di rotazione delle ruote esterne e interne tende a essere sensibilmente diversa (vedi equazione 3.24.)

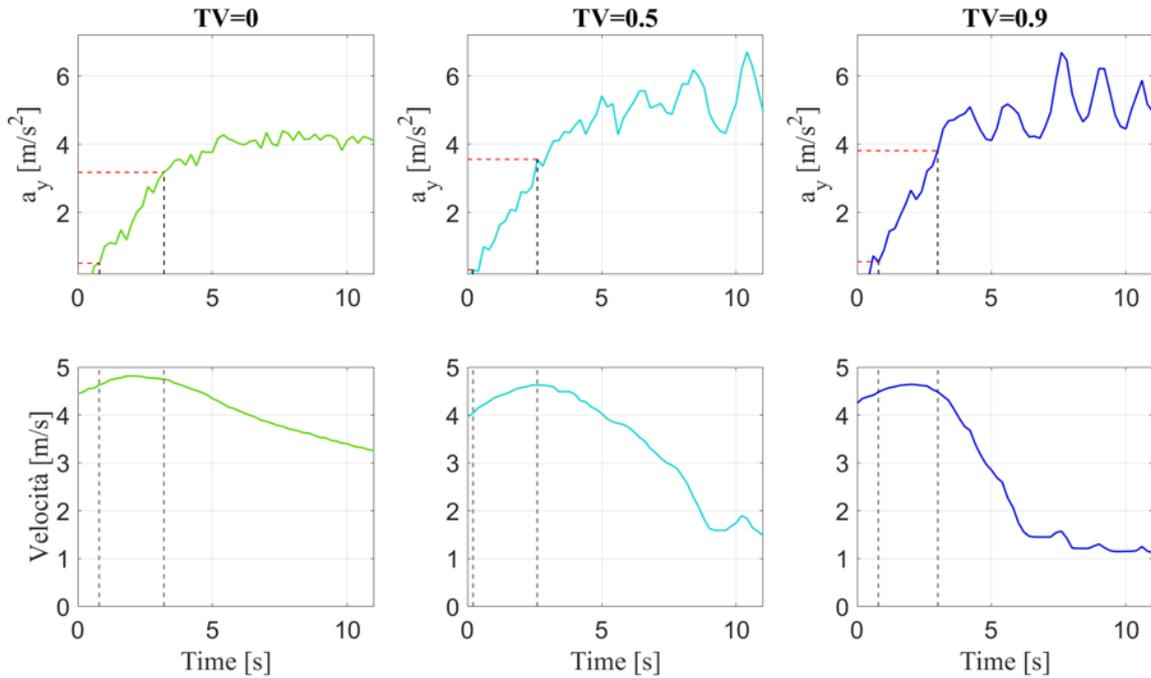
$$\frac{V_{ext}}{V_{int}} = \frac{R+t}{R}$$

(3.24)

TEST 25% della coppia massima



TEST 50% della coppia massima



TEST 75% della coppia massima

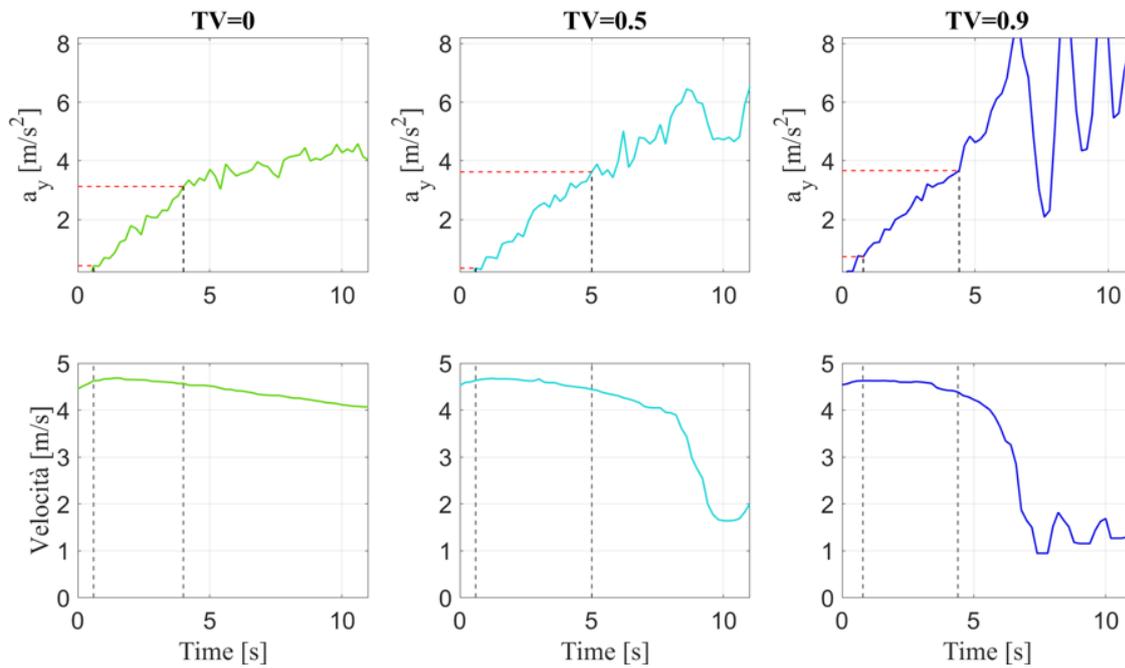
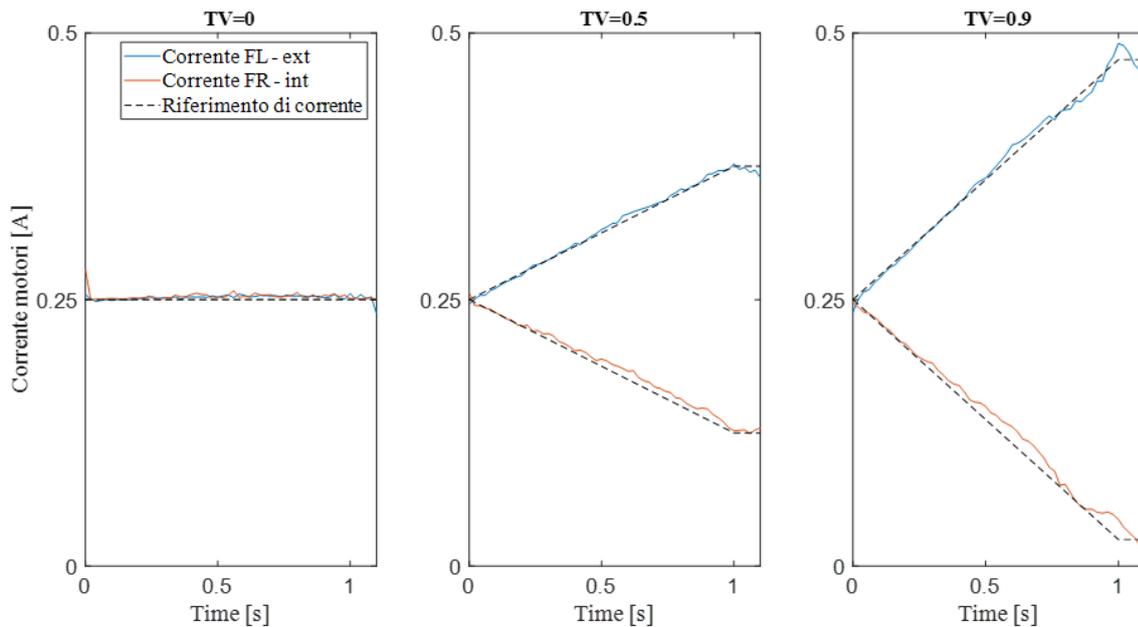


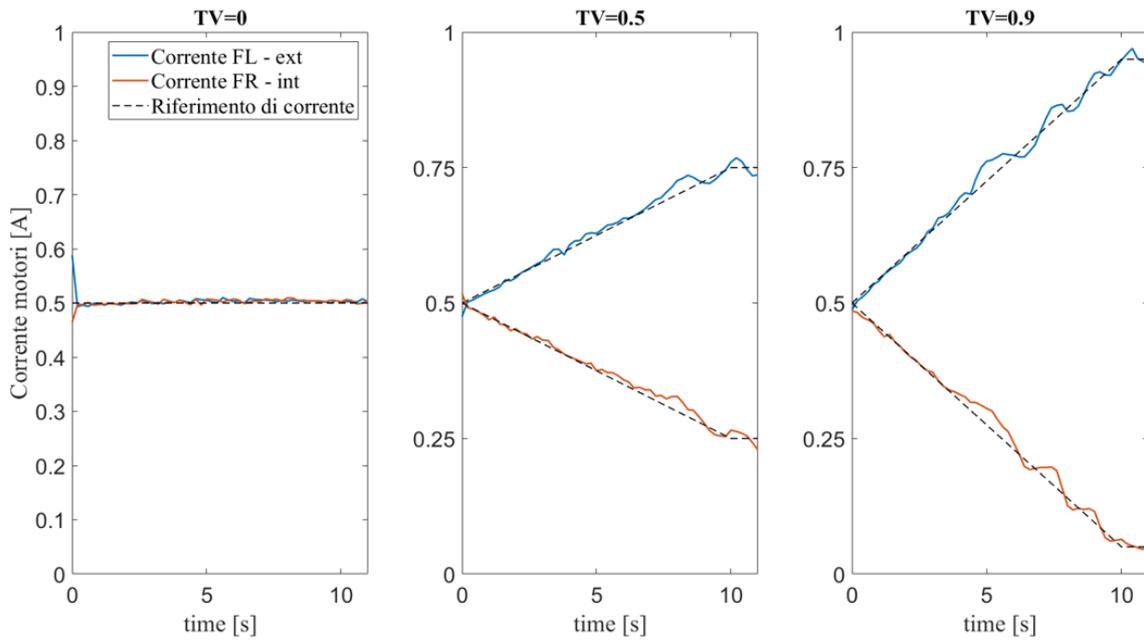
Figura 3.9 Andamento dell'accelerazione e della velocità (dati filtrati) in funzione del tempo per le varie configurazioni del veicolo testate con manovre di ramp-steer. Si evidenzia che nei range di accelerazione (rette tratteggiate rosse) di interesse per il calcolo del gradiente di sottosterzo, l'andamento della velocità è pressoché costante, con discostamenti dal valore medio minori del 5%.

Nonostante il brusco calo finale della velocità del veicolo nella fase finale della manovra, si verifica che la velocità non subisce variazioni eccessive (inferiori al 10%) nei range di accelerazioni di maggior interesse, ovvero quelli in corrispondenza dei quali verranno fittati i dati per il calcolo del gradiente di sottosterzo (vedi figura 3.9).

TEST 25% della coppia massima



TEST 50% della coppia massima



TEST 75% della coppia massima

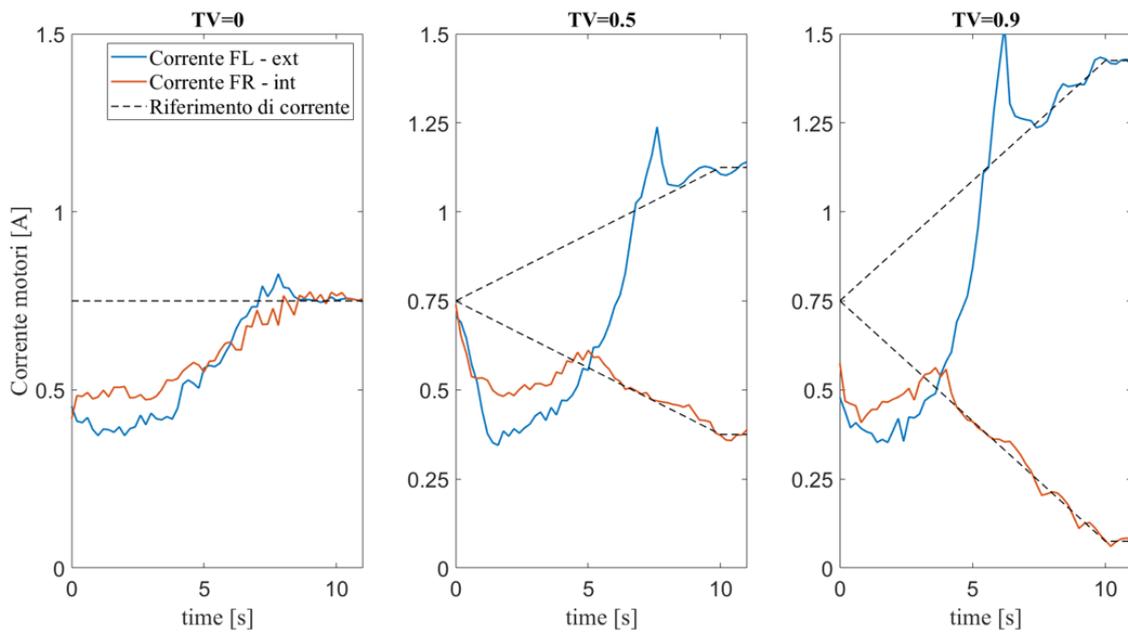
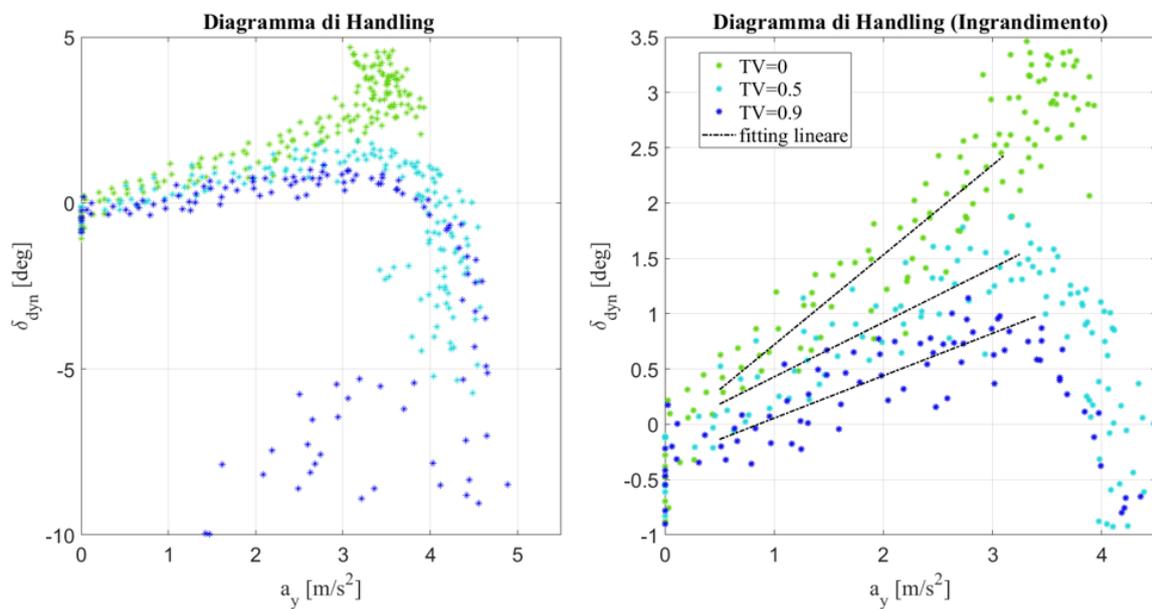


Figura 3.10 Andamento dei dati sperimentali filtrati relativi alle correnti di alimentazione dei motori delle ruote anteriori sinistra (FL) e destra (FR), e confronto con il rispettivo riferimento di corrente. Sono riportati i dati relativi ai vari test eseguiti a diversi livelli di coppia complessiva (25%, 50% e 75% della coppia massima) e con diversi livelli di implementazione del TV ($\gamma_{TV} = 0$, $\gamma_{TV} = 0.5$ e $\gamma_{TV} = 0.9$).

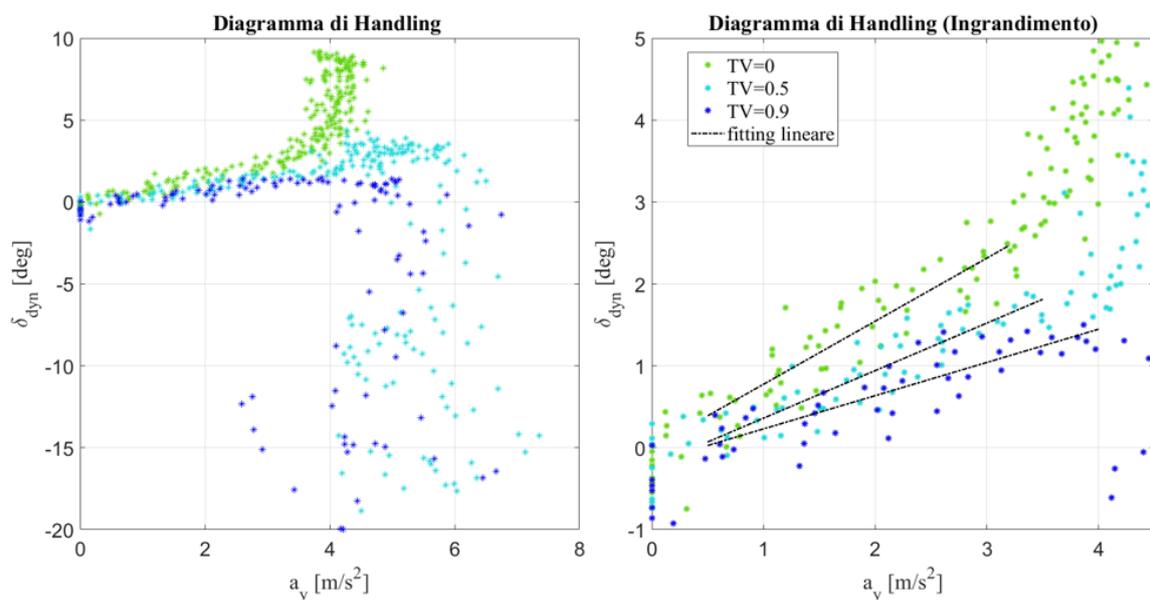
Gli andamenti delle correnti dei motori sono, come ormai ben noto, direttamente proporzionali alla coppia applicata alle ruote. Per i test eseguiti al 25% e 50% della coppia massima si osserva che l'andamento delle correnti, e dunque delle coppie, durante la manovra di *ramp-steer* è proprio quello previsto dall'implementazione del TV, con uno sbilanciamento delle coppie tra ruote interne ed esterne che aumenta linearmente con l'input di sterzo. Nei test eseguiti al 75% della coppia massima si osserva invece un andamento anomalo e non corretto, con addirittura nel caso $\gamma_{TV} = 0.9$, un

aumento nella fase iniziale della manovra della coppia sulle ruote interne piuttosto che su quelle esterne. L'effetto prodotto è quindi opposto a quello desiderato per il TV, con l'applicazione di un momento di imbardata negativo che si oppone alla sterzata del veicolo. Ciò è dovuto al raggiungimento delle condizioni operative limite per i motori elettrici delle ruote. Durante tale tipologia di prove si stima infatti che la velocità delle ruote sia intorno a $\omega_{ruote} = 1100rpm = 115 rad/s$ che corrisponde a una velocità di rotazione dell'albero del motore pari a $\omega = 1725 rad/s$. Ricordando le equazioni relative alla tensione di alimentazione del motore elettrico (1.4 - capitolo 1), si stima sia necessaria per sostenere tale velocità di rotazione e per erogare la coppia richiesta, una tensione di alimentazione del motore pari a $V = V_{\omega} + V_i = K_{\omega} \cdot \omega + R_a \cdot i_a = 3.8 \cdot 10^{-3} \cdot 1725 + 1.1 \cdot 0.75 = 6.56 + 0.825 \approx 7.4 V$. Tale tensione è maggiore rispetto a quella messa a disposizione dalla batteria che è pari a 7.3 V a carica completa. Il motore opera quindi in condizioni limite e la corrente non riesce a seguire il riferimento imposto. Inoltre i motori delle ruote esterne, che sono già quelli con richiesta di tensione maggiore in quanto le ruote esterne sono quelle più veloci, tendono a essere ulteriormente saturati dall'applicazione del TV che richiede proprio ai motori esterni una coppia motrice via via maggiore.

TEST 25% della coppia massima



TEST 50% della coppia massima



TEST 75% della coppia massima

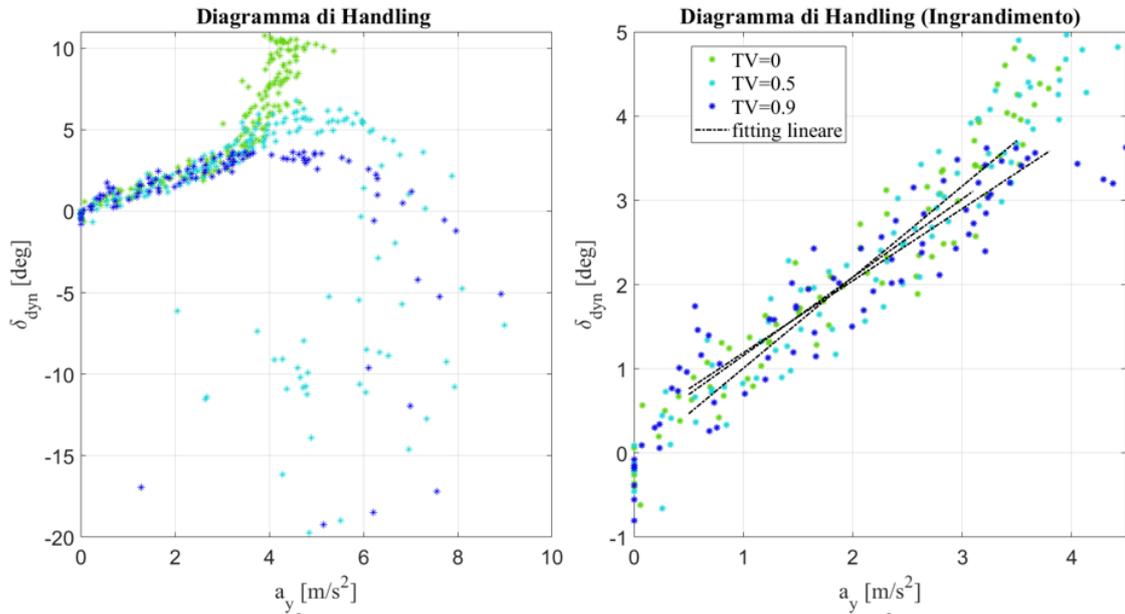


Figura 3.81 Diagrammi di handling ottenuti dai test di ramp-steer per il veicolo nella sua configurazione base ($TV=0$) e con l'applicazione del TV su due diversi livelli ($TV=0.5$ e $TV=0.9$). Si presentano inoltre i dati relativi a 3 diversi regimi di velocità, che corrispondono a 3 diversi valori di coppia di trazione complessiva fornita dai motori elettrici al veicolo, in particolare il 25%, 50% e 75% della coppia massima. I dati relativi ai test eseguiti al 75% della potenza massima non sono significativi a causa del raggiungimento del limite operativo dei motori elettrici.

Dal confronto dei diagrammi di handling ottenuti si osserva che:

- Con l'implementazione del TV si ha comunque un comportamento sottosterzante del veicolo (anche se ridotto) per piccole accelerazioni, dopodiché il veicolo diventa fortemente Sovrasterzante fino a raggiungere il limite di accelerazione in maniera asintotica. L'andamento della curva non è dunque pressoché lineare fino al raggiungimento della saturazione da parte degli pneumatici, ma c'è una inversione di tendenza prima del raggiungimento del limite di accelerazione. Ciò è dovuto essenzialmente alla modalità semplificata con cui il TV è stato implementato, con una legge stabilita a priori e funzione solo dell'angolo di sterzo del veicolo, che non tiene conto della dipendenza di M_{zz} dallo yaw rate di riferimento r_{ref} , e dalla velocità del veicolo V , come invece viene fatto da Lenzo et.al in [18] in cui $M_{zz} = f(\delta, r_{ref}, V)$ (vedi equazione (3.8))
- Come da aspettative, con l'implementazione del TV, la zona di linearità dei diagrammi risulta essere più estesa fino ad accelerazioni maggiori. Per le prove a $\gamma_{TV} = 0.5$ e $\gamma_{TV} = 0.9$ viene dunque considerato un intervallo di accelerazioni più estese su cui viene eseguito il fitting lineare per la determinazione del gradiente di sottosterzo. Gli intervalli di fitting (in termini di accelerazioni laterali) considerati per le varie prove vengono riportati in tabella 3.1.

INTERVALLI DI A_Y PER IL FITTING

TV gain	25% Coppia Max		50% Coppia Max		75% Coppia Max	
	$a_y inf$	$a_y sup$	$a_y inf$	$a_y sup$	$a_y inf$	$a_y sup$
0	0.5	3.1	0.5	3.2	0.5	3.1
0.5	0.5	3.2	0.5	3.5	0.5	3.5
0.9	0.5	3.5	0.5	4	0.5	3.5

Tabella 3.1 Tabella riassuntiva sugli intervalli di accelerazione laterale impiegati per selezionare i dati impiegati per il fitting lineare da cui si ricava il valore del gradiente di sottosterzo. Si specificano l'estremo inferiore ($a_y inf$) e l'estremo superiore ($a_y sup$) di tale intervallo. I valori di accelerazione sono espressi in $[m/s^2]$.

- I gradienti di sottosterzo del veicolo, ovvero la pendenza della curva di *handling* nella zona di linearità, risultano effettivamente ridotti con l'applicazione del TV. A parità di angolo di sterzo, infatti, il livello di accelerazione laterale a_y è tanto maggiore quanto più è elevato il contributo di imbardata legato al momento M_{zz} generato dallo sbilanciamento delle coppie dato dal TV. Per quantificare l'effetto del TV rispetto alla configurazione base del veicolo viene stimato il fattore e_{TV} , che rappresenta la differenza percentuale tra il gradiente di sottosterzo stimato per la configurazione base, e quello stimato invece nella configurazione con l'implementazione del TV.

$$e_{TV} = \frac{K_{us,Base} - K_{us,TV}}{K_{us,Base}} \cdot 100 \quad (3.25)$$

I risultati ottenuti in merito ai gradienti di sottosterzo sono riportati in tabella Tab3.2.

- Sempre come previsto, anche i limiti di accelerazione del veicolo aumentano proporzionalmente all'applicazione del TV. A parità di accelerazioni laterali a_y raggiunte, infatti, le forze laterali F_y sviluppate sono minori nel caso in cui una componente dell'accelerazione sia causata dal momento di imbardata M_{zz} dovuto al TV. Gli pneumatici cominceranno dunque a saturare, a parità di forze a terra sviluppate, per valori di accelerazione a_y maggiori nel caso di applicazione di TV. Infine, in corrispondenza dei limiti di accelerazione, i dati sperimentali risultano avere una dispersione molto maggiore nel caso di applicazione del TV rispetto al veicolo base. Ciò è dovuto all'andamento oscillatorio della curva di velocità (impiegata per il calcolo di a_y e δ_{dyn}) alla fine della manovra, il cui andamento è dovuto alle perdite di aderenza del veicolo causate dalle vibrazioni di rollio generate. I valori stimati per i limiti di accelerazione nelle varie prove sono comunque riportati in tabella Tab3.2.
 - I diagrammi relativi ai test al 75% della coppia massima vengono presentati per completezza ma non sono significativi in quanto, come già detto, durante tale prova le correnti dei motori non seguono il riferimento e dunque il TV non viene implementato in maniera corretta. Non si evidenzia infatti in tali test un evidente riduzione del gradiente di sottosterzo del veicolo che anzi, nella fase iniziale della manovra sembra addirittura aumentare nelle prove con $\gamma_{TV} = 0.5$ e $\gamma_{TV} = 0.9$ rispetto a quelle senza applicazione di TV. Ciò è però per l'appunto dovuto al fatto che la coppia non venga correttamente distribuita alle ruote, ma addirittura venga sbilanciata nella fase iniziale in maniera opposta rispetto a quanto previsto dal TV. È dunque spiegato l'apparente aumento del gradiente di sottosterzo nelle prove a $\gamma_{TV} = 0.9$ rispetto a quelle nella configurazione base del veicolo.

Effetti del TORQUE VECTORING sull' Handling

% Coppia max	TEST 25%			TEST 50%			TEST 75%		
	TV 0	TV 0.5	TV 0.9	TV 0	TV 0.5	TV 0.9	TV 0	TV 0.5	TV 0.9
$a_{y,LIM} \left[\frac{m}{s^2} \right]$	Non raggiunto	4.5	5	4	6	6	4	7	8
$K_{us} \left[\frac{rad}{m/s^2} \right]$	0.137	0.087	0.066	0.133	0.095	0.069	0.159	0.185	0.147
TV effect % (e_{TV})	/	36%	52%	/	28.9%	48.2%	/	-16%	10%

Tabella 3.3 Risultati ottenuti dall'analisi dei dati sperimentali in merito agli effetti del torque vectoring, valutati sulla base dei limiti di accelerazione $a_{y,LIM}$, di gradiente di sottosterzo K_{us} e di riduzione del gradiente di sottosterzo e_{TV} .

4 Simulazione del veicolo in ambiente Simulink

In parallelo ai test sperimentali, si è ritenuto opportuno sviluppare un modello analitico semplificato del veicolo oggetto di test. Tale modello è stato creato con l'utilizzo di Simulink, l'ambiente di progettazione, simulazione e analisi di sistemi dinamici della compagnia MathWorks. Il modello è stato creato per indagare in particolar modo la dinamica laterale del veicolo e replicare in ambiente di simulazione le manovre di *ramp-steer* per la caratterizzazione dell'*Handling* del veicolo e per la previsione degli effetti del Torque Vectoring. Il modello matematico impiegato per descrivere la dinamica del veicolo è un modello di tipo “double track” che verrà ampiamente descritto in questo capitolo. Verranno poi riportati i risultati relativi a diversi studi condotti sul modello simulato e infine si presenterà un confronto tra i risultati sperimentali e quelli ottenuti da simulazione inerenti alle manovre di *ramp-steer*.

4.1 Modello analitico double track

Si è deciso di implementare un modello di tipo “dual track”, in cui si distinguono le forze che agiscono sulle 4 ruote del veicolo. Tale modello è stato preferito a un più semplice modello bicicletta (o monotraccia, o “single track”) in quanto permette di simulare in maniera accurata la distribuzione non uniforme delle coppie sulle 4 ruote del veicolo legata al Torque Vectoring. Le 3 equazioni differenziali che descrivono la dinamica del modello sono quelle della dinamica longitudinale (4.1), della dinamica laterale (4.2) e di imbardata (4.3).

$$m_{ap}(\dot{u} - r \cdot v) = F_{x,21} + F_{x,22} + F_{x,11} \cdot \cos(\delta_{11}) + F_{x,12} \cdot \cos(\delta_{12}) + F_{y,11} \cdot \sin(\delta_{11}) + F_{y,12} \cdot \sin(\delta_{12}) - F_R \quad (4.1)$$

$$m(\dot{v} + r \cdot u) = F_{y,21} + F_{y,22} + F_{y,11} \cdot \cos(\delta_{11}) + F_{y,12} \cdot \cos(\delta_{12}) + F_{x,11} \cdot \sin(\delta_{11}) + F_{x,12} \cdot \sin(\delta_{12}) \quad (4.2)$$

$$J_{zz} \cdot \dot{r} = +a \left(F_{x,11} \cdot \sin(\delta_{11}) + F_{x,12} \cdot \sin(\delta_{12}) + F_{y,11} \cdot \cos(\delta_{11}) + F_{y,12} \cdot \cos(\delta_{12}) \right) - b(F_{y,21} + F_{y,22}) + \frac{t_r}{2}(F_{x,21} + F_{x,22}) + \frac{t_f}{2} \left(F_{x,11} \cdot \cos(\delta_{11}) + F_{x,12} \cdot \cos(\delta_{12}) - F_{y,11} \cdot \sin(\delta_{11}) + F_{y,12} \cdot \sin(\delta_{12}) \right) \quad (4.3)$$

Si sviluppa dunque un modello di moto “in piano” del veicolo, ritenendo trascurabili i moti di rollio (*roll*) e beccheggio (*pitch*) che coinvolgono la dinamica verticale del veicolo. I gradi di libertà del modello sono dunque essenzialmente 3:

- La velocità longitudinale u del CG del veicolo
- La velocità laterale v del CG del veicolo
- La velocità angolare di imbardata r del CG del veicolo.

Affinché il modello simulato fosse il più aderente possibile a quello reale testato sperimentalmente si considerano, invece, come input noti del modello:

- La coppia applicata ad ogni ruota T_{ij} . Nei test sperimentali esse sono infatti legate agli input di corrente di alimentazione dei motori, legate a loro volta alla posizione del throttle del trasmettitore con cui viene manovrato il veicolo telecomandato.
- L'angolo di sterzo virtuale δ delle ruote anteriori, gestito anch'esso a livello sperimentale attraverso la posizione del joystick del trasmettitore.
- La velocità longitudinale iniziale u_{IN} all'inizio della manovra o la velocità u , considerata costante, durante l'intera prova a seconda delle simulazioni eseguite.

Poiché si considerano note le coppie T_{ij} applicate alle ruote, le forze longitudinali $F_{x,ij}$ agenti sui pneumatici possono essere calcolate in maniera approssimata come da equazione (4.4). Nel modello

viene dunque omesso il calcolo degli *slip* longitudinali k_{ij} degli pneumatici, anche perché, non essendo nota la loro rigidità longitudinale (“*longitudinal stiffness*” C_s), non sarebbe comunque stato possibile stimare le forze longitudinali a partire dagli *slip* come $F_{x,ij} = C_s \cdot k_{ij}$.

$$F_{x,ij} = \frac{T_{ij}}{R_{ij}} \quad (4.4)$$

Per la stima delle forze laterali $F_{y,ij}$ è invece necessario il calcolo degli angoli di *slip* laterali α_{ij} (detti anche “*sideslip*”, “*lateral slip*” o “angoli di deriva”) dei pneumatici. Gli angoli di *slip* laterale rappresentano l’angolo tra la direzione della velocità del centro dell’impronta e la direzione del piano di rotazione degli pneumatici, ovvero la direzione longitudinale allo pneumatico stesso. Essi possono dunque essere ricavati dalle equazioni (4.5).

$$\alpha_{11} = \delta_{11} - \operatorname{atan} \left(\frac{v + r \cdot a}{u + r \cdot \frac{t_f}{2}} \right)$$

$$\alpha_{12} = \delta_{12} - \operatorname{atan} \left(\frac{v + r \cdot a}{u - r \cdot \frac{t_f}{2}} \right)$$

$$\alpha_{21} = -\operatorname{atan} \left(\frac{v - r \cdot a}{u + r \cdot \frac{t_r}{2}} \right)$$

$$\alpha_{22} = -\operatorname{atan} \left(\frac{v - r \cdot a}{u - r \cdot \frac{t_r}{2}} \right) \quad (4.5)$$

L’andamento previsto per forze laterali in funzione degli *sideslip* è descritto in figura 4.1.

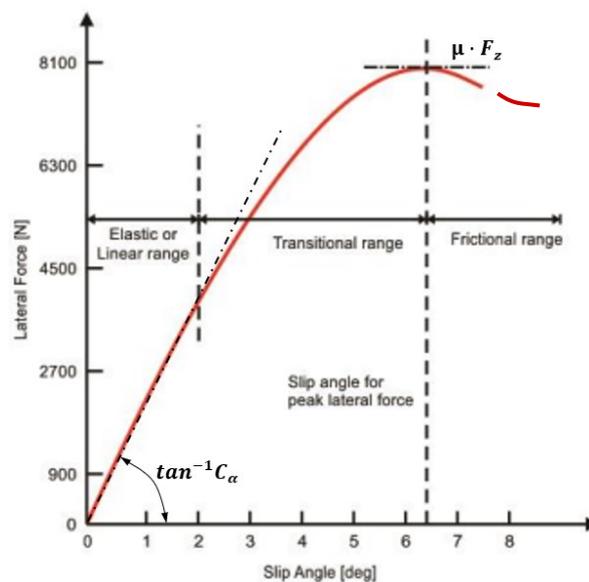


Figura 4.1 Andamento delle forze laterali in funzione degli angoli di *slip* laterale, con evidenziato l’andamento lineare a piccoli angoli di *slip* e il limite superiore delle forze $\mu \cdot F_z$ legato al limite di forze esplicabili per attrito dagli pneumatici.

Le forze laterali dipendono linearmente dagli angoli di slip per piccoli valori di questi ultimi (zona lineare). La curva $F_y(\alpha)$ può dunque essere considerata come una retta, e la pendenza della curva nell'origine è definita come la *cornering stiffness* C_α (o “rigidità laterale”) del pneumatico (4.6).

$$C_\alpha = \left. \frac{dF_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (4.6)$$

Gli pneumatici tendono poi a saturare (zona di transizione) e la forza laterale raggiunge il limite massimo pari a $F_{y,MAX} = \mu \cdot F_z$, che rappresenta la forza massima esplicabile dagli pneumatici per l'attrito con il suolo. Se si oltrepassa questo intervallo si entra nella zona di saturazione nella quale, come accennato in precedenza, si verifica uno strisciamento globale dell'impronta sul terreno. La forza pertanto diminuisce rispetto al valore massimo e tende ad assestarsi attorno ad un valore costante. Un andamento del tutto analogo è previsto per le forze longitudinali. Nell'ambito della dinamica del veicolo tale andamento delle forze esplicabili dagli pneumatici in funzione degli slip viene spesso modellato per mezzo della “magic formula” proposta da Paceijka [Ref] la cui formulazione è riportata nell'equazione (4.7):

$$Y(X) = y(x) + S_v$$

Con:

$$\begin{cases} x = X + S_h \\ y = D \cdot \sin[C \cdot \arctan\{Bx - E(Bx - \arctan(Bx))\}] \end{cases} \quad (4.7)$$

Dove:

- Y rappresenta le forze longitudinali F_x o laterali F_y (a seconda del caso)
- X rappresenta lo slip longitudinale k o $\tan(\alpha)$ (dove α è lo slip laterale).
- B , C , D , ed E sono parametri legati all'andamento delle forze. In particolare, D determina il valore di picco della curva, C è un fattore di forma e E il fattore di curvatura che determinano la forma complessiva della curva, infine B è il coefficiente di rigidezza legato alla *cornering stiffness*.
- S_h ed S_v rappresentano degli offset orizzontali e verticali nel caso in cui le curve delle forze non passino per zero.

La magic formula permette una stima accurata e precisa dell'andamento delle forze prodotte dallo pneumatico (sia longitudinali, che laterali, sia combinate) ma necessita di essere tarata su dei coefficienti che dipendono dal comportamento e dalle caratteristiche del pneumatico impiegato (vedi i parametri B , C , D , ed E della magic formula riportata nell'equazione (4.7)).

Nel caso del veicolo in scala ridotta impiegato per i test, gli pneumatici risultano estremamente semplici e diversi dal punto di vista costruttivo da degli pneumatici di veicoli standard, il che rende impossibile prevederne il comportamento per similitudine con degli pneumatici tradizionali. Vista l'impossibilità di conoscere dunque i coefficienti da impiegare nella magic formula per i pneumatici del veicolo in scala, si è deciso di utilizzare nelle simulazioni un modello di pneumatico lineare semplificato. Tale modello non permetterà di cogliere sicuramente i limiti di accelerazione del veicolo reale ma, per piccoli angoli di slip e piccole accelerazioni risulta comunque adeguato a descrivere in maniera accurata la dinamica laterale del veicolo reale. Basterà dunque calcolare i gradienti di sottosterzo basandosi sui dati in un range di accelerazioni lontano da dall'accelerazione limite del veicolo reale. Le forze laterali sono dunque calcolate nel modello Simulink in funzione degli angoli di sideslip, come da equazione (4.8).

$$F_{y,ij} = C_{s,ij} \cdot \alpha_{ij} \quad (4.8)$$

Si precisa inoltre che non si tiene conto nel modello dei trasferimenti di carico \hat{F}_z sulle ruote, dovute agli effetti dinamici delle accelerazioni laterali e longitudinali. Non è infatti necessario tenere conto dei trasferimenti di carico in quanto gli pneumatici vengono modellati linearmente e non si ha

interesse nella dinamica di beccheggio e rollio del veicolo, per cui i carichi $F_{z,ij} = F_{z,ST,ij} + \widehat{F}_{z1j}$ non compaiono in nessuna delle equazioni del modello matematico. Infine, le forze resistenti F_R sono state modellate come da equazione (4.9), impiegando i coefficienti stimati sperimentalmente nelle prove di *coast down*. Di seguito vengono presentate tutte le equazioni incluse nel modello, che fanno riferimento allo schema del veicolo rappresentato in Fig4.2.

$$F_R(u) = f_0' + f_1' \cdot u + f_2' \cdot u^2$$

$$\text{Con } \begin{cases} f_0' = 0.309 \\ f_1' = 0.223 \\ f_2' = 0.0497 \end{cases}$$

(4.9)

Si precisa che, rispetto allo schema in figura 4.2., si impiega nelle equazioni del modello una differente numerazione delle grandezze. In particolare, il primo pedice fa riferimento all'asse anteriore (1) o posteriore (2), mentre il secondo pedice fa riferimento al lato sinistro (1) o destro (2) del veicolo.

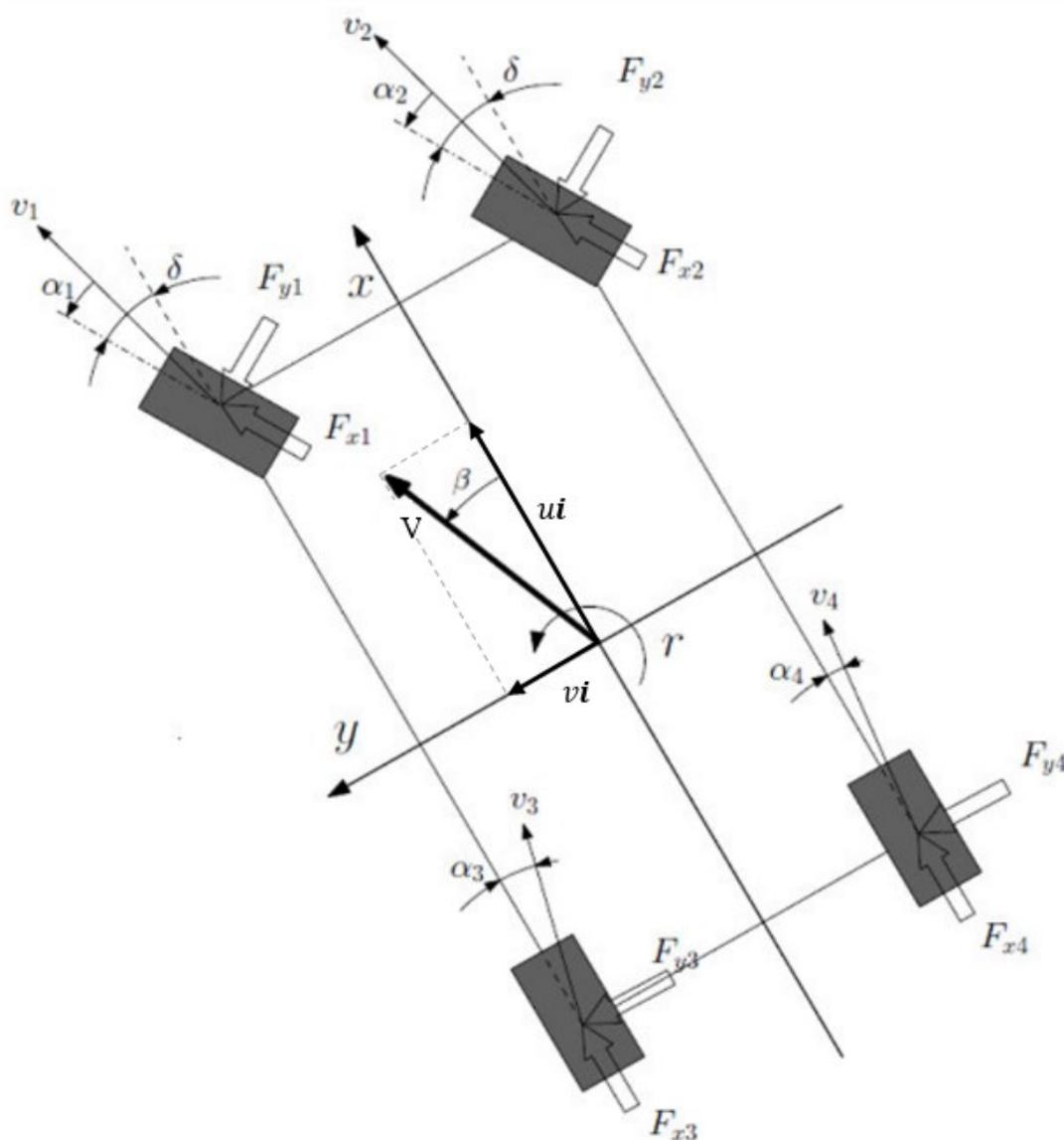


Figura 4.2 Schema del veicolo secondo il modello "double track" o "4 ruote" con rappresentazione delle forze esplicitate da ciascuno dei 4 pneumatici.

Il modello dinamico del veicolo è stato risolto integrando le sue equazioni differenziali con il solutore “Ode23s” di Simulink (Stiff-Rosenbrock), più adatto alla risoluzione di problemi di tipo “stiff” rispetto al classico solutore “Ode45”.

4.1.1 Modellazione sistema di sterzo

Anche per quanto riguarda il sistema di sterzo si è cercato di impiegare un modello analitico che riproducesse in modo quanto più possibile veritiero il sistema di sterzo reale del veicolo fisico. Dalle analisi eseguite successivamente nella sezione 1.4.6, si osserva infatti che il meccanismo di sterzo influenza la dinamica laterale del veicolo e gli effetti del Torque vectoring.

Si è preso dunque come riferimento l’analisi del cinematismo del sistema di sterzo del veicolo reale presentata nel capitolo 1.4.6, in particolare si è tenuto conto dei valori stimati del rapporto di sterzo K_s (manovre a destra) e del rapporto di Akerman $v_{net}=0.4$. L’angolo di sterzo che viene considerato come input del modello analitico del veicolo è l’angolo di sterzo virtuale delle ruote δ , a partire dal quale si stimano rispettivamente gli angoli di sterzo della ruota sinistra δ_{11} e della ruota destra δ_{12} . Poiché il modello analitico è perfettamente simmetrico tra destra e sinistra, nelle simulazioni vengono eseguite per semplicità solo manovre di sterzo a destra, per cui la ruota sinistra risulta essere quella esterna e la ruota a destra quella interna. Poiché il cinematismo dello sterzo del veicolo risulta essere un 40% Akerman, δ_{11} e δ_{12} vengono stimati calcolando innanzitutto gli angoli di Akerman $\delta_{A,int}$ e $\delta_{A,ext}$ a partire dall’angolo di sterzo virtuale δ secondo le equazioni (4.10). Gli angoli di Akerman vengono poi corretti applicando un “toe angle” t “correttivo” per tenere conto di $v_{net} = 0.4$, in modo da ottenere gli angoli di sterzo effettivi δ_{11} e δ_{12} alle ruote secondo l’equazione (4.11). Il valore del *toe angle* t è a sua volta funzione non solo del rapporto di Akerman v_{net} , ma anche degli angoli $\delta_{A,int}$ e $\delta_{A,ext}$, e dunque di δ (4.12).

$$\delta_{A,int} = \tan^{-1} \left(\frac{w \cdot \tan(\delta)}{w - \frac{t_f}{2} \cdot \tan(\delta)} \right)$$

$$\delta_{A,ext} = \tan^{-1} \left(\frac{w \cdot \tan(\delta)}{w + \frac{t_f}{2} \cdot \tan(\delta)} \right)$$
(4.10)

$$\delta_{11} = \delta_{ext} = \delta_{A,ext} - t$$

$$\delta_{12} = \delta_{int} = \delta_{A,int} + t$$
(4.11)

$$t = (1 - v_{net}) \cdot \frac{(\delta_{A,ext} - \delta_{A,int})}{2}$$
(4.12)

4.2 Stima delle cornering stiffness per tentativi

Il modello analitico *double track* proposto per caratterizzare il veicolo reale in ambiente di simulazione necessita della conoscenza dei valori di *cornering stiffness* C_α degli pneumatici per la stima delle forze laterali. Nel caso del veicolo in scala studiato e con gli strumenti a disposizione, non risultava però possibile stimare sperimentalmente tale parametro. Degli pneumatici di dimensioni così ridotte non potevano infatti essere testati sulla macchina degli pneumatici presente in laboratorio. Poiché il gradiente di sottosterzo del veicolo risulta noto dall’analisi delle prove sperimentali di *ramp steer*, è possibile se non altro stimare in prima approssimazione il rapporto tra le *cornering stiffness* complessive dell’asse anteriore $C_{\alpha,F} = C_{\alpha,11} + C_{\alpha,12}$ e dell’asse posteriore $C_{\alpha,R} = C_{\alpha,21} + C_{\alpha,22}$. Esiste infatti una correlazione analitica tra il gradiente di sottosterzo K_{us} , le

cornering stiffness e i parametri geometrici del veicolo, che può essere ricavata dal modello monotraccia. Tale correlazione, presentata nell'equazione (4.13), seppur riferita a un modello semplificato, permette comunque di conoscere in prima approssimazione il rapporto σ tra le *cornering stiffness*, noto il gradiente di sottosterzo e il valore assoluto di una delle due *cornering stiffness*.

$$K_{us} = m \cdot \frac{b \cdot C_{\alpha,R} - a \cdot C_{\alpha,F}}{C_{\alpha,R} \cdot C_{\alpha,F} (a + b)} = \frac{1}{g} \left(\frac{F_{z,st,F}}{C_{\alpha,F}} - \frac{F_{z,st,R}}{C_{\alpha,R}} \right) \quad (4.13)$$

$$\sigma = \frac{C_{\alpha,F}}{C_{\alpha,R}} \quad (4.14)$$

$$\sigma = \frac{b}{a - C_{\alpha,F} \cdot \frac{K_{us}}{m} \cdot (a + b)} = \frac{F_{z,st,R}}{F_{z,st,F} - C_{\alpha,F} \cdot K_{us} \cdot g} \quad (4.15)$$

L'idea iniziale è dunque quella di assumere un valore di coefficiente di *cornering stiffness* per l'asse anteriore vicino ai valori tipici assunti da tale grandezza per un pneumatico standard. Poiché la *cornering stiffness* di un pneumatico è fortemente influenzata dal carico normale agente su di esso, si preferisce confrontare la proprietà del pneumatico usando il coefficiente di *cornering stiffness* CC_{α} (detto anche "*cornering stiffness* normalizzata") definito come il rapporto tra la *cornering stiffness* il carico normale (4.16).

$$CC_{\alpha} = \frac{C_{\alpha}}{F_z} \quad (4.16)$$

Nei veicoli standard il coefficiente di *cornering stiffness* assume solitamente valori intorno a $0.12/^{\circ}$ per un pneumatico byas tradizionale (ormai molto poco usati) e valori intorno a $0.16/^{\circ}$ per pneumatici radiali [41]. Se sia assume dunque un valore di coefficiente di *cornering stiffness* pari, ad esempio, a $CC_{\alpha} = 0.16/^{\circ}$ per gli pneumatici anteriori del veicolo, e si considera che il carico agente su ognuno di essi è $F_z = \frac{b}{w} \cdot \frac{mg}{2} = 3.122 N$ si ricava un valore complessivo della rigidità di deriva sull'asse anteriore pari a $C_{\alpha,F} = 2 \cdot CC_{\alpha} \cdot F_z \approx 1 N/^{\circ} \approx 57 N/rad$. Stimata in questo modo la *cornering stiffness* dell'asse anteriore sarebbe dunque possibile ricavare il valore di σ e quindi di $C_{\alpha,R}$ dalle equazioni (4.15) e (4.14), noto il valore del gradiente di sottosterzo del veicolo che è stato stimato nelle prove di ramp-steer analizzate nel capitolo 2 e risultato essere pari a $K_{us} = 0.01325 \frac{rad}{m/s^2}$. Si osserva però che non è teoricamente possibile ottenere dei valori di gradiente di sottosterzo così elevati, con una $C_{\alpha,F} \approx 57 N/rad$, in quanto la *cornering stiffness* sull'asse posteriore dovrebbe essere negativa e pari a $C_{\alpha,R} = -2970 N/rad$, il che da un punto di vista fisico non ha senso. Si osserva infatti che l'andamento previsto, secondo la formulazione del gradiente di sottosterzo con il modello monotraccia, della *cornering stiffness* dell'asse posteriore $C_{\alpha,R}$ in funzione di quella dell'asse anteriore $C_{\alpha,F}$, per ottenere un certo gradiente di sottosterzo K_{us} , è quello rappresentato in figura Fig4.3. Tale andamento è ricavato dalla combinazione delle equazioni (4.13) e (4.14).

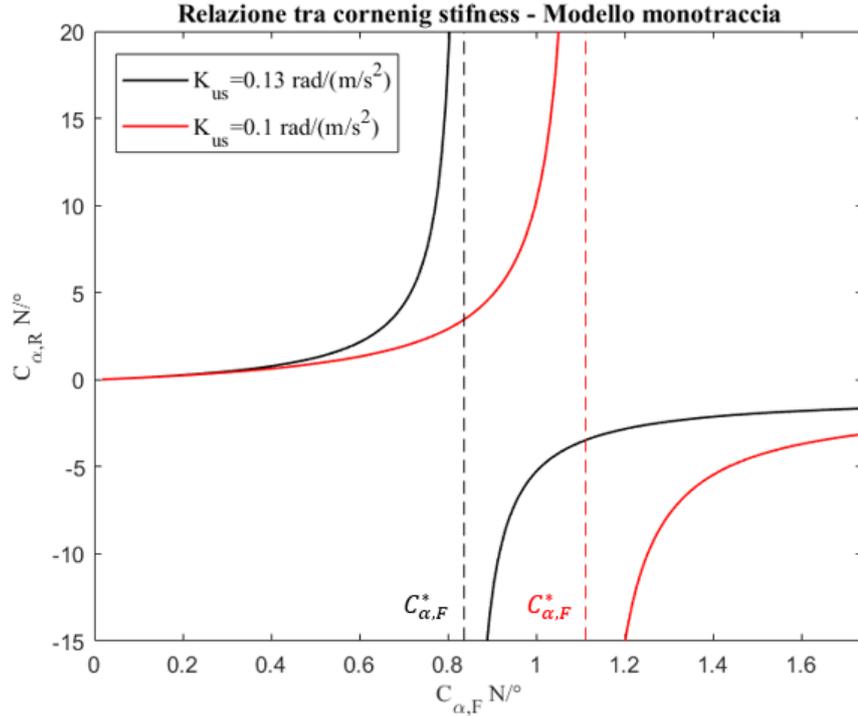


Figura 4.3 Andamento previsto secondo il modello monotraccia della cornering stiffness dell'asse posteriore $C_{\alpha,R}$ in funzione della cornering stiffness dell'asse anteriore $C_{\alpha,F}$, per ottenere un determinato gradiente di sottosterzo K_{us} del veicolo.

Si osserva in particolare che esiste un valore limite della cornering stiffness della asse anteriore (denominato $C_{\alpha,F}^*$ e calcolabile con l'espressione (4.17)) per il quale risulta fisicamente possibile raggiungere il gradiente di sottosterzo desiderato con cornering stiffness dell'asse posteriore positive.

$$C_{\alpha,F}^* = \frac{b}{(a + b) \cdot \frac{K_{us}}{m}} \quad (4.17)$$

Nel nostro caso l'ipotesi, dunque, di supporre $C_{\alpha,F} \approx 57 \text{ N/rad}$ come quella di un veicolo standard non è plausibile in quanto tale valore supera quello limite $C_{\alpha,F}^* \approx 48 \text{ N/rad}$ per ottenere il gradiente di sottosterzo del veicolo reale. Si conclude dunque che i semplici pneumatici del veicolo in scala non sono paragonabili, in termini di *cornering stiffness*, a degli pneumatici normali. Considerazioni ulteriori sulle proprietà degli pneumatici del veicolo testato verranno successivamente proposte nel capitolo 4.3. Per la stima delle cornering stiffness del veicolo reale esistono dunque infinite combinazioni possibili, che forniscono tutte lo stesso valore del gradiente di sottosterzo. Si sono dunque eseguite una serie di simulazioni semplificate del veicolo in manovre di *ramp-steer*, considerando la coppia alle ruote costante (come nei test sperimentali) e, per semplicità, anche la velocità longitudinale costante $u = 3 \text{ m/s}$ (fornendo l'input costante di u e omettendo di fatto l'equazione della dinamica longitudinale trascurando il calcolo delle forze resistenti che diventano un'incognita del modello) con diverse combinazioni possibili di $C_{\alpha,R}$ e $C_{\alpha,F}$. Si sono dunque selezionati alcuni set di *cornering stiffness* che fornissero un valore di $K_{us} \approx 0.13 \left[\frac{\text{rad}}{\text{m/s}^2} \right]$, vicino a quello del veicolo reale stimato sperimentalmente, riportate in tabella 4.1.

N° Simulazione	$C_{\alpha,F}$ [N/rad]	$C_{\alpha,F}$ [N/rad]	$\frac{C_{\alpha,R}}{C_{\alpha,F}}$	$K_{monotraccia}$ [rad/(m/s ²)]	K_{Us} [rad/(m/s ²)]
1	2	6	3	2.0263	1.2283
2	5	10	2	0.5969	0.4688
3	5	15	3	0.8105	0.6377
4	7	14	2	0.4264	0.3546
5	7	20	2.86	0.5637	0.4701
6	8	10.5	1.31	0.1632	0.1373
7	9	12	1.33	0.1536	0.1308
8	10	30	3	0.4053	0.3538
9	10	40	4	0.4587	0.4009
10	10	13	1.3	0.1259	0.1088
11	10	15	1.5	0.1916	0.166
12	10	18	1.8	0.2628	0.2284
13	10	20	2	0.2985	0.2597
14	20	30	1.5	0.0958	0.0871
15	20	35	1.75	0.1263	0.1157
16	20	40	2	0.1492	0.1369
17	20	45	2.25	0.167	0.1536
18	20	47	2.35	0.1731	0.1591
19	30	29	0.97	-0.0147	-0.019
20	30	37	1.23	0.0331	0.0293
21	30	40	1.33	0.0461	0.0418
22	30	50	1.67	0.0781	0.0724
23	30	60	2	0.0995	0.0929
24	40	40	1	-0.0055	-0.008
25	40	50	1.25	0.0265	0.0237
26	40	60	1.5	0.0479	0.0444
27	40	70	1.75	0.0632	0.0592
28	40	80	2	0.0746	0.0702
29	70	100	1.43	0.0243	0.0225
30	70	120	1.71	0.035	0.033
31	70	140	2	0.0426	0.0405
32	70	160	2.29	0.0484	0.0461
33	70	180	2.57	0.0528	0.0505
34	70	70	1	-0.0031	-0.0047
35	70	65	0.93	-0.0102	-0.0118
36	70	60	0.86	-0.0184	-0.0201

Tabella 4.1 Tabelle riassuntiva sulle coppie di cornering stiffness testate in ambiente di simulazione, simulando una manovra di ramp-steer del veicolo con velocità costante a $u=4$ m/s. Si riportano i valori del gradiente di sottosterzo ottenuti dalla simulazione K_{Us} e quelli stimati analiticamente in prima approssimazione dall'equazione (4.13) relativa al modello monotraccia. Vengono evidenziati le simulazioni che producono un gradiente vicino a quello stimato sperimentalmente per il veicolo e pari a $K_{Us} \approx 0.135$ [rad/g].

Si osserva in generale che i valori di cornering stiffness selezionate presentano un rapporto via via maggiore tanto più sono elevate in termini assoluti. A partire dall'analisi delle cornering stiffness presentata in tabella 4.1, per capire quale fosse l'accoppiata di *cornering stiffness* più vicina a quella effettiva del veicolo reale, si è valutato quale di queste fornisse i risultati simulati più aderenti a quelli sperimentali sotto diversi aspetti, non solo in termini di gradiente di sottosterzo. In particolare, si sono analizzati i seguenti fattori:

- Gradiente di sottosterzo nominale, con distribuzione equa della coppia complessiva sulle 4 ruote.

- Andamento di velocità durante un test di *ramp-steer* senza l'applicazione del TV. L'andamento della velocità durante la prova non è infatti legato solo alle forze resistenti e all'angolo di sterzo che varia la quota di componente laterale e longitudinale delle forze degli pneumatici anteriori. Tali effetti non dipendono infatti dalle *cornering stiffness*. Queste ultime influenzano comunque la curva di velocità e dunque la dinamica longitudinale del veicolo perché associate agli slip laterali. Tanto maggiori sono gli *slip angle*, tanto maggiore sarà la quota di potenza fornita al veicolo che verrà dissipata nel produrli. Quindi a parità di gradiente di sottosterzo prodotto, *cornering stiffness* con valori assoluti più bassi necessiteranno di angoli di slip maggiori per produrre le stesse forze laterali e dunque sottrarranno una quota maggiore di potenza alla trazione del veicolo che verrà impiegata nella produzione degli slip laterali, determinando una diminuzione più accentuata della velocità longitudinale del veicolo stesso.
- Effetti prodotti dal torque vectoring. Si confrontano gli effetti del torque vectoring delle varie simulazioni con i dati sperimentali, in termini di riduzione del gradiente di sottosterzo, ovvero attraverso il parametro e_{TV} (definito dall'equazione (3.25), capitolo 3.3). Dalle simulazioni eseguite si osserva infatti che, a parità di gradiente di sottosterzo nominale nella configurazione base, con coppie di *cornering stiffness* meno sbilanciate e con valori assoluti più bassi si tendono a produrre effetti di TV maggiori.

Con i set di *cornering stiffness* selezionati in tabella 4.1, sono state dunque ripetute le simulazioni in modo da massimizzare l'attinenza con le prove sperimentali. Il modello Simulink® completo del veicolo (integrando anche l'equazione della dinamica longitudinale) è stato dunque simulato imponendo:

- una rampa di sterzo all'angolo virtuale medio delle ruote da $\delta = 0$ a $\delta = 14.1^\circ$ in 10 s.
- una velocità iniziale all'inizio della manovra pari a quella della prova sperimentale scelta per il confronto. In particolare, $u_{in} = 3.2$ [m/s] per i test al 25% della coppia massima, e $u_{in} = 4.2$ [m/s] per i test al 50% della coppia massima.
- una coppia complessiva alle ruote costante e pari a quella impiegata nelle prove sperimentali
- un'implementazione del torque vectoring identica a quella impiegata nel software di controllo del veicolo.

Le simulazioni sono state ripetute ricalcando i test sperimentali sia al 25% che 50% della coppia massima, e ricalcando le 3 diverse configurazioni testate sperimentalmente senza TV, con il 50% di TV e il 90% di TV. Di seguito viene dunque riportato il confronto tra i dati sperimentali e quelli delle varie simulazioni. In particolare, in 4.4 il confronto tra gli andamenti delle velocità longitudinali u , in 4.5 il confronto tra i diagrammi di *handling* e infine in 4.2 il confronto numerico tra i gradienti di sottosterzo K_{us} e gli effetti del TV (e_{TV}).

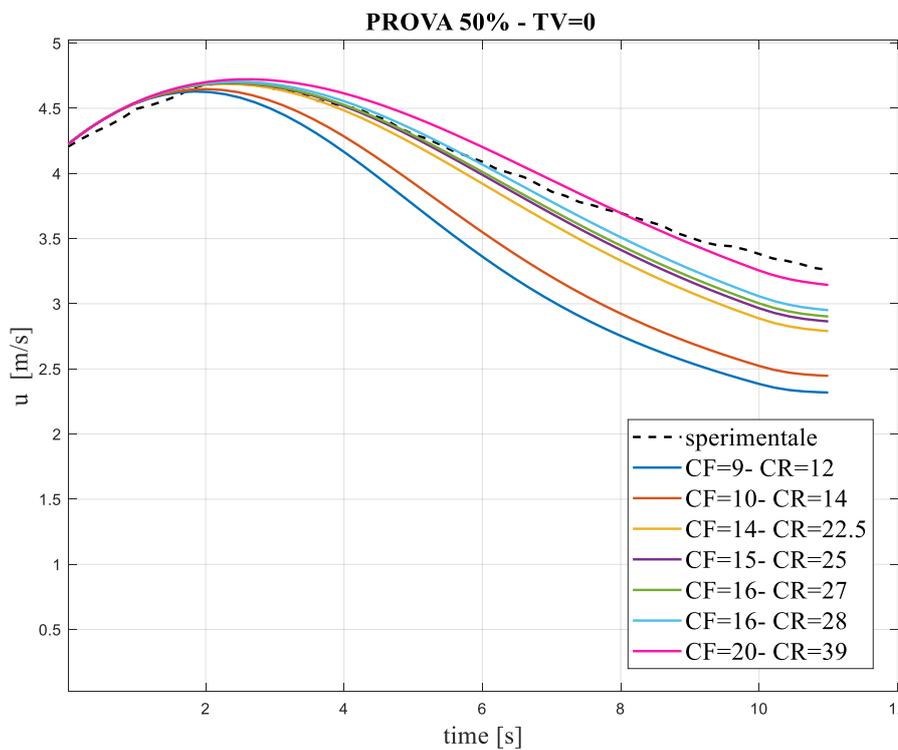
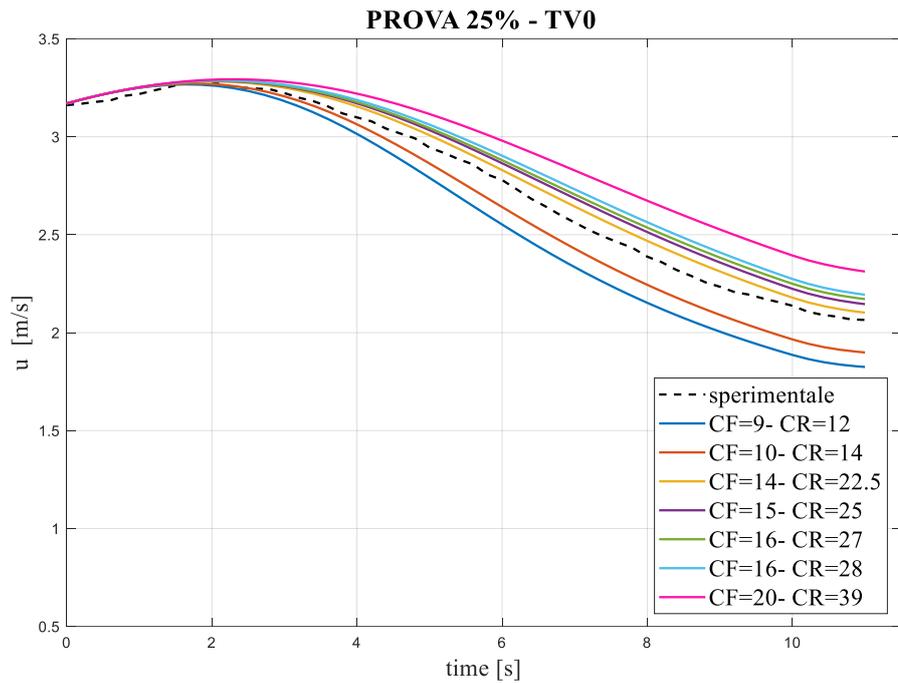


Figura 4.4 Confronto tra le curve di velocità durante una manovra di ramp-steer del veicolo nella sua configurazione base (senza l'implementazione del TV). I risultati ottenuti con le varie combinazioni di cornering stiffness testate in ambiente di simulazione, e confronto con i dati ottenuti sperimentalmente. Il confronto è proposto sia per i test eseguiti al 25% che al 50% della coppia massima di trazione.

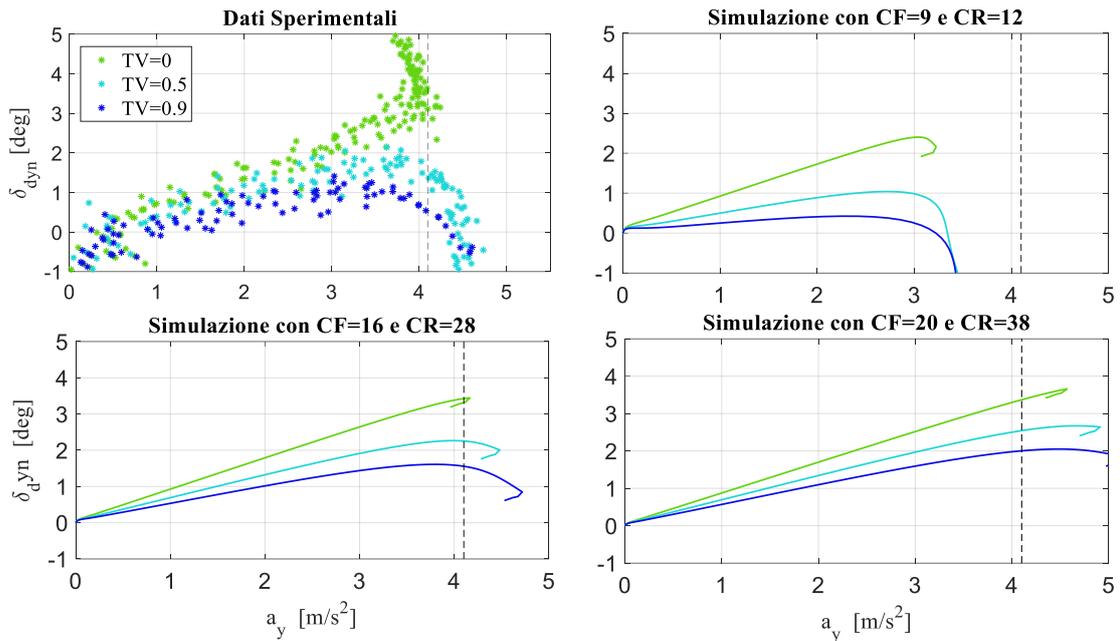


Figura 4.5 Confronto tra i digrammi di handling ottenuti sperimentalmente con quelli ottenuti dalle simulazioni con diversi valori di cornering stiffness. I digrammi fanno riferimento ai test eseguiti fornendo al veicolo il 25% della coppia massima.

TEST 25% della Coppia Max

	$C_{\alpha,F}$	$C_{\alpha,R}$	$\frac{C_{\alpha,R}}{C_{\alpha,F}}$	K_{US} TV=0	K_{US} TV=0.5	K_{US} TV=0.9	e_{TV} TV=0.5	e_{TV} TV=0.9
SPER	n.d.	n.d.	n.d.	0.1370	0.0870	0.0660	36%	52%
SIM	9	12	1.33	0.1310	0.0545	0.0154	58.4%	88.2%
	10	14	1.40	0.1400	0.0712	0.0330	49.2%	76.4%
	14	22.5	1.64	0.1470	0.0984	0.0685	33.1%	53.4%
	15	25	1.67	0.1410	0.0967	0.0686	31.4%	51.4%
	16	27	1.69	0.1352	0.0944	0.0677	30.2%	49.9%
	16	28	1.75	0.1434	0.1020	0.0755	28.9%	47.4%
	20	38	1.90	0.1293	0.0981	0.0767	24.1%	40.6%

TEST 50% della Coppia Max

	$C_{\alpha,F}$	$C_{\alpha,R}$	$\frac{C_{\alpha,R}}{C_{\alpha,F}}$	K_{US} TV=0	K_{US} TV=0.5	K_{US} TV=0.9	e_{TV} TV=0.5	e_{TV} TV=0.9
SPER	n.d.	n.d.	n.d.	0.1335	0.0952	0.0691	28.9%	48.2%
SIM	9	12	1.33	0.1215	0.0512	0.0160	57.8%	86.8%
	10	14	1.40	0.1309	0.0644	0.0327	50.8%	75.1%
	14	22.5	1.64	0.1409	0.0890	0.0607	36.8%	56.9%
	15	25	1.67	0.1356	0.0880	0.0607	35.1%	55.2%
	16	27	1.69	0.1304	0.0862	0.0603	33.9%	53.8%
	16	28	1.75	0.1382	0.0931	0.0669	32.7%	51.6%
	20	38	1.90	0.1261	0.0904	0.0687	28.4%	45.5%

Tabella 4.2 Tabella di confronto tra i gradienti di sottosterzo e gli effetti del TV ottenuti sperimentalmente e ottenuti dalle simulazioni con diversi valori di cornering stiffness. Il confronto è riportato indipendentemente per i test eseguiti al 25% e al 50% della coppia massima. I valori delle cornering stiffness sono riportati in [N/rad], mentre quelli del gradiente di sottosterzo in [rad/g].

In tabella vengono riportati gli errori percentuali (calcolati come da equazione 4.18) tra i valori del gradiente di sottosterzo stimati sperimentalmente e quelli ottenuti per un set di cornering stiffness comprese tra $C_{\alpha,F} = 15 \div 16 [N/rad]$ per l'asse anteriore e $C_{\alpha,R} = 25 \div 28 [N/rad]$ per l'asse posteriore. Si osserva che, per i set di cornering stiffness analizzate, gli errori percentuali sono contenuti e inferiori al 15%. In particolare, per $C_{\alpha,F} = 16 [N/rad]$ e $C_{\alpha,R} = 28 [N/rad]$, che sembra essere la configurazione che fornisce i risultati più attinenti con quelli sperimentali, l'errore è inferiore al 3.5% per le prove a velocità intermedia.

$$err_{\%} = \frac{K_{us,sper} - K_{us,sim}}{K_{us,sper}} \cdot 100$$

(4.18)

Errore % tra dati sperimentali e simulazioni

				Test 25% coppia max			Test 50% coppia max		
				TV=0	TV=0.5	TV=0.9	TV=0	TV=0.5	TV=0.9
	$C_{\alpha,F}$	$C_{\alpha,R}$	$\frac{C_{\alpha,R}}{C_{\alpha,F}}$						
$err_{\%}$ su K_{us}	15	25	1.67	1.57%	7.56%	12.16%	2.92%	11.15%	3.94%
	16	27	1.69	2.32%	9.45%	10.74%	1.31%	8.51%	2.58%
	16	28	1.75	3.52%	2.21%	3.18%	4.67%	15.24%	14.39%

Tabella 4.3 Tabella con gli errori % tra il valore di K_{us} stimato sperimentalmente e quello ricavato dalle simulazioni per diversi valori di cornering stiffness.

4.3 Confronto tra dati sperimentali e simulati: validazione del modello numerico e stima finale delle *cornering stiffness*

Dal confronto tra dati sperimentali e simulati si possono trarre le seguenti conclusioni:

- **Curve di velocità.** Per le prove al 25% di coppia massima, la curva di velocità sperimentale è meglio ricalcata dai dati simulati per valori di cornering stiffness più bassi intorno a $C_{\alpha,F} \approx 15 [N/rad]$ per l'asse anteriore e circa $C_{\alpha,R} \approx 25 [N/rad]$ per quello posteriore. Al contrario, per i test al 50% invece le curve simulate aderiscono maggiormente ai dati sperimentali per valori di cornering stiffness più elevate intorno a $C_{\alpha,F} \approx 16 [N/rad]$ per l'asse anteriore e circa $C_{\alpha,R} \approx 28 [N/rad]$. In quest'ultimo caso, inoltre, si riscontra una buona aderenza tra dati sperimentali e simulati solo per la parte iniziale della curva, dopodiché le simulazioni tendono a sottostimare i valori sperimentali di velocità. Tale aspetto però è probabilmente dovuto anche all'incertezza sul calcolo delle forze resistenti $F_R(u)$. Si ricorda infatti che esse erano state stimate dai test di coast-down escludendo la zona iniziale della curva a velocità elevata per escludere la fase di transitorio in cui le correnti dei motori non erano nulle. Ciò determina che l'andamento stimato per le forze resistenti $F_R(u)$ risulti probabilmente meno accurato alle alte velocità (test al 50%) piuttosto che alle basse (test al 25%). Inoltre, la zona di maggiore interesse della curva di velocità è proprio quella iniziale, nella prima fase della manovra, a cui corrispondono i range di accelerazioni laterali entro i quali viene calcolato il gradiente di sottosterzo.
- **Accelerazioni laterali raggiunte.** Nei test sperimentali al 25%, si osserva che il limite di accelerazione del veicolo non è pienamente raggiunto ma solo appena accennato. Ciò significa che il comportamento degli pneumatici durante tutta la prova è pressoché lineare e essi non arrivano a saturare. La simulazione svolta con un modello di pneumatico lineare dovrebbe dunque essere pienamente attinente ai dati sperimentali. Si evince dunque che le accelerazioni laterali raggiunte alla fine della manovra debbano essere pressoché coincidenti tra simulazioni e sperimentazione. Si esclude dunque che le cornering stiffness del veicolo possano essere troppo basse (ad esempio inferiori a $C_{\alpha,F} = 10$ e $C_{\alpha,R} = 14$) in quanto, da quanto emerge dalle simulazioni, il veicolo raggiungerebbe alla fine della manovra delle accelerazioni laterali intorno

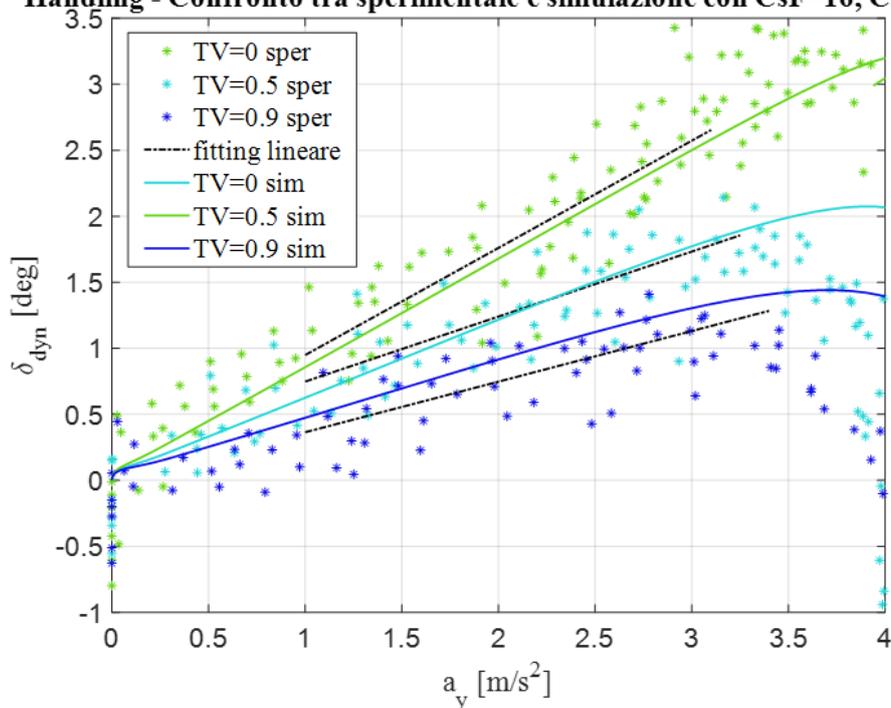
ai $3m/s^2$, inferiori rispetto a quelle registrate sperimentalmente. Analogamente anche la combinazione di cornering stiffness molto elevate ($C_{\alpha,F} = 28$ e $C_{\alpha,R} = 40$) sembrerebbe da escludere in quanto il veicolo tende a raggiungere accelerazioni laterali più elevate di quelle sperimentali, anche se in questo caso la discrepanza tra simulazione e dati sperimentali potrebbe essere dovuta all'incipiente saturazione degli pneumatici nel caso reale. Considerazioni analoghe non possono essere fatte per i test al 50% della coppia massima in quanto in questo caso il raggiungimento del limite di accelerazione è evidente osservando le curve di handling sperimentali; dunque, il confronto tra simulazioni e sperimentazione può essere condotto solo entro la zona di linearità degli pneumatici.

- Andamento gradienti di sottosterzo e effetti del TV. Come si può osservare dai dati riportati in 4.3, dalle simulazioni emerge che i valori delle cornering stiffness hanno un'influenza sugli effetti del torque vectoring, a parità di sbilanciamento di coppia imposto. Tale aspetto è in realtà spiegato anche dal punto di vista teorico, osservando che le *cornering stiffness* rientrano nell'equazione (equazione (3.8)-capitolo 3.1) che lega lo yaw rate r e il momento di imbardata M_{zz} dovuto allo sbilanciamento delle coppie sulle ruote. In generale si osserva che tanto maggiore è il valore assoluto delle *cornering stiffness* tanto minore è l'effetto del torque vectoring in termini di riduzione percentuale del gradiente di sottosterzo. Con delle combinazioni di *cornering stiffness* intorno a $C_{\alpha,F} = 28$ e $C_{\alpha,R} = 40$, (già ritenute plausibili dalle considerazioni sopra fatte) le simulazioni prevedono un effetto del torque vectoring intorno a $TV_{eff,0.5} \approx 30\%$ per implementazione del 50% del TV, e $TV_{eff,0.9} \approx 50\%$ per implementazione del 90% del TV. Tali valori sono perfettamente in linea con i risultati ottenuti sperimentalmente.

Di seguito (vedi 4.6) viene presentato il confronto tra i diagrammi di *handling* dei dati sperimentali e simulati ottenuti per dei valori di cornering stiffness pari a $C_{\alpha,F} = 16 [N/rad]$ sull'asse anteriore e $C_{\alpha,R} = 28 [N/rad]$ sull'asse posteriore. Tali valori di cornering stiffness sono stati stimati essere probabilmente tra i più realistici per il veicolo testato, in quanto forniscono una buona aderenza tra dati sperimentali e simulati sotto i vari aspetti analizzati. Anche dal confronto dei diagrammi di *handling* del veicolo, si evince che i risultati ottenuti con questa combinazione di *cornering stiffness* è più che soddisfacente.

TEST 25% della coppia massima

Handling - Confronto tra sperimentale e simulazione con CsF=16, CsR=28



TEST 50% della coppia massima
Handling - Confronto tra sperimentale e simulazione con CsF=16, CsR=28

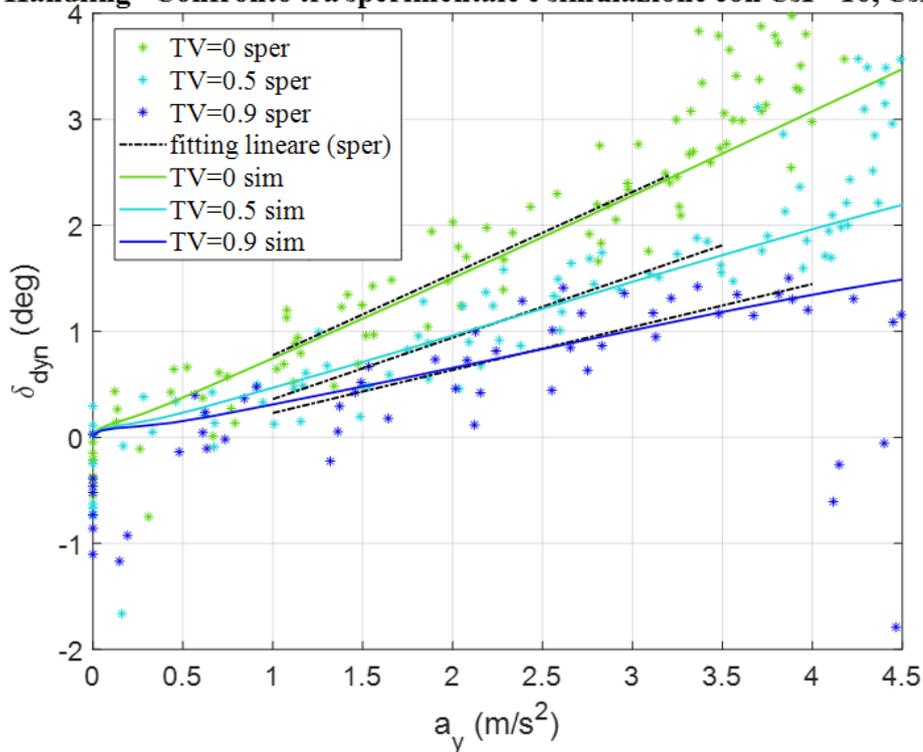


Figura 4.9 Confronto dei dati sperimentali e simulati in termini di diagrammi di handling e gradienti di sottosterzo. La simulazione che è stata selezionata per il confronto è quella eseguita con cornering stiffness dell'asse anteriore $C_{\alpha,F} = 16$ [N/rad] e all'asse posteriore $C_{\alpha,R} = 28$ [N/rad]. Tale combinazione di cornering stiffness è infatti tra quelle che forniscono la maggior aderenza tra dati sperimentali e simulati, sotto i vari aspetti analizzati. Il confronto è presentato sia per i test eseguiti al 25% che 50% della coppia massima, con tutti i diversi livelli di implementazione del TV.

Dalle considerazioni appena proposte si evince che, il processo di stima delle *cornering stiffness* del veicolo per tentativi dal confronto tra dati sperimentali e simulazioni è complesso, anche a causa delle elevate incertezze su alcuni parametri stimati sperimentalmente e poi impiegati nel modello analitico del veicolo (ad esempio le forze resistenti $F_R(u)$). È dunque difficile individuare una soluzione che ricalchi perfettamente i dati sperimentali sotto ogni aspetto analizzato. Considerando le bande di incertezza è però possibile individuare una soluzione di “trade-off”, ovvero di compromesso, che nel complesso risulta approssimare in maniera soddisfacente i risultati sperimentali. Si ritiene dunque che le *cornering stiffness* degli pneumatici del veicolo studiato possano essere circa $C_{\alpha,F} \approx 15 - 16$ [N/rad] per l'asse anteriore e circa $C_{\alpha,R} \approx 25 - 28$ [N/rad] per l'asse posteriore. Tali risultati, tradotti in termini di coefficienti di *cornering stiffness* sono $CC_{\alpha,F} = 2.56$ [rad⁻¹] e $CC_{\alpha,R} = 4.25$ [rad⁻¹]. Tali valori sono piuttosto inferiori rispetto a quelli di pneumatici standard che si aggirano intorno a $CC_{\alpha} \approx 0.12 - 0.16$ [1/°]. L'analisi ha dunque portato a propendere per delle cornering stiffness dal valore assoluto più elevato e tra loro molto discostate. Il rapporto tra le due è infatti intorno a $\frac{C_{\alpha,R}}{C_{\alpha,F}} \approx 1.6 \div 1.7$. Questo aspetto allontana molto il veicolo in scala testato da un veicolo standard in scala 1:1, in cui solitamente i rapporti tra le cornering stiffness posteriore e anteriore sono ben inferiori (intorno a 1.15). Si è dunque tentato di stabilire se un rapporto tra cornering stiffness così elevato risulti plausibile per il veicolo testato. Le considerazioni a riguardo vengono riportate nella successiva sezione.

4.4 Analisi degli pneumatici del veicolo in relazione alle *cornering stiffness* stimate

Gli pneumatici sono un elemento importante del veicolo, il cui compito è quello di trasmettere le forze e la potenza dal veicolo stesso alla strada. Gli pneumatici in scala del veicolo oggetto di test sono molto diversi ed estremamente semplificati rispetto a uno pneumatico normale. Essi non presentano infatti al loro interno aria in pressione, dunque, non sono paragonabili ai normali pneumatici per auto con camera d'aria o *tubless*. Essi non sono però tanto meno degli pneumatici in gomma piena, come quelli che possono essere utilizzati su veicoli da lavoro lenti o rimorchi. Gli pneumatici del veicolo sono infatti composti semplicemente da un copertone in gomma all'interno dei quali è inserito uno spessore di gomma piuma morbida, il tutto montato sui cerchioni in plastica delle ruote semplicemente per incastro. L'elemento in gomma piuma fornisce al pneumatico la rigidità che normalmente è data dall'aria in pressione. Come si può osservare in 4.7 gli pneumatici del veicolo testato, estremamente semplici, mancano di tutti gli elementi propri di un pneumatico normale. In un pneumatico standard si riconoscono infatti molteplici elementi:

- Il battistrada ovvero l'elemento esterno a contatto con l'asfalto
- Il pacco cintura composto da strati multipli di filamenti metallici e in nylon disposti in varie direzioni e interposti tra la carcassa e il battistrada; conferiscono resistenza, elasticità allo pneumatico e diminuiscono la resistenza al rotolamento.
- La spalla (o fianco) che è l'elemento laterale dello pneumatico che va dal cerchio al battistrada. Anche esso rinforzato con tele si oppone alla flessione a cui è sottoposto il pneumatico durante l'impiego.
- Il tallone è uno strato di tela gommata di collegamento al cerchio della ruota che impedisce l'usura provocata dallo sfregamento contro il bordo del cerchio e che garantisce l'attrito necessario per evitarne la rotazione del pneumatico sullo stesso.
- Rivestimento interno in gomma sigilla la cavità interna piena d'aria, fungendo da vera e propria camera d'aria nei pneumatici *tubeless* (senza camera d'aria).
- Il cerchietto che è un filo d'acciaio ricoperto di gomma e posto nel tallone che assicura il fissaggio del pneumatico al cerchio.



Figura 4.7 Confronto tra il pneumatico in scala del veicolo testato (B) e uno pneumatico standard di un veicolo di dimensioni normali (A). Si nota la differenza estrema dal punto di vista costruttivo dei due pneumatici.

Vista la diversità degli pneumatici del nostro veicolo rispetto a un pneumatico standard, non è possibile dunque correlare le cornering stiffness stimate, come viene fatto normalmente in letteratura [41], a parametri come il carico normale sullo pneumatico, la sua pressione di gonfiaggio, il numero di strati di tele della cintura, la disposizione delle corde delle tele, ecc. Ci si è dunque concentrati essenzialmente sulle caratteristiche geometriche degli pneumatici, in particolare sull'altezza della spalla h e sulla larghezza del battistrada b . Il rapporto tra le due grandezze $\frac{h}{b}$ costituisce l'"aspect ratio" dello pneumatico è noto essere un fattore importante che influenza la rigidità di deriva dello pneumatico [42], [43]. Si è infatti osservato che gli pneumatici anteriori e posteriori del veicolo risultano apparentemente costruiti nello stesso materiale e che gli spessori del copertone di gomma e dell'inserito in gomma piuma sono pressoché identici tra i due pneumatici. L'aspetto che maggiormente differenzia i due pneumatici è invece proprio la larghezza laterale b degli stessi. Gli pneumatici posteriori, con $s_R = 39$ mm, sono evidentemente più larghi rispetto a quelli anteriori con $s_F = 31$ mm. L'altezza della spalla è invece pressoché identica per i due pneumatici, con un valore di $h_R \approx 8.5$ mm per quelli posteriori e di $h_F \approx 8.5$ mm per quelli anteriori.

In degli pneumatici normali la spalla risulta avere una rigidità laterale molto maggiore rispetto alla zona centrale del battistrada. Ciò fa sì che la *cornering stiffness* e la resistenza a flessione dello pneumatico risultino essere determinate principalmente proprio dalla zona della spalla. In generale è noto che tanto minore è l'*aspect ratio* dello pneumatico, e quindi tanto minore è l'altezza della spalla (a parità di larghezza dello pneumatico) tanto più la sua capacità di sterzo è maggiore, ovvero la *cornering stiffness* risulta maggiore. Come già detto però, gli pneumatici in analisi sono completamente diversi da uno pneumatico standard ed in essi non si distingue una zona della spalla particolarmente più rigida rispetto al corpo dello pneumatico; anzi senza l'elemento irrigidente interno di gomma piuma il pneumatico è in grado di opporre solo una minima resistenza alla deformazione. Si ritiene dunque che il pneumatico analizzato possa essere trattato come un materiale omogeneo, senza distinguere le differenti rigidità della spalla e del battistrada. Per tentare di spiegare il comportamento laterale dello pneumatico in questione, si è fatto dunque riferimento al modello *brush*, o a *spazzole*. Tale modello fisico, ampiamente trattato in letteratura [16], permette di spiegare la generazione delle forze da parte di uno pneumatico in condizioni di rotolamento quasi-stazionarie. Il pneumatico viene modellato come un'unica fila di sottili "setole" o "spazzole" distribuite sulla circonferenza di un disco sottile (vedi 4.8). Quando le spazzole entrano nella zona di contatto (o "impronta") col suolo si deformano e, in virtù della loro rigidità, producono le forze e momenti espliciti dallo pneumatico.

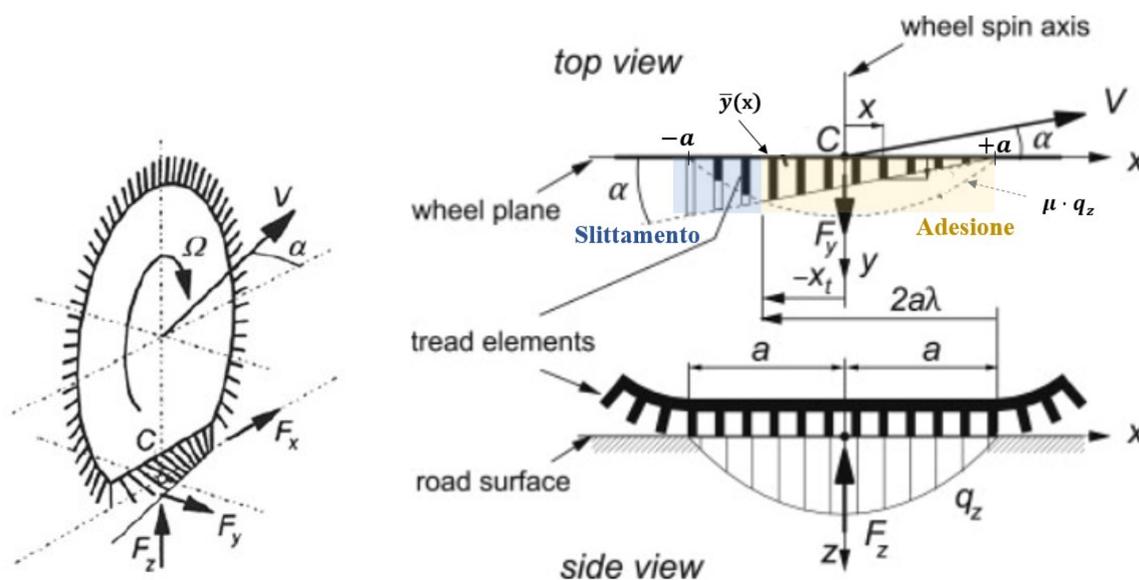


Figura 4.8 (A) Modello brush o "a spazzole" dello pneumatico. (B) Modello brush inerente al caso di puro slip laterale, con rappresentazione dell'andamento parabolico del carico normale q_z (side view) e delle deformazioni laterali $\bar{y}(x)$ [44]

Nel modello *brush* si considera una distribuzione del carico normale q_z di tipo parabolico (vedi figura 4.8B), con carico massimo al centro dell'impronta e nullo all'estremità, del tipo:

$$q_z = \frac{3F_z}{4a^3}(a^2 - x^2) \quad (4.19)$$

Concentrandosi sul caso di interesse, ovvero la generazione delle forze laterali, si considera per semplicità il caso di puro *side slip* dello pneumatico (vedi figura 4.8B). Le equazioni che descrivono il comportamento dello pneumatico sono le seguenti e tengono in considerazione la distinzione tra zona di adesione dell'impronta (in cui per l'ipotesi di adesione la velocità laterale delle spazzole a contatto con il suolo $V_{P,y}$ è nulla) e la zona di scivolamento dell'impronta in cui invece le spazzole tendono a slittare in quanto le forze di attrito esplicabili non sono sufficienti a mantenerle adese al terreno. La coordinata x_T segna la transizione tra la zona di adesione e quella di scivolamento, in quanto in corrispondenza di essa si raggiunge una forza elastica per unità di lunghezza pari a quella di attrito $\mu \cdot q_z(x)$. La forza laterale generata si distingue dunque in due componenti: quella generata nella zona di adesione dalle forze elastiche della spazzola deformata $F_{y,A}$, e quella generata nella zona di slittamento dalle forze di attrito $F_{y,S}$ (4.20).

$$\begin{aligned} F_y = F_{y,A} + F_{y,S} &= \underbrace{\int_{x_T}^a K_{P,y} \cdot \bar{y} \cdot dx}_{\text{Adesione}} + \underbrace{\int_{-a}^{x_T} \mu \cdot q_z \cdot dx}_{\text{Scivolamento}} \\ &= 3\mu \cdot F_z \cdot \theta_y \cdot \tan(\alpha) \left(1 - \theta_y \cdot \tan(\alpha) + \frac{1}{3} \theta_y \tan(\alpha) \right) \end{aligned}$$

Con:

$$\bar{y} = (a - x)\tan(\alpha) \text{ nella zona di adesione}$$

$$\frac{x_T}{2a} = \theta_y \cdot \tan(\alpha) - \frac{1}{2}$$

$$\theta_y = \frac{2a^2 \cdot K_{P,y}}{3\mu \cdot F_z}$$

(4.20)

Dove:

- a è la semi-lunghezza dell'area di contatto dello pneumatico
- x_T è la coordinata longitudinale che segna la transizione tra la zona di adesione e di scivolamento.
- μ è il coefficiente di attrito
- F_z è la forza normale complessiva sullo pneumatico mentre $q_z(x)$ è la distribuzione del carico normale lungo l'impronta
- α è l'angolo di slip laterale
- \bar{y} è la deformazione laterale della spazzola a contatto con il terreno
- $K_{P,y}$ è la rigidità laterale della spazzola, dunque la rigidità dello pneumatico per unità di lunghezza
- θ_y è un coefficiente adimensionale legato agli altri parametri secondo l'equazione (4.20)

Ricordando la definizione di *cornering stiffness*, trascurando i termini di ordine superiore, si ottiene dall'equazione (4.21):

$$C_\alpha = 2 \cdot K_{P,y} \cdot a^2 \quad (4.21)$$

Nelle equazioni sopra riportate non compare un termine esplicitamente legato alla larghezza dello pneumatico, in quanto il modello *brush* considera lo pneumatico condensato in un disco sottile e non ne modella lo sviluppo laterale. Dalle equazioni sopra riportate si evince però che la *cornering stiffness* sia direttamente proporzionale alla rigidità laterale per unità di lunghezza del pneumatico $K_{P,y}$, che considerando un pneumatico uniforme longitudinalmente, è data da:

$$K_{P,y} = \frac{K_y}{2a} \quad (4.22)$$

Dove K_y è la rigidità laterale complessiva dello pneumatico. Sono proprio queste due grandezze, K_y e $K_{P,y}$, che risultano dipendere dalla larghezza b dello pneumatico, o ancora più precisamente dall'*aspect ratio* h/b . Per le riflessioni precedentemente proposte, il pneumatico può essere infatti considerato, in prima approssimazione, come un elemento omogeneo con modulo elastico E . La spazzola del modello *brush* può essere dunque vista come una trave omogenea incastrata sul cerchione in plastica che viene considerato infinitamente rigido rispetto alla gomma. Il modello della spazzola deformata lateralmente a causa degli *slip* laterali è dunque paragonabile a quello di una trave incastrata inflessa sotto l'azione di una forza di taglio F_y (vedi 4.9). La freccia massima all'estremità della trave deformata (f_{max}) è dunque correlata alla deformazione laterale \bar{y} della spazzola nell'area di contatto dell'impronta, e dunque all'angolo di *slip* α . Una correlazione analoga tra spazzola e trave inflessa è proposta in [45]

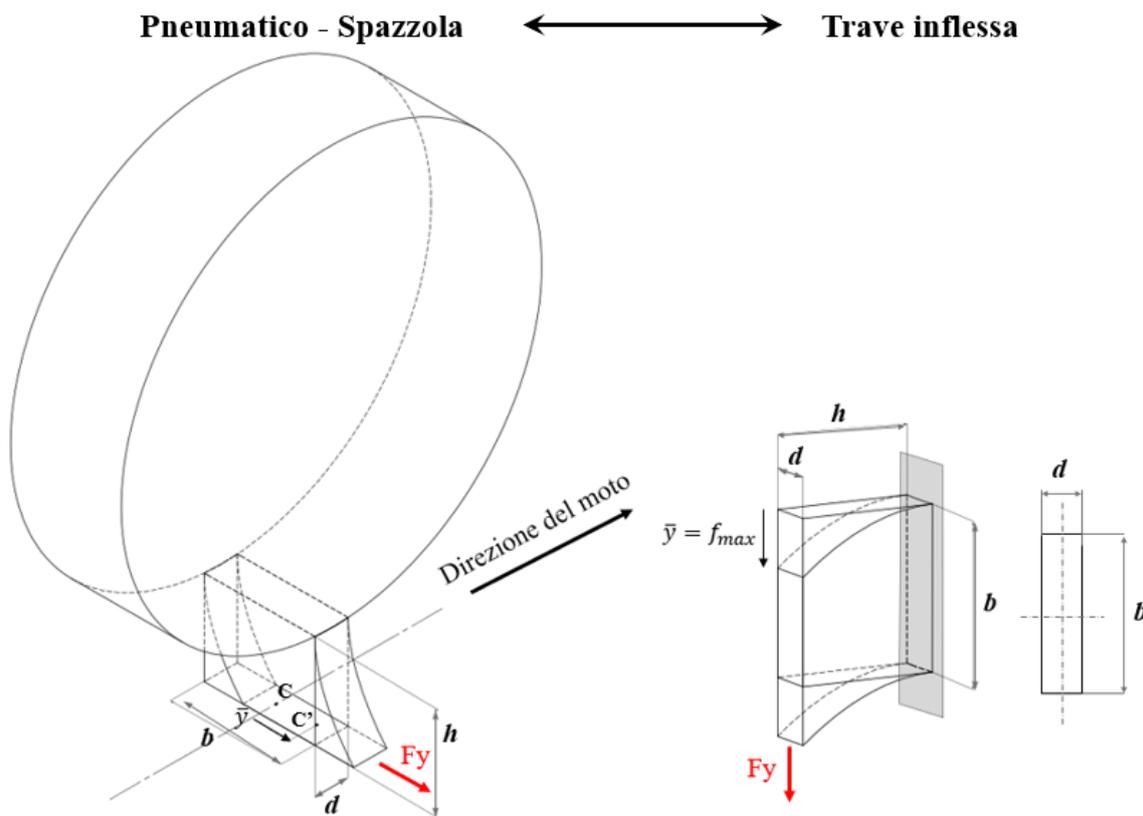


Tabella 4.9 Modellazione della spazzola del pneumatico deformata lateralmente come una trave incastrata e inflessa a causa della forza di taglio, rappresentata da F_y .

Dalla teoria della meccanica dei solidi la relazione tra F_y e f_{max} per una trave incastrata caricata all'estremità è la seguente:

$$F_y = K_f \cdot f_{max} = \frac{3 \cdot E \cdot J_x}{h^3} \cdot f_{max} \quad (4.23)$$

$$J_x = \frac{d \cdot b^3}{12} \quad (4.24)$$

$$K_f = \frac{4 \cdot E \cdot d \cdot b^3}{h^3} \quad (4.25)$$

Dove:

- K_f è la rigidezza flessionale della trave che per analogia viene correlata alla rigidezza laterale K_y della spazzola dello pneumatico.
- f_{max} è la freccia massima all'estremità della trave inflessa, correlata alla deformazione laterale della spazzola \bar{y} nell'area di contatto
- E è il modulo elastico del materiale della trave/spazzola, supposte omogenee
- J_x è il momento di inerzia della sezione della trave, rispetto alla sollecitazione F_y
- b è la larghezza dello pneumatico
- h è l'altezza della spalla dello pneumatico
- d è lo spessore della spazzola infinitesima considerata.

Poiché il valore di d non risulta noto, è conveniente ragionare con la rigidezza laterale per unità di lunghezza $K_{p,y}$ della spazzola (che è anche la grandezza a cui fa riferimento il modello *brush*) in quanto tale termine si elide:

$$K_y \leftrightarrow K_f$$

$$K_{p,y} \leftrightarrow \frac{K_f}{d} = \frac{4 \cdot E \cdot b^3}{h^3} \quad (4.26)$$

Poiché da equazione (4.26) la *cornering stiffness* dipende linearmente da $K_{p,y}$ e quest'ultima dipende dal cubo dell'*aspect ratio*, si è ricavata la dipendenza di C_α dalla larghezza del pneumatico b e dall'altezza della spalla h . In particolare, dunque che le *cornering stiffness* degli pneumatici risultano inversamente proporzionali al cubo dell'*aspect ratio* (A_{ratio}). Per completezza dell'analisi, poiché la *cornering stiffness* dipende anche dal quadrato della lunghezza a dell'impronta dello pneumatico si è valutato se questa fosse influenzata dalla larghezza b dello pneumatico. Sempre per analogia del pneumatico deformato con una trave, si potrebbe in questo caso associare il pneumatico deformato radialmente (deformazione radiale Δ_R) sotto effetto del carico normale F_Z , come una trave incastrata e soggetta a compressione. In questo caso b influenzerebbe la rigidezza radiale dello pneumatico, dunque il valore di Δ_R e infine la lunghezza dell'impronta a . È infatti noto in letteratura che la lunghezza dell'impronta tende a diminuire con la larghezza dello pneumatico, a parità di caratteristiche dello pneumatico e a parità di carico normale [45] (vedi figura 4.10).

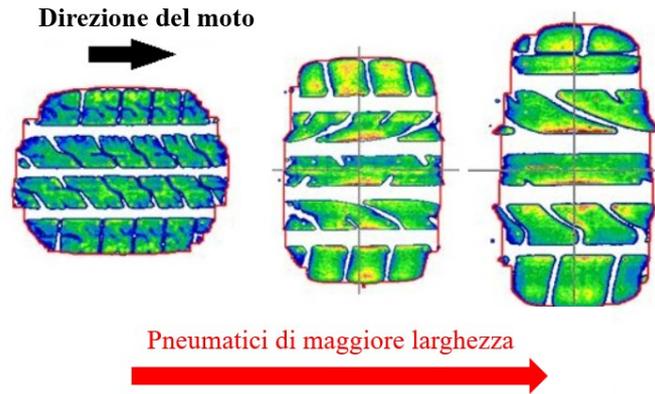


Figura 4.10 Variazione della geometria e delle lunghezze dell'impronta al variare della larghezza dello pneumatico [45].

Visto che però la dipendenza tra a e b non è una proporzionalità semplice, e alla luce del fatto la lunghezza dell'impronta dipende anche dal carico normale F_z agente sullo pneumatico (diverso per asse anteriore e posteriore) si è ritenuto opportuno procedere alla misurazione sperimentale di a , piuttosto che ricercare una correlazione analitica complessa per stimare numericamente il valore della lunghezza dell'impronta degli pneumatici anteriori e posteriori. Vista la complessità della trattazione si è preferito, al posto di ricercare relazioni analitiche complesse tra le varie grandezze, andare a valutare sperimentalmente in maniera diretta l'impronta dei due pneumatici. Si è dunque eseguita una prova sperimentale piuttosto rudimentale andando a valutare l'impronta del pneumatico in condizione statiche, semplicemente colorando con dell'inchiostro il pneumatico e andando a imprimere l'area di contatto su di un foglio.

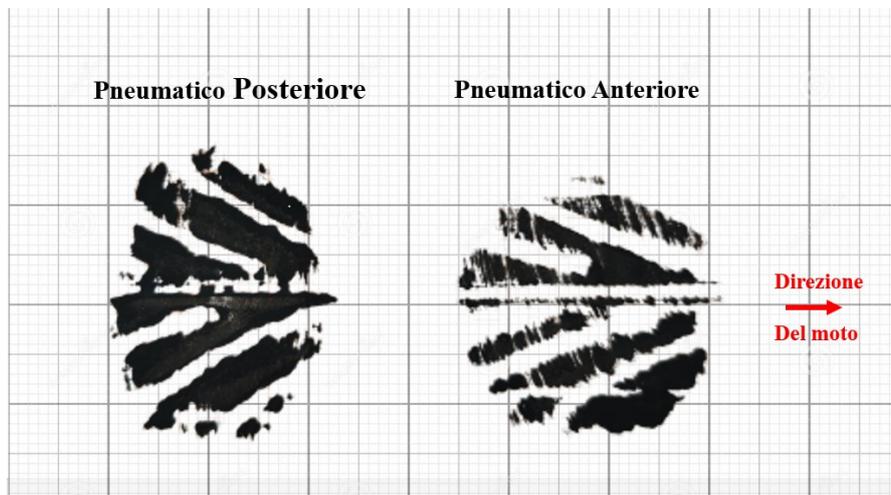


Figura 4.11 Impronte degli pneumatici posteriore e anteriore del veicolo in scala testato, rilevate in condizioni statiche.

Grandezza	Descrizione	Pneumatico Posteriore	Pneumatico Anteriore
b	Larghezza pneumatico	31 mm	39 mm
b'	Larghezza impronta	23 mm	29 mm
h	Altezza spalla	≈ 8.5 mm	≈ 8.5 mm
$2a$	Lunghezza impronta	25 mm	23 mm

Tabella 4.4 Tabella riassuntiva sulle principali caratteristiche geometriche degli pneumatici anteriori e posteriori del veicolo, e delle loro impronte a terra.

Dal test sperimentale eseguito si evince che le lunghezze $2a$ delle due impronte sono rispettivamente paria a $2a_R = 23 \text{ mm}$ per gli pneumatici posteriori e $2a_F = 25 \text{ mm}$ per gli pneumatici anteriori. Si considera dunque, in maniera più completa la *cornering stiffness* come proporzionale al prodotto $F = \left(\frac{b}{h}\right)^3 \cdot a^2$ (vedi equazione Ee).

$$C_\alpha = 2 K_{P,y} \cdot a^2 \propto \left(\frac{b}{h}\right)^3 \cdot a^2 \quad (4.27)$$

Ricalcolando dunque il rapporto tra i fattori $F = \left(\frac{b}{h}\right)^3 \cdot a^2$ degli pneumatici posteriori e anteriori si ottiene un valore pari a $\frac{F_R}{F_F} = \frac{\left(\frac{29^3}{8.5}\right) \cdot 23^2}{\left(\frac{23^3}{8.5}\right) \cdot 25^2} = 1.69$. Tale valore perfettamente al valore del rapporto stimato per le *cornering stiffness* del veicolo pari a $\frac{C_{\alpha,R}}{C_{\alpha,F}} \approx 1.6 \div 1.7$. Grazie all'analisi proposta sugli pneumatici del veicolo, si dimostra dunque che i valori di *cornering stiffness* stimati dalle simulazioni, seppur apparentemente piuttosto distanti da quelli di un veicolo standard, sono in realtà realistici se si considera la geometria e le proprietà degli pneumatici del veicolo oggetto dello studio.

5 Conclusioni

Questo lavoro di tesi si è concentrato sullo sviluppo di una piattaforma sperimentale costituita da un veicolo in scala 1:12 appositamente sensoriato e studiato per condurre test di dinamica del veicolo e sperimentare l'implementazione del *torque vectoring*. Il primo contributo di tale lavoro è infatti quello di aver ottenuto un veicolo i cui 4 motori elettrici potessero essere gestiti in maniera indipendente attraverso la logica di controllo desiderata. Grazie al sistema PI (Proporzionale-Integrativo) sviluppato per il controllo dei motori in corrente, piuttosto che in tensione, è inoltre possibile controllare in maniera diretta la coppia applicata alle ruote. Tali aspetti rendono dunque il veicolo sviluppato particolarmente adatto alla sperimentazione del *torque vectoring*. La dinamica del veicolo nella sua configurazione base, senza TV e con coppia equamente distribuita alle ruote, è stata indagata attraverso test di *coast-down* (dinamica longitudinale) e test di *ramp-steer* (dinamica laterale). Dai test di *coast-down* è emerso un andamento delle forze resistenti del veicolo in funzione della velocità in linea con quello di un veicolo standard. In particolare, i valori stimati per il coefficiente di *rolling resistance* ($C_{rr} \approx 0.02$) del veicolo in scala risultano in linea con quelli di veicoli normali. I valori invece del coefficiente di *drag* $c_D \approx 1.9$ del veicolo testato sono notevolmente più elevati rispetto a quelli di un veicolo standard ($c_D \approx 0.2 - 0.45$), ma comunque accettabili se si considera la forma non aerodinamica del veicolo testato ed effetti dovuta alla scala ridotta. Il fulcro di questo lavoro di tesi è stata l'esecuzione dei test di *ramp-steer* per determinare la caratteristica sterzante del veicolo e la sua performance in termini di *handling*. Dai test sperimentali si evince un comportamento sterzante del veicolo fortemente asimmetrico a seconda che la manovra di sterzo venga compiuta a destra e a sinistra, con differenze percentuali tra i gradienti di sottosterzo stimati per manovre a destra e per manovre a sinistra. In particolare, la differenza tra i due valori è superiore al 100%, ovvero il valore di K_{us} per manovre a destra è circa doppio rispetto a quello ottenuto per manovre a sinistra. Il comportamento sterzante fortemente asimmetrico del veicolo, che non presenta asimmetrie evidenti, è probabilmente dovuto a un comportamento anomalo del cinematismo del sistema di sterzo e dello stesso servomotore che ne funge da attuatore. Visto l'andamento più lineare delle manovre di sterzata a destra, il resto del lavoro svolto si concentra su queste ultime. Il valore del gradiente di sottosterzo del veicolo per tali manovre è stato stimato intorno a $K_{us} = 7.7 [^\circ/g]$, con valori che variano leggermente a seconda della velocità di esecuzione della prova. Tali variazioni sono con tutta probabilità legate all'incertezza sui dati sperimentali raccolti. Considerando le bande di incertezza (con livello di confidenza al 95%) sulle stime di k_{us} a diverse velocità si osserva che esse sono infatti sovrapposte. I valori stimati del gradiente di sottosterzo sono considerevolmente più elevati rispetto a quelli tipici di un veicolo standard (intorno a 2-3 $[^\circ/g]$) ma si ritiene che tale differenza sia dovuta alle differenze costruttive evidenti del veicolo in scala testato con uno standard. Il limite di accelerazione laterale del veicolo (senza TV) è invece stimato intorno a $4.1 [m/s^2]$. Nonostante l'ampio studio degli algoritmi di *torque vectoring* proposti in letteratura, a causa dei problemi riscontrati con il veicolo oggetto di test all'inizio di questo lavoro, si è riusciti a testare e implementare sul veicolo in scala soltanto un algoritmo di TV semplificato in anello aperto e senza la definizione di un target di *yaw rate* r_{ref} . Gli effetti del TV sono stati comunque evidenti, con un miglioramento generale dell'*handling* del veicolo e della capacità sterzante del veicolo. In particolare, uno sbilanciamento della coppia tra lato destro e sinistro del veicolo del 50% produce una riduzione intorno al 30% del gradiente di sottosterzo rispetto al veicolo nella sua configurazione base, mentre uno sbilanciamento di coppia del 90% produce una riduzione del 50% di K_{us} . Anche i limiti di accelerazione laterale del veicolo risultano aumentati grazie al TV, con un'accelerazione limite che passa da circa $4 [m/s^2]$ del veicolo base a circa $7 [m/s^2]$ per il veicolo con l'applicazione del TV. Tali risultati sono confermati anche dal modello numerico di tipo *double track* sviluppato per il veicolo in scala e simulato in ambiente Simulink. In merito alle simulazioni eseguite, si segnala la problematica relativa alla non conoscenza dei valori delle *cornering stiffness* del veicolo reale, non stimabili sperimentalmente a causa della mancanza di strumentazione idonea in laboratorio per un veicolo in scala così ridotta. L'approccio seguito è stato dunque quello di simulare il veicolo per diversi set di *cornering stiffness*, fino a individuare i valori di $C_{\alpha,F}$ e $C_{\alpha,R}$ che fornissero risultati simulati con maggiore attinenza a quelli sperimentali in termini di diagrammi di handling (gradiente di sottosterzo e considerazioni sulle accelerazioni laterali),

effetti del TV, andamento della velocità durante una manovra a rampa di sterzo. Si sono dunque stimati dei valori di *cornering stiffness* intorno a $C_{\alpha,F} = 15 \div 16 [N/rad]$ per l'asse anteriore e $C_{\alpha,R} = 25 \div 28 [N/rad]$ per l'asse posteriore. Tali set di *cornering stiffness* sono infatti quelle che offrono la miglior validazione del modello numerico rispetto ai dati sperimentali, con errori inferiori al 3% sui gradienti di sottosterzo stimati da simulazione rispetto a quelli sperimentali (con diversi livelli di intensità del TV). Essendo il rapporto tra i valori di *cornering stiffness* stimati per l'asse posteriore e anteriore particolarmente elevato e intorno a $\frac{C_{\alpha,R}}{C_{\alpha,F}} = 1.6 \div 1.7$, si è proposta alla fine di questo lavoro un'analisi dettagliata degli pneumatici del veicolo nel tentativo di giustificare il valore elevato di tale rapporto. Impiegando un modello "a spazzola" dello pneumatico e proponendo un'analogia tra lo pneumatico deformato lateralmente e una trave incastrata e inflessa, si è effettivamente dimostrato che, a causa della differente larghezza degli pneumatici anteriori e posteriori del veicolo, è assolutamente plausibile che il rapporto tra le loro *cornering stiffness* sia quello stimato dalle simulazioni. In conclusione, l'obiettivo iniziale di questo lavoro di tesi di sperimentare e confrontare gli effetti di diversi algoritmi di *torque vectoring* è stato solo parzialmente raggiunto. A causa delle problematiche legate al veicolo di base, che essendo un modello economico di veicolo in scala telecomandato, ha presentato diversi comportamenti anomali come quello del sistema di sterzo, non vi infatti stato il tempo necessario per implementare e testare controlli di *torque vectoring* complessi come quelli proposti nella letteratura analizzata. Il contributo principale è stato comunque quello di aver sviluppato una piattaforma di test adatta alla sperimentazione sul si è proposta alla fine di questo lavoro un'analisi dettagliata degli pneumatici del veicolo e posteriore. Il naturale sviluppo del presente lavoro è dunque quello di testare, sulla piattaforma sperimentale sviluppata, algoritmi di *torque vectoring* basati sul raggiungimento di un target di *yaw rate* r_{ref} desiderato, con controlli in anello chiuso. Ad esempio, attraverso un'azione integrata di controllo del momento di imbardata: in avanti (basata sul modello matematico del veicolo) e in retroazione (sulla base dell'errore tra il tasso di imbardata attuale del veicolo e quello desiderato), come proposto da Lenzo et.al in [18]. Altri vari metodi di controllo di TV possono essere testati. I risultati ottenuti con il metodo semplificato di TV implementato sono stati comunque soddisfacenti, dimostrando gli effettivi benefici della tecnologia del *torque vectoring* sull'*handling* del veicolo.

6 Bibliografia

- [1] E. Pagot, M. Piccinini, and F. Biral, “Real-time optimal control of an autonomous RC car with minimum-time maneuvers and a novel kineto-dynamical model,” in *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., Oct. 2020, pp. 2390–2396. doi: 10.1109/IROS45743.2020.9340640.
- [2] F. B. Fabrizio Zendri, “DEVELOPMENT OF A RESEARCH VEHICLE ABLE TO PERFORM AUTONOMOUS MANOEUVRES.”
- [3] Y. M. Y. W. and H. Zhang. Rajan Prasad, “Hierarchical coordinated control distribution and experimental verification for six-wheeled unmanned ground vehicles. ,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 235(4):1037–1056, 2021..
- [4] A. Liniger, A. Domahidi, and M. Morari, “Optimization-Based Autonomous Racing of 1:43 Scale RC Cars,” Nov. 2017, doi: 10.1002/oca.2123.
- [5] R. Verschueren, S. De Bruyne, M. Zanon, J. V. Fransch, and M. Diehl, “Towards time-optimal race car driving using nonlinear MPC in real-time,” in *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, Dec. 2014, pp. 2505–2510. doi: 10.1109/CDC.2014.7039771.
- [6] B. Lenzo, F. Burchi, A. Sorniotti, and F. Frendo, “Handling performance of a vehicle with different front-to-rear wheel torque distribution,” 2018.
- [7] M. Veneri and M. Massaro, “The effect of Ackermann steering on the performance of race cars,” *Vehicle System Dynamics*, vol. 59, no. 6, pp. 907–927, 2021, doi: 10.1080/00423114.2020.1730917.
- [8] U. T. Brasov, I. Preda, D. Covaciu, and G. Ciolan, “Coast Down Test-Theoretical and Experimental Approach View project Models for automotive suspensions View project Ion Preda Dinu Covaciu COAST DOWN TEST-THEORETICAL AND EXPERIMENTAL APPROACH,” 2010, doi: 10.13140/RG.2.1.4048.5925.
- [9] P. Baldissera, “Proposal of a coast-down model including speed-dependent coefficients for the retarding forces,” *Proc Inst Mech Eng P J Sport Eng Technol*, vol. 231, no. 2, pp. 154–163, Jun. 2017, doi: 10.1177/1754337116658587.
- [10] *BSI Standards Publication Road vehicles-Test method for the quantification of on-centre handling*. 2016.
- [11] J. C. Páscoa, F. P. Brójo, F. C. Santos, and P. O. Fael, “An innovative experimental on-road testing method and its demonstration on a prototype vehicle,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 26, no. 6, pp. 1663–1670, Jun. 2012, doi: 10.1007/s12206-012-0413-8.
- [12] E. S. Aziz, C. Chassapis, S. Esche, S. Dai, S. Xu, and R. Jia, “Online wind tunnel laboratory,” in *ASEE Annual Conference and Exposition, Conference Proceedings*, American Society for Engineering Education, 2008. doi: 10.18260/1-2--3402.
- [13] A. Kacem and A. N. Abdullah, “Determination of drag coefficient for TOYOTA car model (Using Strain Gauge Method),” *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*, vol. 13, no. 04, pp. 141–145, Apr. 2016, doi: 10.9790/1684-130403141145.
- [14] R. D. R. Mariaprakasam, S. Mat, P. M. Samin, N. Othman, M. A. Wahid, and M. Said, “Review on Flow Controls for Vehicles Aerodynamic Drag Reduction,” *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, vol. 101, no. 1, pp. 11–36, 2023, doi: 10.37934/arfmts.101.1.1136.
- [15] Ł. Wargula, B. Wiczorek, and M. Kukla, “The determination of the rolling resistance coefficient of objects equipped with the wheels and suspension system – results of preliminary tests,” *MATEC Web of Conferences*, vol. 254, p. 01005, 2019, doi: 10.1051/mateconf/201925401005.
- [16] Matteo Massaro, “DYNAMICS AND OPTIMAL CONTROL OF ROAD VEHICLES.”
- [17] D. Vilela and R. S. Barbosa, “Analytical models correlation for vehicle dynamic handling properties,” *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 33, no. 4, pp. 437–444, Dec. 2011, doi: 10.1590/S1678-58782011000400007.
- [18] B. Lenzo, *Vehicle Dynamics Fundamentals and Ultimate Trends*.

- [19] “Road vehicles-Road load-Part 1: Determination under reference atmospheric conditions,” 2006.
- [20] M. Balena, G. Mantriota, and G. Reina, “Dynamic handling characterization and set-up optimization for a formula SAE race car via multi-body simulation,” *Machines*, vol. 9, no. 6, Jun. 2021, doi: 10.3390/machines9060126.
- [21] F. C. M. V. S. M. E. Sabbioni, “Comparison of torque vectoring control strategies for an IWM vehicle,” *AE Int. J. Passenger Cars – Electron. Electr. Syst.* 7 (2) (2014) 565–572. .
- [22] Q. Lu, A. Sorniotti, P. Gruber, J. Theunissen, and J. De Smet, “ H_{∞} loop shaping for the torque-vectoring control of electric vehicles: Theoretical design and experimental assessment,” *Mechatronics*, vol. 35, pp. 32–43, May 2016, doi: 10.1016/j.mechatronics.2015.12.005.
- [23] G. De Filippis, B. Lenzo, A. Sorniotti, K. Sannen, J. De Smet, and P. Gruber, “On the Energy Efficiency of Electric Vehicles with Multiple Motors,” in *2016 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, VPPC 2016 - Proceedings*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., Dec. 2016. doi: 10.1109/VPPC.2016.7791737.
- [24] Y. Chen and J. Wang, “Fast and Global Optimal Energy-Efficient Control Allocation With Applications to Over-Actuated Electric Ground Vehicles,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 20, no. 5, pp. 1202–1211, Sep. 2012, doi: 10.1109/TCST.2011.2161989.
- [25] J. Wang, S. Lv, N. Sun, S. Gao, W. Sun, and Z. Zhou, “Torque vectoring control of rwid electric vehicle for reducing driving-wheel slippage energy dissipation in cornering,” *Energies (Basel)*, vol. 14, no. 23, Dec. 2021, doi: 10.3390/en14238143.
- [26] E. K. H. S. E. O. M. Y. T. Kobayashi, “Efficient direct yaw moment control: tyre slip power loss minimisation for fourindependent wheel drive vehicle,” *Veh. Syst. Dyn.* 56 (5) (2018) 719–733..
- [27] C. Chatzikomis *et al.*, “An energy-efficient torque-vectoring algorithm for electric vehicles with multiple motors,” *Mech Syst Signal Process*, vol. 128, pp. 655–673, Aug. 2019, doi: 10.1016/j.ymsp.2019.03.012.
- [28] G. De Filippis, B. Lenzo, A. Sorniotti, P. Gruber, and W. De Nijs, “Energy-Efficient Torque-Vectoring Control of Electric Vehicles with Multiple Drivetrains,” *IEEE Trans Veh Technol*, vol. 67, no. 6, pp. 4702–4715, Jun. 2018, doi: 10.1109/TVT.2018.2808186.
- [29] T. Goggia *et al.*, “Integral sliding mode for the torque-vectoring control of fully electric vehicles: Theoretical design and experimental assessment,” *IEEE Trans Veh Technol*, vol. 64, no. 5, pp. 1701–1715, May 2015, doi: 10.1109/TVT.2014.2339401.
- [30] A. Parra, A. Zubizarreta, J. Pérez, and M. Dendaluze, “Intelligent Torque Vectoring Approach for Electric Vehicles with Per-Wheel Motors,” *Complexity*, vol. 2018, 2018, doi: 10.1155/2018/7030184.
- [31] D. T. P. G. A. S. A. Z. and J. P. A. Parra, “On Nonlinear Model Predictive Control for Energy-Efficient Torque-Vectoring,” *EEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 70, no. 1.
- [32] E. V. S. G. and S. L. E. Siampis, “A Real-Time Nonlinear Model Predictive Control Strategy for Stabilization of an Electric Vehicle at the Limits of Handling,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 26.
- [33] A. Alonso, A. Parra, A. Zubizarreta, and I. Sainz, “A comparative study on Optimal Control based torque vectoring systems,” in *2021 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, VPPC 2021 - ProceedingS*, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2021. doi: 10.1109/VPPC53923.2021.9699302.
- [34] S. Zhu, X. Huang, D. Jiang, and Z. Wu, “Low-cost electric bus stability enhancement scheme based on fuzzy torque vectoring differentials: Design and hardware-in-the-loop test,” in *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier B.V., 2021, pp. 500–507. doi: 10.1016/j.ifacol.2021.10.212.
- [35] L. De Novellis, A. Sorniotti, P. Gruber, and A. Pennycott, “Comparison of Feedback Control Techniques for Torque-Vectoring Control of Fully Electric Vehicles,” *IEEE Trans Veh Technol*, vol. 63, no. 8, pp. 3612–3623, Oct. 2014, doi: 10.1109/TVT.2014.2305475.
- [36] A. Mangia, B. Lenzo, and E. Sabbioni, “An integrated torque-vectoring control framework for electric vehicles featuring multiple handling and energy-efficiency modes selectable by

- the driver,” *Meccanica*, vol. 56, no. 5, pp. 991–1010, May 2021, doi: 10.1007/s11012-021-01317-3.
- [37] Skogestad, *Multivariable feedback control: Analysis and design*. 2007.
- [38] A. Tota *et al.*, “On the Experimental Analysis of Integral Sliding Modes for Yaw Rate and Sideslip Control of an Electric Vehicle with Multiple Motors,” *International Journal of Automotive Technology*, vol. 19, no. 5, pp. 811–823, Oct. 2018, doi: 10.1007/s12239-018-0078-0.
- [39] B. Lenzo, M. Zanchetta, A. Sorniotti, P. Gruber, and W. De Nijs, “Yaw Rate and Sideslip Angle Control Through Single Input Single Output Direct Yaw Moment Control,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 29, no. 1, pp. 124–139, Jan. 2021, doi: 10.1109/TCST.2019.2949539.
- [40] L. De Novellis *et al.*, “Direct yaw moment control actuated through electric drivetrains and friction brakes: Theoretical design and experimental assessment,” *Mechatronics*, vol. 26, pp. 1–15, Mar. 2015, doi: 10.1016/j.mechatronics.2014.12.003.
- [41] G. Vorotovic, G. S. Vorotovic, B. B. Rakicevic, S. R. Mitic, and D. D. Stamenkovic, “Determination of Cornering Stiffness Through Integration of A Mathematical Model and Real Vehicle Exploitation Parameters,” 2013.
- [42] K. Parczewski and H. Wnęk, “The tyre characteristics of the physical model used to investigate the lateral stability of a vehicle,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, vol. 229, no. 10, pp. 1419–1426, Sep. 2015, doi: 10.1177/0954407014563734.
- [43] K. Parczewski, H. Wnek, and K. Parczewski, “Influence of car tire aspect ratio on driving through road unevenness,” 2018. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/328697391>
- [44] H. B. Pacejka, *Tire and Vehicle Dynamics*.
- [45] M. Tentarelli and A. Pizzi, “Tyre inflation pressure effects on the transient handling performance of a multipurpose protected vehicle,” *International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing*, vol. 15, no. 4, p. 205, 2021, doi: 10.1504/IJVSMT.2021.122816.

7 Appendice

7.1 Elettronica e hardware del veicolo

In figura 7.1 è riportato lo schema dei collegamenti elettronici eseguiti tra i vari elementi dell'hardware del veicolo (sensori, dirver dei motori delle ruote, servomotre dello sterzo, ecc) e la scheda elettronica.

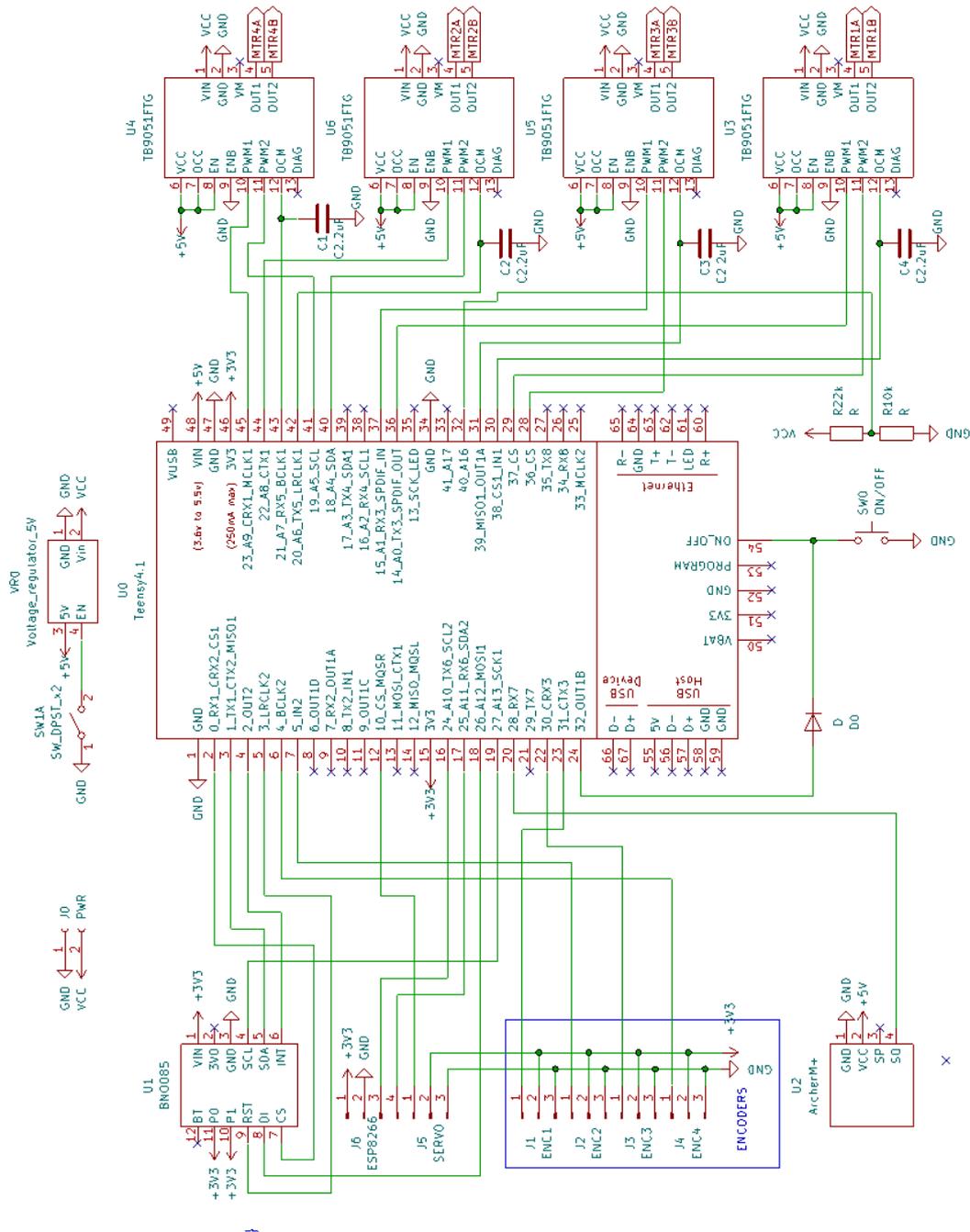


Figura 7.1 Schema dei collegamenti elettronici del sistema hardware del veicolo

Di seguito si riporta invece lo schema della scheda elettronica, con evidenziati i vari porti di ingresso e uscita, montata sul veicolo oggetto dei test.

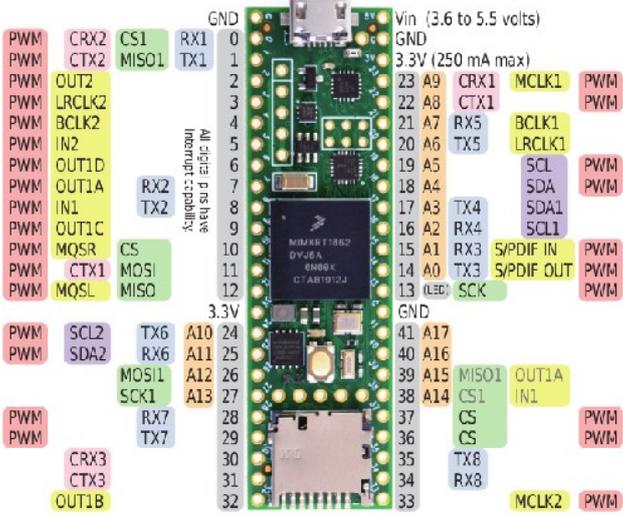


Figura 7.2 Schema della scheda elettronica Teensy 4.1 montata sul veicolo