

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

## ***Relazione per la prova finale***

*«Analisi cinematica e statica delle landing legs del razzo  
Falcon 9 di SpaceX»*

Tutor universitario: Prof. Rosati Giulio

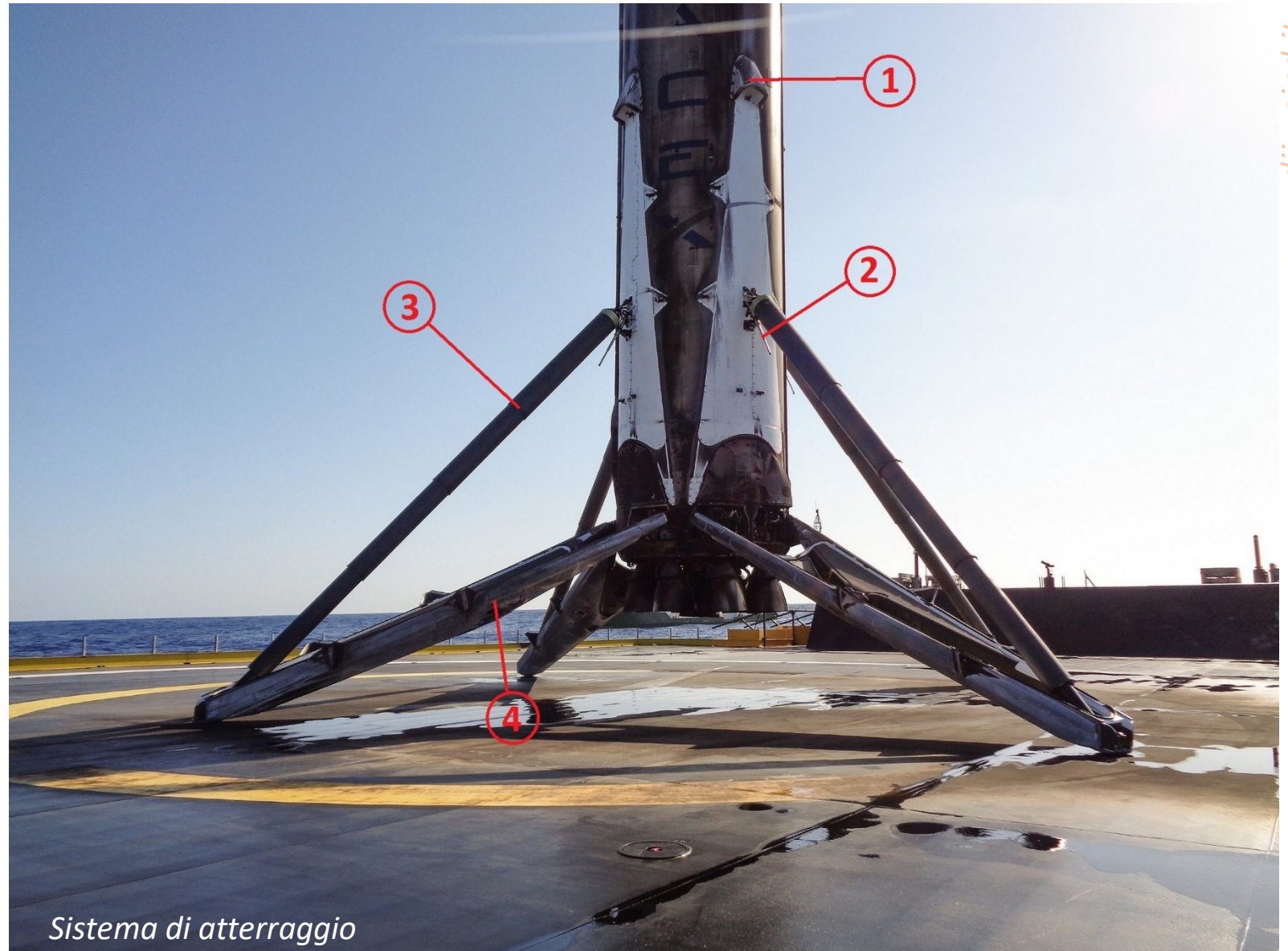
Co-tutor: Bottin Matteo

Laureando: *Spada Giacomo*

Padova, 09/03/2022

Analizzando la sua struttura è possibile individuare 4 parti principali che ne garantiscono il corretto funzionamento:

1. I fermi
2. Gli spintori
3. Un estensore telescopico
4. I piedi su cui il razzo andrà ad appoggiare



È possibile scomporre il meccanismo in 4 membri:

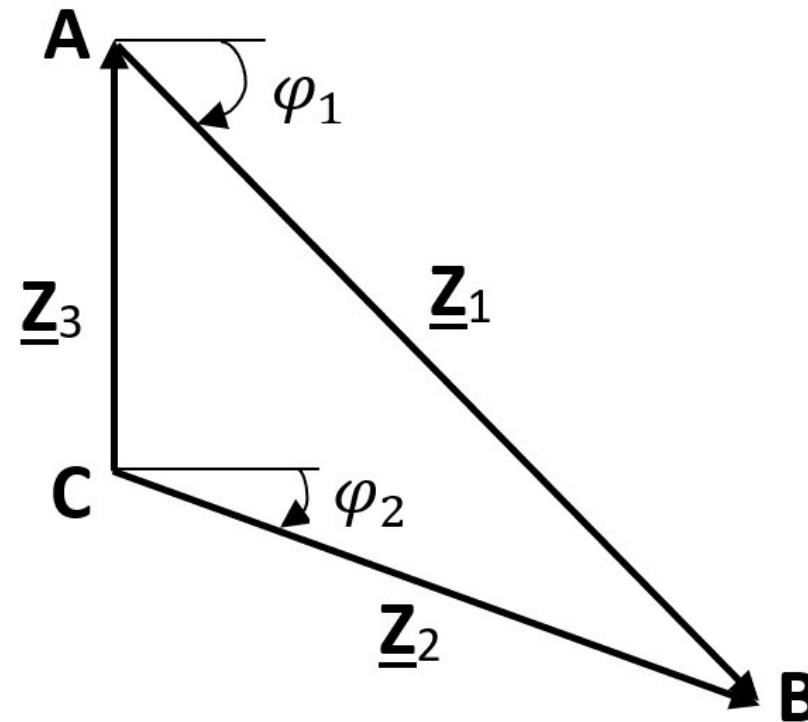
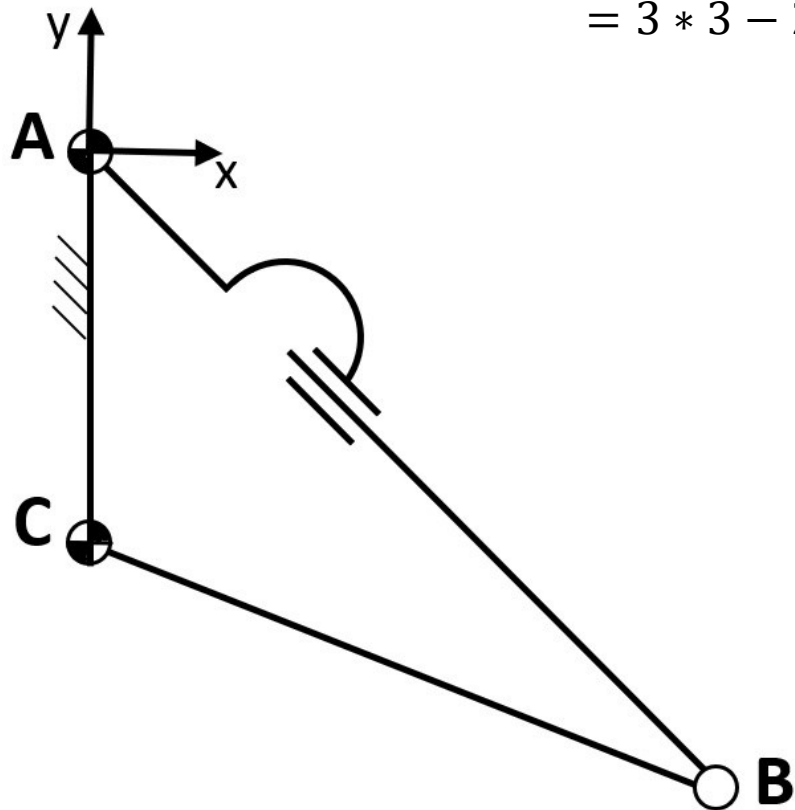
- Il telaio costituito dal corpo del razzo;
- 2 membri che corrispondono all'estensore telescopico;
- Il membro condotto che è quello su cui tutta la struttura va ad appoggiare.

Per quanto riguarda le coppie cinematiche ne abbiamo 3 di tipo rotoidale ed una coppia prismatica.

Equazione di Grubler

$$n = 3(m - 1) - 2c_1 - c_2$$

$$= 3 * 3 - 2 * 4 = 1$$



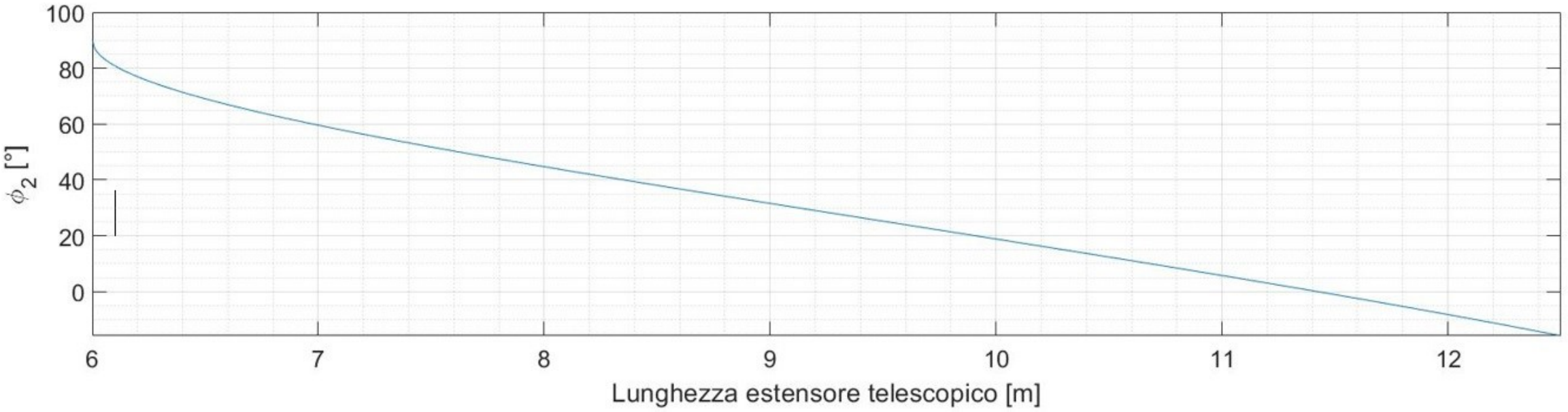
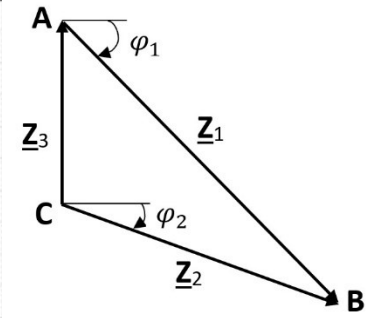
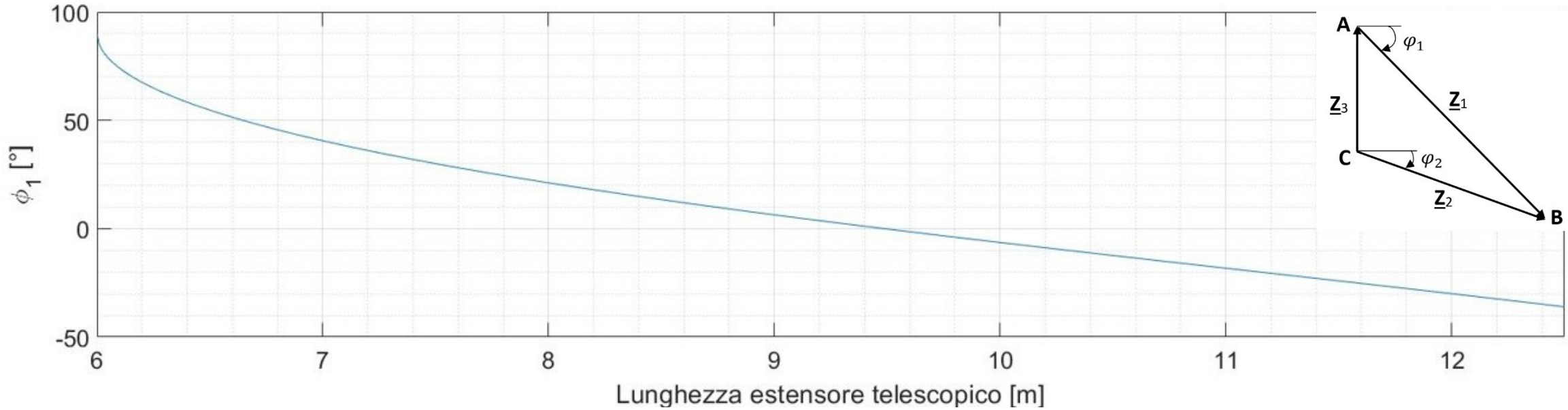
Ponendo come coordinata libera  $q$  la lunghezza dell'estensore telescopico otteniamo la seguente equazione di chiusura di posizione

$$\underline{Z}_1 - \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = \underline{0}$$

$$q \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{pmatrix} - a_2 \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Da cui è possibile ricavare i valori delle incognite  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  ottenendo le espressioni seguenti

$$\begin{cases} \varphi_2 = \arcsen \left( \frac{a_2^2 + a_3^2 - q^2}{2a_2a_3} \right) \\ \varphi_1 = \arctan2 \left( \frac{a_2 \sin \varphi_2 - a_3}{a_2 \cos \varphi_2} \right) \end{cases}$$



L'equazione di chiusura di velocità è

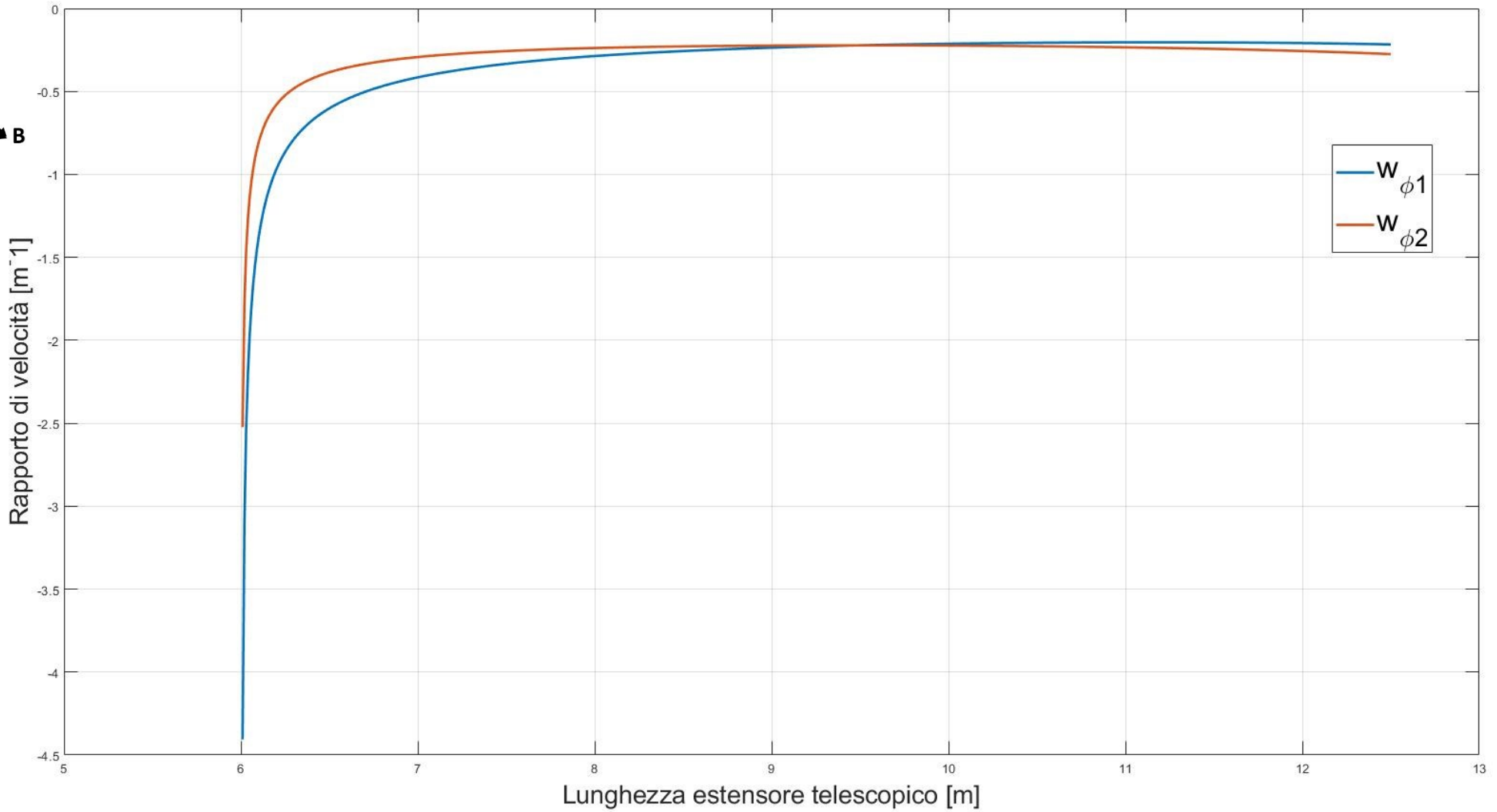
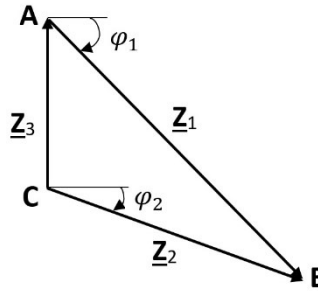
$$\dot{q} \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{pmatrix} + q \dot{\varphi}_1 \begin{pmatrix} -\sin \varphi_1 \\ \cos \varphi_1 \end{pmatrix} - a_2 \dot{\varphi}_2 \begin{pmatrix} -\sin \varphi_2 \\ \cos \varphi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

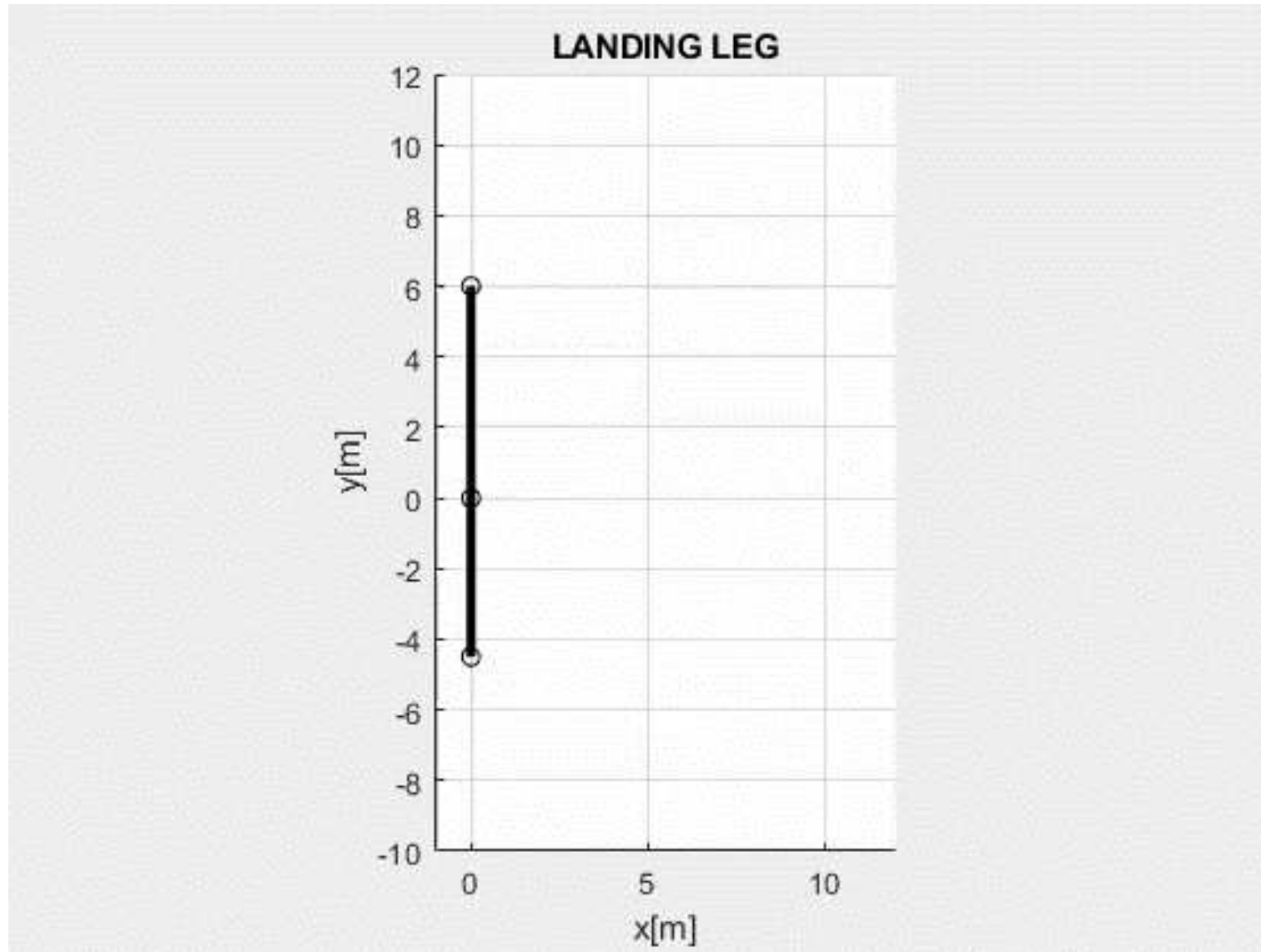
Che portata in forma matriciale diventa

$$\begin{bmatrix} q \sin \varphi_1 & -a_2 \sin \varphi_2 \\ -q \cos \varphi_1 & a_2 \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix} = \dot{q} \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \end{pmatrix}$$

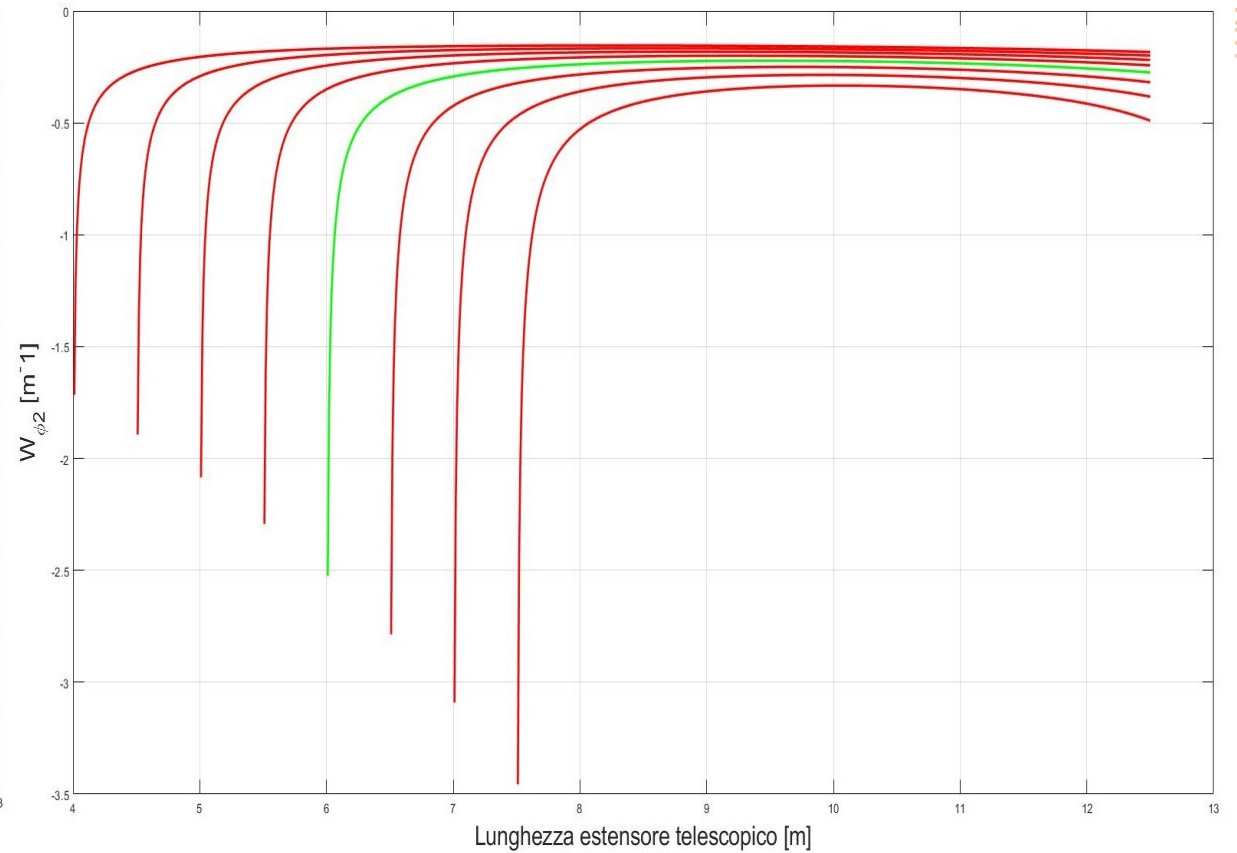
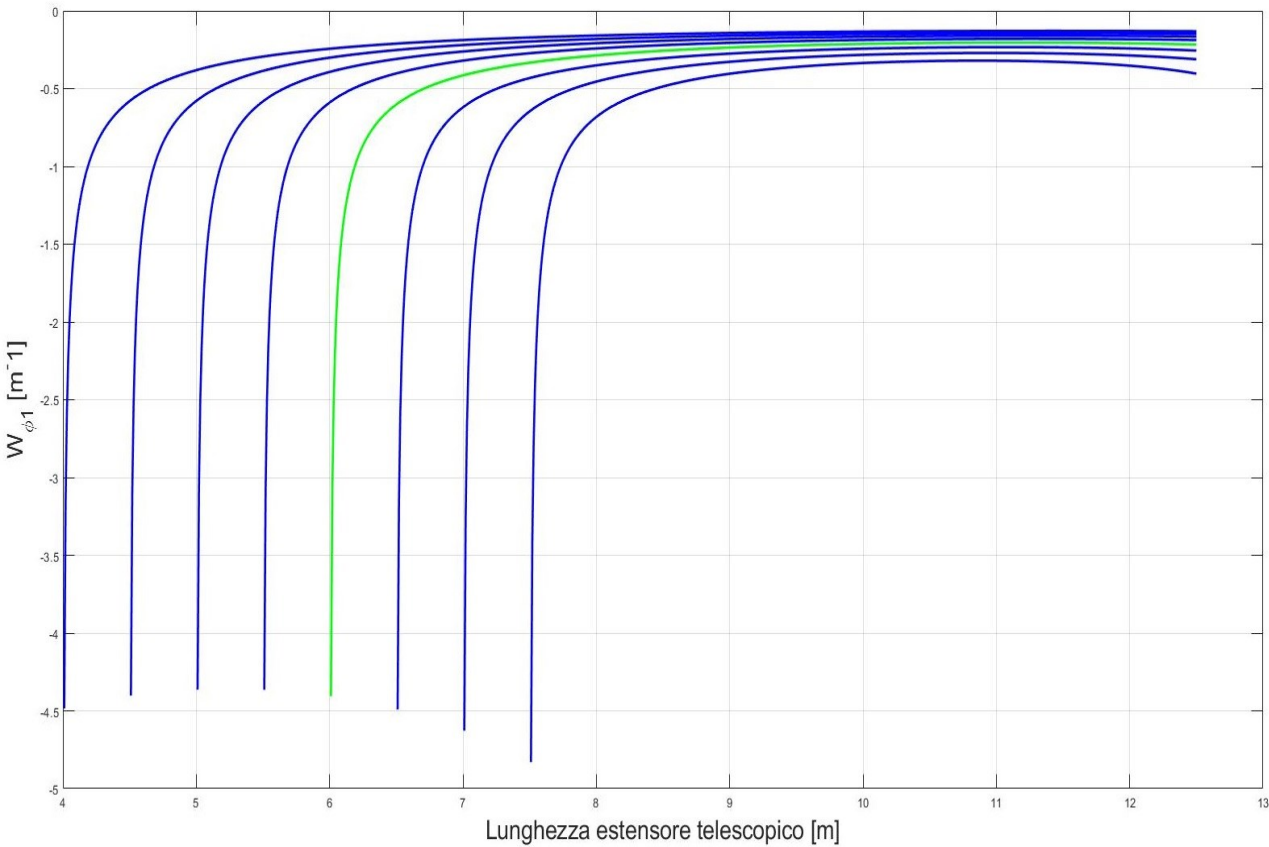
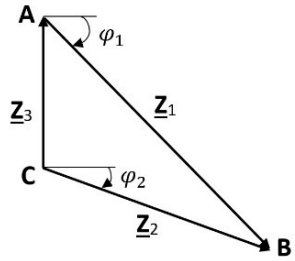
Risolvendo ed esplicitando i rapporti di velocità si ottengono le seguenti espressioni

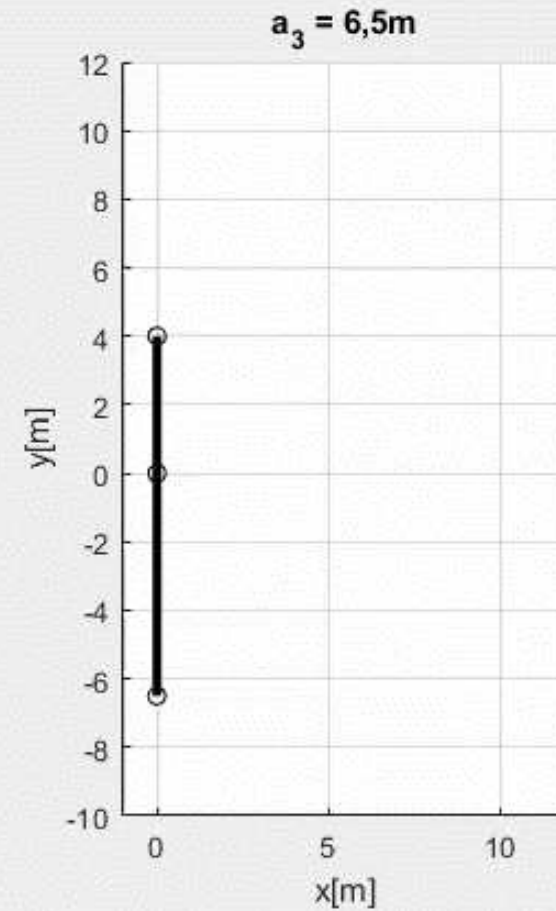
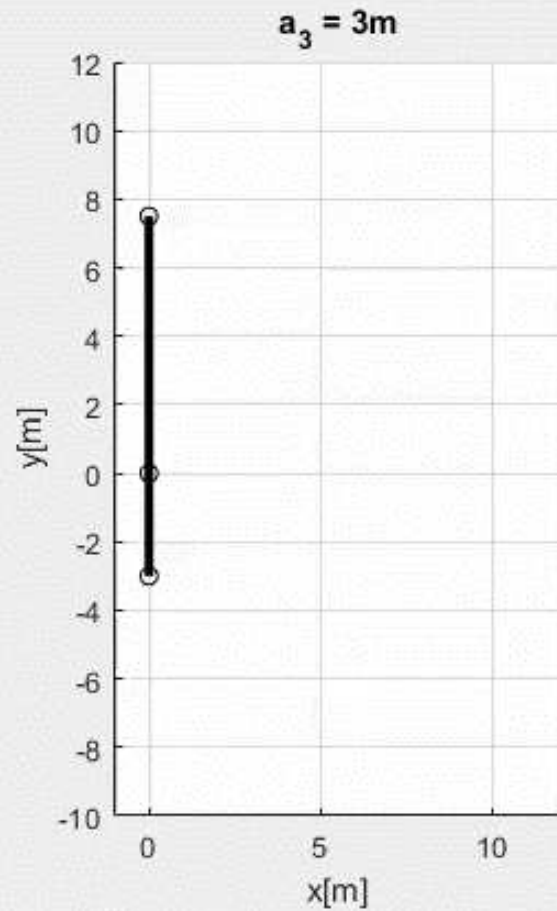
$$W_x = \begin{pmatrix} \frac{1}{q \tan(\varphi_1 - \varphi_2)} \\ \frac{1}{a_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{\varphi_1}(q) \\ w_{\varphi_2}(q) \end{pmatrix}$$



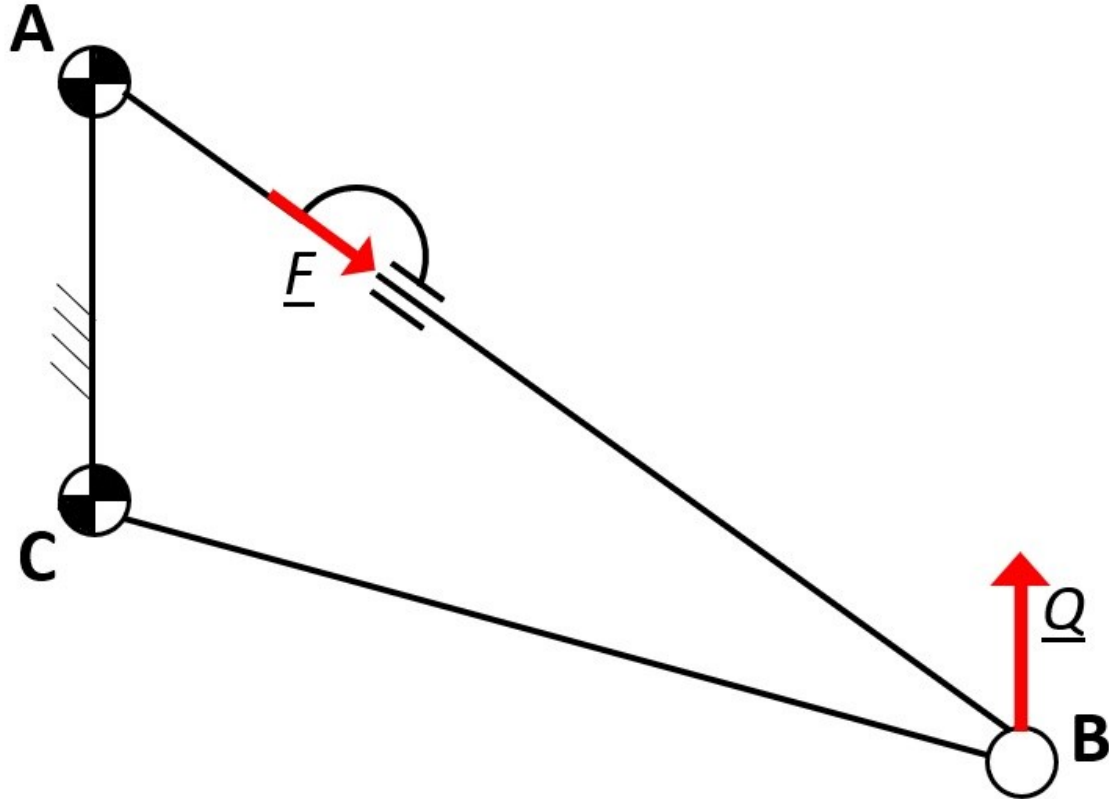








Le forze attive agenti sono il peso  $\underline{Q}$  e la forza generata dall'estensore telescopico  $\underline{F}$  e possiamo rappresentarle nel seguente schema



Per calcolare le forze all'equilibrio sfruttiamo il PLV

$$\underline{S} = \begin{pmatrix} Q \\ F \end{pmatrix} \quad \underline{u} = \begin{pmatrix} y_B \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \operatorname{sen} \varphi_1 \\ q \end{pmatrix}$$

$$\delta L = \underline{S}^T \delta \underline{u}$$

$$\delta \underline{u} = \underline{W} \delta q \quad \text{dove} \quad \underline{W} = \frac{\partial \underline{u}}{\partial q} = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} \varphi_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Per il PLV  $\delta L = \underline{S}^T \underline{W} \delta q = 0 \rightarrow 0 = \underline{S}^T \underline{W} = Q \operatorname{sen} \varphi_1 + F$

$$\rightarrow F = -Q \operatorname{sen} \varphi_1$$

Il meccanismo presenta una singola **configurazione singolare**, che corrisponde alla configurazione a riposo.  
Gli spintori sono progettati appositamente per sbloccare il sistema da tale posizione e permettere l'inizio del moto.

Al **variare della posizione del punto d'attacco** dell'estensore al corpo del razzo abbiamo che il **rapporto di velocità** relativo all'angolo  $\varphi_2$  **tende a diminuire** sensibilmente più velocemente rispetto a quello relativo all'angolo  $\varphi_1$ , in valore assoluto, con l'aumento della distanza tra le 2 coppie rotoidali a telaio.

Ciò si traduce con una **maggiore diminuzione della velocità con cui varia l'angolo  $\varphi_2$  rispetto all'angolo  $\varphi_1$** .

Infatti a livello di valori raggiunti, mentre  $\varphi_1$  si discosta di poco dal valore precedente ad ogni modifica della posizione d'attacco (si passa da  $47^\circ$  raggiunti con  $a_3 = 3\text{m}$  a  $32^\circ$  con  $a_3 = 6,5\text{m}$ ),  $\varphi_2$  ne risulta modificato in maniera più rilevante (si passa da  $35^\circ$  con  $a_3 = 3\text{m}$  a  $0^\circ$  con  $a_3 = 6,5\text{m}$ )