UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della Socializzazione - DPSS

Corso di laurea magistrale in Psicologia dello sviluppo e dell'educazione

Tesi di laurea Magistrale

Lo sviluppo delle abilità di conteggio alla scuola dell'infanzia

The development of counting skills in preschool children

Relatrice
Prof.ssa Lucangeli Daniela

Correlatore esterno
Prof. Sella Francesco

Laureanda: **Pacetta Lucia**

Matricola: **2014870**

Anno Accademico 2021/2022

INDICE

INTRODUZIONE

Lo sviluppo delle abilità numeriche è individuabile già alla scuola dell'infanzia e consiste nella capacità di recitare la linea dei numeri, discriminare quantità, contare gli oggetti di un insieme, leggere i numeri, effettuare piccoli calcoli, individuare un numero mancante ma anche confrontare cifre tra loro. Tutte queste competenze hanno importanti risvolti pratici nella quotidianità, permettendo di applicare la strategia del calcolo sul denaro, nelle ricette, ma anche nel leggere l'ora, controllare di aver apparecchiato per tutti o trovare la pagina di un libro (Butterworth, 2007). Inoltre le prime abilità matematiche fungono da importanti predittori delle prestazioni dei bambini alla scuola primaria (Duncan et al., 2007; Halberda & Feigenson, 2008; Sarnecka, 2015). Lo studio di tali competenze è rilevante poiché permette di definire anche alcune implicazioni pratiche che possano supportare l'apprendimento matematico nella scuola dell'infanzia.

Inoltre risulta importante ai giorni nostri continuare a esplorare come avviene l'apprendimento matematico precoce, con lo scopo di avere una rappresentazione più precisa per le diagnosi precoci. In aggiunta questi studi permetterebbero la creazione di interventi abilitativi ed educativi sia per prevenire l'instaurarsi di difficoltà, che per riabilitare deficit già stabilizzati (Stievano et al., 2011).

Questo progetto di tesi nasce dalla volontà di esplorare l'abilità di conteggio nella scuola dell'infanzia, ponendo al primo posto tutti gli obiettivi sopra citati. Tale studio è stato condotto tramite la validazione della Nuova Batteria per la Valutazione dell'Intelligenza Numerica (BIN), somministrata ad un campione di 342 bambini della scuola dell'infanzia. Quest'ultima è uno strumento che propone ai bambini compiti numerici riducendo al minimo l'influenza di altri componenti che sono strettamente correlati con queste abilità, permettendo di valutare sia gli aspetti cognitivi che metacognitivi dell'apprendimento matematico.

Nel primo capitolo verranno presentati i principali modelli storici. Nello specifico saranno approfondite le teorie che si sono interessate allo sviluppo dell'intelligenza numerica partendo da Piaget (1964), il quale sosteneva che la competenza numerica fosse acquisita solo dopo i 6-7 anni e che soprattutto non fosse innata. Successivamente verrà approfondito lo sviluppo dell'abilità di conteggio seguendo le teorie di Gelman e Gallistel

(1978), la teoria di Fuson (1991) interessante soprattutto per l'analisi sugli errori, e quella di Staffe et al (1988) per l'ideazione dei vari livelli di conoscenza. Nella seconda parte del capitolo è esaminato lo sviluppo delle varie forme di espressione del numero (quantità e parola-numero) attraverso i modelli neuropsicologici che si sono evoluti nel tempo, come quello di McClockey (1992), Dehaene (1992), susseguito da LeFreve (2010) modello che è stato poi arricchito da Butterworth (2011). Questi modelli hanno permesso di far affiorare importanti scoperte ricavate dagli esperimenti di Wynn (1990) con la teoria dei "*Knower-level*". Nella terza ed ultima parte del capitolo sono presentate le ricerche che ci permettono di comprendere come i bambini imparano a leggere e scrivere partendo dal modello di Frith (1985) fino alle più attuali ricerche (Aglì & Martini, 1995; Bialystok, 1992; Huges, 1987; Lucangeli et al., 2007; Lucangeli & Mammarella, 2010; Pontecorvo, 1985).

Nel secondo capitolo sono descritti tramite alcune ricerche l'*Approximate number system* (ANS) (Halberda, 2011; Halberda & Feigenson, 2008; Libertus et al., 2011; Mazzocco et al., 2011; Sella et al., 2018) e l'*Object tracking system* (OTS) (Carey, 2004; Feigenson et al., 2004; Le Corre & Carey, 2007; vanMarle et al., 2018) definiti da numerosi studi come i predittori dei meccanismi di base delle abilità di calcolo (Caviola et al., 2020).

Nel terzo capitolo è stata accuratamente descritta la Nuova BIN approfondendo per ogni prova sia la consegna del compito sia le abilità che sono maggiormente elicitate.

Nel quarto capitolo è presentata la metodologia di ricerca, descrivendo la scelta del campione e le modalità di somministrazione della Nuova BIN. Successivamente sono stati riportati i principali risultati ottenuti dall'analisi statistica in primis descrittiva, poi inferenziale utilizzando l'ANOVA.

Nell'ultimo capitolo sono stati discussi i principali risultati con specifiche riflessioni sui possibili spunti pratici ed educativi. Sono stati anche illustrati alcuni limiti della ricerca e idee per futuri studi.

CAPITOLO 1: MODELLI STORICI SULL'INTELLIGENZA NUMERICA

L'apprendimento matematico richiede numerosi processi cognitivi che mediano il passaggio dalla rappresentazione di quantità alle abilità di calcolo. Il primo a interessarsi realmente a questo concetto fu Piaget, il quale afferma che non è possibile distinguere completamente l'intelligenza generale dalle competenze numeriche, sostenendo che l'intelligenza numerica non maturasse prima dei 6-7 anni (Piaget, 1964). Ideò una serie di compiti pratici per supportare la sua teoria, tra cui il più famoso è quello della conservazione delle quantità, in cui viene chiesto al bambino in quale recipiente c'è più liquido, quindi se la quantità aumenta o diminuisce in base al recipiente in cui viene inserita.

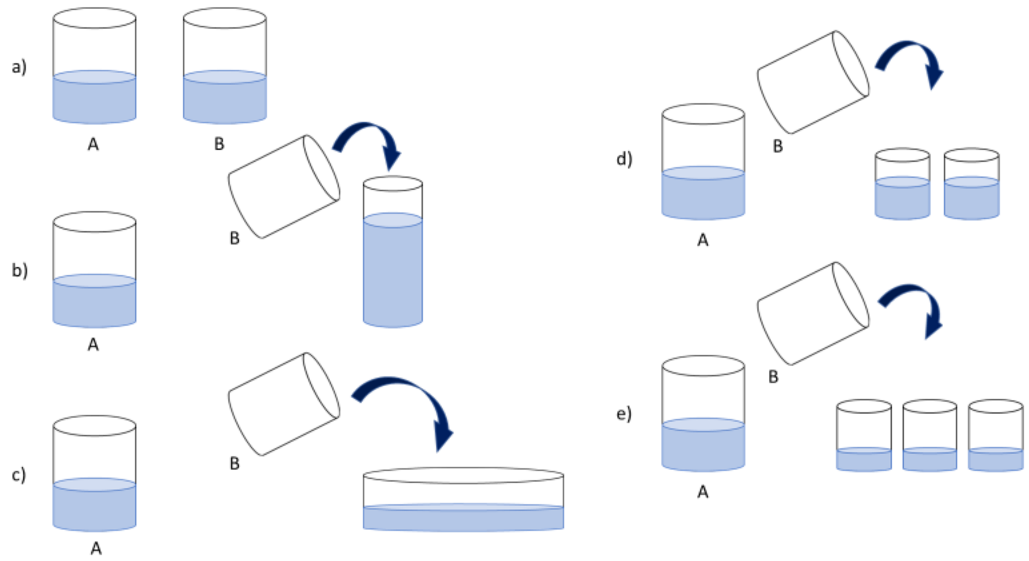


Figura 1: Esperimento di conservazione delle quantità continue (Piaget, 1964)

Nello specifico (a) vengono presentati due contenitori uguali (A e B) in cui si versa la stessa quantità di liquido e ci si accerta che il bambino sappia che nei due recipienti è presente la stessa quantità. (b) Si versa il liquido di B in: un altro contenitore (chiamato C_1) che è più stretto e alto, oppure (c) in uno (C_2) più largo e basso. A questo punto si chiede al bambino se A e $C_{1/2}$ contengono la stessa quantità di liquido. (d) Con lo stesso procedimento si prosegue, versando il liquido di B in due contenitori più piccoli (chiamati D_1 e D_2), (e) poi in tre contenitori più piccoli (D_1 , D_2 e D_3), e in conclusione si chiede al bambino di giudicare le quantità. L'esperimento dimostra che i bambini maturano il concetto di conservazione della quantità, come il concetto di numerosità, tramite operazioni di classificazione e seriazione che richiedono tempo e anni di allenamento sviluppandosi attraverso specifiche tappe. Nel primo stadio (3-4 anni) i bambini sono molto influenzati dalle informazioni sensoriali presenti nella scena davanti a loro, pertanto sosterranno che la quantità di liquido è cambiata. In questo modo il bambino dimostra di non intrecciare e integrare informazioni come la quantità del liquido con la forma e la dimensione del recipiente, o il numero di contenitori. Nel secondo stadio (5 anni circa) il bambino è in grado di riconoscere l'uguaglianza delle quantità nella situazione (b), (c), e (d), ma nel momento in cui subentrano più di due contenitori, come nella situazione (e), il bambino è in difficoltà. Questo è infatti uno stadio di transizione, in cui la conservazione dei liquidi si sta consolidando lentamente e grazie all'esperienza, vale a dire che non è ancora totalmente capace di intrecciare fra loro le informazioni sensoriali quali: quantità liquido, forma, altezza e numero di recipienti. Secondo Piaget solo nell'ultimo stadio, all'età di 6 anni circa, grazie allo sviluppo in parallelo anche delle abilità logiche, il bambino è in grado di riconoscere la conservazione delle quantità indipendentemente dalla forma del recipiente e dal numero di recipienti (Piaget, 1964).

Gli studi successivi hanno evidenziato delle debolezze in questo modello, dimostrando che l'intelligenza numerica è presente fin dalla nascita ma può essere facilmente influenzata da elementi percettivi dell'ambiente (Lucangeli et al., 2007). Numerosi limiti al modello Piagetiano sono stati anche ritrovati nei compiti proposti dall'autore, soprattutto nelle consegne presentate ai bambini che possono indurli ad errori o a volte contengono suggerimenti (Lucangeli & Mammarella, 2010).

1.1 In che modo i bambini sviluppano l'abilità del conteggio

Un'altra componente importante dell'apprendimento matematico è il conteggio che corrisponde alla capacità di enumerare in avanti e indietro con corretta attribuzione delle quantità fisiche. Imparare a contare si dimostra essere una competenza che unisce sia abilità innate che competenze acquisite dalla società di appartenenza. Nonostante si basi su competenze innate non è un processo immediato, richiede invece tanti momenti di allenamento e diversi tentativi fino a che il bambino risponda correttamente a compiti in cui gli è richiesto di giudicare la quantità di un insieme di elementi (Lucangeli et al., 2007).

Con lo scopo di esplorare le abilità di conteggio Gelman e Gallistel hanno ideato la teoria dei cinque principi del conteggio (Gelman & Gallistel, 1978), sostenendo che contare è la prima connessione fra i sistemi per-verbali e il codice arabico (Lucangeli & Tressoldi, 2002). Nello specifico secondo gli autori nella conoscenza numerica pre-verbale, come il riconoscimento non-verbale delle quantità, sono presenti alcuni principi innati. Questa conoscenza guida lo sviluppo e l'acquisizione del conteggio verbale, fornendo una spinta per permettere ai bambini di imparare nel tempo a dominare con destrezza il conteggio verbale (Gelman & Gallistel, 1978). I principi sono:

1. Ordine stabile: le parole-numero sono ordinate sempre in una sequenza fissa e inalterabile.
2. Corrispondenza biunivoca: a ogni elemento dell'insieme contato deve corrispondere ad una sola parola-numero.
3. Cardinalità: l'ultima parola-numero nominata nel conteggio corrisponde al totale.

Successivamente gli autori aggiunsero altri due principi:

4. Irrilevanza dell'ordine: non è rilevante l'ordine che si usa per contare l'importante è contare tutti gli elementi.
5. Astrazione: qualsiasi cosa nell'ambiente, o di astratto può essere contato.

L'acquisizione dei principi del conteggio è un processo molto lungo che vede i bambini coinvolti in diversi tipi di errori e che li occupa per almeno un anno, di solito tra i due e i quattro anni (Sella et al., 2018). Il conteggio è il primo ponte tra quello che sono i sistemi preverbali e il codice arabico, con un *"graduale passaggio dalla conoscenza implicita a quella esplicita"* (Lucangeli et al., 2007). Gli autori concludono ciò poiché questi principi innati guidano l'attenzione del bambino verso stimoli numerici specifici, come le parole-numero, sostenendo lo sviluppo delle abilità di conteggio verbale (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Anche Fuson, nella teoria dei contesti diversi, condivide la prospettiva di Gelman e Gallistel, secondo cui sono presenti delle competenze innate. L'autrice però sottolinea anche l'importanza cruciale dell'ambiente, il quale in interazione con le conoscenze innate, permette lo sviluppo dell'intelligenza numerica. Definisce così un contributo minore alle conoscenze innate rispetto al modello di Gelman e Gallistel (1978) (Fuson, 1991). Secondo la teoria dei contesti diversi le parole-numero rimangono invariate, sono invece i contesti, in cui possono essere usate, ad essere diversi (Fuson, 1991). All'inizio il bambino parte a contare ripetendo la sequenza dei numeri senza che per lui abbia un significato numerico, ma solo per imitazione, come se fosse una filastrocca (*contesto sequenza*). Il bambino usa la sequenza di parole-numero anche riferendosi a specifici oggetti, indicandoli e attribuendo a ciascuno una parola-numero in una corrispondenza biunivoca (*contesto conta*) senza però pensare e coinvolgere anche la quantità. Infine il bambino usa le parole-numero anche in condizioni che includono la quantità degli oggetti, e la totalità dell'insieme contato (*contesto cardinale*) (Fuson, 1988). Secondo l'autrice solo dopo continui e costanti esercizi di imitazione il bambino riesce ad effettuare il conteggio con piena consapevolezza. All'inizio, secondo la teoria, il bambino non riesce a generalizzare le parole-numero ad altri contesti o a collegarle fra diversi contesti, è necessario tanto esercizio fino ai 4 anni di età, prima che il bambino raggiunga il contesto cardinale (Fuson, 1991). L'acquisizione delle parole-numero avviene quindi in interazione con il contesto e richiede l'integrazione di tre componenti: la padronanza della sequenza numerica; l'acquisizione della corrispondenza precisa tra parole-numero e gli elementi contati; il valore cardinale del numero (Fuson, 1988; Lucangeli et al., 2007). Inoltre durante l'apprendimento si possono riscontrare anche degli errori specifici. Questo a dimostrazione del fatto che è possibile trovare delle difficoltà nell'acquisizione della corrispondenza tra parole-numero e oggetti di un insieme. Ci sono sempre condizioni che possono modificare la prestazione come: l'attenzione del bambino e le caratteristiche o la posizione degli oggetti. Una volta controllati quest'ultimi, secondo l'autrice sono presenti errori caratteristici (Fuson, 1991):

- Errori "parola-indicazione": il bambino indica un oggetto e non pronuncia correttamente la parola-numero (nello specifico non dice la parola numero o dice più parole numero)
- Errori "indicazione-oggetto": il bambino in questo caso pronuncia correttamente le parole-numero ma non indica correttamente (nello specifico non indica un oggetto, saltandolo oppure ne indica uno più di una volta)
- Errori che comprendono entrambe le condizioni appena citate sopra
- Errori più generali: il bambino riparte a contare gli oggetti, procedendo con la sequenza delle parole-numero, dopo aver finito di contarli una prima volta

In ultimo l'autrice ipotizzò cinque livelli evolutivi di queste competenze, da non intendere come step precisi e statici, ma in cui è possibile vedere l'evolversi e l'acquisizione delle "*conoscenze concettuali*" innate in interazione con l'ambiente (Lucangeli & Mammarella, 2010). Le fasi ipotizzate vanno da un momento in cui la sequenza numerica è utilizzata come un'unica stringa di parole, tanto da sembrare recitata tutta d'un fiato, per poi evolversi nella separazione delle parole-numero, rimanendo comunque unidirezionale. Successivamente si sviluppa la capacità di partire da un qualsiasi numero con relazioni tra i numeri, i quali successivamente vengono percepiti come unità distinte. A seguire la sequenza numerica è utilizzabile in modo bidirezionale e su di essa è possibile effettuare diverse operazioni (Fuson, 1991; Lucangeli et al., 2007)

Staffe e collaboratori approfondirono, ancora di più del modello di Fuson, lo sviluppo delle abilità di contare individuando 5 livelli e 5 stadi specifici. Gli autori, nel loro modello di sviluppo delle abilità di conta numerica, hanno deciso di chiamare le parole-numero con il termine "*item-unità*" (Steffe et al., 1988). I livelli partono da competenze semplici come la capacità di capire la corrispondenza tra parola-numero e quantità solo in presenza di oggetti fisici, fino a livelli in cui è possibile comprendere il concetto di numero così profondamente da averne una rappresentazione sempre più astratta. Gli stadi invece partono da capacità di contare solo in presenza di oggetti concreti o immaginati fino a stadi che vedono l'acquisizione di capacità più strutturate come comprendere l'unità di base 1 che compone ogni numero (es. 6 può essere pensato come una unità che si ripete per sei volte 1+1+1+1+1+1) (Steffe et al., 1988).

1.2 Modelli neuropsicologici

L'intelligenza numerica si compone di due forme di espressione dei numeri: le parole-numero ("ventisei") e i numeri arabi (26). Indipendentemente dalla forma di espressione utilizzata, il numero assume tre differenti significati in base al contesto in cui è inserito. Il numero può rappresentare una quantità (numerosità) di elementi presenti per esempio in un recipiente, oppure può rappresentare l'ordine di una sequenza (posizione seriale) come il numero di pagine o di posti a sedere in un teatro, e infine può rappresentare un codice identificativo (etichetta), senza definire né grandezza né ordine, ma indicando per esempio un utente telefonico. I modelli neuropsicologici che negli anni si sono susseguiti hanno effettuato ipotesi, ricerche e teorie sulla rappresentazione semantica dei numeri e tutte le sue possibili forme di rappresentazione (Lucangeli & Mammarella, 2010).

La prima teoria che al meglio rappresenta la cognizione numerica è il modello di McCloskey del 1992, il quale rappresenta anche uno dei primi modelli storici (McCloskey, 1992). Secondo questo autore sono presenti diversi moduli funzionali, come si vede in Figura 2:

- Sistema di elaborazione del numero: si divide in comprensione, permette la conversione dell'informazione che arriva in rappresentazioni, le quali vengono inviate al sistema di calcolo. E in produzione che invece permette di trasformare le rappresentazioni in: numeri arabi per la scrittura o in parole-numero per la lettura. Sono quindi presenti meccanismi lessicali e i meccanismi sintattici sia in comprensione che in produzione.
- Sistema di calcolo: esegue specifiche manipolazioni cognitive e aritmetiche utilizzando tre componenti: riconoscimento dei simboli matematici, recupero dei fatti numerici, esecutore delle procedure di calcolo.
- Rappresentazione semantica astratta: permette di mantenere in memoria le informazioni, consente il dialogo e la collaborazione tra gli altri due sistemi. Concede inoltre di effettuare un attento monitoraggio che permette di avere accesso alle principali operazioni, alle procedure di calcolo e ai fatti numerici.

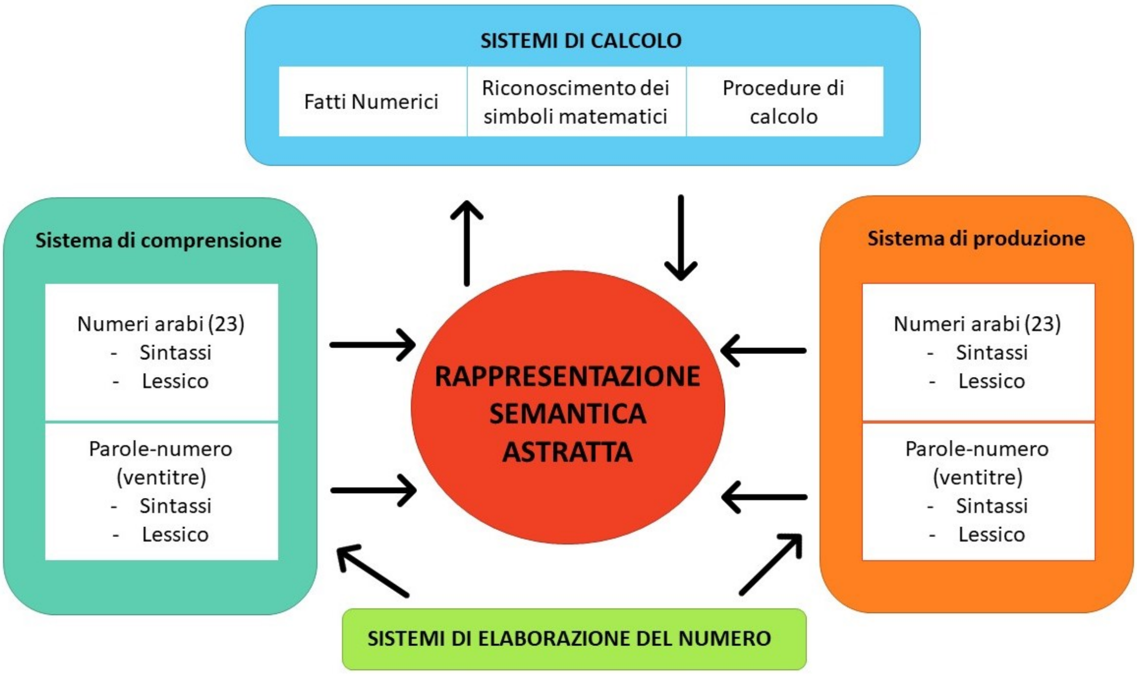


Figura 2: Modello di McCoskey

Il modello si è dimostrato per molti anni un'importante intuizione poiché permetteva di fare emergere deficit nel calcolo che coinvolgono solo alcuni ambiti ipotizzando una compromissione di un solo modulo. Nonostante ciò è stato individuato comunque un grande limite che riguardava l'incapacità di descrivere la dissociazione tra: competenze di calcolo, abilità di transcodifica e la semantica numerica. Ciò ha portato al superamento di questo modello (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Da qui in poi gli autori hanno cercato di definire come si potesse passare da questi *number-system* al processamento del numero arabico, cioè come passare da un codice non simbolico, solo rappresentativo, ad un codice simbolico arabico.

Secondo il modello del triplo codice di Dehaene l'apprendimento matematico si divide in tre componenti dominio-specifiche (Dehaene, 1992).

- rappresentazione verbale che permette la comprensione e la produzione di parole numero (es.: "nove virgola novantacinque")
- rappresentazione visivo arabica che permette la scrittura e la lettura in cifre dei numeri (es.: "3")

- codice analogico che permette le stime, i confronti, i calcoli approssimativi inquanto consente di comprendere le grandezze e le quantità (es.: “♥♥♥”).

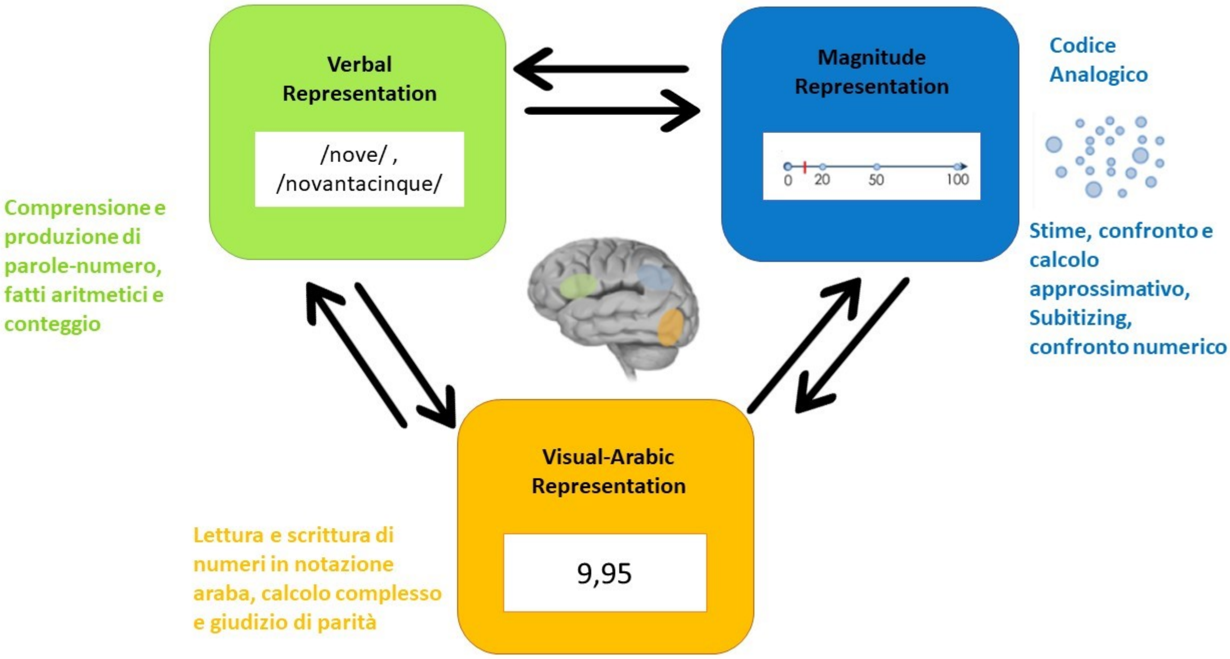


Figura 3: Modello di Dehaene

I tre sistemi sono assolutamente iperconnessi e collegati fra loro, ovviamente in base al compito richiesto uno predominerà sull'altro, rimanendo pur sempre in collaborazione. L'autore in sostanza ha cercato di mettere un ponte tra i meccanismi preverbali e il codice numerico arabico che i bambini apprendono poi a scuola (Sella et al., 2018). Secondo il modello queste tre componenti sono presenti già nei bambini di età prescolare (Dehaene, 1992). Inoltre il loro contributo è stato identificato dagli autori in precise aree cerebrali. Nello specifico la rappresentazione visivo arabica collocata nella regione occipito-temporale, il codice analogico vicino alla giunzione pareto-temporo-occipitale ed infine la rappresentazione verbale presente solo nell’emisfero sinistro comprendendo nuclei talamici, gangli della base e giro temporale (Dehaene & Cohen, 1995).

Recenti ricerche di LeFreve sui processi cognitivi dominio-generali lo hanno portato a confermare che l’elaborazione numerica precoce coinvolge tre distinti sistemi: 1. le abilità linguistiche; 2. i precursori delle rappresentazioni di quantità; 3. l'attenzione spaziale. L'autore nello studio del 2010 ipotizzò che queste vie contribuissero tutte e tre allo sviluppo delle competenze matematiche precoci, quindi prima di una istruzione formale, ma anche all'apprendimento di conoscenze matematiche formali a scuola (LeFreve et al., 2010). La ricerca ha permesso di giungere a due conclusioni. La prima confermava l'ipotesi per cui i tre sistemi cognitivi contribuissero allo sviluppo di competenze matematiche precoci ma in modo indipendente, nello specifico è emerso che i precursori linguistici e quantitativi sono dei previsori distinti. Il primo permette la conoscenza del sistema numerico (denominazione dei numeri) il secondo permette l'elaborazione della grandezza numerica. L'attenzione spaziale invece si è rilevata un percorso a parte e coinvolta in ugual modo nelle prime due vie. La seconda conclusione ottenuta riguarda il fatto che le tre vie sono coinvolte in modo diverso in base al tipo di compito presentato al bambino. Nello specifico i precursori linguistici sono maggiormente coinvolti in quei compiti che richiedono l'enumerazione o il valore posizionale, come la geometria e la misurazione, mentre i precursori quantitativi sono coinvolti di più in compiti che richiedono confronti tra grandezze numeriche. L'attenzione spaziale si è dimostrata coinvolta ugualmente in tutti i compiti presentati. Questo studio si dimostra importante anche nell'ambito dei bambini con debolezze o difficoltà matematiche. Dividendo in tre vie l'apprendimento di contenuti matematici, fin dai bambini di età prescolare, è possibile giungere alla conclusione che possano essere presenti differenze anche tra i profili di discalculia evolutiva, con debolezze più in un percorso cognitivo che in altri (LeFreve et al., 2010).

Successivamente Butterworth arricchì la ricerca di LeFreve (2010) ipotizzando un modello in cui l'apprendimento matematico è estremamente influenzato dal contesto educativo in cui il bambino è inserito, oltre che da predisposizioni biologiche e competenze cognitive (Butterworth et al., 2011). Il prodotto finale che corrisponde al comportamento del bambino e alle sue prestazioni aritmetiche dipende quindi da questi contesti. Nel suo modello è riuscito a individuare gli strati biologici e cerebrali coinvolti nell'apprendimento matematico. L'originalità della sua teoria riguarda l'aver esplicitato quanto i processi cognitivi siano influenzati dal contesto educativo. Con ciò l'autore intendeva evidenziare quanto i bambini nell'ambiente quotidiano sono esposti a ragionare sui numeri, sul conteggio e sui fatti numerici, a fare pratica con le numerosità, in sostanza ad esercitarsi a manipolare i numeri. Nello specifico l'organizzazione delle informazioni matematiche nel cervello è dinamica, si muove tra diverse aree durante tutto il processo di apprendimento. Le aree principalmente coinvolte sono: i lobi frontali, il lobo parietale nello specifico i solchi intra-parietali (IPS) e il lobo temporale per il giro fusiforme (Butterworth et al., 2011). Questa organizzazione che coinvolge le attività numeriche, anche di routine, cambia con l'età, e il corso di questo cambiamento, secondo l'autore, può essere in parte influenzato dall'esperienza educativa. Lo scopo della ricerca è quello di trovare il contesto scolastico che fornisce il giusto tipo di esperienze (Butterworth et al., 2011). L'autore creò in questo modello un elenco delle principali abilità numeriche che i bambini sviluppano in base all'età, specificata in anno e in mese. Per quanto riguarda l'abilità di conteggio secondo l'autore sono presenti tre principali fasi di sviluppo:

1. Counting all: ossia contare tutto. Corrisponde a quando i bambini, per effettuare una somma o contare un insieme numerico, contano prima un operando e poi il successivo operante.
2. Cunting on: ossia Contare in avanti a partire dal primo addendo. Corrisponde a quando i bambini partono a contare aggiungendo solamente il secondo operante, riconoscendo il primo operante come quantità di partenza.
3. Counting on*: ossia contare in avanti a partire dall'addendo più grande. Corrisponde a contare scegliendo di partire dall operando con la quantità maggiore per raggiungerci l'operando più piccolo, utilizzando un metodo più economico (Butterworth, 1999; Carpenter et al., 1982 citati in Butterworth, 2007).

Le recenti ricerche hanno fatto emergere ulteriori riflessioni. Secondo la teoria del "*Knower-level*" lo sviluppo del principio di cardinalità, delle parole-numero, guida gli stadi prevedibili. I bambini sono chiamati "*conoscitori pre-numerici*" (Wynn, 1990 citato in Sella et al., 2018) quando recitano la sequenza numerica senza averne consapevole significato del quantitativo. A un primo livello comprendono il significato cardinale della parola-numero 1, risultando capaci di dare la giusta quantità nel momento in cui glielo si chiede. Lo stesso processo avviene lentamente anche per i numeri successivi. Le Corre et al. hanno chiamato i bambini in questo stadio "*conoscitori di sottoinsiemi*" (Le Corre et al., 2006 citato in Sarnecka, 2015) perché il loro principio cardinale (ovvero associano parola-numero, la quantità e il simbolo arabo) è limitato a un sottoinsieme di una lista di numeri, a questo primo livello il numero acquisito è solo 1. Nei livelli successivi i bambini acquisiscono il significato cardinale della parola-numero 2, poi 3, e così via diventando "*conoscitori del* *sottoinsieme 2*” poi “*conoscitori del sottoinsieme 3*” (Sarnecka, 2015). I bambini diventano *“conoscitori del principio cardinale”* (CP) nel momento in cui si accorgono che la parola-numero successiva nella enumerazione in avanti corrisponde fisicamente ad aggiungere un solo elemento all’insieme, e che quindi l'ultima parola-numero recitata rappresenta la quantità totale dell'insieme (Sarnecka, 2015; Le Corre, 2014 citato in Sella et al., 2018).

Nonostante i numerosi modelli presenti in letteratura, dalle ricerche emerge in modo unanime la presenza di una rappresentazione numerica mentale che assomiglia ad una linea dei numeri, in cui quindi le unità numeriche sono rappresentate in modo visuospaziale e analogico, non simbolico-linguistico. L’orientamento della linea, quindi il verso, dipende da cultura a cultura, in quella occidentale è orientata da sinistra a destra, con i numeri piccoli a sinistra (Lucangeli & Mammarella, 2010).

1.3 In che modo i bambini imparano a leggere e scrivere i numeri

Dopo aver visto le principali teorie neuropsicologiche sulla cognizione numerica e come il bambino apprende a contare, è possibile ora considerare come impara a leggere e scrivere i numeri (Lucangeli et al., 2007). È importante infatti evidenziare, come rilevato anche sopra, che contare verbalmente non sempre implica il saper riconoscere i numeri e usare con competenza il sistema simbolico o le parole-numero. Studiare questo sviluppo rappresenta analizzare l’acquisizione delle abilità di scrittura e lettura del numero (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Un’importante elaborazione teorica di tipo stadiale, che per prima si è interessata anche a questo, è il modello evolutivo di Uta Frith (1985). Lo scopo è quello di spiegare lo sviluppo della lettura e della scrittura di parole nei bambini, facilmente applicabile anche alla codifica del numero. Secondo l'autrice questo sviluppo avviene attraverso quattro stadi: logografico, alfabetico, ortografico, lessicale (Frith, 1985). Gli stadi partono da competenze basate su indizi percettivi come riconoscere una parola o un numero dalla sua forma grafica, fino a competenze di lettura e scrittura dei numeri, come riconoscere che il sei e il nove sono due quantità differenti anche se hanno lo stesso simbolo, orientato diversamente (Lucangeli et al., 2007).

Lo sviluppo della lettura è composta da due principali componenti: il lessico e la comprensione simbolica. Il lessico dei numeri rappresenta il nome che è attribuito ad ogni numero e che cambia in base alla posizione che la cifra occupa nel numero. Il bambino riesce a selezionare correttamente la parola-numero grazie ai meccanismi lessicali, cioè procedimenti cognitivi che gli permettono di riconoscere il numero e etichettarlo correttamente. Il lessico dei numeri in letteratura è diviso in:

- numeri primitivi: divisi in 3 sottogruppi che sono le unità (da 1 a 9), i "*teens*" (da 10 a 19), e le decine (da 20 a 90)
- numeri miscellanei: che si trovano affianco ai numeri primitivi a seconda della posizione all'interno della cifra (-cento, -mila, -milioni, ecc…)

Da qui è possibile scoprire che un bambino se sbaglia a dire il nome di un numero (legge, scrive o si rappresenta "sei" invece di "tre") sta commettendo un *errore lessicale*, poiché non si orienta tra i sottogruppi dei numeri primitivi. Si tratta invece di *errori sintattici* (c'è scritto 20034 e legge "duecentotrentaquattro") quando il bambino sbaglia nel riconoscere il valore posizionale delle cifre. La comprensione simbolica dei numeri permette di far combaciare il nome del numero con la quantità e con il simbolo arabo.

Bialystok (1992) per molto si occupò di analizzare questo sviluppo, individuando tre principali stadi:

- l'apprendimento delle notazioni orali dei numeri: il bambino apprende la sequenza numerica e la recita come una filastrocca, senza comprenderne il significato.
- la rappresentazione formale: il bambino impara a rappresentarsi mentalmente i numeri parlati collegati una specifica forma scritta.
- la rappresentazione simbolica: il bambino attribuisce al nome del numero e al suo specifico simbolo arabo anche la rispettiva quantità.

Da questa rappresentazione per stadi è possibile concludere che l'acquisizione della comprensione simbolica del numero è un processo complesso che richiede tempo ed esercizio (Bialystok, 1992).

Per quanto riguarda la scrittura dei numeri Piaget fu il primo ad interessarsene. Secondo l'autore i bambini all'età di 2 anni sono in grado di rappresentare un oggetto o evento, che corrisponde al significato, tramite un altro, che corrisponde al significante (Piaget, 1945 citato in Lucangeli et al., 2007).

Studi più recenti (Huges, 1987) hanno proposto quattro diverse forme di sviluppo della rappresentazione grafica dei numeri:

1. Idiosincratica (3 anni): il bambino crea segni incomprensibili per un osservatore esterno.
2. Pittografica (3-4 anni): il bambino esprime la quantità disegnando gli oggetti della collezione.
3. Iconica (4-5 anni): il bambino riproduce segni grafici semplici, come pallini o aste, posti in corrispondenza biunivoca con gli oggetti.
4. Simbolica (5-6 anni): il bambino scrive i numeri arabi riferiti alla corretta quantità, entro il 9.

Ma la rappresentazione grafica non rappresenta l'unico aspetto dello sviluppo della scrittura dei numeri. L'altra componente è infatti la notazione numerica che è riconducibile, grazie alle ricerche di diversi studiosi (Aglì & Martini, 1995; Pontecorvo, 1985), a tre classi:

- Notazione con grado informativo nullo: segni continui o discreti che hanno significato solo per il bambino che li ha disegnati, possono sembrare una imitazione della scrittura adulta
- Notazione basata sulla corrispondenza biunivoca: in questo caso c'è una corrispondenza fra segni e quantità numerica, inquanto il bambino con figure astratte o schematiche rappresenta la quantità
- Notazione convenzionale: il bambino scrive la quantità sottoforma stavolta di numero arabo

Come per la lettura, grazie a questi studi è possibile individuare e classificare i primi errori che i bambini possono compiere nella scrittura dei numeri. Spesso i bambini infatti possono trovare difficoltà nel collegare il simbolo aritmetico convenzionale al significato quantitativo, arrivando a vedere i numeri come lettere speciali. Questo tipo di errore può dimostrarsi in modi differenti, in ogni caso è indispensabile accorgersi di questi errori nell'apprendimento matematico pre-scolare, e prevedere un metodo di insegnamento che rafforzi queste debolezze anche con manipolazioni pratiche delle quantità (Lucangeli et al., 2007)

In conclusione è possibile confermare che i meccanismi di calcolo e di manipolazione dei numeri possono nascere solo nel momento in cui i sistemi di riconoscimento pre-verbali delle quantità sono fortemente collegati e integrati con l'apprendimento del conteggio, lettura e scrittura dei numeri arabici (Lucangeli & Mammarella, 2010)

CAPITOLO 2: I PREDITTORI E I MECCANISMI DI BASE DELLE ABILITÀ DI CALCOLO

La letteratura nel tempo si è chiesta quali fossero le origini delle abilità di calcolo e della discriminazione delle quantità.

Wynn nel 1992 ha potuto osservare che i bambini già a 5-6 mesi erano in grado di compiere semplici addizioni e sottrazioni. L'autore utilizzò il paradigma della violazione dell'aspettativa, in cui presentò al bambino la seguente sequenza di eventi: viene presentato un pupazzo in un teatrino, il quale viene poi nascosto da uno schermo; viene aggiunto, dall'alto, un secondo pupazzo e posizionato affianco al primo dietro allo schermo. A questo punto lo schermo si abbassava e vengono presentate due situazioni:

- Condizione possibile: si mostrano due pupazzi
- Condizione impossibile: si mostra un pupazzo

Questo appena presentato è l'esperimento dell'addizione, l'opposto avviene nell'esperimento della sottrazione. L'autore notò che i bambini guardavano più a lungo la condizione impossibile, come se deludesse la loro aspettativa (Wynn, 1992). Questo esperimento ci permette di concludere che i bambini nascono con la capacità di eseguire processi semplici di addizioni e sottrazioni (come 1+1 o 2-1) che li portano ad avere aspettative aritmetiche sulla realtà (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Questa importante intuizione, come altre, hanno portato molti ricercatori ad interessarsi alle competenze pre-verbali dei bambini. Le principali tecniche utilizzate per esplorare lo sviluppo della cognizione numerica si basano tutte sul tempo di osservazione della scena, tempo che di solito è maggiore per stimoli nuovi (Feigenson et al., 2004). Le tre tecniche sono:

- Paradigma dell'abituazione-disabituazione: si presentano ai bambini una serie di immagini con quantità di stimoli diversi (fase di abituazione). Queste immagini vengono proposte finché il tempo di fissazione non raggiunge un criterio soglia. Poi (fase di disabituazione) si presentano una serie di immagini a coppie, una sarà presa dal set già presentato l'altra sarà nuova.

- Paradigma della violazione dell'aspettativa: descritto nell'esperimento di Wynn (1992), in cui si presentano al bambino un insieme di eventi che possono avere anche un risultato inaspettato.
- Compito di ricerca manuale: si presenta al bambino una scatola in cui il ricercatore inserisce degli oggetti, e può toglierli senza essere visto. Il bambino può andare a ritrovare gli oggetti nella scatola; si presta attenzione al tempo impiegato per ritrovarli.

Questi esperimenti hanno permesso di scoprire che già nei neonati sono presenti importanti intuizioni numeriche. Molto prima di imparare a parlare e dell'insegnamento della matematica, i bambini sono in grado di elaborare la realtà in termini di numerosità (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Sono presenti alcuni pre-requisiti dell'apprendimento chiamati trasversali, cioè non specifici solo per le competenze matematiche ma che coinvolgono in generale lo sviluppo cognitivo del bambino. I prerequisiti dell'apprendimento sono le basi su cui si andranno ad appoggiare le successive competenze apprese nella scuola primaria, e vengono generalmente acquisiti intorno ai 5 anni (Mazzoncini et al., 1996).

Un prerequisito importante, secondo Blair (2002), è l'autoregolazione che permette un buon adattamento scolastico. Nello specifico è necessaria una buona regolazione attentiva per l'esecuzione di compiti cognitivi, ma anche emotiva per le interazioni e relazioni sociali (De Franchis & Usai, 2013). L'autoregolazione fonda le sue radici più profende in specifiche strutture cognitive chiamate funzioni esecutive (FE). Quest'ultime sono processi diversificati e precisi che permetto di svolgere innumerevoli compiti. Le FE sono: inibizione, memoria di lavoro e flessibilità cognitiva. Uno studio longitudinale condotto in Italia si è proprio interessato ad andare a vedere se le componenti delle funzioni esecutive, all'ultimo anno della scuola dell'infanzia, predicono le prestazioni in compiti matematici al primo anno della scuola primaria, e quali di queste hanno maggiore valore predittivo. Lo studio ha riportato che valutare precocemente le varie componenti delle funzioni esecutive permette di predire le abilità di calcolo alla prima primaria. Risultano essere i migliori perdittori soprattutto l'inibizione comportamentale, la denominazione rapida e la consapevolezza fonologica (Stievano et al., 2011). Da altri studi, sul contributo delle FE nell'apprendimento matematico, si è potuti concludere che esse sono implicate molto di più rispetto ad altre specifiche competenze di base e che predicono anche il successo matematico nella scuola primaria (De Franchis & Usai, 2013).

Le continue ricerche sui processi alla base della competenza numerica hanno individuato tre pre-requisiti dell'apprendimento specifici (Iannitti & Lucangeli, 2005; Lucangeli et al., 1998):

- Processi semantici: capacità di comprendere la quantità astratta del numero (es.: 3 = "♥♥♥") (Cohen & Dehaene, 2000; Dehaene, 1992; McCloskey et al., 1985)
- Processi lessicali: capacità di attribuire un nome al numero, quindi enumerare, leggere e scrivere i numeri (es.: "3" o "tre") (Seron & Deloche, 1983; Temple, 1991, 1997 citati in Lucangeli et al., 2007)
- Processi sintattici: capacità di individuare correttamente il significato della cifra in base al valore posizionale occupato (es.: "3 unità; 0 decine") (Fuson & Hall, 1983). Nella scuola dell'infanzia ci si riferisce però al concetto di presintassi inquanto i numeri a più cifre non vengono utilizzati ancora, nonostante ciò il concetto può essere anticipato con compiti verbali (come riflessioni su unità ed insiemi es. classe-bambini) (Lucangeli et al., 2007).

Su questi tre processi si basa lo sviluppo di competenze matematiche successive. Per esempio il conteggio richiede l'intreccio di competenze lessicali, per aver acquisito la competenza verbale con una corrispondenza biunivoca tra parole-numero e oggetti contati, e semantiche, per riconoscere la cardinalità del numero (Lucangeli et al., 2007). Su queste competenze sarà poi possibile svilupparne delle altre come il calcolo a mente con il recupero dei fatti numerici, la comprensione dei simboli (come "+" e "-"), la capacità di incolonnare e la conoscenza procedurale, fino al calcolo scritto.

Approfondendo ancora di più la struttura della conoscenza numerica la letteratura ha dimostrato la presenza di altri due sistemi pre-verbali che guidano l'apprendimento matematico già nei bambini più piccoli:

- Approximate number system (ANS)
- Object tracking system (OTS)

Questi due sistemi sono innati e immediati, permettono di analizzare le quantità presenti nell'ambiente. Non sono acquisibili tramite apprendimento ma sono presenti fin dalla nascita e sono deputati a compiti fissi dimostrando infatti prestazioni limitate (Feigenson et al., 2004).

2.1 Approximate number system

Secondo il filone di ricerca incentrato sulle abilità numeriche di base, chiamato "start up neuro cognitive", le abilità matematiche sono presenti, sotto forma di meccanismi innati, già nei bambini più piccoli e a volte condivisi anche con gli animali. *Approximate number system* (ANS) È un sistema che permette la rappresentazione approssimata di grandi quantità, cioè maggiori di 4-6. Ci sono due correnti teoriche che si interessano a spiegare questo meccanismo matematico: modello lineare e il modello logaritmico (Sella et al., 2018). Queste teorie giungono però alle medesime conclusioni: l'ANS permette di risolvere compiti di acuità numerica, vale a dire che consente di percepire la differenza di numerosità tra due insiemi. Tale compito che si dimostra sempre più difficile mano a mano che il rapporto numerico si avvicina a uno. Un recente studio ha confermato che la soglia di discriminazione dell'ANS cambia con lo sviluppo, da un minimo di 4 elementi fino agli adulti che ne discriminano massimo 6, scoprendo inoltre che il continuo allenamento di questo sistema durante l'infanzia permette ai bambini di acquisire una migliore accuratezza (Halberda & Feigenson, 2008). È stato inoltre confermato da diversi studi che l'accuratezza dei bambini diminuisce, in compiti che prevedono l'acutezza delle ANS, all'aumentare del rapporto numerico, come prevede la legge di Weber (Halberda, 2011).

Attualmente l'ANS è al centro di importanti dibattiti i quali cercano di comprendere il reale contributo di questo sistema all'intelligenza numerica. Per quanto riguarda l'acquisizione della conoscenza esatta dei numeri il sistema ha un ruolo importante fin dall'inizio. Consente di avvicinare e indurre i bambini a notare alcune caratteristiche numeriche dell'ambiente intorno a loro, ma la ANS non è poi sufficiente per l'impadronirsi dei numeri naturali esatti (Sella et al., 2021). È quindi improbabile che l'acquisizione dei concetti numerici derivi esclusivamente dall'ANS.

In supporto a questi dati si presenta lo studio di Libertus e colleghi del 2011, i quali a differenza delle precedenti ricerche sulla relazione tra ANS e abilita matematiche, non si sono concentrati su partecipanti che avevano già ormai acquisito importanti competenze matematiche, ma hanno scelto un campione di bambini di età tra i 3 e i 5 anni. Nel loro studio sono stati somministrati compiti che non richiedevano l'uso di simboli o calcoli aritmetici. Infatti gli autori erano interessati a vedere se è presente una correlazione tra l'ANS e le competenze matematiche individuali agli albori dello sviluppo delle abilità aritmetiche. In questi anni i bambini hanno un livello minimo o nullo di istruzione matematica. I risultati dimostrano in modo significativo e duraturo che la correlazione tra l'acutezza dell'ANS e le abilità matematiche è individuabile già nei bambini tra i 3 e i 5 anni, prima che concetti matematici precisi vengano formalmente insegnati. Inoltre la forte correlazione era presente anche quando è controllata l'età e la dimensione del vocabolario (Libertus et al., 2011). Questo studio consente di concludere l'importante influenza che questo sistema ha sull'acquisizione di concetti matematici, ma anche quanto possa essere individuato come un indice che predice delle debolezze nel bambino.

A dimostrazione di questo è presente lo studio di Mazzocco et al. del 2011, i quali hanno mostrato che il livello di accuratezza dell'ANS in bambini dai 3 ai 5 anni predice selettivamente la prestazione scolastica in matematica dai 6 anni in poi. Questi dati ci dimostrano ancora di più quanto sia importante effettuare delle ricerche già nei bambini di età prescolare, poiché è possibile scoprire delle debolezze del ANS che potrebbero predire difficoltà future nella matematica (Mazzocco et al., 2011).

2.2 Object tracking system

Questo sistema permette di mappare velocemente piccole quantità e di tenerle a mente. L'*Object tracking system* (OTS) può tracciare massimo circa 3 oggetti nei neonati e 4 negli adulti (Feigenson et al., 2004). L'OTS consente la rappresentazione esatta di piccole quantità, permettendo di risolvere i compiti di *subitizing*, in cui è richiesto di enumerare in modo rapido e accurato piccole quantità (Lucangeli et al., 2007; vanMarle et al., 2018). Numerose ricerche hanno ormai confermato che i neonati sono capaci di discriminare delle quantità. Essi ovviamente non sanno determinare con certezza le quantità di due insiemi, ma riescono a determinare quale contiene più elementi. Nello specifico i bambini nascono sia con la capacità di discriminare la grandezza di due insiemi sia con una spiccata sensibilità alle modifiche apportate ai due insiemi. Quest'ultima competenza corrisponde all'essere sensibili all'aggiunta/sottrazione di alcuni elementi, dimostrandosi interessati ai cambiamenti e con specifiche aspettative matematiche (Lucangeli & Mammarella, 2010). Questo è permesso grazie *Object tracking system*.

Nello specifico la ricerca dal titolo *"Bootstrapping & the origin of concepts"* è stata ipotizzata una relazione tra piccole quantità presentate al neonato e la rappresentazione mentale automaticamente prodotta, condizione che permetteva al bambino di discriminare in quale insieme c'erano più oggetti (Carey, 2004). Secondo gli autori, anche di studi successivi, è proprio questa condizione innata che permette poi di acquisire le parole-numero e quindi l'ordine della conta (Le Corre & Carey, 2007). Nello specifico gli autori sono andati ad approfondire come i bambini acquisiscono i significati numerici da uno a quattro, prima di aver acquisito i principi di conteggio, e in questa fase come mappano i numeri oltre il quattro. I risultati permettono di fare luce su come la percezione immediata delle quantità, grazie all'OTS, sia collegata con le parole-numero fino al quattro. L'ipotesi, che i risultati confermano, sostiene che viene creato un collegamento tra ogni numero e la rappresentazione della quantità equivalente nella memoria a lungo termine (LTM). Nello specifico: la parola-numero "uno" avrà un modello corrispondente nella LTM che prevede un solo elemento [α_x] ; "due" avrà un modello corrispondente nella LTM che prevede due elementi [α_x; α_y] ; "tre" avrà [α_x; α_y; α_z]. Il bambino, dopo aver creato, grazie alla individuazione parallela, un modello della parola-numero in LTM, quando si troverà di fronte ad un compito di *subitizing* seguirà queste sequenze cognitive (Le Corre & Carey, 2007):

1. Crea un modello di ciò che vede, riducendolo a elementi base (come [α_x; α_y; α_z]);
2. Confronta il modello appena creato con quelli presenti in LTM;
3. Seleziona e pronuncia la parola-numero equivalente al modello;

Gli autori concludono evidenziando come questo modello permetta anche di comprendere il tempo necessario al bambino per acquisire le parole-numero e che queste sono già presenti nel bambino anche prima dell'apprendimento dei principi di conteggio (Le Corre & Carey, 2007). Tale sistema crea quindi una mappa numerica in memoria a lungo temine, che verrà ripescata e confrontata ogni volta che un compito simile si presenta davanti al bambino. Dal confronto con la mappa in memoria e il compito presentato il bambino seleziona e pronuncia il numero corretto (Carey, 2004).

In conclusione l'OTS e ANS sono innati e presenti fin dalla nascita, sono specifici, rapidi, automatici e condivisi con altre specie animali. Secondo le ricerche di base la conoscenza numerica si basa su questi due sistemi pre-verbali che guidano e vincolano l'acquisizione culturale di 9 rappresentazioni. Questi sistemi permettono un'immediata elaborazione visuospaziale che nell'apprendimento matematico, come nella geometria, rimane una componete sempre molto coinvolta. Per questo è importante aiutare gli insegnanti e le educatrici a tenere a mente questi concetti in modo da fornire ai bambini supporti visivi come immagini, video, schemi, calcolo in colonna o esperienze pratiche durante la spiegazione dei concetti matematici o nelle prime occasioni di approccio al mondo dei numeri. In questo modo è possibile fornire ai bambini una o più chiavi di lettura per approcciarsi al mondo dei numeri e ai calcoli fino a differenti strategie per risolvere i problemi (Lucangeli & Mammarella, 2010).

Diversamente da quanto si era supposto in passato, entrambi i meccanismi supportano e guidano il bambino nella mappatura delle parole-numero, nello specifico in molti compiti l'OTS amplifica il contributo dell'ANS, senza dare un apporto indipendente. Con il tempo il loro contributo diminuisce soprattutto quello dell'OTS (vanMarle et al., 2018). I sistemi preverbali (*core system*) sono quindi coinvolti nell'apprendimento matematico, ma come ci dimostrano le recenti ricerche non sono gli unici meccanismi presenti (Caviola et al., 2020). Non risulta importante infatti analizzare i tempi di reazione dell'ANS o dell'OTS nei bambini, ma è importante presentare prove varie che coinvolgano entrambi i sistemi e compiti di riconoscimento visivo-arabico come nelle Nuove BIN.

CAPITOLO 3: NUOVA BATTERIA PER LA VALUTAZIONE DELL'INTELLIGENZA NUMERICA

La batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica è nata con lo scopo di andare a scoprire in modo preciso lo sviluppo delle competenze numeriche nei bambini dai tre ai sei anni di età. L'obiettivo è quello di proporre compiti numerici riducendo al minimo l'influenza di altri componenti, che sono strettamente correlati con queste abilità. Inoltre lo scopo è quello di garantire un'affidabilità Test Retest, una coerenza interna maggiore rispetto agli studi precedenti e definire le reali tappe di sviluppo di queste competenze (Sella et al., 2021). Nello specifico lo strumento è stato creato per essere utilizzato nella scuola dell'infanzia anche dalle maestre, implicando l'assunzione di una chiave di lettura basata sulla prevenzione. Grazie alla batteria è infatti possibile valutare la conoscenza del bambino circa gli aspetti cognitivi e metacognitivi implicati nell'apprendimento matematico, individuano precocemente eventuali difficoltà o disturbi. Questo da la possibilità di intervenire prima su eventuali problematiche, rendendo l'intervento potenzialmente molto più efficace (Molin et al., 2006). Oltre a ciò dai dati raccolti è possibile anche ipotizzare metodologie educative o d'insegnamento innovative e più adatte all'età.

La Nuova Batteria dell'Intelligenza numerica è composta da una serie di prove:

1. Acuità numerica
2. Enumerazione in avanti
3. Conteggio
4. Direzione conteggio
5. Lettura
6. Comparazione
7. Linea numerica
8. Calcolo a mente (addizioni e sottrazioni)
9. Fluenza comparazioni

Queste prove hanno lo scopo di andare a sondare l'apprendimento dei bambini. Le prove prevedono differenti compiti. La singola prova viene interrotta dopo tre errori anche non consecutivi per passare alla successiva. Lo sperimentatore interrompe immediatamente l'intera valutazione nel caso in cui il bambino mostra segni di stress oppure se esprime la volontà di non voler andare avanti. Rispetto alla precedente versione del 2006 sono state fatte alcune modifiche delle varie prove con lo scopo di avere una rappresentazione più accurata dello sviluppo delle competenze numeriche nei bambini dai 3 ai 6 anni di età. Nella versione precedente le prove erano: Scrittura di numeri; Lettura di numeri in forma arabica; Enumerazione in avanti e indietro; Corrispondenza nome-numero; Comparazione di numeri arabici; Corrispondenza numero-quantità; Confronto tra numerosità: dots; Presintassi ordine di grandezza; Seriazione di numeri arabici; Completamento di serie (Molin et al., 2006).

3.1 Acuità numerica

In questa prova vengono presentate una serie di immagini composte da pallini blu e gialli (vedi Figura 4). Al bambino verrà chiesto di giudicarne la quantità più velocemente possibile senza contarli. Nelle immagini presentate, che contengono gli insiemi numerici, le variabili fisiche sono minimizzate affinché i bambini estraggano informazioni numeriche senza fare affidamento o essere influenzati dalle caratteristiche del compito e dell'immagine. Per ottenere questa condizione è stato usato un algoritmo dal nome *"customized ultraprecise standardization-oriented multipurpose"* (CUSTOM) il quale ha permesso di creare stimoli numerici non simbolici, in cui molte variabili confondenti erano controllate (De Marco & Cutini, 2020; Sella et al., 2018).

Le figure presentate sono posizionate in ordine crescente per quanto riguarda la difficoltà, da item con un rapporto 1:2 (es: 10 pallini blu e 20 pallini gialli) a item molto difficile con il rapporto di 12:11 (es: 48 pallini blu e 44 pallini gialli). Sono stati scelti i rapporti che hanno dimostrato di poter osservare con maggiore probabilità una variabilità (Mazzocco et al., 2011).

Gli item totali presentati ai bambini sono 16 (esclusi i primi 2 di prova), da osservare e a cui dare una risposta, e il rapporto cambia ogni 2 item. Tutte le figure presentate contengono un numero uguale o maggiore di 10 elementi gialli e altrettanti blu, in modo da evitare che i bambini contino prima di rispondere, eliminando un possibile *subitizing* (Trick & Pylyshyn, 1994).

Rapporto 1:2	**Rapporto 2:3**	**Rapporto 4:3**	**Rapporto 5:6**	**Rapporto 7:8**	**Rapporto 9:10**	**Rapporto 10:11**	**Rapporto 12:11**
10 vs 20	10 vs 15	20 vs 15	10 vs 12	14 vs 16	27 vs 30	20 vs 22	12 vs 11
24 vs 12	14 vs 21	28 vs 21	20 vs 24	35 vs 40	9 vs 10	30 vs 33	48 vs 44

Rispetto alla precedente versione della Nuova BIN sono stati aggiunti gli ultimi 4 item con un rapporto maggiormente difficile, visto che dai precedenti studi pilota (Besuschio, 2019) era risultato che i bambini di 4 e 5 anni erano già capaci di rispondere correttamente a tutti gli item. In questo modo è stato possibile evitare un effetto soffitto.

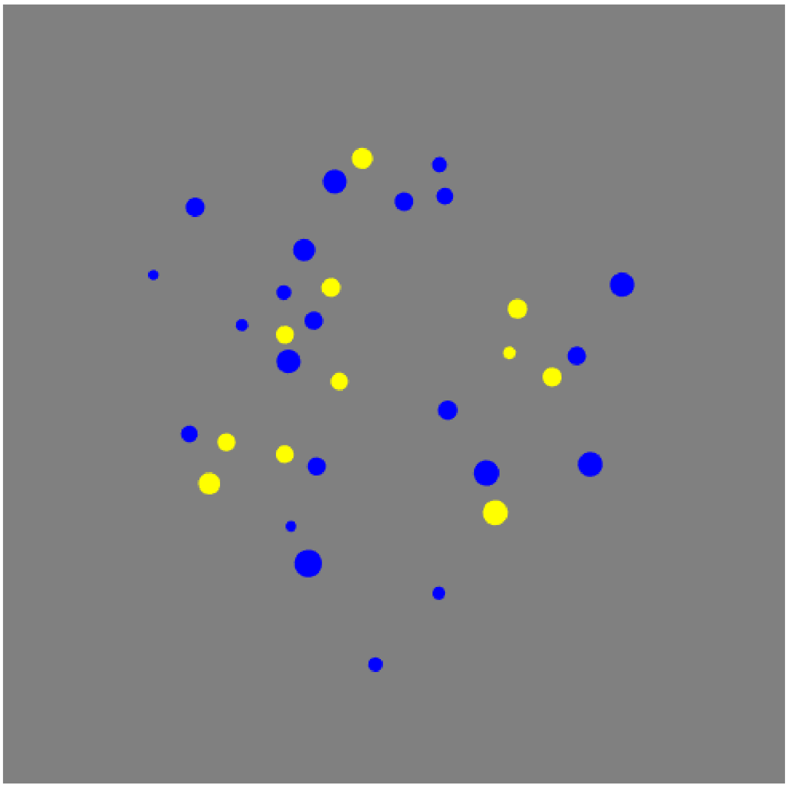


Figura 4: esempio prova di Acuità numerica (NUOVE BIN)

Questa prova è stata scelta perché in questo compito viene attivato ANS, sistema che riesce approssimativamente a definire la quantità esatta grazie a specifici neuroni che si occupano di attivarsi se presentata una quantità. Studi neurologici fatti sulle scimmie hanno riportato che l'attivazione però è approssimativa, infatti se si ha un vettore a 6 pallini verrà attivato sia la rappresentazione del 6 sia la rappresentazione del 5 e del 7 (Halberda, 2011). Più le quantità dei due gruppi saranno vicine fra loro, con maggiore sovrapposizione e più sarà difficile la discriminazione (da qui il rapporto 12:11 è il più difficile). La risposta finale verrà effettuata confrontando le due quantità percepite attivate dal ANS (Halberda, 2011). Nello specifico per calcolare la prestazione è possibile usare la frazione di Weber, infatti minore è la *standard devation* (cioè la frazione di weber) più precisa è la rappresentazione numerica (Sella et al., 2018).

L'acuità numerica è inoltre una competenza altamente predittiva delle abilità matematiche in età prescolare (Halberda et al., 2008).

3.2 Enumerazione in avanti

In questa prova si chiede al bambino di recitare i numeri in fila senza commettere errori. Per partire lo sperimentatore inizia con il bambino dicendo "1,2,3" per poi lasciarlo proseguire da solo. La prova si conclude quando il bambino sbaglia e viene segnato il numero più alto raggiunto, vengono comunque accettate le autocorrezioni. Se il bambino continua senza sbagliare lo sperimentatore lo interrompe raggiunto il numero 70. La prestazione che un bambino all'ultimo anno di materna dovrebbe avere è quella di raggiungere il 20, chiamato anche punteggio criterio.

Questa prova è stata scelta perché fa risaltare una capacità importante per l'acquisizione corretta di un sistema di rappresentazione dei numeri. Secondo varie ricerche infatti la capacità di enumerare in avanti funge da struttura e da pilastro per l'acquisizione corretta delle quantità (Sarnecka, 2015).

3.3 Conteggio

Il ripetuto esercizio ed esposizione all'enumerazione in avanti permette al bambino di comprendere concetti più complessi come il principio di cardinalità (Sarnecka, 2015). Tale principio consente al bambino di acquisire a pieno la base concettuale e il significato cardinale di ogni parola numero (Sella et al., 2021). Questo passo in avanti permette di superare prove di conteggio come quelle da noi presentate. In questa prova si chiede al bambino di dare una N quantità di "tessere caffè" in base a quanto lo sperimentatore gliene chiede. L'immagine è stata scelta perché la parola "caffè" è una parola invariate, cioè uguale sia al plurale che al singolare, permettendo di non influenzare i bambini. Questi tipi di compiti sono stati criticati in quanto spesse volte non sono state controllate adeguatamente molte variabili. La prima riguarda il fatto che se al bambino viene chiesto di dare quantità molto piccole come 4 o 5 non si può distinguere se ha raggiunto il principio di cardinalità oppure no, potrebbe essere un conoscitore del sottoinsieme quattro o cinque (Sella et al., 2021). Per controllare questa variabile e altre è stato deciso di aumentare il numero del conteggio fino a 10. È stato chiesto al bambino di ricontrollare alla quantità data ed è stato permesso di modificarne il numero. Sono state fatte 7 prove di questo tipo presentandogli quantità in ordine crescente (si inizia chiedendo 2 caffè, 1,3,4,5,10 e infine 8), ad ogni prova per segnare il risultato sul foglio di scoring viene prima chiesto al bambino la conferma, dandogli in questo modo la possibilità di correggersi. L'abilità di conteggio rappresenta un ponte fra le competenze numeriche preverbali e un sistema numerico parole-numero determinato dalla società (Sella et al., 2018).

A questo punto si passa da prove che valutano la consapevolezza delle quantità a prove che sempre più cercano di capire come si sviluppa la relazione tra quantità, numeri arabi e parole-numero.

3.4 Direzione conteggio

Questa prova risulta importante, diversi studi hanno individuato che tale competenza si sviluppa in questo periodo di crescita e che rappresenta un precursore dell'apprendimento numerico. Grazie infatti all'acquisizione del principio di cardinalità il bambino è capace non solo di dare il giusto numero di "tessere caffè" in base alla richiesta, ma è anche capace di effettuare correttamente sottrazioni e addizioni su una quantità (Sarnecka, 2015). In queste prove si chiede al bambino di giudicare correttamente una quantità a cui lo sperimentatore ha aggiunto o sottratto 1 dal gruppo iniziale. Nello specifico si dispongono sul tavolo N tessere caffè e si dice al bambino la quantità di queste tessere, poi si copre l'insieme con un foglio e, dopo essersi assicurati che lui ricordi il numero di tessere e sotto il foglio, si procede rimuovendo o aggiungendo una tessera. Si conclude chiedendo al bambino quante tessere ora ci sono sotto il foglio. Al bambino vengono proposti sei trial, tre addizioni e tre sottrazioni, presentati in ordine di difficoltà crescente (2+1; 7+1; 13+1; 2-1; 7-1; 13-1).

È stato selezionato questo compito perché in queste prove il bambino avrà successo se avrà acquisito il principio di cardinalità da almeno 2 anni (Sella et al., 2021), riuscendo quindi a individuare una certa quantità e a saperne fare piccole operazioni. Sembra infatti che per superare questo compito serva molta esperienza nel muoversi tra l'elenco del conteggio, più che specifici concetti (Sella et al., 2021). Questa prova ha un valore discriminativo importante rispetto alla semplice prova di conteggio, inquanto richiede la conoscenza del numero precedente e successivo evitando l'attivazione di un processo meccanico, cioè la recita dei numeri. Può succedere che in questi compiti anche i conoscitori che hanno acquisito il principio di cardinalità abbiano prestazioni scarse soprattutto in prove di sottrazione (Sella & Lucangeli, 2020). Alcune ricerche specificano che i processi di sottrazione e addizione non si sviluppino contemporaneamente, infatti in studi recenti tutti i bambini hanno ottime prestazioni in prove n+1 ma meno sono le risposte corrette per n-1, nonostante la padronanza del principio di cardinalità (Sella & Lucangeli, 2020).

3.5 Lettura dei numeri

Ai bambini è chiesto di leggere i numeri, da 1 a 20 in forma arabica, presentati nell'ordine indicato da noi.

Questa prova è stata inserita nella BIN perché permette di vedere la capacità del bambino di collegare parole-numero a precisi numeri arabi, quindi di effettuare una corretta transcodifica (Sella & Lucangeli, 2020). Dalla figura si può vedere che i numeri presentati non sono in ordine crescente, in modo da evitare che il bambino attivi meccanismi automatici di enumerazione.

2	1	4
3	5	7
6	9	8

Figura 5: primo item della prova di lettura dei numeri delle Nuove BIN

3.6 Comparazione

In questo compito viene chiesto ai bambini di scegliere il maggiore tra due numeri presentati in cifre arabe su un foglio, sondando l'ampiezza della conoscenza numerica simbolica esatta (Sella & Lucangeli, 2020). Nello specifico lo sperimentatore per ogni item legge e indica i numeri, evitando che il bambino emetta errori di riconoscimento. In totale verranno presentati 18 item (coppie di numeri) compresi tra 1 e 19.

1	2

Figura 6: primo item della prova di comparazione delle Nuove BIN

1 vs 2	4 vs 3	6 vs 7	9 vs 8	11 vs 12	19 vs 18
3 vs 2	1 vs 4	7 vs 8	6 vs 9	13 vs 12	16 vs 19
4 vs 2	3 vs 1	7 vs 9	6 vs 8	14 vs 12	18 vs 16

Questa prova nello specifico è stata scelta perché evidenzia che la capacità di confrontare cifre arabe rispecchia un'acquisizione matura del significato della quantità-numero e del loro valore simbolico. Questa condizione non è garantita solo dall'acquisizione del principio di cardinalità, anche se rimane una struttura mentale importante. Altri importanti passi che il bambino dovrà acquisire sono infatti la conoscenza della linea dei numeri e l'elenco di conteggio. Avere un rapido accesso a queste strutture concettuali permette di comprendere la relazione tra grandezza e simboli arabici. L'esperienza ripetuta permetterà al bambino di affinare queste competenze e anche di rappresentarsi in memoria visivo-spaziale il giusto ordine delle cifre nello spazio (Sella et al., 2020). In questi compiti è inoltre presente anche l'effetto distanza, condizione che vede i soggetti essere più veloci e accurati in prove con due numeri di grandezze molto distanti fra loro (come 4 vs 15) (Lucangeli & Mammarella, 2010) rispetto che in prove dove i due numeri hanno una distanza quasi uguale a 1, come nelle prove della Nuova BIN (6 vs 8).

3.7 Linea numerica

1		3

Figura 7: primo item della prova Linea numerica delle Nuove BIN

In questo compito è chiesto ai bambini di completare una sequenza di tre numeri a cui manca una cifra [?]; [2]; [3]. In ogni prova i numeri vengono letti e indicati al bambino, poi gli sarà chiesto quale numero va nella casella vuota. Il bambino per completare la sequenza dovrà risalire al numero mancante e nominarlo. In totale sono presentati 10 sequenze numeriche, con un numero mancante presentato in grassetto

1-**2**-3	**7**-8-9
1-2-3	12-**13**-14
4-**5**-6	**12**-13-14
4-5-6	16-**17**-18
7-**8**-9	**16**-17-18

Tale prova è stata inserita per sondare se il bambino conosce la sequenza spaziale dei numeri. Questo compito infatti supera la prova di conteggio, nel quale i bambini potrebbero aver messo in atto un comportamento meccanico. Solo alcuni conoscitori riescono infatti a rispondere correttamente soprattutto quando il numero mancante è il precedente e non il successivo (Sella & Lucangeli, 2020). Questo fenomeno accade soprattutto di fronte a numeri alti ([?]; [13]; [14]), condizione nel quale i bambini sono portati a mettere in atto in modo automatico la recita dei numeri (rispondendo 15) senza accorgersi che gli è stato chiesto il numero precedente e non il successivo, quindi non riuscendo ad inibire la spinta di contare in avanti (Sella & Lucangeli, 2020).

3.8 Calcolo a mente

In questo compito viene chiesto al bambino di risolvere semplici e brevi operazioni (addizioni e sottrazioni). Dopo aver spiegato la consegna del compito, si legge l'operazione da svolgere a mente scandendo bene i numeri. Al bambino è permesso di usare le dita per aiutarsi. Come per ogni prova dopo tre errori consecutivi si interrompe il compito e si passa alla prova successiva, ma in aggiunta, in questo caso, la prova si interrompe anche se ci si accorge che il bambino non lavora attivamente sul problema. In totale vengono presentati 12 item di addizioni:

1+1	3+1	5+1	7+1
2+1	4+1	6+1	8+1
2+2	3+2	6+2	7+2

Successivamente vengono presentati altri 12 item per le sottrazioni:

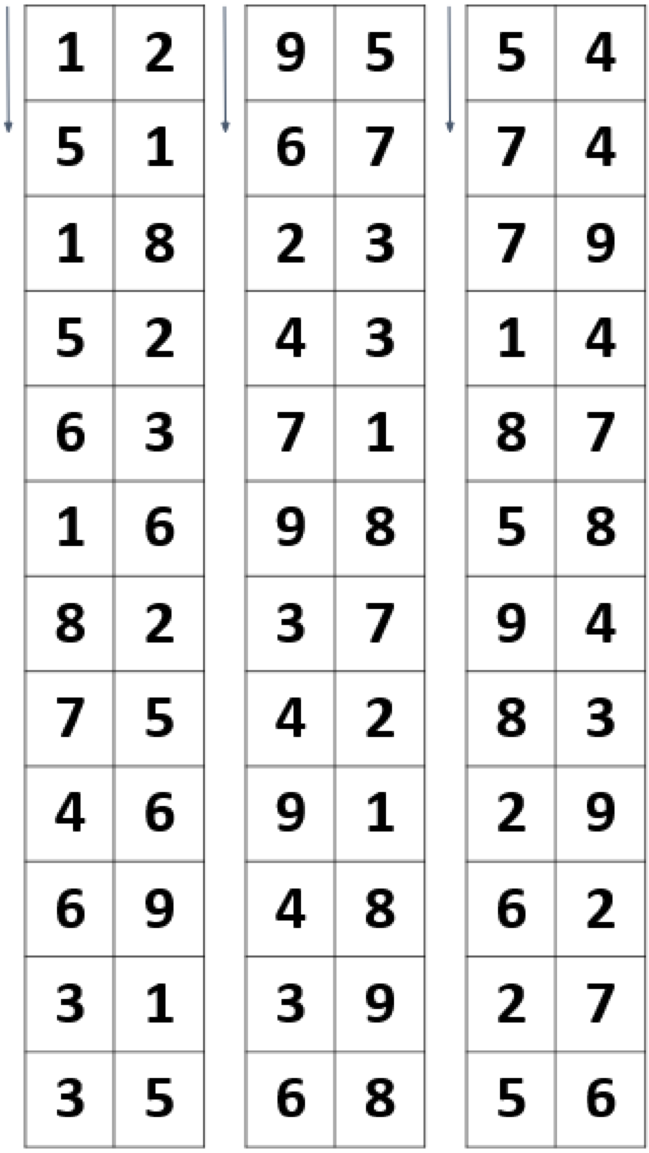
2-1	4-1	6-1	8-1
3-1	5-1	7-1	9-1
3-2	4-2	7-2	9-2

Nella precedente versione, durante lo studio pilota della scala BIN, gli item, nelle operazioni sottrazioni, erano presentati in ordine diverso ed erano 11 al posto che 12. Sono stati inoltre aggiunti gli item 5-1; 7-2; 9-1; inseriti al posto di 5-2; 8-2 (Besuschio, 2019).

Dopo aver stabilito il legame tra rappresentazioni numeriche simboliche e non simboliche e dopo aver acquisito pienamente il principio di cardinalità i bambini risultano capaci di giudicare la grandezza di diversi numeri arabi messi a confronto. Con queste competenze di base, facendo leva su l'abilità di conteggio e aiutandosi con le dita riescono a risolvere semplici problemi aritmetici come addizioni sottrazioni con una cifra. Risolvere queste operazioni richiede nuove abilità oltre a quelle fino ad ora acquisite, ovvero competenze procedurali come conoscere il significato dei simboli delle operazioni "+" e "-" e la rispettiva procedura da svolgere (Sella et al., 2018).

3.9 Comparazione fluenza

Questa prova è accessibile solo ai bambini che nella prova di Comparazione dei numeri sono riusciti a confrontare tutte le cifre, completando la prova senza errori. In questo compito vengono presentate al bambino delle coppie di numeri e gli viene chiesto di segnare, il più velocemente possibile, il numero più grande. La prova è a tempo, 30 secondi, a differenza del compito di Comparazione. Dopo alcuni item di prova, per assicurarsi che il bambino abbia capito, si gira il foglio e si fa partire il tempo. È importante spiegare e poi controllare che il soggetto lavori su una colonna per volta, partendo da quella a sinistra, e che proceda dall'alto verso il basso. Gli item totali sono 36 per questa prova, e una volta finito il tempo si dirà al bambino "stop". Per evitare che, difficoltà legate all'impugnatura influenzassero la prestazione del bambino è stato scelto un pennarello grande, in modo che lo strumento fosse di facile prensione. È stato anche suggerito al bambino di effettuare un cerchio sul numero corretto (e non una X) in quanto è stato rilevato il tratto grafico più semplice e di facile utilizzo ad ogni età (Rudolf, 2008). Durante le prove di somministrazione si è infatti potuto osservare che chiedere anche solo di fare una barra rallentava la prestazione dei bambini, poiché si concentravano sulla precisione del tratto, cercando di unire gli angoli del quadrato che conteneva il numero, piuttosto che procedere il più velocemente possibile con i successivi item.



1	2	9	5	5	4
5	1	6	7	7	4
1	8	2	3	7	9
5	2	4	3	1	4
6	3	7	1	8	7
1	6	9	8	5	8
8	2	3	7	9	4
7	5	4	2	8	3
4	6	9	1	2	9
6	9	4	8	6	2
3	1	3	9	2	7
3	5	6	8	5	6

Figura 8: prova Comparazione fluenza delle Nuove BIN

CAPITOLO 4: VALIDAZIONE DELLE NUOVE BIN

Una volta ottenuto il consenso dal comitato etico sul progetto di ricerca, si è partiti con la raccolta dati nelle scuole.

4.1 Partecipanti

Per accedere alle scuole materne sono stati contattati i dirigenti scolastici, attraverso colloqui telefonici o email, nel quale è stato chiesto il permesso di condurre l'esperimento nella scuola. Una volta ottenuta l'approvazione sono stati distribuiti i consensi informati ai genitori, i documenti contenevano la descrizione dello studio e lo scopo. I genitori di tutti i bambini testati hanno fornito il consenso scritto prima della partecipazione del loro bambino all'esperimento. Ai genitori è stato inoltre chiesto di compilare una scheda sul Background familiare. Il campione è composto da 342 bambini che frequentano scuole dell'infanzia del nord-est Italia e appartengono a diverse nazionalità. Da questo campione iniziale sono stati esclusi 24 bambini per i seguenti motivi: in possesso di certificazione, difficoltà linguistiche, assenze. Il campione analizzato è quindi di 318 bambini che abbiamo diviso in tre gruppi in base all'età in mesi, e non in base alla sezione visto che erano presenti sezioni miste.

Grandi	**Medi**	**Piccoli**	**Campione analizzato**	**Totali**	**Esclusi**
129	106	83	318	342	24

Tabella 1. Sintesi del Campione raccolto per la ricerca

4.2 Metodo

Per la somministrazione della Nuova BIN i bambini vengono prelevati dalla classe uno alla volta e accompagnati in un'altra aula della scuola. La stanza si presenta come neutra e silenziosa (senza rumori e in cui nessuno entra), è un luogo familiare per il bambino ma sono ridotti al minimo la presenza di stimoli che anche solo potenzialmente potrebbero distrarre, o che possano suggerire risposte (come la linea dei numeri). Il bambino viene fatto accomodare su una sedia con un tavolo (entrambi della sua altezza), di fronte si posizionerà lo sperimentatore e il muro alle sue spalle è stato preparato in modo che sia spoglio o il più possibile neutro. La prova è effettuata sul tavolo o comunque su una superficie piana. Lo sperimentatore ha con sé: una biro, il foglio di scoring, la scatola dei caffè (da presentare al momento opportuno) e un timer nascosto. Quando il bambino è posizionato ed è tranquillo, con il suo consenso la prova può iniziare, avrà una durata di massimo 20 minuti a bambino. Lo sperimentatore segue alla lettera le istruzioni della batteria, quando il bambino ha capito la consegna è possibile smettere di ripeterla. Durante la prova lo sperimentatore fornisce dei feedback al bambino che sono esclusivamente dati sull'impegno e non sulla sua prestazione (es: *"Vedo che ti stai impegnando molto, bene!"* e non *"Risposta esatta, bravissimo!"*). Dopo tre errori anche non consecutivi il compito viene interrotto e si passa alla prova successiva. Inoltre se ci si accorge che per quel compito il bambino non lavora attivamente, anche in questo caso si può decidere di passare alla prova successiva. Lo sperimentatore interrompe immediatamente l'intera valutazione nel caso in cui il bambino mostra segni di stress oppure se esprimere la volontà di non voler andare avanti. Una volta conclusa la batteria il bambino sarà riaccompagnato nella classe dove sono presenti gli altri compagni. La stanza utilizzata per la somministrazione della prova è igienizzata, successivamente viene chiamato un altro bambino e accompagnato nell'aula, si proseguirà così per tutto il tempo a disposizione.

Alcuni bambini selezionati in maniera casuale, completeranno i medesimi compiti una seconda volta il giorno successivo. Questa procedura permette di verificare che i compiti restituiscano risultati simili in sessioni ravvicinate. È stato usato un software che ha permesso di generare in maniera casuale un'estrazione di numeri (0;1) abbinati a una linea di numeri. Ogni qual volta che si è testato un bambino è stata consultata la tabella dei numeri casuali per decidere se sarebbe stato ritestato il giorno dopo (0 = no retest; 1 = si retest). Sono stati effettuati 78 retest.

I genitori hanno compilato una scheda sul Background familiare (luogo di nascita del bambino, del padre e della madre; se lo studente non è nato in Italia, indicare l'età di arrivo in Italia; titoli di studio del padre e della madre). Compilare i questionario ha richiesto massimo 5 minuti. È stato chiesto ai genitori una volta compilata la scheda di restituirla alle insegnanti.

In aggiunta, rispetto alla versione precedente della BIN (Besuschio, 2019), alle maestre è chiesto di rispondere alle domande di un questionario osservativo da compilare per ogni alunno. Il questionario è compilato presso la scuola dell'infanzia e richiede circa

10 minuti a bambino. All'insegnante sono consegnati i questionari e, dopo aver attribuito codice e nome, può iniziare a compilarlo. Il questionario prevede domande (come: *"scegliere l'insieme con più elementi"*; *"recitare la sequenza numerica"*; *"contare gli oggetti"*; ecc.) che riflettono precisamente le aree esplorate dalla Nuova BIN durante i compiti presentati ai bambini. Per ciascuna delle competenze elencate nel questionario gli insegnanti dovranno di esprimere una valutazione utilizzando una scala a quattro livelli (da 1 = per niente/mai a 4 = molto/sempre).

4.3 Risultati e analisi

Ho effettuato per ogni prova una analisi descrittiva con lo scopo di individuare le prestazioni dei bambini divisi per fasce d'età, e quindi le traiettorie di sviluppo. Procedo con l'analisi inferenziale con il fine di analizzare accuratamente la varianza e definirne la sua significatività in ogni prova, e per poter dunque osservare se le ipotesi si confermano oppure no. È stata effettuata per ogni prova una ANOVA con l'ulteriore scopo di capire se la Nuova BIN riesce effettivamente a discriminare i soggetti competenti dagli altri, e quindi se la varianza della media risultasse significativa. Il fine era quello di confermare o rigettare l'ipotesi nulla, la quale sosteneva che la varianza presente nelle prestazioni dei bambini in ogni prova non è significativa (quindi uguale a 0). A seguire ho effettuato dei Posthoc Test scegliendo il metodo di Tukey per ottenere dei confronti multipli e individuare nello specifico tra quali medie era presente una differenza significativa.

4.3.1. Analisi descrittiva e inferenziale

Nella Tabella 2 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Acuità Numerica.

Gruppo	Media	Deviazione Standard	Intervalli di Confidenza	
			Limite inferiore	Limite superiore
Grandi	9,38	3,38	8,79	9,97
Medi	7,51	3,64	6,81	8,21
Piccoli	4,39	3,24	3,68	5,1

Tabella 2. Statistica Descrittiva per la prova di Acuità Numerica (Nuove BIN)

Nel Figura 9 è possibile osservare visivamente l'accuratezza dei bambini nella prova di Acuità numerica, cioè la loro capacità di discriminare insiemi di quantità differenti senza contare.

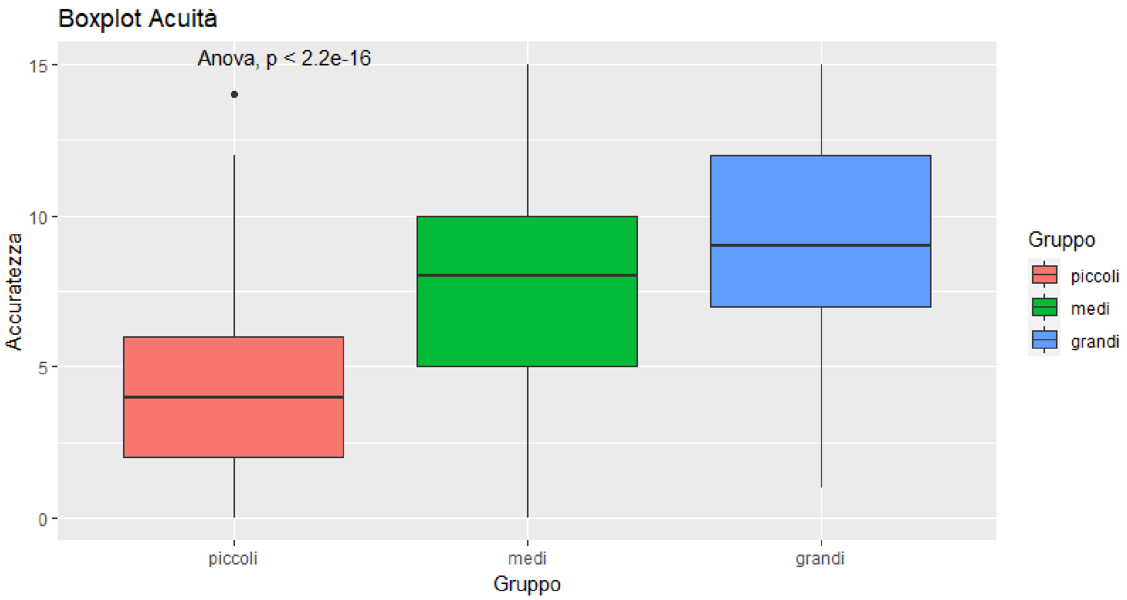


Figura 9. Boxplot della prova di Acuità Numerica (Nuove BIN)

Da questi dati è possibile descrivere solo superficialmente questa competenza. Ho proseguito con le analisi per scoprire se le differenze fra le medie risultassero significative[1]. L'ANOVA, divisa per fasce d'età, ha riportato un risultato significativo ($F(2, 315)= 53,46$;

[1] Per ogni ANOVA abbiamo valutato l'omogeneità della varianza e la normalità dei residui (vedi appendice). Queste assunzioni erano nella maggior parte dei casi non rispettate. Ad ogni modo le statistiche descrittive e gli intervalli di confidenza suggeriscono una chiara differenza in prestazione tra i gruppi di età.

$p < .001$) che permette di rigettare l'ipotesi nulla. Questo porta a concludere che la varianza risulta significativa per la prova di Acuità Numerica e che quindi le differenze fra le medie sono significative. È dunque possibile confermare che le prestazioni dei bambini nelle diverse fasce di età sono differenti e che la prova riesce a individuare i soggetti capaci di discriminare la quantità di stimoli presenti in un'immagine senza contare, da quelli meno competenti. Questo risultato però non permette di scoprire fra quali fasce di età questa differenza è realmente presente, potrebbe infatti succedere che tra i Medi ed i Grandi non ci sia alcuna differenza. Pertanto ho proseguito con le mie analisi effettuando dei Posthoc test (Tukey). Dai risultati dei confronti multipli è possibile osservare le differenze fra ogni gruppo. È risultato che i Grandi hanno una prestazione significativamente differente e migliore dai Medi ($p< .001$), differenza significativa presente anche tra i Piccoli ed i Grandi ($p< .001$), dimostrando i Grandi più accurati dei Piccoli. In fine risulta significativa anche la differenza fra la media dei Piccoli e la media dei Medi ($p< .001$), definendo i Medi significativamente più accurati dei Piccoli. Dalla Figura 9 è possibile osservare che l'accuratezza nel discriminare quantità, senza contare, è più simile tra Medi e Grandi rispetto che nei confronti con i Piccoli. I Piccoli riescono Mediamente a discriminare gli insiemi fino all'item 5 (corrette 4 su 16) che aveva un rapporto di 3 vs 4, nello specifico nella figura erano presenti 20 pallini Blu e 15 pallini Gialli. I bambini appartenenti a gruppo Medi riescono mediamente a discriminare gli insiemi fino all'item 9 (corrette 8 su 16), entrambi con un rapporto di 7 vs 8, nello specifico nella figura erano presenti 16 pallini Blu e 14 pallini Gialli. In ultimo bambini Grandi (corrette 9 su 16) riescono mediamente a discriminare gli insiemi fino all'item 12 che aveva un rapporto di 9 vs 10, contenente 9 pallini Blu e 10 pallini Gialli. Da questi dati è possibile concludere che la capacità di discriminare tra due insiemi qual è il maggiore, senza contare, è già presente nei bambini di 3 anni e si sviluppa copiosamente fino ai 5 anni. Nello specifico una grande acquisizione avviene tra i 3 e i 4 anni, come è possibile dedurre dalla Figura 9 . Dalla Tabella 2 è anche possibile osservare le deviazioni standard dei tre gruppi, le quali sembrano non differenziarsi molto le une dalle altre, dimostrando che le prestazione in ogni età variano in modo uguale.

Nella Tabella 3 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Enumerazione in avanti.

Gruppo	Media	Deviazione Standard	Intervalli di Confidenza	
			Limite inferiore	Limite superiore
Grandi	32,60	19,6	29,18	36,02
Medi	17,75	15,18	14,83	20,68
Piccoli	9,33	8,47	7,47	11,18

Tabella 3. Statistica Descrittiva per la prova di Enumerazione (Nuove BIN)

Nel Figura 10 si osserva una rappresentazione grafica del numero massimo raggiunto da ogni bambino diviso per gruppi.

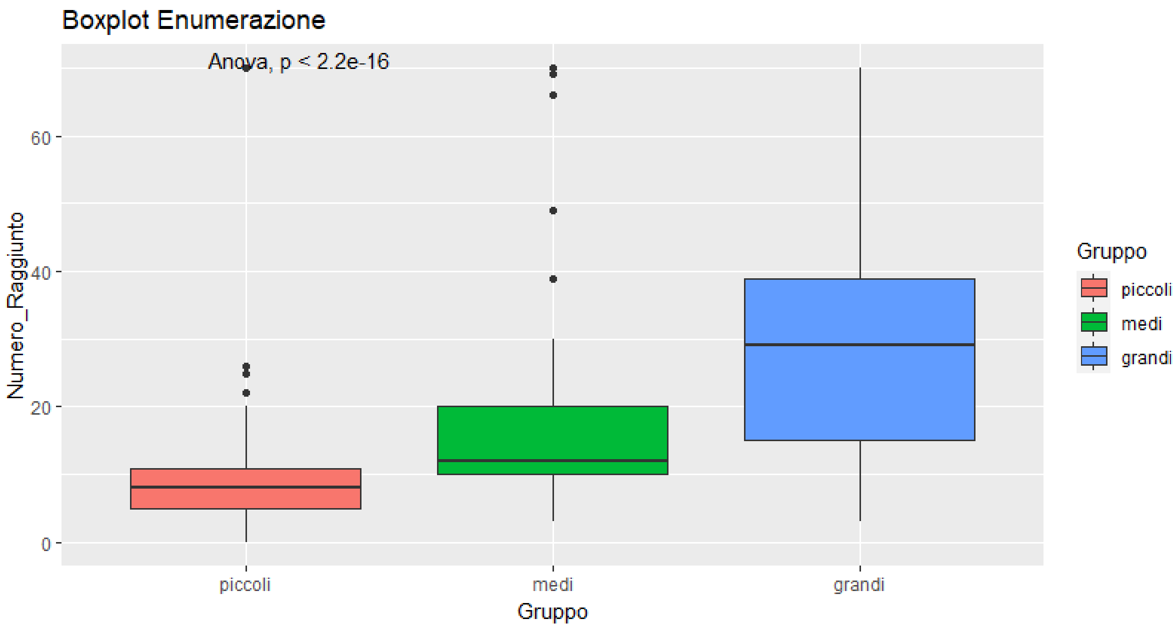


Figura 10. Boxplot della prova di Enumerazione (Nuove BIN)

L'ANOVA ha dimostrato che è possibile rivelare, per questa prova, una significativa differenza fra le medie dei tre gruppi (F(2, 315)= 58,88; p < .001), che ci permette di rigettare l'ipotesi nulla. Questo dato consente di ipotizzare che la prova di Enumerazione in avanti delle Nuove BIN sia abbastanza sensibile da poter discriminare soggetti competenti da quelli non competenti. Ho proseguito le analisi effettuando un Posthoc test (Tukey) per ricavare i confronti fra ogni gruppo. È presente una differenza significativa nelle prestazioni tra Medi e Grandi (*p*< .001), vale a dire che i Grandi hanno prestazioni significativamente differenti e migliori rispetto ai Medi. Ugualmente questa condizione è presente nel confronto tra Piccoli e Grandi (*p*< .001), a dimostrazione del fatto che i Grandi hanno prestazioni migliori dei Piccoli. Le prestazioni sono significativamente differenti anche tra Medi e Piccoli (*p*= .001), in cui i Medi risultano più accurati dei Piccoli. È interessante osservare, dalla Figura 10, che le prestazioni fra Medi e Piccoli si differenziano di poco rispetto ai confronti con i Grandi. Da questi dati è possibile dedurre che la capacità di enumerare in avanti senza errori si sviluppa in questo periodo, in quanto i bambini di 3 anni risultano essere capaci di contare in media fino a 10, mentre con il passare degli anni, e grazie al ripetuto esercizio, questa competenza migliora fino a diventare completamente acquisita. I Medi riescono a contare in media fino a 18, massimo 20, mentre i Grandi fino a 33, massimo 36, confermando le ipotesi e superando il punteggio criterio. È possibile dunque concludere che i Piccoli ed i Medi, nonostante abbiano prestazioni significativamente diverse, la loro accuratezza in questa prova si avvicina molto, rispetto ai Grandi, in cui si vedono differenze più significative. La capacità di enumerare in avanti effettua un importante sviluppo intorno ai 5 anni. Osservando anche le deviazioni standard è possibile notare delle differenze rispetto alla precedente prova, sembra infatti che le prestazioni dei Grandi si differenzino molto le une dalle altre rispetto alle prestazioni dei Medi, ma soprattutto rispetto a quelle dei Piccoli. Può essere interessante anche osservare che sono presenti una quantità evidente di *outlier* nel gruppo dei Medi, condizione che rappresenta bambini frequentemente esposti, dal contesto educativo, a enumerare nella quotidianità. Probabilmente si tratta, vista la quantità non copiosa, non di una classe, ma di famiglie che quotidianamente mettono in pratica momenti di condivisione delle conoscenze matematiche, contando insieme.

Nella Tabella 4 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Conteggio.

Gruppo	Media	Deviazione Standard	Intervalli di Confidenza	
			Limite inferiore	Limite superiore
Grandi	6,20	1,21	5,99	6,41
Medi	4,78	1,67	4,46	5,11
Piccoli	3,06	1,86	2,65	3,47

Tabella 4. Statistica Descrittiva per la prova di Conteggio (Nuove BIN)

Nella Figura11 si osserva un Boxplot delle prestazioni dei bambini nella prova di Conteggio divisi per gruppi, compito in cui è chiesto loro di dare un numero presciso di tessere-caffè.

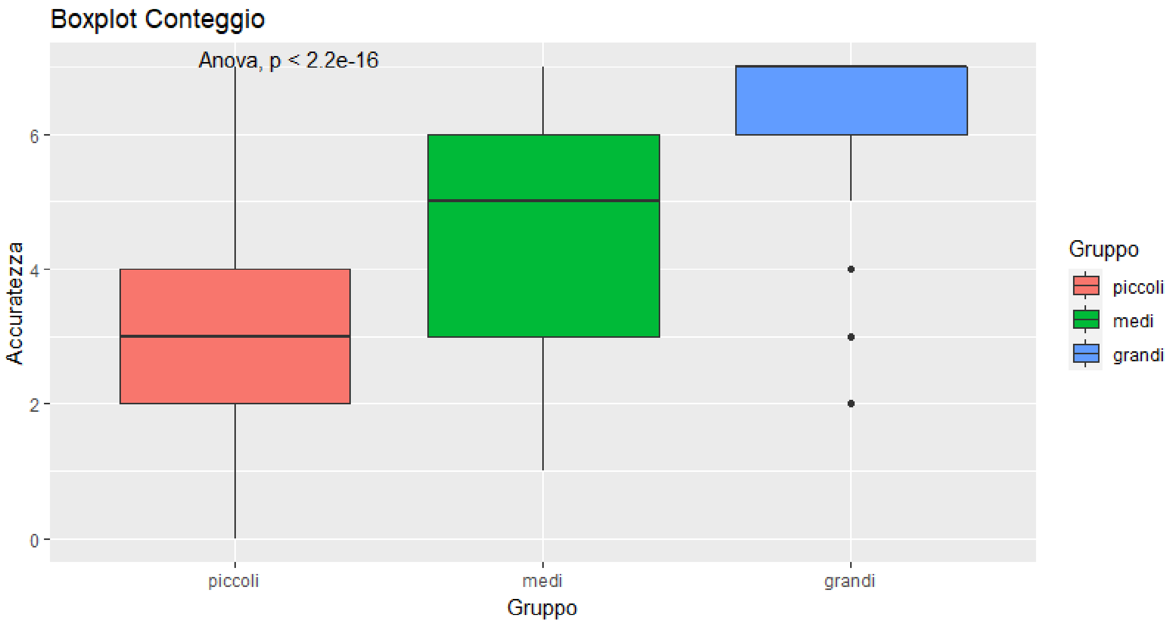


Figura 11. Boxplot della prova di Conteggio (Nuove BIN)

Dopo un'osservazione generale dell'andamento dei dati nella prova di Conteggio, ho proseguito l'analisi con una ANOVA per poter osservare se le differenze fra le medie emerse precedentemente risultassero significative. Da questa analisi si è rilevata una differenza significativa ($F(2, 315)= 103{,}06$; $p < .001$) fra le medie dei diversi gruppi, che consente di rigettare l'ipotesi nulla. Questa condizione permette di ipotizzare che la prova di conteggio delle Nuove BIN risulta sensibile nel discriminare i bambini capaci di contare correttamente oggetti (tessere-caffè) da bambini meno capaci. Tale analisi non consente di definire tra quali gruppi nello specifico è presente una reale differenza tra le medie pertanto è stato effettuato un Posthoc Test (Tukey). I risultati di questa analisi hanno riportato che i Grandi hanno prestazioni significativamente differenti e migliori rispetto ai Medi ($p < .001$), ugualmente è emerso anche nel confronto dei Grandi con i Piccoli ($p < .001$). In ultimo è emerso che i Medi hanno prestazioni significativamente migliori rispetto ai Piccoli ($p < .001$). È interessante notare, osservando la Figura 11 e la distanza tra le medie, che la capacità di contare oggetti (tessere-caffè) si sviluppa in modo costante dai 3 ai 6 anni migliorando gradualmente. È possibile concludere che i Piccoli hanno un'accuratezza media di 3 su 8, i Medi di 5 su 8 e i Grandi di 6 su 8. Questo permette di ricavare che i bambini di 3 anni riescono mediamente a contare correttamente fino all'item 3 e 4, in cui è richiesto di dare 3 o 4 tessere di caffè, probabilmente perché sono i primi numeri maggiormente sperimentati nella quotidianità. I Medi riescono mediamente a contare correttamente fino all'item 5 in cui gli si chiedevano 5 tessere caffè. In ultimo per il gruppo dei Grandi è possibile vedere un "*ceiling effect*" in cui una parte riesce a completare la prova e a dare quindi 8 e 10 tessere caffè correttamente. Osservando le deviazioni standard si nota che sono molto simili nei tre gruppi, il che vuol dire che le prestazioni dei bambini variano in maniera simile ad ogni età.

Nella Tabella 5 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Direzione conteggio.

Gruppo	**Media**	**Deviazione Standard**	**Intervalli di Confidenza**	
			Limite inferiore	**Limite superiore**
Grandi	4,81	2,53	4,37	5,25
Medi	2,03	2,26	1,59	2,46
Piccoli	1,06	1,48	0,74	1,38

Tabella 5. Statistica Descrittiva per la prova Direzione Conteggio (Nuove BIN)

Nel Figura 12 è possibile osservare la capacità media dei bambini, divisi per fasce di età, di effettuare correttamente piccole sottrazioni e addizioni su una quantità.

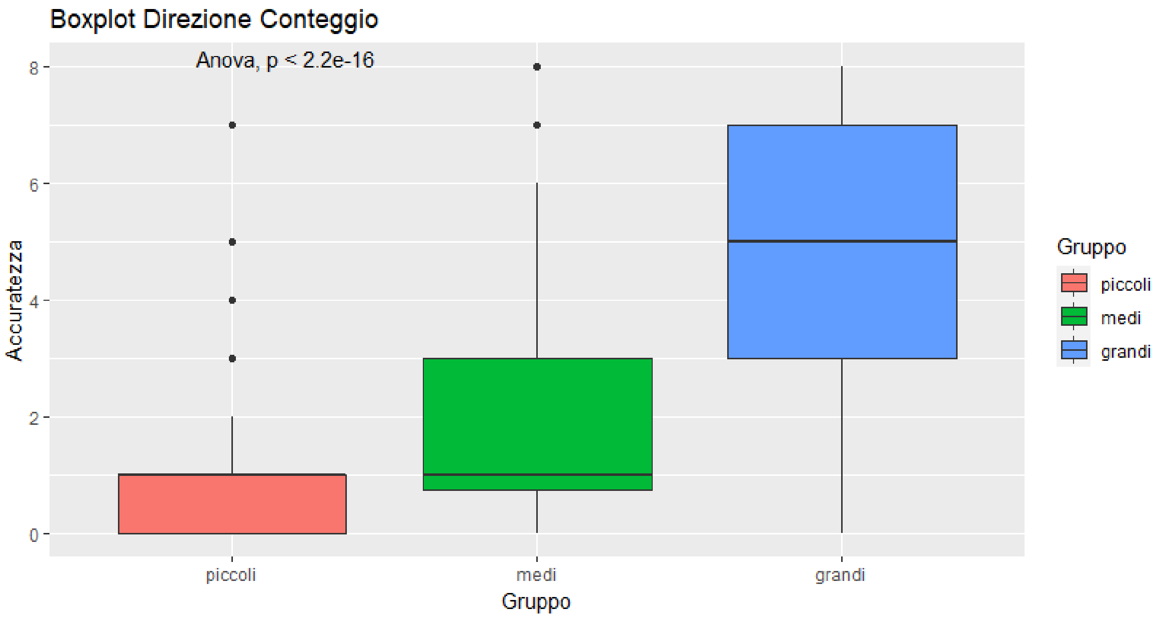


Figura 12. Boxplot della prova di Direzione Conteggio (Nuove BIN)

Dall'analisi si è ottenuto una differenza significativa ($F(2, 315)= 85,68$; $p < .001$) (ANOVA) tra le medie delle prestazioni dei diversi gruppi, il che porta a rigettare l'ipotesi nulla. Da questa condizione è possibile dedurre che anche la prova di Direzione conteggio sia abbastanza accurata da poter individuare e discriminare i soggetti che sanno effettuare conteggi in avanti e in indietro. I Posthoc Test (Tukey) hanno permesso di scoprire che i Grandi hanno prestazioni significativamente diverse, e quindi migliori dei Medi ($p< .001$), condizione presente anche nel secondo confronto, il quale rivela che i Grandi sono in modo significativo maggiormente accurati dei Piccoli ($p< .001$). È presente una differenza significativa anche nel terzo confronto, il quale riporta che la prestazione dei Medi è differente e migliore rispetto alla prestazione dei Piccoli ($p= .008$). Nonostante questa significatività, è possibile notare, sia dalla Figura 12 che dalle distanze fra le medie, che l'accuratezza dei Medi si avvicina all'accuratezza dei Piccoli. Si osserva, a questo punto, che per tutti e tre i gruppi mettere in atto piccole sottrazioni o addizioni a degli insiemi di tessere caffè presentate è un compito complesso. È possibile rilevare addirittura un "*floor effect*" per il gruppo dei Piccoli capaci di rispondere correttamente, in media, al primo item che richiede di aggiungere 1 ad un gruppo di 2 tessere caffè. È interessante osservare che anche i Medi rispondono mediamente in modo corretto fino al secondo item (accuratezza di 2 su 7), nonostante una ampia variabilità, non raggiungono gli item con la sottrazione. Il reale cambiamento per questa competenza avviene all'età di 5 anni, momento in cui i bambini riescono ad arrivare all'item 5 e 6 (hanno un'accuratezza di 5 su 7) in cui è chiesto di effettuare anche delle sottrazioni. Le deviazioni standard sono simili per ogni fascia di età.

Nella Tabella 6 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Lettura dei numeri.

Gruppo	**Media**	**Deviazione Standard**	**Intervalli di Confidenza**	
			Limite inferiore	**Limite superiore**
Grandi	12,08	5,43	11,13	13,02
Medi	6,73	5,60	5,65	7,78
Piccoli	3,59	4,48	2,61	4,57

Tabella 6. Statistica Descrittiva per la prova di Lettura dei numeri (Nuove BIN)

Nel Figura 13 è possibile osservare la capacità media dei bambini, divisi per fasce di età, di riconoscere e denominare numeri arabi fino al 20.

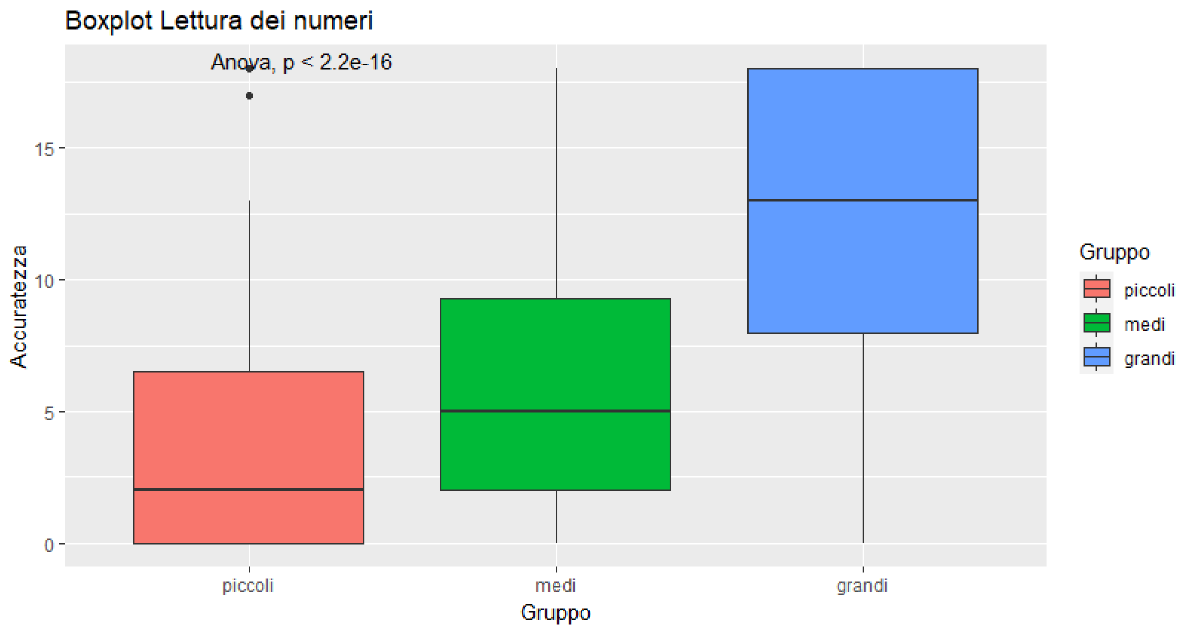


Figura 13. Boxplot della prova di Lettura dei numeri (Nuove BIN)

Si procede con una analisi inferenziale (ANOVA), per osservare se le differenze fra le medie sono significative. I risultati dimostrano una differenza significativa ($F(2, 315)= 71,47$; $p <$ .001) tra le medie dei tre gruppi nella prova di Lettura dei numeri, il che porta a rigettare l'ipotesi nulla. Questi dati permettono di affermare che, anche in questo caso, la prova di Lettura dei numeri è risultata adatta per rilevare i soggetti che riescono di discriminare numeri arabi e pronunciare la parola-numero corretta, rispetto a soggetti che non riescono. Dai Posthoc Test (Tukey) è risultato che nel primo confronto i Grandi hanno prestazioni significativamente differenti, e quindi migliori, dei Medi ($p< .001$). Anche nel secondo confronto è possibile trarre che i Grandi abbiano prestazioni significativamente differenti e migliori rispetto ai Piccoli ($p< .001$). Risulta significativo anche l'ultimo confronto, in cui i Medi hanno prestazioni differenti e migliori rispetto ai Piccoli ($p< .001$). Nello specifico, nonostante la significatività dell'ultimo confronto anche in questa prova, osservando la Figura 13 e le distanze fra le medie, le prestazioni dei Piccoli e dei Medi si differenziano, ma di poco rispetto ai confronti con i Grandi. Da questi dati è possibile descrivere l'andamento medio della capacità dei bambini di leggere numeri arabi. I Piccoli riescono mediamente a leggere, senza commettere errori, fino al quarto e quinto item che corrisponde a 3 e 5 (poiché la sequenza con cui vengono presentati è: 2; 1; 4; 3; 5; 7; 6; 9; 8; 10; 12; 11; 14; 13; 16; 19; 18; 20) (hanno un'accuratezza di 4 su 18). È stato notato che infatti i bambini di 3 anni non riescono a bloccare il meccanismo automatico di enumerazione, leggono pertanto correttamente i primi item, ma poi commettono tre errori nei consecutivi poiché partono a recitare la linea numerica, senza riuscire a bloccare l'istinto meccanico. I Medi riescono a leggere in media fino all'item 7 o 8, massimo fino all'item 10 (accuratezza di 7 su 18), che corrisponde al numero 6 e al numero 9, probabilmente perché sono cifre in cui cambia soltanto l'orientamento, inoltre dal cinque in giù si tratta di numeri che maggiormente hanno sperimentato nella quotidianità. Per questa competenza è possibile osservare un reale sviluppo all'età di 5 anni (accuratezza di 12 su 18), arrivano massimo fino all'item 15, probabilmente anche perché i bambini iniziano a essere sottoposti dalle maestre ai numeri arabi, durante laboratori per l'acquisizione delle competenze pre-scolastiche. Osservando le deviazioni standard si nota che sono molto simili nei tre gruppi, quindi prestazioni dei bambini variano in maniera simile in ogni età.

Nella Tabella 7 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Comparazione.

Gruppo	**Media**	**Deviazione Standard**	**Intervalli di Confidenza**	
			Limite inferiore	**Limite superiore**
Grandi	12,05	5,91	11,02	13,08
Medi	6,90	5,23	5,89	7,90
Piccoli	3,87	2,90	3,24	4,50

Tabella 7. Statistica Descrittiva per la prova di Comparazione (Nuove BIN)

Nella Figura 14 è possibile osservare la capacità media dei bambini, divisi per fasce di età, di scegliere il maggiore tra due numeri presentati in cifre arabe.

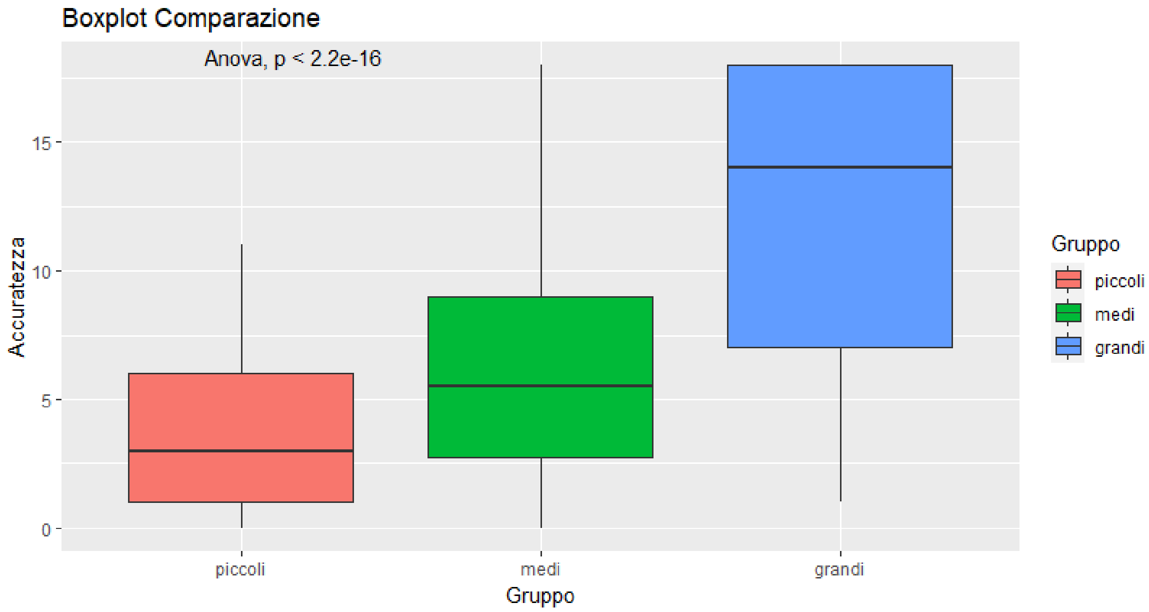


Figura 14. Boxplot della prova di Comparazione (Nuove BIN)

Dai dati emersi da queste prime analisi non è possibile effettuare alcun tipo di conclusione o deduzione, per cui dopo aver osservato i dati si prosegue con una analisi inferenziale (ANOVA). I risultati riportano una differenza significativa ($F(2, 315)= 71,55$; $p < .001$) tra le medie dei diversi gruppi per quanto riguarda la capacità di confrontare due numeri arabi e di definirne il maggiore, rigetto l'ipotesi nulla. Questa analisi permette di sostenere che la prova Comparazione delle Nuove BIN discrimina i soggetti che possiedono la capacità di definire quale numero è maggiore tra due. Nonostante ciò queste analisi non consentono di concludere tra quali gruppi è realmente presente una differenza significativa, condizione che invece viene fatta emergere dai Posthoc Test (Tukey). Dal primo confronto è possibile concludere che le prestazioni dei Grandi sono significativamente migliori rispetto a quelle dei Medi ($p< .001$). Nel secondo confronto i Grandi hanno prestazioni altrettanto migliori e differenti rispetto ai Piccoli ($p< .001$). Anche in questa prova è possibile notare una differenza significativa tra Medi e Piccoli ($p< .001$), la quale dimostra che i Medi hanno prestazioni migliori rispetto ai Piccoli. A questo punto è possibile ricavare dalla Figura 14 e dalle distanze fra le medie, che comunque le prestazioni dei Medi e dei Piccoli si avvicinano molto e di più rispetto alle prestazioni dei Grandi. Osservando i dati è possibile notare che i bambini di 3 anni raggiungono massimo l'item 5 o 6 (accuratezza di 4 su 18), il che vuol dire che probabilmente riescono a riconosce e a confrontare la grandezza dei numeri arabi entro il 5. i bambini Medi mediamente riescono a rispondere correttamente massimo fino a 8 o 9 item (accuratezza di 7 su 18), cioè riescono a riconoscere e a confrontare la grandezza dei numeri arabi fino al 10. In ultimo i Grandi rispondo correttamente fino massimo a 13 o 14 item (accuratezza di 12 su 18), cioè riescono a comparare numeri entro il 15. È possibile concludere che la capacità di confrontare numeri arabi si sviluppa gradualmente in tutta la fascia di età 3-6 anni, con un miglioramento significativo all'età di 5 anni. Osservando le deviazioni standard è possibile notare che le prestazioni dei Grandi, in assoluto, variano molto le une dalle altre rispetto a quelle dei Medi e soprattutto rispetto a quelle dei Piccoli che hanno un livello di variabilità molto basso.

Nella Tabella 8 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Linea numerica.

Gruppo	**Media**	**Deviazione Standard**	**Intervalli di Confidenza**	
			Limite inferiore	**Limite superiore**
Grandi	5,87	3,08	5,33	6,40
Medi	2,74	2,73	2,21	3,26
Piccoli	1,01	1,74	0,63	1,39

Tabella 8. Statistica Descrittiva per la prova di Linea numerica (Nuove BIN)

Nel Figura 15 è possibile osservare la capacità media dei bambini, divisi per fasce di età, di completare una sequenza di tre numeri a cui manca una cifra [?]; [2]; [3].

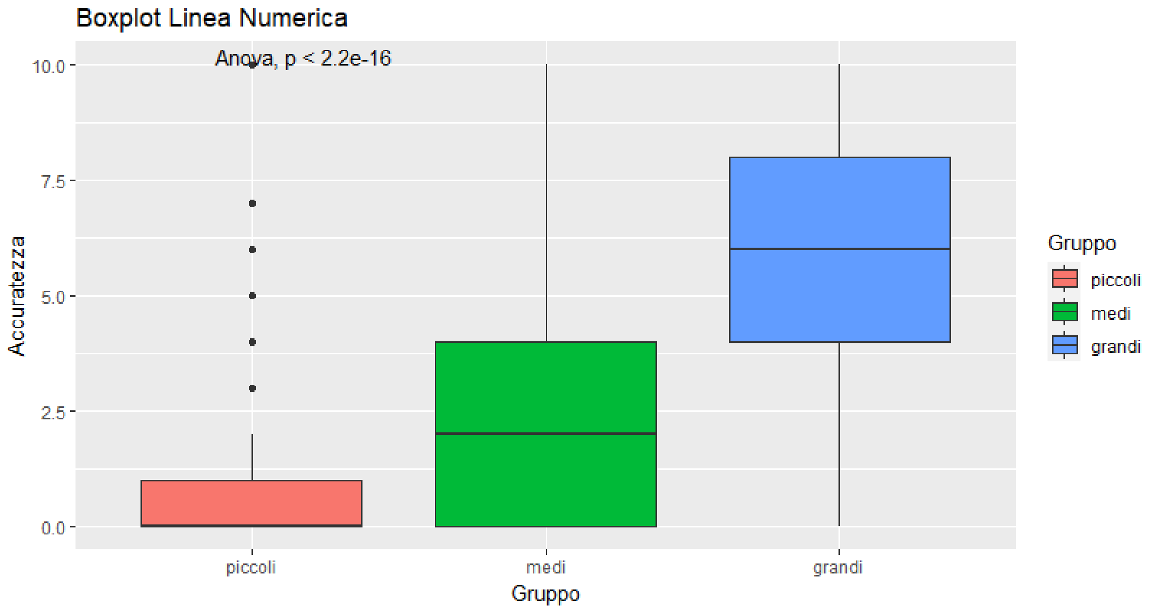


Figura 15. Boxplot della prova di Linea Numerica (Nuove BIN)

I risultati, dell'analisi inferenziale (ANOVA), dimostrano che la differenza fra le Medie nella prova Linea numerica è significativa (F(2, 315)= 91,10 ; p < .001), permettendo di rigettare l'ipotesi nulla. Questo esito consente di confermare che anche la prova di Linea numerica è adeguatamente sensibile nel discriminare i soggetti capaci di completare una linea numerica, a cui manca un numero, senza rispondere meccanicamente con la sequenza numerica, da soggetti non capaci. Dai Posthoc Test (Tukey) si è ottenuto che i Grandi hanno prestazioni significativamente migliori rispetto ai Medi (p< .001), ugualmente accade per il secondo confronto (p< .001) in cui i Grandi hanno un'accuratezza migliore rispetto ai Piccoli. Nel terzo ed ultimo confronto è possibile osservare una differenza significativa (p< .001), in cui i Medi hanno prestazioni migliori rispetto ai Piccoli. I dati, che ricaviamo dalla Figura 15 e dalle distanze fra le medie, permettono di concludere che le prestazioni dei Medi e dei Piccoli, nonostante siano significativamente differenti, sono poco distanti rispetto a quanto ciascuna dista dalle prestazioni dei Grandi. Da questi dati si deduce che i Piccoli, con un *"floor effect"*, riescono a rispondere correttamente fino all'item 1 ([1]; [?]; [3]) (accuratezza di 1 su 10), commettendo poi in media 3 errori consecutivi, il che vuol dire che non riescono ad inibire lo stimolo di enumerare in avanti sbagliando gli item successivi. I Medi invece riescono approssimativamente ad arrivare all'item 4 ([?]; [5]; [6]) (accuratezza di 3 su 10), dimostrando di riuscire a bloccare l'impulso meccanico di enumerare in avanti per i primi numeri fino al 5. I Grandi riescono a rispondere correttamente a circa 6 item (accuratezza di 6 su 10), arrivando massimo fino all'item 8 ([?]; [13]; [14]), dimostrandosi capaci di completare una linea di numeri entro il 15. In conclusione i dati dimostrano che la capacità di completare una linea numerica, bloccando l'istinto meccanico di enumerare in avanti, è pressoché assente all'età di 3 anni, si sviluppa significativamente all'età di 4 anni, se pur sempre con grande variabilità nelle prestazioni, acquisendo un accelerazione nello sviluppo all'età di 5 anni. Osservando le deviazioni standard solo dei Medi e dei Grandi, inquanto i Piccoli presentano un *"floor effect"* e di conseguenza la deviazione standard è minore, è possibile notare essere molto simili le une con le altre a dimostrazione del fatto che le prestazioni variano di poco per ogni età.

Per la prova di Calcolo a mente è stato deciso di dividere le prestazioni dei bambini nelle prove di addizione dalle prestazioni degli stessi nelle prove di sottrazione.

Nella Tabella 9 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Calcolo Addizione.

Gruppo	**Media**	**Deviazione Standard**	**Intervalli di Confidenza**	
			Limite inferiore	**Limite superiore**
Grandi	5,23	4,56	4,44	6,03
Medi	2,08	3,00	1,50	2,65
Piccoli	0,58	1,52	0,25	0,91

Tabella 9. Statistica Descrittiva per la prova di Calcolo-Addizione (Nuove BIN)

Nel Figura 16 è possibile osservare la capacità Media dei bambini, divisi per fasce di età, nella prova di Calcolo Addizione, ai quali era chiesto di effettuare piccole addizioni aiutandosi con le dita.

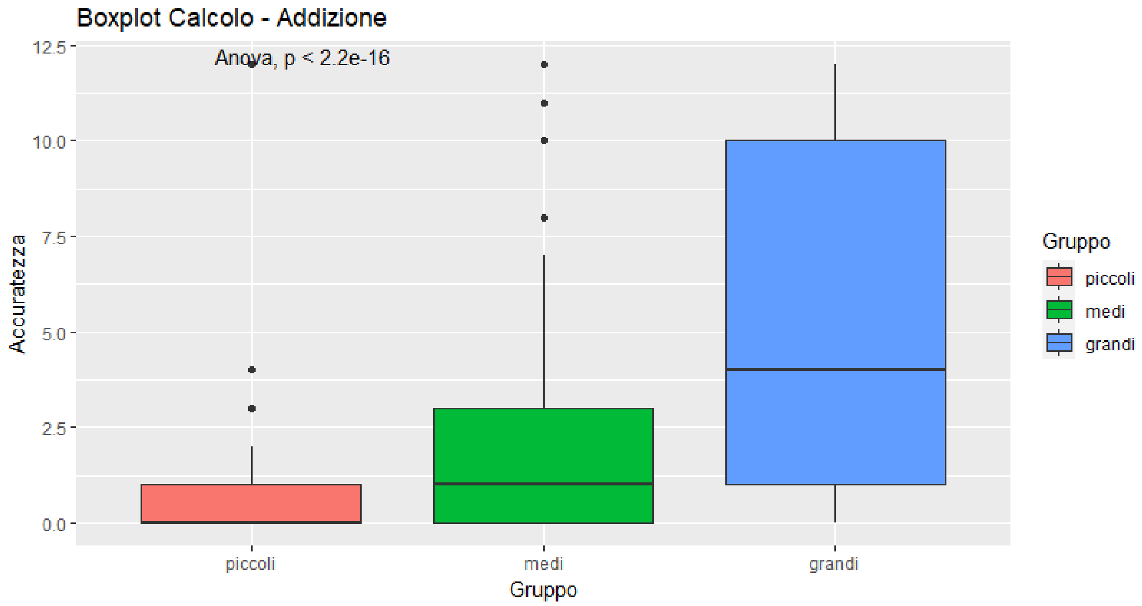


Figura 16. Boxplot della prova di Calcolo-Addizione (Nuove BIN)

I risultati (ANOVA) permettono di confermare che è presente una differenza significativa ($F(2, 315)=50{,}58$; $p < .001$) tra i gruppi nella prova di Calcolo Addizione, il che permette di rigettare l'ipotesi nulla. Questi dati consentono di inferire che anche la prova Calcolo Addizione risulta essere altamente sensibile e capace di discriminare bambini, di diverse fasce di età, che riescono o meno ad effettuare semplici addizioni. Questi dati non permettono di individuare però tra quali gruppi è presente una differenza significativa tra le medie pertanto si è proseguiti con dei Posthoc Test (Tukey). È possibile notare che i Grandi hanno prestazioni significativamente migliori ($p< .001$), oltre che differenti, rispetto ai Medi. Accade la stessa cosa nel confronto dei Grandi con i Piccoli ($p< .001$). Una media significatività è presente nel confronto tra Piccoli e Medi ($p= .01$), condizione che dimostra i che i Medi hanno prestazioni migliori. Anche in questo caso è interessante notare, osservando la Figura 16 e le medie, come le prestazioni di Piccoli e dei Medi si avvicinino ampiamente, nonostante siano significativamente differenti, rispetto a quando ciascuna non si avvinci a quelle dei Grandi. Questa condizione porta a concludere che le prestazioni dei Piccoli e dei Medi sono molto simili fra loro. Da questi dati è possibile concludere che è presente un importante *"floor effect"* per il gruppo dei Piccoli, i quali a fatica riescono a rispondere al primo item (1+1), fino massimo al 4 item (accuratezza di 1 su 12). Le prestazioni dei Medi risultano essere migliori arrivando in media a rispondere fino a 2 o 3 item (2+1; 2+2) (accuratezza di 2 su 12), massimo fino all'item 5 (4+1) confermando questo compito molto difficile per questa fascia di età. I Grandi dimostrano invece di avere prestazioni altamente differenti (deviazione standard = 4,56) arrivando in media fino all'item 5 (5+1) (accuratezza di 5 su 12) ma massimo fino all'item 8 (6+1). Questo permette di concludere che la capacità di effettuare semplici addizioni, prima di una spiegazione esplicita e aiutandosi con le dita, si sviluppa evidentemente a partire dai 4 ½ anni, con grande variabilità tra le prestazioni.

Nella Tabella 10 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Calcolo Sottrazione.

Gruppo	**Media**	**Deviazione Standard**	**Intervalli di Confidenza**	
			Limite inferiore	**Limite superiore**
Grandi	3,43	4,49	2,64	4,21
Medi	1,36	2,76	0,83	1,89
Piccoli	0,31	0,71	0,16	0,47

Tabella 10. Statistica Descrittiva per la prova di Calcolo-Sottrazione (Nuove BIN)

Nel Figura 17 è possibile osservare la capacità media dei bambini, divisi per fasce di età nella prova di Calcolo Sottrazione.

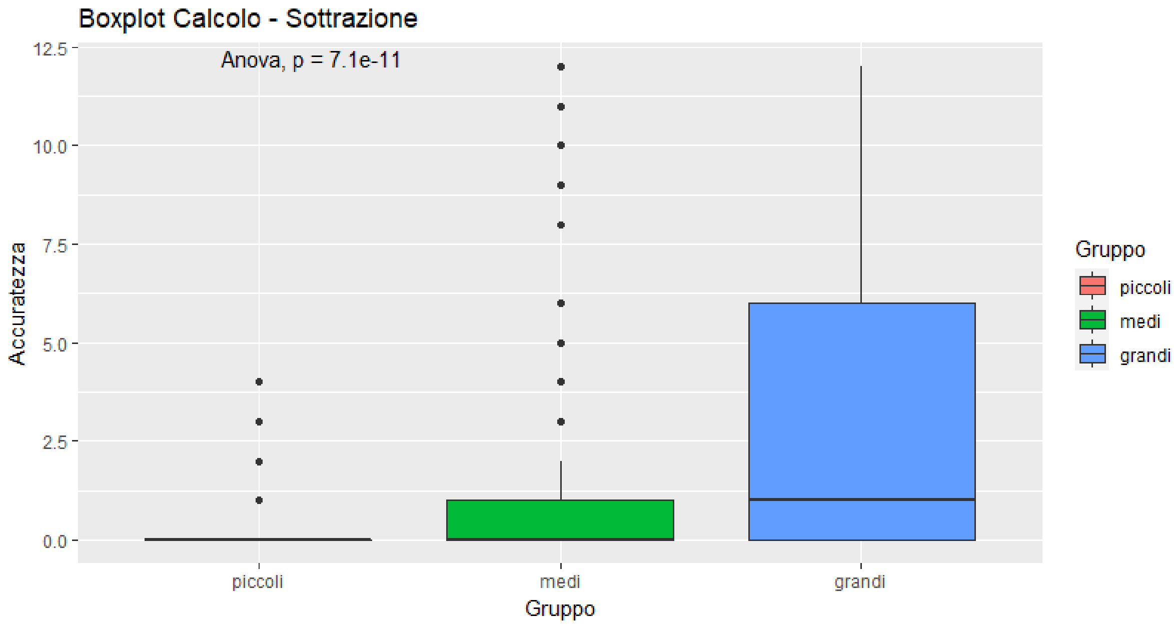


Figura 17. Boxplot della prova di Calcolo-Sottrazione (Nuove BIN)

Si è proseguiti con l'analisi inferenziale (ANOVA) per scoprire se la differenza emersa fra le Medie dei tre gruppi è significativa. Le analisi confermano che è presente una differenza significativa tra le Medie dei gruppi ($F(2, 315)=24{,}92$; $p < .001$), il che porta a rigettare l'ipotesi nulla. Inoltre questa analisi permette anche di confermare che la prova di Calcolo Sottrazione delle Nuove BIN è talmente sensibile da riuscire a discriminare i soggetti capaci di effettuare semplici sottrazioni. Si procede con dei Posthoc Test (Tukey) dai quali è emerso che i Grandi hanno prestazioni significativamente migliori dei Medi ($p < .001$) nel compiere piccole sottrazioni. Ugualmente questa condizione si rileva per il secondo confronto, in cui i Grandi hanno prestazioni migliori rispetto ai Piccoli ($p < .001$). Non è presente una differenza significativa invece fra i Medi e i Piccoli ($p = .079$), ciò permette di concludere che essi abbiano prestazioni identiche nelle prove che contengono piccole sottrazioni. Da questi dati è possibile concludere che la prova Calcolo Sottrazioni è una prova evidentemente più difficile di Calcolo Addizioni. Dalle analisi effettuate si osserva un *"floor effect"* per le prestazioni sia dei Piccoli che dei Medi i quali riescono ad arrivare massimo ai primi item (2-1). I Grandi dimostrano invece di avere prestazioni molto variabili (deviazione standard = 4,49), in media riescono a raggiungere l'item 3 (3-2) fino ad un massimo che arriva addirittura all'item 6 (4-2). Questi dati permettono di concludere che la capacità di effettuare semplici sottrazioni, prima di una spiegazione esplicita e aiutandosi con le dita, si sviluppa non prima dell'età di 5 anni, con grande variabilità tra le prestazioni. Può essere interessante anche osservare che sono presenti una quantità evidente di *outlier* nel gruppo dei Medi, condizione che rappresenta bambini frequentemente esposti, dal contesto educativo, a effettuare sottrazioni.

Per la prova di Fluenza è possibile osservare una minore quantità di soggetti a causa del fatto che solo alcuni bambini, che superavano uno specifico criterio nella prova Comparazione, potevano accedere anche questa prova a tempo. Infatti 277 osservazioni sono state eliminate a causa del fatto che non hanno superato i criteri per accedere alla prova. Il campione di questa prova è di 43 soggetti, 37 Grandi, 6 Medi e 0 Piccoli, che abbiamo deciso di unire in un unico campione. Ho ipotizzato che questo campione contenesse tutti quei bambini del gruppo Medi e Grandi con le migliori prestazioni nella prova di Comparazione.

Nella Tabella 11 è possibile vedere un'analisi qualitativa della prova di Comparazione Fluenza.

Gruppo	**Media**	**Deviazione Standard**	**Intervalli di Confidenza**	
			Limite inferiore	**Limite superiore**
Grandi	12,16	4,59	10,63	13,39
Medi	13,38	3,78	10,22	16,53

Tabella 11. Statistica Descrittiva per la prova di Fluenza Comparazione (Nuove BIN)

Ovviamente vista la bassa quantità di soggetti non è stato possibile effettuare una analisi inferenziale (ANOVA). Ci si è limitati ad osservare l'andamento dei dati attraverso uno scatterplot.

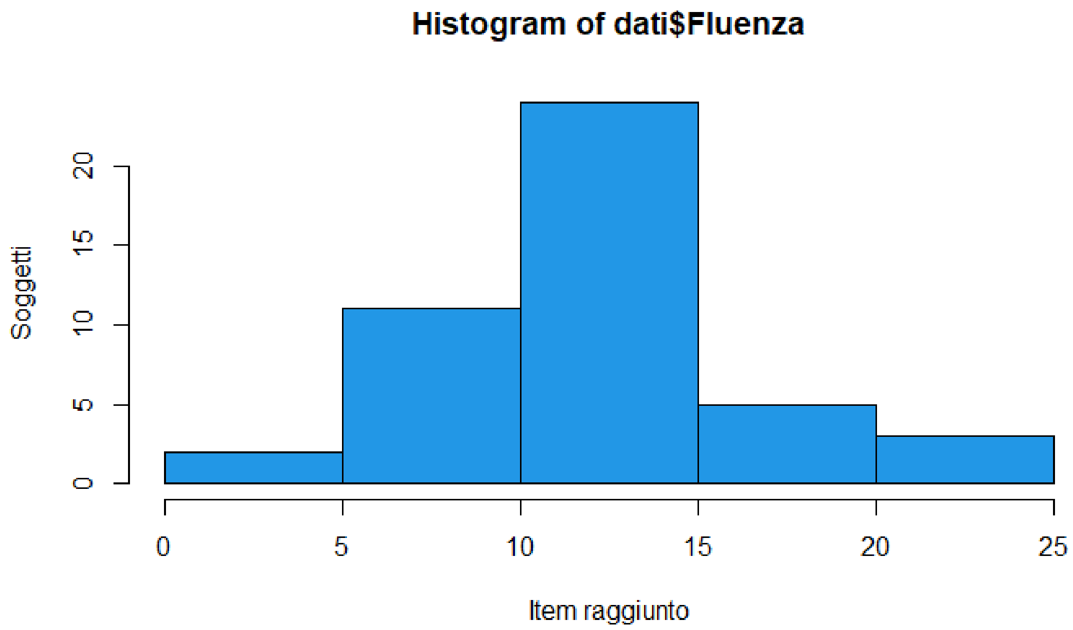


Figura 18. Istogramma della prova di Fluenza Comparazione (Nuove BIN)

Dalla figura 18 è possibile osservare come solo la metà del campione, precedentemente selezionato, è riuscito in un tempo totale di 30 secondi ad arrivare all'item 13 (accuratezza di 13 su 36) il quale conteneva la seguente comparazione (9vs5). Questi dati ci permettono di concludere che solo alcuni soggetti selezionati sono in grado di superare prove a tempo. Inoltre è possibile concludere che pur selezionando i soggetti con le migliori prestazioni nella prova di Comparazione, ancora la grande maggioranza non riesce ad avere buone prestazioni quando la prova è a tempo.

4.3.2. Analisi sull'abilità di Conteggio

Ho proseguito la mia analisi approfondendo la prova Conteggio. Ero infatti interessata ad osservare la competenza dei bambini di contare oggetti fisici, come le tessere-caffè, poiché alla base delle successive abilità matematiche. Il conteggio richiede l'intreccio di competenze lessicali (aver acquisito la competenza verbale con una corrispondenza biunivoca tra parole-numero e oggetti contati) e semantiche (per riconoscere la cardinalità del numero) (Lucangeli et al., 2007). Su queste competenze sarà poi possibile svilupparne delle altre come il calcolo a mente con il recupero dei fatti numerici, la comprensione dei simboli (come “+” e “-“), la capacità di incolonnare e la conoscenza procedurale, fino al calcolo scritto.

Dopo aver osservato le traiettorie di sviluppo e la significatività della varianza ho deciso di approfondire la relazione tra questa prova ed altre.

In primo luogo ho deciso di osservare la relazione fra la prova di Conteggio e quella di Enumerazione in avanti, inquanto sono prove che fanno emergere maggiormente competenze che dagli studi si sono dimostrate in forte interazione. Infatti il ripetuto esercizio di enumerazione permette al bambino di acquisire il principio di cardinalità, il quale funge da base per apprendere il significato cardinale di ogni parola numero, ciò lo porta ad avere successo in prove di conteggio come da noi presentate (Sarnecka, 2015) (Sella et al., 2021). Successivamente ho approfondito la relazione fra la prova di Conteggio e quella di Direzione conteggio, inquanto i compiti elicitano prevalentemente competenze in forte interazione. Grazie infatti all’acquisizione del principio di cardinalità il bambino è capace non solo di dare il giusto numero di “tessere caffè” in base alla richiesta (prova di Conteggio), ma è anche capace di effettuare correttamente sottrazioni e addizioni su una quantità (Sarnecka, 2015). Sembra infatti che per superare questo compito serva molta esperienza nel muoversi tra l’elenco del conteggio, più che specifici concetti (Sella et al., 2021). Dall’osservazione dei dati emersi delle tre prove e dalle riflessioni sopra riportate mi sono potuta accorgere che, per tutti e tre i gruppi, mettere in atto piccole sottrazioni o addizioni a degli insiemi di tessere caffè presentate, è un compito evidentemente più difficile, rispetto alla prova di Conteggio e di Enumerazione.

Per approfondire l’abilità di conteggio ho filtrato i miei dati raccogliendo solo i soggetti che avevano ottime prestazioni nella prova di Conteggio e nella prova di Enumerazione, ottenendo un campione pari a 103 bambini. L’obbiettivo in questo caso è quello di osservare l’andamento delle prestazioni nella prova di Direzione conteggio di un campione selezionato, con la migliore prestazione nelle altre due prove. Ho scelto di effettuare queste analisi inquanto nella prova di Direzione Conteggio i bambini non possono applicare una procedura meccanica di conteggio, come invece accade nella prova di Conteggio e soprattutto in quella di Enumerazione. In questa prova si vanno ad analizzare puntualmente le capacità del bambino di muoversi sulla linea numerica. Nello specifico ho selezionato solo i soggetti che nella prova di Enumerazione hanno contato oltre 18, ed i soggetti che nella prova di Conteggio hanno avuto una accuratezza maggiore di 5, il che corrisponde ad aver completato la prova fino agli ultimi due item. Questo raggruppamento ha consentito di raccogliere un campione composto da bambini tutti appartenenti ai gruppi Medi e Grandi.

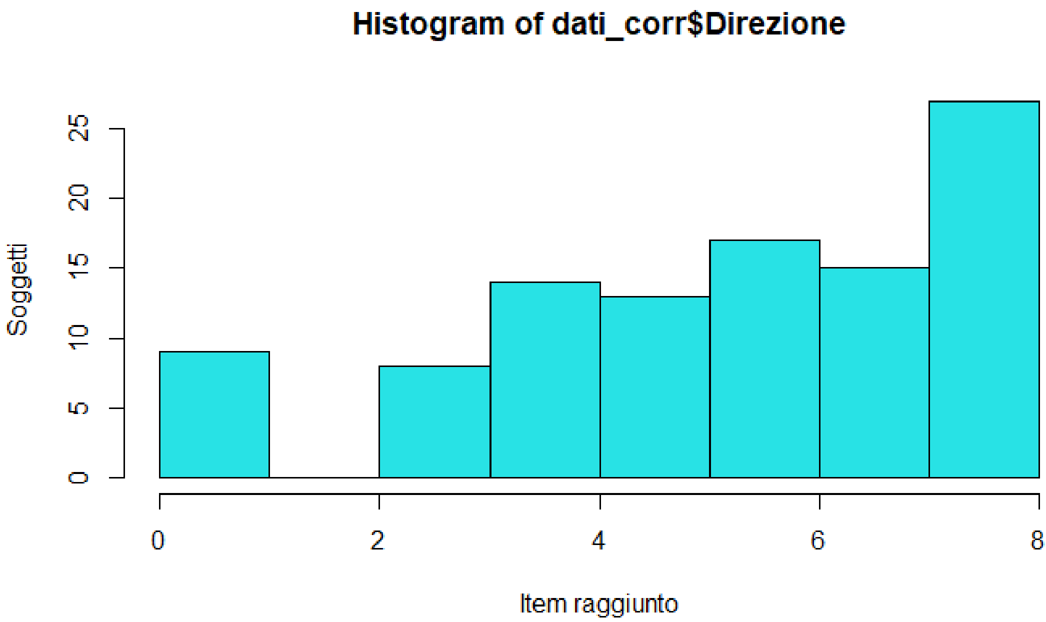


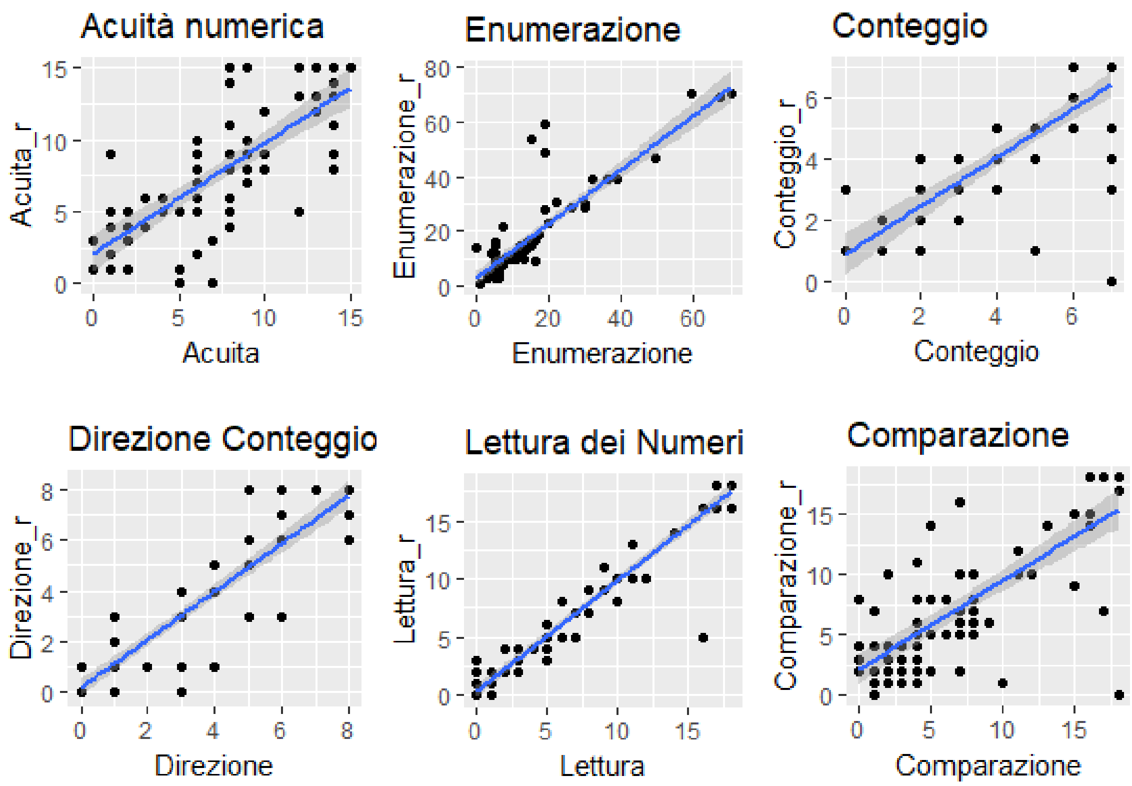
Figura 19. Scatterplot prova Direzione Conteggio per campione selezionato.

Nella Figura 19 si osserva sull'asse delle x l'item raggiunto nella prova di Direzione Conteggio, e nell'asse delle y la quantità di soggetti. Dalla Figura 19 è possibile mostrare come la capacità di muoversi in avanti ed in indietro sulla linea numerica (richiesta dalla prova di Direzione Conteggio) non è consolidata perfettamente neanche in un campione che invece risulta avere prestazioni ottimali nella prova di Enumerazione e Conteggio. La maggior parte dei soggetti spesso sbagliano, e alcuni non rispondo correttamente a nessun item. Nello specifico soltanto 25 soggetti su 103 riescono a completare la prova correttamente, il che corrisponde a solo ¼ del campione. In conclusione nonostante contare oggetti ed enumerare in avanti siano compiti facili e ben acquisiti, effettuare operazioni semplici, e quindi muoversi sulla linea numerica rimane una competenza ancora in fase di sviluppo.

4.3.3. Affidabilità Test Retest

Per assicurare che fosse presente una buona affidabilità della Nuova BIN, cioè che la batteria misurasse sempre la stessa competenza nel tempo, alcuni bambini, selezionati in maniera casuale, hanno completato i medesimi compiti una seconda volta il giorno successivo. Questa procedura permette di verificare che i compiti restituiscono risultati simili in sessioni ravvicinate. I Bambini ritestati sono in totale 78.

È stata effettuata una analisi correlazionale per osservare la relazione tra la prestazione del bambino il primo giorno e la prestazione il giorno successivo. Ho creato per prima cosa uno scatterplot, con linea di regressione, per ogni prova e successivamente ho rilevato, attraverso il metodo della r di Pearson, l'indice di correlazione.



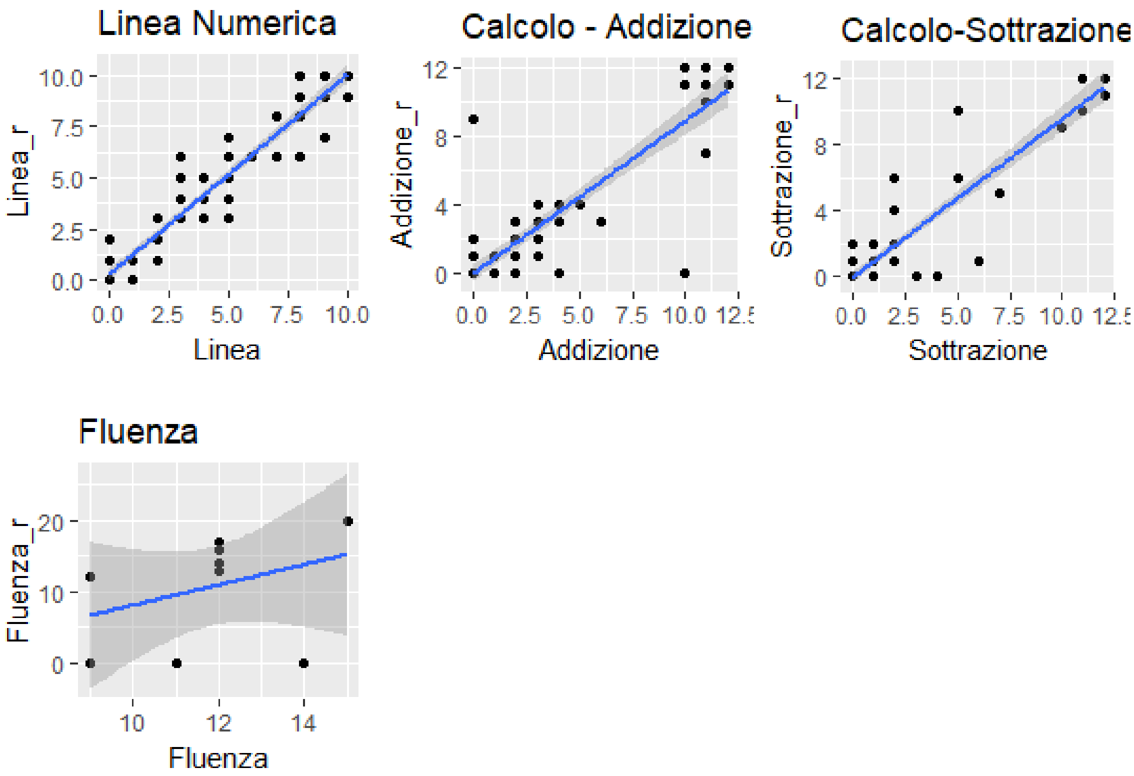


Figura 20. Grafici riassuntivi per le Correlazioni tra Test e Retest di ogni prova (Nuova BIN)

I risultati delle analisi, come è possibile vedere dalla Figura 20, dimostrano per ogni prova una relazione lineare e positiva, condizione molto più lieve solo per la prova di Fluenza.

È presente infatti, per la prova di Acuità, una relazione pari a r(77)=0.74, $p < .001$ che permette di rigettare l'ipotesi nulla. Questo risultato conferma che la prova di Acuità ha una buona consistenza interna, inquanto due misurazioni indipendenti hanno riportato gli stessi risultati il 74% delle volte, e anche una buona attendibilità, poiché il test produce risultati coerenti e stabili nel tempo. Ugualmente accade per la prova di Enumerazione in cui è presente una relazione pari a r(77)=0.91, $p < .001$, dimostrando che, ancora più che Acuità, questa prova è attendibile e con un ottima consistenza interna. Per la prova di Conteggio è stata trovata una relazione di r(77)=0.80, $p < .001$, altrettanto forte, rilevando la prova come attendibile. Ancora di più la prova di Direzione Conteggio si è dimostrata attendibile grazie ad un indice pari a r(77)=0.92, $p < .001$. Altamente attendibile è risultata la prova di Lettura dei numeri r(77)=0.97, $p < .001$. La prova di Comparazione ha ottenuto anch'essa un buon risultato di attendibilità e una buona consistenza interna, con una correlazione tra prestazioni pari a r(77)=0.78, $p < .001$. La prova di Linea Numerica ha dimostrato un'ottima relazione r(77)=0.97, $p < .001$, come la prova di Addizione r(77)=0.89, $p < .001$ e quella di Sottrazione r(77)=0.93, $p < .001$. In ultimo la prova di Fluenza non supera i requisiti necessari, anche in questo caso sia per la scarsa numerosità del campione sia per la minima relazione presente tra le prestazioni r(8)=0.35, $p = .16$.

Questi dati permettono di concludere che, a parte per la prova di Fluenza alla quale potevano accedere solo alcuni bambini, tutte le prove della Nuova BIN hanno un'ottima consistenza interna ed un'ottima attendibilità.

DISCUSSIONE E CONCLUSIONE

La valutazione dell'intelligenza numerica rimane un argomento di rilevante importanza ai giorni nostri, poiché permette di esplorare le competenze matematiche dei bambini in età prescolare le quali fungono da importanti predittori delle prestazioni dei bambini alla scuola primaria (Duncan et al., 2007; Halberda & Feigenson, 2008; Sarnecka, 2015) oltre che avere rilevanti risvolti pratici nella quotidianità.

L'obbiettivo dei ricercatori ad oggi è anche quello di ottenere una rappresentazione più precisa sulla discalculia evolutiva, ma soprattutto una diagnosi sempre più precoce.

Ulteriore fine è quello di costruire a partire da queste valutazioni interventi abilitativi ed educativi e soprattutto strumenti utili anche alle maestre, oltre che ai professionisti psicologi. La Nuova Batteria per la Valutazione dell'Intelligenza Numerica (BIN), pone al primo posto i precedenti intenti.

Una componente importante dell'apprendimento matematico è il conteggio che corrisponde alla capacità di enumerare in avanti e indietro con corretta attribuzione delle quantità fisiche. Imparare a contare si dimostra essere una competenza che unisce sia abilità innate che competenze acquisite, rimanendo ancora un'abilità poco esplorata. Nonostante si basi su competenze innate non è un processo immediato, richiede invece tanti momenti di allenamento e diversi tentativi (Lucangeli et al., 2007). Attraverso la validazione della Nuova BIN è stato possibile esplorare come avviene lo sviluppo dell'abilità di conteggio e a quali altre competenze si correla. I dati raccolti hanno aiutato nell'esplorare l'apprendimento matematico all'età di 3-6 anni. Le analisi hanno riportato risultati più o meno significativi per le tre fasce di età (Grandi, Medi, Piccoli) in base alle prove.

La prova di Acuità Numerica, compito in cui è chiesto ai bambini di discriminare tra due insiemi di pallini (blu e gialli), quale insieme è il maggiore senza contare, ha riportato risultati significativi ed affidabili. Questo compito permette di elicitare l'attivazione del ANS, sistema che riesce approssimativamente a definire la quantità esatta grazie a specifici neuroni che si occupano di attivarsi, se presentata una quantità (Halberda, 2011). I Grandi risultano avere prestazioni migliori dei Medi, ed i Medi prestazioni migliori dei Piccoli. In conclusione la capacità di discriminare tra due insiemi qual è il maggiore, senza contare, è già presente nei bambini di 3 anni e si sviluppa copiosamente fino ai 5 anni. Nello specifico una grande acquisizione avviene tra i 3 e i 4 anni. Anche la prova di Enumerazione in avanti è risultata significativa e affidabile, inoltre questo compito fa risaltare una capacità importante la quale funge da struttura e da pilastro per l'acquisizione corretta delle quantità (Sarnecka, 2015). I Grandi hanno dimostrato prestazioni significativamente migliori rispetto ai Medi, e i Medi risultano avere prestazioni migliori rispetto ai Piccoli. Da questi dati è possibile dedurre che la capacità di enumerare in avanti senza errori si possiede già a 3 anni e con il passare del tempo, grazie al ripetuto esercizio, questa competenza migliora fino a diventare completamente acquisita a 5 anni. Nello specifico è possibile rilevare un importante salto di apprendimento intorno ai 5 anni, infatti le prestazioni a 3 e 4 anni si avvicinano molto. La presenza di molti *outlier* nel gruppo dei Medi permette di concludere che questa competenza è altamente influenzata dal contesto educativo, ovvero quanto il bambino è esposto all'enumerare insieme all'adulto. Questi risultati sono in linea con la teoria dei contesti diversi (Fuson, 1991), secondo cui l'acquisizione delle parole-numero avviene in interazione con il contesto. Nella prova di Conteggio, compito in cui è chiesto ai bambini di dare una precisa quantità di tessere-caffè che hanno a disposizione, le differenze fra le medie dei tre gruppi sono risultati significative. I Grandi hanno prestazioni significativamente migliori rispetto ai Medi, e quest'ultimi hanno prestazioni migliori rispetto ai Piccoli. Da questi risultati è possibile concludere che la capacità di contare oggetti (tessere-caffè) si sviluppa in modo costante dai 3 ai 6 anni, migliorando gradualmente e arrivando ad una completa acquisizione e piena padronanza ("*ceiling effect*" per il gruppo dei Grandi). La prova di Direzione Conteggio è risultata affidabile e significativa, compito in cui è stato chiesto ai bambini di giudicare correttamente una quantità a cui è stato aggiunto o sottratto 1 dal gruppo iniziale. Grazie all'acquisizione del principio di cardinalità il bambino è capace non solo superare la prova di Conteggio, ma anche di effettuare correttamente sottrazioni e addizioni su una quantità (Sarnecka, 2015). I risultati hanno riportato che i Grandi (corretti 5 item su 7) hanno prestazioni significativamente migliori rispetto ai Medi (corretti 2 su 7). La prestazione dei Medi è risultata significativamente migliore rispetto ai Piccoli (corretti 1 su 7). Da questi risultati si conclude che l'accuratezza dei Medi si avvicina all'accuratezza dei Piccoli, ragion per cui è possibile definire che questa competenza si sviluppa già a partire da questa fascia di età, con un evidente progresso all'età di 5 anni. Anche la prova di Lettura dei numeri, in cui viene chiesto ai bambini di leggere i numeri, da 1 a 20 in forma arabica e presentati nell'ordine indicato dallo sperimentatore, è risultata significativa e affidabile. In questo compito si osserva la capacità del bambino di collegare parole-numero a precisi numeri arabi, quindi di effettuare una corretta transcodifica (Sella & Lucangeli, 2020). Nello specifico è stato possibile osservare che i Grandi (corretti 12 su 18) hanno prestazioni significativamente migliori dei Medi (corretti 7 su 18) e quest'ultimi hanno performance migliori rispetto ai Piccoli (corretti 1 su 18). Queste analisi dimostrando che le prestazioni dei Piccoli e dei Medi si differenziano ma di poco rispetto ai confronti con i Grandi. In conclusione è possibile osservare un reale sviluppo della capacità di transcodifica all'età di 5 anni, probabilmente anche perché i bambini iniziano a essere esposti dalle maestre ai numeri arabi, durante laboratori per l'acquisizione delle competenze pre-scolastiche. La prova di Comparazione richiedeva di scegliere il maggiore tra due numeri presentati in cifre arabe su un foglio; la differenza tra le medie dei gruppi è risultata affidabile e significativa. Si è rilevato che le prestazioni dei Grandi (corrette 12 su 18) sono significativamente migliori rispetto a quelle dei Medi (accuratezza di 7 su 18). Le prestazioni dei Medi sono risultate significativamente migliori rispetto ai Piccoli (corrette 4 su 18). La capacità di confrontare cifre arabe rispecchia un'acquisizione matura del significato della quantità-numero e del loro valore simbolico (Sella et al., 2020). È pertanto possibile concludere che questa competenza si sviluppa gradualmente in tutta la fascia di età 3-6 anni, con un avanzamento significativo all'età di 5 anni. La prova di Linea Numerica ha riportato anch'essa risultati significativi e affidabili, dimostrando che le medie dei 3 gruppi erano diverse. Nella prova è richiesto di completare una sequenza di tre numeri a cui manca una cifra. I Grandi (corrette 6 su 10) hanno performance significativamente migliori rispetto ai Medi (corrette 4 item su 10). Una differenza significativa è presente anche tra Medi e Piccoli (accuratezza di 3 su 10). In conclusione la capacità di completare una linea numerica, quindi la conoscenza spaziale dei numeri, bloccando l'istinto meccanico di enumerare in avanti, è pressoché assente all'età di 3 anni. Tale competenza si sviluppa significativamente all'età di 4 anni, se pur sempre con grande variabilità nelle prestazioni, acquisendo un accelerazione nello sviluppo all'età di 5 anni. La prova di Calcolo a mente è stata suddivisa tra la prova Addizione e la prova di Sottrazione. Risolvere queste operazioni richiede nuove abilità oltre a quelle fino ad ora acquisite, ovvero competenze procedurali come conoscere il significato dei simboli delle operazioni "+" e "-" e la rispettiva procedura da svolgere (Sella et al., 2018). La prova di Calcolo Addizione è risultata affidabile e significativa. I Grandi (corrette 5 su 12) hanno prestazioni significativamente migliori rispetto ai Medi (corrette 2 su 12), ma è risultata una mediocre significatività nel confronto tra Piccoli (corrette 1 su 12) e Medi. Questo permette di concludere che la capacità di effettuare semplici addizioni, prima di una spiegazione esplicita e aiutandosi con le dita, si sviluppa evidentemente a partire dai 4 ½ anni, con grande variabilità tra le prestazioni. La prova di Calcolo Sottrazioni è risultata significativa e affidabile, dimostrando che le prestazioni dei soggetti nei tre diversi gruppi sono significativamente differenti. I Grandi (3 su 12) hanno prestazioni significativamente migliori dei Medi (accuratezza di 1 su 12) nel compiere piccole sottrazioni. Mentre non è presente una differenza significativa tra i Medi e i Piccoli, ciò permette di definire che essi abbiano prestazioni pressoché identiche. In conclusione la capacità di effettuare semplici sottrazioni, prima di una spiegazione esplicita e aiutandosi con le dita, si sviluppa non prima dell'età di 5 anni, con un *"floor effect"* per le prestazioni sia dei Piccoli che dei Medi. Anche in questo caso la presenza di molti *outlier* nel gruppo dei Medi permette di concludere che questa competenza è altamente influenzata dal contesto educativo, ovvero quanto il bambino è esposto alle sottrazioni. In ultimo la prova di Comparazione Fluenza (prova a tempo: 30 secondi) è accessibile solo ai bambini che hanno completato la prova di comparazione senza errori. Per questo motivo il campione è composto da 43 soggetti. In questo compito vengono presentate al bambino delle coppie di numeri e gli viene chiesto di segnare il più velocemente possibile il numero più grande. Per questa prova è stata effettuata un'analisi descrittiva a causa della numerosità campionaria troppo bassa. Dai risultati è possibile concludere che, pur selezionando i soggetti con le migliori prestazioni nella prova di Comparazione, ancora la maggioranza non riesce ad avere buone prestazioni quando la prova è a tempo.

Questi risultati permettono di creare una *base line* utile, una volta che la Nuova BIN sarà pubblicata, come metro di misura per confrontare le prestazioni dei bambini e per potersi accorgere già alla scuola dell'infanzia di possibili difficoltà. Inoltre la Nuova BIN offre una precisa rappresentazione delle principali aree dell'intelligenza numerica alla scuola dell'infanzia, tanto specifiche da permettere di osservare per ogni soggetto debolezze anche solo in una competenza. Questo permetterebbe alle insegnanti di creare momenti di gioco condiviso anche personalizzati e individualizzati per quei bambini che, rispetto alla media, risultano avere leggere carenze nell'apprendimento matematico.

Inoltre da questi risultati è possibile osservare le traiettorie di sviluppo dell'intelligenza numerica e nello specifico delle singole competenze che la compongono. Pertanto è possibile definire anche alcune implicazioni pratiche che possano supportare l'apprendimento matematico nella scuola dell'infanzia. È importante aiutare gli insegnanti e le educatrici a fornire ai bambini supporti visivi come immagini, video, schemi, calcolo in colonna o esperienze pratiche durante la spiegazione dei concetti matematici o nelle prime occasioni di approccio al mondo dei numeri. In questo modo è possibile fornire una o più chiavi di lettura per approcciarsi alla matematica e ai calcoli fino a differenti strategie per risolvere i problemi (Lucangeli & Mammarella, 2010). Per esempio per quanto riguarda la capacità di leggere i numeri arabi (prova Lettura dei numeri), dal momento in cui ci si accorge che uno o più bambini potrebbero essere in difficoltà, può essere di supporto già nelle sezioni dei 4 e dei 3 anni affiggere al muro la linea dei numeri (da 1 a 20) e leggerla insieme, magari durante l'appello per osservare la quantità di bambini presenti. Non importa se i bambini non riusciranno a leggerla e a riconoscere i numeri soprattutto nella sezione dei 3 anni, ma comunque saranno esposti al segno grafico e con il tempo, grazie alle quotidiane possibilità di apprendimento, impareranno a leggerli. La capacità di comparare numeri per sceglierne il maggiore come la capacità di completare una linea numerica in cui manca un numero si sviluppano dai 5 anni in poi, ma di fronte a evidenti carenze in alcuni soggetti, si potrebbe proporre più attività di gioco in cui ci sia da completare questi tipi di quesiti già nelle sezioni dei 4 anni. Per quanto riguarda il calcolo a mente è possibile fare attività solo nella sezione dei 5 anni, ma si possono proporre supporti visivi come immagini e video, valorizzando sempre l'uso delle dita come ottima strategia di supporto al calcolo (Lucangeli & Mammarella, 2010). Dai risultati è possibile ipotizzare che già nella sezione dei 4 anni si potrebbe spiegare concettualmente che l'addizione corrisponde ad aggiungere tot numero di dita a quelle già presenti nella mano. Mentre per la sottrazione è assolutamente possibile presentarla concettualmente solo nelle sezioni dei 5 anni. Possono essere create sempre situazioni di gioco o di lettura condivisa sia per spiegare i concetti matematici che per allenare la competenza. Attuando questi spunti con costanza si potrebbe ipotizzare di supportare l'apprendimento matematico del bambino, inoltre ciò potrebbe avere un'influenza sulle prestazioni matematiche alla scuola primaria, ma per tali conclusioni servirebbero studi successivi.

Con lo scopo di approfondire la capacità di contare oggetti, si è analizzata la relazione tra la prova di Conteggio, Enumerazione in avanti e Direzione Conteggio. È stata scelta la prova di Enumerazione in avanti, poiché il ripetuto esercizio di enumerazione permette al bambino di acquisire concetti più complessi come il principio di cardinalità (Sarnecka, 2015), condizione che consente di comprendere a pieno la base concettuale e il significato cardinale di ogni parola numero (Sella et al., 2021). Tale sviluppo permette di superare la prova di Conteggio. Si è osservata anche la relazione con la prova di Direzione Conteggio poiché, grazie all'acquisizione del principio di cardinalità il bambino è capace non solo di dare il numero di "tessere caffè" in base alla richiesta (prova di Conteggio), ma è anche capace di effettuare correttamente sottrazioni e addizioni su una quantità (Sarnecka, 2015). Per approfondire quindi l'abilità di conteggio si è osservato l'andamento delle prestazioni di un campione selezionato nella prova di Direzione Conteggio. Nella prova di Direzione Conteggio i bambini non possono applicare una procedura meccanica di conteggio, come invece accade nella prova di Conteggio e soprattutto in quella di Enumerazione in avanti. In questa prova si vanno ad analizzare puntualmente le capacità del bambino di muoversi sulla linea numerica. Pertanto è stato creato un nuovo database con solo i soggetti che avevano ottime prestazioni nella prova di Conteggio e nella prova di Enumerazione in avanti, per osservare l'andamento delle prestazioni nella prova di Direzione Conteggio. Dalla Figura 19 è possibile concludere che la maggior parte soggetti sbagliano la prova, ossia sbagliano ad aggiungere o togliere 1 dalla quantità iniziale, nonostante le ottime prestazioni nelle prove precedenti. I risultati si dimostrano a favore della teoria dei "*Knower-level*". In questa teoria i bambini sono chiamati all'inizio "*conoscitori pre-numerici*" (Wynn, 1990 citato in Sella et al., 2018), poi "*conoscitori di sottoinsiemi*" (Le Corre et al., 2006 citato in Sarnecka, 2015) perché il loro principio cardinale è limitato a un sottoinsieme di una lista di numeri, fino a *"conoscitori del principio cardinale"* (CP) nel momento in cui acquisiscono che la parola-numero successiva, nella enumerazione in avanti, corrisponde fisicamente ad aggiungere un solo elemento all'insieme, e che quindi l'ultima parola-numero recitata rappresenta la quantità totale dell'insieme (Sarnecka, 2015; Le Corre, 2014 citato in Sella et al., 2018). La proprietà direzionale della lista di conteggio, richiesta nella prova di Direzione Conteggio, corrisponde alla conoscenza del successore e del predecessore di ogni numero, vale a dire che i bambini hanno appieno appreso che l'aggiunta di un elemento porta alla parola-numero successiva e la rimozione porta alla parola-numero precedente (Sella & Lucangeli, 2020). I risultati ottenuti sembrano essere di particolare interesse in quanto permettono di concludere che al età di 4 e 5 anni è ancora presente una conoscenza limitata riguardo al fatto che la rimozione o l'aggiunta porti al numero precedente o successivo. Vale a dire che per quei soggetti in cui contare oggetti ed enumerare in avanti sono compiti acquisiti appieno, ciò non per forza accade per la conoscenza sulla proprietà direzionale della lista di conteggio, la quale richiede ancora estremo esercizio. Questi risultati dimostrano che l'acquisizione del principio di cardinalità permette al bambino di riuscire a dare il giusto numero di "tessere caffè" in base alla richiesta (Sarnecka, 2015), ma non consente ancora di effettuare correttamente sottrazioni e addizioni su una quantità, come invece si era ipotizzato negli studi passati. In linea con gli studi più recenti (Sella & Lucangeli, 2020) questi dati sembrano avvalorare l'ipotesi di una progressiva acquisizione della proprietà direzionale della lista di conteggio a partire dai 4 anni che però non si consolida grazie alla piena padronanza del principio di cardinalità, a 5 anni.

Per studi futuri questi risultati, che hanno permesso di approfondire ed esplorare lo sviluppo dell'abilità di conteggio, potrebbero essere osservati in relazione alle principali difficoltà matematiche emerse nella scuola primaria. Sempre in una prospettiva preventiva tali dati sono un contributo allo studio delle competenze matematiche alla scuola dell'infanzia. Infatti questi risultati, altamente generalizzabili, possono fungere da strumento di comparazione, permettendo di individuare precocemente eventuali difficoltà o disturbi.

Da questi risultati è possibile ricavare alcune indicazioni didattiche. Si proverà ad ipotizzare alcuni spunti educativi con lo scopo di supportare i bambini nell'apprendimento matematico e fornire una o più chiavi di lettura fino a differenti strategie per risolvere i problemi (Lucangeli & Mammarella, 2010). Per quanto riguarda l'enumerazione, competenza altamente influenzabile dal contesto educativo, è possibile, per esempio già appena compiuti i 4 anni, effettuare frequentemente momenti di gioco condiviso sia a casa che a scuola, ripetendo la linea dei numeri insieme, per poi verso i 4 ½ anni procedere contando insieme anche oggetti presenti nella quotidianità del bambino (prova di Conteggio). Dai 5 anni in poi si potrebbero inserire più momenti di gioco in cui si appongono piccole sottrazioni ed addizioni all'insieme contato (prova Direzione Conteggio). Un importante momento in cui si potrebbero mettere in atto queste pratiche in modo costante è l'appello nelle scuole (per esempio: contare i compagni, togliere gli assenti, aggiungere una maestra, ecc.). Questi piccoli accorgimenti se messi in atto con perseveranza si ipotizza che supporterebbero l'apprendimento matematico del bambino. Inoltre si potrebbe anche ipotizzare che ciò permetterebbe di migliorare le prestazioni nelle scuole primaria, ma per tali conclusioni servirebbero studi successivi.

Le analisi dimostrano quindi che la differenza fra le medie di Grandi, Medi e Piccoli è significativa nella maggior parte delle prove e la dimensione degli effetti è visibilmente elevata inquanto i soggetti hanno importanti differenze nelle esperienze e nelle competenze, oltre che nell'età. In conclusione i risultati sono altamente generalizzabili alla popolazione. La prova di Fluenza comparazione è l'unica risultata completamente non significativa, tanto da ipotizzare di toglierla dalla batteria o di lasciarla solo per il gruppo dei Grandi.

Le analisi Test Retest hanno riportato un'ottima affidabilità della batteria, tranne che per la prova di Fluenza.

La raccolta dati e le analisi hanno sollevato problemi specifici per alcune prove.

Nella prova di Direzione Conteggio i bambini appartenenti al gruppo Medi e Piccoli non riuscivano a raggiungere gli item con le sottrazioni poiché effettuavano 3 errori consecutivi negli item precedenti, che contenevano addizioni con numeri alti (7+1; 13+1; 18+1), come dimostrato anche da recenti studi (Sella & Lucangeli, 2020). Questo è sicuramente un importante limite della Nuova BIN, inquanto non è stato possibile osservare se i Medi e i Piccoli fossero in grado almeno di effettuare una semplice sottrazione, come 2-1. Pertanto, per la successiva versione, è necessario modificare la struttura della prova rendendo separati gli item di conteggio in avanti (con addizioni) dagli item di conteggio all'indietro (con sottrazioni).

Un altro limite riscontrato durante la raccolta dati riguarda la validità di facciata, vale a dire la chiarezza degli item, della prova di Enumerazione in avanti, la quale presenta davanti ai bambini la seguente dicitura "1,2,3…". Ci si è accorti che questa condizione fuorviava la comprensione del compito da parte dei bambini, i quali per esempio contavano i puntini di sospensione e si fermavano, o ripetevano la sequenza. Questa è una minaccia alla validità di facciata, dimostrando la prova come non chiara. Nelle successive versioni sarà necessario modificare la grafica di presentazione di questa prova per evitare spiacevoli fraintendimenti, che rischiano di attaccare la motivazione del bambino.

Un altro limite emerso dai risultati deriva dalla presenza di "*floor effect*" per il gruppo dei Piccoli in alcune prove. Questa condizione porta e ipotizzare che forse è più opportuno utilizzare la Batteria nelle scuole con i soggetti che hanno dai 4 anni in su.

È presente anche una buona validità interna e di contenuto, poiché ai bambini è direttamente chiesto di dimostrare la competenza di interesse. La batteria misura realmente quello che si propone di misurare inquanto l'oggetto di ricerca è esplicitamente chiesto al bambino durante le consegne delle prove. Per esempio nella prova di enumerazione l'obbiettivo era quello di capire fino a che numero i bambini riuscivano a contare in base all'età, questa competenza è stata misurata chiedendo direttamente al bambino di contare.

Studi futuri potrebbero effettuare ulteriori ricerche, approfondendo l'analisi dell'errore dei partecipanti. Infatti è indispensabile accorgersi di alcuni errori nell'apprendimento matematico pre-scolare, e prevedere un metodo di insegnamento che rafforzi queste debolezze anche con manipolazioni pratiche delle quantità (Lucangeli et al., 2007). In questo caso sarebbe interessante scoprire in che item i bambini tendono a sbagliare il compito, in base all'età, con l'idea di confermare o meno le ipotesi di Fuson (1991) sugli errori specifici ("parola-indicazione"; "indicazione-oggetto"; l'unione dei precedenti; errori più generali).

Bibliografia

Aglì, F., & Martini, A. (1995). *Rappresentazione e notazione della quantità in età prescolare*. *51*, 30–44.

Besuschio, M. (2019). *Valutazione dell'intelligenza numerica alla scuola dell'infanzia: Verso la nuova Batteria Intelligenza Numerica*. UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA.

Bialystok, E. (1992). Symbolic representation of letters and numbers. *Cognitive Development*, *7*(3), 301–316.

Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. Macmillan.

Butterworth, B. (2007). Lo sviluppo delle capacità aritmetiche. *Difficoltà in matematica. Sostegno e insegnamento individualizzato*, *4*, 9–40.

Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From Brain to Education. *Science*, *332*(6033), 1049–1053.

Carey, S. (2004). Bootstrapping & the origin of concepts. *Daedalus*, *133*(1), 56–68.

Carpenter, T. P., Moser, J. M., & Romberg, T. A. (cur). (1982). The development of addition and subtraction problem solving skills. *Addition and subtraction: A cognitive perspective*, 9–24.

Caviola, S., Colling, L. J., Mammarella, I. C. (Eds.), & Szűcs, D. (2020). Predictors of mathematics in primary school: Magnitude comparison, verbal and spatial working memory measures. *Developmental Science.*

Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Calculating without reading: Unsuspected residual abilities in pure alexia. *Cognitive neuropsychology*, *17*(6), 563–583.

De Franchis, V., & Usai, M. C. (2013). Abilità di base nell'area alfabetica e matematica: Il ruolo delle funzioni esecutive. *Psicologia clinica dello sviluppo*, *17*(1), 73–96.

De Marco, D., & Cutini, S. (2020). Introducing CUSTOM: A customized, ultraprecise, standardization-oriented, multipurpose algorithm for generating nonsymbolic number stimuli. *Behavior Research Methods*, *52*, 1528–1537. https://link.springer.com/content/pdf/10.3758/s13428-019-01332-z.pdf

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1–2), 1–45.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, *1*, 83–120.

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, *43*(6), 1428–1446.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, *8*(7), 307–314.

Frith, U. (1985). *Beneath the surface of surface dyslexia*. in J. C. Marshall, M. Colehart, K. Patterson (eds.) Surface dyslexia and surface dysgraphia.

Fuson, K. C. (1988). *Children's Counting and Concepts of Numbers*. Springer-Verlag Publishing.

Fuson, K. C. (1991). Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de 2 à 8 ans. *Les chemins du nombre*, 159–179.

Fuson, K. C., & Hall, J. W. (1983). *The acquisition of early number work meanings. In H. Ginsburg (ed.). The development of children's mathematical thinking.* Academic Press New York.

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press, Cambridge.

Halberda, J. (2011). What is a Weber fraction? *In Press*.

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-Year-Olds and Adult. *Developmental Psychology*, *44*, 1457–1465. https://doi.org/10.1037/a0012682

Halberda, J., Mazzocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*.

Huges, M. (1987). I bambini e il numero. *Età evolutiva*, *27*, 62–66.

Iannitti, A., & Lucangeli, D. (2005). Perché i calcoli sono difficili? Ipotesi e modelli psicologici dell'abilità di calcolo. *Difficoltà in Matematica2*, 153–170.

Le Corre, M. (2014). Children acquire the later-greater principle after the cardinal principle. *British Journal of Developmental Psychology*, *32*(2), 163–177.

Le Corre, M., & Carey, S. (2007). One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition*, *105*(2), 395–438.

Le Corre, M., Van deWalle, G., Brannon, E. M., & Carey, S. (2006). Re-visiting the competence/performance debate in the acquisition of the counting principles. *Cognitive Psychology*, *52*(2), 130–169.

LeFreve, J.-A., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance. *Child Development*, *81*(6), 1753–1767.

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, *14*(6), 1292–1300.

Lucangeli, D., Iannitti, A., & Vettore, M. (2007). *Lo sviluppo dell'intelligenza numerica* (2007[a] ed.). Carocci.

Lucangeli, D., & Mammarella, I. C. (Eds.). (2010). *Psicologia della cognizione numerica: Approcci teorici, valutazione e intervento.* Angeli.

Lucangeli, D., & Tressoldi, P. E. (2002). Lo sviluppo della conoscenza numerica: Alle origini del "capire i numeri". *Giornale italiano di psicologia*, *4*. https://doi.org/10.1421/7749

Lucangeli, D., Tressoldi, P. E., & Fiore, C. (1998). *Test ABCA. Test delle abilità di calcolo aritmetico: Vol. Vol. 18*. Edizioni Erickson.

Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' Precision of the Approximate Number System Predicts Later School Mathematics Performance. *PLoS ONE*, *6*(9), e23749.

Mazzoncini, B., Freda, M. F., Cannarsa, C., & Sordellini, A. (1996). Prevenzione dei disturbi specifici di apprendimento nella scuola materna: Ipotesi per una batteria di screening. *PSICHIATRIA DELL INFANZIA E DELL ADOLESCENZA*, *63*, 227–246.

McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, *44*(1–2), 107–157.

McCloskey, M., Caramazza, A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain and cognition*, *4*(2), 171–196.

Molin, A., Poli, S., & Lucangeli, D. (2006). *BIN 4-6. Batteria per la valutazione dell'intelligenza numerica in bambini dai 4 ai 6 anni*. Edizioni Erickson.

Piaget, J. (1945). *La formation du symbole chez l'enfant*. Delachaux Niestle.

Piaget, J. (1964). *Six études de psychologie*. Gonthier, Genève.

Pontecorvo, C. (1985). Figure, parole, numeri: Un problema di simbolizzazione. *Età evolutiva*, *22*, 5–33.

Rudolf, A. (2008). *Arte e percezione visiva*. Feltrinelli.

Sarnecka, B. W. (2015). Learning to represent exact numbers. *Synthese*, *198*.

Sella, F., & Lucangeli, D. (2020). *The knowledge of the preceding number reveals a mature understanding of the number sequence*. *194*. https://doi.org/104104. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2019.104104

Sella, F., Lucangeli, D., Zorzi, M., & Roi Cohen, K. (2020). Making Sense of Number Words and Arabic Digits: Does Order Count More? *Child Development*, *91*(5), 1456–1470.

Sella, F., Roi Cohen, K., & Hartwright, C. (2018). The Neurocognitive Bases of Numerical Cognition. *Stevens' Handbook of Experimental Psychology and Cognitive Neuroscience*, *3*, 1–47.

Sella, F., Slusser, E., Odic, D., & Krajcsi, A. (2021). The emergence of children's natural number concepts: Current theoretical challenges. *Child Development Perspectives*, *00*, 1–9. https://doi.org/10.1111/cdep.12428

Seron, X., & Deloche, G. (1983). From 4 to four: A supplement to 'From three to 3'. *Brain*, *106*(3), 735–744.

Steffe, L., Cobb, P., & Von Glasersfeld, E. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. Springer-Verlag Publishing.

Stievano, P., Rigamonti, C., Ragno, F., & Scalisi, T. G. (2011). Funzini esecutive e abilità di calcolo: Una ricerca longitudinale sulle prime fasi di apprendimento scolastico. *Psichiatria dell'infanzia e dell'adolescenza*, *78*, 560–576.

Temple, C. M. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: Double dissociation in developmental dyscalculia. *Cognitive neuropsychology*, *8*(2), 155–176.

Temple, C. M. (1997). *Developmental cognitive neuropsychology*. Psychology Press, London.

Trick, L. M., & Pylyshyn, Z. W. (1994). Why are small and large numbers enumerated differently? A limited-capacity preattentive stage in vision. *Psychological review*, *101*(1), 80–102.

vanMarle, K., Chu, F., Mou, Y., Seok, J. H., Rouder, J., & Geary, D. C. (2018). Attaching meaning to the number words: Contributions of the object tracking and approximate number systems. *Developmental Science*, *21*(1), e12495.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, *36*, 155–193.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358*(6389), 749–750.

Appendice

Distribuzione normale della variabile indipendente

I residui non hanno un andamento normale, come valutato dal Test di Shapiro-Wilk ($p < .001$), tranne il livelli Fluenza ($p = .08$).

Omogeneità della varianza

L'omogeneità della varianza, tra Gruppi, è stata violata, come definito dal Test di Levene ($p < .05$), tranne che per la prova di Acuità ($p = .42$), Enumerazione ($p = .62$) e Fluenza ($p = .24$).

RINGRAZIAMENTI

Al termine di questo lavoro desidero fare alcuni ringraziamenti alle persone che mi hanno accompagnata e sostenuta in questo percorso.

Vorrei innanzitutto ringraziare la Prof.ssa Lucangeli e il Dott. Sella, per avermi permesso di partecipare a questo progetto, dandomi la possibilità di vedere e prender parte alle diverse fasi che hanno poi portato alla modifica della Batteria e alla somministrazione di questa.

Un immenso grazie al mio fidanzato Daniele, che ha creduto nel mio percorso da ancora prima dell'immatricolazione, mi ha donato sempre momenti di confronto e di crescita, è stato un dolce supporto e mi ha spronato ad essere ogni giorno la versione migliore di me stessa.

A Elisa, mia sorella, che non ha mai perso la pazienza di ascoltarmi e di farmi vedere per ogni situazione le due facce della medaglia.

Un ringraziamento poi a tutti gli amici.

Grazie alla mia dolce amica Benedetta, che in questi cinque anni è diventata per me un punto saldo, in grado di capirmi, di dare vita e parole ai miei pensieri più profondi, avendo sempre un'immagine adatta ad ogni situazione, è riuscita a supportarmi in ogni momento debolezza.

Grazie a Domenico, Stefania, Alessandra e Alberto perché siete stati parte del mio percorso, e tra uno scherzo e l'altro mi avete trasmesso l'importanza del prendersi cura del gruppo, facendomi sentire come in famiglia.

Grazie al "Winx Club", per essere stati presenti in questi anni, sempre sicuri delle mie potenzialità anche quando io facevano fatica a crederci.

E per concludere, il grazie più grande va sicuramente ai miei genitori, per avermi sostenuta e incoraggiata nella scelta di Padova che si è rivelata per me un'esperienza di crescita unica e preziosa.