

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea Triennale in Astronomia

Tesi di Laurea

Misure di non gaussianità di foreground astrofisici nel fondo cosmico di microonde

Relatore

Prof. Michele Liguori

Correlatore

Filippo Oppizi

Laureando

Ottavia Truttero

Anno Accademico 2018/2019

Indice

Introduzione	3
1 Introduzione alla cosmologia	5
1.1 Principio Cosmologico	5
1.2 Espansione dell'Universo	5
1.3 Equazioni di Friedmann	6
2 Il fondo cosmico di microonde	9
2.1 Osservazioni	9
2.2 Generazione del fondo cosmico	10
2.2.1 Superficie di ultimo scattering	10
2.2.2 Anisotropie in temperatura	11
2.3 Evoluzione del fondo cosmico	12
2.4 Spettro di potenza ed espansione in multipoli	13
3 Foregrounds	17
3.1 Problema della contaminazione e sottrazione di componenti astrofisiche	17
3.2 Principali foregrounds	18
3.2.1 Sincrotrone	18
3.2.2 Free-free	19
3.2.3 Thermal dust	20
3.3 Separazione delle componenti	21
4 Software per analisi dati CMB	23
4.1 HEALPix	23
4.2 Esempi ed esercizi	24
4.2.1 Spettri di potenza: CMB	24
4.2.2 Spettri di potenza: CMB e thermal dust	25
5 Foregrounds e non gaussianità	29

INDICE

Introduzione

Lo scopo di questo lavoro di tesi è quello di studiare in modo introduttivo alcune proprietà fondamentali del fondo cosmico di microonde e dei principali foreground astrofisici, proseguendo con una serie di esercizi per ricavare dei risultati ben noti dall'analisi cosmologica. Per concludere si è affrontato lo studio di alcune proprietà statistiche dei foreground e della CMB.

Il lavoro è stato strutturato come segue:

- introduzione di alcuni concetti principali della cosmologia moderna;
- presentazione della radiazione cosmica di fondo e dei principali foreground astrofisici, con un riassunto di alcuni metodi di separazione;
- esercizi e studio dei parametri statistici per un particolare foreground.

INTRODUZIONE

Capitolo 1

Introduzione alla cosmologia

1.1 Principio Cosmologico

Uno dei pilastri su cui si basa la cosmologia moderna è il Principio Cosmologico, il quale afferma che l'Universo visto da osservatori fondamentali, quindi comoving, appare omogeneo ed isotropo. Con omogeneità si intende che ogni osservatore vede le stesse proprietà, le quali variano solo con il tempo cosmico. Per isotropia si intende che in ogni direzione lo si osservi, ad un determinato tempo cosmico, l'Universo appare lo stesso a tutti gli osservatori fondamentali.

È implicita l'esistenza di un tempo cosmico universale, ovvero il tempo, ad esempio misurato dal Big Bang, per cui ogni osservatore fondamentale osserverebbe le stesse proprietà generali dell'Universo. Il Principio Cosmologico tuttavia vale solo su grande scala, superiore ad almeno 100 Mpc, a scale minori l'Universo si presenta fortemente strutturato.

1.2 Espansione dell'Universo

Negli anni Venti Hubble scoprì l'espansione dell'Universo, una caratteristica generale che consiste nell'allontanamento reciproco e progressivo di due punti nello spazio. Questo fenomeno viene localmente misurato tramite il fenomeno del *redshift* z .

Il redshift è il risultato dell'effetto Doppler che si osserva nella luce che proviene da sorgenti in movimento rispetto all'osservatore, ad esempio le galassie. Si presenta come un valore sistematicamente maggiore delle lunghezze d'onda osservate rispetto a quelle misurate in laboratorio e si esprime con:

$$z = \frac{\lambda_{os} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} = \frac{v}{c} \quad (1.1)$$

dove λ_{os} e λ_{em} sono rispettivamente la lunghezza d'onda osservata e quella emessa.

L'espansione dell'Universo viene espressa dalla *legge di Hubble* dove si mette in relazione la velocità di recessione della sorgente v e la sua distanza dall'osservatore:

$$v = H_0 d \quad (1.2)$$

dove H_0 è la costante di Hubble, misurata in km/s/Mpc.

1.3 Equazioni di Friedmann

Sfruttando solamente la validità del Principio Cosmologico, senza ricorrere alle equazioni di campo della Relatività Generale, è possibile descrivere la geometria dell'Universo come un fluido continuo attraverso la metrica di Robertson-Walker, che in coordinate polari si esprime come:

$$ds^2 = (ct)^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (1.3)$$

dove r , θ e ϕ sono le coordinate comoventi dell'elemento di fluido, t è il tempo proprio, k è il *parametro di curvatura* e $a(t)$ è il *fattore di scala*, che esprime come si espande o si contrae l'Universo e al tempo cosmico attuale coincide con il parametro H_0 .

Il parametro di curvatura, opportunamente riscalato, può assumere i valori $+1$, 0 e -1 ai quali corrispondono tipi di curvatura e modelli diversi di Universo. Nel caso in cui $k = 0$, si ha un universo piatto dove la metrica si riduce a quello dello spazio Euclideo, $k = 1$ corrisponde ad un universo chiuso con uno spazio che risulta finito, infine un universo aperto si avrebbe con $k = -1$. Il valore del parametro di curvatura è costante nel tempo e porta ad evoluzioni diverse dell'Universo.

L'evoluzione dell'Universo è descritto dalle equazioni di Friedmann, le quali si possono dedurre da una trattazione newtoniana, arrivando allo stesso risultato di una più rigorosa trattazione che utilizzi la Relatività Generale. Le equazioni di Friedmann sono espresse nel seguente modo:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} \quad (1.4)$$

1.3. EQUAZIONI DI FRIEDMANN

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) \quad (1.5)$$

dove ρ è la densità di materia, p è la pressione e G è la costante di gravitazione universale.

Dalla trattazione newtoniana non è possibile capire il vero significato di k , che risulta essere solo una costante d'integrazione, solo con l'utilizzo della Relatività Generale si associa k alla costante di curvatura che appare nell'equazione (1.3). Essa permette di stabilire un legame tra la geometria dell'Universo e la sua dinamica, sfruttando le soluzioni delle equazioni di Friedmann.

CAPITOLO 1: Introduzione alla cosmologia

Capitolo 2

Il fondo cosmico di microonde

2.1 Osservazioni

La radiazione cosmica di fondo fu inizialmente teorizzata da George Gamow, Ralph Alpher, e Robert Herman, come conseguenza del disaccoppiamento tra fotoni e materia all'epoca della Ricombinazione. La prima osservazione risale al 1965, ad opera di Arno Penzias e Robert Wilson, radioastronomi americani, e costituisce una delle più importanti scoperte del ventesimo secolo.

La CMB contiene una grande quantità di informazioni fisiche, ci offre la possibilità di studiare l'Universo quando questo aveva solo 300.000 anni e costituisce una prova fondamentale per la teoria del Big Bang. La radiazione si mostra anche estremamente omogenea e isotropa, confermando quindi il Principio Cosmologico.

Nel 1989 venne lanciato il satellite COBE (Cosmic Background Explorer) con l'obiettivo di misurare con precisione lo spettro della radiazione di fondo (da 0.1 a 10mm) il quale risultò essere descritto da uno spettro di corpo nero di temperatura $T = 2.726 \pm 0.010K$ con una deviazione del 0.03%. Successivamente l'esperimento BOOMERanG fu il primo in grado di fornire un'immagine ad alta definizione delle anisotropie in temperatura della CMB tramite dei voli suborbitali.

Più recentemente WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), lanciato nel giugno 2001, ha fornito misurazioni più precise e la creazione della prima mappa completa delle anisotropie su piccola scala. Queste misure hanno permesso di verificare la geometria dell'Universo e di testare il modello del Big Bang e il modello inflazionario.

La missione Planck, il cui lancio è stato effettuato il 14 Maggio 2009, ha realizzato la migliore mappa delle anisotropie e della polarizzazione del fondo

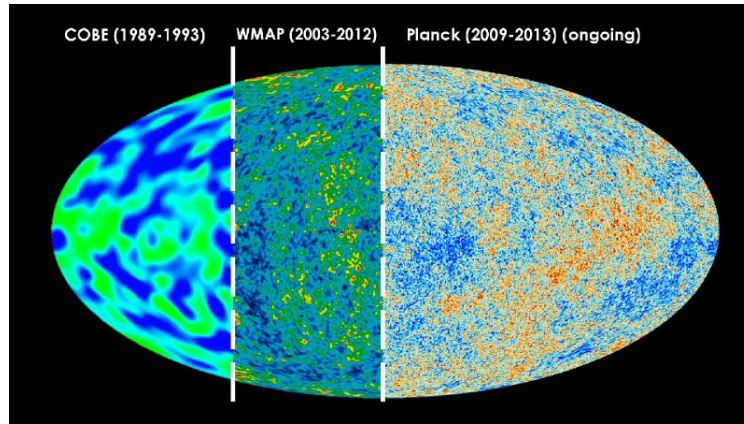


Figura 2.1: Mappe delle anisotropie a tutto cielo rispettivamente, da sinistra, degli esperimenti COBE, WMAP e Planck

cosmico, con una risoluzione angolare fino a un ordine di multipolo $l \approx 3000$ e con una copertura in frequenza da 30 a 857 GHz.

2.2 Generazione del fondo cosmico

2.2.1 Superficie di ultimo scattering

Per spiegare l'origine del fondo cosmico di microonde è necessario sapere che l'idrogeno ha una bassa energia di ionizzazione, un elettrone infatti necessita di soli 13.6 eV per passare dallo stato fondamentale a libero.

Il fatto che l'Universo si stia espandendo implica che in passato questo fosse più piccolo, più denso e più caldo. È noto infatti che l'energia dei fotoni $h\nu$ aumenti in proporzione lineare con $(1+z)$ e che le densità di materia ρ_m e la densità di fotoni ρ_γ aumentino rapidamente con il redshift. Quindi regredendo sufficientemente nel tempo, ci si trova in condizioni fisiche in cui ogni singolo atomo è immerso in un bagno di fotoni sempre più caldo e denso, con i quali l'atomo interagisce sempre più frequentemente. La temperatura a questo punto è abbastanza alta, $T \geq 3000$ K, perchè i fotoni abbiano un'energia maggiore di quella di ionizzazione dell'idrogeno, per cui all'epoca non potevano esistere atomi, ma solo particelle libere in continua collisione: il fluido cosmico passa quindi da una fase neutra a una ionizzata.

La sezione d'urto degli elettroni in questa fase aumenta mentre il libero cammino medio dei fotoni diminuisce drasticamente. Questo fa sì che l'Universo in quel momento fosse completamente opaco. La situazione appena

2.2. GENERAZIONE DEL FONDO COSMICO

descritta era lo stato dell'Universo primordiale secondo il modello di Big Bang Caldo.

Man mano che l'Universo si espande diventa sempre più freddo e l'energia dei fotoni decresce così da essere sempre meno in grado di ionizzare gli atomi in formazione. Questa trasformazione viene detta *Ricombinazione*, ovvero il momento in cui gli elettroni e i nuclei riescono a formare atomi. L'epoca della ricombinazione si colloca a redshift $z \sim 1100$ cioè quando l'età dell'Universo era di circa 379 000 anni. Il processo di formazione degli atomi non è istantaneo, ma più questo avanza più il cammino libero dei fotoni aumenta fino ad arrivare in una situazione nella quale i fotoni non vengono più scatterati, è la cosiddetta epoca del *Disaccoppiamento*. In breve tempo, l'Universo passa da opaco a completamente trasparente e i fotoni ora riescono a viaggiare liberamente.

L'epoca del Disaccoppiamento costituisce la *superficie di ultimo scattering*, ovvero la radiazione di fondo che si osserva in ogni direzione, come una sfera centrata nella posizione dell'osservatore.

2.2.2 Anisotropie in temperatura

Le anisotropie presenti nella CMB e le strutture a grande scala, sono dovute a fluttuazioni in densità nel plasma primordiale che si riflettono in fluttuazioni in temperatura. Queste anisotropie sono dell'ordine di $\Delta T/T \sim 10^{-5}$ K, con una temperatura media di $\langle T \rangle = 2.725$ K. Le regioni di compressione, sovradense, sono punti più caldi, mentre le regioni di rarefazione, sottodense, sono punti più freddi.

Le fluttuazioni erano presenti sia in materia oscura che in materia barionica. I barioni, attratti gravitazionalmente dalle regioni sovradense, hanno incontrato una densità di fotoni maggiore che, per scattering di Thomson, esercita una forza in direzione opposta. Il risultato è che i barioni sono sottoposti a oscillazioni acustiche, alternativamente attirati gravitazionalmente e poi spinti via dalla pressione della radiazione. Il destino di queste regioni dipende dal bilanciamento delle due forze: qualora dominasse la gravità, le disomogeneità continuerebbero a crescere fino a formare le strutture cosmiche, se invece la pressione riuscisse a superare la forza gravitazionale, le disomogeneità inizierebbero ad oscillare. Il parametro che descrive la tendenza a seguire uno o l'altro comportamento è la lunghezza di Jeans λ_J , perturbazioni con lunghezza caratteristica maggiore di λ_J , collasseranno, mentre se minore, oscilleranno.

La CMB può essere quindi vista come isotropica con fluttuazioni casuali, di origine quantistica. La distribuzione statistica delle anisotropie in temperatura è ben rappresentata da un campo casuale gaussiano.

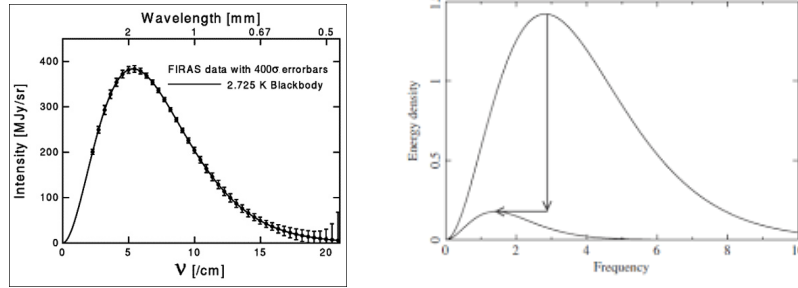


Figura 2.2: Spettro di corpo nero della CMB (a sinistra), ed evoluzione del corpo nero (a destra). Immagini prese da [1]

2.3 Evoluzione del fondo cosmico

Nel plasma primordiale, prima della ricombinazione, gli urti tra particelle e fotoni erano così frequenti da creare uno stato di equilibrio termodinamico a cui corrisponde uno spettro di Planck o di corpo nero. In una distribuzione termica, le interazioni sono frequenti, ma procedono ugualmente in entrambe le direzioni cosicchè la distribuzione del numero di particelle rimane costante.

Lo spettro di un corpo nero dipende unicamente dalla temperatura T . La densità di energia distribuita sulle varie frequenze in un intervallo di frequenze $d\nu$ è dato da

$$\epsilon(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \quad (2.1)$$

dove h e k_B sono rispettivamente la costante di Planck e quella di Boltzmann.

Integrando l'equazione (2.1) su tutte le frequenze si ottiene la densità di energia totale del corpo nero, che risulta essere:

$$\epsilon_{rad} \equiv \rho_{rad} c^2 = \alpha T^4 \quad (2.2)$$

dove la costante α è definita come

$$\alpha = \frac{\pi^2 k_B^4}{15 \hbar^3 c^3} = 7.565 \times 10^{-16} \text{ Jm}^{-3} \text{ K}^{-4} \quad (2.3)$$

con $\hbar = h/2\pi$.

Sappiamo che la densità di radiazione evolve con l'espandersi dell'Universo secondo

$$\rho_{rad} \propto \frac{1}{a^4} \quad (2.4)$$

e combinandola con la (2.2), si ottiene

$$T \propto \frac{1}{a} \quad (2.5)$$

2.4. SPETTRO DI POTENZA ED ESPANSIONE IN MULTIPOLI

Questo significa che l'Universo, espandendosi, si raffredda. Se la temperatura si modifica con il tempo, anche la distribuzione termica cambia. La frequenza si riduce in proporzione a $1/a$, quindi l'espansione riduce la densità numerica di fotoni, mentre il redshift riduce la loro frequenza. In combinazione questi due effetti portano a un nuovo spettro di corpo nero a temperatura inferiore, figura (2.2):

$$T_{fin} = T_0 \frac{a_0}{a_{fin}} = 2.728(1+z) \quad (2.6)$$

2.4 Spettro di potenza ed espansione in multipoli

Come detto in precedenza, lo spettro della radiazione di fondo è descrivibile con quello di un corpo nero di temperatura T praticamente costante sul piano del cielo. Per prima si definisce la temperatura normalizzata $\Theta(\hat{n})$ in direzione \hat{n} sulla sfera celeste come rapporto tra la deviazione e la media della temperatura:

$$\Theta(\hat{n}) = \frac{\Delta T}{\langle T \rangle} \quad (2.7)$$

Generalmente è utile scrivere Θ in funzione degli angoli (θ, φ) anzichè del versore \hat{n} , in modo da poter decomporre il campo di temperatura come combinazione lineare di armoniche sferiche, utilizzando lo sviluppo in multipoli:

$$\Theta(\theta, \varphi) = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad (2.8)$$

dove a_{lm} sono coefficienti costanti dipendenti dal valore che assume la funzione nel punto, mentre Y_{lm} sono le armoniche sferiche. Queste ultime sono dei polinomi omogenei di grado l -esimo che soddisfano l'equazione di Laplace. Si definiscono come

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = N e^{im\varphi} P_l^m(\cos\theta) \quad (2.9)$$

dove $P_l^m(\cos\theta)$ rappresentano i polinomi di Legendre, con $l > 0$ e $|m| \leq l$. Vale la relazione di ortonormalità:

$$\int Y_{lm}(\theta, \varphi) Y_{l'm'}^* d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (2.10)$$

dove la δ indica la delta di Kronecker e $d\Omega$ è l'angolo solido infinitesimo $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$. m dà l'orientazione, mentre l indica l'ordine di multipolo ed è inversamente proporzionale alla scala angolare.

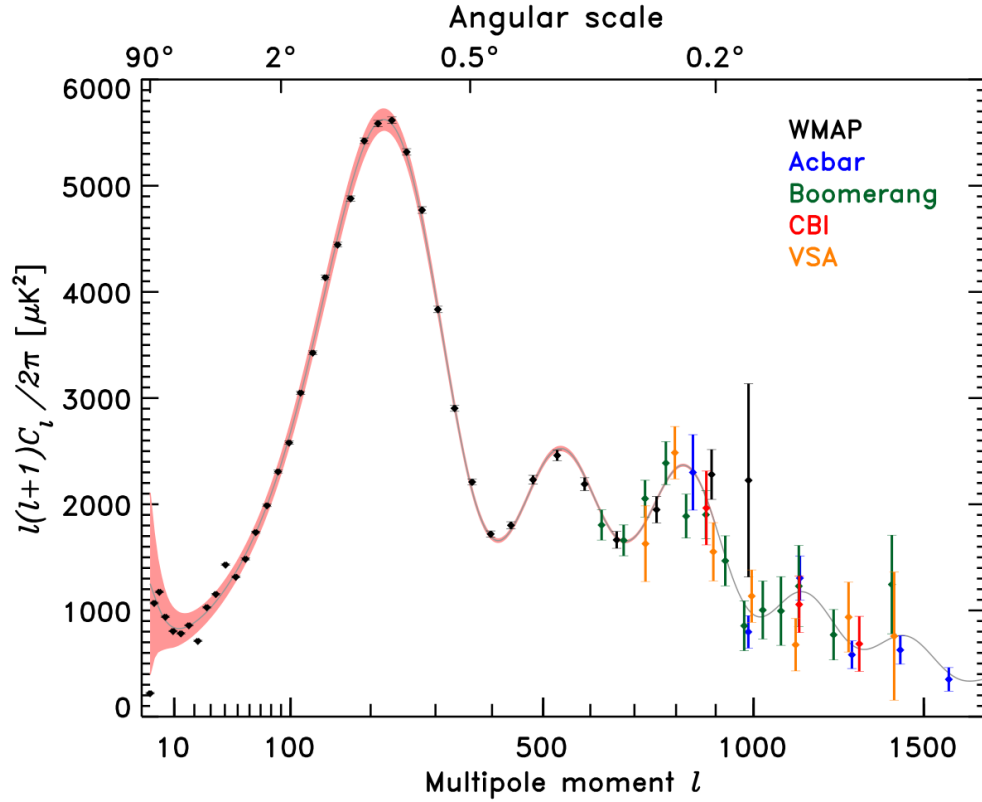


Figura 2.3: Spettro di potenza della CMB in termini dell'ordine di multipolo. Dati di WMAP (2006), Acbar (2004) Boomerang (2005), CBI (2004) e VSA (2004). Mostrato anche il modello teorico (linea spessa)

Per spiegare questo sviluppo possiamo fare una analogia con una trasformata di Fourier generalizzata in cui, al posto della corrispondenza tra \vec{k} e \vec{x} , l ed m sono legati a θ e φ . Inoltre, mentre nel caso della trasformata di Fourier sono le funzioni $e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$ a formare la base per decomporre una funzione su una circonferenza, in questo caso sono le funzioni ortonormali Y_{lm} a costituire la base sulla superficie di una sfera.

L'informazione del campo di temperatura è contenuta completamente nei coefficienti a_{lm} . Si definisce lo spettro di potenza C_l come:

$$\langle a_{lm} a_{lm}^* \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} C_l \quad (2.11)$$

Come si vede in figura (2.4), la media di tutti gli a_{lm} è zero, mentre la varianza corrisponde allo spettro di potenza C_l . Si noti inoltre, che per un dato l tutti gli a_{lm} hanno la stessa varianza. Questo avviene per ipotesi di isotropia dello spazio. Dunque, visto che per ogni l esistono $2l + 1$ valori di a_{lm} ,

2.4. SPETTRO DI POTENZA ED ESPANSIONE IN MULTIPOLI

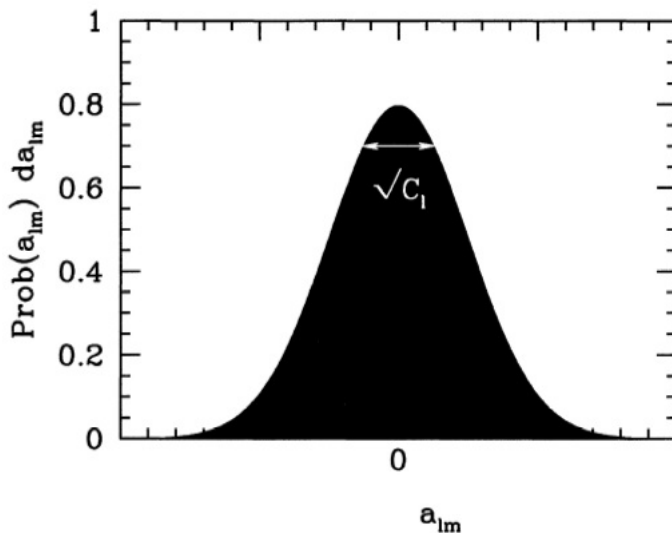


Figura 2.4: Distribuzione statistica (gaussiana) degli a_{lm} , con la varianza C_l in evidenza. Immagine presa da [14]

al diminuire dell'ordine dello sviluppo diminuiranno anche i coefficienti con cui campionare la distribuzione. Ciò comporta che per grandi valori di l l'incertezza associata alla varianza diventa molto piccola, mentre per valori piccoli di l , l'informazione sulla varianza è molto piccola e l'errore molto grande. Esiste un'incertezza intrinseca che limita la precisione con cui si conosce la varianza della distribuzione, prende il nome di *cosmic variance*:

$$\left(\frac{\Delta C_l}{C_l}\right) = \sqrt{\frac{2}{2l+1}} \quad (2.12)$$

la quale non deriva da limitazioni strumentali, ma dal fatto che abbiamo a disposizione un solo campione di misure, ovvero che l'Universo a nostra disposizione è uno solo. Quando i fenomeni trattati agiscono su scale dell'ordine di grandezza dell'Universo osservabile, la varianza cosmica è dominante.

L'equazione (2.11) spiega anche il motivo per cui è più conveniente studiare le fluttuazioni nello spazio armonico invece che quello ordinario: nello spazio armonico ho una diagonalizzazione della matrice di correlazione, con i soli termini diagonali diversi da zero, il che diminuisce drasticamente il calcolo dei coefficienti della matrice.

CAPITOLO 2: Il fondo cosmico di microonde

Capitolo 3

Foregrounds

3.1 Problema della contaminazione e sottrazione di componenti astrofisiche

Come detto in precedenza, la CMB costituisce la più distante sorgente di radiazione elettromagnetica nell'Universo. Con il termine *CMB foregrounds* si indica l'insieme di tutte le emissioni che si mescolano con la radiazione di fondo. Il nome in particolare suggerisce che queste emissioni siano posizionate tra la CMB e l'osservatore.

È possibile classificare i foreground in galattici (trattati in questa tesi) o extragalattici a seconda che le sorgenti siano all'interno o all'esterno della nostra galassia. La Via Lattea è una galassia a spirale composta da un bulge centrale, un disco lungo il piano galattico dove stanno i bracci della spirale, e un alone. Sia l'alone che il bulge sono relativamente vecchi, quindi poveri di mezzo interstellare, e non emettono in microonde. I componenti che formano il disco invece, sono giovani e sono una forte sorgente di radiazione di sincrotrone, free-free e polvere.

È ben noto che l'emissione di sincrotrone della Galassia domina a basse frequenze di microonde (30GHz), mentre l'emissione da polveri sia più importante alle alte frequenze (70GHz). Tra queste vi sono l'emissione termica di free-free e l'emissione non termica da polveri, attribuita a granelli di polveri rotanti. Per ultima, la transizione del monossido di carbonio contamina significativamente le bande d'osservazione di Planck. In figura (3.1) sono mostrate le varie emissioni dei foreground a confronto con quella della CMB, in funzione della frequenza.

Abbiamo discusso della grande importanza della radiazione cosmica di fondo, tuttavia non è possibile misurarla direttamente poiché la radiazione che si osserva risulta come un miscuglio, per cui è necessario utilizzare un

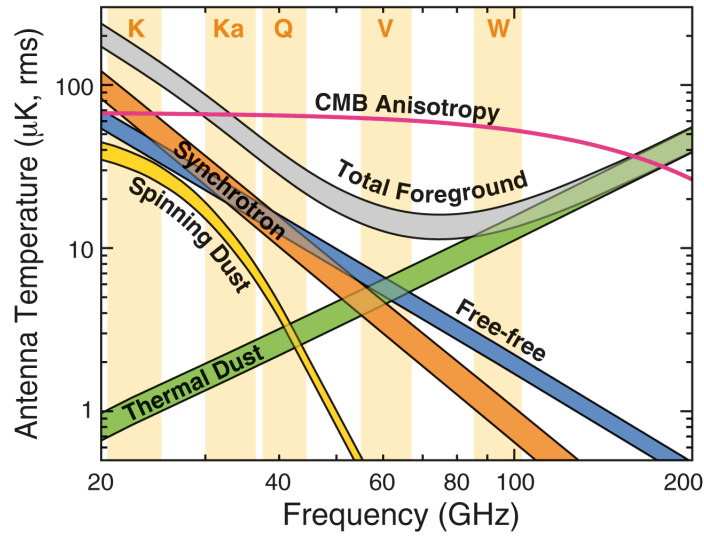


Figura 3.1: Anisotropie, in funzione della frequenza, di CMB (linea magenta) ed emissioni di foregrounds. Le linee inferiori e superiori di ciascun componente di foreground mostrano l'anisotropia per due tagli di cielo (77% e 85%). Immagine presa da [7]

metodo che separi le varie componenti per poi proseguire con lo studio. In particolar modo, il segnale della CMB risulta estremamente disturbato dai foreground, come si può vedere in figura (3.2).

3.2 Principali foregrounds

3.2.1 Sincrotrone

La radiazione di sincrotrone, rivelata per la prima volta nel 1946, è un'emissione non termica che deriva dall'interazione tra raggi cosmici e il campo magnetico nella Galassia.

Un elettrone non emette radiazione a meno che il suo moto non subisca variazioni. Quando esso entra in un campo magnetico subisce la Forza di Lorentz e viene quindi deviato in una traiettoria a spirale ed emette radiazione. Per particelle relativistiche l'emissione avviene perpendicolarmente al vettore accelerazione, all'interno di un cono avente come asse il vettore velocità istantaneo.

I raggi cosmici vengono inoltre polarizzati perpendicolarmente alla direzione delle linee di campo. Per questo motivo, avendo un accurato modello di distribuzione del campo magnetico e dei raggi cosmici della galassia, si può

3.2. PRINCIPALI FOREGROUNDS

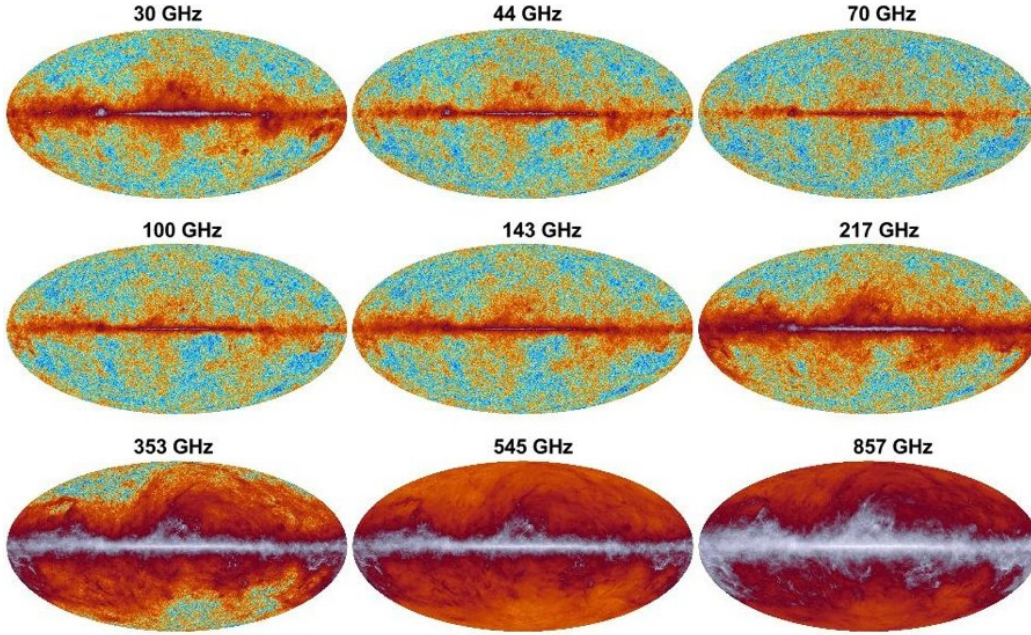


Figura 3.2: Mappe in temperatura dei foregrounds, da 30 GHz a 857 GHz. Dai dati di Plank, immagine presa da [11]

predirre la polarizzazione del foreground e rimuoverla dalle mappe osservate.

La radiazione di sincrotrone si estende in un grande range di frequenze, dalle basse frequenze radio al dominio dei raggi X.

Nonostante il grado di polarizzazione intrinseco del sincrotrone sia alto, si nota un effetto di depolarizzazione causato dalla rotazione di Faraday. Questa consiste in una rotazione dell'asse di polarizzazione di un'onda che attraversa un plasma in presenza di un campo magnetico. Nel caso in cui la sorgente di sincrotrone sia estesa, l'azione del plasma e del campo magnetico farà ruotare di angoli diversi la radiazione a seconda del percorso, provocando un effetto di depolarizzazione globale.

Per un elettrone con un'energia a legge di potenza, $N(E) \propto E^{-p}$, lo spettro di emissione di sincrotrone diventa

$$T_\nu \propto B^{(p+1)/2} \nu^\beta \quad (3.1)$$

con $\beta = -(p + 3)/2$.

3.2.2 Free-free

L'emissione di free-free, nota anche come emissione termica di *bremssstrahlung*, nasce dalla transizione tra stati liberi dello scattering tra elettrone

e ione nel plasma interstellare. Il termine 'termica' si riferisce al fatto che elettroni e nuclei siano in equilibrio termodinamico.

La radiazione di free-free è il risultato dell'emissione di fotoni da parte di elettroni liberi che, passando in prossimità dei nuclei atomici, vengono frenati e perdono energia. Il termine bremsstrahlung infatti significa frenamento.

La radiazione di free-free ha una distribuzione continua che domina nelle basse frequenze. Non è polarizzata, in quanto le direzioni di scattering sono casuali, inoltre i campi magnetici interstellari sono troppo deboli per generare una polarizzazione sufficiente.

L'emissione termica segue la legge di potenza

$$T \propto \nu^{-\beta} \quad (3.2)$$

con $\beta \approx 2$.

3.2.3 Thermal dust

La polvere interstellare è il risultato della condensazione degli elementi nelle atmosfere delle stelle giganti rosse, nei resti di supernovae e nel mezzo interstellare. I grani hanno dimensioni che variano da pochi a centinaia di nanometri. Principalmente composta da particelle di grafite, silicati e idrocarburi policiclici aromatici (PHAs), domina il foreground per frequenze maggiori di 70GHz. Il suo spettro di emissione è descritto da un corpo nero modificato, o corpo grigio:

$$I_\nu \approx \nu^{\beta_d} B\nu \quad (3.3)$$

dove $B\nu$ indica lo spettro di corpo nero e β_d è l'indice spettrale. La temperatura della polvere dipende anche dalle dimensioni delle particelle che la compongono e l'approssimazione migliore per lo spettro di emissione della polvere sarebbe una sovrapposizione degli spettri dei grani di diversa grandezza. Per questo motivo l'approssimazione di corpo grigio con una singola componente non descrive perfettamente l'emissione, ma introduce degli errori, soprattutto nella coda di Wien.

L'effetto di assorbimento e riemissione della radiazione da parte delle polveri viene detto estinzione ed è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda. In particolare la curva di estinzione ha un picco intorno a $220nm$, dovuto all'assorbimento da parte della grafite. Le particelle vengono riscaldate dalla radiazione UV che assorbono e, fungendo da cavità termiche, riemettono l'energia assorbita sottoforma di energia termica. Spesso si osserva anche una polarizzazione dovuta alla forma e all'orientazione delle particelle di polvere, solitamente determinata dalla presenza di un campo magnetico.

3.3. SEPEARAZIONE DELLE COMPONENTI

L'emissione delle polveri presenta un gradiente termico che aumenta verso le basse latitudini, dovuto alla più alta attività di formazione stellare verso il centro della galassia.

3.3 Separazione delle componenti

Per misurare correttamente il fondo cosmico e le sue proprietà bisogna eliminare il segnale dei foreground. Considerando il fatto che gli strumenti attuali hanno una sufficiente sensibilità e risoluzione angolare, la contaminazione dei foreground costituisce la fonte di incertezza maggiore.

Esistono vari metodi di pulizia e separazione, di seguito ne sono stati elencati alcuni in modo qualitativo.

Template fitting. Il metodo di template fitting è una semplice ed efficiente tecnica che fornisce una mappa ripulita dai foreground. Si assume che la radiazione di microonde ricevuta in un certo pixel \hat{n} alla frequenza ν , sia data dalla sovrapposizione delle varie componenti $X_i(\hat{n})$ e del rumore $n(\hat{n}, \nu)$:

$$T(\hat{n}, \nu) = \sum_i \alpha_i(\nu) X_i(\hat{n}) + n(\hat{n}, \nu) \quad (3.4)$$

dove $\alpha_i(\nu)$ sono dei coefficienti che possono essere visti come la dipendenza dalla frequenza del template X_i .

Un vantaggio di questa procedura consiste nel non variare le proprietà statistiche del rumore. Tuttavia l'errore sulla mappa ottenuta cresce con l'aumentare del numero di parametri inseriti.

È importante anche notare che non occorre che i template siano necessariamente componenti fisiche reali. Con un opportuno $\alpha_i(\nu)$ si può descrivere l'andamento di due sorgenti diverse al variare della frequenza. Ciò nonostante, non è sempre vero che questo parametro sia indipendente dalla posizione \hat{n} , come invece si assume.

Commander-Ruler. Il Commander-Ruler è un metodo parametrico che stima sia i componenti di foreground sia lo spettro di potenza della CMB. Perché questo metodo funzioni, è necessario prima avere un modello dei foregrounds.

Il vantaggio di questo procedimento è che fornisce per prima la miglior stima dello spettro di potenza e successivamente viene fornita quella per i parametri di foreground con i relativi errori. Per questo lo si può pensare come un metodo di separazione delle componenti piuttosto che un metodo di rimozione.

Inter linear combination (ILC). ILC è un metodo parametrico, molto efficiente nel caso in cui si abbiano poche informazioni riguardo i foregrounds. ILC utilizza mappe ottenute dalle osservazioni e richiede una conoscenza dello spettro in frequenza del segnale, ovvero lo spettro di corpo nero.

L'idea è che, assumendo la non correlazione tra il segnale della CMB e dei foreground, i pesi scelti per mantenere invariata la radiazione di fondo abbiano la minima varianza se le componenti dei foreground venissero rimossi in maniera efficace.

$$x^j(\hat{n}_i) = a^j s(\hat{n}_i) + f^j(\hat{n}_i) + n^j(\hat{n}_i) \quad (3.5)$$

dove $s(\hat{n}_i)$ è il segnale della CMB che si sta cercando, $f^j(\hat{n}_i)$ e $n^j(\hat{n}_i)$ sono rispettivamente i contributi di foreground e rumore alla frequenza di canale j , mentre a^j è lo spettro del fondo di microonde.

Come suggerisce il nome, ILC ricerca una soluzione da una combinazione lineare delle osservazioni, attraverso una minimizzazione della varianza.

Basandosi sul fatto che i foreground e la CMB siano segnali indipendenti, ILC non può essere utilizzato come metodo per la separazione delle varie componenti, ma come un metodo per la sottrazione del foreground.

FastICA. FastICA è un metodo parametrico che analizza indipendentemente i vari componenti basandosi sul grado di non gaussianità.

Il suo maggior vantaggio è quello di non aver bisogno di assunzioni a priori per la distribuzione dei componenti del foreground e della loro dipendenza dalla frequenza.

Capitolo 4

Software per analisi dati CMB

4.1 HEALPix

HEALPix (Hierarchical Equal Area isoLatitude Pixelation) è un tipo di pixelizzazione che mappa la superficie di una sfera in un piano euclideo, suddividendola in pixel aventi ciascuno stessa area e distribuiti su linee di latitudine costante.

Il principale scopo di HEALPix è quello di creare una struttura matematica che permetta di discretizzare adeguatamente le funzioni su una sfera a risoluzione sufficientemente elevata e che faciliti le analisi statistiche e astrofisiche di dati che ricoprono tutto il cielo.

La sfera è divisa gerarchicamente in quadrilateri curvilinei, la risoluzione minore ne conta 12. Quando questa aumenta, ogni pezzo viene diviso in altri quattro quadrilateri.

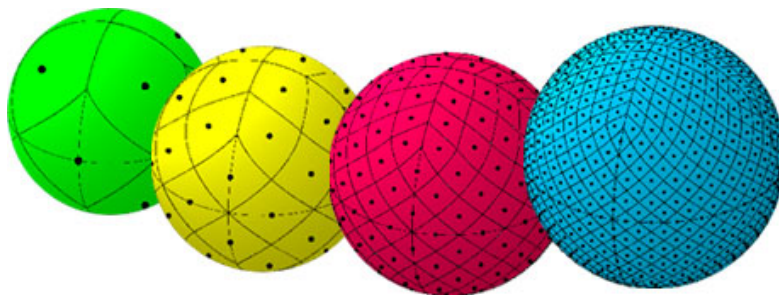


Figura 4.1: Suddivisione di una sfera a varie risoluzioni con HEALpix.

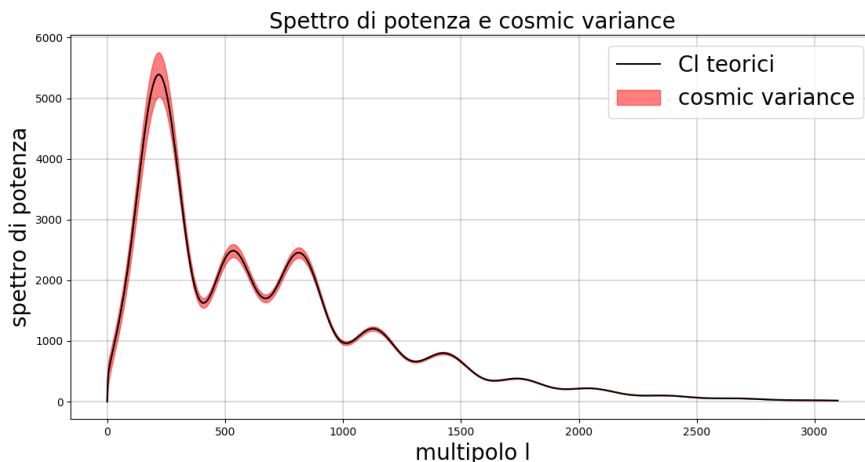


Figura 4.2: Spettro di potenza ottenuto dai dati teorici, in nero, e cosmic variance, in rosso.

4.2 Esempi ed esercizi

Si sono svolti degli esercizi, utilizzando la libreria per python di HEALPix (healpy), per ricavare una serie di risultati ben noti dall'analisi cosmologica.

4.2.1 Spettri di potenza: CMB

Inizialmente si è creato un array di C_l da un set di dati teorici, dal quale, utilizzando la funzione *synfast*, è stata costruita una mappa con risoluzione $N_{side} = 128$.

La mappa viene creata generando una serie di variabili random gaussiane, ovvero gli a_{lm} , le quali per ogni l hanno varianza pari ai valori dello spettro di potenza. Dalla mappa si è successivamente estratto lo spettro di potenza, con il comando *anafast*, facendo l'operazione inversa rispetto a quella appena descritta. I passaggi elencati sono stati ripetuti cento volte.

Ad ogni iterazione la mappa generata non sarà identica a quella precedente, poichè si tratta di un campo random, di conseguenza, anche gli spettri di potenza corrispondenti varieranno. Si è quindi calcolata una media dei C_l per vedere quanto questi si discostino dai dati teorici. Le analisi in questo caso sono state condotte fino a un ordine di multipolo $l = 250$. Per mantenere un'alta precisione numerica nelle trasformate armoniche è convenzione fermarsi a $l_{max} \sim 2N_{side}$.

Infine sono stati fatti tre grafici che mostrano i risultati ottenuti:

4.2. ESEMPI ED ESERCIZI

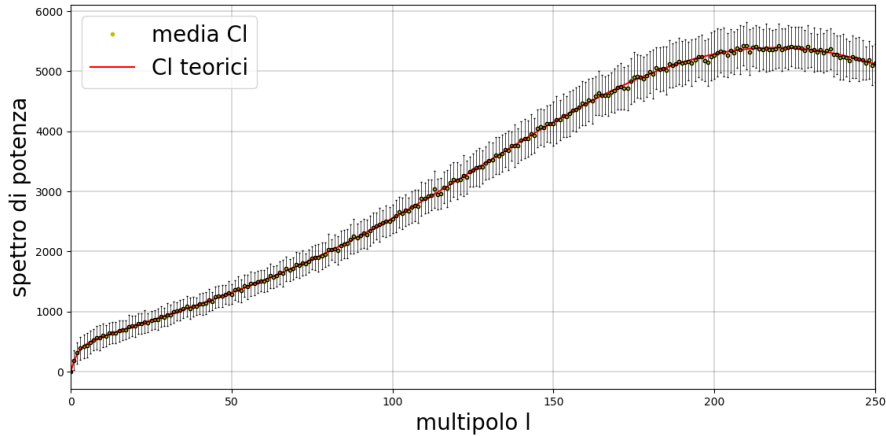


Figura 4.3: Confronto tra spettro di potenza ottenuto dai dati teorici, in rosso, e spettro di potenza ottenuto dalle simulazioni, in giallo, avente come errore la deviazione standard.

- in figura (4.2) viene mostrato lo spettro di potenza teorico della CMB, in nero, e la cosmic variance, in rosso, ricavata con la formula (2.12). Si può osservare il tipico andamento dello spettro di potenza della CMB con le relative oscillazioni acustiche e, come detto in precedenza, si nota che la cosmic variance aumenta al diminuire dell'ordine di multipolo l .
- in figura (4.3) lo spettro di potenza ottenuto dai dati teorici, in rosso, con quello ottenuto dalla media dei C_l ricavati dalle simulazioni, in giallo, avente come errore la deviazione standard σ . Si può osservare come lo spettro di potenza teorico sia ben descritto, entro σ , dalla media dei C_l estratti dalle mappe.
- in figura (4.4) sono messi a confronto, in rosso, la cosmic variance teorica, ottenuta come prima, e, in giallo, la deviazione standard della media dei Cl , avente come errore $\sigma/\sqrt{2(N+1)}$, dove N è il numero di simulazioni. Quest'ultima, come si può vedere, corrisponde alla cosmic variance.

4.2.2 Spettri di potenza: CMB e thermal dust

In un secondo esercizio, partendo dai dati di una mappa dell'emissione termica da polvere, si è estratto il suo spettro di potenza confrontandolo in grafico con quello della CMB, figura (4.5).

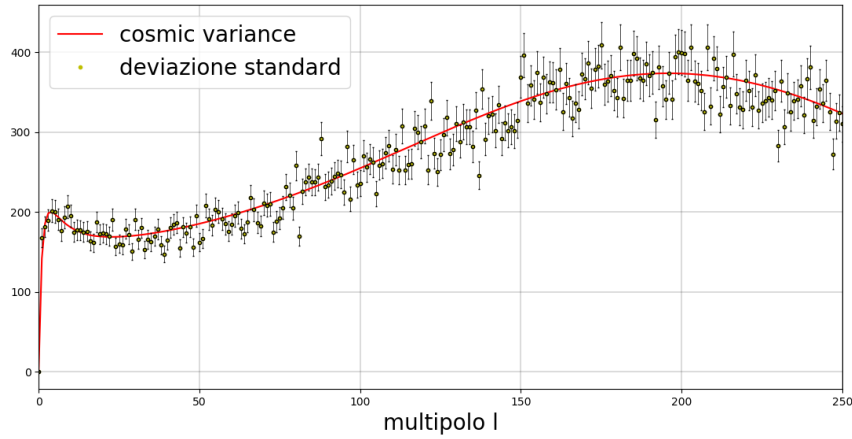


Figura 4.4: Confronto tra cosmic variance teorica, in rosso, e deviazione standard della media delle simulazioni, in giallo, con relativo errore.

Come si può vedere, la polvere domina completamente la radiazione di fondo, in particolare a grandi scale. Diventa quindi evidente, come detto nel paragrafo precedente, la necessità di un metodo di sottrazione dei foreground per poter studiare la radiazione di fondo.

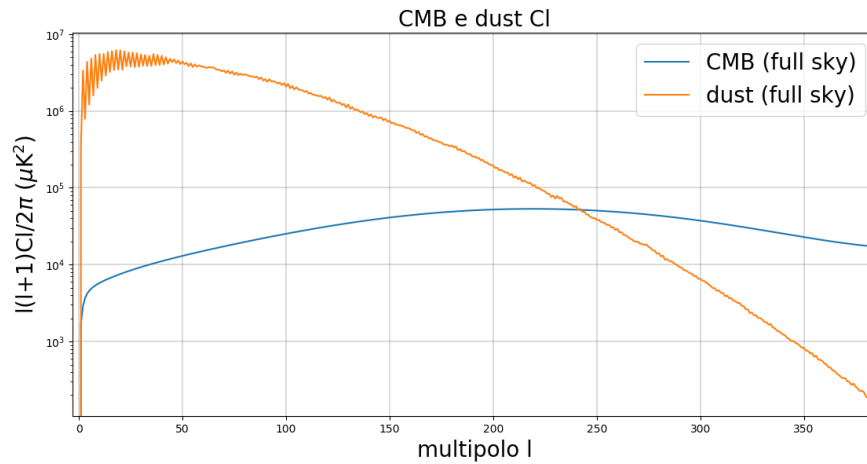


Figura 4.5: Spettro di potenza della CMB (blu) e della polvere termica (arancione).

Mentre la CMB è una radiazione diffusa in modo omogeneo, l'emissione da parte delle polveri è concentrata sul piano galattico, affievolendosi verso i poli.

4.2. ESEMPI ED ESERCIZI

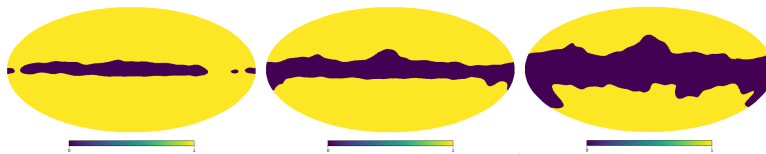


Figura 4.6: Maschere utilizzate con taglio galattico crescente verso destra. Rispettivamente, coprono il 10%, il 20% e il 40% del cielo.

Per diminuirne la contaminazione sono quindi state utilizzate tre maschere sagomate con taglio galattico crescente, in figura (4.6). Una maschera permette di nascondere parte dei dati di una mappa assegnando ad ogni valore un bit, se 1 mantiene il valore, se 0 lo esclude. Il risultato diretto è la copertura una porzione di cielo.

Graficando lo spettro di potenza della CMB analogamente a quanto fatto in precedenza, si nota che la sua ampiezza risulta riscalata di un fattore detto f_{sky} , ovvero la frazione di cielo non coperta dalla maschera. Per evitare questo effetto negli spettri, i C_l vengono moltiplicati per l'inverso della f_{sky} . Le maschere utilizzate per questi esercizi hanno f_{sky} pari a 60%, 80% e 90% (figura (4.6)), calcolate dividendo il numero di pixel non coperti dalla maschera per la sua dimensione totale.

A questo punto è stato fatto un grafico che rappresenti gli spettri di potenza della CMB e della polvere mascherati in tre diverse frequenze (100, 217 e 353 GHz). La CMB è stata rappresentata una sola volta poichè il suo spettro di potenza non varia. Qui si può notare che la polvere diminuisce il proprio contributo con l'aumentare della frazione di cielo coperta dalla maschere, mentre aumenta con l'aumentare della frequenza considerata.

La mascheratura è solo un procedimento iniziale per la rimozione dei foreground, successivamente si prosegue con metodi più sofisticati. Si può notare infatti che la contaminazione diminuisce di molto ma non si ha ancora un risultato soddisfacente.

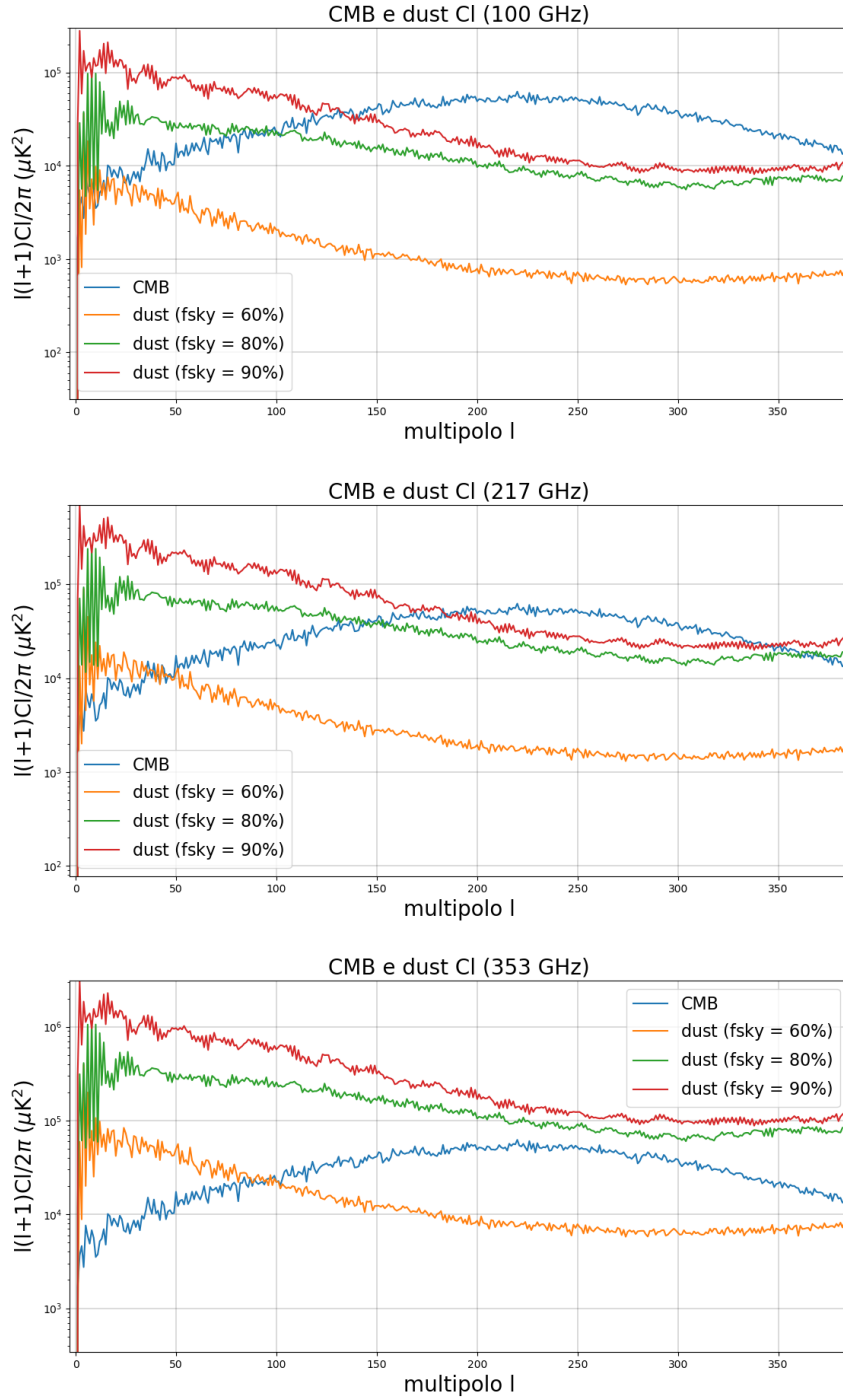


Figura 4.7: Spettri di potenza di CMB (blu) e polvere mascherati a diverse frequenze, rispettivamente 100, 217 e 353 GHz.

Capitolo 5

Foregrounds e non gaussianità

In questo capitolo sono analizzati i risultati ottenuti studiando gli spettri di potenza, le mappe e le proprietà statistiche della CMB e del foreground.

Come detto in precedenza gli a_{lm} della CMB sono variabili random ben descritti da una curva gaussiana e tutta l'informazione è contenuta nella varianza, ovvero nei C_l . Con la presenza dei foreground questo cambia, essi infatti non hanno una distribuzione gaussiana e nel caso in cui non venissero rimossi, la varianza della distribuzione non contiene più tutta l'informazione.

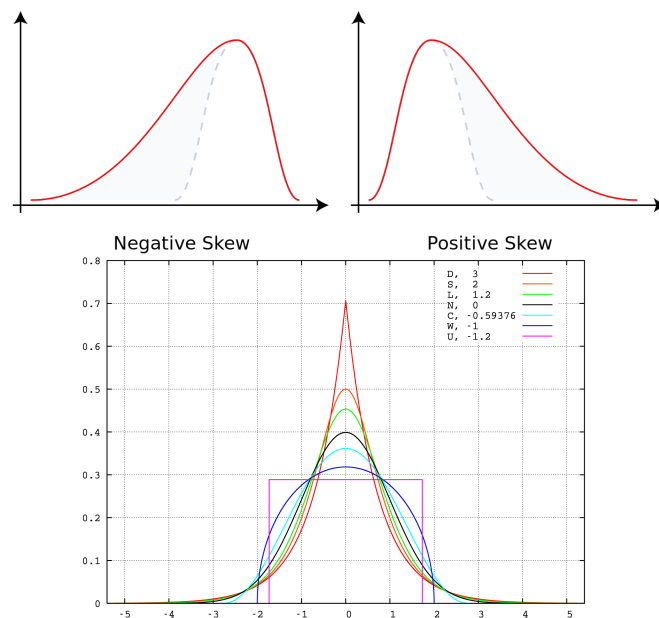


Figura 5.1: Esempi di distribuzioni con valori di skewness (in alto) e kurtosis (in basso) positivi e negativi.

Si può sfruttare questa caratteristica sia per capire se la radiazione di

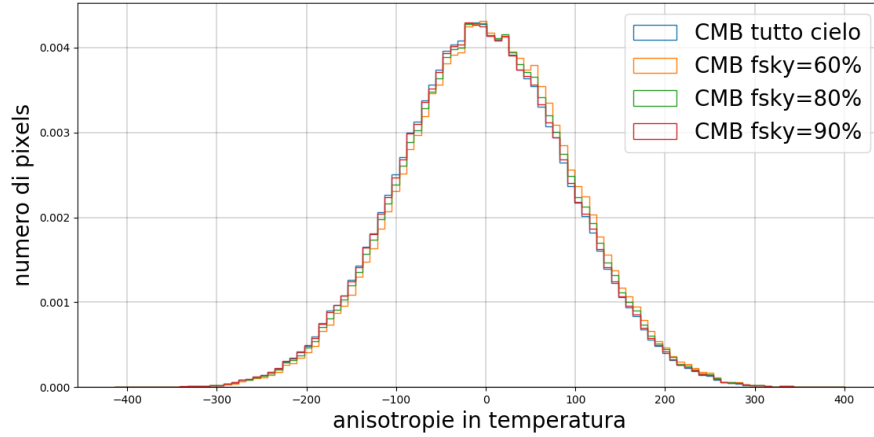


Figura 5.2: Istogramma dei pixel normalizzato della CMB a tutto cielo e con l'applicazione delle tre maschere in esame. Lo zero della distribuzione corrisponde al valore di 2.7 K

fondo in esame abbia subito una contaminazione o meno, sia per separare le due componenti con un opportuno metodo. Esistono una serie di parametri che determinano quanto una distribuzione si discosti da una gaussiana, in particolare i valori di *skewness* e *kurtosis*.

La skewness è un indice di simmetria che fornisce un'idea della simmetria della funzione in esame, definito come:

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} \quad (5.1)$$

dove μ_2 e μ_3 sono rispettivamente il secondo e il terzo momento. I momenti centrali sono definiti come:

$$\mu_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^k \quad (5.2)$$

Un valore negativo di skewness identifica un valore della media inferiore a quello della mediana, viceversa in caso di valore positivo si avrà una media maggiore della mediana, si veda figura(5.1).

La kurtosis, definita come

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 \quad (5.3)$$

descrive la forma della distribuzione dei dati. Una kurtosis negativa indica un appiattimento della distribuzione, mentre un valore positivo indica un allungamento, figura (5.1).

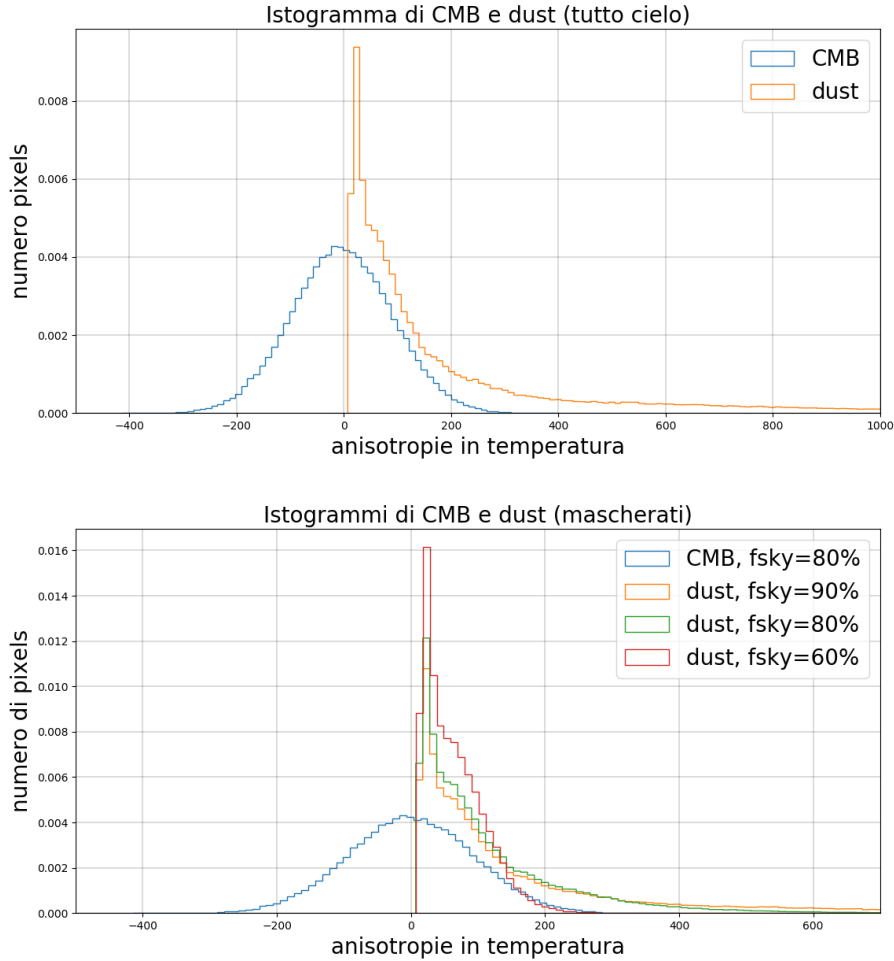


Figura 5.3: Istogramma normalizzato dei pixel di CMB (blu) e della polvere a tutto cielo in alto, con maschere crescenti in basso.

Per una distribuzione gaussiana la skewness è zero. La kurtosis invece non è nulla ma si può calcolare in funzione della varianza, per questo motivo la kurtosis non aggiunge nessuna informazione al calcolo della varianza, tuttavia è noto che il suo valore per una distribuzione gaussiana è 3. Per ciò, considerando il fatto che nell'equazione (5.3) è presente un fattore -3 , il valore della kurtosis γ_2 diventa un parametro di deviazione dalla gaussiana, per la quale si ha $\gamma_2 = 0$.

Per indagare questi fattori sono stati fatti per prima cosa vari istogrammi dei pixel, i quali permettono inoltre di avere un'idea visiva della deviazione dei foreground dalla gaussianità.

L'istogramma dei pixel, creato tramite il comando *hist*, rappresenta il

numero di pixel di una mappa in pixel space, sull'asse delle ordinate, aventi una certa temperatura T , sull'asse delle ascisse. Per visualizzare meglio la distribuzione, anzichè il numero effettivo di pixel, gli istogrammi sono stati normalizzati.

Si è iniziato facendo l'istogramma della CMB per vedere la sua distribuzione gaussiana. Per dimostrare che la radiazione di fondo non perde questa proprietà quando si utilizzano delle maschere, si è creato un istogramma della mappa a tutto cielo e delle mappe mascherate, figura (5.2).

Analogamente sono stati rappresentati in grafico gli istogrammi dei pixel di CMB e polvere a tutto cielo e con l'applicazione delle maschere di cui si è parlato nel precedente capitolo, si veda figura (5.3). In quest'ultimo la radiazione di fondo è stata rappresentata una sola volta, poichè, come detto, la sua distribuzione normalizzata non varia.

È evidente la forte deviazione della distribuzione della polvere da quella gaussiana della radiazione di fondo. La CMB ha variazioni di temperatura sia positivi che negativi, rispetto al centro della distribuzione gaussiana, mentre la polvere ha solo temperature maggiori, con un elevato picco iniziale e una lunga coda per valori più alti di temperatura. L'obiettivo di una maschera è rimuovere i pixel troppo contaminati dalla radiazione del foreground eliminando i pixel più luminosi, per questo, con l'aumentare della *fsky*, la coda della distribuzione della polvere diminuisce, mentre aumenta il numero di pixel meno luminosi.

Seguentemente si è calcolato il valore di skewness e kurtosis per la distribuzione della CMB e della polvere, quest'ultima sia a tutto cielo sia con l'applicazione delle maschere. I risultati ottenuti sono riportati in tabella (5.1) in Appendice. Come si può immaginare osservando la forma della distribuzione della polvere appena descritta, i due stimatori sono risultati fortemente positivi in tutti i casi.

È bene sottolineare il fatto che non ci si aspetta un valore preciso per la distribuzione della polvere in quanto non ha un vero significato fisico, ovvero, mentre per la CMB una skewness e una kurtosis pari a zero indicano che la radiazione è un campo random gaussiano, un valore diverso indica semplicemente che si è in presenza di un foreground che non possiede queste proprietà.

Come previsto si sono ottenuti dei valori di skewness e kurtosis prossimi a zero per la radiazione di fondo e valori più alti per la radiazione della polvere a tutto cielo rispetto alla stessa mascherata. Ci si aspettava inoltre che i valori della polvere decrescessero progressivamente con l'aumentare della porzione di cielo coperta, mentre i risultati ricavati indicano diversamente.

I dati ottenuti per la maschera con $fsky = 80\%$, infatti, risultano maggiori di quelli per la maschera a $fsky = 90\%$. Ciò è presente sia nella skewness

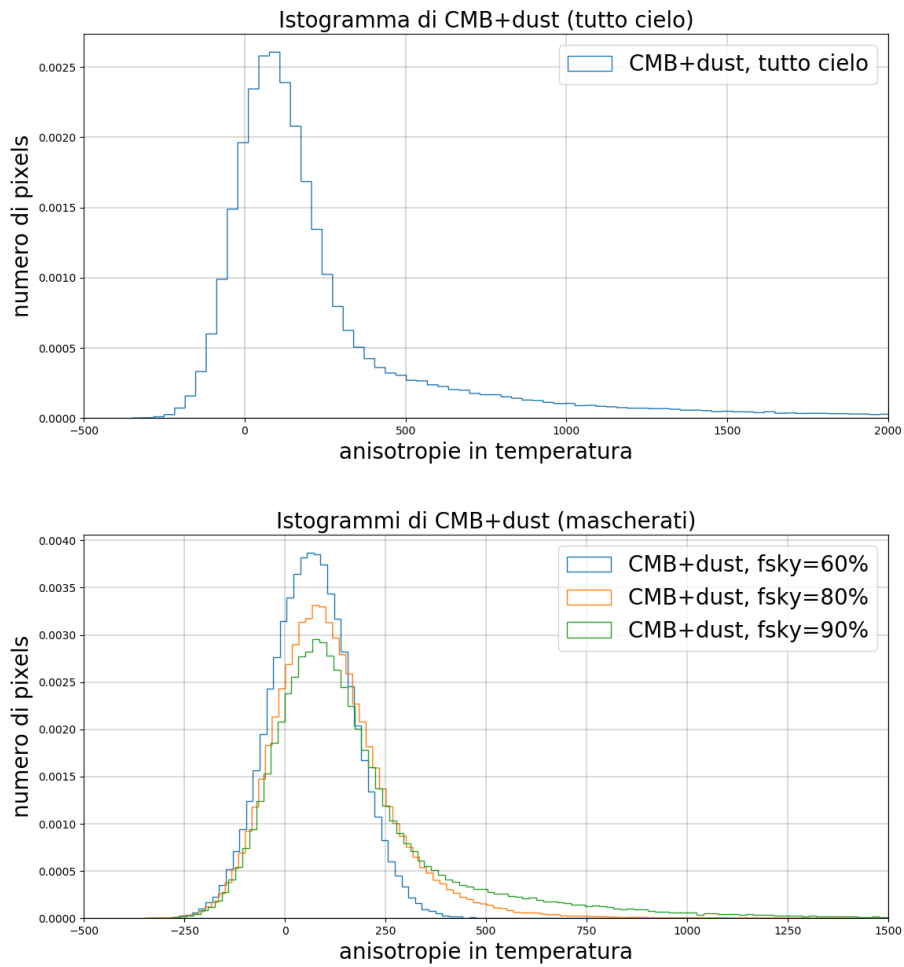


Figura 5.4: Istogramma dei pixel della somma della radiazione della CMB e della polvere termica a tutto cielo (in alto) e con l'utilizzo di tre diverse maschere (in basso)

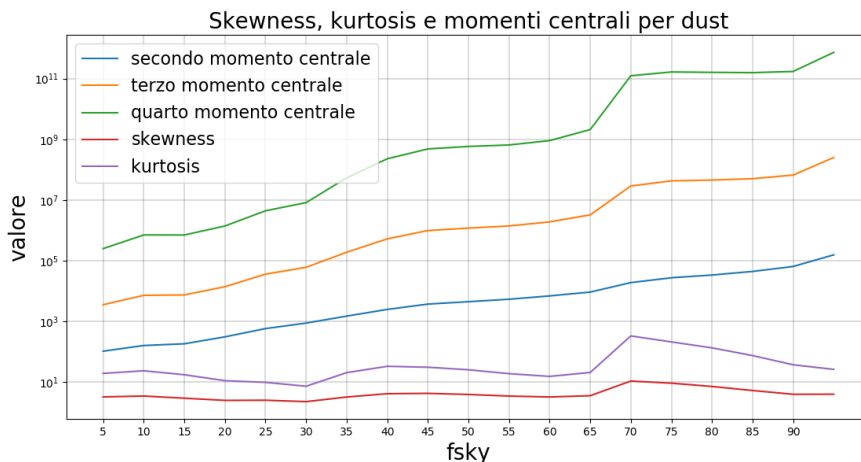


Figura 5.5: Momenti centrali, skewness e kurtosis in funzione della frazione di cielo della maschera applicata per una mappa di emissione da polveri

sia nella kurtosis quindi si è pensato potesse essere un diverso andamento della varianza rispetto al terzo e quarto momento.

Sono stati quindi calcolati e confrontati i momenti centrali per le quattro distribuzioni della polvere, tabella (5.2) in Appendice.

Analogamente a quanto appena descritto, sono stati realizzati anche gli istogrammi e calcolati i parametri statistici di CMB e polvere considerati come radiazione unica, ovvero partendo da una mappa creata dalla somma di quelle della CMB e della polvere. I grafici sono riportati in figura (5.4).

Trattandosi di un istogramma che comprende entrambe le radiazioni si hanno valori sia positivi che negativi rispetto allo zero, con una predominanza dei primi, vista la grande contaminazione che porta il foreground. È presente, infatti, una coda molto pronunciata nella parte destra del grafico, che diminuisce con l'aggiunta delle maschere, facendo aumentare il picco della distribuzione. Nella parte sinistra invece il contributo è dato solo dalla CMB, per cui la coda è poco pronunciata e la variazione dei valori con l'aumentare della porzione di cielo coperta è meno importante.

Anche in questo caso i valori di skewness e kurtosis risultano maggiori del previsto per la maschera con $fsky = 80\%$, tabella (5.3) in Appendice. È stata avanzata la stessa ipotesi fatta per l'emissione di sola polvere. Come in precedenza, si sono calcolati i momenti centrali, tabella (5.4) in Appendice.

Finora si sono misurati i momenti a tutto cielo e con tre maschere a diverso $fsky$, si è quindi ritenuto interessante indagare l'andamento generale dei vari stimatori. Per fare ciò si è ripetuta la stessa analisi descritta in precedenza

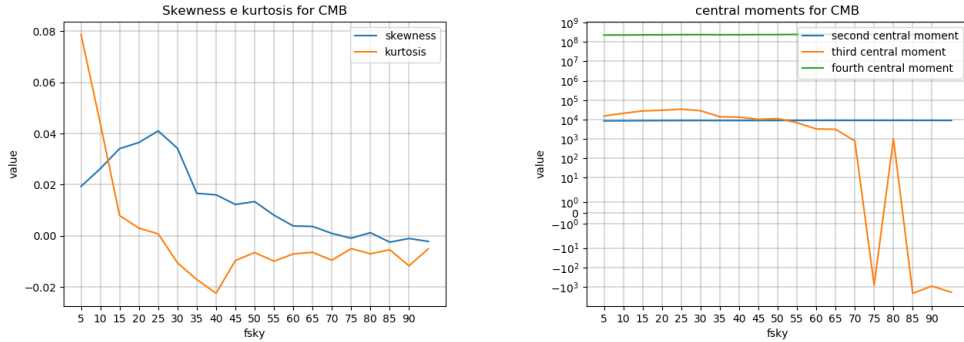


Figura 5.6: Momenti centrali (a sinistra), skewness e kurtosis (a destra) in funzione della frazione di cielo della maschera applicata per una mappa della CMB

per il calcolo dei momenti, aumentando le frazioni di cielo considerate: sono state generate delle mappe con taglio equatoriale non sagomato crescente, da $fsky = 5\%$ a 95% a intervalli di 5, utilizzando la funzione *query_strip*. Ognuna di esse è stata applicata alle mappe prese in esame in precedenza. Gli stimatori ottenuti sono stati graficati in funzione della porzione di cielo *fsky*:

- in figura (5.5) sono rappresentati i momenti calcolati per la mappa dell'emissione da polvere. Dai calcoli precedenti e da questo grafico, può essere confermata l'ipotesi secondo cui il valore superiore di skewness e kurtosis trovato per $fsky = 80\%$ sia il risultato di un rapporto inferiore del terzo e quarto momento con la varianza rispetto alle altre due maschere esaminate. Infatti, tra $fsky \sim 65\%$ e $fsky \sim 70\%$ si può notare un forte aumento del terzo e quarto momento, che si riflettono su più alti valori di skewness e kurtosis, i quali poi ricominciano a diminuire gradualmente per $fsky$ maggiori.
- si è preferito dividere gli stimatori della CMB in due grafici distinti, mostrati in figura (5.6) in modo da renderne più chiara la lettura. È poco indicativo eseguire questo calcolo una sola volta su un campo random gaussiano, ma dà comunque una misura dei vari momenti. La stessa operazione su più simulazioni sarà trattata successivamente.
- i risultati ottenuti per la somma delle mappe precedenti sono rappresentati in figura (5.7). Le curve che rappresentano i momenti hanno valori decrescenti con il diminuire della *fsky* considerata, tuttavia, mentre nel caso di sola emissione di polvere esse presentano solo valori positivi, in

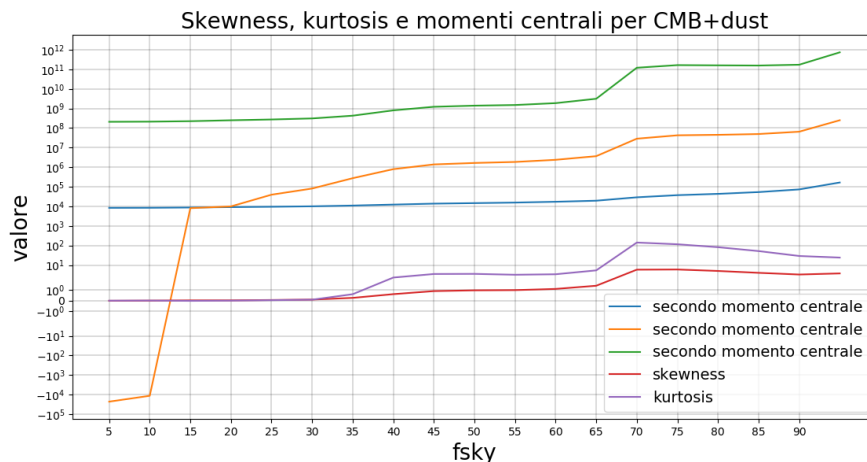


Figura 5.7: Momenti centrali, skewness e kurtosis in funzione della frazione di cielo della maschera applicata per una mappa di CMB e polvere

questo caso il valore del terzo momento ha una rapida decrescita per $fsky \sim 15\%$. Questo significa che la grandezza dei momenti della CMB e della polvere sono comparabili.

Successivamente sono state calcolate media e deviazione standard degli stimatori per un campo random gaussiano. Come descritto nel capitolo precedente per lo spettro di potenza, si è letto il C_l della CMB, dal quale è stata estratta una mappa, su cui sono state applicate in successione le maschere generate mediante *query_strip*. L'operazione è stata eseguita per cento simulazioni. Si è calcolata la media dei valori ottenuti e il relativo errore, dato dalla deviazione standard.

I risultati ottenuti dei momenti centrali sono rappresentati in figura (5.8) in alto, mentre in basso sono raffigurati skewness e kurtosis. In entrambi i casi i valori sono espressi in funzione della *fsky*.

È stato detto più volte che l'emissione della polvere è concentrata sul piano galattico e ha un'intensità maggiore rispetto alla radiazione di fondo. Si è pensato di creare quindi delle maschere per la mappa della polvere non con un taglio longitudinale, ma che coprissero sempre più pixel, a partire dai più luminosi. In questo modo si è più coerenti con il livello di contaminazione, che dipende dall'intensità del foreground nel pixel.

Operativamente si è ordinato in senso crescente l'array contenente i dati della mappa e sono stati rimossi un certo numero di pixel, a partire dai più luminosi, in modo da corrispondere alle porzioni di cielo considerate anche per gli esercizi precedenti. In figura (5.9) sono rappresentati i risultati ottenuti.

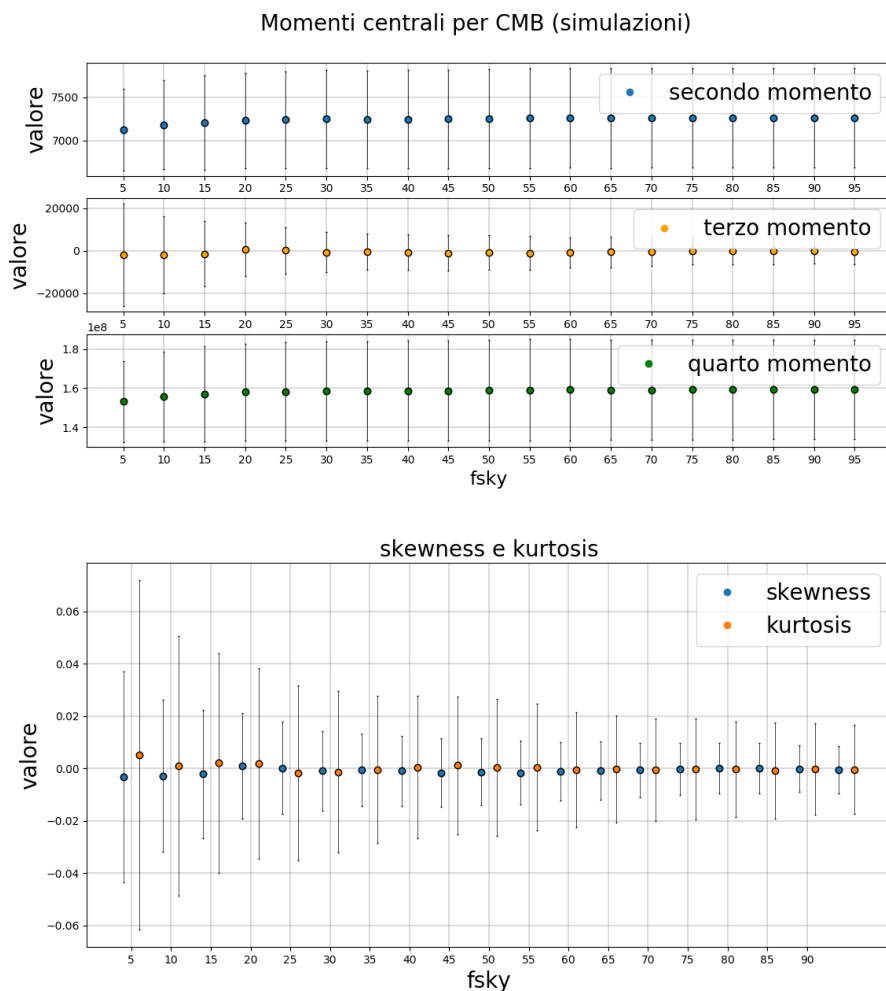


Figura 5.8: Sopra: valore del secondo (in blu), del terzo (in arancione) e del quarto (in verde) momento della CMB in funzione della frazione di cielo $fsky$ con le relative barre d'errore, calcolati per cento simulazioni. Sotto: valori di skewness (in blu) e kurtosis (in arancione) della CMB in funzione della frazione di cielo $fsky$ con le relative barre d'errore, calcolate per cento simulazioni. Per una migliore visualizzazione delle barre d'errore, i dati sono stati rappresentati spostati in ascissa di + e -1 rispetto al valore effettivo.

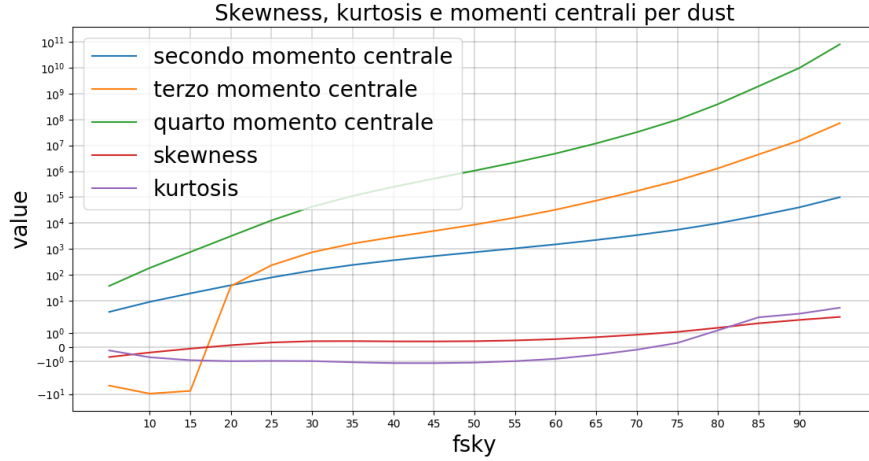


Figura 5.9: Valori dei momenti centrali, skewness e kurtosis in funzione della $fsky$ per la mappa di emissione da polvere. Le maschere sono state costruite in modo da coprire i pixel più luminosi.

Successivamente questi valori sono stati divisi per il valore massimo di ciascuna funzione, in modo da essere normalizzati, e confrontati nel grafico in figura (5.10).

Utilizzando i dati degli esercizi precedenti sono stati confrontati in grafico i momenti delle figure (5.5) e (5.9). Il risultato è mostrato in figura (5.11) dove, il grafico superiore mostra il confronto tra varianza, terzo e quarto momento, mentre quello inferiore confronta i valori di skewness e kurtosis, in funzione della $fsky$. In entrambi i casi in blu è rappresentato il valore per l'andamento studiato rimuovendo i pixel più luminosi, mentre in nero i valori per le maschere equatoriali.

I momenti ottenuti con il primo tipo di maschera hanno valori inferiori rispetto a quelli ottenuti dalle maschere equatoriali, poichè mentre queste ultime coprono una porzione di cielo dove si hanno anche pixel poco intensi, il primo tipo di maschera è mirata ai pixel più luminosi, quindi più contaminanti. Lo stesso vale per skewness e kurtosis.

Si può notare inoltre che, poichè con l'aumentare della maschera si tolgono valori alla coda della distribuzione, nel primo caso l'andamento dei momenti è sempre decrescente. Nel secondo caso è presente un picco in prossimità di $fsky \sim 70$, di cui si è discusso anche in precedenza. Questo indica che il taglio galattico non segue in modo ottimale l'andamento del foreground. Continuando a iterare, la parte più rumorosa, concentrata sul piano galattico, viene rimossa, ma rimangono comunque dei residui di pixel luminosi. In questo modo la varianza è diminuita, ma la coda luminosa non è stata del

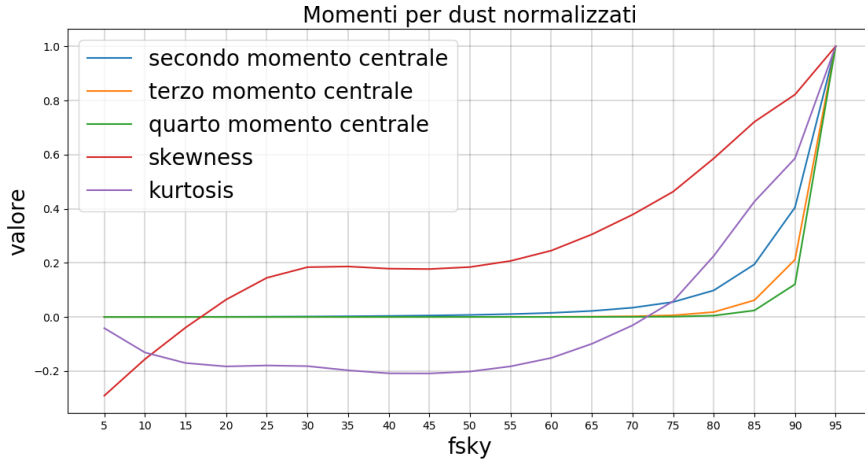


Figura 5.10: Valori dei momenti centrali, skewness e kurtosis normalizzati in funzione della $fsky$ per la mappa di emissione da polvere. Le maschere sono state costruite in modo da coprire i pixel più luminosi.

tutto cancellata, quindi si ha un grande valore di skewness.

A questo punto è significativo porre a confronto i valori della polvere con il valore atteso dalla sola CMB, si veda figura (5.12). Questo confronto può essere sfruttato per studiare la contaminazione di un segnale comparando l'andamento dei momenti dello stesso con i momenti di CMB e polvere. Per esempio, inizialmente si misura l'intensità del segnale nei pixel, ovvero il "momento 0", che dovrà diminuire con l'aumentare della maschera applicata. La varianza del foreground diminuirà di conseguenza fino ad essere inferiore di quella della CMB. A questo punto il segnale è dominato dalla radiazione di fondo. Nel caso di difficoltà nel determinare la presenza di contaminazione tramite confronto del secondo momento, può essere utile analizzare l'andamento tramite momenti di grado superiore.

La figura (5.12) permette anche di determinare la frazione di cielo alla quale il segnale del foreground diventa inferiore rispetto a quello della CMB.

Per avere una stima della predominanza del foreground rispetto alla radiazione di fondo, in figura (5.13) sono stati graficati i rapporti tra i momenti calcolati per la polvere rispetto al valore atteso dei momenti della CMB. Nel caso in cui questi ultimi fossero pari a zero si è considerata la loro deviazione standard. Si può vedere che per grandi valori di $fsky$ il foreground domina completamente rispetto la radiazione di fondo fino a $fsky \sim 20$.

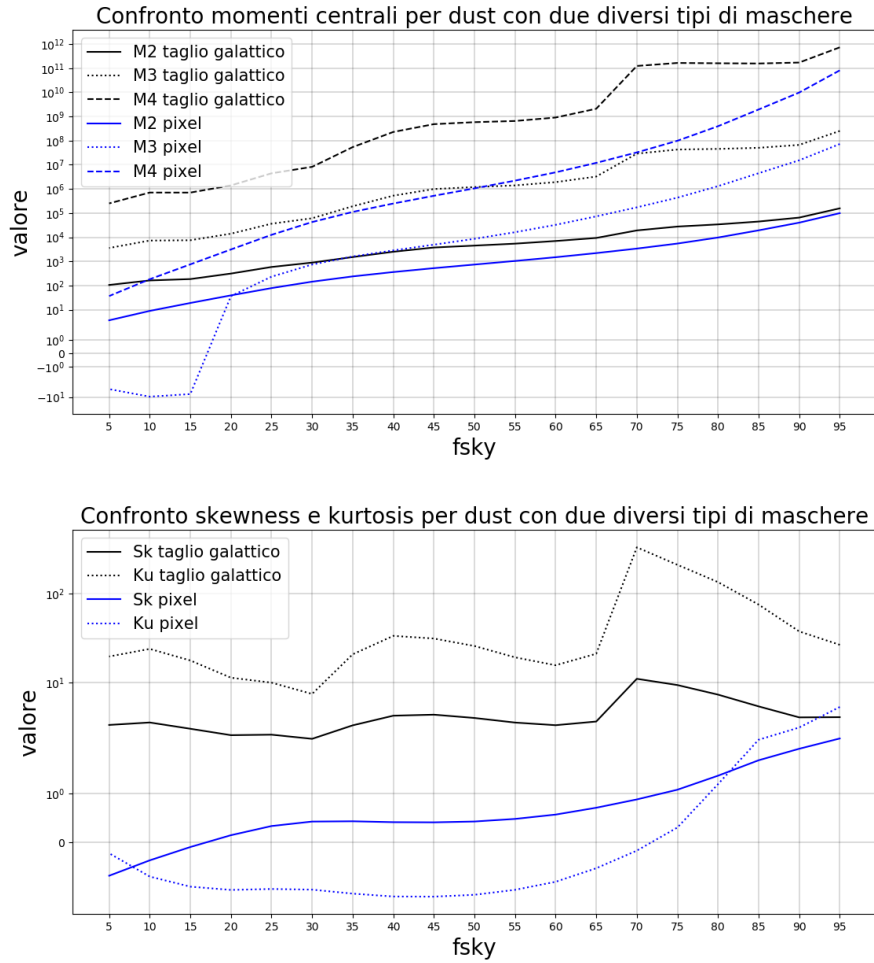


Figura 5.11: Confronto momenti centrali, in alto, skewness e kurtosis, in basso, dell'emissione da polveri in funzione della frazione di cielo. In nero l'andamento ottenuto con l'applicazione di maschere a taglio galattico equatoriale, mentre in blu l'andamento ottenuto dalla rimozione dei pixel luminosi dalla coda della distribuzione.

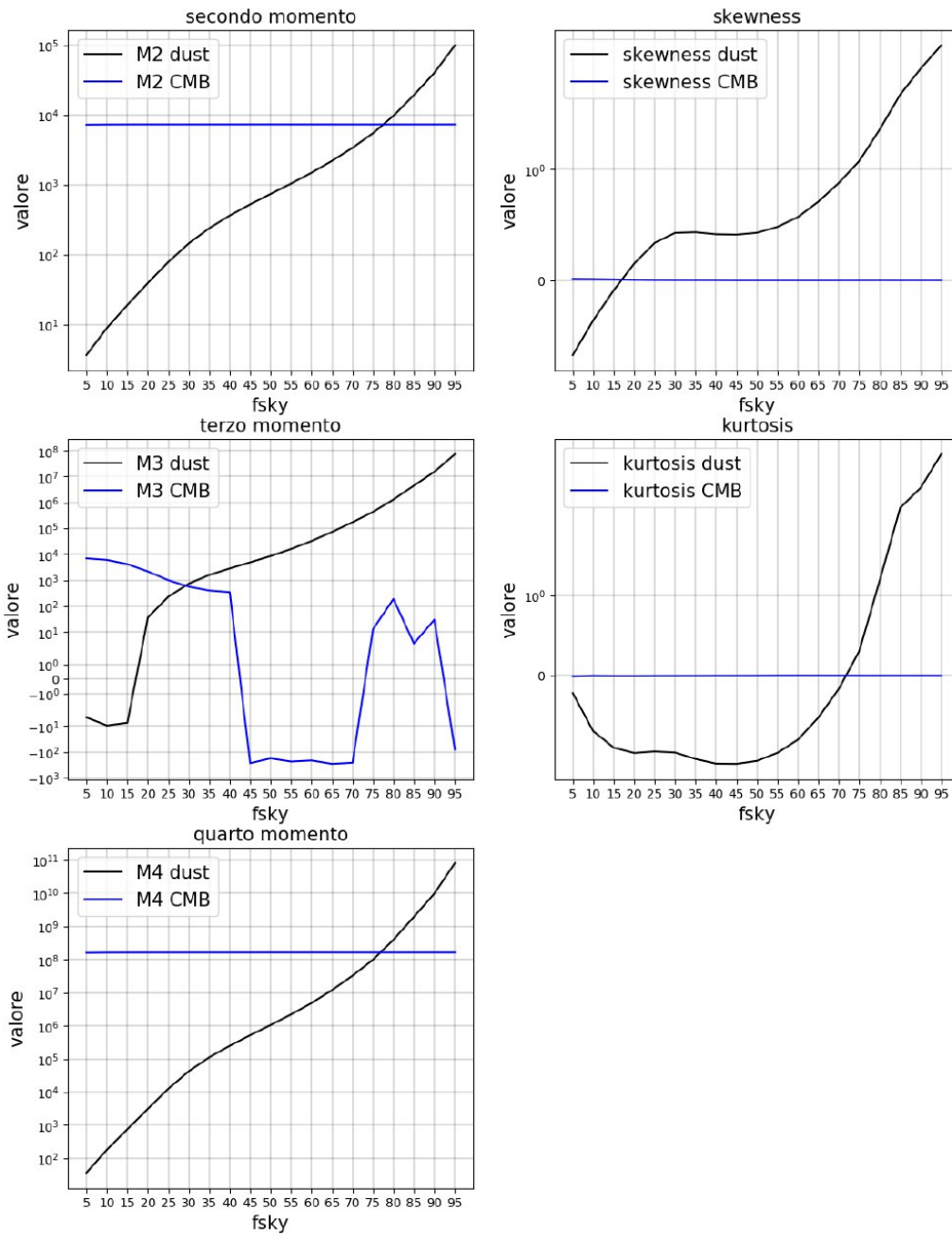


Figura 5.12: Confronto del valore dei momenti di CMB, in blu, e polvere, in nero, in funzione della frazione di cielo considerata.

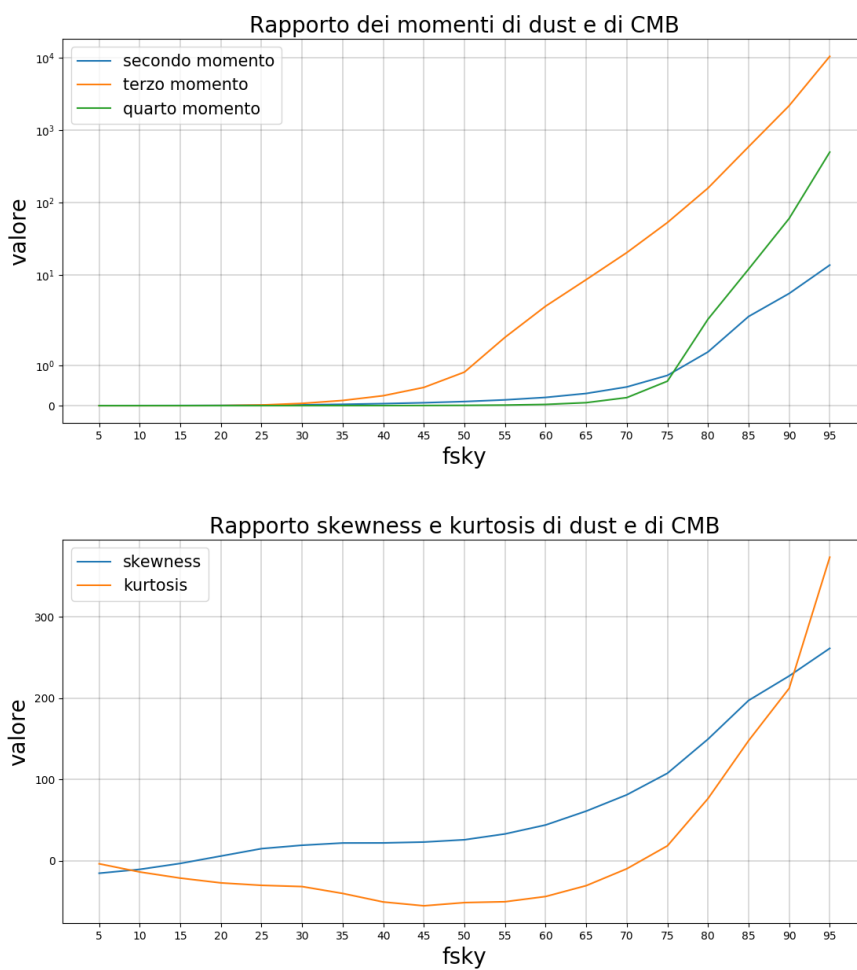


Figura 5.13: Rapporto tra i valori dei momenti centrali, sopra, e di skewness e kurtosis, sotto, dell'emissione da polvere rispetto ai valori per la CMB

Appendice

Di seguito sono riportate le tabelle dei dati ottenuti.

Component	Skewness	Kurtosis
CMB	-0.006	-0.030
Dust	10.544	166.259
Dust (fsky=90%)	4.042	35.874
Dust (fsky=80%)	8.588	302.269
Dust (fsky=60%)	1.864	13.389

Tabella 5.1: Valori di skewness e kurtosis per CMB e polvere, questa sia a tutto cielo che con tre diverse maschere

Component	Second moment	Third moment	Fourth moment
Dust	2.026×10^6	3.042×10^{10}	6.951×10^{14}
Dust (fsky=90%)	6.875×10^4	7.287×10^7	1.837×10^{11}
Dust (fsky=80%)	1.689×10^4	1.885×10^7	8.709×10^{10}
Dust (fsky=60%)	2.077×10^3	1.765×10^5	7.071×10^7

Tabella 5.2: Valori del secondo, terzo e quarto centrale di polvere sia a tutto cielo che con tre diverse maschere

CAPITOLO 5: Foregrounds e non gaussianità

Component	Skewness	Kurtosis
CMB+dust	10.459	164.239
CMB+dust (fsky=90%)	3.328	27.343
CMB+dust (fsky=80%)	4.516	129.190
CMB+dust (fsky=60%)	0.180	0.684

Tabella 5.3: Valori di skewness e kurtosis per CMB+polvere sia a tutto cielo che con tre diverse maschere

Component	Second moment	Third moment	Fourth moment
CMB+dust	2.043×10^6	3.055×10^{10}	6.984×10^{14}
CMB+dust (fsky=90%)	7.878×10^4	7.360×10^7	1.883×10^{11}
CMB+dust(fsky=80%)	2.603×10^4	1.897×10^7	8.960×10^{10}
CMB+dust (fsky=60%)	1.097×10^4	2.069×10^5	4.431×10^8

Tabella 5.4: Valori del secondo, terzo e quarto centrale di CMB+polvere sia a tutto cielo che con tre diverse maschere

Bibliografia

1. A. Liddle, *An introduction to Modern Cosmology*, (John Wiley Sons, 2015)
2. F. Lucchin, *Introduzione alla cosmologia*, (Zanichelli, 1994)
3. A. Franceschini, *Corso di Cosmologia*, (Laurea Triennale in Astronomia, anno accademico 2013-2014)
4. S. Ortolani, *Complementi di Astronomia*, (laurea Triennale in Astronomia, anno accademico 2006/2007)
5. W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *Numerical Recipes*, (Cambridge University Press, 2007)
6. K. Ichiki, *CMB foreground: A concise review*, (2014)
7. D. Samtleben, S. Staggs, B. Winsen, *The Cosmic Microwave Background for Pedestrians: A Review for Particle and Nuclear Physicists*, (2007)
8. J. Delabruille, J.-F. Cardoso, *Diffuse source separation in CMB observations*, (2007)
9. H. K. Eriksen, *An introduction to the CMB power spectrum*, (2011)
10. D. L. Clements, *An Introduction to the Planck Mission*, (2017)
11. C. Dickinson, *CMB foregrounds - A brief overview*, (2016)
12. M. Bucher, *Physics of the cosmic microwave background anisotropy*, (2015)
13. C. Yau, *R Tutorial*, (2012-2015)
14. S. Dodelson, *Modern Cosmology*, (Academic Press, 2003)