



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE, AMBIENTALE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE – INDIRIZZO
STRUTTURE
TESI DI LAUREA MAGISTRALE

**“CONTROLLO PASSIVO DELLA RISPOSTA
SISMICA DI EDIFICI PREFABBRICATI:
USO DI CONNESSIONI DISSIPATIVE”**

Relatore: Chiar.mo Prof. Ing. Renato Vitaliani
Correlatore: Ing. Lorenzo De Stefani

Laureanda: Carolina Baruffi – matricola 1057648

A.A. 2014/2015

Ai miei genitori

Indice

1	Introduzione	11
1.1	Recenti avvenimenti sismici e stato dell'arte	11
1.2	Obiettivo della tesi e problema affrontato	12
2	Analisi del problema	14
2.1	Premesse teoriche	14
2.1.1	Analisi modale	14
2.1.2	Importanza dei modi di vibrare	16
2.1.3	Comportamento non-lineare di un sistema SDOF	17
2.2	Analisi del problema	20
2.2.1	Schematizzazione del sistema	20
2.2.2	Sistema SDOF equivalente	25
2.2.3	Ipotesi di base	26
2.3	Algoritmo risolutivo	29
2.3.1	Definizione del legame $q_c - q$	30
2.3.2	Definizione dello spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$	37
2.3.3	Algoritmo finale	40
3	Caso studio numero 1	42
3.1	Presentazione del caso studio	42
3.2	Caratteristiche dell'azione sismica	46
3.3	Analisi svolte	47
3.4	Definizione del sistema in serie semplificato	48
3.5	Verifica dell'ipotesi di base per il sistema in serie	50
3.5.1	Modellazione	50
3.5.2	Analisi effettuate	50
3.5.3	Risultati delle analisi	51
3.5.4	Commenti sui risultati	54
3.5.5	Conclusioni sul comportamento dinamico del sistema in serie	56
3.6	Verifica dell'ipotesi di base per il sistema originario	57

3.6.1	Modellazione	57
3.6.2	Analisi effettuate	58
3.6.3	Risultati delle analisi	59
3.6.4	Commenti sui risultati	63
3.6.5	Conclusioni sul comportamento dinamico del sistema originario	64
3.7	Verifica dell'efficacia rappresentativa dello schema semplificato utilizzato	66
3.7.1	Confronto fra i risultati	66
3.7.2	Conclusioni sull'efficacia rappresentativa della schema- tizzazione adottata	69
3.8	Confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati at- traverso l'algoritmo proposto	71
3.8.1	Dati in <i>input</i>	71
3.8.2	Dati in <i>output</i> e confronti effettuati	71
3.8.3	Commenti sui risultati	74
3.9	Proposta di correzione dell'algoritmo	75
3.9.1	Definizione della correzione da applicare	75
3.9.2	Verifica dell'algoritmo corretto	76
4	Inserimento dei pannelli di tamponamento	79
4.1	Effetto della presenza dei pannelli	79
4.1.1	Legame fra gli spostamenti di sottostruttura e sovra- struttura	81
4.2	Espressione di $\Delta_{1-2,pl}$ corretta	83
5	Caso studio numero 2	85
5.1	Presentazione del caso studio	85
5.2	Modellazione	86
5.3	Analisi effettuate	86
5.4	Risultati	86
5.4.1	Sottosistema centrale	87
5.4.2	Sottosistema laterale	88
5.4.3	Commenti sui risultati	90
5.5	Confronto fra i risultati analitici e i risultati computazionali .	92
5.5.1	Dati in <i>input</i>	92
5.5.2	Dati in <i>output</i> e confronti effettuati	92
5.6	Commenti sui risultati	95

6	Analisi di sensibilità	99
6.0.1	Effetti legati all'attrito	99
6.0.2	Modellazione e analisi	100
6.0.3	Risultati	102
7	Conclusioni	106
	Riferimenti bibliografici	108

Elenco delle tabelle

2.1	<i>Dati input del problema.</i>	29
2.2	<i>Dati output del problema.</i>	29
3.1	<i>Caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie 1, relativo al pilastro centrale.</i>	48
3.2	<i>Caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie 2, relativo al pilastro laterale.</i>	49
3.3	<i>Sistema in serie 1: spostamenti delle masse m_1 e m_2 ($u_{1,pl}$ ed $u_{2,pl}$), spostamento relativo fra le due ($\Delta_{1-2,pl}$) e fattore di struttura q in funzione di V_y</i>	52
3.4	<i>Sistema in serie 2: spostamenti delle masse m_1 e m_2 ($u_{1,pl}$ ed $u_{2,pl}$), spostamento relativo fra le due ($\Delta_{1-2,pl}$) e fattore di struttura q in funzione di V_y</i>	54
3.5	<i>Simbologia adottata nell'ambito delle analisi effettuate sul modello completo della struttura assunta come caso studio.</i>	59
3.6	<i>Sottosistema centrale: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, spostamento relativo Δ_4 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$</i>	61
3.7	<i>Sottosistema laterale: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, spostamento relativo Δ_1 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$</i>	63
3.8	<i>Calcoli per la stima delle variabili d'interesse (fattore di struttura, spostamento del pilastro centrale e spostamento relativo della connessione del tegolo 4) attraverso l'algoritmo proposto.</i>	72
3.9	<i>Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo corretto. Per $1 < q_c < 2.5$ si utilizza la formula 3.24, per $2.5 < q_c$ si utilizza la 3.25.</i>	78
4.1	<i>Coppie di valori ($m_1 ; m_2$) utilizzati nell'equazione 4.8 per definire la funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$.</i>	82
4.2	<i>Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso A</i>	83
4.3	<i>Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso B</i>	83

5.1	<i>Calcolo delle masse traslazionali da assegnare nel modello ai pialstri per tener conto della presenza dei pannelli.</i>	85
5.2	<i>Sottosistema centrale: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, spostamento relativo Δ_4 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$, in presenza di pannelli di tamponamento.</i>	88
5.3	<i>Sottosistema laterale: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, spostamento relativo Δ_1 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$, in presenza di pannelli di tamponamento.</i>	89
5.4	<i>Rapporto fra massa della sovra e massa della sottostruttura, per i due sottosistemi individuati, in funzione della presenza dei pannelli di tamponamento.</i>	91
5.5	<i>Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo proposto.</i>	93
5.6	<i>Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo corretto, in presenza di pannelli. Per $1 < q_c < 2.75$ si utilizza la formula 3.24, per $2.75 < q_c$ si utilizza la 3.25.</i>	98
6.1	<i>Valori del coefficiente d'attrito μ adottati per le analisi e conseguente forza d'attrito.</i>	100

Elenco delle figure

2.1	<i>Comportamento di un sistema SDOF inelastico nei casi a) $T > T_c$, uguaglianza in spostamento ; b) $T < T_c$, uguaglianza in energia.</i>	19
2.2	<i>Pianta di un caso studio tipo.</i>	21
2.3	<i>Influenza della deformabilità della copertura sulla risposta sismica di una struttura. A sinistra, il caso di copertura indeformabile (spostamenti uniformi dei pilastri); a destra, il caso di copertura deformabile (spostamenti disuniformi dei pilastri)</i>	21
2.4	<i>In caso di copertura deformabile, il sistema originario può essere studiato suddividendolo in una serie di sottosistemi, considerabili in prima approssimazione separatamente. In presenza di simmetria di geometria e carichi, il numero di sottosistemi utilizzato per descrivere il comportamento globale può essere ridotto.</i>	22
2.5	<i>Schema semplificativo del comportamento del sistema reale: due masse con due molle in serie.</i>	23
2.6	<i>Modi principali di vibrare per un sistema a due gradi di libertà dinamici in serie.</i>	24
2.7	<i>Casi limite della risposta dinamica del sistema. Nel caso limite 1, $q_c = 1$, le connessioni si mantengono elastiche e il taglio alla base è circa pari a $V_1 \simeq a \cdot m_2$, ove a è l'accelerazione da spettro in corrispondenza al periodo elastico T. Nel caso limite 2, $q_c = \infty$, la forza di snervamento delle connessioni è nulla e il taglio alla base è circa pari a $V_1 = a_1 \cdot m_1$, ove a_1 è l'accelerazione da spettro in corrispondenza al periodo T_1.</i>	32
2.8	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq 0$.</i>	33
2.9	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \neq 0$.</i>	33
2.10	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq V_{el}$.</i>	34
2.11	<i>Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq V_{el}$. Ingrandimento del grafico 2.9 per $7.0 < t < 8.0$ secondi.</i>	35

2.12	<i>Comportamento del sistema a 2 gradi di libertà per la situazione limite $V_y \rightarrow 0$.</i>	38
3.1	<i>Pianta del capannone utilizzato come caso studio.</i>	43
3.2	<i>Esempio di connessione ad archetto; la connessione si compone di due elementi curvilinei in acciaio, saldati a due piastrine per l'ancoraggio.</i>	44
3.3	<i>Esempio di collegamento isostatico e iperstatico per un tegolo Π e corrispondente modellazione.</i>	45
3.4	<i>Spettro di risposta in pseudo-accelerazione per il sito in esame.</i>	47
3.5	<i>Suddivisione per aree d'influenza del sistema originario al fine di effettuare uno studio separato, in linea semplificativa, dei sottosistemi così identificati.</i>	49
3.6	<i>Risultati delle analisi per il sistema in serie 1. In linea continua: spostamenti totali e relativi delle due masse m_1 e m_2 ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	52
3.7	<i>Risultati delle analisi per il sistema in serie 2. In linea continua: spostamenti totali e relativi delle due masse m_1 e m_2 ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	53
3.8	<i>Modello della struttura utilizzata come caso studio realizzato con gli elementi finiti.</i>	58
3.9	<i>Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, insieme allo spostamento relativo Δ_4, ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	61
3.10	<i>Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, insieme allo spostamento relativo Δ_1, ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	62
3.11	<i>Confronto fra le spostate nel caso di connessioni infinitamente elastiche e connessioni duttili. Gli spostamenti degli elementi di copertura nel caso di connessioni duttili ricalcano la spostata che si ottiene nel caso di connessioni elastiche lineari, mentre si osserva la riduzione degli spostamenti dei pilastri e il conseguente aumento dello spostamento relativo delle connessioni.</i>	64

3.12	<i>Confronto fra i risultati ottenuti per il sottosistema centrale utilizzando un schematizzazione di parte della struttura originaria, sistema in serie 1, e risultati ottenuti dalla modellazione completa della struttura.</i>	67
3.13	<i>Confronto fra i risultati ottenuti per il sottosistema laterale utilizzando un schematizzazione di parte della struttura originaria, sistema in serie 2, e risultati ottenuti dalla modellazione completa della struttura.</i>	68
3.14	<i>Considerazioni di simmetria nell'ambito della definizione degli schemi semplificati in serie.</i>	69
3.15	<i>Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	73
3.16	<i>Fattore di struttra conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	73
3.17	<i>Spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	74
3.18	<i>Spostamento relativo della connessione relaiva al tegolo 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l'agoritmo corretto. In linea continua rossa i valori calcolati attraverso l'equazione 3.24, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l'equazione 3.25.</i>	77
4.1	<i>In linea continua: grafici della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$, caso A (presenza di pannelli) e caso B (assenza di pannelli). In tratteggio: grafici delle due funzioni lineari approssimanti le precedenti nell'intorno dell'origine</i>	82
5.1	<i>In linea continua: spostamenti totali del tegolo 4 e del pilastro centrale e spostamento relativo della connessione 4, ottenuti dalle analisi dinamiche nonlineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	87
5.2	<i>In linea continua: spostamenti totalii del tegolo 1 e del pilastro laterale e spostamento relativo della connessione 1, ottenuti dalle analisi dinamiche nonlineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.</i>	89
5.3	<i>Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	94

5.4	<i>Fattore di struttra conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	94
5.5	<i>Spostamento relativo della connessione del tegolo 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.</i>	95
5.6	<i>Spostamento relativo della connessione del 4 in funzione del fattore q_c; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo corretto, in presenza di pannelli di tamponamento. In linea continua rossa i valori calcolati attraverso l'equazione 5.3, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l'equazione ??.</i>	97
6.1	<i>Spettro di risposta elastico in pseudo-accelerazione - direzione verticale.</i>	101
6.2	<i>Legame costitutivo trilineare per le connessioni in presenza d'attrito e definizione della rigidezza equivalente K_{eq} al fine della sua bilinearizzazione.</i>	102
6.3	<i>Spostamenti del pilastro centrale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	103
6.4	<i>Spostamenti del pilastro centrale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	104
6.5	<i>Spostamenti relativi della connessione numero 4 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	104
6.6	<i>Spostamenti relativi della connessione del tegolo 1 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.</i>	105

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Recenti avvenimenti sismici e stato dell'arte

Negli ultimi anni vari eventi sismici (Emilia 2012, L'Aquila 2009 solo per citarne alcuni) hanno dimostrato l'inadeguatezza degli accorgimenti costruttivi utilizzati nel controllo della risposta sismica degli edifici prefabbricati. Il problema non riguarda solo la progettazione ma anche l'adeguamento delle strutture pre-esistenti. Gran parte del territorio italiano, infatti, è stato classificato a rischio sismico solo negli ultimi anni. Ne consegue che molti edifici prefabbricati costruiti in queste zone nell'ultimo decennio sono stati progettati senza particolari attenzioni ai dettagli costruttivi, fondamentali nell'eventualità di sisma. I sopralluoghi dopo i terremoti hanno consentito di identificare le principali tipologie di danno e la loro localizzazione: alla base delle colonne, in sommità alle colonne, in corrispondenza degli elementi di copertura e di tamponamento. Lo scenario conferma quanto si era già osservato in occasione del terremoto dell'Aquila (Meneghetti [2009]), (Colombo and Toniolo [2012]). In particolare, è chiaro come il punto debole negli edifici prefabbricati sia rappresentato dalle connessioni di elementi strutturali e non-strutturali.

Di fatto, nelle strutture prefabbricate la progettazione e la costruzione di connessioni efficienti rappresenta ancora un argomento di ricerca e in via di sviluppo. Nelle strutture gettate in opera, i giunti garantiscono in generale un elevato grado di continuità fra gli elementi collegati, legato anche alla presenza delle barre d'armatura passanti. In caso di evento sismico, essi posseggono elevata capacità dissipativa e consentono la redistribuzione interna delle sollecitazioni (se adeguatamente progettati). Tali caratteristiche non sono presenti negli edifici prefabbricati, nei quali il collegamento fra elementi

strutturali e fra elementi non-strutturali deve essere realizzato tramite opportuni dispositivi di connessione. Nelle strutture più vecchie, la trasmissione delle forze orizzontali veniva affidata unicamente all'attrito; tale soluzione costruttiva si è rivelata inefficace e fonte di numerosi crolli durante gli ultimi avvenimenti sismici. D'altra parte, l'adeguamento sismico di tali strutture non può essere effettuato attraverso l'inserimento di connessioni rigide fra gli elementi, poiché ciò comporterebbe un forte incremento della rigidità della struttura, di per sé flessibile, e una inferiore capacità dissipativa. Se non adeguatamente studiate, tali connessioni potrebbero portare a conseguenze non prevedibili e anche negative, come un aumento eccessivo del taglio alla base con rottura fragile dei pilastri. Inoltre, esulando dall'ambito del preesistente e guardando agli edifici di nuova progettazione, risulta complessa la realizzazione di connessioni in grado di resistere senza danno alle sollecitazioni indotte da un evento sismico.

Le tecniche di controllo passivo della risposta sismica si basano sull'utilizzo di sistemi che non necessitano di energia per operare. Si tratta di sistemi molto affidabili, i quali non presentano problemi quali il mancato funzionamento a causa di *black-out* durante i terremoti. Attualmente, sembrano rappresentare una soluzione promettente per l'adeguamento sismico degli edifici prefabbricati. Tra questi, un possibile intervento è l'introduzione di connessioni dissipative le quali, aumentando l'energia dissipata, permettano un incremento del fattore di struttura. Le connessioni dissipative possono essere localizzate fra diversi elementi strutturali; fra i tegoli di copertura e le travi di bordo, fra le travi e i pilastri, o in corrispondenza all'attacco dei pannelli di tamponamento al telaio. Anche i meccanismi di dissipazione usati dai dispositivi possono essere i più vari, tra cui ad esempio l'isteresi di materiali quali l'acciaio oppure fenomeni attritivi di tipo controllato (DeStefani et al. [2015]).

1.2 Obiettivo della tesi e problema affrontato

Il presente lavoro è focalizzato sull'introduzione di connessioni dissipative fra elementi di copertura e sottostruttura. In particolare, l'obiettivo è l'elaborazione di un algoritmo che consenta la definizione della forza di snervamento da assegnare a tali connessioni in funzione del massimo spostamento relativo accettabile fra tegoli di copertura e sottostruttura.

In questa tesi, il fenomeno complesso, il quale coinvolge plasticità e risposta dinamica di un sistema MDOF, viene descritto attraverso delle equazioni semplici al fine di avere uno strumento potente ma di facile utilizzo per la progettazione. L'algoritmo proposto consente di definire la forza di snerva-

mento delle connessioni di copertura in funzione delle caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in esame, senza la necessità di effettuare analisi dinamiche non-lineari le quali risultano di difficile esecuzione e i cui risultati spesso sono difficilmente interpretabili.

Capitolo 2

Analisi del problema

2.1 Premesse teoriche

si riportano di seguito alcuni presupposti teorici utili per introdurre l'analisi del problema e l'algoritmo di calcolo sviluppato.

Nota: la trattazione teorica a seguire, riguardante l'analisi del comportamento dinamico di un sistema MDOF, è tratta dal libro “*Dynamics of Structures - Theory and Applications to Earthquake Engineering*” di Anil K. Chopra. Ulteriori riferimenti verranno esplicitamente specificati.

2.1.1 Analisi modale

Si consideri il generico sistema MDOF (*Multi Degrees Of Freedom system*) soggetto ad una forzante dinamica; sia N il numero dei gradi di libertà dinamici. Le N equazioni che governano il moto del sistema sono le seguenti:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}_{eff}(t) \quad (2.1)$$

ove \mathbf{m} è la matrice delle masse, \mathbf{k} è la matrice di rigidità, \mathbf{u} è il vettore che contiene gli spostamenti assoluti dei vari gradi di libertà, $\ddot{\mathbf{u}}$ e $\dot{\mathbf{u}}$ sono le sue derivate nel tempo, e \mathbf{p}_{eff} è il vettore rappresentante la forzante sismica esterna agente sul sistema. La forzante \mathbf{p}_{eff} si può scrivere come:

$$\mathbf{p}_{eff}(t) = -\mathbf{m}\mathbf{i}\ddot{u}_g(t) \quad (2.2)$$

ove $\ddot{u}_g(t)$ è l'accelerazione del terreno e \mathbf{i} è un vettore d'influenza, definito come gli spostamenti delle masse, in cui si è discretizzato il sistema originario, risultanti dall'applicazione statica di uno spostamento unitario del terreno.

Il vettore spostamento \mathbf{u} , soluzione della 2.1, si può scrivere tramite la sovrapposizione di vari *contributi modali*, ovvero come:

$$\mathbf{u} = \sum_{n=1}^N q_n(t) \phi_n \quad (2.3)$$

ove q_n sono degli scalari detti *coordinate modali* e ϕ_n sono N vettori fra loro linearmente indipendenti (quindi una base), i quali rappresentano i *modi naturali di vibrare* del sistema.

Un modo naturale di vibrare è una configurazione spostata caratteristica, nella quale la distribuzione di spostamenti fra i diversi gradi di libertà è tale per cui, rilasciando il sistema a partire da tale configurazione, esso vibri di moto armonico mantenendo la *forma* della spostata di partenza. Ogni modo naturale possiede un proprio *periodo naturale di vibrazione*.

Un periodo naturale di vibrazione T_n di un sistema MDOF è il tempo necessario perché il sistema compia un ciclo completo di moto armonico secondo il generico modo di vibrare n . Ad esso corrisponde una *frequenza naturale di vibrazione* f_n e una *pulsazione naturale* ω_n , calcolabili attraverso le relazioni:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad ; \quad f_n = \frac{1}{T_n} \quad (2.4)$$

I vettori ϕ_n , rappresentanti le varie forme modali, e le associate pulsazioni elevate al quadrato ω_n^2 , rappresentano la soluzione in termini di autovettori e autovalori dell'autoproblema:

$$\mathbf{k}\phi_n = \omega_n^2 \mathbf{m}\phi_n \quad (2.5)$$

Le equazioni 2.1 costituiscono un sistema di N equazioni differenziali *accoppiate*. Si dimostra che, riportando le 2.1 in coordinate modali, tale sistema può essere trasformato in un sistema equivalente di N equazioni differenziali *disaccoppiate*, ovvero risolvibili ciascuna indipendentemente dalle altre. Si ottengono così le equazioni:

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = -\Gamma_n \ddot{u}_g(t) \quad n = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

ove si sia posto:

$$\Gamma_n = \frac{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n}{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n} \quad ; \quad \zeta_n = \frac{\phi_n^T \mathbf{c} \phi_n}{\phi_n^T \mathbf{m} \phi_n} \quad (2.7)$$

Dividendo la 2.6 per Γ_n si ottiene:

$$\ddot{D}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{D}_n + \omega_n^2 D_n = -\ddot{u}_g(t) \quad n = 1, \dots, N \quad (2.8)$$

ove si sia posto:

$$D = \frac{q}{\Gamma_n} \quad (2.9)$$

La generica equazione 2.8 è interpretabile come l'equazione differenziale che governa il moto di un sistema SDOF (*Single Degree Of Freedom system*) di massa unitaria, pulsazione caratteristica ω_n e coefficiente di smorzamento ζ_n , il quale sia soggetto alla forzante esterna $\ddot{u}_g(t)$. Ognuna delle 2.8 può essere risolta per via numerica oppure facendo riferimento ad uno spettro di risposta, ottenendo in tal maniera la reazione di picco del sistema SDOF a una data forzante sismica. In quest'ultimo caso, sorge l'ulteriore problema di come combinare i valori massimi così ottenuti (che non sono simultanei dati i diversi periodi di vibrazione associati ad ogni modo di vibrare).

Risolte numericamente le 2.8, la risposta globale del sistema originario MDOF è direttamente calcolabile attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti (che si sottolinea, è valido a rigorosamente solo in elasticità lineare), quindi come:

$$\mathbf{u} = \sum_{n=1}^N \Gamma_n D_n(t) \phi_n \quad (2.10)$$

2.1.2 Importanza dei modi di vibrare

Nel paragrafo 2.1.1, si è visto come la risposta dinamica di un sistema MDOF sia esprimibile tramite la combinazione di diversi modi di vibrare. Di fatto tali modi non contribuiscono con la stessa efficacia nella definizione della risposta sismica complessiva. Una quantificazione dell' "importanza" del generico modo n , in termini di contributo al taglio alla base, si può ottenere considerando la *massa modale partecipante*.

La massa modale partecipante per il modo n è definita come:

$$M_n^* = \Gamma_n \phi_n^T \mathbf{m} \cdot \mathbf{i} \quad (2.11)$$

Si può dimostrare che il contributo al taglio alla base legato all' n -esimo modo risulta pari a:

$$V_n = M_n^* \cdot A_n(t) \quad (2.12)$$

ove $A_n(t)$ è la risposta in termini di pseudo-accelerazione alla forzante sismica $\ddot{u}_g(t)$ di un sistema SDOF con periodo pari al periodo naturale di vibrazione T_n

Si dimostra anche che:

$$\sum_{n=1}^N M_n^* = \sum_{n=1}^N m_n = m_{tot} \quad (2.13)$$

ove le m_n sono le N masse in cui è stata discretizzata la struttura originaria, la cui somma fornisce la massa totale del sistema. Dall'equazione 2.13, si comprende come ad ogni modo di vibrare sia associabile una *percentuale di massa partecipante* con riferimento alla massa globale, potendone misurare così l'importanza nel contribuire al taglio alla base.

Fatte queste considerazioni, ci si potrebbe chiedere quanti modi siano da considerare nell'analisi di un sistema MDOF. Qualora si voglia calcolare la risposta sismica "esatta" della struttura, risulterà necessario considerare il contributo di tutti gli N modi. Si può però ottenere una buona approssimazione della risposta sismica del sistema anche includendo solo alcuni modi, ovvero troncando a j la sommatoria 2.10. A tal proposito, il D.M. 14/01/2008 specifica al paragrafo 7.3.3.1 come, nell'ambito della valutazione della risposta sismica di un edificio tramite l'analisi modale, è necessario considerare tutti i modi con percentuale di massa partecipante $> 5\%$; inoltre, la somma delle percentuali di massa partecipante di ogni modo deve essere $> 85\%$.

2.1.3 Comportamento non-lineare di un sistema SDOF

Si consideri un sistema SDOF a comportamento non-lineare; in particolare, si ipotizzi un legame elasto-plastico perfetto. Lo snervamento del sistema, conseguente ad esempio ad un'azione di tipo sismico, comporta 2 effetti:

1. un valore di taglio alla base inferiore a quello che si avrebbe in regime elastico. Tale calo può essere quantificato attraverso il *fattore di struttura* q , definito come:

$$q = \frac{V_{el}}{V_y} \quad (2.14)$$

ove V_{el} è il taglio che il sistema maturerebbe in elasticità, V_y è il valore della forza di snervamento;

2. l'entrata in campo plastico del sistema. Per quantificarla, si fa riferimento alla *duttilità* μ , definita come:

$$\mu = \frac{\epsilon_{pl}}{\epsilon_y} \quad (2.15)$$

ove ϵ_{pl} è la massima deformazione maturata dal sistema in seguito alla plasticizzazione e ϵ_y è la deformazione a snervamento. L'equazione 2.15 può anche essere riportata, ad esempio, in termini di spostamenti o curvature, mantenendo il concetto che è alla base della sua definizione.

Di fondamentale interesse è determinare il legame che intercorre fra le due quantità q e μ , al fine di determinare, in funzione della forza di snervamento,

la deformazione ultima del sistema.

È stato dimostrato che lo spettro di risposta di un sistema elasto-plastico può essere correlato, con buona approssimazione, a quello del corrispondente sistema elastico (Veletsos and Newmark [1960]). Tale sistema elastico corrispondente possiede la stessa rigidità elastica iniziale del sistema elasto-plastico. A questo punto, due approcci sono possibili:

1. il primo approccio consiste nel correlare i due spettri uguagliando i massimi spostamenti relativi del sistema elasto-plastico e del sistema elastico corrispondente. In questo caso risulterà $q = \mu$;
2. il secondo approccio consiste nel calcolo degli spostamenti del sistema elasto-plastico attraverso l'uguaglianza fra la massima energia immagazzinata /dissipata da tale sistema e l'energia di deformazione immagazzinata nel sistema elastico corrispondente. In questo secondo caso risulterà $q = \sqrt{2\mu - 1}$.

I due approcci illustrati, vengono definiti rispettivamente approccio ED (*Equivalent Displacement*) e approccio EE (*Equivalent Energy*). La validità dell'uno o dell'altro è legata al periodo proprio d'oscillazione del sistema in elasticità (Gulkan and Sozen [1974]). In particolare, si è dimostrato che:

- per sistemi con periodo proprio superiore a quello che individua la fine del *plateau* nello spettro di risposta in pseudo-accelerazione (indicato da normativa con T_c), vale il “ principio ” di uguaglianza in spostamento;
- per sistemi con periodo proprio inferiore a quello che individua la fine del *plateau* nello spettro di risposta in pseudo-accelerazione vale il “principio” di uguaglianza in energia.

Il termine “principio” risulta in realtà impropria in tale contesto, poiché i due approcci si basano sull'osservazione empirica e su simulazioni numeriche, non avendo di fatto una base teorica.

Tali considerazioni vengono attualmente utilizzate in ingegneria sismica nell'ambito delle analisi di *push-over*. Queste analisi consistono in un'analisi statica non-lineare della struttura, effettuata applicando in corrispondenza dei gradi di libertà dinamici della stessa un profilo di forze, rappresentative delle forze inerziali; tale profilo viene poi scalato in maniera incrementale. Graficando il taglio alla base in funzione dello spostamento di un punto di controllo, si ottiene una curva monodimensionale forza-spostamento, rappresentativa del comportamento della struttura.

Infine per determinare lo spostamento conseguente ad una data azione sismica, il cosiddetto *Performance Point* o PP, si effettua un'equivalenza fra

il sistema reale MDOF e il sistema SDOF corrispondente al modo di vibrare principale, procedendo secondo il “principio” ED (caso a) in figura 2.1) o secondo il “principio” EE (caso b) in figura 2.1), in base al periodo fondamentale di vibrazione della struttura (Albanesi et al. [2000]).

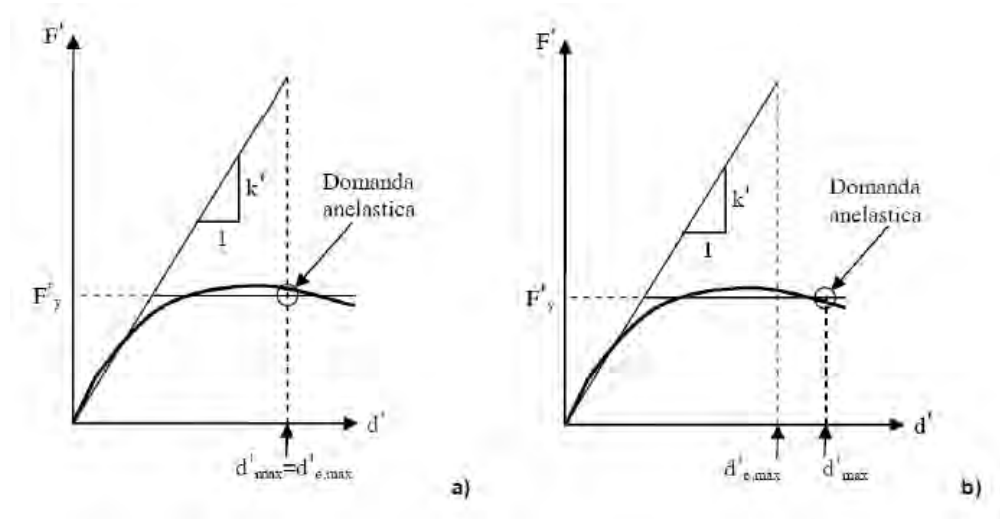


Figura 2.1: *Comportamento di un sistema SDOF inelastico nei casi a) $T > T_c$, uguaglianza in spostamento ; b) $T < T_c$, uguaglianza in energia.*

2.2 Analisi del problema

Il problema affrontato consta nello studio del comportamento dinamico di strutture prefabbricate dotate di collegamenti duttili, interposti fra gli elementi di copertura e la sottostruttura, al fine dello sviluppo di un algoritmo per il dimensionamento di tali connessioni, ovvero definizione della loro forza di snervamento, in funzione del massimo spostamento ammissibile degli elementi di copertura.

La trattazione qui riportata vuole essere generale; casi studio specifici verranno poi illustrati ai capitoli 3 e 5.

2.2.1 Schematizzazione del sistema

Nell'affrontare il problema, si è deciso innanzitutto di individuare uno schema semplificato, rappresentativo della struttura originale, da prendere a riferimento per comprendere meglio i tratti salienti del problema.

Il primo passo a tal fine, è stata la suddivisione del sistema prefabbricato in due insiemi:

- sottostruttura (insieme dei pilastri e delle travi di bordo);
- sovrastruttura (insieme dei tegoli).

Il rapporto fra la massa della sovrastruttura e la massa della sottostruttura, insieme alla rigidezza di quest'ultima e alle caratteristiche elastiche dei collegamenti, si è dimostrato in seguito essere un aspetto fondamentale per la comprensione del comportamento dinamico del sistema.

Il secondo passo, è stato considerare gli effetti di deformabilità della copertura. In presenza di copertura indeformabile, la ripartizione delle azioni conseguenti ad un evento sismico fra gli elementi resistenti di una struttura avviene secondo rigidezza. Detto V il taglio alla base, esso si suddividerà fra i diversi elementi in base alla formula:

$$V_i = V \cdot \frac{k_i}{\sum_{i=1}^R k_i} \quad (2.16)$$

ove R è il numero degli elementi resistenti, k_i è la rigidezza e V_i è il taglio alla base dell' i -esimo elemento. Qualora gli elementi resistenti abbiano rigidezza fra loro confrontabile, come è generalmente auspicabile, si avrà un comportamento uniforme degli stessi.

Diversamente, in presenza di copertura deformabile, ogni elemento resistente

lavora in relazione alla massa gravante su di esso; si avrà quindi un comportamento disuniforme di elementi di pari rigidezza ma con diverse percentuali di massa associate. Si consideri a titolo d'esempio la pianta riportata di seguito, simile al caso studio illustrato al capitolo 3.

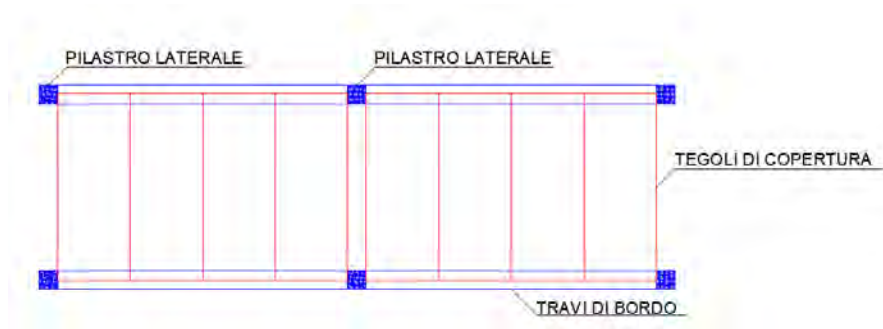


Figura 2.2: *Pianta di un caso studio tipo.*

Nel caso di copertura indeformabile, lo spostamento dei pilastri laterali e centrali (i quali si suppongono uguali per geometria, materiale e vincoli) sarà lo stesso. Nel caso di copertura deformabile, invece, lo spostamento dei pilastri centrali sarà circa il doppio di quello dei pilastri laterali; rispetto a questi ultimi, infatti, su di essi grava una massa circa doppia.

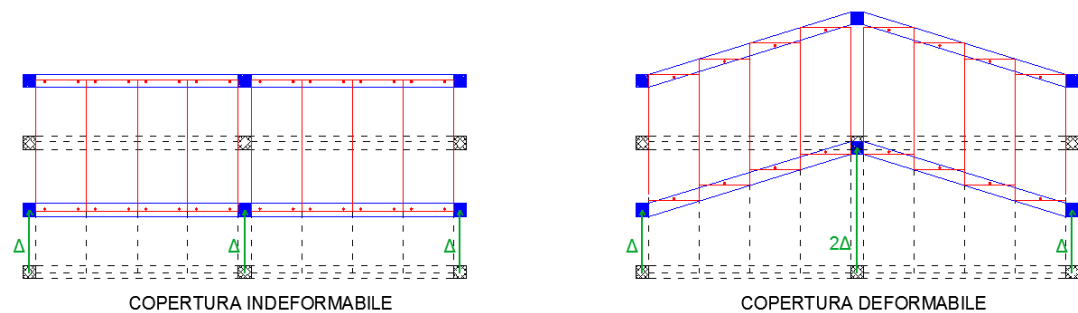


Figura 2.3: *Influenza della deformabilità della copertura sulla risposta sismica di una struttura. A sinistra, il caso di copertura indeformabile (spostamenti uniformi dei pilastri); a destra, il caso di copertura deformabile (spostamenti disuniformi dei pilastri)*

La deformabilità della copertura nelle strutture prefabbricate dipende essenzialmente dal tipo di collegamento interposto fra tegoli di copertura e sottostruttura, oltre che da eventuali collegamenti tegolo-tegolo. Nell'ambito della seguente trattazione, si farà l'ipotesi di collegamento isostatico dei tegoli di copertura, costituito da un'unica connessione baricentrica, ricadendo quindi nel caso di copertura deformabile. Data l'assenza di un diaframma rigido di piano, ogni stilata di pilastri lavorerà in maniera approssimativamente indipendente dalle altre, in funzione della percentuale di massa portata. Il sistema originario è suddivisibile quindi in una serie di sottosistemi, ognuno rappresentativo di una stilata di pilastri con la propria area d'influenza, come rappresentato nella figura 2.4. In base a tali considerazioni, è quindi possibile basare lo studio del generico sistema prefabbricato suddividendolo in n sottosistemi, dove r è il numero dei pilastri. Ogni sottosistema è schematizzabile a sua volta come un sistema costituito da due masse disposte in serie, come rappresentato nella figura 2.5.



Figura 2.4: *In caso di copertura deformabile, il sistema originario può essere studiato suddividendolo in una serie di sottosistemi, considerabili in prima approssimazione separatamente. In presenza di simmetria di geometria e carichi, il numero di sottosistemi utilizzato per descrivere il comportamento globale può essere ridotto.*



Figura 2.5: *Schema semplificato del comportamento del sistema reale: due masse con due molle in serie. Si ipotizza il comportamento elastico lineare della molla inferiore per sismi di debole intensità.*

Il sistema in serie avrà le seguenti caratteristiche:

- massa m_2 pari alla massa dell'area d'influenza relativa al pilastro considerato;
- massa m_1 pari alla massa efficace del pilastro e della porzione di trave afferente;
- rigidezza k_1 pari alla rigidezza flessionale del pilastro, calcolabile in via semplificativa attraverso uno schema a mensola isostatica;
- rigidezza k_2 pari alla somma delle rigidezze elastiche delle connessioni dei tegoli ricadenti nell'area d'influenza del pilastro.

Nell'ambito della schematizzazione sopra presentata, si ipotizza che la sottostruttura resti elastica e che gli unici elementi che plasticizzino siano le connessioni; tale ipotesi risulta valida per sismi di piccola intensità, è invece da rimuovere qualora si considerino sismi di elevata intensità.

Il sistema rappresentato in figura 2.5 possiede 2 modi naturali di vibrare, rappresentati in figura 2.6. Il primo modo vede le due masse muoversi in maniera concorde, mentre il secondo in maniera discorde.



Figura 2.6: *Modi principali di vibrare per un sistema a due gradi di libertà dinamici in serie.*

I vettori ϕ_1 e ϕ_2 che definiscono la forma dei due modi, e i periodi naturali di vibrazione T_1 e T_2 , si possono ricavare manualmente, data la semplicità del sistema, una volta che siano note le sue caratteristiche elastiche e inerziali. La soluzione dell'autoproblema si ottiene risolvendo l'equazione caratteristica:

$$(\omega^2)^2 - \left(\frac{m_1 k_2 + m_2 (k_1 + k_2)}{m_1 + m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} = 0 \quad (2.17)$$

ove m_1 è la massa inferiore (sottostruttura), m_2 è la massa superiore (elementi di copertura), k_1 è la rigidezza elastica della molla inferiore (rigidezza del pilastro), k_2 è la rigidezza elastica della molla superiore (rigidezza delle connessioni).

La forma dei modi di vibrare per il sistema di figura 2.5 insieme alla percentuale di massa partecipante coinvolta, una volta fissati i valori delle due masse m_1 e m_2 , varia in funzione del rapporto fra le due rigidezze k_1 e k_2 . In particolare possiamo individuare 2 casi limite:

1. $(k_2/k_1) \rightarrow 0$. In questo caso:

$$\begin{cases} M_1^* \rightarrow m_2 ; T_1 \rightarrow \infty, \\ M_2^* \rightarrow m_1 ; T_2 \rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} \end{cases} \quad (2.18)$$

2. $(k_2/k_1) \rightarrow \infty$. In questo caso:

$$\begin{cases} M_1^* \rightarrow (m_2 + m_1) ; T_1 \rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k_1}}, \\ M_2^* \rightarrow 0 ; T_2 \rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

ove M_1^* e M_2^* sono le masse modali partecipanti per il 1° e 2° modo di vibrare, mentre T_1 e T_2 sono i rispettivi periodi.

Nel caso oggetto di studio, si nota come la rigidezza elastica delle connessioni k_2 risulti \gg della rigidezza dei pilastri, k_1 . Si consideri a tal proposito che, in fase elastica, gli elementi di copertura risultano praticamente solidali con la sottostruttura. Il 1° modo di vibrare risulta quindi predominante sul 2°, coinvolgendo praticamente l'intera massa ($m_1 + m_2$). Ai fini dello studio del comportamento del sistema originario, si può ragionevolmente trascurare l'influenza del 2° modo di vibrare.

2.2.2 Sistema SDOF equivalente

Come illustrato al paragrafo 2.1.1, l'analisi modale permette di definire la risposta sismica di un sistema MDOF attraverso lo studio di N sistemi SDOF equivalenti. In realtà, il numero di sistemi equivalenti da studiare può venire ridotto, considerando in linea approssimativa solo quelli che danno contributo maggiore alla risposta del sistema. Nel caso in esame, si è verificato al paragrafo 2.2.1 come il contributo del 1° dei due modi di vibrare, che caratterizzano il sistema rappresentato in figura 2.5, risulti preponderante. Si può quindi ragionevolmente trascurare il 2° modo di vibrare e studiare il sistema a 2 gradi di libertà attraverso un sistema equivalente SDOF caratterizzato da massa pari a M_1^* e rigidezza pari a:

$$K_1^* = \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 \cdot M_1^* \quad (2.20)$$

Per lo studio del comportamento non-lineare del sistema a 2 gradi di libertà, utilizzato per schematizzare la struttura originaria, si farà riferimento ai “principi” di Equivalenza in Spostamento (ED) ed Equivalenza in Energia (EE), sulla base di quanto riportato al paragrafo 2.1.3, applicati al sistema SDOF associato al 1° modo di vibrare.

Il periodo fondamentale di strutture prefabbricate monopiano, calcolato sulla base di un esempio di costruzione tipo in Italia, Grecia, Slovenia e Turchia, varia fra 0.8 e 1.4 secondi (Olgiati et al. [2011]). Si tratta quindi di strutture molto flessibili, le quali ricadono nella zona di spettro dove è valido il principio ED.

2.2.3 Ipotesi di base

L'ipotesi di base fatta sul comportamento del sistema semplificato in serie utilizzato per lo studio, la quale si è poi dimostrata valida in un certo intervallo di valori della forza di snervamento delle connessioni, è la seguente:

“Dato che la massa della sovrastruttura (m_2) è \gg della massa della sottostruttura (m_1), è il suo spostamento che caratterizza la risposta dinamica del sistema, ovvero la configurazione spostata finale.”

I tipici capannoni industriali monopiano presenti in Italia sono generalmente a pianta rettangolare, con una o più campate nella direzione trasversale e varie campate nella direzione longitudinale. La larghezza delle campate trasversali varia fra i 10 e i 25 metri, mentre quella delle campate longitudinali varia fra i 6 e gli 8 metri. L'altezza del fabbricato varia anch'essa fra i 6 e gli 8 metri. Per luci importanti, la maggior parte della massa costituente il sistema è concentrata in corrispondenza della copertura (Bournas et al. [2014]) e la disuguaglianza $m_2 \gg m_1$ risulta verificata. Vediamone le conseguenze. Si ipotizzi di normalizzare gli autovettori associati al sistema MDOF in base alla matrice delle masse, ovvero d'imporre:

$$\Phi^T \mathbf{m} \Phi = \mathbf{I} \quad (2.21)$$

ove \mathbf{I} è la matrice identità e Φ è una matrice che ha per colonne gli N autovettori ϕ_n . Si ricorda che la soluzione dell'autoproblema 2.5, consente di determinare solo la forma dei modi principali di vibrare, a meno di un fattore moltiplicativo. La normalizzazione dei vettori ϕ_n non influisce quindi sulla soluzione del problema ed è del tutto lecita, poiché se ϕ_i rappresenta un modo di vibrare ed è soluzione della 2.5, qualsiasi vettore ad esso proporzionale rappresenta lo stesso modo di vibrare, solo che scalato, ed è soluzione anch'esso della 2.5.

In base alle considerazioni teoriche riportate al paragrafo 2.1.1, si dimostra essere valida l'equazione:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N m_i u_i} \quad (2.22)$$

ove m_i sono le N posizioni di massa in cui si è discretizzato il sistema iniziale, u_i sono i loro spostamenti raccogliabili nel vettore \mathbf{u} , D è lo spostamento del sistema SDOF equivalente, ricavabile dallo spettro di risposta del sito noto che sia il periodo principale di vibrazione T . L'equazione 2.22 è suscettibile

di un'interpretazione molto suggestiva. Fissata la configurazione spostata \mathbf{u} , si possono calcolare il momento statico S_x e il momento d'inerzia J_x rispetto all'asse ortogonale alla direzione degli spostamenti u_i passante per la posizione del Centro di Massa nella configurazione indeformata della struttura, attraverso le seguenti formule:

$$S_x = \sum_{i=1}^N m_i u_i \quad (2.23)$$

$$J_x = \sum_{i=1}^N m_i u_i^2 \quad (2.24)$$

Il teorema di Varignon, esteso alle masse, stabilisce che il momento statico di un sistema di masse rispetto a una retta non cambia se si concentra la massa totale nel baricentro. Si può quindi scrivere:

$$S_x = \sum_{i=1}^N m_i u_G \quad (2.25)$$

Il momento d'inerzia rispetto ad un asse è definibile anche come il momento statico dei momenti statici $(m_i u_i)$, pensati come nuove masse messe al posto delle masse (m_i) .

$$J_x = \sum_{i=1}^N (m_i u_i^2) u_i \quad (2.26)$$

Sostituendo la 2.25 nella 2.26, si ottiene:

$$J_x = \sum_{i=1}^N (m_i u_G) u_i = u_G \sum_{i=1}^N m_i u_i = u_G S_x \quad (2.27)$$

Si può quindi scrivere (Belluzzi [1975]):

$$u_g = \frac{J_x}{S_x} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N m_i u_i} \quad (2.28)$$

Confrontando la 2.22 con la 2.28 si nota come D sia interpretabile come lo spostamento del Centro di Massa del sistema, rispetto la sua posizione nella configurazione indeformata. Questa interpretazione giustifica ulteriormente le seguenti considerazioni.

Osservando la 2.22, si nota che se è valida la disuguaglianza $m_2 \gg m_1$, riscrivibile in forma più generale come:

$$m_i \gg m_j \quad j = 1, \dots, N ; j \neq i \quad (2.29)$$

allora:

$$D \simeq u_i \quad (2.30)$$

ovvero è possibile confondere la massa m_i con il baricentro del sistema e caratterizzare in base al suo spostamento $u_i \simeq u_g = D$ il comportamento globale della struttura. Risulta quindi verificata l'ipotesi mossa all'inizio del presente paragrafo.

Occorre ora tener conto del comportamento non-lineare del sistema. In base a quanto detto al paragrafo 2.2.2, si applica al sistema SDOF equivalente il "principio" di Equivalenza in Spostamento. A seguito delle plasticizzazioni, il sistema maturerà uno spostamento massimo pari a quello del sistema elastico corrispondente, indicato di seguito con D_{el} . Vale dunque l'equazione:

$$D \neq f(V_y) \Rightarrow D = D_{el} = cost. \quad (2.31)$$

ove V_y sta a indicare la forza di snervamento del sistema. Sostituendo l'equazione 2.30 nella 2.31, si ottiene:

$$u_i \neq f(V_y) \Rightarrow u_i \simeq u_{i,el} = cost. \quad (2.32)$$

Specificando l'equazione 2.32 per il caso in esame, ovvero per il sistema in serie costituito dalle due masse m_1 e m_2 , si ricava:

$$u_2 \neq f(V_y) \Rightarrow u_2 \simeq u_{2,el} = cost. \quad (2.33)$$

L'equazione 2.33 stabilisce che lo spostamento della massa m_2 , rappresentativa della copertura, risulta in prima approssimazione indipendente dalla plasticizzazione del sistema (concentrata in corrispondenza della molla k_2 rappresentativa delle connessioni di copertura), rimanendo costante e pari al valore che assumerebbe in elasticità.

D'altra parte lo snervamento dei fusibili, inducendo un decremento del taglio trasmesso alla base, comporta la diminuzione degli spostamenti della molla inferiore, ovvero della massa m_1 rappresentativa della sottostruttura, la quale si è ipotizzato mantenga comportamento elastico. Si ha di conseguenza, data la presenza degli elementi sacrificali, un incremento dello spostamento relativo fra m_1 e m_2 . Nell'ambito dei fenomeni sopra descritti, si assisterà inoltre ad uno sfasamento degli spostamenti dei due gradi di libertà dinamici. In conseguenza a tale effetto, il massimo spostamento relativo fra m_1 e m_2 non sarà pari alla differenza fra i valori di picco assunti dalle variabili u_2 e u_1 , ma sarà maggiore.

2.3 Algoritmo risolutivo

In base alle considerazioni sopra riportate, con riferimento allo schema in serie semplificato adottato, si vuole definire un algoritmo che permetta di correlare la forza di snervamento della molla superiore di data rigidità elastica k_2 con lo spostamento relativo fra i due gradi di libertà dinamici m_2 e m_1 .

I dati *input* sono elencati nella seguente tabella:

VARIABILE	DIMENSIONALE	DEFINIZIONE
m_2	[kg]	massa superiore
m_1	[kg]	massa inferiore
k_2	[N/m]	rigidezza elastica della molla superiore
k_1	[N/m]	rigidezza elastica della molla inferiore
$V_{2,el}$	[N]	taglio nella molla superiore, in elasticità
$V_{1,el}$	[N]	taglio nella molla inferiore, in elasticità
$u_{2,el}$	[m]	spostamento totale della massa superiore, in elasticità
$u_{1,el}$	[m]	spostamento totale della massa inferiore, in elasticità
$\Delta_{1-2,max}$	[m]	spostamento relativo massimo ammissibile fra le due masse

Tabella 2.1: *Dati input del problema.*

I dati *output* sono elencati nella seguente tabella:

VARIABILE	DIMENSIONALE	DEFINIZIONE
q_c	[-]	fattore di riduzione della forza nella molla superiore
q	[-]	fattore di struttura
V_y	[N]	forza di snervamento da assegnare alla molla superiore
$V_{1,pl}$	[N]	taglio nella molla inferiore a plasticizzazione avvenuta
$u_{2,pl}$	[m]	spostamento totale della massa superiore, a plasticizzazione avvenuta
$u_{1,pl}$	[m]	spostamento totale della massa inferiore, a plasticizzazione avvenuta

Tabella 2.2: *Dati output del problema.*

Le ipotesi alla base della trattazione sono riassunte di seguito:

1. il sistema originario è schematizzabile come un sistema in serie (più correttamente come un insieme di sistemi in serie);
2. dei due modi di vibrare del sistema in serie, il 1° risulta predominante. Si può quindi fare riferimento ad esso per lo studio del suo comportamento;
3. il periodo di vibrazione T , relativo al 1° modo di vibrare, risulta superiore a T_c , ricadendo nella zona di spettro dove vale il “principio” ED;
4. la molla inferiore, di rigidezza k_1 , si mantiene elastica;
5. la massa superiore m_2 risulta \gg della massa inferiore m_1 ;
6. consegue dalle ipotesi precedenti l’indipendenza dello spostamento assoluto della massa superiore m_2 dalla plasticizzazione della molla superiore, ovvero $u_{2,el} \simeq u_{2,pl}$ indipendentemente da V_y .

2.3.1 Definizione del legame $q_c - q$

Il primo passo è la determinazione del legame che intercorre fra le variabili q e q_c , ovvero fra il fattore di struttura e fra il fattore di riduzione della forza elastica della molla superiore. Quest’ultimo è uno scalare, utilizzato per definire la forza di snervamento della molla superiore in base all’equazione:

$$V_y = \frac{V_{2,el}}{q_c} \quad (2.34)$$

ove per il significato dei simboli si rimanda alle tabelle 2.1 2.2. Nell’ipotesi di progressiva riduzione della forza trasmessa dalla molla superiore di rigidezza k_2 , si osserverebbe una corrispondente diminuzione del contributo al taglio alla base associato alla presenza della massa superiore m_2 ; al limite, per $V_y \rightarrow 0$, il taglio alla base si potrebbe calcolare considerando un sistema SDOF costituito dalla sola massa m_1 e dalla molla di rigidezza k_1 .

La riduzione della forza trasmissibile dalla molla superiore comporta di fatto una variazione dei modi di vibrare del sistema. Nel caso di sistema elastico, il modo rilevante per la determinazione del taglio alla base risulta essere il 1° (spostamento concorde delle due masse m_1 e m_2), caratterizzato da un periodo che approssimativamente si può scrivere come:

$$T \simeq \sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k_{eq}}} \quad (2.35)$$

ove la quantità k_{eq} rappresenta la rigidezza della molla equivalente alle due molle in serie, calcolabile come:

$$k_{eq} = \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2} \quad (2.36)$$

Nel caso oggetto di studio, si è già sottolineato al paragrafo 2.2.1 come la rigidezza elastica delle connessioni (rappresentata da k_2 nel sistema semplificato in serie) risulti \gg della rigidezza dei pilastri (rappresentata da k_1 nel sistema semplificato in serie). Si può quindi scrivere, operando un'ulteriore approssimazione:

$$k_1 \ll k_2 \Rightarrow k_{eq} \simeq k_1 \quad (2.37)$$

La risposta dinamica del sistema è caratterizzata da 2 casi limite, descritti brevemente in seguito e illustrati in figura 2.7.

Si consideri la situazione ideale che preveda l'elasticità dell'intero sistema, ovvero al forza di snervamento delle connessioni sia $\geq V_{2,el} \Rightarrow q_c \leq 1$. In tale caso limite il 1° modo di vibrare che caratterizza il sistema, il quale prevede lo spostamento concorde delle due masse m_1 e m_2 , coinvolge una percentuale di massa molto elevata; viceversa risulta trascurabile il contributo al taglio alla base offerto dal 2° modo di vibrare, il quale prevede il movimento discorde delle due masse. Le due masse si muovono in fase, con periodo pari a quello riportato nell'equazione 2.35.

Si consideri ora il caso limite opposto, ovvero il caso in cui la forza di snervamento delle connessioni tenda a zero, quindi $q_c \rightarrow \infty$. Il periodo associato al 1° modo di vibrare tende a ∞ ed è caratterizzato da spostamento nullo della massa inferiore m_1 e spostamento pari a D_{max} della massa superiore m_2 , ove D_{max} è il valore di spostamento che si ottiene a partire dallo spettro di risposta per periodi di vibrazione $i T_D$. La percentuale di massa coinvolta risulta pari alla massa superiore m_2 ma il contributo al taglio alla base è nullo, poiché il modo risulta infinitamente flessibile (si è praticamente in presenza di una labilità). L'unico contributo al taglio alla base è legato alla massa inferiore m_1 e al 2° modo di vibrare, il quale è caratterizzato da spostamento nullo della massa m_2 , mentre la massa m_1 oscilla indipendentemente con periodo:

$$T_1 = \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} \quad (2.38)$$

In tale caso limite le due masse si muovono con periodi differenti, dato che per $V_y \rightarrow 0$ il moto dell'una rispetto l'altra risulta indipendente (come già detto, si ha una sorta di labilità).

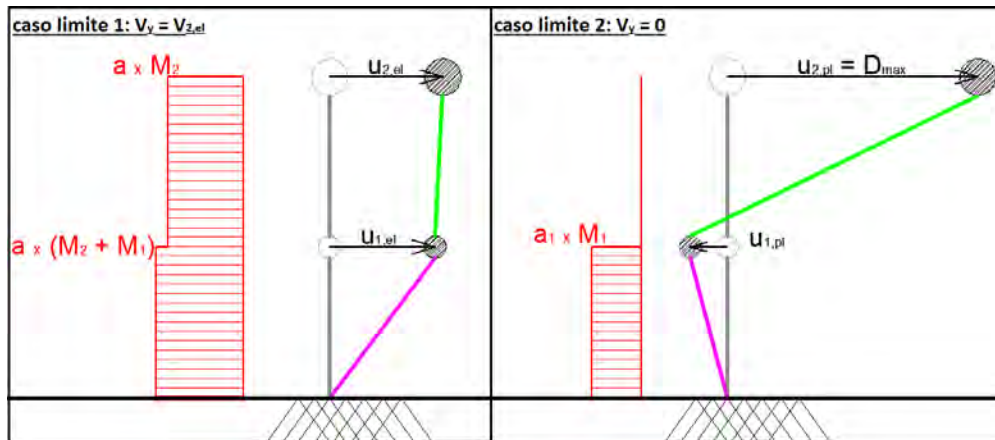


Figura 2.7: Casi limite della risposta dinamica del sistema. Nel caso limite 1, $q_c = 1$, le connessioni si mantengono elastiche e il taglio alla base è circa pari a $V_1 \simeq a \cdot m_2$, ove a è l'accelerazione da spettro in corrispondenza al periodo elastico T . Nel caso limite 2, $q_c = \infty$, la forza di snervamento delle connessioni è nulla e il taglio alla base è circa pari a $V_1 = a_1 \cdot m_1$, ove a_1 è l'accelerazione da spettro in corrispondenza al periodo T_1 .

Quelli sopra illustrati sono, come sottolineato, due casi limite; fissata una forza di snervamento finita V_y per la molla superiore, il sistema reale si comporterà in maniera intermedia fra i due casi, tendendo più a uno o all'altro a seconda del valore di V_y . Si riportano, a titolo d' esempio, i grafici degli spostamenti delle masse m_1 e m_2 di un sistema in serie (per un sistema in serie, per le cui caratteristiche si rimanda a quelle riportate al paragrafo 3.4 del capitolo 3) ottenuti per 3 diversi valori di V_y . I grafici sono stati ottenuti attraverso delle analisi dinamiche non-lineari, per le quali gli accelerogrammi in *input* sono stati generati attraverso il *freeware* SimQke.

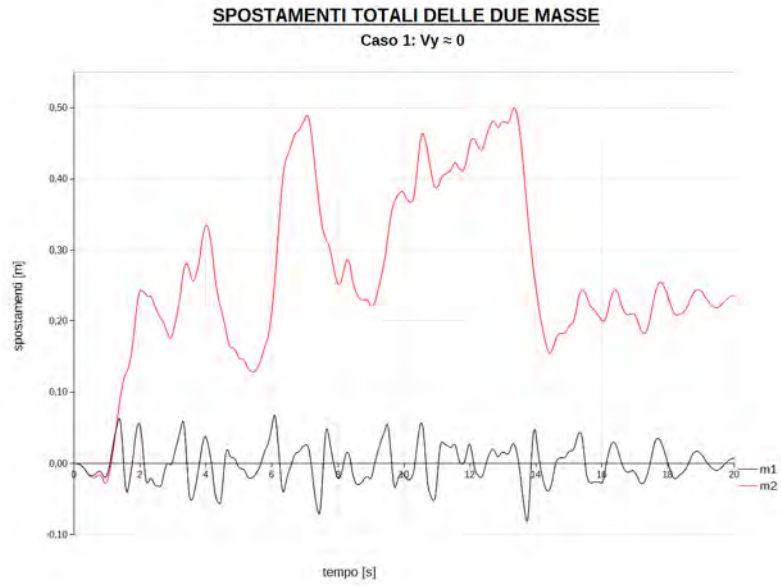


Figura 2.8: *Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \approx 0$.*

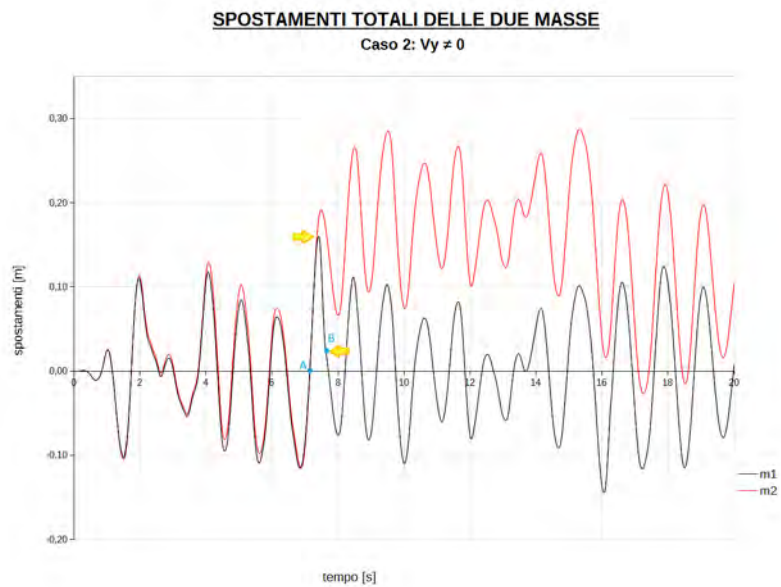


Figura 2.9: *Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \neq 0$.*

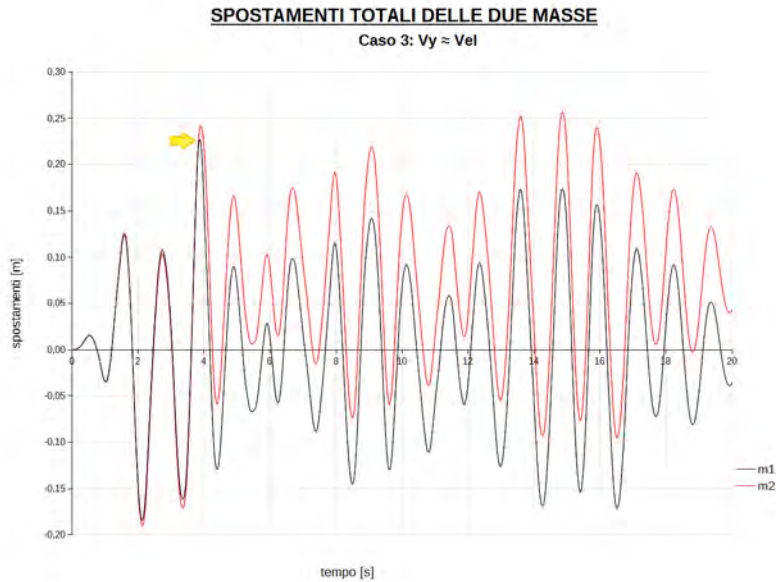


Figura 2.10: *Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \approx V_{2,el}$.*

Si può notare come nel caso in cui V_y sia molto vicino a 0 (caso rappresentato in figura 2.8), gli spostamenti delle due masse, una volta avvenuto lo snervamento della molla superiore, siano indipendenti. La massa superiore m_2 , in rosso nel grafico, oscilla con un periodo \gg rispetto alla massa m_1 . Viceversa, nel caso in cui il valore di V_y sia prossimo al valore che assumerebbe in elasticità (caso rappresentato in figura 2.10), gli spostamenti delle due masse sono praticamente sincroni. Un leggero sfasamento, indicato dalla freccia gialla, si ha a circa 4.5 secondi; in corrispondenza di tale sfasamento si matura la deformazione plastica Δ_{1-2} della molla superiore, che poi si mantiene costante mentre le due masse continuano ad oscillare.

Infine, nel caso in cui V_y assuma un valore non eccessivamente basso ma nemmeno eccessivamente prossimo al valore che si avrebbe in elasticità (caso rappresentato in figura 2.9), si assiste a una situazione intermedia fra le due precedenti. Le due frecce gialle riportate nel grafico indicano l'evidente sfasamento che avviene fra i moti delle due masse a circa 7.5 secondi e il seguente recupero di tale sfasamento che avviene allo scarico della molla superiore. La deformazione plastica della molla superiore, Δ_{1-2} , si mantiene poi costante mentre le due masse si muovono sincrone. Tale comportamento intermedio si potrebbe giustificare pensando che in corrispondenza dello snervamento della molla superiore si abbia una sorta di “disaccoppiamento” del comportamento delle due masse; la massa inferiore m_1 raggiunge lo spostamento $u_{1,pl}$ (il

quale è $< u_{1,el}$ a causa della riduzione del taglio alla base) e inizia a tornare indietro, mentre la massa superiore m_2 non è ancora giunta a maturare lo spostamento $u_{2,pl}$ (il quale è $\simeq u_{2,el}$ per quanto detto al paragrafo 2.1). Quando però la massa m_2 ha raggiunto lo spostamento $u_{2,pl}$ e inverte il suo moto, la molla superiore scarica lungo un ramo con rigidezza pari a quella elastica iniziale k_2 e si ha di nuovo l'influenza reciproca fra gli spostamenti delle due masse; la massa inferiore, m_1 , rallenta risincronizzandosi con la massa m_2 (si noti la piccola gobba indicata dalla seconda freccia gialla in figura 2.9). Tale comportamento si osserva meglio dall'ingrandimento riportato in figura 2.11.

Al fine di tener conto del cambiamento di comportamento del sistema in funzione della forza di snervamento V_y della molla superiore, si propone la seguente procedura.

La forza di snervamento della molla superiore viene definita come:

$$V_y = \frac{V_{2,el}}{q_c} \quad (2.39)$$

ove $V_{2,el}$ è il taglio che la molla maturerebbe se restasse elastica e q_c è un fattore di riduzione di tale forza.

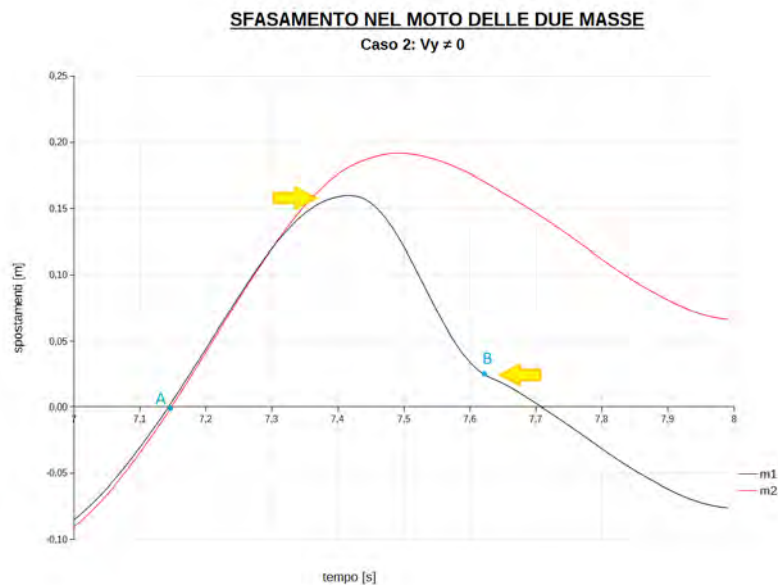


Figura 2.11: Spostamenti delle masse m_1 e m_2 per il caso in cui sia $V_y \simeq V_{el}$. Ingrandimento del grafico 2.9 per $7.0 < t < 8.0$ secondi.

Il periodo principale del sistema viene quindi calcolato come:

$$T_{pl} = \sqrt{\frac{m_1 + m_2/q_c}{k_1}} \quad (2.40)$$

Si può notare come:

- per $V_y \rightarrow 0$ ovvero $q_c \rightarrow \infty$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T_1$, ove T_1 è dato dall'equazione 2.38 ;
- per $V_y \rightarrow \infty$ ovvero $q_c \rightarrow 0$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T$, ove T è dato dall'equazione 2.35 ;

A questo punto, entrando nello spettro di risposta elastico all'ascissa T_{pl} , si ricava l'accelerazione associata, che verrà denominata di seguito a_{pl} . Il taglio totale alla base viene quindi calcolato come:

$$V_{1,pl} = a_{pl} \cdot \left(m_1 + \frac{m_2}{q_c}\right) \quad (2.41)$$

Dette:

- a l'accelerazione che si ottiene entrando nello spettro elastico all'ascissa T , la quale moltiplicata per $(m_1 + m_2)$ fornisce il taglio alla base $V_{1,el}$, nell'ipotesi di elasticità dell'intero sistema;
- a_1 l'accelerazione che si ottiene entrando nello spettro elastico all'ascissa T_1 , la quale moltiplicata per m_1 fornisce il taglio alla base V_1 , nell'ipotesi $V_y = 0$;

si può notare come:

- per $V_y \rightarrow 0$ ovvero $q_c \rightarrow \infty$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T_1$, ove T_1 è dato dall'equazione 2.38, e $V_{1,pl} \rightarrow V_1 = a_1 \cdot m_1$;
- per $V_y \rightarrow \infty$ ovvero $q_c \rightarrow 0$ si abbia che $T_{pl} \rightarrow T$, ove T è dato dall'equazione 2.35, e $V_{1,pl} \rightarrow V_{1,el} = a \cdot (m_1 + m_2)$;

Si stabilisce infine il legame fra q , fattore di struttura, e q_c , fattore di riduzione della forza nelle connessioni.

Il fattore di struttura è definito come il rapporto fra il taglio alla base maturato dal sistema in condizioni elastiche e il taglio alla base maturato dal sistema in presenza di plasticizzazioni, ovvero:

$$q = \frac{V_{1,el}}{V_{1,pl}} \quad (2.42)$$

Nell'ipotesi di comportamento elastico del sistema in esame, il taglio alla base che si avrebbe sarebbe pari a:

$$V_{1,el} = a \cdot (m_1 + m_2) \quad (2.43)$$

ove a è l'accelerazione letta nello spettro di risposta elastico all'ascissa T . In base alle formule 2.41 e 2.43, si può riscrivere il fattore di struttura come:

$$q = \frac{a}{a_{pl}} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 + \frac{m_2}{q_c}} = \beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \frac{\alpha}{q_c}} \quad (2.44)$$

avendo posto:

$$\alpha = \frac{m_2}{m_1} \quad , \quad \beta = \frac{a}{a_{pl}} \quad (2.45)$$

2.3.2 Definizione dello spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$

Per la definizione dello spostamento relativo fra le masse m_2 e m_1 conseguente alla plasticizzazione della molla superiore si fa riferimento all'ipotesi 6. riportata al paragrafo 2.3 e discussa più dettagliatamente in 2.2.3, ovvero si suppone in prima approssimazione che lo spostamento della massa superiore m_2 sia indipendente dallo snervamento dei fusibili. In formule:

$$u_2 \neq f(V_y) \Rightarrow u_{2,pl} \simeq u_{2,el} = cost. \quad (2.46)$$

Il calo del taglio alla base comporta invece un decremento dello spostamento della massa m_1 . Per il calcolo dello spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$, si potrebbe essere tentati di scrivere:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - u_{1,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{q} \quad (2.47)$$

Tale formula porterebbe ad una sottostima di tale variabile, poiché non tiene conto dello sfasamento fra i moti delle due masse m_1 ed m_2 , conseguente alla plasticizzazione della molla superiore.

Immaginando come prima di diminuire progressivamente la forza di snervamento della connessione superiore, al limite per $V_y \rightarrow 0$, ovvero avendo interposto fra le due masse un pattino, si avrebbe la situazione rappresentata in figura 2.12. La massa superiore m_2 si sposterebbe di D_{max} oscillando con periodo $T = \infty$, mentre la massa inferiore m_1 oscillerebbe in maniera indipendente con periodo T_1 , calcolabile secondo l'equazione 2.38. Il massimo spostamento relativo fra le due masse sarebbe:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} + u_{1,pl} = u_{2,el} + \frac{u_{1,el}}{q} \quad (2.48)$$

L'espressione 2.48 rappresenta il limite superiore per $\Delta_{1-2,pl}$ nel caso sia $V_y \rightarrow 0$, e tiene conto dell'eventuale moto in controfase della massa inferiore m_1 .

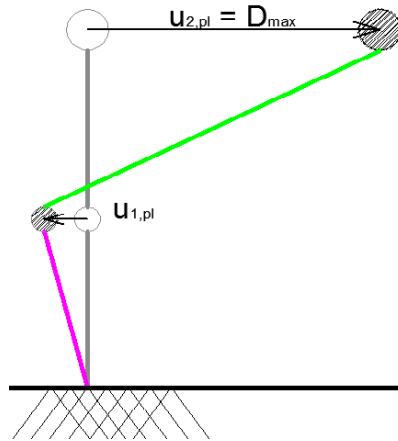


Figura 2.12: *Comportamento del sistema a 2 gradi di libertà per la situazione limite $V_y \rightarrow 0$.*

Per valori di spostamento relativo accettabili e quindi per valori di V_y realistici e non esageratamente piccoli, si può ritenere che, nonostante le plasticizzazioni, il periodo del 1° di vibrare, il quale caratterizza l'oscillazione della massa m_2 , resti circa uguale al valore che si avrebbe in elasticità (equazione 2.35). Tale supposizione trova conferma nei grafici 2.9 e 2.10, riportati al paragrafo 2.3.1.

D'altro canto, l'oscillazione della massa inferiore m_1 , a seguito dell'avvenuta plasticizzazione dei fusibili, avviene con periodo $T' < T$, risincronizzandosi con la massa m_2 allo scarico elastico della molla superiore, come mostrato al paragrafo 2.3.1. Osservando l'ingrandimento in figura 2.11 del grafico 2.9, si vede come:

- fra i punti A-B l'oscillazione iniziale con periodo $T' < T$;
- in corrispondenza al punto B una leggera "cuspidè" indica il rallentamento della massa m_1 , che risincronizza il proprio moto con la massa m_2 .

Per tenere conto dello sfasamento del moto delle due masse nella fase iniziale dell'oscillazione, ovvero allo snervamento della connessione, si è proceduto

come segue.

Si è ipotizzato che il moto delle due masse sia descrivibile come una funzione sinusoidale del tipo:

$$y = A \cdot \sin(\omega t) \quad (2.49)$$

ove t è il tempo, A è l'ampiezza d'oscillazione e ω è la pulsazione, direttamente correlabile al periodo di oscillazione tramite la seguente equazione:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.50)$$

Nel caso in esame, l'ampiezza d'oscillazione della massa inferiore m_1 , detta A_1 , a seguito della riduzione del taglio alla base per plasticizzazione della molla superiore risulta pari a:

$$A_1 = u_{1,pl} = \frac{u_{1,el}}{q} \quad (2.51)$$

L'ampiezza d'oscillazione della massa superiore m_2 , detta A_2 , resta invece immutata rispetto al caso elastico, quindi pari a:

$$A_2 = u_{2,pl} = u_{2,el} \quad (2.52)$$

Il periodo T' che descrive il moto della massa m_1 nella fase iniziale dell'oscillazione viene posto pari a:

$$T' = T_{pl} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T_{pl}} \quad (2.53)$$

Si noti che qualora $q_c \rightarrow 0$ si avrebbe $T' = T_{pl} \rightarrow T_1$, ove T_1 è dato dalla 2.38. Il periodo che descrive il moto della massa m_2 si ipotizza pari a quello elastico del sistema, come precedentemente detto.

Si definisce dunque $\Delta_{1-2,pl}$ come:

$$\begin{aligned} \Delta_{1-2,pl} &= u_{2,el} - u_{1,pl} + u_{1,pl} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \\ &= u_{2,el} - u_{1,pl} \cdot \left\{ 1 - \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.54)$$

La definizione di $\Delta_{1-2,pl}$ fornita dalla 2.54 è uguale a quella fornita dall 2.47, eccezion fatta per il contributo aggiuntivo Δ' costituito da:

$$\Delta' = u_{1,pl} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \quad (2.55)$$

Tale contributo è giustificabile considerando che:

- nel tempo $T/4$ la massa m_2 raggiunge la sua massima ampiezza d'oscillazione data da $u_{2,el}$;
- nel tempo $T/4$ la massa m_1 , che si muove con periodo T_{pl} a causa della plasticizzazione delle connessioni e che in base alle ipotesi fatte raggiunge la sua massima ampiezza d'oscillazione $u_{1,pl}$ a $T_{pl}/4$, si è spostata di:

$$u_1 = u_{1,pl} \cdot \sin\left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T}{4}\right)\right] = u_{1,pl} + u_{1,pl} \cdot \sin\left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4}\right)\right] \quad (2.56)$$

da cui l'equazione 2.55.

2.3.3 Algoritmo finale

In base all'ipotesi 4. riportata al paragrafo 2.3, ovvero comportamento elastico della molla inferiore del sistema in serie, lo spostamento della massa m_1 a seguito della plasticizzazione della connessione superiore è calcolabile come:

$$u_{1,pl} = \frac{u_{1,el}}{q} \quad (2.57)$$

Sostituendo nella 2.57 l'espressione di q in funzione di q_c , ricavata al paragrafo 2.3.1, si ottiene:

$$u_{1,pl} = \frac{\frac{u_{1,el}}{a} \cdot \frac{1}{m_1 + m_2}}{\frac{1}{a_{pl}} \cdot \frac{1}{m_1 + m_2/q_c}} = \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/q_c}} \quad (2.58)$$

La formula 2.58 viene sostituita nella definizione di $\Delta_{1-2,pl}$ ricavata al paragrafo 2.3.2, ottenendo:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \sin\left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4}\right)\right] \right\} \quad (2.59)$$

La formula 2.59 lega insieme le quantità $\Delta_{1-2,pl}$ e q_c ; essa consente quindi di determinare, dato il valore massimo ammissibile della variabile $\Delta_{1-2,pl}$, il massimo valore di q_c accettabile. Si può poi calcolare il beneficio derivante dallo snervamento delle connessioni in termini di fattore di struttura attraverso la 2.44.

La 2.59 può essere risolta per tentativi, oppure attraverso l'utilizzo di metodi numerici; risulta complesso infatti esplicitare l'equazione nella sola variabile

q_c .

Alcune considerazioni sulle variabili che compaiono nell'espressione precedente:

- il periodo T_{pl} , anche se non direttamente esplicitato nella 2.59, risulta funzione di q_c ed è calcolabile attraverso la 2.40, ricavata al paragrafo 2.3.1;
- per la definizione dei parametri α e β si rimanda al paragrafo 2.3.1, equazione 2.45. Si sottolinea che β è indirettamente funzione di q_c , essendo calcolabile solo una volta che sia noto T_{pl} e che si disponga dello spettro di risposta del sito in esame. Per il calcolo di α basta invece la conoscenza delle caratteristiche inerziali del sistema;
- le variabili $u_{2,el}$ e $u_{1,el}$ sono calcolabili a partire dalle caratteristiche elastiche e inerziali del sistema di partenza attraverso un'analisi spettrale, la quale, data la semplicità dello schema adottato, può essere effettuata manualmente con l'ausilio di un foglio di calcolo.

Capitolo 3

Caso studio numero 1

Nel presente capitolo si riporta un caso studio utilizzato per verificare la bontà dell'algoritmo proposto al capitolo 2.

3.1 Presentazione del caso studio

Il caso studio per la verifica dell'algoritmo proposto al capitolo 2, consiste nell'analisi della risposta sismica nella direzione Y del capannone prefabbricato monopiano di cui si riporta la pianta in figura 3.1. Il capannone si compone di due telai pendolari sui quali vengono appoggiati 8 tegoli di copertura, ovvero 4 per campata. Esso presenta 6 pilastri, organizzati in 2 stilate nella direzione X e in 3 stilate nella direzione Y. L'interasse fra i pilastri risulta pari a 10.00 m nella direzione X e 25.00 m nella direzione Y. Le caratteristiche degli elementi strutturali sono le seguenti:

- pilastri 60x60;
- travi IPE 50x110x10;
- tegoli II 240x95.

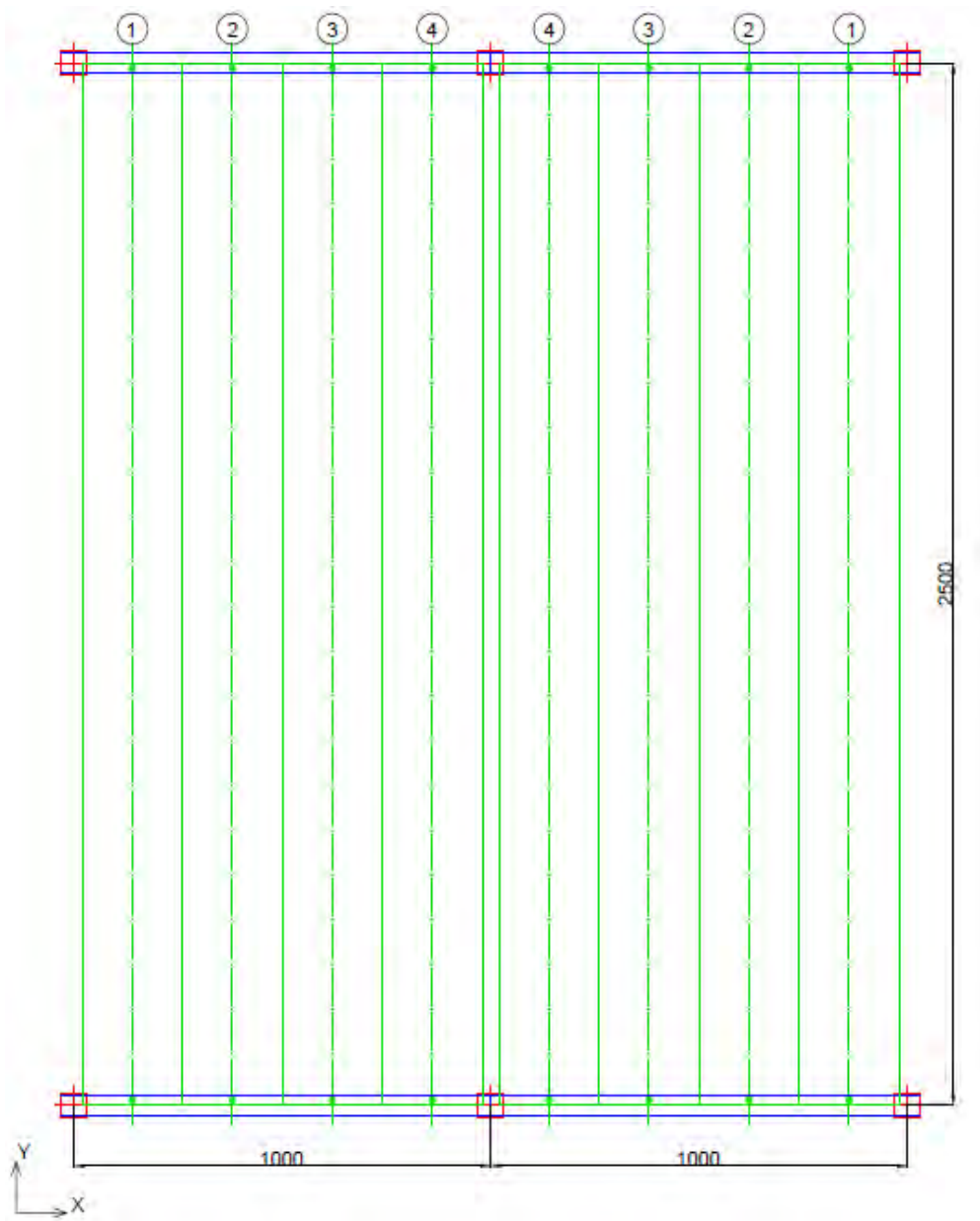


Figura 3.1: *Pianta del capannone utilizzato come caso studio.*

Si sono assunte le seguenti condizioni di vincolo:

- incastri perfetti alla base dei pilastri;
- cerniere nei due piani d'inflessione delle travi di bordo, collegamento a incastro nel piano di torsione;
- collegamento isostatico dei tegoli di copertura alla sottostruttura, attraverso il posizionamento di un'unica connessione baricentrica. Si suppone che il comportamento della connessione sia puramente tagliante, con rigidità assiale infinita, rigidità flettente nei due piani e torsionale nulle.

Riguardo gli elementi di connessione, si sottolinea come la trattazione del problema proposta voglia essere generale e indipendente dal sistema di connessione adottato. Occorre in ogni caso assumere un riferimento al fine di assegnare agli elementi di collegamento delle caratteristiche in fase elastica che siano compatibili con la realizzazione fisica della connessione. Per definire la loro rigidità elastica quindi, si ipotizza un collegamento tegolo-trave realizzato con dei dispositivi ad archetto.

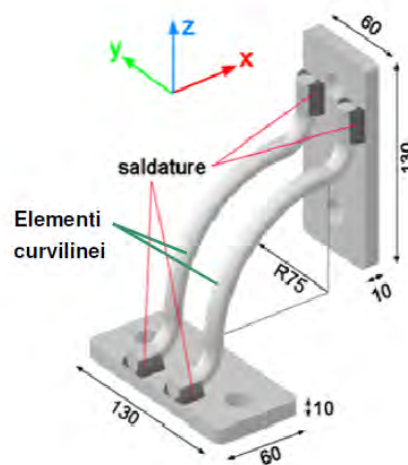


Figura 3.2: *Esempio di connessione ad archetto; la connessione si compone di due elementi curvilinei in acciaio, saldati a due piastrine per l'ancoraggio.*

Tale tipologia di connessione, rappresentata in figura 3.2, è costituita da due elementi curvilinei in acciaio di sezione circolare, saldati a due piastre metalliche che andranno fissate una al tegolo e l'altra alla trave. Il diametro dei tondini metallici è variabile fra 12 a 24 mm a seconda del modello considerato ed è il parametro da scegliere per definire la forza di snervamento del dispositivo. Il sistema è stato pensato in modo che, quando soggetto ad un certo livello di sollecitazione, si giunga alla plasticizzazione degli elementi curvilinei metallici, sfruttando le proprietà isteretiche tipiche dell'acciaio. Il dispositivo può essere utilizzato non solo per tegoli Π ma anche per tegoli alari o shed.

La messa in opera avviene fissando una piastra metallica alla faccia superiore della trave e l'altra alla superficie laterale della nervatura del tegolo. Per quanto riguarda le modalità di fissaggio bisogna tenere in considerazione la possibile sostituzione della connessione, in quanto in caso di sisma le plasticizzazioni e il danneggiamento si concentreranno nel dispositivo duttile, il quale in seguito sarà da sostituire. Il fissaggio avviene in genere tramite l'utilizzo d'inserti metallici oppure con resina adesiva in pasta. I dispositivi si possono disporre, a scelta, su una sola o su entrambe le nervature del tegolo, a seconda che si voglia realizzare un collegamento di tipo isostatico e iperstatico con la sottostruttura.

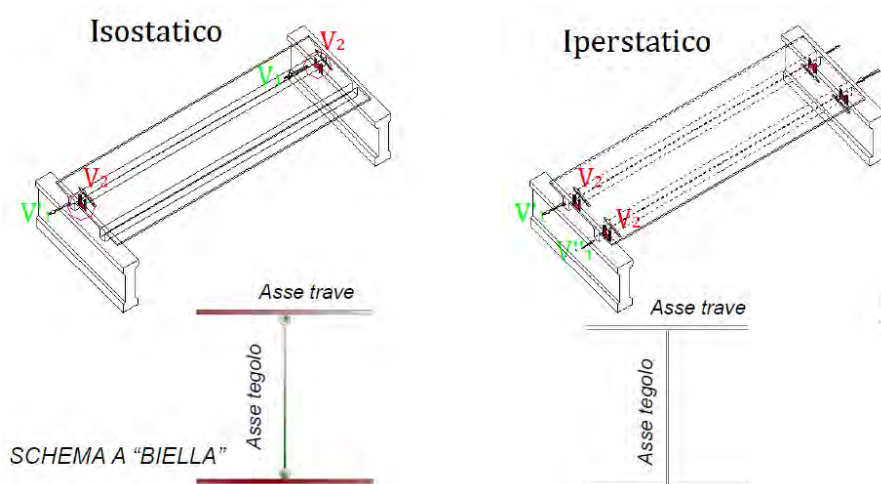


Figura 3.3: Esempio di collegamento isostatico e iperstatico per un tegolo Π e corrispondente modellazione.

Nel caso in esame si ipotizza di realizzare un collegamento di tipo isostatico, ovvero di vincolare un'unica nervatura del tegolo con due dispositivi. L'ec-

centricità che così si realizza tra collegamento e baricentro dell'elemento di copertura è stata poi trascurata in fase di modellazione, data la generalità della trattazione. Eventualmente, è possibile tenere conto di tale eccentricità accidentale in maniera semplificata trasportando la forza di snervamento della connessione sul baricentro del tegolo e aggiungendo un momento di trasporto, quindi calcolando l'inflessione dell'elemento attraverso l'adozione di uno schema statico tipo trave in doppio appoggio.

La rigidezza delle connessioni ad archetto è variabile in funzione di:

1. diametro dell'archetto;
2. tipo di sollecitazione (tagliante o compressione/trazione);

Al fine di effettuare le simulazioni, si è assunta una rigidezza delle connessioni uguale nelle diverse direzioni e pari a 1×10^7 N/m. Tale valore è dell'ordine di grandezza della rigidezza a taglio di connessioni realizzate con diametro 16 mm. Il valore di rigidezza così fissato è stato mantenuto costante nell'ambito delle simulazioni, nonostante la variazione della forza di snervamento comporti a rigore un cambio della rigidezza elastica del dispositivo in quanto varia il diametro degli archetti. A tal proposito, si sottolinea che la trattazione effettuata è generale e il riferimento ai dispositivi tipo archetto viene fatto unicamente per assegnare alle connessioni un valore credibile delle principali caratteristiche elastiche.

3.2 Caratteristiche dell'azione sismica

Il sito scelto per la definizione dell'azione sismica è il comune di Acri, in provincia di Cesena. Tale sito è stato scelto per la particolare intensità dell'azione sismica.

Si assume per l'edificio una vita nominale $V_N = 50$ anni e una classe d'uso II. La vita di riferimento risulta quindi essere pari a $V_R = 50$ anni. Lo stato limite considerato per la verifica dell'edificio è lo Stato Limite di Collasso. La scelta di considerare lo Stato Limite di Collasso al posto dello Stato Limite di salvaguardia della Vita è giustificata dalla natura essenzialmente teorica della trattazione fatta, che vuole testare gli effetti della presenza delle connessioni duttili in condizioni estreme. La categoria di suolo assunta è la categoria D, mentre si assume per il sito una categoria topografica T1. In base a tali dati in *input*, si ottiene lo spettro elastico in pseudo-accelerazione riportato a seguire e utilizzato in seguito per le analisi:

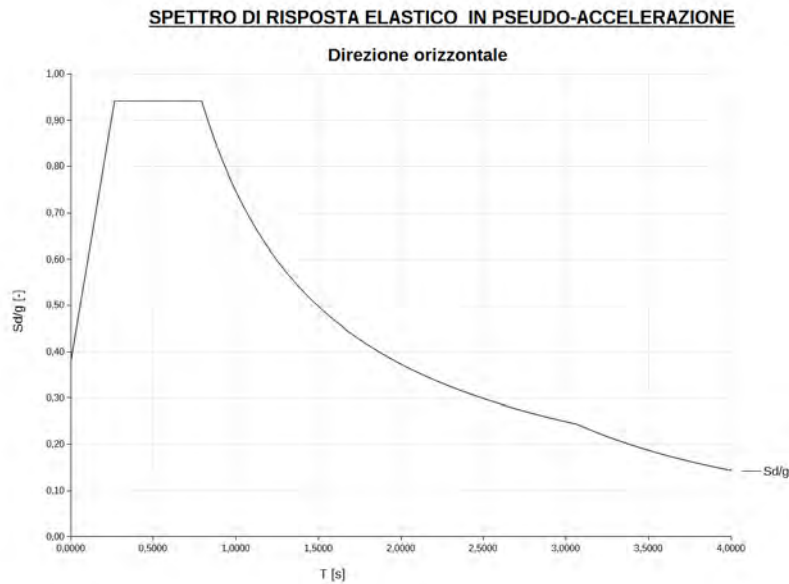


Figura 3.4: *Spettro di risposta in pseudo-accelerazione per il sito in esame.*

3.3 Analisi svolte

Le analisi svolte sono articolate nei seguenti passaggi:

1. definizione del sistema semplificativo a 2 gradi di libertà dinamici per il caso studio in esame;
2. verifica dell'ipotesi di base formulata al paragrafo 2.2.3, capitolo 2, attraverso analisi dinamiche non-lineari effettuate sul sistema semplificativo;
3. verifica dell'ipotesi di base attraverso analisi dinamiche non-lineari effettuate sul sistema originario;
4. confronto fra i risultati ottenuti al punto 2. e al punto 3. per verificare l'efficacia della schematizzazione utilizzata;
5. confronto fra i risultati ottenuti al punto 3. con quelli ricavati analiticamente attraverso l'algoritmo di calcolo proposto.

3.4 Definizione del sistema in serie semplificato

Il primo passo delle analisi è stata la definizione di un sistema costituito da 2 masse in serie semplificato del sistema originario, sulla base di quanto esposto al paragrafo 2.2.1 capitolo 2.

Essendo in presenza di copertura deformabile e considerando al contempo la simmetria per carichi e geometria, vanno definiti per il caso in esame 2 diversi sistemi in serie:

1. il primo rappresentativo di un pilastro centrale e dei tegoli ricadenti nella sua area d'influenza;
2. il secondo rappresentativo di un pilastro laterale e dei tegoli ricadenti nella sua area d'influenza;

Per la definizione di tali sistemi si è proceduto suddividendo, in prima approssimazione, la copertura del prefabbricato in 6 aree d'influenza seguendo la mezzera delle campate, come illustrato nella figura 3.5. La simmetria per geometria e carichi ha consentito di ridurre i 6 sottosistemi così individuati a 2.

Le caratteristiche dei 2 sistemi in serie semplificativi sono riportate nelle seguenti tabelle. Esse sono state calcolate sulla base della geometria e dei vincoli ipotizzati per il sistema originario e considerando una densità per il calcestruzzo armato pari a 2500 kg/m^3 .

sistema in serie 1 - pilastro centrale		
VARIABILE	DIMENSIONALE	VALORE
m_2	[kg]	$57750.00 \simeq 5m_1$
m_1	[kg]	10697.40
k_2	[N/m]	$8 \cdot 10^7$
k_1	[N/m]	1969940.50

Tabella 3.1: *Caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie 1, relativo al pilastro centrale.*

sistema in serie 2 - pilastro laterale		
VARIABILE	DIMENSIONALE	VALORE
m_2	[kg]	28875.00 $\simeq 4m_1$
m_1	[kg]	7272.50
k_2	[N/m]	$4 \cdot 10^7$
k_1	[N/m]	1969940.50

Tabella 3.2: *Caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie 2, relativo al pilastro laterale.*

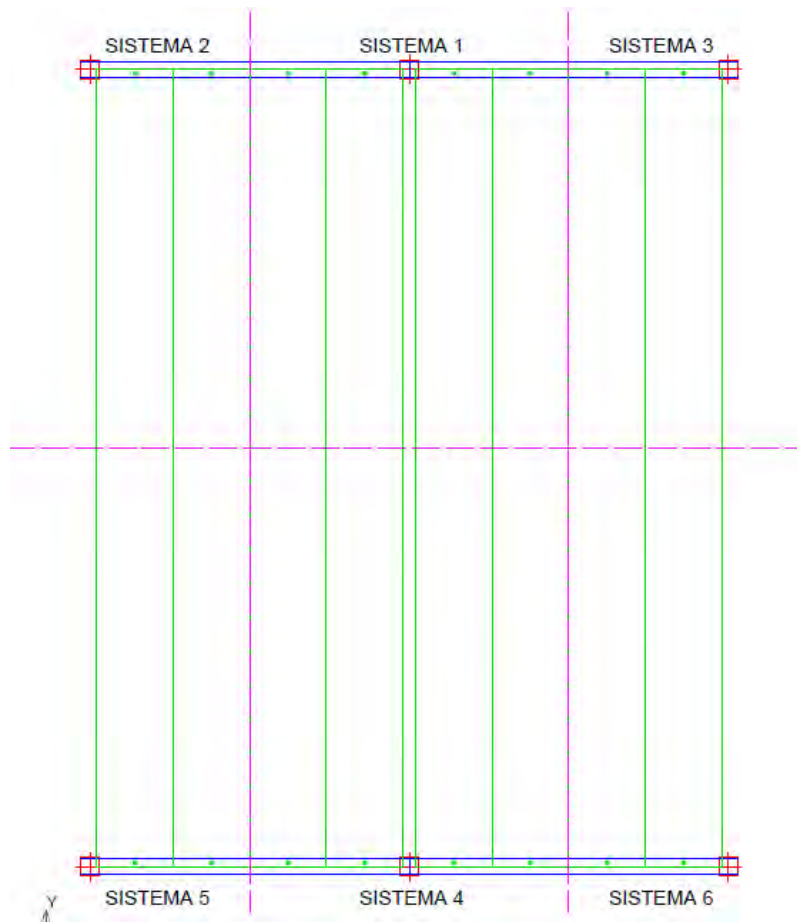


Figura 3.5: *Suddivisione per aree d'influenza del sistema originario al fine di effettuare uno studio separato, in linea semplificativa, dei sottosistemi così identificati.*

3.5 Verifica dell'ipotesi di base per il sistema in serie

Avendo definito i due sistemi in serie come illustrato al paragrafo precedente, si è voluto poi effettuare la verifica dell'ipotesi di base utilizzata per la definizione dell'algoritmo risolutivo. Tale ipotesi, illustrata al paragrafo 2.2.3, è l'indipendenza dello spostamento della massa superiore m_2 dalla forza di snervamento e plasticizzazione della molla superiore.

$$u_2 \neq f(V_y) \Rightarrow u_2 \simeq u_{2,el} = cost. \quad (3.1)$$

ove u_2 è lo spostamento di m_2 e V_y è la forza di snervamento della molla superiore.

L'ipotesi 3.1 risulta valida nel momento in cui siano valide le seguenti disuguaglianze:

$$m_2 \gg m_1, \quad (3.2)$$

$$T > T_c \quad (3.3)$$

ovvero dal momento in cui la massa superiore m_2 sia molto più grande della massa inferiore m_1 e, al contempo, il periodo di vibrazione elastico del sistema relativo al 1° modo di vibrare T risulti abbastanza elevato di modo da ricadere nella zona di spettro dove vale il "principio" ED (ovvero l'uguaglianza in spostamento).

3.5.1 Modellazione

I due sistemi in serie sono stati modellati attraverso il *software* ad elementi finiti Straus7. Per le due molle sono stati utilizzati degli elementi *connection*, uno a comportamento elastico e l'altro a comportamento plastico per la sollecitazione tagliante. Il comportamento delle due molle nella schematizzazione adottata risulta puramente tagliante, quindi ad entrambe è stata assegnata rigidezza elastica assiale infinita e rigidezza elastica flettente nei due piani e torsionale nulle. Alla *connection* con comportamento plastico è stata assegnata una legge forza-spostamento a taglio di tipo elasto-plastico perfetto (EPP).

3.5.2 Analisi effettuate

Per la verifica dell'ipotesi rappresentata dalla 3.1 si è variata la forza di snervamento della molla superiore abbattendo il valore che si avrebbe in

elasticità, $V_{2,el}$, di un fattore q_c via via crescente e mantenendone costante la rigidità elastica iniziale. La forza di snervamento V_y viene quindi definita di volta in volta come:

$$V_y = \frac{V_{2,el}}{q_c} \quad (3.4)$$

Le analisi sono state effettuate ipotizzando l'elasticità della molla inferiore. Per ogni valore di V_y definito, si sono effettuate 6 analisi dinamiche non-lineari e, attraverso la media dei risultati ottenuti, si sono calcolati gli spostamenti delle due masse ($u_{1,pl}$ e $u_{2,pl}$, in base alla simbologia adottata in 2.3, capitolo 3), e il loro spostamento relativo massimo $\Delta_{1-2,pl}$.

Gli accelerogrammi spettro compatibili utilizzati per le analisi sono stati generati attraverso il programma *freeware* SimQke.

3.5.3 Risultati delle analisi

Si riportano a seguire i risultati delle analisi numeriche per i due sistemi in serie analizzati.

Sistema in serie 1

Il sistema in serie 1 è rappresentativo del comportamento dei pilastri centrali. Nel grafico 3.6 sono rappresentati in linea continua, in funzione della forza di snervamento V_y , gli spostamenti delle masse m_1 e m_2 ($u_{1,pl}$ ed $u_{2,pl}$), insieme allo spostamento relativo fra le due ($\Delta_{1-2,pl}$). È invece riportato in punto linea il valore che tali variabili assumerebbero se il sistema restasse elastico lineare. I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 3.6, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento della molla superiore, e al fattore di struttura q . Il fattore di struttura viene calcolato di volta in volta come rapporto fra lo spostamento della massa m_1 in elasticità e spostamento ottenuto dalle analisi per un dato valore di V_y .

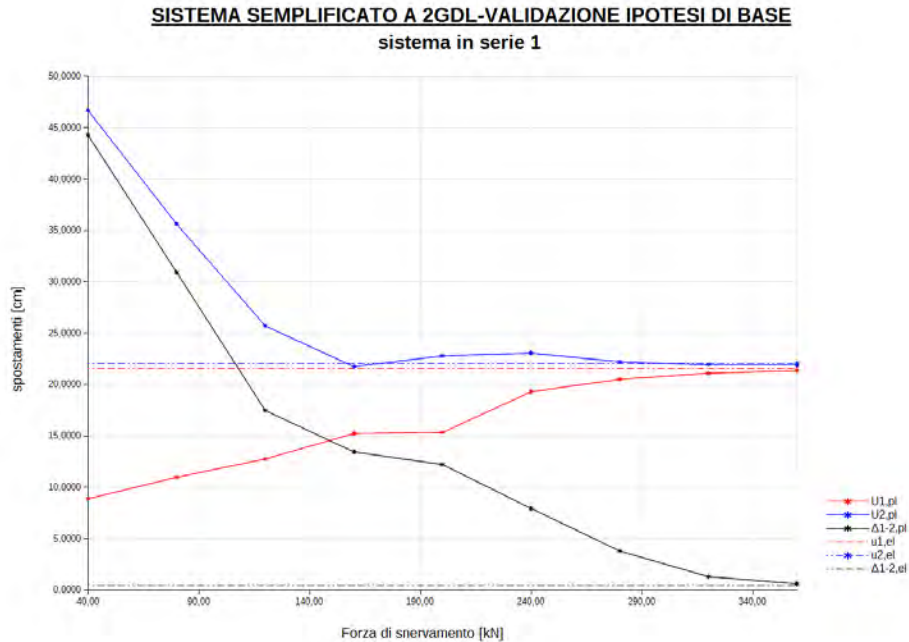


Figura 3.6: Risultati delle analisi per il sistema in serie 1. In linea continua: spostamenti totali e relativi delle due masse m_1 e m_2 ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

V_y [N]	$u_{1,pl}$ [m]	$u_{2,pl}$ [m]	$\Delta_{1-2,pl}$ [m]	q_c	q
40.00	8.89	46.70	44.30	9.00	2.40
80.00	10.99	35.63	30.94	4.50	1.94
120.00	12.77	25.72	17.49	3.00	1.67
160.00	15.24	21.75	13.46	2.25	1.41
200.00	15.35	22.81	12.23	1.80	1.40
240.00	19.32	23.08	7.95	1.50	1.11
280.00	20.53	22.23	3.81	1.29	1.04
320.00	21.11	21.95	1.32	1.13	1.01
360.00	21.37	21.88	0.63	1.00	1.00

Tabella 3.3: Sistema in serie 1: spostamenti delle masse m_1 e m_2 ($u_{1,pl}$ ed $u_{2,pl}$), spostamento relativo fra le due ($\Delta_{1-2,pl}$) e fattore di struttura q in funzione di V_y

Sistema in serie 2

Il sistema in serie 2 è rappresentativo del comportamento dei pilastri laterali. Nel grafico 3.7 sono riportati in linea continua, in funzione della forza di snervamento V_y , gli spostamenti delle masse m_1 e m_2 ($u_{1,pl}$ ed $u_{2,pl}$), insieme allo spostamento relativo fra le due ($\Delta_{1-2,pl}$). È invece riportato in punto linea il valore che tali variabili assumerebbero se il sistema restasse elastico lineare.

I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 3.4, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento della molla superiore, e al fattore di struttura q . Il fattore di struttura viene calcolato di volta in volta come rapporto fra lo spostamento della massa m_1 in elasticità e spostamento ottenuto dalle analisi per un dato valore di V_y .

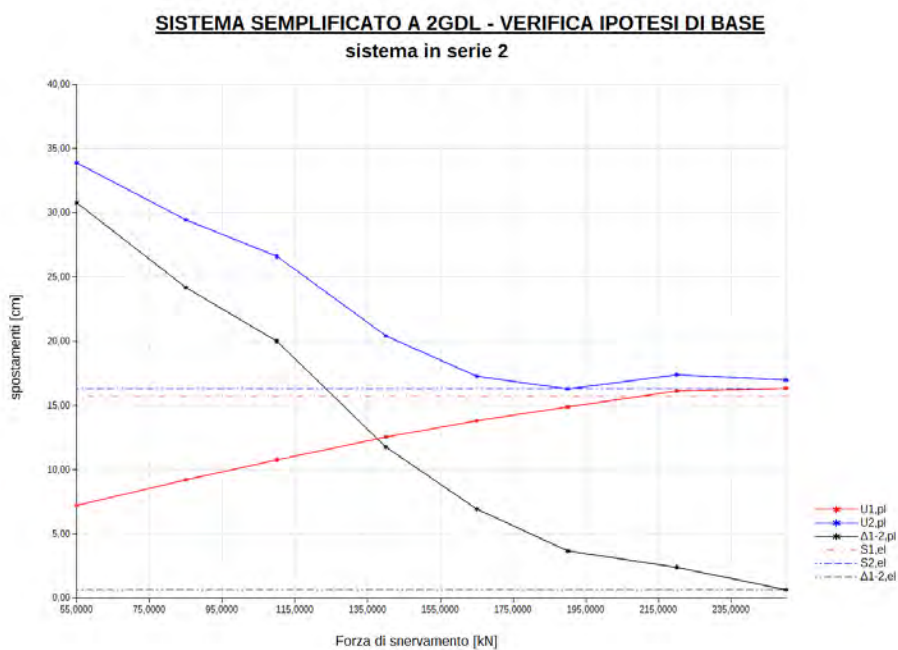


Figura 3.7: Risultati delle analisi per il sistema in serie 2. In linea continua: spostamenti totali e relativi delle due masse m_1 e m_2 ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

V_y [N]	$u_{1,pl}$ [m]	$u_{2,pl}$ [m]	$\Delta_{1-2,pl}$ [m]	q_c	q
55.00	7.23	33.89	30.78	4.55	2.26
85.00	9.22	29.46	24.19	2.94	1.77
110.00	10.77	26.63	20.01	2.27	1.52
140.00	12.55	20.43	11.77	1.79	1.30
165.00	13.82	17.28	6.94	1.52	1.18
190.00	14.89	16.29	3.68	1.32	1.10
220.00	16.13	17.39	2.40	1.14	1.01
250.00	16.35	17.00	0.66	1.00	1.00

Tabella 3.4: *Sistema in serie 2: spostamenti delle masse m_1 e m_2 ($u_{1,pl}$ ed $u_{2,pl}$), spostamento relativo fra le due ($\Delta_{1-2,pl}$) e fattore di struttura q in funzione di V_y*

3.5.4 Commenti sui risultati

Sistema 1

Osservando il grafico 3.6, si può notare come risulti verificata l'ipotesi rappresentata dall'equazione 3.1, in un certo *range* di operatività.

Dalla tabella 3.3, si può notare come nell'intervallo $V_y = [360; 160]$ kN lo spostamento della massa m_2 , $u_{2,pl}$, si mantenga costante e pari al valore che assumerebbe in elasticità lineare, risultando indipendente dal valore della forza di snervamento V_y . Si può notare inoltre come alla progressiva diminuzione del valore di V_y si assista a una corrispondente diminuzione dello spostamento della massa m_1 , $u_{1,pl}$, diretta conseguenza della diminuzione del taglio alla base. Ne consegue l'incremento dello spostamento relativo fra le due masse, $\Delta_{1-2,pl}$.

Dalla tabella 3.3, si nota anche come per $V_y < 160$ kN, lo spostamento della massa superiore m_2 non si mantenga più costante ma inizi a crescere progressivamente. Per tale valore di V_y risulta:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{1,pl} \quad (3.5)$$

ovvero lo spostamento relativo fra le due masse risulti pari allo spostamento della massa inferiore. Nell'ipotesi di elasticità della molla superiore, si può definire in maniera corretta $u_{2,pl}$ come:

$$u_{2,el} = \Delta_{1-2,el} + u_{1,el} \simeq D(T_{el}) \quad (3.6)$$

Nell'ipotesi invece di $V_y = 0$, si avrà:

$$u_{2,pl} \simeq \Delta_{1-2,pl} \simeq D_{max} \quad (3.7)$$

Le equazioni 3.6 e 3.7 rappresentano due casi estremi; per un valore di forza di snervamento V_y qualsiasi, il comportamento del sistema sarà intermedio, o meglio, per valori di V_y non eccessivamente alti sarà approssimabile con la 3.6, viceversa per valori di V_y molto bassi sarà meglio approssimabile con la 3.7. Si potrebbe quindi pensare, osservando i risultati ottenuti, che il valore di forza di snervamento per il quale $\Delta_{1-2,pl} = u_{1,pl}$ segni il limite d'applicabilità dell'espressione 3.6, sulla base della quale si è definito l'algoritmo presentato al capitolo 2. Diminuendo ulteriormente V_y , risulterà:

$$\Delta_{1-2,pl} > u_{1,pl} \quad (3.8)$$

e lo spostamento $u_{2,pl}$ sarà sempre più descrivibile attraverso la 3.7. In effetti, dal grafico 3.6 si osservano due effetti per $V_y \rightarrow 0$:

1. lo spostamento $u_{2,pl}$ della massa m_2 si incrementa sempre più, tendendo a D_{max} , pari a circa 50 cm per l'azione sismica considerata;
2. la differenza $(u_{2,pl} - \Delta_{1-2,pl})$ tende a zero.

Si fa notare come, nell'ipotesi di aver disposto due connessioni per nervatura di ogni tegolo e quindi di rappresentare 8 connessioni tramite la molla superiore, $V_y = 160$ kN corrisponda a una forza di snervamento delle connessioni pari a:

$$V_{y,singola} = \frac{V_y}{n_{con}} = \frac{160}{8} = 20.00 \text{ kN} \quad (3.9)$$

Un valore di forza di snervamento quindi già molto basso considerati i dispositivi meccanici utilizzati per realizzare tale tipo di collegamenti.

Sistema 2

Osservando il grafico 3.7, si può notare come risulti verificata l'ipotesi rappresentata dall'equazione 3.1, in un certo *range* di operatività.

Dalla tabella 3.3, si può notare come nell'intervallo $V_y = [360; 140]$ kN lo spostamento della massa m_2 , $u_{2,pl}$, si mantenga costante e pari al valore che assumerebbe in elasticità lineare, risultando indipendente dal valore della forza di snervamento V_y . Si può notare inoltre come alla progressiva diminuzione del valore di V_y si assista a una corrispondente diminuzione dello spostamento della massa m_1 , $u_{1,pl}$, diretta conseguenza della diminuzione del taglio alla base. Ne consegue l'incremento dello spostamento relativo fra le due masse, $\Delta_{1-2,pl}$.

Dalla tabella 3.3, si osserva come per $V_y < 140$ kN, lo spostamento della massa superiore m_2 non si mantenga più costante ma inizi a crescere progressivamente. Valgono a tal proposito le stesse considerazioni fatte precedentemente per il sistema 1. Dal grafico 3.7 si notano due effetti per $V_y \rightarrow 0$:

1. lo spostamento $u_{2,pl}$ della massa m_2 si incrementa sempre più, tendendo a D_{max} , pari circa a 50 cm per l'azione sismica considerata;
2. la differenza $(u_{2,pl} - \Delta_{1-2,pl})$ tende a zero.

similmente a quanto osservato prima nel grafico 3.6.

Si fa notare come, nell'ipotesi di aver disposto due connessioni per nervatura di ogni tegolo e quindi di rappresentare 4 connessioni tramite la molla superiore, $V_y = 140$ kN corrisponda a una forza di snervamento delle connessioni pari a:

$$V_{y,singola} = \frac{V_y}{n_{con}} = \frac{140}{4} = 35.00 kN \quad (3.10)$$

Un valore di forza di snervamento circa doppio rispetto a quello ottenuto per il sistema 1.

3.5.5 Conclusioni sul comportamento dinamico del sistema in serie

Sulla base dei risultati ottenuti, si può concludere che l'ipotesi di base riguardante il comportamento del sistema in serie, espressa dall'equazione 3.1, risulta verificata in un certo *range* operativo, ovvero per valori di forza di snervamento delle connessioni per i quali risulti:

$$\Delta_{1-2,pl} > u_{1,pl} \quad (3.11)$$

Tale *range* è evidentemente funzione delle caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema. Per valori di forza di snervamento tali per cui la 3.11 non risulti più verificata, si assiste ad un progressivo incremento dello spostamento della massa superiore m_2 . Al limite si ha che:

$$V_y \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta_{1-2,pl} \simeq u_{1,pl} \rightarrow D_{max} \quad (3.12)$$

Per l'applicabilità dell'algoritmo sviluppato al capitolo 2, occorre dunque limitarsi in un adeguato intervallo di forza di snervamento delle connessioni. Tale intervallo cambierà a seconda che si considerino i pilastri centrali o i pilastri laterali. Evidentemente a di fuori di tale intervallo occorre fare riferimento ad una formulazione del problema alternativa che tenga conto del progressivo avvicinarsi del comportamento del sistema al caso limite rappresentato dalla 3.19. Tale possibilità viene indagata in seguito al paragrafo 3.9.

3.6 Verifica dell'ipotesi di base per il sistema originario

Dopo lo studio dei due sistemi semplificati in serie, si è voluto effettuare la verifica dell'ipotesi di base utilizzata per la definizione dell'algoritmo risolutivo sul sistema originario. Tale ipotesi, formulata al paragrafo 2.2.3 per lo schema semplificato, si traduce ora nell'indipendenza dello spostamento dei tegoli di copertura dalla forza di snervamento e plasticizzazione delle connessioni. In formule:

$$u_i \neq f(V_{y,i}) \Rightarrow u_i \simeq u_{i,el} = cost. \quad i = 1, \dots, n_{el} \quad (3.13)$$

ove u_i è lo spostamento del tegolo i -esimo e $V_{y,i}$ è la forza di snervamento delle sue connessioni, n_{el} è il numero di elementi di copertura.

L'ipotesi 3.13 risulta valida nel momento in cui siano valide le disuguaglianze 3.3 riportate al paragrafo 3.5 del presente capitolo, ove m_2 corrisponde alla massa degli elementi di copertura, m_1 corrisponde alla massa della sottostruttura e T è il primo periodo di vibrazione della struttura.

3.6.1 Modellazione

La struttura è stata modellata attraverso il *software* ad elementi finiti Straus7. Per i pilastri, le travi di bordo e gli elementi di copertura, si sono utilizzati elementi *beam* a comportamento lineare, opportunamente discretizzati al fine d'effettuare le analisi dinamiche. Per le connessioni degli elementi di copertura sono stati usati degli elementi *connection* a comportamento plastico a taglio. Tali elementi sono stati posti in corrispondenza del baricentro dei singoli elementi di copertura, realizzando una connessione di tipo isostatico. Alle *connections* è stata assegnata una legge forza-spostamento a taglio di tipo elastico perfettamente-plastico, rigidità elastica tagliente pari a quella delle connessioni modellate (2×10^7 N/m nell'ipotesi di due connessioni per nervatura), rigidità elastica assiale infinita, rigidità elastica flettente nei due piani e torsionale nulle. Il modello realizzato è rappresentato nella figura seguente:

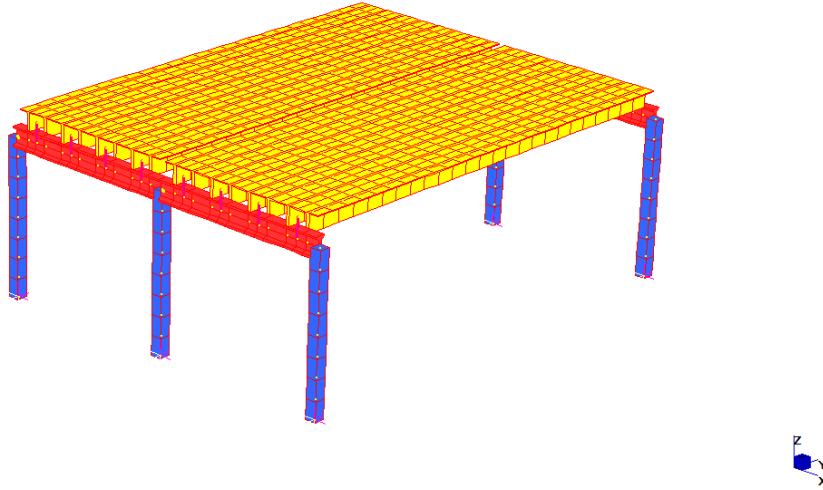


Figura 3.8: *Modello della struttura utilizzata come caso studio realizzato con gli elementi finiti.*

3.6.2 Analisi effettuate

Per la verifica dell'ipotesi rappresentata dalla 3.13 si è variata la forza di snervamento delle singole connessioni, abbattendo il valore che si avrebbe in elasticità ottenuto dall'analisi spettrale, $V_{i,el}$, di un fattore q_c via via crescente e mantenendone costante la rigidità elastica iniziale. La forza di snervamento $V_{y,i}$ è quindi definita pr ogni connessione di volta in volta come:

$$V_{y,i} = \frac{V_{i,el}}{q_c} \quad (3.14)$$

Le analisi sono state effettuate ipotizzando l'elasticità della sottostruttura. Per ogni valore di q_c adottato, si sono effettuate 6 analisi dinamiche non-lineari e, attraverso la media dei risultati ottenuti, si sono calcolate le variabili d'interesse. In linea semplificativa, sulla base della suddivisione in sottosistemi operata al paragrafo 3.4, si sono assunti come variabili rilevanti gli spostamenti totali e relativi dei tegoli 4 e 1 (si veda l'immagine 3.1) e dei corrispondenti pilastri centrale e laterale. La simbologia che verrà di seguito adottata per la presentazione dei risultati è riportata in tabella 3.5.

Gli accelerogrammi spettro compatibili utilizzati per le analisi sono stati generati attraverso il programma *freeware* SimQke.

simbolo	Dimensionale	Definizione
u_4	[m]	spostamento del tegolo 4
u_1	[m]	spostamento del tegolo 1
Δ_4	[m]	spostamento relativo connessioni tegolo 4
Δ_1	[m]	spostamento relativo connessioni tegolo 1
$u_{pil,centr}$	[m]	spostamento in sommità pilastro centrale
$u_{pil,lat}$	[m]	spostamento in sommità pilastro laterale

Tabella 3.5: *Simbologia adottata nell'ambito delle analisi effettuate sul modello completo della struttura assunta come caso studio.*

3.6.3 Risultati delle analisi

Si riportano a seguire i risultati delle analisi numeriche. Sulla base della suddivisione in sottosistemi della struttura legata alla deformabilità della copertura, si distinguerà fra:

1. sottosistema centrale, costituito dal pilastro centrale e dai tegoli 4 e 3. In linea semplificativa, i risultati delle analisi sono riportati con riferimento unicamente agli spostamenti del tegolo 4;
2. sottosistema laterale, costituito dal pilastro laterale e dai tegoli 2 e 1. In linea semplificativa, i risultati delle analisi sono riportati con riferimento unicamente agli spostamenti del tegolo 1;

Sottosistema centrale

Si riportano i risultati relativi al sottosistema centrale.

Nel grafico 3.9 sono riportati in linea continua, in funzione della forza di snervamento media $V_{y,M}$ delle connessioni, gli spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, insieme allo spostamento relativo Δ_4 . Si riporta invece in punto linea il valore che tali variabili assumerebbero se il sistema restasse elastico lineare. La forza di snervamento media delle connessioni viene definita come:

$$V_{y,M} = \left(\frac{\sum_{n=1}^{N_{tot}} V_{y,i}}{N_{tot}} \right) \cdot N_{infl} \quad (3.15)$$

ove N_{tot} è il numero complessivo delle connessioni, N_{infl} è il numero delle connessioni ricadenti nell'area d'influenza del pilastro centrale.

I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 3.9, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento delle connessioni, e al fattore di struttura q . Il fattore di struttura viene di volta in volta

calcolato come il rapporto fra lo spostamento in sommità del pilastro laterale in elasticità e quello ottenuto dalla media dei risultati delle analisi per un dato fattore q_c .

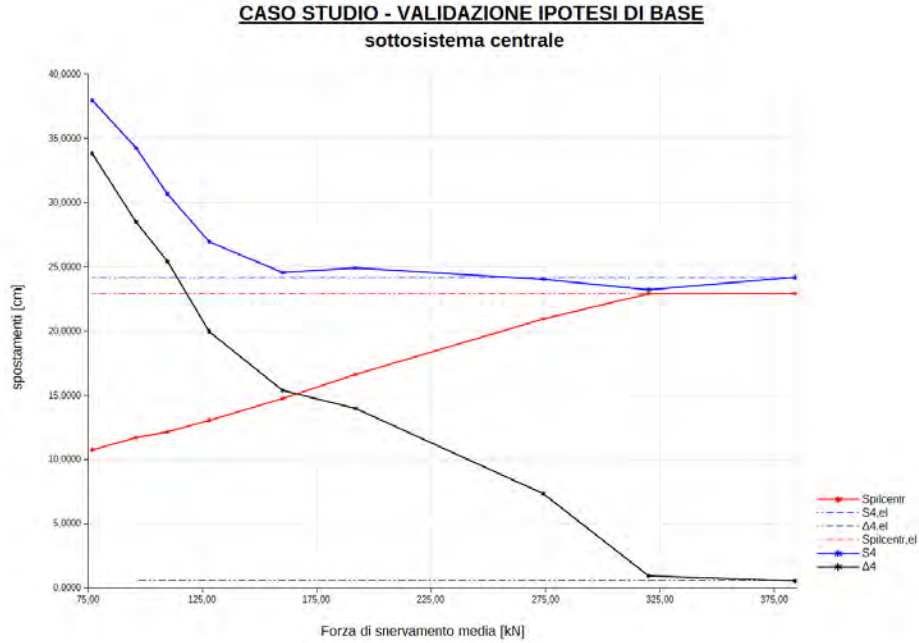


Figura 3.9: Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, insieme allo spostamento relativo Δ_4 , ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

$V_{y,M}$ [N]	u_4 [m]	$u_{pil,centr}$ [m]	Δ_4 [m]	q_c	q
384.00	24.20	22.94	0.56	1.00	1.00
320.00	23.23	22.93	0.96	1.20	1.00
274.00	24.04	20.96	7.35	1.40	1.09
192.00	24.93	16.64	13.98	2.00	1.38
160.00	24.57	14.76	15.40	2.40	1.55
128.00	26.96	13.06	19.96	3.00	1.76
109.72	30.68	12.17	25.44	3.50	1.89
96.00	34.27	11.72	28.50	4.00	1.96
76.80	37.99	10.75	33.84	5.00	2.13

Tabella 3.6: Sottosistema centrale: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, spostamento relativo Δ_4 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$.

Sottosistema laterale

Si riportano i risultati relativi al sottosistema laterale.

Nel grafico 3.10 sono riportati in linea continua, in funzione della forza di snervamento media $V_{y,M}$ delle connessioni e di q_c , gli spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, insieme allo spostamento relativo (Δ_1). Si riporta invece in punto linea il valore che tali variabili assumerebbero se il sistema restasse elastico lineare. La forza di snervamento media delle connessioni viene definita sulla base dell'equazione 3.15, ove N_{infl} sarà ora il numero delle connessioni ricadenti nell'area d'influenza del pilastro laterale.

I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 3.10, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento delle connessioni, e al fattore di struttura q . Il fattore di struttura viene di volta in volta calcolato come il rapporto fra lo spostamento in sommità del pilastro laterale in elasticità e quello ottenuto dalla media dei risultati delle analisi per un dato fattore q_c .

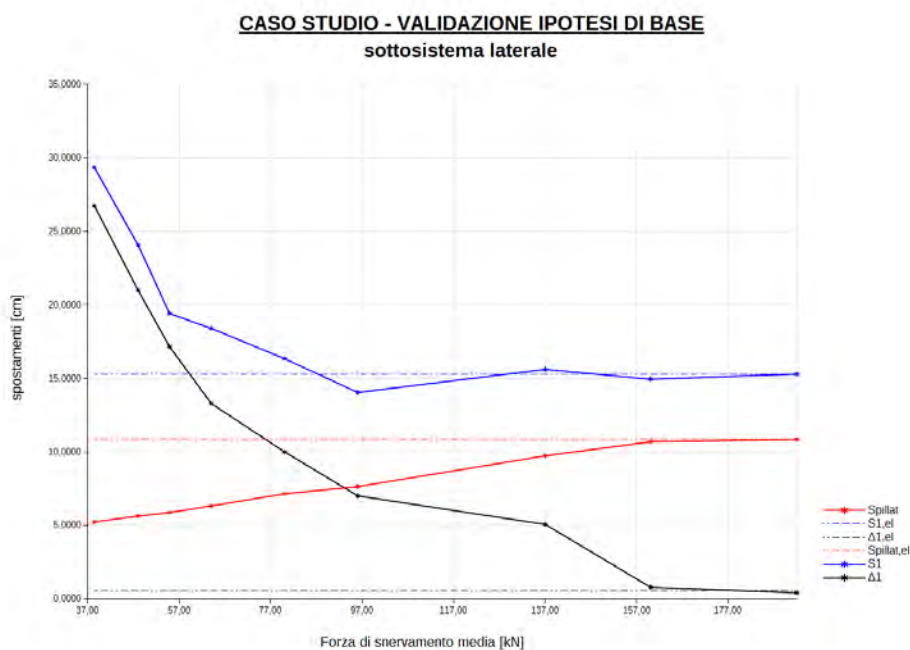


Figura 3.10: Risultati delle analisi per il sottosistema centrale. In linea continua: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, insieme allo spostamento relativo Δ_1 , ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

$V_{y,M}$ [N]	u_1 [m]	$u_{pil,lat}$ [m]	Δ_1 [m]	q_c	q
192.00	15.30	10.86	0.43	1.00	1.00
160.00	14.95	10.70	0.80	1.20	1.01
137.00	15.62	9.74	5.08	1.40	1.11
96.00	14.05	7.65	7.02	2.00	1.42
80.00	16.35	7.16	10.01	2.40	1.52
64.00	18.41	6.33	13.29	3.00	1.71
54.86	19.43	5.88	17.17	3.50	1.85
48.00	24.08	5.64	21.00	4.00	1.92
38.40	29.38	5.24	26.77	5.00	2.07

Tabella 3.7: *Sottosistema laterale: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, spostamento relativo Δ_1 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$*

3.6.4 Commenti sui risultati

Si può notare dai grafici 3.9 e 3.10 come il comportamento della struttura oggetto di studio rispetti l'ipotesi di base rappresentata dalle 3.13, in un certo *range* di operatività. In particolare, l'ipotesi risulta verificata:

- per valori di $V_{y,M}$ compresi nell'intervallo [384;160] kN per il sottosistema centrale;
- per valori di $V_{y,M}$ compresi nell'intervallo [192;80] kN per il sottosistema laterale.

Nell'immagine 3.11, si mettono a confronto le deformate in pianta della struttura nell'ipotesi di connessioni infinitamente elastiche e di connessioni duttili. Tale confronto evidenzia la validità dell'ipotesi 3.13 nella descrizione del comportamento della struttura. Nel caso di connessioni perfettamente elastiche, lo spostamento relativo fra travi di bordo ed elementi di copertura è praticamente nullo. Si nota come la spostata sia influenzata dalla deformabilità della copertura, evidenziando uno spostamento maggiore dei pilastri centrali rispetto a quelli laterali. Nel caso di connessioni duttili, possiamo notare l'incremento dello spostamento relativo fra travi di bordo ed elementi di copertura e il conseguente allungamento delle connessioni; si ha un decremento degli spostamenti in sommità ai pilastri, mentre lo spostamento degli elementi di copertura rimane costante. Si nota come tali spostamenti ricalchino la deformata che si ottiene nel caso di connessioni elastiche.

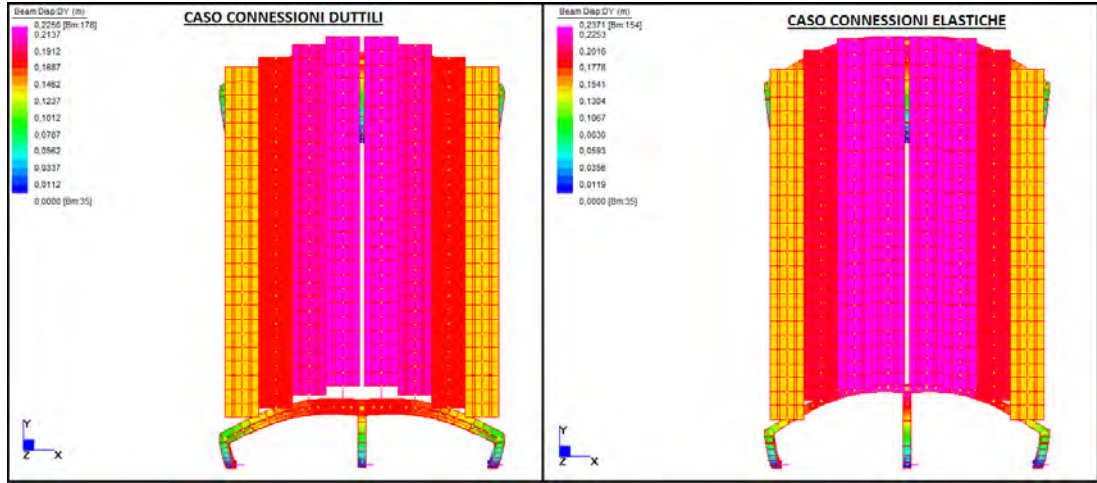


Figura 3.11: *Confronto fra le spostate nel caso di connessioni infinitamente elastiche e connessioni duttili. Gli spostamenti degli elementi di copertura nel caso di connessioni duttili ricalcano la spostata che si ottiene nel caso di connessioni elastiche lineari, mentre si osserva la riduzione degli spostamenti dei pilastri e il conseguente aumento dello spostamento relativo delle connessioni.*

Come già si era notato nell'analisi dei sistemi semplificati con due masse in serie, dal momento in cui iniziano ad essere valide le disuguglianze:

$$\Delta_4 \geq u_{pil,centr} \quad (\text{sottosistema centrale}) \quad (3.16)$$

$$\Delta_1 \geq u_{pil,lat} \quad (\text{sottosistema laterale}) \quad (3.17)$$

gli spostamenti degli elementi di copertura iniziano a crescere, non mantenendosi più costanti. Non risultando più valida l'ipotesi rappresentata dalle equazioni 3.13 e utilizzata per definire l'algoritmo proposto, si suppone fin da ora che esso possa perdere di validità al di fuori del *range* ove le 3.13 risultano verificate.

3.6.5 Conclusioni sul comportamento dinamico del sistema originario

Sulla base dei risultati ottenuti, si può concludere che l'ipotesi di base estesa al sistema originario, espressa dall'equazione 3.13, risulta verificata in un certo *range* operativo, ovvero per valori di forza di snervamento delle connessioni per i quali risulti:

$$\Delta_i > u_{pil,i} \quad (3.18)$$

ove $u_{pil,i}$ è lo spostamento in sommità del pilastro considerato e Δ_i è il valore dello spostamento relativo delle connessioni ricadenti nell'area d'influenza del pilastro considerato. Tale *range* è evidentemente funzione delle caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema. Per valori di forza di snervamento tali per cui la 3.11 non risulti più verificata, si assiste ad un progressivo incremento dello spostamento della massa superiore m_2 . Al limite si ha che:

$$V_y \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta_{1-2,pl} \simeq u_{1,pl} \rightarrow D_{max} \quad (3.19)$$

Per l'applicabilità dell'algoritmo sviluppato al capitolo 2, occorre dunque limitarsi in un adeguato intervallo di forza di snervamento delle connessioni. Tale intervallo cambierà a seconda che si considerino i pilastri centrali o i pilastri laterali. Evidentemente a di fuori di tale intervallo occorre fare riferimento ad una formulazione del problema alternativa che tenga conto del progressivo avvicinarsi del comportamento del sistema al caso limite rappresentato dalla 3.19. Tale possibilità viene indagata in seguito al paragrafo 3.9.

3.7 Verifica dell'efficacia rappresentativa dello schema semplificato utilizzato

In questo paragrafo viene verificata la capacità della schematizzazione utilizzata di rappresentare il comportamento dinamico della struttura, ovvero la possibilità di scomporre il sistema originario in un insieme di sistemi a due masse in serie.

3.7.1 Confronto fra i risultati

A seguito delle analisi dinamiche non-lineari effettuate, si sono confrontati i risultati relativi ai due sistemi semplificati in serie (paragrafo 3.5) e quelli ottenuti attraverso la modellazione dell'intera struttura (paragrafo 3.6).

Nei grafico 3.12 si riportano a confronto in funzione della forza di snervamento delle connessioni:

- gli spostamenti $u_{1,pl}$ e $u_{2,pl}$ delle due masse costituenti il sistema in serie 1 e il loro spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$;
- gli spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$ del tegolo 4 e della sommità del pilastro centrale, insieme allo spostamento relativo della connessione del tegolo 4. Si sottolinea che un confronto più rigoroso si avrebbe mediando gli spostamenti totali di tutti i tegoli ricadenti nell'area d'influenza del pilastro centrale (tegoli 4 e 3) e quindi mediando tutti gli spostamenti relativi delle singole connessioni. Data la mole dei risultati da analizzare, in via semplificativa si è fatto riferimento al solo tegolo 4.

Dall'analisi del grafico si può notare come il sistema semplificato adottato dia una buona rappresentazione del comportamento della porzione centrale di struttura. Vi è complessivamente una discreta corrispondenza fra i risultati, anche se si può osservare come l'utilizzo dello schema a 2 gradi di libertà comporti una leggera sottostima degli spostamenti totali e relativi del tegolo 4. Ciò è una diretta conseguenza del non aver considerato anche gli spostamenti del tegolo 3, anch'esso facente parte del sottosistema centrale, i quali risultano inferiori e a rigore andrebbero mediati con quelli del tegolo 4. Il sistema semplificato a 2 gradi di libertà in serie infatti, schematizza l'intero sottosistema centrale e quindi fornisce dei risultati in termini di spostamento che sarebbe più corretto confrontare non con gli spostamenti di un singolo tegolo ma con gli spostamenti del baricentro dei tegoli ricadenti nell'area d'influenza del pilastro centrale. D'altra parte, risulta più interessante fare riferimento unicamente al tegolo centrale poiché esso risulta il tegolo con maggiori spostamenti e quindi l'elemento di copertura dimensionante.

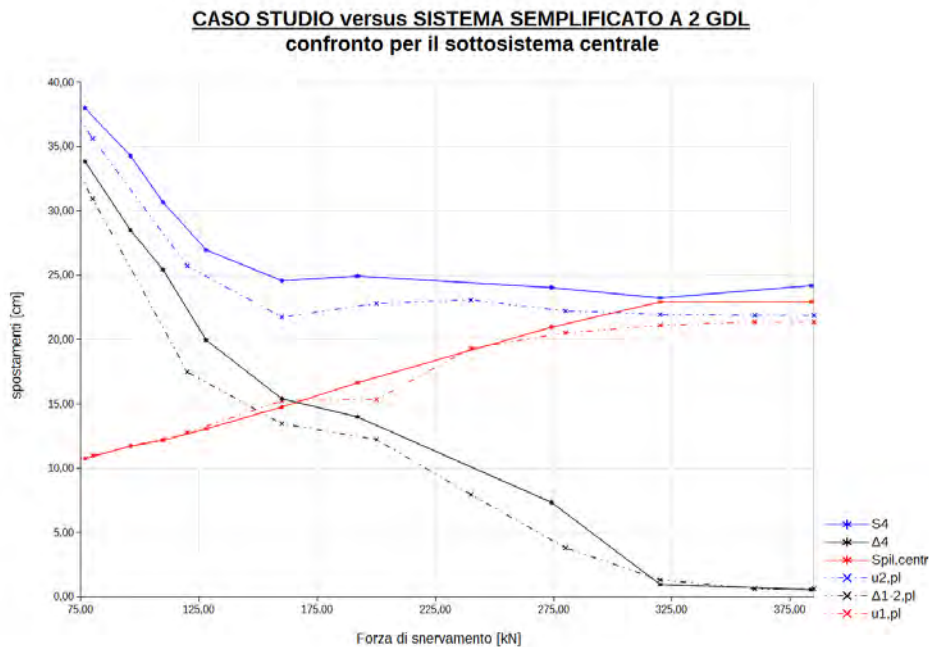


Figura 3.12: Confronto fra i risultati ottenuti per il sottosistema centrale utilizzando una schematizzazione di parte della struttura originaria, sistema in serie 1, e risultati ottenuti dalla modellazione completa della struttura.

Nei grafico 3.13 si riportano a confronto in funzione della forza di snervamento delle connessioni:

- gli spostamenti totali $u_{1,pl}$ e $u_{2,pl}$ delle due masse costituenti il sistema in serie 2 e il loro spostamento relativo $\Delta_{1-2,pl}$;
- gli spostamenti totali u_1 e $u_{pil,lat}$ del tegolo 1 e della sommità del pilastro laterale, insieme allo spostamento relativo della connessione del tegolo 1. Si sottolinea che un confronto più rigoroso si avrebbe mediando gli spostamenti totali di tutti i tegoli ricadenti nell'area d'influenza del pilastro laterale (tegoli 1 e 2) e quindi mediando tutti gli spostamenti relativi delle singole connessioni. Data la mole dei risultati da analizzare, in via semplificativa si è fatto riferimento al solo tegolo 1.

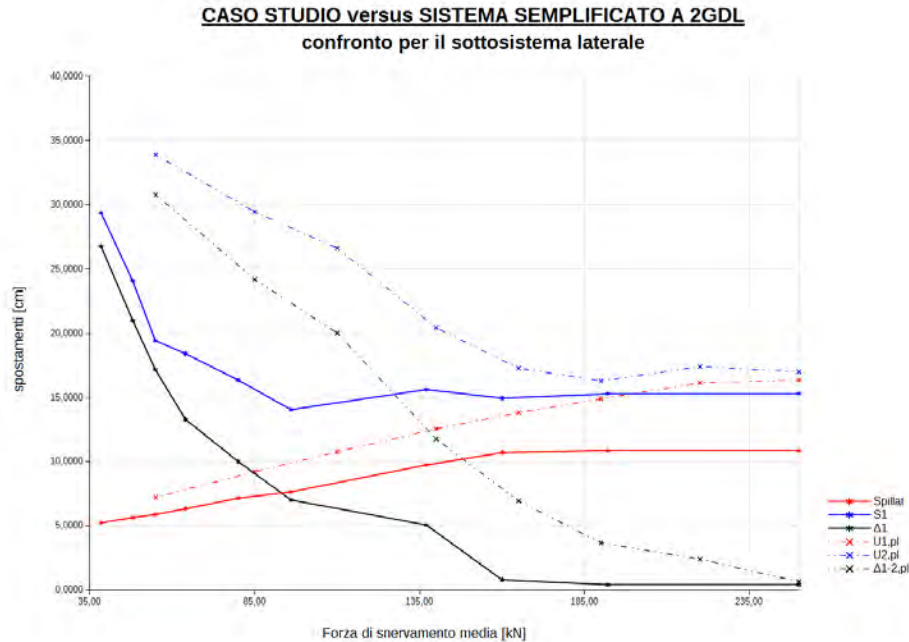


Figura 3.13: *Confronto fra i risultati ottenuti per il sottosistema laterale utilizzando una schematizzazione di parte della struttura originaria, sistema in serie 1, e risultati ottenuti dalla modellazione completa della struttura.*

Si nota dal grafico come il comportamento della porzione laterale di struttura non sia efficacemente rappresentabile tramite una schematizzazione in serie. Non vi è corrispondenza né in termini di spostamenti né in termini di forza nelle connessioni in condizioni elastiche (nello schema semplificato la connessione superiore sviluppa un taglio in elasticità pari a 250 kN, mentre nel sistema reale si ha un taglio medio in condizioni elastiche di 192 kN). Tale discrepanza trova probabilmente spiegazione nella non simmetria del sottosistema laterale. Osservando lo schema riportato nella figura 3.14, ci si accorge come:

- nel caso del sottosistema centrale il baricentro di massa della sovrastruttura cada sopra il baricentro della porzione di sottostruttura inferiore;
- nel caso del sottosistema laterale vi sia una certa eccentricità fra il baricentro di massa della sovrastruttura e della sottostruttura.

Da tali considerazioni si comprende come il sistema a due masse in serie non risulti una schematizzazione ugualmente buona per il sottosistema centrale

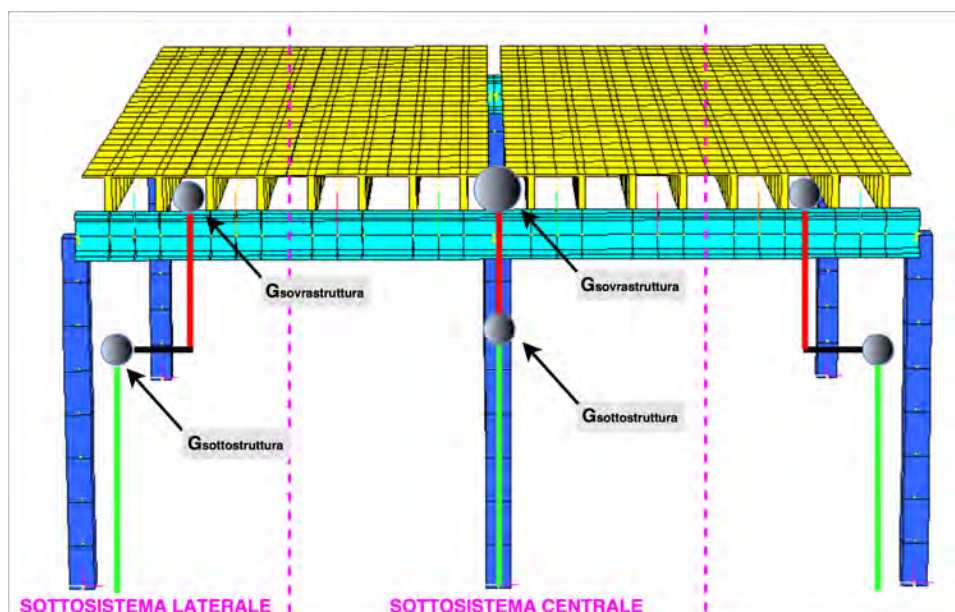


Figura 3.14: *Considerazioni di simmetria nell'ambito della definizione degli schemi semplificati in serie.*

e per il sottosistema laterale. Esso infatti, data la sua semplicità, non vede effetti rotazionali ed eccentricità, ma solo effetti traslazionali.

3.7.2 Conclusioni sull'efficacia rappresentativa della schematizzazione adottata

Dal confronto dei risultati operato al paragrafo 3.7.1 si è evidenziato come la schematizzazione a sistema in serie separando sovrastuttura e sottostruttura risulti buona solo per descrivere il comportamento dei pilastri centrali e relativi tegoli, mentre mal rappresenti il comportamento dei pilastri laterali. Tale risultato è legato a motivi geometrici di simmetria e alla semplicità della schematizzazione adottata, la quale è al contempo un pregio e un difetto. D'altro canto, la schematizzazione del sistema originario in un sistema in serie risulta finalizzata puramente alla definizione della forza di snervamento delle connessioni dei tegoli in funzione del massimo spostamento relativo ammissibile fra tegolo e sottostruttura. I tegoli che presentano spostamenti totali e relativi maggiori e che quindi risultano dimensionanti al fine della progettazione delle connessioni, risultano i tegoli centrali, per i quali si è mostrato come il sistema semplificativo in serie fornisca una buona rappresentazione degli spostamenti, data la simmetria del sottosistema. Tale schematizzazio-

ne risulta in conclusione adottabile al fine del *design* delle connessioni. A seguire, per la verifica della bontà dell'algoritmo proposto per il dimensionamento delle connessioni, si farà riferimento unicamente al tegolo 4, poiché dimensionante.

3.8 Confronto fra risultati computazionali e risultati calcolati attraverso l'algoritmo proposto

Si è proceduto infine all'applicazione dell'algoritmo proposto al capitolo 2 e alla verifica della sua capacità di stimare le variabili d'interesse, confrontando i risultati ottenuti con quelli derivanti dalle analisi numeriche effettuate sul modello completo della struttura.

3.8.1 Dati in *input*

I dati da fornire in *input* all'algoritmo, elencati nella tabella 2.1 (capitolo 2, paragrafo 2.3), sono stati calcolati sulla base delle caratteristiche elastiche ed inerziali del sistema in serie 1, equivalente al sottosistema centrale. Le caratteristiche dinamiche di tale sistema, ovvero modi di vibrare e periodi propri di vibrazione, utilizzate per il calcolo degli spostamenti delle due masse m_2 e m_1 in elasticità, sono stati ricavati manualmente con l'ausilio di un foglio di calcolo. In conclusione, note le caratteristiche del capannone oggetto di studio, è stato possibile definire subito tutti i dati in *input* per l'algoritmo di calcolo.

3.8.2 Dati in *output* e confronti effettuati

I dati in *output* a seguito dell'applicazione dell'algoritmo proposto i quali sono stati poi confrontati con i risultati computazionali sono:

- lo spostamento totale della massa m_1 , $u_{1,pl}$, confrontato con lo spostamento in sommità del pilastro centrale, $u_{pil,centr}$;
- il fattore di struttura q_{alg} calcolato, confrontato con quello ottenuto dalle analisi computazionali q_{comp} ;
- lo spostamento relativo fra le due masse, $\Delta_{1-2,pl}$, confrontato poi con lo spostamento relativo della connessione del tegolo 4, Δ_4 .

Nei grafici 3.15, 3.16, 3.17, si riporta il confronto fra le variabili sopra elencate. Le variabili vengono graficate in funzione del fattore di abbattimento della forza nelle connessioni q_c . Nella tabella 3.8 si riportano i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima delle sopradette variabili tramite l'algoritmo proposto.

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q [-]	$u_{1,pl}$ [m]	$\Delta_{1-2,pl}$ [m]
1.00	1.15	6.30	5.21	1.00	1.00	21.60	0.26
1.25	1.05	7.04	5.21	0.89	1.08	20.09	4.79
1.50	0.98	7.47	5.21	0.84	1.17	18.45	8.51
1.75	0.92	7.96	5.21	0.79	1.24	17.48	11.06
2.00	0.88	8.32	5.21	0.76	1.30	16.56	13.11
2.25	0.84	8.70	5.21	0.72	1.36	15.93	14.66
2.5	0.81	9.15	5.21	0.69	1.39	15.58	15.83
2.75	0.79	9.24	5.21	0.68	1.46	14.77	16.96
3.00	0.77	9.24	5.21	0.68	1.55	13.96	17.90
3.25	0.75	9.24	5.21	0.68	1.63	13.28	18.64
3.50	0.73	9.24	5.21	0.68	1.70	12.70	19.24
3.75	0.72	9.24	5.21	0.68	1.77	12.19	19.72
4.00	0.70	9.24	5.21	0.68	1.84	11.75	20.11
4.25	0.69	9.24	5.21	0.68	1.90	11.36	20.43
4.50	0.68	9.24	5.21	0.68	1.96	11.01	20.70
4.75	0.67	9.24	5.21	0.68	2.02	10.70	20.92
5.00	0.66	9.24	5.21	0.68	2.07	10.42	21.10

Tabella 3.8: *Calcoli per la stima delle variabili d'interesse (fattore di struttura, spostamento del pilastro centrale e spostamento relativo della connessione del tegolo 4) attraverso l'algoritmo proposto.*

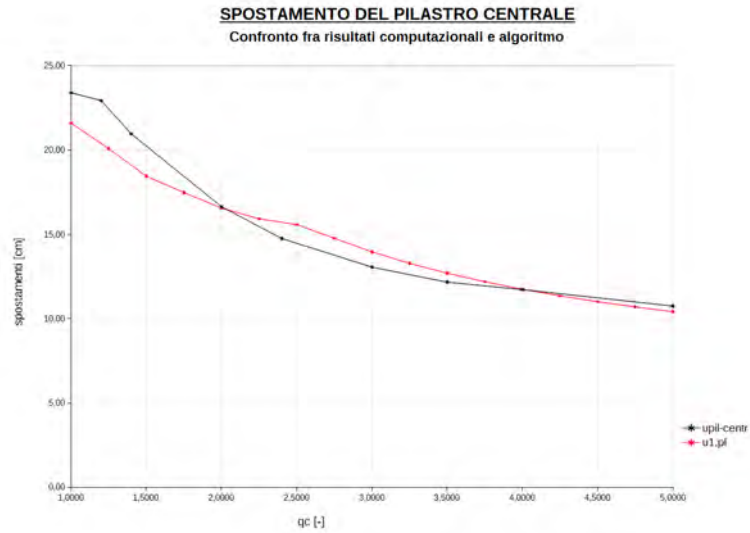


Figura 3.15: *Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.*

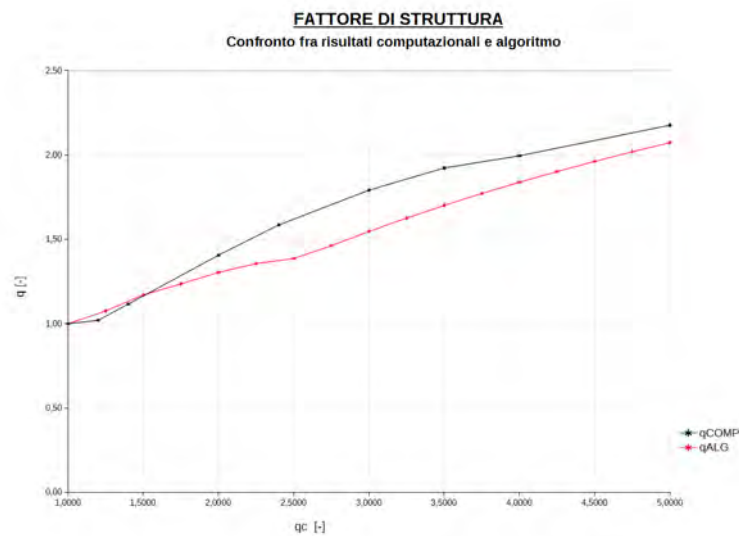


Figura 3.16: *Fattore di struttura conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.*

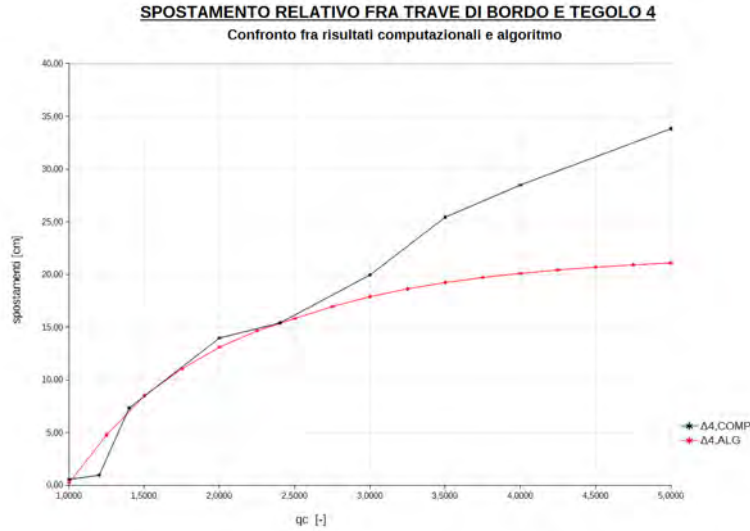


Figura 3.17: *Spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.*

3.8.3 Commenti sui risultati

Dai risultati sopra riportati, si può notare come le 3 variabili d'interesse per la quantificazione degli effetti legati allo snervamento delle connessioni di copertura, ovvero fattore di struttura e spostamento relativo delle connessioni relative al tegolo centrale, vengano generalmente ben stimate attraverso l'algoritmo di calcolo proposto.

In particolare, si nota come per l'intero *range* di q_c indagato si abbia una buona stima del fattore di struttura q . Attraverso q , avendo ipotizzato che la sottostruttura si mantenga in campo elastico, sono direttamente calcolabili gli spostamenti dei pilastri centrali e laterali. Si osserva invece come a partire da valori di q_c superiori a 3 non si ottenga più una stima accurata dello spostamento relativo della connessione e l'algoritmo cada in difetto. Tale discrepanza è una diretta conseguenza del fatto che per forze di snervamento molto basse, tali per cui risulti:

$$\Delta_{1-2,pl} \geq u_{1,pl} \quad (3.20)$$

l'ipotesi d'indipendenza dello spostamento della massa della sovrastruttura (rappresentata da m_2 nel sistema semplificato) dalla forza di snervamento delle connessioni non è più vera. Questo era già stato verificato nello studio del comportamento dei sistemi semplificati in serie e della struttura oggetto

di studio, paragrafi 3.5 e 3.6. Poiché la precedente ipotesi è alla base dell'algoritmo proposto, la sua validità risulta limitata entro un certo intervallo, ovvero per forze di snervamento delle connessioni non eccessivamente bassi. I risultati ottenuti in tale intervallo, forniscono comunque una buona stima delle variabili d'interesse.

3.9 Proposta di correzione dell'algoritmo

A seguito dei risultati delle analisi riportate in questo capitolo e delle conclusioni riportate ai paragrafi 3.6.5 e 3.7.2, si è cercato di estendere il *range* di applicabilità dell'algoritmo proposto.

3.9.1 Definizione della correzione da applicare

Come descritto al paragrafo 3.5.4, sono individuabili due casi limite, in funzione della forza di snervamento delle connessioni, che descrivono il comportamento del sistema semplificato in serie usato per descrivere il comportamento della struttura:

1. $V_y = V_{el} \Rightarrow u_{2,el} = \Delta_{1-2,el} + u_{1,el} \simeq D(T_{el})$, ovvero caso con connessioni elastiche ($q_c \leq 1$);
2. $V_y = 0 \Rightarrow u_{2,pl} \simeq \Delta_{1-2,pl} \simeq D_{max}$, ovvero forza di snervamento delle connessioni nulla ($q_c \geq \infty$). D_{max} è il valore di spostamento al *plateau* dello spettro di risposta in spostamento.

Per un valore di forza di snervamento V_y generico, il sistema potrà avere un comportamento più o meno vicino a uno dei due casi limite. Dalle analisi effettuate, si è evidenziato come a partire dal valore di forza di snervamento delle connessioni per la quale risulta verificata la disuguaglianza 3.5, lo spostamento totale della massa della sovrastruttura, schematizzata nel modello in serie con la massa m_2 , non rimanga più costante ma inizi a crescere, tendendo alla situazione limite per $V_y = 0$. L'algoritmo proposto al capitolo 2 è il seguente:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad (3.21)$$

ove per il significato dei simboli si rimanda a 2.3. In esso è implicita l'assunzione che lo spostamento della massa della sovrastruttura rimanga approssimativamente costante e pari al suo valore in elasticità indipendentemente dal-

la forza di snervamento delle connessioni. A partire dal valore di forza di snervamento V_y^* per il quale risulta verificata la disuguaglianza $\Delta_{1-2,pl} = u_{1,pl}$, tale ipotesi di costanza non è più vera e quindi si ha che:

$$u_{2,pl} \neq u_{2,el} = \text{costante} \quad (3.22)$$

Per estendere la validità dell'algoritmo proposto, si è stabilito in prima approssimazione di descrivere la variazione di $u_{2,pl}$ tramite una funzione lineare del tipo:

$$u_{2,pl} = D_{max} - (D_{max} - u_{2,el}) \cdot \frac{V_y}{V_y^*} \quad (3.23)$$

Si può notare come:

- per $V_y = 0$ la 3.23 comporta $u_{2,pl} = D_{max}$, ovvero il caso limite 2);
- per $V_y = V_y^*$ la 3.23 comporta $u_{2,pl} = u_{2,el}$, raccordandosi quindi al *range* nel quale si ha, approssimativamente, la costanza dello spostamento della massa della sovrastruttura.

Riprendendo la formula 3.21 e sostituendo in essa l'espressione 3.23 al posto di $u_{2,el}$ per valori di forza di snervamento forza di snervamento $V_y < V_y^*$, l'algoritmo proposto diventa dunque:

$$\Delta_{1-2,pl} = u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad \text{per } V_y > V_y^* \quad (3.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{1-2,pl} = u_{2,pl} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad \text{per } V_y < V_y^* \\ u_{2,pl} = \left[D_{max} - (D_{max} - u_{2,el}) \cdot \frac{V_y}{V_y^*} \right] \end{array} \right. \quad (3.25)$$

3.9.2 Verifica dell'algoritmo corretto

AL fine di verificare se l'algoritmo corretto definito dalle equazioni 3.24 e 3.25 è in grado di ben descrivere il fenomeno oggetto di studio, si è proceduto in un secondo tempo alla sua applicazione al caso studio considerato, .

Si era notato al paragrafo 3.8.3 come l'algoritmo definito al capitolo 2 cogliesse bene al variare della forza di snervamento delle connessioni (simbolicamente rappresentata dal fattore q_c) la variazione del fattore di struttura, mentre la bontà della stima degli spostamenti relativi delle connessioni più

sollecitate fosse limitata entro un certo *range* (grafici 3.16 e 3.17). La correzione apportata dovrebbe consentire di estenderla validità dell’algoritmo proposto oltre tale limite. Nel grafico 3 si riporta lo spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c , calcolato manualmente utilizzando le 3.24 (linea continua rossa) e 3.25 (linea continua rosa) per un certo numero di valori di q_c . Tali valori vengono messi a confronto con quelli ottenuti dalle analisi non-lineari effettuate (in linea continua nera). Nella tabella 3.9 si riportano i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima di $\Delta_{1-2,pl}$.

Dal grafico riportato si può notare come la correzione proposta consenta di estendere l’applicabilità dell’algoritmo proposto, dando una buona stima degli spostamenti relativi anche per bassi valori della forza di snervamento delle connessioni (ovvero per elevati valori del fattore q_c).

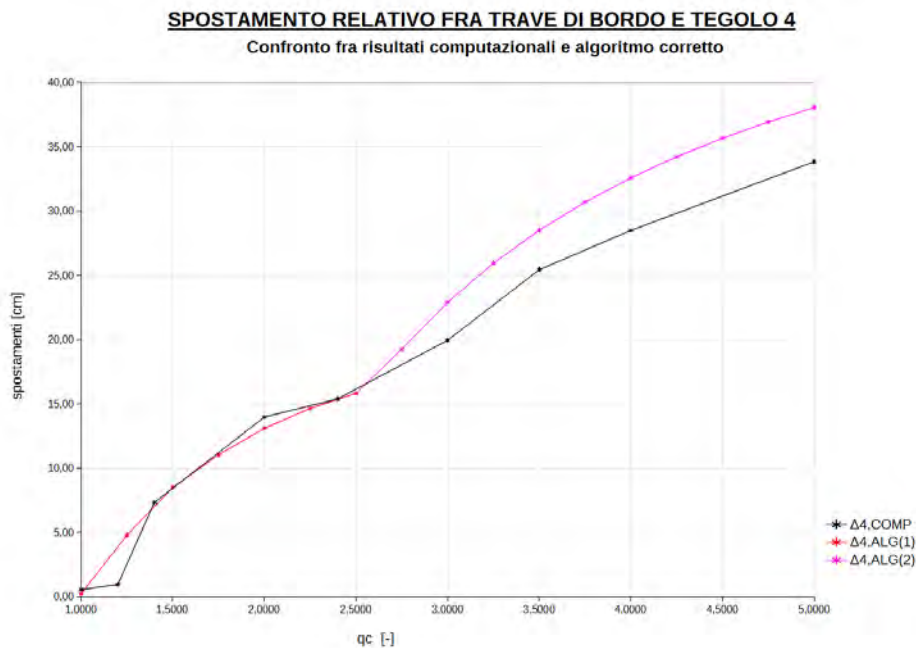


Figura 3.18: Spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e ricavati tramite l’algoritmo corretto. In linea continua rossa i valori calcolati attraverso l’equazione 3.24, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l’equazione 3.25.

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q	$u_{1,pl}$	$\Delta_{1-2,pl}$
1.00	1.15	6.30	5.21	1.00	1.00	21.60	0.26
1.25	1.05	7.04	5.21	0.89	1.08	20.09	4.79
1.50	0.98	7.47	5.21	0.84	1.17	18.45	8.51
1.75	0.92	7.96	5.21	0.79	1.24	17.48	11.06
2.00	0.88	8.32	5.21	0.76	1.30	16.56	13.11
2.25	0.84	8.70	5.21	0.72	1.36	15.93	14.66
2.5	0.81	9.15	5.21	0.69	1.39	15.58	15.83
2.75	0.79	9.24	5.21	0.68	1.46	14.77	19.25
3.00	0.77	9.24	5.21	0.68	1.55	13.96	22.91
3.25	0.75	9.24	5.21	0.68	1.63	13.28	25.95
3.50	0.73	9.24	5.21	0.68	1.70	12.70	28.51
3.75	0.72	9.24	5.21	0.68	1.77	12.19	30.70
4.00	0.70	9.24	5.21	0.68	1.84	11.75	32.59
4.25	0.69	9.24	5.21	0.68	1.90	11.36	34.23
4.50	0.68	9.24	5.21	0.68	1.96	11.01	35.66
4.75	0.67	9.24	5.21	0.68	2.02	10.70	36.93
5.00	0.66	9.24	5.21	0.68	2.07	10.42	38.06

Tabella 3.9: Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l' algoritmo corretto. Per $1 < q_c < 2.5$ si utilizza la formula 3.24, per $2.5 < q_c$ si utilizza la 3.25.

Capitolo 4

Inserimento dei pannelli di tamponamento

Con riferimento al caso studio illustrato al capitolo 3, si è studiato l'effetto legato all'inserimento di eventuali pannelli di tamponamento. A seguito di tale studio, si è introdotta una modifica nell'algoritmo presentato al capitolo 2 al fine di tener conto di tali effetti.

Si sottolinea che la trattazione seguente è svolta supponendo che i pannelli siano vincolati alla struttura in maniera da non interferire con la stessa, senza quindi irrigidirla, provocando solo un incremento di massa del sistema. Tale ipotesi è legata al tipo di connessione utilizzato per vincolare tali elementi al telaio. L'argomento, attualmente oggetto di ricerca, non viene qui affrontato poiché esula dall'obiettivo del presente lavoro.

4.1 Effetto della presenza dei pannelli

La presenza di eventuali pannelli di tamponamento comporta un incremento della massa della sottostruttura. Qualora questo incremento sia rilevante, viene meno l'ipotesi che la massa della sovrastruttura (simbolicamente rappresentata da m_2 nel sistema in serie che schematizza il sistema reale) sia \gg della massa della sottostruttura (simbolicamente rappresentata da m_1). Si consideri l'equazione 2.22 riportata al capitolo 2 e qui riscritta:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^N m_i u_i^2}{\sum_{i=1}^N m_i u_i} \quad (4.1)$$

ove m_i sono le N posizioni di massa in cui si è discretizzato il sistema iniziale, u_i sono i loro spostamenti raccogliabili nel vettore \mathbf{u} , e D è lo spostamento del sistema SDOF equivalente, ricavabile dallo spettro di risposta del sito noto che sia il periodo principale di vibrazione T . Nel caso in cui risulti:

$$m_i \gg m_j \quad j \neq i \quad (4.2)$$

lo spostamento D tenderà a coincidere con lo spostamento della massa i , essendo trascurabile il contributo degli altri gradi di libertà dinamici. Nel momento in cui l'ipotesi rappresentata dalla 4.2 cade, lo spostamento degli altri gradi di libertà dinamici non è più irrilevante nella definizione dello spostamento totale del sistema SDOF equivalente.

Si è precedentemente ipotizzato, data la flessibilità della struttura in esame, che:

$$T > T_c \Rightarrow D = \text{cost.} \quad (4.3)$$

ovvero di trovarsi nella zona di spettro di risposta per la quale vale il “principio” ED (uguaglianza in spostamento) e quindi la costanza della variabile D (per approfondire si veda il capitolo 2, paragrafo 2.1.3). Tale ipotesi resta ancora valida nonostante l'inserimento dei pannelli.

Lo snervamento delle connessioni di copertura comporta una diminuzione del taglio alla base e quindi un calo degli spostamenti dei pilastri. Poiché ora tali spostamenti, a causa dell'incremento di massa della sottostruttura, hanno un certo peso nella definizione di D , la loro variazione comporta una variazione del valore di tale variabile. Al fine della verifica dell'equazione 4.3, ovvero affinché lo spostamento del sistema SDOF equivalente rimanga costante, deve quindi variare anche lo spostamento dei tegoli di copertura. Di conseguenza, non risulta più valida l'ipotesi;

$$u_2 \neq f(V_y) \Rightarrow u_2 \simeq u_{2,el} = \text{cost.} \quad (4.4)$$

In altre parole, non è più possibile confondere il Centro di Massa del sistema con il Centro di Massa della sovrastruttura.

La misura della non validità dell'equazione 4.4 e l'entità della variazione dello spostamento dei tegoli saranno in qualche maniera proporzionali alla variazione della massa della sottostruttura, dato che ne sono una diretta conseguenza. Con l'inserimento dei pannelli di tamponamento, l'approssimazione rappresentata dall'equazione 4.4 potrebbe in realtà restare valida qualora la massa della sottostruttura, nonostante l'incremento, resti trascurabile rispetto a quella della sovrastruttura.

4.1.1 Legame fra gli spostamenti di sottostruttura e sovrastruttura

Si consideri lo schema semplificato a 2 gradi di libertà dinamici definito al capitolo 2 e rappresentativo del comportamento di parte della struttura originaria. Per tale sistema si cerca di ottenere un'espressione che permetta di quantificare l'incremento di spostamento della massa superiore m_2 (rappresentativa di parte della sovrastruttura) conseguente al decremento di spostamento della massa inferiore m_1 (rappresentativa di parte della sottostruttura).

Si consideri l'equazione 4.1 e la si scriva per esteso:

$$D = \frac{m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2}{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2} \quad (4.5)$$

L'equazione viene derivata prima in u_1 e poi in u_2 , ottenendo così le due derivate parziali di seguito riportate:

$$\frac{\partial D}{\partial u_1} = \frac{2m_1 \cdot u_1}{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2} - m_1 \cdot \frac{m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2}{(m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2)^2} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial D}{\partial u_2} = \frac{2m_2 \cdot u_2}{m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2} - m_2 \cdot \frac{m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2}{(m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2)^2} \quad (4.7)$$

Dato che le due masse m_1 e m_2 non variano, affinché D resti costante si potrebbe pensare di imporre, in prima approssimazione:

$$\Delta_1 \cdot \frac{\partial D}{\partial u_1} = \Delta_2 \cdot \frac{\partial D}{\partial u_2} \quad (4.8)$$

ove Δ_2 e Δ_1 sono rispettivamente la variazione dello spostamento della massa superiore m_2 e della massa inferiore m_1 rispetto ai valori che assumerebbero in elasticità.

$$\Delta_1 = u_{1,pl} - u_{1,el} = u_{1,el} \cdot \left(\frac{1}{q} - 1 \right), \quad (4.9)$$

$$\Delta_2 = u_{2,pl} - u_{2,el} \quad (4.10)$$

Dall'uguaglianza 4.8 deriva un'equazione di terzo grado nelle due variabili Δ_1 e Δ_2 . L'andamento della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$ è riportato nel seguente grafico (realizzato con il *freeware* Geogebra). La funzione è graficata per due coppie di valori delle variabili (m_1 ; m_2), ovvero nell'eventualità di presenza e assenza dei pannelli. Oltre alle due funzioni derivanti dall'equazione 4.8 (in linea continua), si riportano due funzioni lineari che bene le approssimano nell'intorno dell'origine e di cui si parlerà più diffusamente avanti (in tratteggio).

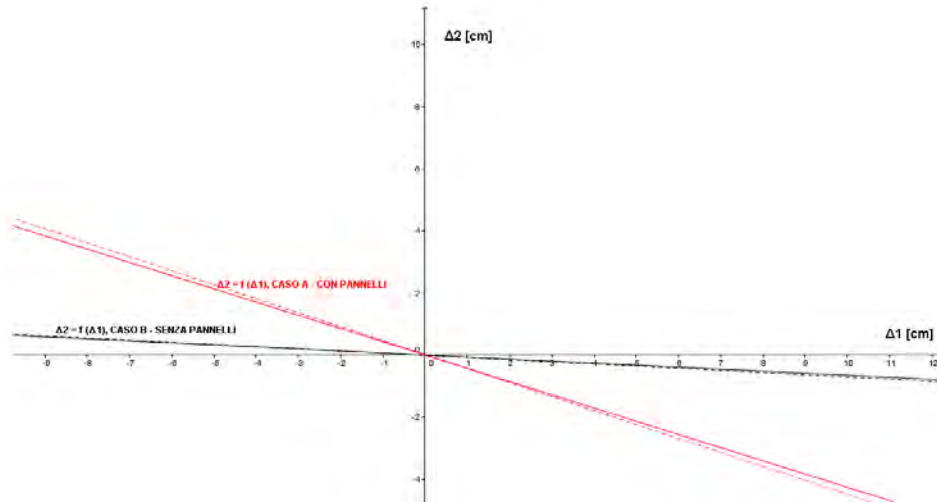


Figura 4.1: In linea continua: grafici della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$, caso A (presenza di pannelli) e caso B (assenza di pannelli). In tratteggio: grafici delle due funzioni lineari approssimanti le precedenti nell'intorno dell'origine

GDL DIN.	CASO A -CON PANNELLI	CASO B -SENZA PANNELLI
m_1	23770.00 kg	10697.50 kg
m_2	55750.00 kg	55750.00 kg

Tabella 4.1: Coppie di valori $(m_1 ; m_2)$ utilizzati nell'equazione 4.8 per definire la funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$.

Dalla figura 4.1 si può notare come l'andamento della funzione $\Delta_2 = f(\Delta_1)$ ottenuta a partire dall'equazione 4.8 cambi notevolmente a seguito della variazione della massa m_1 . Inoltre, ponendo attenzione alla zona intorno allo zero, ovvero per valori di decremento dello spostamento della massa inferiore ancora limitati, si nota come l'andamento dell'equazione 4.8 risulti praticamente lineare.

Nel caso senza pannelli la pendenza della funzione lineare approssimante intorno a zero risulta molto bassa; ad un valore finito di Δ_1 corrisponde un valore circa nullo della variabile Δ_2 . In altre parole, lo spostamento della massa superiore m_2 resta inalterato, rispetto al valore che assumerebbe in elasticità, nonostante il decremento Δ_1 dello spostamento della massa inferiore m_1 . Ciò rappresenta un'ulteriore conferma analitica delle ipotesi mosse al capitolo 2 sul comportamento dinamico del sistema.

Viceversa nel caso con pannelli, la pendenza della funzione lineare approssimante intorno a zero risulta non nulla; ad un valore finito di Δ_1 corrisponde

un valore non nullo della variabile Δ_2 . In altre parole, lo spostamento della massa superiore m_2 si incrementa di Δ_2 , rispetto al valore che assumerebbe in elasticità, a causa del decremento Δ_1 dello spostamento della massa inferiore m_1 .

Per dare quantificazione di quanto sopra detto, si riportano nelle tabelle seguenti i valori assunti dalla variabile Δ_2 nei due casi A e B per diversi valori della variabile Δ_1 . I segni risultano discordi poichè al decrescere di Δ_1 si ha una crescita di Δ_2 .

Δ_1 [cm]	Δ_2 [cm]	$\frac{\Delta_2}{\Delta_1}$ [-]
-1.00	+0.43	- 0.43
-2.00	+0.85	- 0.452
-3.00	+1.28	- 0.427
-4.00	+1.71	- 0.427
-5.00	+2.13	- 0.426

Tabella 4.2: *Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso A*

Δ_1 [cm]	Δ_2 [cm]	$\frac{\Delta_2}{\Delta_1}$ [-]
-1.00	+0.06	- 0.06
-2.00	+0.13	-0.065
-3.00	+0.19	-0.063
-4.00	+0.26	-0.065
-5.00	+0.32	- 0.064

Tabella 4.3: *Variazione di Δ_2 in funzione di Δ_1 per il caso B*

4.2 Espressione di $\Delta_{1-2,pl}$ corretta

In base a quanto riportato al paragrafo precedente, si propone per il calcolo dello spostamento relativo fra sovrastruttura e sottostruttura una correzione dell'espressione riportata al capitolo 2. Tale correzione serve per tenere conto dell'incremento di spostamento totale dei tegoli di copertura conseguente alla diminuzione dello spostamento dei pilastri della sottostruttura, la quale a causa della presenza dei tamponamenti possiede ora una massa confrontabile con quella della copertura.

Si consideri il sistema di due masse in serie semplificato del sistema reale. Lo spostamento relativo fra le due masse, definito al capitolo 2 dalla 2.59,

viene ora scritto come:

$$\Delta_{1-2,pl} = \psi \cdot u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad (4.11)$$

ove per la descrizione delle variabili principali si rimanda al capitolo 2. Il coefficiente correttivo ψ risulta pari a:

$$\psi = 1 + m \cdot \frac{u_{1,el}}{u_{2,el}} \cdot \left(\frac{1}{q} - 1 \right) \quad (4.12)$$

ove q è il fattore di struttura (calcolabile noto che sia q_c attraverso la 2.44 riportata al capitolo 2), $u_{1,el}$ e $u_{2,el}$ sono gli spostamenti delle due masse in elasticità e m è il coefficiente angolare della retta approssimante la relazione rappresentata dall'equazione 4.8 nell'intorno di zero. Tale coefficiente vale circa zero nel caso B (assenza di pannelli), mentre vale circa (-0.43) nel caso A (presenza di pannelli), come si può notare dai valori riportati nelle tabelle 4.3 e 4.2. Notiamo che per $m \rightarrow 0$ il coefficiente ψ tende al valore unitario, e quindi si ricade nell'espressione originaria di $\Delta_{1-2,pl}$ determinata al capitolo 2.

L'equazione 4.12 si ricava considerando che, nell'intorno di zero, l'incremento di spostamento della massa superiore Δ_2 è legato al decremento di spostamento della massa inferiore Δ_1 da una relazione approssimativamente lineare:

$$\Delta_2 = m \cdot \Delta_1 \quad (4.13)$$

La variazione di spostamento della massa inferiore si può scrivere come:

$$\Delta_1 = u_{1,pl} - u_{1,el} = u_{1,el} \cdot \left(\frac{1}{q} - 1 \right) \quad (4.14)$$

Lo spostamento della massa superiore a plasticizzazione avvenuta, risulta quindi pari a:

$$u_{2,pl} = u_{2,el} + \Delta_2 = u_{2,el} + m \cdot \left(\frac{u_{1,el}}{q} - u_{1,el} \right) \quad (4.15)$$

Il coefficiente ψ viene definito come:

$$\psi = \frac{u_{2,pl}}{u_{2,el}} \quad (4.16)$$

Sostituendo la 4.15 nella 4.16, si ottiene l'espressione 4.12.

Capitolo 5

Caso studio numero 2

Nel presente capitolo si riportano i risultati delle analisi dinamiche non-lineari utilizzati per verificare la bontà della modifica all'algoritmo originario proposta per tenere conto degli effetti legati alla presenza dei pannelli di tamponamento.

5.1 Presentazione del caso studio

Il caso studio utilizzato per la verifica della modifica all'algoritmo originario proposta al capitolo 4, consiste nell'analisi della risposta sismica nella direzione Y del capannone prefabbricato monopiano già precedentemente usato per testare la bontà dell'algoritmo proposto. Per la descrizione dettagliata della struttura si rimanda dunque al capitolo 3, dato che l'unica differenza risulta nell'inserimento dei pannelli di tamponamento.

I pannelli di tamponamento si suppongono appoggiati alla base e agganciati in sommità alla trave di bordo, di modo che solo metà della loro massa gravi effettivamente sul telaio costituente la sottostruttura. La densità dei pannelli è assunta pari a 3.00 kN/m^2 . Considerando per le travi di bordo uno schema di trave in doppio appoggio, si calcolano le seguenti aree d'influenza e le conseguenti masse afferenti ad ogni pilastro:

PILASTRO	AREA INFL. [m^2]	MASSA AFFERENTE [kg]
centrale	85.50 kg	13073.40 kg
laterale	42.75 kg	6536.70 kg

Tabella 5.1: *Calcolo delle masse traslazionali da assegnare nel modello ai pilastri per tener conto della presenza dei pannelli.*

5.2 Modellazione

La modellazione della struttura non muta sensibilmente da quella che si era precedentemente effettuate (descritta al paragrafo 3 del capitolo 3), eccezion fatta per l'inserimento di 6 masse traslazionali in corrispondenza delle teste libere dei pilastri rappresentative dei pannelli di tamponamento. Tali masse sono determinate in funzione della densità dei pannelli di tamponamento e dell'area di influenza di ogni pilastro, come descritto al paragrafo precedente. La possibilità di computare la presenza dei pannelli nel modello in maniera così semplificata, senza modellarli direttamente attraverso elementi *plate* per esempio, è strettamente legata all'ipotesi di collegamento isostatico degli stessi alla sottostruttura. In pratica, si suppone che la loro presenza non vada ad alterare la rigidità del telaio.

5.3 Analisi effettuate

Le analisi dinamiche non-lineari sono state effettuate con le stesse modalità illustrate al paragrafo 3.6.2 del capitolo 3 e con riferimento alla stessa azione sismica. Si rimanda quindi a tale paragrafo per ulteriori dettagli.

5.4 Risultati

Si riporta a seguire il confronto fra i risultati ottenuti dalle analisi numeriche e quelli ottenuti attraverso l'algoritmo modificato per tener conto dei pannelli di tamponamento.

La simbologia adottata risulta la stessa elencata in tabella 3.5, paragrafo 3.6.2 capitolo 3. Sulla base della suddivisione in sottosistemi della struttura legata alla deformabilità della copertura, si opera nuovamente la distinzione fra:

1. sottosistema centrale, costituito dal pilastro centrale e dai tegoli 4 e 3.
2. sottosistema laterale, costituito dal pilastro laterale e dai tegoli 2 e 1.

In linea semplificativa, si sono assunti come variabili rilevanti gli spostamenti totali e relativi dei tegoli 4 e 1 (si veda l'immagine 3.1) e dei corrispondenti pilastri centrale e laterale, come si era d'altra parte già fatto per la verifica dell'algoritmo inizialmente proposto.

5.4.1 Sottosistema centrale

Nel grafico 5.1 si riportano in linea continua lo spostamento del tegolo 4 (u_4), lo spostamento del pilastro centrale ($u_{pil,centr}$) e lo spostamento relativo della connessione del tegolo considerato (Δ_4), in funzione della forza di snervamento media $V_{y,M}$ delle connessioni (definita al paragrafo 3.6.3 del capitolo 3). In punto-linea si riporta il valore che tali variabili assumerebbero qualora le connessioni fossero infinitamente elastiche.

I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 5.2, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento delle connessioni, e al fattore di struttura q . Il fattore di struttura viene calcolato di volta in volta come rapporto fra lo spostamento in elasticità del pilastro centrale e lo spostamento ottenuto dalle analisi per il dato valore di q_c assunto.

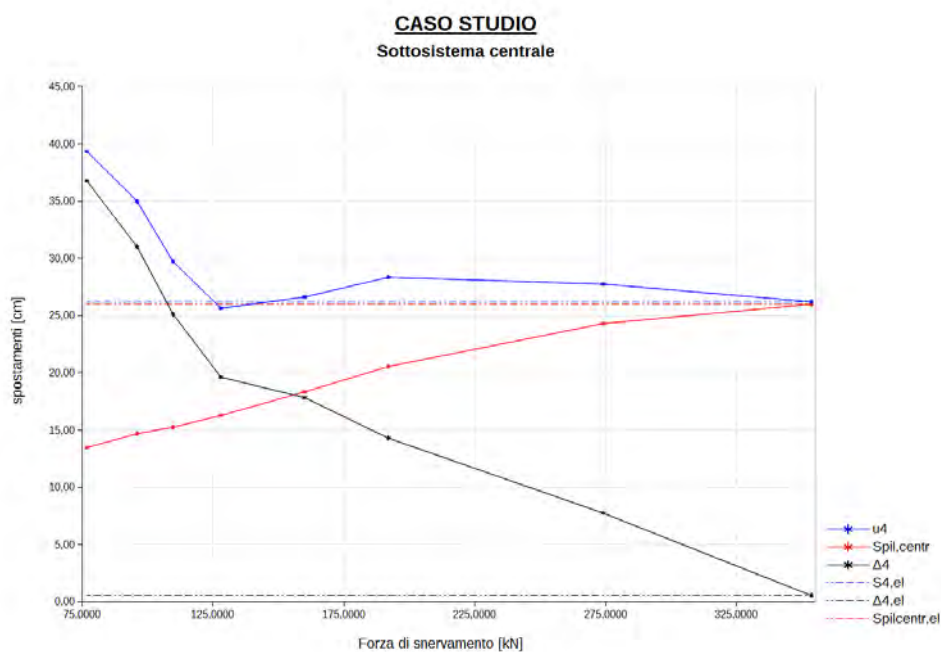


Figura 5.1: In linea continua: spostamenti totali del tegolo 4 e del pilastro centrale e spostamento relativo della connessione 4, ottenuti dalle analisi dinamiche non-lineari con presenza di pannelli di tamponamento. In punto-linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

$V_{y,M}$ [N]	u_4 [m]	$u_{pil,centr}$ [m]	Δ_4 [m]	q_c	q
353.65	26.20	26.00	0.54	1.00	1.00
274.00	27.76	24.30	7.75	1.40	1.07
192.00	28.35	20.55	14.29	2.00	1.27
160.00	26.63	18.33	17.83	2.40	1.42
128.00	25.64	16.28	19.63	3.00	1.60
109.72	29.73	15.26	25.13	3.50	1.70
96.00	34.99	14.68	31.01	4.00	1.77
76.80	39.33	13.48	36.78	5.00	1.93

Tabella 5.2: *Sottosistema centrale: spostamenti u_4 e $u_{pil,centr}$, spostamento relativo Δ_4 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$, in presenza di pannelli di tamponamento.*

5.4.2 Sottosistema laterale

Nel grafico 5.2 si riportano in linea continua lo spostamento del tegolo 1 (u_1), lo spostamento del pilastro centrale ($u_{pil,lat}$) e lo spostamento relativo della connessione del tegolo considerato (Δ_1), in funzione della forza di snervamento media $V_{y,M}$ delle connessioni (definita al paragrafo 3.6.3 del capitolo 3). In punto-linea si riporta il valore che tali variabili assumerebbero qualora le connessioni fossero infinitamente elastiche.

I dati graficati vengono sintetizzati nella tabella 5.3, insieme al fattore q_c , assunto di volta in volta per definire la forza di snervamento delle connessioni, e al fattore di struttura q . Il fattore di struttura viene calcolato di volta in volta come rapporto fra lo spostamento in elasticità del pilastro laterale e lo spostamento ottenuto dalle analisi per il dato valore di q_c assunto.

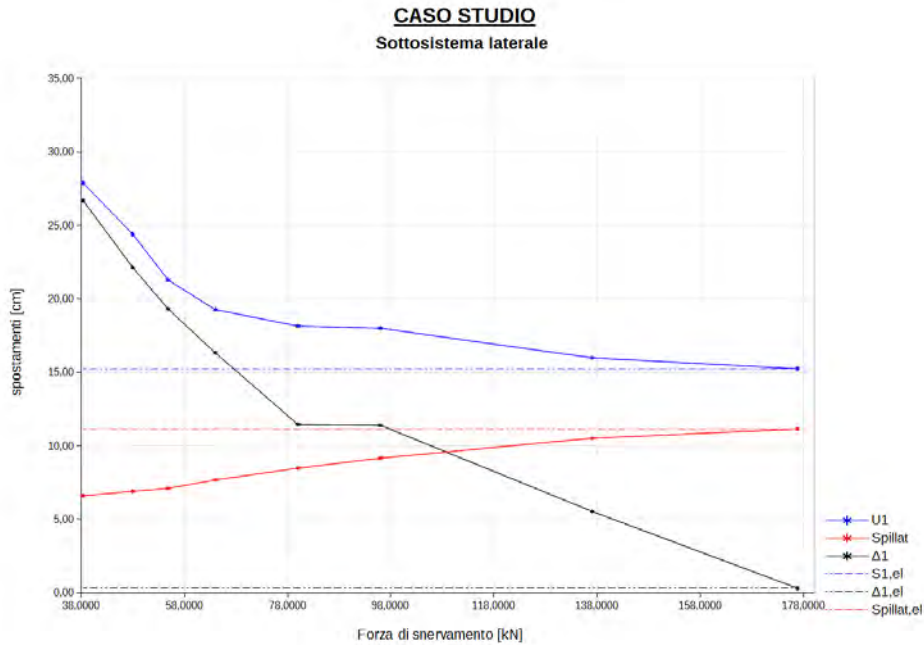


Figura 5.2: In linea continua: spostamenti totali del tegolo 1 e del pilastro laterale e spostamento relativo della connessione 1, ottenuti dalle analisi dinamiche nonlineari. In punto linea: i valori che tali variabili assumerebbero in elasticità.

$V_{y,M}$ [N]	u_1 [m]	$u_{pil,lat}$ [m]	Δ_1 [m]	q_c	q
176.83	15.25	11.15	0.31	1.00	1.00
137.00	15.99	10.53	5.54	1.40	1.06
96.00	18.01	9.17	11.41	2.00	1.22
80.00	18.16	8.48	11.46	2.40	1.31
64.00	19.28	7.68	16.33	3.00	1.45
54.86	21.29	7.11	19.32	3.50	1.57
48.00	24.41	6.91	22.14	4.00	1.61
38.40	27.88	6.61	26.69	5.00	1.69

Tabella 5.3: Sottosistema laterale: spostamenti u_1 e $u_{pil,lat}$, spostamento relativo Δ_1 e fattore di struttura q in funzione di $V_{y,M}$, in presenza di pannelli di tamponamento.

5.4.3 Commenti sui risultati

Sottosistema centrale

I risultati ottenuti nel caso di inserimento dei pannelli di tamponamento risultano analoghi a quelli ottenuti in loro assenza e riportati al capitolo 3. Osservando il grafico 5.1, si può notare come lo spostamento del tegolo 4 si mantenga praticamente costante nell'intervallo $V_y = [354; 128]$ kN. Tale variabile assume un valore leggermente superiore a quello che si otterrebbe se le connessioni restassero elastiche, tale differenza non è comunque eccessiva. Si può notare inoltre come alla progressiva diminuzione del valore di V_y si assista a una corrispondente diminuzione dello spostamento in sommità al pilastro centrale, $u_{pil,centr}$, e all'incremento dello spostamento relativo della connessione, Δ_4 . Nel caso in cui $V_y = 128$ kN, si ha che:

$$\Delta_4 = u_{pil,centr} \quad (5.1)$$

Dalla tabella 5.2, si osserva come per valori di forza di snervamento $V_y < 128$ kN, lo spostamento del tegolo 4 inizi a crescere progressivamente; valgono a tal proposito le stesse considerazioni riportate al paragrafo 3.5.4, capitolo 3. Tale fenomeno, come già mostrato precedentemente per l'algoritmo iniziale, limita il *range* di validità della 4.11. Per estendere la validità della formula proposta, si vedrà in seguito come sia possibile utilizzare la correzione proposta al paragrafo 3.9, capitolo 3.

Sottosistema laterale

I risultati ottenuti nel caso di inserimento dei pannelli di tamponamento risultano abbastanza simili a quelli ottenuti in loro assenza e riportati al capitolo 3.

Osservando il grafico 5.2, si può notare come lo spostamento del tegolo 1 si mantenga praticamente costante in un intervallo molto più ristretto ($V_y = [176; 137]$ kN), rispetto al caso in assenza di pannelli ($V_y = [192; 96]$ kN). Questo effetto è una diretta conseguenza dell'inserimento dei pannelli di tamponamento, la cui presenza va ad influire sul rapporto fra massa della sovrastruttura e massa della sottostruttura, denominato a seguire m_{SUP}/m_{INF} . Si riportano nella tabella 5.4 i valori di tale rapporto per il sottosistema centrale e laterale in presenza e in assenza di tamponamenti.

SOTTOSISTEMA	CASO A -CON PANNELLI	CASO B -SENZA PANNELLI
centrale	2.35 kg	5.40
laterale	1.40 kg	4.00 kg

Tabella 5.4: *Rapporto fra massa della sovra e massa della sottostruttura, per i due sottosistemi individuati, in funzione della presenza dei pannelli di tamponamento.*

Dai dati riportati si può osservare come per il sottosistema laterale il rapporto m_{SUP}/m_{INF} in presenza di pannelli di tamponamento risulti inferiore a 2, mentre per il sottosistema centrale la massa della copertura si mantenga pari a più del doppio della massa della sottostruttura. Si comprende quindi come la presenza dei pannelli di tamponamento alteri maggiormente il comportamento dinamico del sottosistema laterale rispetto al sottosistema centrale, con riferimento all'ipotesi iniziale di costanza dello spostamento degli elementi di copertura. Al decrescere dello spostamento del pilastro laterale si ha una progressiva crescita dello spostamento dei tegoli di copertura ricadenti nella sua area d'influenza; tale effetto è una diretta conseguenza dell'equazione 4.8. Nel sottosistema centrale tale effetto è meno sentito poiché il rapporto m_{SUP}/m_{INF} si mantiene comunque abbastanza alto nonostante la presenza dei pannelli di tamponamento.

In corrispondenza a $V_y = 137$ kN, si ha che:

$$\Delta_1 = u_{pil,lat} \quad (5.2)$$

Dalla tabella 5.3, si osserva come per per valori di forza di snervamento $V_y < 137$ kN, lo spostamento del tegolo 1 inizi a crescere in maniera più accentuata; valgono a tal proposito le stesse considerazioni riportate al paragrafo 3.5.4, capitolo 3.

5.5 Confronto fra i risultati analitici e i risultati computazionali

Si riporta a seguire il confronto fra i risultati ottenuti dalle analisi numeriche e quelli analitici ottenuti attraverso l'algoritmo modificato per tener conto dei pannelli di tamponamento.

Come fatto al capitolo 3, si riporta il confronto con riferimento unicamente al sottosistema centrale, dato che la deformabilità della copertura comporta un maggiore spostamento del tegolo 4 e quindi lo rende dimensionante con riferimento allo spostamento relativo delle connessioni.

5.5.1 Dati in *input*

I dati in *input* risultano gli stessi elencati al capitolo 3, paragrafo 3.8.1, a cui va aggiunto il coefficiente m che definisce la pendenza della retta approssimante la funzione 4.8 nell'intorno dell'origine. Tale coefficiente va ricavato a priori, al fine della definizione del fattore correttivo ψ da utilizzare nella 4.11, attraverso lo studio della funzione $\Delta_1 = f(\Delta_2)$, la quale è definita una volta che siano noti i valori di m_2 e m_1 .

5.5.2 Dati in *output* e confronti effettuati

I dati in *output* a seguito dell'utilizzo dell'algoritmo proposto, i quali sono stati poi confrontati con i risultati computazionali, sono:

- lo spostamento totale della massa m_1 , $u_{1,pl}$, confrontato con lo spostamento in sommità del pilastro centrale, $u_{pil,centr}$;
- il fattore di struttura q_{alg} calcolato, confrontato con quello ottenuto dalle analisi computazionali q_{comp} ;
- lo spostamento relativo fra le due masse, $\Delta_{1-2,pl}$, confrontato poi con lo spostamento relativo della connessione del tegolo 4, Δ_4 .

Nei grafici 5.3, 5.4, 5.5, si riporta il confronto fra le variabili sopra elencate. Le variabili vengono graficate in funzione del fattore di abbattimento della forza nelle connessioni q_c . Per la variabile $\Delta_{1-2,pl}$, si riportano i valori calcolati con l'algoritmo non modificato (in blu) e con l'algoritmo modificato (in rosso). Nella tabella 5.5 si riportano i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima di $\Delta_{1-2,pl}$ in entrambi i casi.

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q	$u_{1,pl}$	ψ	$\Delta_{1-2,pl}$
1.00	1.28	5.72	2.43	1.00	1.00	23.44	1.00	0.17
1.25	1.18	6.21	2.43	0.92	1.07	21.83	1.03	5.20
1.50	1.12	6.66	2.43	0.86	1.12	20.84	1.05	8.58
1.75	1.07	6.91	2.43	0.83	1.19	19.71	1.07	11.56
2.00	1.03	7.12	2.43	0.80	1.24	18.84	1.08	13.82
2.25	1.00	7.32	2.43	0.78	1.29	18.20	1.09	15.55
2.50	0.97	7.47	2.43	0.77	1.33	17.60	1.11	17.00
2.75	0.95	7.63	2.43	0.75	1.37	17.17	1.11	18.14
3.00	0.93	7.79	2.43	0.73	1.39	16.85	1.12	19.04
3.25	0.91	7.96	2.43	0.72	1.41	16.62	1.12	19.76
3.50	0.90	8.14	2.43	0.70	1.42	16.47	1.13	20.34
3.75	0.89	8.32	2.43	0.69	1.43	16.38	1.13	20.81
4.00	0.88	8.42	2.43	0.68	1.45	16.17	1.13	21.34
4.25	0.87	8.51	2.43	0.67	1.47	15.99	1.13	21.78
4.50	0.86	8.62	2.43	0.66	1.48	15.85	1.14	22.16
4.75	0.85	8.72	2.43	0.66	1.49	15.74	1.14	22.49
5.00	0.84	8.72	2.43	0.66	1.51	15.48	1.14	22.90

Tabella 5.5: *Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo proposto.*

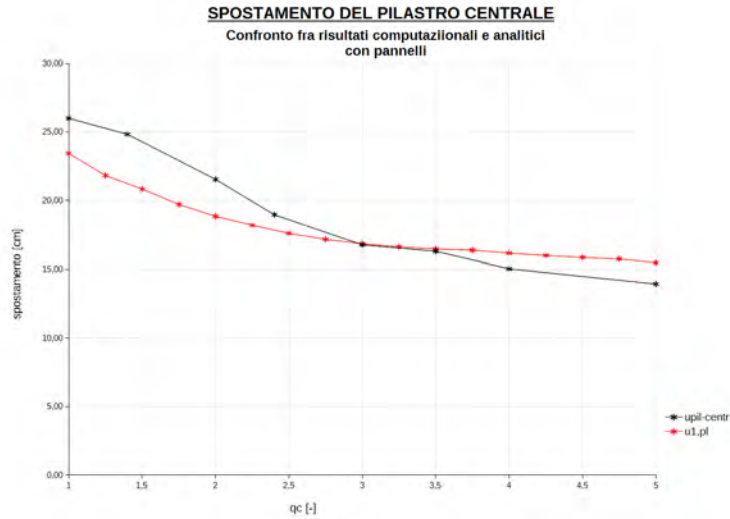


Figura 5.3: *Spostamento in sommità del pilastro centrale in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.*

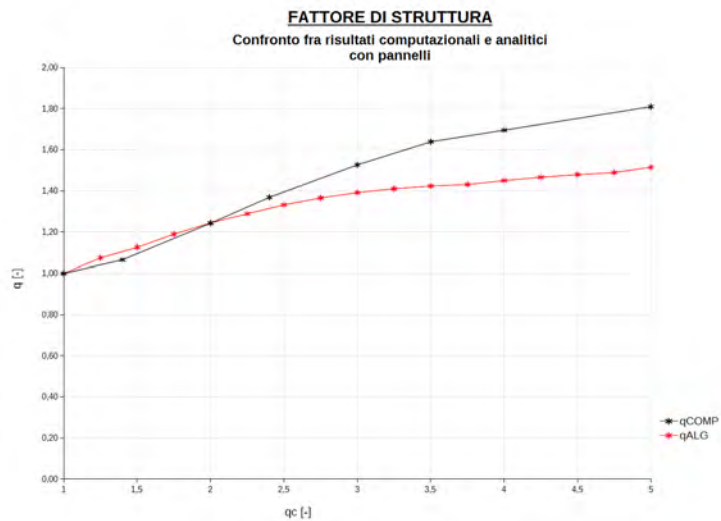


Figura 5.4: *Fattore di struttura conseguente alla plasticizzazione delle connessioni in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.*

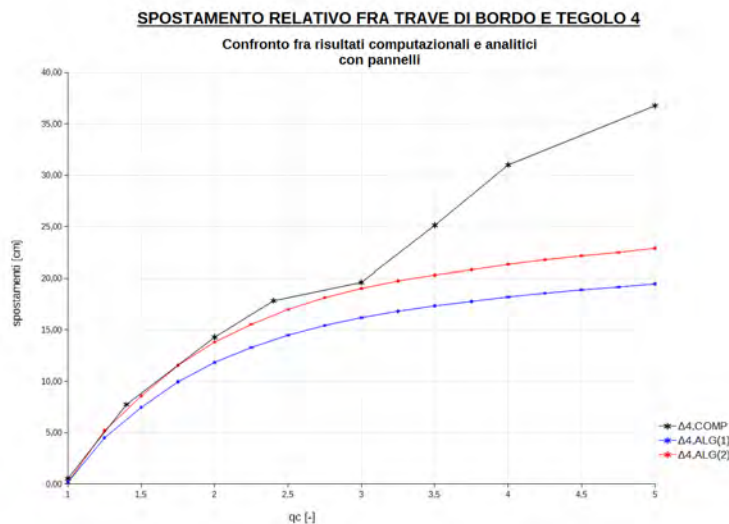


Figura 5.5: *Spostamento relativo della connessione del tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo proposto.*

5.6 Commenti sui risultati

Dalla figura 5.4, si può notare come il fattore di struttura q sia stimato abbastanza bene con la formula 2.44 proposta al capitolo 2, la quale resta immutata rispetto al caso privo di pannelli di tamponamento. Per valori di q_c inferiori a 2.5 la stima è abbastanza buona, per valori di q_c superiori i risultati ottenuti attraverso l'algoritmo sottostimano leggermente quelli ricavati dalle analisi numeriche; d'altra parte tale sottostima va a favore di sicurezza, sottostimando gli effetti benefici legati alla presenza delle connessioni duttili in copertura.

Dalla figura 3.17, si può notare come l'utilizzo della formula 2.59, tale e quale come era stata ricavata al capitolo 2, comporta una sottostima anche per bassi valori di q_c dello spostamento relativo delle connessioni. Tale sottostima è legata, come già sottolineato, all'ipotesi, ora non più valida a causa dell'aumento della massa della sottostruttura, di costanza dello spostamento dei tegoli di copertura, ipotesi sulla quale si basa l'algoritmo inizialmente proposto. Si può notare invece come l'utilizzo della formula 4.11, la quale presenta il fattore di correzione ψ il quale tiene conto dell'incremento dello spostamento dei tegoli di copertura, dia complessivamente dei buoni risultati. Per valori di q_c superiori a 2.75 la soluzione numerica diverge rispetto a quella teorica; tale effetto si era già riscontrato nelle analisi riportate al

capitolo 3 ed è già stato commentato al paragrafo 3.8.3 di tale capitolo. In linea con quanto fatto precedentemente, si è utilizzata la correzione proposta al paragrafo 3.9 per estendere la validità dell'algoritmo modificato anche a bassi valori della forza di snervamento delle connessioni. L'algoritmo diviene dunque:

$$\Delta_{1-2,pl} = \psi \cdot u_{2,el} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} \quad \text{per } V_y > V_y^* \quad (5.3)$$

$$\begin{cases} \Delta_{1-2,pl} = \psi \cdot u_{2,pl} - \frac{u_{1,el}}{\beta \cdot \frac{1+\alpha}{1+\alpha/q_c}} \cdot \left\{ 1 - \text{sen} \left[\frac{2\pi}{T_{pl}} \cdot \left(\frac{T - T_{pl}}{4} \right) \right] \right\} & \text{per } V_y < V_y^* \\ u_{2,pl} = \left[D_{max} - (D_{max} - u_{2,el}) \cdot \frac{V_y}{V_y^*} \right] \end{cases} \quad (5.4)$$

Le equazioni 5.3, 5.4 sono uguali alle 3.24, 3.25 di capitolo 3, eccezion fatta per il coefficiente ψ .

Si è proceuto quindi all'applicazione dell'algoritmo modificato e corretto al fine di testarne la validità. Nel grafico 5.6 si riporta lo spostamento relativo della connessione relativa al tegolo 4 in funzione del fattore q_c , calcolato manualmente utilizzando le 5.3 (linea continua rossa) e 5.4 (linea continua rosa) per un certo numero di valori di q_c . Tali valori vengono messi a confronto con quelli ottenuti dalle analisi non-lineari effettuate (in linea continua nera). Nella tabella 5.6 si riportano i dettagli dei calcoli eseguiti per la stima di $\Delta_{1-2,pl}$.

Dal grafico riportato si nota come la correzione proposta consenta di estendere l'applicabilità dell'algoritmo modificato, dando una buona stima degli spostamenti relativi anche per bassi valori della forza di snervamento delle connessioni (ovvero per elevati valori del fattore q_c).

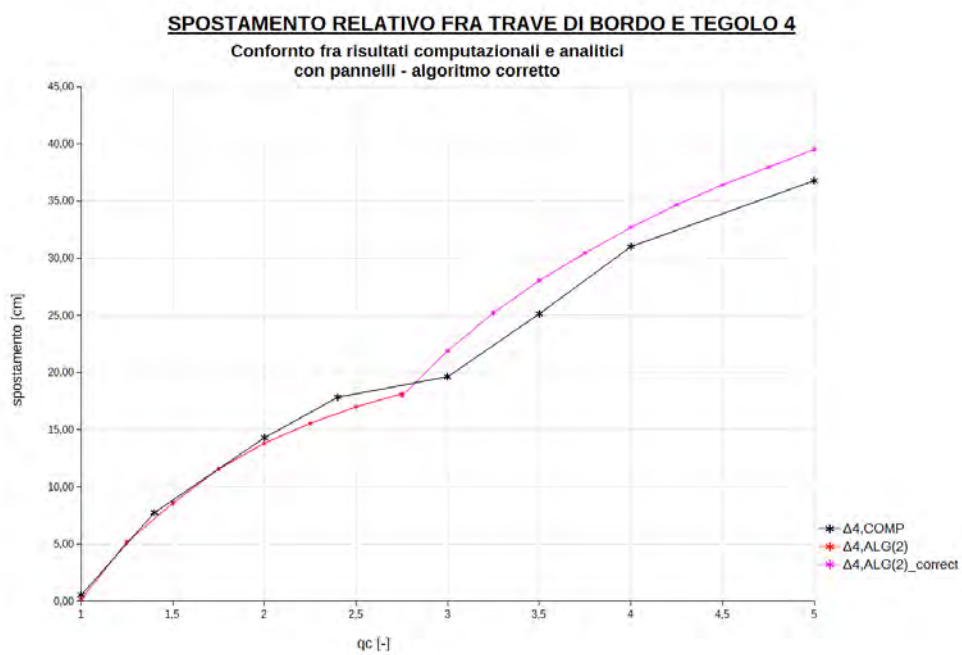


Figura 5.6: *Spostamento relativo della connessione del tegolo 4 in funzione del fattore q_c ; confronto fra risultati computazionali e analitici ricavati tramite l'algoritmo corretto, in presenza di pannelli. In linea continua rossa i valori calcolati attraverso l'equazione 5.3, in linea continua rosa i valori calcolati attraverso l'equazione 5.4.*

q_c [-]	T_{pl} [s]	a_{pl} [m/s ²]	α [-]	β [-]	q	$u_{1,pl}$	ψ	$\Delta_{1-2,pl}$
1.00	1.28	5.72	2.43	1.00	1.00	23.44	1.00	0.17
1.25	1.18	6.21	2.43	0.92	1.07	21.83	1.03	5.20
1.50	1.12	6.66	2.43	0.86	1.12	20.84	1.05	8.58
1.75	1.07	6.91	2.43	0.83	1.19	19.71	1.07	11.56
2.00	1.03	7.12	2.43	0.80	1.24	18.84	1.08	13.82
2.25	1.00	7.32	2.43	0.78	1.29	18.20	1.09	15.55
2.50	0.97	7.47	2.43	0.77	1.33	17.60	1.11	17.00
2.75	0.95	7.63	2.43	0.75	1.37	17.17	1.11	17.95
3.00	0.93	7.79	2.43	0.73	1.39	16.85	1.12	21.90
3.25	0.91	7.96	2.43	0.72	1.41	16.62	1.12	25.21
3.50	0.90	8.14	2.43	0.70	1.42	16.47	1.13	28.04
3.75	0.89	8.32	2.43	0.69	1.43	16.38	1.13	30.44
4.00	0.88	8.42	2.43	0.68	1.45	16.17	1.13	32.70
4.25	0.87	8.51	2.43	0.67	1.47	15.99	1.13	34.67
4.50	0.86	8.62	2.43	0.66	1.48	15.85	1.14	36.40
4.75	0.85	8.72	2.43	0.66	1.49	15.74	1.14	37.95
5.00	0.84	8.72	2.43	0.66	1.51	15.48	1.14	39.5

Tabella 5.6: *Calcoli per la stima dello spostamento relativo fra tegolo centrale e trave di bordo attraverso l'algoritmo corretto, in presenza di pannelli. Per $1 < q_c < 2.75$ si utilizza la formula 3.24, per $2.75 < q_c$ si utilizza la 3.25.*

Capitolo 6

Analisi di sensibilità

Si riportano nel presente capitolo le analisi svolte al fine di verificare la variazione della risposta sismica del sistema in funzione della presenza di un attrito diverso da zero fra tegoli di copertura e sottostruttura.

6.0.1 Effetti legati all'attrito

Dato il peso notevole degli elementi di copertura, la messa in opera di una connessione duttile e le *performances* di tale sistema di controllo passivo non possono prescindere dal considerare il possibile attrito fra gli elementi di copertura e la sottostruttura. La presenza di attrito fra i tegoli e le travi di bordo su cui essi poggiano comporta la trasmissione di una forza orizzontale F_{attr} alla sottostruttura, quantificabile come:

$$F_{attr} = \mu N \quad (6.1)$$

ove μ è il *coefficiente d'attrito* (statico o dinamico) e N è la reazione all'appoggio del tegolo, la quale nell'ipotesi di adottare per il singolo tegolo lo schema statico di trave in doppio appoggio sarà pari a metà del peso del singolo tegolo. Si comprende dall'equazione 6.1 come la forza che si sviluppa all'appoggio dei tegoli sia influenzata dalla presenza di un'eventuale componente sussultoria verticale dell'azione sismica e dal coefficiente μ , il quale è a sua volta funzione della modalità di applicazione della sollecitazione.

La presenza d'attrito modifica la risposta della struttura nella quale siano disposte delle connessioni duttili rispetto a quella teorica prevista; fissato un valore di forza di snervamento per i fusibili V_y , il taglio trasmesso alla sottostruttura sarà pari a:

$$V = V_y + F_{attr} > V_y \quad (6.2)$$

La presenza del contributo aggiuntivo legato all'attrito che compare nella 6.2 ha due effetti:

1. incremento del taglio alla base e diminuzione del fattore di struttura q a parità di fattore di riduzione della forza nelle connessioni q_c ;
2. riduzione dello spostamento relativo fra tegoli e sottostruttura a parità di fattore di riduzione della forza nelle connessioni q_c .

In sintesi, l'attrito induce un calo degli effetti legati alla presenza delle connessioni duttili. Per quantificare ciò, sono state condotte le analisi di seguito riportate.

6.0.2 Modellazione e analisi

Al fine di verificare l'influenza dell'attrito sulla risposta sismica del sistema, si è effettuata un'analisi di sensibilità sul caso studio trattato al capitolo 3, variando il valore del coefficiente μ a parità delle altre variabili. I valori adottati sono riportati nella tabella 6.1 insieme al conseguente valore della forza d'attrito F_{attr} .

μ [-]	F_{attr} [kN]	CONDIZIONE
0.0	0.0	collegamento ideale - assenza d'attrito
0.1	14.2	coefficiente d'attrito statico teflon-calcestruzzo
0.3	42.6	valore intermedio
0.6	85.2	coefficiente d'attrito statico calcestruzzo-calcestruzzo

Tabella 6.1: Valori del coefficiente d'attrito μ adottati per le analisi e conseguente forza d'attrito.

Per il calcolo della forza d'attrito, si è ipotizzato per i tegoli di copertura uno schema statico del tipo trave in doppio appoggio. Lo sforzo normale N da considerare nell'equazione 6.2 risulta quindi pari a metà del peso del singolo elemento di copertura (per il caso in esame 141.63 kN). Nell'ambito delle analisi non si è considerata la possibile componente verticale dell'azione sismica. Tale componente potrebbe indurre un incremento della forza d'attrito, di cui si può tenere conto utilizzando un coefficiente d'attrito maggiorato. A titolo d'esempio, si riporta lo spettro di risposta per l'azione sismica verticale relativo al caso studio considerato al capitolo 3 in figura 6.1. Si nota come l'azione sismica verticale possa indurre un incremento massimo dello sforzo normale agente all'appoggio del 75%. Supponendo di assumere un

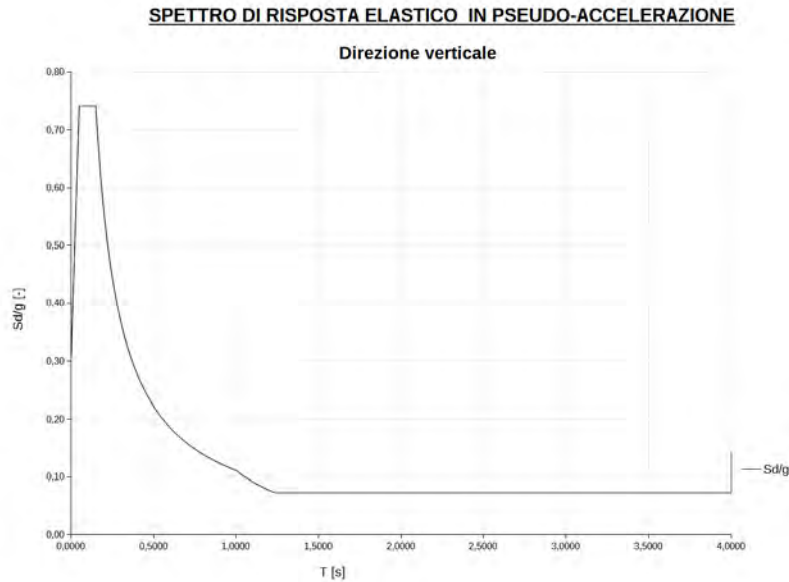


Figura 6.1: *Spettro di risposta elastico in pseudo-accelerazione - direzione verticale.*

coefficiente d'attrito pari a 0.1, si può tenere conto in maniera semplificativa della componente verticale del sisma incrementando tale coefficiente a:

$$\mu^* = \mu \cdot 1.75 = 0.175$$

Si sottolinea comunque che in genere la componente verticale del sisma risulta abbastanza piccola se confrontata con quella orizzontale.

Per inserire l'effetto dell'attrito all'interno del modello numerico, si è operato attraverso la modifica della legge forza spostamento elastica perfettamente-plastica delle connessioni duttili per la sollecitazione tagliante. In tale ottica, la presenza dell'attrito comporterebbe l'incremento della forza di snervamento della singola connessione e la necessità d'assumere un legame costitutivo di tipo trilineare come quello rappresentato in rosso in figura 6.2. Di fatto nell'ambito delle analisi effettuate si è proceduto in linea semplificativa calcolando una rigidezza equivalente K_{eq} attraverso la quale si è ottenuto nuovamente un legame di tipo bilineare elasto-plastico perfetto. La rigidezza elastica equivalente da assegnare alle connessioni risulterà quindi pari a:

$$K_{eq} = \frac{(V_y + F_{attr})}{\delta_y} \quad (6.3)$$

ove δ_y è il valore di spostamento relativo per il quale avviene lo snervamento delle connessioni, V_y è la forza di snervamento della singola connessione e

F_{attr} è la forza d'attrito. Lo snervamento viene quindi fissato per un valore di forza pari alla somma della forza d'attrito e della forza di snervamento delle connessioni. A parte la modifica del legame costitutivo delle connessioni, la modellazione resta uguale a quella descritta al paragrafo 3.6.1 del capitolo 3.

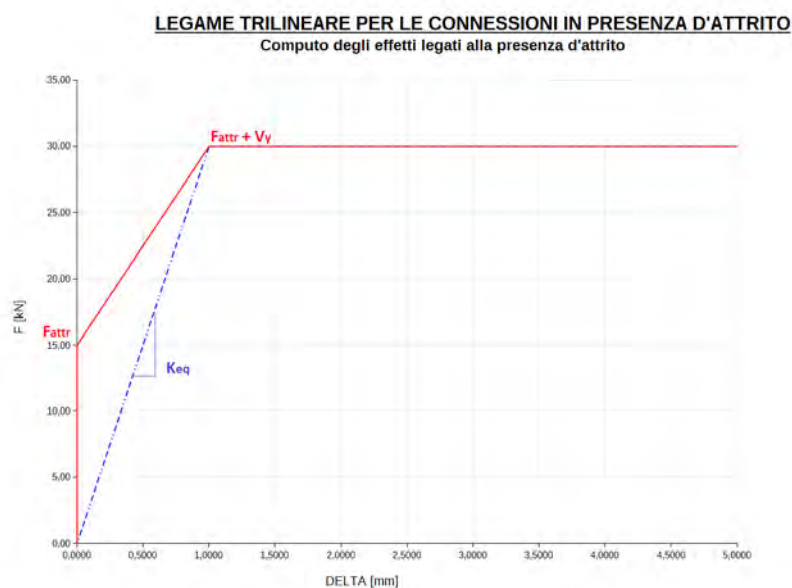


Figura 6.2: Legame costitutivo trilineare per le connessioni al fine di tener conto degli effetti dell'attrito e definizione della rigidità equivalente K_{eq} al fine della sua bilinearizzazione.

Per ogni valore di μ riportato in tabella 6.1, si sono effettuate una serie di analisi variando la forza di snervamento delle connessioni in funzione del parametro q_c e ridefinendo ogni volta il legame da assegnare alla singola connessione. Per ogni valore di q_c fissato si è provveduto a effettuare 6 analisi dinamiche non-lineari utilizzando accelerogrammi artificiali, generati tramite il *freeware* SimQke. Attraverso la media dei risultati delle 6 analisi si è calcolato il valore delle variabili di maggior interesse.

6.0.3 Risultati

Si riporta nei seguenti grafici la sintesi dei risultati dell'analisi di sensibilità riguardante gli effetti legati alla presenza d'attrito; gli spostamenti totali dei pilastri centrale e laterale, e gli spostamenti relativi delle connessioni

dei tegoli 1 e 4 sono rappresentati in funzione del fattore q_c al variare del coefficiente d'attrito μ nei grafici 6.3, 6.4, 6.5, 6.6.

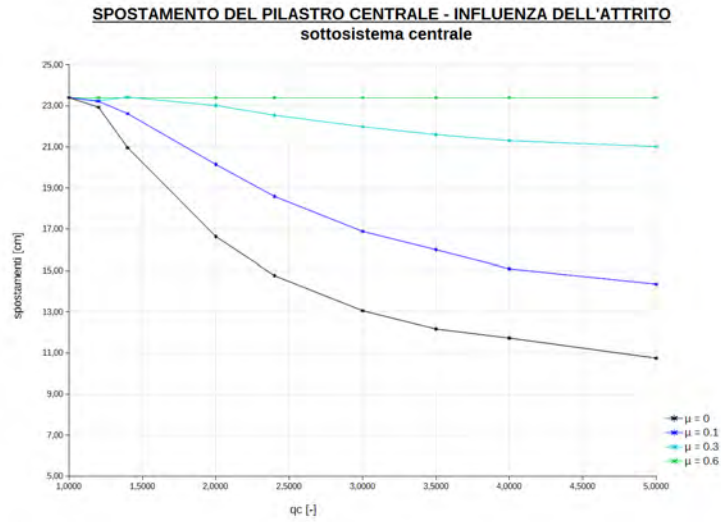


Figura 6.3: *Spostamenti del pilastro centrale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

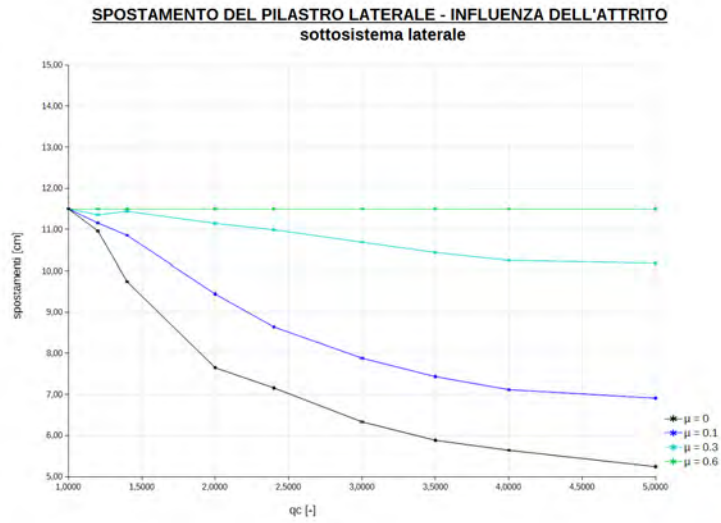


Figura 6.4: *Spostamenti del pilastro laterale in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

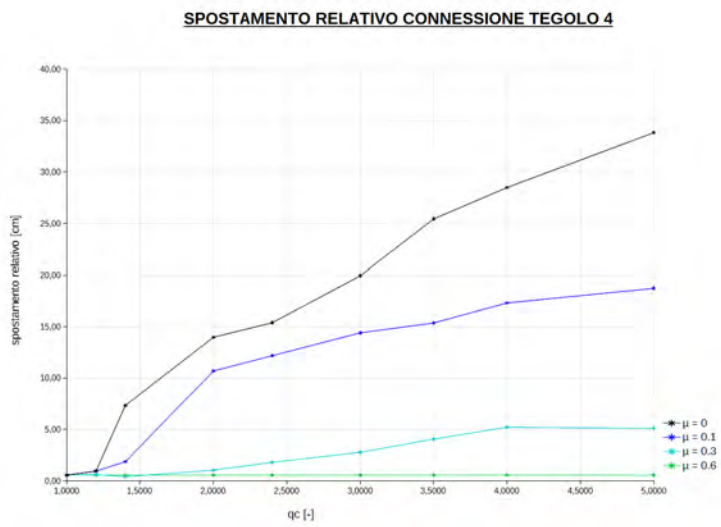


Figura 6.5: *Spostamenti relativi della connessione numero 4 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

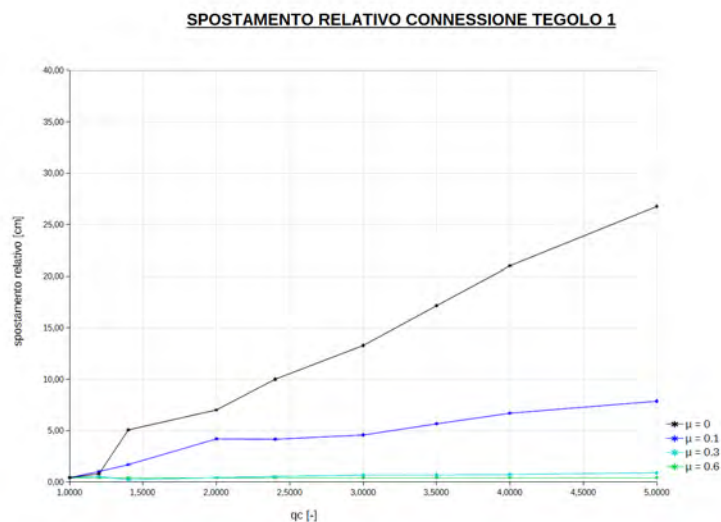


Figura 6.6: *Spostamenti relativi della connessione del tegolo 1 in funzione di q_c al variare del coefficiente d'attrito.*

Si può osservare dai grafici precedentemente riportati come all'aumentare dell'attrito fra tegoli di copertura e sottostruttura, l'effetto benefico di riduzione del taglio alla base dei pilastri legato alla presenza delle connessioni duttili diminuisca, fino a scomparire del tutto per un coefficiente d'attrito pari a 0.6. Tale risultato era prevedibile, dato che la presenza della forza d'attrito incrementa inevitabilmente il taglio trasmesso alla sottostruttura. È quindi evidente dai risultati delle analisi effettuate che per la progettazione delle connessioni duttili da interporre fra tegoli e sottostruttura risulta fondamentale tener conto del possibile attrito all'appoggio degli elementi di copertura. Non considerare tale fenomeno in fase di progettazione, lasciando quindi a contatto le due superfici in calcestruzzo (coefficiente d'attrito statico $\mu=0.6$), comporterebbe l'inefficacia del sistema di controllo passivo proposto. Appare necessario al fine del corretto funzionamento delle connessioni duttili interposte ridurre al massimo l'attrito fra le due superfici d'appoggio. Tale risultato si può ottenere interponendo un foglio di teflon fra i tegoli e la trave di bordo.

Capitolo 7

Conclusioni

L'ambito di ricerca nel quale si inserisce la presente tesi è la progettazione anti-sismica / l'adeguamento di strutture prefabbricate tramite l'utilizzo di tecniche di controllo passivo. La tematica riveste indubbio interesse nell'ingegneria sismica visti i recenti terremoti in Italia e le loro conseguenze sugli edifici prefabbricati industriali. L'intervento proposto e studiato è l'interposizione fra gli elementi di copertura e la sottostruttura di connessioni duttili, atte a dissipare energia attraverso l'isteresi dell'acciaio e ad incrementare così il fattore di struttura. Un tale intervento necessita del controllo degli spostamenti relativi fra tegoli di copertura e trave di bordo, i quali non devono essere maggiori della lunghezza d'appoggio. Il lavoro svolto ha consentito di sviluppare un algoritmo per la definizione della forza di snervamento di tali connessioni in funzione del loro massimo spostamento ammissibile, oltre che consentire la quantificazione dell'incremento del fattore di struttura legato alla loro presenza.

Il problema è stato prima affrontato dal punto di vista analitico, definendo uno schema semplificativo per evidenziare le principali caratteristiche del comportamento dinamico non-lineare del sistema e muovendo alcune ipotesi di base per l'elaborazione dell'algoritmo. Numerose analisi dinamiche non-lineari svolte su un caso studio hanno poi permesso di testare la capacità dell'algoritmo proposto di rappresentare i fenomeni oggetto di studio e di proporre una correzione per la sua estensione a valori di forza di snervamento delle connessioni molto basse. Nella seconda parte del lavoro, alcune considerazioni teoriche sono state fatte riguardo gli effetti legati alla presenza dei pannelli di tamponamento, supposti vincolati in modo da non alterare la rigidità della struttura. Una modifica all'algoritmo inizialmente proposto è stata apportata per tenere conto della loro presenza, la quale si traduce in un incremento di massa della sottostruttura. L'accuratezza dei risultati analitici ottenuti è stata verificata attraverso numerose analisi dinamiche non-lineari

svolte su un caso studio. Infine, è stata svolta un'analisi di sensibilità per verificare gli effetti dell'attrito sull'efficacia dell'intervento proposto. Tale analisi ha evidenziato come l'incremento del fattore di struttura legato all'uso di connessioni dissipative sia strettamente legato alla riduzione del coefficiente d'attrito fra tegoli e sottostruttura. Tale riduzione può essere fisicamente operata attraverso l'interposizione di un foglio di teflon all'appoggio degli elementi di copertura.

Bibliografia

- T. Albanesi, C. Nuti, and I. Vanzi. A simplified procedure to assess the seismic response of nonlinear structures. *Earthquake Spectra*, 2000.
- B. Belletti, A. Gasperi, and A. Spagnoli. Capacity design based seismic forces in floor to beam connections of precast concrete frames. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 2014.
- O. Belluzzi. *Scienza delle Costruzioni - volume 1*. Zanichelli, 1975.
- D. Bournas, P. Negro, and F. Taucer. Performance of industrial buildings during the emilia earthquakes in northern italy and recommendations for their strengthening. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2014.
- A. K. Chopra. *Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, 1995.
- A. K. Chopra and G. Rakesh. Direct displacement based design: use of inelastic vs elastic design spectra. *Earthquake Spectral*, 2001.
- A. Colombo and G. Toniolo. Precast concrete structures: the lesson learnt from l'aquila earthquake. *Structural Concrete*, 2012.
- L. DeStefani, R. Scotta, and R. Vitaliani. Passive control of precast building response using cladding panels as dissipative shear walls. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2015.
- S. A. Freeman. The capacity design spectrum as a tool for seismic design. *ISET - Journal of Earthquake Technology*, 1998.
- G+DComputing. *Straus7 - Theoretical manual*. 2004.
- P. Gulkan and M. A. Sozen. Inelastic responses of reinforced concrete structures to earthquake motion. *ACI Journal Proceedings*, 1974.

- L. Liberatore, L. Sorrentino, and L. Decanini. Failure of industrial structures induced by the emilia (italy) 2012 earthquake. *Elsevire*, 2013.
- M. Meneghetti. Observations on precast concrete structures of industrial buildings and warehouse. *Progettazione sismica: Special issue on the 2009 L'Aquila earthquake*, 2009.
- M. Olgiati, P. Negro, and D. Bournas. Literature survey and identification of needs - part two: general survey and design procedures. *Contribution of the Joint Research Centre*, 2011.
- M. J. N. Priestley, G. Calvi, and M. Kowalsky. Displacememnt based design of structures. *IUSS PRESS*, 2007.
- A. Veletsos and N. Newmark. Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions. *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*, 1960.