



CORSO DI LAUREA MAGISTRALE  
INGEGNERIA ELETTRICA

TESI DI LAUREA

**ANALISI E SIMULAZIONI NUMERICHE DEI PROCESSI ELETTROMAGNETICI  
E TERMICI IN BOBINE PER RISCALDAMENTO AD INDUZIONE CON ALTE  
DENSITÀ DI CORRENTE**

RELATORE: **Prof. LUPI SERGIO**  
*(DIE – Università degli Studi di Padova)*

CORRELATORI: **Prof. NACKE BERNARD**  
*(ETP – Leibniz Universität Hannover)*  
**Dr.Ing. NIKANOROV ALEXANDER**  
*(ETP – Leibniz Universität Hannover)*  
**Prof. FORZAN MICHELE**  
*(DIE – Università degli Studi di Padova)*

LAUREANDO: **BRESSAN FERNANDO**

ANNO ACCADEMICO 2010-2011



# INDICE

<b>LISTA DEI SIMBOLI</b> .....	<b>2</b>
<b>SUMMARY</b> .....	<b>5</b>
<b>SOMMARIO</b> .....	<b>8</b>
<b>INTRODUZIONE</b> .....	<b>9</b>
<b>1. PROCESSI DI RISCALDAMENTO AD INDUZIONE - INDUTTORI</b> .....	<b>12</b>
<b>2. FENOMENI FISICI NEI PROCESSI DI RISCALDAMENTO AD INDUZIONE</b> .....	<b>15</b>
2.1. <i>FENOMENI ELETTROMAGNETICI</i> .....	15
2.2. <i>MODELLO MATEMATICO DEL PROCESSO TERMICO</i> .....	24
2.3. <i>PROPRIETÁ DEI MATERIALI</i> .....	25
2.4. <i>ASPETTI IDRODINAMICI</i> .....	27
2.5. <i>TERMODINAMICA E TRASMISSIONE DEL CALORE</i> .....	31
<b>3. COEFFICIENTE DI TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONVEZIONE</b> .....	<b>34</b>
3.1. <i>GENERALITÁ</i> .....	34
3.2. <i>DEFINIZIONE DEL COEFFICIENTE DI SCAMBIO PER CONVEZIONE</i> .....	36
3.3. <i>DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI SCAMBIO PER CONVEZIONE</i> .....	45
3.4. <i>APPLICAZIONE</i> .....	58
<b>4. SOFTWARE</b> .....	<b>60</b>
4.1. <i>GENERALITÁ</i> .....	60
4.2. <i>MATLAB</i> .....	61
4.3. <i>FLUX ED ANSYS</i> .....	62
<b>5. APPLICAZIONI DEL METODO</b> .....	<b>65</b>
5.1. <i>CONFIGURAZIONI E IPOTESI DI STUDIO</i> .....	65
5.2. <i>ELENCO DELLE SIMULAZIONI</i> .....	66
5.3. <i>RISULTATI</i> .....	67
<b>6. ANALISI DEI RISULTATI E SVILUPPI FUTURI</b> .....	<b>93</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>94</b>
<b>APPENDICE A</b> .....	<b>95</b>
<b>APPENDICE B</b> .....	<b>96</b>
<b>APPENDICE C</b> .....	<b>97</b>
<b>APPENDICE D</b> .....	<b>106</b>
<b>RINGRAZIAMENTI</b> .....	<b>110</b>
<b>ACKNOWLEDGEMENTS</b> .....	<b>111</b>

## LISTA DEI SIMBOLI

SIMB.	U.M.	DESCRIZIONE	SIMB.	U.M.	DESCRIZIONE
H	A/m	<i>Campo magnetico</i>	$\vartheta$	°C	<i>Temperatura</i>
E	V/m	<i>Campo elettrico</i>	$\lambda$	W/m °C	<i>Conducibilità termica</i>
G	A/m <sup>2</sup>	<i>Densità di corrente</i>	$c_p$	J/kg °C	<i>Calore specifico</i>
w	W/m <sup>3</sup>	<i>Densità di potenza</i>	$\gamma$	Kg/m <sup>3</sup>	<i>Densità</i>
f	Hz	<i>Frequenza</i>	$\mu_d$	kg/(m·s)	<i>Viscosità dinamica</i>
$\omega$	rad/s	<i>Pulsazione</i>	$\nu$	m <sup>2</sup> /s	<i>Viscosità cinematica</i>
$\delta$	m	<i>Spessore di penetrazione</i>	h	W/m <sup>2</sup> °C	<i>Coefficiente scambio termico</i>
$\rho$	$\Omega \cdot m$	<i>Resistività</i>	$f_a$	-	<i>Fattore di attrito</i>
$\mu$	H/m	<i>Permeabilità magnetica</i>	$L_i$	m	<i>Lunghezza ingresso idrodinam.</i>
$\mu_0$	H/m	<i>Permeabilità magnetica vuoto</i>	$w_m$	m/s	<i>Velocità fluido</i>
$\xi$	-	<i>Coordinata radiale</i>	$q_w$	l/min	<i>Portata fluido</i>
m	-	<i>Parametro adimensionale</i>	$m_w$	kg/s	<i>Portata di massa</i>
R	m	<i>Raggio esterno</i>	Re	-	<i>Numero di Reynolds</i>
r	m	<i>Coordinata raggio</i>	Nu	-	<i>Numero di Nusselt</i>
S	m <sup>2</sup>	<i>Sezione</i>	Pr	-	<i>Numero di Prandtl</i>
L	m	<i>Lunghezza</i>	$L_p$	W	<i>Potenza di pompaggio</i>
$D_H$	m	<i>Diametro idraulico</i>	q	W/m <sup>2</sup>	<i>Flusso di calore</i>
D	m	<i>Diametro</i>	Q	W	<i>Calore</i>
t	s	<i>Tempo</i>	$\delta_T$	m	<i>Strato limite temperatura</i>
j	-	<i>Unità immaginaria (<math>\sqrt{-1}</math>)</i>	$\delta_v$	m	<i>Strato limite velocità</i>

## **SUMMARY**

The present work, done thanks to the Erasmus international exchange program and developed in the frame of the cooperation between the Department of Electrical Engineering (DIE) of Padua University and the Institut für Elektroprozesstechnik (ETP) of Hannover University, aims to investigate the behavior of inductors for induction heating in applications with high current density.

This summary provides a general overview of the contents of the work and allows an easy identification of the chapters. The study focuses primarily on the phenomenon of heat transfer in inductors, especially when the heating processes require high current density.

Main objective of the work is to develop an accurate method to design the forced cooling system of an inductor, in order to prolong its lifetime and prevent failures to equipment, which can cause sudden stops of production, with its related costs.

The introduction outlines the current state of the art about the topics studied, reporting the innovations that industry requires and observing how this field of study is relatively unexplored. With reference to the physical models of the study, the main problems are represented by the formulations that are often empirical. Also, the models generally used consider only the average values of the quantities under examination, losing therefore accuracy as regards possible localized overheating. This chapter underlines that today the companies solve the problems of the inductor's cooling by adopting solutions dictated by the previous work experience. Finally, even if some of these companies developed some design method about this topic, in any case it was not published.

Chapter 1 describes the process of induction heating and provides a brief description of its applications, giving an overview of the types of coils generally used.

Chapter 2 deepens the physical phenomena that are of interest in the analysis, such as electromagnetic and thermal coupled problems, the heat transmission by conduction and convection, ending with a brief description of the hydrodynamic aspects.

The chapter 3 represents the core of the work. Here is proposed a new way to define a curve which shows the dependence between the heat transmission coefficient by convection and the temperature. In this model are considered all the variables present, such as the pressure of

the cooling fluid, the geometry of the system and the dependence between the physical parameters of materials and the temperature.

This curve is built considering two different parts of it, each part obtained in a different way.

The first part of the curve has been obtained by analytical analysis and represents the heat transfer coefficient by convection as a function of temperature, with values ranging between the ambient temperature and the boiling temperature of the cooling fluid.

The second part of this curve, for values of temperature higher than the boiling temperature of the cooling fluid, is obtained from experimental data reported in literature (see [5] in bibliography). Starting from the results of this experiment, with a polynomial interpolation has been obtained a relationship between the heat transfer coefficient and temperature.

Have been also proposed two different ways to simulate the models. The first way, called "Line Region", considers only the coil and uses the internal surface of the inductor tube (interface copper-water) as the border zone where the heat exchange conditions are imposed. The second way, called "Equivalent Layer", allows also to take into account the distribution of temperature in the cooling fluid. To do this, it has been considered a small layer between the cooling fluid and the copper, in which the thermal conductivity has an effect equivalent to a convection phenomenon.

Chapter 4 describes the software used for this work: Matlab, Ansys and Flux.

Here are described the principles that these software uses to do the simulations and the "windows" to prepare the models and read the results.

The use of more than only one software allowed us to compare the results and, in some cases, also to highlight the limits of software that inevitably sometimes appear when doing simulations.

The chapter 5 lists the hypothesis considered in the models and the configurations simulated. In particular the use of a 2D model represents the biggest limit, because it neglects the edge effects. Moreover, in this study we have neglected the proximity effect due to the presence of the load.

The models have been used for simulations with different frequencies, different current intensity and different geometrical configurations, e.g. thickness of the coil tube and type of corners (round corners and rectangular corners).

Chapter 6 shows the results of the simulations and gives an outlook on future developments. An important remark must be done at the end of this work, i.e. that it is necessary to validate the results obtained with experimental tests.

Moreover, it will be important to define an equivalent value of the thermal conductivity of the cooling fluid in turbulent flow conditions and with the presence of steam's bubbles.

Finally, it is planned to continue this work for analyzing several different cases, in order to obtain useful results to be published in order to make it handy for practical use.

## **SOMMARIO**

Il testo presente si articola in 7 parti:

**Introduzione:** viene riassunto lo stato dell'arte in merito all'argomento oggetto di studio e sono presentate le principali motivazioni che hanno portato ad effettuare tale studio.

**Capitolo 1:** il primo capitolo introduce processo di riscaldamento ad induzione, riportando le caratteristiche che lo differenziano rispetto ad altri processi. Viene inoltre riportata una serie di immagini per illustrare gli induttori più utilizzati nelle applicazioni industriali.

**Capitolo 2:** nel secondo capitolo vengono approfonditi gli aspetti teorici che sono alla base dello studio svolto. Viene posta particolare attenzione alle proprietà dei materiali, si espongono i modelli elettromagnetico e termico accoppiati, per finire con alcuni cenni sull'idrodinamica del fluido di raffreddamento e con l'analisi della trasmissione del calore per conduzione e convezione.

**Capitolo 3:** il terzo capitolo racchiude la parte più importante del lavoro svolto. Si descrive dettagliatamente il modello proposto per studiare come avviene lo scambio termico tra l'induttore e il liquido di raffreddamento che scorre nel canale interno della bobina.

**Capitolo 4:** il quarto capitolo presenta i principi di funzionamento dei vari software utilizzati nelle varie fasi dello studio, in particolare a livello computazionale sono stati utilizzati Matlab, Ansys e Flux.

**Capitolo 5:** il quinto capitolo raccoglie tutte le informazioni ottenute, vengono inoltre formulate le ipotesi di studio per passare infine all'organizzazione delle simulazioni che illustreranno i risultati dei problemi analizzati. Sono presentati poi i risultati delle simulazioni con le varie configurazioni proposte, dall'induttore a sezione circolare a quello a sezione rettangolare, dagli spigoli a 90° agli angoli smussati con vari raggi di raccordo, confrontando infine un metodo semplificato (Line Region) con un metodo più accurato ma allo stesso tempo più complesso (Equivalent Layer).

**Capitolo 6:** il sesto ed ultimo capitolo riassume il lavoro svolto e illustra quali sono gli sviluppi futuri per migliorare lo studio effettuato. L'obiettivo finale rimane quello di cercare il miglior metodo per progettare correttamente gli induttori considerando il raffreddamento forzato, cercando di ottenere un modello che si possa proporre pubblicamente in ambiente industriale.



## **INTRODUZIONE**

Come in molti processi industriali, anche nel riscaldamento ad induzione il guasto delle apparecchiature risulta essere la causa di fermata d'impianto.

Tali interruzioni non pianificate possono incidere significativamente nel costo finale del prodotto.

A tal proposito, negli ultimi anni il mercato sta chiedendo maggior innovazione e durata di vita delle bobine induttrici, in particolare per processi di tempra ad induzione. Tale domanda ha portato diverse aziende a condurre ricerche in merito, sviluppando successivamente numerose pubblicazioni.

Gli studi condotti evidenziano una conclusione comune: durante i processi di lavorazione, i principali guasti che si manifestano negli induttori sono riconducibili a rotture meccaniche e a sovratemperature, entrambi dovuti a un insufficiente raffreddamento.

Queste conclusioni implicitamente indicano che non è semplice progettare la configurazione ottimale di un induttore, in particolare quando si utilizzano elevate densità di corrente oppure geometrie non convenzionali.

E' inoltre noto che è sempre importante in fase progettuale conoscere il grado di sfruttamento a cui sarà soggetta la bobina (in termini di corrente utilizzata rispetto alla corrente massima utilizzabile), nonché approfondire quale sia la configurazione che porta alla distribuzione più uniforme della temperatura all'interno dell'induttore.

Queste ricerche identificano quindi molto bene quali saranno gli obiettivi dei prossimi studi nel settore. Tuttavia, ad oggi tali studi non offrono pubblicamente una valida soluzione per risolvere il problema in fase progettuale.

Si rende necessario allora sviluppare un metodo accurato per progettare gli induttori specialmente nel caso in cui si utilizzino alte densità di corrente e sia presente un sistema di raffreddamento forzato.

Nelle prime fasi dello sviluppo del riscaldamento ad induzione con elevate densità di corrente, sono state sviluppate molte raccomandazioni empiriche, ad esempio la massima densità di corrente utilizzabile o la massima densità di perdite nel rame. Tra i numerosi tentativi di studio per aumentare la vita degli induttori si è cercato anche di considerare diversi materiali con i quali realizzare bobine, proponendo argento, ottone, altre leghe di rame e rame ricotto.

Tali tentativi hanno però portato a miglioramenti limitati e quindi spesso non sono stati pubblicati.

Attualmente le industrie utilizzano diversi approcci per evitare guasti dovuti a sovratemperature e quindi aumentare la vita degli induttori. In ogni caso, generalmente le operazioni da eseguire per limitare sovratemperature in ordine sono: potenziare il sistema di raffreddamento, ridurre la densità delle sorgenti di calore (distribuzione della densità di corrente) e infine cambiare la geometria della bobina.

Potenziare il sistema raffreddamento significa incrementare la portata d'acqua tramite adattamenti della cavità all'interno della quale scorre l'acqua, oppure introdurre ulteriori circuiti di raffreddamento. L'aumento della portata d'acqua è la prima operazione da svolgere, finché non si raggiungono i limiti della pompa. Se si raggiungono i limiti della pompa, occorre sostituire la pompa esistente con una più potente oppure introdurre un sistema di pompaggio d'acqua supplementare. In molti casi la pressione dell'acqua può raggiungere i 2MPa (20 bar). Nei casi in cui nemmeno un miglior sistema di raffreddamento sia sufficiente, bisogna intervenire tentando di minimizzare la densità di potenza nei punti critici dell'induttore. Tuttavia questa soluzione risulta spesso impegnativa se si hanno induttori complessi, cambiare una particolare sezione può avere diversi effetti indesiderati nel risultato del riscaldamento.

I programmi di simulazione che si utilizzano oggi permettono di calcolare in modo accurato i parametri elettromagnetici e la distribuzione delle temperature nei componenti oggetto di studio. Raramente tali software sono utilizzati per considerare trasformazioni strutturali, stress e deformazioni dovuti a effetti termici, di conseguenza esistono solo poche pubblicazioni in merito al comportamento all'interno della bobina.

Prevedere i guasti per effetti termici nel rame è quindi ad oggi molto difficile, sono richieste inoltre considerazioni relative a una serie di fenomeni come l'elettromagnetismo, la dinamica dei fluidi, la trasmissione del calore e la scienza dei materiali.

È necessario inoltre verificare l'accuratezza delle tradizionali formulazioni matematiche quando si è in presenza di particolari configurazioni, sempre più spesso utilizzate nei processi di riscaldamento per induzione. Ad esempio lo studio della trasmissione del calore dal rame verso l'acqua è limitata da relazioni che partono da basi empiriche e che spesso usano parametri medi come nel caso della temperatura, della velocità del fluido di raffreddamento e delle dimensioni del canale dove scorre l'acqua. Ulteriore particolarità del riscaldamento ad induzione è la distribuzione delle sorgenti di calore, spesso disposte principalmente su un lato della sezione del tubo col quale è realizzato l'induttore.

Un'altro settore d'analisi impegnativo riguarda le proprietà fisiche materiali, soprattutto quando si cerca di capire quali effetti abbiano sul rame i processi termici e chimici che si manifestano durante il normale esercizio di riscaldamento per trattamenti termici.

La possibilità di studiare le problematiche finora esposte, l'opportunità di sviluppare un lavoro di tesi con il programma di scambio internazionale Erasmus e l'ottima collaborazione che negli anni si è instaurata tra il Dipartimento di Ingegneria Elettrica (DIE) dell'Università di Padova e l'Institut für Elektroprozessstechnik (ETP) dell'Università di Hannover, sono state le principali motivazioni che hanno portato allo sviluppo di tale lavoro.

In questo lavoro si cercherà di approfondire le tecniche di raffreddamento esistenti, comprendendo meglio come in un induttore avviene il trasferimento di calore dal rame verso l'acqua, cercando infine trovare un metodo di valutazione quanto più accurato possibile per inserire un sistema di raffreddamento adeguato nel progetto di una bobina per processi di riscaldamento ad induzione con elevate densità di corrente.

E' importante infine considerare che, data la complessità delle problematiche in esame, il presente lavoro potrà costituire materiale di studio per futuri approfondimenti e sviluppi.

## **1. PROCESSI DI RISCALDAMENTO AD INDUZIONE - INDUTTORI**

Il riscaldamento ad induzione è uno dei processi oggi maggiormente utilizzati per il riscaldamento di corpi elettricamente conduttori, nella maggior parte dei casi costituiti da materiali metallici.

Tra i principali fattori di successo che hanno portato alla grande diffusione di questa tecnologia per le particolari caratteristiche che la rendono praticamente insostituibile in molti processi industriali, si possono evidenziare:

- sviluppo di calore direttamente nel materiale da riscaldare, con possibilità di localizzare detto calore in zone determinate del corpo in riscaldamento;
- ripetibilità dei trattamenti termici e quindi costanza di delle caratteristiche del prodotto finito, con conseguente riduzione degli scarti;
- aumento della produzione grazie alla possibilità di mettere in gioco potenze specifiche elevate e quindi realizzare riscaldamenti in tempi brevi, con conseguente riduzione dei costi della mano d'opera.
- rapida entrata a regime dei cicli di riscaldamento
- perdite di calore verso l'ambiente praticamente trascurabili, con conseguente maggior rendimento e condizioni di lavoro migliori per gli operatori
- automazione degli impianti resa possibile grazie a sistemi di programmazione, controllo e regolazione a microprocessori
- affidabilità degli impianti che riduce le interruzioni della produzione per guasti rispetto alle altre tecniche di riscaldamento tradizionali
- eliminazione quasi totale delle cause di inquinamento ambientale.

I principali settori di applicazione, sia per il numero di impianti esistenti che per l'entità delle potenze installate, riguardano:

- tempra totale o localizzata
- lavorazioni a caldo dei metalli (laminazione, forgiatura e stampaggio)
- saldatura e brasatura
- fusione dei metalli.

I principi su cui si basa il riscaldamento per induzione sono ben noti:

- la produzione del calore viene realizzata mediante correnti indotte nel corpo da riscaldare per induzione elettromagnetica (leggi i Maxwell), quando questo viene sottoposto all'azione di un campo magnetico alternativo

- le correnti indotte, dette anche “correnti di Foucault”, danno luogo a perdite per effetto Joule direttamente nel materiale da riscaldare, le quali costituiscono le sorgenti di calore necessarie per aumentare la temperatura del corpo
- la distribuzione delle correnti indotte e delle sorgenti di calore risulta sempre disuniforme a causa degli effetti elettromagnetici (effetto pelle, effetto anello ed effetto prossimità)
- l’aumento della temperatura nel corpo in riscaldamento, determinato dalla conduzione termica (equazione di Fourier).

Gli elementi che costituiscono un sistema di riscaldamento ad induzione sono il convertitore di frequenza, la batteria di condensatori, la bobina induttrice e il corpo da riscaldare.

L’energia viene trasferita dalla bobina che crea il campo magnetico verso il corpo da riscaldare per via elettromagnetica, senza quindi il contatto degli elementi.

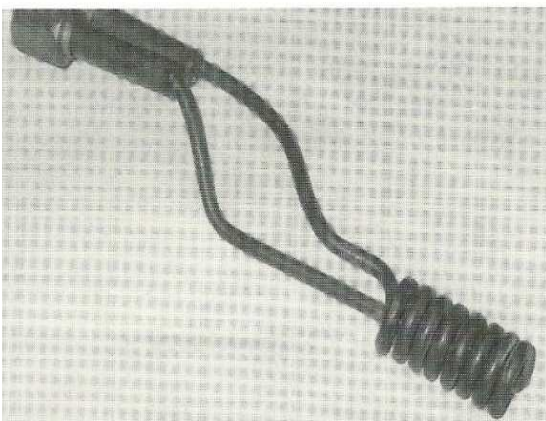
Il campo magnetico di eccitazione si ottiene facendo circolare una corrente di intensità e frequenza opportune entro una bobina induttrice, generalmente realizzata in tubo di rame raffreddato internamente con circolazione d’acqua.

Scegliendo opportunamente la frequenza e la geometria dell’induttore si possono eseguire distribuzioni delle sorgenti di calore nel carico sia di tipo localizzate che uniformemente distribuito, a seconda del trattamento termico da realizzare.

Sono riportate nelle figure che seguono alcune configurazioni di induttori, utilizzati a livello industriale nelle applicazioni sopra descritte.

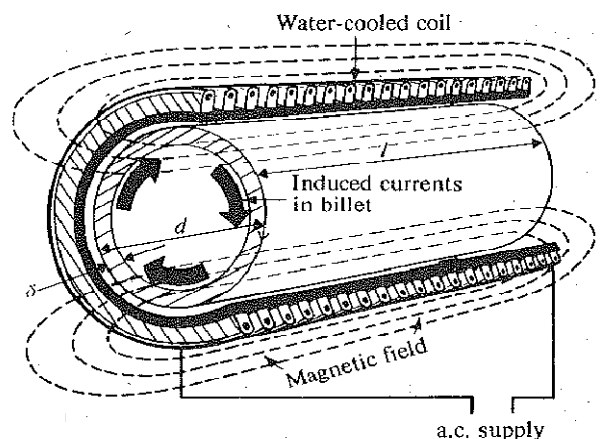
Induttore per riscaldamento di superfici interne ad alta frequenza

Fig. 1-1



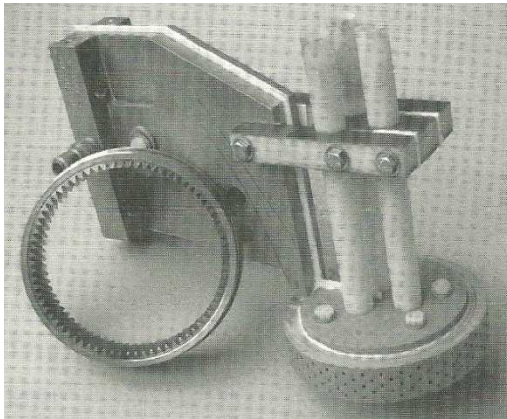
Induttore per riscaldamento di billette

Fig. 1-2



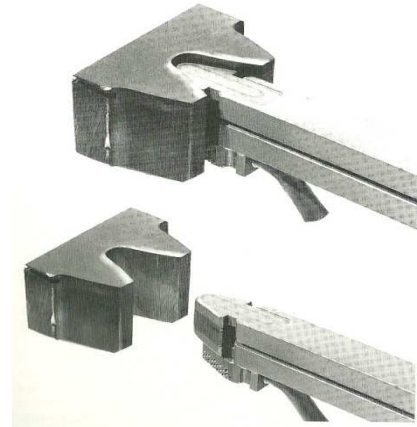
Induttori utilizzati per temprare ruote dentate nel settore automobilistico:

Fig. 1-3



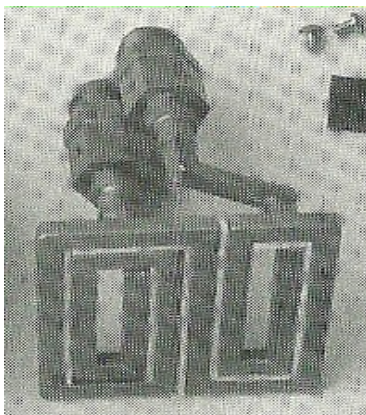
Induttore per temprare dente per dente le ruote dentate:

Fig. 1-4



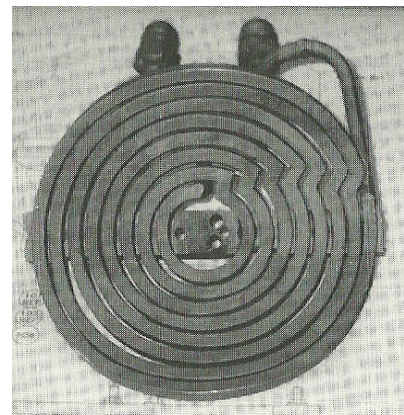
Induttore per saldare specchi retrovisori nel settore automobilistico

Fig. 1-5



Induttore per riscaldamenti di dischi o piatti

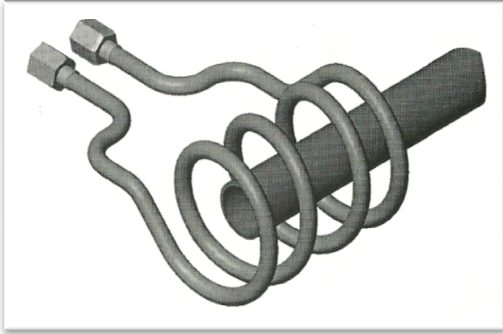
Fig. 1-6



## 2. FENOMENI FISICI NEI PROCESSI DI RISCALDAMENTO AD INDUZIONE

### 2.1. FENOMENI ELETTROMAGNETICI

Applicando una tensione alternata ad una bobina induttrice per riscaldamento ad induzione, si ottiene che una corrente alternata inizia a circolare al suo interno.



Nei processi di riscaldamento per induzione generalmente si utilizzano correnti alternate in un campo di frequenze che va da qualche kHz alle centinaia di kHz.

La corrente alternata che percorre l'induttore produce un campo magnetico, variabile nel tempo con la stessa frequenza della corrente che fluisce nella bobina.

Questo campo magnetico investe il pezzo in lavorazione e genera al suo interno la circolazione di correnti indotte, aventi la stessa frequenza del campo magnetico e quindi della corrente nell'induttore.

Secondo la legge di Faraday, la corrente indotta nel carico ha verso opposto rispetto alla corrente che circola nell'induttore.

Tali correnti producono calore per effetto Joule ( $R \cdot I^2$ ).

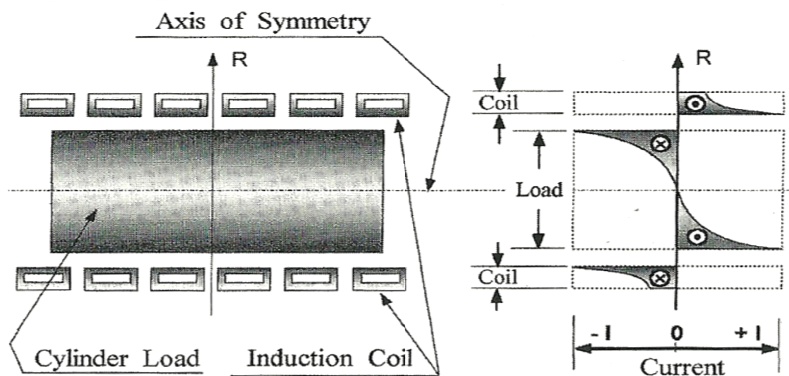


Fig. 2.1-2

A causa di molteplici fenomeni elettromagnetici (effetto pelle, effetto anello, effetto prossimità ed effetto di bordo) la distribuzione della corrente nell'induttore e nel carico non è uniforme. Tale disuniformità delle sorgenti di calore causa una distribuzione della temperatura a sua volta non uniforme.

## EFFETTO PELLE

Dai fondamenti dell'elettrotecnica, quando una corrente continua fluisce in un conduttore la distribuzione di tale corrente nella sezione è uniforme.

Invece, quando una corrente alternata fluisce nello stesso conduttore, generalmente la distribuzione della corrente non è più uniforme, localizzando valori di corrente più elevati sulla superficie esterna del conduttore.

La densità di corrente decresce quindi dall'esterno verso l'interno nella sezione del conduttore.

Tale fenomeno è chiamato "effetto pelle" e si manifesta sempre in presenza di corrente alternata.

Al fine di approfondire il significato dell'effetto pelle, in prima approssimazione la distribuzione della densità di corrente può essere rappresentata con la seguente formula per lastra piana indefinita:

$$G = G_0 \cdot e^{-\frac{y}{\delta}} \quad (2.1-13)$$

Dove

- $y$  è la distanza [m] dalla superficie del conduttore verso in centro della sezione
- $G_0$  è la densità di corrente [A/m<sup>2</sup>] sulla superficie.

La densità di potenza, ritenendo l'induttore costituito di materiale isotropo (pertanto la resistività si può ritenere una grandezza scalare), è pari a:

$$w = \rho \cdot G^2 \quad (2.1-14)$$

Pertanto, una volta nota la distribuzione della densità di corrente, la distribuzione della densità di potenza è facilmente ricavabile dalla relazione:

$$w = w_0 \cdot \left(\frac{G}{G_0}\right)^2 = w_0 \cdot \frac{\text{ber}^2(m \cdot \xi) + \text{bei}^2(m \cdot \xi)}{\text{ber}^2(m) + \text{bei}^2(m)} \quad (2.1-15)$$

dove  $w_0 = \rho \cdot G_0^2$  è la densità di potenza con  $\xi=1$ .

In accordo con la formula (2.1-15), a causa dell'effetto pelle approssimativamente l'86% della potenza si concentra in uno strato superficiale del conduttore.

Tale strato è chiamato "spessore di penetrazione" ( $\delta$ ) ed è definito a partire dalla (2.1-7):

$$\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\omega \cdot \mu \cdot \mu_0}} = 503 \cdot \sqrt{\frac{\rho}{f \cdot \mu}} \quad (2.1-16)$$

L'effetto pelle pertanto dipende dalla frequenza ( $f$ ) e dalle proprietà (resistività  $\rho$  e permeabilità magnetica relativa  $\mu$ ) del materiale percorso da corrente alternata.



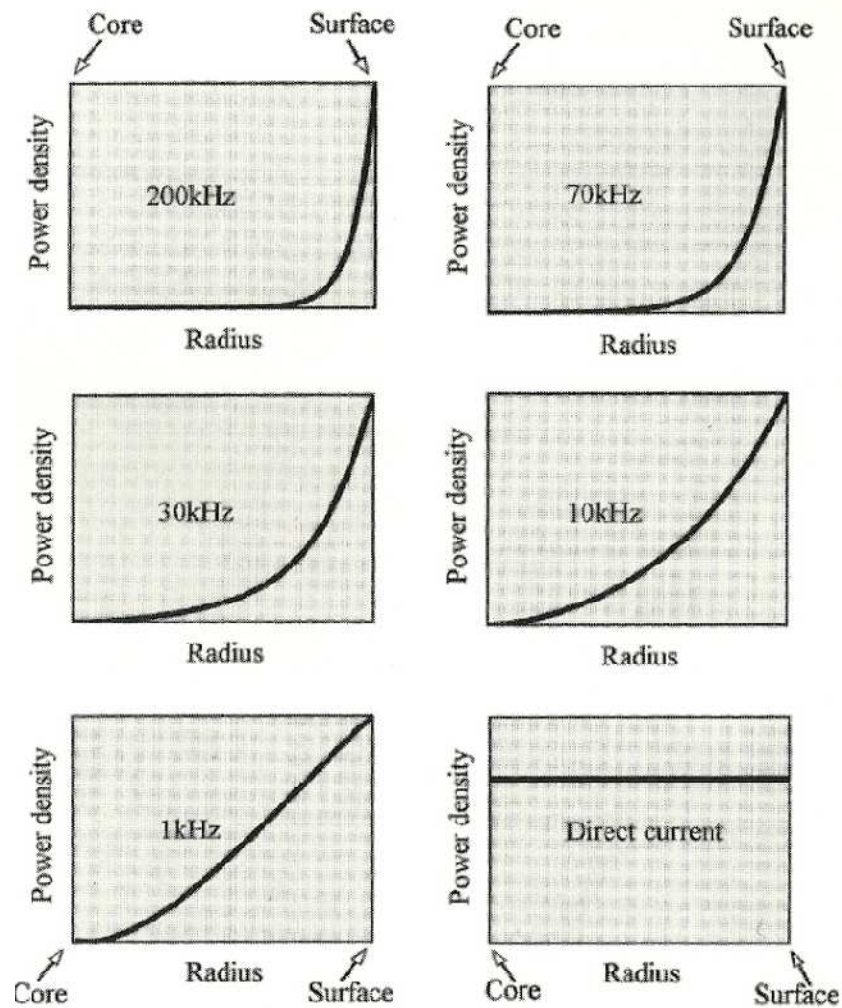


Fig. 2.1-3

L'immagine sopra riportata illustra la distribuzione della corrente nella sezione di un conduttore al variare della frequenza. L'effetto pelle è tanto più pronunciato quanto maggiore è la frequenza della corrente applicata, oppure quanto maggiore è il raggio (o come nel nostro caso lo spessore) del conduttore utilizzato.

Le figure seguenti illustrano a sinistra il significato di spessore di penetrazione, mentre a destra è confrontata la distribuzione della corrente con quella della potenza, sempre in sezioni di conduttori.

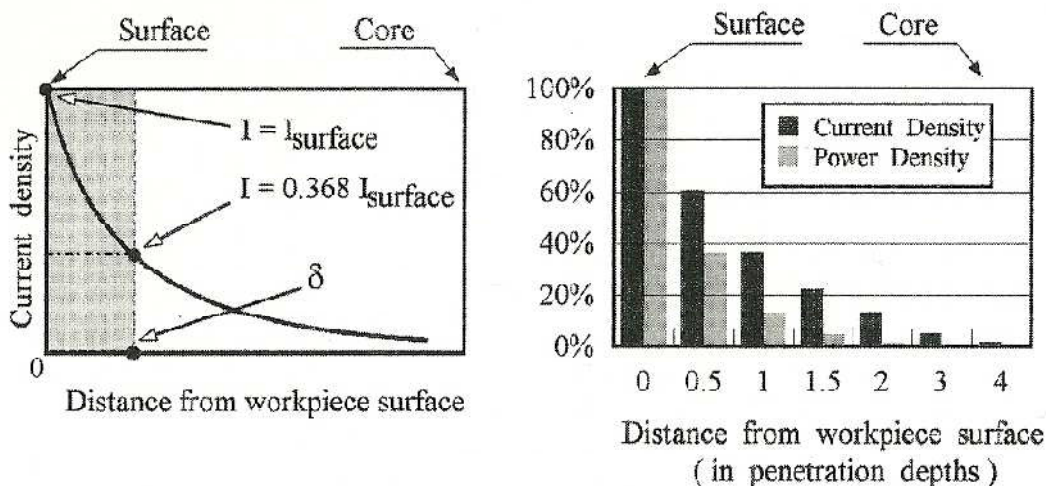


Fig. 2.1-4

In termini matematici, lo spessore di penetrazione è la distanza dalla superficie verso il centro della sezione del conduttore, nella quale la corrente decresce fino ad assumere  $\frac{1}{e}$  volte il proprio valore in superficie.

La densità di potenza, invece, alla distanza  $\delta$  diminuisce di  $\frac{1}{e^2}$  volte il proprio valore rispetto a quello assunto sulla superficie.

Possiamo concludere allora che nello strato superficiale di spessore  $\delta$  sono concentrate il 63% della corrente e l'86% della potenza nel conduttore.

Si vuole di seguito illustrare l'influenza dell'effetto pelle in un induttore "lungo" a sezione circolare, con cavità interna per la circolazione del fluido di raffreddamento, percorso da corrente in direzione assiale.

Trascurando le correnti di spostamento (date le frequenze in gioco) e supponendo le grandezze sinusoidali, le equazioni di Maxwell si scrivono nella forma:

$$\text{rot}(\dot{H}) = \frac{\dot{E}}{\rho} \quad \text{rot}(\dot{E}) = -j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \dot{H} \quad (2.1-1)$$

Con:

- $\dot{H}, \dot{E}$  intensità del campo magnetico [A/m] e del campo elettrico [V/m]
- $\rho, \mu$  resistività [ $\Omega \cdot m$ ] e permeabilità relativa del materiale costituente l'induttore
- $\mu_0 = 4,17 \cdot 10^{-7}$  permeabilità magnetica del vuoto [H/m]
- $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$  pulsazione [ $s^{-1}$ ]
- $f$  frequenza [Hz]
- $j = \sqrt{-1}$

Tenuto conto che, con riferimento ad un sistema di coordinate cilindriche ( $r, \varphi, z$ ) sono diverse solo le componenti  $H_\varphi$  di  $\dot{H}$  ed  $E_z$  di  $\dot{E}$ , omettendo i pedici, dalle (2.1-1) si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dH}{dr} + \frac{1}{r} \cdot H = \frac{E}{\rho} \\ \frac{dE}{dr} = j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot H \end{array} \right. \quad (2.1-2)$$

Dalla seconda delle equazioni risulta:

$$\frac{dH}{dr} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \mu_0} \cdot \frac{d^2 E}{dr^2} \quad (2.1-3)$$

Sostituendo la (2.1-3) nella prima equazione del sistema (2.1-2), tenendo conto che  $E = \rho \cdot G$ , con  $G$  densità di corrente [ $A/m^2$ ] nell'induttore, si ottiene:

$$\frac{d^2 G}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dG}{dr} - \frac{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \mu_0}{\rho} \cdot G = 0 \quad (2.1-4)$$

Ponendo:

$$\xi = \frac{r}{R} \quad (2.1-5) \quad m = \frac{\sqrt{2} \cdot R}{\delta} \quad (2.1-6)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\omega \cdot \mu \cdot \mu_0}} \quad (2.1-7) \quad \beta^2 = -\frac{j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \mu_0}{\rho} \cdot R^2 = -j \cdot m^2 \quad (2.1-8)$$

la (2.1-4) può essere riscritta nella forma:

$$\frac{d^2 G}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{dG}{d\xi} + \beta^2 \cdot G = 0 \quad (2.1-9)$$

La soluzione di tale equazione è del tipo:

$$G = C_1 \cdot J_0(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \xi) + C_2 \cdot Y_0(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \xi) \quad (2.1-10)$$

con  $J_0$  e  $Y_0$  funzioni di Bessel di ordine zero, di prima e seconda specie.

Le costanti  $C_1$  e  $C_2$  si determinano in base alle condizioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} G = G_0 \quad \text{per } \xi = 1 \\ \oint H ds = 0 \quad \text{per } \xi = \alpha \end{array} \right. \quad (2.1-11)$$

con  $\alpha = R_i / R$ , rapporto tra il raggio interno ed il raggio esterno dell'induttore.

La soluzione di tale equazione, con le condizioni al contorno viste sopra, è:

$$\frac{G}{\frac{I}{\pi \cdot R^2 \cdot (1-\alpha^2)}} = \frac{\sqrt{-j} \cdot (1-\alpha^2) \cdot m}{2} \cdot \frac{[J_0(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \xi) \cdot Y_1(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \alpha) - Y_0(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \xi) \cdot J_1(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \alpha)]}{[J_1(\sqrt{-j} \cdot m) \cdot Y_1(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \alpha) - Y_1(\sqrt{-j} \cdot m) \cdot J_1(\sqrt{-j} \cdot m \cdot \alpha)]} \quad (2.1-12)$$

Nella quale il termine  $\frac{I}{\pi \cdot R^2 \cdot (1-\alpha^2)}$  rappresenta la densità di corrente che si avrebbe se la corrente  $I$  fosse distribuita uniformemente nella sezione dell'induttore.

È importante evidenziare che all'interno della bobina (in genere realizzata in rame), durante il processo di riscaldamento, la permeabilità magnetica relativa e la frequenza rimangono praticamente costanti, mentre la resistività dell'induttore aumenta rispetto al valore iniziale per effetto dell'aumento della temperatura. Ciò comporta che, in relazione alla temperatura, anche lo spessore di penetrazione aumenta.

Per applicare le considerazioni finora effettuate bisogna tuttavia considerare che, nella maggior parte dei processi di riscaldamento, poiché la densità di corrente (sorgenti di calore) non è distribuita uniformemente, ci sono sempre gradienti termici all'interno del conduttore. Tali gradienti comportano ovviamente una distribuzione della resistività elettrica non uniforme all'interno dell'induttore.

## EFFETTO ANELLO

Finora è stata considerata la distribuzione della densità di corrente unicamente in un conduttore rettilineo a sezione circolare. Nelle applicazioni dei processi di riscaldamento esistono anche induttori aventi anche sezione rettangolare, ma soprattutto esistono induttori non rettilinei.

Se il conduttore assume forma curva o addirittura ad anello, la corrente si ridistribuisce rispetto al caso rettilineo. In questi casi le linee del flusso magnetico si concentrano sempre sulla superficie, ma nella parte interna dell'anello. Tale addensamento delle linee di campo magnetico comporta un aumento della corrente proprio sulla superficie interna, in accordo anche con quanto verrà successivamente esposto nell'effetto prossimità, dato il verso della corrente.

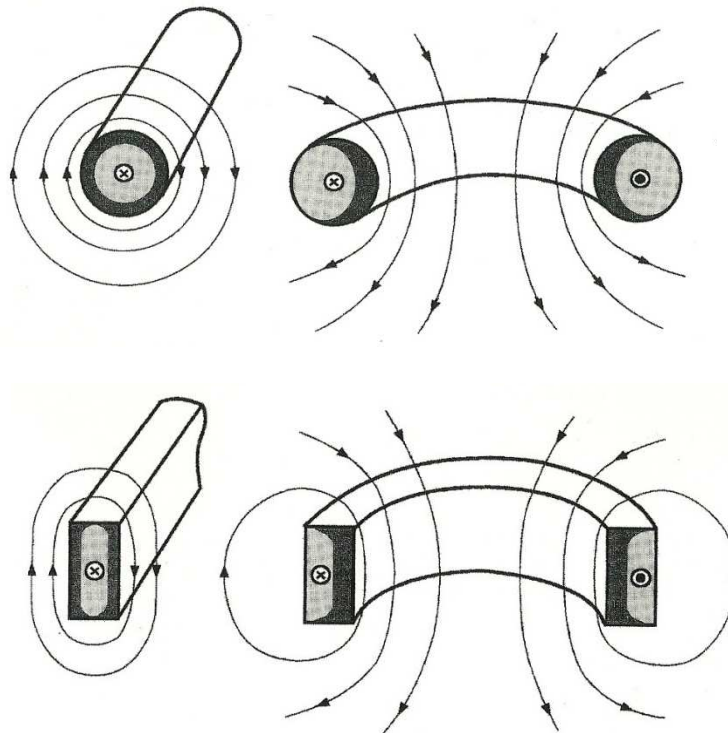


Fig. 2.1-5

L'effetto anello si manifesta nelle bobine a singola spira così come nelle bobine multi spira. La presenza di questo effetto può avere conseguenze positive o negative sul processo di riscaldamento, in relazione alla posizione del carico rispetto all'induttore. Qualora l'induttore sia posto esternamente al carico, il fenomeno produce conseguenze favorevoli; contrariamente, se l'induttore si posiziona internamente al carico allora l'effetto anello riduce l'efficienza del processo.

## EFFETTO PROSSIMITÀ

Sono stati descritti fenomeni elettromagnetici visualizzando un unico conduttore (l'induttore), senza considerare gli effetti dovuti ad altri conduttori (carico in riscaldamento) percorsi da corrente e posti nelle vicinanze.

Tuttavia, la quasi totalità delle applicazioni di riscaldamento per induzione presenta una configurazione dove ci sono più conduttori posti l'uno in prossimità dell'altro.

Bisogna pertanto considerare nell'analisi anche l'interazione tra i campi magnetici delle singole configurazioni.

Generalmente tali accoppiamenti di campi magnetici portano a una distribuzione distorta delle densità di corrente e potenza, sia nell'induttore che nel carico.

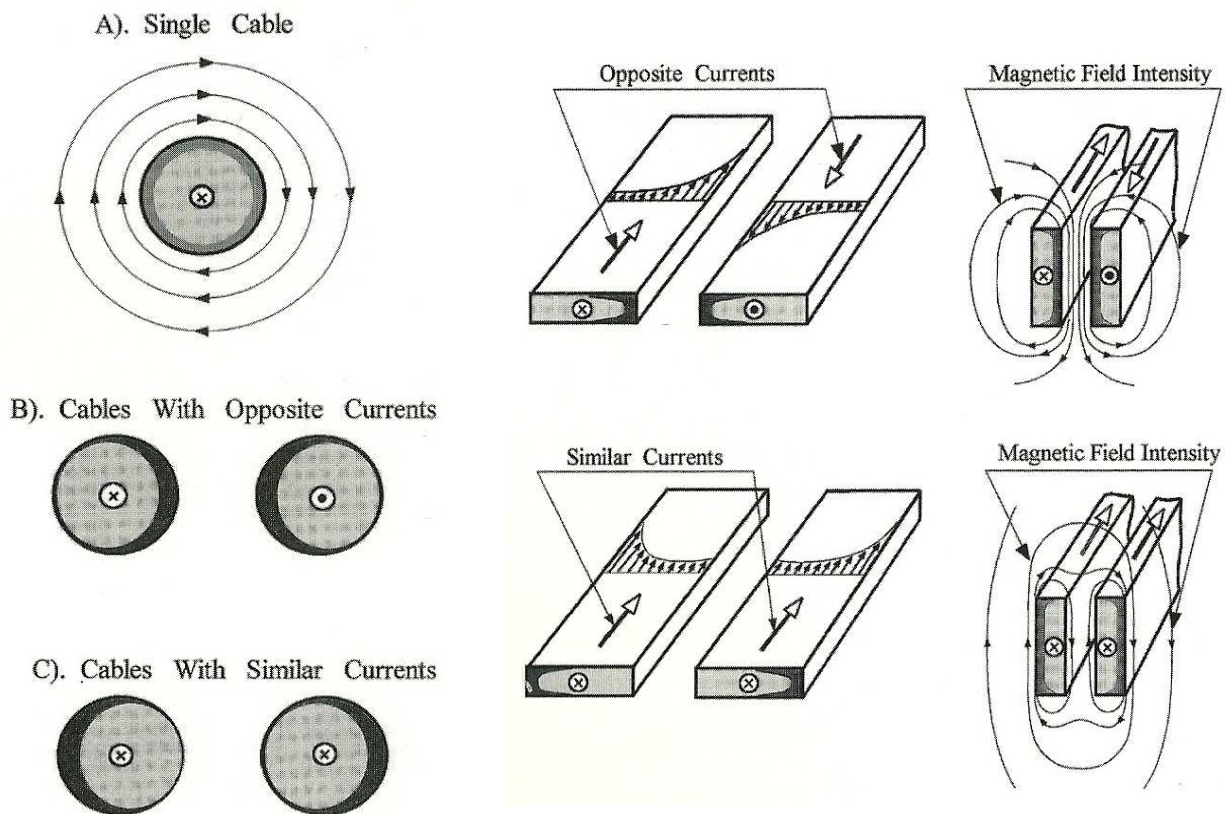


Fig. 2.1-6

Se le correnti che circolano nei conduttori hanno lo stesso verso allora queste correnti tendono ad addensarsi sulle pareti opposte delle rispettive sezioni.

Considerando i versi della corrente nell'induttore e quella indotta nel carico, per effetto della legge di Faraday risulta più interessante per i processi di riscaldamento a induzione il caso in cui le correnti nei conduttori hanno verso opposto. In questo caso le correnti tendono ad addensarsi sulle superfici più prossime delle rispettive sezioni; tale distribuzione è spiegata

dal fatto che si genera un campo magnetico più intenso nella zona d'aria che separa i due conduttori.

Se la distanza tra i due conduttori aumenta, l'effetto di prossimità diminuisce.

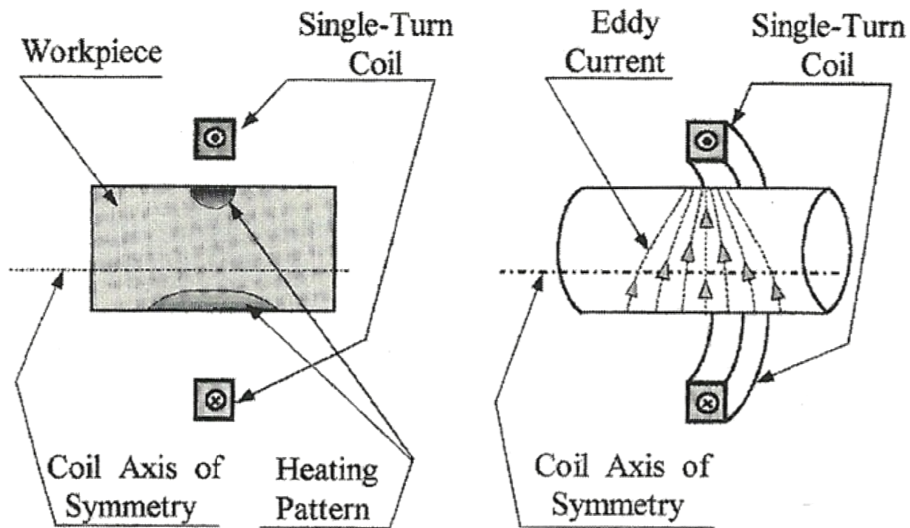


Fig. 2.1-7

Nel caso in cui il sistema non abbia geometria simmetrica, il fenomeno determina distribuzioni come quelle riportate nelle figure seguenti.

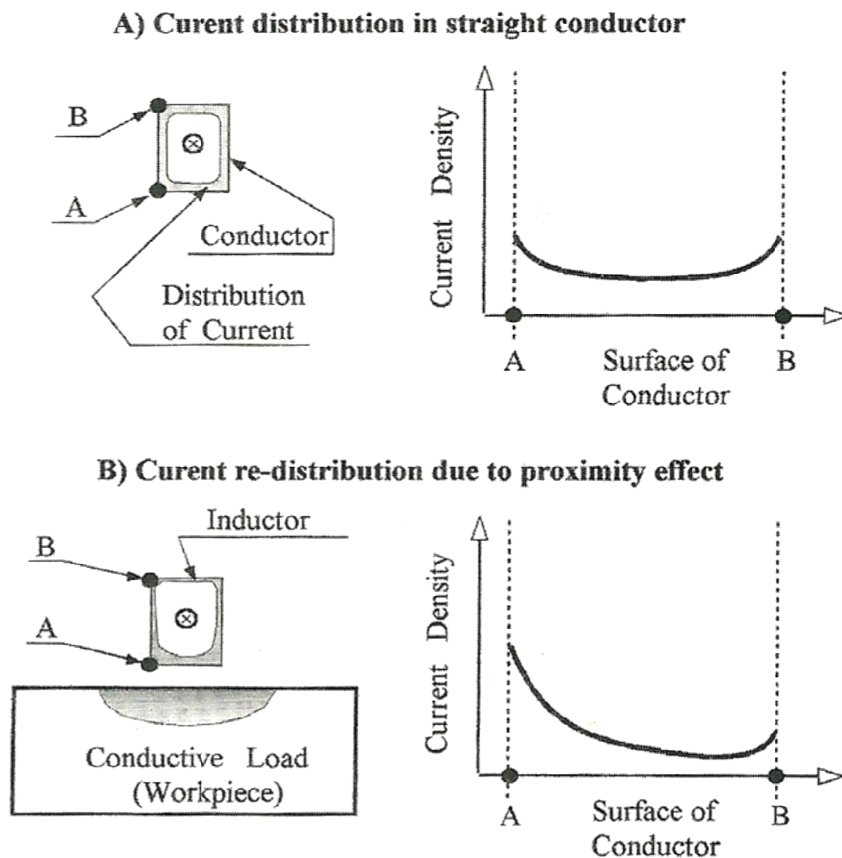


Fig. 2.1-8

## **EFFETTO BORDO**

Al fine di garantire un buon processo di riscaldamento bisogna prevedere con esattezza la distribuzione del campo elettromagnetico prodotto dalla bobina, con diverse condizioni operative. Sia quando si ha il corpo in riscaldamento di lunghezza uguale o inferiore a quella dell'induttore, sia quando si hanno spigoli nella geometria del conduttore, nei bordi si manifestano densità di corrente e della potenza elevate.

L'effetto di bordo è in genere trascurabile quando si hanno induttori "lunghi" a flusso longitudinale. Questo effetto può invece svolgere un ruolo importante quando il riscaldamento del carico avviene con flusso trasverso.

A differenza dell'effetto pelle, dell'effetto anello e dell'effetto prossimità che incidono sulla distribuzione della temperatura nella sezione dell'induttore, l'effetto di bordo influenza anche la distribuzione della temperatura nella direzione longitudinale dell'induttore, a causa della distorsione del campo elettromagnetico ai bordi dell'induttore e del carico.

Nel proseguo dello studio verranno considerate solo geometrie 2-D, non potranno essere pertanto evidenziate le differenze tra l'utilizzo di induttori "corti" e induttori "lunghi". Potranno invece essere visualizzati gli effetti di tale fenomeno dovuti alla presenza di spigoli nella geometria, come illustrato nella figura seguente dove vengono riportate le distribuzioni delle linee di campo magnetico in conduttori rettilinei con due differenti sezioni, circolare e rettangolare.

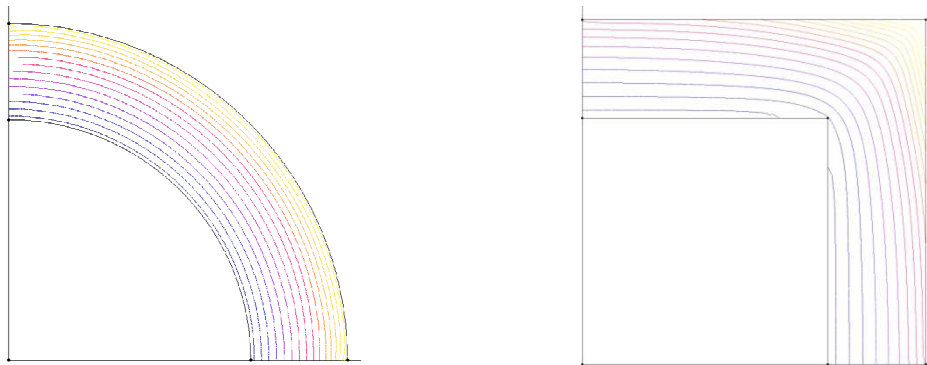


Fig. 2.1-9

L'effetto di bordo può essere analizzato con procedimenti analitici complessi (Lavers, 1971; Koller, 1982) oppure, più convenientemente oggi, con metodi numerici.

Se al fine di ottenere correnti concentrate sulla superficie del pezzo si utilizzano correnti a frequenza elevata (centinaia di kHz), indicazioni utili per il dimensionamento dell'induttore possono essere ottenute anche dallo studio della distribuzione del campo sulla superficie del pezzo, mediante il metodo delle immagini (Brown-Hoyler, 1947).

## 2.2. MODELLO MATEMATICO DEL PROCESSO TERMICO

Si consideri un induttore al cui interno sono distribuite le sorgenti di calore, con perdite nulle verso l'ambiente e con perdite proporzionali alla temperatura nella superficie interna lambita dal liquido di raffreddamento.

L'equazione della conduzione termica in un corpo nel quale si abbia generazione interna di calore è:

$$\nabla^2 \vartheta - \left( \frac{c \cdot \gamma}{\lambda} \right) \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = - \frac{w(P,t)}{\lambda} \quad (2.2-1)$$

Con  $\vartheta (P,t)$  - temperatura dell'induttore al tempo  $t$  e nel punto  $P$ , [°C]  
 $\lambda, c, \gamma$  - conducibilità termica [ W/m °C ], calore specifico [ J/kg °C ] e densità del materiale costituente l'induttore [ kg/m<sup>3</sup> ]  
 $w (P,t)$  - potenza trasformata in calore per unità di volume [ W/m<sup>3</sup> ]

Le condizioni al contorno sono:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \vartheta = 0 & \text{per } t = 0 \\ \frac{d\vartheta}{dn} + h \cdot \vartheta = 0 & \text{per } \xi = \alpha \end{array} \right. \quad (2.2-2)$$

Come avviene in genere, data la complessità analitica della soluzione, anche in questo lavoro tali equazioni verranno risolte tramite implementazione in modelli numerici.

Nel caso particolare di induttore a sezione circolare con canale interno per la circolazione del fluido di raffreddamento, ricordando dalla (2.1-14) la potenza specifica, si ottiene:

$$w = w_0 \cdot \left( \frac{G}{G_0} \right)^2 = w_0 \cdot \frac{ber^2(m \cdot \xi) + bei^2(m \cdot \xi)}{ber^2(m) + bei^2(m)} \quad (2.2-3)$$

E quindi l'equazione della trasmissione del calore diventa:

$$c \cdot \gamma \cdot \frac{d\vartheta}{dt} = -\lambda \cdot \left( \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) + w_0 \cdot \frac{ber^2\left(\frac{\sqrt{2} \cdot r}{\delta}\right) + bei^2\left(\frac{\sqrt{2} \cdot r}{\delta}\right)}{ber^2(m) + bei^2(m)} \quad (2.2-4)$$

Le condizioni al contorno sono:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \vartheta(r) = 0 & \text{per } t = 0 \\ \frac{d\vartheta}{dr} + h \cdot \vartheta = 0 & \text{per } \xi = 1 \end{array} \right. \quad (2.2-5)$$

La soluzione di tale problema non è certamente facile a livello analitico.



### 2.3. PROPRIETÀ DEI MATERIALI

A seguito di valutazioni tecnico-economiche generalmente l'induttore viene realizzato in rame, mentre come fluido di raffreddamento normalmente viene utilizzata l'acqua data la facile reperibilità, il costo contenuto e le buone proprietà chimiche e fisiche per l'applicazione di fluido refrigerante.

Un aspetto importante da considerare nell'analisi da svolgere è la variazione delle proprietà dei materiali durante i processi di lavorazione, in particolare in funzione della temperatura.

#### **PARAMETRI CHE INFLUENZANO I FENOMENI ELETTRICI**

Il rame presenta a 20 °C una resistività pari a  $1,7 \cdot 10^{-08} \Omega \cdot m$ . Tale proprietà varia linearmente con la temperatura, secondo la legge seguente:

$$\rho(\vartheta) = 1,7 \cdot 10^{-08} \cdot [1 + 0,004 (\vartheta - 20)] \quad (2.3-1)$$

La permeabilità magnetica relativa del rame è pari a 1 e rimane invariata con la temperatura.

#### **PARAMETRI CHE INFLUENZANO I FENOMENI TERMICI**

La conducibilità termica del rame a 27 °C è pari a 401 W/m °C. Nel campo di temperature che generalmente interessano gli induttori per riscaldamenti ad induzione, tale proprietà varia linearmente con la temperatura, secondo la legge seguente:

$$\lambda(\vartheta) = 401 \cdot [1 - 0,07 (\vartheta - 27)] \quad (2.3-2)$$

La densità  $\gamma$  del rame si può ritenere indipendente dalla temperatura e pari a 8933 kg/m<sup>3</sup>.

Il calore specifico del rame a 27 °C è pari a 385 J/kg °C. Nell'intervallo di temperature che interessano gli induttori, tale proprietà varia linearmente con la temperatura, secondo la legge seguente:

$$c_p(\vartheta) = 385 \cdot [1 + 0,105 (\vartheta - 27)] \quad (2.3-3)$$

Le caratteristiche fisiche dell'acqua (allo stato liquido), quali la conducibilità termica, la densità, la viscosità dinamica e il calore specifico, non sono facilmente reperibili in letteratura come semplici formule in funzione della temperatura.

Esistono tuttavia alcune tabelle (con intervalli di temperatura elevati), come in Appendice A del testo [3] riportato in bibliografia.

Di seguito è riportata una tabella con i valori calcolati come descritto nei paragrafi successivi.

Tab. 2.3-1

<i>Temperatura <math>\vartheta</math> [°C]</i>	<i>Conducibilità termica <math>\lambda</math> [W/m·°C]</i>	<i>Densità <math>\gamma</math> [kg/m<sup>3</sup>]</i>	<i>Viscosità dinamica <math>\mu_d</math> [kg/(m·s)]</i>	<i>Calore specifico <math>c_p</math> [J/kg °C]</i>
20	0,5992	998	0,001055	4184
40	0,6271	992	0,000674	4176
60	0,6515	983	0,000476	4183
80	0,6689	971	0,000355	4198
100	0,6810	958	0,000282	4220
120	0,6847	942	0,000235	4236
150	0,6800	915	0,000188	4324
200	0,6554	863	0,000137	4525

È importante evidenziare che la tabella riportata si riferisce all'acqua allo stato liquido, poiché tale stato può permanere anche per  $\vartheta$  maggiore a 100°C in relazione alla pressione a cui si trova il fluido.

Considerando invece l'acqua allo stato di vapore acqueo, le caratteristiche fisiche rispetto allo stato liquido variano sensibilmente, tanto che si può assimilare il vapore a un buon isolante termico (indicativamente  $\lambda = 0,03$  W/m·°C -  $\gamma = 0,5$  kg/m<sup>3</sup> -  $\mu_d = 1,6$  kg/m·s -  $c_p = 1950$  J/kg °C)

## 2.4. ASPETTI IDRODINAMICI

In molte applicazioni pratiche di riscaldamento ad induzione si utilizza il flusso di un liquido di raffreddamento nel canale interno degli induttori, al fine di evitare sovratemperature nella bobina.

In tali applicazioni il fluido è mosso da una pompa all'interno di un condotto, per realizzare poi nell'induttore lo scambio termico desiderato.

Per capire la fisica del raffreddamento, si consideri il moto di un fluido su una piastra piana: la coordinata  $x$  è misurata lungo la superficie della piastra a partire dal bordo d'attacco della stessa nella direzione del moto, mentre  $y$  è misurata a partire dalla superficie nella direzione normale ad essa.

Il fluido investe la piastra con velocità uniforme  $w_\infty$ .

Si consideri il fluido come composto da strati adiacenti sovrapposti: la velocità delle particelle del primo strato di fluido adiacente alla piastra sarà nulla per effetto delle forze di attrito (condizione di scorrimento nullo). Negli strati adiacenti le particelle del fluido, per effetto della viscosità, tenderanno progressivamente a raggiungere la velocità indisturbata  $w_\infty$ .

La presenza della piastra viene avvertita fino ad una certa distanza  $\delta_v$  al di là della quale  $w_\infty$  resta costante.

La velocità del fluido varierà da 0 per  $y=0$  a circa  $w_\infty$  per  $y = \delta_v$ .

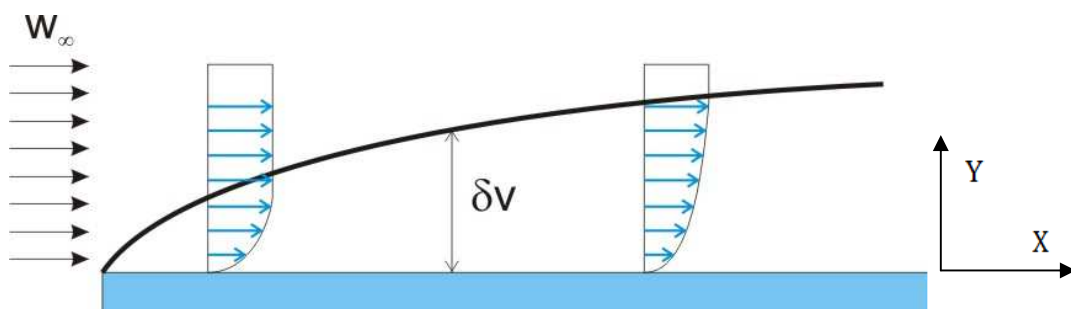


Fig. 2.4-1

La regione in corrispondenza della piastra delimitata da  $\delta_v$ , all'interno della quale sono presenti delle forze di taglio viscosi originate dalla viscosità del fluido, è detta "strato limite di velocità" (strato limite). Tale strato varia secondo  $x$  come indicato qualitativamente in figura.

Lo spessore dello strato limite  $\delta_v$  viene definito come la distanza dalla superficie alla quale  $w_{\text{fluido}} = 0,99 \cdot w_\infty$ .

Quindi, lo strato limite di velocità è la distanza dalla piastra in corrispondenza della quale la velocità del fluido ha raggiunto il 99% di  $w_\infty$ .

È importante aver definito lo strato limite per distinguere lo studio del flusso interno da quello esterno a un condotto: nel flusso esterno il fluido ha una superficie libera e lo strato limite sulla superficie è libero di crescere indefinitamente, mentre nel flusso interno esiste un limite all'aumento dello strato limite, poiché il fluido è completamente confinato dalle superfici interne del tubo.

Poiché in un tubo la velocità del fluido varia da zero sulla parete fino al valore massimo sull'asse del tubo, nel caso di fluidi all'interno di tubi conviene in ogni sezione riferirsi alla velocità media  $w_m$  (m/s).

Data la portata del fluido  $q_w$  (l/min), tale velocità  $w_m$  dipende unicamente dalla sezione trasversale  $S$  (m<sup>2</sup>) del canale interno all'induttore.

Il valore della velocità media  $w_m$  si determina:

$$w_m = \frac{q_w}{60 \cdot 1000 \cdot S} \quad (2.4-1)$$

Nota la velocità media  $w_m$ , nell'analisi del flusso del fluido all'interno dell'induttore una grandezza interessante è la caduta di pressione  $\Delta p$  lungo il percorso, perché essa è legata direttamente alla potenza richiesta dalla pompa per sostenere il flusso.

Dato un induttore di lunghezza  $L$ , la caduta di pressione è espressa dalla relazione:

$$\Delta p = f_a \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\gamma \cdot w_m^2}{2} \quad (\text{N/m}^2) \quad (2.4-2)$$

dove  $f_a$  è il fattore di attrito e  $D$  è il diametro del canale dove scorre il fluido.

Il fattore di attrito in flusso laminare vale

$$f_a = \frac{64}{\text{Re}} \quad (2.4-3)$$

mentre con flusso turbolento, per tubi lisci, vale:

$$f_a = 0,184 \cdot \text{Re}^{-0,2} \quad (2.4-4)$$

In flusso turbolento con superfici rugose, tale fattore si ricava dal diagramma di Moody reperibile in letteratura (vedi bibliografia [2]) e qui riportato al capitolo 3.2 .

Il fattore di attrito e di conseguenza la caduta di pressione, per flusso turbolento all'interno di canali possono variare molto in funzione della rugosità della superficie.

L'influenza della rugosità della superficie sul fattore di attrito in regime laminare può ritenersi trascurabile.

La potenza di pompaggio richiesta per vincere una caduta di pressione  $\Delta p$  è fornita dalla relazione:

$$L_p = \frac{m_w \cdot \Delta p}{\gamma} \quad (W) \quad (2.4-5)$$

All'interno di un tubo il moto del fluido può essere classificato in laminare o turbolento.

Il regime di moto laminare è caratterizzato da linee di flusso regolari e moto ordinato, mentre in regime di moto turbolento è caratterizzato da variazioni di velocità e moto disordinato.

Fisicamente il regime del moto viene identificato mediante il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{w_m \cdot D}{\nu} \quad (2.4-6)$$

dove  $\nu$  rappresenta la viscosità cinematica del fluido.

Come anticipato, il numero di Reynolds costituisce un utile criterio per determinare il regime del flusso in un induttore, sebbene abbiano notevole influenza anche la rugosità della superficie del canale e le fluttuazioni del flusso.

Il valore generalmente accettato per il numero di Reynolds critico per il flusso all'interno di tubi è 2300, per cui si ha:

$Re < 2300$	flusso laminare
$2300 < Re < 4000$	transizione alla turbolenza
$Re > 4000$	flusso turbolento

Nella pratica il flusso turbolento viene utilizzato perché permette di ottenere valori più elevati dei coefficienti di scambio termico.

Considerando infine un fluido che entra in un induttore con velocità uniforme, le particelle di fluido a contatto con la parete interna della bobina si arrestano completamente. Tale strato di fluido provocherà un rallentamento degli strati adiacenti a causa dell'attrito.

Per rendere possibile questa riduzione di velocità il fluido nella zona centrale del canale deve accelerare per conservare costante la portata di massa del fluido nel tubo.

Ne consegue che lungo il canale nell'induttore si sviluppa uno strato limite di velocità. Lo spessore di tale strato limite aumenta nella direzione del flusso fino a quando, raggiungendo l'asse del canale, non riempie tutta la sezione del canale stesso.

La regione compresa tra la sezione di ingresso del canale nella bobina e la sezione dove lo strato limite raggiunge l'asse del canale, è detta regione d'ingresso idrodinamica e la sua lunghezza viene detta lunghezza d'ingresso idrodinamica ( $L_j$ ).

La regione oltre quella d'ingresso idrodinamica, nella quale il profilo della velocità risulta completamente sviluppato, viene detta regione idrodinamicamente sviluppata.

La lunghezza di ingresso idrodinamica in flusso laminare vale:

$$L_{i \text{ laminare}} = 0,05 \cdot Re \cdot D \quad (2.4-7)$$

In flusso turbolento tale lunghezza viene ritenuta indipendente da Re e viene assunta pari a:

$$L_{i \text{ turbolento}} = 10 \cdot D. \quad (2.4-8)$$

Le figure seguenti illustrano schematicamente quanto finora descritto.

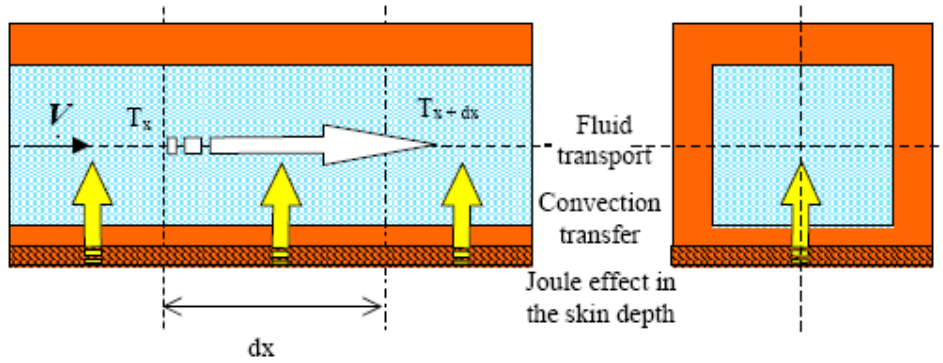


Fig. 2.4-2

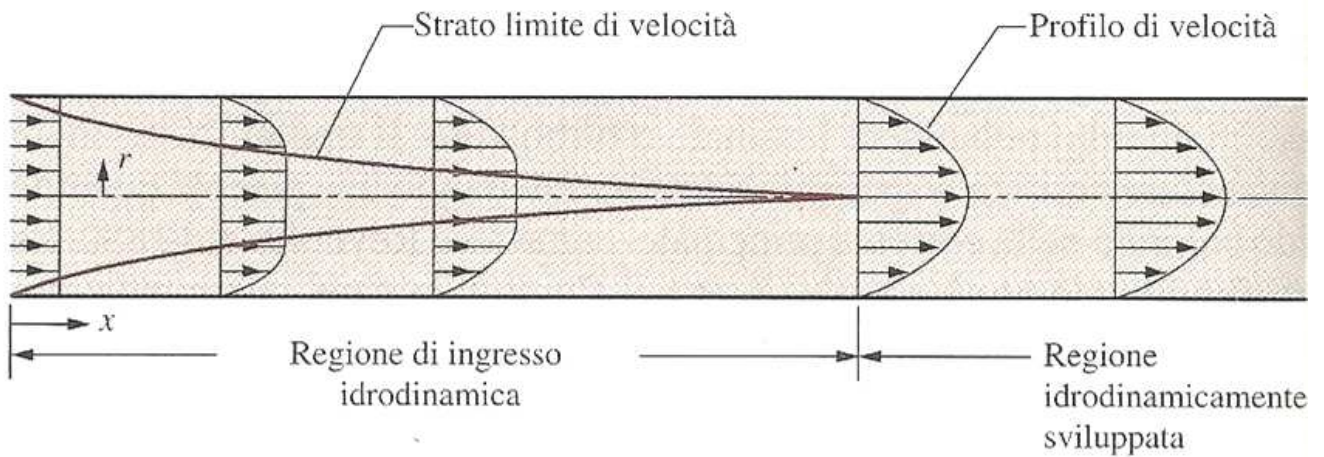


Fig. 2.4-3

## 2.5. TERMODINAMICA E TRASMISSIONE DEL CALORE

Con l'analisi termodinamica si può determinare la quantità di calore trasferito per un qualunque sistema e un qualunque processo senza avere alcuna informazione sulla durata di quest'ultimo, poiché la termodinamica si occupa solamente della quantità di scambio termico che deve avvenire nel rispetto del principio di conservazione dell'energia.

La determinazione della velocità di propagazione del calore verso o da un sistema, quindi i tempi di raffreddamento o di riscaldamento, così come la variazione di temperatura, costituiscono l'oggetto della trasmissione del calore.

I principi della termodinamica sono alla base anche della trasmissione del calore:

- Primo principio – la quantità di calore trasferito in un sistema uguaglia l'entità dell'incremento di energia del sistema.
- Secondo principio – il calore si propaga nella direzione delle temperature decrescenti, da una regione ad alta temperatura a un'altra regione a temperatura inferiore.

Requisito essenziale della trasmissione del calore è quindi l'esistenza di una differenza di temperatura, essa costituisce per la trasmissione di calore la forza motrice.

L'entità dello scambio termico in una certa direzione dipende dalla grandezza del gradiente termico in quella direzione: più grande è la differenza di temperatura, maggiore è la potenza termica scambiata.

Quando si conosce la potenza termica scambiata  $\dot{Q}$ , la quantità totale di calore scambiato  $Q$  durante un intervallo di tempo  $\Delta t$  si può determinare con la relazione:

$$Q = \int_0^{\Delta t} \dot{Q} dt \quad (2.5-1)$$

Nel caso particolare in cui  $\dot{Q} = \text{costante}$ , tale equazione si riduca a:

$$Q = \dot{Q} \cdot \Delta t \quad (2.5-2)$$

Se definiamo come flusso termico la potenza termica riferita a una superficie di area unitaria, il flusso termico medio su una superficie si esprime:

$$q = \frac{\dot{Q}}{S} \quad (\text{W/m}^2) \quad (2.5-3)$$

Si può definire la trasmissione del calore come la forma di energia che si trasferisce da un sistema a un altro a seguito di una differenza di temperatura tra i due sistemi.

Il calore si può trasferire tra sistemi in tre modi diversi: conduzione, convezione e irraggiamento. Nelle applicazioni illustrate nel presente lavoro, l'irraggiamento assume valori praticamente trascurabili, pertanto non viene successivamente considerato.

La CONDUZIONE TERMICA è il trasferimento di energia che si verifica per effetto dell'interazione delle particelle di una sostanza dotate di maggiore energia con quelle adiacenti dotate di minore energia.

La quantità di calore che si propaga per conduzione tra due regioni di un corpo dipende dalla geometria e dalle caratteristiche del corpo, così come dalla differenza di temperatura tra le regioni del corpo.

Si consideri la conduzione termica stazionaria, ovvero in regime di temperature che non variano nel tempo. Il postulato di Fourier per la conduzione, formulato da Fourier nel 1822, afferma che: la potenza termica trasmessa per conduzione attraverso uno strato è proporzionale alla differenza di temperatura  $\Delta\theta$  attraverso lo strato e all'area  $S$  della superficie normale alla direzione della trasmissione di calore, mentre è inversamente proporzionale allo spessore dello strato.

Adottando tale postulato nella nostra analisi, si può ricavare la formulazione che in ogni punto dell'induttore stabilisce la relazione tra il flusso termico per unità di superficie e il gradiente di temperatura:

$$q = -\lambda \cdot \frac{d\theta}{dn} = -\lambda \cdot \text{grad}(\theta) \quad (2.5-4)$$

Con:  $n$  - normale alla superficie isoterma passante per il punto considerato, orientata secondo la direzione delle temperature crescenti.

$\lambda$  - conducibilità termica [W/m°C].

Il segno negativo a secondo membro indica che il flusso va inteso positivo nel senso delle temperature decrescenti.

La CONVEZIONE è la trasmissione di calore che si verifica in presenza di un fluido soggetto a trasporto di massa al suo interno. Conduzione e convezione sono fenomeni simili di trasmissione del calore in quanto entrambi richiedono la presenza di un mezzo materiale, anche se differiscono per il fatto che la convezione richiede la presenza di un fluido in movimento.

La convezione viene classificata come naturale e forzata, in relazione alla causa che origina il moto del fluido. Nella convezione naturale il moto del fluido è generato da cause naturali, come il fenomeno del galleggiamento dove il fluido più caldo risale mentre quello più freddo discende. Nella convezione forzata il fluido è costretto a scorrere all'interno di un condotto da dispositivi esterni, come una pompa.

Nel proseguo verrà considerato unicamente la convezione forzata.



Nonostante la complessità di tale fenomeno fisico, la potenza termica per unità di superficie trasmessa per convezione è direttamente proporzionale alla differenza di temperatura, come evidenziato dalla legge di Newton per la convezione:

$$q = h \cdot (\vartheta - \vartheta_A) \quad (2.5-5)$$

Con:  $\vartheta$  - temperatura superficiale nel nostro caso della parete interna dell'induttore [°C].  
 $\vartheta_A$  - temperatura del fluido nel nostro caso riferita all'asse del canale [°C].  
 $h$  - coefficiente di trasmissione del calore per convezione [W/m<sup>2</sup>°C].

Il coefficiente di trasmissione del calore per convezione non è una proprietà del fluido, ma un parametro determinato sperimentalmente, il cui valore dipende da tutte le variabili che influenzano la convezione, quali la geometria della superficie, la natura del moto, le proprietà e la velocità del fluido.

Quando un fluido viene fatto scorrere su una superficie solida, è già stato detto che lo strato di fluido a contatto con la superficie aderisce ad essa, cioè uno strato molto sottile di fluido assume velocità nulla rispetto alla parete. Questo fenomeno, noto come condizione di scorrimento nullo, fa sì che la trasmissione del calore dalla superficie solida allo strato di fluido ad essa adiacente avvenga per conduzione pura, per cui il flusso termico per unità di superficie è:

$$q = -\lambda \cdot \left. \frac{d\vartheta}{dn} \right|_{n=0} \quad (2.5-6)$$

Con  $\left. \frac{d\vartheta}{dn} \right|_{n=0}$  - gradiente di temperatura all'interfaccia tra solido e fluido.

Il flusso termico convettivo da una superficie di un solido a un fluido è quindi semplicemente il flusso termico conduttivo dalla superficie di un solido allo strato di fluido adiacente ad essa. Uguagliando allora le equazioni (2.5-5) e (2.5-6) risulta:

$$q = h \cdot (\vartheta - \vartheta_A) = -\lambda \cdot \left. \frac{d\vartheta}{dn} \right|_{n=0} \quad (2.5-7)$$

$$h = \frac{-\lambda \cdot \left. \frac{d\vartheta}{dn} \right|_{n=0}}{(\vartheta - \vartheta_A)} \quad (\text{W/m}^2\text{°C}) \quad (2.5-8)$$

La determinazione di tale parametro risulterà di fondamentale importanza nel prosieguo dello studio: grazie al coefficiente di trasmissione del calore per convezione si può capire la quantità di calore generato nell'induttore che può essere estratta e trasferita al fluido di raffreddamento, riducendo così la temperatura nella bobina ai valori ammissibili durante il normale esercizio.

### **3. COEFFICIENTE DI TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONVEZIONE**

#### **3.1. GENERALITÀ**

Nei processi di riscaldamento ad induzione, in particolare nel processo di tempra, a regime termico l'induttore deve essere in grado di smaltire tutto il calore in esso generato per effetto Joule; se ciò non avviene la parte di calore non estratta causa un aumento della temperatura nella bobina.

Una temperatura troppo elevata nella bobina può essere motivo di invecchiamenti rapidi del materiale o, nei casi più estremi, di guasti e rotture del componente. Si comprende allora come sia importante definire in fase progettuale una configurazione idonea dell'induttore, al fine di smaltire il calore generato e mantenere temperature accettabili nella bobina.

Alcuni induttori, generalmente per lavorazioni con densità di correnti relativamente basse, sono progettati per raggiungere l'equilibrio termico smaltendo naturalmente il calore generato con l'ambiente circostante. Tuttavia, nella maggior parte dei processi di riscaldamento è richiesto l'utilizzo di elevate densità di corrente nell'induttore. Tipicamente con quest'ultima configurazione si estrae il calore dalla bobina mediante un circuito di raffreddamento, dove tramite un sistema di pompaggio e alcuni condotti viene fatto scorrere il fluido di raffreddamento (comunemente acqua) all'interno del canale ricavato nell'induttore.

La trasmissione del calore dall'induttore verso l'acqua avviene pertanto per convezione forzata. È dimostrato inoltre che se il moto del fluido è di tipo turbolento anziché laminare, si ha maggior efficacia nel raffreddamento.

Fisicamente il problema si può descrivere con l'equazione (2.5-5), per comodità qui riportata:

$$q = h \cdot (\vartheta - \vartheta_A)$$

- Dove
- $q$  è il calore scambiato per unità di superficie
  - $\vartheta$  è la temperatura dell'induttore sulla superficie interna (interfaccia rame - acqua)
  - $\vartheta_A$  è la temperatura del fluido di raffreddamento sull'asse del canale
  - $h$  è il coefficiente di trasmissione del calore per convezione.

In regime stazionario, i software di cui si dispone al giorno d'oggi permettono di risolvere il problema elettromagnetico fornendo la distribuzione delle sorgenti di calore nello spessore del tubo, le quali vengono inserite nel problema termico per trovare la distribuzione delle temperature.

Tuttavia affinché il problema sia ben posto bisogna fornire anche le condizioni al contorno, in questo caso rappresentate nel software tramite il coefficiente  $h$ , il quale esprime quanta potenza viene trasmessa per unità di superficie di scambio e di temperatura.

Come anticipato nel capitolo precedente, il coefficiente  $h$  di trasmissione del calore per convezione non è una proprietà del fluido ma un parametro determinato sperimentalmente, il cui valore dipende da tutte le variabili che influenzano la convezione, quali la temperatura, la geometria della superficie, la natura del moto, le proprietà e la velocità del fluido.

In fase di progettazione attualmente è consuetudine assumere il coefficiente  $h$  costante e con valori dettati dall'esperienza che il settore dell'elettrotermia ha maturato negli anni.

Con le assunzioni attuali è evidente che si ottiene una scarsa accuratezza nei calcoli del fenomeno della trasmissione del calore per convezione dall'induttore verso l'acqua.

È richiesta pertanto una definizione più precisa del coefficiente di trasmissione del calore  $h$ .

Per fare ciò, in primo luogo è necessario capire da quali grandezze dipende  $h$  per sviluppare in seguito una teoria che esprima tale parametro in funzione delle grandezze da cui dipende.

Svolta tale analisi, bisogna approfondire un ulteriore problema pratico: è noto che l'acqua che scorre nel canale subisce un cambiamento di stato, da liquido a vapore, nel momento in cui supera la propria temperatura di ebollizione, quest'ultima funzione della pressione a cui è sottoposto il fluido. Tale variazione non agevola di certo il raffreddamento dell'induttore, poiché il vapore è noto per essere un isolante termico.

Nel passaggio successivo si cercherà allora di identificare la curva del coefficiente  $h$  funzione delle grandezze da cui tale parametro dipende, tenendo in considerazione entrambi gli stati fisici dell'acqua, liquido e vapore.

Quest'ultima fase di studio rappresenta quella più difficile da svolgere, data la scarsità di studi sinora effettuati in merito e pertanto di fonti reperibili in letteratura.

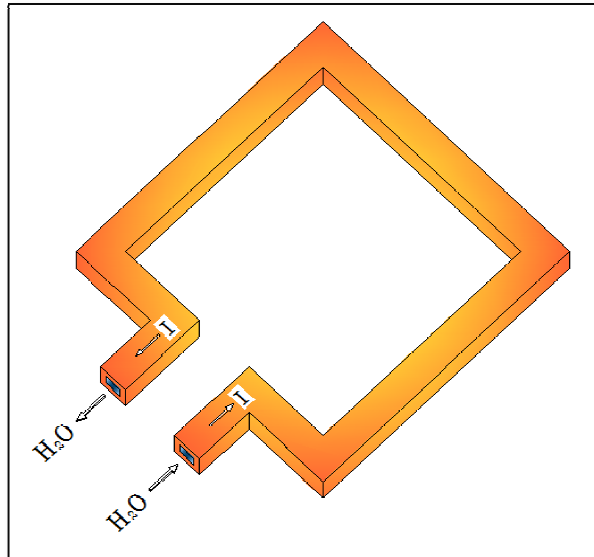
Infine si dovrà passare all'applicazione pratica della teoria proposta, mediante i software di simulazione a disposizione.

Lo sviluppo del lavoro sia presso il Dipartimento di Ingegneria Elettrica (DIE) dell'Università di Padova, sia presso l'Institut für Elektroprozessstechnik (ETP) della Leibniz Universität di Hannover, è stato realizzato utilizzando 3 diversi software per comprendere meglio, verificare e confrontare le analisi e le ipotesi effettuate: "Flux" a disposizione del DIE, "Ansys" a disposizione dell'ETP e "Matlab" a disposizione di entrambi gli Enti.

Si sottolinea inoltre come la collaborazione internazionale sia stata importante per la possibilità di attingere ad un bacino d'informazioni e di bibliografia indubbiamente più ampio.

### 3.2. DEFINIZIONE DEL COEFFICIENTE DI SCAMBIO PER CONVEZIONE

Dato un generico sistema di riscaldamento ad induzione, si concentri l'attenzione sull'induttore e si consideri una configurazione semplificata come nella figura seguente.



ig. 3.2-1

L'induttore presenta una sezione tubolare e all'interno del conduttore di rame è ricavato un canale per la circolazione del fluido di raffreddamento, in questo caso acqua.

Si ricorda che l'obiettivo da raggiungere consiste nel verificare la compatibilità del raffreddamento nel sistema induttore, necessario al fine di non danneggiare il componente. Pertanto data la distribuzione delle sorgenti di calore bisogna capire come avviene la trasmissione del calore nel sistema.

All'interno della bobina è noto che il calore si propaga per conduzione e le formulazioni a disposizione in merito sono sufficientemente accurate. La principale relazione da ricordare è legge di trasmissione del calore per conduzione di Fourier (2.5-4). Con tale formula in ogni punto dell'induttore è chiara la relazione tra il flusso termico per unità di superficie e il gradiente di temperatura.

All'interno del canale dove scorre l'acqua, la trasmissione del calore si descrive tramite la legge di Newton per la convezione (2.5-5). Tale formulazione risente di molti fattori fisici, quali il moto e l'intensità del flusso d'acqua, la pressione alla quale si fa circolare l'acqua, nonché la geometria del canale e della superficie di scambio. Queste considerazioni sono tutte racchiuse nel parametro  $h$ , coefficiente di trasmissione del calore per convezione  $[W/(m^2 \cdot ^\circ C)]$ .

Rimane infine da descrivere come avviene la trasmissione del calore nella regione di confine tra la bobina e il sistema di raffreddamento, ovvero l'interfaccia rame - acqua.

Per fare ciò si deve assumere la prima ipotesi di studio: si sceglie di limitare la visualizzazione del problema al solo induttore, considerando l'interfaccia rame - acqua come una linea di confine del sistema.

Per risolvere le equazioni matematiche che descrivono il problema fisico, in questa particolare zona di confine si devono imporre le condizioni al contorno.

Quando l'acqua scorre sulla superficie solida vale la condizione di scorrimento nullo.

In questo modo la trasmissione del calore dalla superficie solida allo strato di fluido ad essa adiacente avviene per conduzione pura.

Il flusso termico convettivo dal rame verso l'acqua è quindi semplicemente il flusso termico conduttivo dalla superficie dell'induttore allo strato d'acqua adiacente ad essa.

Le condizioni di trasmissione trovate per l'interfaccia rame - acqua sono note in letteratura come "condizioni di Neumann" e descrivono come il flusso di calore si propaga dal rame verso il fluido di raffreddamento in direzione normale alla superficie di scambio:

$$\lambda_{CU} \cdot \frac{d\vartheta_S}{dn} = h \cdot (\vartheta_S - \vartheta_\infty) \quad (3.2-1)$$

con  $\vartheta_S$  temperatura sull'interfaccia, la stessa per rame ed acqua data la legge di continuità.

La determinazione di "h" è quindi di fondamentale importanza per il proseguo dello studio e rappresenta il punto di partenza dell'analisi.

Nella trattazione della convezione, fenomeno di trasmissione del calore che comprende sia la conduzione sia il moto di massa del fluido, è pratica comune combinare le variabili da cui dipende il fenomeno raggruppandole in numeri adimensionali, in modo da ridurre il numero totale di parametri da considerare.

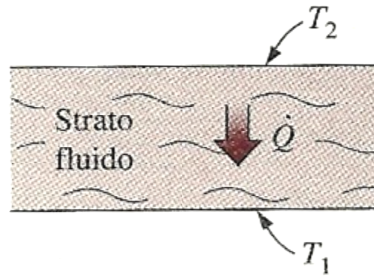
Rendendo adimensionale il coefficiente di scambio termico per convezione h, si ottiene il "numero di Nusselt", così chiamato in onore di Wilhelm Nusselt che ha dato notevoli contributi nel campo della convezione nella prima metà del XX secolo:

$$Nu = \frac{h \cdot D}{\lambda} \quad (3.2-2)$$

Con  $\lambda$  - conducibilità termica dell'acqua [W/(m·°C)]

D - lunghezza caratteristica [m].

Un'interpretazione fisica del numero di Nusselt si può avere considerando uno strato di fluido di spessore D sottoposto a differenza di temperatura  $\Delta T = T_2 - T_1$ , con  $T_2 > T_1$ , come in figura.



ende la  
testo è

La trasmissione di calore attraverso lo strato di fluido avviene per convezione quando il fluido è in movimento e per conduzione se lo strato di fluido è in quiete.

Il flusso termico (potenza termica trasmessa per unità di superficie) nei due casi sarà:

$$q_{\text{COND}} = \lambda \cdot \frac{\Delta\theta}{D} \qquad q_{\text{CONV}} = h \cdot \Delta\theta$$

Dal rapporto fra le precedenti relazioni si ottiene il numero di Nusselt:

$$\frac{q_{\text{CONV}}}{q_{\text{COND}}} = \frac{h \cdot \Delta\theta}{\lambda \cdot \frac{\Delta\theta}{D}} = \frac{h \cdot D}{\lambda} = \text{Nu}$$

Il numero di Nusselt rappresenta dunque l'incremento della potenza termica trasmessa per convezione attraverso uno strato di fluido rispetto a quella trasmessa per conduzione attraverso lo stesso strato.

Il valore unitario del numero di Nusselt (Nu=1) è caratteristico della trasmissione del calore per conduzione pura attraverso lo strato di fluido. All'aumentare invece del valore del numero di Nusselt risulta sempre più sviluppato il fenomeno della convezione.

A questo punto possiamo fissare la definizione del coefficiente di scambio per convezione mediante l'inversione della formula (3.2-2). Si ottiene:

$$h = \frac{\lambda \cdot \text{Nu}}{D} \qquad (3.2-3)$$

La dimensione caratteristica D (diametro idraulico del canale) e la conducibilità dell'acqua  $\lambda$  non rappresentano un problema poiché sono parametri dati o comunque ricavabili in letteratura; per come è posto il problema, il numero di Nusselt necessita invece di approfondimento. Per analizzare il numero di Nusselt è necessario introdurre altri due numeri adimensionali: il numero di Reynolds e il numero di Prandtl.

Il flusso di un fluido all'interno di tubi, come nel nostro caso, si manifesta in 2 tipologie di moto: laminare o turbolento.

Nel 1880 Osborne Reynolds, in seguito ad accurati esperimenti, scoprì che il tipo di moto (laminare o turbolento) dipende principalmente dal rapporto tra le forze di inerzia e le forze viscosive.

Tale rapporto è detto “numero di Reynolds” ed è espresso dalla relazione:

$$\text{Re} = \frac{\text{forze inerzia}}{\text{forze viscosi}} = \frac{\frac{\gamma \cdot w_m^2}{D}}{\frac{\mu_d \cdot w_m}{D^2}} = \frac{\gamma \cdot w_m \cdot D}{\mu_d} = \frac{m_w \cdot D}{\mu_d \cdot S} \quad (3.2-4)$$

Con  $w_m$  - velocità media del fluido nella sezione del canale in esame [m/s]

$D$  - lunghezza caratteristica (diametro idraulico del canale) [m]

$S$  - area della sezione trasversale del canale [m<sup>2</sup>]

$\gamma$  - densità del fluido [kg/m<sup>3</sup>]

$\mu_d$  - viscosità dinamica del fluido [kg/(m·s)]

$m_w$  - portata di massa del fluido [kg/s]

Per grandi valori del numero di Reynolds le forze d'inerzia, proporzionali a densità e velocità del fluido, prevalgono sulle forze viscosi che così non possono impedire fluttuazioni rapide e casuali del fluido. In questo caso il moto risulta turbolento.

Per piccoli valori del numero di Reynolds le forze viscosi hanno il sopravvento su quelle d'inerzia mantenendo il fluido “in linea”. In questo caso il moto risulta laminare.

Il numero di Reynolds in corrispondenza del quale il moto diventa turbolento è detto “numero di Reynolds critico” (in genere 2300, vedi cap. 2.4)

Un altro aspetto molto importante dello studio è caratterizzato dalla distribuzione della temperatura nel fluido.

Analogamente a quanto accade per la velocità (vedi paragrafo 2.4), anche per la temperatura esiste una zona del fluido in moto sulla superficie nella quale risulta significativa la variazione di temperatura nella direzione normale alla superficie. Tale zona è chiamata “strato limite della temperatura”. Lo spessore dello strato limite di temperatura  $\delta_T$  in una certa posizione lungo la superficie è definito come la distanza dalla superficie alla quale la differenza  $\vartheta - \vartheta_s$  è pari a  $0,99 \cdot (\vartheta_\infty - \vartheta_s)$ .

Lo spessore dello strato limite della temperatura aumenta nella direzione del moto poiché gli effetti dello scambio termico si propagano a distanze sempre maggiori procedendo nel verso della corrente del fluido.

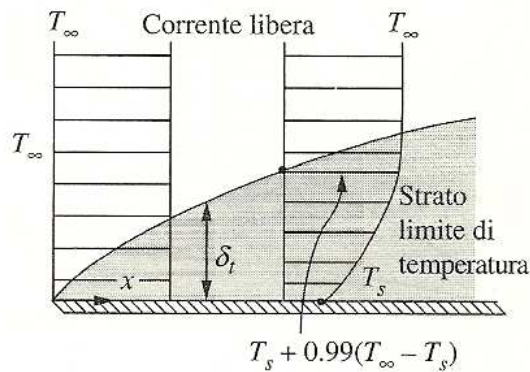


Fig. 3.2-3  
Con il simbolo  $T$  si intende la temperatura, che nel testo è indicata con  $\vartheta$

La potenza termica scambiata per convezione in un punto qualsiasi sulla superficie è legata al gradiente di temperatura locale. La forma sul profilo di temperatura dello strato limite di temperatura determina quindi lo scambio termico per convezione tra la superficie dell'induttore e il fluido che scorre su di essa. Nel moto su una superficie da raffreddare, entrambi gli strati limite (temperatura e velocità) si sviluppano simultaneamente. In particolare lo strato limite della velocità, che ha una forte influenza sul profilo di temperatura, si ripercuote in modo notevole sullo scambio termico per convezione.

Gli spessori degli strati limite di velocità e di temperatura sono meglio descritti dal parametro adimensionale detto "numero di Prandtl", in onore di Ludwig Prandtl che nel 1904 introdusse per primo il concetto di strato limite e diede significativi contributi alla teoria dello strato limite:

$$\text{Pr} = \frac{\text{diffusività molecolare della quantità di moto}}{\text{diffusività molecolare del calore}} = \frac{\nu}{h} = \frac{\mu_d \cdot c_p}{\lambda} \quad (3.2-5)$$

Il numero di Prandtl per l'acqua varia orientativamente da 1 a 10.

Possiamo a questo punto determinare, in condizioni di FLUSSO LAMINARE, una relazione per calcolare il numero di Nusselt per un tubo di sezione circolare, dalla formula di Sieder e Tate:

$$\text{Nu} = 1,86 \cdot \left( \frac{\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot D}{L} \right)^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu_{dm}}{\mu_{ds}} \right)^{0,14} \quad \text{Pr} > 0,5 \quad (3.2-6)$$

- Con
- $L$  - lunghezza del canale (sviluppo lineare dell'induttore) [m]
  - $D$  - diametro idraulico del canale [m]
  - $\text{Re}$  - numero di Reynolds (alla temperatura media dell'acqua nella sezione)
  - $\text{Pr}$  - numero di Prandtl (alla temperatura media dell'acqua nella sezione)
  - $\mu_{dm}$  - viscosità dinamica alla temperatura media dell'acqua nella sezione [kg/(m·s)]
  - $\mu_{ds}$  - viscosità dinamica alla temperatura dell'interfaccia rame – acqua [kg/(m·s)]



Per quanto riguarda il MOTO TURBOLENTO invece, per difficoltà di carattere teorico le formulazioni in merito al numero di Nusselt sono basate su studi sperimentali.

Per tubi lisci il fattore di attrito può essere determinato con la relazione (2.4-4)

Il fattore di attrito in tubi con superfici sia lisce che rugose, per un ampio campo del numero di Reynolds, è fornito dal diagramma seguente, noto come “diagramma di Moody”.

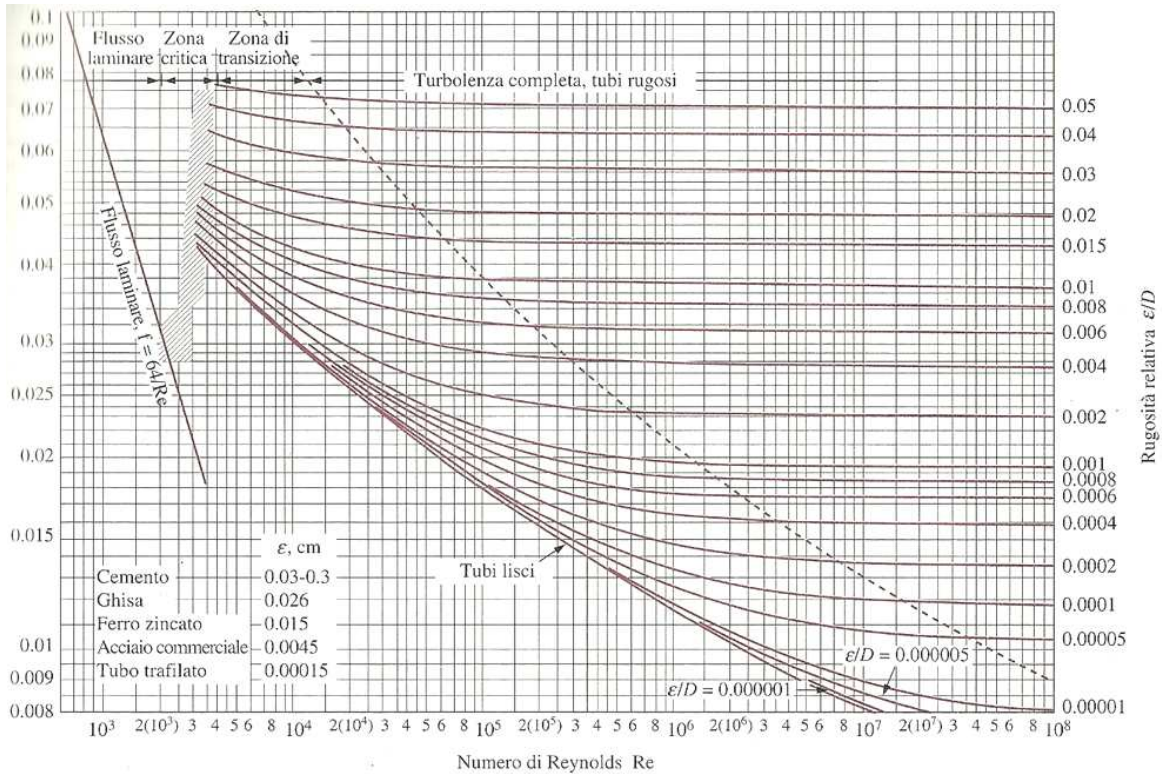


Fig. 3.2-3

Si noti come il fattore di attrito per flusso in tubi può variare molto in conseguenza della rugosità della superficie.

Il numero di Nusselt in flusso turbolento è legato al fattore di attrito dalla “analogia di Chilton-Colburn” espressa come:

$$Nu = 0,125 \cdot f_a \cdot Re \cdot Pr^{1/3} \quad (3.2-8)$$

La sostituzione dell'equazione di  $f_a$  (3.2-7) nell'equazione (3.2-8) e un aumento di precisione dato da studi sperimentali, forniscono la relazione nota come “equazione di Colburn” che esprime il numero di Nusselt per flusso turbolento completamente sviluppato in tubi lisci:

$$Nu = 0,125 \cdot 0,184 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^n \quad (3.2-9)$$

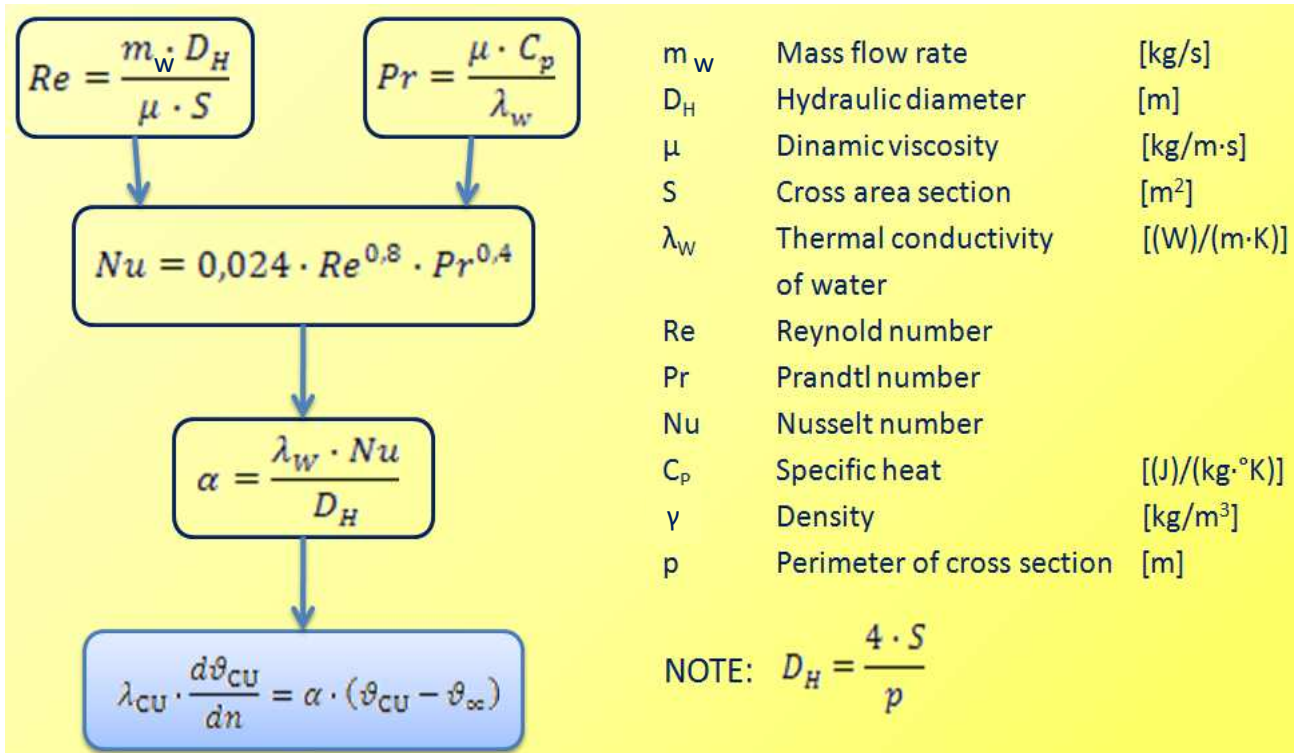
dove  $n = 0,4$  per il caso di raffreddamento dell'induttore [vedi bibliografia 3].

Le relazioni in flusso turbolento sarebbero formulate per  $0,7 < Pr < 160$  e  $Re > 10000$ , tuttavia tali formulazioni non sono molto sensibili alle condizioni termiche sulla superficie dell'induttore. Possono essere quindi impiegate anche per ottenere valutazioni approssimate

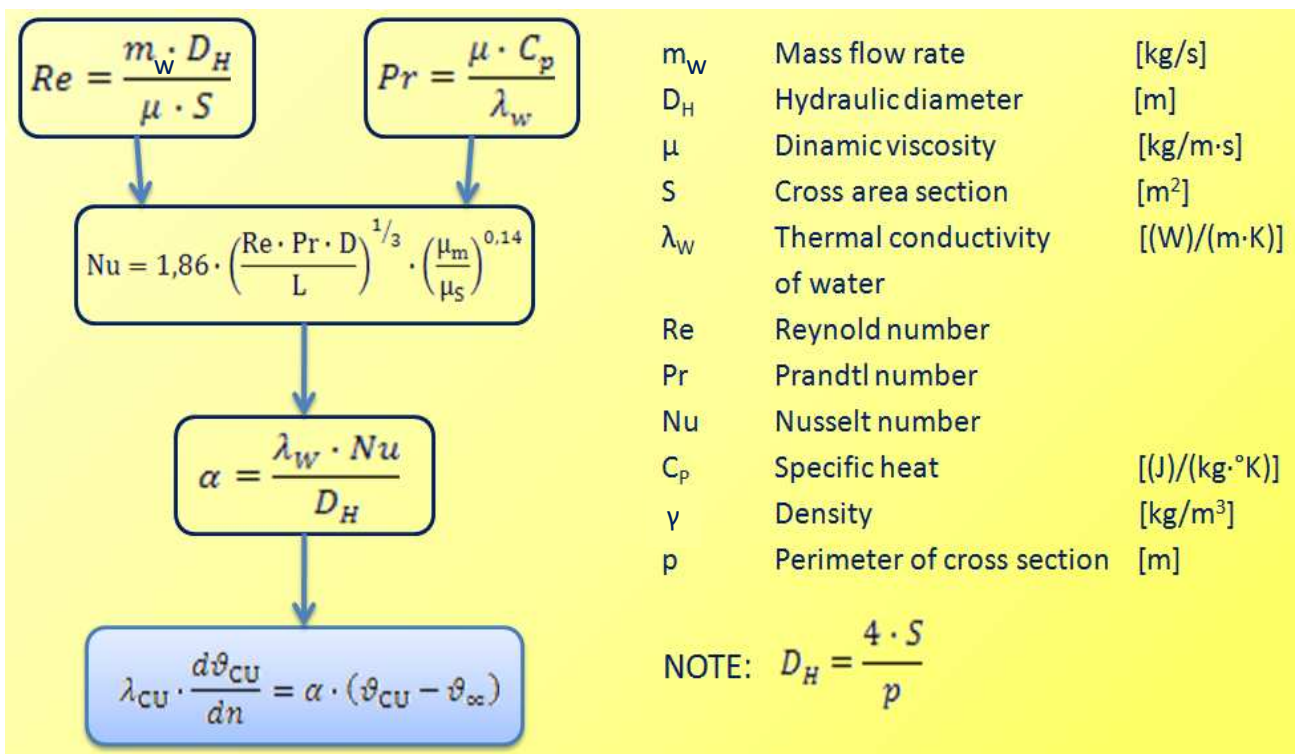
nella regione  $Re > 4000$  e anche nella zona di transizione  $2300 < Re < 4000$ , specie se  $Re$  è più vicino a 4000 che a 2300.

Riassumendo schematicamente quanto illustrato, si ottengono i seguenti schemi.

### FLUSSO TURBOLENTO



### FLUSSO LAMINARE



L'ultimo parametro, nonché il più critico, che secondo lo schema rimane da approfondire è la portata di massa del fluido ( $m_w$ ), necessaria in tutti i casi per ottenere il numero di Reynolds. Tale parametro, a differenza delle altre grandezze in esame che si ricavano dalle proprietà fisiche dell'acqua o dalla geometria dell'induttore, può essere calcolato solamente dopo aver risolto il problema elettromagnetico in regime stazionario e aver quindi ottenuto la potenza per unità di lunghezza generata nel componente.

Dalla (2.4-1) si ha che:

$$w_m = \frac{q_w}{60 \cdot 1000 \cdot S}$$

Con  $q_w$  - portata del fluido nel canale (l/min)

$S$  - sezione trasversale del canale (m<sup>2</sup>).

Tuttavia, se non fissata a priori, la portata  $q_w$  del fluido dipende da questi fattori:

- salto di temperatura del fluido tra le sezioni in ingresso e in uscita ( $\Delta\theta$ )
- densità del fluido ( $\gamma$ )
- calore specifico a pressione costante del fluido ( $c_p$ )
- potenza per unità di lunghezza generata nell'induttore ( $w$ )
- lunghezza dell'induttore ( $L$ ).

La formula che relaziona tutti questi parametri è la seguente:

$$q_w = \frac{w \cdot L \cdot 1000 \cdot 60}{\gamma \cdot \Delta\theta \cdot c_p} \quad (3.2-10)$$

Ricavati tali parametri, la portata di massa del fluido sarà:

$$m_w(\vartheta) = w_m \cdot \gamma(\vartheta) \cdot S \quad (3.2-11)$$

Quest'ultima relazione evidenzia come "m<sub>w</sub>" sia funzione della temperatura, poiché la velocità media del fluido è fissata, così come la sezione del canale dove scorre l'acqua, mentre la densità del fluido varia proprio con la temperatura.

La formula (3.2-10) ci pone di fronte all'aspetto più critico dell'analisi in esame: non è specificato a quale temperatura bisogna calcolare la densità del fluido ( $\gamma$ ) e il calore specifico a pressione costante del fluido ( $c_p$ ).

Inoltre, qualsiasi temperatura si consideri, il problema termico non è ancora risolto e pertanto tale valore non è noto.

Si rende necessario utilizzare allora un valore medio, previo controllo della sensibilità del sistema all'errore introdotto dall'utilizzo di valori mediati su un intervallo di temperature.

Dopo aver calcolato il coefficiente di scambio termico per convezione con varie configurazioni, procedimento che verrà illustrato in seguito, si è visto come l'errore massimo percentuale che si può manifestare sia del 5% , accettabile dato il fatto che ad oggi non sono disponibili metodi alternativi più accurati.

Utilizzeremo quindi la densità del fluido ( $\gamma$ ) e il calore specifico a pressione costante del fluido ( $c_p$ ) mediati su un intervallo di temperature compreso tra 50 e 150°C, poiché tale intervallo garantisce errori minori rispetto ad altre scelte.

In futuro, per ovviare al problema esposto, si potrebbe raffinare il metodo proposto mediante iterazioni successive. Si assumerà una temperatura arbitraria del fluido come valore iniziale per svolgere il primo ciclo di calcolo, seguendo il metodo illustrato nei paragrafi successivi; terminato il calcolo si dovrà verificare la temperatura media dell'acqua e, nel caso in cui sia molto diversa dal valore assunto inizialmente, si provvederà ad aggiornare questo con il valore di temperatura ricavato. Si ripeterà tale procedimento fino ad ottenere un valore di temperatura del fluido congruo con quello impostato per determinare i parametri  $\gamma$  e  $c_p$ .

### 3.3. DETERMINAZIONE DEL COEFFICIENTE DI SCAMBIO PER CONVEZIONE

Analizzando i due diagrammi a blocchi precedenti si può osservare come, in entrambi i casi, i coefficienti di scambio termico per convezione dipendono da grandezze fisiche che sono variabili con la temperatura.

Per lo studio che stiamo svolgendo questa è una caratteristica importante, poiché al variare della temperatura di lavoro dell'induttore varierà anche il coefficiente di scambio termico  $h$ .

Si tratta quindi ora di individuare come il coefficiente  $h$  varia con la temperatura, andando verificare inoltre la sensibilità del sistema a tali variazioni.

I parametri che non variano con la temperatura sono

- Diametro idraulico ( $D$ )
- Sezione trasversale del canale ( $S$ ).

I parametri da analizzare in funzione della temperatura sono i seguenti:

- Conducibilità termica dell'acqua ( $\lambda_w$ )
- Viscosità dinamica dell'acqua ( $\mu_d$ )
- Densità dell'acqua ( $\gamma$ )
- Calore specifico dell'acqua ( $c_p$ ).

Dopo aver definito tali grandezze fisiche e aver risolto il problema elettromagnetico, sarà possibile calcolare anche:

- Numero di Prandtl ( $Pr$ )
- Numero di Reynolds ( $Re$ )

Una volta determinato il numero di Reynolds si riesce a sapere quale sia la formulazione opportuna del numero di Nusselt ( $Nu$ ), con moto laminare o turbolento.

Ottenute tutte queste relazioni, si riesce alla fine a ricavare il coefficiente di scambio termico per convezione ( $h$ ) in funzione della temperatura.

Un primo problema che si manifesta nel ricercare la dipendenza dalla temperatura dei parametri  $\lambda_w$ ,  $\mu_d$ ,  $\gamma$  e  $c_p$  è rappresentato dal fatto che non esistono formulazioni analitiche che esprimono questa dipendenza.

Esistono tuttavia delle tabelle che riportano le caratteristiche da esaminare e possono pertanto rappresentare un buon punto di partenza per poi ricavare delle formule.

Vengono riportate di seguito tali tabelle, date in Appendice A del testo [3] riportato in bibliografia.

Si fa presente che tali valori sono riferiti ad acqua allo stato liquido. Essendo la pressione nell'induttore maggiore di quella atmosferica, il punto di ebollizione del fluido è più elevato.

Tabella 3.3-1

Temperatura	Densità $\rho$ $\text{kg/m}^3$	Calore specifico $c_p$ $\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$	Conducibilità termica $\lambda$ $\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$	Diffusività termica $\alpha$ $\text{m}^2/\text{s}$	Viscosità dinamica $\mu$ $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$	Viscosità cinematica $\nu$ $\text{m}^2/\text{s}$	Numero di Prandtl Pr
<i>Acqua (T in K)</i>							
273.2	1000	4205	0.564	$1.34 \times 10^{-7}$	$1.79 \times 10^{-3}$	$1.79 \times 10^{-6}$	13.4
280	1000	4197	0.582	$1.39 \times 10^{-7}$	$1.44 \times 10^{-3}$	$1.44 \times 10^{-6}$	10.4
300	997	4177	0.608	$1.46 \times 10^{-7}$	$0.857 \times 10^{-3}$	$0.86 \times 10^{-6}$	5.88
320	989	4176	0.637	$1.54 \times 10^{-7}$	$0.579 \times 10^{-3}$	$0.59 \times 10^{-6}$	3.79
340	980	4187	0.659	$1.61 \times 10^{-7}$	$0.423 \times 10^{-3}$	$0.43 \times 10^{-6}$	2.69
360	967	4204	0.674	$1.66 \times 10^{-7}$	$0.320 \times 10^{-3}$	$0.33 \times 10^{-6}$	2.00
373.2	958	4220	0.681	$1.68 \times 10^{-7}$	$0.282 \times 10^{-3}$	$0.29 \times 10^{-6}$	1.75
400	937	4241	0.686	$1.73 \times 10^{-7}$	$0.219 \times 10^{-3}$	$0.23 \times 10^{-6}$	1.35
450	890	4419	0.673	$1.71 \times 10^{-7}$	$0.153 \times 10^{-3}$	$0.17 \times 10^{-6}$	1.01
500	832	4647	0.635	$1.64 \times 10^{-7}$	$0.118 \times 10^{-3}$	$0.14 \times 10^{-6}$	0.86
550	756	5272	0.571	$1.43 \times 10^{-7}$	$0.095 \times 10^{-3}$	$0.13 \times 10^{-6}$	0.88
600	650	6691	0.481	$1.11 \times 10^{-7}$	$0.076 \times 10^{-3}$	$0.12 \times 10^{-6}$	1.05

A partire dai valori di tabella, è possibile sviluppare un algoritmo di interpolazione in Matlab (Appendice A.1) per ottenere i valori delle grandezze per intervalli di temperatura minori. Disporre di questi parametri in forma analitica con un buon grado di precisione diventa utile in seguito, quando si confronteranno le curve sperimentali con quelle analitiche. Si riportano di seguito i valori così ottenuti per intervalli di temperatura inferiori.

Tabella 3.3-2

Temperatura $[\text{}^\circ\text{C}]$	Calore specifico $[\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}]$	Viscosità din. $[\text{kg}/\text{m s}]$	Cond. termica $[\text{W}/\text{m}^\circ\text{C}]$	Densità $[\text{kg}/\text{m}^3]$
20	4184	0,001055	0,5992	998
30	4177	0,000813	0,6126	996
40	4176	0,000674	0,6271	992
50	4178	0,000554	0,6405	988
60	4183	0,000476	0,6515	983
70	4190	0,000407	0,6614	978
80	4198	0,000355	0,6689	971
90	4208	0,000311	0,6757	965
100	4220	0,000282	0,6810	958
110	4237	0,000262	0,6814	950
120	4254	0,000242	0,6818	942
130	4271	0,000222	0,6822	933
140	4288	0,000202	0,6826	925
150	4324	0,000188	0,6800	915
160	4359	0,000175	0,6774	906
170	4395	0,000162	0,6748	896
180	4434	0,000151	0,6706	886
190	4479	0,000144	0,6630	875
200	4525	0,000137	0,6554	863

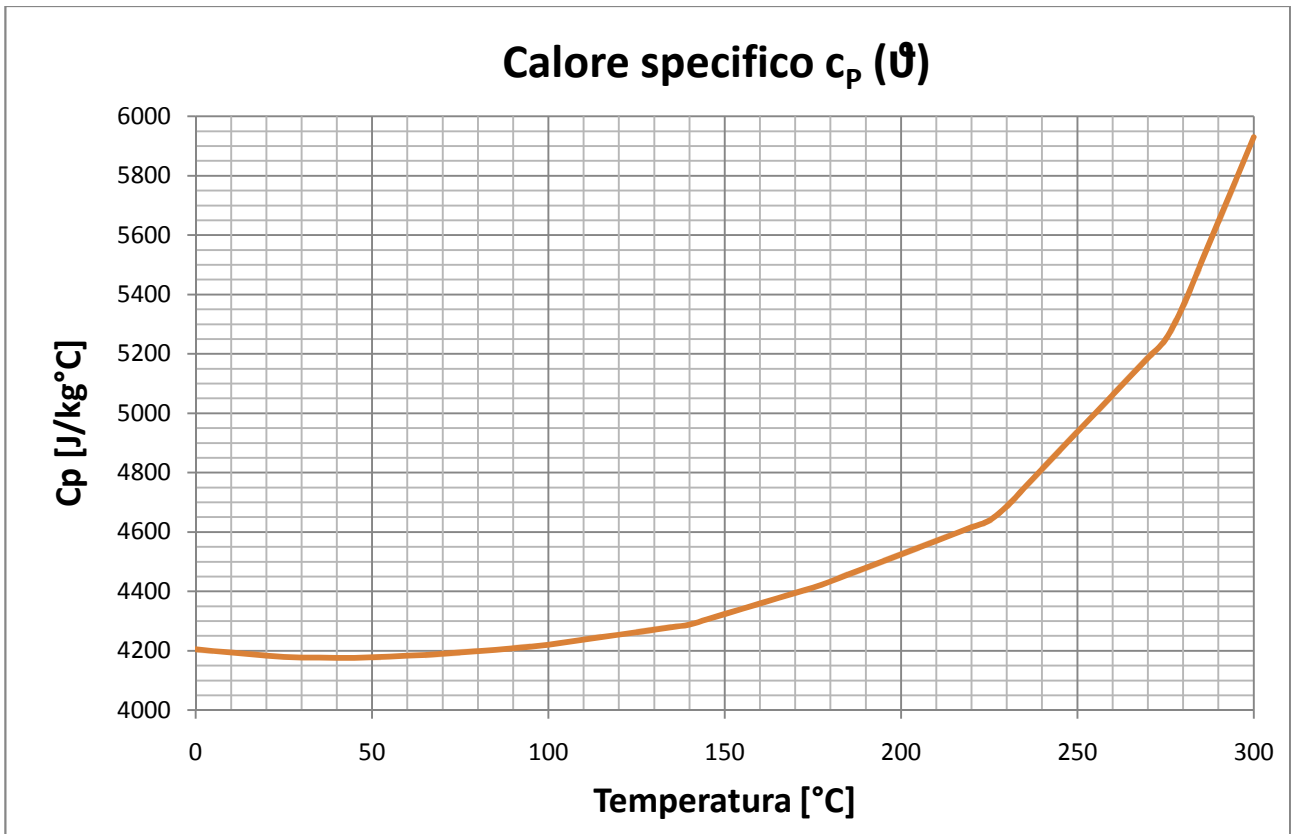


Fig. 3.3-1

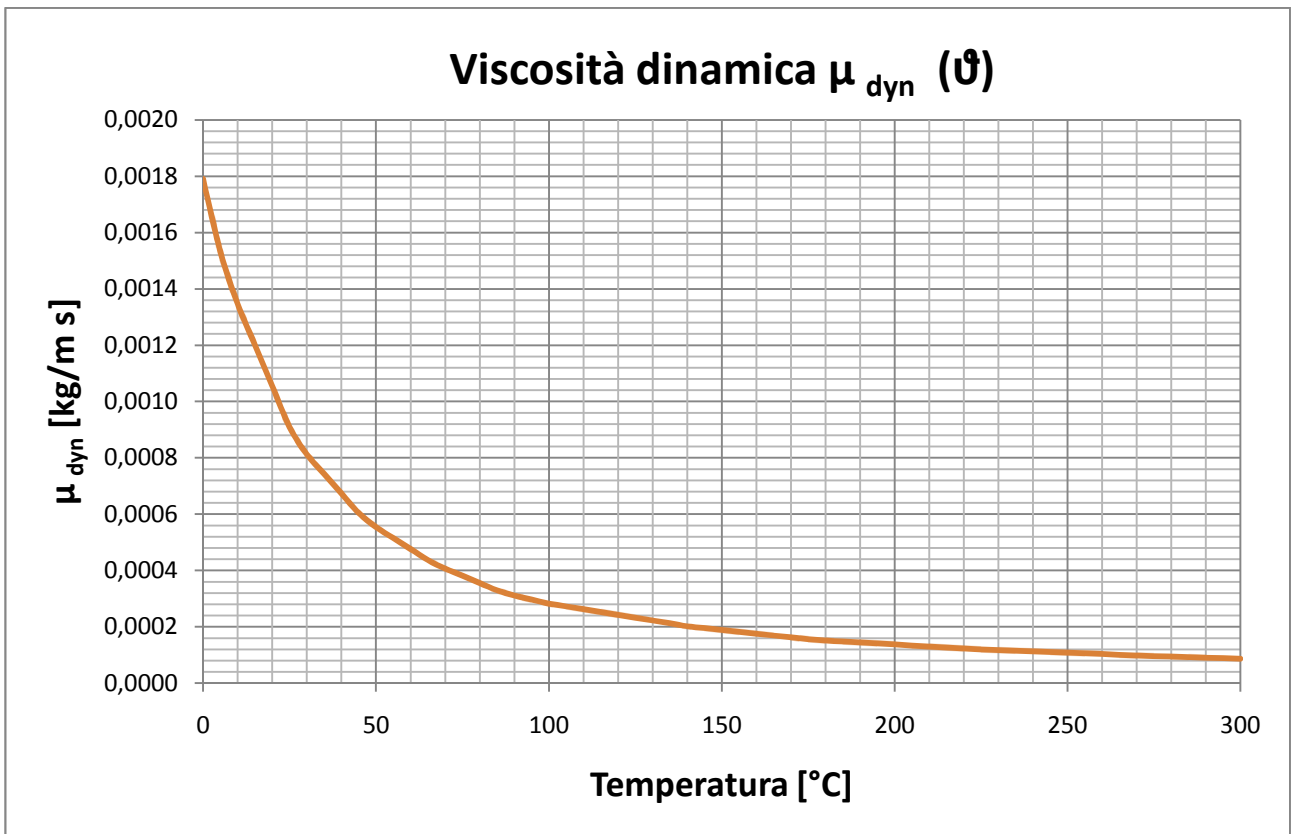


Fig. 3.3-2

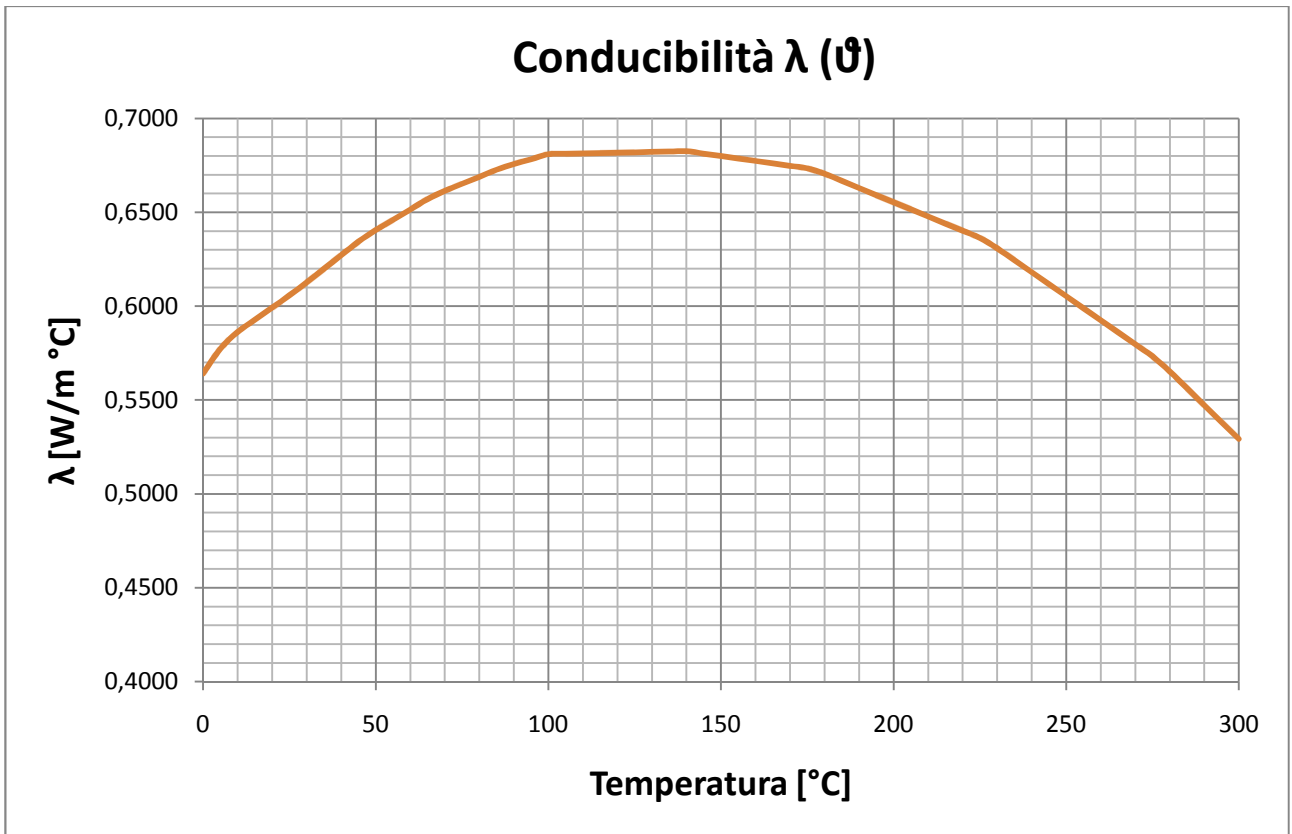


Fig. 3.3-3

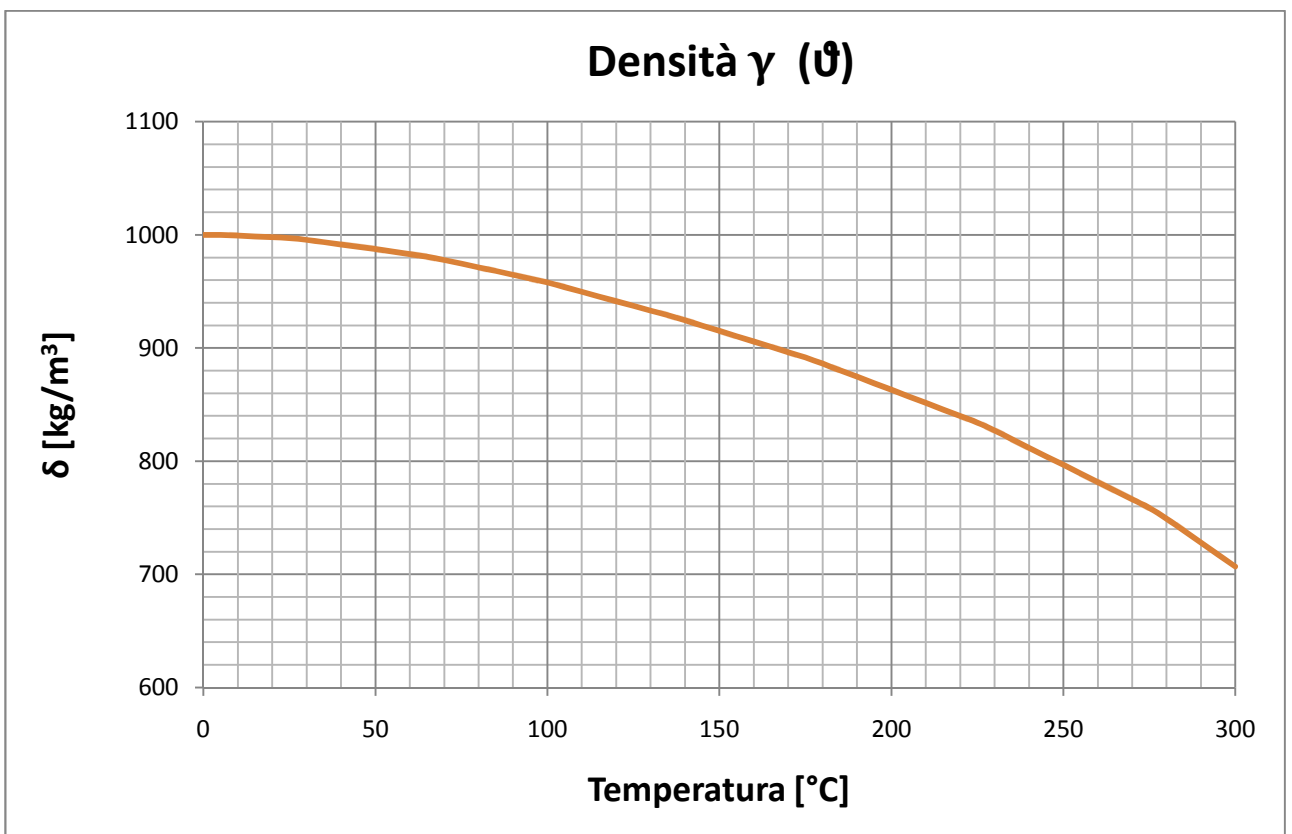


Fig. 3.3-4



A questo punto, si hanno a disposizione tutti gli elementi per ricavare una formulazione approssimata dei parametri riportati, in funzione della temperatura, mediante interpolazione polinomiale. Per meglio comprendere come svolgere questa operazione, vengono riportate alcune nozioni matematiche di base.

Sia nota la funzione  $f$  su un insieme di  $n+1$  punti  $\vartheta_0, \vartheta_1, \dots, \vartheta_n$ , appartenenti all'intervallo  $[a, b]$ . La funzione  $g$ , con cui si vuole approssimare la funzione  $f$ , sia un polinomio di grado opportuno, i cui coefficienti vengono determinati in modo che l'approssimazione sia la migliore possibile, compatibilmente con i dati che si hanno a disposizione.

Per rendere formalmente corretta l'espressione "la migliore possibile", occorre definire come si misura la distanza fra la funzione  $f$  e la funzione  $g$ . La funzione  $g$  sarà poi determinata in modo da avere la minima distanza possibile dalla funzione  $f$ .

Nel caso del problema discreto che stiamo considerando, la distanza fra la  $f$  e la  $g$  viene misurata per mezzo del vettore  $r$  degli scarti, cioè delle differenze così definite:

$$r_i = f(\vartheta_i) - g(\vartheta_i) \quad i = 0; \dots; n$$

I coefficienti cercati sono quelli che rendono minima la lunghezza euclidea del vettore  $r$ .

Il metodo corrispondente viene detto dei minimi quadrati.

Se  $x_i \neq x_j$  per  $i \neq j$ , allora esiste ed è unico il polinomio

$$p_n(x) = a_0 \cdot x^n + a_1 \cdot x^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot x + a_n$$

di grado al più  $n$ , tale che

$$p_n(x_i) = f(x_i); \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (1)$$

In letteratura  $p_n$  prende il nome di "polinomio di interpolazione" della funzione  $f$ .

Un metodo per calcolare il vettore  $a = [a_0, a_1, \dots, a_n]^T$  dei coefficienti del polinomio  $p_n$  è il seguente. Si considerino il vettore  $f = [f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_n)]^T$  e la matrice  $V$ , detta matrice di Vandermonde in onore del matematico Alexandre-Théophile Vandermonde, così definita:

$$V_{ij} = x_{i-1}^{n-j+1} \quad i = 1, \dots, n+1; \quad j = 1, \dots, n+1:$$

Imponendo che  $p_n$  verifichi le  $n+1$  condizioni (1), si ottiene il sistema lineare di  $n+1$  equazioni in  $n+1$  incognite seguente

$$V \cdot a = f \quad (2)$$

La matrice di Vandermonde è non singolare, in quanto

$$\det V = \prod_{\substack{i,j=0 \\ i < j}}^n (x_i - x_j),$$

e i punti  $x_i$  sono per ipotesi a due a due distinti. Ne segue che il sistema (2) ha una e una sola soluzione, quindi il polinomio  $p_n$  esiste ed è unico.

I risultati delle interpolazioni sono qui riportati, con i coefficienti troncati alla seconda cifra dopo la virgola per comodità:

$$C_p (\vartheta) = 4198 - 2,42 \cdot 10^{-1} \cdot \vartheta - 1,83 \cdot 10^{-2} \cdot \vartheta^2 + 3,92 \cdot 10^{-4} \cdot \vartheta^3 - 2,06 \cdot 10^{-6} \cdot \vartheta^4 + 3,93 \cdot 10^{-9} \cdot \vartheta^5$$

$$\mu_d (\vartheta) = 1,79 \cdot 10^{-3} - 5,03 \cdot 10^{-5} \cdot \vartheta + 8,07 \cdot 10^{-7} \cdot \vartheta^2 - 7,80 \cdot 10^{-9} \cdot \vartheta^3 + 4,59 \cdot 10^{-11} \cdot \vartheta^4 +$$

$$- 1,60 \cdot 10^{-13} \cdot \vartheta^5 + 3,03 \cdot 10^{-16} \cdot \vartheta^6 - 2,39 \cdot 10^{-19} \cdot \vartheta^7$$

$$\lambda (\vartheta) = 5,64 \cdot 10^{-1} + 2,02 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta - 1,02 \cdot 10^{-5} \cdot \vartheta^2 + 1,53 \cdot 10^{-8} \cdot \vartheta^3 - 1,71 \cdot 10^{-11} \cdot \vartheta^4$$

$$\gamma (\vartheta) = 1000 + 3,50 \cdot 10^{-2} \cdot \vartheta - 6,41 \cdot 10^{-3} \cdot \vartheta^2 + 2,22 \cdot 10^{-5} \cdot \vartheta^3 - 4,00 \cdot 10^{-8} \cdot \vartheta^4$$

Tali formulazioni hanno validità in un intervallo di temperature compreso tra 0°C e 250 °C.

In Appendice (B) è riportato il codice da implementare in Matlab per ottenere tali interpolazioni. Disporre di tali relazioni può essere interessante per:

- determinare una formula di h in funzione solo di  $\vartheta$ , una volta fissata la geometria, la pressione del fluido e ricavata la potenza per unità di lunghezza nell'induttore.
- ridurre il carico computazionale impostando in Matlab un algoritmo che utilizzi solo formule, senza riferimenti a file dati esterni da cui cercare ed estrarre il parametro in funzione della temperatura.

Con i seguenti grafici si vuole rappresentare il livello di accuratezza delle formule proposte, a confronto con i dati sperimentali ricavati in letteratura.

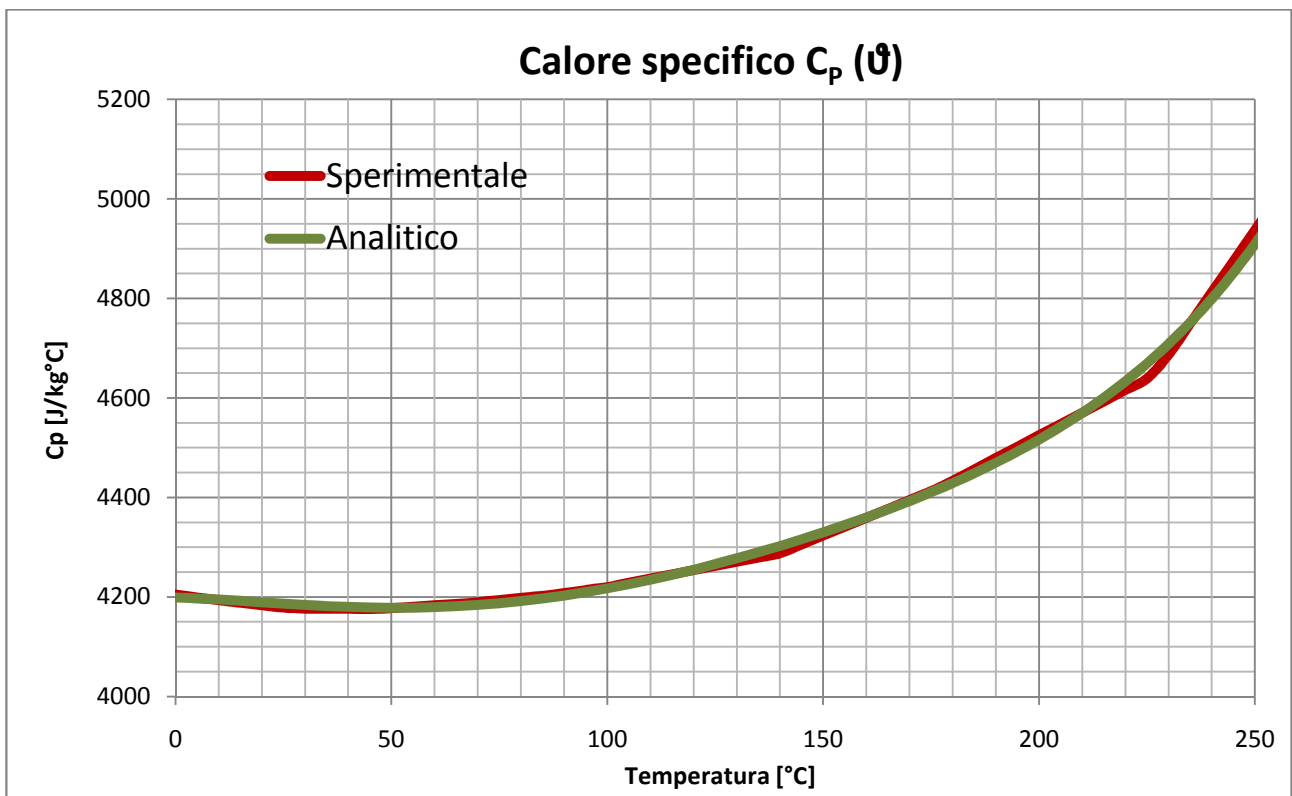


Fig. 3.3-5

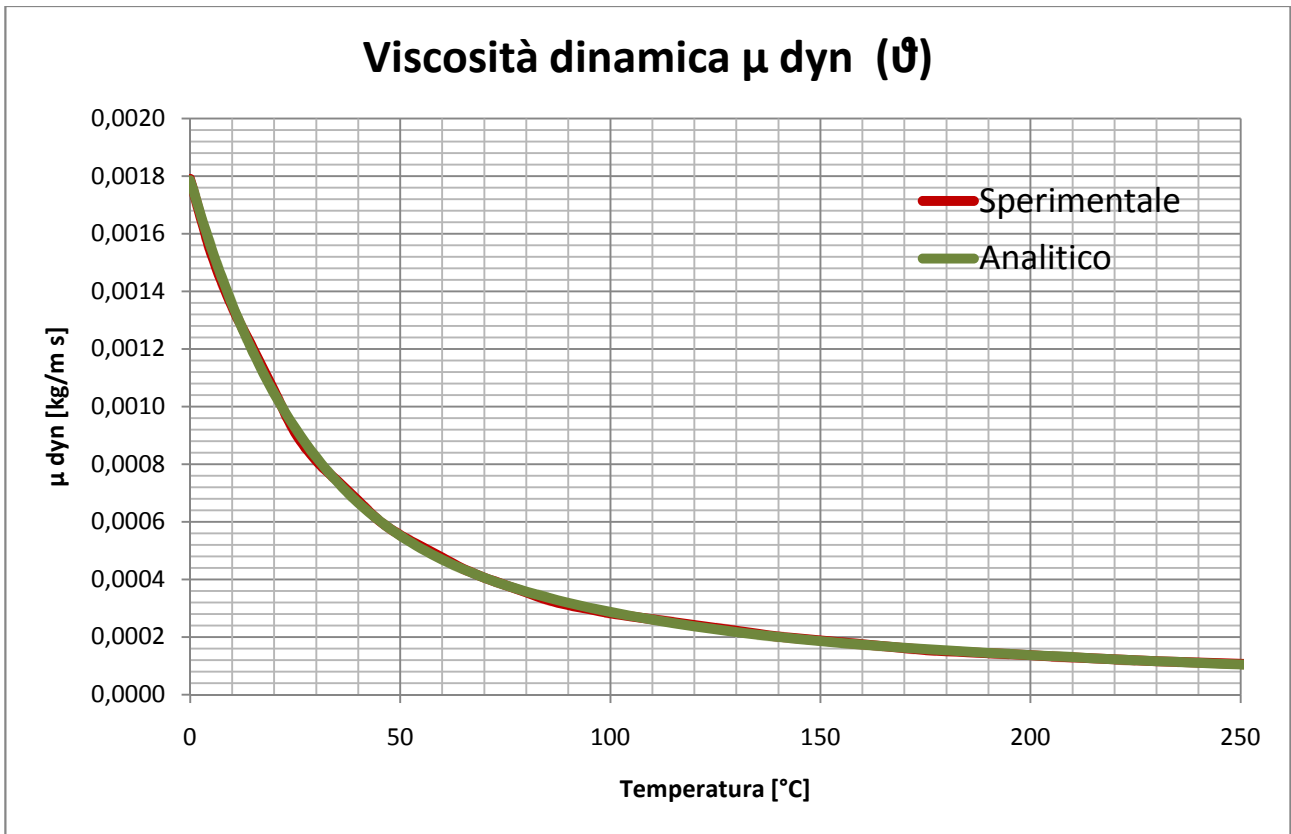


Fig. 3.3-6

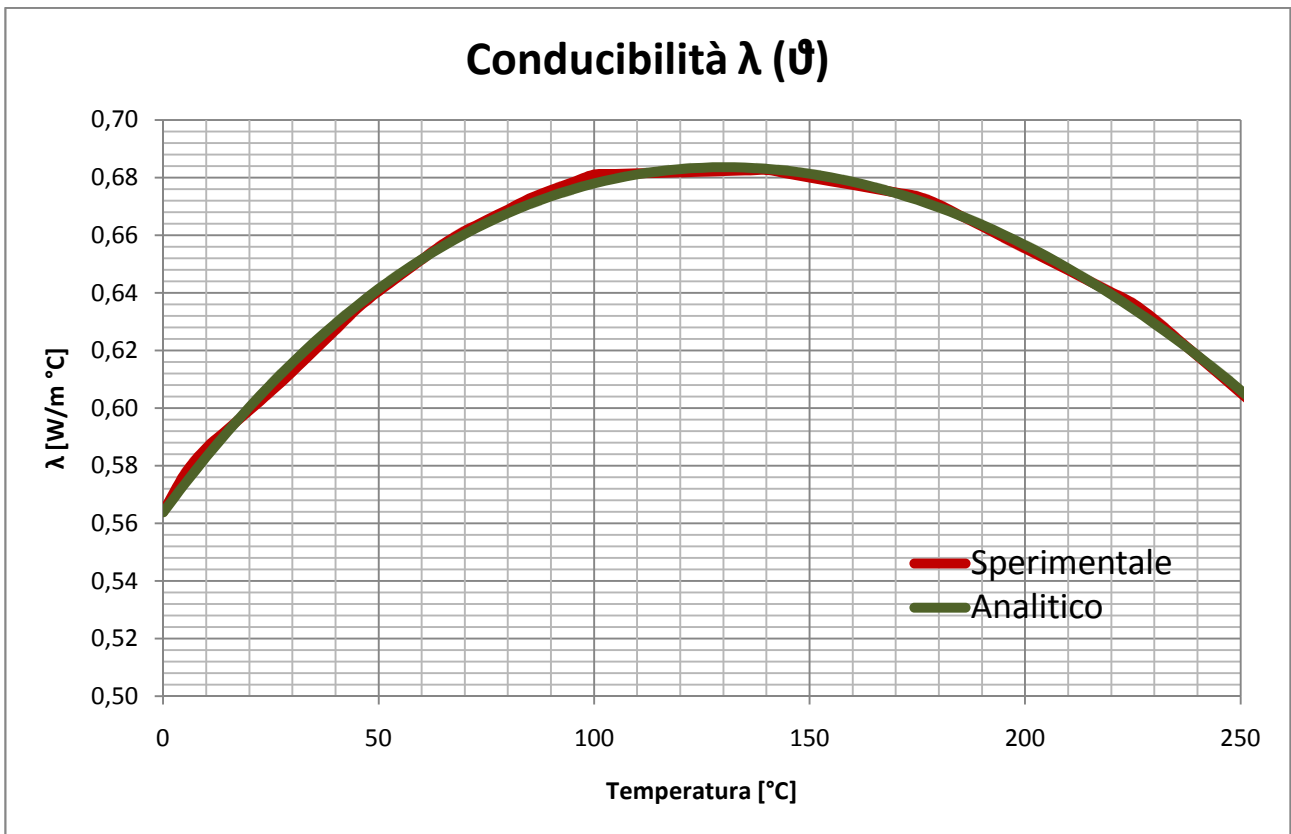


Fig. 3.3-7

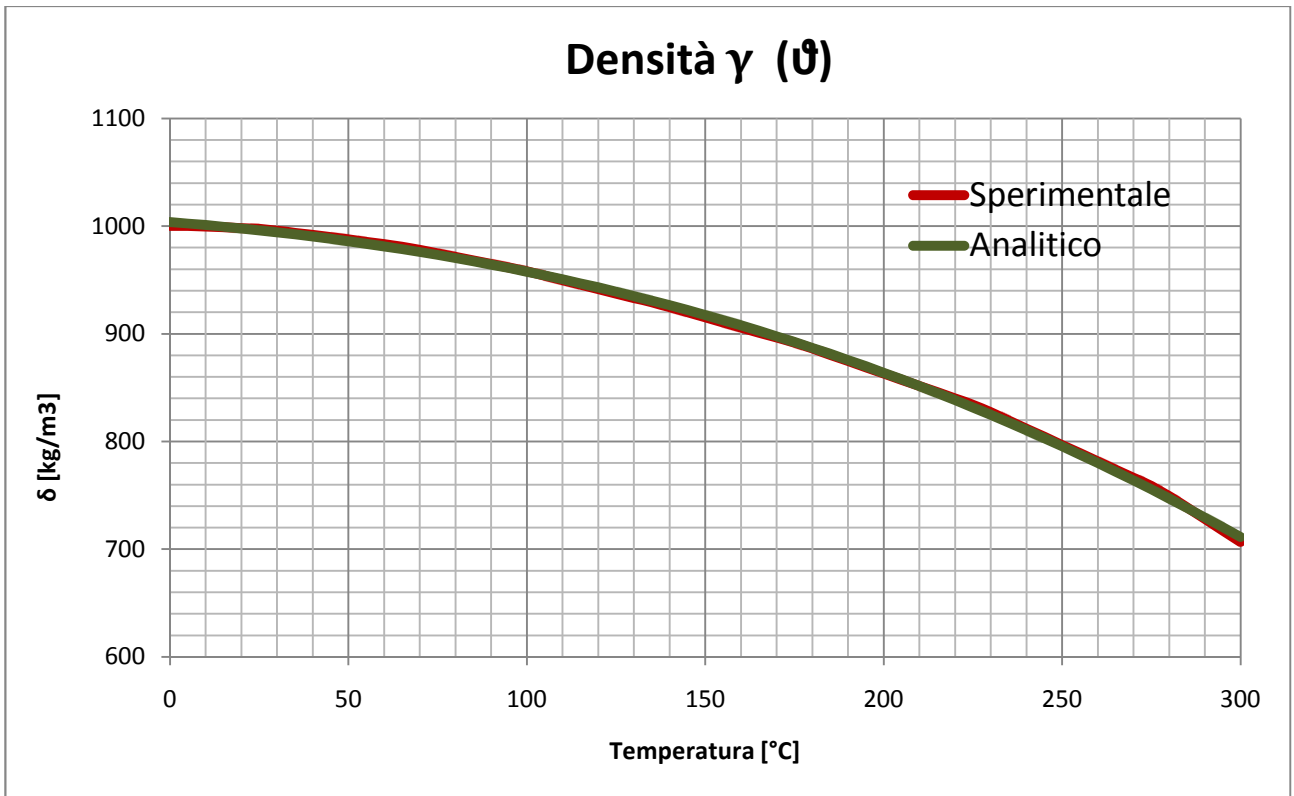


Fig. 3.3-8

A questo punto si può ricavare il coefficiente di scambio termico per convezione, ovviamente dopo aver calcolato la potenza per unità di lunghezza generata nell'induttore mediante la soluzione del problema elettromagnetico.

Un esempio generico di risultato del procedimento è riportato nel seguente diagramma:

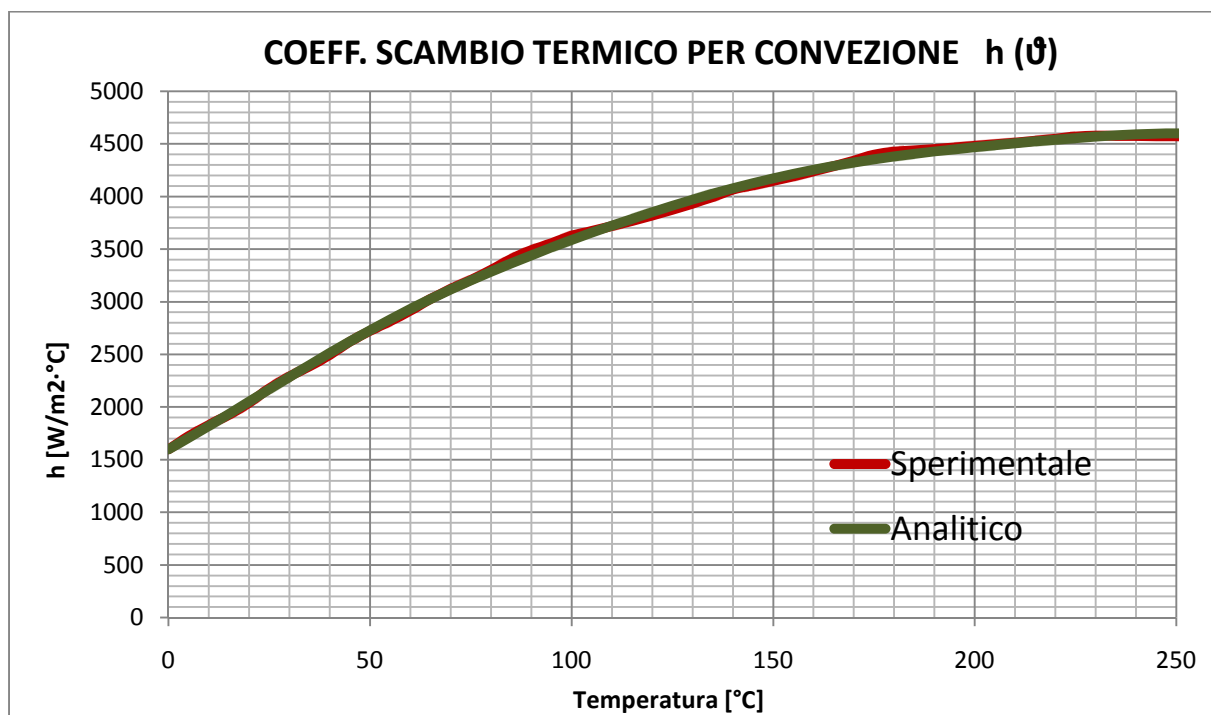


Fig. 3.3-9

Quanto finora svolto ha validità fino a che si rimane in un intervallo di temperature che mantengono l'acqua allo stato liquido. Non sono mai stati presi in considerazione finora gli effetti della presenza di vapore nel fluido di raffreddamento.

Considerando la geometria generica riportata all'inizio del paragrafo è lecito supporre che, analizzando una sezione del sistema induttore - acqua, essendo le sorgenti di calore concentrate nel rame avremo come zona dell'acqua a temperatura più elevata quella che aderisce alla bobina.

Ciò significa che, se l'acqua raggiunge la temperatura di ebollizione, la prima zona che presenta vapor d'acqua è proprio quella a ridosso dell'induttore.

Il vapor d'acqua ha la caratteristica di essere un buon isolante termico, con coefficienti di scambio termico per convezione 4-5 ordini di grandezza inferiori rispetto all'acqua.

Queste osservazioni portano a dire che l'andamento crescente di  $h(\theta)$  all'aumentare della temperatura troverà un limite massimo, oltre il quale poi crolla a valori molto piccoli per effetto del vapore d'acqua che agisce da strato pressoché termicamente isolante.

Affinando ancora l'analisi, si può osservare come lo strato di vapore che si genera in prossimità dell'induttore non rimane fermo, poiché il moto turbolento dell'acqua e la presenza di bolle di vapore che si mescolano continuamente nel liquido comportano un movimento caotico anche di tale strato di vapor d'acqua.

In definitiva queste considerazioni vogliono sottolineare come sia assolutamente difficile riprodurre la realtà mediante una simulazione dinamica; risulta invece più veloce e opportuno andare a sviluppare dei modelli "statici" equivalenti, che portano agli stessi risultati della realtà per quanto riguarda la distribuzione della temperatura nell'induttore.

Il primo passo per sviluppare tale modello "statico", ovvero che simula gli effetti del movimento dell'acqua in una configurazione in cui l'acqua è a velocità nulla, consiste nel definire completamente il coefficiente di scambio termico, anche in presenza di bolle e strati di vapore.

La letteratura non offre grande sostegno a riguardo. Questo scoglio rappresenta uno dei motivi per cui anche se i risultati finali dello studio dovessero essere approssimati, indicherebbero comunque un ordine di grandezza dei parametri che attualmente non si riescono a definire prima di porre in esercizio il sistema, con i rischi che ciò comporta.

Utilizzando come supporto un grafico sperimentale riprodotto nel testo russo dei professori Golovin e Zimin, riportato in bibliografia [5], si riesce ad ottenere l'andamento qualitativo del coefficiente di scambio termico effettivo considerando anche i vari stati fisici dell'acqua al variare della temperatura a pressione atmosferica.

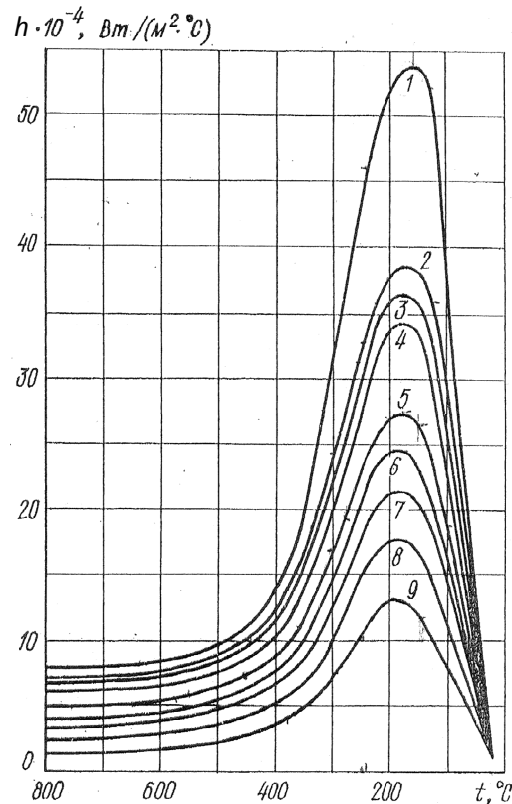
Tale diagramma fa riferimento al raffreddamento a doccia in processi di tempra.

Зависимость коэффициентов теплоотдачи при охлаждении водяным душем от температуры поверхности эталонного образца при следующих значениях расхода воды  $M$ ,  $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$ :

1 — 2; 2 — 1,67; 3 — 1,47; 4 — 1,2;  
5 — 0,84; 6 — 0,74; 7 — 0,62; 8 — 0,49; 9 — 0,28

Andamento dei coefficienti di scambio termico nel raffreddamento con doccia d'acqua, in funzione della temperatura superficiale del campione, con i seguenti valori di portata d'acqua [ $\text{m}^3/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$ ]:  
1-2; 2-1,67; 3-1,47; 4-1,2; 5-0,84; 6-0,74;  
7-0,62; 8-0,49; 9-0,28.

Fig. 3.3-10



Puntualizzando l'attenzione sul fatto che la scala delle temperature è decrescente si osserva che, partendo dalla temperatura ambiente, all'aumentare della temperatura sull'interfaccia anche il coefficiente di scambio termico  $h(\vartheta)$  aumenta per effetto di un moto sempre più turbolento del fluido, fino ad un punto di massimo oltre il quale inizia a farsi sentire gradualmente la presenza del vapor d'acqua nel fluido di raffreddamento.

A temperature elevate il coefficiente  $h$  si riduce, tuttavia non crolla a zero in quanto il moto dell'acqua continua a smuovere lo strato di vapore, nonostante tale effetto di asportazione diminuisca con l'aumentare della temperatura.

Il prossimo passaggio della nostra analisi consiste nel tentare di riprodurre questo andamento qualitativo nel nostro sistema.

Per quanto riguarda il tratto di curva che cresce con la temperatura, non ci sono problemi in quanto si determina come esposto finora nella trattazione.

Per quanto riguarda il tratto successivo alla temperatura di ebollizione, alla quale il coefficiente  $h(\vartheta)$  presenta valore massimo, l'unico riferimento è il grafico esposto.

Analizzando attentamente le curve del diagramma, si può supporre in prima approssimazione che le caratteristiche abbiano tra loro andamenti analoghi, differenziandosi tra loro quindi solamente per un fattore di proporzionalità.

Si può allora lavorare graficamente per trovare alcuni valori “relativi” del coefficiente  $h(\vartheta)$  rispetto al valore massimo  $h_{\max}$ , per varie temperature multiple del valore  $\vartheta_{h_{\max}}$  al quale  $h(\vartheta)$  assume valore massimo  $h_{\max}$ .

Il riepilogo di tale operazione viene di seguito illustrato.

Tabella 3.3-3

$\vartheta / \vartheta_{h_{\max}}$	curva 1	curva 2	curva 5	curva 9	Valor medio	Errore max
	$h / h_{\max}$	$h / h_{\max}$	$h / h_{\max}$	$h / h_{\max}$	$h_{\text{med}}$	$ (h_i / h_{i_{\max}}) - h_{\text{med}} $
<b>1</b>	1	1	1	1	<b>1,00</b>	-
<b>1,5</b>	0,85	0,81	0,70	0,62	<b>0,74</b>	<b>0,12</b>
<b>2</b>	0,53	0,48	0,40	0,31	<b>0,43</b>	<b>0,12</b>
<b>3</b>	0,19	0,23	0,21	0,12	<b>0,19</b>	<b>0,07</b>
<b>4</b>	0,15	0,18	0,18	0,10	<b>0,15</b>	<b>0,05</b>

Utilizzando per le varie temperature multiple di  $\vartheta_{h_{\max}}$  il relativo valore di  $h$  riferito al valore massimo (noto perché assunto per la  $\vartheta$  di ebollizione), otterremo un errore massimo pari al 12% del valore massimo, il quale diminuisce con l'aumentare della temperatura.

Tale errore si ritiene accettabile in quanto non sono noti metodi alternativi più precisi.

Nel nostro percorso di ricostruzione della curva del coefficiente di scambio termico per convezione, siamo allora a conoscenza del primo tratto fino alla  $\vartheta$  di ebollizione, mentre nel restante tratto di curva siamo riusciti ad ottenere alcuni punti, riportati in tabella alla colonna “Valor medio”.

Non rimane che riutilizzare l'algoritmo di interpolazione proposto in Appendice A, per ottenere anche negli intervalli di temperatura rimanenti il corrispondente valore di coefficiente  $h(\vartheta)$ .

Si fa presente che il programma di interpolazione che usa Matlab tende prolungare leggermente la curva  $h(\vartheta)$  oltre al punto di massimo fornito. E' opportuno allora riportare come punti noti i valori fino a 10°C prima della temperatura di ebollizione, in modo tale che la parte in eccesso inserita dal software si compensi con quella tralasciata dall'utente.

Una volta ottenuta la caratteristica completa sarà sufficiente inserirla nel programma di simulazione come file dati esterno, nel quale il main program andrà a ricercare in automatico il valore opportuno in funzione della temperatura all'interfaccia induttore – acqua.

Nei grafici che seguono si rappresentano i risultati ottenuti per varie configurazioni.

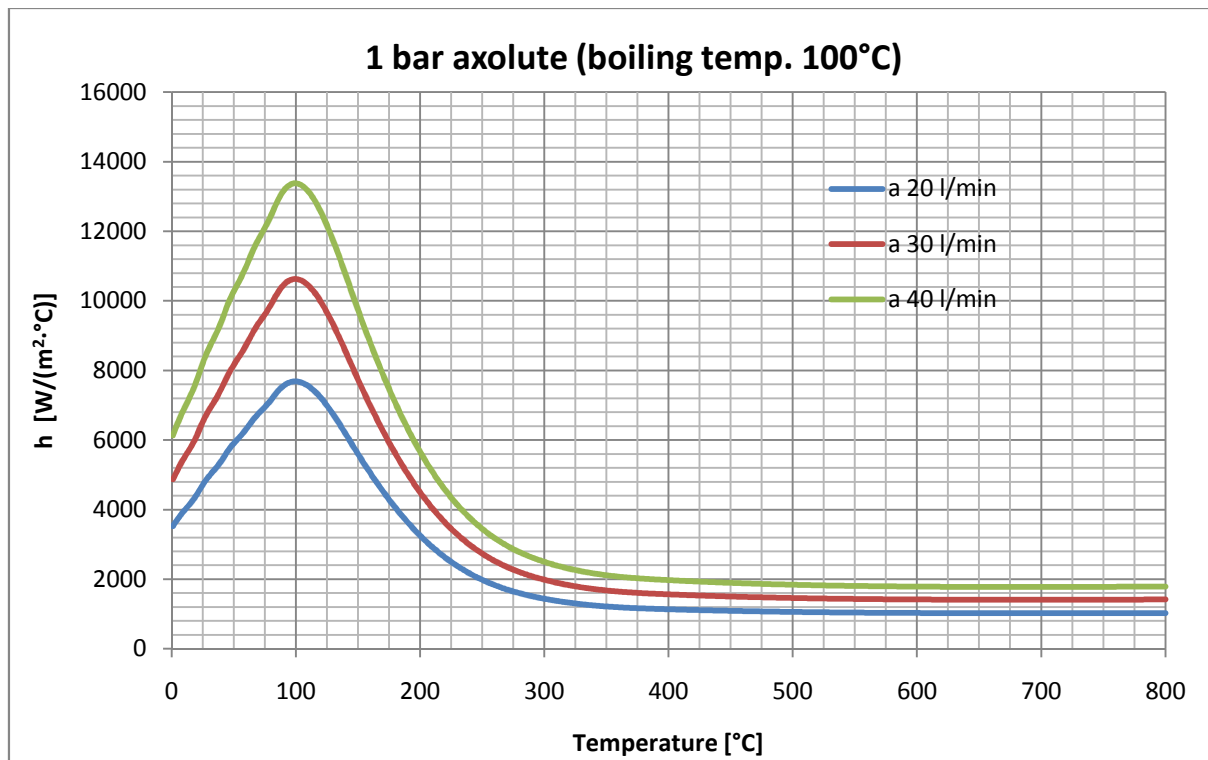


Fig. 3.3-11

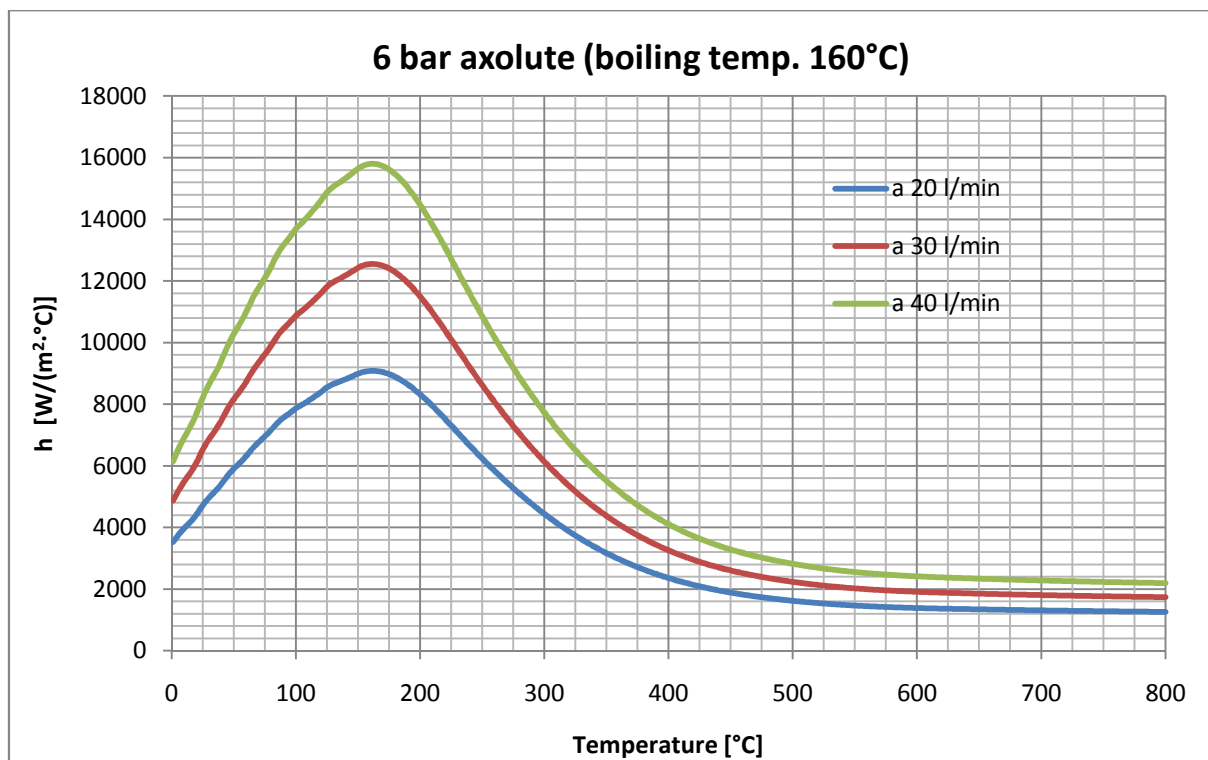


Fig. 3.3-12



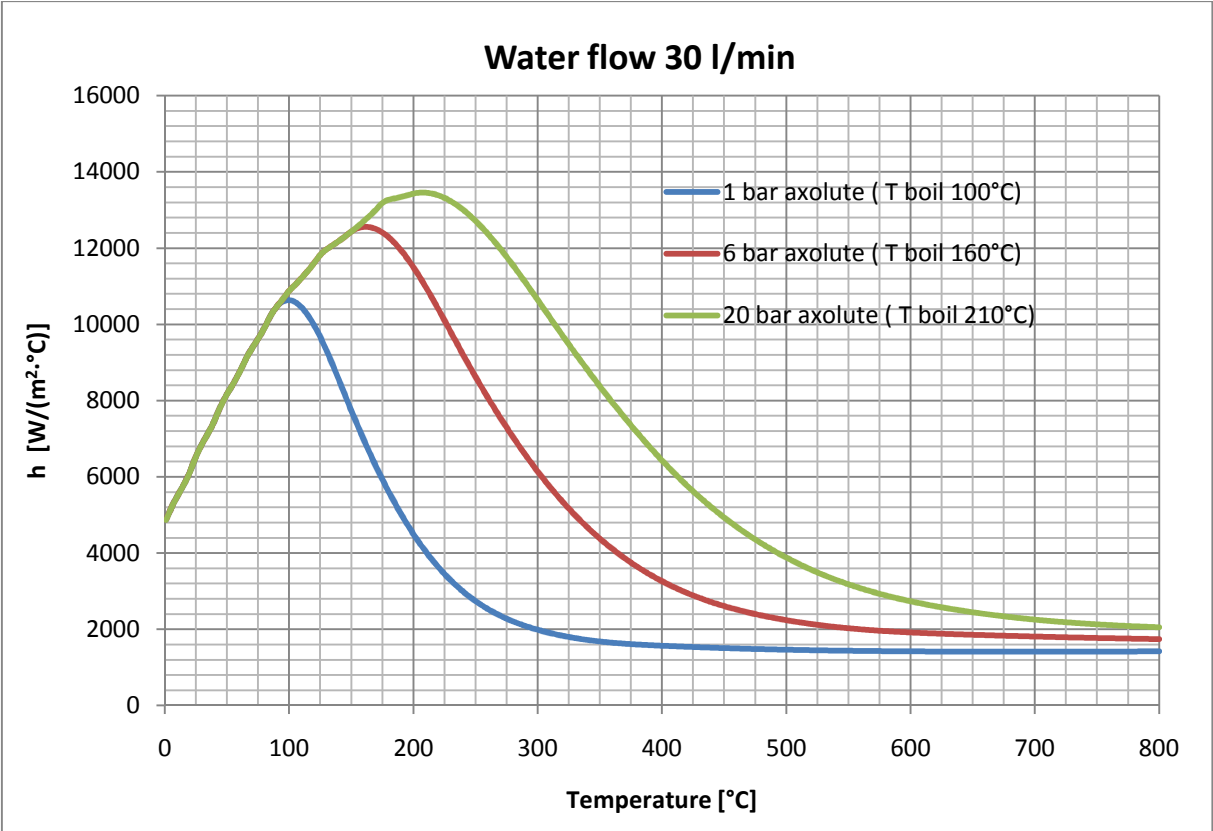


Fig. 3.3-13

### 3.4. APPLICAZIONE

Per quanto riguarda il modello da implementare nei programmi di simulazione, sono proposti due metodi di studio diversi tra loro nella parte di analisi termica del problema.

**ANALISI ELETTROMAGNETICA** – Tale studio verrà svolto in regime magnetico stazionario e verrà rappresentato l'induttore mediante la sezione trasversale (2D), considerandolo unica parte attiva del problema, ovvero solido conduttore all'interno del quale circola corrente. L'ambiente esterno e la zona del canale interno all'induttore verranno impostate come aria.

La soluzione fornisce :

- la distribuzione delle sorgenti di calore da inserire poi nel problema termico.
- il valore della potenza sviluppata per unità di lunghezza, necessaria per calcolare la portata d'acqua e poi il coefficiente di scambio termico  $h(\vartheta)$ .

**ANALISI TERMICA : METODO LINE REGION** – Verrà rappresentato sempre l'induttore mediante la sua sezione trasversale 2D, il quale non scambia calore con l'ambiente esterno (quest'ultimo quindi posto come regione inattiva).

La condizione al contorno del problema sarà rappresentata dalla linea di interfaccia tra rame e acqua, sulla quale verrà impostato il coefficiente di scambio termico  $h(\vartheta)$  che intrinsecamente considera il moto del fluido e gli effetti che influiscono nello scambio termico per convezione del calore tra rame e acqua.

La zona d'acqua interna all'induttore verrà impostata come zona inattiva.

Con la soluzione di questo modello si potrà visualizzare solamente la distribuzione della temperatura nell'induttore, ignorando come questa si distribuisca nel liquido di raffreddamento.

**ANALISI TERMICA : METODO LAYER EQUIVALENTE** – Allo scopo di voler capire come la temperatura si distribuisce nell'acqua, andando così a raffinare il modello cercando di svilupparlo in modo tale che rappresenti la realtà nel miglior modo possibile, verrà sostituita l'interfaccia rame-acqua con uno strato equivalente di spessore il più sottile possibile. Data la staticità dei componenti nel modello, nello strato sarà possibile impostare solo la conducibilità termica  $\lambda(\vartheta)$  e non il coefficiente  $h(\vartheta)$ .

La conducibilità  $\lambda(\vartheta)$  dello strato tuttavia dovrà rappresentare gli effetti che nella realtà sono dovuti alla trasmissione per convezione, ovvero dovrà estrarre dall'induttore la stessa quantità di calore del modello precedente.

Per fare ciò si mettono a confronto le formule, già presentate nei precedenti capitoli, del calore scambiato per conduzione e per convezione:

$$q_{COND} = \lambda \cdot \frac{S}{L} \cdot \Delta\vartheta \quad q_{CONV} = h \cdot S \cdot \Delta\vartheta$$

Ipotizzando che il calore scambiato sia lo stesso, si ottiene:

$$q = \lambda \cdot \frac{S}{L} \cdot \Delta\vartheta = h \cdot S \cdot \Delta\vartheta \quad \rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{L}$$

Pertanto il valore della conducibilità termica dello strato sarà pari al coefficiente di scambio termico per convezione, diviso per lo spessore dello strato.

In questo modello si rappresenta anche l'acqua interna all'induttore e questo comporta un altro aspetto critico: poiché il flusso è turbolento e a certe temperature si manifesta la presenza di bolle di vapore in movimento, il materiale non è omogeneo e isotropo.

Si può tuttavia supporre il fluido omogeneo e isotropo inserendo caratteristiche fisiche equivalenti, che nel complesso rappresentino l'acqua considerando gli effetti della turbolenza e del vapore sulla distribuzione della temperatura.

La condizione al contorno di tale configurazione è posta sull'asse longitudinale del canale, andando a fissare la temperatura del fluido.

## 4. SOFTWARE

### 4.1. GENERALITÀ

Per sviluppare l'analisi effettuata sono stati utilizzati 3 software: Matlab, Ansys e Flux.

Mentre Ansys e Flux sono stati utilizzati unicamente per simulare il modello del problema, Matlab è stato sfruttato anche per svolgere le operazioni preliminari al fine di ottenere tutti i parametri necessari per svolgere l'analisi.

Le prime semplici geometrie sono state sviluppate non solo con i software commerciali (Ansys e Flux) comunemente utilizzati, ma anche con un algoritmo sviluppato ad hoc in Matlab. Tale scelta è motivata dall'opportunità di visualizzare meglio le problematiche a livello computazionale che inevitabilmente si manifestano quando si affrontano questi studi.

Inoltre, in visione di sviluppi e applicazioni future, l'utilizzo di un software come Matlab potrebbe permettere di interfacciare un computer con macchine e apparecchiature per processi di riscaldamento, con la possibilità quindi di gestire, visualizzare e comprendere meglio l'evolversi della lavorazione.

Per quanto riguarda questo studio, una volta comprese e risolte le problematiche dell'analisi utilizzando Matlab, si è poi passati ad utilizzare solo i software Ansys e Flux per la loro agilità, velocità e versatilità con cui possono simulare modelli anche con geometrie più complesse, senza dover scrivere diversi algoritmi per implementare i modelli matematici.

Utilizzare più software è infine risultato interessante per confermare i risultati ottenuti e per confrontare i diversi metodi di lavoro che i due programmi comportano.

## 4.2. MATLAB

Matlab (abbreviazione di Matrix Laboratory) è un ambiente per il calcolo numerico, comprendente anche l'omonimo linguaggio di programmazione sviluppato dall'azienda MathWorks.

Matlab consente di manipolare matrici, visualizzare funzioni e dati, implementare algoritmi, creare interfacce utente e interfacce con altri programmi.

MATLAB è usato in particolare nell'industria e nelle università; la larga diffusione che ha agevolato l'uso di questo programma è dovuta anche al fatto che funziona con diversi sistemi operativi.

L'interfaccia principale di MATLAB è composta da diverse finestre gestibili singolarmente.

Le finestre principali, più usate, sono quattro:

- Command Window (prompt dei comandi sul quale è possibile digitare i comandi supportati e visualizzare a video in tempo reale i risultati);
- Workspace (spazio di lavoro o spazio di memoria, contenente le variabili dichiarate);
- Current directory (per esplorare il contenuto delle cartelle sul proprio hard disk);
- Command history (elenco di tutti i comandi digitati di recente, divisi per ora e data).

I vari algoritmi sviluppati con questo software sono riportati in Appendice.

Sinteticamente, grazie a questo programma è stato possibile:

- ricavare le curve che mettono in relazione le caratteristiche dei materiali in esame, in funzione della temperatura;
- ottenere un polinomio che esprima l'andamento di una curva data in funzione della temperatura;
- ricavare la curva completa del coefficiente di scambio termico per convezione in funzione della temperatura, scrivendo inoltre in modo automatico un file in uscita compatibile con Ansys dove sono riportati i valori di tale curva.
- sviluppare il modello matematico per lo studio elettromagnetico e termico accoppiati (sia in regime transitorio che stazionario) del riscaldamento in una bobina induttrice, con sezione circolare e canale interno per il raffreddamento, quando è percorsa da corrente.

### 4.3. FLUX ED ANSYS

Per raggiungere i risultati descritti nei capitoli successivi sono stati utilizzati i due software Ansys e Flux, rispettivamente a disposizione presso l'istituto ETP di Hannover ed il dipartimento DIE di Padova.

Senza scendere nel dettaglio, vengono descritti il principio di funzionamento e le generiche procedure da affrontare nell'utilizzo di tali strumenti.

Il principio di funzionamento di entrambi i programmi è il calcolo agli elementi finiti, che si sviluppa nelle tre fasi seguenti:

- a) "pre-processing", fase nella quale si definiscono la configurazione e le caratteristiche del problema da affrontare, quali:
  - il tipo di analisi da effettuare (magnetica, termica e magnetotermica);
  - il tipo di modello (nel caso specifico planare con simmetrie assiali);
  - la geometria del modello (disegno della struttura mediante punti, linee e facce);
  - la definizione delle caratteristiche dei materiali (resistività, permeabilità magnetica ecc.);
  - l'attribuzione dei materiali alle varie facce della geometria;
  - le applicazioni delle condizioni al contorno;
  - la creazione del circuito esterno applicato al modello;
  - l'applicazione delle grandezze impresse (quali correnti o tensioni impresse);
  - la suddivisione in elementi finiti del dominio (problematiche relative alla mesh).

Di seguito sono riportati due esempi di pre-processing.

Fig. 4.3-1 - Ansys

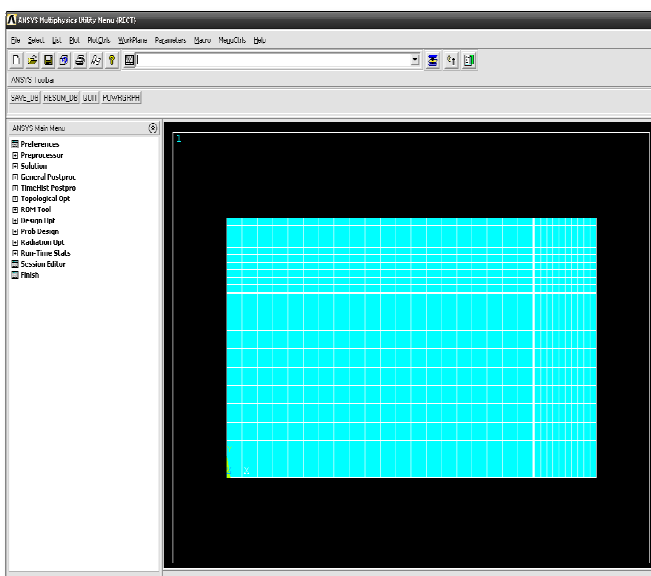
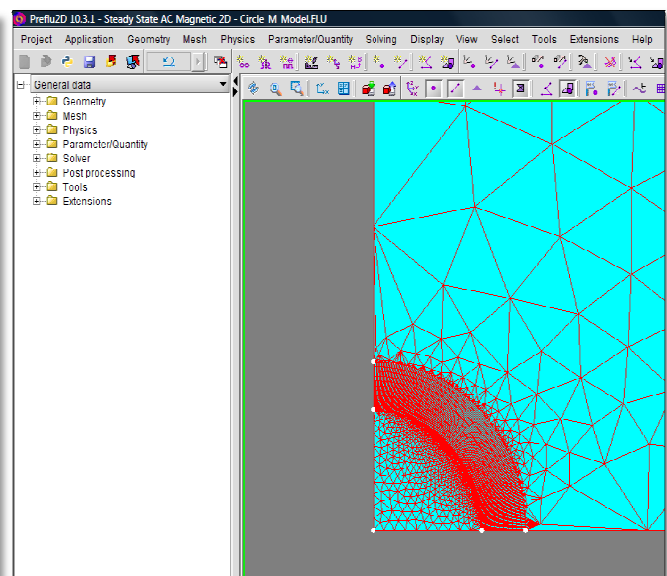


Fig. 4.3-2 - Flux



Come si nota dalle figure, si possono inoltre sfruttare le simmetrie della geometria andando a simulare solo metà o un quarto del problema, estendendo alla fine i risultati alla geometria completa.

Le analisi effettuate in questo studio si distinguono in due tipologie:

- analisi elettromagnetica: applicata per calcolare le densità di potenza in gioco;
- analisi termica accoppiata: utilizzata per lo studio della temperatura nella bobina induttrice oggetto di studio, a partire dalla distribuzione delle sorgenti di calore ottenute dalla risoluzione dall'analisi elettromagnetica.

b) "solution", fase nella quale avviene l'esecuzione della simulazione: il programma esegue il calcolo del problema risolvendo un sistema algebrico di equazioni. Terminato il calcolo, il software fornisce la soluzione approssimata nei nodi degli elementi finiti, con i quali è stato suddiviso il modello.

c) "post-processing", fase in cui si possono visualizzare i risultati mediante:

- grafici relativi alle grandezze esaminate con estrazione dei valori calcolati;
- mappatura e visualizzazione puntuale dei parametri nella partizione del dominio.

Le immagini sotto riportate illustrano alcune delle molteplici funzioni che i programmi offrono per visualizzare i risultati del calcolo.

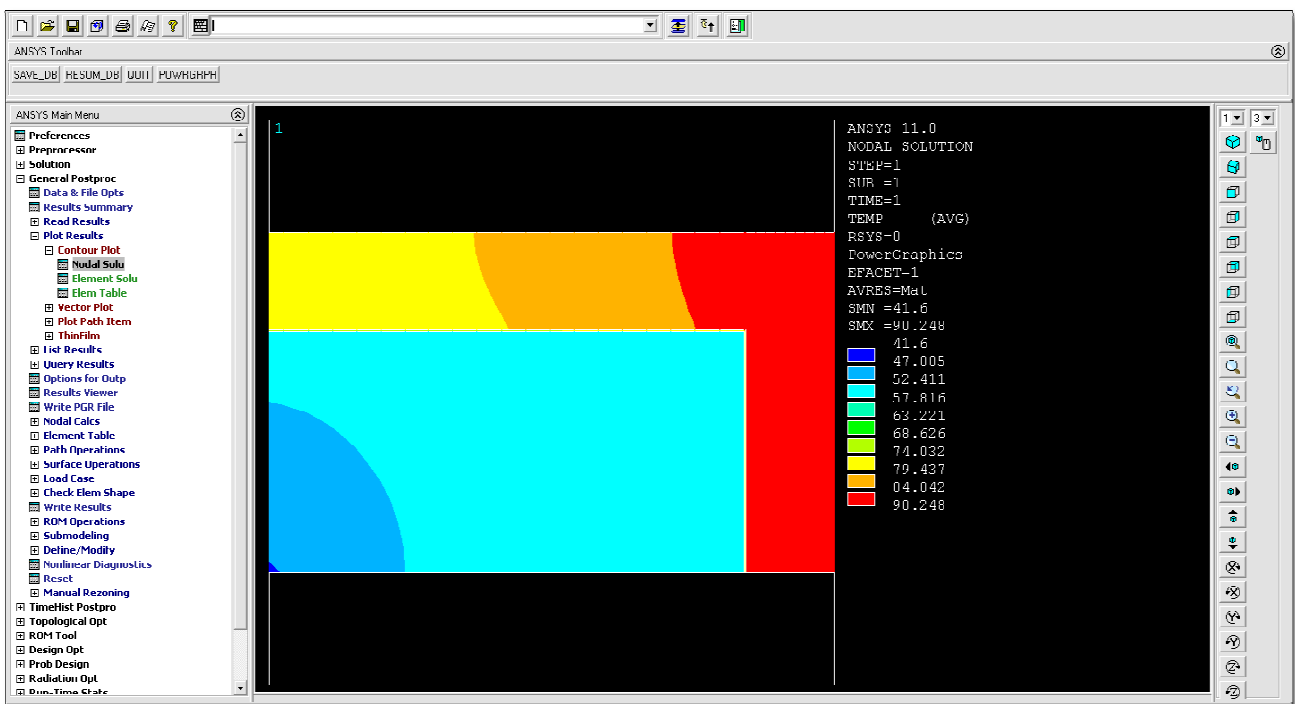


Fig. 4.3-3

Immagine del post processing in Ansys – Distribuzione della temperatura

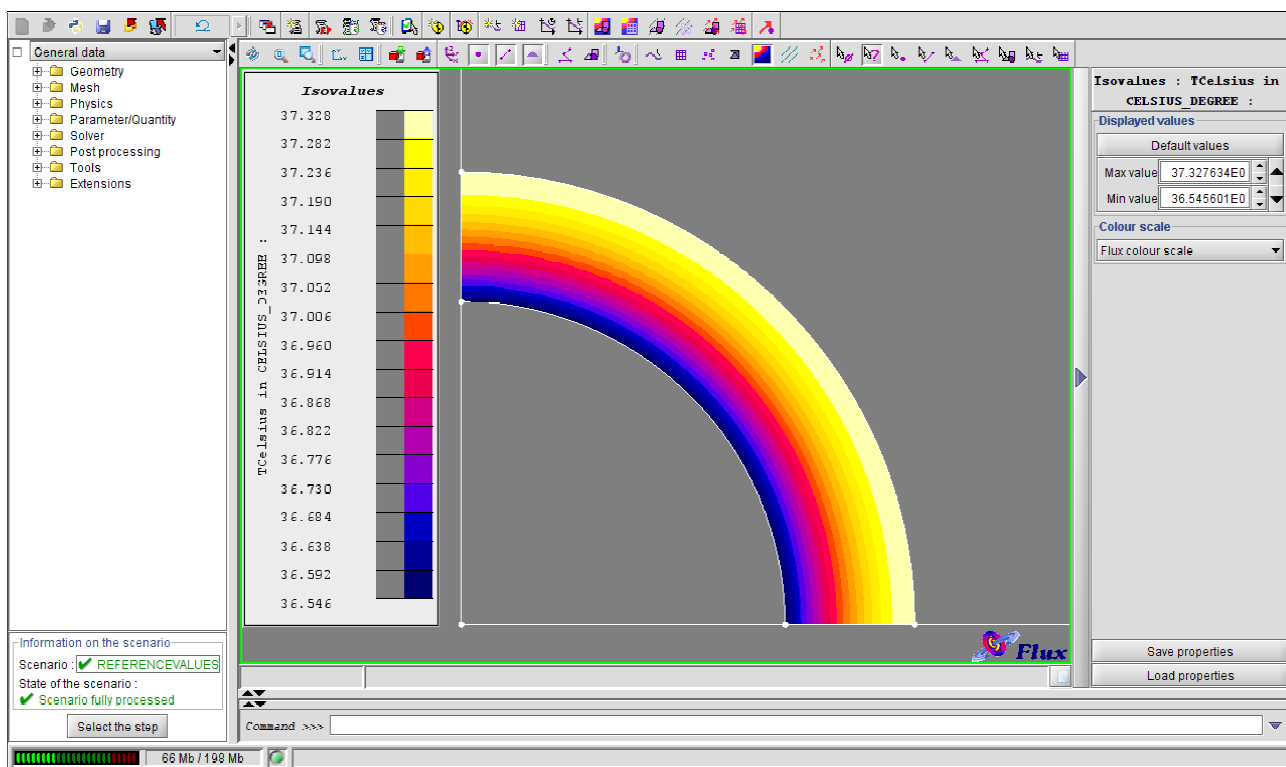


Fig. 4.3-4

Immagine del post processing in Flux – Distribuzione della temperatura

Nella parte centrale delle finestre viene rappresentata le distribuzione della temperatura nella sezione, mentre a fianco la legenda cromatica permette di risalire in ogni punto della sezione al valore corrispondente di temperatura.



## 5. APPLICAZIONI DEL METODO

### 5.1. CONFIGURAZIONI E IPOTESI DI STUDIO

Prima di utilizzare il modello proposto nelle simulazioni, devono essere tenuti in considerazione alcuni importanti aspetti:

- le simulazioni verranno svolte solo in modelli bidimensionali, 2D. Tale modello limita la visualizzazione della distribuzione della temperatura solo alla sezione dell'induttore. Tenuto in considerazione ciò, risulta opportuno assumere come sezione di studio la parte finale della bobina induttrice, poiché è noto che in tale sezione le temperature dell'acqua e del conduttore sono più elevate. Non viene tuttavia considerato l'effetto di bordo, inserendo nei risultati quindi un certo errore.
- inizialmente sono state simulate bobine a sezione circolare con canale interno per il liquido di raffreddamento, successivamente bobine induttrici a sezione rettangolare e infine una serie di induttori con sezione rettangolare ad angoli smussati, con raggio sempre maggiore. In questo modo si è voluto visualizzare come la presenza di spigoli incide sulla temperatura raggiunta nell'induttore, dato che negli spigoli si ha una maggiore densità delle correnti indotte.

La scelta di partire da sezioni circolari è dovuta alla semplicità con la quale si può realizzare un modello matematico per tale configurazione. Tale modello è stato poi implementato in Matlab per avere la possibilità di seguire in modo più dettagliato ogni passaggio a livello computazionale.

- per ogni bobina induttrice è stato assunto come spessore quello commerciale più prossimo allo spessore ottimale, quest'ultimo pari a  $s_{ottimo} = \delta \cdot \frac{\pi}{2}$  dove  $\delta$  rappresenta lo spessore di penetrazione. Tale spessore è definito ottimale perché sfrutta il 96% della distribuzione della potenza nel caso lastra piana indefinita. Non c'è convenienza a livello tecnico - economico ad utilizzare induttori con spessore maggiore.
- Sono stati imposti sia i valori di corrente tipicamente utilizzati in applicazioni industriali al fine di validare i risultati ottenuti, sia valori di corrente più elevati rispetto ai precedenti per analizzare il comportamento dell'induttore quando si raggiungono temperature pericolose per l'apparecchiatura.
- il diametro idraulico del canale interno all'induttore è stato scelto in modo da ottenere moto turbolento del liquido, migliorando quindi le condizioni di scambio termico rispetto al caso di moto laminare.

## 5.2. ELENCO DELLE SIMULAZIONI

Sono state inizialmente svolte le seguenti simulazioni con configurazione “line region”, come spiegato al capitolo 3.4 .

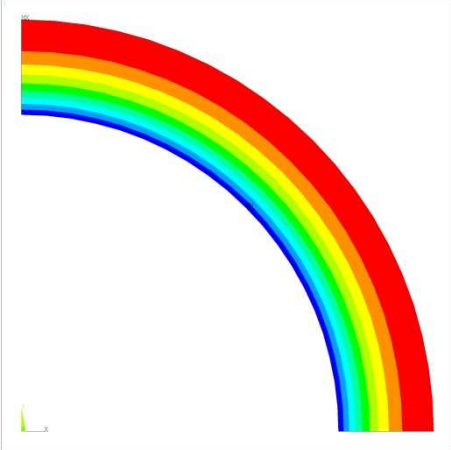
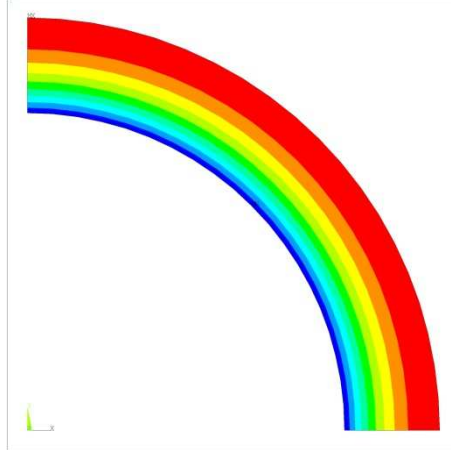
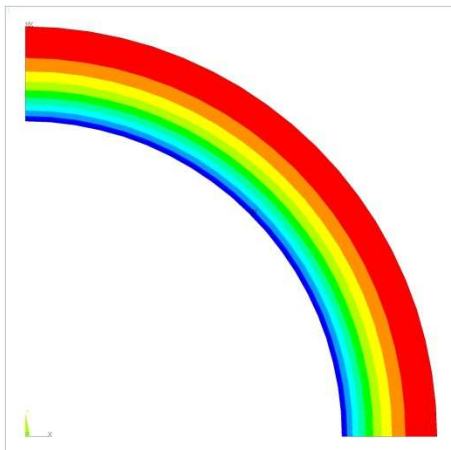
Tabella 5.2-1

<b>Frequenza</b>	<b>Spessore</b>	<b>Corrente</b>		
500 Hz	3 mm	5 kA	10 kA	15 kA
	4 mm	5 kA	10 kA	15 kA
1 kHz	2 mm	5 kA	10 kA	15 kA
	3 mm	5 kA	10 kA	15 kA
	4 mm	5 kA	10 kA	15 kA
2 kHz	2 mm	5 kA	10 kA	15 kA
	3 mm	5 kA	10 kA	15 kA
4 kHz	1 mm	5 kA	10 kA	15 kA
	2 mm	5 kA	10 kA	15 kA
8 kHz	1 mm	5 kA	10 kA	15 kA
20 kHz	1 mm	5 kA	10 kA	15 kA

In seguito è stato preparato il modello con il metodo “layer equivalente” (spiegato al capitolo 3.4) ed è stato applicato alle simulazioni con frequenza 1kHz e spessore 2mm. Si confrontano i risultati ottenuti rispetto al metodo “Line Region”.

Infine, con il metodo “Line Region” sono state simulate configurazioni a sezione rettangolare e ad angoli smussati con vari raggi.

### 5.3. RISULTATI

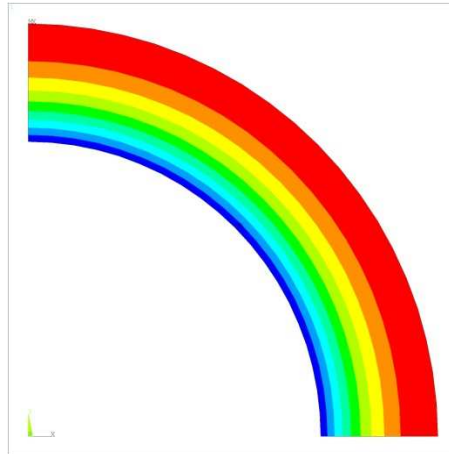
Frequenza : 500 Hz	Spessore bobina: 3 mm	Raggio canale: 10 mm	Temp. H <sub>2</sub> O sezione: 50°C										
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 1; font-family: monospace; font-size: 0.8em;"> <p>ANSYS 11.0            PLOT NO. 1            NODAL SOLUTION            STEP=1            SUB =1            TIME=1            TEMP (AVG)            RSYS=0            PowerGraphics            EFACET=1            AVRES=Mat            SMN =166.793            SMX =169.884</p> <table border="1" style="font-size: 0.7em;"> <tr><td>166.793</td></tr> <tr><td>167.137</td></tr> <tr><td>167.48</td></tr> <tr><td>167.823</td></tr> <tr><td>168.167</td></tr> <tr><td>168.51</td></tr> <tr><td>168.854</td></tr> <tr><td>169.197</td></tr> <tr><td>169.541</td></tr> <tr><td>169.884</td></tr> </table> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 17 l/min</p>				166.793	167.137	167.48	167.823	168.167	168.51	168.854	169.197	169.541	169.884
166.793													
167.137													
167.48													
167.823													
168.167													
168.51													
168.854													
169.197													
169.541													
169.884													
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 1; font-family: monospace; font-size: 0.8em;"> <p>ANSYS 11.0            PLOT NO. 1            NODAL SOLUTION            STEP=1            SUB =1            TIME=1            TEMP (AVG)            RSYS=0            PowerGraphics            EFACET=1            AVRES=Mat            SMN =206.884            SMX =220.19</p> <table border="1" style="font-size: 0.7em;"> <tr><td>206.884</td></tr> <tr><td>208.362</td></tr> <tr><td>209.841</td></tr> <tr><td>211.319</td></tr> <tr><td>212.798</td></tr> <tr><td>214.276</td></tr> <tr><td>215.755</td></tr> <tr><td>217.233</td></tr> <tr><td>218.712</td></tr> <tr><td>220.19</td></tr> </table> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 67 l/min</p>				206.884	208.362	209.841	211.319	212.798	214.276	215.755	217.233	218.712	220.19
206.884													
208.362													
209.841													
211.319													
212.798													
214.276													
215.755													
217.233													
218.712													
220.19													
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 1; font-family: monospace; font-size: 0.8em;"> <p>ANSYS 11.0            PLOT NO. 1            NODAL SOLUTION            STEP=1            SUB =1            TIME=1            TEMP (AVG)            RSYS=0            PowerGraphics            EFACET=1            AVRES=Mat            SMN =223.27            SMX =251.929</p> <table border="1" style="font-size: 0.7em;"> <tr><td>223.27</td></tr> <tr><td>226.454</td></tr> <tr><td>229.639</td></tr> <tr><td>232.823</td></tr> <tr><td>236.007</td></tr> <tr><td>239.192</td></tr> <tr><td>242.376</td></tr> <tr><td>245.561</td></tr> <tr><td>248.745</td></tr> <tr><td>251.929</td></tr> </table> </div> </div> <p style="text-align: center; margin-top: 10px;">Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 151 l/min</p>				223.27	226.454	229.639	232.823	236.007	239.192	242.376	245.561	248.745	251.929
223.27													
226.454													
229.639													
232.823													
236.007													
239.192													
242.376													
245.561													
248.745													
251.929													

Frequenza : 500 Hz

Spessore bobina: 4 mm

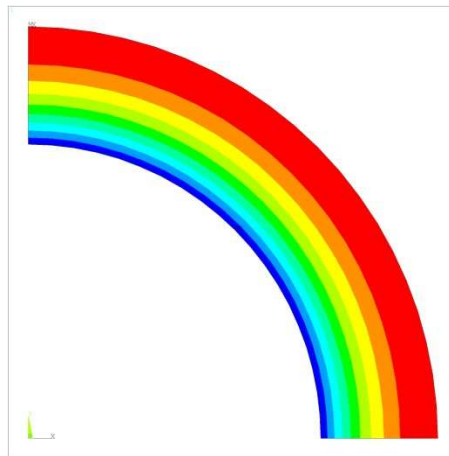
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



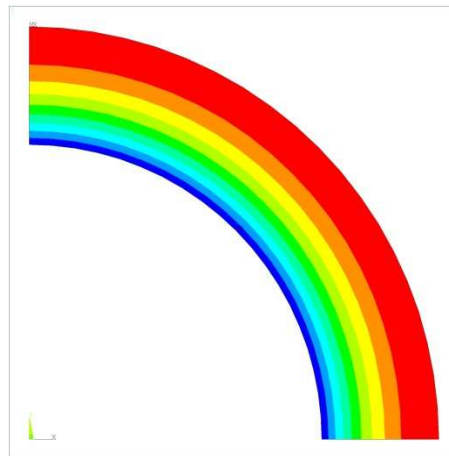
```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =153.817  
SMX =156.962  
153.817  
154.166  
154.516  
154.865  
155.215  
155.564  
155.914  
156.263  
156.613  
156.962
```

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 14 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =192  
SMX =205.669  
192  
193.519  
195.037  
196.556  
198.075  
199.594  
201.112  
202.631  
204.15  
205.669
```

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 55 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =212.095  
SMX =242.952  
212.095  
215.523  
218.952  
222.381  
225.809  
229.238  
232.667  
236.095  
239.524  
242.952
```

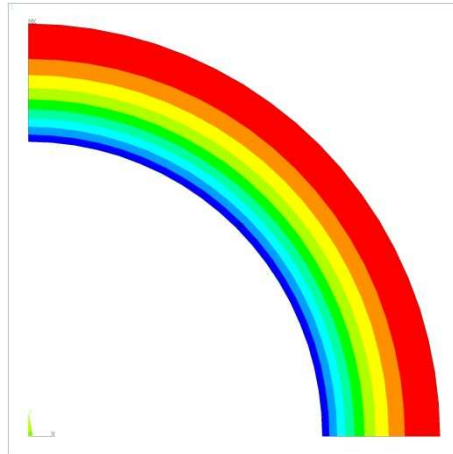
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 124 l/min

Frequenza : 750 Hz

Spessore bobina: 4 mm

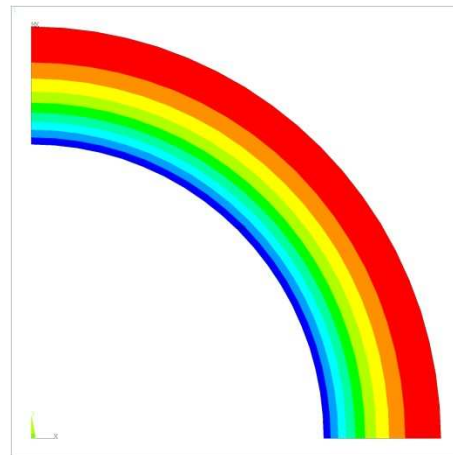
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



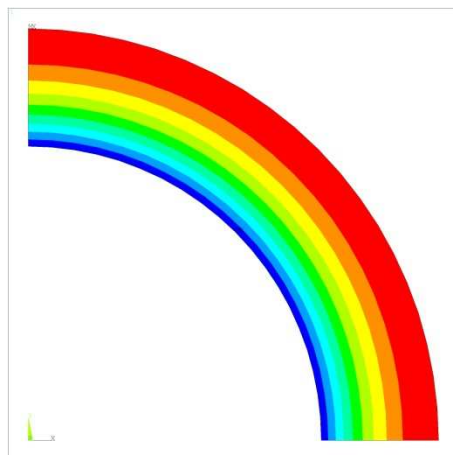
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =153.085  
SMX =156.794  
153.085  
153.497  
153.909  
154.321  
154.733  
155.145  
155.558  
155.97  
156.382  
156.794

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 16 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =187.591  
SMX =203.329  
187.591  
189.34  
191.088  
192.837  
194.586  
196.334  
198.083  
199.832  
201.58  
203.329

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 64 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =206.031  
SMX =241.606  
206.031  
209.984  
213.936  
217.889  
221.842  
225.795  
229.748  
233.701  
237.654  
241.606

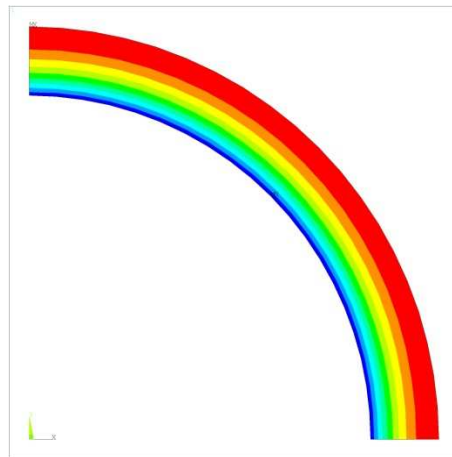
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 146 l/min

Frequenza : 1 kHz

Spessore bobina: 2 mm

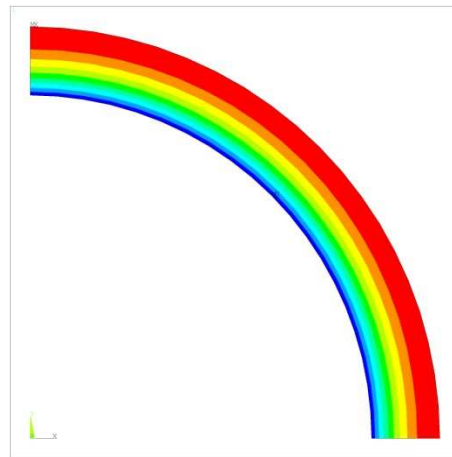
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



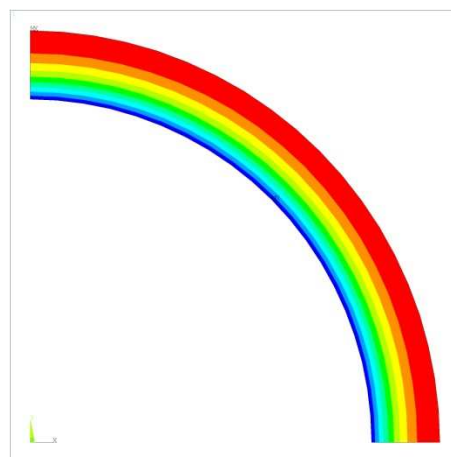
```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =185.4  
SMX =188.83  
185.4  
185.781  
186.162  
186.543  
186.925  
187.306  
187.687  
188.068  
188.449  
188.83
```

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 26 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =234.271  
SMX =248.407  
234.271  
235.842  
237.412  
238.983  
240.554  
242.124  
243.695  
245.266  
246.836  
248.407
```

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 104 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =278.72  
SMX =310.505  
278.72  
282.252  
285.783  
289.315  
292.847  
296.378  
299.91  
303.442  
306.973  
310.505
```

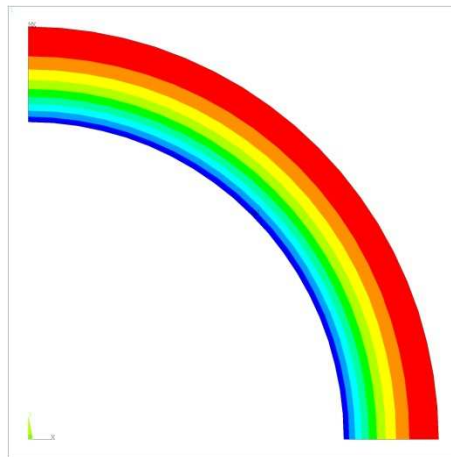
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 233 l/min

Frequenza : 1 kHz

Spessore bobina: 3 mm

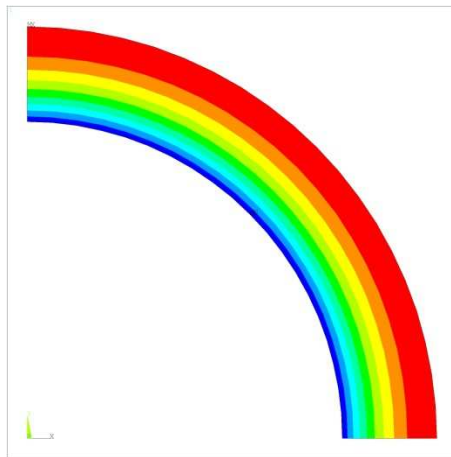
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



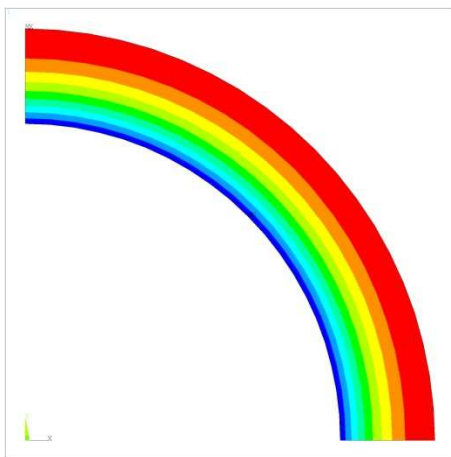
```
ANSYS 11.0
PLOT NO. 1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
TEMP (AVG)
RSYS=0
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
SMN =161.765
SMX =165.353
161.765
162.164
162.562
162.961
163.359
163.758
164.157
164.555
164.954
165.353
```

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 20 l/min



```
ANSYS 11.0
PLOT NO. 1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
TEMP (AVG)
RSYS=0
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
SMN =198.555
SMX =213.835
198.555
200.252
201.95
203.648
205.346
207.044
208.741
210.439
212.137
213.835
```

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 80 l/min



```
ANSYS 11.0
PLOT NO. 1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
TEMP (AVG)
RSYS=0
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
SMN =219.492
SMX =253.835
219.492
223.308
227.124
230.94
234.756
238.572
242.387
246.203
250.019
253.835
```

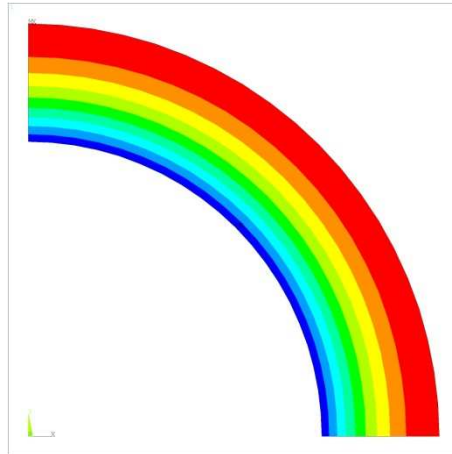
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 180 l/min

Frequenza : 1 kHz

Spessore bobina: 4 mm

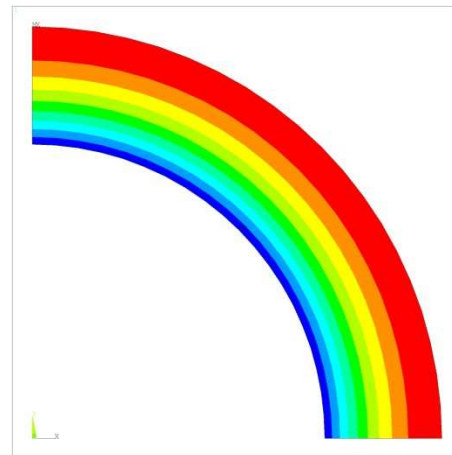
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



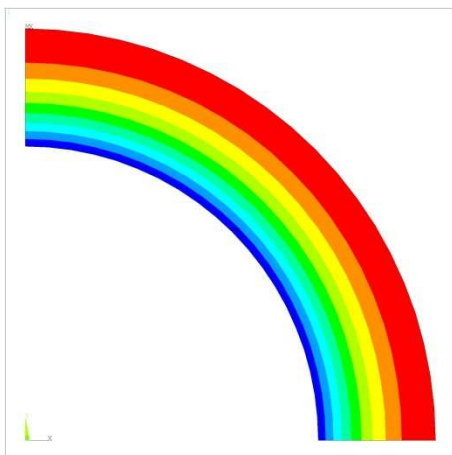
```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =150.372  
SMX =154.757  
150.372  
150.86  
151.347  
151.834  
152.321  
152.808  
153.295  
153.782  
154.27  
154.757
```

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 19 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =184.174  
SMX =202.529  
184.174  
186.214  
188.253  
190.292  
192.332  
194.371  
196.411  
198.45  
200.49  
202.529
```

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 75 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =202.767  
SMX =244.215  
202.767  
207.373  
211.978  
216.583  
221.189  
225.794  
230.399  
235.005  
239.61  
244.215
```

Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 170 l/min

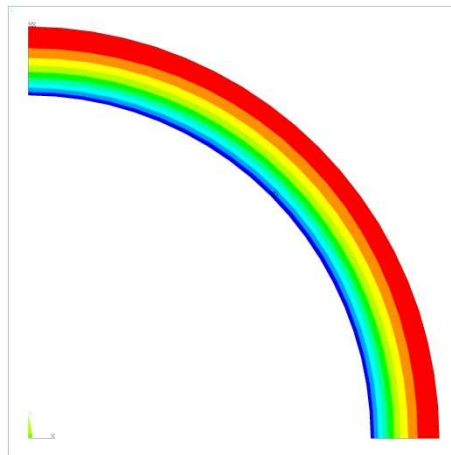


Frequenza : 2 kHz

Spessore bobina: 2 mm

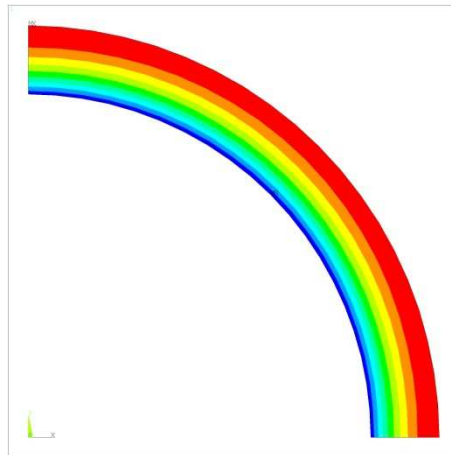
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



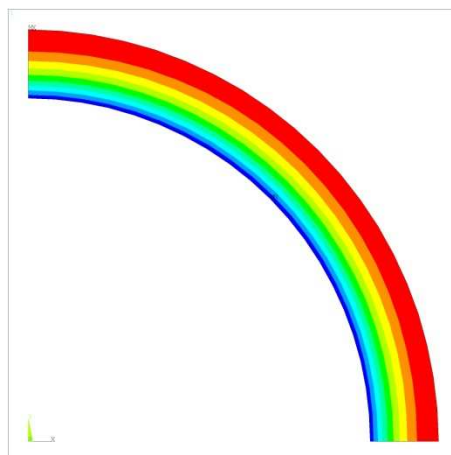
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =178.289  
SMX =182.168  
178.289  
178.72  
179.151  
179.582  
180.013  
180.444  
180.875  
181.306  
181.737  
182.168

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 30 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =222.777  
SMX =238.818  
222.777  
224.559  
226.342  
228.124  
229.906  
231.689  
233.471  
235.253  
237.036  
238.818

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 121 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =259.189  
SMX =295.211  
259.189  
263.191  
267.194  
271.196  
275.198  
279.201  
283.203  
287.206  
291.208  
295.211

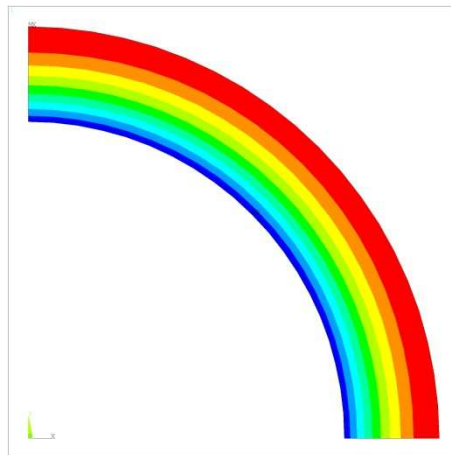
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 273 l/min

Frequenza : 2 kHz

Spessore bobina: 3 mm

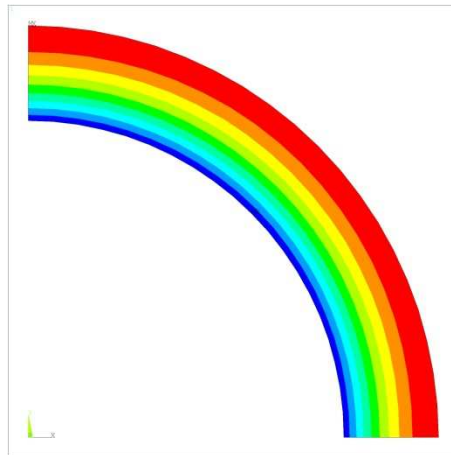
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



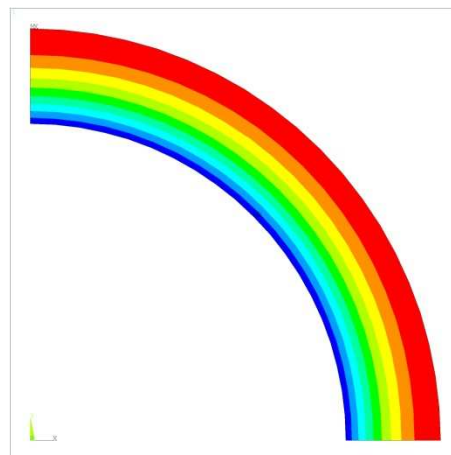
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =156.097  
SMX =161.342  
156.097  
156.68  
157.263  
157.845  
158.428  
159.011  
159.594  
160.176  
160.759  
161.342

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 29 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =190.552  
SMX =212.253  
190.552  
192.963  
195.374  
197.785  
200.197  
202.608  
205.019  
207.431  
209.842  
212.253

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 114 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =210.978  
SMX =259.746  
210.978  
216.397  
221.815  
227.234  
232.653  
238.071  
243.49  
248.908  
254.327  
259.746

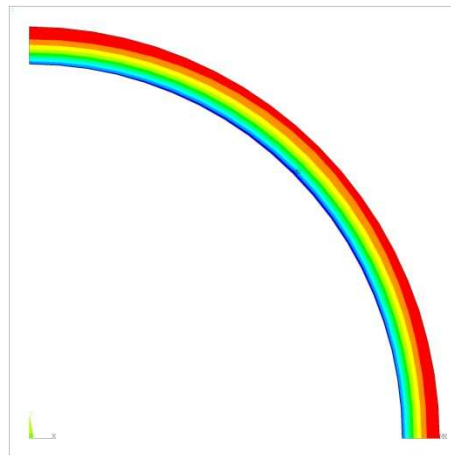
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 255 l/min

Frequenza : 4 kHz

Spessore bobina: 1 mm

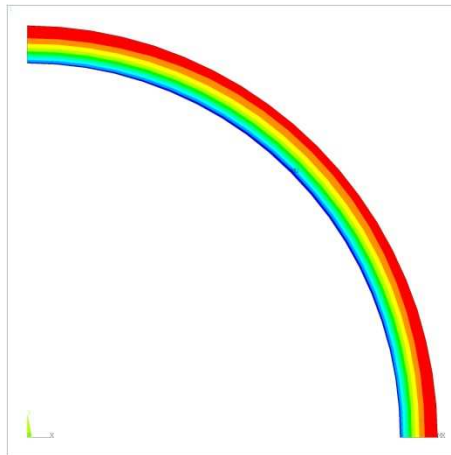
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



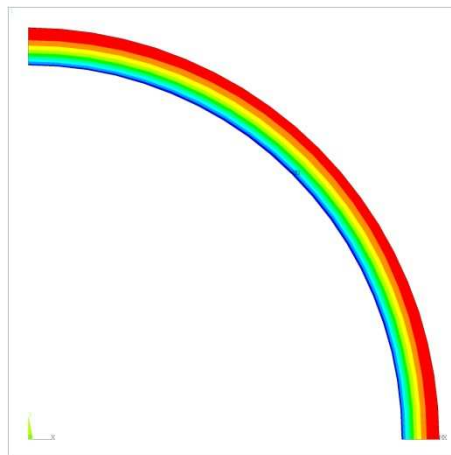
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =211.571  
SMX =215.622  
211.571  
212.021  
212.471  
212.921  
213.371  
213.822  
214.272  
214.722  
215.172  
215.622

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 54 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =272.692  
SMX =288.662  
272.692  
274.466  
276.241  
278.015  
279.79  
281.564  
283.339  
285.113  
286.888  
288.662

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 218 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =345.779  
SMX =381.101  
345.779  
349.704  
353.629  
357.553  
361.478  
365.403  
369.327  
373.252  
377.177  
381.101

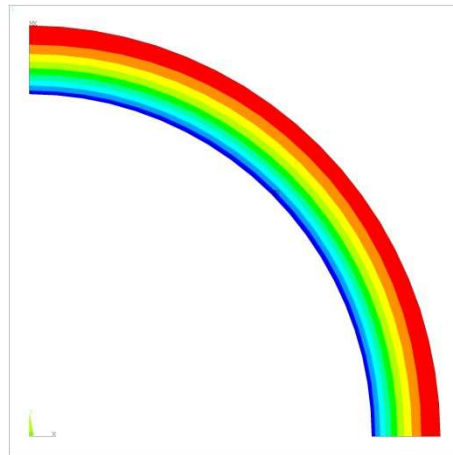
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 490 l/min

Frequenza : 4 kHz

Spessore bobina: 2 mm

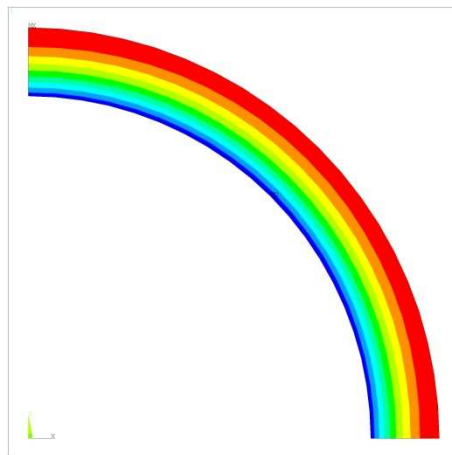
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



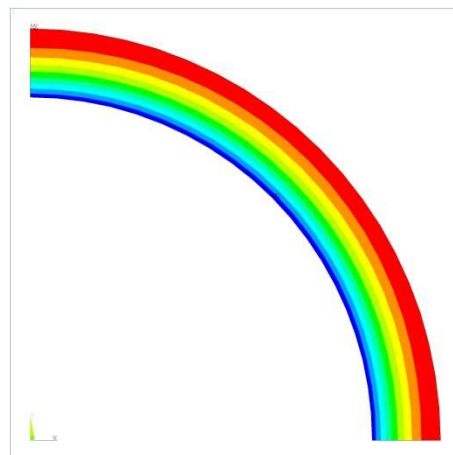
```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =167.994  
SMX =173.407  
167.994  
168.596  
169.197  
169.799  
170.4  
171.001  
171.603  
172.204  
172.805  
173.407
```

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 43 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =209.025  
SMX =231.175  
209.025  
211.486  
213.947  
216.409  
218.87  
221.331  
223.792  
226.253  
228.714  
231.175
```

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 170 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =240.924  
SMX =290.614  
240.924  
246.445  
251.966  
257.487  
263.008  
268.529  
274.051  
279.572  
285.093  
290.614
```

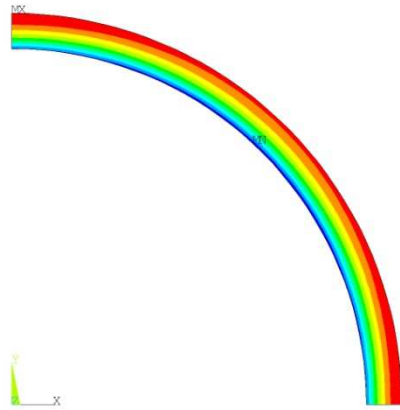
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 380 l/min

Frequenza : 8 kHz

Spessore bobina: 1 mm

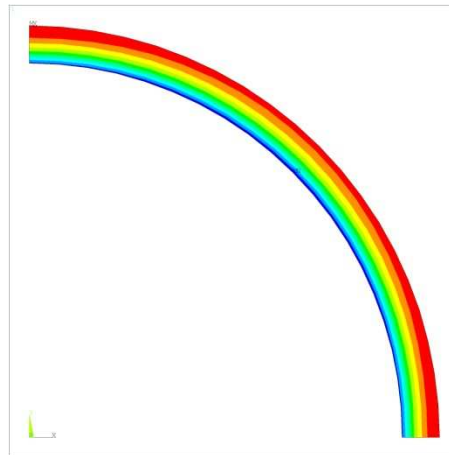
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



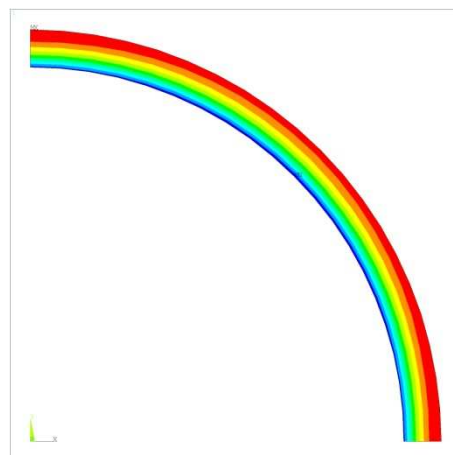
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =200.685  
SMX =205.356  
200.685  
201.204  
201.723  
202.242  
202.761  
203.28  
203.799  
204.318  
204.837  
205.356

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 64 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =254.526  
SMX =272.844  
254.526  
256.561  
258.596  
260.632  
262.667  
264.703  
266.738  
268.773  
270.809  
272.844

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 256 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =310.906  
SMX =351.812  
310.906  
315.451  
319.996  
324.541  
329.086  
333.632  
338.177  
342.722  
347.267  
351.812

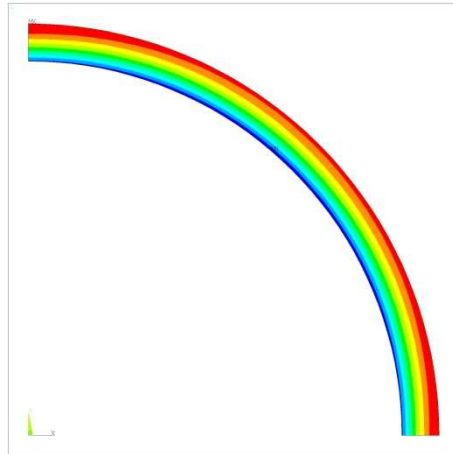
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 577 l/min

Frequenza : 20 kHz

Spessore bobina: 1 mm

Raggio canale: 10 mm

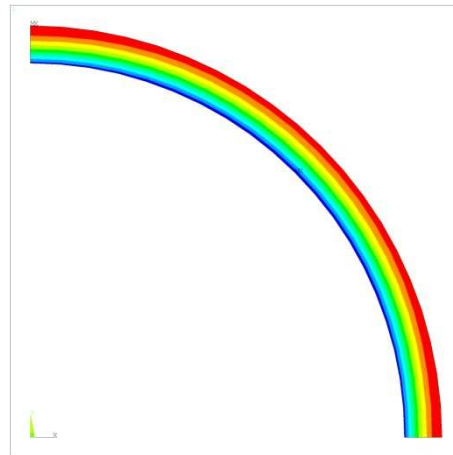
Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =189.721  
SMX =197.333

189.721
190.567
191.413
192.258
193.104
193.95
194.796
195.641
196.487
197.333

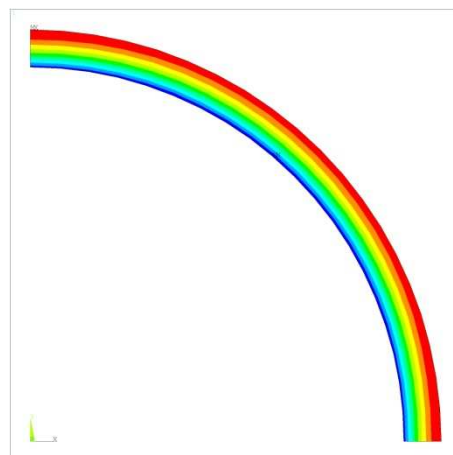
Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 103 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =236.208  
SMX =265.763

236.208
239.492
242.776
246.06
249.344
252.627
255.911
259.195
262.479
265.763

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 413 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =281.021  
SMX =346.907

281.021
288.342
295.662
302.983
310.304
317.624
324.945
332.266
339.586
346.907

Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 930 l/min

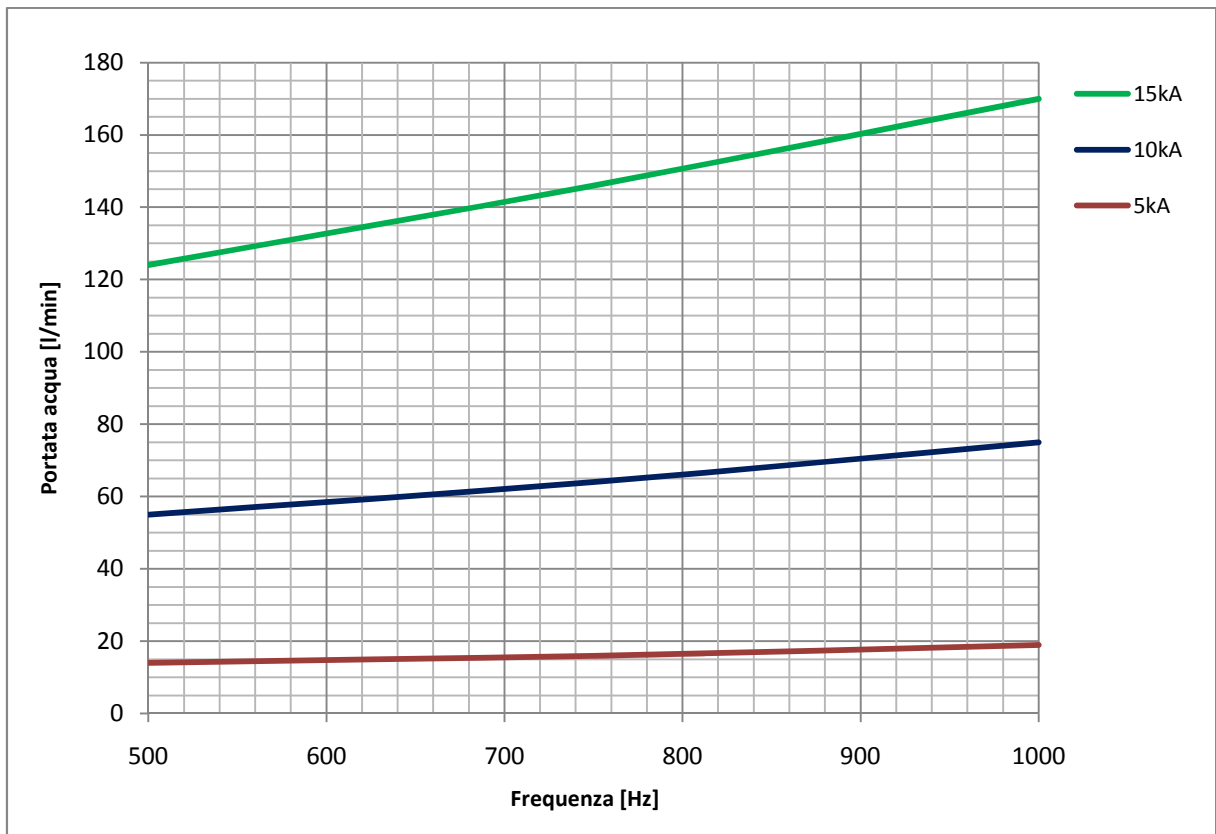
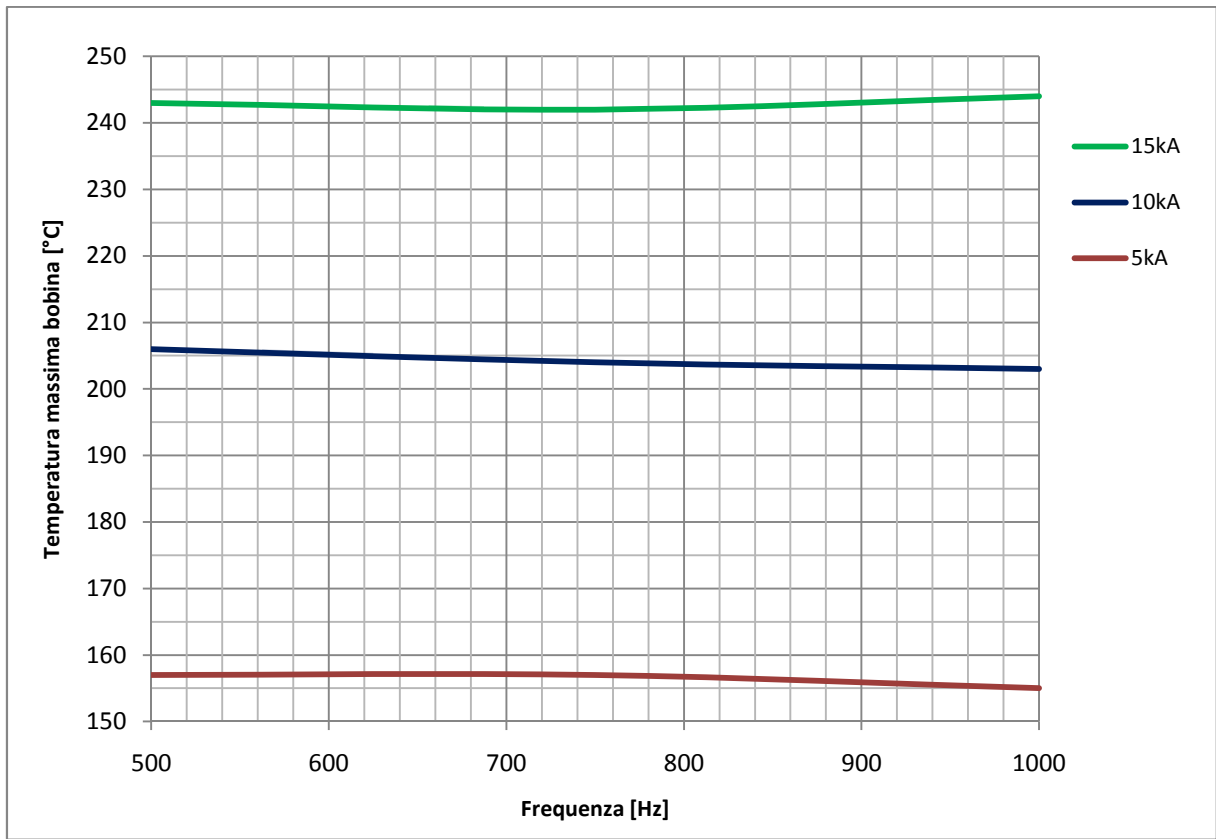
Confrontando i risultati di queste prime simulazioni si può osservare che:

- A parità di frequenza e di corrente applicata, all'aumentare dello spessore dell'induttore si ha che la massima temperatura dell'induttore diminuisce. Fisicamente tale comportamento si spiega con la diminuzione della densità di corrente all'aumentare della sezione del conduttore, sempre a corrente costante. Nei processi di riscaldamento, a livello tecnico non è pertanto consigliabile utilizzare induttori con valori di sezione troppo piccoli al fine di evitare temperature più elevate. Tale aspetto deve tuttavia essere ottimizzato inserendo anche un'analisi di carattere economico.
- Si manifesta giustamente che la portata d'acqua necessaria per ottenere 50°C in uscita cresce con l'aumentare della corrente. In certe configurazioni, in particolare a 15kA, si raggiungono valori di portata d'acqua difficilmente realizzabili nella pratica o addirittura impossibili come nell'ultimo caso, con 20kHz. Tale aspetto illustra uno dei motivi per cui nelle applicazioni industriali non si usano spesso valori di corrente sopra i 10kA, se non cambiando la geometria del sistema. Sono stati riportati anche i risultati di difficile realizzazione pratica perché utili nel tracciare i grafici. Si evidenzia inoltre l'utilità di simulare tali processi al computer poiché si possono studiare anche casi limite per capire la fisica del problema.

Di seguito sono presentati i valori delle temperature massime per le varie configurazioni al variare della corrente e della frequenza.

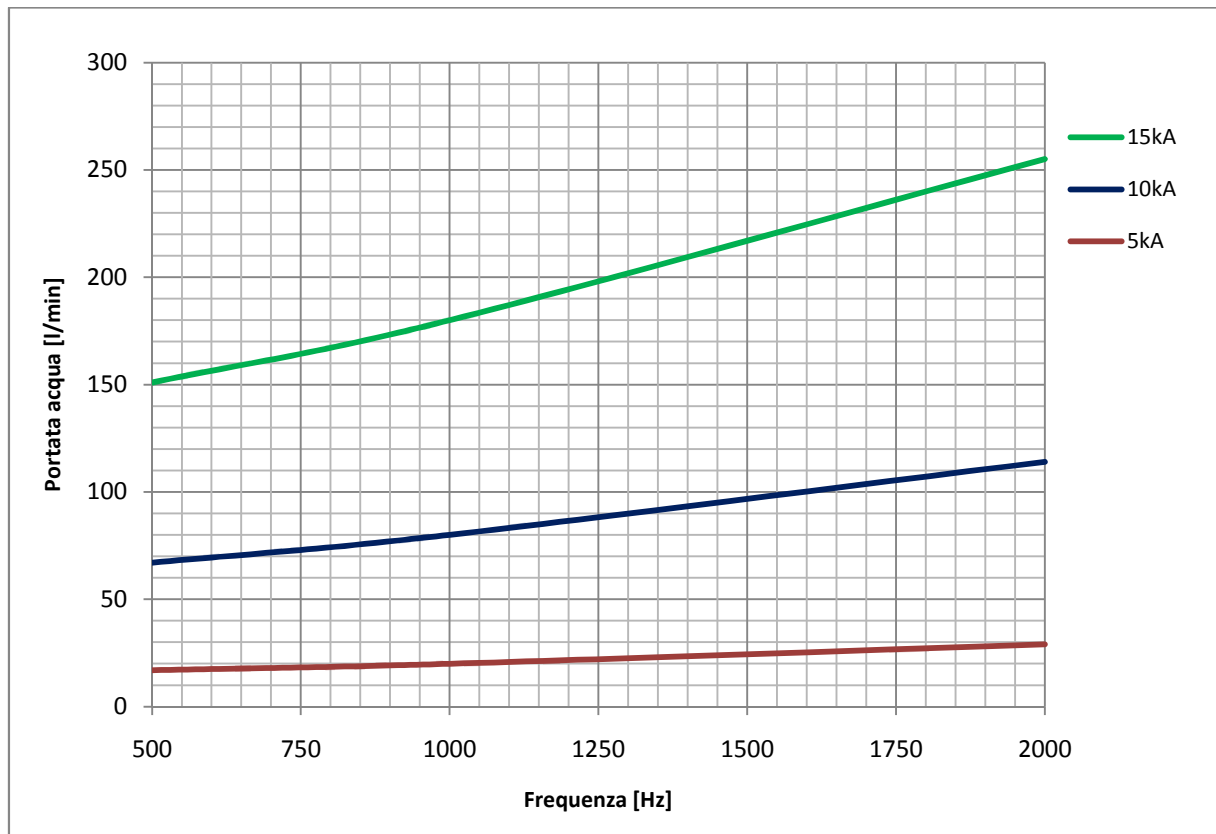
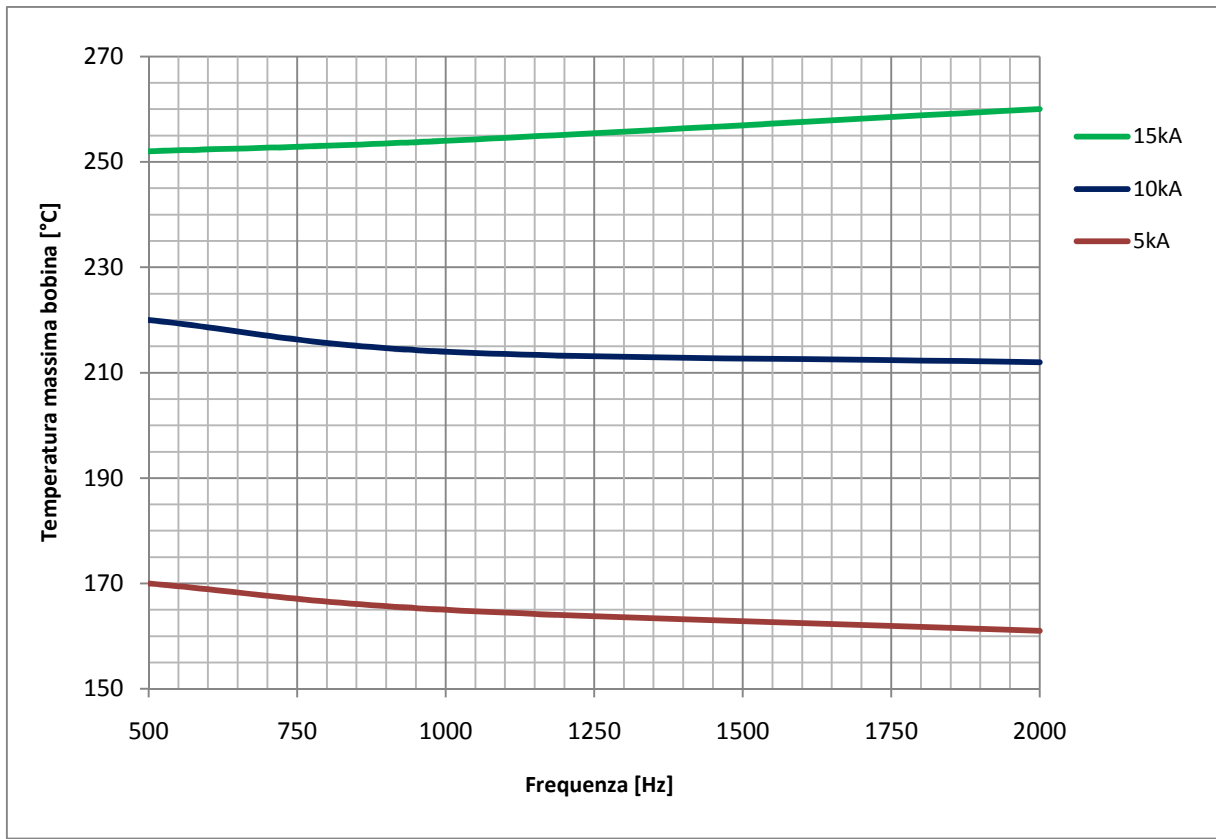
Infine si riportano i valori della portata d'acqua necessaria nelle varie configurazioni, in relazione alla corrente applicata e sempre in funzione della frequenza.

**Spessore induttore 4 mm - Acqua  $T_{in}= 20^{\circ}C$  /  $T_{out}= 50^{\circ}C$  -  $P = 6bar$**

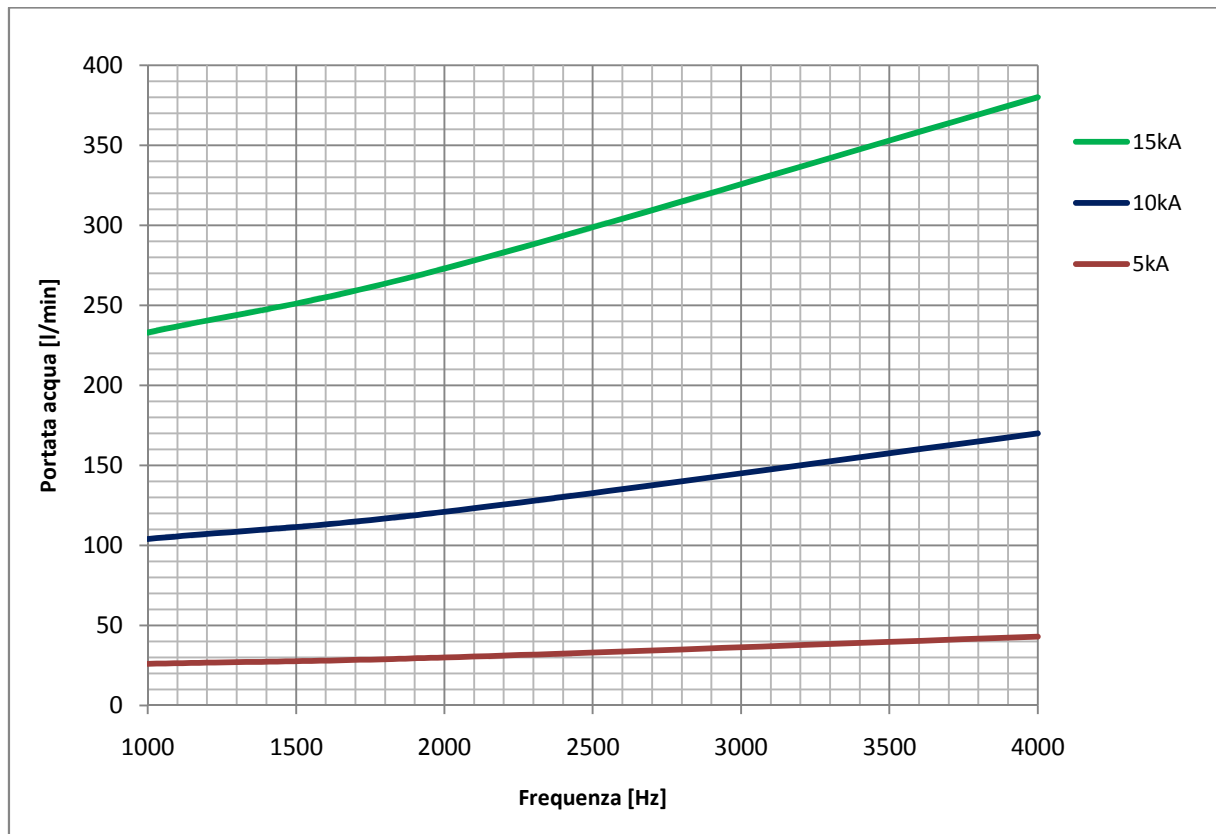
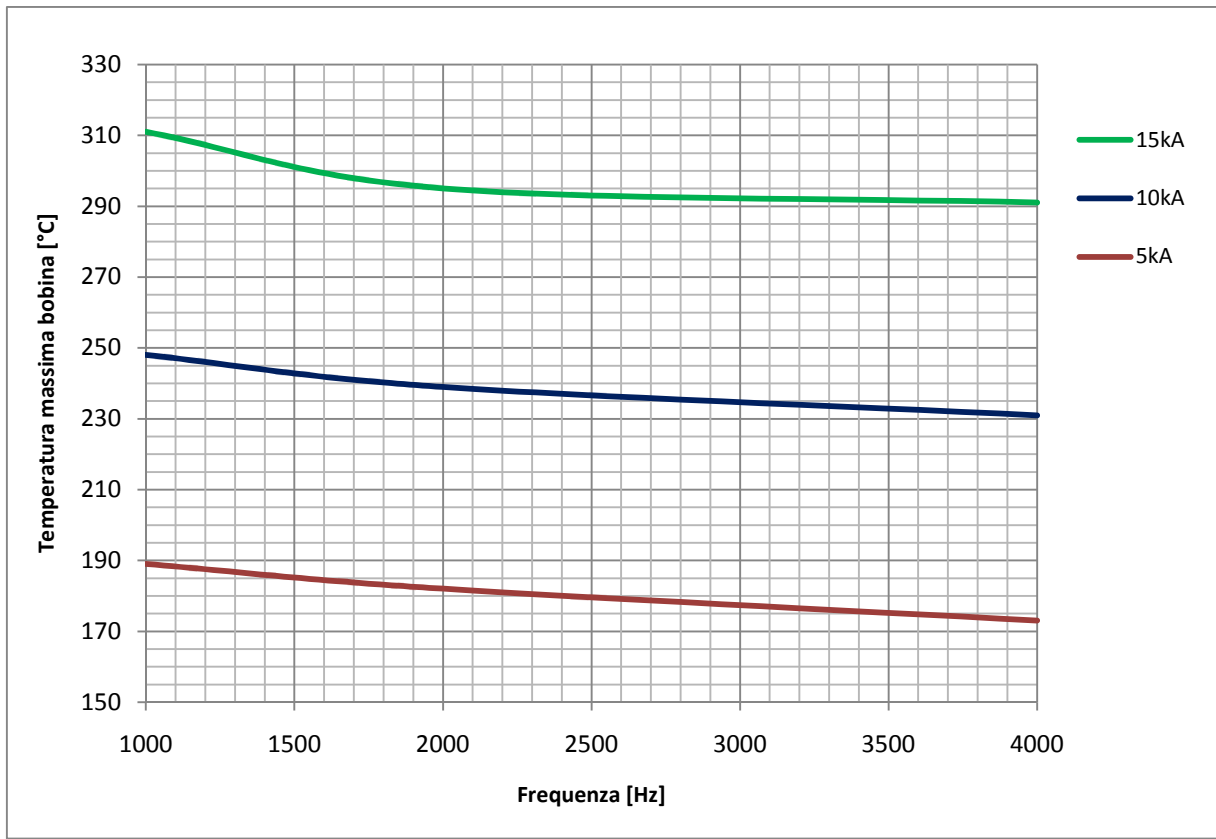




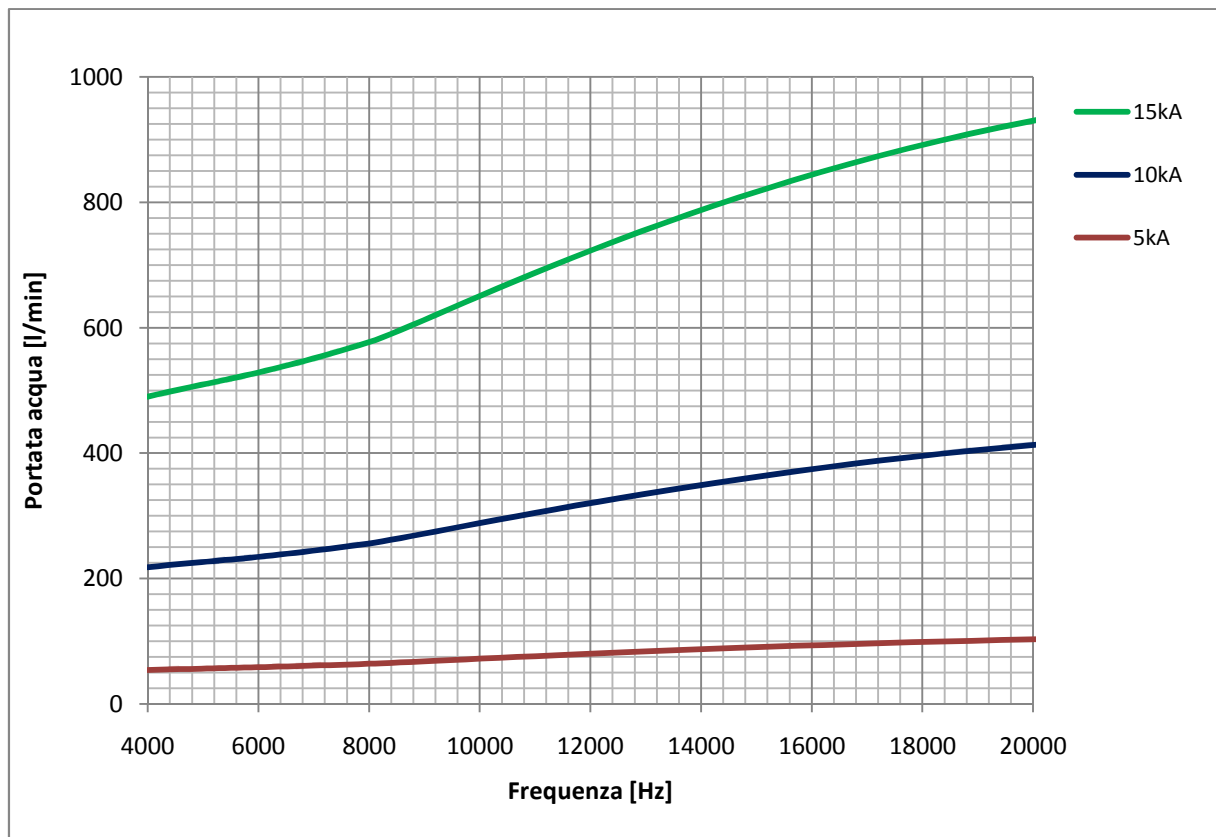
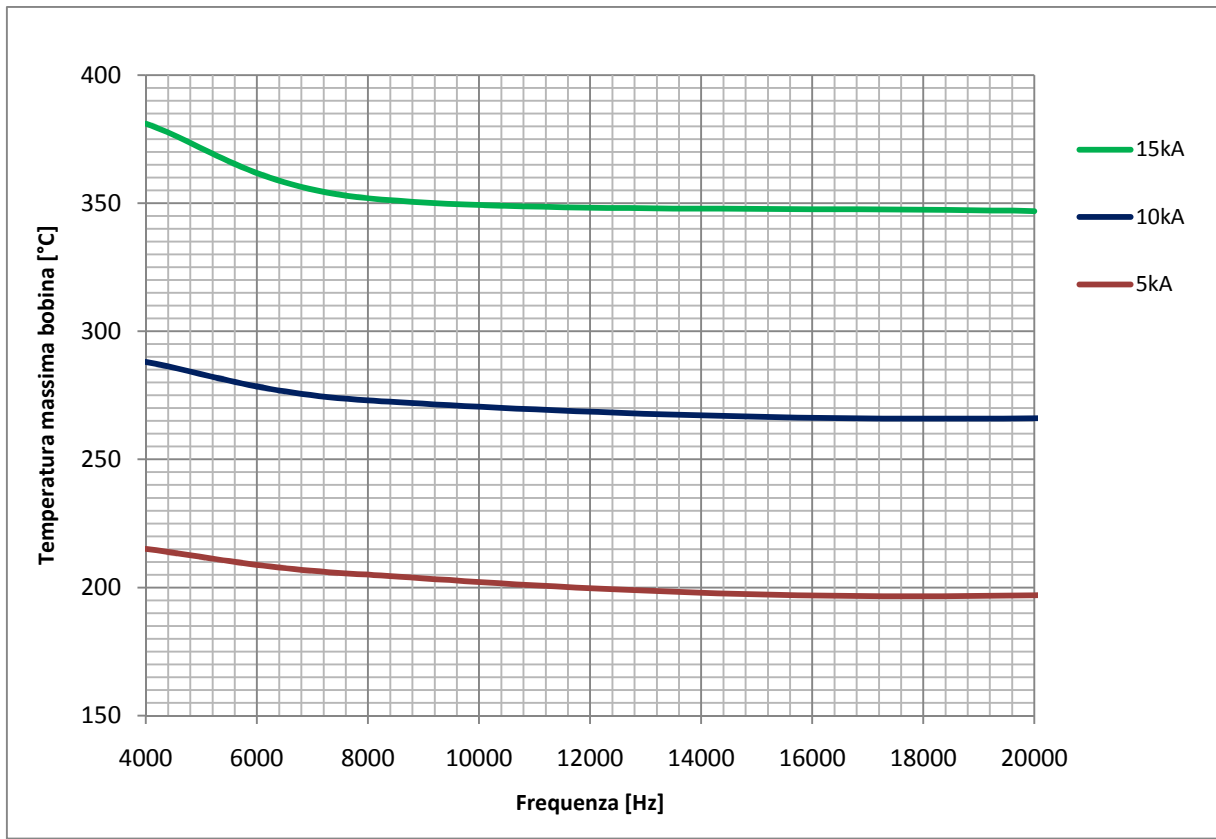
**Spessore induttore 3 mm - Acqua  $T_{in}= 20^{\circ}C$  /  $T_{out}= 50^{\circ}C$  -  $P = 6bar$**



**Spessore induttore 2 mm - Acqua  $T_{in}= 20^{\circ}C$  /  $T_{out}= 50^{\circ}C$  - P = 6bar**



**Spessore induttore 1 mm - Acqua  $T_{in}= 20^{\circ}C$  /  $T_{out}= 50^{\circ}C$  -  $P = 6bar$**



Dai grafici si può notare come all'aumentare della frequenza, a parità di configurazione, la temperatura massima sulla superficie diminuisce.

Tale osservazione non è immediatamente riscontrabile nei grafici con sezione 4 e 3 mm, tuttavia si devono considerare la variazione in aumento relativamente modesta e l'accuratezza del modello. Poiché la variazione si limita ad alcuni percento si può ugualmente ritenere valida l'osservazione iniziale.

Nei grafici con sezione 1 e 2 mm si nota anche che sopra a certi valori di frequenza, la temperatura massima non decresce sensibilmente, poiché la concentrazione di corrente in prossimità della superficie esterna dell'induttore non varia molto.

Si manifesta inoltre la difficoltà pratica di prevedere la portata d'acqua necessaria a varie configurazioni, questo perché la variazione di portata non segue un andamento specifico, ad esempio lineare od esponenziale, cambiando forma anche in funzione della corrente applicata.

I grafici riportati offrono inoltre l'opportunità di essere utilizzati nelle applicazioni pratiche nel campo di frequenze indicato, ovviamente limitatamente alla geometria utilizzata.

Di seguito si confronta il modello "Line Region" con quello "Layer equivalente" per il caso 1kHz - 5kA e induttore con 2mm di spessore.

Una delle maggiori difficoltà di questo modello consiste nel valutare la conducibilità termica dell'acqua quando il moto del fluido è turbolento o, ancora più complesso, quando si manifesta una fase mista di acqua e vapore.

Si illustrano due casi, uno ideale con conducibilità termica dell'acqua infinita e un caso in cui si stima tale parametro pari a  $1000 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ . La temperatura calcolata sulla superficie esterna dell'induttore nei due casi è molto diversa, passando da 188 a 245°C. Ciò denota l'importanza di stimare precisamente i parametri relativi all'acqua e di verificare successivamente i risultati mediante prove di laboratorio, confrontando infine quale metodo tra "Line Region" e "Layer equivalente" sia più preciso.

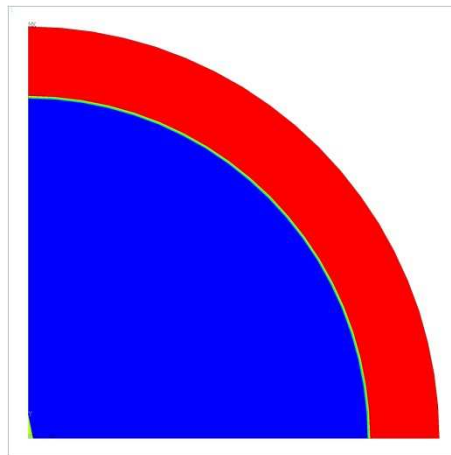
In ogni caso, a prescindere dalla precisione della conducibilità termica dell'acqua impostata, si vuole evidenziare assumendo valori estremamente elevati di tale parametro si ritorna al caso della "Line Region". Ciò significa che quest'ultimo modello è un caso particolare del modello "Layer Equivalente" e si può ritenere valido fintantoché non sia ben nota la conducibilità termica dell'acqua in moto turbolento, oppure come calcolo di prima approssimazione.

Frequenza : 1 kHz

Spessore bobina: 2 mm

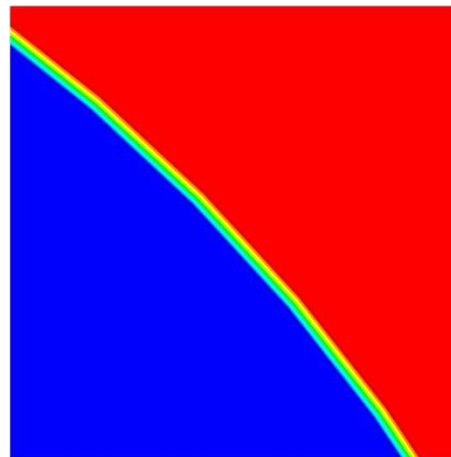
Raggio canale: 10 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



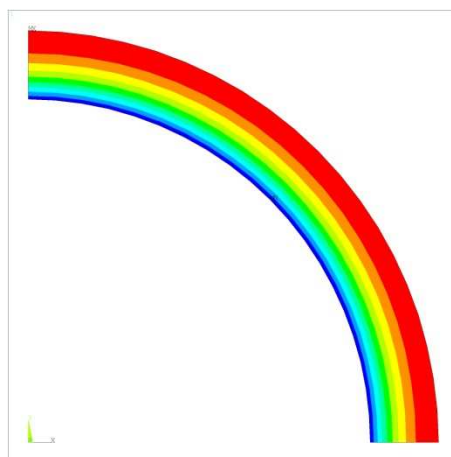
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =50  
SMX =188.83  
50  
65.426  
80.851  
96.277  
111.702  
127.128  
142.554  
157.979  
173.405  
188.83

Visione d'insieme



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =50  
SMX =188.83  
50  
65.426  
80.851  
96.277  
111.702  
127.128  
142.554  
157.979  
173.405  
188.83

Particolare su layer equivalente



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =185.4  
SMX =188.83  
185.4  
185.781  
186.162  
186.543  
186.925  
187.306  
187.687  
188.068  
188.449  
188.83

Particolare su induttore

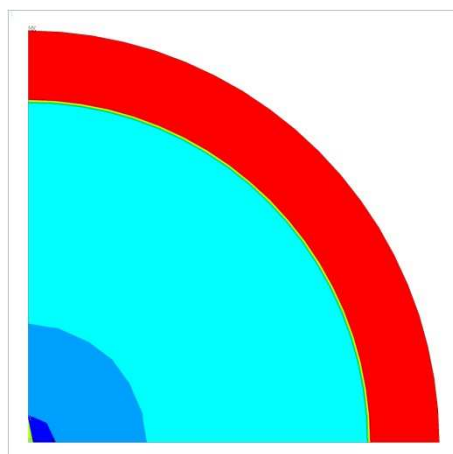
Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 26 l/min – **CONDUCEBILITÀ TERMICA ACQUA: INFINITA**

Frequenza : 1 kHz

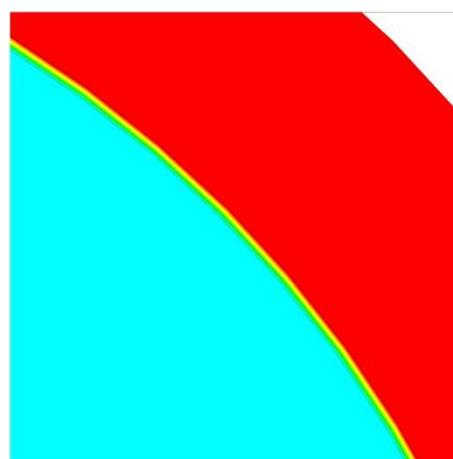
Spessore bobina: 2 mm

Raggio canale: 10 mm

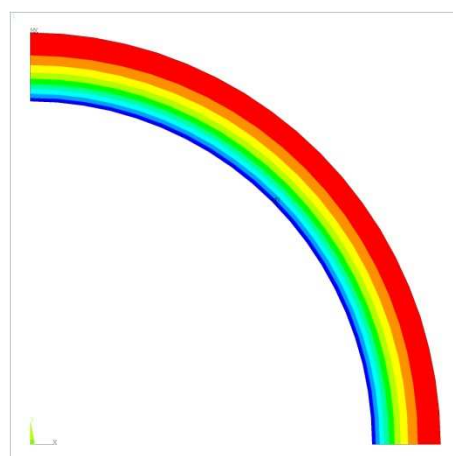
Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



Visione d'insieme



Particolare su layer equivalente



Particolare su induttore

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 26 l/min – **CONDUCIBILITÀ TERMICA ACQUA: 1000 W/m°C**

L'ultima sequenza di configurazioni di seguito presentate, considera induttori a sezione rettangolare e sezioni ad angoli smussati con raggio variabile.

Per confrontare la sezione rettangolare con quella circolare si mantiene costante il valore della sezione di rame che costituisce l'induttore.

Si evidenzia come la sezione rettangolare sia penalizzante in termini di massima temperatura di lavoro nell'induttore, poiché si manifesta in modo accentuato l'effetto di bordo. Aumentando il raggio degli angoli si favorisce quindi una distribuzione più omogenea della corrente e la temperatura massima diminuisce.

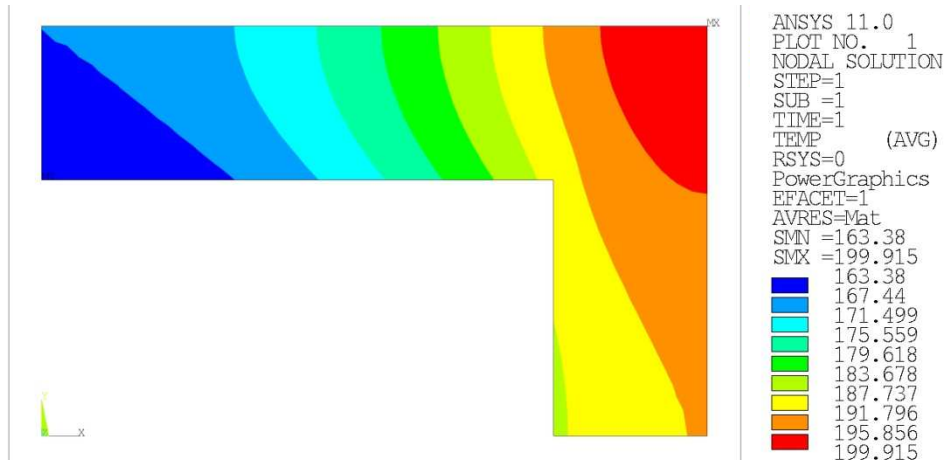
Infine, nell'ultimo caso in cui si smussano molto gli angoli fino a raggiungere una geometria approssimativamente ellittica, subentra un ulteriore aspetto da considerare: la dimensione del lato corto nella sezione dell'induttore si riduce con l'aumento del raggio dell'angolo. Ciò implica un addensamento delle sorgenti di calore in tale zona della bobina e di conseguenza aumenta la temperatura massima rispetto al caso precedente con raggio minore.

Frequenza : 1 kHz

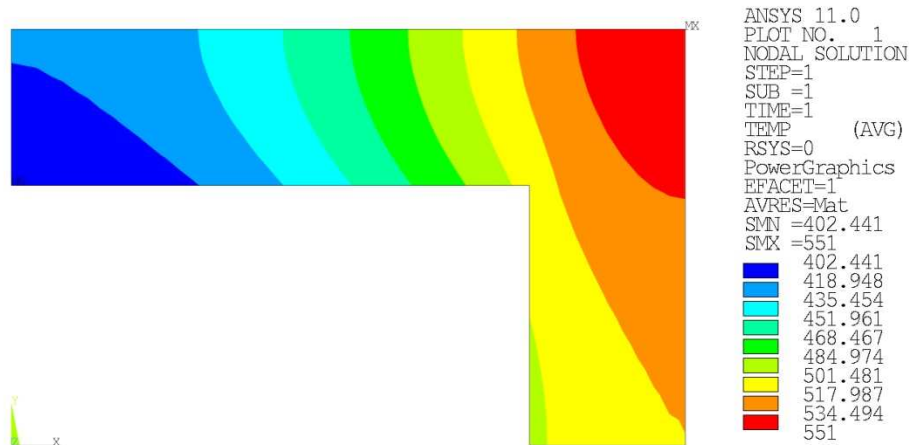
Spessore bobina: 3 mm

Canale: 20x10 mm

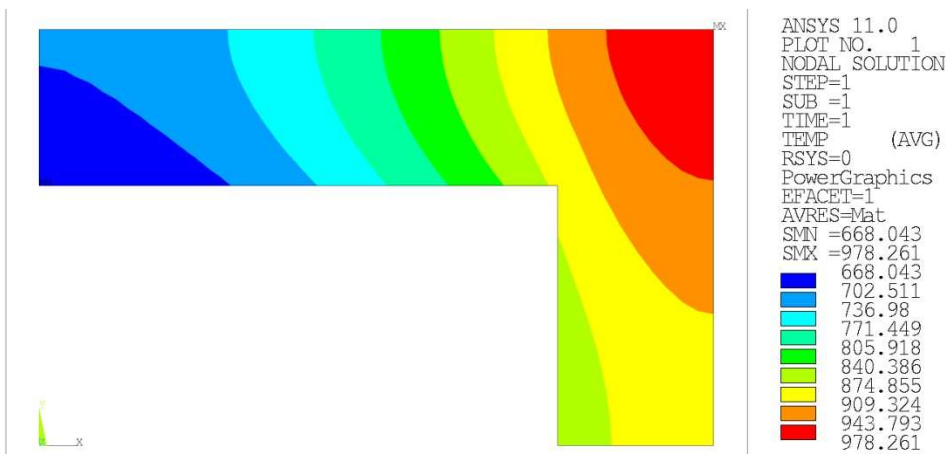
Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 24 l/min



Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 97 l/min



Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 218 l/min

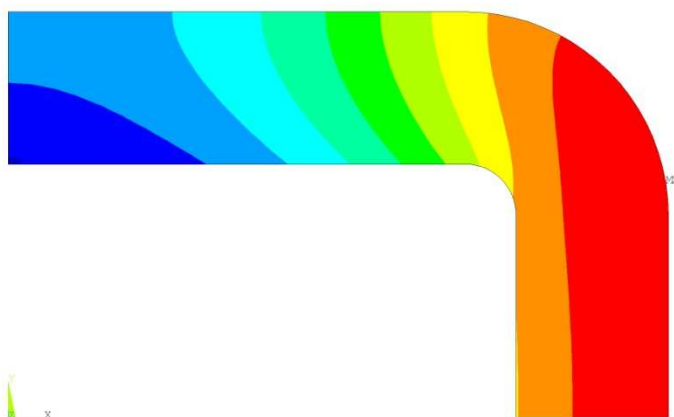


Frequenza : 1 kHz

Spessore bobina: 3 mm

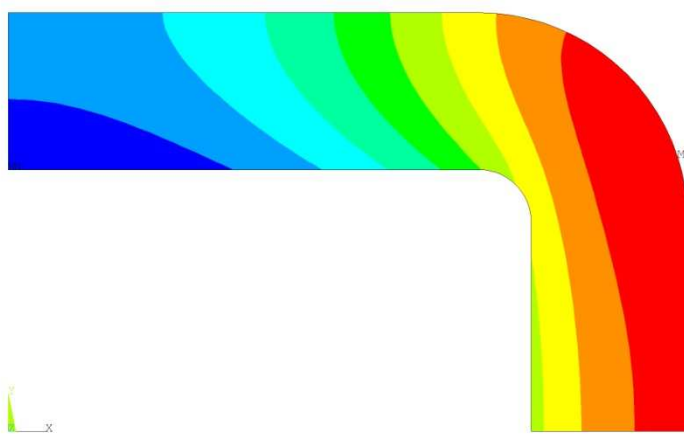
Canale: 20x10 mm  
Raggio angolo : 1 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



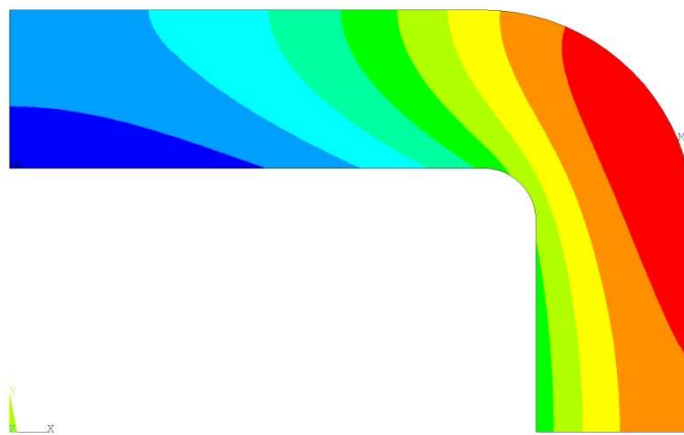
```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =117.583  
SMX =141.917  
117.583  
120.287  
122.99  
125.694  
128.398  
131.102  
133.806  
136.51  
139.213  
141.917
```

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 24 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =127.585  
SMX =204.693  
127.585  
136.153  
144.72  
153.288  
161.856  
170.423  
178.991  
187.558  
196.126  
204.693
```

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 96 l/min



```
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =131.973  
SMX =272.632  
131.973  
147.602  
163.231  
178.86  
194.488  
210.117  
225.746  
241.375  
257.003  
272.632
```

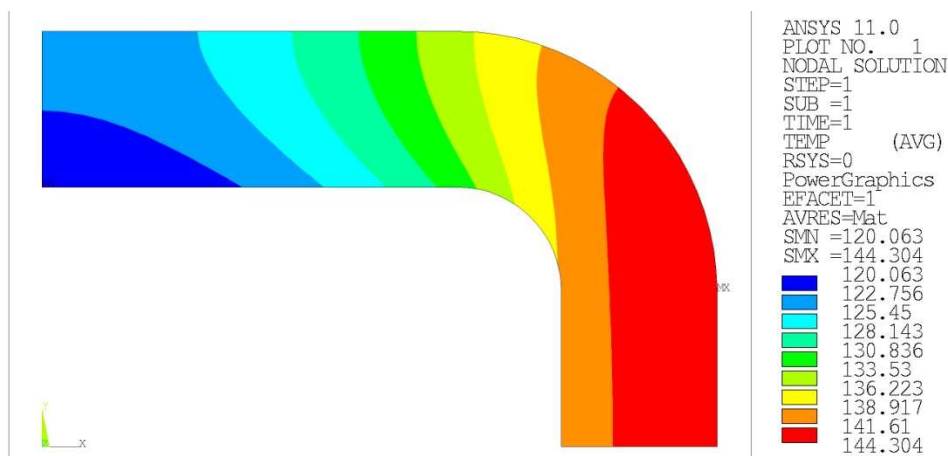
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 216 l/min

Frequenza : 1 kHz

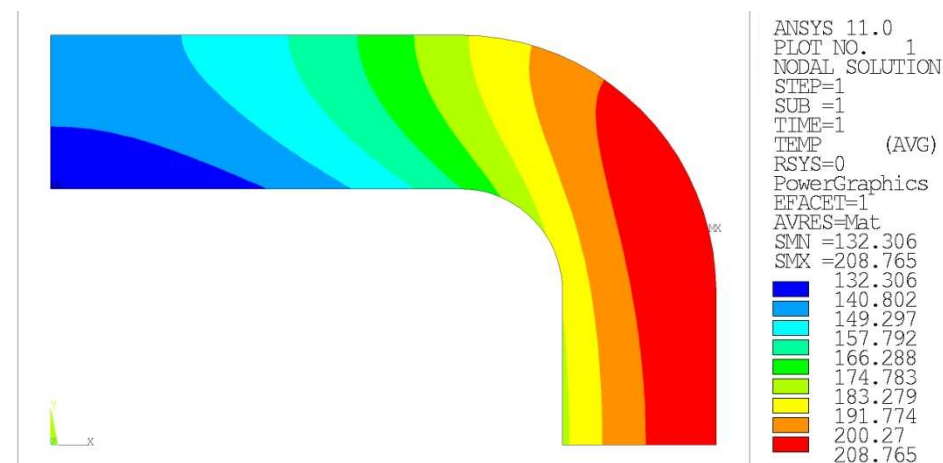
Spessore bobina: 3 mm

Canale: 20x10 mm  
Raggio angolo : 2 mm

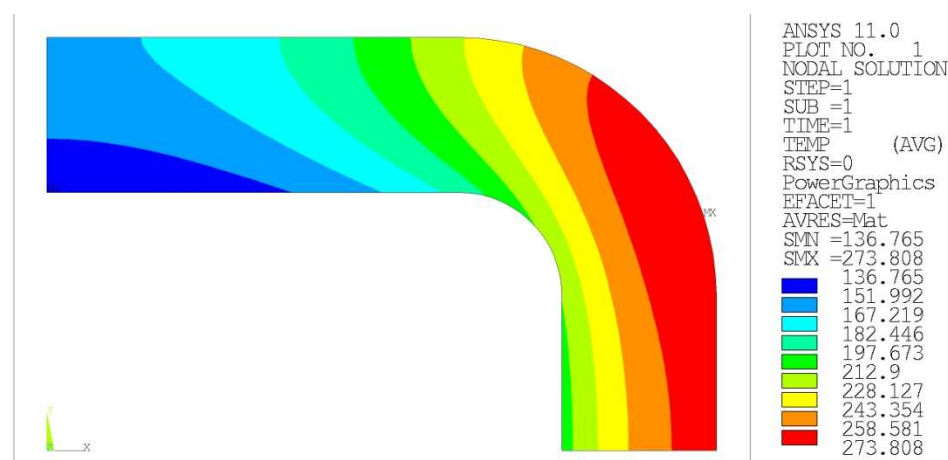
Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 24 l/min



Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 95 l/min



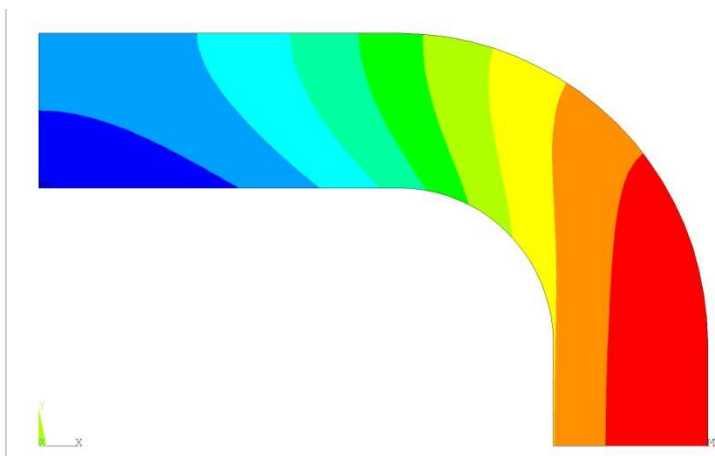
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 214 l/min

Frequenza : 1 kHz

Spessore bobina: 3 mm

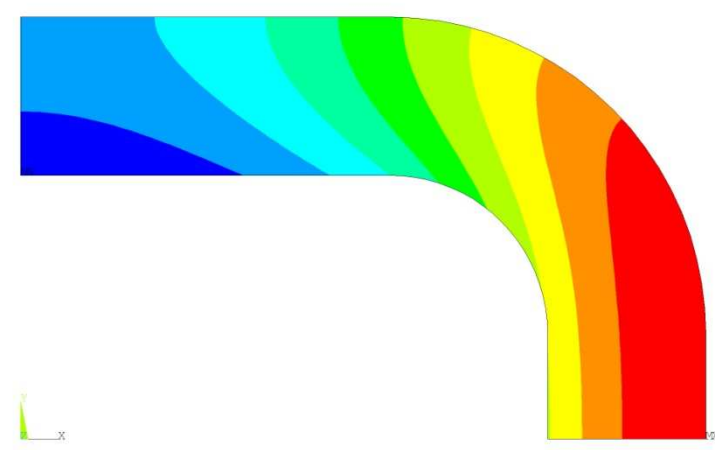
Canale: 20x10 mm  
Raggio angolo : 3 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



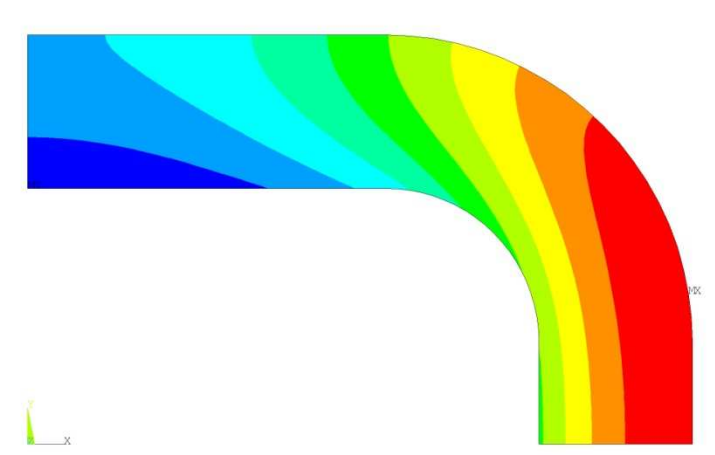
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =122.863  
SMX =148.876  
122.863  
125.753  
128.644  
131.534  
134.424  
137.314  
140.205  
143.095  
145.985  
148.876

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 24 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =136.08  
SMX =216.849  
136.08  
145.054  
154.029  
163.003  
171.977  
180.952  
189.926  
198.901  
207.875  
216.849

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 94 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =140.964  
SMX =282.519  
140.964  
156.692  
172.421  
188.149  
203.877  
219.606  
235.334  
251.062  
266.791  
282.519

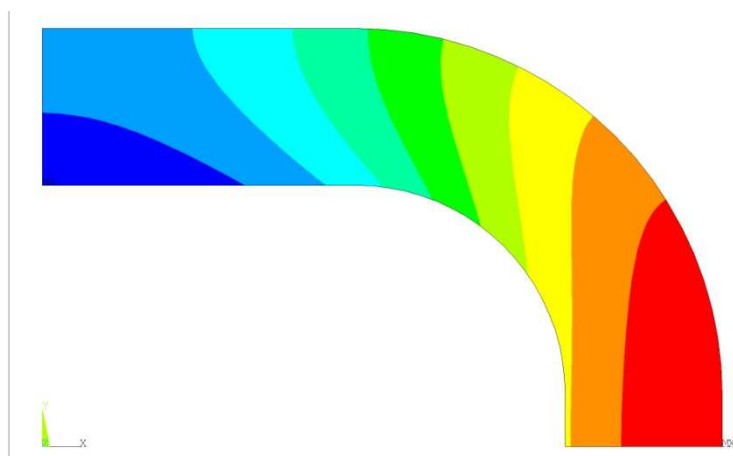
Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 212 l/min

Frequenza : 1 kHz

Spessore bobina: 3 mm

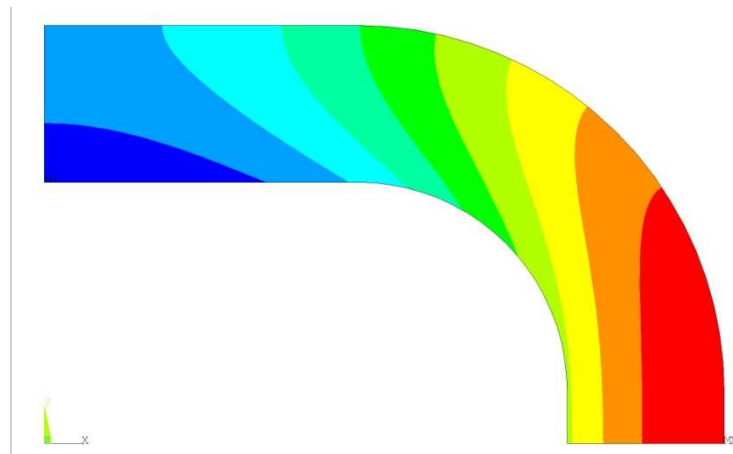
Canale: 20x10 mm  
Raggio angolo : 4 mm

Temp. H<sub>2</sub>O sezione: 50°C



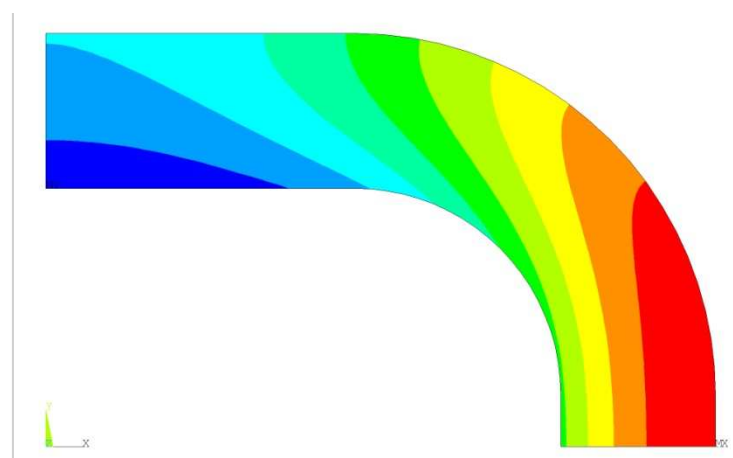
ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =125.095  
SMX =151.24  
125.095  
128  
130.905  
133.81  
136.715  
139.62  
142.525  
145.43  
148.335  
151.24

Corrente = 5 kA - Portata d'acqua: 23 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =139.964  
SMX =222.494  
139.964  
149.134  
158.304  
167.474  
176.644  
185.814  
194.984  
204.154  
213.324  
222.494

Corrente = 10 kA - Portata d'acqua: 94 l/min



ANSYS 11.0  
PLOT NO. 1  
NODAL SOLUTION  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TEMP (AVG)  
RSYS=0  
PowerGraphics  
EFACET=1  
AVRES=Mat  
SMN =145.541  
SMX =291.365  
145.541  
161.744  
177.946  
194.149  
210.351  
226.554  
242.757  
258.959  
275.162  
291.365

Corrente = 15 kA - Portata d'acqua: 212 l/min

## **6. ANALISI DEI RISULTATI E SVILUPPI FUTURI**

Sono stati sviluppati due modelli (Line Region e Layer equivalente) per determinare la temperatura di induttori con varie geometrie e diverse alimentazioni elettriche, considerando in funzione della temperatura tutti i parametri fisici e le grandezze idrauliche del fluido di raffreddamento.

I risultati dimostrano che il metodo proposto fornisce valori coerenti con la pratica del riscaldamento ad induzione, anche se la loro precisione sarà da verificare con successive prove di laboratorio.

Il modello risulta interessante anche per la versatilità delle configurazioni e dei materiali analizzabili (in particolare diversi fluidi di raffreddamento) e per la rapidità con il quale si possono raggiungere i risultati delle simulazioni.

Indubbiamente il progetto richiede ulteriori sviluppi, di seguito indicati.

In primo luogo si rende necessaria una verifica dei risultati confrontandoli con alcune applicazioni reali di processi di riscaldamento. In particolare può risultare opportuno comprendere meglio e confrontare il modello con la realtà soprattutto nei punti critici dello studio, ovvero vicino alla temperatura di ebollizione del fluido di raffreddamento.

Successivamente alcuni aspetti teorici dovranno essere analizzato in modo più approfondito:

- È importante determinare la conducibilità termica dell'acqua in moto turbolento e in funzione della temperatura, per poter sviluppare e comprendere in modo approfondito i fenomeni oggetto di studio.
- Si dovranno aggiungere progressivamente ulteriori aspetti che avvicinano alla realtà il modello, ad esempio considerando la presenza del carico in riscaldamento che determina l'effetto prossimità fra induttore e carico, non considerato in questa sede.
- Si dovrà approfondire e verificare la curva del coefficiente di scambio termico proposta, poiché nella pratica la temperatura di ebollizione differisce leggermente dalla temperatura alla quale la curva assume il valore massimo. Tale aspetto non è attualmente chiaro e si deve verificare quanto possa influire nei risultati.
- Si può inoltre tentare di ricavare analiticamente la curva del coefficiente di scambio termico per convezione in funzione della temperatura, a partire dai polinomi delle grandezze fisiche in esame ricavati nel presente lavoro.

Si intende infine realizzare e pubblicare una serie di grafici come guida per le applicazioni industriali.

## **BIBLIOGRAFIA**

- 1] **Rudnev V. , Loveless D. , Cook R. , Black M.** : “Handbook of Induction Heating”, Marcel Dekker Inc. , New York-Basel, ISBN 0-8247-0848-2
- 2] **Lupi S.** : “Appunti di Elettrotermia”
- 3] **Yunus A. Çengel:** “Termodinamica e trasmissione del calore”, Seconda Edizione, McGraw-Hill, Milano, ISBN 88-386-6203-7
- 4] **Nemkov V. , Goldstein R.** : “Influence of cooling conditions on induction coil copper temperatures”, HES-07 Heating by Electromagnetic Sources, Padova, 2007, 191-199
- 5] **Golovin G.F. , Zimin N.V.** - “Technology of heat treatment of metals using inductive heating”, Machinery Leningrad Department, 1990 - (in russo)
- 6] **Davies J. , Simpson P.** - “Induction heating handbook”, McGraw-Hill Book Company (UK) Limited.
- 7] **Hegewaldt F.** - “Grenzwerte von induktionsöfen”, 1968, DK 621.365.5

## APPENDICE A

Dati solo alcuni punti di una curva, con questo algoritmo si ricostruisce la funzione e si estraggono i punti di interesse.

```
clear

fid=1;

% data that I know for x axis
Haxis=[
% INSERT HERE TEMPERATURE VALUES
];

% data that I know for y axis
Vaxis=[
% INSERT HERE PHYSICAL QUANTITY VALUES
];

% discretization of x axis
x = 0:1:300;

y = interp1(Haxis,Vaxis,x,'spline');

% x coordinate of the points that you need (temperature)
temp=[
% INSERT HERE THE TEMPERATURE WHERE YOU NEED THE VALUES OF
% PHYSICAL QUANTITY
];

fprintf(fid,'\n X searched value (temperature): \n');
temp

fprintf(fid,'\n Y searched value (physical quantity): \n');
interp1(Haxis,Vaxis,temp)

plot(Haxis,Vaxis,'x',x,y)
```

## **APPENDICE B**

Algoritmo per trovare un polinomio che approssima una funzione.

```
x = [  
% INSERT HERE TEMPERATURE VALUES  
];  
  
y = [  
% INSERT HERE PHYSICAL QUANTITY VALUES  
];  
  
d = % INSERT HERE POLYNOMIAL MAXIMUM DEGREE  
  
p = polyfit(x,y,d);  
  
fprintf('\n Polynomial coefficient: \n');  
  
p  
  
f = polyval(p,x);  
  
table = [x y f y-f]  
  
plot(x,y,'o',x,f,'-')
```



## APPENDICE C

Algoritmo per simulare un semplice modello 2D, con problemi elettromagnetico e termico accoppiati, in un induttore avente sezione circolare con canale di raffreddamento.

Vengono riportati il Main Program e i sotto programmi richiamati.

```
clear all
fid=1;

fprintf('\n ----- \n
"INIZIO SIMULAZIONE" \n ----- \n');

% -----
%% INPUT USER
% -----

% GEOMETRIA
strati=10;
Rext=0.014;
Rint=0.010;
% PARAMETRI ELETTRICI
I0=10000;
f=1000;
G1=1000000;
% MATERIALE
mu=1; % solo materiale non magnetico
T0=20;
rho20=1.7*0.00000001;
aCu=0.004;
gamma=8933;
T_max=400;
cp0=382+0.105*T_max;
lambda0=403-0.07*T_max;
alpha0=2304;
% ACQUA
Ta_H2O=23.7;
% TEMPI
T_iniz=0;
T_fine=10;
% COSTANTI
mu0=4*pi*0.0000001;

fprintf('\n CORRENTE: %d Ampere\n', I0);
fprintf('\n TEMPERATURA INIZIALE DEL SISTEMA: %d °C\n', T0);
fprintf('\n TEMPERATURA INIZIALE ACQUA: %d °C\n', Ta_H2O);
fprintf('\n STRATI: %d \n', strati);
fprintf('\n TEMPO INIZIO: %d secondi\n', T_iniz);
fprintf('\n TEMPO FINE: %d secondi\n', T_fine);

% -----
%% CREAZIONE TIME STEP IDONEO ALLA CONVERGENZA
% -----

dr=(Rext-Rint)/strati;
k0=lambda0/(cp0*gamma);
T_step_min=(dr^2)/(2*k0);
```

```

fprintf('\n DELTA TEMPORALE MASSIMO: %d secondi\n', T_step_min);
N_step_min=(T_fine-T_iniz)/T_step_min;
fprintf('\n N. STEP TEMPORALI MINIMI: %d \n', N_step_min);
N_step=input('\n INSERISCI N. STEP DA SVOLGERE : ');
T_step=(T_fine-T_iniz)/N_step;
fprintf('\n TEMPO STEP: %d secondi\n',T_step);

% -----
%% CREAZIONE STRATI
% -----

r(1)=Rint+dr*0.5; % CREAZIONE STRATI
s(1)=dr;
i=2;
while i<=strati
    r(i)=r(i-1)+dr;
    s(i)=dr;
    i=i+1;
end

fprintf('\n CREAZIONE STRATI: Eseguita \n');

% -----
%% INIZIALIZZAZIONE MATRICI
% -----

G(strati+1,N_step)=zeros;
I(strati+1,N_step)=zeros;
H(strati,N_step)=zeros;
rho(strati,N_step)=zeros;
w(strati+1,N_step)=zeros;
c(strati,N_step)=zeros;
lambda(strati,N_step)=zeros;
k(strati,N_step)=zeros;
alpha_coeff(strati,N_step)=zeros;
Temp(strati,N_step)=zeros;
Qu(strati,N_step)=zeros;
Qe(strati,N_step)=zeros;
Qw(strati,N_step)=zeros;
Qi(strati,N_step)=zeros;
Bilancio(strati,N_step)=zeros;

fprintf('\n CREAZIONE MATRICI: Eseguita \n');

% -----
%% CORPO DEL PROGRAMMA
% -----

% PROBLEMA MAGNETICO
% -----

step=1;
omega=2*pi*f;
i=1;
while i<=strati+1
    Temp(i,step)=T0;
    i=i+1;
end

fprintf('\n AVVIO ITERAZIONI \n');

```

```

while step<=N_step
i=1;
G(i,step)=G1;
I(i,step)=pi*(r(i)^2-Rint^2)*G(i,step);
H(i,step)=I(i,step)/(2*pi*r(i));
rho(i,step)=rho20*(1+aCu*(Temp(i,step)-20));
G(i+1,step)=G(i,step)+j*omega*mu*mu0*s(i)*H(i,step)/rho(i,step);
realItot=real(I(i,step));
imagItot=imag(I(i,step));
Itotcomplessa=realItot+j*imagItot;
Itot=abs(Itotcomplessa);

i=i+1;
while i<=strati
    I(i,step)=pi*(r(i)^2-r(i-1)^2)*G(i,step);
    realItot=realItot+real(I(i,step));
    imagItot=imagItot+imag(I(i,step));
    Itotcomplessa=realItot+j*imagItot;
    Itot=abs(Itotcomplessa);
    H(i,step)=Itot/(2*pi*r(i));
    rho(i,step)=rho20*(1+aCu*(Temp(i,step)-20));
    G(i+1,step)=G(i,step)+j*omega*mu*mu0*s(i)*H(i,step)/rho(i,step);
    i=i+1;
end
I(i,step)=pi*(Rext^2-r(i-1)^2)*G(i,step);
realItot=realItot+real(I(i,step));
imagItot=imagItot+imag(I(i,step));
Itotcomplessa=realItot+j*imagItot;
Itot=abs(Itotcomplessa);
H0=Itot/(2*pi*Rext);

k_corr=I0/Itot;           % fattore di correzione

ii=1;
while ii<=strati
    G(ii,step)=k_corr*G(ii,step);
    w(ii,step)=rho(ii,step)*abs(G(ii,step))^2;
    H(ii,step)=k_corr*H(ii,step);
    ii=ii+1;
end
G(ii,step)=k_corr*G(ii,step);
rho(ii,step)=rho20*(1+aCu*(Temp(ii,step)-20));
w(ii,step)=rho(ii-1,step)*abs(G(ii,step))^2;

                                % correzione correnti
ii=1;
I(ii,step)=pi*(r(ii)^2-Rint^2)*G(ii,step);
realItot=real(I(ii,step));
imagItot=imag(I(ii,step));
Itotcomplessa=realItot+j*imagItot;
Itot=abs(Itotcomplessa);
ii=2;
while ii<=strati
    I(ii,step)=pi*(r(ii)^2-r(ii-1)^2)*G(ii,step);
    realItot=realItot+real(I(ii,step));
    imagItot=imagItot+imag(I(ii,step));
    Itotcomplessa=realItot+j*imagItot;
    Itot=abs(Itotcomplessa);

```

```

        ii=ii+1;

end

I(ii,step)=pi*(Rext^2-r(ii-1)^2)*G(ii,step);
realItot=realItot+real(I(ii,step));
imagItot=imagItot+imag(I(ii,step));
Itotcomplessa=realItot+j*imagItot;
Itot=abs(Itotcomplessa);

% PROBLEMA TERMICO
% -----

i=1; % Parametri a(i) e b(i)
a(i)=(s(i)+s(i+1))/2;
b(i)=0;
i=2;
while i<strati
    a(i)=(s(i)+s(i+1))/2;
    b(i)=(s(i)+s(i-1))/2;
    i=i+1;
end
a(i)=0;
b(i)=(s(i)+s(i-1))/2;

i=1; % strato 1
c(i,step)=382+0.105*Temp(i,step);
lambda(i,step)=403-0.07*Temp(i,step);
k(i,step)=lambda(i,step)/(c(i,step)*gamma);
Temperatura=Temp(i,step);
Aggiorna_alpha
alpha_coeff(i,step)=alpha;
Temp_a=Ta_H20;

Temp(i,step+1)=Temp(i,step)+(w(i,step)*T_step/(c(i,step)*gamma))+(T_step*k(i,step)/
(s(i)^2))*(((s(i)/a(i))*(1+s(i)/(2*r(i)))*Temp(i+1,step))-
((s(i)/a(i))*(1+s(i)/(2*r(i)))+(s(i)*alpha/lambda(i,step))*(1-
s(i)/(2*r(i))))*Temp(i,step)+((s(i)*alpha/lambda(i,step))*(1-
s(i)/(2*r(i))))*Temp_a);
Qu(i,step)=-alpha_coeff(i,step)*2*pi*(r(i)-s(i)/2)*(Temp(i,step)-
Ta_H20)*T_step;
Qe(i,step)=(lambda(i,step)*2*pi*(r(i)+s(i)/2)*(Temp(i+1,step)-
Temp(i,step))*T_step)/a(i);
Qw(i,step)=2*pi*r(i)*s(i)*w(i,step)*T_step;
Qi(i,step)=2*pi*r(i)*s(i)*c(i,step)*gamma*(Temp(i,step+1)-Temp(i,step));
Bilancio(i,step)=Qu(i,step)+Qe(i,step)+Qw(i,step)-Qi(i,step);

i=i+1; % strati 2...n-1
while i<strati
    c(i,step)=382+0.105*Temp(i,step);
    lambda(i,step)=403-0.07*Temp(i,step);
    k(i,step)=lambda(i,step)/(c(i,step)*gamma);

Temp(i,step+1)=Temp(i,step)+(k(i,step)*T_step/(s(i)^2))*(((s(i)/a(i))*(1+s(i)/(2*
r(i)))*Temp(i+1,step)-((s(i)/a(i))*(1+s(i)/(2*r(i)))+(s(i)/b(i))*(1-
s(i)/(2*r(i))))*Temp(i,step)+(s(i)/b(i))*(1-s(i)/(2*r(i))))*Temp(i-
1,step))+w(i,step)*T_step/(c(i)*gamma);

```

```

        Qu(i,step)=- (lambda(i,step)*2*pi*(r(i)-s(i)/2)*(Temp(i,step)-Temp(i-
1,step))*T_step)/b(i);

        Qe(i,step)=(lambda(i,step)*2*pi*(r(i)+s(i)/2)*(Temp(i+1,step)-
Temp(i,step))*T_step)/a(i);
        Qw(i,step)=2*pi*r(i)*s(i)*w(i,step)*T_step;
        Qi(i,step)=2*pi*r(i)*s(i)*c(i,step)*gamma*(Temp(i,step+1)-Temp(i,step));
        Bilancio(i,step)=Qu(i,step)+Qe(i,step)+Qw(i,step)-Qi(i,step);
        i=i+1;
    end

    i=strati;                                % strato N
    c(i,step)=382+0.105*Temp(i,step);
    lambda(i,step)=403-0.07*Temp(i,step);
    k(i,step)=lambda(i,step)/(c(i,step)*gamma);

Temp(i,step+1)=Temp(i,step)+(w(i,step)*T_step/(c(i,step)*gamma))+(T_step*k(i,ste
p)/(s(i)^2))*((-s(i)/b(i))*(1-s(i)/(2*r(i)))*Temp(i,step)+(s(i)/b(i))*(1-
s(i)/(2*r(i)))*Temp(i-1,step));
    Qu(i,step)=- (lambda(i,step)*2*pi*(r(i)-s(i)/2)*(Temp(i,step)-Temp(i-
1,step))*T_step)/b(i);
    Qe(i,step)=0;
    Qw(i,step)=2*pi*r(i)*s(i)*w(i,step)*T_step;
    Qi(i,step)=2*pi*r(i)*s(i)*c(i,step)*gamma*(Temp(i,step+1)-Temp(i,step));
    Bilancio(i,step)=Qu(i,step)+Qe(i,step)+Qw(i,step)-Qi(i,step);

% -----
%% SERVICE
% -----

    cont_step_base=N_step/10;
    cont_step=N_step/10;
    while cont_step<=N_step
    if step==cont_step;
        perc=cont_step*100/N_step;
        fprintf('\n Avanzamento percentuale: %d su 100', perc);
    end
    cont_step=cont_step+cont_step_base;
    end

    step=step+1;
    end

    Stampe_Distr_T_finale

    %fprintf('\n\n Stampa GRAFICI\n');

    Salva_risultati

    fprintf('\n Salva RISULTATI nel file di testo \n');

    fprintf('\n ----- \n
"SIMULAZIONE TERMINATA CON SUCCESSO" \n -----
-----\n\n\n\n');

```

## SOTTOPROGRAMMI

```
AlphaDati
for kk=1:800
    gradi(kk)=alpha_calc(kk,1);
    coeff(kk)=alpha_calc(kk,2);
end

kk=1;
while kk<=800
    if (abs(Temperatura-gradi(kk))<=0.5)
        alpha=coeff(kk);
        kk=kk+1;
    else kk=kk+1;
    end
end
```

```
alpha_calc = [
% INSERIRE I VALORI DI ALPHA CALCOLATI IN MATLAB
]
```

```
% SALVA RISULTATI COME TESTO

distinguo=I0;

passo=N_step/100;
x=1:passo:N_step;
x(101)=N_step;
M1=[x];
M2=[Temp(strati,x)];
pp=fopen('Temp_ext_vs_time.txt','wt');
fprintf(pp,'\n TEMPERATURE DISTRIBUTION IN TIME ON THE EXTERNAL LAYER \n\n');
fprintf(pp,'\n\n STEP \n\n');
fprintf(pp,'%6.5g\n',M1);
fprintf(pp,'\n\n TEMPERATURE \n\n');
fprintf(pp,'%6.5g\n',M2);
fclose(pp);

passo=N_step/100;
x=1:passo:N_step;
x(101)=N_step;
M3=[x];
M4=[Temp(1,x)];
pp=fopen('Temp_int_vs_time.txt','wt');
fprintf(pp,'\n TEMPERATURE DISTRIBUTION IN TIME ON THE INTERNAL LAYER \n\n');
fprintf(pp,'\n\n STEP \n\n');
fprintf(pp,'%6.5g\n',M3);
fprintf(pp,'\n\n TEMPERATURE \n\n');
fprintf(pp,'%6.5g\n',M4);
fclose(pp);

x=1:1:strati;
M5=x;
M6=[Temp(x,N_step)];
pp=fopen('Final_Temp_distribution.txt','wt');
```

```

fprintf(pp, '\n TEMPERATURE DISTRIBUTION AT THE END OF SIMULATION ON THE CROSS
SECTION \n\n');
fprintf(pp, '\n\n LAYER \n\n');
fprintf (pp, '%6.5g\n',M5);
fprintf(pp, '\n\n TEMPERATURE \n\n');
fprintf (pp, '%6.5g\n',M6);
fclose(pp);

passo=N_step/100;
x=1:passo:N_step;
x(101)=N_step;
M7=[x];
M8=[alpha_coeff(1,x)];
pp=fopen('Alpha_vs_time.txt','wt');
fprintf(pp, '\n VALUES OF ALPHA IN TIME \n\n');
fprintf(pp, '\n\n STEP \n\n');
fprintf (pp, '%6.5g\n',M7);
fprintf(pp, '\n\n ALPHA \n\n');
fprintf (pp, '%6.5g\n',M8);
fclose(pp);

x=1:1:strati+1;
time_1_4=N_step/4;
time_1_2=N_step/2;
M13=[x];
M14a=[w(x,1)];
M14b=[w(x,time_1_4)];
M14c=[w(x,time_1_2)];
M14d=[w(x,N_step)];
pp=fopen('Power_density_vs_time_vs_layer.txt','wt');
fprintf(pp, '\n VALUE OF w IN TIME \n\n');
fprintf(pp, '\n\n LAYER \n\n');
fprintf (pp, '%10.5g\n',M13);
fprintf(pp, '\n\n w t=0 \n\n');
fprintf (pp, '%10.5g\n',M14a);
fprintf(pp, '\n\n w 1/4 SIMULATION \n\n');
fprintf (pp, '%10.5g\n',M14b);
fprintf(pp, '\n\n w 1/2 SIMULATION \n\n');
fprintf (pp, '%10.5g\n',M14c);
fprintf(pp, '\n\n w FINAL \n\n');
fprintf (pp, '%10.5g\n',M14d);
fclose(pp);

x=1:1:strati+1;
time_1_4=N_step/4;
time_1_2=N_step/2;
M15=[x];
M16ar=[real(G(x,1))];
M16br=[real(G(x,time_1_4))];
M16cr=[real(G(x,time_1_2))];
M16dr=[real(G(x,N_step))];
M16ai=[imag(G(x,1))];
M16bi=[imag(G(x,time_1_4))];
M16ci=[imag(G(x,time_1_2))];
M16di=[imag(G(x,N_step))];
pp=fopen('Current_density_vs_time_vs_layer.txt','wt');
fprintf(pp, '\n VALUE OF G IN TIME \n\n');

```

```

fprintf(pp, '\n\n LAYER \n\n');
fprintf (pp, '%15.5g\n',M15);
fprintf(pp, '\n\n G INIZITIAL REAL\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16ar);
fprintf(pp, '\n\n G INIZITIAL IMMAGINARY\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16ai);
fprintf(pp, '\n\n G 1/4 SIMULATION REAL\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16br);
fprintf(pp, '\n\n G 1/4 SIMULATION IMMAGINARY\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16bi);
fprintf(pp, '\n\n G 1/2 SIMULATION REAL\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16cr);
fprintf(pp, '\n\n G 1/2 SIMULATION IMMAGINARY\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16ci);
fprintf(pp, '\n\n G FINALE REAL\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16dr);
fprintf(pp, '\n\n G FINALE IMMAGINARY\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M16di);
fclose(pp);

x=1:1:strati+1;
M17=[x];
M18dr=[real(I(x,N_step))];
M18di=[imag(I(x,N_step))];
pp=fopen('Current distribution_vs_time_vs_strati.txt','wt');
fprintf(pp, '\n VALORI DI I NEL TEMPO E SULLA BOBINA \n\n');
fprintf(pp, '\n\n LAYER \n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M17);
fprintf(pp, '\n\n I FINAL REAL\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M18dr);
fprintf(pp, '\n\n I FINAL IMMAGINARY\n\n');
fprintf (pp, '%8.5g\n',M18di);
fclose(pp);

```

```

% PLOT

X1_asse=1:1:N_step;
i=1;
while i<=N_step
Y1_asse(i)=Temp(1,i);
i=i+1;
end
subplot (2,2,1);
plot(X1_asse,Y1_asse);
title('Internal Temperature vs Time');
ylabel('Temperatura [°C]');
xlabel('Time step');

X2_asse=1:1:N_step;
i=1;
while i<=N_step
Y2_asse(i)=Temp(10,i);
i=i+1;
end
subplot (2,2,2);
plot(X2_asse,Y2_asse);
title('External Temperature vs Time');

```



```

ylabel('Temperatura [°C]');
xlabel('Time step');

X3_asse=1:1:strati;
i=1;
while i<=strati
Y3_asse(i)=Temp(i,N_step);
i=i+1;
end
subplot (2,2,3);
plot(X3_asse,Y3_asse);
title('Cross section temperature (end simulation)');
ylabel('Temperatura [°C]');
xlabel('Layer');

X4_asse=1:1:N_step;
i=1;
while i<=N_step
Y4_asse(i)=alpha_coeff(1,i);
i=i+1;
end
subplot (2,2,4);
plot(X4_asse,Y4_asse);
title('Alpha vs time');
ylabel('Alpha [W/(m^2x°C)]');
xlabel('Time step');

```

## APPENDICE D

Algoritmo per trovare ottenere completamente la curva del coefficiente di scambio termico per convezione a partire dai valori excel allo stato liquido (questi fino alla temperatura di ebollizione).

Vengono inoltre prodotti 2 file di testo per Ansys, dove si possono trovare il coefficiente di scambio termico per convezione e il relativo coefficiente di conduzione termica equivalente.

```
clear

fid=1;

% -----
% INPUT
% -----

Layer=0.0001; % meter

% it's better paste 10°C less than boiling temperature, because the
% interpolation continues the curve and so grows the maximum value...

Excel_Temp=[
% INSERISCI LE TEMPERATURE DAL FILE EXCEL, FINO A QUELLA DI EBOLLIZIONE
];

Excel_alpha=[
% INSERISCI I VALORI DI DEL COEFFICIENTE DI SCAMBIO TERMICO DA EXCEL
];

% -----
% MAIN - BUILD ALPHA CURVE
% -----

max_Temp_value=max(Excel_Temp)+10;
max_value=max(Excel_alpha);
min_value=Excel_alpha(5);

% data that I've for x axis
Haxis=[
Excel_Temp
max_Temp_value*1.5
max_Temp_value*2
max_Temp_value*3
max_Temp_value*4
max_Temp_value*5
max_Temp_value*10
];

% data that I've for y axis
Vaxis=[
Excel_alpha
```

```

max_value*0.74
max_value*0.43
max_value*0.19
max_value*0.15
max_value*0.14
max_value*0.13
];

% discretization of x axis
x = 0:1:max_Temp_value*10;

y = interp1(Haxis,Vaxis,x,'spline');

% x coordinate about the points that you want to search (temperature)
temp=1:1:800;
temp=temp';

fprintf(fid,'\n X searched value (temperature): \n');
temp

fprintf(fid,'\n Y searched value (physical quantity): \n');
alpha_curve=interp1(Haxis,Vaxis,temp,'spline'); % return the y axis about the
points that I want search (physical quantity)
alpha_curve
plot(temp,alpha_curve)

% -----
% ANSYS OUTPUT
% -----

passo=10;
final_Temp=300;
Temperature_discretization=0:passo:final_Temp;
Temperature_discretization(1)=1;

i=1;
t=1;
while i<=final_Temp
    if i==Temperature_discretization(t)
        alpha(t)=alpha_curve(i);
        t=t+1;
    end
    i=i+1;
end
max_i=t-1;

pp=fopen('ALPHA_for_ANSYS.txt','wt');
fprintf(pp,'\nALPHA FOR ANSYS \n\n');
fprintf(pp,'\n\nmptemp\n');
i=1;
while i<=max_i
    fprintf(pp,'mptemp,');
    fprintf(pp,'%0.5g',i);

```

```

    fprintf(pp, ', ');
index=1;
    while index<=6
        if i<=max_i
            fprintf(pp, '%0.5g', Temperature_discretization(i));
            if index==6
                fprintf(pp, '\n');
            else
                fprintf(pp, ', ');
            end
        end
        i=i+1;
        index=index+1;
    end
end
fprintf(pp, '1000');

fprintf(pp, '\n\n');
i=1;
while i<=max_i
    fprintf(pp, 'mpdata,hf,21, ');
    fprintf(pp, '%0.5g', i);
    fprintf(pp, ', ');
    index=1;
    while index<=6
        if i<=max_i
            fprintf(pp, '%0.5g', alpha(i));
            if index==6
                fprintf(pp, '\n');
            else
                fprintf(pp, ', ');
            end
        end
        i=i+1;
        index=index+1;
    end
end

fprintf(pp, '%0.5g', alpha(max_i));
fclose(pp);

pp=fopen('LAMBDA_EQUIVALENT_for_ANSYS.txt', 'wt');
fprintf(pp, '\nLAMBDA EQUIVALENT FOR ANSYS \n\n');
fprintf(pp, '\n\nmptemp\n');
i=1;
while i<=max_i
    fprintf(pp, 'mptemp, ');
    fprintf(pp, '%0.4g', i);
    fprintf(pp, ', ');
    index=1;
    while index<=6
        if i<=max_i
            fprintf(pp, '%0.4g', Temperature_discretization(i));
            if index==6
                fprintf(pp, '\n');
            else
                fprintf(pp, ', ');
            end
        end
        i=i+1;
        index=index+1;
    end
end

```

```

        fprintf(pp, ', ');
    end
end
i=i+1;

index=index+1;
end
end
fprintf(pp, '1000');

lambda=Layer*alpha;

fprintf(pp, '\n\n');
i=1;
while i<=max_i
    fprintf(pp, 'mpdata,kxx,301, ');
    fprintf(pp, '%0.4g', i);
    fprintf(pp, ', ');
    index=1;
    while index<=6
        if i<=max_i
            fprintf(pp, '%0.4g', lambda(i));
            if index==6
                fprintf(pp, '\n');
            else
                fprintf(pp, ', ');
            end
        end
        i=i+1;
        index=index+1;
    end
end

fprintf(pp, '%0.4g', lambda(max_i));
fclose(pp);

```

## **RINGRAZIAMENTI**

Desidero innanzitutto ringraziare il Prof. Lupi S. per i preziosi insegnamenti durante i corsi di laurea e le per le numerose ore dedicate alla mia tesi.

Ringrazio sentitamente il prof. Nacke B., il Dr.-Ing. Nikanorov A. e il prof. Forzan M. che sono stati sempre presenti e disponibili nel guidarmi e nel risolvere i miei dubbi durante la stesura di questo lavoro.

Ringrazio anche tutto il personale del Dipartimento di Ingegneria Elettica (DIE) dell'Università di Padova e dell'Institut für Elektroprozessstechnik (ETP) della Leibniz Universität Hanover per avermi fornito testi e dati indispensabili alla realizzazione della tesi. Ringrazio con particolare affetto i colleghi dell'ETP per la gentilezza e disponibilità sempre dimostrata, dandomi l'opportunità di partecipare anche a momenti conviviali e tradizioni tipiche della Bassa Sassonia.

Un particolare ringraziamento al personale del Servizio Internazionale di Padova e di Hannover per l'opportunità di scambio culturale offertami, per l'importante sostegno e per la tempestiva collaborazione dimostrata.

Infine, desidero ringraziare con affetto i miei familiari Elio, Angela e Nadia per il sostegno ed il grande aiuto che mi hanno sempre dimostrato ed in particolare Cristina per essermi stata vicino in ogni momento durante questo percorso di studio.

## **ACKNOWLEDGEMENTS**

First I would like to thank Prof. Lupi S. for the valuable lessons during the degree courses and for the several hours devoted to my thesis.

A sincerely thank to prof. Nacke B., Dr.-Ing. Nikanorov A. and prof. Forzan M., always present and available to guide me and to solve my doubts during the drawing up of this work.

I would thank also the staff of Dipartimento di Ingegneria Elettica (DIE) of Padua University and Institut für Elektroprozessstechnik (ETP) of Leibniz University in Hanover, for providing papers and data necessary for the implementation of the thesis.

I thank with special affection the colleagues of ETP, for the kindness and willingness always demonstrated and for giving me the opportunity to participate in convivial occasions and enjoy traditions of Niedersachsen.

A particular thank to the staff of the International Office of Padua and Hannover, for the cultural exchange offered to me, for the important support and the efficient collaboration demonstrated.

Finally, I would thank affectionately my family Elio, Angela and Nadia for their support and the great help always demonstrated. A particular thank to Cristina, closer to me at any time during this period of study.