



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE

TESI DI LAUREA

IDENTIFICAZIONE DINAMICA E

VALUTAZIONE DI VULNERABILITÀ SISMICA

DELLA TORRE CAMPANARIA DEL SANTUARIO

“MADONNA DELLA ROCCA” DI CORNUDA

Relatore: Prof. RENATO VITALIANI

Correlatore: Ing. LORENZO DE STEFANI

Laureando: ENRICO FORNASIERO

ANNO ACCADEMICO 2013 - 2014

*Ai miei genitori,
a Lorenzo, Nicolò e Marco*

Indice

1	INTRODUZIONE	9
1.1	Obiettivo della tesi	9
1.2	Localizzazione e aspetti generali	9
1.3	Assetto geolitologico.....	11
1.4	Assetto geomorfologico.....	12
1.5	Assetto tettonico	13
1.6	Sismicità storica dell'area.....	15
1.7	Richiami sulla rilevazione degli eventi sismici.....	19
1.7.1	<i>Intensità</i>	19
1.7.2	<i>Magnitudo</i>	21
1.7.3	<i>PGA, Picco di Accelerazione al Suolo</i>	22
2	CONOSCENZA DEL MANUFATTO	24
2.1	Analisi storica del santuario e degli interventi	25
2.2	Rilievo metrico.....	28
2.2.1	<i>Elaborati grafici</i>	32
2.2.2	<i>Documentazione fotografica</i>	35
2.2.3	<i>Elaborati restauro 2013</i>	42
2.3	Rilievo materico costruttivo	44
2.4	Caratterizzazione meccanica dei materiali	45
2.5	Aspetti geotecnici.....	46
2.6	Livello di conoscenza e fattori di confidenza	46
3	ANALISI DEI CARICHI	49
4	CARATTERIZZAZIONE SISMICA.....	52
4.1	Determinazione parametri sismici	52
4.1.1	<i>Parametri sismici legati al sito geografico, alla vita nominale e alla classe d'uso</i>	53
4.1.2	<i>Coefficiente S di amplificazione topografica a stratigrafica</i>	57
4.1.3	<i>Spettro di risposta</i>	58
4.1.4	<i>Fattore di struttura q e periodo di vibrazione della struttura T</i>	59
4.1.5	<i>Combinazione delle azioni statiche e sismiche</i>	61
5	VALUTAZIONE VULNERABILITÀ SISMICA: LIVELLO LV1.....	62
5.1	Indicazioni specifiche per manufatti identificabili come torri e campanili	63
5.2	Modelli meccanici semplificati (LV1).....	69
5.2.1	<i>Meccanismo di rottura per presso – flessione</i>	70
5.2.2	<i>Meccanismo di rottura per taglio – scorrimento e per fessurazione diagonale</i>	79

5.3	Conclusioni analisi LV1	82
6	VALUTAZIONE VULNERABILITÀ SISMICA: LIVELLO LV2.....	83
6.1	Individuazione del meccanismo.....	84
6.2	Modellazione del meccanismo	85
6.3	Calcolo del moltiplicatore α_0	86
6.3.1	<i>Calcolo del moltiplicatore α_0 con il metodo dell'equilibrio alla rotazione</i>	87
6.3.2	<i>Calcolo del moltiplicatore α_0 con il metodo del PLV</i>	88
6.4	Calcolo dell'accelerazione di attivazione a_0^*	90
6.5	Verifica.....	91
6.6	Analisi cinematismi significativi.....	92
6.6.1	<i>Rotazione due piedritti della cella campanaria</i>	92
6.6.2	<i>Rotazione singolo piedritto della cella campanaria</i>	95
6.6.3	<i>Cedimento piedritti della cella campanaria</i>	97
6.6.4	<i>Cedimento singolo piedritto della cella campanaria</i>	99
6.6.5	<i>Rotazione piedritti con coinvolgimento angolata del fusto</i>	101
6.6.6	<i>Rotazione singolo piedritto con coinvolgimento angolata del fusto</i>	103
6.6.7	<i>Rotazione simultanea dei piedritti della cella campanaria</i>	105
6.6.8	<i>Roto – traslazione dei piedritti della cella campanaria</i>	107
6.7	Conclusioni analisi LV2	109
7	IDENTIFICAZIONE DINAMICA.....	110
7.1	Metodi di analisi strutturale di edifici esistenti	111
7.2	Il monitoraggio: introduzione.....	112
7.3	L'identificazione strutturale	114
7.4	Modal testing.....	116
7.4.1	<i>Applicazioni</i>	117
7.4.2	<i>Filosofia del modal testing</i>	117
7.5	Nozioni fondamentali di meccanica delle vibrazioni	119
7.5.1	<i>Funzione trasformata di Fourier nel dominio della frequenza</i>	119
7.5.2	<i>Introduzione</i>	122
7.5.3	<i>Sistemi ad un grado di libertà</i>	123
7.5.4	<i>Proprietà e rappresentazione delle FRF di sistemi SDOF</i>	126
7.5.5	<i>Sistemi a più gradi di libertà</i>	128
7.5.6	<i>Proprietà e rappresentazione delle FRF di sistemi MDOF</i>	133
7.6	Vibrazioni non sinusoidali e proprietà delle FRF.....	136

7.6.1	<i>Vibrazioni periodiche</i>	136
7.6.2	<i>Vibrazioni transitorie</i>	137
7.6.3	<i>Vibrazioni random</i>	138
7.7	Il monitoraggio: strumentazione	140
7.7.1	<i>Martello strumentato</i>	140
7.7.2	<i>Accelerometri</i>	141
7.7.3	<i>Sistema di acquisizione dati</i>	144
7.8	Il monitoraggio: sperimentazione	145
7.8.1	<i>Shock – test</i>	147
7.8.2	<i>Eccitazione campanaria con battaglio legato</i>	181
7.8.3	<i>Eccitazione campanaria con battaglio libero</i>	195
8	AGGIORNAMENTO VALUTAZIONE VULNERABILITÀ SISMICA LV1 E LV2	200
8.1	Spettro di risposta di progetto.....	200
8.2	Livello di conoscenza	204
8.3	Caratteristiche meccaniche dei materiali	204
8.3.1	<i>Scenario 1</i>	205
8.3.2	<i>Scenario 2</i>	205
8.4	Valutazione vulnerabilità sismica LV1.....	207
8.5	Conclusioni analisi LV1	209
8.6	Valutazione vulnerabilità sismica LV2.....	209
8.6.1	<i>Rotazione due piedritti della cella campanaria</i>	210
8.6.2	<i>Rotazione singolo piedritto della cella campanaria</i>	211
8.6.3	<i>Cedimento piedritti della cella campanaria</i>	212
8.6.4	<i>Cedimento singolo piedritto della cella campanaria</i>	213
8.6.5	<i>Rotazione piedritti con coinvolgimento angolata del fusto</i>	214
8.6.6	<i>Rotazione singolo piedritto con coinvolgimento angolata del fusto</i>	215
8.6.7	<i>Rotazione simultanea dei piedritti della cella campanaria</i>	216
8.6.8	<i>Roto – traslazione dei piedritti della cella campanaria</i>	217
8.7	Conclusioni analisi LV2	218
9	CONCLUSIONI.....	220
10	ALLEGATO 1	223
10.1	Posizione di battuta P03	223
10.2	Posizione di battuta P04	229
10.3	Posizione di battuta P05	235
10.4	Posizione di battuta P06	241

10.5	Posizione di battuta P07	247
11	ALLEGATO 2.....	254
11.1	Eccitazione campana 1 grande senza battaglia	254
11.2	Eccitazione campana 2 media senza battaglia.....	257
11.3	Eccitazione campana 3 piccola senza battaglia	260
12	BIBLIOGRAFIA E RIFERIMENTI.....	263

1 INTRODUZIONE

1.1 Obiettivo della tesi

La presente relazione tratta l'analisi del comportamento sismico di strutture snelle in muratura, quali torri e campanili, che costituiscono una tipologia strutturale ampiamente diffusa in Italia e particolarmente vulnerabile alle azioni sismiche. Lo scopo dello studio è quello di eseguire un'analisi di vulnerabilità sismica, in accordo con le Norme Tecniche per le Costruzioni D.M. 14 Gennaio 2008, attraverso diversi metodi di analisi con riferimento alla torre campanaria a servizio del Santuario della Madonna della Rocca sito nel comune di Cornuda in provincia di Treviso. Le caratteristiche dinamiche del campanile e quelle meccaniche della muratura sono valutate attraverso test modali basati sull'utilizzo di forzanti impulsive e sull'azionamento dell'impianto campanario. Mediante l'identificazione dinamica della struttura è stato possibile in seguito calibrare il modello numerico, dal quale poi si sono ricavati caratteristiche meccaniche dei materiali che costituiscono la struttura in muratura, necessari per aggiornare i diversi livelli di valutazione di vulnerabilità sismica. L'adozione di diverse tipologie di analisi e lo studio di sensibilità svolto per tarare il modello agli elementi finiti permettono inoltre una migliore comprensione del comportamento sismico delle torri snelle.

1.2 Localizzazione e aspetti generali

Il santuario si trova a 350 m. sul livello del mare sulla sommità di un colle appartenente al comprensorio boschivo del Fagarè a Nord – Ovest del centro abitato di Cornuda, comune situato a 25 km a Nord – Ovest dalla città di Treviso, il cui territorio si estende sulla fascia collinare della pianura di Treviso - Montebelluna, tra la zona prealpina e l'alta pianura, lungo la Strada Regionale n. 348 "Feltrina".



1.1 Localizzazione geografica con Google Maps

Il santuario è stato costruito sul luogo dove anticamente sorgeva una rocca anche se quest'ultima doveva a suo tempo occupare uno spazio molto più grande come si può desumere dai gradoni del terreno esistenti ancora al giorno d'oggi tutto attorno alla sommità del colle.

L'intero complesso religioso risulta costituito da tre corpi di fabbrica realizzati in epoche differenti: al corpo originario del monastero datato 1619 è stata accostata nel 1659 la chiesa a pianta rettangolare; mentre la torre campanaria è addossata al retro del monastero e collegata per un breve tratto alla sacrestia per permettervi l'accesso, ai fini strutturali la torre può comunque considerarsi isolata. Nello specifico, sebbene l'origine della costruzione del campanile sia fatta risalire al 1492, una targa presente sul lato Est del basamento stabilisce gli ultimi lavori di costruzione e recupero della torre al 1890, a seguito delle battaglie della prima guerra d'indipendenza italiana combattute nel Maggio del 1848 proprio sui colli asolani tra le truppe locali e l'esercito austriaco. [1]



1.2 Vista Ovest del santuario

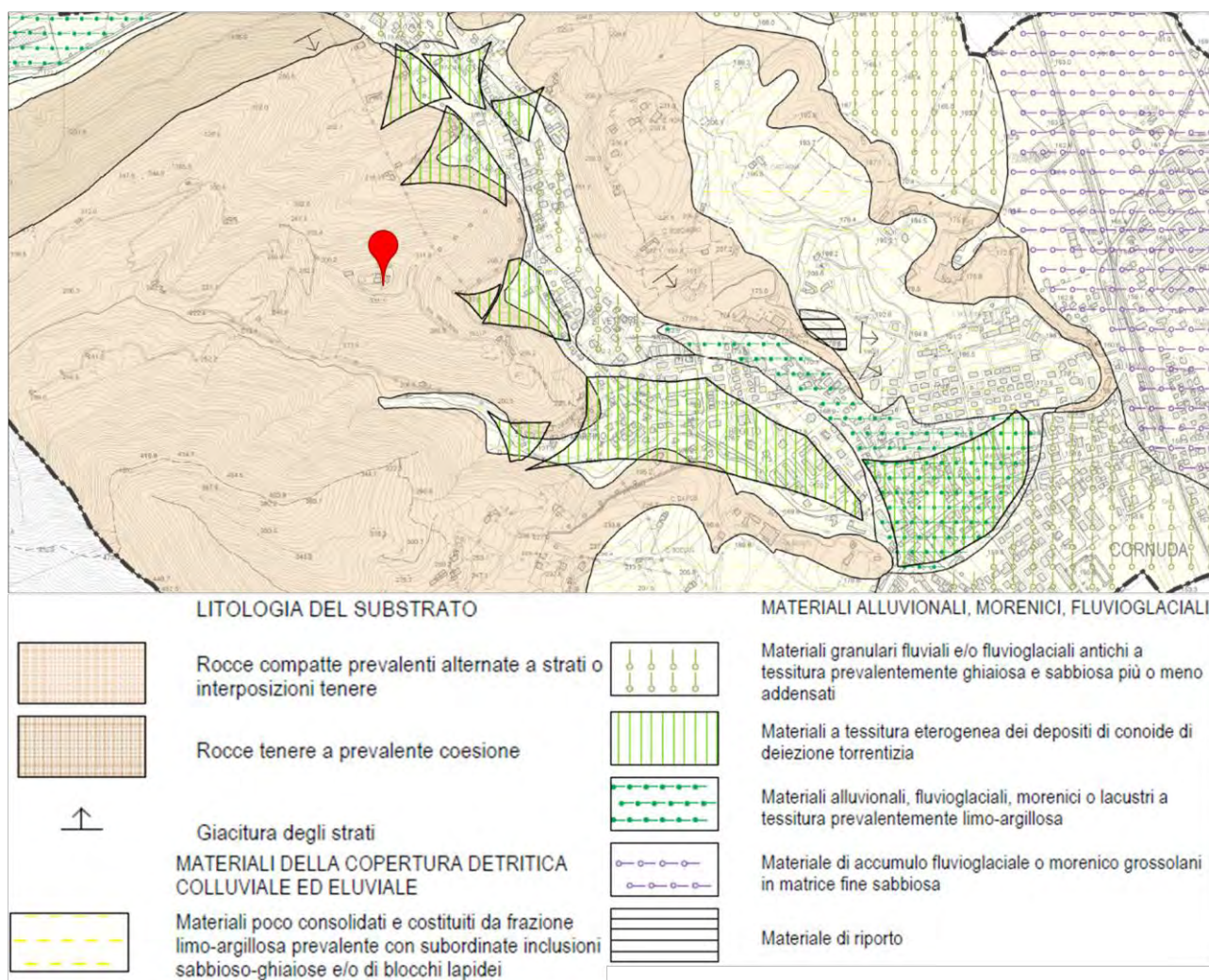


1.3 Vista Sud - Est del santuario

Dal punto di vista urbanistico la torre campanaria assieme alle altre strutture del Santuario risulta vincolata sotto l'aspetto monumentale secondo quanto prescritto dal D. Lgs. n 42/2004. [2]

1.3 Assetto geolitologico

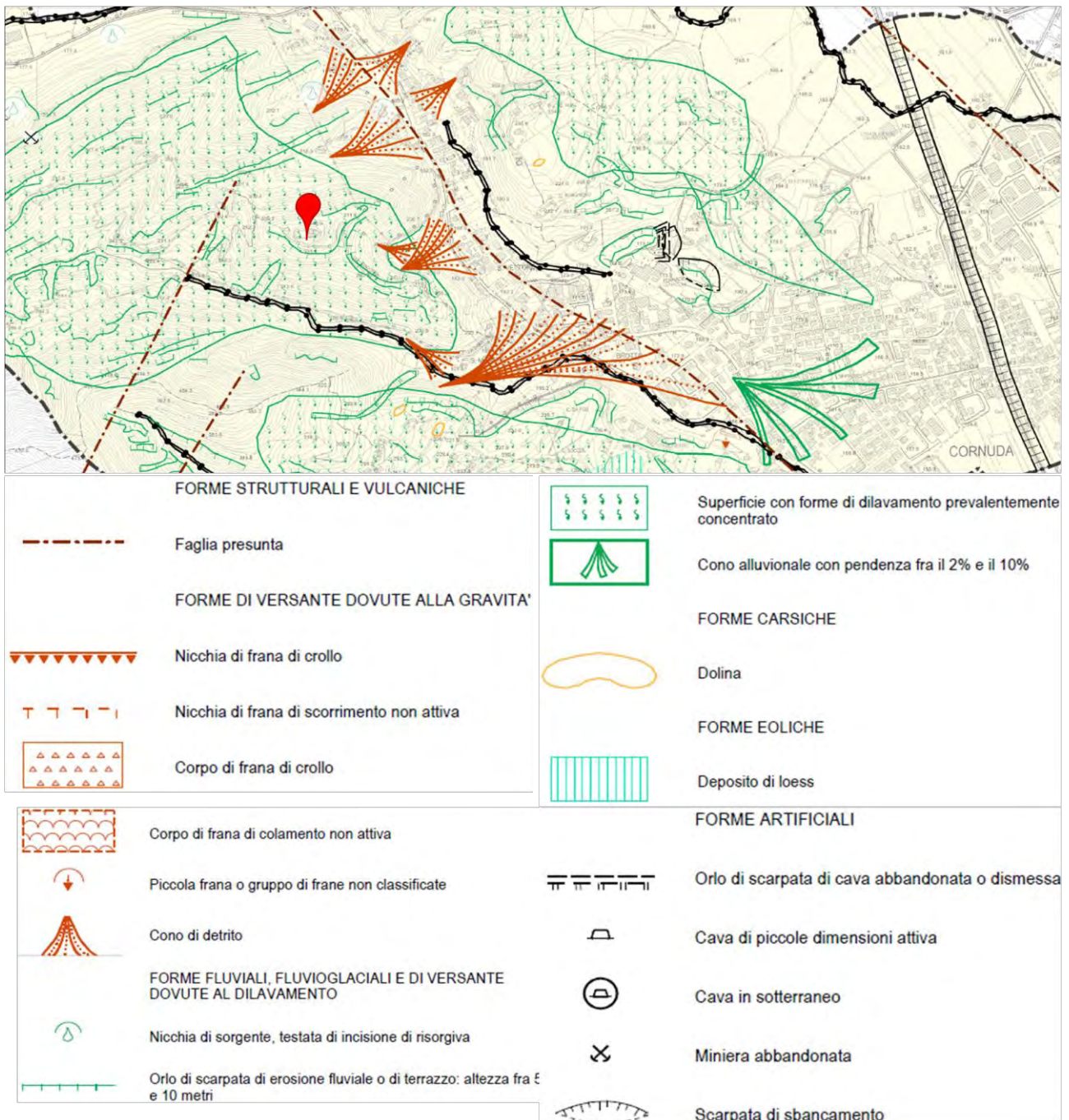
L'assetto litologico del contesto collinare su cui insiste l'opera è caratterizzato da andamenti estremamente irregolari, infatti i rilievi si presentano con forme di dossi allungati intervallati da valli e canali. In generale tutto il territorio collinare è frutto dell'erosione del periodo fluvioglaciale e dell'assetto tettonico, causa diretta dell'innalzamento della stratificazioni dei vari periodi geologici. Nello specifico, la valle il "Giaron" che separa il colle dove sorge la chiesa della Madonna della Rocca dal Monte Sulder è particolarmente irregolare a causa di versanti scoscesi e reti vallive irregolari. Come si può osservare dalla carta tematica sottostante il terreno su cui sorge il santuario si distingue per la buona resistenza all'erosione in quanto costituito prevalentemente da rocce compatte alternate a strati o interposizioni tenere. [3]



1.4 Carta tematica: geolitologia [3]

1.4 Assetto geomorfologico

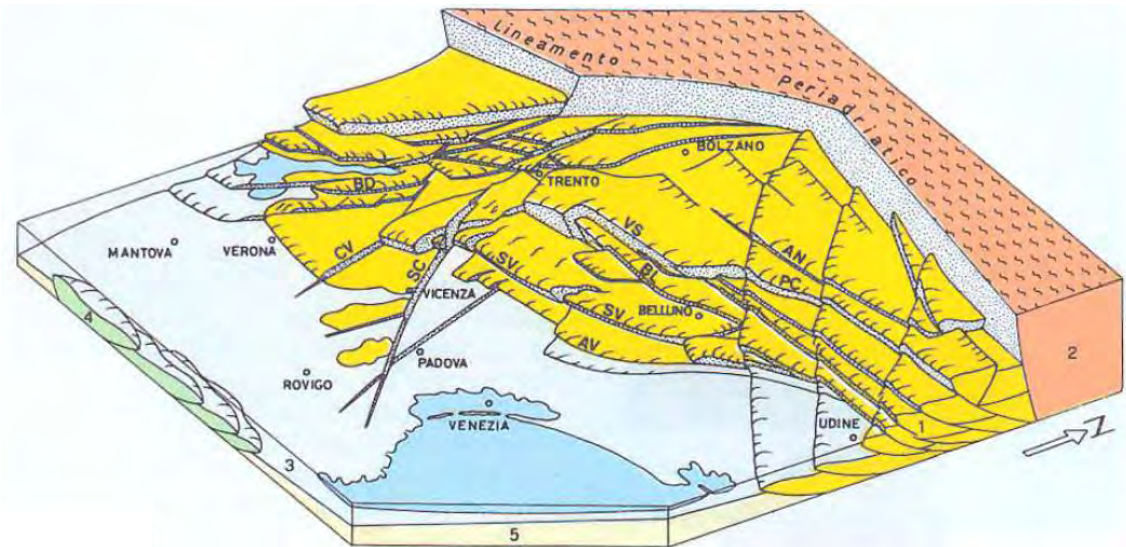
Dal punto di vista morfologico l'analisi del territorio collinare ha evidenziato la presenza di alcune faglie – fratture e al tempo stesso si evidenzia la presenza di strati basamentali emergenti, questi ultimi coperti localmente da depositi sedimentari recenti. Nella carta tematica corrispondente si osserva come le pertinenze del santuario sorgono su un'area soggetta a forme di dilavamento concentrato, ma non presentano particolari problematiche legate a frane, coni detritici o fenomeni di carsismo. [3]



1.5 Carta tematica: geomorfologia [3]

1.5 Assetto tettonico

Per quanto riguarda lo studio tettonico regionale l'area in esame appartiene al fronte Prealpino delle Alpi Meridionali, esteso tra Gemona e Schio, che corrisponde al fronte Plio - Quaternario della catena Sudalpina Orientale, un insieme embriciato di ricoprimenti a basso angolo diretti circa tra WSW - ENE e WNW - ESE.



Visione tridimensionale delle principali deformazioni Alpine: AN = Linea dell'Antelao; AV = Linea di Aviano; BD = Faglia del M. Baldo; BL = Linea di Belluno; CV = Faglia di Castelvero; FP = Fronte della Catena Appenninica; PC = Linea di Pieve di Cadore; SC = Faglia Schio-Vicenza; SV = Sovrascorrimento Schio-Valdobbiadene ("Flessura pedemontana").

1.6 Principali deformazioni attive [4]

Come si nota dall'immagine successiva, nel settore delle Prealpi Venete il fronte più a Sud della catena Sudalpina Orientale è delimitato, e allo stesso tempo caratterizzato, dal Montello thrust (MT), diretto WSW - ENE, immergente verso NNW e lungo una trentina di chilometri, e da due minori ricoprimenti aventi direzione ed immersione coerenti col primo: i thrusts Bassano - Cornuda e Thiene - Bassano.

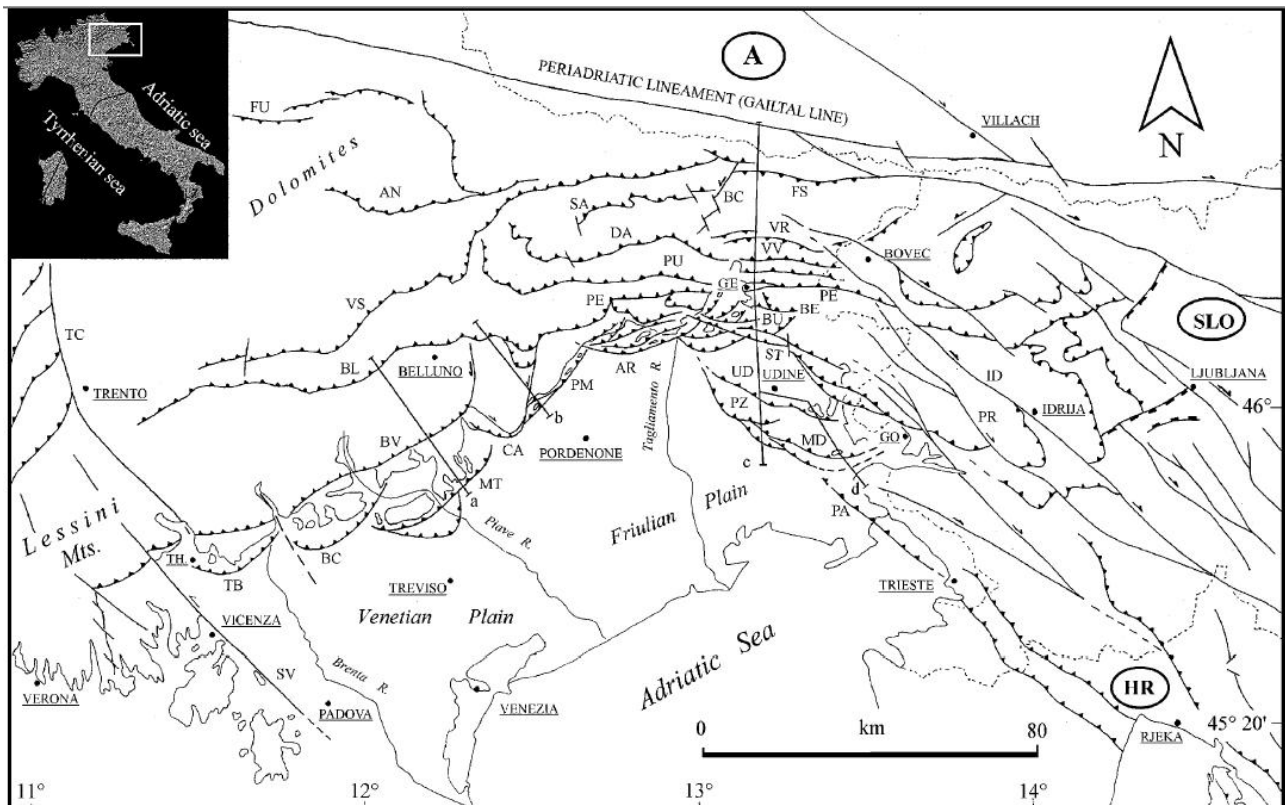
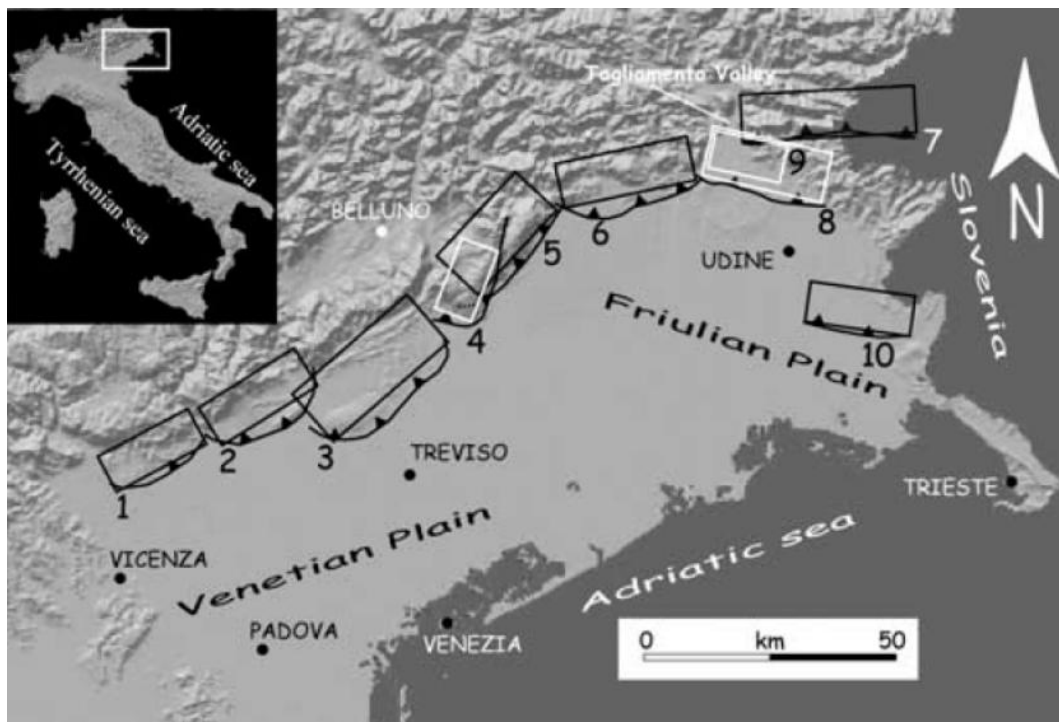


Figure 1. Structural model of NE Italy and W Slovenia. The letters a, b, c and d define the traces of the geological sections reported in Figs 11, 14, 4 and 6, respectively. Legend (towns): TH, Thiene; GE, Gemona; GO, Gorizia. Legend (structures): TC, Trento-Cles fault; SV, Schio-Vicenza fault; TB, Thiene-Bassano fault; BC, Bassano-Cornuda fault; BV, Bassano-Valdobbiadene fault; BL, Belluno fault; VS, Valsugana fault; FU, Funes fault; AN, Antelao fault; MT, Montello fault; CA, Consiglio fault; PM, Polcenigo-Maniago fault; AR, Arba-Ragogna fault; PE, Periadriatic thrust; PU, Pinedo-Uccea fault; DA, Dof-Auda fault; SA, Sauris fault; BC, But-Chiarsò fault; FS, Fella-Sava fault; VR, Val Resia fault; VV, Val Zensonassa fault; BE, Bernadia fault; BU, Buia fault; ST, Susans-Tricesimo fault; UD, Udine-Buttrio fault; PZ, Pozzuolo fault; MD, Medea fault; PA, Palmanova fault; ID, Idrija fault; PR, Predjama fault.

1.7 Faglie attive nel Nord - Est d'Italia [5]

Dall'analisi congiunta della geomorfologia e l'identificazione delle faglie attive presenti, si sono individuate 9 strutture tettoniche potenzialmente sismo genetiche presenti nell'area Prealpina. Concentrandosi nella zone d'interesse per lo studio affrontato, seguendo la suddetta suddivisione, la struttura tettonica che più influenza la zona in esame è quella denominata Montello - Conegliano thrust. Il plateau del Montello è un evidente caso di innalzamento tettonico della superficie morfologica. La formazione dei suoi terrazzi è infatti collegata all'innalzamento che proviene dall'attività dei sottostanti sovrascorrimenti ciechi. A NE e a SW la struttura Montello - Conegliano confina con altre due distinte strutture sismogenetiche: quella del Consiglio e quella di Bassano - Cornuda rispettivamente. Oltre al lineamento principale che delimita a SE la struttura maggiore, all'interno dell'area di interesse coesistono altre strutture minori, quali la flessura Bassano - Valdobbiadene - Vittorio Veneto, l'anticlinale del Montello e la faglia di Nervesa, che vanno a caratterizzare l'assetto strutturale locale. [4] [5]



(2) Bassano-Cornuda; (3) Montello-Conegliano
1.8 Mappa strutture sismogenetiche [5]



1.9 Schema geomorfologico dell'area Asolo-Conegliano [4]

1.6 Sismicità storica dell'area

Per quanto riguarda la fascia Prealpina, l'elaborazione dei dati disponibili ha permesso di segmentare il fronte della deformazione attuale in diverse strutture sismogenetiche individuali che possono essere potenzialmente responsabili di terremoti con magnitudo $M > 6.0$ (si ricorda che l'energia rilasciata dipende dalla dimensione della sorgente).

Secondo il Catalogo Parametrico dei Terremoti Italiani (CPTI), il fronte Alpino della catena delle Alpi Meridionali, cui appartiene il comune di Cornuda, in epoca storica è stato soggetto a numerosi terremoti di magnitudo $M > 6.0$, di cui quello distruttivo del Friuli del 1976 rappresenta l'episodio recente di maggiore rilevanza. Secondo lo studio CPTI, sono 8 i terremoti con magnitudo superiore a 6.0 che hanno danneggiato l'area localizzata grossomodo in una fascia diretta NE-SW e

compresa tra il dominio Alpino e la pianura Veneto - Friulana. Di questi, 3 hanno interessato da vicino la zona di studio.

Anno	Data gg.mm.	Ora ora min.	Località epicentrale	Intensità epicentrale Io = MCS x 10*	Magnitudo Mw**
1695	25.02	05.30	Asolo	95 CPTI04	6,6 CPTI04
1873	29.06	03.55	Belluno-Alpago	95 CPTI04	6,3 CPTI04
1936	18.10	03.10	Bosco Cansiglio	90 CPTI04	6,1 CPTI08

**Io: intensità epicentrale, MCS: scala Mercalli-Cancani-Sieberg*
*** Mw: magnitudo momento: proporzionale all' energia rilasciata nel momento di rottura*

Un confronto tra la geometria delle sorgenti sismogenetiche e la distribuzione delle località che hanno subito il maggior danneggiamento (cioè la massima intensità macrosismica) durante i terremoti storici con magnitudo $M \geq 6$ ha permesso di avanzare ipotesi sull'associazione di questi terremoti con le specifiche sorgenti sismogenetiche. Secondo questo schema è plausibile ipotizzare che il solo sisma del 1695, tra quelli evidenziati in tabella, sia da attribuire al thrust Bassano-Cornuda. [6]

Di seguito si riporta l'elenco degli eventi sismici, che hanno interessato la località di Cornuda, ricavato dal Database Macrosismico Italiano versione DBMI11 dell'Istituto Nazionale di Geologia e Vulcanologia INGV.

**Storia sismica di Cornuda
[45.831, 12.007]**

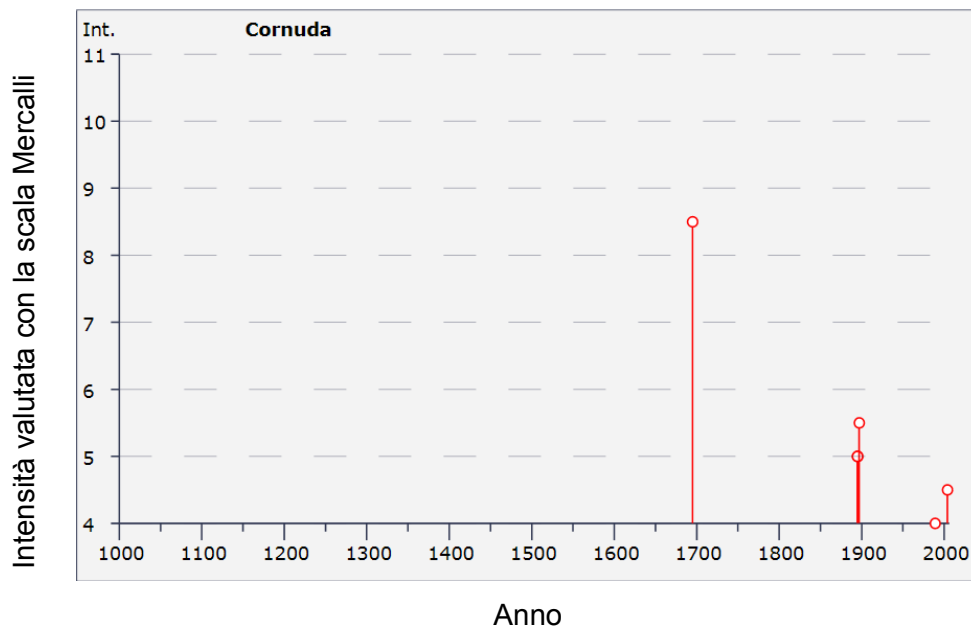
Numero di eventi: 9

Effetti

In occasione del terremoto del:

I [MCS]	Data	Ax	Np	Io Mw
8-9	1695 02 25 05:30	Asolano	82	10 6.48 ±0.18
F	1893 10 27 16:31	LONGARONE	54	5 4.60 ±0.26
5	1895 04 14 22:17	Slovenia	296	8 6.23 ±0.08
5	1895 06 10 01:47	VALDOBBIADENE	73	6 5.03 ±0.13
5-6	1897 06 11 12:45	Cornuda	47	5-6 4.54 ±0.33
NF	1987 05 02 20:43	Reggiano	802	6 4.74 ±0.09
4	1989 09 13 21:54	PASUBIO	779	6-7 4.88 ±0.09
3-4	2001 07 17 15:06	Merano	663	6 4.84 ±0.09
4-5	2004 07 12 13:04	Alpi Giulie	366	5.19 ±0.09

Tabella 1.1 Eventi sismici storici rilevati



1.10 Storia sismica di Cornuda

Focalizzando invece l'attenzione sulla zona adiacente del Montello, non si sono registrati in passato terremoti significativi che possono essere sicuramente associati al Montello-Conegliano thrust, la struttura sismogenetica appena antistante al Comune di Cornuda.

Tenendo conto che i cataloghi in genere danno esaustive informazioni solo sui terremoti di forte magnitudo, la sorgente Montello - Conegliano è considerata silente perché negli ultimi 800 anni non ha registrato eventi sismici di magnitudo superiore alla soglia considerata.

Questa peculiarità, può indicare, assieme ad altre aree vicine (la Thiene-Bassano, la Arba-Ragogna e la Medea), una zona di potenziale gap sismico nel NE dell'Italia. Si ritiene che proprio nelle zone di gap sismico sia maggiore la probabilità di occorrenza di un evento sismico significativo nel breve-medio termine; di conseguenza la pericolosità sismica nelle aree dove queste sorgenti sismogenetiche sono collocate è potenzialmente più elevata rispetto alle aree poste in corrispondenza di sorgenti che hanno originato terremoti in epoca storica.

Nel caso specifico del Montello - Conegliano thrust (al quale secondo alcuni autori è associata una magnitudo potenziale di 6,7 ed un tasso di spostamento di 1 mm/anno, mentre per altri autori quest'ultimo è circa la metà), gli spostamenti superficiali stimati per evento permettono di ipotizzare un intervallo di ricorrenza di circa 700 anni. Questo tempo di ritorno aumenta se il tasso di 1 mm/anno comprende una parte di spostamenti non sismici o spostamenti collegati a terremoti di bassa magnitudo. [4]

Dalla previsione della magnitudo a cui potrebbe essere soggetta la zona investigata è possibile inoltre risalire all'accelerazione gravitazionale che il sisma trasmette al terreno attraverso la propagazione delle onde sismiche. La legge di regressione non lineare per l'attenuazione del picco di accelerazione (Sabetta e Pugliese, 1987) si applica indistintamente a tutto il territorio italiano e per magnitudo M_w comprese tra 4.6 – 6.8. La relazione dipende da alcuni parametri come la

magnitudo momento M_w , la distanza epicentrale del sito considerato e la tipologia del suolo presente in sito. [7]

$$\log a_{gMAX} = -1.562 + 0.306M_w - \log \sqrt{d^2 + 5.8^2} + 0.169S_1 \pm 0.19$$

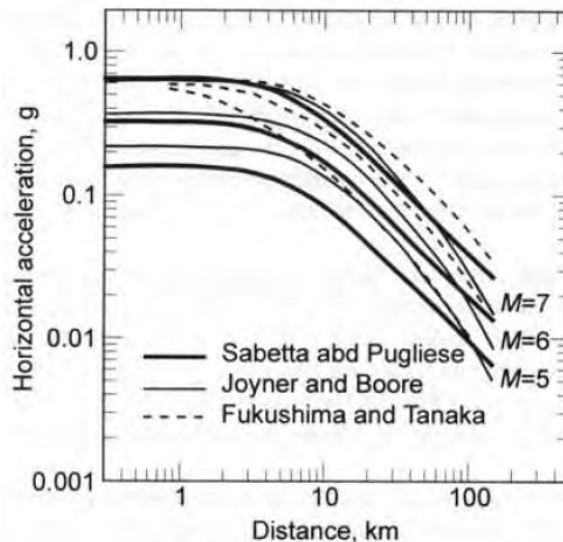
Con a_{gMAX} : picco di accelerazione massima al suolo

M_w : magnitudo momento, termine adimensionale che misura le dimensioni dei terremoti in termini di energia liberata.

d : distanza epicentrale in km

S_1 : coefficiente che rappresenta la tipologia di suolo, assume valore pari a 0 per depositi profondi e rigidi, mentre per strati superficiali poco profondi e deformabili è uguale a 1.

± 0.19 : valore assunto per considerare la deviazione standard del picco di accelerazione massima al suolo, ovvero la stima della variabilità dei dati assunti



1.11 Diagramma attenuazione picco di accelerazione [7]

Per il caso in esame, ponendo:

$$M_w = 6.7;$$

$d = 8$ km, distanza che separa la struttura dalla sorgente sismogenetica della faglia Montello–Conegliano;

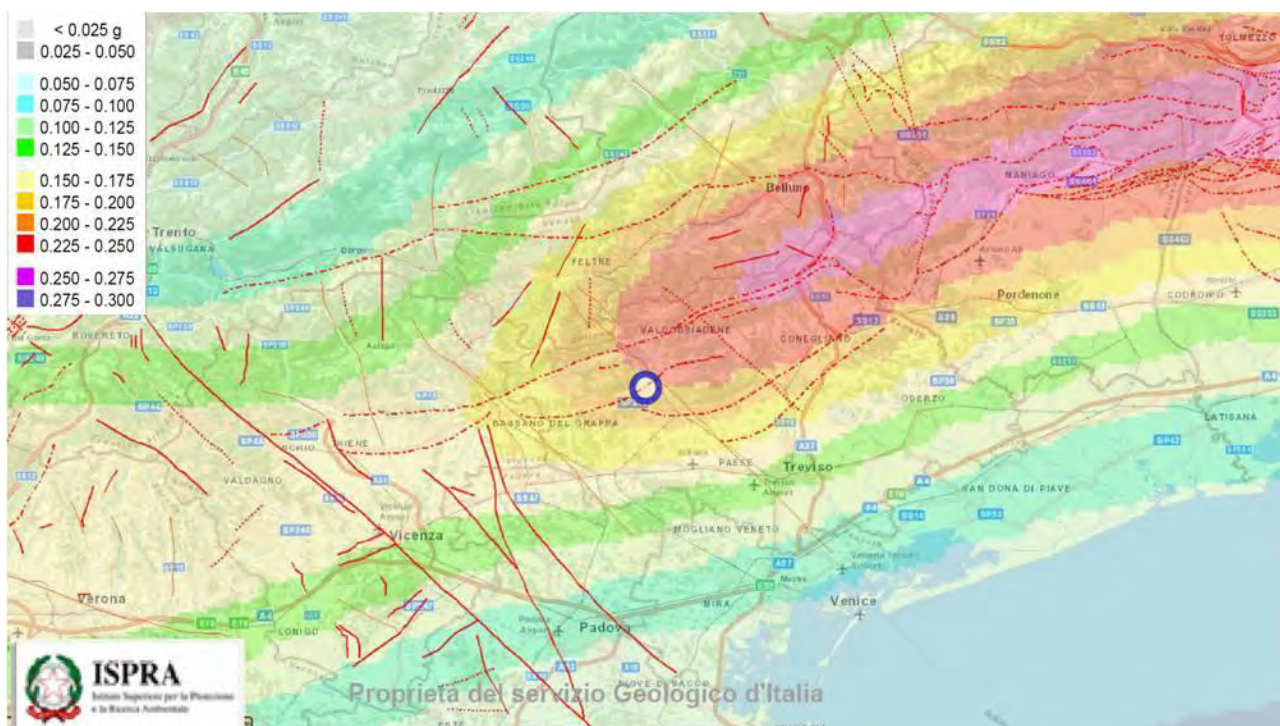
$$S_1 = 0 \text{ per roccia};$$

secondo la legge Sabetta e Pugliese si ottiene un picco di accelerazione orizzontale al suolo:

$$0.201 < a_{gMAX}[g] < 0.482$$

Tale valutazione è in accordo con le valutazioni effettuate dall'INGV (Istituto Nazionale Geologia e Vulcanologia) nella Classificazione per la pericolosità sismica del Territorio nazionale, di cui si

riporta una mappa tratta dal portale telematico SGI GeoMapView di proprietà del Servizio Geologico d'Italia.



1.12 Mappa Pericolosità sismica

Tali valori saranno in seguito confrontati con i valori imposti da normativa.

1.7 Richiami sulla rilevazione degli eventi sismici

1.7.1 Intensità

L'intensità di un terremoto si basa sui danni e gli altri effetti osservati su popolazione, cose e manufatti; i quali possono variare all'interno della stessa zona di rilevazione secondo diversi fattori come la distanza dall'epicentro e la diversa conformazione geomorfologica e litologica del terreno. La scala, che solitamente si usa per misurare l'intensità di un evento sismico, fu introdotta dal sismologo e vulcanologo Giuseppe Mercalli nel 1902 e prende il nome appunto di scala Mercalli. La stessa scala, sempre nel 1902, venne espansa dai 10 originari gradi fino a 12 dal fisico italiano Cancani e in seguito fu riscritta da geofisico tedesco Sieberg per assumere la forma definitiva che conosciamo oggi. La scala Mercalli-Cancani-Sieberg (MCS), più comunemente riconosciuta come scala Mercalli, si basa sugli effetti prodotti dai terremoti e non è definita in relazione a grandezze fisiche rilevabili da strumentazione specifica come ampiezza della scossa, velocità o accelerazione di picco. [8]

Grado	Scossa	Descrizione
I	impercettibile	Avvertita solo dagli strumenti sismici.
II	molto leggera	Avvertita solo da qualche persona in opportune condizioni.
III	leggera	Avvertita da poche persone.
IV	moderata	Avvertita da molte persone; tremito di infissi e cristalli, e leggere oscillazioni di oggetti appesi.
V	piuttosto forte	Avvertita anche da persone addormentate; caduta di oggetti.
VI	forte	Qualche leggera lesione negli edifici e finestre in frantumi.
VII	molto forte	Caduta di fumaiole, lesioni negli edifici.
VIII	rovinosa	Rovina parziale di qualche edificio; qualche vittima isolata.
IX	distruttiva	Rovina totale di alcuni edifici e gravi lesioni in molti altri; vittime umane sparse ma non numerose.
X	completamente distruttiva	Rovina di molti edifici; molte vittime umane; crepacci nel suolo.
XI	catastrofica	Distruzione di agglomerati urbani; moltissime vittime; crepacci e frane nel suolo; maremoto.
XII	apocalittica	Distruzione di ogni manufatto; pochi superstiti; sconvolgimento del suolo; maremoto distruttivo; fuoriuscita di lava dal terreno.

Tabella 1.2 Scala Mercalli – Cancani – Sieberg [8]

In seguito la classificazione fu rivista nel 1931 dai sismologi americani Wood e Neumann, i quali definirono una scala Mercalli Modificata (MM) composta da 12 gradi di intensità da I a XII con intensità crescente, dove i gradi più bassi si basano sugli effetti risentiti dalle persone mentre quelli più alti si fondano sull'osservazione dei danni alle strutture. [9]

Intensità	Effetti del terremoto osservati
I	Non percepito se non da poche persone in circostanze particolarmente favorevoli
II	Percepito da persone in riposo nei piani superiori delle case o in posizione favorevole
III	Percepito nelle case. Oscillazione di oggetti appesi. Vibrazione come al passaggio di autocarri leggeri. Durata stimabile. Talora non riconosciuto come terremoto
IV	Oscillazione di oggetti appesi. Vibrazioni come al passaggio di autocarri pesanti, o scossa come di una pesante palla che colpisce le pareti. Oscillazione di automezzi fermi. Movimenti di piatti, di porte e finestre. Tintinnio di vetri. Vibrazioni di vasellami. Nel suo stadio superiore, scricchiolio di pareti e di strutture di legno
V	Risentito all'esterno; stima della direzione. Sveglia di persone dormienti. Movimento della superficie dei liquidi, versamento di taluni dai recipienti. Spostamento o rovesciamento di piccoli oggetti instabili. Oscillazione di porte che si aprono e si chiudono. Movimento di imposte e quadri. Arresto, messa in moto, cambiamento del passo di orologi a pendolo
VI	Sentito da tutti. Spavento, fuga all'esterno. Barcollare di persone in moto. Rottura di

	<p>vetrine, piatti, vetrerie. Caduta dagli scaffali di ninnoli, libri, ecc. e di quadri dalle pareti. Spostamento o ribaltamento di mobili. Screpolature di intonachi deboli e di murature di scarsa qualità. Suono di campanelli (chiese, scuole). Stormire di alberi e di cespugli</p>
VII	<p>Difficile stare in piedi. Risentito dai guidatori di automezzi. Tremolio di oggetti appesi. Rottura di mobili. Danni alle murature di scarsa qualità, incluse fenditure. Rottura di comignoli deboli situati sul colmo dei tetti. Caduta di intonachi, mattoni, pietre, tegole, cornicioni (anche di parapetti isolati e ornamenti architettonici). Qualche lesione alle murature di mediocre qualità. Formazione di onde sugli specchi di acqua, intorbidamento delle acque. Piccoli smottamenti e frane in depositi di sabbia e ghiaia. Forte suono di campane. Danni ai canali di irrigazione rivestiti.</p>
VIII	<p>Risentito nella guida di automezzi. Danni alle murature di mediocre qualità, crolli parziali. Alcuni danni a murature di buona qualità, non armate. Caduta di stucchi e di alcune pareti di muratura. Rotazione e caduta di camini, ciminiere industriali, monumenti, torri, serbatoi elevati. Costruzioni con strutture in legname smosse dalle fondazioni se non imbullonate; pannelli delle pareti lanciati fuori. Rottura di palizzate deteriorate. Rottura di rami di alberi. Variazioni di portata o di temperatura di sorgenti e pozzi. Crepacci nel terreno e su pendii ripidi</p>
IX	<p>Panico generale. Distruzione di murature di scarsa qualità, gravi danni a murature di mediocre qualità talvolta con crollo completo; seri danni a murature di buona qualità; danni generali alle fondazioni; strutture in legname svincolate dalle fondazioni se non imbullonate; strutture in legname messe a prova. Gravi danni ai serbatoi. Rottura di tubazioni sotterranee. Rilevanti crepacci nel terreno. Nelle aree alluvionali espulsione di sabbia e fango, formazione di crateri di sabbia</p>
X	<p>Distruzione di gran parte delle murature e delle strutture in legname, con le loro fondazioni. Distruzioni di alcune robuste strutture di legno, con le loro fondazioni. Distruzione di alcune robuste strutture di legno e di ponti. Gravi danni a dighe, briglie, argini. Grandi frane. Disalveamento delle acque di canali, fiumi, laghi, ecc. Traslazione orizzontale di sabbie e argille sulle spiagge e su regioni piane. Rotaie debolmente deviate</p>
XI	<p>Rotaie fortemente deviate. Tubazioni sotterranee completamente fuori servizio</p>
XII	<p>Distruzione pressoché totale. Spostamento di grandi masse rocciose. Linee di riferimento deformate. Oggetti lanciati in aria</p>

Tabella 1.3 Scala Mercalli Modificata [9]

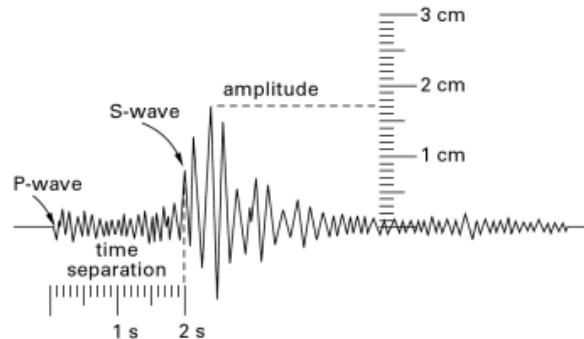
1.7.2 Magnitudo

La magnitudo è la grandezza introdotta nel 1935 dallo scienziato Richter per misurare la potenza di un terremoto a partire dai dati strumentali registrati, in modo che il grado di distruzione di un sisma non fosse più influenzato dalle tecniche costruttive adottate nella zona colpita. La Scala Magnitudo Richter che ne deriva è espressa da numeri interi e decimali, non ha limiti né superiori né inferiori.

Il valore della magnitudo, definita anche come magnitudo locale M_L , esprime con un logaritmo in base 10 il rapporto tra l'ampiezza della traccia registrata (A) per un dato evento sismico da un

sismografo a torsione e l'ampiezza campione (A_0) di 1 micrometro (0.001 mm) registrata per un terremoto con lo stesso strumento posto a 100 km di distanza dall'epicentro.

$$M_L = \log_{10} \frac{A}{A_0}$$



1.13 Ampiezza di una traccia per un sismografo a torsione [10]

La magnitudo si definisce quindi come un rapporto tra grandezze omogenee e quindi risulta priva di unità di misura. Tuttavia l'energia (espressa in J) rilasciata da un terremoto, a cui è strettamente correlato il suo potere distruttivo, è proporzionale all'ampiezza di oscillazione elevata a 3/2. Quindi, in termini di energia rilasciata, una differenza di magnitudo pari a 1,0 è equivalente ad un fattore 31.6 cioè $(10^1)^{(3/2)}$, mentre una differenza di magnitudo pari a 2,0 è equivalente ad un fattore 1000 cioè $(10^2)^{(3/2)}$, secondo questa proporzione il raddoppio dell'energia rilasciata si verifica per un aumento di magnitudo pari a 0.2. [10]

In seguito il concetto di magnitudo è stato ulteriormente sviluppato fino a definire una misura chiamata Magnitudo Momento M_w , la quale risulta maggiormente legata ai parametri fisici del terremoto. La magnitudo momento è utilizzata dai sismologi per misurare la dimensioni dei terremoti in termini di energia liberata, è un parametro adimensionale pari a:

$$M_w = \frac{2}{3} (\log_{10} M_0 - 9.1)$$

con w : pedice che sta ad indicare il lavoro meccanico;

M_0 : momento sismico all'ipocentro da esprimere in $N \cdot m$;

le costanti sono scelte in modo da avere valori simili alla scala Richter;

dove il momento sismico è a sua volta definito come:

$$M_0 = \mu S \langle u \rangle$$

Con μ : modulo di taglio delle rocce coinvolte, di solito 30 GPa;

S : area di rottura lungo la faglia dove è avvenuto il terremoto;

$\langle u \rangle$: spostamento medio lungo la faglia.

1.7.3 PGA, Picco di Accelerazione al Suolo

Il PGA è il parametro che misura la massima accelerazione del suolo indotta da un sisma, si rileva attraverso l'utilizzo di accelerometri. Questa misura riporta l'intensità di un terremoto in una specifica area geografica. Trattandosi di un'accelerazione l'unità di misura è m/s^2 , ma è più usuale

far riferimento all'accelerazione gravitazionale g e quindi riportare il PGA come frazione o percentuale di g .

$$PGA = \frac{a_{m/s^2}}{9.81} \times 100\%$$

Il parametro PGA si può confrontare con la scala Mercalli, poiché, mentre quest'ultima stima l'intensità di un evento sismico dagli effetti risentiti da persone e manufatti, il PGA ricorre a una misurazione strumentale per quantificare la stessa grandezza. È possibile quindi, in una zona geografica in cui si adottano tecniche costruttive molto simili, porre in relazione pur sempre in modo approssimato la Scala Mercalli Modificata e il valore di Picco di accelerazione al suolo. [10]

MMI	PGA [g]
IV	0.03 e inferiore
V	0.03 - 0.08
VI	0.08 - 0.15
VII	0.15 - 0.25
VIII	0.25 - 0.45
IX	0.45 - 0.60
X	0.60 - 0.80
XI	0.80 - 0.90
XII	0.90 e superiore

Tabella 1.4 Relazione approssimata tra Scala Mercalli Modificata e PGA

2 CONOSCENZA DEL MANUFATTO

La conoscenza della costruzione storica in muratura è un presupposto fondamentale sia ai fini di una attendibile valutazione della sicurezza sismica attuale sia per la scelta di un efficace intervento di miglioramento. Le problematiche sono quelle comuni a tutti gli edifici esistenti, anche se nel caso del patrimonio culturale tutelato, ancora più importante risulta conoscere le caratteristiche originarie della fabbrica, le modifiche intercorse nel tempo dovute ai fenomeni di danneggiamento derivanti dalle trasformazioni antropiche, all'inevchiamento dei materiali e agli eventi calamitosi; tuttavia, in relazione alla necessità di impedire perdite irrimediabili, l'esecuzione di una completa campagna di indagini può risultare troppo invasiva sulla fabbrica stessa.

Si ha pertanto la necessità di affinare tecniche di analisi ed interpretazione dei manufatti storici mediante fasi conoscitive dal diverso grado di attendibilità, anche in relazione al loro impatto. La conoscenza può infatti essere conseguita con diversi livelli di approfondimento, in funzione dell'accuratezza delle operazioni di rilievo, delle ricerche storiche, e delle indagini sperimentali. Tali operazioni saranno funzione degli obiettivi preposti ed andranno ad interessare tutto o in parte l'edificio, a seconda della tipologia dell'intervento previsto. Lo studio delle caratteristiche della fabbrica è teso alla definizione di un modello interpretativo che consenta, nelle diverse fasi della sua calibrazione, sia un'interpretazione qualitativa del funzionamento strutturale, sia l'analisi strutturale per una valutazione quantitativa. Il grado di attendibilità del modello sarà strettamente legato al livello di approfondimento ed ai dati disponibili.

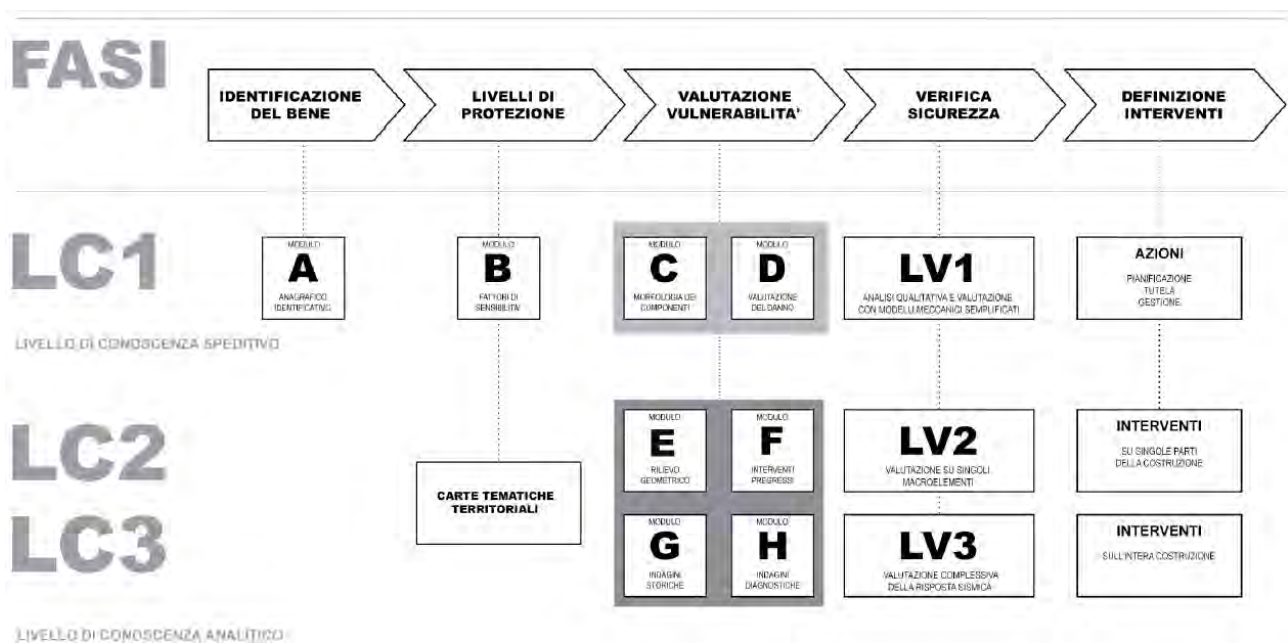
Da questo punto di vista vengono introdotti diversi livelli di conoscenza, ad approfondimento crescente, al quale saranno legati fattori di confidenza da utilizzare nell'analisi finalizzata sia alla valutazione dello stato attuale sia a seguito degli eventuali interventi.

Il percorso della conoscenza può essere ricondotto alle seguenti attività:

- l'identificazione della costruzione, la sua localizzazione in relazione a particolari aree a rischio, ed il rapporto della stessa con il contesto urbano circostante; l'analisi consiste in un primo rilievo schematico del manufatto e nell'identificazione di eventuali elementi di pregio (apparati decorativi fissi, beni artistici mobili) che possono condizionare il livello di rischio; il rilievo geometrico della costruzione nello stato attuale, inteso come completa descrizione stereometrica della fabbrica, compresi gli eventuali fenomeni fessurativi e deformativi. Il rilievo materico costruttivo deve permettere di individuare completamente l'organismo resistente della fabbrica, tenendo anche presente la qualità e lo stato di conservazione dei materiali e degli elementi costitutivi.;
- l'individuazione della evoluzione della fabbrica, intesa come sequenza delle fasi di trasformazione edilizia, dall'ipotetica configurazione originaria all'attuale;

- l'individuazione degli elementi costituenti l'organismo resistente, nell'accezione materica e costruttiva, con una particolare attenzione rivolta alle tecniche di realizzazione, ai dettagli costruttivi ed alla connessioni tra gli elementi;
- l'identificazione dei materiali, del loro stato di degrado, delle loro proprietà meccaniche;
- la conoscenza del sottosuolo e delle strutture di fondazione, con riferimento anche alle variazioni avvenute nel tempo ed ai relativi dissesti.

In considerazione delle specifiche modalità di analisi strutturale dei meccanismi di collasso dei manufatti storici in muratura le indagini conoscitive dovranno concentrarsi prevalentemente sull'individuazione della storia del manufatto (specie in relazione agli eventi sismici pregressi), sulla geometria degli elementi strutturali, sulle tecniche costruttive (con riferimento a quelle abitualmente adottate in ciascun contesto territoriale) e sui fenomeni di dissesto e di degrado. [C]



2.1 Schema logico del percorso di conoscenza del manufatto [C]

2.1 Analisi storica del santuario e degli interventi

In ordine cronologico, come già anticipato nel capitolo precedente, la torre campanaria costituisce l'ultimo corpo di fabbrica inserito nel complesso del santuario mariano come da testimonianza la targa datata 1890, anno in cui si fa risalire la ricostruzione e il recupero della torre così come la conosciamo oggi.



**DALLA CARITÀ PUBBLICA
FABBRICATO
1890
RETTORE DON LUIGI DE MARCHI**

2.2 Targa collocata sul lato est del fabbricato

L'insediamento che domina sia il letto del Piave sia l'alta pianura trevigiana ha origini molto più remote, infatti i primi documenti che attestano la presenza della struttura risalgono all'anno 1000, quando l'imperatore Ottone donò al vescovo di Treviso il territorio della Rocca con tutte le sue pertinenze; in seguito la diocesi provvide a erigere la prima fortezza a presidio dei territori circostanti. Da quel momento la rocca cambiò svariati proprietari e resistette ad altrettante battaglie e lotte tra famiglie rivali, alternando periodi di effettivo utilizzo con scopi militari a fasi di degrado e incuria. Per ricercare l'origine del santuario così come lo si conosce oggi risulta di particolare importanza l'età medioevale, nello specifico l'inizio del XII secolo, quando ormai il presidio militare risulta completamente distrutto e quel che ne rimane non è altro che la chiesetta all'interno del possedimento.

Se una bolla papale del 1245 testimonia già la presenza di una chiesetta dedicata alla Madonna all'interno del presidio militare (a quel tempo in possesso del tiranno Ezzellino da Romano), è nel 1317 che il signore Cangrande della Scala, dopo aver liberato i territori circostanti dalla sanguinosa

tirannia e distrutto la rocca militare, lascia in eredità la cappellina mariana con il desiderio che “esso luogo fosse lasciato a un prete di buona fama e vita, eletto dall’Arciprete e masser di Cornuda il quale abbia di continuo a far residenza in detto luogo”. Da allora la struttura ecclesiale passa di mano tra diversi ordini di monaci e di suore che contribuirono a ampliare e costruire le diverse strutture del santuario, significativo il restauro del 1450 ordinato da Caterina Coderta.

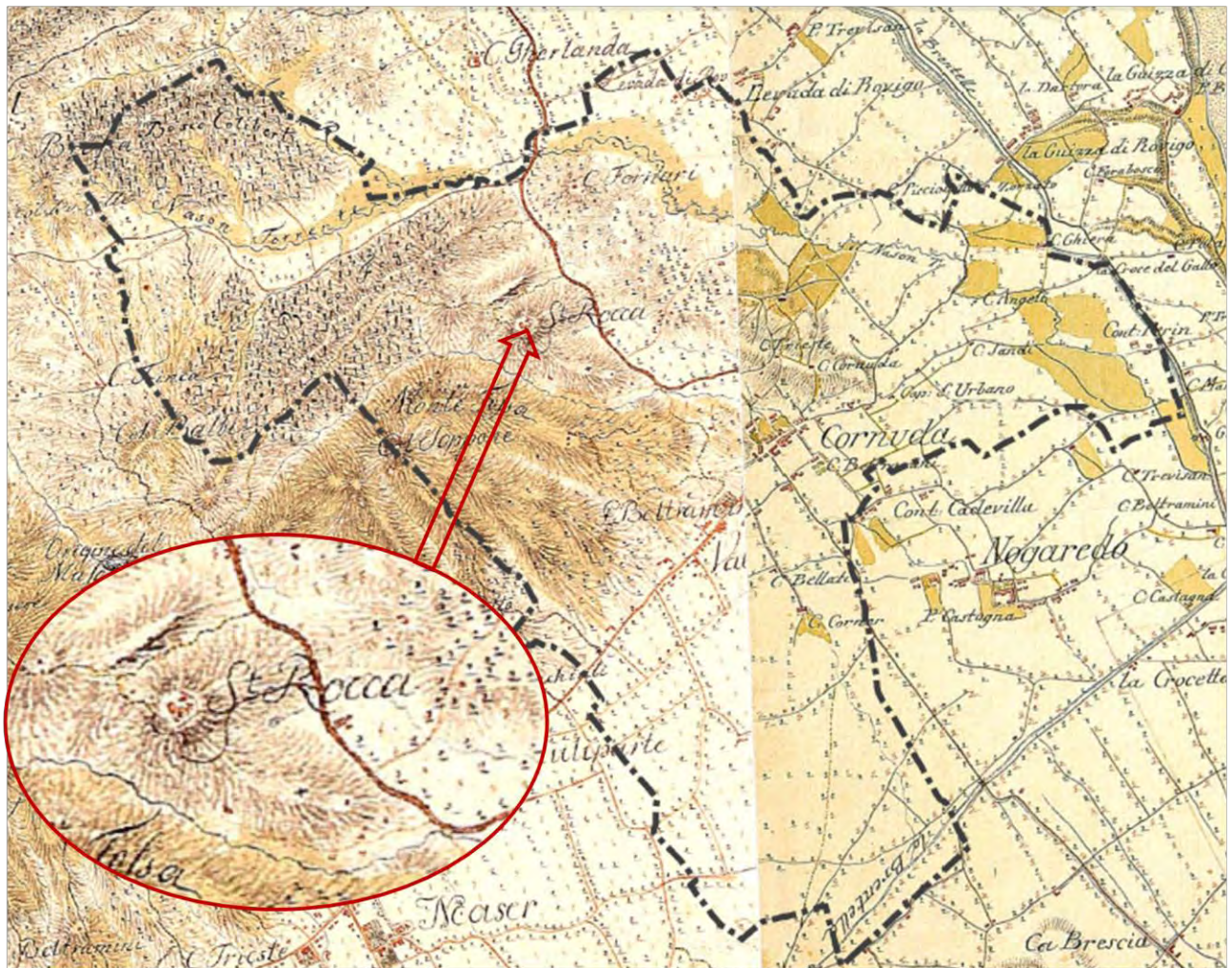
La torre campanaria ha origini successive e se ne ha notizia in un documento notarile, in cui all’ordine delle suore Agostiniane di Bassano “fu racconciata la Chiesa col campanile, col cimitero e col chiostro” su istanza di Regina Cornaro di Asolo.

In seguito, nel 1659 il rettore della cappella si adoperò per riedificare una nuova e più ampia chiesa, ossia l'attuale Santuario, il quale fu restaurato dopo i danni subiti dalle granate austriache durante la prima guerra mondiale. La chiesa sarà poi definitivamente ampliata nel 1946 inglobando il pronao fino alle quattro colonne della facciata, ricavando così la tribuna per l'organo e i cantori.

Per quanto riguarda il campanile invece subisce un intervento di ricostruzione sostanziale alla fine del 1800 per assumere le fattezze che si possono osservare attualmente, il lavoro svolto è testimoniato dalla targa datata 1890 posta ai piedi del campanile. [1] [11]

Recentemente, nell’estate del 2013, la torre campanaria ha subito un intervento di restauro volto a ristabilire la coesione dei pannelli murari andando a eliminare i quadri fessurativi, ma soprattutto per ridurre le dannose spinte dinamiche indotte dal moto del concerto campanario.

Si riporta ora l’elaborato grafico che riporta la cartografia storica (Kriegskarte 1804) del territorio comunale di Cornuda in cui è ben visibile la chiesa della Madonna della Rocca con le sue pertinenze. La carta è stata ricavata dalla carta militare topografico – geometrica del Ducato di Venezia del 1804.



2.3 Carta tematica: cartografia storica (1804) [2]

2.2 Rilievo metrico

La torre campanaria è alta complessivamente 19.70 m con base quadrata, il cui lato al livello del piano campagna misura 3.70 m, per poi rastremarsi fino al livello della cella campanaria, dove raggiunge i 2.90 m di larghezza, e rimanere pressoché costante fino in sommità (escludendo gli elementi decorativi). L'opera si può considerare isolata in quanto risulta addossata solo da un lato e con l'unico scopo di permettere il passaggio all'interno del campanile, in quanto l'accesso avviene dal locale della sacrestia, inoltre la muratura perimetrale del locale non sono particolarmente spessi da poter essere messi a confronto con la rigidità strutturale del basamento.

La struttura, da una veloce analisi visiva, è facilmente suddivisibile nei tre macroelementi che tipicamente caratterizzano i campanili, ovvero il basamento, il fusto o tronco e la cella campanaria, nel caso oggetto di studio non è presente una cuspide o dei pinnacoli ma la sommità è composta da semplici pannelli murari che terminano con merlatura ghibellina, elementi tipici dell'architettura militare medioevale.

Il basamento ha una forma tronco – piramidale alta circa 3.50 m, nel lato ovest è presente un'apertura che permette l'accesso all'interno della torre, dove è presente una canna quadrata a sezione costante di lato 1.60 m che si estende fino alla cella campanaria. Esternamente il basamento si presenta costituito da blocchi lapidei squadri di grandi dimensioni, mentre l'accesso offerto dalla porta è rivestito da mattoni pieni in laterizio e i paramenti interni sono costituiti da murature a sacco caratterizzata da una matrice molto confusa e disordinata in cui, oltre ai mattoni pieni in laterizio, sono presenti anche blocchi di conglomerato naturale.

Il fusto del campanile si sviluppa per un'altezza di circa 11.1 m, ha la forma di un parallelepipedo cavo a base quadrata con una lieve rastremazione all'estradosso distribuita lungo tutto il tronco che porta ad avere una differenza di 4 cm tra il lato della sezione alla base e il lato della sezione in sommità. Sul lato est sono presenti tre piccole finestre disposte a circa 4 m di interasse tra loro, mentre sia sul lato est che su quello nord sono presenti, ad una quota di 11.70 m, due orologi con quadrante circolare con un diametro di 1.80 m, il meccanismo di regolazione è collocato presso il terzo orizzontamento ligneo e due asticelle metalliche lo collegano alle lancette attraverso dei fori sulla muratura di circa 10 cm di diametro. La cavità interna si mantiene costante come nel basamento con sezione quadrata di lato 1.60 m. A chiusura del fusto della torre è presente una soletta in calcestruzzo armato dello spessore di 14 cm, mentre all'interno sono presenti tre orizzontamenti lignei ben ammorsati alla muratura che fungono da appoggio per le scale a pioli lignei. I solai lignei, composti da un tavolato singolo che poggia su tre travi lignei di sezione quadrata con vertici smussati di larghezza 12 cm circa, sono posti rispettivamente ad una quota di 5.51 m, 8.12 m e 11.05 m dal piano campagna. Esternamente il fusto si presenta costituito da pannelli murari di buona fattura in mattoni pieni in laterizio e malta di calce in buono stato, ai quattro angoli sono presenti blocchi lapidei squadri disposti in modo ordinato e sfalsati tra loro. Non è stato possibile indagare sull'effettiva ammorsatura presente sia tra i vari pannelli, sia tra il singolo pannello e i blocchi in pietra posti alle estremità. I pannelli interni, come nel caso del basamento, sono invece costituiti da una muratura a sacco con una matrice molto confusa ed eterogenea, costituita da mattoni pieni in laterizio, pezzi di laterizio e conglomerato lapideo naturale in cui si possono distinguere ciottoli di piccola pezzatura. Non è stato possibile indagare sul grado di connessione esistente tra i pannelli murari esterni e la muratura a sacco interna.

La cella campanaria è caratterizzata da modeste aperture regolari e uguali su tutte e quattro le facce, la larghezza della sezione trasversale quadrata rimane costante su tutta l'altezza mentre varia la dimensione della cavità interna, infatti il lato della sezione cava passa da 1.60 a 1.87 m per ospitare il castello delle tre campane bronzee; i piedritti risultano comunque tozzi. La cella campanaria è costituita da pannelli murari in mattoni pieni in laterizio e malta di calce ben realizzati e ammorsati tra loro. Sulla sommità della cella è presente una soletta in calcestruzzo armato dello spessore di 20 cm. Sul lato interno dei piedritti disposti lungo la direzione est – ovest si osservano delle riduzioni della sezione ottenute eliminando porzioni di muratura per non ostruire la corsa delle

campane installate. Le varie cornici decorative disposte a diverse altezze lungo il fusto e la cella campanaria sono eseguite con elementi lapidei di limitato spessore sovrapposti.

Nel complesso le campane sono quattro, nella tabella sottostante sono riportate le caratteristiche geometriche che contraddistinguono ciascuna campana installata.

Campane a slancio

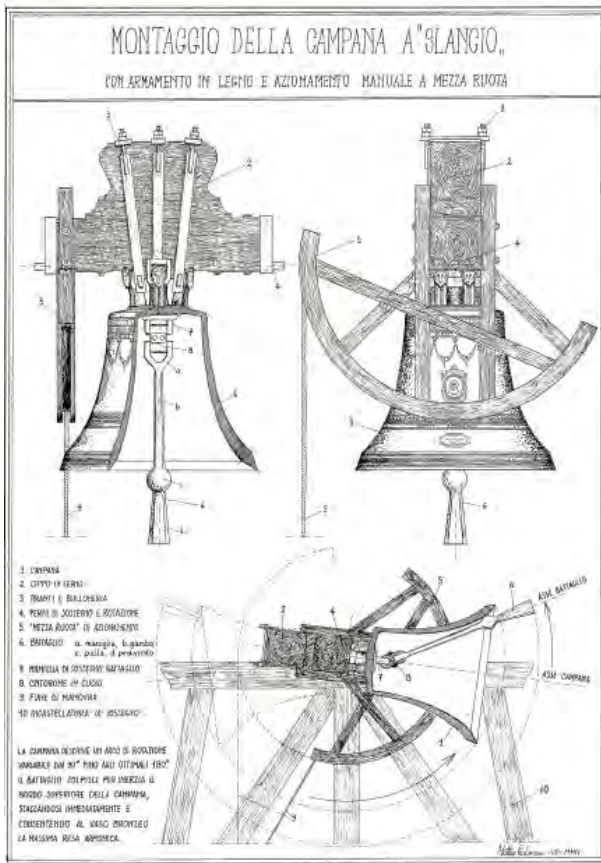
n.	Φ [mm]	Peso [kg]	Passo [mm]	Φ ruota [mm]	Ceppo [kg]	Spinta esercitata
1	810	300	760	880	140	3 volte il suo peso
2	720	220	740	800	120	3 volte il suo peso
3	620	150	760	700	100	3 volte il suo peso
4	330	23				

Tabella 2.1: caratteristiche geometriche campane con sistema a slancio

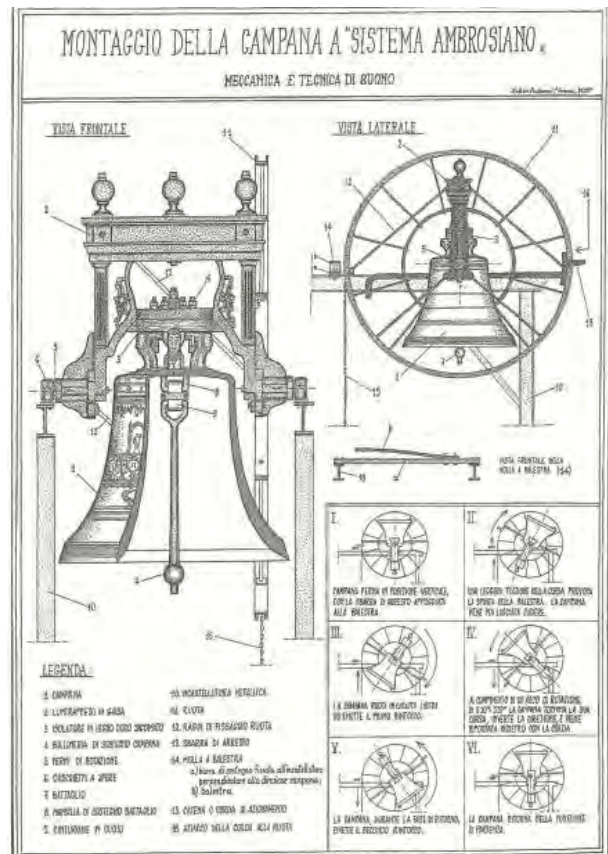
Con l'intervento di restauro effettuato nel 2013, lo schema strutturale del castello delle campane cambia radicalmente passando da un sistema a slancio ad un sistema ambrosiano modificato inoltre viene riprogettato l'intero castello che sostiene le campane in modo da ancorare l'intera struttura metallica non più alla porzione superiore della cella ma alla soletta in calcestruzzo armato posta alla base della cella frapponendo degli appoggi in neoprene per isolare il castello delle campane dalla struttura muraria.

Nel sistema a slancio la campana è appesa ad un ceppo di sostegno leggero, in legno o in metallo, che permette un movimento libero e veloce, l'asse di rotazione è situato più in alto rispetto alla corona (per questo nel caso specifico è stato necessario "scavare" i piedritti della cella). Le spinte dinamiche indotte dal moto campanario (azionato da un motore elettrico) sono trasmesse alla struttura dai sostegni posizionati nella porzione superiore della cella, questa disposizione comporta elevate sollecitazioni direttamente sull'elemento campanario meno rigido in quanto nella cella si riducono gli spessori e al tempo stesso sono presenti grandi aperture.

Il sistema ambrosiano è caratterizzato da un centro di rotazione posto notevolmente più in basso rispetto al sistema a slancio inoltre il ceppo di sostegno bilancia notevolmente la campana e ciò rende possibile il suono di campane anche di notevole peso con il minimo sforzo ma soprattutto riducendo al minimo le sollecitazioni indotte alla torre campanaria. Contrariamente a quanto accade nel sistema a slancio, il battaglio è di tipo cadente in quanto colpisce la campana nel bordo inferiore. Il sistema ambrosiano permette alla campana di salire in posizione verticale. [12]



2.4 Schema di campana a slancio [12]



2.5 Schema di campana a sistema ambrosiano [12]

Campane con sistema ambrosiano modificato

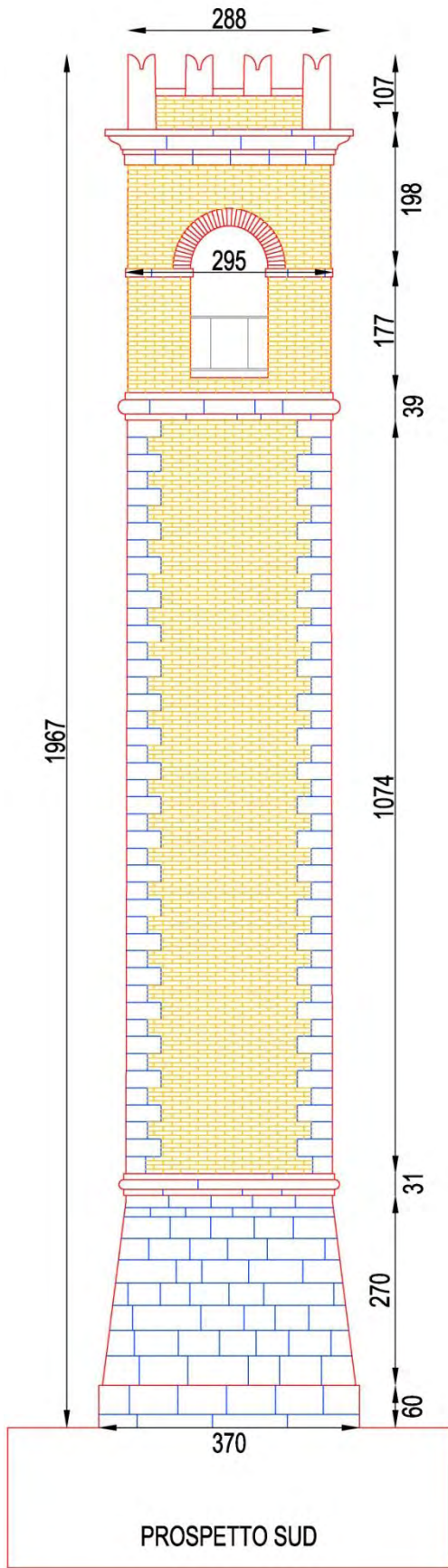
n.	Φ [mm]	Peso [kg]	Passo [mm]	Φ ruota [mm]	Spinta esercitata
1	810	300	560	1450	1.5 volte il suo peso
2	720	220	520	1350	1.5 volte il suo peso
3	620	150	460	1250	1.5 volte il suo peso
4	330	23			

Tabella 2.2: caratteristiche geometriche campane con sistema $\frac{1}{4}$ ambrosiano

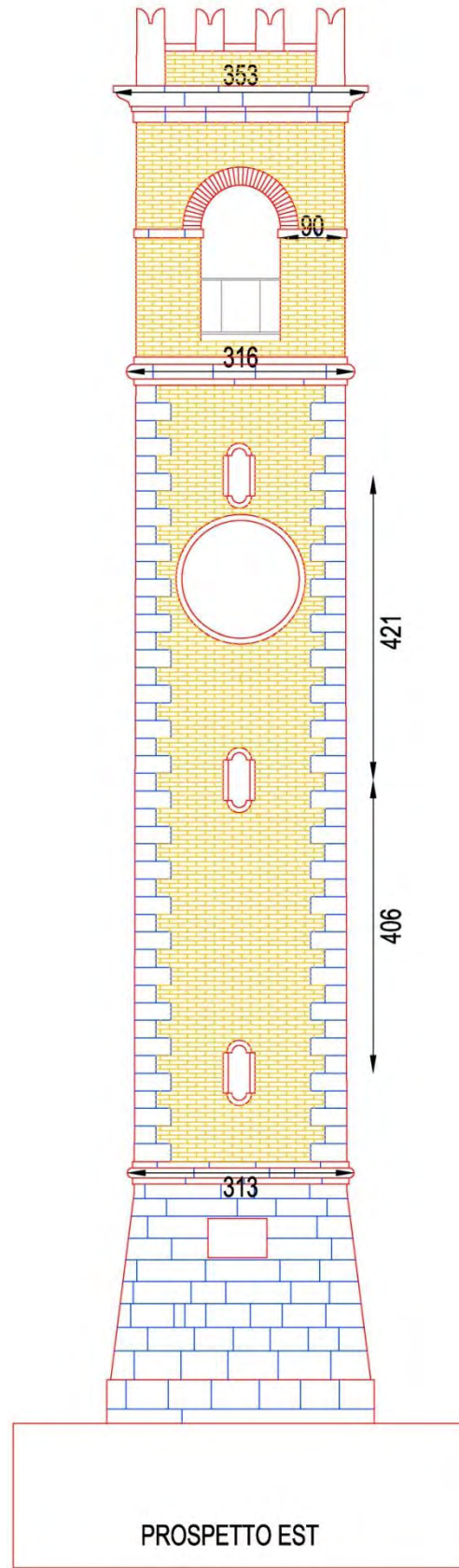
Come si può osservare con il nuovo sistema si riduce il passo (cioè la distanza verticale tra il centro di rotazione e il bordo battente) e allo stesso tempo aumenta il diametro della ruota che mette in movimento la campana, ma ancora più rilevante è l'abbattimento della spinta che si esercita sul castello e in seguito ulteriormente smorzata dagli appoggi in neoprene.

Inoltre nel recente restauro si è provveduto a migliorare la qualità dei paramenti e a ristabilire la coesione della muratura mediante una ristilatura dei giunti secondo quanto emerso dal quadro fessurativo rilevato. Mentre per ridurre le carenze dei collegamenti tra i due distinti paramenti, all'intradosso degli orizzontamenti si è intervenuto applicando delle cerchiature interne realizzate con fasce in acciaio inox larghe 12 cm e spesse 6 mm collegate alla muratura mediante barre filettate $\Phi 12$ di lunghezza pari a 34 cm.

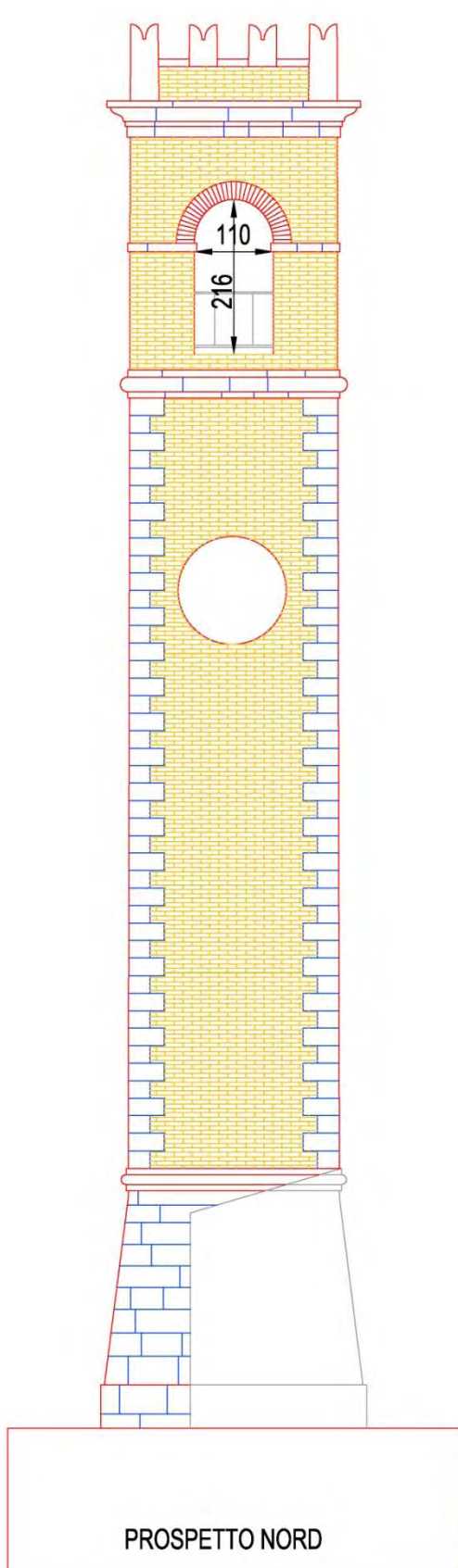
2.2.1 Elaborati grafici



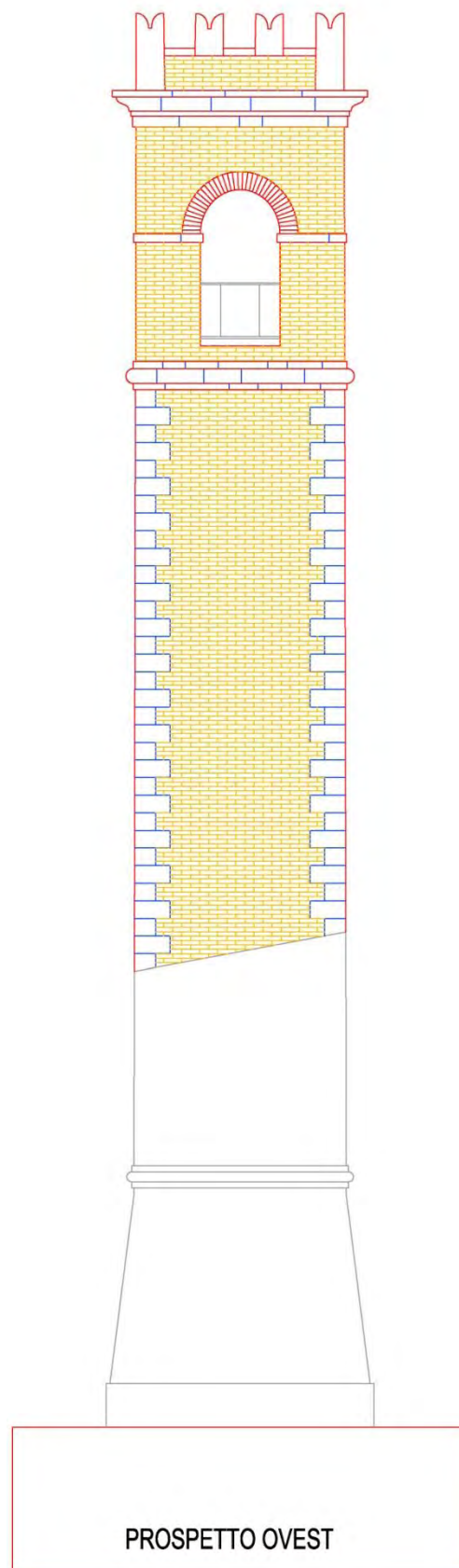
2.6 Prospetto SUD



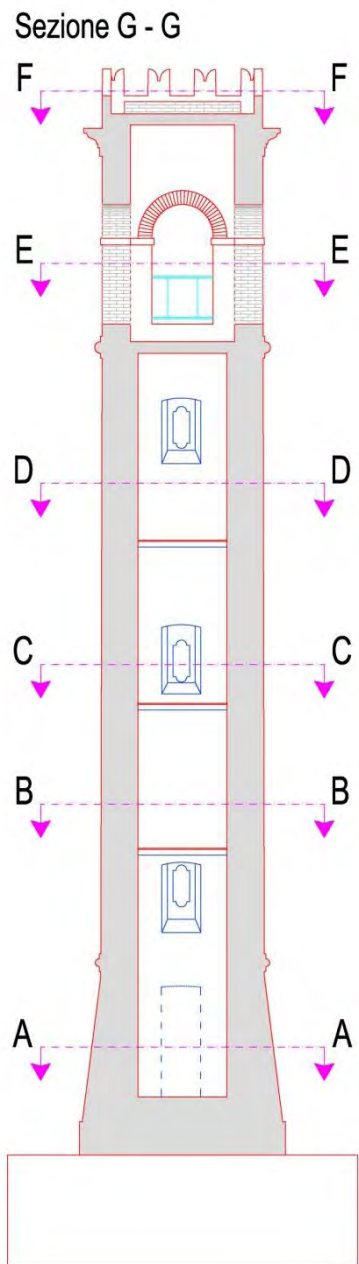
2.7 Prospetto EST



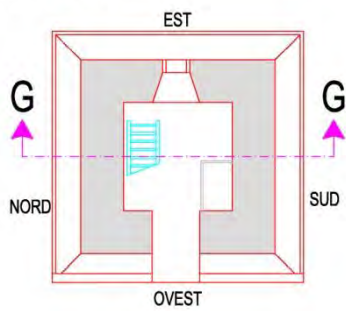
2.8 Prospetto NORD



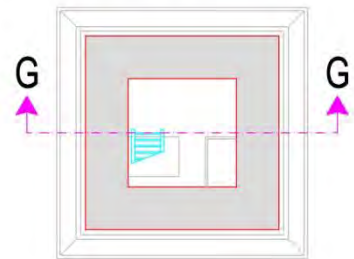
2.9 Prospetto OVEST



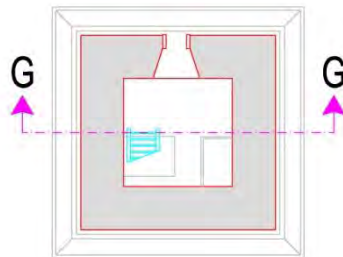
Sezione A - A



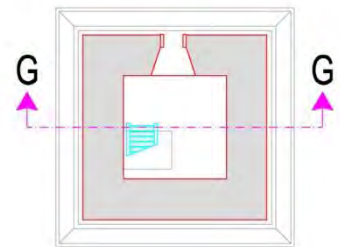
Sezione B - B



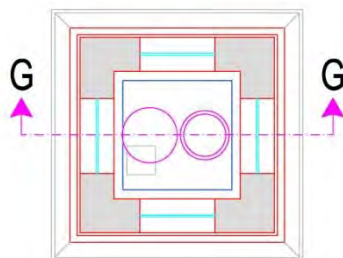
Sezione C - C



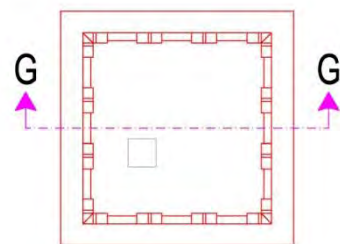
Sezione D - D



Sezione E - E



Sezione F - F



2.10 Sezioni e piante

2.2.2 Documentazione fotografica

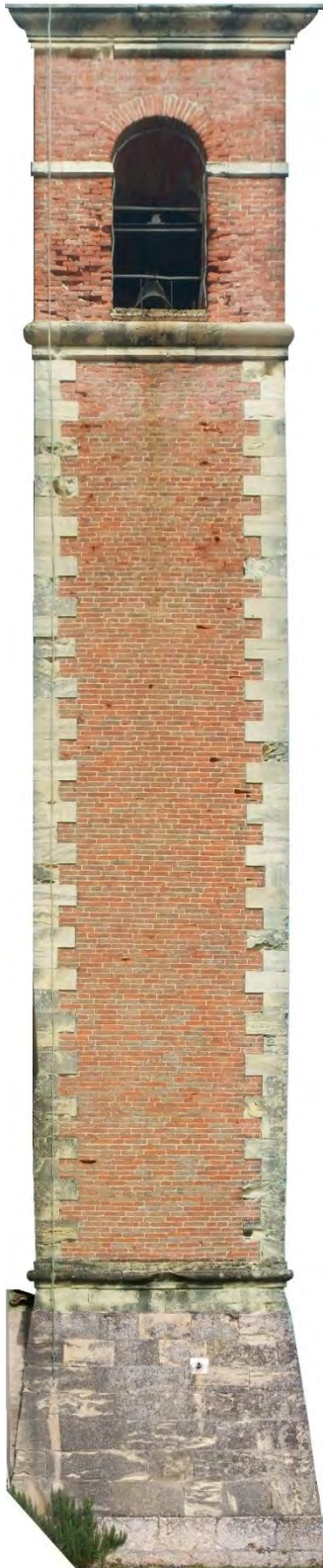


2.11 Prospetto Est antecedente al restauro 2013

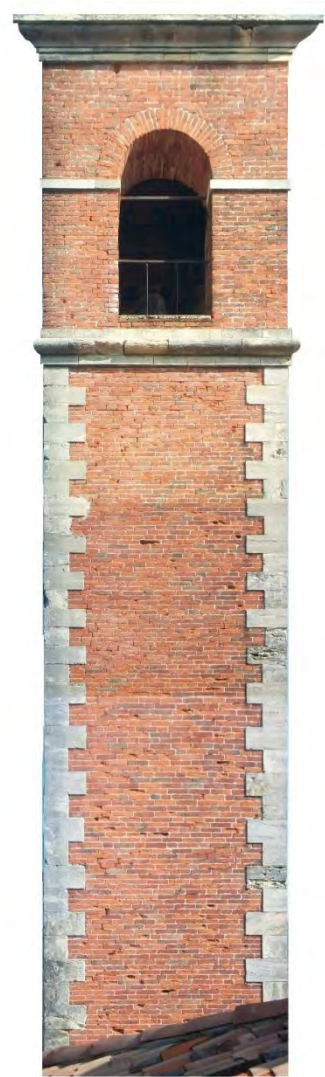


2.12 Prospetto Nord antecedente al restauro 2013

(per gentile concessione dell'arch. Piergiorgio Ditadi, Arkèstudio+)



2.13 Prospetto Sud antecedente al restauro 2013



2.14 Prospetto Ovest antecedente al restauro 2013

(per gentile concessione dell'arch. Piergiorgio Ditadi, Arkèstudio+)



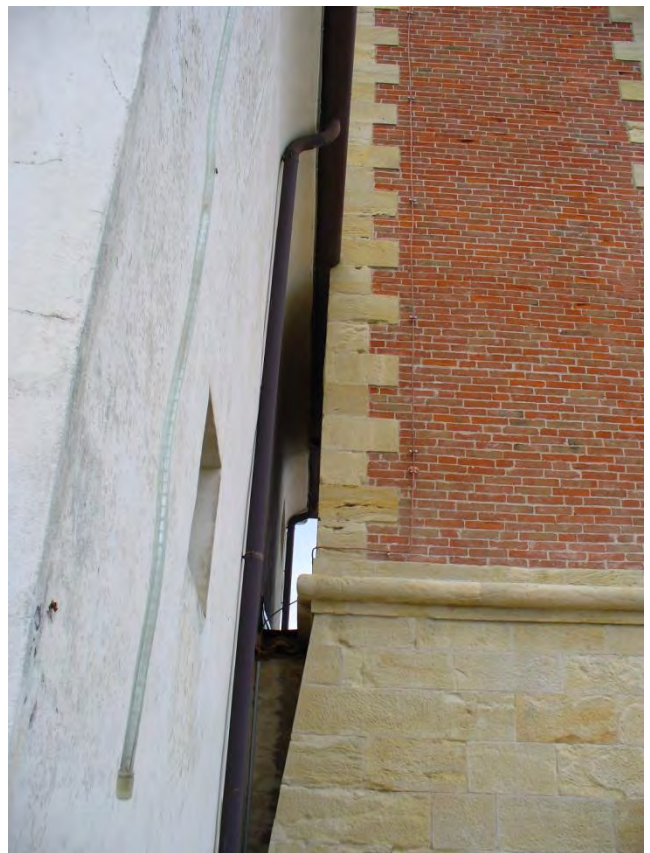
Basamento lato Est



Basamento lato Sud



Basamento lato Nord



Adiacenza campanile – sacrestia, lato Ovest

2.15 – 18 Foto del basamento



Prospetti Est e Nord



Prospetto Sud



Impatto da granata presso il quadrante
dell'orologio sul lato Nord



Geometria finestre lato Est

2.19 – 22 Foto relative al fusto



Cella campanaria, lato Nord



Cella campanaria, lato Sud

2.23 – 24 Foto della cella campanaria



Entrata nel campanile



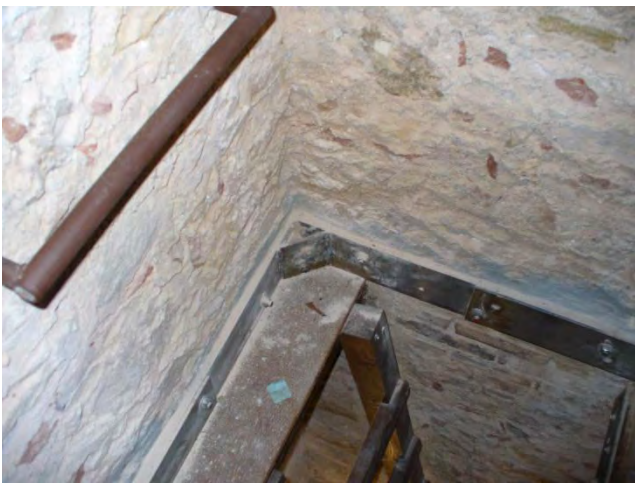
Paramenti murari livello 0



Finestra livello 2



Paramento murario livello 2



Accesso livello 1



Ammorsamento solai lignei



Intradosso Cella



Paramento murario livello 3

2.25 – 32 Foto relative all'interno del campanile



Scavo piedritti cella preesistenti



Scavo piedritti in direzione E - O

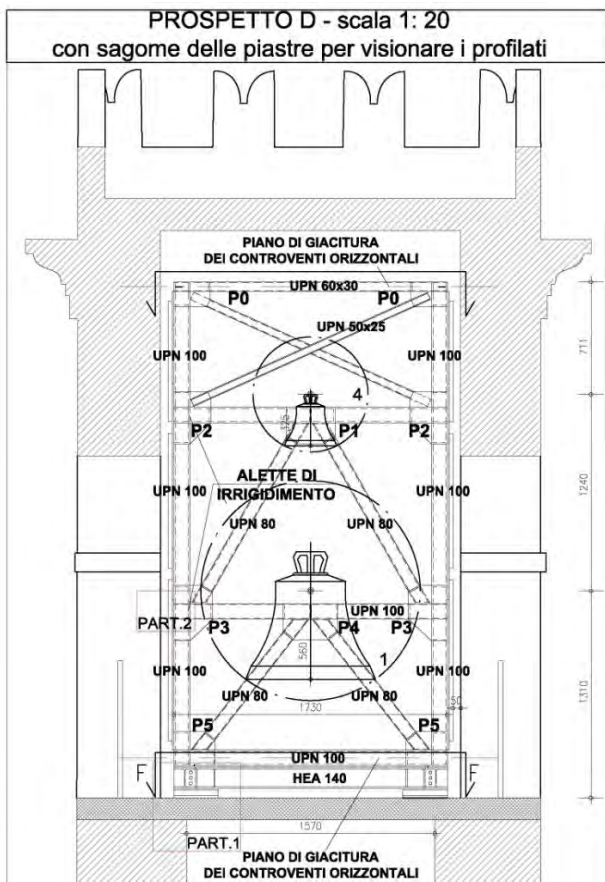
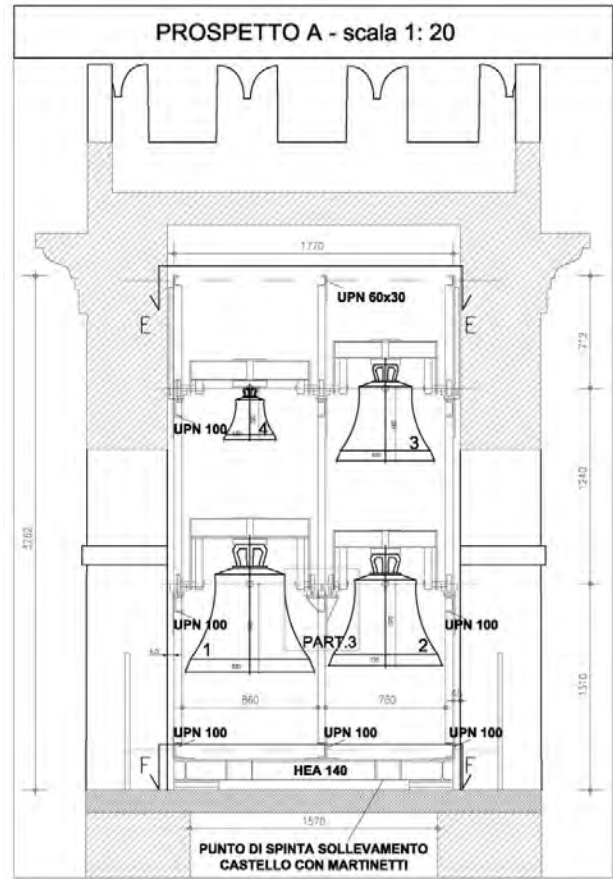
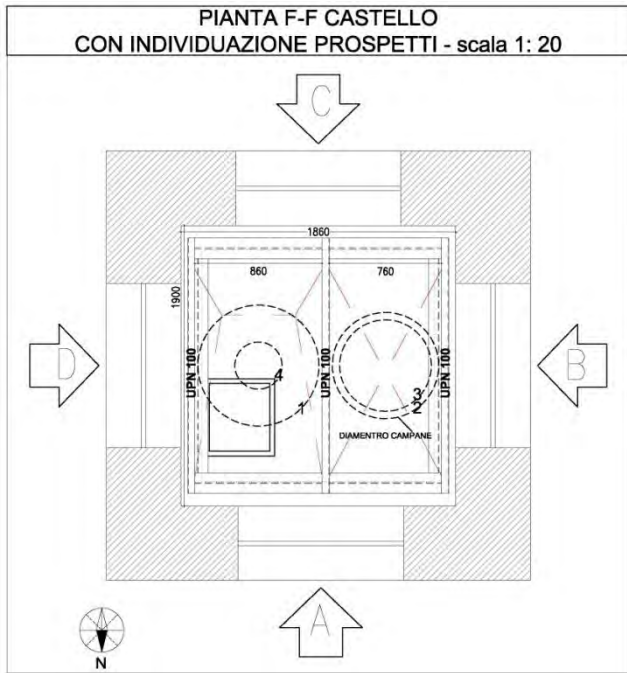


Sistema di fissaggio del castello

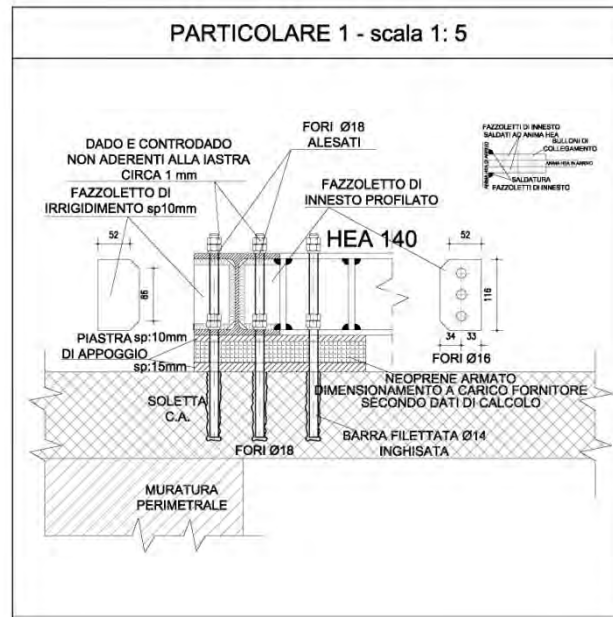


Dettaglio nodo

2.33 – 36 Foto relative al nuovo castello delle campane



**PARTICOLARI COSTRUTTIVI RIFERITI ALLA TAVOLA
PROG 1.0**



2.38 Disegni di progetto del nuovo castello delle campane

2.3 Rilievo materico costruttivo

Sebbene già ad una prima indagine visiva sia ben chiaro come si costituisce l'organismo resistente della fabbrica, ad un'analisi più approfondita emergono alcune criticità legate soprattutto alla qualità muraria e alla qualità dei collegamenti delle pareti verticali.

Infatti dall'esterno la struttura si può identificare come un edificio a torre in muratura con sezione scatolare quadrata e con discontinuità di rigidità localizzate nel passaggio tra basamento e fusto, a causa della riduzione dello spessore dei pannelli, e a livello della cella campanaria, per la presenza di grandi aperture. I pannelli murari esterni sono realizzati con mattoni pieni e presentano una buona tessitura eseguita mediante il regolare sfalsamento dei giunti. Mentre per quanto riguarda la malta di calce essa mantiene un buono stato di conservazione. L'unica criticità è localizzata nella qualità dei collegamenti eseguiti nei cantonali tra i pannelli murari e i blocchi lapidei squadrati disposti agli angoli esterni della sezione quadrata.

Mentre all'interno la struttura è realizzata sia con tutt'altra tipologia di muratura sia con un diverso metodo costruttivo. I pannelli murari risultano costituiti da una muratura con matrice disordinata nella quale, in estese porzioni, alla muratura in mattoni pieni si sostituisce una muratura costituita da un conglomerato lapideo naturale in cui si osserva la presenza di ciottoli di media pezzatura; in queste zone la matrice assume una struttura molto irregolare ed eterogenea. Queste variazioni sulla tipologia e sul metodo costruttivo della muratura introducono diverse incertezze legate all'interpretazione dello schema strutturale: in primo luogo non si può trascurare la possibilità che le pareti siano composte da due diversi paramenti murari, i quali, a loro volta, mostrano evidenti differenze di resistenza meccanica; di conseguenza quindi bisogna porre speciale attenzione sia nella valutazione dei collegamenti trasversali tra i due paramenti e l'ammorsamento effettivo, sia nella stima dello spessore assunto da ciascun pannello murario.

Per acquisire queste informazioni, ed eliminare alcune fonti di incertezza iniziali, usualmente si ricorre a tecniche di indagine non distruttive di tipo indiretto (termografia, georadar, tomografia sonica, ecc.) o ispezioni dirette debolmente distruttive (endoscopia, scrostamento di intonaci, saggi, piccoli scassi, ecc.) effettuate in punti significativi dell'opera. Purtroppo, per motivi economici e vincoli imposti dalla Soprintendenza per i beni architettonici e paesaggistici per le provincie di Venezia, Belluno, Padova e Treviso, nel caso in esame non è stato possibile effettuare alcun tipo di indagine e questo ha portato alla riduzione del livello di conoscenza e all'assunzione di ipotesi a favore di sicurezza sia per quanto riguarda i materiali sia per i fattori di confidenza utilizzati.

2.4 Caratterizzazione meccanica dei materiali

I paramenti murari esterni sono realizzati con mattoni pieni in laterizio e malta di calce, mentre estese porzioni del paramento interno è costituito da muratura di conglomerato naturale lapideo denominato Puddinga.

La puddinga è una roccia sedimentaria clastica costituita da frammenti rocciosi più o meno arrotondati cementati da sostanze di varia natura (cemento calcareo, siliceo, ferruginoso), che deriva dalla sedimentazione di accumuli di frammenti litici e rocciosi trasportati in genere da agenti esogeni diversi. Nella puddinga i clasti prevalenti sono i ciottoli di media - piccola pezzatura, indice di un trasporto più lungo collegato a un corso d'acqua (nel caso specifico il fiume Piave). Si riscontra che tale materiale in passato fosse molto impiegato in edilizia in tutto il territorio Asolano e nei comuni limitrofi, com'è per l'appunto Cornuda. [13]

Non sono state effettuate prove diagnostiche sia per valutare l'omogeneità dei parametri meccanici sia per acquisire la misura diretta dei parametri meccanici della muratura, in particolare di quelli di resistenza.

I valori di progetto delle caratteristiche meccaniche della muratura sono stati dedotti dalle tabelle presenti nell'allegato del capitolo 8 della Circolare esplicativa delle NTC del 2008.

Per le analisi effettuate si sono assunti i seguenti materiali e le rispettive caratteristiche meccaniche:

Parametri meccanici delle murature

Tipologia	valori	f_m [N/mm ²]	τ_0 [N/mm ²]	E [N/mm ²]	G [N/mm ²]	w [kN/m ³]
Muratura in pietrame disordinata	min	1	0.02	960	230	19
	MAX	1.8	0.032	1050	350	
Muratura a blocchi lapidei squadrati	min	6	0.09	2400	780	22
	MAX	8	0.12	3200	940	
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	min	2.4	0.06	1200	400	18
	MAX	4	0.092	1800	600	

Valori di riferimento dei parametri meccanici e peso specifico medio per diverse tipologie di muratura, riferiti alle seguenti condizioni: malta di caratteristiche scarse, assenza di ricorsi (listature) paramenti semplicemente accostati o mal collegati, muratura non consolidata, tessitura a regola d'arte. f_m = resistenza media a compressione della muratura; τ_0 = resistenza media a taglio della muratura; E = valore medio del modulo di elasticità normale; G = valore medio del modulo di elasticità tangenziale; w = peso specifico medio della muratura

Tabella 2.3: estratto tabella C8A.2.1 della circolare esplicativa [B]

La tabella precedente riporta il valori di riferimento che possono essere adottati nelle analisi nel caso di murature storiche, con riferimento a condizioni di muratura con malta di scadenti caratteristiche, giunti non particolarmente sottili e in assenza di ricorsi o listature che, con passo costante, regolarizzino la tessitura e in particolare l'orizzontalità dei corsi. Inoltre si assume che, per le murature storiche, queste siano a paramenti scollegati, ovvero manchino sistematici elementi di connessione trasversale (o di ammorsamento per ingranamento tra i paramenti

murari). Poiché la muratura in esame presenta alcune caratteristiche migliori rispetto alla muratura di riferimento descritta dalla normativa, le caratteristiche meccaniche da adottare nelle analisi saranno ottenute applicando coefficienti migliorativi indicati nella tabella C8A.2.2

Coefficienti correttivi caratteristiche meccaniche materiale

Tipologia	Malta buona	Giunti sottili	Ricorsi o listature	Connessione trasversale	Nucleo scadente e/o ampio	Iniezione di miscele	Iniezioni armate
Muratura in pietrame disordinata	1.5	-	1.3	1.5	0.9	2	2.5
Muratura a blocchi lapidei squadrati	1.2	1.2	-	1.2	0.7	1.2	1.2
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1.5	1.5	-	1.3	0.7	1.5	1.5

Tabella 2.4: estratto tabella C8A.2.2 della circolare esplicativa [B]

In presenza di malta di buone caratteristiche, si applica il coefficiente indicato, diversificato per le varie tipologie, sia ai parametri di resistenza (f_m e τ_0), sia ai moduli elastici (E e G).

2.5 Aspetti geotecnici

Non sono state eseguite prove geotecniche specifiche per conoscere nel dettaglio l'andamento stratigrafico del sottosuolo e le caratteristiche fisico - meccaniche del terreno. Come già illustrato nella carta tematica dell'assetto geolitologico, nel territorio dove sorge il santuario si riscontra la presenza prevalente di rocce compatte con buone caratteristiche meccaniche. Il dato è stato confermato in sito nel momento in cui si è indagato sulla struttura di fondazione, la quale si identifica come un ringrosso della sezione del basamento.

2.6 Livello di conoscenza e fattori di confidenza

Il livello di conoscenza per le costruzioni in muratura si determina in funzione dell'accuratezza delle operazioni di rilievo, dell'analisi storica e delle indagini sperimentali.

La conoscenza della geometria strutturale del campanile è stata ricavata attraverso le operazioni di rilievo, le quali hanno interessato tutti gli elementi in muratura, gli orizzontamenti e la cella campanaria. Il quadro fessurativo precedente all'ultimo restauro permette comunque di conoscere in modo più approfondito il comportamento strutturale della torre e individuare le possibili evoluzioni.

I dettagli costruttivi sono stati esaminati con verifiche in - situ limitate, in quanto basate principalmente su rilievi di tipo visivo, circoscritte alle superfici dei diversi pannelli. In questo modo non è stato possibile estendere le indagini alla qualità sia dei collegamenti tra i paramenti che dell'ammorsamento tra i muri ortogonali.

Anche la valutazione della qualità muraria e delle caratteristiche meccaniche dei materiali sono state desunte da un'analisi visiva della superficie muraria e attraverso una ricerca sui materiali utilizzati all'epoca della costruzione per individuare la tipologia della muratura.

Con riferimento alle indagini eseguite sulla geometria, i dettagli costruttivi e le proprietà dei materiali si identifica un livello di conoscenza di tipo LC1.

Al livello di conoscenza LC1 corrispondono valori medi dei parametri meccanici definiti dai minimi degli intervalli riportati nella tabella 2.3, per quanto riguarda le resistenze, e dai valori medi degli intervalli riportati nella stessa tabella per i moduli elastici. Nel caso di analisi elastica con il fattore q (analisi lineare statica ed analisi dinamica modale con fattore di struttura), i valori di calcolo delle resistenze si ottengono dividendo i valori medi per i rispettivi fattori di confidenza e per il coefficiente parziale di sicurezza dei materiali (per la muratura $\gamma_M = 3$ per azioni statiche, $\gamma_M = 2$ per analisi sismica). Nel caso di analisi non lineare, i valori di calcolo delle resistenze da utilizzare sono ottenuti dividendo i valori medi per i rispettivi fattori di confidenza.

A tale livello di conoscenza è associato il rispettivo fattore di confidenza FC , il quale può essere determinato definendo diversi fattori parziali di confidenza FC_k ($k=1 - 4$);

$$FC = 1 + \sum_{k=1}^4 FC_k$$

sulla base dei coefficienti numerici riportati nella tabella successiva, i cui valori sono associati alle quattro categorie di indagine ed al livello di conoscenza in esse raggiunto. [C]

Rilievo geometrico	identificazione delle specificità storiche e costruttive della fabbrica	Proprietà meccaniche dei materiali	Terreno e fondazioni
rilievo geometrico completo $F_{C1} = 0.05$	restituzione ipotetica delle fasi costruttive basata su un limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche) $F_{C2} = 0.12$	parametri meccanici desunti da dati già disponibili $F_{C3} = 0.12$	limitate indagini sul terreno e le fondazioni, in assenza di dati geotecnici e disponibilità d'informazioni sulle fondazioni $F_{C4} = 0.06$
rilievo geometrico completo, con restituzione grafica dei quadri fessurativi e deformativi $F_{C1} = 0$	restituzione parziale delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su: a) limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione e alla verifica delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, verifica diagnostica delle ipotesi storiografiche); b) esteso rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche) $F_{C2} = 0.06$	limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali $F_{C3} = 0.06$	disponibilità di dati geotecnici e sulle strutture fondazionali; limitate indagini sul terreno e le fondazioni $F_{C4} = 0.03$
	restituzione completa delle fasi costruttive e interpretazione del comportamento strutturale fondate su un esaustivo rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche, eventuali indagini diagnostiche) $F_{C2} = 0$	estese indagini sui parametri meccanici dei materiali $F_{C3} = 0$	estese o esaustive indagini sul terreno e le fondazioni $F_{C4} = 0$

2.39 Fattori parziali di confidenza [C]

Nel caso in esame il fattore di confidenza è costituito dai seguenti parametri parziali:

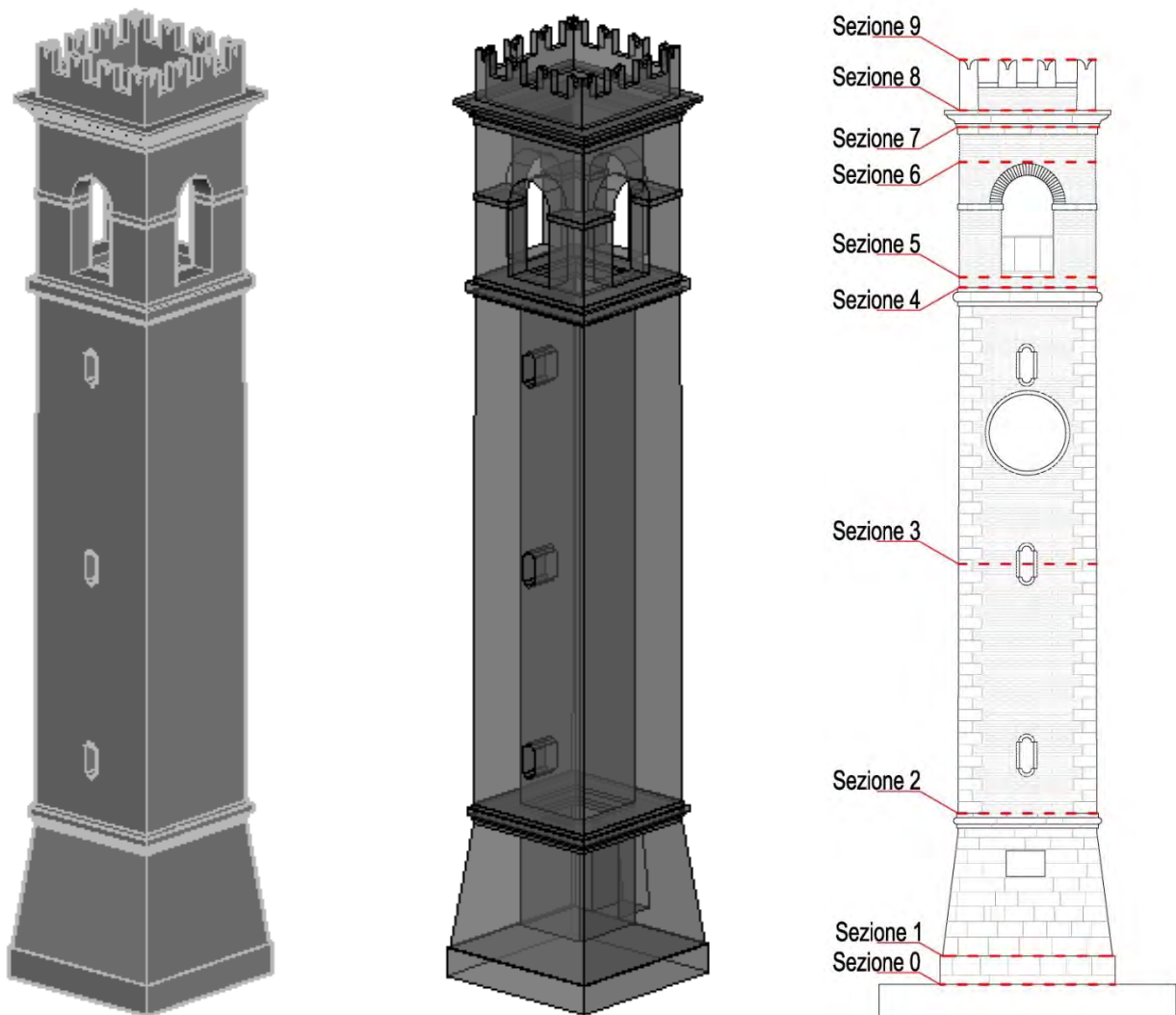
- $FC_1 = 0.00$ rilievo geometrico completo, con restituzione grafica dei quadri fessurativi e Deformativi;
- $FC_2 = 0.12$ restituzione ipotetica delle fasi costruttive basata su un limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche);
- $FC_3 = 0.12$ parametri meccanici desunti da dati già disponibili;
- $FC_4 = 0.03$ disponibilità di dati geotecnici e sulle strutture fondazionali, limitate indagini sul terreno e le fondazioni;

si perviene quindi ad un fattore di confidenza FC pari a 1.27.

3 ANALISI DEI CARICHI

L'analisi dei carichi permanenti sia strutturali che non strutturali, è stata affrontata ricostruendo un modello grafico tridimensionale della torre campanaria dai dati ricavati dal rilievo geometrico, in modo da ottenere valori precisi dei volumi dei vari elementi che compongono il campanile, comprensivi delle diverse forometrie distribuite lungo il fusto e le aperture della cella campanaria. In seguito, determinate le caratteristiche fisiche e meccaniche dei materiali impiegati, è stato agevole risalire ai carichi permanenti agenti.

Di seguito è riportato il modello tridimensionale per ricavare i valori del volume e, con riferimento alle sezioni evidenziate nel prospetto, la tabella che riassume l'analisi svolta.



3.1 Modello geometrico tridimensionale e prospetto con evidenziate le sezioni di riferimento

Analisi carichi permanenti G_1 e G_2

Sezione	B [mm]	b [mm]	s [mm]	h [mm]	H [mm]	A [m ²]	γ [kN/m ³]	Wi [kN]	N [kN]
0	3702	1602	1050	0	0	13.7013	19.00	78.450	2203.632
1.1	3702	1602	1050	0	301	13.7013	19.00	78.450	2125.182
1	3599	1602	998	603	603	12.9501	19.00	228.020	2046.732
2.1	3599	1602	998	0	1459	12.9501	19.00	228.020	1818.712
2	2937	1602	667	3019	3622	6.0592	19.00	295.914	1590.692
3.1	2937	1602	667	0	6261	6.0592	19.00	295.914	1294.778
3	2917	1602	657	5277	8900	5.9408	19.00	331.623	998.865
4.1	2917	1602	657	0	11826	5.9408	19.00	331.623	667.242
4	2890	1865	513	5854	14753	5.7850	19.00	10.074	335.619
5.1	2890	1865	513	0	14862	5.7850	19.00	10.074	325.545
5	2890	1865	513	218	14971	2.6200	19.00	89.494	315.471
6.1	2890	1865	513	0	16189	2.6200	19.00	69.547	225.976
6	2878	1865	507	2437	17408	4.7727	19.00	26.983	156.429
7.1	2878	1865	507	0	17704	4.7727	19.00	26.983	129.446
7	3022	1865	579	591	17999	5.6565	19.00	29.678	102.462
8.1	3022	1865	579	0	18250	5.6565	19.00	29.678	72.784
8	2878	2546	166	503	18502	1.8084	19.00	30.249	43.106
9.1	2878	2546	166	0	19081	1.8084	19.00	12.858	12.858
9	2878	2546	166	1158	19660	1.8084	19.00	0.000	0.000

Tabella 3.1 Analisi dei carichi

Dove: B [mm] è la misura del lato esterno della rispettiva sezione scatolare quadrata;
 b [mm] è la misura del lato interno della sezione scatolare cava a base quadrata;
 h [mm] è l'altezza parziale dell'elemento analizzato avente la stessa sezione di base;
 H [mm] è l'altezza progressiva del campanile;
 A [m²] è l'area della sezione;
 V [m³] è il volume occupato dal singolo elemento avente la stessa sezione di base e altezza h;
 w [kN/m³] è il peso specifico della muratura;
 W [kN] è la forza peso parziale del solido di altezza h (nelle celle con sfondo grigio, oltre a peso della muratura è stato inserito anche il peso delle solette in c.a., mentre per la sezione 5 si è aggiunto pure il peso complessivo del castello delle campane)
 N [kN] è la forza peso progressiva.

Solai in c. a.

	s [m]	N [kN]
cella	0.14	12.174
sommità	0.2	17.391

Tabella 3.2 Analisi dei carichi dei solai

Caratterizzazione castello delle campane

n° campana	d [mm]	W [kg]	N [kN]
1	810	300	3.0594
2	720	220	2.2435
3	620	150	1.5297
4	330	23	0.2346
			7.7738

con + 10% per tenere in considerazione il castello delle campane

Tabella 3.3 Analisi dei carichi campane

4 CARATTERIZZAZIONE SISMICA

Nel caso degli edifici esistenti in muratura, per l'analisi dei meccanismi sia locali che globali è possibile ricorrere a diversi metodi, in funzione del modello con il quale vengono descritte la struttura ed il suo comportamento sismico. In particolare è possibile fare riferimento ai seguenti:

- **Analisi statica lineare:** l'azione sismica di riferimento al suolo, per lo stato limite ultimo, viene in questo caso ridotta attraverso il fattore di struttura, per consentire una verifica in campo elastico; in questo modo si tiene implicitamente conto delle ulteriori capacità di spostamento, una volta raggiunta la resistenza limite, prima che la struttura arrivi allo stato limite ultimo. Nel caso in cui l'analisi sismica sia basata sulla valutazione distinta di diversi meccanismi locali, sia per una valutazione complessiva del manufatto, sia per una verifica nelle sole zone oggetto di intervento, è possibile utilizzare gli strumenti dell'analisi limite, in particolare nella forma del teorema cinematico. L'analisi cinematica lineare consiste nel calcolo del moltiplicatore orizzontale dei carichi che attiva il meccanismo di collasso e nella valutazione della corrispondente azione sismica. Per la verifica allo SLV, tale azione viene confrontata con quella di riferimento, ridotta attraverso un opportuno fattore di struttura.
- **Analisi dinamica modale:** è condotta attraverso un modello elastico lineare e può essere utilizzata per valutare il modo principale di vibrazione in ciascuna direzione (quello cui corrisponde il massimo valore del coefficiente di partecipazione) e determinare quindi un'attendibile distribuzione di forze da adottare nell'analisi statica lineare. L'analisi dinamica modale può essere utilizzata con maggiore confidenza in presenza di strutture flessibili e strutturalmente ben modellabili, come ad esempio le torri, i campanili o altre strutture a prevalente sviluppo verticale. In questi casi possono risultare importanti i contributi dei modi superiori. Restano tuttavia inalterate le difficoltà di determinare opportuni fattori di struttura e fare riferimento a verifiche puntuali dello stato di sollecitazione.

4.1 Determinazione parametri sismici

La procedura per determinare i parametri relativi al terremoto atteso nel sito dell'edificio in esame si articola nei seguenti passaggi:

- a. scelta del periodo di ritorno del sisma di progetto, dipendente dallo Stato Limite che s'intende verificare, dalla destinazione d'uso e dalla classe d'uso dell'opera;
- b. determinazione dei parametri sismici legati alla posizione geografica del sito in cui ricade l'opera da verificare;
- c. determinazione dei parametri amplificativi (topografici e stratigrafici) legati al particolare sito in cui sorge l'opera;

- d. determinazione dello spettro di risposta del sisma di progetto, il quale definisce le caratteristiche del terremoto di progetto da utilizzare come riferimento per le verifiche di sicurezza.

Per ogni spettro di risposta, la normativa vigente richiede di fissare tre parametri:

- a_g accelerazione orizzontale massima del terreno;
- F_0 valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale;
- T_c^* periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale;

i quali dipendono

- dal sito geografico in esame (coordinate geografiche);
- periodo di ritorno T_R del sisma, il quale a sua volta dipende dalla vita di riferimento V_R e dalla probabilità di superamento P_{VR} nel periodo temporale di riferimento.

4.1.1 Parametri sismici legati al sito geografico, alla vita nominale e alla classe d'uso

Per i manufatti appartenenti al patrimonio culturale il raggiungimento di un sufficiente livello di sicurezza è garantito attraverso il rispetto dello Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV), nel caso di terremoti rari e di forte intensità, e dello Stato Limite di Danno (SLD) per terremoti meno intensi ma più frequenti. Nel caso in cui il manufatto analizzato possieda delle caratteristiche, in parti di esso o localizzate in ambiti definiti di uno stesso ambiente, tali che un terremoto di riferimento di intensità e frequenza opportuno possa provocare danni a parti o elementi che comportano una perdita irrimediabile al patrimonio culturale, è necessaria la definizione di un nuovo stato limite specifico denominato Stato Limite per i Beni Artistici (SLA). [14]

Per la torre campanaria le verifiche sono affrontate nel caso di Stato Limite di salvaguardia della Vita SLV, il quale è definito come un sisma che ha la probabilità di eccedenza del 10% nel periodo di riferimento.

La vita di riferimento V_R della costruzione (espressa in anni) si ottiene come prodotto tra la vita nominale V_N fissata preliminarmente ed il coefficiente d'uso C_U che compete alla classe d'uso nella quale l'opera ricade. Per la torre campanaria del santuario si fissa una vita nominale pari a 50 anni in quanto si può identificare come opera ordinaria e una classe d'uso II considerando la struttura, a favore di sicurezza, come una costruzione il cui uso preveda normali affollamenti senza funzioni pubbliche e sociali essenziali con riferimento non tanto alle conseguenze di una interruzione di operatività ma quanto agli effetti di un eventuale collasso poiché il complesso si compone anche di un convento di suore ed è meta di pellegrinaggi.

Si ricava poi il periodo di ritorno T_R del sisma utilizzando la seguente relazione:

$$T_R = \frac{-V_R}{\ln(1 - P_{VR})} = \frac{-C_U \cdot V_N}{\ln(1 - P_{VR})}$$

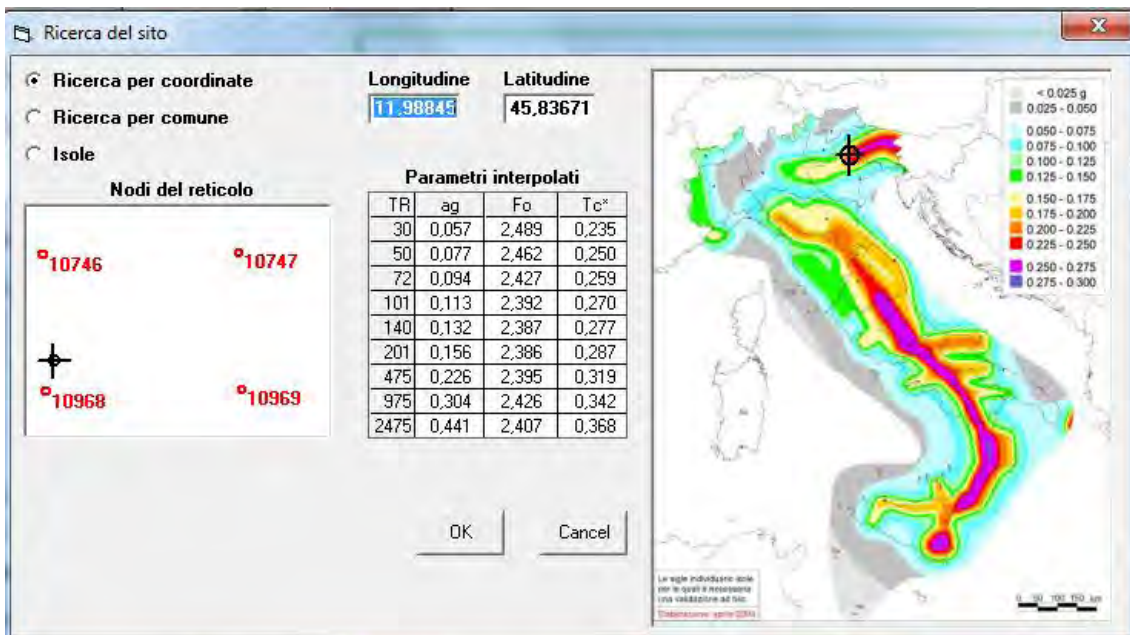
Di seguito sono riassunti i dati relativi al campanile del Santuario della Madonna delle Rocca di Cornuda:

Campanile Madonna della Rocca

Coordinate geografiche	Long.	11.9885
	Lat.	45.8367
Vita nominale V_N		50
Coeff. Classe d'uso C_U		1
Vita di riferimento V_R		50
Stato Limite		SLV
Prob. di superamento P_{VR}		10%
Tempo di ritorno T_R		475

Tabella 4.1: riassunto parametri per ricavare T_R

Noti il periodo di ritorno e le coordinate geografiche del sito si possono ricavare i tre parametri sismici, i quali sono stati ricavati mediante l'utilizzo del programma SIMQKE_GR e il foglio di calcolo *Spettri NTC ver.1.0.2* messo a disposizione dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici per verificare l'attendibilità dei risultati ottenuti:



4.1 Parametri sismici ricavati dal programma SIMQKE_GR

Valori dei parametri a_g , F_o , T_C^* per i periodi di ritorno T_R di riferimento

T_R [anni]	a_g [g]	F_o [-]	T_C^* [s]
30	0,056	2,488	0,235
50	0,077	2,463	0,250
72	0,094	2,427	0,259
101	0,113	2,392	0,270
140	0,132	2,388	0,277
201	0,156	2,385	0,287
475	0,226	2,396	0,319
975	0,304	2,426	0,342
2475	0,441	2,407	0,368

4.2 Parametri sismici ricavati dal foglio di calcolo Spettri NTC ver. 1.0.2

Come si può osservare i parametri sismici ottenuti con i due metodi coincidono a meno di approssimazioni oltre la terza cifra decimale.

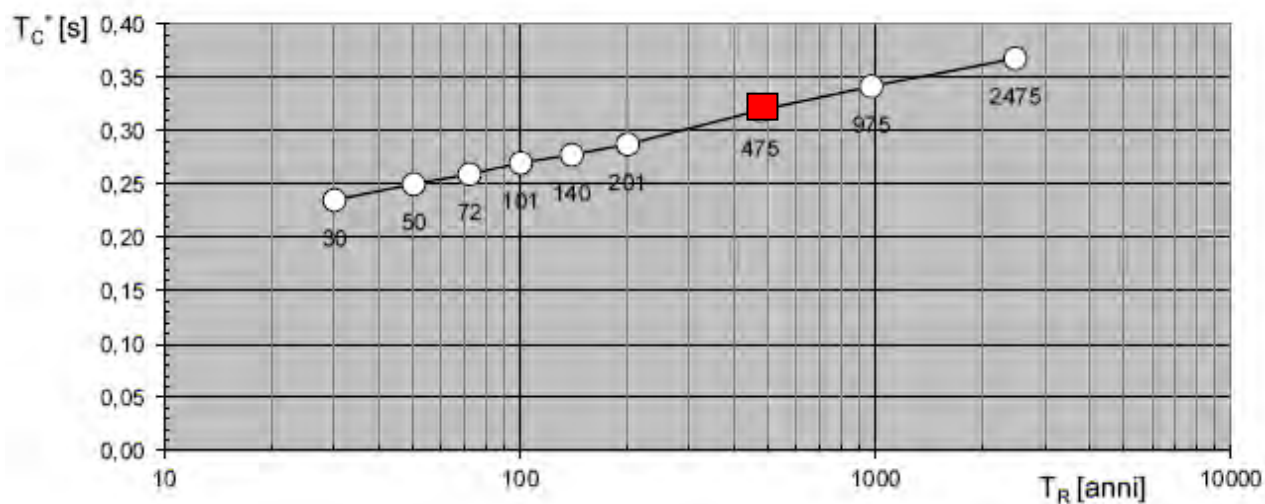
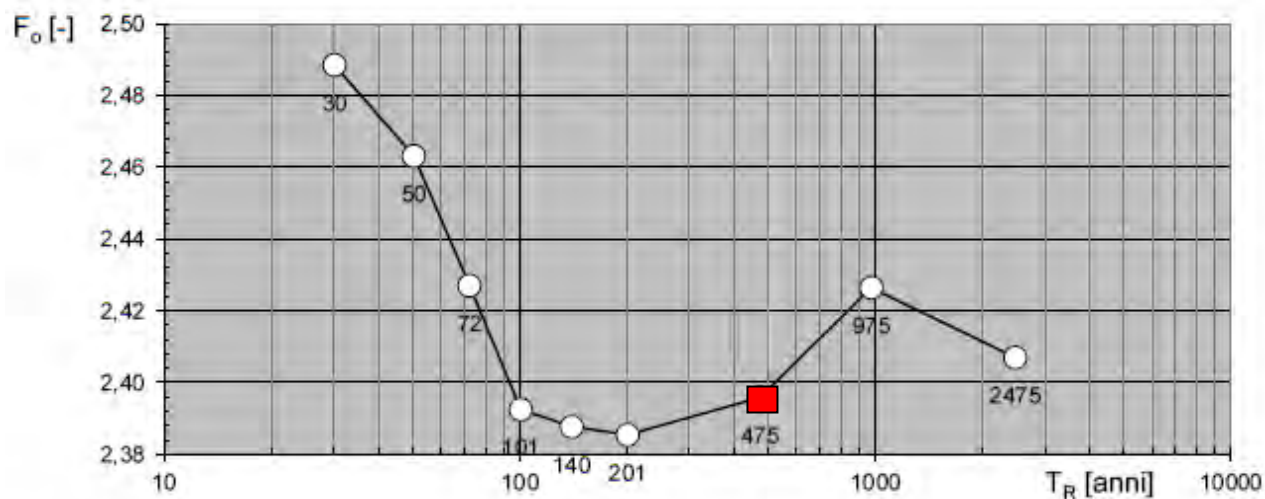
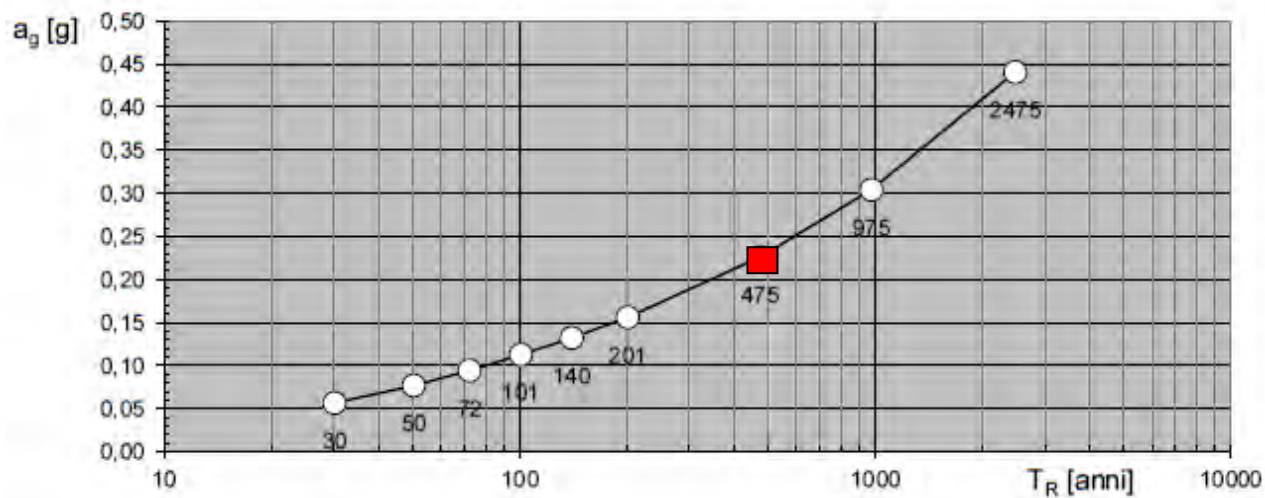
Dalla precedente tabella si possono isolare le serie di valori legate ai diversi Stati Limite per il medesimo periodo di riferimento V_R .

Valori dei parametri a_g , F_o , T_C^* per i periodi di ritorno T_R associati a ciascuno SL

SLATO LIMITE	T_R [anni]	a_g [g]	F_o [-]	T_C^* [s]
SLO	30	0,057	2,488	0,235
SLD	50	0,077	2,463	0,250
SLV	475	0,226	2,396	0,319
SLC	975	0,304	2,426	0,342

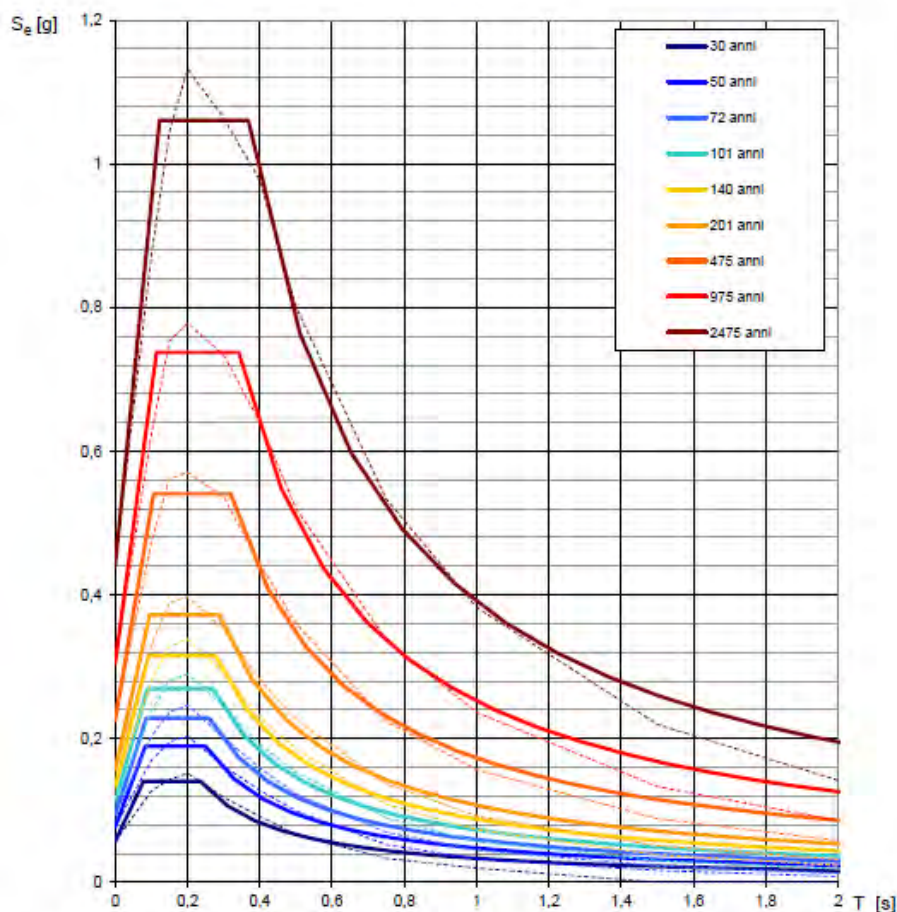
4.3 Parametri sismici per una vita di riferimento $V_R = 50$ anni

Valori dei parametri a_g , F_o , T_C^* : variabilità col periodo di ritorno T_R



4.4 Valori dei parametri simili al variare del periodo di ritorno T_R

Spettri di risposta elastici per i periodi di ritorno T_R di riferimento



NOTA:
Con linea continua si rappresentano gli spettri di Normativa, con linea tratteggiata gli spettri del progetto S1-INGV da cui sono derivati.

4.5 Spettri di risposta elastici in accelerazione

4.1.2 Coefficiente S di amplificazione topografica a stratigrafica

Il coefficiente S si introduce per tenere in considerazione, nella definizione dello spettro di progetto, della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche mediante la relazione:

$$S = S_S \cdot S_T$$

dove S_S è il coefficiente di amplificazione stratigrafica;

S_T è il coefficiente di amplificazione topografica;

i cui valori sono riportati nelle tabelle presenti in normativa al capitolo 3.2 e qui sotto riportate:

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera o dell'intervento	Caratteristiche della superficie topografica	S_T
T1	-	Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $i \leq 15^\circ$	1.0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	Pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$	1.2
T3	In corrispondenza della cresta del rilievo	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $15^\circ \leq i \leq 30^\circ$	1.2
T4	In corrispondenza della cresta del rilievo	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $i > 30^\circ$	1.4

Tabella 4.2: valori massimi del coefficiente di amplificazione topografica

Categoria sottosuolo	S_S	C_C
A	1.00	1.00
B	$1 \leq 1.4 - 0.4F_0^{a_g/g} \leq 1.2$	$1.10(T_C^*)^{-0.20}$
C	$1 \leq 1.7 - 0.6F_0^{a_g/g} \leq 1.5$	$1.05(T_C^*)^{-0.33}$
D	$0.9 \leq 2.4 - 1.5F_0^{a_g/g} \leq 1.8$	$1.25(T_C^*)^{-0.50}$
E	$1 \leq 2 - 1.10F_0^{a_g/g} \leq 1.6$	$1.15(T_C^*)^{-0.40}$

Tabella 4.3: espressioni di S_S e C_C

Per quanto riguarda la struttura in esame, essa ricade nella categoria topografica T2 in presenza di un sottosuolo di tipo A, quindi si assume un coefficiente di amplificazione S pari a 1.20.

4.1.3 Spettro di risposta

Lo spettro di risposta elastico in accelerazione è espresso da una forma spettrale (spettro normalizzato) riferita ad uno smorzamento convenzionale del 5%, moltiplicata per il valore dell'accelerazione orizzontale massima a_g su sito di riferimento rigido orizzontale.

Lo spettro di risposta elastico in accelerazione delle componenti orizzontali del sisma $S_e(T)$ è dato dalle seguenti equazioni:

$$0 \leq T \leq T_B \quad S_e(T) = a_g S \eta F_0 \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_0} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C \quad S_e(T) = a_g S \eta F_0$$

$$T_C \leq T \leq T_D \quad S_e(T) = a_g S \eta F_0 \left(\frac{T_C}{T} \right)$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g S \eta F_0 \left(\frac{T_C T_D}{T^2} \right)$$

Con: T periodo di vibrazione dell'edificio in esame;

S_e accelerazione spettrale orizzontale corrispondente al periodo T;

η fattore che altera lo spettro elastico per coefficienti di smorzamento viscosi convenzionali ξ diversi dal 5% mediante la relazione $\eta = \sqrt{10/(5 + \xi)} \geq 0.55$, mentre negli spettri di progetto per analisi globali lineari η vale $1/q$ con q fattore di struttura;

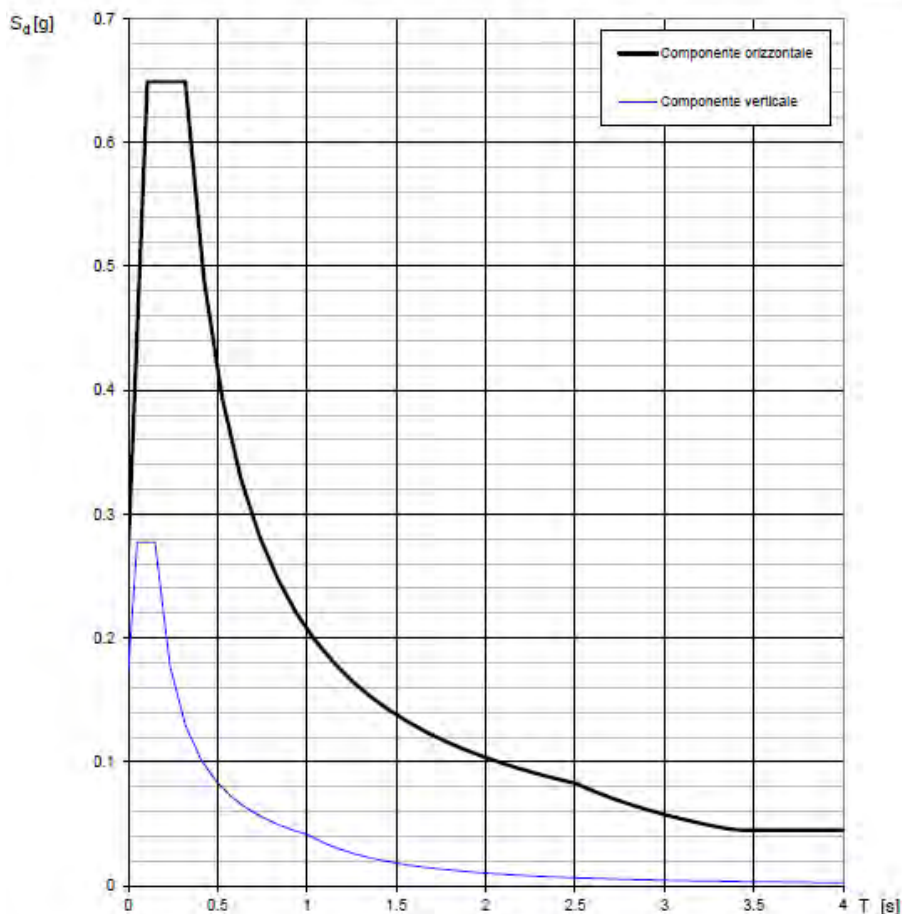
T_C periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro dato da $T_C = C_C \cdot T_C^*$, dove C_C è un coefficiente funzione della categoria di sottosuolo;

T_B periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante dato da $T_B = T_C/3$;

T_D periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro, espresso da $T_D = 4.0 \frac{a_g}{g} + 1.6$

Di seguito sono riportati i dati necessari per la costruzione dello spettro di risposta elastico della componente orizzontale del sisma valutato per la torre campanaria del santuario della Madonna della Rocca.

Spettri di risposta (componenti orizz. e vert.) per lo stato limite: SLV



Parametri indipendenti

STATO LIMITE	SLV
a_n	0.226 g
F_{0^*}	2.396
T_C^*	0.319 s
S_S	1.000
C_C	1.000
S_T	1.200
q	1.000

Parametri dipendenti

S	1.200
η	1.000
T_B	0.106 s
T_C	0.319 s
T_D	2.503 s

4.6 Parametri sismici e spettro di risposta elastico ($q = 1$) della componente orizzontale del sisma

4.1.4 Fattore di struttura q e periodo di vibrazione della struttura T

Ai fini delle verifiche della struttura, le capacità dissipative dell'opera si possono considerare attraverso una riduzione delle forze elastiche, la quale tiene conto in modo semplificato della capacità dissipativa anelastica della struttura, della sua sovra resistenza, dell'incremento del suo periodo proprio a seguito del danneggiamento post-elastico. In questo modo lo spettro di progetto $S_d(T)$ da utilizzare, sia per le componenti orizzontali, sia per la componente verticale, è lo spettro elastico corrispondente riferito alla probabilità di superamento nel periodo di riferimento P_{VR} considerata, con le ordinate ridotte secondo il fattore η , il quale non è più unitario ma vale $1/q$ dove q è il fattore di struttura.

Il valore del fattore di struttura q dipende dalla tipologia strutturale, dal suo grado di iperstaticità e dai criteri di esecuzione adottati. Può essere calcolato attraverso la seguente espressione:

$$q = q_0 \cdot K_R$$

dove q_0 è il valore massimo del fattore di struttura che dipende dal livello di duttilità attesa, dalla tipologia strutturale e dal rapporto α_0/α_1 tra il valore dell'azione sismica per il quale si verifica la formazione di un numero di cerniere plastiche tali da rendere la struttura labile e quello per il quale il primo elemento strutturale raggiunge la plasticizzazione a flessione;

K_R è un fattore riduttivo che dipende dalle caratteristiche di regolarità in altezza della costruzione.

Per strutture a prevalente sviluppo verticale, in cui sono compresi anche torri e campanili, il fattore di struttura q può assumersi all'interno di un range che va da 2.8, in presenza di bruschi cambiamenti di rigidezza lungo l'altezza o di strutture adiacenti a contatto, fino a 3.6 nel caso di strutture regolari in elevazione.

Per la struttura in esame si è scelto di adottare un fattore di struttura q pari a 3.4.

Per quanto riguarda il periodo di vibrazione della torre, questo è stato calcolato attraverso la relazione che determina il periodo proprio di oscillazione di una mensola con massa uniformemente distribuita lungo l'altezza mediante la seguente espressione:

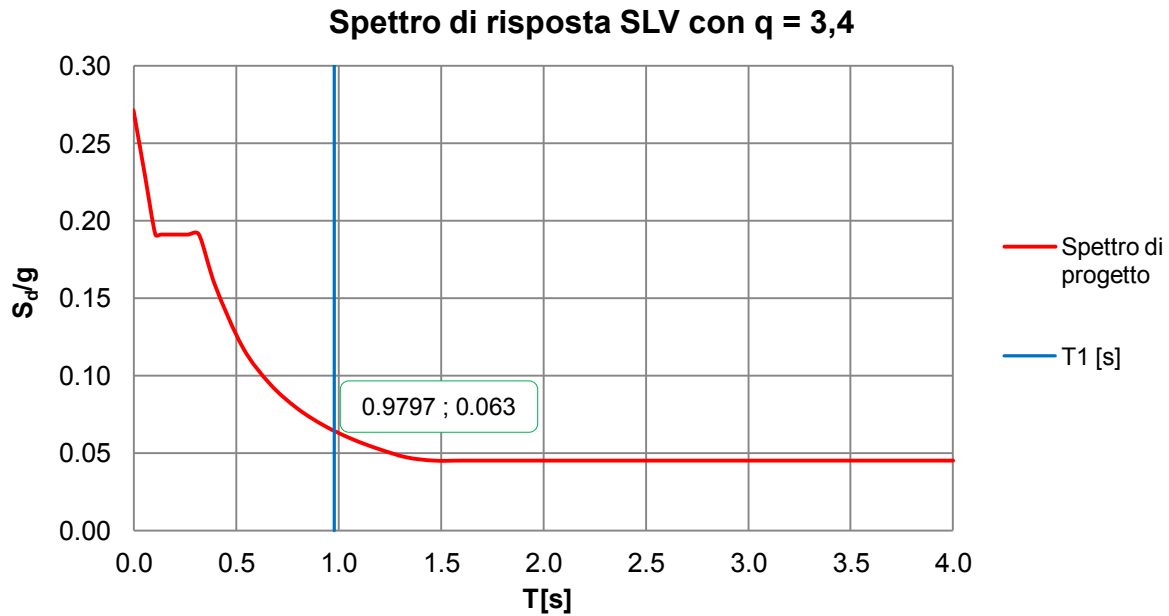
$$T_1 = \frac{2\pi}{1.875^2} \frac{H^2}{\rho} \sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}$$

Valutazione primo periodo di vibrazione del campanile T_1

H [mm]	19668.93	Altezza della torre
B_{med} [mm]	2992.66	Lato esterno mediato
b [mm]	1602.33	Lato interno
J [mm ⁴]	6.135E+12	M. d'inerzia della sezione
A [mm ²]	6388564.595	Area della sezione
ρ [mm ²]	979.943	Raggio d'inerzia
γ [N/mm ³]	0.000019	Peso specifico
E [N/mm ²]	1005	Modulo elastico
g [mm/s ²]	9806	Acc. gravitazionale
$2\pi/1,875^2$	1.7872	Costante
T_1 [sec] =		0.9797

Tabella 4.4: Periodo di oscillazione di una mensola con massa uniformemente distribuita

Alla luce di queste considerazioni i valori dello spettro di risposta elastico si riducono di un fattore pari a q , mentre attraverso la definizione del primo periodo proprio di oscillazione del campanile è possibile identificare il valore dell'accelerazione di progetto che agisce sulla massa strutturale.



4.1.5 Combinazione delle azioni statiche e sismiche

Le verifiche agli Stati Limite Ultimi devono essere effettuate per la combinazione “sismica” riportata di seguito:

$$G_1 + G_2 + P + E + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj}$$

- con
- G_1 peso proprio degli elementi strutturali;
 - G_2 peso proprio degli elementi non strutturali;
 - P pretensione o precompressione;
 - E azione sismica;
 - Q_{kj} j-esima azione accidentale;
 - ψ_{2j} coefficiente di combinazione per la condizione quasi permanente;

Gli effetti dell’azione sismica sono valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali.

$$G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj}$$

[13]

5 VALUTAZIONE VULNERABILITÀ SISMICA: LIVELLO LV1

La valutazione della sicurezza sismica può essere condotta con riferimento a metodi semplificati che siano tuttavia in grado di stimare un indice di sicurezza sismica. Infatti per ciascun stato limite, i valori di riferimento dell'azione sismica possono essere confrontati con quelli per i quali viene effettivamente raggiunto quello stato limite, al fine di quantificare il livello di sicurezza attuale o quello raggiungibile con un determinato intervento di miglioramento sismico.

In particolare è possibile definire l'indice di sicurezza sismica, dato dal rapporto tra il periodo di ritorno T_{SL} dell'azione sismica che porta al generico stato limite (SL = SLV, SLD, SLA) ed il corrispondente periodo di ritorno di riferimento $T_{R,SL}$. Particolarmente significativo è l'indice di sicurezza sismica riferito allo SLV:

$$I_{S,SLV} = \frac{T_{SLV}}{T_{R,SLV}}$$

Dove un valore di $I_{S,SLV}$ maggiore o uguale ad uno significa che il manufatto è in condizioni di sicurezza rispetto ai valori assunti come riferimento per la vita nominale e per quel particolare uso; valori inferiori ad uno mettono in evidenza situazioni che meritano attenzione. L'uso dell'indice di sicurezza è diverso nel caso in cui si stia effettuando una valutazione della sicurezza sismica sul complesso dei beni tutelati presenti in un dato territorio (LV1) o quando si stia progettando un intervento di miglioramento sismico su un particolare manufatto (LV2, LV3). Nel primo caso (LV1) l' $I_{S,SLV}$ consente di definire una graduatoria di rischio, utile per evidenziare la necessità di ulteriori indagini di approfondimento e per la programmazione di interventi per la mitigazione del rischio. Siccome l'indice di sicurezza sismica è basato sui periodi di ritorno della capacità e della domanda, esso fornisce una percezione temporale delle eventuali vulnerabilità sismiche del manufatto.

La stessa valutazione può essere fatta in riferimento ad un fattore di accelerazione, basato sul rapporto tra le accelerazioni di picco al suolo, corrispondenti alla capacità ed alla domanda attese nel sito; questo è un parametro strettamente meccanico, che può essere utile per una percezione fisica della carenza in termini di resistenza e, più in generale, di capacità strutturale.

$$a_{SLV} = \begin{cases} \frac{S_{e,SLV}}{SF_0} & T_B \leq T_1 \leq T_C \\ \frac{S_{e,SLV}}{SF_0} \frac{T_1}{T_C} & T_C \leq T_1 \leq T_D \end{cases}$$

I metodi semplificati LV1 possono in alternativa fornire come risultato la vita nominale per la quale il manufatto presenta un indice di sicurezza uguale a 1 (tenendo conto anche delle condizioni d'uso). In questo caso, la vita nominale rappresenta il periodo di tempo nel quale la costruzione può essere usata con lo stesso livello di sicurezza prescritto per le nuove costruzioni. L'indice di sicurezza sismica o, in alternativa, la vita nominale sono parametri utili a stabilire delle priorità di intervento. Interventi di miglioramento sismico per la mitigazione del rischio saranno

eventualmente progettati, se risulteranno necessari, a valle di una valutazione più approfondita (LV2 o LV3).

Per quanto riguarda le torri, i campanili ed altre strutture a prevalente sviluppo verticale, le linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico per il patrimonio culturale forniscono delle indicazioni specifiche per l'analisi e la valutazione della risposta sismica per questa distinta tipologia di manufatti; inoltre propongono modelli meccanici semplificati (LV1) per le verifiche da eseguire sull'intero patrimonio culturale tutelato a scala territoriale, ai fini di una valutazione preventiva del rischio. [C]

5.1 Indicazioni specifiche per manufatti identificabili come torri e campanili

Torri e campanili appartengono alla tipologia costruttiva che è generalmente distinguibile in base al suo prevalente sviluppo verticale. Il comportamento sismico di questa categoria è dipendente da alcuni fattori specifici: la snellezza della struttura; il grado di ammassamento delle pareti; l'eventuale presenza di strutture adiacenti più basse, in grado di fornire un vincolo orizzontale; la presenza nella parte sommitale di elementi architettonici snelli (guglie, vele campanarie, merlature, ecc.) o comunque vulnerabili (celle campanarie). La vulnerabilità è inoltre influenzata dalla presenza di stati di danneggiamento di altra natura, dovuti ad esempio alle vibrazioni indotte dalle campane o a problematiche in fondazione.

In particolar modo il parametro della snellezza è una peculiarità strutturale difficile da catalogare per questa tipologia di manufatti in quanto può assumere valori molto differenti; esistono infatti torri campanarie molto tozze (ad esempio, quelle ricavate da bastioni di difesa rinascimentali) e campanili di grande snellezza. Se le prime possono essere considerate come costruzioni massive, per i grandi spessori murari formati da murature a sacco, i secondi possono essere considerati come delle strutture monodimensionali, con un comportamento a mensola.

L'ammorsamento delle pareti di una struttura muraria a prevalente sviluppo verticale è funzionale a garantire che questa si comporti come una mensola incastrata alla base, con una rigidità associata all'intera sezione muraria (conservazione della sezione piana) e non come un insieme di pareti distinte. Le tecniche tradizionali per garantire un buon ammassamento tra le pareti sono: la tessitura dei cantonali; la presenza di cerchiature e catene metalliche; la presenza di orizzontamenti ben collegati. Inoltre, deve essere valutato attentamente l'effetto dovuto alla presenza di spinte, nel caso di volte in muratura.

Molto frequente è il caso di campanili posti a contatto con altre strutture di minore altezza. Alcuni casi tipici sono: campanili inglobati o accostati alla chiesa. La presenza di vincoli orizzontali a diverse quote può mutare profondamente il comportamento della struttura, da una parte limitandone l'effettiva snellezza (riducendo l'altezza libera d'inflessione), dall'altra costituendo irrigidimenti localizzati e punti di possibile concentrazione degli sforzi, causa di danni anche

significativi. Va ricordato che tali vincoli sono spesso diversi secondo le due direzioni principali nel piano orizzontale. In questi casi la verifica andrà eseguita a partire dalla quota di stacco, avendo cura di considerare l'effetto di questo vincolo sulla forma del meccanismo di collasso e l'amplificazione dell'azione sismica a quella quota della struttura.

Anche la cella campanaria può risultare un elemento particolarmente vulnerabile, in quanto sono presenti ampie bucatore che producono pilastri spesso snelli e poco carichi, soggetti a rotture a taglio per scorrimento. Analoghe considerazioni valgono per gli elementi snelli e svettanti, spesso presenti sulla sommità delle torri; la loro vulnerabilità è in primo luogo dovuta al modesto carico verticale (associato al solo peso proprio), che garantisce un limitato effetto stabilizzante nei riguardi del ribaltamento. Ancora più critico è l'effetto di amplificazione del moto sismico che si verifica nelle parti più alte della costruzione; l'osservazione dei danni ha infatti mostrato come celle campanarie simili si siano comportate in modo molto diverso, a parità di azione sismica alla base del campanile, e ciò a causa della diversa interazione tra sisma, terreno di fondazione, struttura e sovrastruttura.

Tutti questi aspetti possono essere in genere studiati con un'adeguata precisione, attraverso modelli strutturali affidabili e di dettaglio; in questo caso si ritiene che, pur con le dovute cautele, anche i modelli lineari possano fornire indicazioni utili ed attendibili, in quanto la redistribuzione delle sollecitazioni in una struttura sostanzialmente isostatica è sempre modesta. Ciò consente l'utilizzo dell'analisi dinamica, in particolare di quella modale, particolarmente importante per comprendere gli aspetti di amplificazione del moto prima descritti. La relativa chiarezza dello schema strutturale e del comportamento di questa tipologia strutturale consente, in molte situazioni reali, di ricondurre la struttura a modelli semplici e limitare ad alcuni casi tipici i meccanismi di danno e collasso. [C]

Alla luce di queste indicazioni in fase preliminare è stata effettuata una stima della snellezza del campanile in esame per giustificare la schematizzazione ad una struttura monodimensionale con comportamento a mensola che sarà adottata come ipotesi per le verifiche effettuate con i modelli meccanici semplificati proposti.

Il calcolo è stato effettuato a due diverse altezze (alla quota del piano campagna e alla base del fusto) per tenere in considerazione le variazioni di sezione e dei parametri legati all'inerzia presenti tra i due livelli.

Parametri geometrico - inerziale torre convenzionale
(sezione di base)

Lato esterno	B [mm]	2993
Lato interno	b [mm]	1602
Spessore	s [mm]	1390
Area	A [mm ²]	6388565
Mom. Inerzia	J [mm ⁴]	6.135E+12
Altezza	H [mm]	19669
Mod. elastico	E [Mpa]	1005
σ max compres.	σ_c [Mpa]	-0.39
Densità	ρ [kN/m ³]	19.00
Raggio d'inerzia	i [mm]	980
Snellezza	λ	40.14

Tabella 5.1: Valutazione snellezza del campanile dal piano campagna

Parametri geometrico - inerziale torre convenzionale
(sezione di base fusto)

Lato esterno	B [mm]	2920
Lato interno	b [mm]	1602
Spessore	s [mm]	1318
Area	A [mm ²]	5960541
Mom. Inerzia	J [mm ⁴]	5.51124E+12
Altezza	H [mm]	16047
Mod. elastico	E [Mpa]	1005
σ max compres.	σ_c [Mpa]	-0.39
Densità	ρ [kN/m ³]	19.00
Raggio d'inerzia	i [mm]	962
Snellezza	λ	33.38

Tabella 5.2: Valutazione snellezza del campanile dalla base del fusto

Al fine di applicare la teoria della trave di Bernoulli - Eulero, si prendono in considerazione i seguenti rapporti in modo da avere una stima approssimativa degli effetti del taglio sulla deformabilità globale:

$$\rho_u = 1 - \frac{u_f}{u_{sf}} \qquad \rho_T = 1 - \frac{T_f}{T_{sf}}$$

dove u_{sf} e u_f sono gli spostamenti trasversali all'estremità libera calcolati considerando l'effetto combinato della deformabilità da taglio e flessionale, oppure solo la deformabilità flessionale. T_{sf} e T_f sono invece i periodi propri per gli analoghi moti trasversali. Considerando una mensola a sezione costante soggetta ad un carico trasversale uniformemente distribuito, il primo dei rapporti diventa:

$$\rho_u = \frac{1}{1 + \frac{1}{16} \frac{G}{E} \frac{1}{\chi} \lambda^2}$$

Con χ fattore di taglio della sezione mentre E e G sono i moduli di Young e di elasticità trasversale del materiale. Assumendo la funzione di forma che corrisponde agli spostamenti causati da un carico trasversale uniforme, e applicando il metodo di Rayleigh, si ottiene la seguente formula per il secondo rapporto:

$$\rho_T = 1 - \sqrt{\frac{\frac{65}{1296} \frac{G}{E} \frac{1}{\chi} \lambda^2 + \frac{13}{6912} \left(\frac{G}{E}\right)^2 \left(\frac{1}{\chi}\right)^2 \lambda^4}{1 + \frac{37}{448} \frac{G}{E} \frac{1}{\chi} \lambda^2 + \frac{13}{6912} \left(\frac{G}{E}\right)^2 \left(\frac{1}{\chi}\right)^2 \lambda^4}}$$

È evidente che l'importanza del taglio è connessa con la snellezza λ , con il rapporto G / E e con il fattore di taglio χ . Entrambi G e χ sono funzioni del coefficiente di Poisson del materiale. Assumendo l'ipotesi di sforzi di taglio uniformemente distribuiti attraverso lo spessore, χ può essere stimato per mezzo della formula proposta da Cowper per sezioni sottili quadrate cave:

$$\chi = \frac{48 + 39\nu}{20(1 + \nu)}$$

Anche se per condizioni di sforzo molto limitato la muratura può essere trattata come un materiale omogeneo ed isotropo, già con piccoli incrementi di sforzo c'è la tendenza ad un comportamento non-lineare e con deformazioni plastiche non isotropiche. Nel valutare gli effetti del taglio deve essere considerato pure il fatto che il coefficiente di Poisson tende a crescere con gli sforzi.

Lavori sperimentali mostrano che sotto condizioni di sollecitazione realistiche l'effettivo rapporto G/E può risultare alquanto più basso se comparato con i valori previsti sulla base della classica teoria elastica lineare. Come valore approssimato, qui viene assunto un valore G / E = 1 / 6, mentre con la relazione precedente si stima $\chi = 2.1$. Allora è possibile valutare il campo di validità delle snellezze che mantengono i rapporti di ρ_u e ρ_T al di sotto di 0.15:

$$\rho_u \leq 0.15 \Rightarrow \lambda \geq 34 \quad \rho_T \leq 0.15 \Rightarrow \lambda \geq 24$$

Dunque sembra ragionevole, per gli scopi di una valutazione della vulnerabilità sismica, trascurare la deformabilità da taglio nei casi di torri in muratura la cui snellezza è superiore a circa 35. [15]

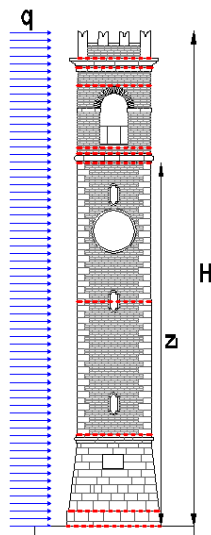
Tenendo conto dei valori relativamente bassi della resistenza del materiale, non è sorprendente che gli effetti P - Δ siano pure trascurabili, in quanto il materiale tende a collassare prima che si raggiunga una situazione di grandi spostamenti.

Alla luce di queste considerazioni, entrambi i risultati riportati evidenziano come la torre campanaria possa essere considerata come una struttura monodimensionale con comportamento a mensola.

Inoltre, si valuta in fase preliminare se il meccanismo di rottura per presso-flessione si instaura anticipatamente rispetto a quello di taglio scorrimento e a quello di taglio per fessurazione diagonale. Per far ciò si sono prese in considerazione due differenti distribuzioni del carico lungo l'altezza della torre, ovvero costante e triangolare (carico con distribuzione variabile linearmente con carico massimo posto all'estremità superiore della struttura), e per queste sono stati calcolati i tagli associati al momento ultimo resistente e alla risultante della forza sismica ottenuta con un periodo T_1 pari a 0.9797 secondi e un fattore di confidenza $F_c = 1.27$. Queste distribuzioni del taglio quindi sono state messe a confronto con i tagli resistenti ottenuti come descritto nel paragrafo 5.3.1.

Per quanto concerne alla definizione del taglio associato al momento ultimo resistente, questo è stato analizzato con il seguente procedimento:

A. Carico costante q

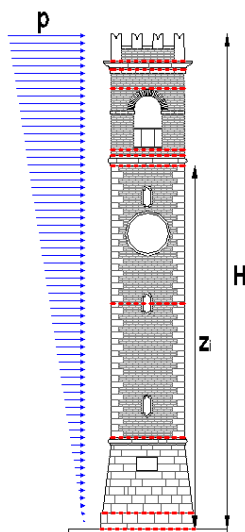


$$q_{z_i} = \frac{2M_{u,Rd}}{(H - z_i)^2}$$

$$T_{qi} = q_{z_i}(H - z_i)$$

5.1 Distribuzione carico A.

B. Carico variabile linearmente p (in sommità)



$$p_{z_i} = \frac{M_{u,Rd}}{\left(1 + \frac{z_i}{H}\right) \frac{H}{2} (z_i + n)}$$

$$n = \frac{\frac{H^2}{3} - \frac{Hz_i}{2} + \frac{z_i^3}{6H}}{\frac{H}{2} - \frac{z_i^2}{2H}}$$

$$T_{pi} = p_{z_i} \frac{1 + z_i \frac{H}{2}}{H}$$

5.2 Distribuzione carico B.

Calcolo dei tagli associati al momento ultimo e all'azione sismica: T_q e T_p

SEZ.	H [mm]	$M_{u,Rd}$ [kNm]	Distribuzione costante		Distribuzione triangolare	
			$T_q(M_{u,Rd})$ [kN]	$T_q(F_h)$ [kN]	$T_p(M_{u,Rd})$ [kN]	$T_p(F_h)$ [kN]
0	0	2293.30	233.296	148.605	174.972	148.605
1.1	301	2290.71	236.660	144.049	174.734	150.813
1	603	2090.96	219.440		159.389	
2.1	1459	2058.73	226.219	121.226	156.274	162.926
2	3622	893.78	111.459		66.293	
3.1	6261	1034.55	154.421	81.336	73.296	147.128
3	8900	990.77	184.149		66.248	
4.1	11826	779.29	198.960	37.089	48.500	103.647
4	14753	435.48	177.501		25.139	
5.1	14862	423.85	176.677	35.445	24.398	63.884
5	14971	412.13	175.777		23.657	
6.1	16189	304.10	175.244	17.022	16.913	49.462
6	17408	214.33	190.348		11.550	
7.1	17704	178.90	182.877	12.555	9.567	28.328
7	17999	150.43	181.128		7.984	
8.1	18250	107.76	152.896	8.755	5.683	20.683
8	18502	61.22	105.704		3.207	
9.1	19081	18.43	63.650	0.000	0.951	8.755
9	19660	0.00	0.000		0.000	

Tabella 5.3: Tagli associati

Il taglio associato al momento resistente si determina assumendo una tensione massima di compressione $f_d = f_{m,min}/(\gamma_m F_C) = 1 / (2 \cdot 1.27) = 0.3937 \text{ N/mm}^2$

Come si può osservare dal grafico 5.1, nel caso in cui agisca un carico uniformemente distribuito lungo l'altezza, il taglio associato al momento resistente $T_q(M_{u,Rd})$ è quasi sempre superiore al taglio per fessurazione diagonale V_{fd} (ad eccezione della sezione sopra il basamento), mentre è quasi sempre inferiore alla resistenza a taglio scorrimento V_s (ad eccezione della zona della cella). Per la distribuzione di carico costante alla base il valore della resistenza è pressoché coincidente con quello del taglio associato al momento resistente. In questo caso pertanto è possibile un meccanismo di collasso misto che coinvolge contemporaneamente sia una rottura dovuta al taglio per fessurazione diagonale, sia una rottura a pressoflessione.

Per una distribuzione del carico triangolare variabile linearmente con l'altezza invece, valutando il taglio associato al momento resistente $T_p(M_{u,Rd})$ questo è sempre inferiore ai tagli resistenti (taglio per fessurazione diagonale e taglio per scorrimento). Per la distribuzione di carico triangolare la crisi per pressoflessione è anticipata rispetto a quella per taglio.

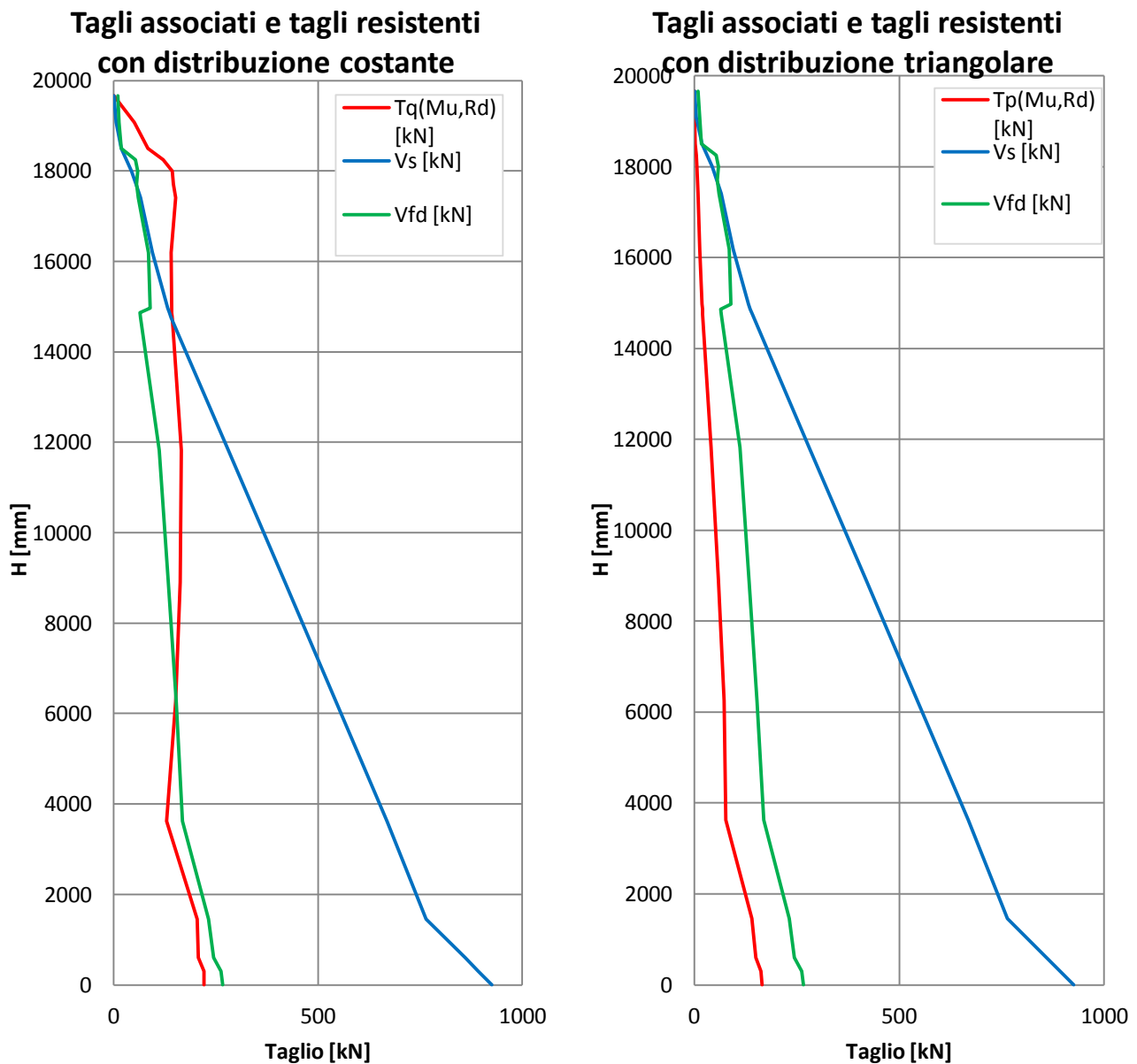


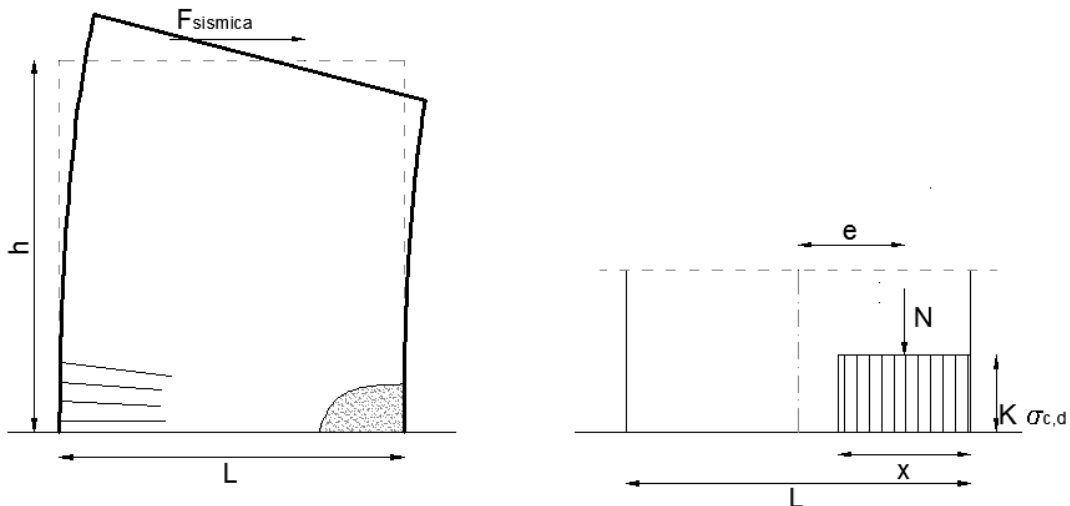
Grafico 5.1 - 2: Verifica preliminare meccanismo di rottura prevalente

5.2 Modelli meccanici semplificati (LV1)

Per una valutazione quantitativa con modelli meccanici semplificati è possibile fare riferimento al collasso per pressoflessione, ovvero considerare la torre come una mensola, sollecitata da un sistema di forze orizzontali oltre che dal proprio peso, che può andare in crisi in una generica sezione per schiacciamento nella zona compressa, a seguito della parzializzazione dovuta alla non resistenza a trazione. La verifica del modello semplificato sarà eseguita nei confronti di diversi meccanismi di rottura per evidenziare, oltre la resistenza alla rottura per la specifica sollecitazione, quale dei meccanismi valutati porti per primo la struttura in condizioni critiche. [16]

5.2.1 Meccanismo di rottura per presso – flessione

La pressoflessione nel piano della parete produce tensioni di compressione sullo spigolo inferiore del pannello, dunque la crisi si ha quando la massima tensione di compressione, indotta dalle azioni esterne e da quelle sismiche, eguaglia la resistenza a compressione di calcolo $\sigma_{c,d}$ della muratura. Di seguito si riporta una rappresentazione grafica dello stato tensionale della sezione di base del pannello nel momento in cui la tensione raggiunge la resistenza a compressione di calcolo della muratura. In tali condizioni il momento resistente che si ottiene è il momento ultimo M_u del pannello murario.



5.3 Condizione limite per rottura a presso-flessione

La verifica a pressoflessione di una struttura snella in muratura si effettuerà confrontando il momento agente di calcolo con il momento ultimo resistente calcolato assumendo la muratura non resistente a trazione ed una opportuna distribuzione non lineare delle compressioni.

Il momento ultimo resistente si è ricavato secondo diversi approcci:

- Calcolo di M_u mediante la valutazione dell'eccentricità "e" [17]

Il momento ultimo resistente di ogni sezione scatolare della torre campanaria è stimato attraverso la semplice relazione che identifica M_u come il prodotto tra lo sforzo normale dovuto al peso proprio e l'eccentricità ovvero la distanza dal baricentro in cui è applicata la risultante del carico di compressione.

$$M_{u,r} = N_i \cdot e_i$$

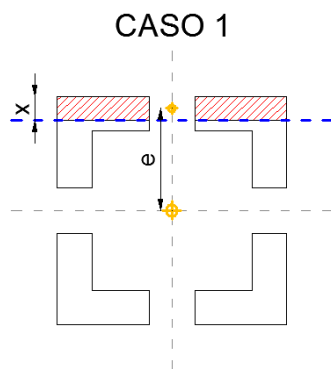
con: N_i = sforzo normale dovuto al peso proprio agente sulla sezione presa in considerazione;

e_i = eccentricità calcolata per la sezione esaminata.

A tal fine, per ogni sezione, è stata valutata in primo luogo l'area di sezione compressa in condizioni di momento ultimo pari a $A_c = N/\sigma_c$, e in seguito è stata definita analiticamente la misura dell'eccentricità secondo uno dei seguenti casi in funzione della porzione di sezione compressa A_c :

	a, b	dimensioni larghezza del pannello
	L ₁ , L ₂	dimensioni aperture
	s	spessore paramento

5.4 Parametri geometrici della sezione scatolare per ricavare l'eccentricità e

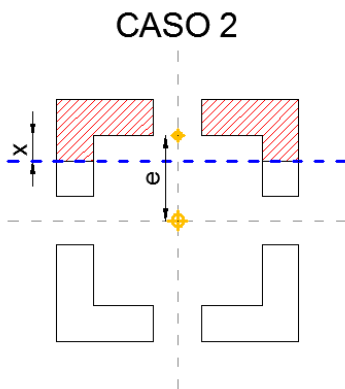


$$A_c = ax$$

$$x = \frac{A_c}{a}$$

$$e = \frac{b}{2} - \frac{x}{2}$$

5.5 Caso 1: $A_c \leq as$



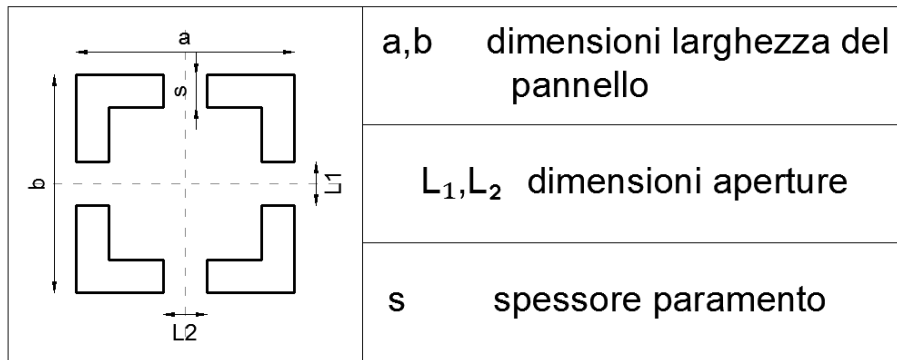
$$A_c = 2sx + as$$

$$x = \frac{A_c - as}{2s}$$

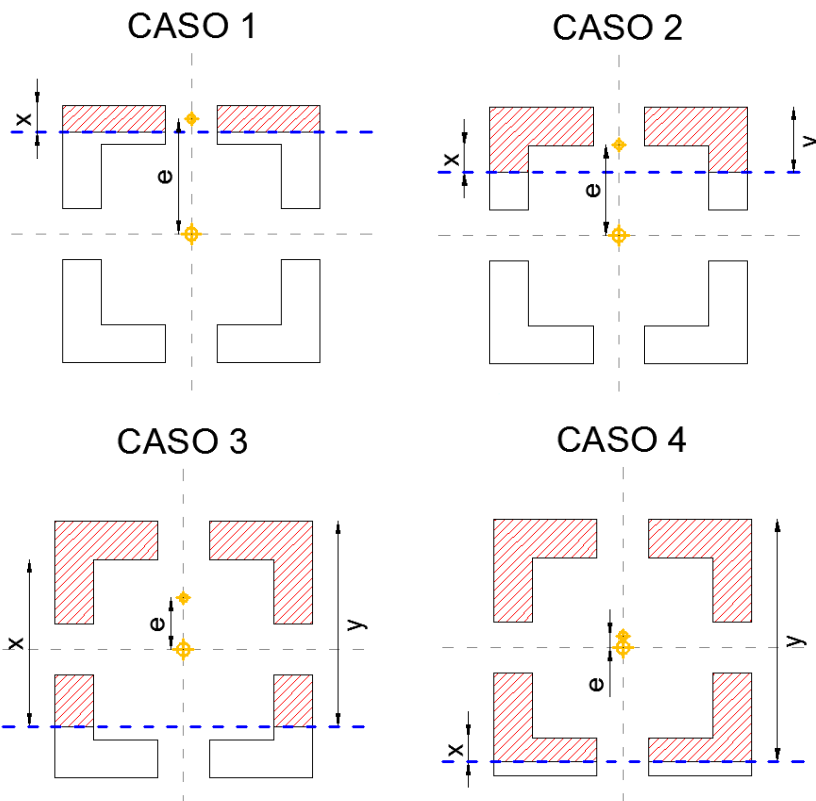
$$e = \frac{1}{A_c} \left[as \left(\frac{b}{2} - \frac{s}{2} \right) + 2sx \left(\frac{b}{2} - s - \frac{x}{2} \right) \right]$$

5.6 Caso 2: $A_c > as$

- Calcolo di M_u mediante procedimento del gruppo di studio dell'Università di Genova [16]
 La procedura si basa sulla ricerca della posizione dell'asse neutro della sezione scatolare e in seguito si ricava il valore del momento ultimo resistente attraverso relazioni analitiche geometriche. I risultati ottenuti con questo metodo ricalcano alla perfezione quelli ottenuti con il procedimento del punto precedente. La differenza di approccio sta nel fatto che, mentre nel primo metodo si indaga sull'eccentricità attraverso la porzione di sezione compressa, in questo caso si ricerca la posizione dell'asse neutro. Di seguito si riportano le espressioni utilizzate:



5.7 Parametri geometrici della sezione scatolare per ricavare la posizione dell'asse neutro x



5.8 Configurazioni possibili di parzializzazione della sezione scatolare

	x	y	M_u
Caso 1	$x = \frac{N}{\sigma_r(a - L_1)}$	$x = y$	$M_u = \frac{N}{2} \left(b - \frac{N}{\sigma_r(a - L_1)} \right)$
Caso 2	$x = \frac{N}{2\sigma_r s} - \frac{a - L_1}{2}$	$y = s + x$	$M_u = \frac{\sigma_r s (a - L_1)}{2} (b - s) + \sigma_r s x (b - 2s - x)$
Caso 3	$x = \frac{N}{2\sigma_r s} - \frac{a - L_1}{2} + L_2$	$y = s + x$	$M_u = \frac{\sigma_r s}{2} (a - L_1) (b - s) + \sigma_r s \left(\frac{b}{2} - s - \frac{L_2}{2} \right) \left(\frac{L_2}{2} + \frac{b}{2} - s \right) - \sigma_r s \left(x + s - \frac{b}{2} - \frac{L_2}{2} \right) \left(\frac{L_2}{2} + x + s - \frac{b}{2} \right)$
Caso 4	$x = \frac{N}{\sigma_r(a - L_1)} - 3s + b - 2s \left(\frac{b - 2s - L_2}{a - L_1} \right)$	$y = b - s + x$	$M_u = \sigma_r s (a - L_1) + 2\sigma_r s (b - 2s - L_2) + \sigma_r s (a - L_1)$

Tabella 5.4: Relazioni analitiche (Università di Genova) [16]

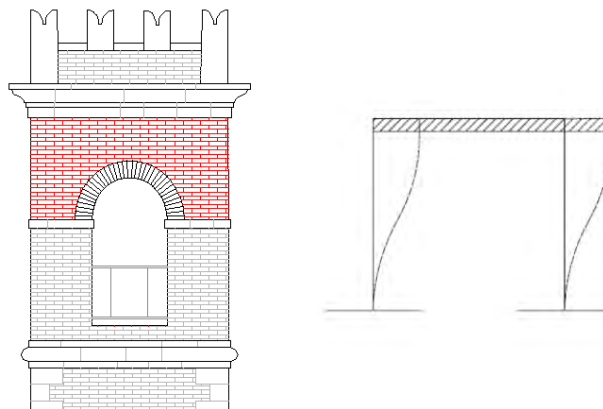
- Calcolo di M_u mediante la relazione riportata nella Direttiva [C]
in questo caso per la valutazione del momento ultimo resistente si assume la muratura non resistente a trazione ed una distribuzione delle compressioni secondo uno schema stress – block. Per il caso di sezione rettangolare cava, nell'ipotesi che lo sforzo normale agente non sia superiore a $0.85 f_d s_i a_i$, ovvero nel caso in cui la sezione sia assimilabile ad una sezione rettangolare, il valore del momento resistente si ottiene attraverso la seguente espressione:

$$M_u = \frac{\sigma_{0i} A_i}{2} \left(b_i - \frac{\sigma_{0i} A_i}{0.85 a_i f_d} \right)$$

dove:

- a_i lato perpendicolare alla direzione dell'azione sismica considerata della sezione di analisi, depurato da eventuali aperture;
- b_i lato parallelo alla direzione dell'azione sismica considerata della sezione di analisi;
- A_i area totale della sezione di analisi (nel caso di sezione cava di spessore costante essa è pari a $2s_i(a_i+b_i-2s_i)-B_i$, con s_i spessore della muratura nella sezione e B_i area della bucature presenti);
- σ_{0i} tensione normale media nella sezione di analisi (W/A_i , con W pari al peso della struttura presente al di sopra della sezione di analisi);
- f_d resistenza a compressione di calcolo della muratura (tenendo conto del fattore di confidenza F_c)

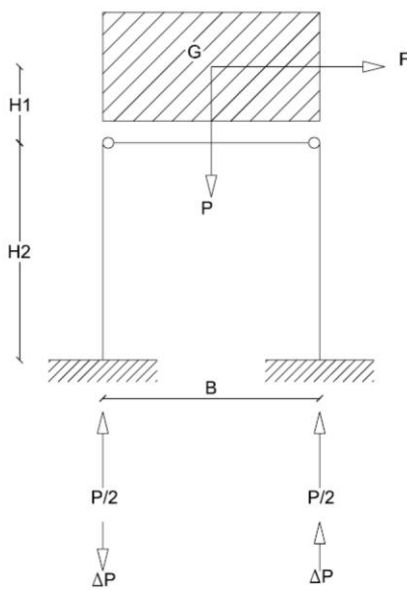
Per quanto riguarda la valutazione del momento resistente delle sezioni della cella campanaria, oltre al calcolo eseguito nell'ipotesi di conservazione piana delle sezioni per cui si considera la sezione della cella come un'unica sezione, si è deciso di valutare anche il momento resistente considerando la cella costituita dai singoli maschi murari che si comportano a telaio secondo lo schema per cui la fascia superiore di piano è considerata infinitamente rigida.



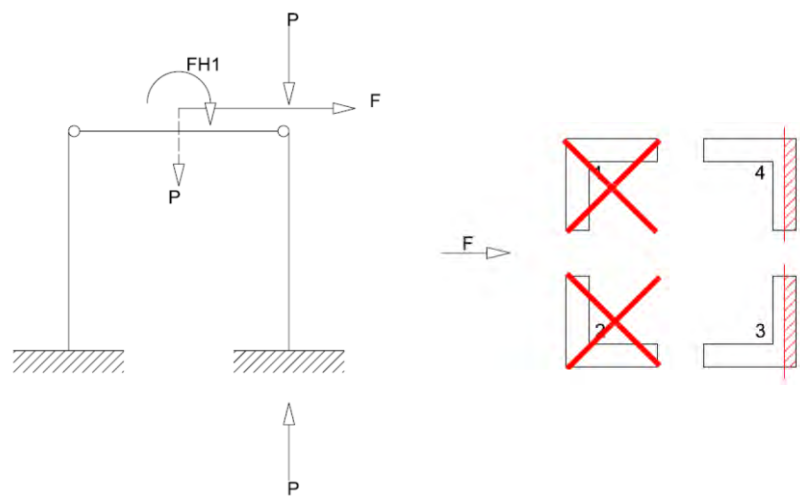
5.9 Fascia di piano considerata e schema statico previsto

Ulteriore elemento da considerare è la tipologia di copertura. Infatti, essendo questa pesante e di notevoli dimensioni, non si può considerare come un sovraccarico che si aggiunge al peso della muratura, in quanto la risultante delle forze sismiche produce un momento aggiuntivo rispetto alla quota cui viene considerata applicata. Tale momento comporta un ulteriore sforzo $\pm\Delta P$ sui piedritti della cella.

Perciò è lecito ipotizzare una situazione limite: quando lo sforzo normale sui piedritti tesi è nullo, cioè quando il modulo di ΔP è pari $P/2$. Il momento resistente si determina quindi supponendo che lo sforzo normale sollecitante sia equamente assorbito da soli due piedritti anziché quattro. [16]



5.10 Configurazione cella campanaria



5.11 Effetto della coppia aggiuntiva

Mentre, per stimare il momento agente di calcolo indotto dall'azione sismica si considera un sistema di forze distribuite lungo l'altezza della struttura, assumendo una forma lineare degli spostamenti. La forza da applicare in corrispondenza del baricentro di ciascun concio è data dalla formula seguente

$$F_i = \frac{W_i z_i}{\sum_{k=1}^n W_k z_k} F_h$$

dove: $F_h = 0.85 S_e(T_1) W/q g$;

W_i e W_k sono i pesi dei settori i e k rispettivamente;

z_i e z_k sono le altezze dei baricentri dei settori i e k rispetto alla fondazione;

$S_e(T_1)$ è l'ordinata dello spettro di risposta elastico, funzione del primo periodo T_1 della struttura secondo la direzione considerata;

$W = \sum W_i$ è il peso complessivo della struttura;

q è il fattore di struttura assunto pari a 3.4;

g è accelerazione di gravità.

La risultante delle forze sismiche agenti nella sezione i-esima è data da:

$$F_{hi} = \frac{\sum_{k=i}^n z_k W_k}{\sum_{k=1}^n z_k W_k} F_h$$

L'altezza z_{Fi} cui applicare la forza F_{hi} viene valutata, attraverso la relazione:

$$z_{Fi} = \frac{\sum_{k=i}^n z_k^2 W_k}{\sum_{k=i}^n z_k W_k} - z_{i^*}$$

con: z_k quota del baricentro della massa del k-esimo settore rispetto alla base avente peso W_k ;
 z_{i^*} quota dell'i-esima sezione di verifica rispetto alla base.

Imponendo l'uguaglianza tra il momento ultimo e il momento di progetto:

$$M_{u,i} = F_{hi} z_{Fi}$$

È possibile ricavare il valore dell'ordinata dello spettro di risposta elastico corrispondente al raggiungimento dello stato limite SLV nella sezione i-esima:

$$S_{e,SLV,i}(T_1) = \frac{qg M_{u,i} \sum_{k=1}^n z_k W_k}{0.85W (\sum_{k=i}^n z_k^2 W_k - z_{i^*} \sum_{k=i}^n z_k W_k) F_C}$$

In base a tale valore si fissa il tempo di ritorno T_{SLV} dell'azione sismica corrispondente, associando i corrispondenti valori di a_g , F_0 e T_C^* attraverso i quali sono definiti tutti i parametri dello spettro.

Individuata la sezione nella quale si raggiunge lo stato limite per l'accelerazione spettrale minima $S_{e,SLV}$, il valore dell'accelerazione massima del suolo associata al raggiungimento dello stato limite ultimo SLV si può stimare come:

$$a_{SLV} = \begin{cases} \frac{S_{e,SLV}}{SF_0} & T_B \leq T_1 \leq T_C \\ \frac{S_{e,SLV}}{SF_0} \frac{T_1}{T_C} & T_C \leq T_1 \leq T_D \end{cases}$$

Si riportano ora le tabelle con i risultati della verifica eseguita come sopra descritto; le sezioni di riferimento considerate sono evidenziate nell'immagine sottostante.



Caratteristiche geometriche e fisico-meccaniche delle sezioni di riferimento

SEZ.	B [mm]	b [mm]	s [mm]	H [mm]	A [m ²]	f _d [N/mm ²]	w [kN/m ³]
1	3701.52	1602.33	1049.60	0.00	13.70	-0.5	19.00
2	3598.62	1602.33	998.15	602.71	12.95	-0.5	19.00
3	2937.11	1602.33	667.39	3622.14	6.06	-0.5	19.00
4	2937.11	1602.33	667.39	8896.59	5.31	-0.5	19.00
5	2895.95	1602.33	646.81	14362.14	5.82	-0.5	19.00
6	2890.07	1865.00	512.53	14970.73	5.79	-0.5	19.00
7	2890.07	1865.00	512.53	16520.14	2.62	-0.5	19.00
8	2878.31	1865.00	506.65	17998.98	4.77	-0.5	19.00
9	3022.37	1865.00	578.69	18216.55	5.66	-0.5	19.00
10	2878.31	2546.08	166.11	19668.93	1.81	-0.5	19.00

Tabella 5.5: Identificazione sezioni di riferimento

Definizione forza sismica F_h

T ₁ [s]	0.9797
q	3.4
S _d (T ₁) [g]	0.062
W [kN]	2203.6319
F _h [kN]	117.01

Tabella 5.6: Valutazione forza sismica

Calcolo del momento ultimo sollecitante M_{u,Sd}

SEZ.	H [mm]	z _i [mm]	N [kN]	z _j W _j [kNmm]	z _k ² W _k [kNmm ²]	F _i [kN]	M _{u,Sd} [kNm]
0	0	0	2203.6319	47283	1.42E+07	0.307	1400.85
1.1	603	301	2046.7320	665262	9.70E+08	4.325	1365.59
2.1	3622	1459	1590.6921	3705334	2.32E+10	24.091	1230.51
3.1	8900	6261	998.8646	7843768	9.28E+10	50.998	690.86
4.1	14753	11826	335.6194	299451	4.45E+09	1.947	199.50
5.1	14971	14862	315.4706	2574781	4.17E+10	16.740	86.30
6.1	17408	16189	156.4293	955404	1.69E+10	6.212	39.38
7.1	17999	17704	102.4623	1083269	1.98E+10	7.043	11.22
8.1	18502	18250	43.1063	822506	1.57E+10	5.348	4.44
9.1	19660	19081	0.0000	0	0.00E+00	0.000	0.00

Tabella 5.8: Valori di riferimento Momento sollecitante

Calcolo del momento resistente M_{Rd}

SEZ.	N [kN]	Ac [m ²]	Ac < Bs	x [mm]	e [mm]	M_{Rd} [kNm]	M_{Rd} NTC 08 [kNm]	M_{Rd} Genova [kNm]
0	2203.63	4.4073	No	249	1249	2167.280	1996.056	2167.280
1.1	2125.18	4.2504	No	174	1273	2130.848	1966.720	2130.848
1	2046.73	4.0935	No	251	1224	1972.120	1821.409	1972.120
2.1	1818.71	3.6374	No	23	1294	1852.874	1725.244	1852.874
2	1590.69	3.1814	No	915	831	1041.060	1041.335	1041.060
3.1	1294.78	2.5896	No	472	996	1015.904	968.460	1015.904
3	998.86	1.9977	No	61	1115	877.209	830.213	877.209
4.1	667.24	1.3345	Si	458	1230	646.064	624.855	988.315
4	335.62	0.6712	Si	232	1329	351.186	345.771	769.777
5.1	325.54	0.6511	Si	225	1332	341.538	336.443	767.797
5	315.47	0.6309	Si	218	1336	331.835	327.050	331.835
6.1	225.98	0.4520	Si	156	1367	243.208	240.753	243.208
6	156.43	0.3129	Si	109	1385	170.570	169.389	170.570
7.1	129.45	0.2589	Si	90	1394	142.103	141.294	142.103
7	102.46	0.2049	Si	68	1477	119.186	118.703	119.186
8.1	72.78	0.1456	Si	48	1487	85.227	84.983	85.227
8	43.11	0.0862	Si	30	1424	48.339	48.250	48.339
9.1	12.86	0.0257	Si	9	1435	14.525	14.517	14.525
9	0.00	0.0000	Si	0	1439	0.000	0.000	0.000

Tabella 5.7: Estratto foglio di calcolo

Verifica indice di sicurezza sismica $I_{S,SLV}$

$M_{u,i}$ [kNm]	$S_{e,SLV,i}(T_1)$	$a_{g,SLV,i}(T_1)$	T_{SLV} [anni]	$I_{S,SLV}$
2534.99	0.30264	0.298	931	1.96
2497.73	0.30589	0.301	950	2
2191.06	0.29779	0.295	902.5	1.9
1229.94	0.29774	0.295	902.5	1.9
793.566	0.66526	>0.441	-	-
427.282	0.82805	>0.441	-	-
305.756	1.29839	>0.441	-	-
179.444	2.67541	>0.441	-	-
107.929	4.06417	>0.441	-	-
18.4365	0.000	-	-	-

Tabella 5.9: Tempo di ritorno associato allo stato limite ultimo SLV

Di seguito è riportato il grafico che mette a confronto l'andamento dei momenti ultimi resistenti con il momento sollecitante indotto dal sisma. Si ricorda che l'indice di sicurezza è valutato solamente nel baricentro dei conci individuati.

Verifica a presso-flessione

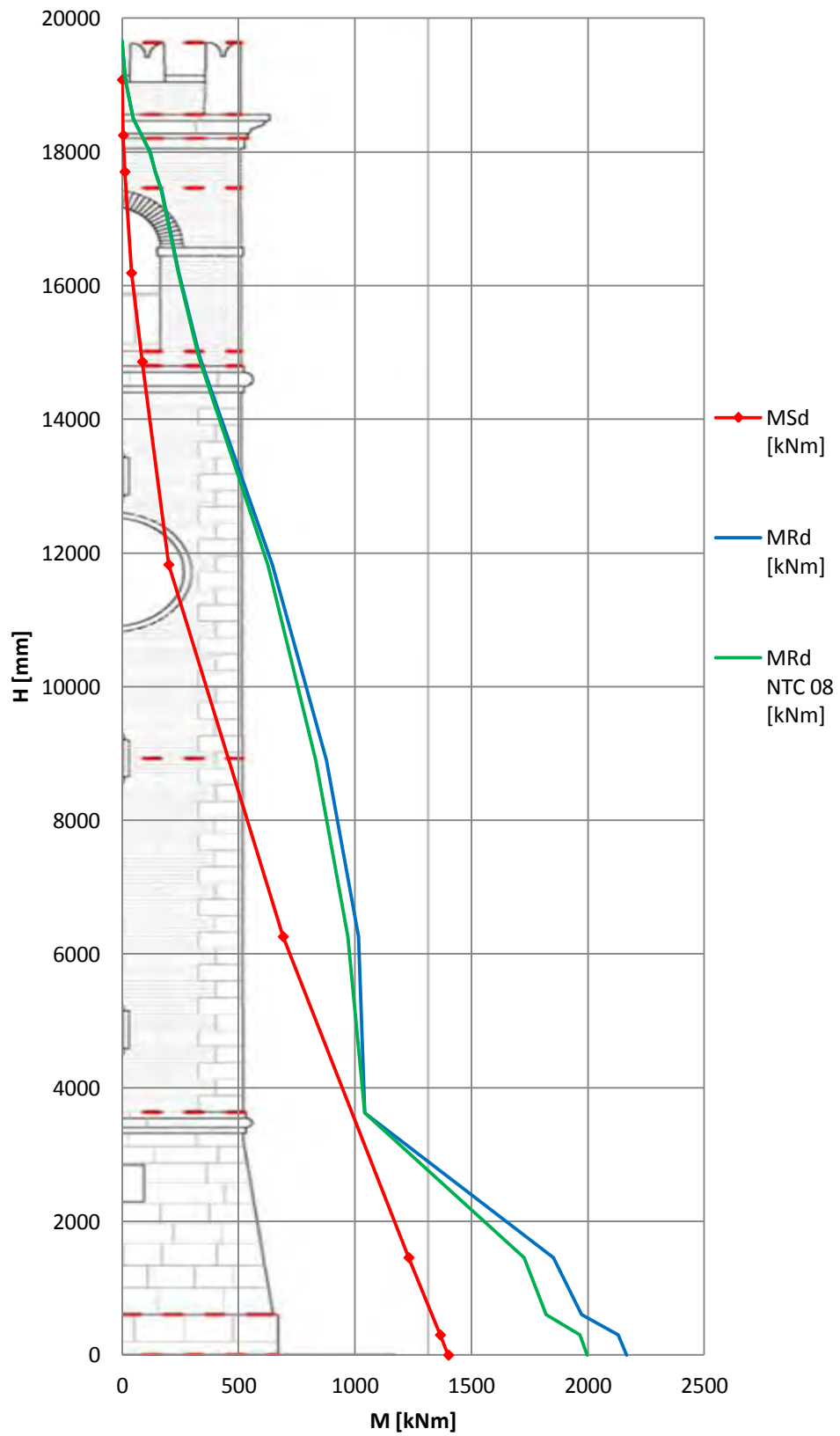


Grafico 5.3: Verifica LV1

5.2.2 Meccanismo di rottura per taglio – scorrimento e per fessurazione diagonale

La sollecitazione del taglio può indurre sul comportamento della muratura due differenti meccanismi di collasso:

- La prima modalità presa in considerazione è quella del meccanismo di rottura per taglio – scorrimento, dovuto dal superamento della tensione di taglio della muratura. Il parametro resistente è calcolato attraverso la seguente relazione:

$$V_t = l'tf_{vd}$$

con: l' lunghezza della parte compressa della sezione;

t spessore della parete;

f_{vd} resistenza di progetto a taglio, pari a f_{vk} / γ_M ;

f_{vk} resistenza caratteristica a taglio della muratura in presenza delle effettive tensioni di compressione valutata con

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4\sigma_n$$

f_{vk0} tensione normale media dovuta ai carichi verticali agenti sulla sezione di verifica.

poiché la relazione si riferisce ad un pannello murario, questa sarà modificata nei suoi termini geometrici affinché possa rappresentare al meglio le condizioni che si presentano, ovvero per tenere conto della sezione scatolare. Alla luce di queste considerazioni si assume:

$l't = A_c$ area compressa della sezione a box;

$f_{vd} = \tau = \tau_0 + 0.4\sigma_c \leq 2.2MPa$ resistenza media a taglio della muratura;

τ_0 resistenza a taglio di progetto con compressione nulla;

σ_c tensione di compressione di progetto;

quindi la resistenza del meccanismo di rottura a taglio - scorrimento è valutata attraverso la seguente relazione:

$$V_s = A_c \tau$$

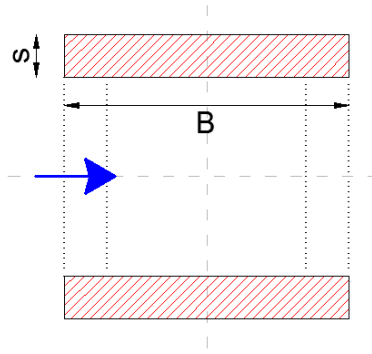
La verifica è soddisfatta se la resistenza a taglio - scorrimento risulta maggiore al taglio associato al momento ultimo agente in ciascuna sezione considerata.

- Il secondo meccanismo da analizzare in presenza di sollecitazioni di taglio sulle murature è la rottura del pannello per fessurazione diagonale causata dal superamento della tensione di trazione massima nella muratura. Il valore di resistenza è stimato attraverso la seguente espressione:

$$V_t = lt \frac{1.5\tau_0}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_0}}$$

Anche in questo caso la formula viene parzialmente modificata per adattarla alla sezione scatolare:

$$lt = 2Bs$$



5.12 Area di sezione reagente a taglio
per fessurazione diagonale;

$b = \frac{H}{l} \leq 1.5$ rapporto tra altezza e base del pannello;

$\sigma_0 = \frac{N}{A}$ tensione di compressione sulla sezione considerata.

La relazione precedente si può quindi riscrivere nel seguente modo:

$$V_{fd} = 2Bs\tau_0 \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5\tau_0}}$$

Come in precedenza, la verifica è soddisfatta se la resistenza a taglio per fessurazione diagonale risulta maggiore al taglio associato al momento ultimo agente in ciascuna sezione considerata. [17]

Calcolo meccanismi resistenti a rottura per taglio - scorrimento e per fessurazione diagonale

SEZ.	H [mm]	f_d [N/mm ²]	$\tau_{0,d}$ [N/mm ²]	Ac [m ²]	$V_s(M_{Rd})$ [kN]	2Bs [m ²]	h/b	N / A [N/mm ²]	$V_{fd}(M_{Rd})$ [kN]
0	0	0.500	0.010	4.407	925.525	7.770	1.5	-0.161	266.035
1.1	301	0.500	0.010	4.250	892.576	7.770	1.5	-0.155	261.668
1	603	0.500	0.010	4.093	859.627	7.184	1.5	-0.158	244.005
2.1	1459	0.500	0.010	3.637	763.859	7.184	1.5	-0.140	231.258
2	3622	0.500	0.010	3.181	668.091	3.920	1.5	-0.263	168.631
3.1	6261	0.500	0.010	2.590	543.807	3.920	1.5	-0.214	153.076
3	8900	0.500	0.010	1.998	419.523	3.834	1.5	-0.168	133.981
4.1	11826	0.500	0.010	1.334	280.242	3.834	1.5	-0.112	111.711
4	14753	0.500	0.010	0.671	140.960	2.963	1.5	-0.058	65.361
5.1	14862	0.500	0.010	0.651	136.729	2.963	1.5	-0.056	64.577
5	14971	0.500	0.010	0.631	132.498	2.963	1.5	-0.120	89.010
6.1	16189	0.500	0.010	0.452	94.910	2.963	1.2	-0.086	84.742
6	17408	0.500	0.010	0.313	65.700	2.917	1.0	-0.033	60.323
7.1	17704	0.500	0.010	0.259	54.367	2.917	1.0	-0.027	56.195
7	17999	0.500	0.010	0.205	43.034	3.498	1.0	-0.018	58.652
8.1	18250	0.500	0.010	0.146	30.569	3.498	1.0	-0.013	52.897
8	18502	0.500	0.010	0.086	18.105	0.956	1.0	-0.024	17.590
9.1	19081	0.500	0.010	0.026	5.400	0.956	1.0	-0.007	12.508
9	19660	0.500	0.010	0.000	0.000	0.956	1.0	0.000	9.562

Tabella 5.10: Tagli resistenti

Si riporta ora il grafico per la verifica a taglio della struttura sottoposta all'azione sismica nei confronti dei due meccanismi resistenti considerati:

Verifica a taglio

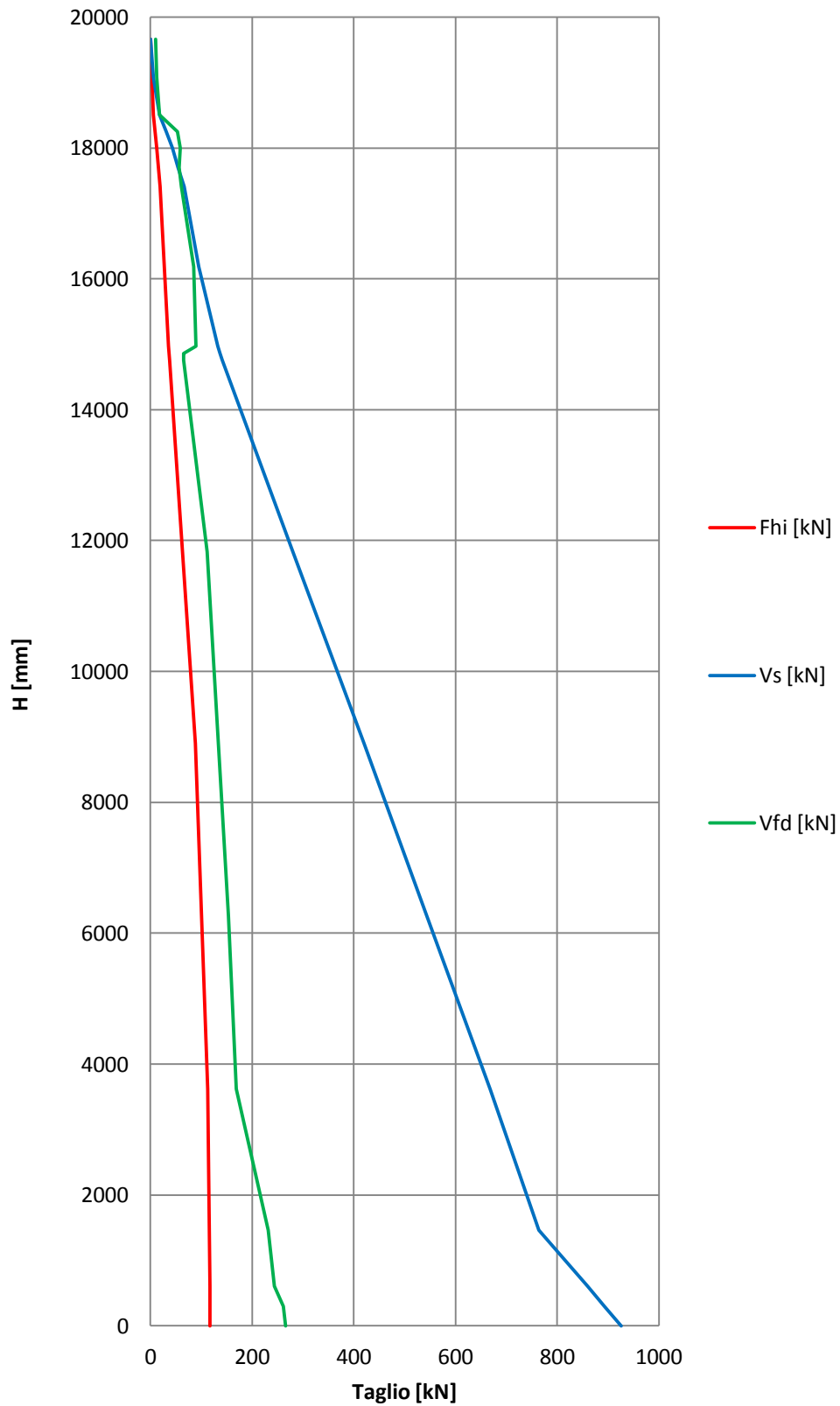


Grafico 5.4: Verifica LV1

5.3 Conclusioni analisi LV1

Dalle verifiche eseguite in fase preliminare con modelli meccanici semplificati si osserva come il campanile in esame presenti un comportamento a rottura variabile a seconda della distribuzione dei carichi agenti, in particolare si nota come il taglio resistente per fessurazione diagonale sia il meccanismo che maggiormente condiziona la struttura e indica una possibile criticità dei paramenti murari nei confronti di una rottura fragile per la distribuzione di forze agenti costante (proporzionale alle masse).

Dalla valutazione della snellezza della struttura ($\lambda > 33$) inoltre si giustifica in modo scientifico l'aver assimilato il manufatto alla tipologia costruttiva di torri, campanili e altre strutture a prevalente sviluppo verticale.

Per quanto riguarda la verifica a presso – flessione, si nota una significativa riduzione della resistenza a presso – flessione nella sezione localizzata alla base del fusto la quale comporta l'individuazione di una zona critica che non supera la verifica di sicurezza. L'incongruenza, che si osserva tra il momento resistente calcolato con la definizione dell'eccentricità "e" e quello valutato secondo le formule riportate in normativa, è dovuta dalla differente porzione di sezione compressa considerata dai due differenti approcci.

L'indice di sicurezza sismica, valutato alle quote z_i dei baricentri dei conci considerati, presenta sempre valori maggiori a 1 con valore minimo localizzato sul fusto dove $I_{S,SLV} = 1.9$, assicurando quindi un tempo di ritorno maggiore al tempo di ritorno di riferimento definito per le verifiche allo stato limite ultimo di salvaguardia della vita.

Mentre le verifiche di sicurezza eseguite per i meccanismi di rottura a taglio non hanno evidenziato alcuna criticità.

6 VALUTAZIONE VULNERABILITÀ SISMICA: LIVELLO LV2

Al fine di verificare la sicurezza nei riguardi di una condizione limite di collasso è possibile fare riferimento a metodi di analisi più semplici ed efficaci, che pur se non in grado di descrivere il comportamento in condizioni di esercizio, possono cogliere le condizioni ultime. In particolare, per l'analisi a collasso delle strutture murarie si ricorre frequentemente all'analisi limite dell'equilibrio, utilizzando sia il teorema statico (analisi incrementale) sia quello cinematico (analisi per cinematismi). Il teorema statico, attraverso l'individuazione di soluzioni equilibrate, consente di valutare se la costruzione è sicura in presenza di certi carichi, anche se non è determinata l'esatta soluzione. L'analisi per cinematismi (che considera la struttura come composta da blocchi rigidi), nel caso in cui questi siano correttamente individuati (anche grazie all'osservazione del danno manifestato), fornisce in modo molto semplice una stima attendibile delle risorse ultime della costruzione. [14]

L'analisi cinematica, lineare o non lineare, rappresenta lo strumento in genere più efficace ed agevole per tale valutazione; i risultati ottenibili possono però essere eccessivamente cautelativi se non vengono considerati i diversi dettagli costruttivi che determinano il comportamento reale: presenza di catene, ammorsamento tra murature ortogonali, tessitura muraria, condizioni di vincolo degli orizzontamenti; inoltre nella definizione dei macroelementi e dei meccanismi di collasso che possono interessare la zona oggetto di intervento è necessario considerare l'eventuale presenza di stati di danneggiamento pregressi (specie se di origine sismica) e le conoscenze sul comportamento di strutture simili (desunte dal rilievo sistematico dei danni post-terremoto).

Per ciascun macroelemento analizzato, il confronto tra le accelerazioni allo stato limite ultimo prima e dopo l'intervento consente di esprimere un giudizio sul grado di miglioramento conseguito, evidenziando l'inutilità di alcuni interventi, nel caso in cui il margine di miglioramento fosse modesto rispetto al negativo impatto dell'intervento in termini di conservazione. Inoltre, considerando l'accelerazione massima al suolo di riferimento nel sito, è possibile valutare l'effettiva necessità degli interventi; infatti, negli elementi in cui l'accelerazione allo stato limite ultimo fosse già superiore a quest'ultima, non sarebbe necessario procedere al miglioramento sismico di quella parte.

L'analisi cinematica lineare è quindi il metodo adottato per valutare il livello di sicurezza di una struttura di una costruzione in muratura nei confronti di meccanismi locali attivabili dall'azione sismica; esso si contraddistingue per il fatto che si limita a valutare l'azione sismica in grado di attivare il cinematismo, ma non si interessa dell'evoluzione dello stesso cinematismo dopo la sua attivazione. Con il termine "attivazione" del meccanismo si intende il raggiungimento della condizione di equilibrio limite oltre la quale la catena cinematica può mettersi in moto.

La procedura dell'analisi cinematica lineare si articola nei seguenti passi:

- 1) Individuazione del meccanismo;

- 2) Modellazione del meccanismo;
- 3) Valutazione del moltiplicatore orizzontale dei carichi α_0 che comporta l'attivazione del meccanismo;
- 4) Calcolo dell'accelerazione sismica spettrale α_0^* che comporta l'attivazione del meccanismo;
- 5) Verifica semplificata con fattore di struttura q.

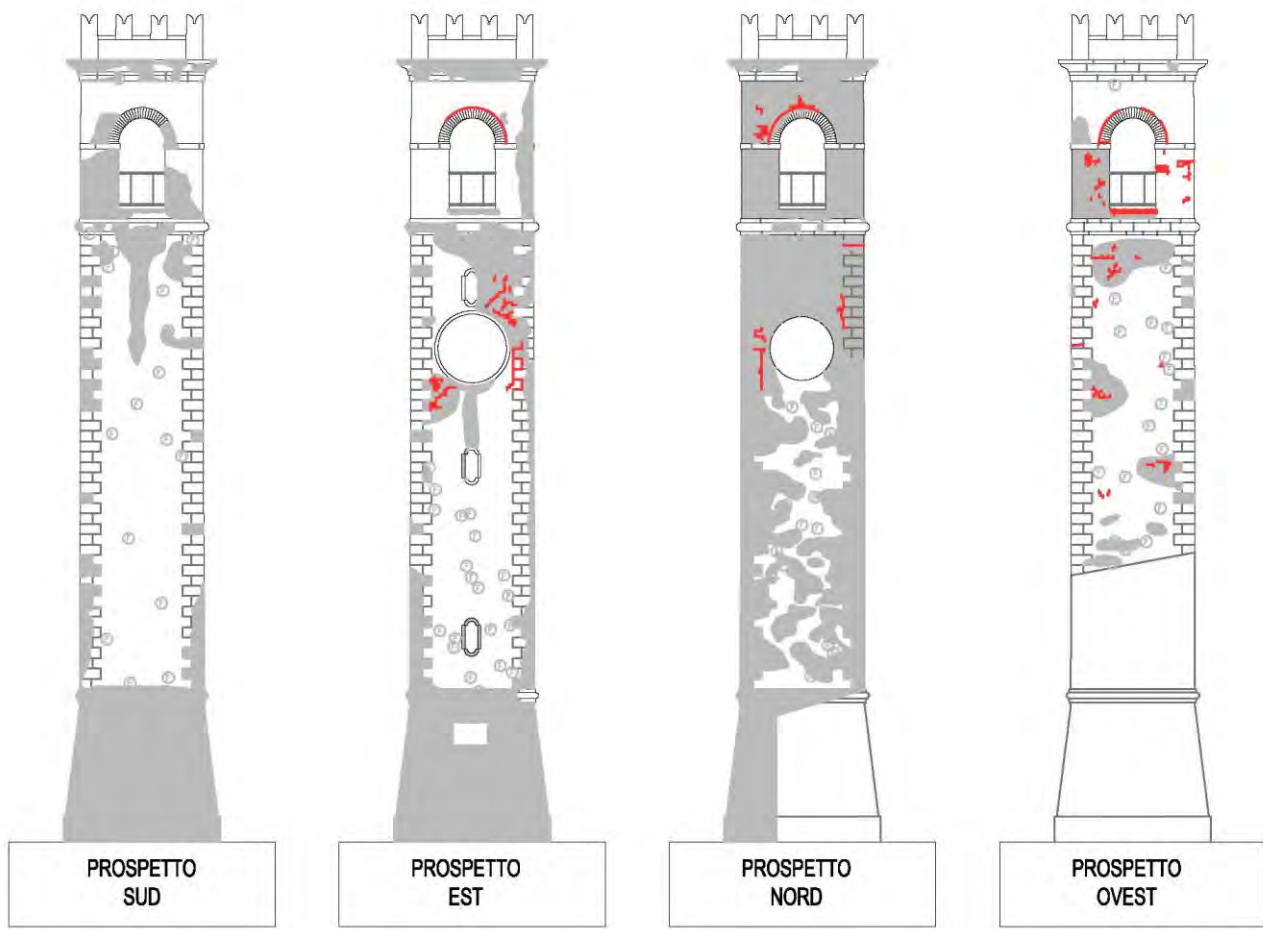
6.1 Individuazione del meccanismo

I meccanismi locali significativi per la costruzione possono essere ipotizzati sulla base della conoscenza del comportamento sismico di strutture analoghe, già danneggiate dal terremoto, o individuati considerando la presenza di eventuali stati fessurativi, anche di natura non sismica.

Per orientare la previsione del meccanismo di collasso più probabile in caso di sisma assumono particolare importanza le operazioni di ricerca storica sulle fasi costruttive dell'opera, l'individuazione delle caratteristiche costruttive ricorrenti, l'analisi dei collegamenti e della qualità muraria al fine di valutare la monoliticità della muratura, il rilievo dello stato fessurativo.

In tal caso i meccanismi locali presi in considerazione derivano dall'analisi congiunta dello stato fessurativo preesistente all'ultimo intervento di restauro e i meccanismi, che coinvolgono la torre e la cella campanaria, messi in evidenza e descritti nell'Allegato C delle Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale allineate alle nuove Norme tecniche per le costruzioni.

Di seguito si riporta l'elaborato grafico risultato dal rilievo del degrado e del quadro fessurativo e deformativo, in rosso si può notare come le lesioni, che riportava la muratura in precedenza all'intervento di restauro, si concentravano soprattutto nell'intorno della cella campanaria e nell'angolo nord – est del fusto.



6.1 Lesioni muratura messe in evidenza dal rilievo del degrado

6.2 Modellazione del meccanismo

La valutazione de cinematismo consiste nella trasformazione di una parte della costruzione in un sistema labile (catena cinematica), attraverso l'individuazione di corpi rigidi, definiti da piani di frattura ipotizzabili per la scarsa resistenza a trazione della muratura, in grado di ruotare o scorrere tra loro.

Nel caso della muratura, la validità del teorema cinematico è valida con riferimento alle seguenti ipotesi:

- non resistenza a trazione del materiale (ipotesi a favore di sicurezza, porta a sottostimare la reale capacità della struttura);
- infinita resistenza a compressione;
- limitata deformabilità;
- assenza di scorrimenti.

Tuttavia è possibile tener conto, con opportuni accorgimenti, anche delle situazioni reali, nelle quali le suddette ipotesi non sono completamente rispettate.

Si nota, inoltre, come l'infinita resistenza a compressione della muratura è un'ipotesi a sfavore di sicurezza, in quanto la condizione ultima non si verifica in corrispondenza di un contatto puntuale tra i blocchi (fatto che comporterebbe una tensione di compressione infinita), ma quando la sezione reagente parzializzata è tale da portare alla rottura per schiacciamento della muratura; tuttavia l'analisi limite può ancora essere utilizzata, a patto di considerare un margine geometrico nella posizione delle cerniere che definiscono il cinematismo.

Per quanto riguarda la limitata deformabilità, questa è un'ipotesi in genere accettabile, almeno nel caso delle costruzioni in muratura di tipo massivo. L'analisi limite valuta la condizione di equilibrio di una struttura labile, costituita dall'assemblaggio di porzioni murarie rigide, ovvero si controlla che questa risulti staticamente determinata sotto i carichi assegnati, prevalentemente grazie alla propria forma; trascurare la deformabilità significa ipotizzare che anche nella configurazione deformata, non determinabile attraverso l'analisi limite, la struttura sia ancora in equilibrio. È opportuno tuttavia considerare che, nel caso dell'analisi di costruzioni esistenti, la configurazione geometrica che viene determinata attraverso il rilievo geometrico è già quella deformata, per cui l'analisi limite è in grado di valutare le condizioni di sicurezza nello stato attuale.

Infine, l'assenza di scorrimenti tra i conci murari può essere in genere assunta come ipotesi, salvo poi controllare a posteriori che questi non si verifichino in concomitanza delle azioni che vengono valutate nell'analisi.

La fase di modellazione del meccanismo di collasso si esplica nel definire la tipologia e la qualità della muratura e nel valutare le forze coinvolte, sia di tipo resistenti sia di tipo spingenti. [14]

6.3 Calcolo del moltiplicatore α_0

L'analisi limite può essere utilizzata anche per valutare la capacità sismica, considerando tale azione come un sistema di forze orizzontali, proporzionali alle masse della costruzione attraverso un opportuno moltiplicatore. Tale moltiplicatore può essere messo in relazione all'accelerazione massima del suolo. È tuttavia noto che l'accelerazione sismica che attiva il meccanismo di collasso, quella per cui compaiono evidenti fessurazioni ed i diversi blocchi iniziano ad oscillare, è inferiore rispetto a quella che produce il vero e proprio collasso; l'azione sismica ha infatti natura

dinamica, per cui un sistema labile di blocchi rigidi, pur oscillando, può tornare nella iniziale configurazione di equilibrio se l'impulso che ha attivato il meccanismo ha durata ed energia limitate, ed i successivi impulsi non sono tali da incrementare ulteriormente gli spostamenti. [14]

6.3.1 Calcolo del moltiplicatore α_0 con il metodo dell'equilibrio alla rotazione

Attraverso il metodo di equilibrio alla rotazione della porzione muraria coinvolta nel cinematismo attorno all'asse della cerniera è possibile eseguire l'analisi della catena cinematica innescata eguagliando il momento resistente M_R con il momento spingente M_S .

Quest'ultimo è dato dalle azioni sismiche rappresentate dai pesi coinvolti nel moto del meccanismo moltiplicati per il coefficiente α detto "moltiplicatore orizzontale dei carichi". In condizioni di attivazione del meccanismo il momento spingente raggiungerà lo stesso valore del momento resistente: è possibile dunque eguagliare le due quantità algebriche e ottenere l'incognita α , denominata in questo caso α_0 cioè moltiplicatore orizzontale dei carichi che comporta l'attivazione del meccanismo. Il momento resistente invece è dato da tutti i contributi resistenti che si oppongono al moto del cinematismo.

In generale l'equilibrio alla rotazione è descritto dalla seguente equazione:

$$\alpha_0 M_S + M_{EST} = M_{RC} + M_{RA} + M_{RF}$$

- dove
- M_S è il momento spingente dovuto al terremoto;
 - M_{EST} è il momento dovuto ad azioni esterne indipendenti dal sisma;
 - M_{RC} è il momento resistente dovuto alla coesione;
 - M_{RA} è il momento resistente dovuto all'attrito;
 - M_{RF} è il momento resistente dovuto alla forma del meccanismo;
 - α_0 è il moltiplicatore dei carichi inerziali che attiva il meccanismo.

Le diverse fasi dello sviluppo del cinematismo sono caratterizzate dalla diversa composizione del momento resistente, in quanto i diversi contributi non agiscono tutti assieme contemporaneamente:

- 1) fase di innesco. In questa prima fase il momento resistente è dato dal contributo attritivo e da quello coesivo. Infatti la muratura non è ancora lesionata e l'azione sismica incontra l'opposizione efficace della coesione e dell'attrito interni alla muratura. Non compare invece il contributo resistente dovuto alla "forma" del blocco murario in rotazione in quanto il blocco non si è ancora separato dalla parte di muratura che non partecipa al meccanismo.

L'equazione di equilibrio alla rotazione diventa:

$$\alpha_{0i} M_S + M_{EST} = M_{RC} + M_{RA}$$

- con α_{0i} : moltiplicatore dei carichi di innesco del meccanismo di collasso che induce la formazione della prima lieve lesione in corrispondenza della superficie di distacco.

- 2) Fase di fessurazione. In seguito alla comparsa della lesione non compare più il contributo coesivo ma se l'azione sismica sollecitante terminasse istantaneamente il blocco non avrebbe ancora prodotto lavoro, in quanto non si sarebbe ancora mosso. Affinché ci sia movimento il perdurare dell'azione sismica deve vincere la resistenza dovuta all'attrito.

L'equazione di equilibrio per questa fase è:

$$\alpha_{of} M_s + M_{EST} = M_{RA}$$

con α_{of} : moltiplicatore dei carichi di fessurazione. Dalle equazione delle prime due fasi si può osservare come il moltiplicatore di fessurazione sia sempre numericamente minore del moltiplicatore d'innesco. Questa considerazione implica che al superamento del moltiplicatore d'innesco automaticamente anche il moltiplicatore di fessurazione è superato.

- 3) Fase di crisi. In questo passaggio la lesione si è allargata a tal punto da far venir meno il contributo attritivo. L'unico apporto di resistenza è dato dalla forma stessa della porzione muraria ormai totalmente separata dalla parte inerte di struttura.

L'equazione di equilibrio alla rotazione diventa:

$$\alpha_{oc} M_s + M_{EST} = M_{RF}$$

con α_{oc} : moltiplicatore di crisi, può essere numericamente inferiore, uguale o superiore al moltiplicatore d'innesco α_{oi} .

Quindi, dal punto di vista dinamico, il collasso si compone in tre fasi temporali distinte: innesco, fessurazione e crisi; a cui corrispondono tre moltiplicatori dei carichi, solo due di questi risultano però significativi dal punto di vista statico, α_{oi} e α_{oc} .

$$\alpha_0 = \max\{\alpha_{oi}; \alpha_{oc}\}$$

Il massimo di questi ultimi, definito come "moltiplicatore di attivazione" α_0 , individua la soglia di resistenza della struttura nei confronti del meccanismo analizzato, infatti non appena viene superato dall'azione sismica si ha l'attivazione del moto della catena cinematica che costituisce il meccanismo. [14]

6.3.2 Calcolo del moltiplicatore α_0 con il metodo del PLV

Un metodo equivalente all'equazione di equilibrio che consente di calcolare il moltiplicatore di attivazione del meccanismo locale di danno è basato sul Principio dei Lavori Virtuali.

La procedura in questo caso si compone dei seguenti passaggi:

- Applicare ai blocchi rigidi che compongono la catena cinematica le forze agenti quali: i pesi propri dei blocchi applicati nel loro baricentro, i carichi verticali portati dagli stessi, un sistema di forze orizzontali proporzionali ai carichi verticali portati, eventuali forze esterne ed interne;
- Si assegna una rotazione virtuale θ_k al generico blocco k;

- c. Si determinano gli spostamenti delle diverse forze applicate nella rispettiva direzione, valutati in funzione della rotazione virtuale stessa e della geometria della struttura;
- d. Si applica il Principio dei Lavori Virtuali in termini di spostamento per ottenere il moltiplicatore α_0 . Consiste nell'eguagliare il lavoro totale eseguito dalle forze esterne ed interne applicate al sistema in corrispondenza dell'atto di moto virtuale:

$$\alpha_0 \left(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{X,i} + \sum_{j=n+1}^{n+m} P_j \delta_{X,j} \right) - \sum_{i=1}^n P_i \delta_{Y,i} - \sum_{h=1}^o F_h \delta_h = L_{fi}$$

dove

- n è il numero di forze peso applicate ai diversi blocchi della catena cinematica;
- m è il numero di forze peso non direttamente gravanti sui blocchi le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica, in quanto non efficacemente trasmesse ad altre parti dell'edificio;
- o è il numero di forze esterne, non associate a masse, applicate ai diversi blocchi;
- P_i è la generica forza peso applicata (peso proprio del blocco applicato nel suo baricentro, o un altro peso portato)
- P_j è la generica forza peso, non direttamente applicata sui blocchi, la cui massa, per effetto dell'azione sismica, genera una forza orizzontale sugli elementi della catena cinematica, in quanto non efficacemente trasmessa ad altre parti dell'edificio;
- $\delta_{X,i}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell' i -esimo peso P_i , assumendo come verso positivo quello associato alla direzione secondo cui agisce l'azione sismica che attiva il meccanismo;
- $\delta_{X,j}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione del j -esimo peso P_j , assumendo come verso positivo quello associato alla direzione secondo cui agisce l'azione sismica che attiva il meccanismo;
- $\delta_{Y,i}$ è lo spostamento virtuale verticale del punto di applicazione dell' i -esimo peso P_i , assunto positivo se verso l'alto;
- F_h è la generica forza esterna (in valore assoluto), applicata ad un blocco;
- δ_h è lo spostamento virtuale del punto dove è applicata la h -esima forza esterna, nella direzione della stessa, di segno positivo se con verso discorde;
- L_{fi} è il lavoro di eventuali forze interne.

Risulta evidente come il metodo basato sul PLV non consente di valutare i contributi resistenti delle forze attrittive e coesive, quindi si assume implicitamente che la resistenza al sisma del meccanismo considerato sia dovuta fondamentalmente alla forma stessa della catena cinematica.

[14]

6.4 Calcolo dell'accelerazione di attivazione a_0^*

Questa fase permette di passare dal moltiplicatore α_0 all'accelerazione a_0^* in modo da poter svolgere, in seguito, la verifica di sicurezza richiesta, in quanto quest'ultima consiste in un confronto tra capacità (quanto resiste la struttura) e domanda (quanto deve resistere la struttura in caso di terremoto). Poiché la domanda è espressa in termini di accelerazione di riferimento valutata sullo spettro di risposta, anche la capacità, per ragioni di omogeneità, deve essere ricondotta a un'accelerazione di un sistema ad un grado di libertà.

Ciò si effettua attraverso le seguenti espressioni:

per $i \in [1; n+m]$

$$M^* = \frac{(\sum_i P_i \delta_{X,i})^2}{g \sum_i P_i \delta_{X,i}^2}$$

$$e^* = \frac{gM^*}{\sum_i P_i}$$

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* F_C}$$

dove: g è l'accelerazione di gravità;

e^* è la frazione di massa partecipante della struttura, coefficiente adimensionale ottenuto dal rapporto tra il peso delle masse partecipanti e il peso totale degli elementi coinvolti nel cinematismo;

F_C è il fattore di confidenza;

$n+m$ è il numero delle forze peso P_i applicate, le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica;

$\delta_{X,i}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell' i -esimo peso P_i ;

M^* è la massa partecipante al cinematismo, considerando gli spostamenti associati al cinematismo come se fossero una forma modale;

a_0^* è l'accelerazione in grado di produrre l'attivazione del meccanismo.

La massa partecipante è calcolata mediante l'ausilio di un foglio di calcolo e un programma di grafica. In quest'ultimo si riporta in scala il meccanismo in una configurazione diversa da quella iniziale, conseguente all'assegnazione di una piccola rotazione θ_k e quindi sarà possibile misurare la distanza dei punti di interesse (i baricentri dei blocchi dove sono applicate le masse) direttamente tramite il programma di grafica. In seguito, i dati delle coordinate originali e quelle in configurazione deformata, assieme ai valori delle masse dei blocchi individuati, sono inseriti nel foglio di calcolo per ottenere la massa partecipante a quel determinato cinematismo e l'accelerazione di attivazione.

Il valore di a_0^* così ottenuto è un'accelerazione che si intende applicata direttamente sulle masse facenti parte del meccanismo, prescindendo dalla quota a cui sono posizionate le pareti coinvolte nel cinematismo.

6.5 Verifica

La fase di verifica è affrontata nei confronti dello Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV) come prescritto da normativa vigente nel caso di costruzioni esistenti in muratura. Le due verifiche da svolgere si distinguono per il fatto che il meccanismo locale considerato si manifesta in quota e quindi si effettua il controllo sia per l'accelerazione al suolo, sia per l'accelerazione in quota. [13]

- SLV con accelerazione al suolo

La condizione da rispettare è la seguente:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR})S}{q}$$

- con a_0^* accelerazione di attivazione del meccanismo;
- a_g accelerazione orizzontale massima del terreno per una probabilità di superamento pari al 10% nel corso della vita in riferimento V_R (poiché associato allo SLV);
- S coefficiente relativo alla topografia e alla stratigrafia del sito in esame;
- q fattore di struttura che, in base alla normativa italiana in vigore, si assume pari a 2. Tale fattore rappresenta le risorse resistenti che il meccanismo può ancora esplicare tra la sua attivazione e l'effettiva perdita di equilibrio.

- SLV con accelerazione in quota

La verifica si esegue con la seguente formula:

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q}$$

- con T_1 primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata;
- $S_e(T_1)$ spettro elastico orizzontale in accelerazione calcolato per il periodo T_1 ;
- Z altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo e il resto della struttura;
- $\psi(Z)$ primo modo di vibrazione dell'edificio, nella direzione considerata, normalizzato ad 1 in sommità dell'opera;
- γ coefficiente di partecipazione modale, in modo semplificato si può valutare con l'espressione $\gamma = 3N / (2N + 1)$ con N numero di piani dell'edificio;
- q fattore di struttura pari a 2.

6.6 Analisi cinematismi significativi

Per il caso studio in esame, l'analisi cinematica lineare è stata affrontata per 5 tipologie differenti di meccanismi locali di danno, alcune delle quali sono state analizzate con differenti piani di taglio. Il metodo utilizzato per ricavare il moltiplicatore di attivazione α_0 è basato sul Principio dei Lavori Virtuali, mentre a livello operativo ci si è dotati di uno specifico foglio di calcolo e di un programma di grafica per imporre una piccola rotazione alla catena cinematica e misurare le deformazioni indotte.

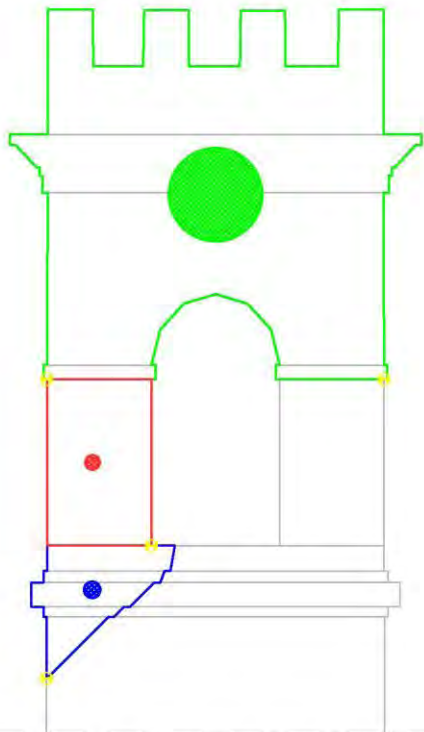
Per ciascun cinematismo sono riportati i dati di input delle forze resistenti e spingenti, il moltiplicatore di attivazione α_0 , il calcolo dell'accelerazione di attivazione a_0^* associata, le verifiche allo SLV e una rappresentazione grafica della catena cinematica presa in considerazione; mentre i dati di input che definiscono le caratteristiche dell'edificio e i parametri sismici sono riportati solo per il primo cinematismo in quanto tali valori non sono oggetto di modifica per le configurazioni successive.

6.6.1 Rotazione due piedritti della cella campanaria

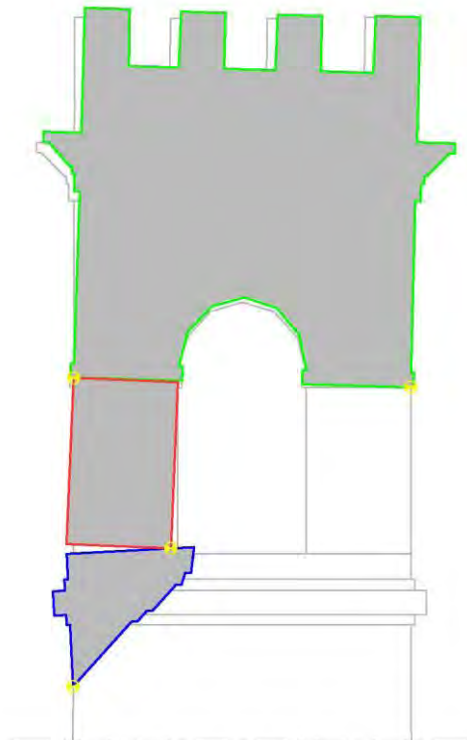
Caratteristiche edificio				Parametri spettrali da NTC 2008			
Altezza meccanismo	Z	14.75	[m]	Accelerazione a_g	0.226	[g]	
Altezza edificio	H	19.66	[m]	Amplificazione F_0	2.396		
Numero piani	N	1		Periodo T_c^*	0.319	[s]	
Fattore di struttura	q	2		Tipo terreno	A		
Caratteristiche muratura				Categoria topogr.	T2		
Resistenza a compressione media muratura	f_m	100	[t/m ²]	Coefficiente S_T	1.2		
Resistenza a compressione di progetto muratura	f_d	39	[t/m ²]	Coefficiente S_S	1.00		
Coefficienti di sicurezza				Coefficiente S	1.20		
Fattore confidenza	FC	1.27		C_c	1.00		
Fattore di sicurezza materiale	γ_M	2		Smorzamento η	1		
				Periodo T_B	0.106	[s]	
				Periodo T_C	0.319	[s]	
				Periodo T_D	2.504	[s]	
				Periodo edificio T1	0.97	[s]	
				$S_e(T1)$	0.214	[g]	
				$S_e(T1)$	2.096	[m/s ²]	

Tabella 6.1: Dati di input validi per tutti i cinematismi valutati

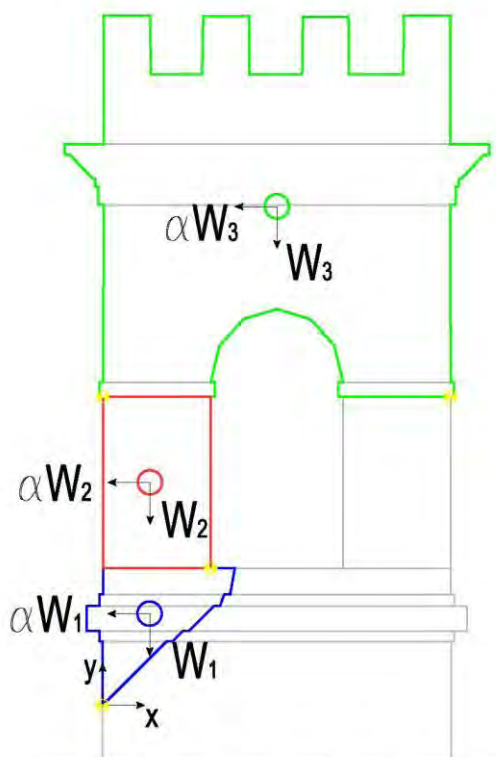
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



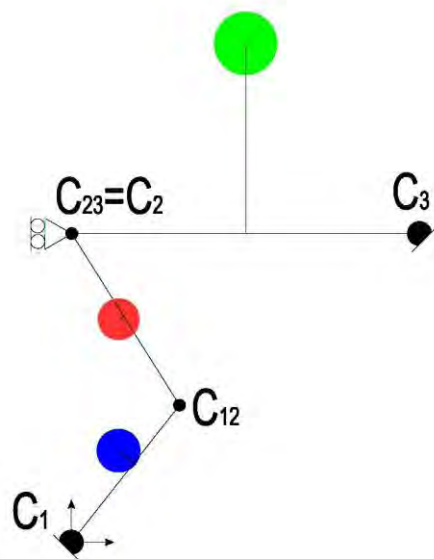
Configurazione deformata



Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	Concio esteso lateralmente	3999	3999	0.39	0.76	0.0133	0.0067	47.43	23.91	0.63
2	Due Angolari Cella	3556	3556	0.39	1.85	0.0100	0.0225	230.51	518.02	2.31
3	Copertura	23024	23024	1.45	4.15	-0.0153	0.0139	-61.38	55.45	0.94
		Somma P _i	30580					Somma P _i δx _i ²		4

Lavori virtuali forze peso P_i:

Spingente: Σ P _i δx _i	217
Resistente: Σ P _i δy _i	597

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:

α ₀	2.758
----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

Massa partecipante	Frazione di massa partecipante
$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ <p>M*g [kg] 12081</p>	$e^* = \frac{gM^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ <p>e* 0.395</p>
Accelerazione di attivazione del collasso	
$a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$	<p>a*₀ = 5.498 g</p> <p>a*₀ = 53.93 m/sec²</p>

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 5.498 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica **SODDISFATTA** 0.02

Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213695535 γ = 1.00
 ψ (Z) = 0.75 q = 2

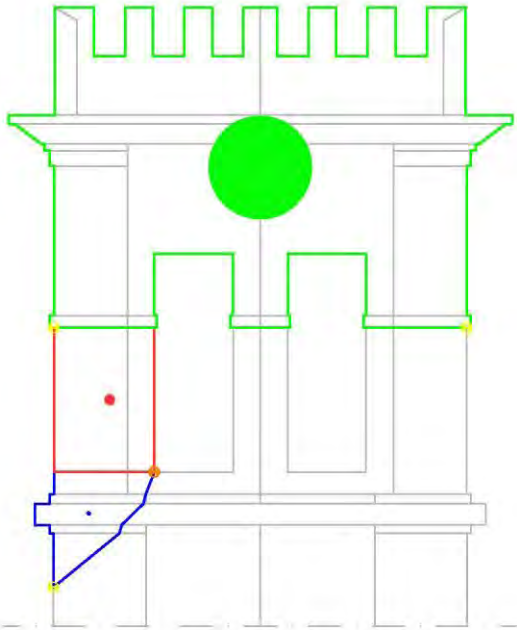
$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.080 \quad \text{vs} \quad 5.498 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica **SODDISFATTA** 0.01

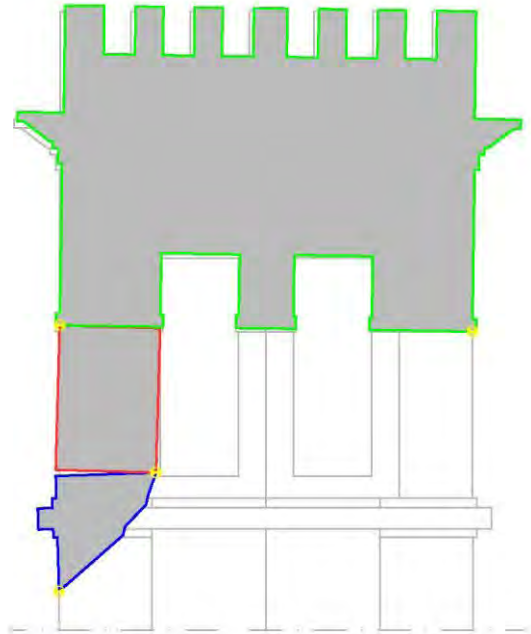
Tabella 6.2: Verifiche SLV eseguite

6.6.2 Rotazione singolo piedritto della cella campanaria

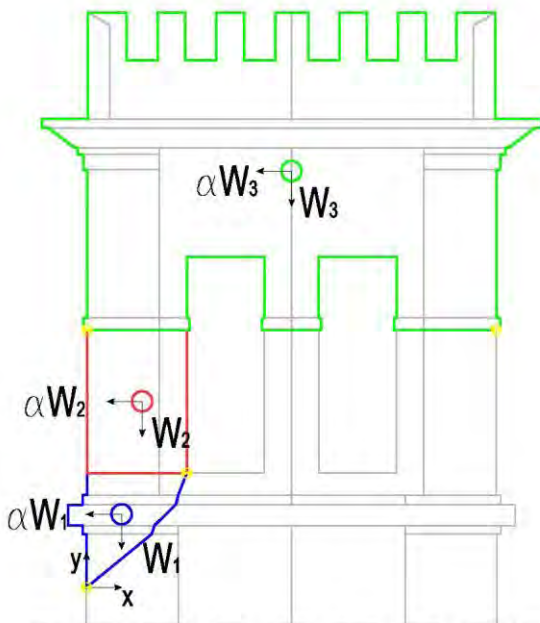
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



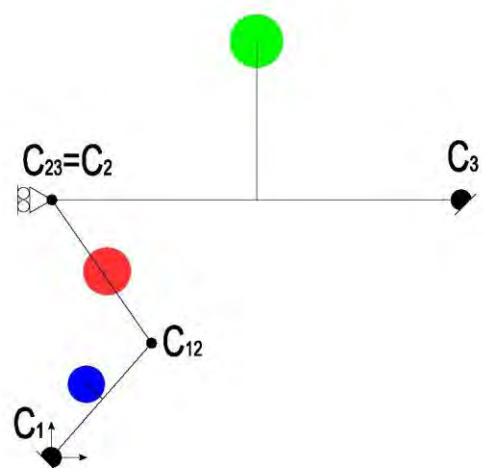
Configurazione deformata



Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



6.3 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	Concio angolare	298	298	0.35	0.73	0.0128	0.0060	22.75	10.67	0.29
2	Singolo Angolare Cella	1778	1778	0.56	1.85	0.0101	0.0234	233.31	537.64	2.36
3	Copertura	23024	23024	2.05	4.15	-0.0121	0.0155	-3.61	4.62	0.04
		Somma P _i	25101					Somma P _i δx _i ²	3	

Lavori virtuali forze peso P_i:

Spingente: Σ P_i δx_i	252
Resistente: Σ P_i δy_i	553

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:

α ₀	2.190
----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

Massa partecipante	Frazione di massa partecipante
$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ M*g [kg] 23615	$e^* = \frac{gM^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ e* 0.941
Accelerazione di attivazione del collasso $a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$ a* ₀ = 1.833 g a* ₀ = 17.98 m/sec ²	

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q} = 0.1356$	vs	$1.833 = a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA	0.07

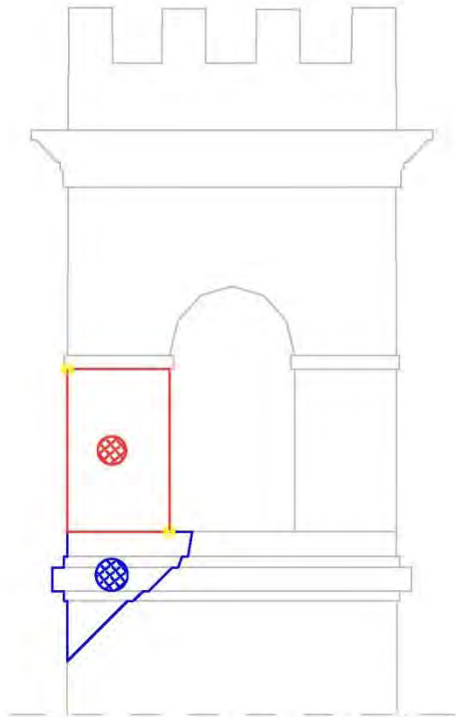
Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696	γ = 1.00	
ψ (Z) = 0.75	q = 2	
$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \psi(Z) \gamma}{q} = 0.080$	vs	$1.833 = a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA	0.04

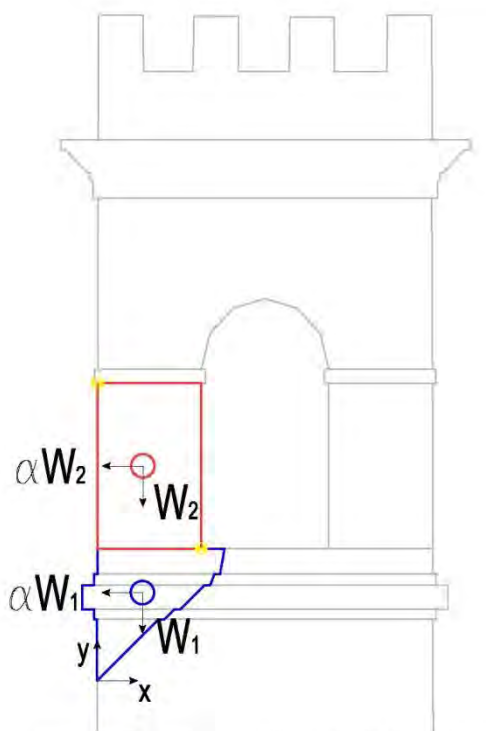
Tabella 6.3: Verifiche SLV eseguite

6.6.3 Cedimento piedritti della cella campanaria

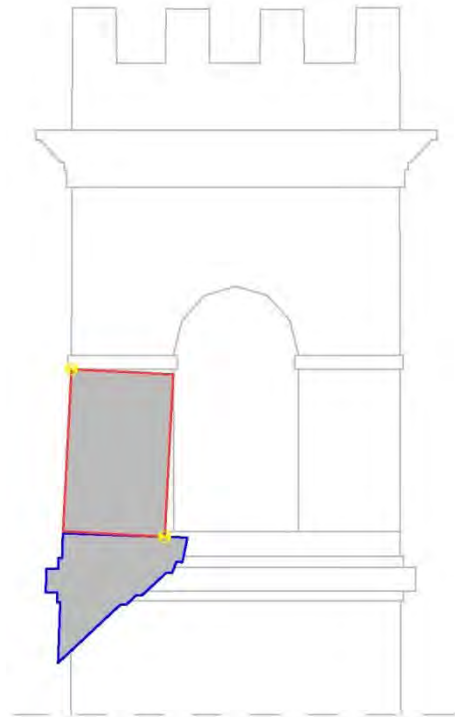
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



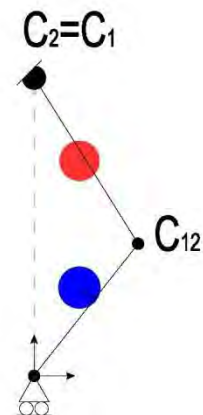
Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Configurazione deformata



Schema strutturale adottato



6.4 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	Concio esteso lateralmente	3999	3999	0.39	0.76	-0.0133	-0.0065	-47.43	-22.98	0.63
2	Due Angolari Cella	3556	3556	0.39	1.85	-0.0129	-0.0060	-297.24	-139.10	3.84
3	Copertura	23024	23024	1.45	4.15	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
		Somma P _i						Somma P _i δx _i ²		4.47

Lavori virtuali forze peso P _i :	Spingente: Σ P_i δx_i	-345
	Resistente: Σ P_i δy_i	-162

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:	α ₀	0.470
---	----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

<p>Massa partecipante</p> $M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ <p>M*g [kg] 26577.09</p>	<p>Frazione di massa partecipante</p> $e^* = \frac{gM^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ <p>e* 0.869109</p>
<p>Accelerazione di attivazione del collasso</p> $a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$ <p>a*₀ = 0.426 g a*₀ = 4.18 m/sec²</p>	

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$	= 0.1356	vs	0.426	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA		0.32		

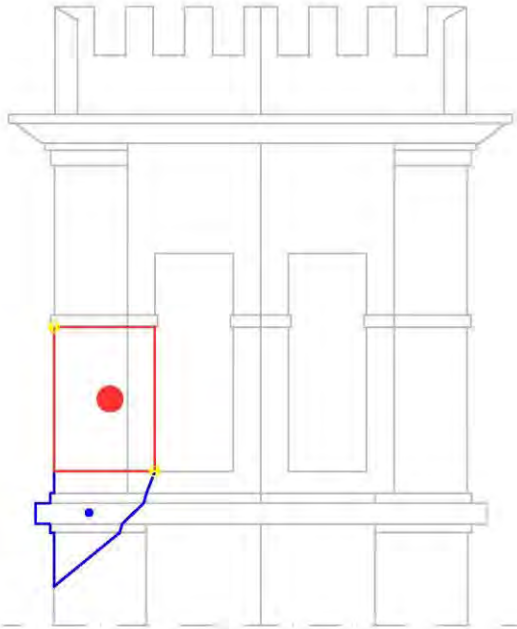
Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.21369553	γ = 1.00				
ψ (Z) = 0.75	q = 2				
$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \psi(Z) \gamma}{q}$	= 0.080	vs	0.426	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA		0.19		

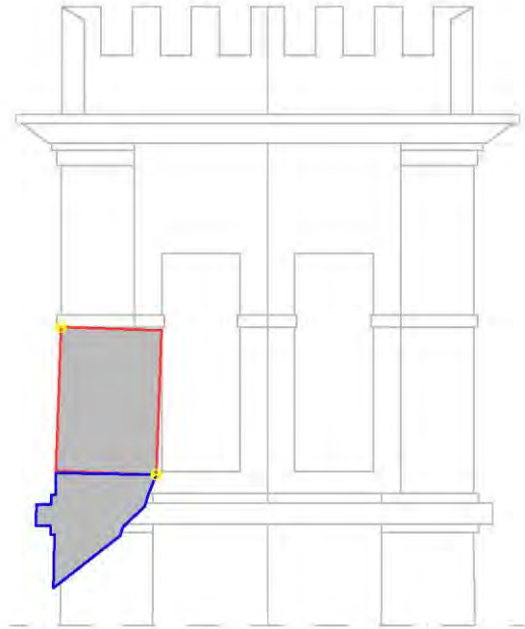
Tabella 6.4: Verifiche SLV eseguite

6.6.4 Cedimento singolo piedritto della cella campanaria

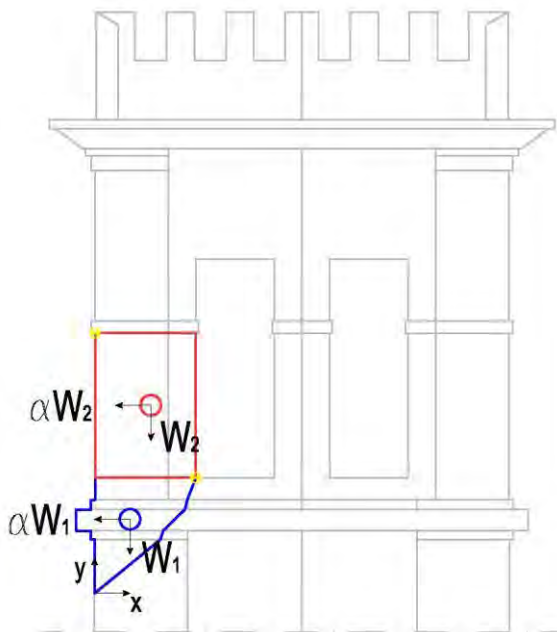
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



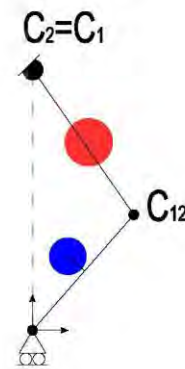
Configurazione deformata



Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



6.5 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	Concio angolare	298	298	0.35	0.73	-0.0317	-0.0061	-56.40	-10.82	1.79
2	Singolo Angolare Cella	1778	1778	0.56	1.85	-0.0126	-0.0096	-289.03	-221.55	3.63
3	Copertura	23024	23024	2.05	4.15	0.0000	0.0000	0.00	0.00	0.00
Somma P _i			25101					Somma P _i δx _i ²		5.42

Lavori virtuali forze peso P _i :	Spingente: Σ P_i δx_i	-345
	Resistente: Σ P_i δy_i	-232

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:	α ₀	0.673
---	----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

Massa partecipante	Frazione di massa partecipante
$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ <p>M*g [kg] 22026</p>	$e^* = \frac{gM^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ <p>e* 0.878</p>
Accelerazione di attivazione del collasso	
$a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$ <p>a*₀ = 0.604 g a*₀ = 5.92 m/sec²</p>	

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{vr}) S}{q}$	= 0.1356	vs	0.604	= a* ₀ ≥	$\frac{a_g (P_{vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA		0.22		

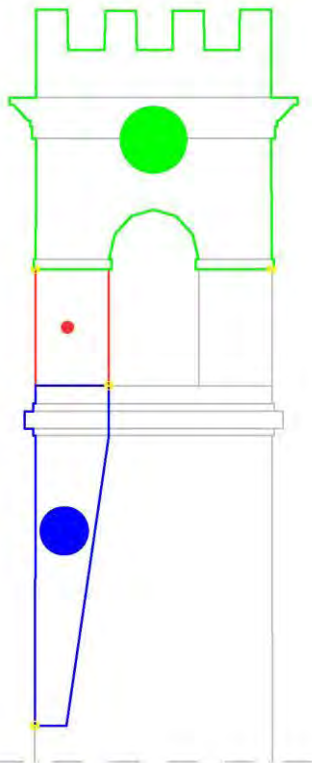
Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696	γ = 1.00				
ψ (Z) = 0.75	q = 2				
$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \psi(Z) \gamma}{q}$	= 0.080	vs	0.604	= a* ₀ ≥	$\frac{a_g (P_{vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA		0.13		

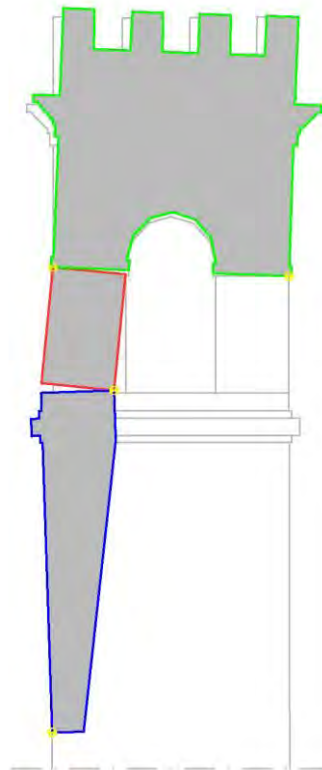
Tabella 6.5: Verifiche SLV eseguite

6.6.5 Rotazione piedritti con coinvolgimento angolata del fusto

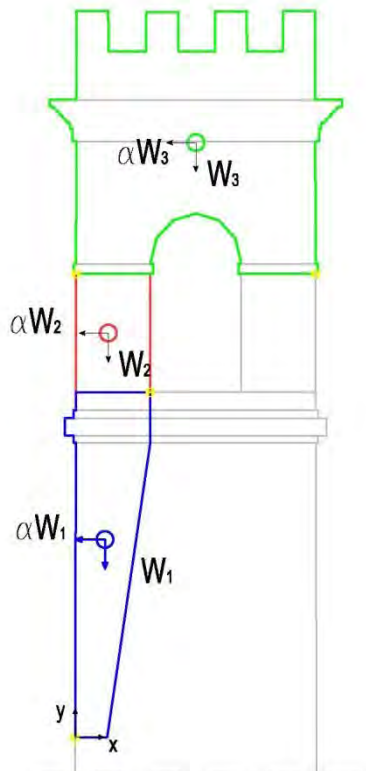
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



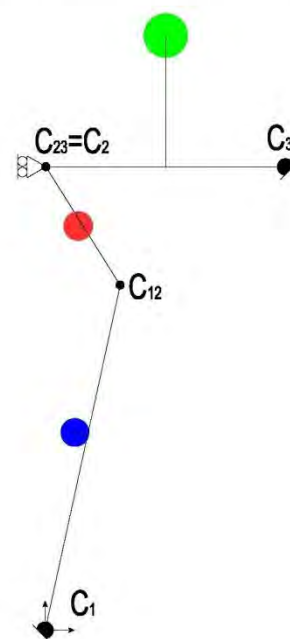
Configurazione deformata



Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



6.6 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	Concio fusto esteso lateralmente	16561	16561	0.36	2.39	0.0417	0.0059	148.29	21.01	6.18
2	Due Angolari Cella	3556	3556	0.40	4.88	0.0363	0.0396	836.64	911.63	30.40
3	Copertura	23024	23024	1.45	7.18	0.0322	0.0288	533.63	477.03	17.19
		Somma P _i		43141				Somma P _i δx _i ²		53.78

Lavori virtuali forze peso P_i:

Spingente: Σ P_i δx_i	1519
Resistente: Σ P_i δy_i	1410

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:

α ₀	0.928
----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

Massa partecipante	Frazione di massa partecipante
$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ <p>M*g [kg] 42879</p>	$e^* = \frac{g M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ <p>e* 0.994</p>
<p>Accelerazione di attivazione del collasso</p> <p>$a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$</p> <p>a*₀ = 0.735 g a*₀ = 7.21 m/sec²</p>	

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q} = 0.1356$	vs	0.735	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica		SODDISFATTA		0.18

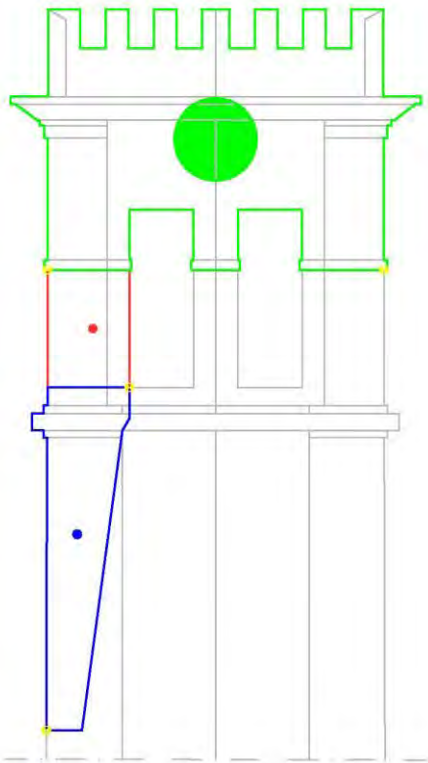
Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696	γ = 1.00			
ψ (Z) = 0.75	q = 2			
$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \psi(Z) \gamma}{q} = 0.080$	vs	0.735	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica		SODDISFATTA		0.11

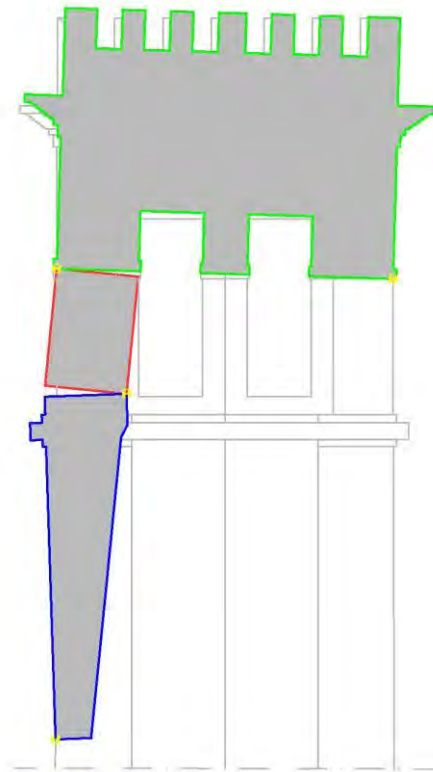
Tabella 6.6: Verifiche SLV eseguite

6.6.6 Rotazione singolo piedritto con coinvolgimento angolata del fusto

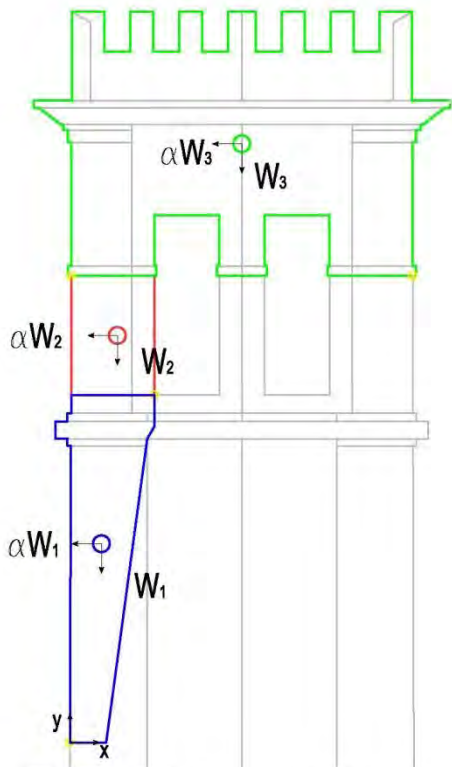
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



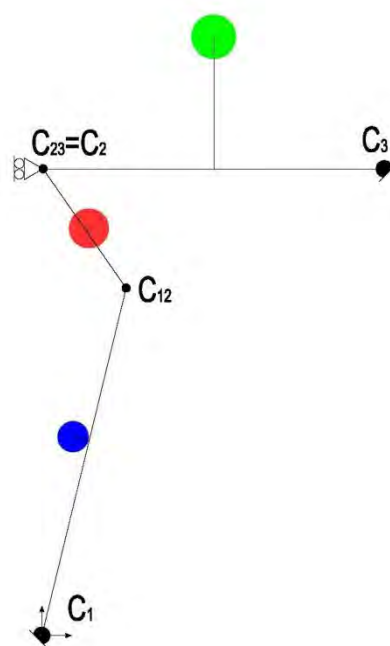
Configurazione deformata



Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



6.7 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	Concio fusto angolare	1854	1854	0.38	2.38	0.0416	0.0062	74.02	11.01	3.08
2	Singolo Angolare Cella	1778	1778	0.57	4.88	0.0366	0.0378	843.63	870.13	30.91
3	Copertura	23024	23024	2.06	7.18	0.0253	0.0321	46.89	59.55	1.19
		Somma P _i						Somma P _i δx _i ²		35.18

Lavori virtuali forze peso P _i :	Spingente: Σ P_i δx_i	965
	Resistente: Σ P_i δy_i	941

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:	α ₀	0.975
---	----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

Massa partecipante	Frazione di massa partecipante
$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ M*g [kg] 26446	$e^* = \frac{g M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ e* 0.992
Accelerazione di attivazione del collasso $a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$ a* ₀ = 0.774 g a* ₀ = 7.59 m/sec ²	

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q} = 0.1356$	vs	0.774	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica		SODDISFATTA		0.18

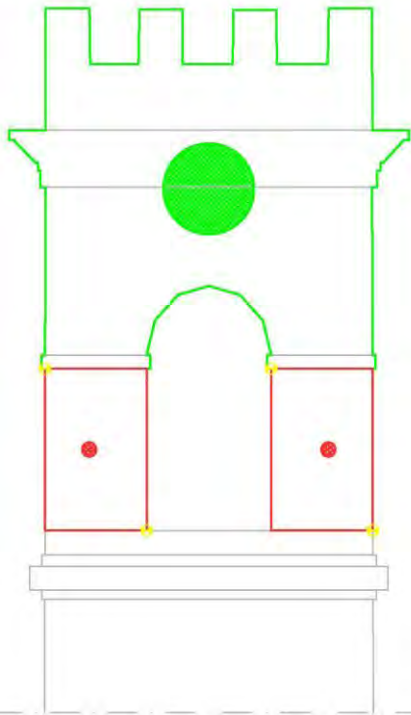
Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T ₁) = 0.213696	γ = 1.00			
ψ (Z) = 0.75	q = 2			
$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \psi(Z) \gamma}{q} = 0.080$	vs	0.774	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica		SODDISFATTA		0.10

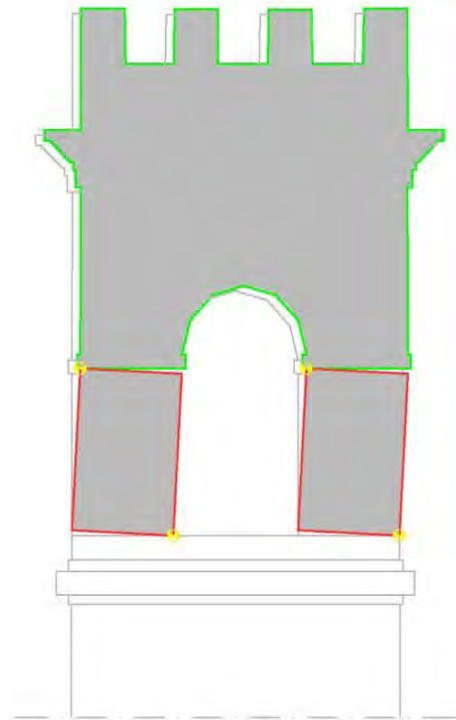
Tabella 6.7: Verifiche SLV eseguite

6.6.7 Rotazione simultanea dei piedritti della cella campanaria

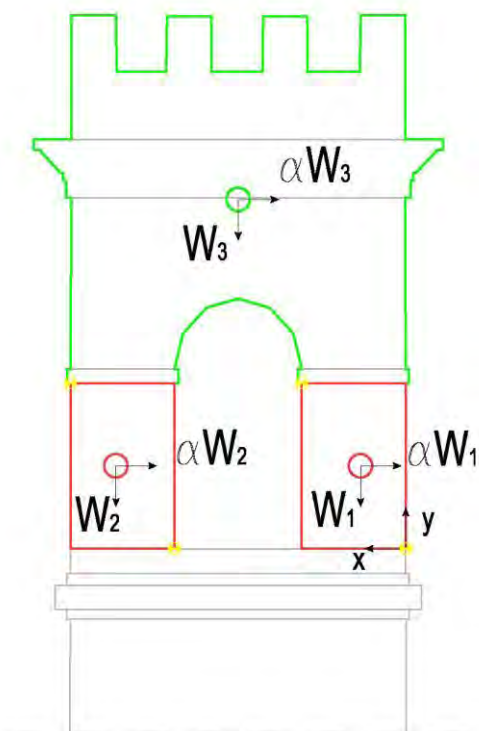
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



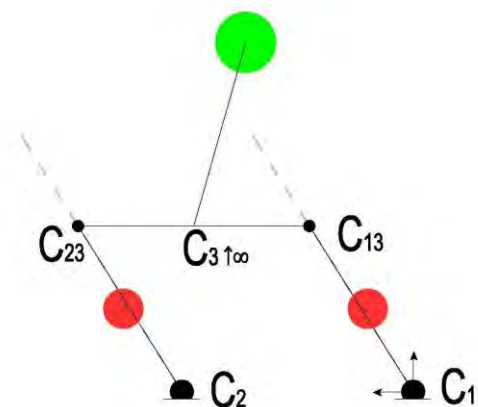
Configurazione deformata



Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



6.8 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	due Angolari Cella sinistri	3556	3556	2.50	0.71	0.0125	0.0087	44.62	30.95	0.56
2	due Angolari Cella destri	3556	3556	0.39	0.71	0.0125	0.0067	288.44	154.33	3.61
3	Copertura	23024	23024	1.45	3.01	0.0251	0.0154	89.17	54.79	2.24
Somma P _i			30137					Somma P _i δx _i ²		6.41

Lavori virtuali forze peso P _i :	Spingente: Σ P_i δx_i	422
	Resistente: Σ P_i δy_i	240

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:	α ₀	0.569
---	----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

Massa partecipante	Frazione di massa partecipante
$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ M*g [kg] 27816	$e^* = \frac{g M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ e* 0.923
Accelerazione di attivazione del collasso $a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$ a* ₀ = 0.485 g a* ₀ = 4.76 m/sec ²	

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q} = 0.1356$	vs	0.485	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA	0.28		

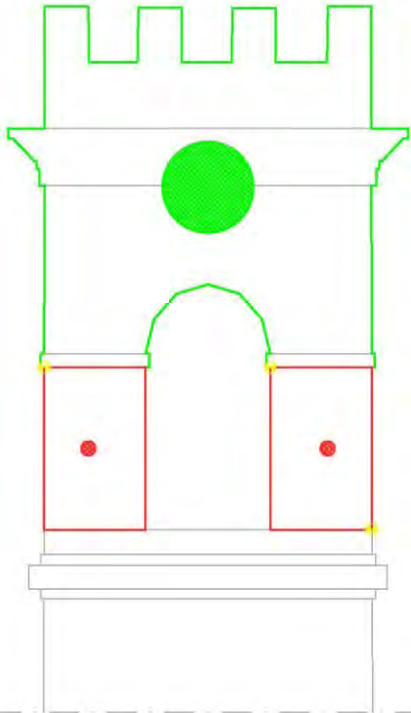
Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696	γ = 1.00			
ψ (Z) = 0.75	q = 2			
$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \psi(Z) \gamma}{q} = 0.080$	vs	0.485	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica	SODDISFATTA	0.17		

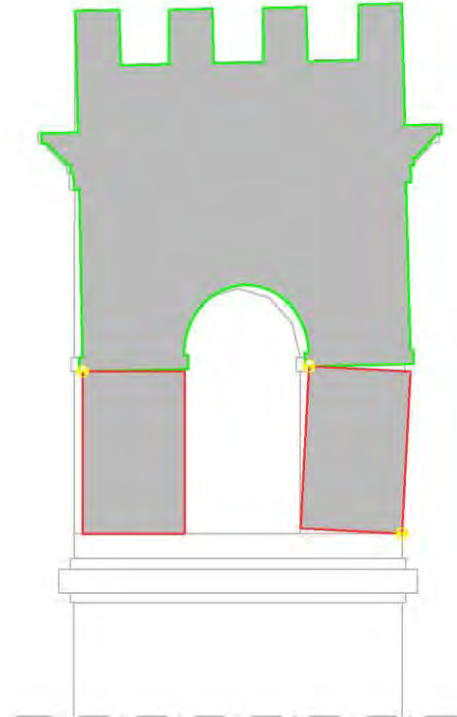
Tabella 6.8: Verifiche SLV eseguite

6.6.8 Roto – traslazione dei piedritti della cella campanaria

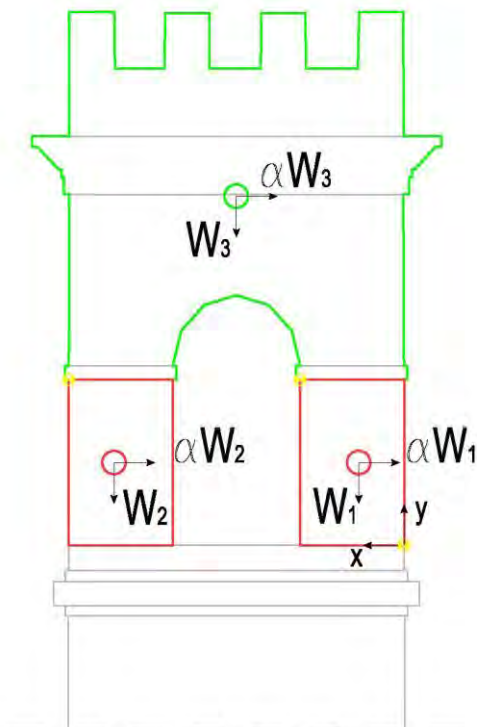
Individuazione baricentro delle masse con diametro proporzionale alla massa del blocco



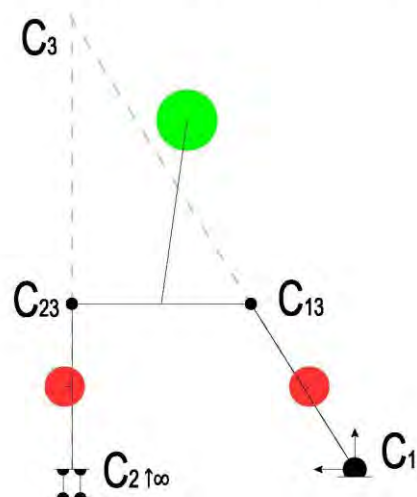
Configurazione deformata



Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



6.9 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Definizione forze resistenti e forze spingenti

n.	descrizione	G ₁ +G ₂	P _i	Coordinate		Spost. virtuale		P _i δx _i	P _i δy _i	P _i δx _i ²
		kg	kg	X [m]	Y [m]	δx _i	δy _i			
1	1 - due Angolari Cella sinistri	3556	3556	2.50	0.71	0.0251	0.0007	89.42	2.35	2.25
2	2 - due Angolari Cella destri	3556	3556	0.39	0.71	0.0125	0.0067	288.44	154.33	3.61
3	3 - Copertura	23024	23024	1.45	3.01	0.0100	0.0101	35.47	35.87	0.35
Somma P _i			30137					Somma P _i δx _i ²		6.22

Lavori virtuali forze peso P_i:

Spingente: Σ P_i δx_i	413
Resistente: Σ P_i δy_i	193

Stima del moltiplicatore di attivazione del collasso:

α ₀	0.466
----------------	--------------

Verifica cinematica lineare

Massa partecipante	Frazione di massa partecipante
$M^* = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i} \right)^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{X,i}^2}$ M*g [kg] 27486	$e^* = \frac{g M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$ e* 0.912
Accelerazione di attivazione del collasso $a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$ a* ₀ = 0.402 g a* ₀ = 3.95 m/sec ²	

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q} = 0.1356$	vs	0.402	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica		SODDISFATTA		0.34

Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696	γ = 1.00			
ψ (Z) = 0.75	q = 2			
$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \psi(Z) \gamma}{q} = 0.080$	vs	0.402	=	$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{Vr}) S}{q}$
Verifica		SODDISFATTA		0.20

Tabella 6.9: Verifiche SLV eseguite

6.7 Conclusioni analisi LV2

Tutti i cinematismi presi in considerazione superano l'analisi cinematica lineare affrontata nella valutazione di livello LV2 con un ampio margine di sicurezza. Il cinematismo che presenta i valori più alti per quanto riguarda il rapporto tra accelerazione di attivazione del meccanismo e accelerazione indotta da sisma, valutata allo stato limite ultimo SLV, risulta essere la roto – traslazione dei piedritti dove tale rapporto nei confronti dell'accelerazione al suolo assume valore pari a 0.34.

7 IDENTIFICAZIONE DINAMICA

Lo studio globale e approfondito del manufatto, richiesto per eseguire un livello di analisi sismica avanzato, è stato affrontato andando ad investigare la struttura dal punto di vista dinamico a partire da un procedimento di identificazione dinamica. Il quale consiste nell'esecuzione di una fase di monitoraggio strumentale della struttura che permette di ottenere la soluzione del cosiddetto problema inverso, ovvero, a partire da un modello virtuale, con le fasi di monitoraggio e di identificazione modale è possibile ottenere un modello finale caratterizzato da una maggiore rappresentatività dell'opera reale. [18]

Il modello finale, in senso statistico, mostra quindi maggiore affidabilità di un modello generato in assenza di calibrazione, ma soprattutto è evidente come il modello identificato permetta di interpretare al meglio il funzionamento della struttura ed inoltre consente di effettuare alcune proiezioni sui futuri comportamenti strutturali dell'opera.

Per la realizzazione della ricerca si è fatto riferimento ai seguente schema operativo:

- 1) Fase sperimentale, la quale è stata organizzata secondo questo schema:
 - Valutazione del tipo di sperimentazione specifica più adatta, scelta della strumentazione e delle modalità di esecuzione;
 - Preparazione della strumentazione;
 - Sperimentazione attraverso l'eccitazione impulsiva indotta da un martello strumentato (shock test), o dal moto campanario;
- 2) Analisi dei segnali digitali ed estrazione dei parametri modali, per l'elaborazione dei dati e l'analisi modale si è fatto riferimento a tecniche descritte in letteratura, grazie alle quali è stato possibile la scrittura di un apposito programma in linguaggio Matlab:
 - Acquisizione dei segnali sotto forma di time – history e calcolo delle rispettive FFT (risposte nel dominio della frequenza);
 - Calcolo della FRF di ogni segnale e media totale;
 - Operazione di fitting per l'estrazione dei parametri modali attraverso l'estensione ad un sistema MDOF del metodo “picco - ampiezza” valido per un sistema SDOF;
- 3) Costruzione del modello agli elementi finiti mediante utilizzo del software Straus7, l'identificazione si effettua con riferimento alle frequenze naturali più significative sulla base del confronto tra gli autovalori sperimentali e quelli teorici;
- 4) Valutazione della vulnerabilità sismica del campanile secondo il livello LV1 e LV2 aggiornati (verranno affrontate nel capitolo successivo).

Nel paragrafo successivo sono introdotti e analizzati in modo descrittivo i diversi aspetti (sia concettuali sia operativi) e le varie tipologie di monitoraggio che compongono il procedimento di identificazione dinamica finalizzato alla valutazione sismica prefissata.

7.1 Metodi di analisi strutturale di edifici esistenti

I procedimenti di analisi che il ramo dell'ingegneria strutturale fa propri, si possono suddividere in due grandi aree distinte:

- la progettazione;
- l'analisi degli edifici esistenti.

Alla luce di questa distinzione risulta più agibile individuare i punti di divergenza tra i due casi: in primo luogo i dati di partenza e gli obiettivi, i quali a loro volta richiedono la differente risoluzione di problematiche connesse e un diverso metodo di approccio al caso. È proprio dal punto di vista metodologico, infatti, che scaturiscono due problemi duali:

- a) problema diretto: i dati sono costituiti da azioni e modello, l'incognita dalle risposte;
- b) problema inverso: i dati sono costituiti da azioni e risposte, l'incognita dal modello.

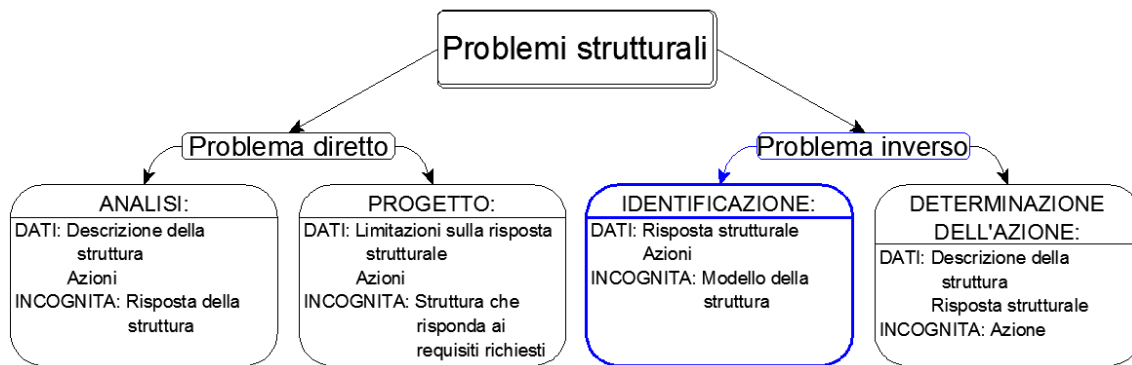
Il problema diretto rappresenta la progettazione, dove le azioni sono ricavate dalle normative vigenti o dai capitolati, il modello si crea sulla base degli elaborati grafici di progetto o del rilievo architettonico e la risposta, che costituisce l'incognita in quanto è ciò che interessa conseguire, viene confrontata con quella resistente massima.

Il problema inverso si riferisce all'analisi di opere esistenti in presenza di prove sperimentali dello specifico manufatto esaminato; tali prove sono finalizzate al raggiungimento di una conoscenza meccanica specifica, la quale contribuisce ad ampliare le conoscenze a priori desunte per la maggior parte dal rilievo architettonico. In questo approccio l'incognita è costituita dal modello, il quale si ottiene mediante calibrazione sulla base dei dati ricavati da specifiche prove in sito. Significativo, nell'ambito dell'analisi di costruzioni esistenti, è il problema dinamico inverso. [18]

Il metodo utilizzato in questo studio per risolvere il problema inverso si basa sull'introduzione di un particolare modello strutturale della costruzione in esame, detto modello virtuale. questo modello virtuale iniziale si caratterizza per il fatto che è generato a priori senza tenere in considerazione i risultati del monitoraggio, e solo all'ultimo stadio del processo, quando il modello virtuale ha assunto tutte le connotazioni necessarie ad un'esaustiva analisi strutturale, questo viene "forzato" ad addossarsi ai dati forniti dal monitoraggio. Procedendo secondo questo specifico percorso, sarà necessario porre rimedio a una serie di problemi che coinvolgono:

- l'esecuzione del monitoraggio;
- lo sviluppo di idonee modellazioni;
- il confronto tra le risposte del modello e i dati del monitoraggio;
- la calibrazione dei parametri;

- l'identificabilità, poiché in un problema inverso la soluzione potrebbe non essere univoca (in tal caso il problema è mal posto).



7.1 Tipologia approcci risolutivi e relativi obiettivi

7.2 Il monitoraggio: introduzione

Le diverse tipologie di monitoraggio si possono distinguere, con riferimento al tempo, in:

- Continuo: contraddistinto da misure di grandezze che si accumulano;
- Discontinuo: definito dal rilievo delle vibrazioni.

Mentre riferendosi alle grandezze rilevate, il monitoraggio si può suddividere in:

- Dinamico: rilievo di time – history di vibrazioni meccaniche;
- Statico: registrazione di grandezze conseguenti agli effetti “quasi statici” delle azioni esterne.

Nel monitoraggio continuo sono da includere, ad esempio, le misure del quadro fessurativo e le prove con martinetti piatti. In quello discontinuo, le tecniche con eccitazione da vibrodina, da vento, da traffico veicolare, oppure i caricamenti statici. I sistemi permanenti di monitoraggio possono essere compresi sia nel monitoraggio continuo che in quello discontinuo, in quanto sono misurate sia vibrazioni, spostamenti e deformazioni, così come le loro derivate temporali. Il monitoraggio dinamico prevede misure con accelerometri, sismometri o accelerometri rotazionali; quello statico con estensimetri, basi deformometriche, martinetti piatti, flessimetri.

Le contrapposizioni tra un monitoraggio continuo ed uno discontinuo, così come tra un monitoraggio statico ed uno dinamico si rivelano determinanti sia nello sviluppo della fase di monitoraggio, sia nella successiva modellazione ed identificazione. In particolare, con riferimento alla suddivisione del monitoraggio in continuo e discontinuo, la fase in cui si confronta la risposta del modello con la corrispondente risposta sperimentale si presenta molto diversa a seconda che il confronto avvenga tra grandezze che si accumulano oppure tra vibrazioni.

In questo caso si analizzeranno e utilizzeranno i dati ricavati dalla sperimentazione effettuata utilizzando un monitoraggio di tipo dinamico; in seguito sono riportate le principali tipologie a disposizione.

a. Monitoraggio dinamico attraverso eccitazioni da vibrodina

L'eccitazione fornita dalla vibrodina è prodotta in genere dalla rotazione in controfase di due dischi orizzontali sul cui bordo si trovano fissate quattro masse, due su ciascun disco. Ancorando la vibrodina sulla costruzione in esame, si possono ricavare sia i parametri modali, sia le funzioni di trasferimento FRF (rapporto tra la trasformata di Fourier dei dati di output e quelli di input nel dominio delle frequenze) che rappresentano il legame tra eccitazione e risposte e permettono una migliore conoscenza del comportamento dinamico della struttura.

Con questa strumentazione è possibile eseguire una eccitazione con scansione di frequenza con il fine di ottenere le FRF, oppure indurre vibrazioni forzate a frequenza costante per individuare i parametri modali portando in risonanza la struttura. Quest'ultima tecnica, mentre ha avuto successo nelle analisi di strutture in acciaio, non è adatta per edifici in muratura. Questo perché, mantenere un edificio murario in risonanza per un tempo sufficiente a determinare le frequenze che producono le massime amplificazioni del moto, solleva dei dubbi in merito alla non invasività della prova, oltre che nell'affidabilità dei risultati.

b. Monitoraggio dinamico attraverso eccitazioni impulsive

Viste le difficoltà che si sono riscontrate nell'ancorare efficacemente una vibrodina su un edificio e nel garantire il corretto trasferimento dell'azione alla costruzione, è stata messa a punto una tecnica deterministica con eccitazione impulsiva.

Per poter ricavare le funzioni di risposta in frequenza FRF è necessario conoscere l'andamento della forzante nel tempo, si ricorre quindi all'utilizzo di un martello dotato di una cella di carico piezoelettrica.

c. Monitoraggio dinamico attraverso eccitazioni ambientali

Le azioni dinamiche prodotte dall'ambiente generano nelle costruzioni una vibrazione permanente di ampiezza fluttuante (rumore ambientale). Il monitoraggio di tale vibrazione, opportunamente trattato, permette di ricavare alcuni degli stessi parametri ottenibili con vibrodina o con martello strumentato. In questo caso però l'onere richiesto è drasticamente ridotto, poiché il complesso problema della generazione e amplificazione dell'azione scompare.

Tra le eccitazioni ambientali, vento e traffico veicolare risultano quelle più appropriate per il monitoraggio strutturale, in quanto, oltre ad essere le più comuni, in genere presentano un'intensità idonea per produrre vibrazioni di ampiezza misurabile. Nello specifico, il vento è risultato più idoneo per eccitare costruzioni snelle come torri o campanili, ma anche costruzioni massicce dove si hanno lesioni che compromettono la monoliticità. Allo stesso modo, il traffico veicolare è risultato idoneo ad eccitare sia costruzioni snelle che tozze, soprattutto nei casi in cui la sorgente di eccitazione sia ravvicinata.

Le elaborazioni e le analisi dei dati di output ed eventualmente di input si differenziano tra loro a seconda del genere di relazione esistente tra azione eccitante e risposta. Si parla dunque di rilievo dinamico deterministico nel caso in cui si possa introdurre un modello deterministico che leghi la risposta all'azione eccitante; mentre si ricade nel caso di rilievo dinamico random quando tale modello non venga introdotto oppure l'azione eccitante non possa essere misurata. Nei casi di eccitazioni ambientali risulta può proficuo in ogni caso la schematizzazione random. Si nota però, che sebbene il rilievo random sia in grado di evidenziare i parametri modali, questo non permette di ricavare le funzioni di trasferimento. [18]

7.3 L'identificazione strutturale

L'identificazione strutturale è un processo che permette di determinare un modello M all'interno di una classe prefissata di modelli $S_{(M)}$ che, secondo un criterio di scelta, riproduca al meglio la risposta sperimentale della struttura stessa.

I metodi di identificazione dinamica sono svariati e possono essere classificati e suddivisi secondo alcuni canoni. La prima grande suddivisione avviene tra i metodi che operano nel dominio delle frequenze e quelli che operano nel dominio del tempo. I primi metodi che furono sviluppati riguardavano il dominio delle frequenze. Tuttavia, a causa di problemi legati alla risoluzione in frequenza, al leakage e all'alta densità modale cominciarono a prendere piede i metodi nel dominio del tempo. In generale, i metodi nel dominio delle frequenze tendono a fornire i migliori risultati quando nei dati campionati è presente una vasta banda di frequenze o un ampio numero di modi oscillatori, mentre i metodi che operano numericamente nel dominio temporale portano a risultati più accurati quando il range di frequenze di interesse è limitato e il numero di modi da identificare è modesto. Ciononostante i metodi nel dominio del tempo hanno il grande svantaggio di essere in grado di individuare solamente i modi che insistono all'interno del range di frequenze fissato a priori, e non tengono minimamente in conto gli effetti dovuti ai modi esterni a tale range.

I metodi nel dominio del tempo e delle frequenze possono essere ulteriormente suddivisi in metodi diretti e metodi indiretti. I primi sono basati sulla determinazione del sistema spaziale, cioè della matrice di equilibrio dinamico, dalla quale discende tutta la trattazione; da questa, risolvendo un autoproblema, è possibile risalire ai parametri modali. I secondi, invece, si basano sul modello modale, cioè sulla determinazione diretta dei parametri modali.

Un'altra classificazione possibile dei metodi di identificazione riguarda la quantità di modi che possono essere determinati. Nel caso in cui i modi siano molteplici, si ha una trattazione a più gradi di libertà (MDOF), mentre nel caso in cui si identifichi un unico modo, si ha una trattazione di un singolo grado di libertà (SDOF). Negli algoritmi nel dominio del tempo si hanno unicamente metodi MDOF, mentre nel dominio delle frequenze sono possibili entrambe le procedure.

E' possibile svolgere un'analisi sulla base di un'unica FRF alla volta, cioè eccitando la struttura e misurandone la risposta su un unico punto della medesima; questa procedura è detta di tipo single-input-single-output (SISO). Esistono procedure per analizzare contemporaneamente più FRF, sotto l'eccitazione di un singolo punto della struttura, in questo caso si parla di metodi single-input-multi-output (SIMO). Ciononostante i metodi più diffusi sono quelli che prevedono l'impiego di più punti di eccitazione del sistema e più punti di rilevazione della risposta simultaneamente, essi sono definiti come metodi multi-input-multi-output (MIMO). Infine è possibile imbattersi, più raramente, in metodi che prevedono l'impiego di più sollecitazioni contemporanee, ma di un solo punto di rilevazione della risposta, e sono detti multi-input-single-output (MISO).

L'analisi modale sperimentale tradizionale (EMA) fa uso di misurazioni di input (eccitazione) e di output (risposta) per stimare i parametri modali, cioè frequenze modali, rapporti di smorzamento, forme modali e fattori di partecipazione modale. I metodi indiretti sono i più diffusi, e si basano fondamentalmente sulla determinazione dei parametri modali da procedure di curve fitting della FRF. Il metodo non parametrico più semplice e immediato è il cosiddetto Peak Picking (PP). Esso consiste nel valutare le frequenze naturali dalla semplice osservazione dei picchi nel grafico della magnitude della FRF, i modi vibrazionali dal rapporto tra picchi in vari punti della struttura e gli smorzamenti dalla "larghezza" dei picchi. Questo metodo consente una valida stima dei parametri modali qualora i modi siano nettamente separati e lo smorzamento sia modesto. [19]

Gli obiettivi di questo procedimento sono:

- Determinazione di un modello analitico sulla base delle sole informazioni sperimentali;
- Miglioramento del modello matematico basato sulle informazioni a priori per predire più accuratamente la risposta per condizioni di carico differenti da quelle sperimentali;
- Individuazione delle effettive caratteristiche del sistema in esame;
- Controllo dello stato di integrità, seguendo l'evoluzione nel tempo del comportamento della struttura.

I dati del monitoraggio, quindi, sono utilizzati per definire un modello di tipo a posteriori: dal modello virtuale si passa attraverso la soluzione del problema inverso per ottenere il modello finale che rappresenta al meglio il comportamento del manufatto esaminato.

Le prime ipotesi alla base della generazione dei modelli vengono assunte già a livello di modello virtuale, in quanto è necessario stabilire se adottare un comportamento del materiale di tipo lineare o non lineare. A tal proposito, sebbene l'assunzione di un comportamento non lineare del materiale riesca a rappresentare con più precisione il comportamento di strutture in muratura danneggiate, si è osservato come in costruzioni anche localmente danneggiate sia stato possibile eseguire un'identificazione dinamica veritiera nelle ipotesi di linearità della risposta. È alla luce di queste considerazioni che la scelta di adottare un modello lineare risulta vantaggiosa e motivata, a maggior ragione nel caso di indagini su edifici monumentali o di pregio in quanto la modellazione

del comportamento dell'opera in corrispondenza di azioni di servizio è più significativa rispetto a quella in corrispondenza di azioni estreme. Inoltre un modello con comportamento lineare consente, oltre che a modellare il comportamento dell'organismo strutturale a fronte di azioni di servizio, anche di conseguire conoscenze specifiche, di disporre di uno stato di riferimento per il danneggiamento futuro, di analizzare quello passato, così da ricostruire la storia meccanica della costruzione, di effettuare proiezioni, seppur modeste, sul danneggiamento futuro. [18]

Il procedimento proposto restituisce un modello finale predisposto per analisi strutturali nell'ambito della gestione, della salvaguardia e del controllo della costruzione esistente, consente di ricostruire la storia meccanica dell'opera analizzata e di definirne lo stato attuale. Giunti alla sua definizione, ora il modello finale permette di effettuare:

- 1) Simulazioni del comportamento dinamico lineare dell'opera;
- 2) Acquisizione di conoscenze ed informazioni intrinseche finalizzate a:
 - Una migliore comprensione dell'organismo strutturale;
 - La valutazione delle evoluzioni spazio – temporali del danneggiamento;
 - La definizione di caratteristiche specifiche, necessarie ad una modellazione di tipo non lineare.

7.4 Modal testing

Lo studio sperimentale delle vibrazioni strutturali fornisce un contributo sempre maggiore per la conoscenza e il controllo di strutture in ambito civile. I principali obiettivi per cui si effettuano queste registrazioni strumentali sono:

- 1) Determinare la natura delle vibrazioni e il grado della risposta vibrazionale;
- 2) Verificare i modelli teorici e le previsioni;
- 3) Verificare i livelli prestazionali e gli standard di sicurezza delle strutture prese in considerazione.

In questi termini, i test a disposizione possono eseguire la misura delle forze applicate alla struttura (risposte della struttura in condizioni di esercizio), oppure fornire la misura della risposta della struttura quando viene fatta oscillare da forze note, che non rientrano in genere tra quelle di esercizio. Quest'ultimo tipo di test, con le fasi di acquisizione e di analisi dei dati, è definito come modal testing, intendendo con questo termine i processi implicati nella sperimentazione di una struttura o di una sua parte con il fine di ottenere una descrizione matematica del suo comportamento dinamico. I concetti teorici e gli aspetti matematici del modal testing sono chiaramente alla base di questo percorso di indagine operativa.

Dal punto di vista storico, i principi del modal testing risalgono al secondo dopoguerra con la stampa dell'opera di Kennedy & Pancu intitolata *Use of vectors in vibration measurement and analysis* del 1947 basata sull'analisi della struttura dei veicoli; in seguito lo sviluppo delle tecniche

di misura e di analisi oltre che alla crescente capacità di calcolo fornita dai computers consentono alla teoria della meccanica delle vibrazioni di espandersi e di trovare impiego con applicazioni sempre più rilevanti (Bishop & Gladwell, *An investigation into the theory of resonance testing* del 1963; Salters, *Steady State Vibration* del 1969); fino ad arrivare al 1984 quando il professore D.J. Ewins con cattedra a Londra in ingegneria delle vibrazioni pubblica *Modal Testing: Theory and Tractice*, diventando punto di riferimento per tutte le future applicazioni della materia.

7.4.1 Applicazioni

Diverse sono le applicazioni pratiche del modal testing, tuttavia non esiste una procedura condivisa e adatta per tutti gli scopi e i tipi di analisi, risulta determinante quindi definire nella fase preliminare gli obiettivi che si vogliono raggiungere per poi scegliere tra le varie opzioni quella che meglio si adatta alla finalità prescelta. In ogni caso la diversità tra le aree di applicazione del modal testing è dovuta generalmente non tanto al modello matematico che si vuole ottenere ma piuttosto al suo utilizzo successivo. [20]

- Misura dei modi di vibrare di una struttura da confrontare con quelli corrispondenti dati da un modello FEM o di altro tipo. Questa applicazione, che è la più comune tra quelle considerate, nasce dall'esigenza di rendere sufficientemente reale il modello teorico prima del suo utilizzo per prevedere la risposta a forze complesse o per analisi ulteriori. Ciò che viene richiesto è una stima accurata delle frequenze naturali e una descrizione delle forme modali in modo tale da permettere l'identificazione del modello teorico.
- Correlazioni tra i risultati teorici e sperimentali per individuare le cause della discrepanze che insorgono tra le proprietà misurate e previste.
- Realizzazione di un modello matematico di un elemento che deve essere assemblato in una struttura più ampia o realizzazione di un modello da utilizzare per predire gli effetti di modifiche effettuate sulla struttura originale. È richiesta una misura accurata delle frequenze naturali, degli smorzamenti modali e delle forme modali.
- Misura delle forze che causano le vibrazioni, nel caso in cui non sia possibile una loro misura diretta.

7.4.2 Filosofia del modal testing

Uno dei requisiti più importanti per affrontare questo studio è la completa integrazione di queste tre componenti:

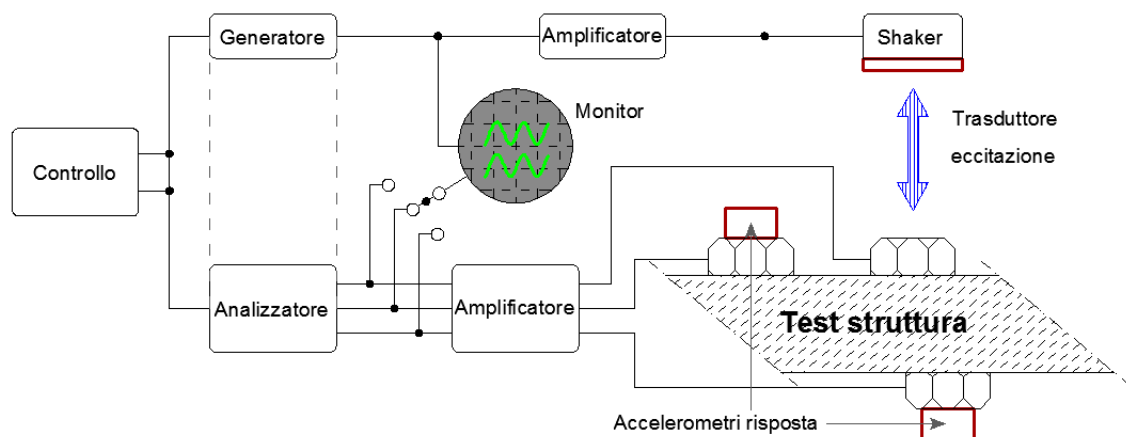
- 1) Basi teoriche della meccanica delle vibrazioni;
- 2) Misura accurata delle vibrazioni;
- 3) Dettagliata analisi dei dati.

Questo è un aspetto molto importante da tenere in considerazione poiché in passato si tendeva erroneamente a specializzarsi solamente su un fattore tralasciando gli altri.

Le basi teoriche sono fondamentali per la misurazione, sia delle eccitazioni che delle risposte, e per essere in grado di scegliere tra i vari metodi di test disponibili. Nella fase di elaborazione, i dati misurati (così come sono o sotto forma di funzioni di risposta in frequenza FRF) sono soggetti a procedure di adattamento (fitting), le curve sperimentali sono cioè approssimate con curve teoriche da cui è possibile estrarre i parametri modali. A tal proposito diversi sono gli algoritmi alla base di queste analisi, nessuno dei quali ideale per tutti i tipi di problema.

Si andranno ora a descrivere gli aspetti principali che caratterizzano le diverse componenti in gioco:

- 1) Fondamenti teorici. Si considerano prima sistemi semplificati ad un grado di libertà SDOF per poi giungere a sistemi a più gradi di libertà MDOF in cui le relazioni saranno di tipo matriciale. Per entrambe le tipologie di sistemi le vibrazioni libere determinano le frequenze naturali e lo smorzamento mentre le vibrazioni forzate determinano le funzioni di risposta in frequenza FRF da cui si estraggono i parametri modali nelle applicazioni pratiche. Molto importanti risultano inoltre i vari tipi di rappresentazione grafica dei dati a seconda dei domini scelti.
- 2) Metodi di misura. Si considerano i sistemi di misura principali utilizzati per eccitare la struttura su un punto unico (è il modo migliore per ottenere le FRF), la catena di acquisizione è rappresentata nella figura seguente.



7.2 Catena di acquisizione di base per la misura sperimentale

Tre sono i fattori principali del processo di misurazione che richiedono una particolare attenzione per ottenere una qualità elevata dei dati, questi sono:

- a. Condizioni di vincolo della struttura e strumenti di eccitazione. La struttura da testare può essere in condizioni di vincolo libere, incastrata o collegata ad altri elementi, mentre l'eccitazione può essere effettuata utilizzando un generatore di vibrazioni (vibroдина), un generatore che imprime una forza transitoria (martello) oppure si possono considerare gli effetti di una deformazione iniziale.

- b. Strumenti per una corretta acquisizione dei dati (forza applicata e risposta), la registrazione dei segnali digitali si effettua attraverso dei trasduttori, in genere di tipo piezoelettrico.
 - c. Tipi di segnali più appropriati per il tipo di test effettuato, a seconda della funzione in frequenza cercata l'eccitazione può essere armonica, periodica, random o transitoria.
- 3) Analisi dei dati misurati: questa fase è successiva in ordine cronologico al calcolo delle funzioni di risposta in frequenza a partire dai dati sperimentali. L'analisi riguarda quindi le FRF e ha l'obiettivo di determinare dei modelli teorici con cui si possa riassumere il comportamento della struttura testata. Due sono i fattori da considerare: il modello più appropriato da determinare e i parametri più adatti attraverso i quali calibrare il modello. La maggior parte dei tipi di analisi modale riguarda i processi di fitting, cioè di approssimazione delle curve sperimentali con curve teoriche i cui parametri sono noti. [20]

7.5 Nozioni fondamentali di meccanica delle vibrazioni

Prima di addentrarsi nella trattazione teorica che sta alla base della fase sperimentale del modal testing, si ritiene doveroso inserire alcuni richiami riguardo all'algoritmo utilizzato per passare dal dominio del tempo al dominio della frequenza; tutto ciò non con la presunzione di trattare in modo esaustivo queste tematiche ma solamente per rendere più comprensibile il percorso logico seguito e l'elaborazione dei dati proposta in seguito.

7.5.1 Funzione trasformata di Fourier nel dominio della frequenza

Con riferimento ai segnali periodici a tempo continuo, le serie di Fourier sono serie di funzioni sinusoidali, studiate prima da Eulero e poi da Fourier come rappresentazione di segnali periodici. Si osserva come tuttavia le stesse funzioni sinusoidali costituiscono parte reale e immaginaria (relazione di Eulero) dell'esponenziale complesso e^{it} , che è anch'esso un segnale periodico. In questo modo si perviene a serie di Fourier esponenziali. A questo scopo si considerano le funzioni esponenziali

$$\varphi_k(t) = e^{i2\pi kFt} \quad \text{con } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

dove F è una costante reale positiva. A parte la funzione $\varphi_0(t) = 1$, che essendo costante può essere considerata periodica di qualsiasi periodo, la funzione

$$\varphi_k(t) = \cos 2\pi kFt + i \sin 2\pi kFt$$

con $k \neq 0$, è periodica di periodo minimo $T_p / |k|$, con $T_p = 1 / F$. pertanto tutte le funzioni esponenziali $\varphi_k(t)$ possono essere considerate periodiche di periodo T_p .

La caratteristica principale delle funzioni $\varphi_k(t)$ è di essere ortogonali nell'intervallo $[0, T_p)$ in tal senso:

$$\int_0^{T_p} \varphi_h(t) \varphi_k^*(t) dt = \int_0^{T_p} e^{i2\pi h F t} e^{-i2\pi k F t} dt = \int_0^{T_p} e^{i2\pi(h-k)F t} dt = \int_0^{T_p} \varphi_{h-k}(t) dt$$

Poiché le funzioni $\varphi_h(t)$ con $h \neq 0$ hanno area nulla su un periodo, l'integrale si annulla, a meno che non sia $h = k$, nel qual caso l'integrale vale T_p . La relazione può essere riassunta nella forma:

$$\int_0^{T_p} \varphi_h(t) \varphi_k^*(t) dt = T_p \delta_{hk}$$

dove si è usato il simbolo di Kronecker δ_{hk} , che vale 1 se $h = k$ e vale 0 altrimenti. Per questo motivo le funzioni $\varphi_k(t)$ costituiscono una classe di funzioni ortogonali sull'intervallo $[0, T_p)$.

Si considera ora una qualsiasi combinazione lineare di un numero finito delle funzioni $\varphi_h(t)$:

$$s(t) = \sum_{h=-N}^N S_h \varphi_h(t) = \sum_{h=-N}^N S_h e^{i2\pi h F t}$$

Essendo i $2N+1$ coefficienti $S_{-N}, \dots, S_0, \dots, S_N$ dei numeri complessi. Questa funzione $s(t)$ risulta periodica di periodo T_p in quanto combinazione lineare di funzioni periodiche di periodo T_p .

Il segnale $s(t)$ è completamente specificato dai coefficienti S_h e questi a loro volta sono determinati da $s(t)$. Infatti, moltiplicando i due membri che definiscono $s(t)$ per $\varphi_k^*(t)$ e integrando, si ottiene:

$$\frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} s(t) \varphi_k^*(t) dt = \frac{1}{T_p} \sum_{h=-N}^N S_h \int_0^{T_p} \varphi_h(t) \varphi_k^*(t) dt = \sum_{h=-N}^N S_h \delta_{hk} = S_k$$

Esiste allora una corrispondenza biunivoca tra le combinazioni lineari $s(t)$ delle funzioni esponenziali e i numeri complessi S_h : in particolare S_h è detto l'h-esimo coefficiente di Fourier di $s(t)$. La cosa si può estendere al caso di una serie di Fourier

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S_k \varphi_k(t)$$

Nell'ipotesi che tale serie sia convergente per ogni $t \in [0, T_p)$. Le funzioni sviluppabili in serie di Fourier costituiscono uno spazio vettoriale complesso \mathbb{C} , inoltre la classe dei segnali $\varphi_k(t)$ costituisce una base dello spazio vettoriale \mathbb{C} e i coefficienti di Fourier S_k costituiscono le coordinate del segnale $s(t)$ rispetto alla base.

Quindi, sia $s(t)$, con $t \in \mathbb{R}$ un segnale periodico di periodo T_p , può essere rappresentato mediante la sua serie di Fourier

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S_n e^{i2\pi n F t}, \quad F = \frac{1}{T_p}$$

Il segnale $s(t)$ è rappresentato come somma di componenti esponenziali alle frequenze multiple della frequenza fondamentale F

$$f_n = nF, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Mentre i coefficienti di Fourier S_n sono dati dalla

$$S_n = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} s(t) e^{-i2\pi n F t} dt, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Associando ad ogni frequenza $f_n = nF$ il corrispondente coefficiente di Fourier S_n , si ottiene una rappresentazione in frequenza del segnale periodico $s(t)$.

Per analogia anche un segnale aperiodico può essere scritto come combinazione lineare degli esponenziali ortogonali $\psi(f,t)$, cioè nella forma integrale di Fourier

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) e^{i2\pi f t} df, \quad t \in \mathbb{R}$$

essendo $S(f)$ una funzione a frequenza continua. Questa a sua volta può essere valutata a partire dal segnale nel seguente modo

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i2\pi f t} dt, \quad f \in \mathbb{R}$$

Le relazioni permettono di passare dal dominio del tempo al dominio della frequenza e viceversa. La funzione $S(f)$ è detta Trasformata di Fourier del segnale $s(t)$, mentre il segnale $s(t)$ viene chiamato Antitrasformata di Fourier di $S(f)$. Il segnale esponenziale $\psi(f,t)$, funzione simmetrica in f e t , è detto anche nucleo di Fourier e si definisce come:

$$\psi(f, t) = e^{i2\pi f t}$$

Il risultato fondamentale su cui si basa la struttura delle trasformate di Fourier rimane comunque la condizione di ortogonalità

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i2\pi f t} dt = \delta(f)$$

con $\delta(f)$ l'impulso ideale.

A differenza della serie di Fourier, nella quale a un segnale continuo nel tempo si fa corrispondere la successione S_n dei suoi coefficienti di Fourier, con la trasformata di Fourier si ha una completa simmetria tra dominio del tempo, $t \in \mathbb{R}$, e dominio della frequenza, $f \in \mathbb{R}$. Allora la trasformata di Fourier può essere intesa come un'operazione che trasforma l'insieme delle funzioni complesse di variabile reale (la variabile t), o meglio quante tra loro sono dotate di trasformata di Fourier, in altre funzioni complesse di variabile reale (la variabile f). E si osserva che le trasformate hanno la stessa natura dei segnali nel dominio del tempo, in modo che esse possono essere interpretate come segnali nel dominio della frequenza. [21]

Si passa ora alla definizione della trasformata di Fourier di un segnale discreto (cioè ottenuto per campionamento da segnali continui). Questa è data da:

$$S(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} T s(nT) e^{-i2\pi f nT}$$

Per ragioni di analogia con la trasformata di Fourier di segnali continui. Il nucleo $\psi(f, t) = e^{i2\pi ft}$ trova la sua naturale controparte nella

$$\psi(f, nT) = e^{i2\pi fnT}, \quad f \in \mathbb{R}$$

Che altro non è che il nucleo $\psi(f, t)$ della trasformata di Fourier di segnali continui valutato per $t \in \mathbb{Z}$ anziché per $t \in \mathbb{R}$.

La trasformata $S(f)$ risulta essere una funzione periodica di periodo $F_p = 1 / T$ e che, al variare di n , le funzioni esponenziali risultano essere ortogonali sull'intervallo $[0, F_p)$ (come su ogni altro intervallo $[f_0, f_0 + F_p)$). Si ha infatti

$$\int_0^{F_p} e^{i2\pi fnT} e^{-i2\pi fmT} df = \int_0^{F_p} e^{i2\pi f(n-m)T} df = F_p \delta_{nm}$$

Questa condizione di ortogonalità fa sì che dalla trasformata di Fourier $S(f)$ si possa ricostruire il segnale discreto $s(t)$, $t \in \mathbb{Z}(T)$, mediante la seguente antitrasformata di Fourier

$$s(nT) = \int_{f_0}^{f_0 + F_p} S(f) e^{i2\pi fnT} df$$

Questi operatori permettono di passare da una funzione di variabile discreta $s(nT)$, a una funzione periodica di variabile continua $S(f)$ con periodo pari a $F_p = 1 / T$ e viceversa (il periodo F_p della trasformata coincide con la velocità del segnale discreto intesa come numero di valori del segnale per unità di tempo). [21]

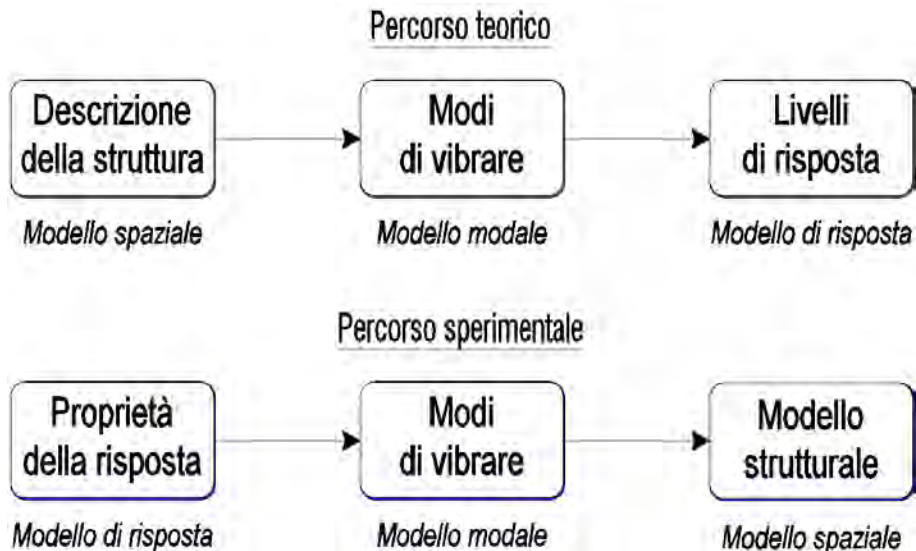
7.5.2 Introduzione

L'analisi delle vibrazioni può essere schematizzata attraverso un percorso teorico e un percorso sperimentale caratterizzati ognuno dalle tre medesime fasi, che sono:

- 1) Modello spaziale: questa fase consiste nella descrizione delle caratteristiche fisiche della struttura in esame, che in genere consistono nella sua massa m , rigidità k e proprietà di smorzamento ξ .
- 2) Modello modale: questa fase consiste nell'eseguire un'analisi modale analitica del modello spaziale la quale porta a descrivere il comportamento della struttura con una serie di modi di vibrare. I parametri che descrivono questo modello sono le frequenze naturali, le corrispondenti forme modali di vibrazione e i fattori di smorzamento modale (questa soluzione descrive il modo secondo cui la struttura vibra naturalmente, ad esempio senza alcuna forza eccitante esterna).
- 3) Modello di risposta: questa fase consiste nell'analisi di come esattamente la struttura vibra se sottoposta a condizioni di eccitazione note ed in particolare con quale ampiezza. Ciò dipende non solo dalle proprietà della struttura ma anche dalla natura e dall'ampiezza della forzante; il modello di risposta consiste quindi nell'analisi della risposta della struttura sottoposta ad una eccitazione standard (da cui si può costruire la risposta per ogni caso particolare) che può essere quella di una forzante sinusoidale unitaria. I parametri che

costituiscono questo modello sono costituiti da funzioni di risposta in frequenza (FRF), definite nel campo di frequenza di applicazione.

Il percorso teorico prevede un percorso che a partire dalla definizione del modello sperimentale arrivi a determinare il modello di risposta. Mentre il percorso sperimentale intrapreso parte dal modello di risposta (ottenuto da FRF sperimentali) e arriva al modello modale (frequenze, forme modali, fattori di smorzamento), al limite a quello spaziale (massa, rigidità e smorzamento). [18]



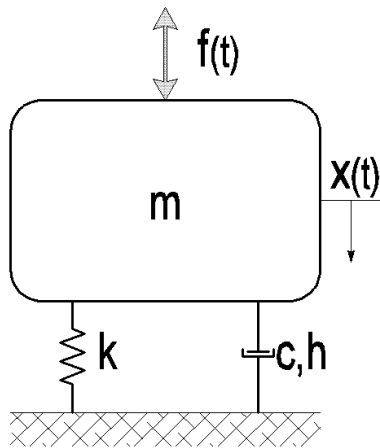
7.3 Analisi delle vibrazioni

7.5.3 Sistemi ad un grado di libertà

Sebbene un numero limitato di strutture reali possano essere concretamente modellate come un sistema ad un grado di libertà (SDOF: single degree of freedom), le proprietà di questi sistemi sono di fondamentale importanza poiché i sistemi più complessi, a più gradi di libertà (MDOF), possono essere rappresentati, nell'ipotesi di validità del principio di sovrapposizione degli effetti, come somma lineare delle caratteristiche di un certo numero di sistemi SDOF. [20]

Le classi secondo cui può essere diviso un sistema modale sono tre:

- Non smorzato;
- Con smorzamento viscoso;
- Con smorzamento isteretico.



$f(t)$: forzante in funzione del tempo

$x(t)$: risposta in termini di spostamento

m : massa

k : rigidezza

c : smorzamento viscoso

h : smorzamento isteretico

7.4 Schema strutturale di un sistema SDOF

a) Sistema non smorzato

Modello spaziale: costituito da m e k

Modello modale nel caso in cui $f(t) = 0$: l'equazione del moto è data da $m\ddot{x} + kx = 0$

la soluzione richiede che $(k - \omega^2 m) = 0$ per cui

$$x(t) = X e^{i\omega t}$$

quindi il modello modale è dato da un solo modo di vibrare con frequenza naturale

$$\bar{\omega}_0 = \sqrt{k/m}$$

Nel caso in cui $f(t) \neq 0$, considerando un'eccitazione nella forma $f(t) = F e^{i\omega t}$, la soluzione assume la forma seguente:

$$x(t) = X e^{i\omega t}$$

Dove X e F sono complessi e danno informazioni sulla fase e l'ampiezza. Ora l'equazione del moto risulta:

$$(k - \omega^2 m) X e^{i\omega t} = F e^{i\omega t}$$

Dalla quale si estrae il modello di risposta richiesto sotto forma di funzione di risposta in frequenza (FRF):

$$\alpha = H(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{1}{(k - \omega^2 m)}$$

Questa particolare forma di FRF, in cui il parametro di risposta è lo spostamento (al contrario di velocità o accelerazione), è chiamato "Recettanza" e solitamente è scritto come α , anche se a volte $H(\omega)$. Si noti che questa funzione, insieme alle altre versioni del FRF, è indipendente dall'eccitazione.

b) Sistema con smorzamento viscoso e forzante nulla

Modello spaziale costituito da m , k e c

L'equazione del moto è data da: $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$

La soluzione sarà nella forma: $x(t) = X e^{st}$

Sostituendo, l'equazione del moto diventa:

$$(ms^2 + cs + k) = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4km}}{2m} = -\bar{\omega}_0 \zeta \pm i \bar{\omega}_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$$

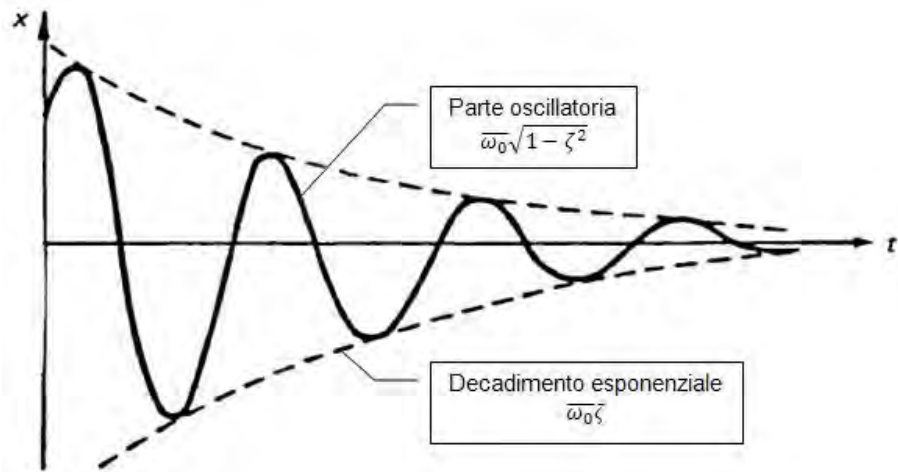
con $\bar{\omega}_0^2 = \frac{k}{m}$ e $\zeta = c/c_0 = c/2\sqrt{km}$

ciò implica una soluzione modale della forma:

$$x(t) = X e^{-\bar{\omega}_0 \zeta t} e^{i(\bar{\omega}_0 \sqrt{1 - \zeta^2})t} = X e^{\alpha t} e^{i\omega'_0 t}$$

Che rappresenta un singolo modo di vibrare con frequenza naturale complessa, costituita da:

- Parte immaginaria o oscillatoria, con frequenza $\omega'_0 = \bar{\omega}_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$
- Parte reale o decadente, per influenza dello smorzamento $\alpha = \bar{\omega}_0 \zeta$



7.5 Caratteristica smorzamento vibrazione libera di un sistema SDOF

b) Sistema con smorzamento viscoso e forzante

In questo caso l'equazione del moto diventa:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f \quad \text{con } f(t) = F e^{i\omega t}$$

La soluzione ricercata è della forma: $x(t) = X e^{i\omega t}$

Sostituendo, l'equazione del moto si può scrivere come:

$$(-\omega^2 m + i\omega c + k) X e^{i\omega t} = F e^{i\omega t}$$

Da cui si ottiene

$$\alpha(\omega) = H(\omega) = \frac{X e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}} = \frac{1}{(k - \omega^2 m) + i(\omega c)}$$

Cioè la funzione di risposta in frequenza in termini di recettanza $\alpha(\omega)$, numero complesso composto da:

- Modulo: $|\alpha(\omega)| = \frac{|X|}{|F|} = \frac{1}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2}}$

- Fase: $-\theta_\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{-\omega c}{k-\omega^2 m}\right)$

7.5.4 Proprietà e rappresentazione delle FRF di sistemi SDOF

Finora si è definito la funzione di risposta in frequenza solo in termini di recettanza $H(\omega)$ come rapporto tra la risposta in spostamento e la forza. Questo rapporto è complesso in quanto vi è sia un rapporto di ampiezza ($|\alpha(\omega)|$) sia un angolo di fase tra le due sinusoidi (θ_α). [20]

Uguualmente, la FRF può essere valutata adottando come parametro di risposta la velocità $v(t) = \dot{x}(t)$, questa quantità di output permette di definire la risposta in frequenza con una funzione alternativa: la Mobilità $Y(\omega)$.

$$Y(\omega) = \frac{V e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}} = \frac{V}{F} = i\omega \frac{X}{F} = i\omega \alpha(\omega)$$

con: $x(t) = X e^{i\omega t}$ spostamenti;
 $f(t) = F e^{i\omega t}$ forzante;
 $v(t) = \dot{x}(t) = V e^{i\omega t} = i\omega X e^{i\omega t}$ velocità.

Il termine della Mobilità è quindi composto da:

- Modulo: $|Y(\omega)| = \omega |\alpha(\omega)|$
- Fase: $\theta_Y = \theta_\alpha + 90^\circ$

Allo stesso modo, si può usare l'accelerazione come il parametro di risposta, in tal caso la funzione che descrive la risposta in frequenza è detta Inertanza $A(\omega)$.

$$A(\omega) = \frac{A e^{i\omega t}}{F e^{i\omega t}} = \frac{A}{F} = -\omega^2 |\alpha(\omega)|$$

con: $x(t) = X e^{i\omega t}$ spostamenti;
 $f(t) = F e^{i\omega t}$ forzante;
 $a(t) = \ddot{x}(t) = A e^{i\omega t} = -\omega^2 X e^{i\omega t}$ accelerazione.

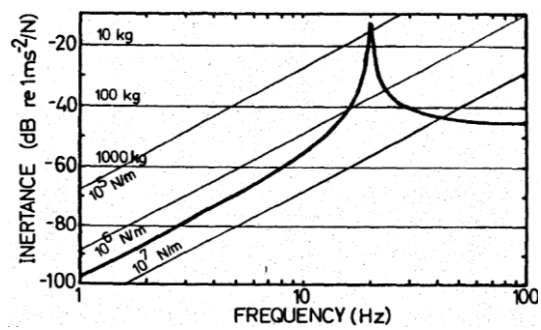
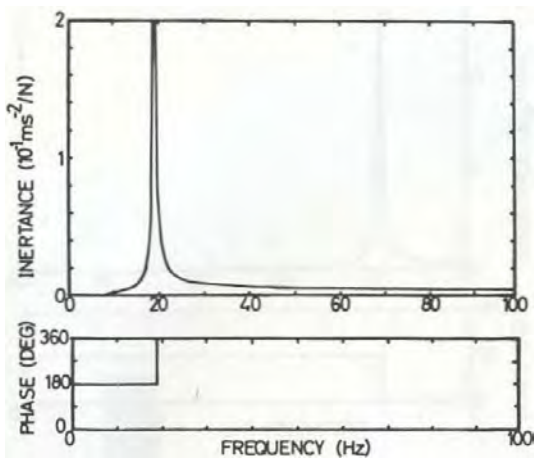
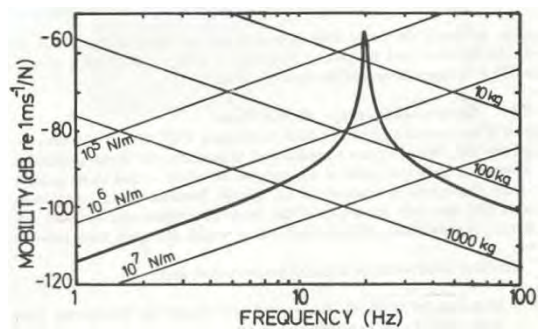
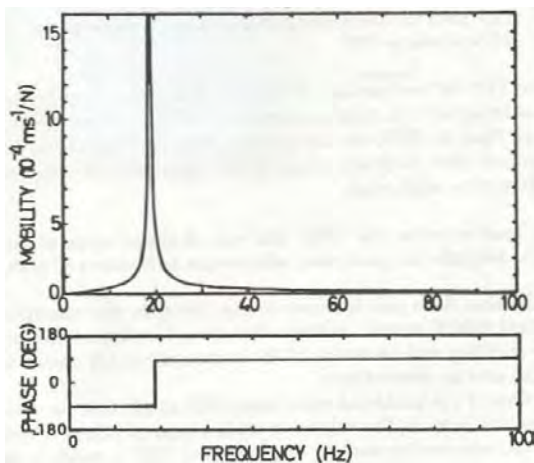
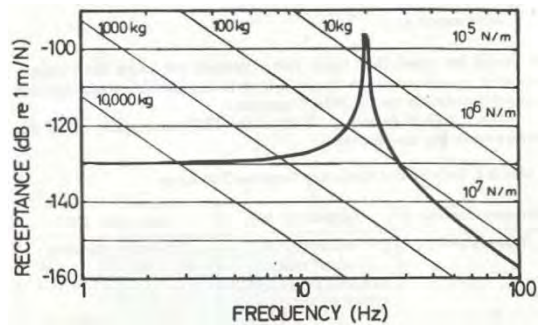
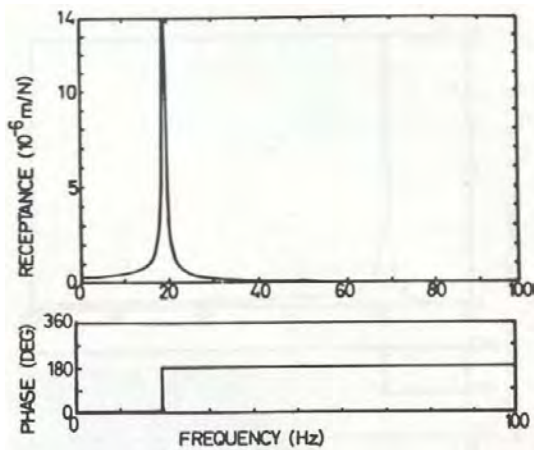
Il termine dell'Inertanza è dunque formato da:

- Modulo: $|A(\omega)| = \omega^2 |\alpha(\omega)|$
- Fase: $\theta_A = \theta_\alpha + 180^\circ$

La rappresentazione grafica della FRF nelle forme sopra descritte presenta alcune complicazioni che derivano dal fatto che si tratta di funzioni complesse per cui essendoci tre quantità da rappresentare (frequenza, parte reale e parte immaginaria della funzione) non è possibile utilizzare un unico diagramma del tipo $x - y$.

Le modalità più usuali di rappresentare le forme della FRF sono:

- 1) modulo della FRF vs frequenza e fase della FRF vs frequenza (si hanno perciò due grafici);

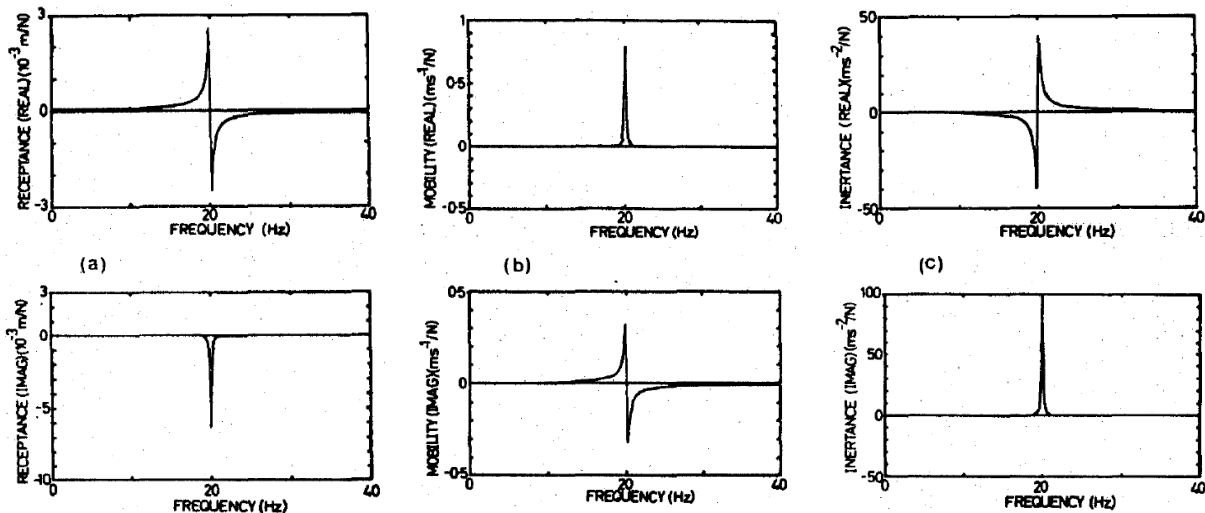


7.6 Diagrammi in modulo e fase per sistemi SDOF [20]

7.7 Rappresentazione in scala logaritmica con parametri di massa e rigidezza [20]

In questo tipo di rappresentazione è più appropriato utilizzare per le grandezze la scala logaritmica poiché il campo di valori in cui sono definiti i vari parametri può essere relativamente ampio. Risulta funzionale anche la sovrapposizione di una griglia formata da rette parametriche che rappresentano le caratteristiche di massa e rigidezza. [20]

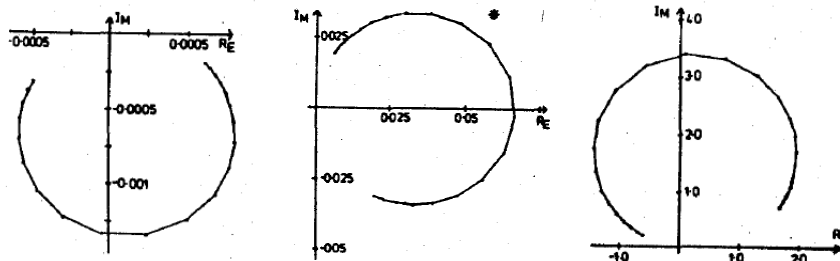
- 2) Parte reale della FRF vs frequenza e parte immaginari della FRF vs frequenza (ancora due grafici). In tal caso si nota come la fase cambia nella zona dove c'è la risonanza e che il segno varia in una parte e contemporaneamente nell'altra c'è un picco (min o max).



7.8 Diagrammi di parte reale e immaginaria delle FRF per un sistema SDOF smorzato [20]

Per questa rappresentazione non si può usare la scala logaritmica avendo anche valori negativi.

- 3) Parte reale vs parte immaginaria, detto diagramma di Nyquist (grafico unico che non contiene però informazione esplicite sulla frequenza).



7.9 Diagrammi di Nyquist per recettanza, mobilità e ineranza [20]

7.5.5 Sistemi a più gradi di libertà

- Sistema MDOF non smorzato con forzante nulla

L'equazione del moto scritta in forma matriciale risulta:

$$[M]\ddot{\underline{x}}(t) + [K]\underline{x}(t) = \underline{f}(t) \quad \text{con } \underline{f}(t) = \{0\}$$

con: $[M]$ matrice della massa $[N \times N]$ $\underline{x}(t)$ vettore dello spostamento $[N \times 1]$

$[K]$ matrice della rigidità $[N \times N]$ $\underline{f}(t)$ vettore della forzante $[N \times 1]$

Si ricerca una soluzione nella forma $\underline{x}(t) = \underline{X}e^{i\omega t}$

dove \underline{X} è il vettore delle ampiezze degli spostamenti indipendente dal tempo, $[N \times 1]$

Sostituendo nell'equazione che governa il moto si ottiene:

$$([K] - \omega^2[M])\underline{X}e^{i\omega t} = 0$$

E la soluzione è data da: $\det|[K] - \omega^2[M]| = 0$

Si ottengono quindi N valori di ω^2 ($\bar{\omega}_1^2, \bar{\omega}_2^2, \dots, \bar{\omega}_r^2, \dots, \bar{\omega}_N^2$), detti autovalori, che corrispondono alle frequenze naturali del sistema non smorzato. Sostituendo $\bar{\omega}_r^2$ nell'equazione del moto si ricava una serie di valori relativi per \underline{X} sotto forma di un vettore $\underline{\psi}_r$ $[N \times 1]$ detto autovettore

del modo di vibrare corrispondente alla frequenza naturale $\bar{\omega}_r^2$. La soluzione completa si può esprimere con due matrici NxN (automatrici) le quali rappresentano il modello modale del sistema.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_1^2 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \bar{\omega}_2^2 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & \bar{\omega}_N^2 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \psi_1 & \psi_2 & \dots & \psi_r & \dots & \psi_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Matrice degli autovalori (unica)

Matrice degli autovettori (relativa)

Si osserva che la matrice Ω è unica (essendo le frequenze naturali fissate) mentre la matrice Ψ non lo è poiché le forme modali sono soggette ad un fattore di scala che non influenza la forma del modo di vibrare ma solo la sua ampiezza, questo porta ad eseguire un procedimento per normalizzare gli auto vettori. [20]

Il modello modale possiede la proprietà di ortogonalità

$$\Psi^T M \Psi = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & m_2 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & m_N \end{bmatrix} \quad \Psi^T K \Psi = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & k_2 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & k_N \end{bmatrix}$$

Come nel caso espresso per i sistemi SDOF, in cui $\bar{\omega}_r^2 = \frac{k_r}{m_r}$, per i sistemi MDOF si può scrivere in forma matriciale:

$$\Omega = (\Psi^T M \Psi)^{-1} \cdot (\Psi^T K \Psi)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\omega}_1^2 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \bar{\omega}_2^2 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & \bar{\omega}_N^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & m_2 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & m_N \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & k_2 & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \vdots & k_N \end{bmatrix}$$

con: m_r massa modale del modo r;

k_r rigidezza del modo r.

Poiché $\bar{\omega}_r^2$ è unico, allora anche k_r/m_r è unico, quindi la matrice degli autovettori Ψ è normalizzata rispetto alla massa:

$$\Omega = (\Phi^T M \Phi)^{-1} \cdot (\Phi^T K \Phi)$$

dove: $\phi_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \psi_r$ autovettore ψ_r normalizzato rispetto alla massa;

la matrice degli autovalori Ω si può così riscrivere:

$$\Omega = \left(\left(\frac{\Psi}{\sqrt{M}} \right)^T M \frac{\Psi}{\sqrt{M}} \right)^{-1} \cdot \left(\left(\frac{\Psi}{\sqrt{M}} \right)^T K \frac{\Psi}{\sqrt{M}} \right) = \Phi^T K \Phi = \frac{K}{M}$$

poiché $\Phi^T M \Phi = I$ matrice d'identità .

- Sistema MDOF non smorzato con forzante

Nel caso in cui la struttura sia sollecitata sinusoidalmente da una serie di forze tutte alla stessa frequenza ω , ma con ampiezza e fasi diverse, nella forma: $\underline{f}(t) = \underline{F}e^{i\omega t}$,

si ricerca ancora una soluzione nella forma: $\underline{x}(t) = \underline{X}e^{i\omega t}$.

L'equazione del moto in questo caso si scrive:

$$([K] - \omega^2[M])\underline{X}e^{i\omega t} = \underline{F}e^{i\omega t}$$

La risposta incognita è così formulata:

$$\underline{X} = ([K] - \omega^2[M])^{-1}\underline{F} \quad \text{oppure} \quad \underline{X} = [\alpha(\omega)]\underline{F}$$

dove: $[\alpha(\omega)] = ([K] - \omega^2[M])^{-1}$ è la matrice di recettanza NxN del sistema e rappresenta il modello di risposta, l'elemento generico della matrice $\alpha_{jk}(\omega)$ è dato da:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{X_j}{F_k}; \quad F_m = 0; \quad m = 1, N; \neq k$$

È quindi possibile ricavare il valore degli elementi di $[\alpha(\omega)]$ e ottenere l'incognita ricercata, tuttavia per motivi di inefficienza legati all'elevato valore che assume N, si utilizzerà un procedimento risolutivo che sfrutta le proprietà modali del sistema. Dalla definizione matriciale della recettanza si può ricavare:

$$([K] - \omega^2[M]) = [\alpha(\omega)]^{-1}$$

E operando la normalizzazione della matrice degli autovettori rispetto alla massa si ottiene:

$$[\Phi]^T([K] - \omega^2[M])[\Phi] = [\Phi]^T[\alpha(\omega)]^{-1}[\Phi]$$

con: $\Phi^T K \Phi = \frac{K}{M} = \Omega$

$$\Phi^T M \Phi = I$$

la relazione si può riscrivere:

$$\Omega - \omega^2 I = \Phi^T [\alpha(\omega)]^{-1} \Phi$$

$$(\bar{\omega}_r^2 - \omega^2) = \Phi^T [\alpha(\omega)]^{-1} \Phi$$

$$[\alpha(\omega)] = \Phi^T (\bar{\omega}_r^2 - \omega^2)^{-1} \Phi$$

Quest'ultima relazione mostra come la matrice di recettanza $[\alpha(\omega)]$ sia simmetrica, in quanto $\alpha_{jk}(\omega) = \frac{X_j}{F_k} = \alpha_{kj}(\omega) = \frac{X_k}{F_j}$

Questo principio di reciprocità permette di calcolare ogni elemento della FRF $\alpha_{jk}(\omega)$ utilizzando la seguente formula:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{({}_r\phi_j)({}_r\phi_k)}{\bar{\omega}_r^2 - \omega^2} = \sum_{r=1}^N \frac{({}_r\psi_j)({}_r\psi_k)}{m_r(\bar{\omega}_r^2 - \omega^2)}$$

oppure

$$\alpha_{jk}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{{}_r A_{jk}}{\bar{\omega}_r^2 - \omega^2}$$

In questo caso si introduce un nuovo parametro ${}_r A_{jk}$ definito come la costante modale del modo r per la particolare recettanza legata alle coordinate j e k.

Le proprietà del modello modale e di risposta dei sistemi MDOF non smorzati costituiscono le basi per i casi, più generali, dei sistemi che presentano smorzamento. [20]

- Sistema MDOF con smorzamento viscoso e forzante nulla

L'equazione generale del moto sotto queste ipotesi si scrive nel seguente modo:

$$[M]\ddot{\underline{x}}(t) + [C]\dot{\underline{x}}(t) + [K]\underline{x}(t) = \underline{f}(t) \quad \text{conf}(t) = \{0\}$$

La soluzione rimane comunque nella forma: $\underline{x}(t) = \underline{X}e^{i\omega t}$

Sostituendo nell'equazione del moto si ottiene:

$$(s^2[M] + s[C] + [K])\underline{X} = 0$$

La soluzione in questo caso è costituita da 2N autovalori s_r , coppie di valori coniugate e complesse (questa è una conseguenza inevitabile del fatto che tutti i coefficienti nelle matrici sono reali e così qualsiasi valore caratteristico, o radice, deve essere o reale o complesso in coppie coniugate.). ad ogni auto valore corrisponde un autovettore coniugato e complesso.

$$s_r = \omega_r \left(-\zeta_r + i\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right)$$

con: ω_r frequenza naturale;

ζ_r rapporto dello smorzamento critico per il modo r.

L'autosoluzione possiede proprietà di ortogonalità, tuttavia diverse da quelle dei casi precedenti. Si osserva inizialmente che ogni coppia di autovalori – autovettori soddisfa l'equazione:

$$(s_r^2 M + s_r C + K)\psi_r = 0 \quad (\text{a.})$$

quindi pre - moltiplicando per ψ_q^T si ottiene:

$$\psi_q^T (s_r^2 M + s_r C + K)\psi_r = 0 \quad (\text{b.})$$

analogamente utilizzando s_q e ψ_q :

$$(s_q^2 M + s_q C + K)\psi_q = 0 \quad (\text{c.})$$

$$\psi_q^T (s_q^2 M + s_q C + K)\psi_q = 0^T \quad (\text{d.})$$

Moltiplicando ora la (d.) per ψ_r e sottraendola da (b.) si ottiene:

$$(s_r^2 - s_q^2)\psi_q^T M\psi_r + (s_r - s_q)\psi_q^T C\psi_r = 0$$

$$(s_r + s_q)\psi_q^T M\psi_r + \psi_q^T C\psi_r = 0 \quad \text{1° Equazione di ortogonalità}$$

Mentre moltiplicando la (b.) per s_q e la (d.) per s_r e sottraendole tra loro si ottiene:

$$s_r s_q \psi_q^T M\psi_r - \psi_q^T C\psi_r = 0$$

$$\text{2° Equazione di ortogonalità}$$

Grazie a questa proprietà, nel caso in cui i modi r e q costituiscono una coppia complessa e coniugata, si può ricavare:

$$\text{da } s_q = \omega_r \left(-\zeta_r + i\sqrt{1 - \zeta_r^2} \right)$$

$$\psi_q = \psi_r^*$$

si ricavano:

$$2\omega_r \zeta_r = \frac{\psi_r^{*T} C \psi_r}{\psi_r^{*T} M \psi_r} = \frac{c_r}{m_r}$$

$$\omega_r^2 = \frac{\psi_r^{*T} K \psi_r}{\psi_r^{*T} M \psi_r} = \frac{k_r}{m_r}$$

In queste espressioni m_r , k_r e c_r possono essere definiti come parametri modali della massa, della rigidità e dello smorzamento. [20]

- Sistema MDOF con smorzamento viscoso e forzante

Ritornando all'equazione di base e assumendo una risposta armonica del tipo: $\underline{x}(t) = \underline{X}e^{i\omega t}$

La risposta del sistema si ricava direttamente dall'espressione:

$$\underline{X} = ([K] - \omega^2[M] - i\omega[C])^{-1}\underline{F}$$

In questo caso però, questa formulazione, come anche lo sviluppo in serie, non risulta conveniente da un punto di vista di analisi numerica. Si opererà quindi una riscrittura della soluzione più funzionale introducendo un nuovo vettore \underline{y} di ordine $2N$ che comprende gli spostamenti $\underline{x}(t)$ e le velocità $\dot{\underline{x}}(t)$:

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} \end{bmatrix}_{2N \times 1}$$

L'equazione generale del moto si può quindi riscrivere nel modo seguente:

$$[C: M]_{N \times 2N} \cdot \dot{\underline{y}}_{2N \times 1} + [K: O] \cdot \underline{y} = \underline{0}_{N \times 1}$$

Poiché si hanno N equazioni con $2N$ incognite, occorre aggiungere un'equazione d'identità del tipo:

$$[M: O] \cdot \dot{\underline{y}} + [O: -M] \cdot \underline{y} = \underline{0}$$

Combinando queste due espressioni, si ottengono $2N$ equazioni:

$$\begin{bmatrix} C & M \\ M & O \end{bmatrix} \dot{\underline{y}} + \begin{bmatrix} K & O \\ O & -M \end{bmatrix} \underline{y} = \underline{0}$$

La quale può essere semplificata nella forma: $[A]\dot{\underline{y}} + [B]\underline{y} = \underline{0}$

Così posto, il problema è nella forma idonea per risolvere un autoproblema, assumendo la soluzione nella forma $\underline{y} = \underline{Y}e^{st}$ si ottengono $2N$ autovalori e autovettori del sistema s_r e $\underline{\theta}_r$ che soddisfano l'equazione generale:

$$(s_r[A] + [B])\underline{\theta}_r = \underline{0} \quad ; \text{ con } r = 1, 2N$$

Si osserva che le auto soluzioni sono coppie coniugate e complesse e possiedono la proprietà di ortogonalità:

$$[\underline{\theta}]^T [A] [\underline{\theta}] = [a_r]$$

$$[\underline{\theta}]^T [B] [\underline{\theta}] = [b_r]$$

Inoltre ha la peculiarità che

$$s_r = \frac{b_r}{a_r} \quad ; \quad \text{con } r = 1, 2N$$

Ora si può esprimere il vettore delle forze secondo le nuove coordinate come:

$$\underline{P}_{2N \times 1} = \begin{Bmatrix} \underline{F} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Assumendo ancora una risposta di tipo armonico e ponendo la soluzione sotto forma di uno sviluppo in serie si ottiene:

$$\begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ i\omega x \end{bmatrix}_{2N \times 1} = \sum_{r=1}^{2N} \frac{[\theta]_r^T P [\theta]_r}{a_r(i\omega - s_r)}$$

Poiché gli autovalori sono in coppie coniugate e complesse, quest'ultima espressione si può riscrivere come:

$$\begin{bmatrix} x \\ \vdots \\ i\omega x \end{bmatrix}_{2N \times 1} = \sum_{r=1}^N \frac{[\theta]_r^T P [\theta]_r}{a_r(i\omega - s_r)} + \frac{[\theta^*]_r^T P [\theta^*]_r}{a_r^*(i\omega - s_r^*)}$$

L'elemento generico della FRF (in termini di recettanza) α_{jk} è dato allora dal rapporto tra il parametro delle risposta x_j e la forza f_k :

$$\alpha_{jk} = \sum_{r=1}^N \left(\frac{(\theta_{jr})(\theta_{kr})}{a_r(\omega_r \zeta_r + i(\omega - \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2}))} + \frac{(\theta_{jr})^*(\theta_{kr})^*}{a_r^*(\omega_r \zeta_r + i(\omega - \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2}))} \right)$$

con $s_r = \omega_r (-\zeta_r + i\sqrt{1 - \zeta_r^2})$

tale espressione della recettanza può essere ulteriormente ridotta:

$$\alpha_{jk} = \sum_{r=1}^N \frac{({}_r R_{jk}) + i(\omega/\omega_r)({}_r S_{jk})}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\omega\omega_r\zeta_r}$$

Dove i coefficienti R e S sono dati da:

$$\begin{aligned} \{{}_r R_k\} &= 2 \left(\zeta_r \operatorname{Re}\{{}_r G_k\} - \operatorname{Im}\{{}_r G_k\} \sqrt{1 - \zeta_r^2} \right) \\ \{{}_r S_k\} &= 2 \operatorname{Re}\{{}_r G_k\} \\ \{{}_r G_k\} &= (\theta_{kr}/a_r) \{\theta\}_r \end{aligned}$$

7.5.6 Proprietà e rappresentazione delle FRF di sistemi MDOF

Come nel caso dei sistemi SDOF, la funzione di risposta in frequenza FRF si può esprimere in tre diverse forme a seconda del parametro con cui è valutata la risposta, ovvero in termini di spostamento, di velocità o di accelerazione, da cui si ottiene rispettivamente la recettanza, la mobilità e l'inertanza. Questi diversi parametri della FRF sono ancora correlati tra loro secondo le seguenti relazioni:

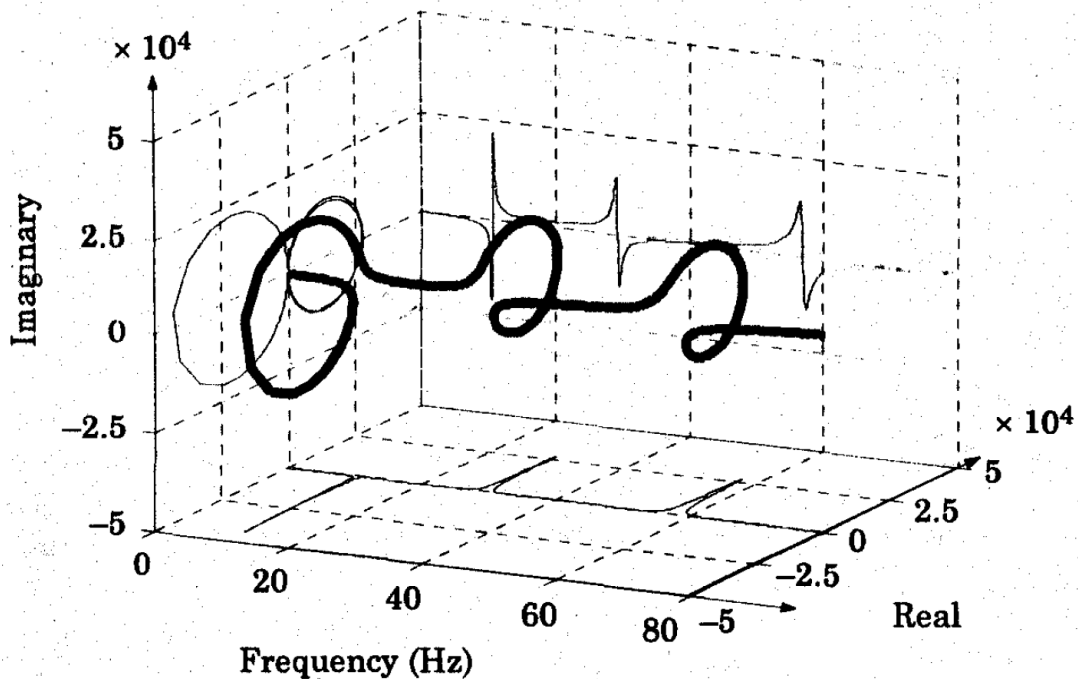
$$\begin{aligned} |Y(\omega)| &= i\omega |\alpha(\omega)| \\ |A(\omega)| &= i\omega |Y(\omega)| = -\omega^2 |\alpha(\omega)| \end{aligned}$$

Anche se nei sistemi MDOF i dati della FRF hanno una forma più complessa rispetto al caso dei sistemi SDOF. [20]

Le FRF per i sistemi MDOF si differenziano inoltre a seconda del tipo di coordinate che si considera nella risposta e nell'eccitazione:

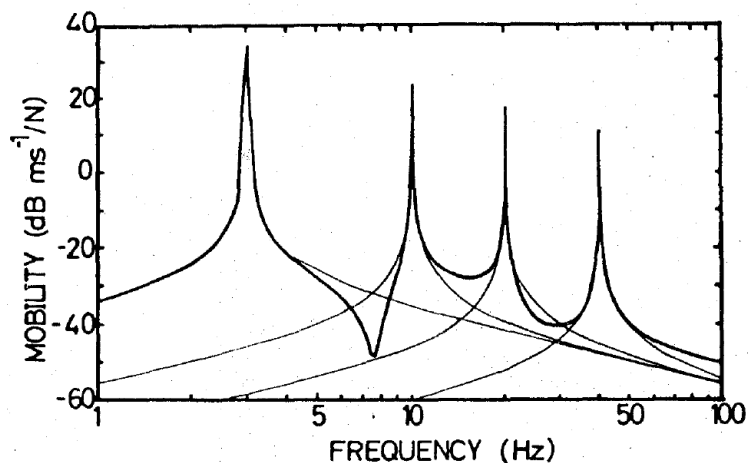
- Point inertance: nel caso in cui la coordinata della risposta coincide con la coordinata dell'eccitazione;
- Transfer inertance: quando le coordinate della risposta e dell'eccitazione sono diverse.

La rappresentazione delle FRF si può eseguire secondo le modalità già espresse per i sistemi SDOF, le quali si differenziano principalmente per i piani presi in considerazione per costruire i grafici bidimensionali.



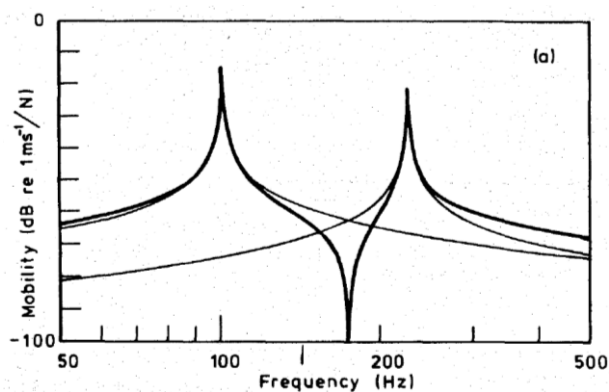
7.10 Diagramma 3D della FRF di un sistema SDOF [20]

Utilizzando la rappresentazione nel piano logaritmico, si possono rappresentare i termini singoli della serie come curve separate, come mostrato nella figura successiva (mobilità vs frequenza); la curva rappresentativa della FRF è data dalla somma delle curve individuali. Tuttavia l'esatta forma della curva non è semplice da ricavare in quanto non si conosce una parte dell'informazione, cioè la fase, in quanto il diagramma rappresenta un modulo per cui il segno effettivo risulta nascosto.

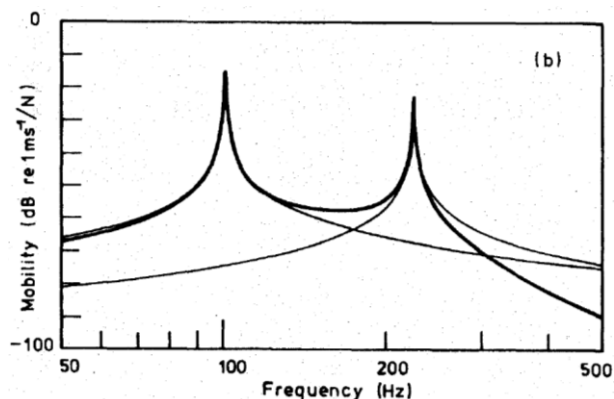


7.11 Diagramma della FRF in mobilità che evidenzia contributi dei singoli modi [20]

Il segno dei vari termini è di grande importanza in quanto determina le differenze principali nei diagrammi a seconda che si consideri una point inertance oppure una transfer inertance, influenzando il segno della costante modale.



Point mobility



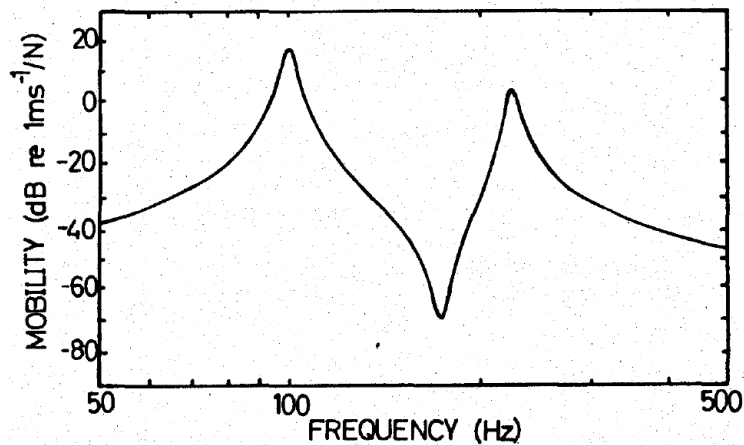
Transfer mobility

7.12 Diagramma della FRF espresso in mobilità di un sistema SDOF non smorzato [20]

Osservando ad esempio il caso di una point mobility di un sistema a due gradi di libertà, si nota come alle basse frequenze il contributo del secondo modo (rappresentato dalla curva che forma il secondo picco) è poco rilevante rispetto al primo (tenendo presente che il diagramma è in scala logaritmica); lo stesso accade alle alte frequenze, dove prevale il secondo modo sul primo. Nella regione tra le due risonanze, poiché hanno segno opposto, le due componenti si sottraggono nel punto d'incrocio; questo punto definisce la caratteristica detta antirisonanza, simile ad una risonanza ma di verso opposto. Quindi, dal punto di vista fisico, la risposta in corrispondenza ad una frequenza naturale è totalmente dominata da quel modo. Analogamente per una transfer mobility si nota come il segno sia opposto alle basse e alle alte frequenze, quindi le curve si sottraggono, ma la curva risultante è sempre dominata da uno dei due modi. Nella regione tra le due risonanze il segno è invece lo stesso per cui si determina un punto di minimo. [20]

Quanto appena illustrato può essere esteso a sistemi con un numero qualsiasi di gradi di libertà; la regola fondamentale che si ricava è che se le costanti modali di due modi consecutivi hanno lo stesso segno ci sarà un'antirisonanza compresa tra le due frequenze naturali di quei modi, mentre se hanno segno opposto ci sarà un minimo.

La presenza di antirisonanze e minimi è legata quindi al segno delle costanti modali della FRF, le quali sono il prodotto di elementi di due autovettori (${}_r A_{jk} = {}_r \phi_j \phi_k$), uno corrispondente al punto dove si valuta la risposta e l'altro al punto dove si applica l'eccitazione. Se si considera la point mobility allora la costante modale per ogni modo deve essere positiva essendo il quadrato dello stesso numero poiché i due punti coincidono. Ciò significa che per una point FRF ci deve essere un'antirisonanza dopo ogni risonanza, senza eccezioni. Mentre per una transfer mobility la situazione è meno definita in quanto la costante modale potrà assumere segno positivo e negativo, quindi si possono presentare diagrammi con antirisonanze e minimi assieme. Se le due posizioni, si misura e di eccitazione, sono ben separate tra loro risulteranno meno antirisonanze rispetto al caso di due posizioni molto più vicine tra loro.



7.13 Diagramma della FRF di un sistema smorzato [20]

Nei sistemi smorzati, la forma del diagramma del tipo di FRF appena discusso è simile a quella dei sistemi non smorzati. In questo caso le risonanze e le antirisonanze presentano i picchi smussati per effetto dello smorzamento e l'angolo di fase non assume più solo i valori esatti di 0° e 180° .

7.6 Vibrazioni non sinusoidali e proprietà delle FRF

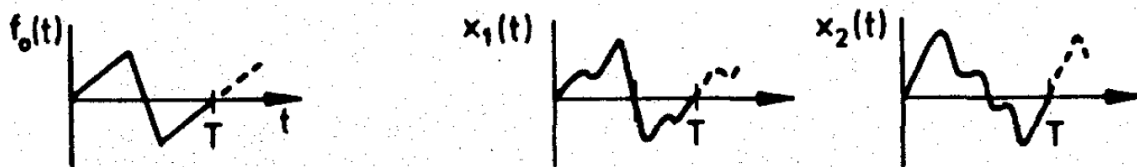
La trattazione teorica fin'ora affrontata ha considerato la FRF di sistemi MDOF sottoposti a una eccitazione costituita da un set di forze armoniche di ampiezza e fase diverse ma caratterizzata da identica frequenza, nel caso generale si può scrivere:

$$\underline{X}e^{i\omega t} = [\alpha(\omega)]\underline{F}e^{i\omega t}$$

In questo paragrafo si analizzeranno casi più aderenti alla realtà, valutando le proprietà delle FRF da misurazioni ottenute durante vibrazioni non sinusoidali.

7.6.1 Vibrazioni periodiche

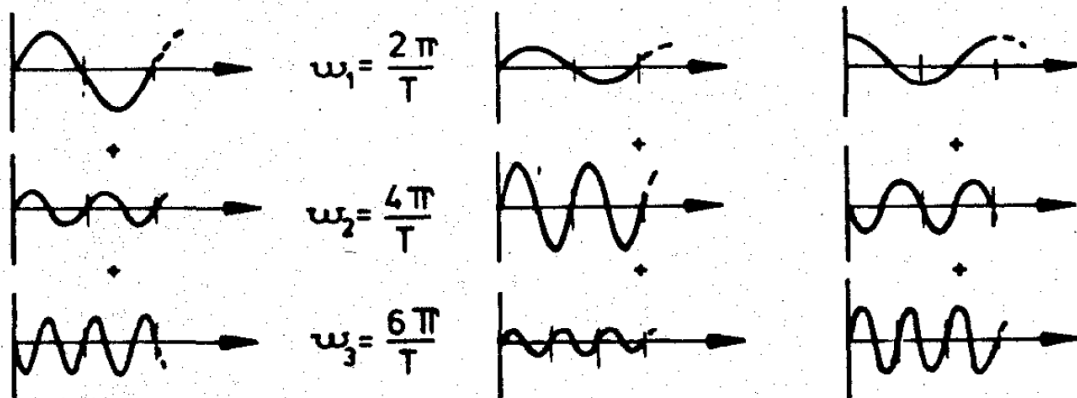
In questo caso l'eccitazione, e di conseguenza la risposta, non è più sinusoidale sebbene rimanga periodica. Nella figura successiva è rappresentata una eccitazione a forma di dente di sega e due risposte prodotte da un sistema; in questo caso non è più possibile trovare una semplice relazione tra input e output.



7.14 Input e output di un segnale periodico [20]

Il modo più semplice per ricavare la risposta in questo caso è quello di utilizzare lo sviluppo in serie di Fourier, per cui una qualsiasi funzione periodica si può rappresentare come una serie di funzioni sinusoidali aventi frequenze multiple e di ampiezze e fasi misurabili. [20]

$$f_0(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n e^{i\omega_n t} \quad ; \quad \omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$



7.15 Componenti sinusoidali del segnale [20]

Calcolato quindi lo spettro della forzante si utilizza la FRF calcolata per le specifiche frequenze presenti nello spettro della forzante per ricavare le componenti della risposta:

$$x_j(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{j0}(\omega_n)_0 F_n e^{i\omega_n t} \quad ; \quad \omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

Si osserva che, sebbene la risposta contenga nel suo spettro esattamente le stesse frequenze della forzante, l'ampiezza delle varie componenti è diversa nei due casi perché i dati della FRF variano considerevolmente con la frequenza. Perciò si ottengono time – history della risposta con lo stesso periodo della forzante ma con forma diversa, anche l'uno dall'altro.

È possibile determinare le proprietà della FRF di un sistema dall'eccitazione e dalla risposta nel caso di vibrazione periodica; per fare ciò occorre determinare le componenti della serie di Fourier della forzante e del segnale della risposta. Entrambe le serie contengono componenti caratterizzate dalle stesse frequenze discrete (multipli di $2\pi/T$ essendo T il periodo fondamentale). La FRF è calcolata per ogni frequenza discreta come rapporto tra quella componente della risposta e la corrispondente componente delle forze. Per ogni set di dati restano definite l'ampiezza e la fase. [20]

7.6.2 Vibrazioni transitorie

Le vibrazioni transitorie non possono essere trattate come nel caso precedente in quanto eccitazione e risposta non risultano più periodici. È però possibile estendere lo sviluppo in serie di Fourier alla Trasformata di Fourier nel caso in cui si consideri il periodo infinitamente lungo; la forza transitoria e la risposta sono quindi trattate con questo procedimento per ottenere la definizione nel campo della frequenza. In alternativa si può giungere alla stessa soluzione rimanendo nel dominio del tempo. [20]

Nell'analisi attraverso la Trasformata di Fourier, la funzione $f(t)$ deve soddisfare la condizione di Dirichlet, in tal caso la sua trasformata $F(\omega)$ è calcolata come:

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

Per ogni frequenza ω , la corrispondente trasformata di Fourier della risposta $X(\omega)$ è data da:

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$$

Dove $H(\omega)$ rappresenta la versione appropriata della FRF per i particolari parametri di input e output considerati. L'espressione della risposta $x(t)$ si ottiene quindi direttamente dalla trasformata inversa di Fourier di $X(\omega)$:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} (H(\omega)F(\omega))e^{-i\omega t} dt$$

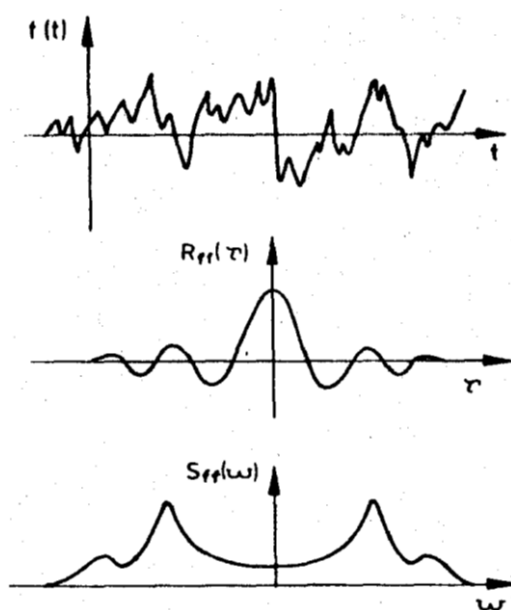
Come nel caso delle vibrazioni periodiche è possibile determinare la FRF dalle misure di vibrazioni transitorie; ciò richiede il calcolo della trasformata di Fourier di entrambi i segnali di risposta ed eccitazione. Facendo il rapporto tra queste due funzioni (definite nella frequenza) si ottiene una forma per la corrispondente funzione di risposta in frequenza:

$$H(\omega) = X(\omega)/F(\omega)$$

7.6.3 Vibrazioni random

È il caso generale più complesso dove eccitazione e risposta sono descritte da processi casuali. Poiché la condizione di Dirichlet di funzione periodica non è rispettata, da questi segnali non si possono calcolare le trasformate di Fourier. Per descrivere i segnali random si introducono quindi due serie di parametri basati uno sul dominio del tempo (funzioni di correlazione) e l'altro sul dominio delle frequenze (densità spettrali).

Nella figura sottostante è riportata una tipica vibrazione random $f(t)$ che sarà assunta ergodica, cioè, secondo la terminologia statistica, i segnali dopo un periodo iniziale di evoluzione tendono ad una fase stazionaria in cui presentano andamento regolare. [20]



7.16 segnale random: time-history, funzione di autocorrelazione e potenza di densità spettrale [20]

La funzione di Autocorrelazione $R_{ff}(\tau)$ è definita come il valore medio del prodotto $f(t) \cdot f(t + \tau)$; la quale è una funzione del tempo, reale:

$$R_{ff}(\tau) = E[f(t) \cdot f(t + \tau)] \quad ; \quad R_{ff}(\tau) \in \mathbb{R}$$

Così definita, la funzione di correlazione soddisfa le condizioni per effettuare la trasformata di Fourier, il parametro risultante è definito come Densità spettrale, in questo caso di potenza (PSD):

$$S_{ff}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ff}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad ; \quad S_{ff}(\omega) \in \mathbb{C}$$

Questa funzione della frequenza costituisce una descrizione in frequenza della funzione originaria $f(t)$. I concetti appena esposti si possono estendere alle funzioni $f(t)$ e $x(t)$ per definire le funzioni di Correlazione Incrociata $R_{xf}(\tau)$ e di Densità Spettrale Incrociata (CSD) $S_{xf}(\omega)$:

$$R_{xf}(\tau) = E[x(t) \cdot f(t + \tau)] \quad ; \quad R_{xf}(\tau) \in \mathbb{R}$$

Mentre la funzione di Densità Spettrale Incrociata è la trasformata di Fourier di $R_{xf}(\tau)$:

$$S_{xf}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xf}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad ; \quad S_{xf}(\omega) \in \mathbb{C}$$

Le funzioni di correlazione incrociata sono funzioni reali nel tempo, ma non sempre regolari; per quanto riguarda le densità spettrali, invece, esse sono in genere complesse nel dominio della frequenza con la proprietà di essere coniugate: $S_{xf}(\omega) = S_{fx}^*(\omega)$.

Dopo aver stabilito quali sono i parametri necessari per descrivere i processi random, si possono definire le relazioni tra segnali di input e output di sistemi sottoposti a questo tipo di vibrazioni; l'analisi si basa sull'espressione generale, definita nel tempo, vista per un impulso unitario:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - t') f(t') dt$$

Da cui si ricava $x(t)$ e $x(t + \tau)$; la funzione di autocorrelazione della risposta $R_{xx}(\tau)$ è data da:

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t) \cdot x(t + \tau)]$$

Da cui, attraverso la trasformata di Fourier, è possibile ottenere la funzione di densità spettrale $S_{xx}(\omega)$ nel dominio delle frequenze:

$$S_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{ff}(\omega)$$

Questa espressione non offre una completa informazione sulle condizioni di vibrazione, infatti contiene solo il modulo di $H(\omega)$ e non considera la fase. La seconda equazione richiesta, ottenuta con un'analisi simile basata sulla funzione di correlazione incrociata, sempre definita nel dominio della frequenza, è data da:

$$S_{fx}(\omega) = H(\omega) S_{ff}(\omega) \quad oppure \quad S_{xx}(\omega) = H(\omega) S_{xf}(\omega)$$

Queste considerazioni sono valide per un'eccitazione singola; nel caso di più risposte occorre ripetere l'applicazione per ottenere la forma matriciale seguente:

$$|S_{fx}(\omega)| = |S_{ff}(\omega)| |H(\omega)|$$

Quindi per determinare la FRF è sufficiente eseguire il seguente rapporto basato sulle densità spettrali:

$$H(\omega) = \frac{S_{fx}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} \quad \text{o, in alternativa} \quad H(\omega) = \frac{S_{xx}(\omega)}{S_{xf}(\omega)}$$

7.7 Il monitoraggio: strumentazione

La strumentazione utilizzata per eseguire i test dinamici sulla struttura è composta dai seguenti elementi:

- Strumento di eccitazione, il segnale impulsivo per lo shock test è impresso da un particolare martello strumentato dotato di una cella di carico piezoelettrica in grado di misurare la forza applicata (forza di tipo transitorio);
- Accelerometri, permettono l'acquisizione della risposta della struttura durante la sperimentazione. Si utilizzano accelerometri piezoelettrici ad alta sensibilità
- Cablaggio, è composto da tutti i cavi elettrici che permettono di collegare i vari sensori, accelerometri e martello, alla centralina di acquisizione dati; si utilizzano cavi coassiali rinforzati di lunghezza pari a 22 m giuntati con connettori BNC;
- Centralina di acquisizione dati, registra tutti i segnali sia di input (martello) sia di output (trasduttori piezoelettrici) e converte il segnale analogico in entrata (dato in termini di grandezza elettrica) in segnale digitale in uscita (in termini di grandezza pratica) nel formato idoneo per l'elaborazione;
- Notebook, mediante software specifico permette il controllo dell'acquisizione dati e l'archiviazione delle time-history registrate. È collegato alla centralina mediante cavo USB.

7.7.1 Martello strumentato

L'equipaggiamento fornito dalla PCB Piezotronics (WWPL), per lo strumento denominato "Large sledge" con principio "Modally tuned" con sensore di forza ICP, è costituito dal martello strumentato piezoelettrico dotato di una serie di punte di diverse rigidità, le quali consentono di variare a scelta il campo di frequenza sollecitato e la forza applicata.



7.17 Martello strumentato piezoelettrico con punte correlate

La cella di carico è costituita da un sensore piezoelettrico al quarzo con integrato un amplificatore microelettronico protetto dalla punta intercambiabile, tale sensore trasforma la forza applicata in un segnale elettrico



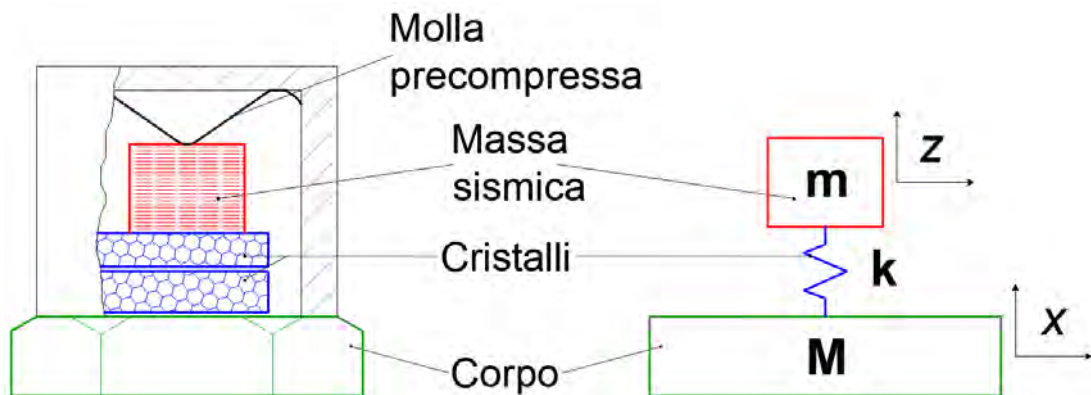
Lunghezza: 89 cm
Peso: 5.4 kg
Diametro punta: 7.6 cm
Intervallo: 0 - 22000 N
Sensibilità: 0.24 mV/N
Range frequenza: 0.75 kHz

7.18 Caratteristiche martello strumentato

7.7.2 Accelerometri

Il principio che sta alla base del loro funzionamento sfrutta la proprietà dei cristalli (in genere si utilizzano cristalli sintetici) di generare una carica elettrica sulle facce quando sono soggetti ad uno stress meccanico, quindi nei trasduttori si fa in modo che il cristallo posto all'interno subisca uno stress proporzionale alla quantità fisica che si vuole misurare (accelerazione o forza).

Nei trasduttori accelerometrici la forza è trasmessa al cristallo in modo indiretto in quanto si utilizza una massa ausiliaria (o sismica), in questo caso la forza esercitata sul cristallo è la forza d'inerzia della massa sismica.



7.19 Spaccato di un accelerometro e relativo modello dinamico semplificato

La massa del trasduttore e la massa sismica si muovono assieme ($\ddot{x} = \ddot{z}$), quindi il segnale di output dell'accelerometro è proporzionale all'accelerazione della sua massa \ddot{x} e quindi della struttura cui è fissato. Caratteristica che permette di valutare la precisione dei segnali acquisiti è la sensibilità dei trasduttori intesa come l'uscita elettrica per unità di accelerazione applicata, la quale è fornita direttamente dalla casa produttrice e permette di calibrare adeguatamente la strumentazione. La sensibilità si può esprimere sia come sensibilità di carica sia come sensibilità di voltaggio: mentre la prima si misura in Coulomb generati per g di accelerazione applicata, la seconda si esprime in Volt per g.



Accelerometri P02, P04



Accelerometro P03



Accelerometro P05, P07



Accelerometro P06

7.20 - 23 Accelerometri installati sulla torre campanaria

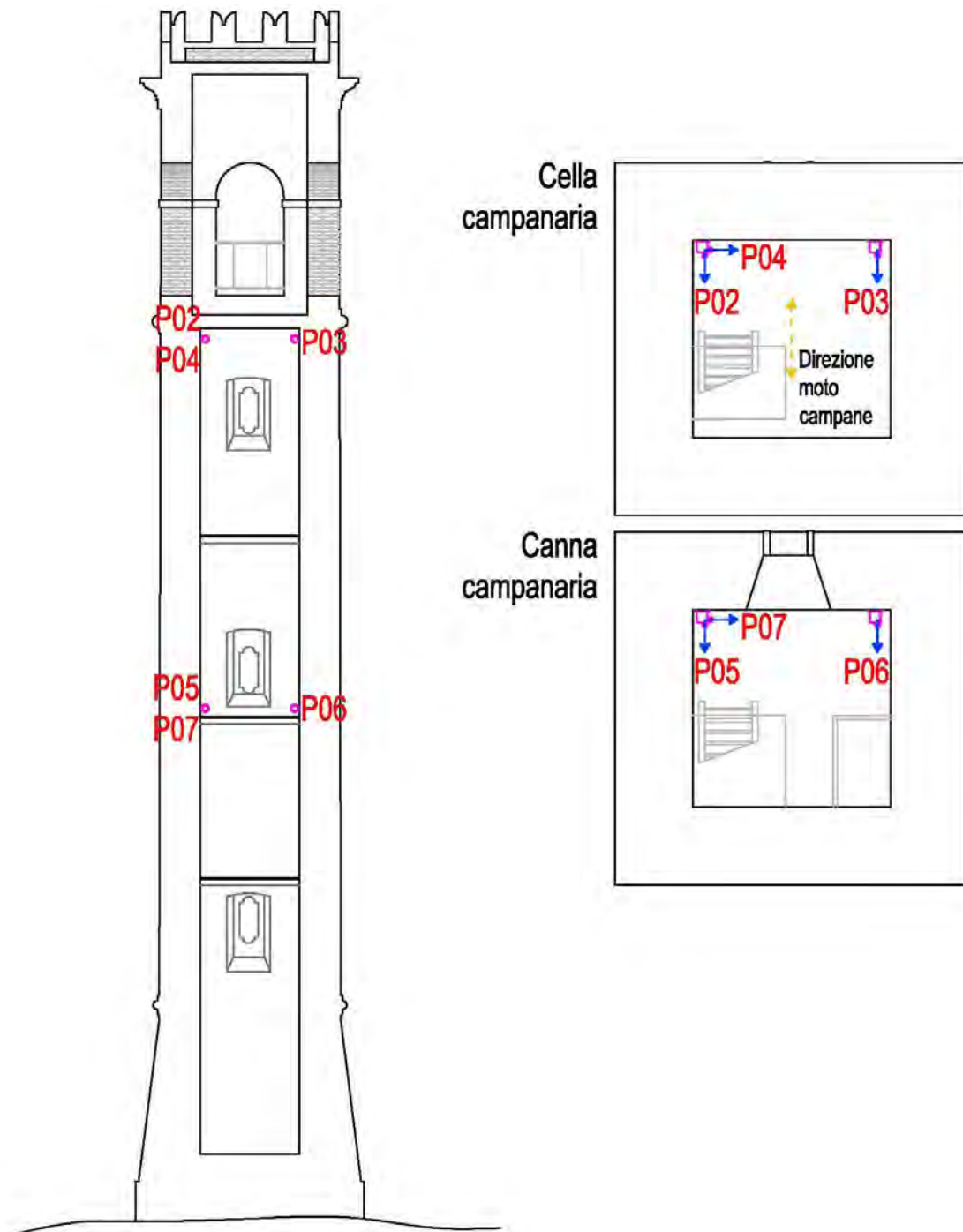
I trasduttori utilizzati nei test dinamici sono sei accelerometri che appartengono al modello ICP-393B12 monoassiale della PCB PIEZOTRONICS (WWP) con le seguenti caratteristiche:

- Sensibilità: $\pm 1000.0 \text{ mV}/(\text{m}/\text{s}^2)$
- Frequency Range ($\pm 5\%$) 0.15 to 1000 Hz

(± 10%) 0.10 to 2000 Hz

Gli accelerometri in oggetto, dotati di una notevole massa sismica, hanno una elevata risoluzione e una frequenza di risonanza relativamente bassa. Si tratta quindi di sensori sismici adatti a rilevare vibrazioni a bassa frequenza e bassissima intensità, come ad esempio vibrazioni di edifici, ponti o altre strutture di mole notevole indotte da macchinari, veicoli o microsismi.

Gli accelerometri, in fase operativa, sono stati vincolati alla struttura mediante supporti metallici specifici che permettono l'orientazione nelle tre direzioni (x, y, z), avvitati su basette metalliche e quest'ultime fissate al paramento murario tramite tasselli ad espansione $\Phi 5$.



7.24 Posizione accelerometri installati

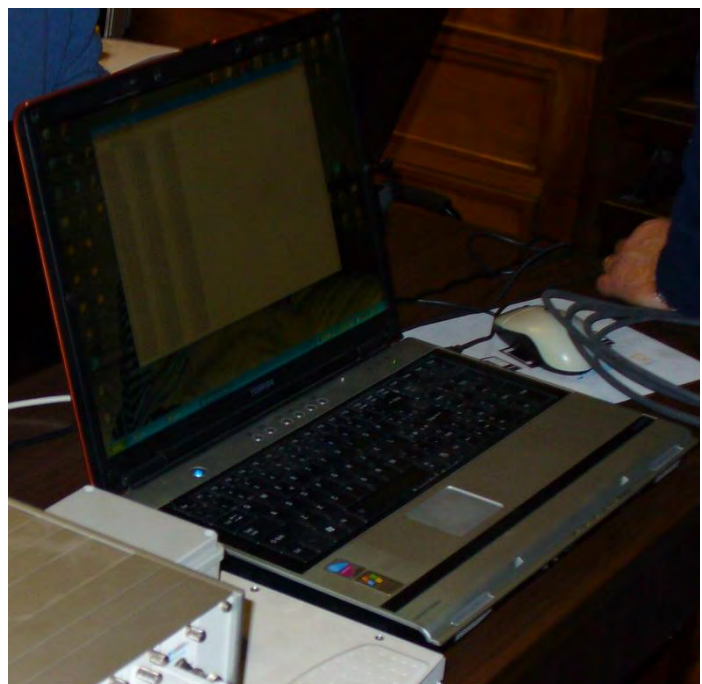
I sei trasduttori sono stati disposti a gruppi di tre su due diversi livelli dell'opera, rispettivamente i primi tre (P02, P03, P04) posti all'intradosso della cella campanaria mentre la seconda serie di sensori (P05, P06, P07) è stata posizionata a circa metà della canna, individuata al livello del secondo orizzontamento ligneo. Il collocamento di tre accelerometri disposti su due livelli distinti permetterà di valutare sia gli effetti traslazionali sia l'effetto torcente che l'eccitazione induce su quella determinata sezione piana, consentendo quindi di ricostruire le forme modali proprie della struttura in esame. Come sistema di riferimento globale si assume una terna di assi cartesiani in cui l'asse x coincide con la direzione di eccitazione delle campane, l'asse y è ortogonale all'asse x e con esso individua il piano orizzontale, mentre l'asse z coincide con la verticale ed è rivolto verso l'alto.

	Identificazione	Quota [m]	Direzione	Posizione
Cella campanaria	P02	14.30	x	Angolo N - E
	P03	14.30	x	Angolo S - E
	P04	14.30	y	Angolo N - E
Canna campanaria	P05	8.20	x	Angolo N - E
	P06	8.20	x	Angolo S - E
	P07	8.20	y	Angolo N - E

Tabella 7.1: Posizione sensori

7.7.3 Sistema di acquisizione dati

I segnali elettrici trasmessi dai trasduttori giungono fino alla centralina grazie ai cavi coassiali e quindi sono trasmessi al notebook mediante collegamento USB, il quale li registra e archivia come file .txt di testo.



7.25 - 26 Centralina acquisizione dati e notebook

Nello specifico la centralina di acquisizione utilizzata è il modello SCXI 1000 (High – Performance Signal Conditioning) con 8 canali piezoelettrici e 8 canali capacitivi (questi ultimi non utilizzati) della National Instruments.

7.8 Il monitoraggio: sperimentazione

La campagna sperimentale si è sviluppata in un arco temporale di tre giorni, necessari per il montaggio della strumentazione e la stesura dei cavi, l'esecuzione delle varie prove dinamiche e lo smontaggio di tutto il materiale scientifico. In precedenza è stato comunque eseguito un sopralluogo per verificare l'accessibilità della struttura e valutare il posizionamento dei trasduttori, mentre tutta la strumentazione è stata in precedenza collaudata e verificato il corretto funzionamento presso il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Civile Edile ed Ambientale.

Il programma di sperimentazione dinamica è stato suddiviso in tre fasi principali:

- Shock – test, eccitazione impulsiva mediante martello strumentato

Numero minimo di test per punto di battuta: 5

(per alcuni punti di battuta sono state eseguite più prove in quanto l'esecuzione della battuta non era agevole; solo in seguito, in fase di elaborazione dati, è stata valutata l'effettiva rappresentatività dei risultati)

Direzione X (direzione del moto campanario)

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 1. Punto di battitura: | P02 (cella campanaria) |
| Tempo di acquisizione: | 16 sec. |
| Intervallo dt: | 0.00025 sec. |
| Range di frequenza: | 0 – 4000 Hz |
| 2. Punto di battitura: | P03 (cella campanaria) |
| Tempo di acquisizione: | 16 sec. |
| Intervallo dt: | 0.00025 sec. |
| Range di frequenza: | 0 – 4000 Hz |
| 3. Punto di battitura: | P05 (canna campanaria) |
| Tempo di acquisizione: | 16 sec. |
| Intervallo dt: | 0.00025 sec. |
| Range di frequenza: | 0 – 4000 Hz |
| 4. Punto di battitura: | P06 (canna campanaria) |
| Tempo di acquisizione: | 16 sec. |
| Intervallo dt: | 0.00025 sec. |
| Range di frequenza: | 0 – 4000 Hz |

Direzione Y (ortogonale al moto campanario)

- | | |
|------------------------|------------------------|
| 5. Punto di battitura: | P04 (cella campanaria) |
|------------------------|------------------------|

- | | |
|------------------------|------------------------|
| Tempo di acquisizione: | 16 sec. |
| Intervallo dt: | 0.00025 sec. |
| Range di frequenza: | 0 – 4000 Hz |
| 6. Punto di battitura: | P07 (canna campanaria) |
| Tempo di acquisizione: | 16 sec. |
| Intervallo dt: | 0.00025 sec. |
| Range di frequenza: | 0 – 4000 Hz |
- Eccitazione indotta dal moto delle campane singole e in concerto (sia con battaglio libero, sia con battaglio legato); le prove hanno lo scopo di descrivere la risposta del campanile per un carico di esercizio, per la valutazione delle forze indotte e dello smorzamento strutturale.

Eccitazioni senza battaglio

1. Accensione Campana grande

Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz

2. Accensione Campana media

Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz

3. Accensione Campana piccola

Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz

4. Accensione Concerto campane

Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz

5. Spegnimento Concerto campane

Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz

Eccitazioni con battaglio

1. Accensione Campana grande

Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz

2. Accensione Campana media	
Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz
3. Accensione Campana piccola	
Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz
4. Accensione Concerto campane	
Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz
5. Spegnimento Concerto campane	
Tempo di acquisizione:	120 sec.
Intervallo dt:	0.002 sec
Range di frequenza:	0 – 500 Hz

7.8.1 Shock – test

I dati acquisiti durante gli shock test costituiscono la parte fondamentale della sperimentazione poiché, grazie all'utilizzo del martello strumentato (forza di input dell'impulso nota), da essi è possibile ricavare le FRF (funzione risposta in frequenza), e di conseguenza i modi di vibrare, le frequenze proprie e lo smorzamento della struttura. La scelta dei punti di battuta degli shock test è stata fatta con l'obiettivo di eccitare i principali modi propri della struttura (flessionali lungo le direzioni x e y e torsionali).

Lo shock in questione è costituito da un impulso impresso da un'eccitazione, la cui durata t_1 è trascurabile rispetto al periodo proprio della struttura T associato alla frequenza naturale del sistema non smorzato e avente forma simile a quella di un mezzo seno, si tratta quindi di una forza transitoria nel tempo. L'utilizzo dell'analisi di Fourier è allora possibile se si considera il periodo della forza infinito.

L'ampiezza dell'impulso dipende dalla massa della testa del martello e dalla sua velocità al momento dell'impatto; mentre il campo di frequenza effettivamente interessato dipende dalla rigidità delle superfici di contatto e dalla massa della testa del martello. Analizzando l'impulso nel dominio della frequenza questo è caratterizzato da un andamento costante fino a una frequenza di taglio f_c (cut-off frequency), corrispondente alla frequenza di risonanza definita dalla radice quadrata del rapporto tra rigidità della punta del martello e la massa che impatta, e poi diminuisce. Questo comportamento rende quindi vano lo sforzo di far vibrare la struttura in un campo di frequenza superiore a f_c , oltre il quale risulta difficile imprimere energia al sistema. Per

questo motivo è importante non sottovalutare questo parametro, ne risulta la necessità di diminuire la durata dell'impulso T_c per aumentare il campo di frequenza utile (poiché f_c e T_c sono inversamente correlati tra loro). [18]

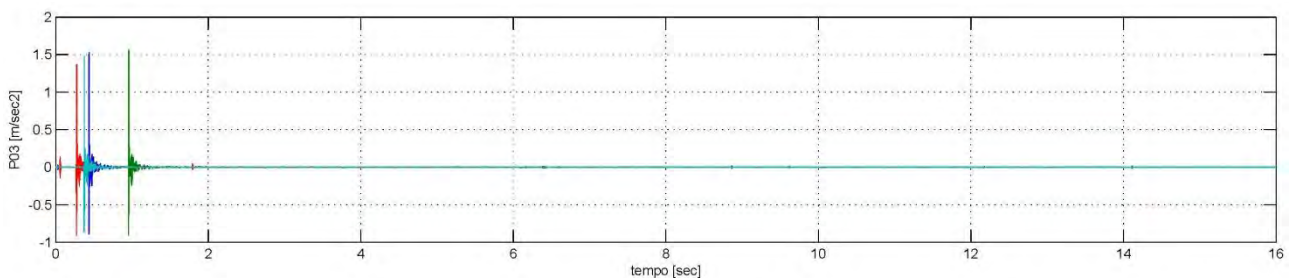
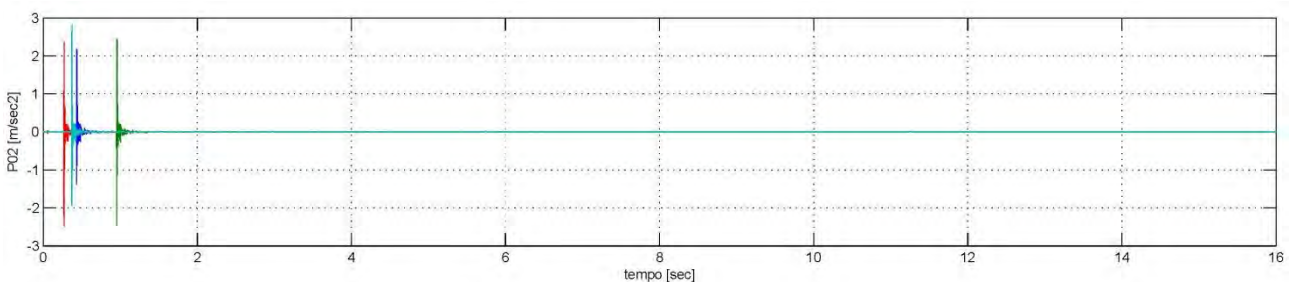
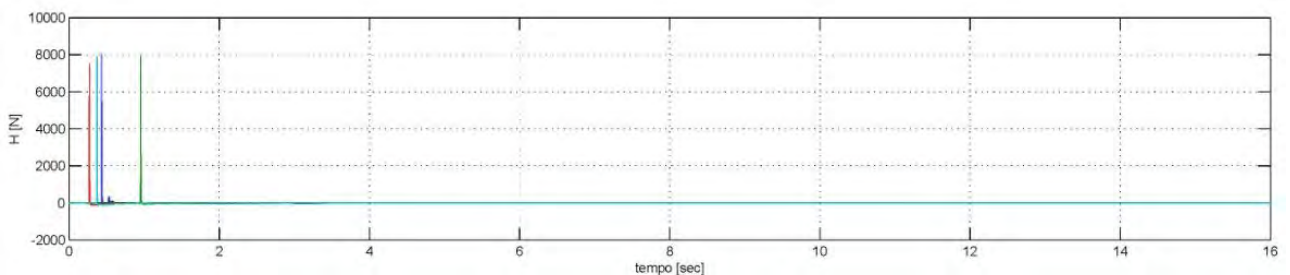
Per il caso in esame il campo di frequenza di interesse è compreso tra 0 e 30 Hz, quindi, affinché f_c risulti sufficientemente grande rispetto a questo intervallo si equipaggia il martello con la punta più morbida il dotazione.

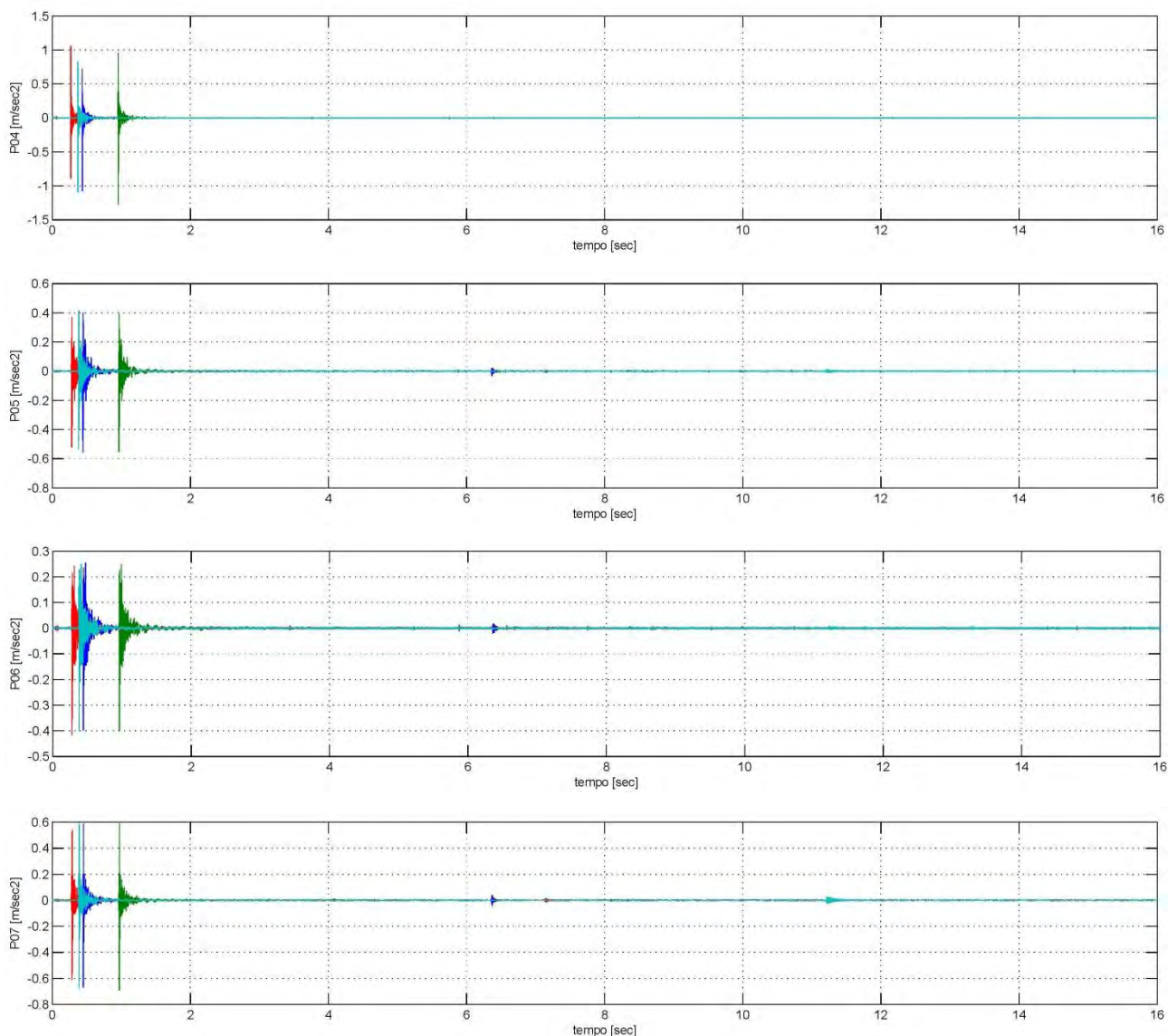
I dati di input sono acquisiti in Newton [N], mentre i dati di output sono in $[m/s^2]$. Le registrazioni dei valori sono archiviate come time – history su file con estensione .txt. Mentre per quanto concerne tutta l'elaborazione dei dati, questa è stata eseguita mediante programma di calcolo specifico scritto in linguaggio Matlab.

- Acquisizione dati e plottaggio time – history

In primo luogo il programma richiama i dati delle battute eseguite nella medesima posizione dai file esterni di registrazione del segnale e restituisce i diagrammi nel tempo della forzante in [N] impressa con il martello strumentato e delle accelerazioni in $[m/s^2]$ registrate dai vari trasduttori.

Di seguito si riportano i diagrammi relativi allo shock test eseguito in direzione X con posizione di battitura presso il sensore P02, mentre per la consultazione integrale degli elaborati degli shock-test eseguiti nelle altre posizioni si rimanda all'Allegato 1.





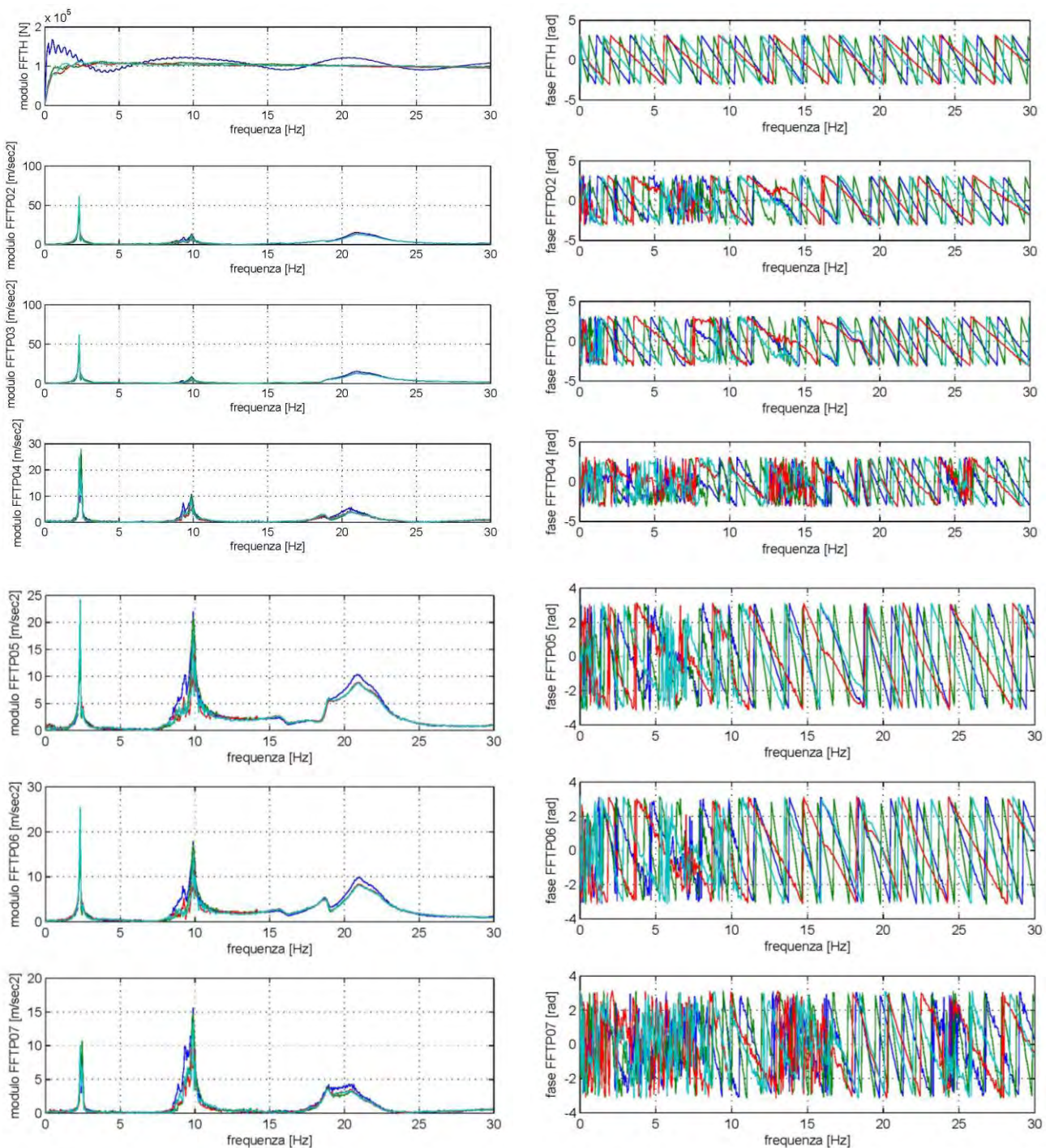
7.27 Time - History

Posizione P02: livello cella campanaria angolo N-E, direzione E-O									
Dati input							Dati output		
Test	file	Campioni		durata [s]	Moto	Punta	Validazione	Valori	FFT
		scanrate/s	dt					Hmax [N]	Hammer
1	imp1	4000	0.00025	16	impulsivo	grigia/gomma	✓	8033	✓
2	imp2	4000	0.00025	16	impulsivo	grigia/gomma	✓	7687	✓
3	imp3	4000	0.00025	16	impulsivo	grigia/gomma	✓	7481	✓
4	imp4	4000	0.00025	16	impulsivo	grigia/gomma	✓	7887	✓
5	imp5	4000	0.00025	16	impulsivo	grigia/gomma	✗	-	✗

Tabella 7.2: Riassunto registrazioni valide

- FFT (Fast Fourier Transform) per passare nel dominio delle frequenze

Questo passaggio prevede il cambio di dominio mediante la funzione trasformata veloce di Fourier; si analizza con particolare attenzione il grafico della forzante di input per assicurarsi che nel range di frequenza di interesse la funzione sia costante. Per ogni segnale sia di input che di output si plottano le FFT distinte in modulo e fase.



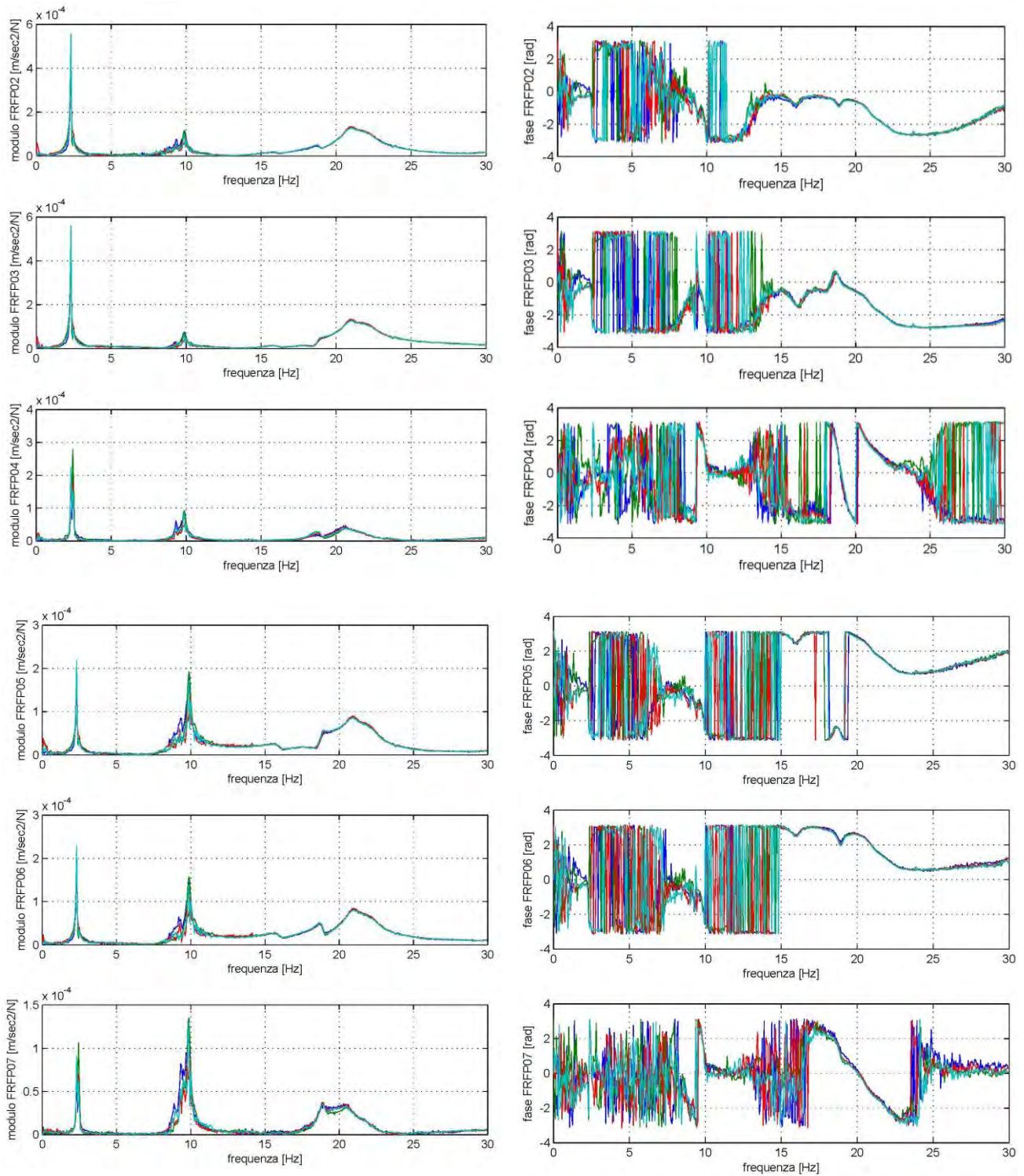
7.28 FFT

- FRF (Funzione di Risposta in Frequenza)

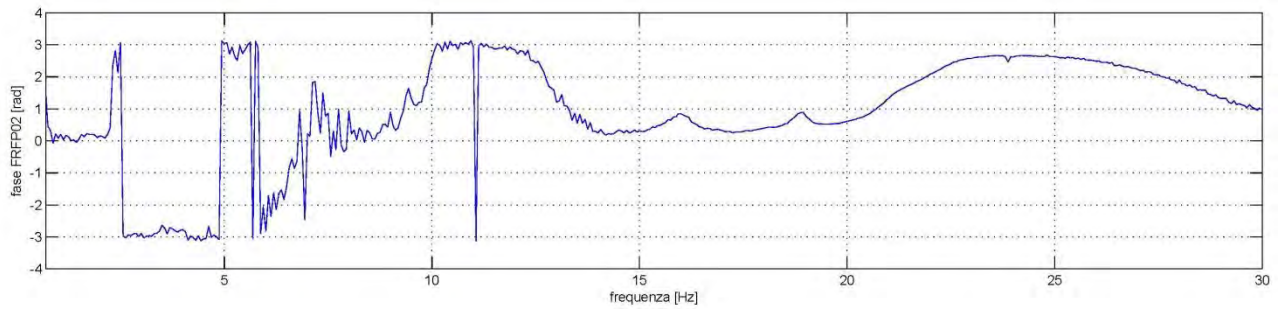
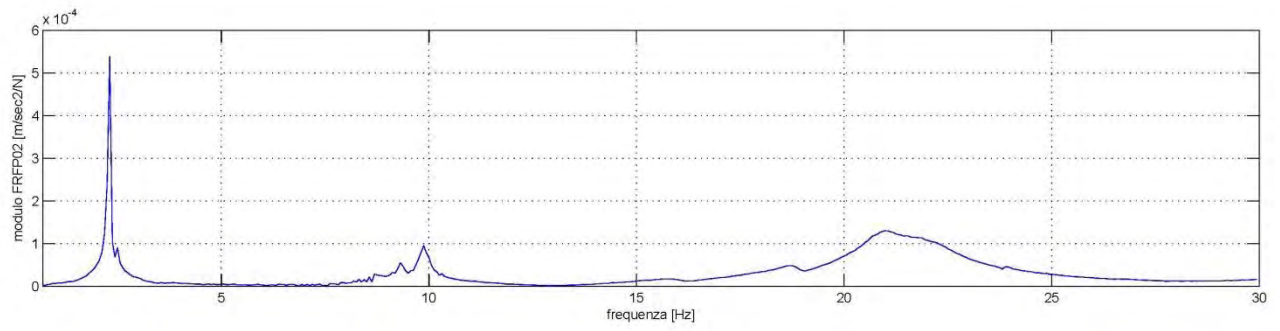
Per ottenere la funzione di risposta in frequenza si opera, per ogni battuta e ciascun accelerometro, il rapporto tra la FFT del segnale di output registrato dai trasduttori e la FFT della forzante di input registrata dalla cella di carico del martello. La FRF è espressa in termini di inerzia $A(\omega)$ poiché la risposta acquisita dai trasduttori ha la grandezza di un'accelerazione:

$$A(\omega) = \frac{Ae^{i\omega t}}{Fe^{i\omega t}} = \frac{A}{F} = -\omega^2 |\alpha(\omega)|$$

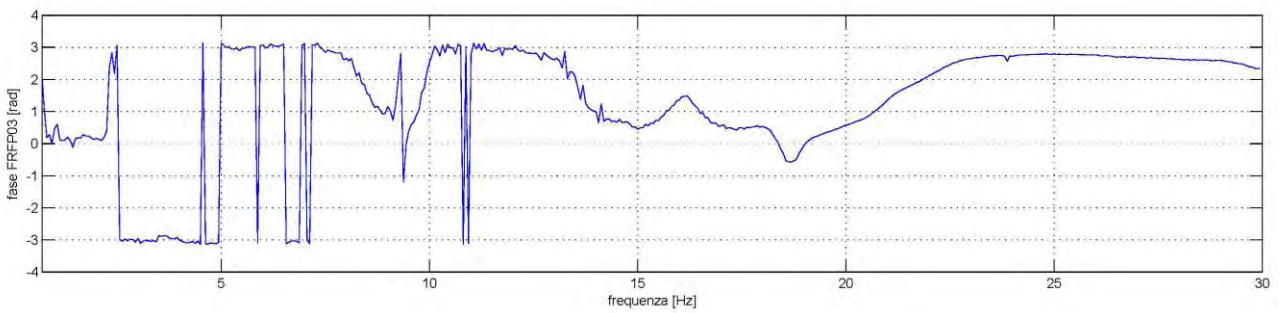
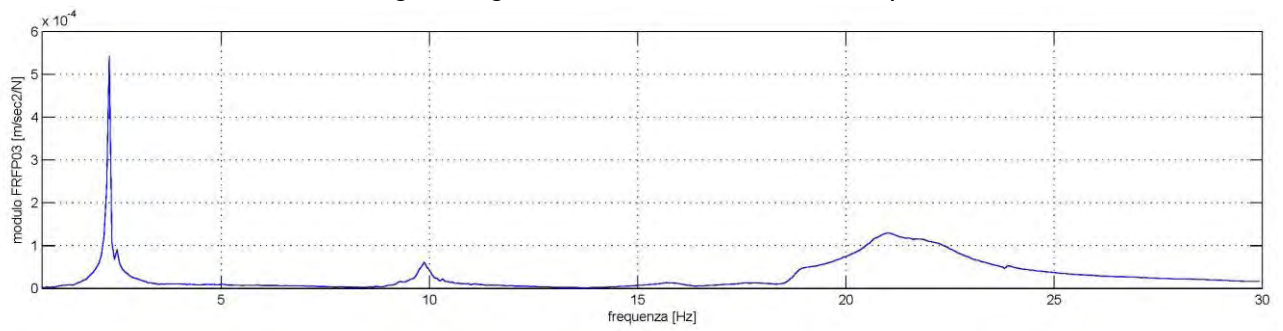
In questa fase si plottano sia le FRF per ogni battuta e ciascun trasduttore, distinte in modulo e fase, e in seguito si esegue la media delle FRF dei segnali registrati dallo stesso trasduttore per le diverse battute impresse, anche in questo caso si ottengono due grafici per ogni accelerometro distinti in modulo e fase.



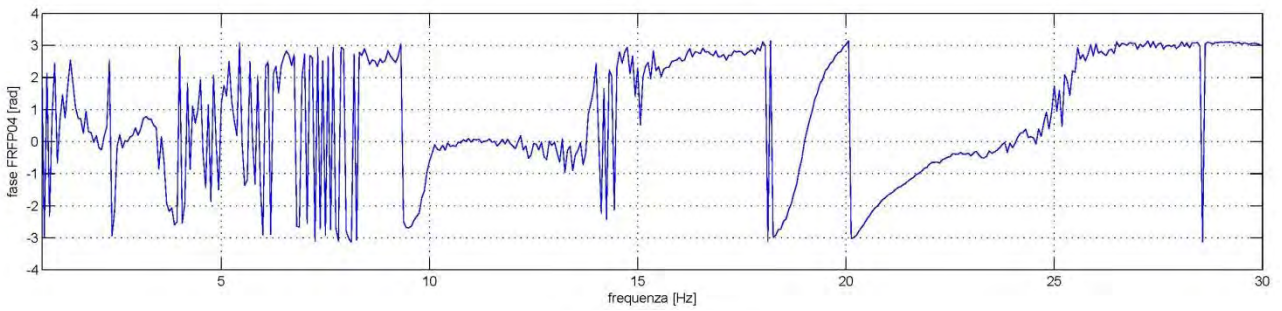
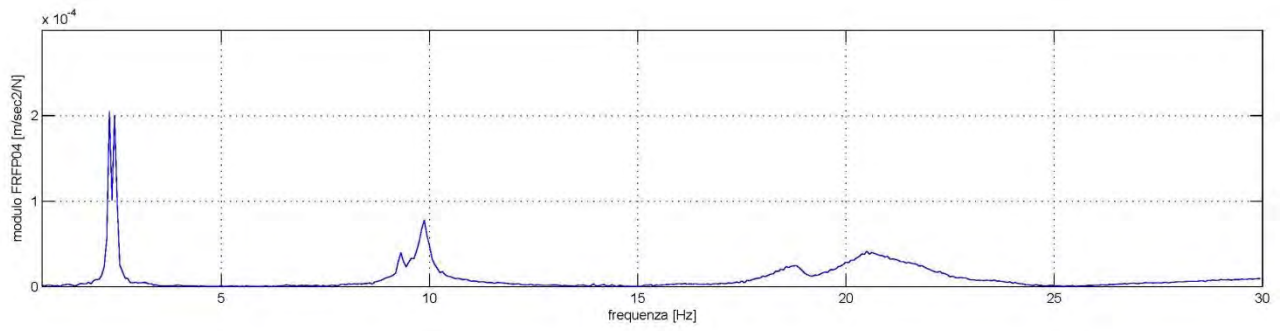
7.29 FRF



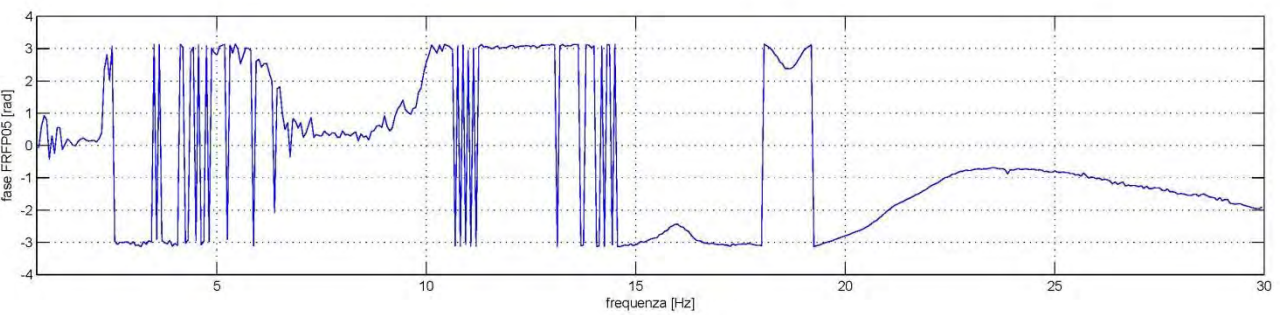
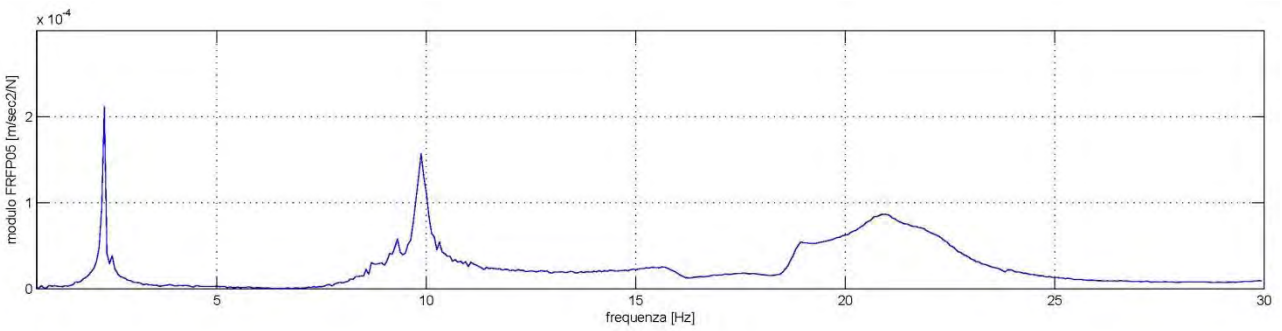
FRF media dei vari segnali registrati dall'accelerometro P02 per le battute in P02



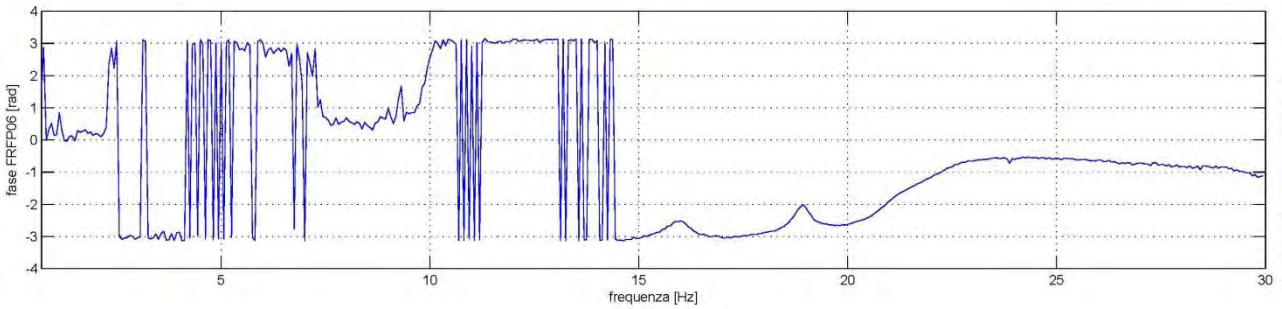
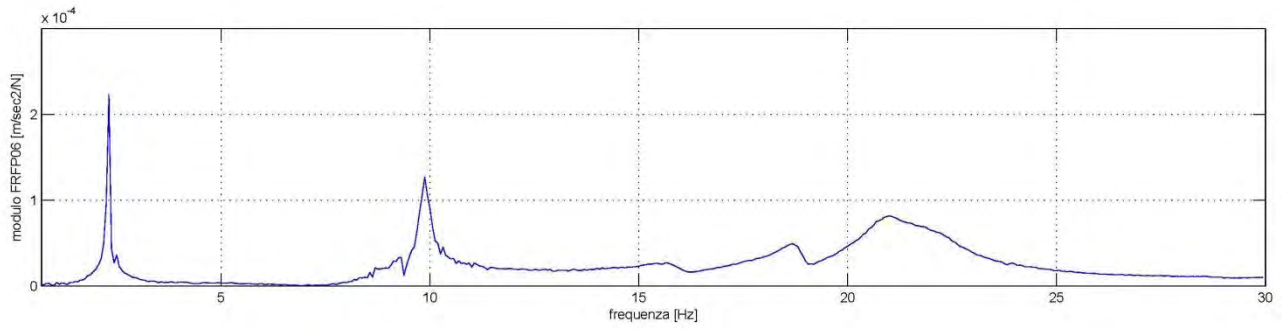
FRF media dei vari segnali registrati dall'accelerometro P03 per le battute in P02



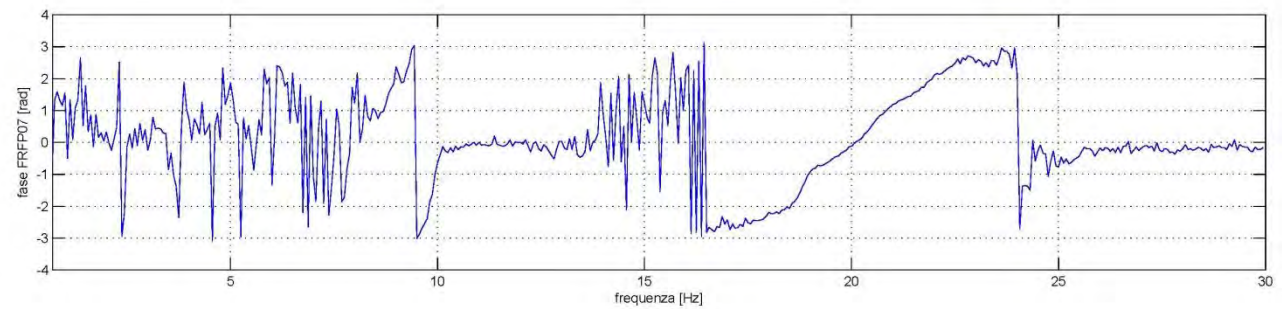
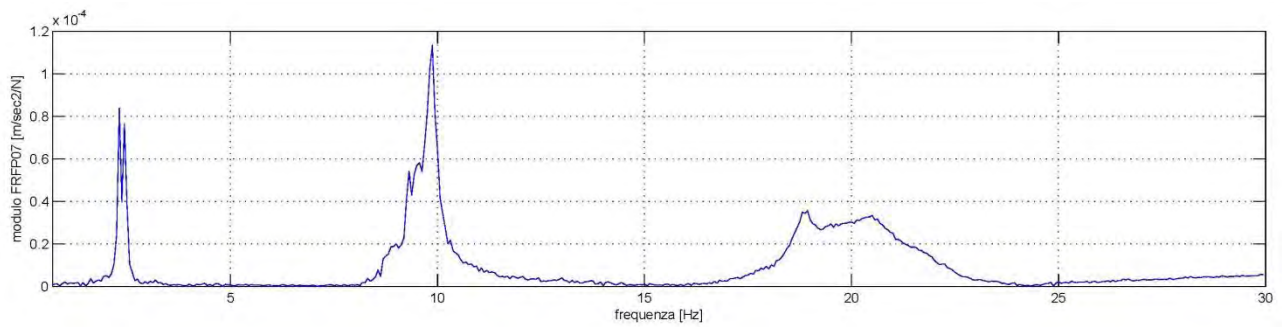
FRF media dei vari segnali registrati dall'accelerometro P04 per le battute in P02



FRF media dei vari segnali registrati dall'accelerometro P05 per le battute in P02



FRF media dei vari segnali registrati dall'accelerometro P06 per le battute in P02



FRF media dei vari segnali registrati dall'accelerometro P07 per le battute in P02

7.30 – 35 FRF medie

- Identificazione delle frequenze proprie della struttura

Su ciascuna delle FRF medie ottenute dalle diverse posizioni di battuta, sono presenti N picchi a cui corrispondono le N frequenze proprie della struttura indagata. Con la semplice osservazione dei grafici si ottengono così le N frequenze proprie del sistema nell'intervallo di interesse 0 – 30 Hz.

Si riassumono qui di seguito i risultati delle frequenze ottenuti per le diverse posizioni di battuta:

Posizione P02: livello cella campanaria angolo N-E, direzione E-O

Frequenze [Hz]	
1°	2.313
2°	2.438 / 2.500
3°	9.313
4°	9.875
5°	18.75
6°	21

Posizione P03: livello cella campanaria angolo S-E, direzione E-O

Frequenze [Hz]	
1°	2.313
2°	2.438 / 2.500
3°	9.313
4°	9.875
5°	18.81
6°	20.50 / 21.00

Posizione P04: livello cella campanaria angolo N-E, direzione N-S

Frequenze [Hz]	
1°	2.313
2°	2.438
3°	9.313
4°	9.875
5°	18.75 / 18.63 / 18.94
6°	19.94

Posizione P05: livello mezzeria fusto angolo N-E, direzione E-O

Frequenze [Hz]	
1°	2.313
2°	2.438 / 2.500
3°	9.313
4°	9.875
5°	18.75
6°	20.69 / 21.00

Posizione P06: livello mezzeria fusto angolo S-E, direzione E-O

Frequenze [Hz]	
1°	2.333 / 2.267
2°	2.467
3°	9.333 / 9.267
4°	9.867
5°	18.67
6°	20.73

Posizione P07: livello mezzeria fusto angolo N-E, direzione N-S

Frequenze [Hz]	
1°	2.313
2°	2.438
3°	9.313 / 9.438
4°	9.867
5°	18.75 / 18.81
6°	20.5

Tabella 7.3 - 8: Riassunto identificazione frequenze naturali

- Definizione del coefficiente di smorzamento ξ

Nell'intorno di ogni pulsazione naturale ω_s , trattando il sistema come se fosse ad un solo grado di libertà, si ricava il coefficiente di smorzamento ξ_s utilizzando il metodo della banda di mezza potenza. Tale metodo, a partire dal valore dell'ampiezza A_i osservato per i picchi in corrispondenza delle frequenze proprie della struttura w , consente dapprima di definire le bande laterali Ω_1 e Ω_2 valutate nell'intorno della risonanza per un'ampiezza pari ad $A_i/\sqrt{2}$, denominati punti di mezza potenza, e in seguito di calcolare il coefficiente di smorzamento mediante:

$$\xi = \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2w}$$

Tale relazione risulta idonea per sistemi dotati di un fattore di smorzamento molto basso ($\xi < 5\%$), prevalentemente viscoso.

Di seguito si riporta l'analisi effettuata per lo shock – test con battitura nella posizione P02:

P02

N	1	2	3	4	5	6
Frequenze: w	2.313	2.5	9.313	9.875	18.75	21
Picchi: Ai2	0.0005385	0.0000901	0.0000550	0.0000948	0.0000480	0.0001301
Ai2/ $\sqrt{2}$	0.0003808	0.0000637	0.0000389	0.0000671	0.0000339	0.0000920
Banda sx: Ω_1	2.280	2.500	9.240	9.760	18.000	20.380
Banda dx: Ω_2	2.335	2.550	9.418	10.000	19.060	22.440
C. smorzamento: ξ	0.011889	0.010000	0.009557	0.012152	0.028267	0.049048
0.020152						

P03

N	1	2	3	4	5	6
Frequenze: w	2.313	2.5	9.313	9.875	18.75	21
Picchi: Ai3	0.0005422	0.0000907	0.0000160	0.0000612	0.0000300	0.0001297
Ai3/ $\sqrt{2}$	0.0003834	0.0000642	0.0000113	0.0000432	0.0000212	0.0000917
Banda sx: Ω_1	2.278	2.438	9.205	9.750	18.650	20.380
Banda dx: Ω_2	2.335	2.550	9.400	10.000	19.300	22.500
C. smorzamento: ξ	0.012322	0.022400	0.010469	0.012658	0.017333	0.050476
0.020943						

P04

N	1	2	3	4	5	6
Frequenze: w	2.313	2.438	9.313	9.875	18.75	21
Picchi: Ai4	0.0002047	0.0002001	0.0000397	0.0000776	0.0000244	0.0000353
Ai4/ $\sqrt{2}$	0.0001447	0.0001415	0.0000280	0.0000549	0.0000172	0.0000249
Banda sx: Ω_1	2.290	2.400	9.245	9.760	18.300	18.880
Banda dx: Ω_2	2.348	2.475	9.385	9.970	18.980	21.750
C. smorzamento: ξ	0.012538	0.015381	0.007516	0.010633	0.018133	0.068333
0.022089						

P05

N	1	2	3	4	5	6
Frequenze: w	2.313	2.5	9.313	9.875	18.75	21
Picchi: Ai4	0.0002114	0.0000387	0.0000578	0.0001569	0.0000381	0.0000862
Ai4/ $\sqrt{2}$	0.0001495	0.0000274	0.0000409	0.0001109	0.0000270	0.0000610
Banda sx: Ω_1	2.252	2.438	9.190	9.746	18.630	19.900
Banda dx: Ω_2	2.352	2.549	9.420	10.250	19.300	22.250
C. smorzamento: ξ	0.021617	0.022200	0.012348	0.025519	0.017867	0.055952
0.025917						

P06

N	1	2	3	4	5	6
Frequenze: w	2.313	2.5	9.313	9.875	18.75	21
Picchi: Ai4	0.0002228	0.0000361	0.0000334	0.0001271	0.0000475	0.0000817
Ai4/ √(2)	0.0001575	0.0000256	0.0000236	0.0000899	0.0000336	0.0000577
Banda sx: Ω1	2.280	2.438	9.055	9.760	17.985	20.310
Banda dx: Ω2	2.335	2.550	9.340	10.002	18.940	22.350
C. smorzamento: ξ	0.011889	0.022400	0.015301	0.012253	0.025467	0.048571
0.022647						

P07

N	1	2	3	4	5	6
Frequenze: w	2.313	2.438	9.313	9.875	18.75	21
Picchi: Ai4	0.0000839	0.0000765	0.0000543	0.0001135	0.0000304	0.0000251
Ai4/ √(2)	0.0000593	0.0000541	0.0000384	0.0000802	0.0000215	0.0000178
Banda sx: Ω1	2.280	2.400	9.248	9.749	18.540	19.300
Banda dx: Ω2	2.349	2.472	9.375	9.940	19.300	21.595
C. smorzamento: ξ	0.014916	0.014766	0.006818	0.009671	0.020267	0.054643
0.020180						

Tabella 7. 9 – 14: Valutazione coefficiente di smorzamento

Eseguendo la media aritmetica dei dati ottenuti si ottiene un coefficiente di smorzamento della struttura ξ pari a **0.02199**.

- Estrazione delle forme modali

Le costanti modali rA_{jk} che si estraggono dall'analisi delle FRF in termini di Inertanza, sono date dal prodotto delle componenti degli autovettori ψ_j normalizzati rispetto alla massa ϕ_j per la frequenza modale r.

Funzione di risposta in frequenza in termini di Inertanza:

$$A_{jk(\omega)} = \sum_{r=1}^N \frac{-\omega_r^2 rA_{jk}}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2i\xi_r\omega\omega_r}$$

il cui modulo è:

$$|A_{jk(\omega)}| = \sum_{r=1}^N \frac{rA_{jk}\omega^2}{\sqrt{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (2i\xi_r\omega\omega_r)^2}}$$

Quindi si ottiene ${}_r A_{jk} = {}_r \phi_j {}_r \phi_k$

con ϕ_j : autovettore ψ_j normalizzato rispetto alla massa;

per determinare le forme modali occorre ricavare le componenti ${}_r \phi_j$ relative alle posizioni degli accelerometri; nel caso di una point inertance $j = k$; mentre per le transfert inertance $j \neq k$; dove j indica la posizione del trasduttore mentre k identifica la posizione del punto di battitura.

Un limite di validità della formula che ricostruisce la FRF in termini di Inertanza è che essa esegue una sommatoria dei contributi dei vari modi, il che è valido solo se il comportamento del sistema è lineare, quindi con questo procedimento non è possibile ricostruire comportamenti non lineari.

Per quanto riguarda l'analisi delle fasi dei modi di vibrare, questa si può assegnare in base all'andamento dei grafici che mostrano ampiezza e fase delle FRF. La fase di un modo dipende dalla posizione di eccitazione e dal punto di misurazione: è nulla se il punto subisce un'accelerazione nella stessa direzione della forzante, oppure π se la direzione è opposta.

Per la frequenza r (con r che varia da 1 a $N=6$ frequenze proprie), la costruzione dell'autovettore consiste nei seguenti passaggi:

Accelerometro	Direzione X (P02, P03, P05, P06)		Direzione Y (P04, P07)	
	Costante modale	Componente	Costante modale	Componente
2	${}_r A_{22} = {}_r \phi_2 {}_r \phi_2$	${}_r \phi_2 = \sqrt{{}_r A_{22}}$	${}_r A_{24} = {}_r \phi_2 {}_r \phi_4$	${}_r \phi_2 = {}_r A_{34} / {}_r \phi_4$
3	${}_r A_{32} = {}_r \phi_3 {}_r \phi_2$	${}_r \phi_3 = {}_r A_{32} / {}_r \phi_2$	${}_r A_{34} = {}_r \phi_3 {}_r \phi_4$	${}_r \phi_3 = {}_r A_{34} / {}_r \phi_4$
4	${}_r A_{42} = {}_r \phi_4 {}_r \phi_2$	${}_r \phi_4 = {}_r A_{42} / {}_r \phi_2$	${}_r A_{44} = {}_r \phi_4 {}_r \phi_4$	${}_r \phi_4 = \sqrt{{}_r A_{44}}$
5	${}_r A_{52} = {}_r \phi_5 {}_r \phi_2$	${}_r \phi_5 = {}_r A_{52} / {}_r \phi_2$	${}_r A_{54} = {}_r \phi_5 {}_r \phi_4$	${}_r \phi_5 = {}_r A_{54} / {}_r \phi_4$
6	${}_r A_{62} = {}_r \phi_6 {}_r \phi_2$	${}_r \phi_6 = {}_r A_{62} / {}_r \phi_2$	${}_r A_{64} = {}_r \phi_6 {}_r \phi_4$	${}_r \phi_6 = {}_r A_{64} / {}_r \phi_4$
7	${}_r A_{72} = {}_r \phi_7 {}_r \phi_2$	${}_r \phi_7 = {}_r A_{72} / {}_r \phi_2$	${}_r A_{74} = {}_r \phi_7 {}_r \phi_4$	${}_r \phi_7 = {}_r A_{74} / {}_r \phi_4$

Tabella 7.15: Definizione componenti autovettore

Il risultato di queste operazioni, con riferimento alla posizione di battitura P02, è mostrato di seguito. Per ogni modo sono riportati: il vettore che descrive le relative frequenze proprie della struttura in termini di spostamento; lo stesso vettore normalizzato; mentre per la fase si attribuisce il valore 0 se il punto subisce un'accelerazione nella stessa direzione della forzante (fase nulla), il valore 1 se la direzione è opposta (il punto si muove in controfase, fase = π).

	P02	P03	P04	P05	P06	P07	
Identific. posizione	Point inertance	Transfer inertance	Transfer inertance	Transfer inertance	Transfer inertance	Transfer inertance	Smorz. modale
W1	0.023205	0.023366	0.008820	0.009112	0.009600	0.003615	0.0142
Fase	0 +	0 +	1 +/-	0 +	0 +	1 +/-	
W1 normal	0.993088	1.000000	0.377460	0.389966	0.410852	0.154722	
W2	0.009491	0.009561	0.021080	0.004076	0.003808	0.008056	0.017858
Fase	1 +/-	1 +/-	0 -	1 +/-	1 +/-	0 -	
W2 normal	0.450232	0.453558	1.000000	0.193359	0.180629	0.382164	
W3	0.007417	0.002162	0.005348	0.007798	0.004497	0.007315	0.010335
Fase	0 +	1 +/-	1 +/-	0 +	0 +	0 +	
W3 normal	0.951085	0.277195	0.685845	1.000000	0.576708	0.938106	
W4	0.009738	0.006280	0.007970	0.016111	0.013049	0.011652	0.013814
Fase	0 +	0 +	0 -	0 +	0 +	0 -	
W4 normal	0.604448	0.389774	0.494665	1.000000	0.809920	0.723242	
W5	0.006926	0.004333	0.003520	0.005505	0.006857	0.004395	0.021222
Fase	0 +	0 -	0 -	0 +	0 -	0 -	
W5 normal	1.000000	0.625524	0.508263	0.794847	0.989941	0.634460	
W6	0.011408	0.011368	0.003090	0.007559	0.007158	0.002202	0.054504
Fase	0 +	0 +	0 -	0 -	0 -	0 +	
W6 normal	1.000000	0.996526	0.270884	0.662611	0.627471	0.193045	

Tabella 7.16: Estrazione forme modali, costruzione autovettore

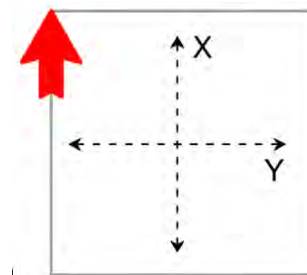
Il commento dei risultati ottenuti risulta più agevole analizzando la rappresentazione grafica dei diversi vettori normalizzati, i quali permettono la ricostruzione dei modi propri della struttura in esame.

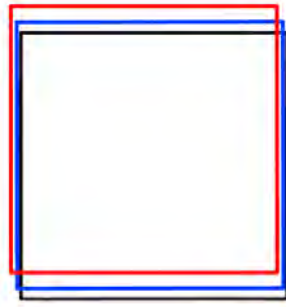
Impulso in P02:

ricostruzione 2D

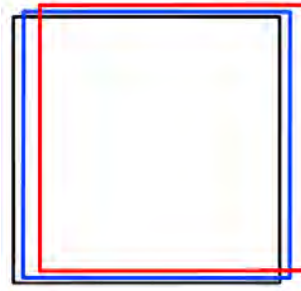
Modi propri della struttura

- Sommità
H = 14300 mm
- Mezzeria
H = 8200 mm
- Base indeformata

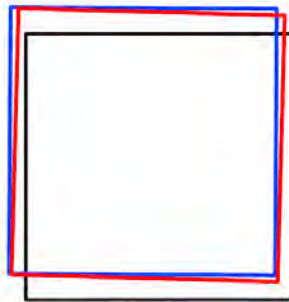




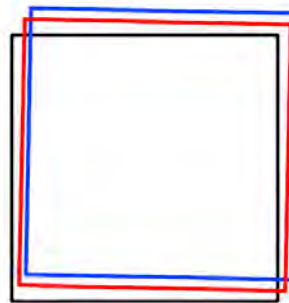
2.313 Hz
1° Flessionale
lungo x



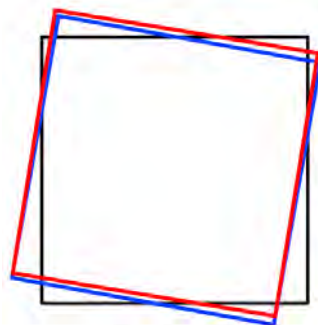
2.438 Hz
1° Flessionale
lungo y



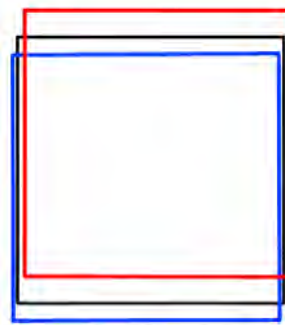
9.313 Hz
2° Flesso-torsionale
lungo y



9.875 Hz
2° Flesso-torsionale
lungo x



18.75 Hz
Torsionale



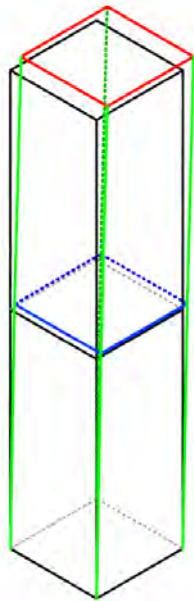
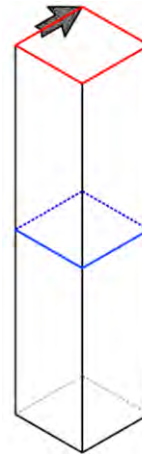
21.00 Hz
3° Flessionale
lungo x

7.36 Forme modali in 2D

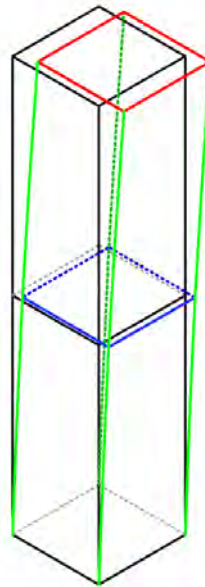
Impulso in P02: ricostruzione 3D

Modi propri della struttura

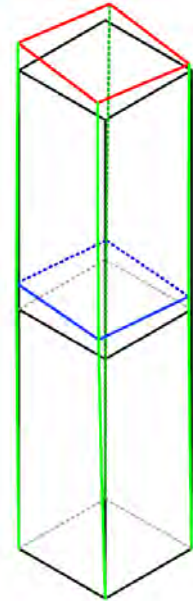
Sommità
H = 14300 mm



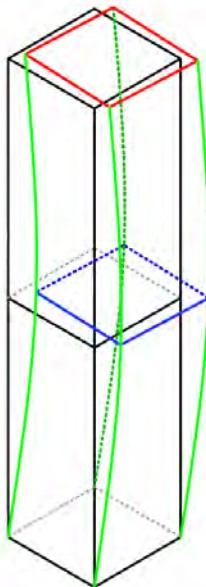
2.313 Hz



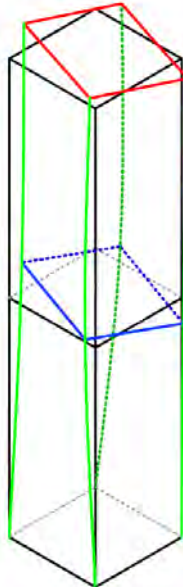
2.438 Hz



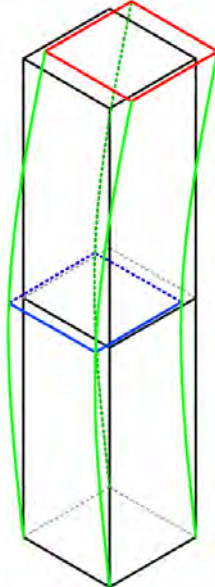
9.313 Hz



9.875 Hz



18.75 Hz



21.00 Hz

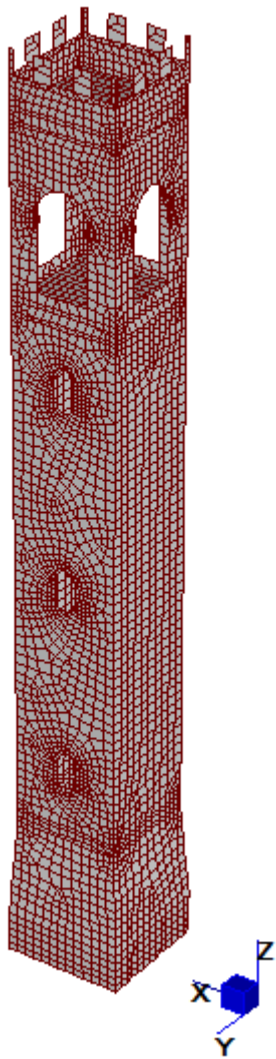
Dalla ricostruzione delle forme modali è possibile fare alcune considerazioni:

- a. In primo luogo si può osservare come i primi modi di oscillare della struttura, in corrispondenza delle prime due frequenze, siano flessionali anche se non hanno direzione perfettamente coincidente con le direzioni principali X e Y, questo può essere dovuto dalla non completa simmetria in pianta dell'opera;
- b. Alla terza e quarta frequenza corrispondono i secondi modi di vibrare flessionali lungo le direzioni X e Y, in tal caso non è semplice attribuire alla forma modale una direzione, in quanto, oltre alla presenza di una deviazione rispetto agli assi principali X e Y (come nel caso precedente) si introduce anche una lieve componente torsionale;
- c. Il modo torsionale puro si sviluppa per la quinta frequenza propria del campanile, si può notare come la componente torsionale deformativa si esaurisca già alla quota del primo livello di sensori (P05, P06, P07), mentre il corpo superiore si comporta rigidamente mantenendo quasi invariata la rotazione della pianta di riferimento;
- d. L'ultimo modo rilevato al di sotto dei 30 Hz esprime un terzo modo flessionale con una lieve deviazione trasversale.

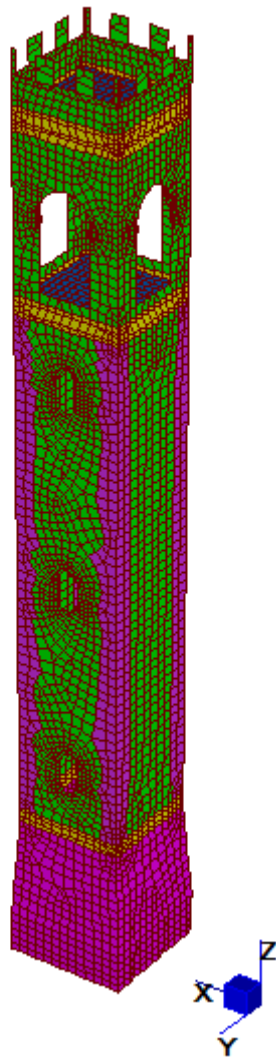
- Definizione modello numerico e calibrazione

Il modello numerico è stato realizzato attraverso il programma di calcolo strutturale agli elementi finiti Straus7 della "G+D Computing Pty. Ltd 2000". Questo software è fra i programmi strutturali ad elementi finiti più diffusi con svariate applicazioni e di comprovata affidabilità, il quale esegue il calcolo di strutture spaziali composte da elementi mono- e/o bidimensionali anche con non linearità di materiale o con effetti dinamici.

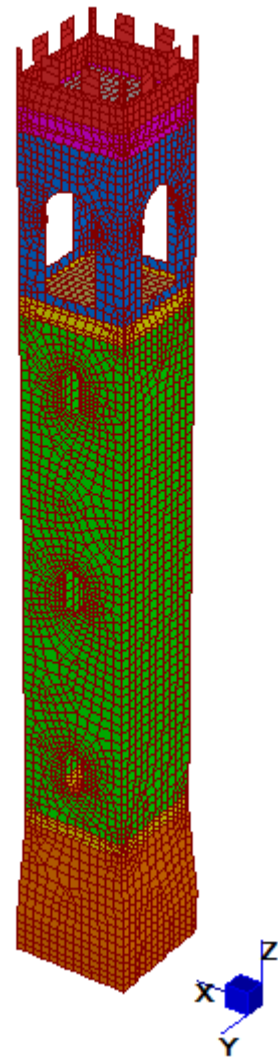
In considerazione dei problemi allo studio e per quanto anticipato nelle ipotesi che stanno alla base del procedimento teorico per l'identificazione modale attraverso shock test, si è ritenuto idoneo adottare una schematizzazione della geometria e dei materiali di tipo lineare con leggi elastiche, isotrope ed omogenee. Il modello numerico è costruito impiegando elementi piastra tipo plate quad4 a 4 nodi e 6 gradi di libertà per nodo, tali elementi bidimensionali costituiscono la mesh dell'intera struttura generata sulla base dei dati forniti dal rilievo architettonico, sia per quanto riguarda la geometria sia per gli spessori; il castello delle campane è stato invece schematizzato attraverso dei rigid link fissati agli angoli del solaio posto alla base della cella, in quanto considerato estremamente rigido.



Mesh della struttura

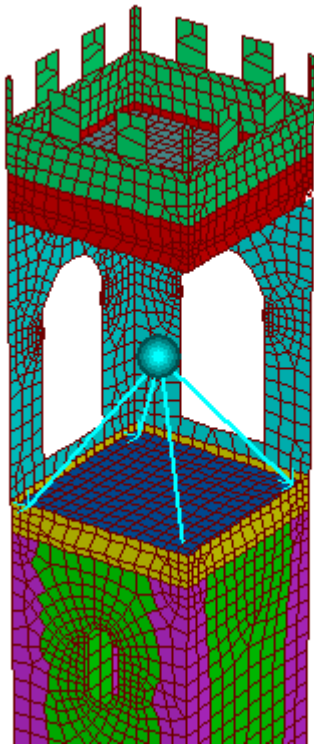


Mappatura con identificazione
caratteristiche dei materiali

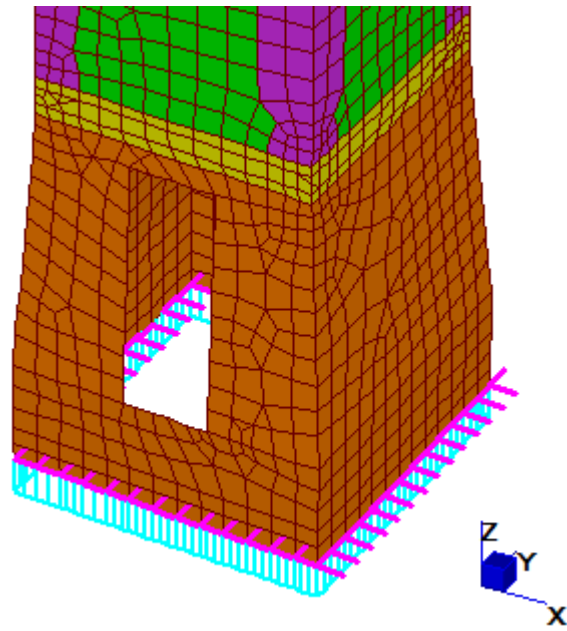


Mappatura con identificazione
spessori

7.38 – 40 Descrizione modello FEM



Schematizzazione adottata per il castello
delle campane



Vincoli e supporto di molle inseriti alla base della torre
campanaria

7.41 – 42 Schematizzazioni adottate

Per quanto riguarda i vincoli adottati, sono stati inseriti ai nodi della base delle condizioni al contorno che bloccano gli spostamenti solo lungo le direzioni X e Y, in quanto la reazione del terreno lungo Z è schematizzata da un supporto costituito da molle.

Definita la geometria, si è passati alla fase della calibrazione dei parametri che caratterizzano i diversi materiali costituenti la struttura (modulo elastico E , densità ρ) e il comportamento del terreno (rigidezza del supporto) sulla base dei risultati delle prove dinamiche.

A seguito di alcune considerazioni preliminari per l'individuazione dei parametri che influenzano maggiormente il modello nell'analisi delle frequenze naturali, si è giunti alla conclusione che per la taratura del modello agli elementi finiti assumono un ruolo predominante tre variabili: la rigidezza del terreno, la caratterizzazione meccanica degli elementi che identificano la muratura (fusto, cella campanaria e i merli in sommità) e le caratteristiche meccaniche della pietra (basamento e angolari del fusto). Nella tabella sottostante sono riassunti i valori che sono stati attribuiti alle tre variabili considerate:

Variabili considerate per la calibrazione del modello agli elementi finiti

<i>Identificazione variabile</i>	1	2	3	
1. Rigidezza terreno				
K_w [MPa/mm]	1.0	1.5	2.0	
2. Caratteristiche muratura				
$E_{muratura}$ [$\times 10^3$ MPa]	1.9	2.45	3.0	Modulo elastico
$\rho_{muratura}$ [$\times 10^{-9}$ T/mm ³]	1.7	1.9	2.1	Densità
3. Caratteristiche pietra				
E_{pietra} [$\times 10^3$ MPa]	5.0	5.8	6.2	Modulo elastico
ρ_{pietra} [$\times 10^{-9}$ T/mm ³]	1.8	2.0	2.2	Densità

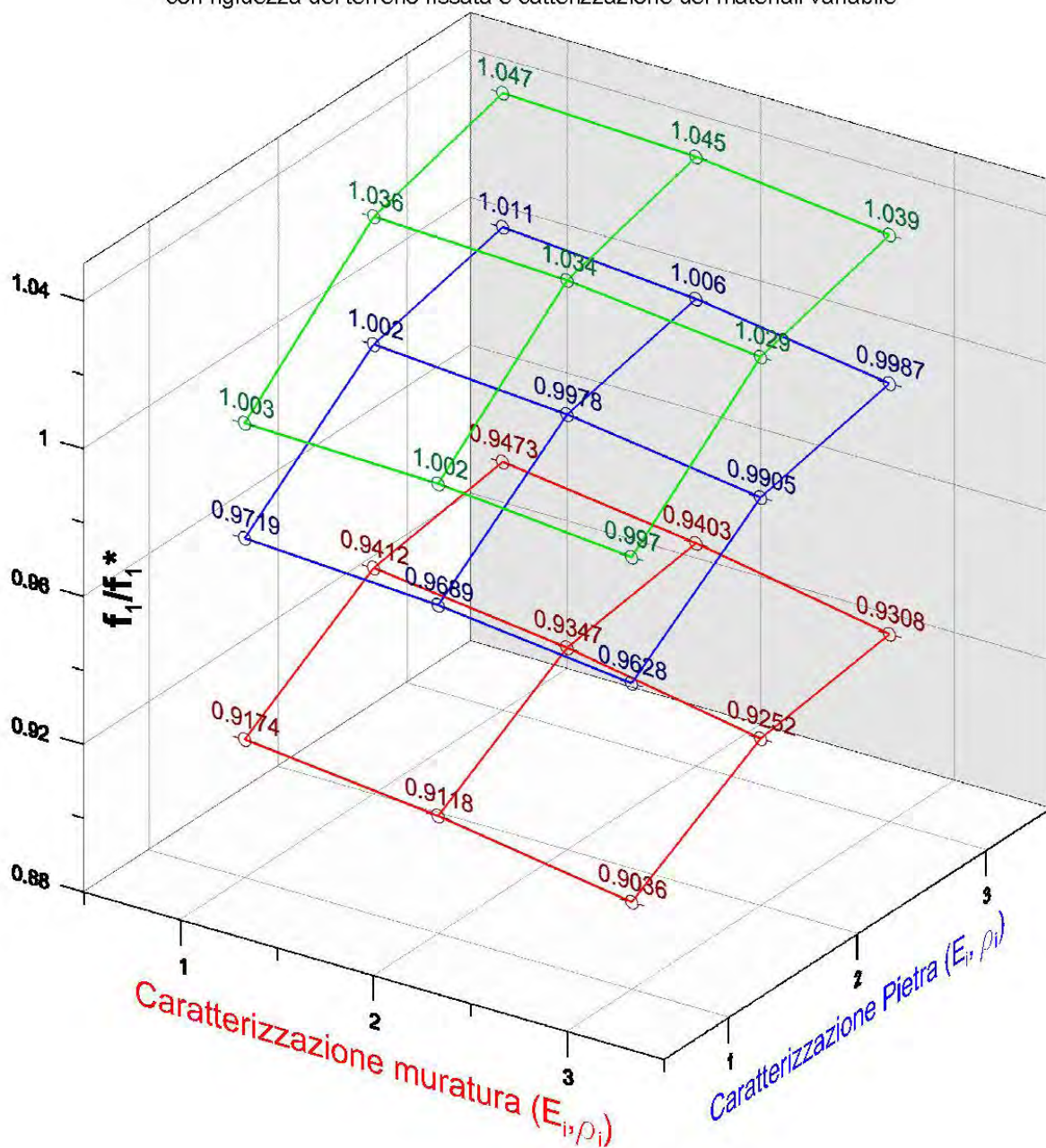
Tabella 7.17: Variabili adottate per la taratura del modello

Lo studio di sensibilità è stato affrontato con l'obiettivo di minimizzare lo scarto tra le frequenze naturali ricavate dal modello numerico e le frequenze naturali sperimentali derivanti dall'analisi modale.

Di seguito si riportano i grafici, specifici per ogni frequenza ricavata dallo shock-test, che restituiscono i valori del rapporto tra frequenza numerica e frequenza sperimentale al variare dei parametri considerati, in tal modo è possibile apprezzare la diversa influenza che ogni singola variabile ha nei confronti delle diverse forme modali assunte dal modello della torre campanaria. Vista la molteplicità delle variabili in gioco si adottano grafici 3D in cui, fissata la rigidezza del terreno, gli assi X e Y determinano l'identificazione della variabile per quanto concerne le caratteristiche dei materiali, mentre l'asse Z verticale riporta i valori del rapporto f_i/f_i^* tra la frequenza i -esima ricavata dal modello numerico e la medesima frequenza estrapolata dallo shock-test.

CALIBRAZIONE MODELLO

Metodo di ottimo vincolato con minimizzazione dell'errore
 Per la 1^a frequenza propria della struttura [2.313 Hz]
 con rigidezza del terreno fissata e caratterizzazione dei materiali variabile



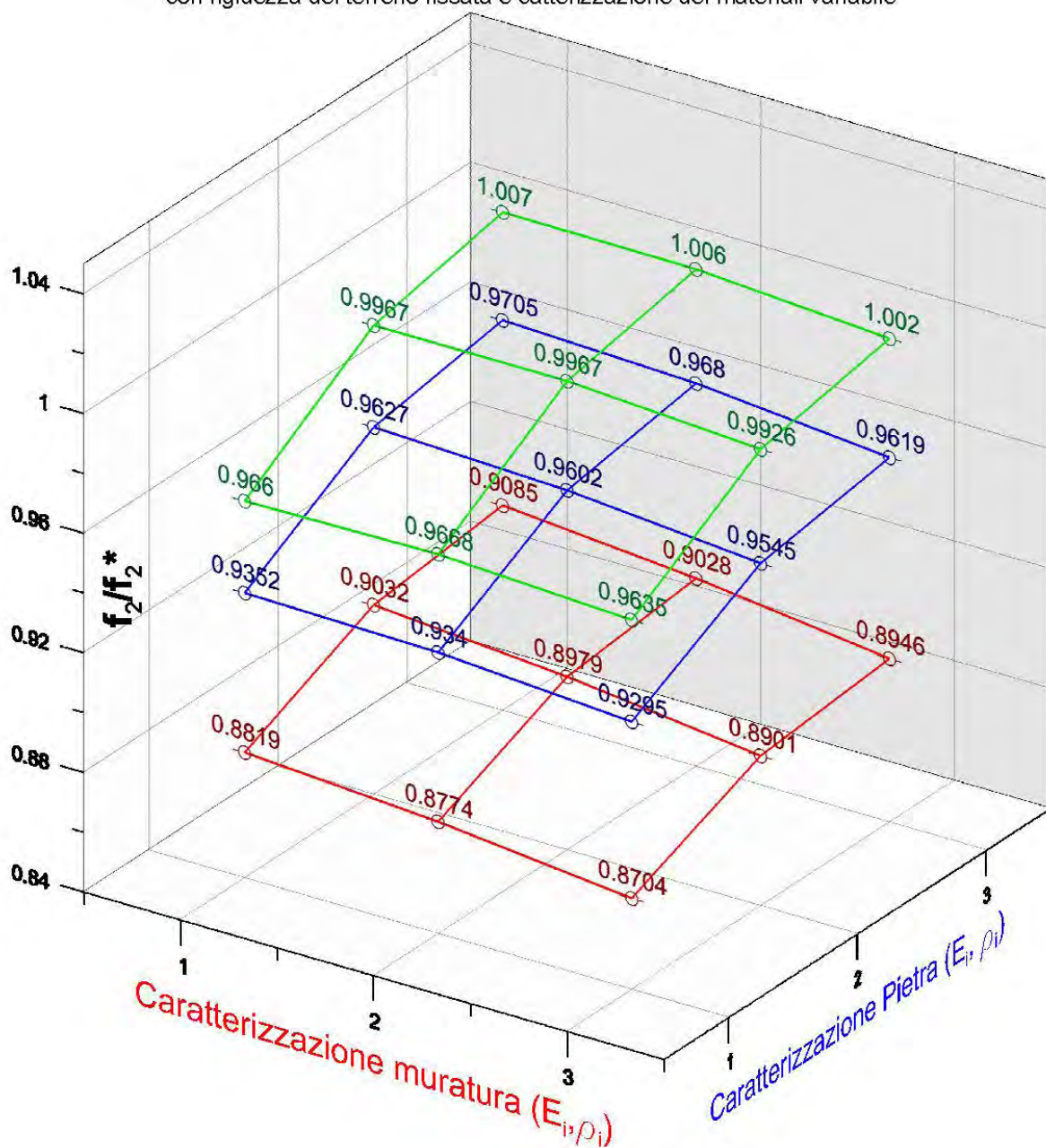
Legenda

- Valori f/f^* per $K = 1.0$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 1.5$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 2.0$ MPa/mm

7.43 Prima frequenza

CALIBRAZIONE MODELLO

Metodo di ottimo vincolato con minimizzazione dell'errore
 Per la 2^a frequenza propria della struttura [2.438 Hz]
 con rigidezza del terreno fissata e catterizzazione dei materiali variabile

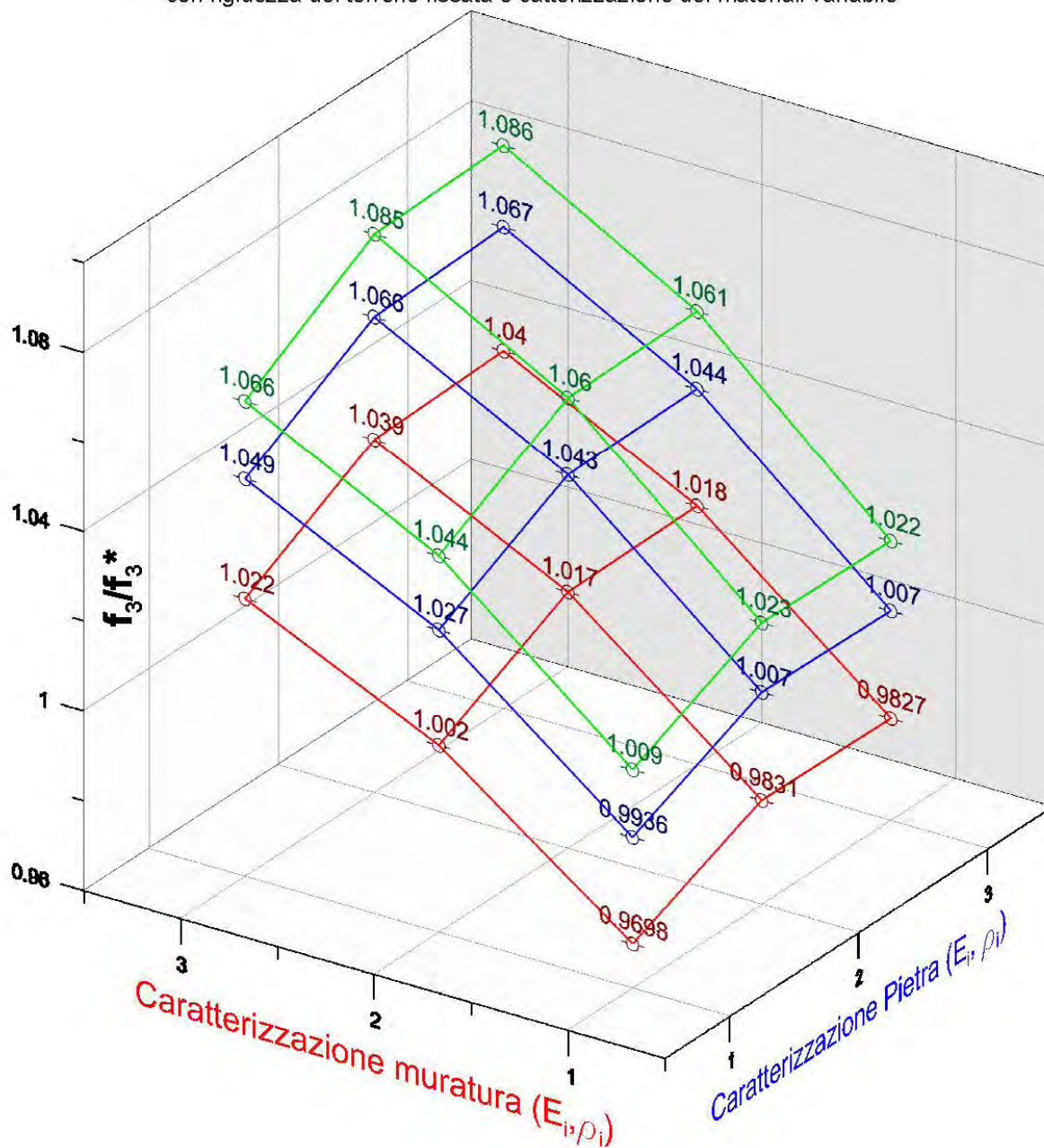


Legenda

- Valori f/f^* per $K = 1.0$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 1.5$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 2.0$ MPa/mm

CALIBRAZIONE MODELLO

Metodo di ottimo vincolato con minimizzazione dell'errore
 Per la 3^a frequenza propria della struttura [9.313 Hz]
 con rigidità del terreno fissata e caratterizzazione dei materiali variabile



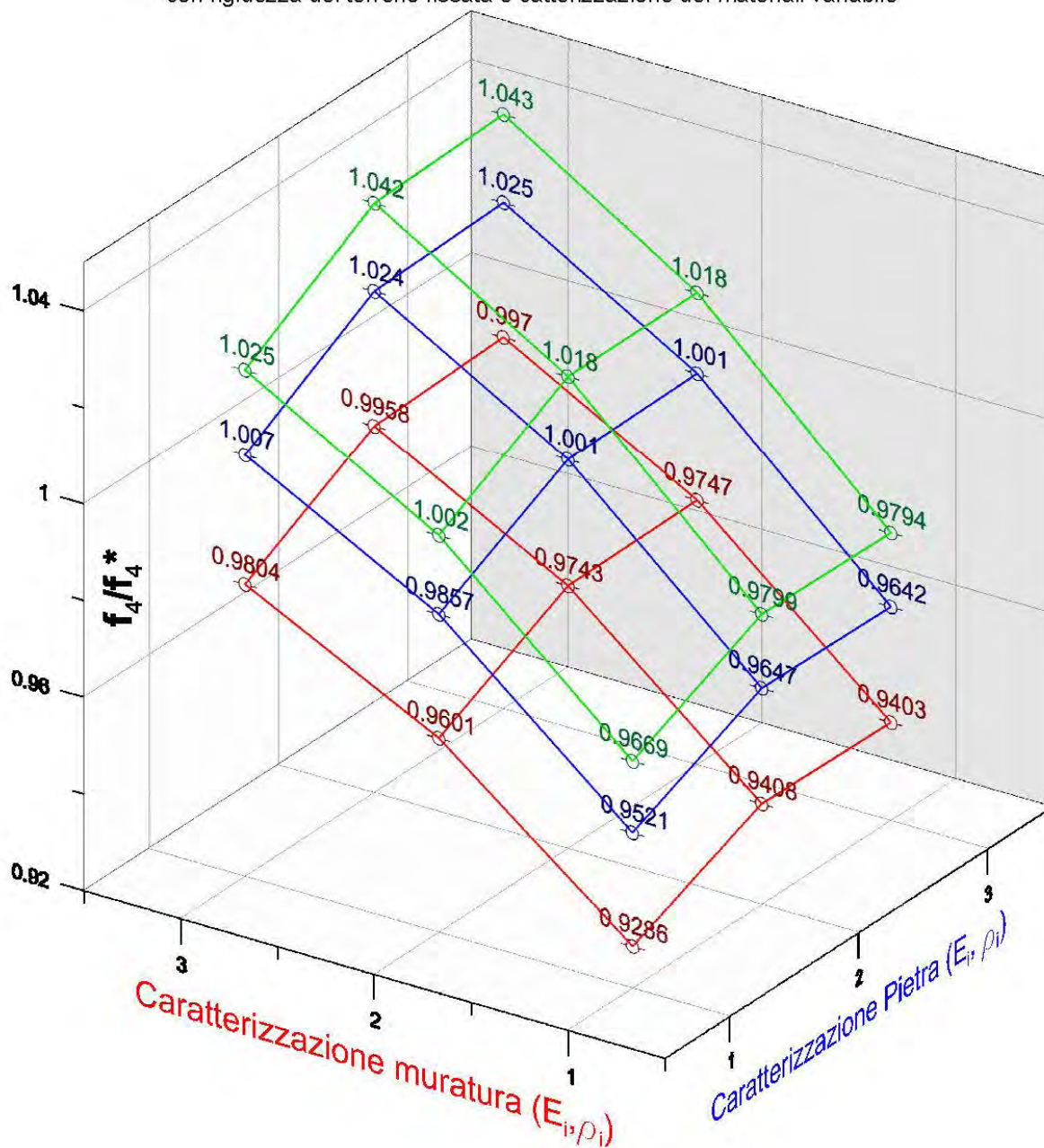
Legenda

- Valori f/f^* per $K = 1.0$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 1.5$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 2.0$ MPa/mm

7.45 Terza frequenza

CALIBRAZIONE MODELLO

Metodo di ottimo vincolato con minimizzazione dell'errore
 Per la 4^a frequenza propria della struttura [9.875 Hz]
 con rigidezza del terreno fissata e catterizzazione dei materiali variabile

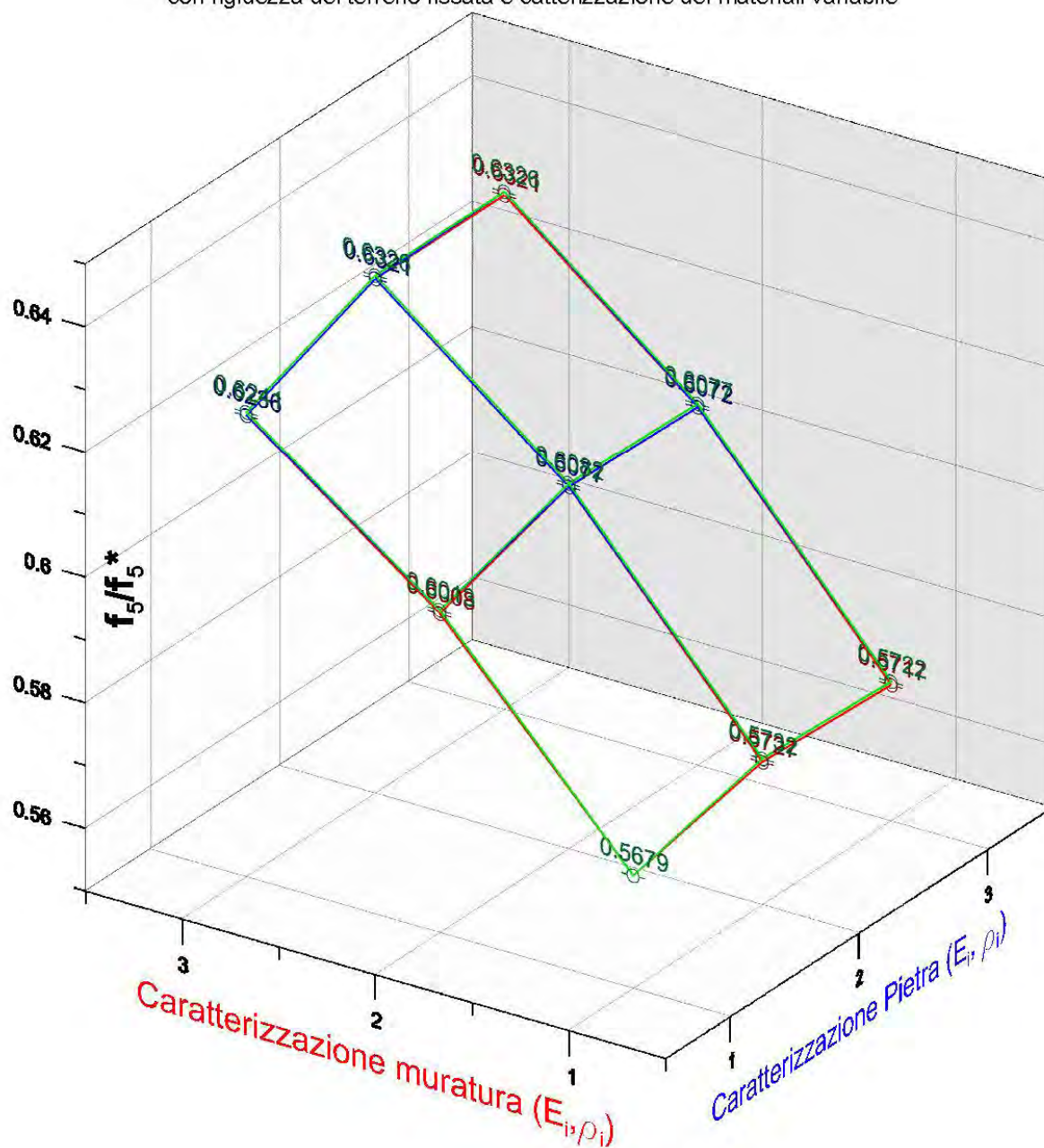


Legenda

- Valori f/f^* per $K = 1.0$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 1.5$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 2.0$ MPa/mm

CALIBRAZIONE MODELLO

Metodo di ottimo vincolato con minimizzazione dell'errore
Per la 5^a frequenza propria della struttura [18.875 Hz]
con rigidità del terreno fissata e caratterizzazione dei materiali variabile



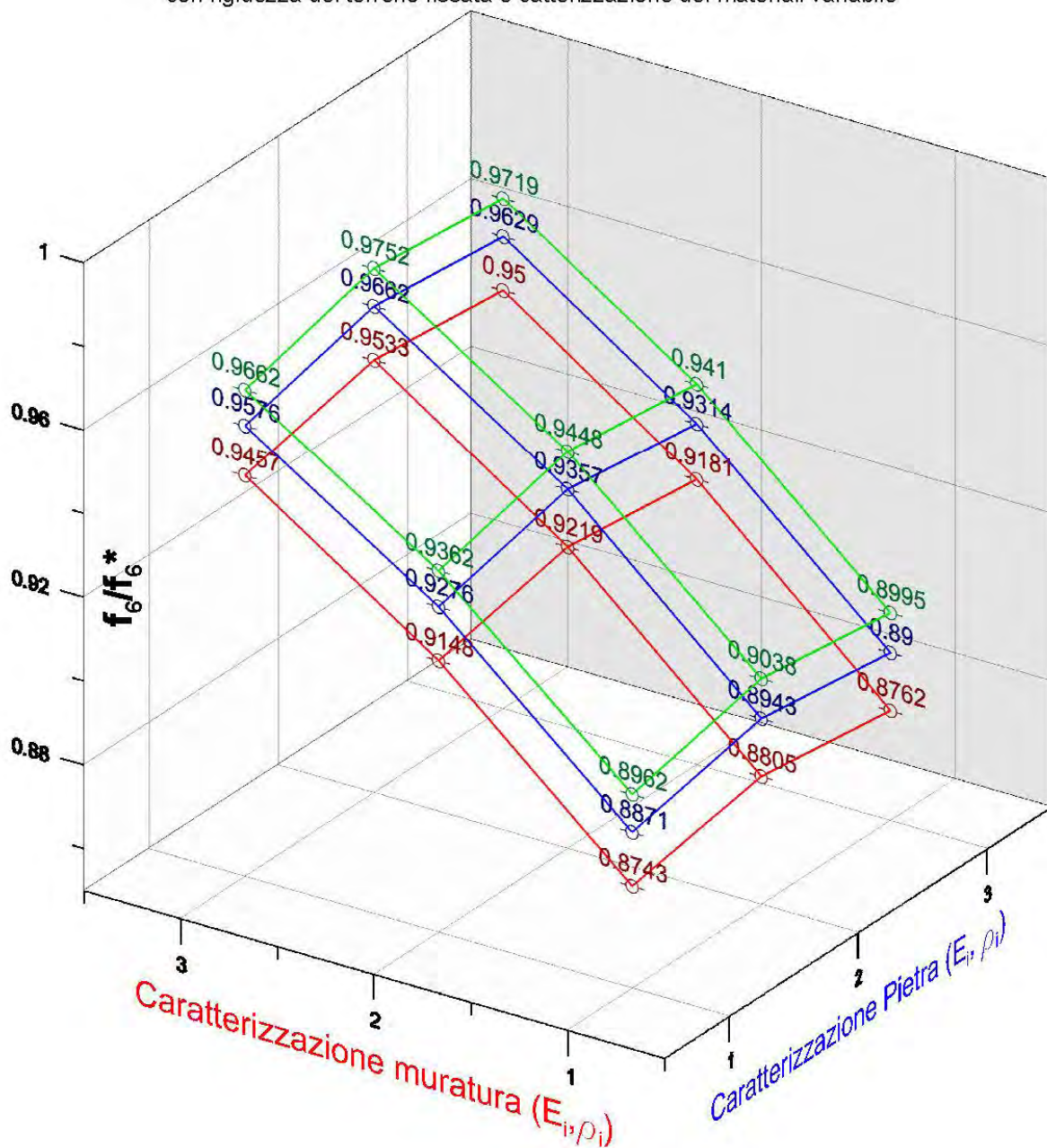
Legenda

- Valori f/f^* per $K = 1.0$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 1.5$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 2.0$ MPa/mm

7.47 Quinta frequenza

CALIBRAZIONE MODELLO

Metodo di ottimo vincolato con minimizzazione dell'errore
 Per la 6^a frequenza propria della struttura [21.00 Hz]
 con rigidità del terreno fissata e catterizzazione dei materiali variabile



Legenda

- Valori f/f^* per $K = 1.0$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 1.5$ MPa/mm
- Valori f/f^* per $K = 2.0$ MPa/mm

Dall'analisi dei grafici è possibile fare alcune interessanti considerazioni:

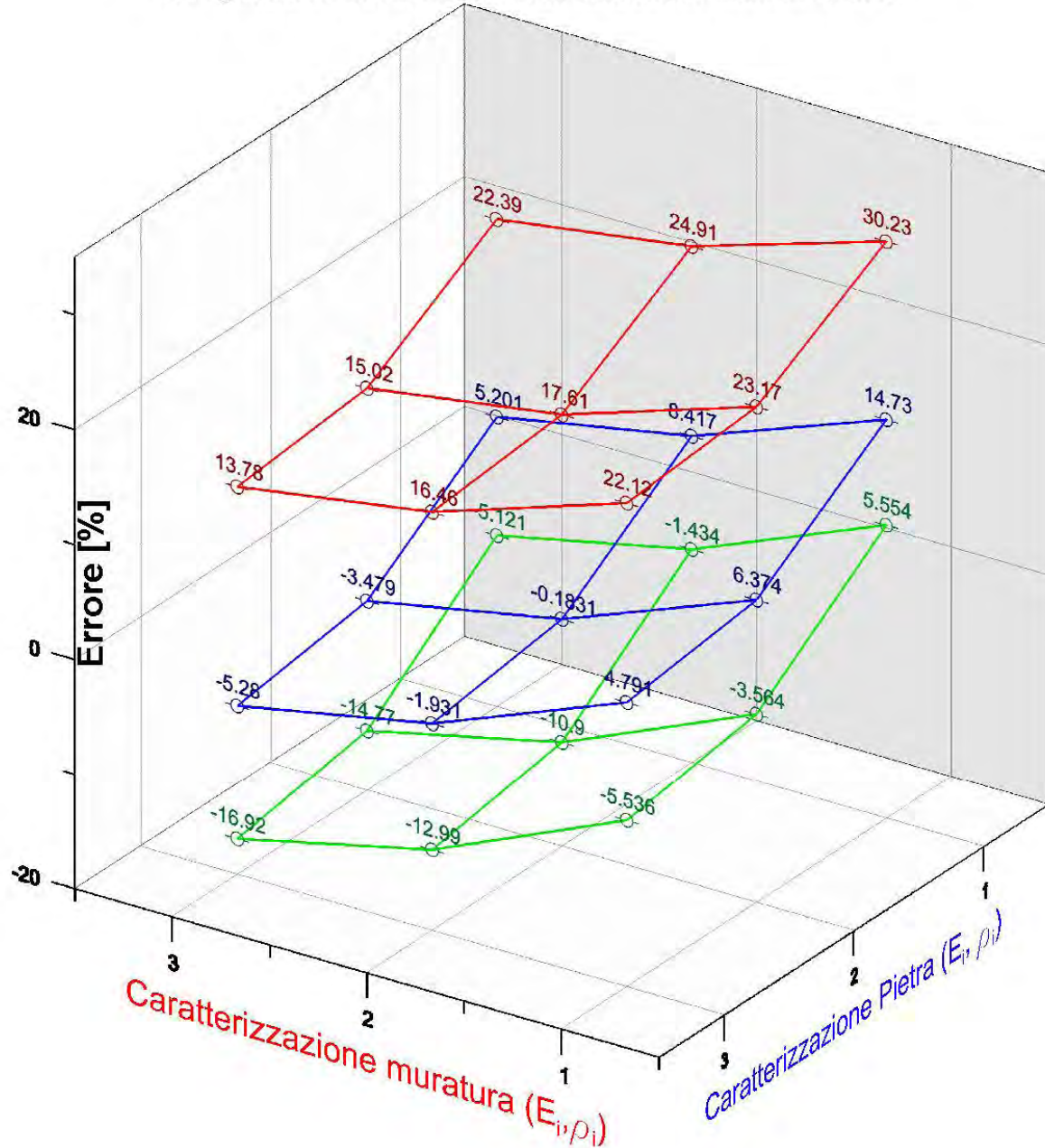
- Per le prime due frequenze, ovvero i primi modi flessionali nelle due diverse direzioni X e Y, si osserva come il parametro che definisce la rigidità del terreno influisce in modo maggiore rispetto ai parametri che caratterizzano i diversi materiali;
- Lo stesso non si può affermare per quanto riguarda la terza e la quarta frequenza naturale della struttura, dove il parametro predominante per la minimizzazione dell'errore è la caratterizzazione della muratura;
- Dal grafico che rappresenta la frequenza collegata dalla forma torsionale, si nota, sebbene non sia stato raggiunto un valore accettabile di approssimazione in confronto alle altre frequenze identificate, come la variabile con maggiore influenza sia ancora la caratterizzazione meccanica della muratura, ma quel che è più significativo è che scompare completamente l'incidenza della rigidità del terreno su tale forma modale. Queste considerazioni portano ad affermare che tale forma modale sia influenzata maggiormente da parametri che non sono rientrati in questo studio di sensibilità;
- Anche per quanto riguarda il grafico rappresentativo del comportamento dei diversi modelli alla sesta frequenza naturale, la caratterizzazione della muratura rimane il parametro che incide di più per la taratura del modello.

Di seguito si riporta invece il grafico che stima l'errore percentuale di ciascun modello agli elementi finiti in riferimento alle prime quattro frequenze naturali sperimentali. Mediante tale grafico è stato quindi possibile identificare il modello più idoneo per rappresentare il comportamento reale della torre campanaria

CALIBRAZIONE MODELLO

Metodo di ottimo vincolato con minimizzazione dell'errore

Valutazione dell'errore relativo alle prime quattro frequenze naturali
con rigidezza del terreno fissata e catterizzazione dei materiali variabile



Legenda

- Valori errore modelli calibrati con $K = 1.0$ MPa/mm
- Valori errore modelli calibrati con $K = 1.5$ MPa/mm
- Valori errore modelli calibrati con $K = 2.0$ MPa/mm

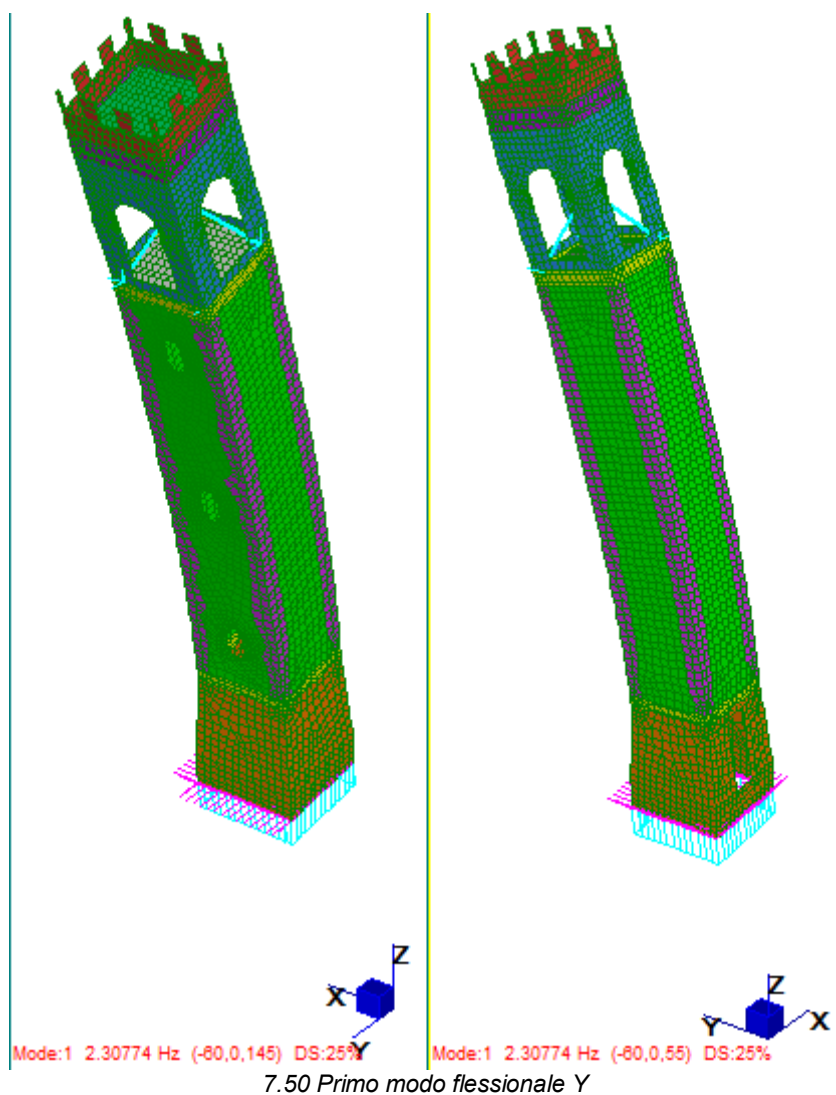
Si riportano ora le caratteristiche dei materiali e del terreno del modello virtuale definitivo selezionato attraverso questo studio di sensibilità.

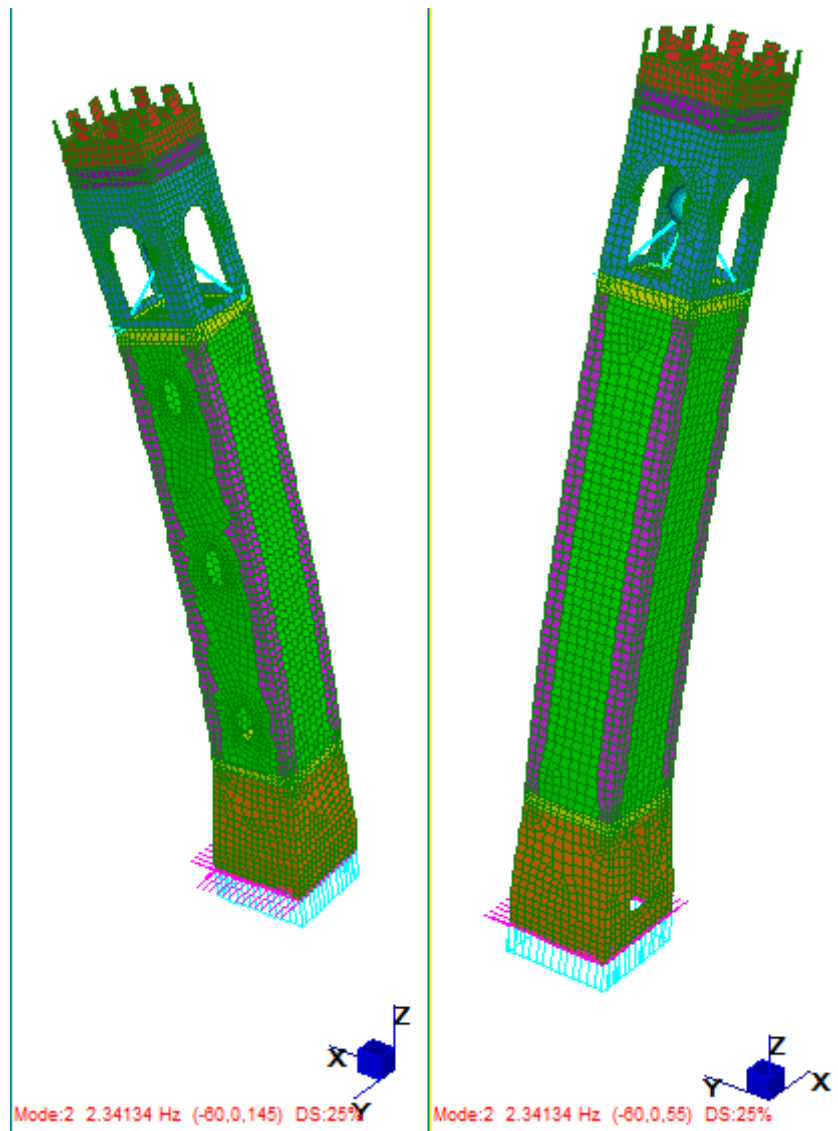
Modello 2.22

K_w [MPa/mm]	1.5	n	Frequenza [Hz]	f_n / f_n^*
$E_{muratura}$ [$\times 10^3$ MPa]	2.45	1	2.308	0.99784
$\rho_{muratura}$ [$\times 10^{-9}$ T/mm ³]	1.9	2	2.341	0.96021
E_{pietra} [$\times 10^3$ MPa]	5.8	3	9.716	1.04327
ρ_{pietra} [$\times 10^{-9}$ T/mm ³]	2.0	4	9.88	1.00051
		5	11.47	0.60768
		6	19.65	0.93574
		Errore		-0.0018

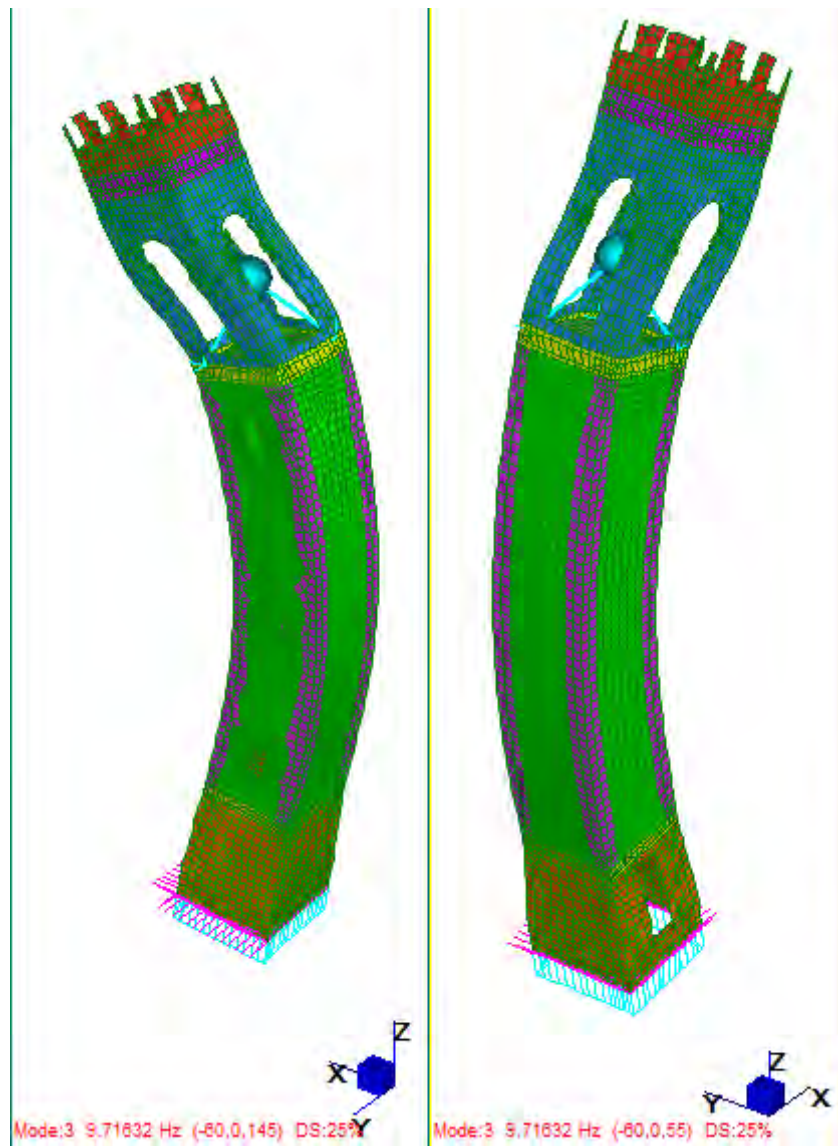
Tabella 7.18: Riassunto caratteristiche modello FEM

Si riportano di seguito a riscontro della bontà dei dati ottenuti, i modi di vibrare e le frequenze naturali del modello definitivo.

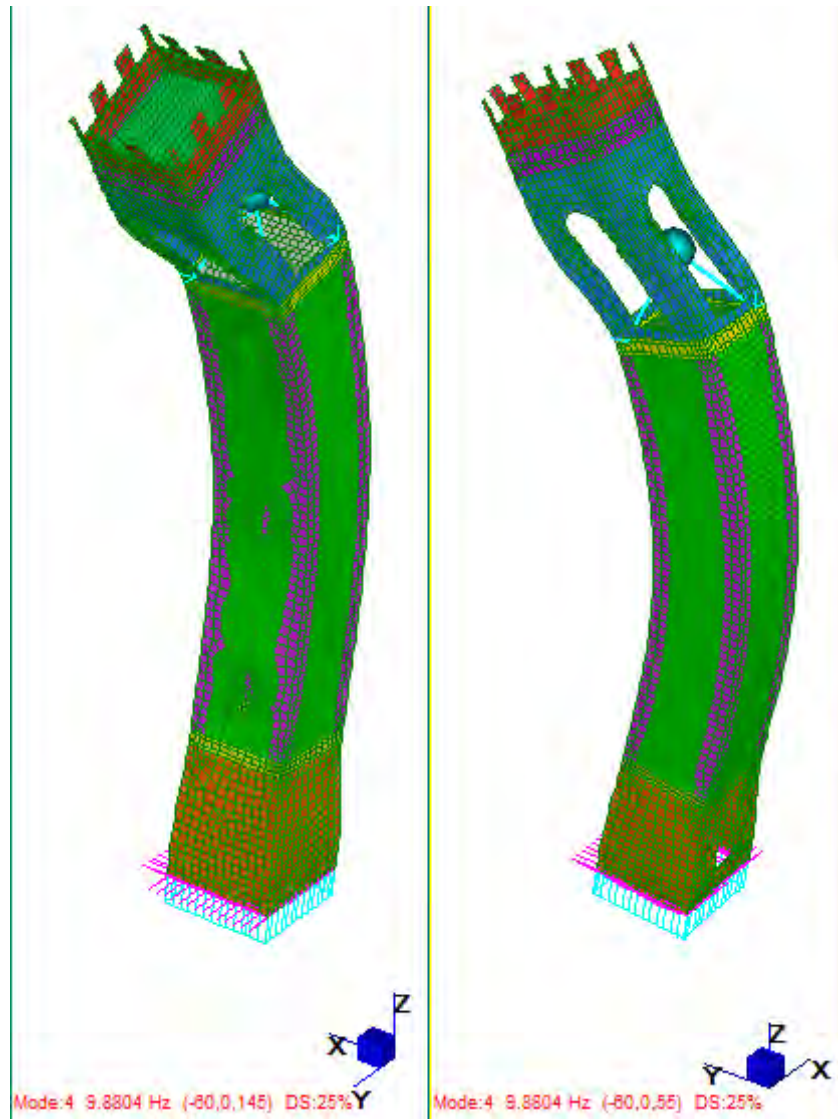




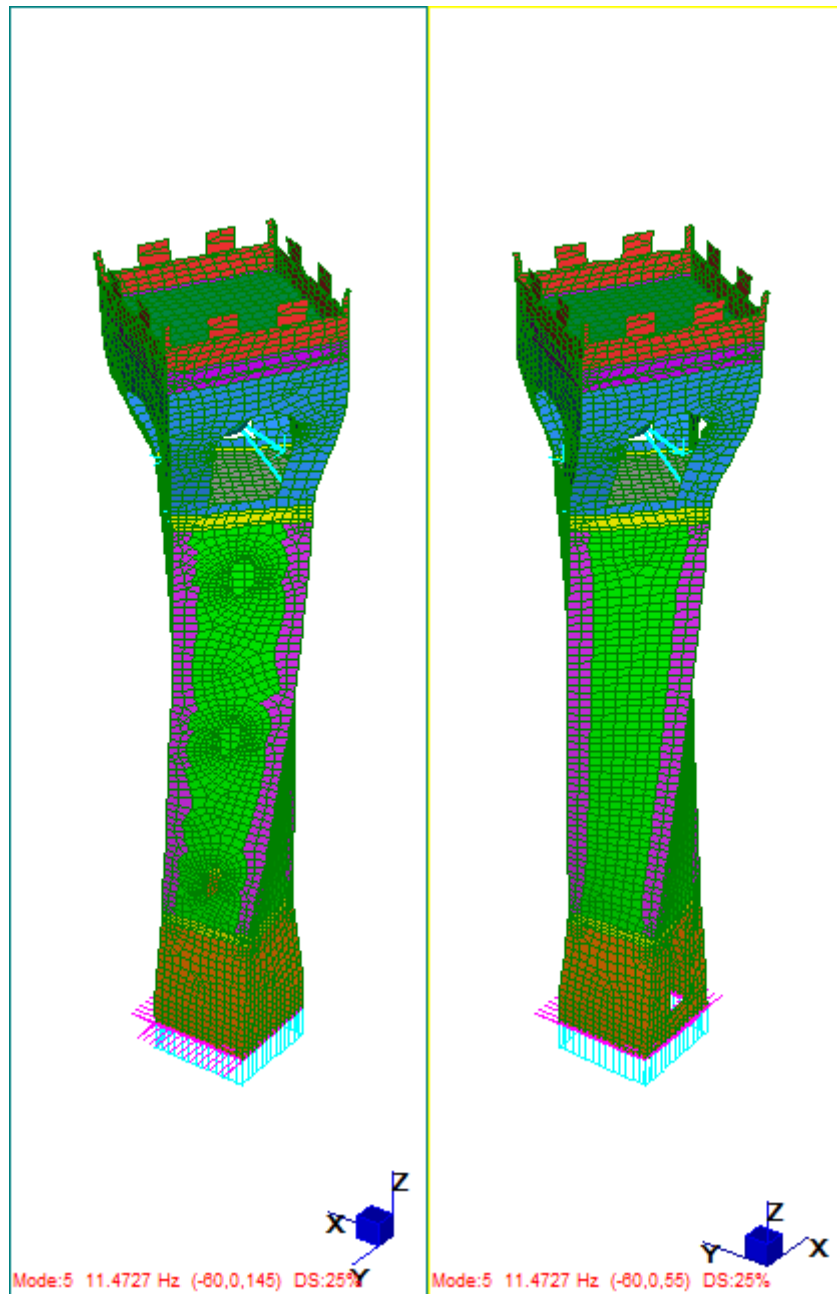
7.51 Primo modo flessionale X



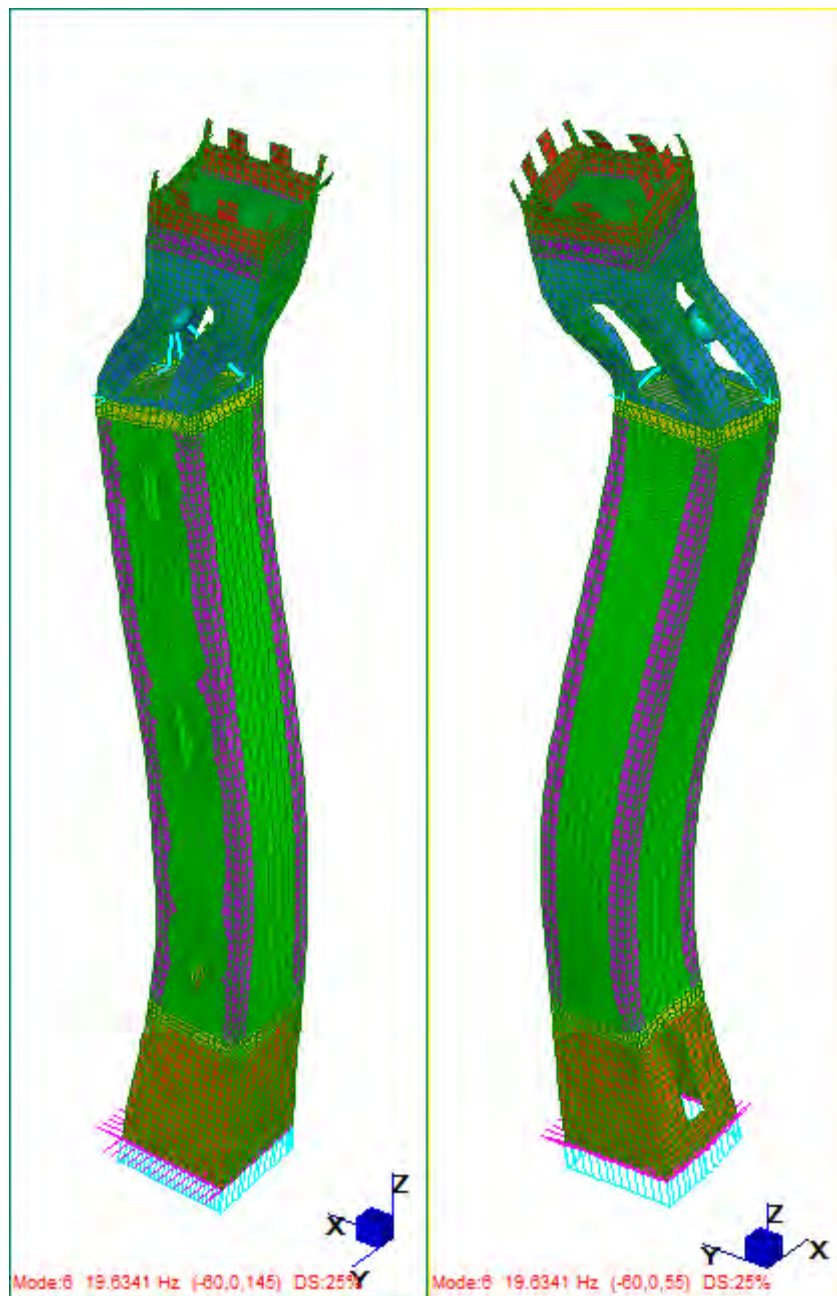
7.52 Secondo modo flesso – torsionale X



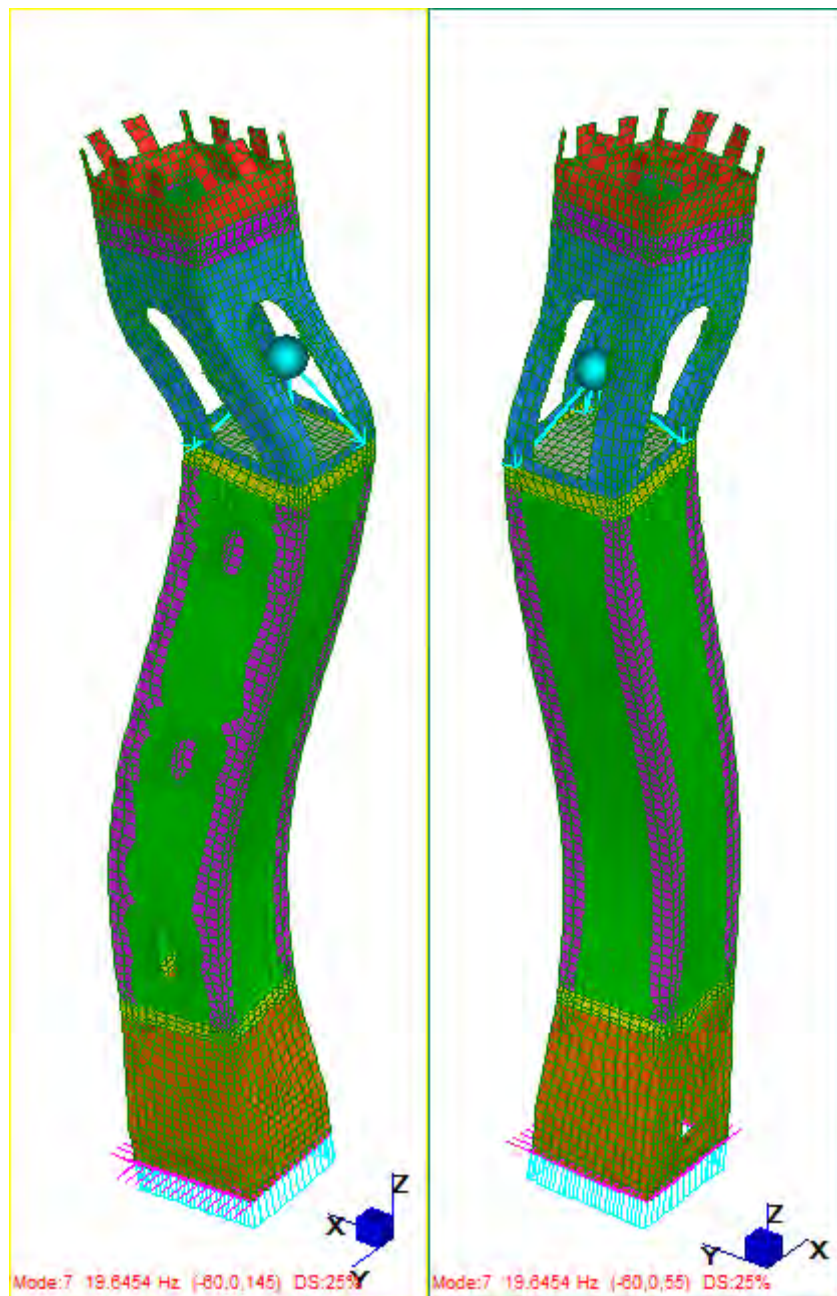
7.53 Secondo modo flessio – torsionale Y



7.54 Modo torsionale



7.55 Terzo modo flessionale X



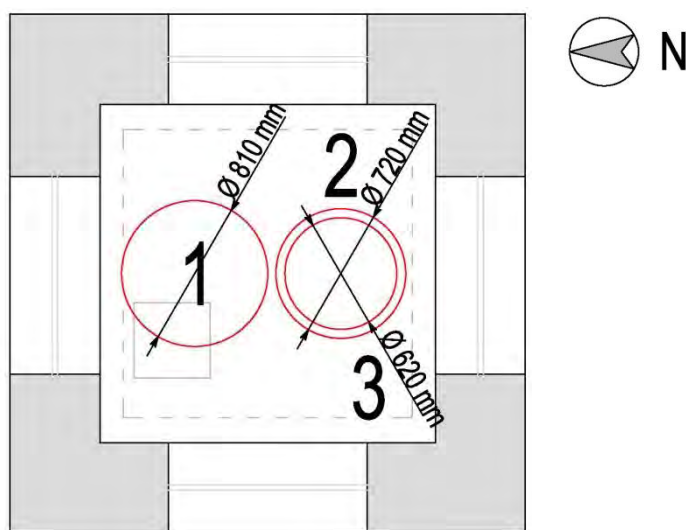
7.56 Terzo modo flessionale X

7.8.2 Eccitazione campanaria con battaglio legato

Lo scopo della prova è quello di verificare il comportamento della torre quando è sottoposta all'azione delle campane; il moto delle campane determina una reazione orizzontale periodica, la quale viene considerata come una forza esterna: I dati raccolti sono significativi in quanto la vibrazione è indotta da un sistema meccanico la cui sopportazione è lo scopo primario del campanile. Il moto delle campane avviene alle basse frequenze e causa nella torre vibrazioni flessionali e torsionali. Pericoloso risulta il caso di risonanza con le componenti armoniche della forzante.

La prova è stata eseguita con il battaglio legato, in questo modo risulta più facile determinare le frequenze delle componenti armoniche della forzante nella direzione orizzontale e della forzante nella direzione verticale. Il test consiste nella registrazione delle risposte degli accelerometri durante il moto delle campane prima una alla volta e quindi tutte assieme in concerto, per un totale di 4 set di acquisizione. Ogni set è composto da due registrazioni dei segnali raccolte dall'avvio fino all'entrata a regime del moto per un totale di 120 secondi per ciascuna registrazione.

Determinate le frequenze delle componenti armoniche della forzante nella direzione orizzontale sarà possibile verificare eventuali effetti di risonanza confrontando le deformate indotte dal moto delle campane conseguite dai dati sperimentali con quelle derivanti da un'analisi sia analitica sia numerica.

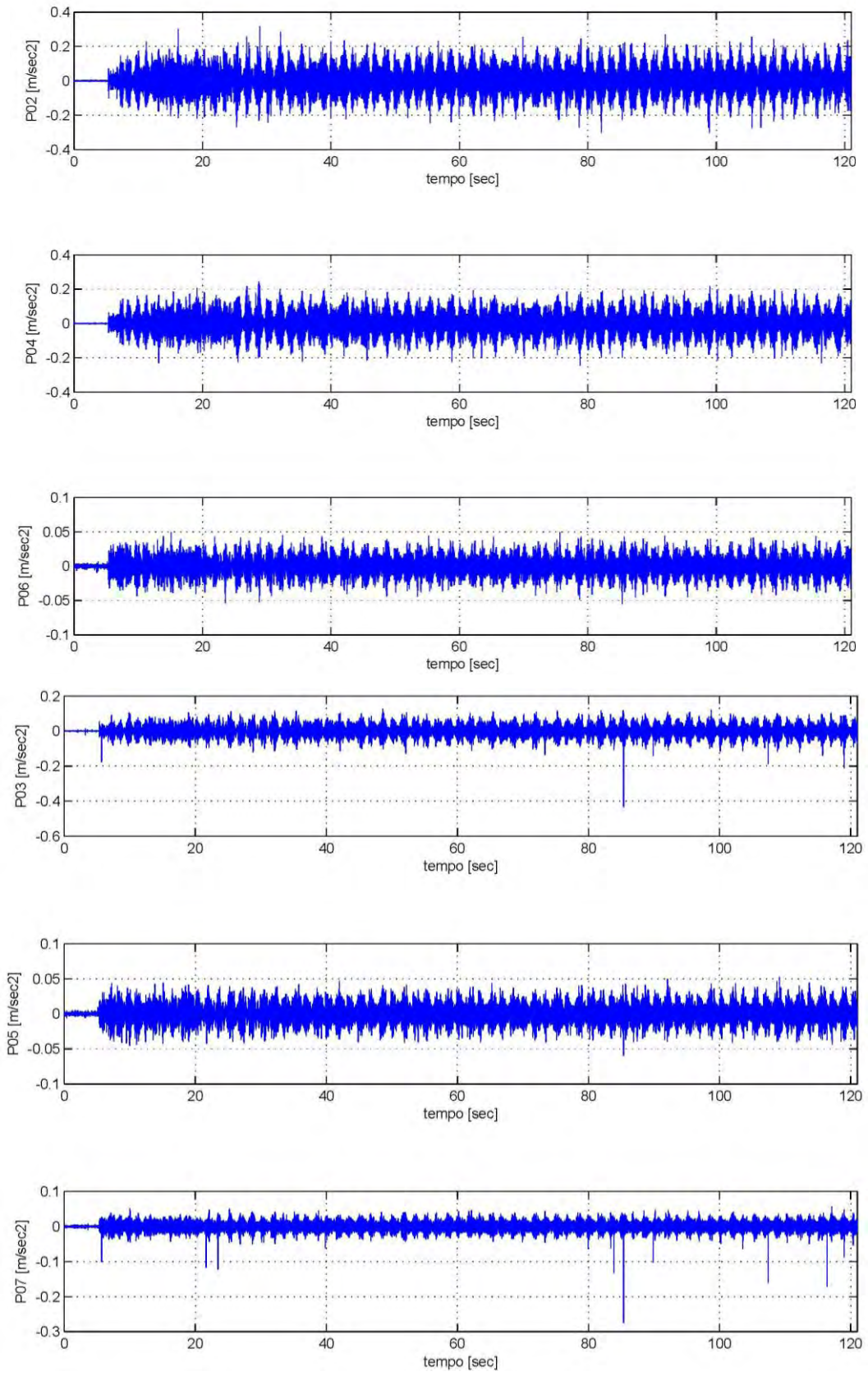


7.57 Identificazione e posizionamento campane

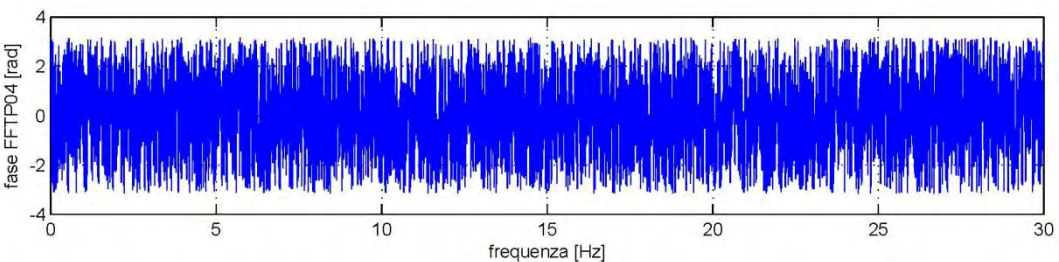
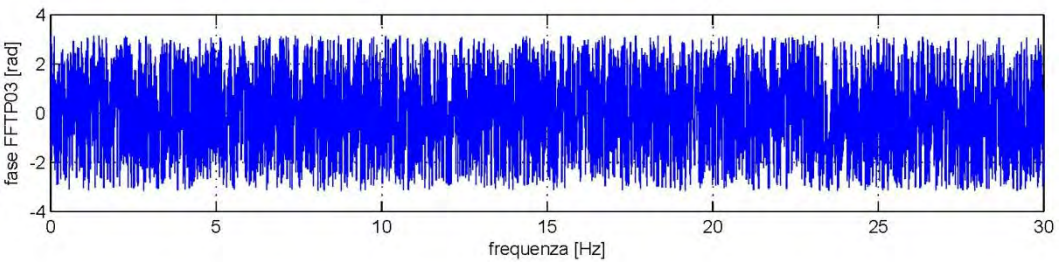
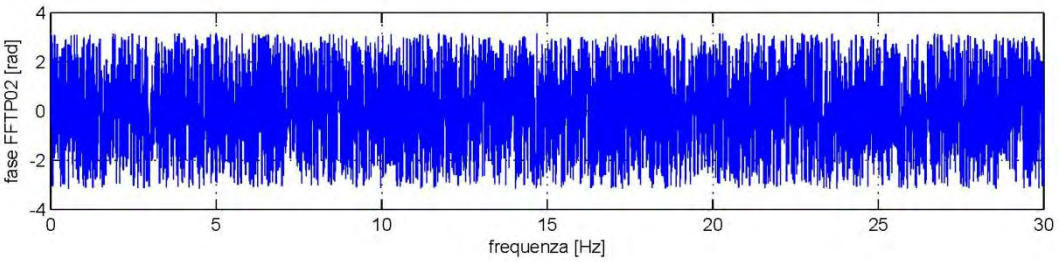
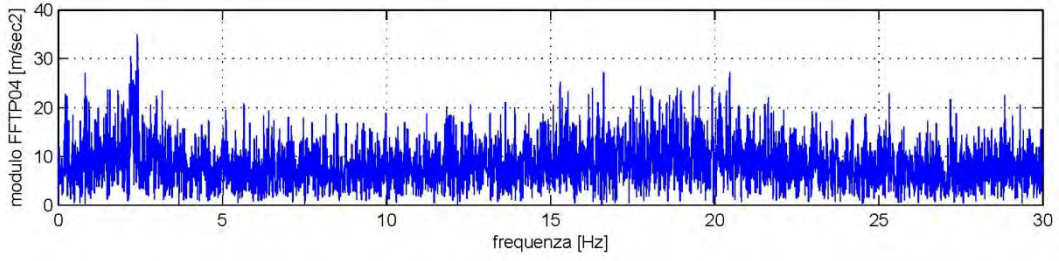
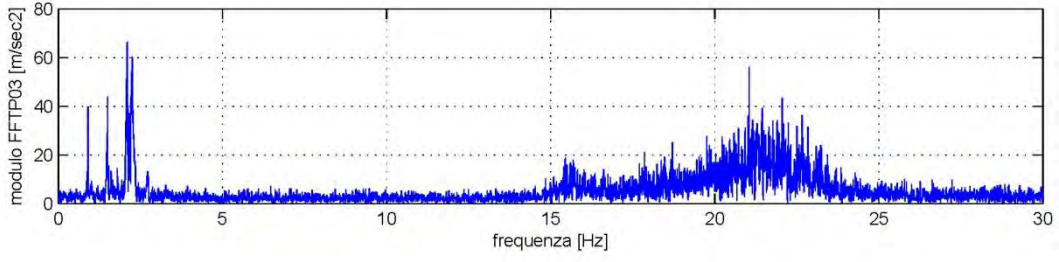
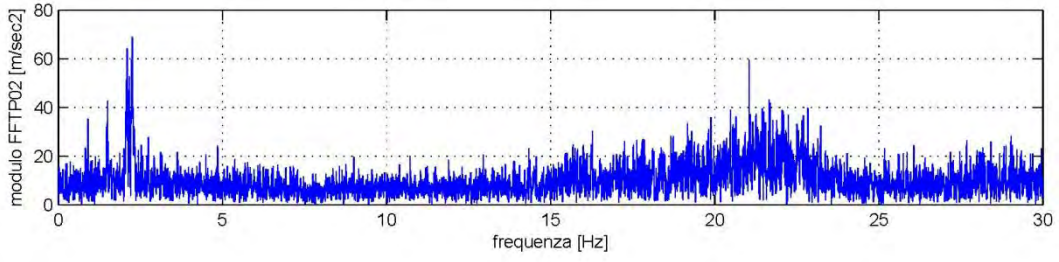
Come mostrato in figura e riportato nel capitolo 3, le campane sono state identificate con un numero da 1 a 3 in ordine decrescente di grandezza (nell'analisi dinamica non è stata presa in considerazione la quarta campana in quanto di dimensione e peso troppo ridotto).

L'elaborazione dei segnali è stata eseguita mediante la scrittura di programma specifico in Matlab come nel caso dello shock – test. L'elaborazione ha permesso di ottenere le frequenze delle armoniche delle campane (singole e in concerto) attraverso l'osservazione delle FFT in frequenza ricavate dai segnali archiviati nel dominio del tempo. Si riportano ora i risultati per quanto riguarda

il set di registrazione relativo al moto delle campane in concerto, per l'elaborazione effettuata per le rimanenti registrazioni si rimanda all'Allegato 2.

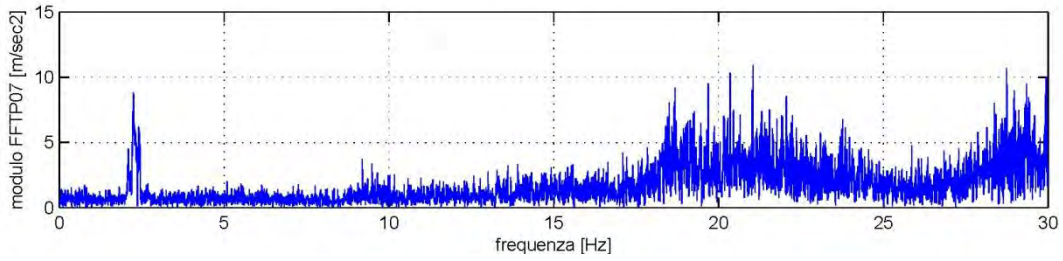
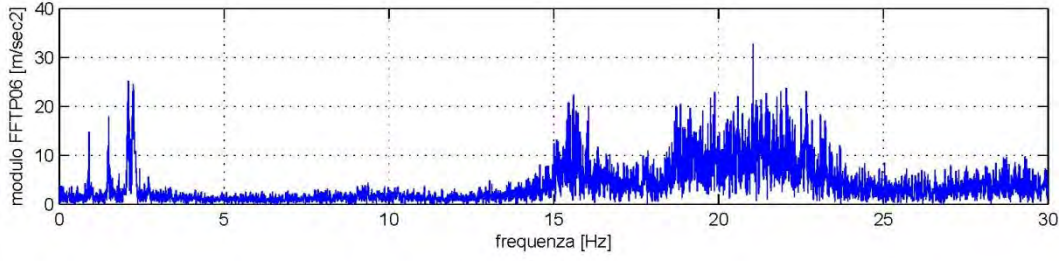
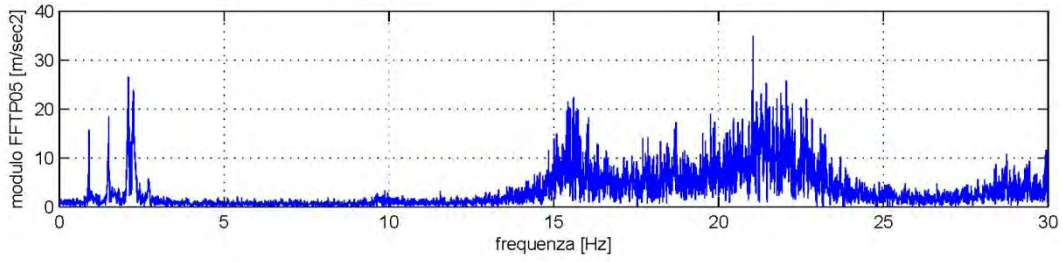


7.58 Time - history

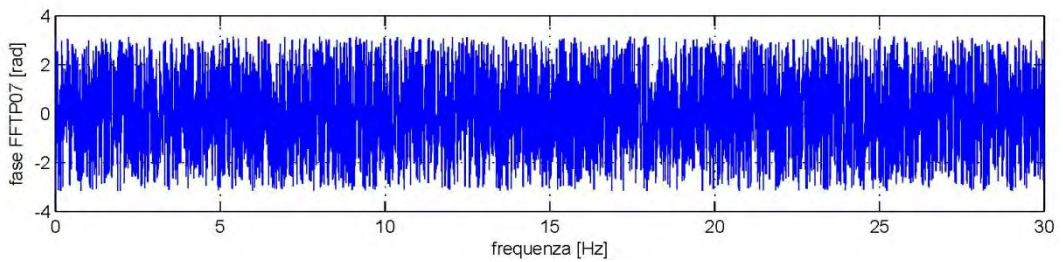
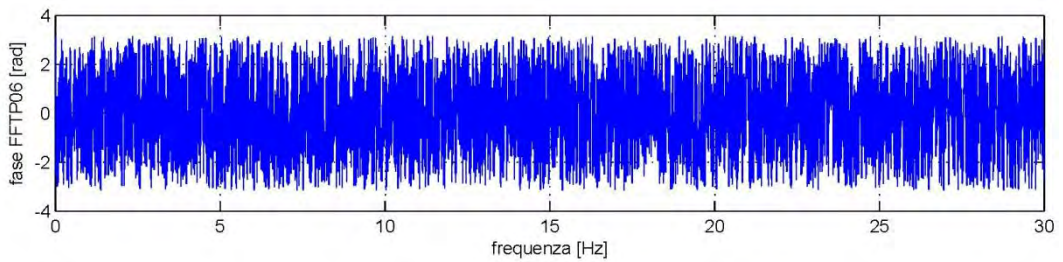
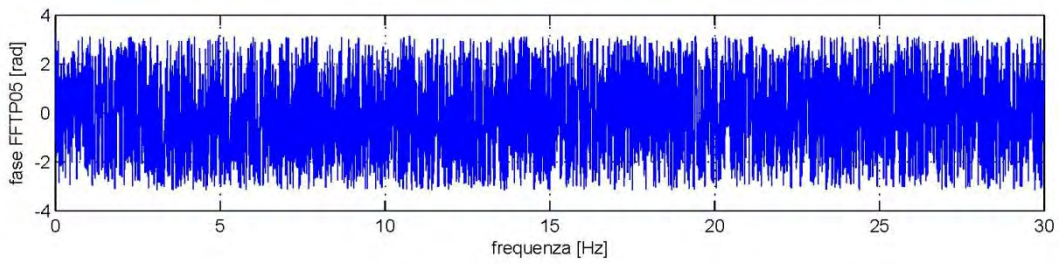


Modulo FFT dei segnali registrati dai trasduttori posizionati in
prossimità della cella campanaria

Fase FFT dei segnali registrati dai trasduttori posizionati in
prossimità della cella campanaria



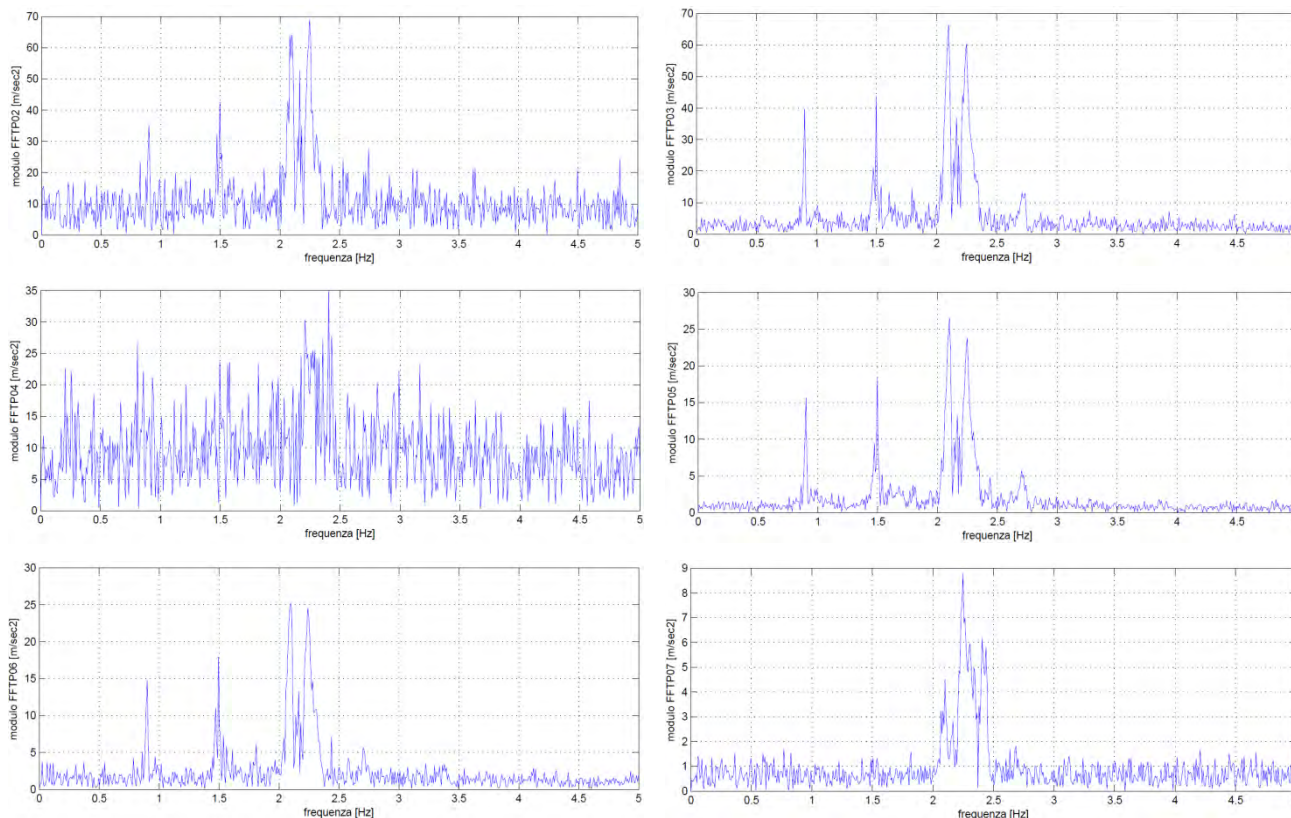
Modulo FFT dei segnali registrati dai trasduttori posizionati in prossimità della mezzeria del fusto



Fase FFT dei segnali registrati dai trasduttori posizionati in prossimità della mezzeria del fusto

7.59 FFT

Dai diagrammi dei moduli delle trasformata veloce di Fourier dei segnali per i diversi set di registrazione è possibile ricavare agevolmente i valori delle armoniche che caratterizzano le singole campane e l'intero concerto, si riporta di seguito un ingrandimento dei grafici delle FFT delle campane in concerto per rendere più agevole la lettura dei diversi picchi:



7.60 Lettura picchi delle armoniche

I risultati, derivanti dalla lettura dei picchi di ciascun set di registrazioni, sono riassunti nelle tabelle sottostanti:

Armoniche campane [Hz]

	Campana 1	Campana 2	Campana 3	Concerto
I	0.750	0.875	0.900	0.901
III	1.242	1.458	1.492	1.496
V	1.742	2.033	2.092	2.099
VII	2.242	2.617	2.275	2.240

Campana 1 Grande

Arm.	f [Hz]	T [s]	Battute al min	Cicli al min
I	0.750	1.3333	45	22.5
III	1.242	0.8052		
V	1.742	0.5741		
VII	2.242	0.4460		

Campana 3 Piccola

Arm.	f [Hz]	T [s]	Battute al min	Cicli al min
I	0.900	1.1111	54	27
III	1.492	0.6702		
V	2.092	0.4780		
VII	2.275	0.4396		

Campana 2 Media					Concerto di campane				
Arm.	f [Hz]	T [s]	Battute al min	Cicli al min	Arm.	f[Hz]	T [s]	Battute al min	Cicli al min
I	0,875	1,1429	52,5	26,25	I	0,901	1,1101	54	27
III	1,458	0,6859							
V	2,033	0,4919							
VII	2,617	0,3821							

Tabella 7.19 – 23: Riassunto identificazione armoniche campane

Il periodo fondamentale di oscillazione della campana corrisponde alla prima armonica misurata e proprio grazie a questo valore è possibile affrontare un accurato approfondimento delle peculiarità che contraddistinguono il sistema con il quale sono chiamate ad adempiere alla loro funzione.

Nei prossimi paragrafi si passerà dapprima a caratterizzare più nello specifico le campane che compongono il concerto, in seguito ci si occuperà di descrivere il sistema semi – ambrosiano che permette alle campane di suonare; questo con il fine di valutare le effettive forze orizzontali generate dal moto delle campane che consentiranno di eseguire un'analisi analitica e numerica delle deformate indotte dall'azione delle campane.

- Caratterizzazione delle campane

Si riportano i valori geometrici e inerziali delle tre campane:

	Diametro [mm]	Altezza [mm]	Peso campana [kg]	Peso ceppo [kg]	Peso totale [kg]
1 Grande	810	833	300	140	440
2 Media	720	740	220	120	340
3 Piccola	620	640	150	100	250

7.24: Caratteristiche campane

Da questi dati è possibile stimare ulteriori parametri che definiscono nello specifico il manufatto, come:

- l'indice di pesantezza [mm/t^3]: rapporto tra il diametro massimo della campana e il suo peso;
- la tipologia di sagoma che dipende dal valore assunto dall'indice di pesantezza;
- lo spessore massimo della campana [mm], localizzato nel punto di battuta del battaglio, il quale è valutato come una frazione del diametro massimo, tale frazione però a sua volta dipende dal tipo di sagoma;
- il passo [mm] che fissa la distanza verticale tra il centro di rotazione e il bordo battente. Oltre ad essere un valore misurabile, deve comunque rispettare alcuni limiti.

	Indice pesantezza	sagoma	S_{max} [mm]	Passo [mm]
1 Grande	564.50	leggera	54	560
2 Media	589.42	medio leggera	51.4	520
3 Piccola	629.39	medio pesante	44.3	460

7.25: Parametri campane

- Sistema di montaggio [23]

Come già anticipato nel capitolo 2, con il restauro eseguito nell'estate del 2013 si è provveduto a riprogettare il castello che sostiene le campane, ma soprattutto si è intervenuti passando da un sistema di montaggio a slancio a un sistema all'ambrosiana modificato, stravolgendo di fatto il sistema di produzione del suono passando da un sistema a battaglia volante ad uno a battaglia cadente.

Il sistema all'ambrosiana (a battaglia cadente) si articola in quattro varianti dette ambrosiana intera, tre quarti ambrosiana, mezza ambrosiana e quarto d'ambrosiana. In tutte le varianti il battaglia deve finire subito sotto il punto di percussione.

L'ambrosiana intera si fonda sul fatto che la campana è molto incassata nel ceppo in modo che il punto di sospensione del battaglia si trova al di sopra della linea che congiunge i due perni del ceppo, il quale a sua volta è tanto gravato di contrappesi fino a quasi bilanciare tutto l'insieme, evitando però che la campana in stato di riposo si capovolga. Il risultato che ne consegue è che la campana si muove lentissima, il battaglia la colpisce subito andandole incontro, viene trascinato verso l'alto passando anche in posizione orizzontale e permanendone a lungo sul bordo mette in forte risalto la nota fondamentale a tutto discapito dei suoni armonici che in tal modo sono completamente azzerati. Questo sistema richiede l'uso di molte campane suonate contemporaneamente per alleviare in qualche modo la scarsità della resa oltre alla lentezza e monotonia espressa.

Il tipo a tre quarti d'ambrosiana si differenzia dal precedente soltanto in due particolari: la campana è incassata nel ceppo, ma il punto di sospensione del battaglia si trova esattamente sulla linea che congiunge i due perni del ceppo, così il battaglia all'inizio del movimento della campana resta immobile finché questo non provoca l'impatto e lo trascina con se nell'oscillazione, durante la quale questo rimane per un istante in posizione orizzontale o quasi, smorzando in gran parte i suoni armonici. I contrappesi però sono ridotti rispetto al sistema puro ed è necessaria una grande ruota per l'azionamento.

Il sistema a mezza ambrosiana è simile al precedente riguardo alla sospensione del battaglia, ma è privo di contrappesi che si riducono al peso del ceppo al di sopra dei suoi perni. Il movimento della campana risulta più snello, ma l'inconveniente del battaglia che incide orizzontalmente o quasi sulla campana, sebbene meno evidente e più rapido, resta e quindi risultano scarsi i suoni armonici. Anche in questo caso è richiesta una ruota di grandi dimensioni per l'azionamento.

Il tipo a quarto d'ora d'ambrosiana è una variante che rifiuta qualsiasi inutile contrappeso, riducendolo a un necessario ceppo leggero nel quale la campana è poco incassata, per cui il punto di sospensione del battaglio si trova al di sotto della linea che congiunge i due perni del ceppo, quel tanto sufficiente a far cedere il battaglio sul bordo dello strumento solo quando l'oscillazione avrà compiuto una certa frazione di giro. In tal modo la campana nel suo movimento iniziale trascina il battaglio senza toccarlo, ma questo cadrà sulla stessa, in principio con qualche battuta incerta per colpirla poi regolarmente un istante prima del suo ritorno. Anche il questa variante è richiesta una ruota di dimensioni sostenute per indurre il movimento.

Il sistema adottato per il campanile del santuario della Madonna della Rocca di Cornuda può essere definito semi – ambrosiano in quanto permette di ricercare un'impressione timbrica assimilabile a quella prodotta da un sistema a slancio, precedentemente in uso.

Definito il sistema di montaggio adottato, è possibile valutare la forza orizzontale generata dalla movimentazione delle campane attraverso alcune relazioni legate alle caratteristiche inerziali del campanile e i parametri che definiscono il moto periodico compiuto dallo strumento. [22]

Nello specifico, per la determinazione della forza pulsante sommitale dovuta alle campane si fa riferimento alla formula che definisce la forza di trattenimento radiale del pendolo fisico (Grioli, 1966):

$$\phi_N = mg(3 \cos \vartheta - 2 \cos \vartheta_0)$$

Con: m massa del pendolo fisico in movimento;
g accelerazione di gravità
m g peso del pendolo fisico in movimento;
 ϑ angolo corrente;
 ϑ_0 angolo iniziale di partenza.

La forza orizzontale può allora essere scritta come segue:

$$F = \phi_N \sin \vartheta = mg(3 \cos \vartheta \sin \vartheta - 2 \cos \vartheta_0 \sin \vartheta)$$

Da cui si deriva F rispetto a ϑ per ricavare la stima di ϑ corrispondente al valore della forza più gravosa:

$$\frac{1}{mg} \frac{dF}{d\vartheta} = 6 \cos^2 \vartheta - 2 \cos \vartheta_0 \cos \vartheta - 3 = 0$$

È possibile quindi ottenere la stima dell'angolo in cui la forza orizzontale è massima isolando il valore $\cos \vartheta$:

$$\cos \vartheta = \frac{1}{12} \left[2 \cos \vartheta_0 \pm \sqrt{4 \cos^2 \vartheta_0 + 72} \right]$$

Nella tabella sottostante sono riassunti i valori ottenuti per le tre campane fissando un'ampiezza totale del moto pari a 180°.

	f [Hz]	T [sec]	Pulsazione [rad/s]	Ampiezza moto [°]	Eccentricità [mm]	cos ϑ_{\max}	ϑ_{\max} [°]	Coeff.	F [N]
1 Grande	0.75	1.333333	4.71239	180	281.119	0.707	45	1.5	2353.44
2 Media	0.875	1.142857	5.49779	180	206.536	0.707	45	1.5	1470.90
3 Piccola	0.9	1.111111	5.65487	180	195.221	0.707	45	1.5	735.45

Tabella 7.26: Valutazione spinta orizzontale

Dove l'eccentricità, cioè la distanza tra il centro di rotazione della campana e il centro delle masse, è stata ricavata dalla formula inversa che esprime il periodo di un pendolo nel campo delle grandi oscillazioni. Il coefficiente che si ottiene è un fattore amplificativo che moltiplicato per la massa spingente della campana permette di determinare l'effettiva spinta orizzontale generata dal moto delle campane.

- Soluzione analitica della deformata indotta dal moto delle campane [22]

Il calcolo dello spostamento teorico massimo permetterà di effettuare un confronto tra i massimi spostamenti sommitali rispettivamente ottenuti dalla soluzione analitica, la soluzione numerica e quelli misurati in situ, andando a costituire un ottimo test per verificare la rispondenza tra le ipotesi fatte circa modelli e parametri da un lato e la realtà fisica dall'altro. Inoltre permetterà di valutare eventuali fenomeni di risonanza nel caso in cui la deformata sperimentale si discosti eccessivamente dai risultati analitici e numerici.

Per il modello semplificato di trave di inerzia costante incastrata alla base, l'espressione dello spostamento $y(x,t)$, in regime di moto ciclico stazionario per effetto di una forzante $F \sin \omega t$, è dato da:

$$y(x,t) = \frac{F \sin(\omega t)}{2\zeta^3 EJ [1 + \text{Ch}(\zeta L) \cos(\zeta L)]} \{ [\text{Sh}(\zeta L) + \sin(\zeta L)] [\text{Ch}(\zeta x) - \cos(\zeta x)] - [\text{Ch}(\zeta L) + \cos(\zeta L)] [\text{Sh}(\zeta x) - \sin(\zeta x)] \}$$

Dove x ascissa misurata lungo l'asse del campanile in [m];

y ordinata della deformata indotta dal moto delle campane in [m]

$$\zeta = \sqrt[4]{(\mu\omega)/(EJ)}$$

μ massa del campanile per unità di altezza [N/mm]

ω pulsazione del campanile pari a 14.533 rad/s

E modulo elastico del campanile [N/mm²]

J momento d'inerzia della sezione caratteristica del campanile [mm⁴]

J [mm ⁴]	5.652E+12	ζ_1	0.00044489
E [N/mm ²]	2450	ζ_2	0.00046237
μ [N/mm]	115.12402	ζ_3	0.00046564

Tabella 7.27: Calcolo parametri

- Soluzione numerica della deformata indotta dal moto delle campane

Al modello calibrato mediante shock test è stata applicata una forzante periodica variabile nel tempo al nodo in cui è concentrata la massa delle campane. Per ciascuna campana la forzante dipende dalla pulsazione ω e dall'ampiezza A che si identifica con la forza orizzontale generata; il caso in cui tutte le campane sono in moto è stato valutato eseguendo la somma delle diverse forzanti. Nel grafico sottostante sono riassunte come variano nel tempo le forze applicate al nodo.

Forzanti campane

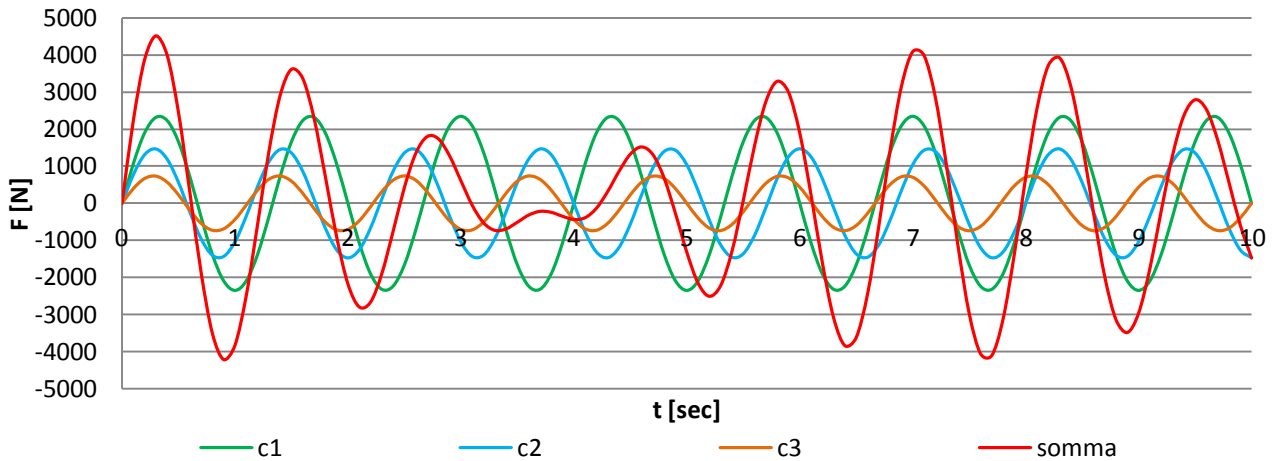
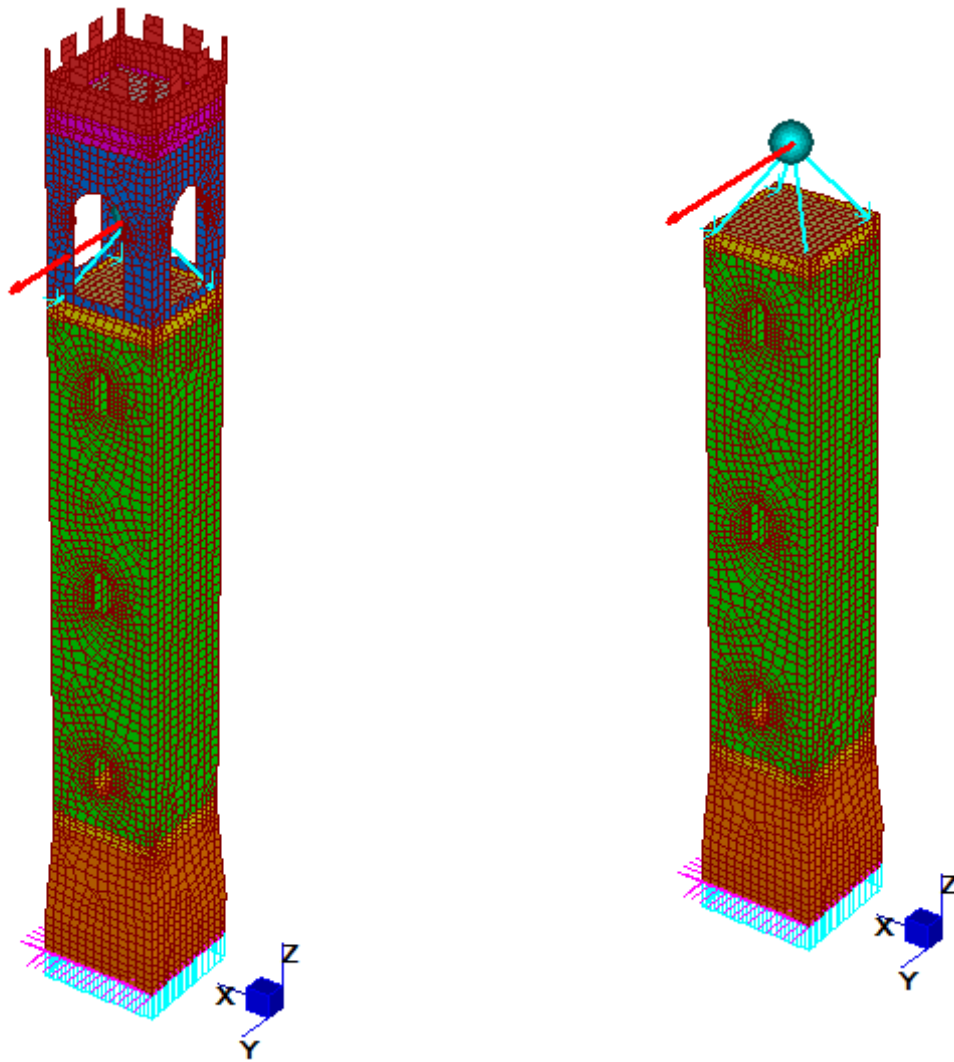


Grafico7.1: Forzanti periodiche generate dal moto delle campane



Inserimento forzante unitaria

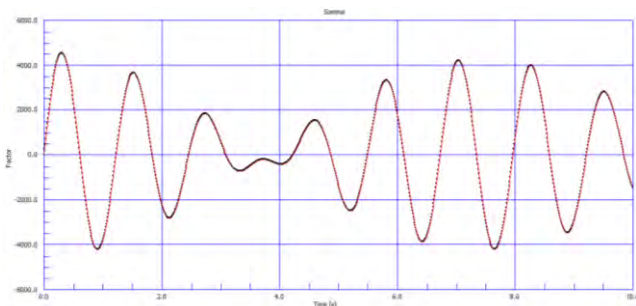
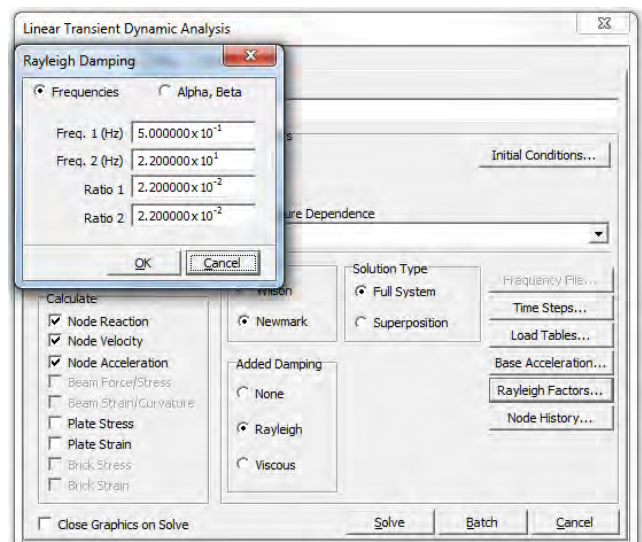


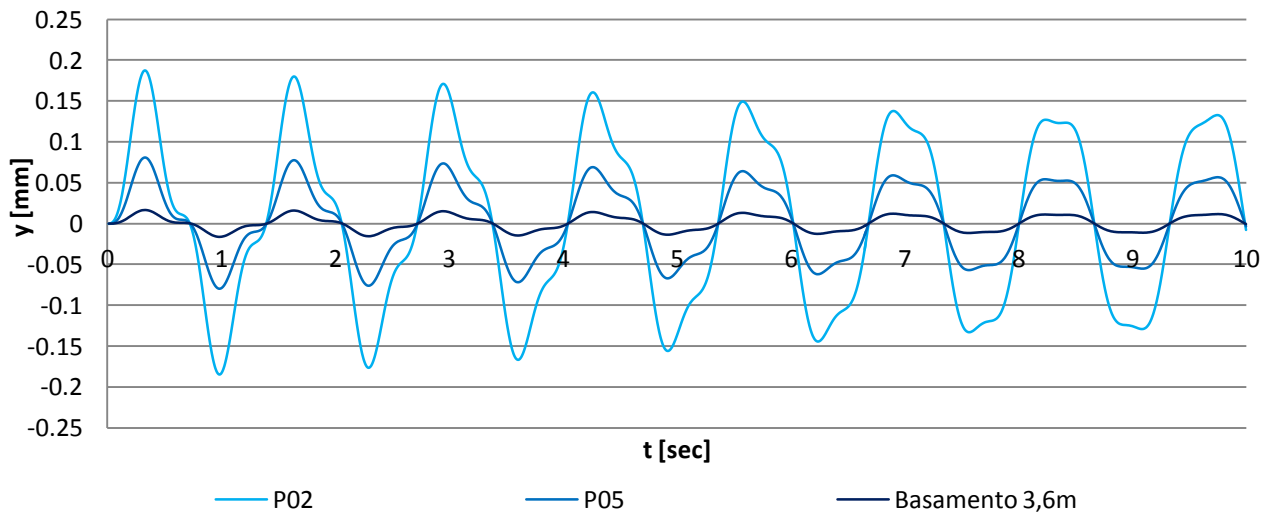
Tabella Factor vs Time



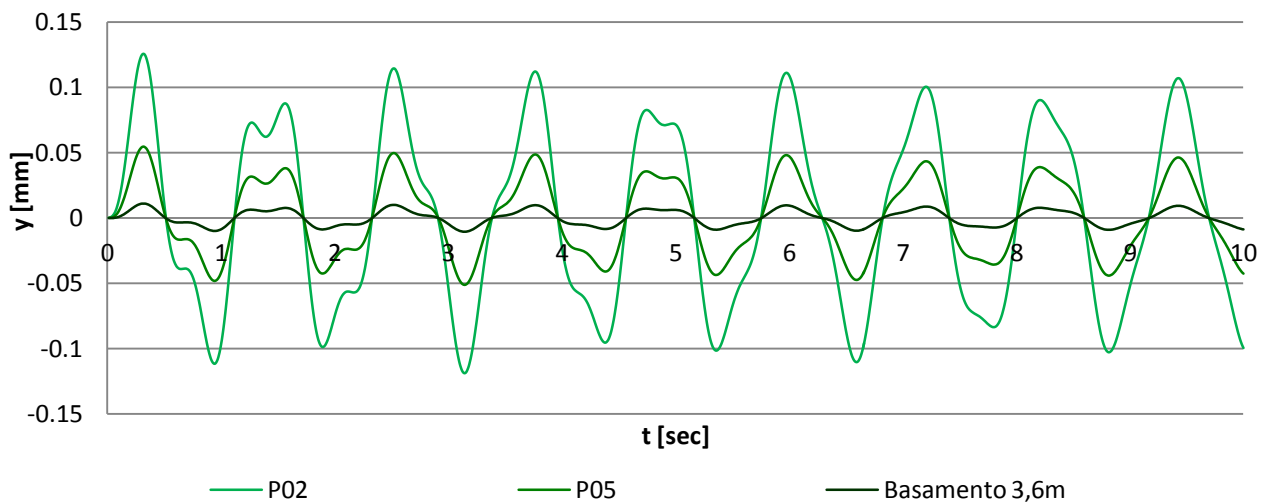
Definizione parametri smorzamento e analisi

Si esegue quindi un'analisi linear transient dynamic fissando l'intervallo di tempo a 10 sec. E introducendo lo smorzamento ricavato in precedenza con il coefficiente pari a 0.022. La soluzione mostra il moto oscillatorio indotto e per i punti corrispondenti alla posizione dei sensori P02 e P05, oltre al punto di stacco tra basamento e fusto, si riportano i grafici delle deformazioni.

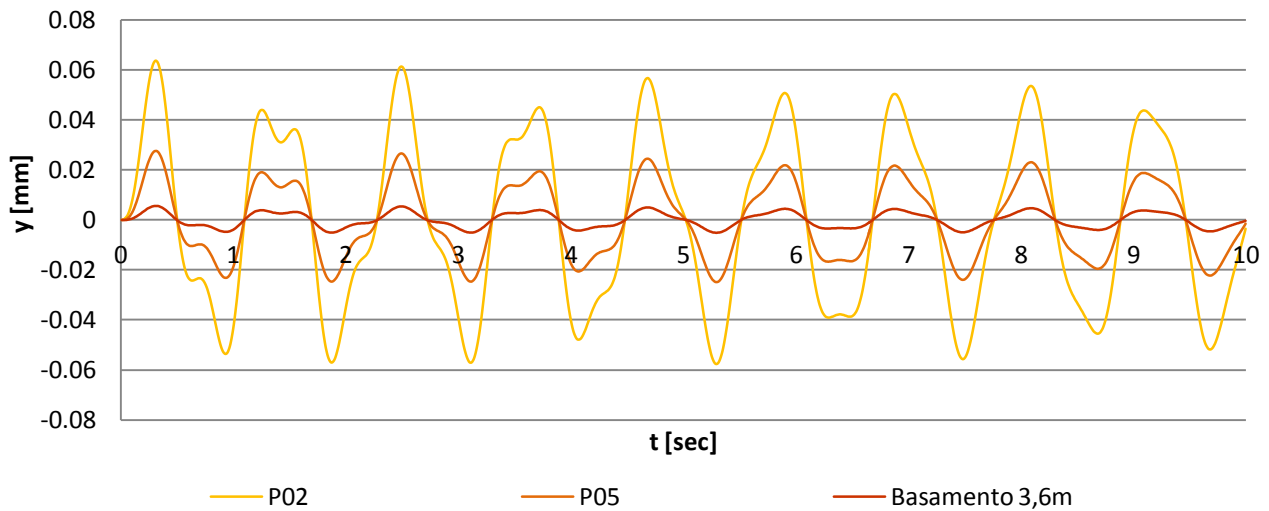
Deformata indotta dal moto della campana 1



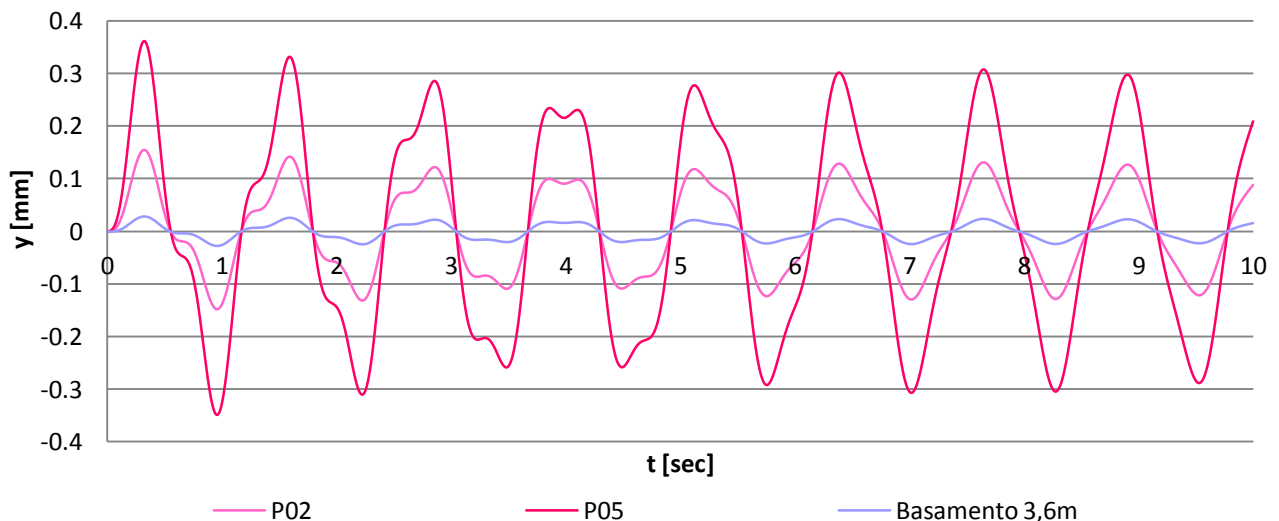
Deformata indotta dal moto della campana 2



Deformata indotta dal moto della campana 3



Deformata indotta dal moto del concerto di campane

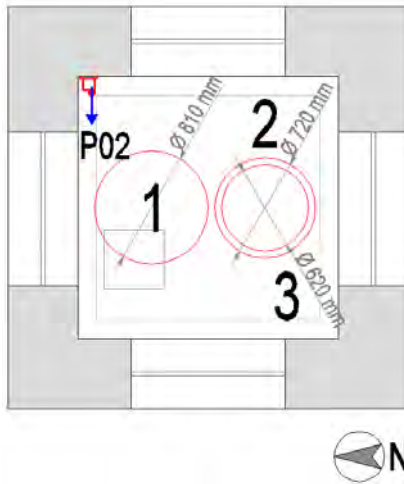


Grafici 7.2 – 5: Valutazione deformate indotte dal moto delle campane

- Confronto

Nei grafici seguenti si riportano i risultati ottenuti con i tre diversi approcci al problema (ovvero analitico, numerico e sperimentale) per eseguire un confronto, valutare l'esattezza dell'ordine di grandezza ottenuto nelle prove sperimentali ed eventualmente osservare l'instaurarsi di fenomeni di risonanza dannosi per la struttura.

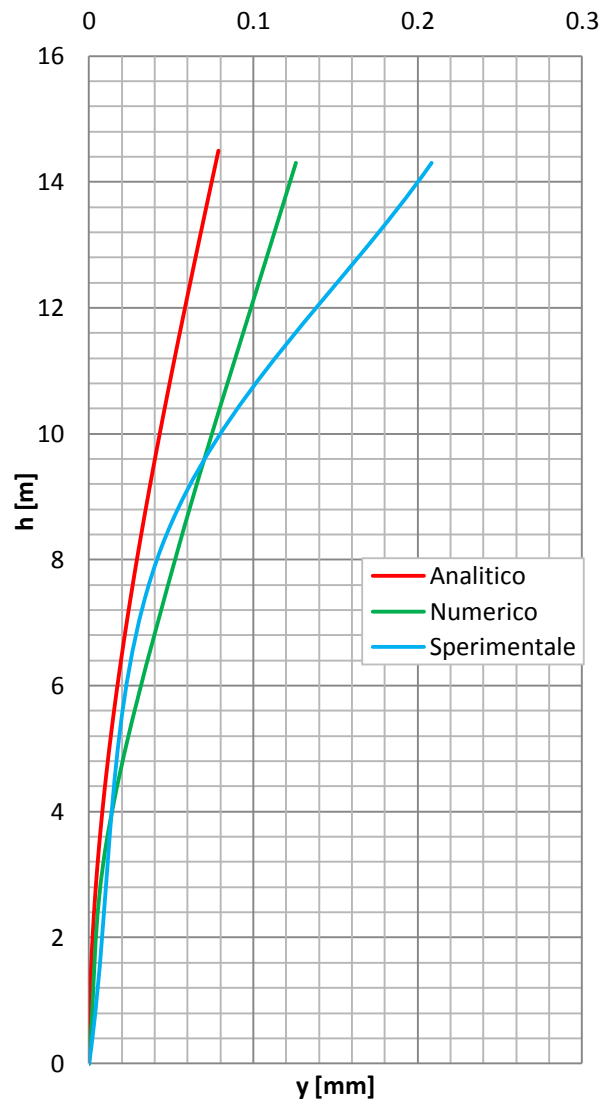
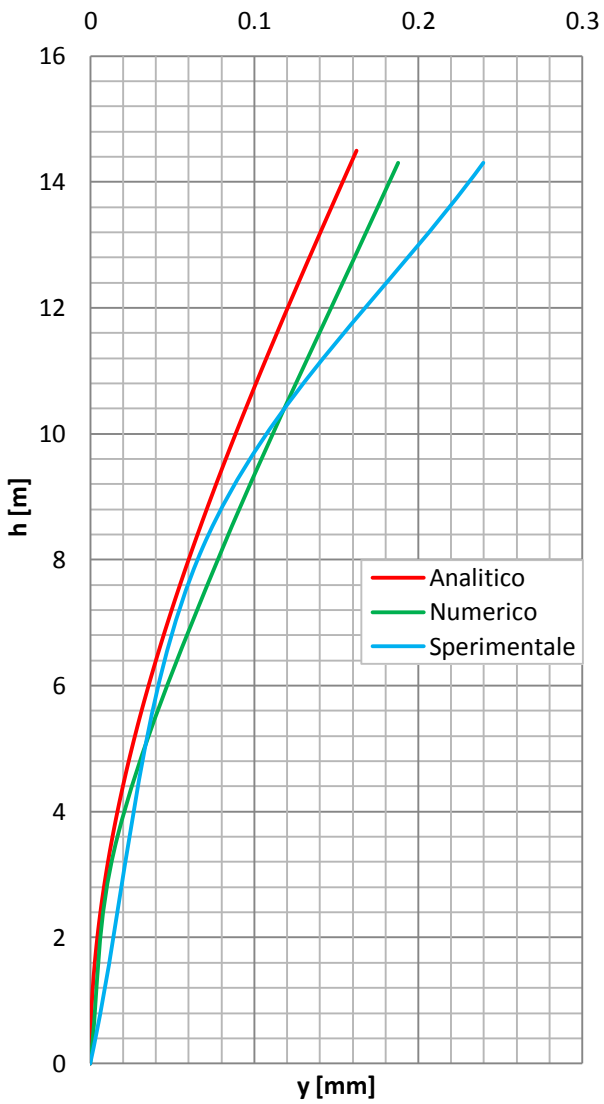
I risultati sperimentali sono stati ottenuti dalle registrazioni dei sensori P02 (in prossimità della cella campanaria) e P05 (presso la mezzeria del fusto) come ricorda la figura 7.66. La stima della deformata è stata ricavata dai dati delle accelerazioni attraverso l'operazione di doppia integrazione numerica adottando il metodo dei trapezi.



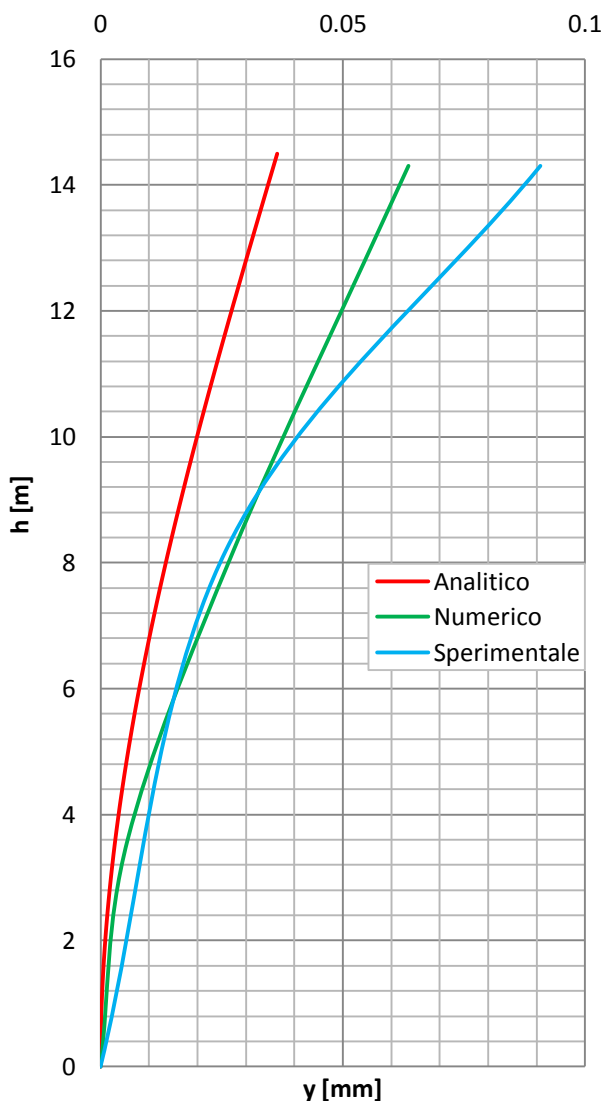
7. 66 Trasduttore considerato per la stima della deformata indotta

Deformata indotta dal moto della campana 1

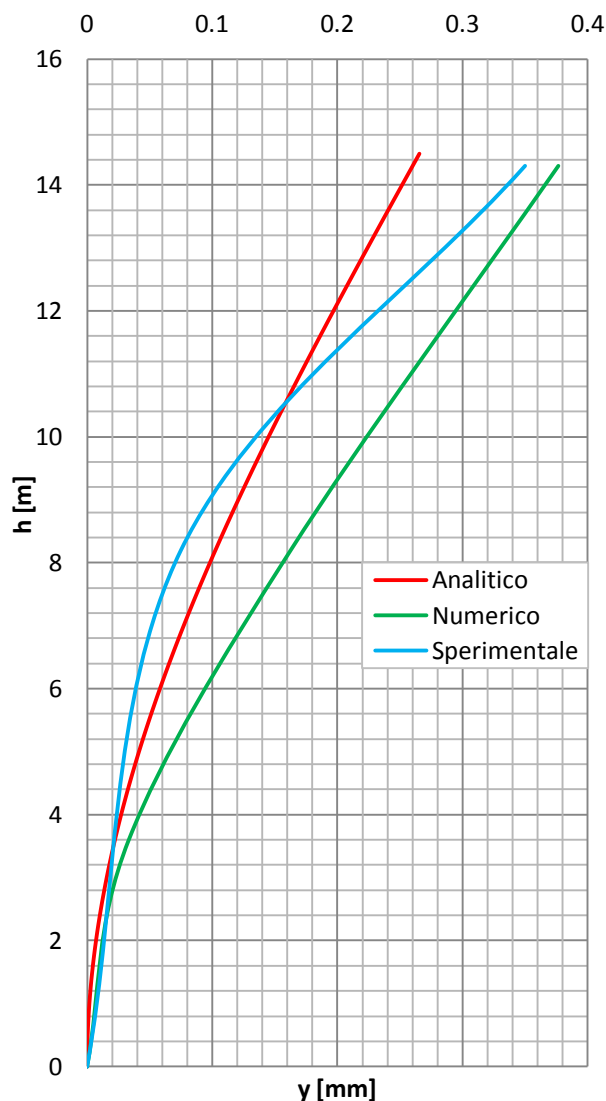
Deformata indotta dal moto della campana 2



Deformata indotta dal moto della campana 3



Deformata indotta dal moto delle campane



Grafici 7.6 – 9: Confronto risultati

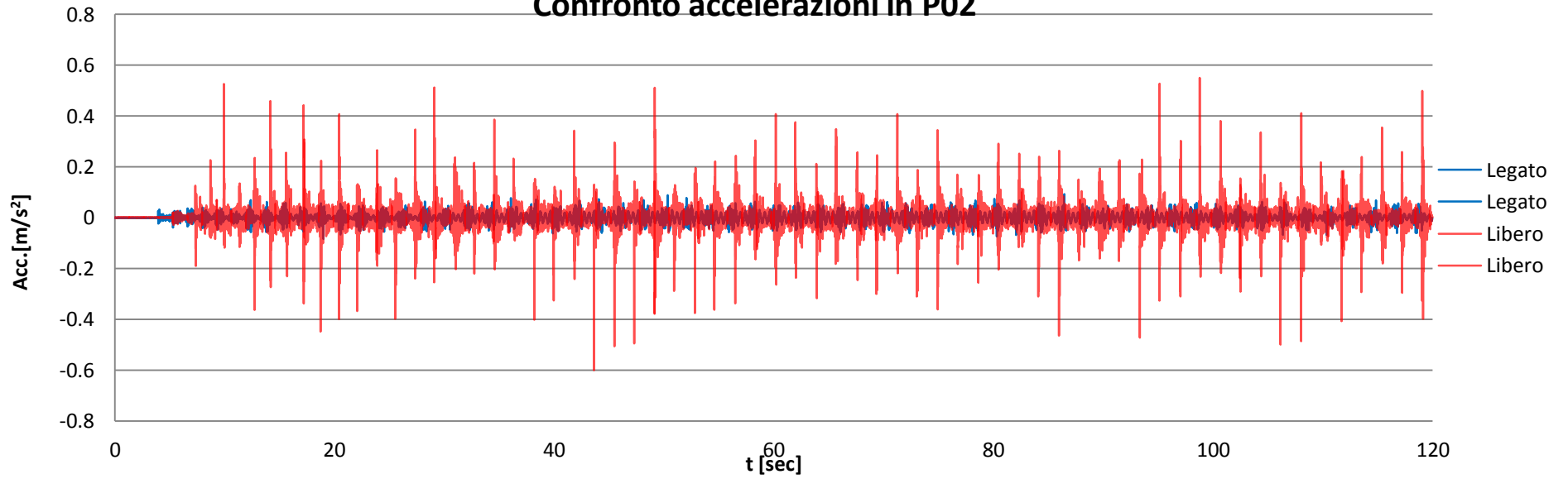
Per tutti i casi analizzati non si osserva l'instaurarsi di fenomeni di risonanza.

7.8.3 Eccitazione campanaria con battaglio libero

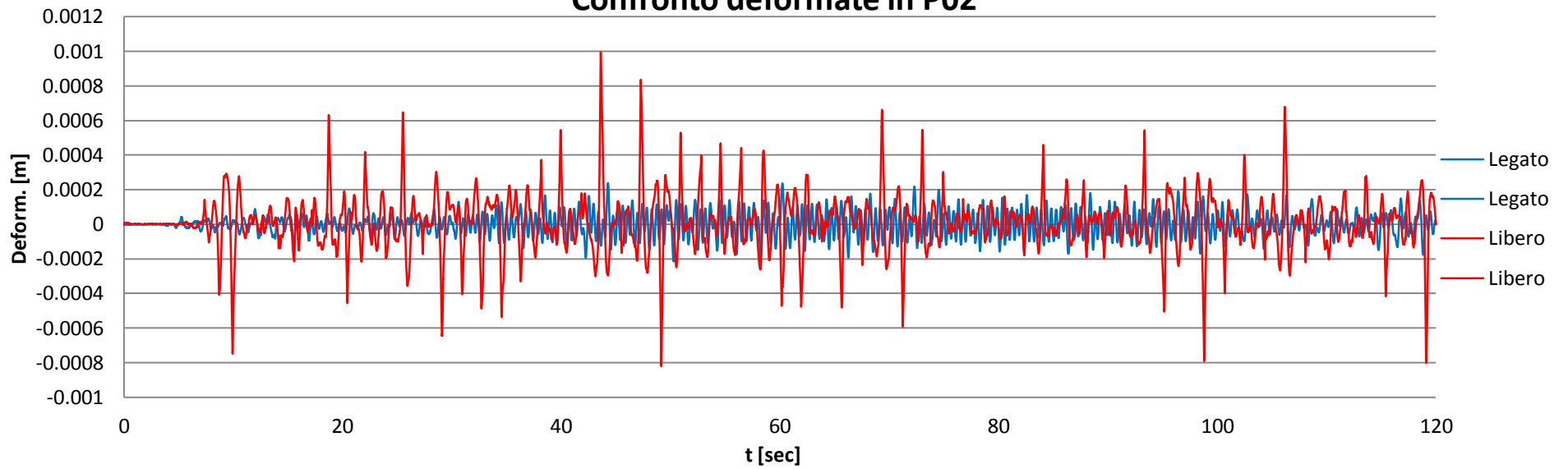
Le registrazioni, in tal caso, sono state utilizzate per operare un confronto riguardo la variazione di accelerazioni rilevate dai trasduttori e di deformate indotte, ottenute mediante integrazione numerica, tra il moto delle campane con battaglio legato e quello con battaglio libero di urtare i bordi della campana. Come si può osservare dai grafici successivi l'azione del battaglio porta a un considerevole aumento delle accelerazioni registrate e di conseguenza una maggiore deformazione che nel caso della campana 1 e il concerto assume un ordine di grandezza in più.

- Campana 1 grande

Confronto accelerazioni in P02

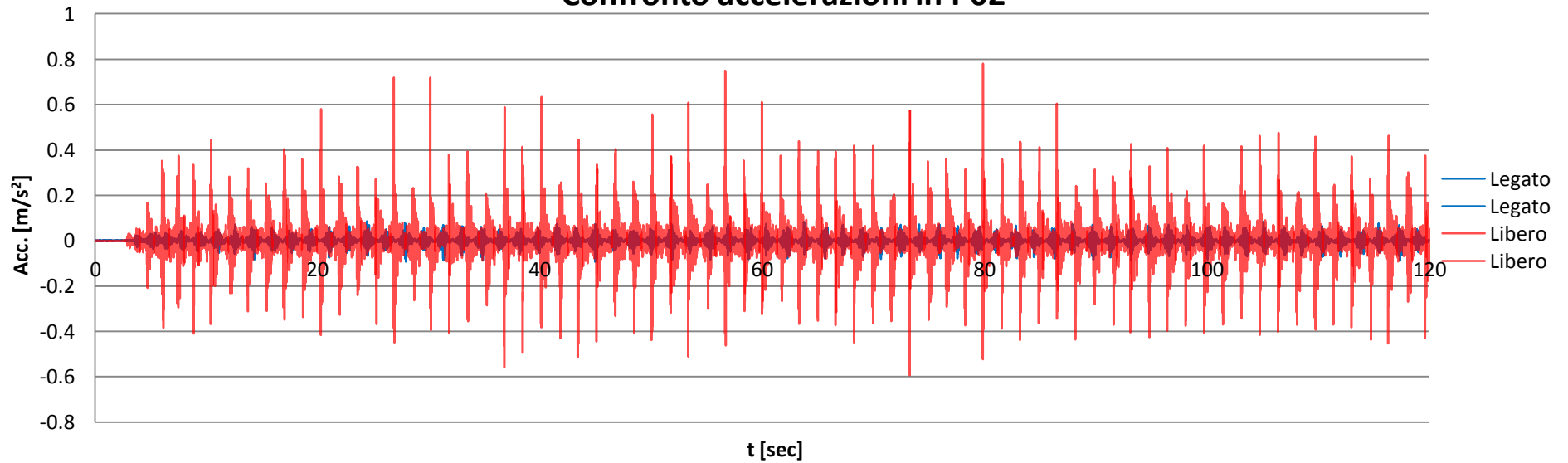


Confronto deformate in P02

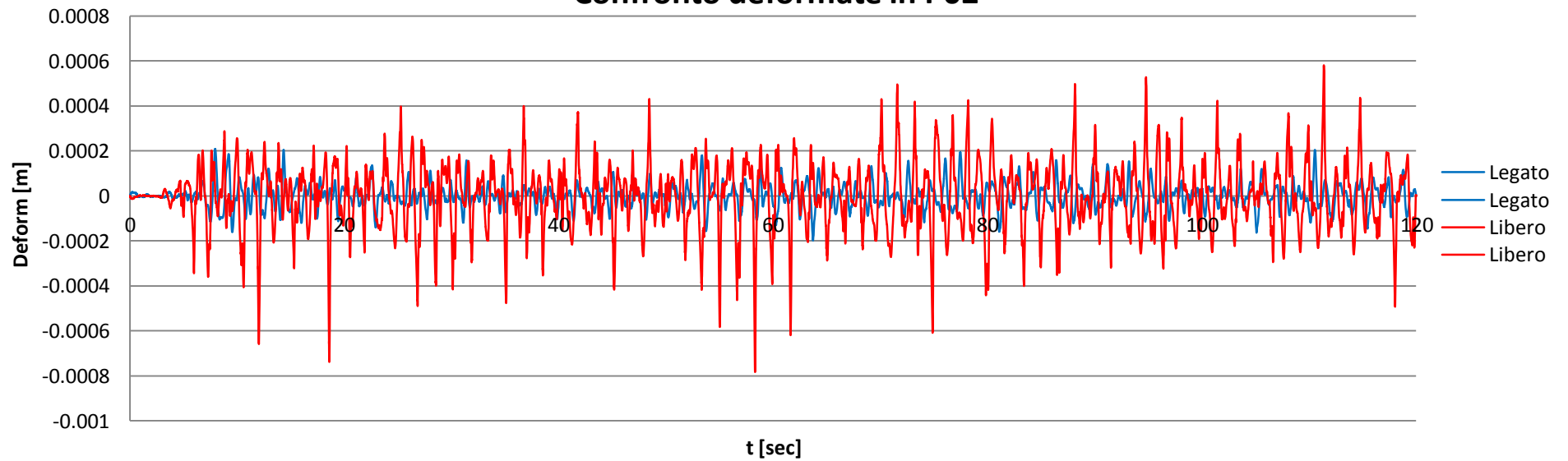


- Campana 2 media

Confronto accelerazioni in P02

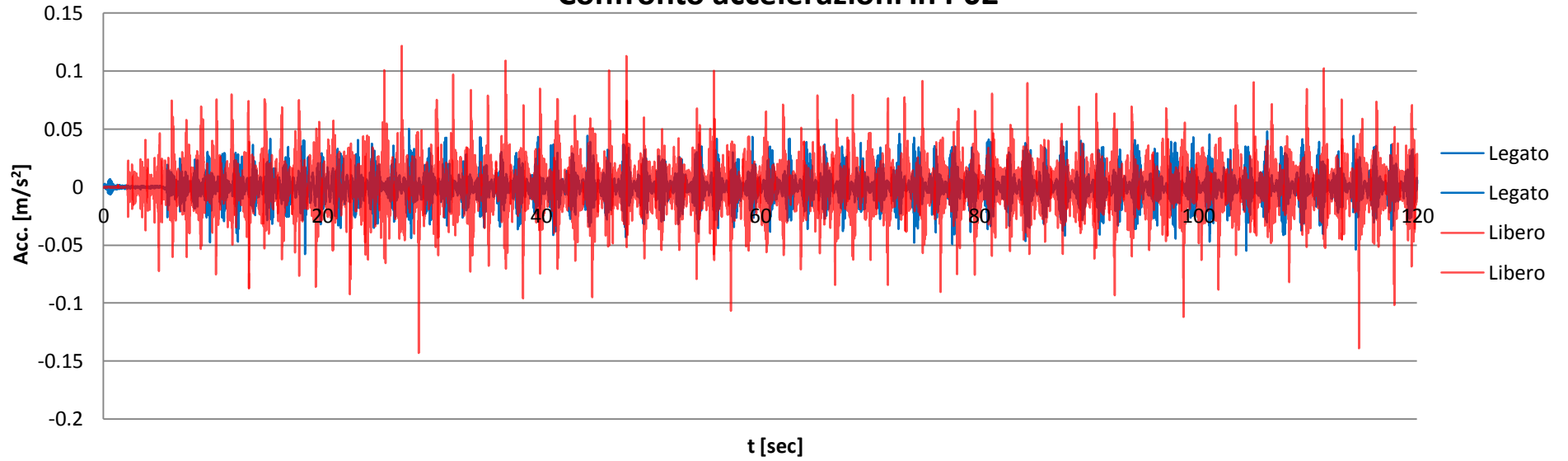


Confronto deformatate in P02

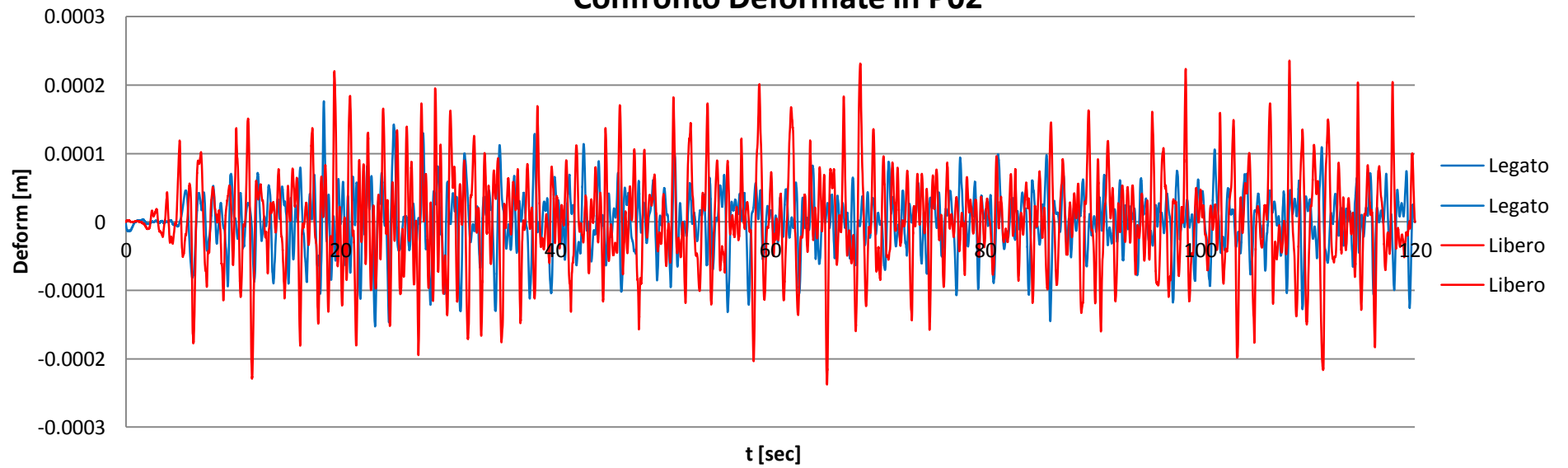


- Campana 3 piccola

Confronto accelerazioni in P02

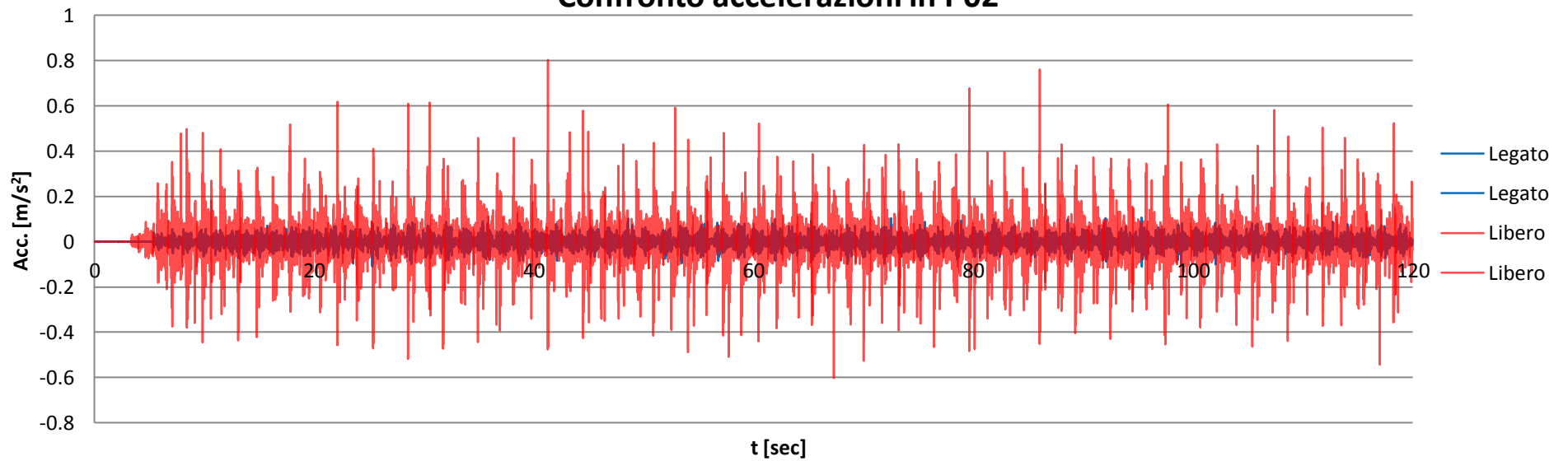


Confronto Deformate in P02

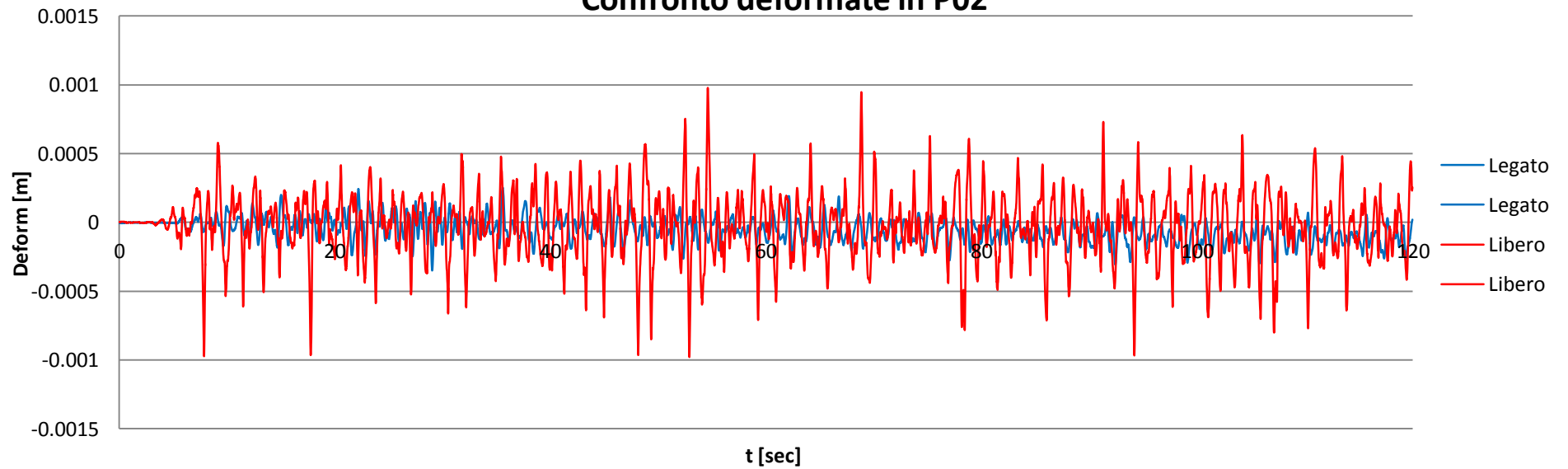


- Concerto di campane

Confronto accelerazioni in P02



Confronto deformate in P02



8 AGGIORNAMENTO VALUTAZIONE VULNERABILITÀ SISMICA LV1 E LV2

Alla luce delle indagini dinamiche svolte in sito e dei risultati ottenuti dalla loro elaborazione, è possibile ora operare un aggiornamento significativo delle procedure di valutazione della vulnerabilità sismica LV1 e LV2. Questo perché con il monitoraggio si è giunti ad individuare precisamente il periodo proprio di oscillazione della struttura, il quale incide considerevolmente sulla definizione della forza sismica agente attraverso la determinazione del valore dello spettro di risposta di progetto della componente orizzontale del sisma $S_d(T_1)$ valutata allo stato limite di salvaguardia della vita SLV. Per di più, la procedura di definizione delle forme modali e di calibrazione del modello virtuale, oltre ad aumentare la comprensione del comportamento globale della torre campanaria e l'incidenza che i singoli parametri considerati hanno sullo stesso, ha consentito, attraverso indagini limitate e non invasive, di attribuire dei valori plausibili alle caratteristiche meccaniche dei materiali E e alla tipologia di terreno K, permettendo così sia di aumentare il livello di conoscenza e di fatto ridurre il fattore di confidenza F_C , sia di ridefinire la resistenza dei materiali.

8.1 Spettro di risposta di progetto

Si portano quindi l'aggiornamento del grafico dello spettro di risposta di progetto mantenendo il fattore di struttura pari a 3.4 e la tabella riassuntiva che ridefinisce la forza sismica orizzontale agente utilizzata nell'analisi lineare statica.

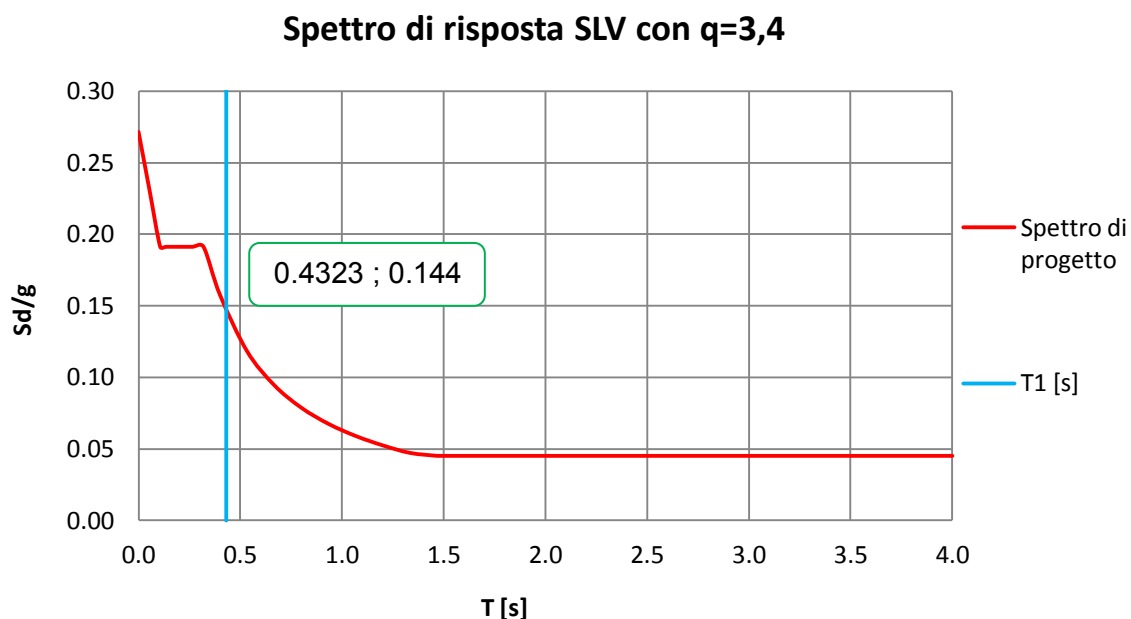


Grafico 8.1: Definizione spettro di risposta in accelerazione

VECCHIA pre-test Definizione della forza sismica Fh		AGGIORNATA post-test Definizione della forza sismica Fh	
T1 [s]	0.9797	T1 [s]	0.43234
q	3.4	q	3.4
Sd (T1) [g]	0.062	Sd (T1) [g]	0.144
F _C	1.27	F _C	1.21
W [kN]	2203.6319	W [kN]	2235.8918
Fh [kN]	117.01	Fh [kN]	273.67

Tabella 8.1: Aggiornamento forza sismica

Come si può notare, con la nuova definizione del primo periodo naturale del campanile si assiste ad un notevole incremento della forza sismica agente e di conseguenza del momento sollecitante e dei tagli associati come si evidenzia nei grafici sottostanti.

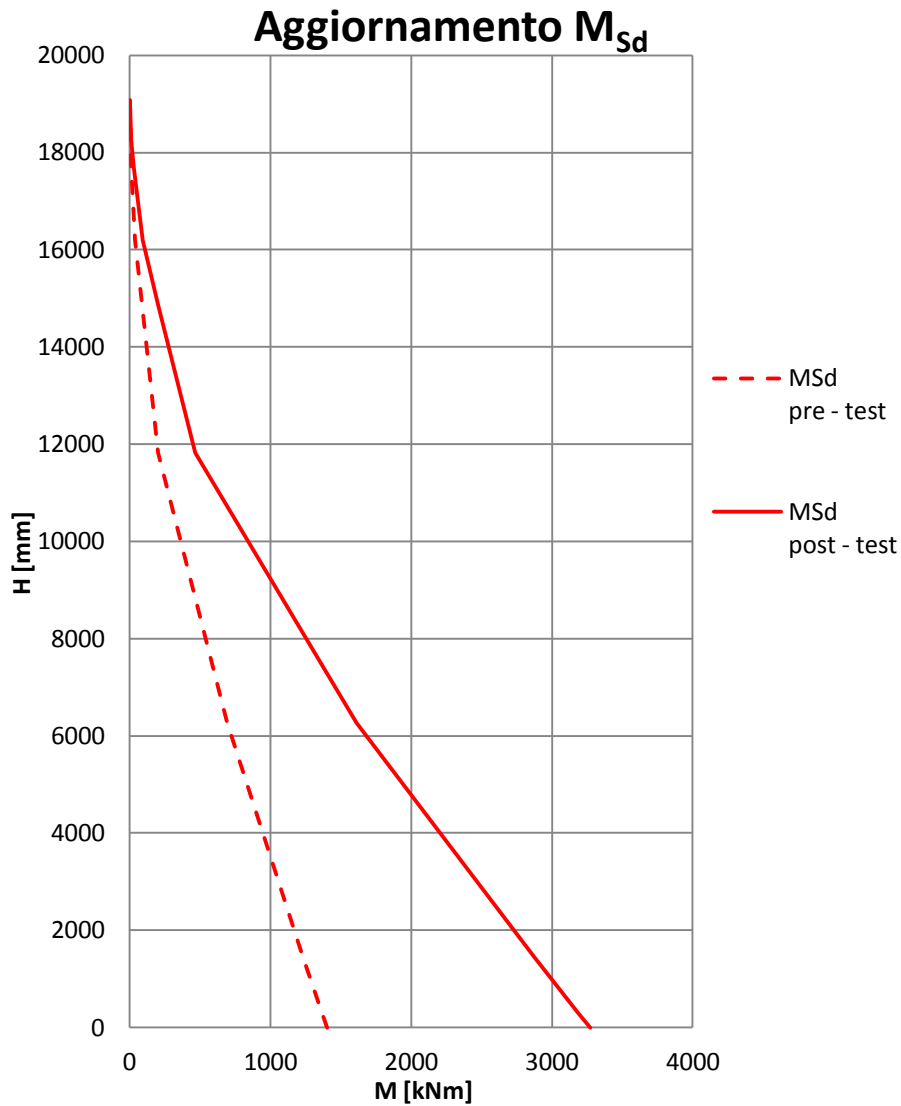


Grafico 8.2: Aggiornamento momento sollecitante

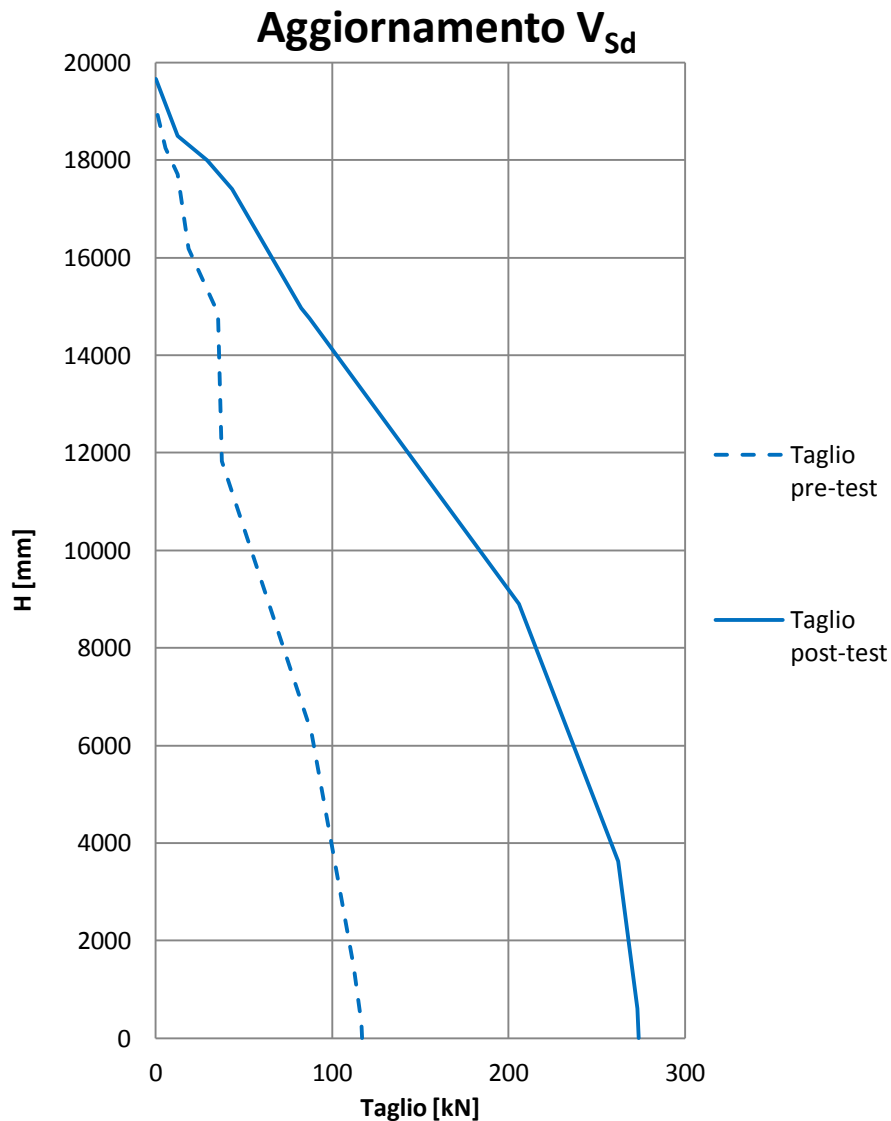
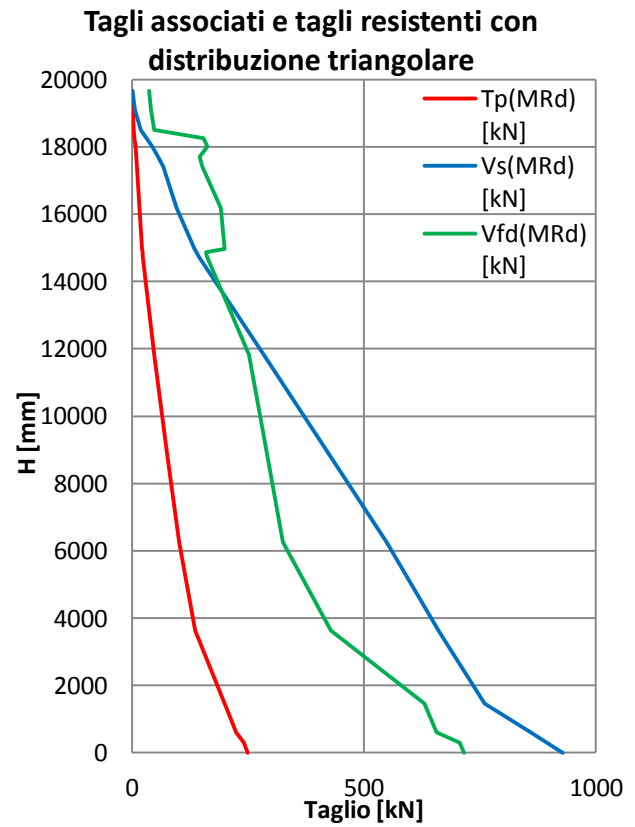
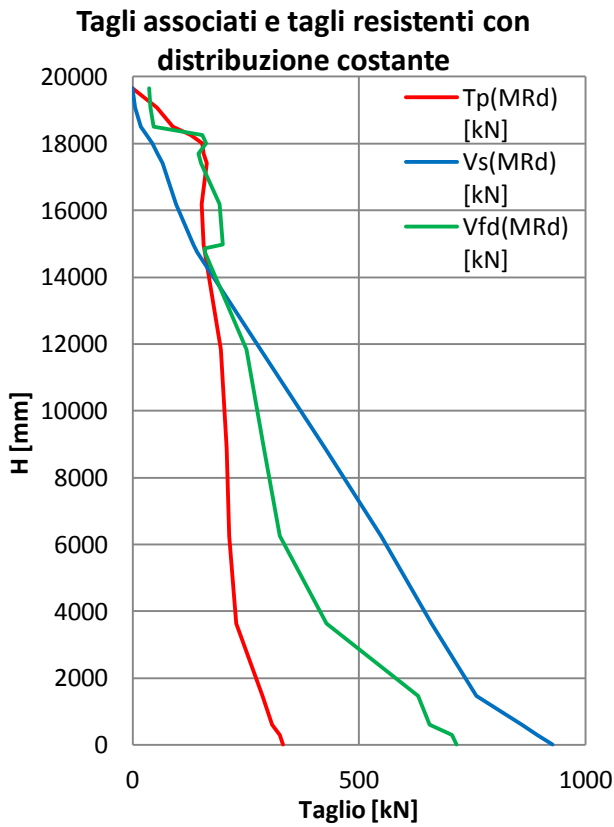


Grafico 8.3: Aggiornamento andamento tagli associati

La variazione dei parametri legati alla definizione della sollecitazione sismica, legata alla variazione del livello di conoscenza e delle caratteristiche dei materiali, comporta un aggiornamento anche della valutazione preliminare eseguita per valutare quale meccanismo (presso-flessione o taglio) porti per primo a rottura la struttura. Si riportano quindi i grafici aggiornati dell'analisi eseguita per i tagli associati al momento ultimo resistente e alla risultante delle forze sismiche distinte per le diverse caratteristiche meccaniche dei materiali definite nel dettaglio al paragrafo 8.3.

Dai diagrammi seguenti si può osservare come ora per lo scenario 1, il meccanismo che porta al collasso la struttura è legato a un meccanismo di taglio per fessurazione diagonale V_{fd} lungo tutta l'altezza, escluso il basamento dove prevale una rottura duttile a presso-flessione. Mentre per la tipologia di materiali definita per lo scenario 2 le rotture fragili legate principalmente a meccanismi a taglio scorrimento V_s sono rilegate alla pozione superiore del fusto e alla cella campanaria.

Scenario 1:



Scenario 2:

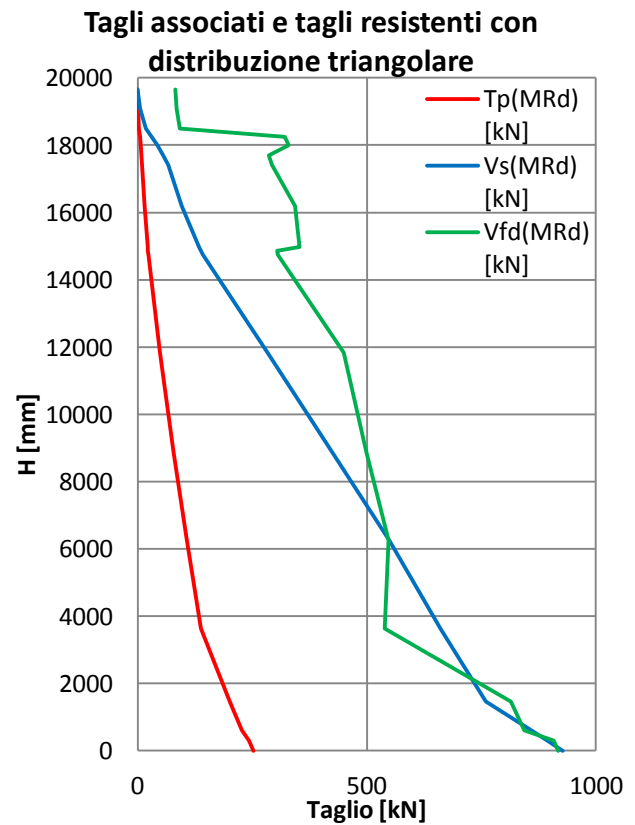
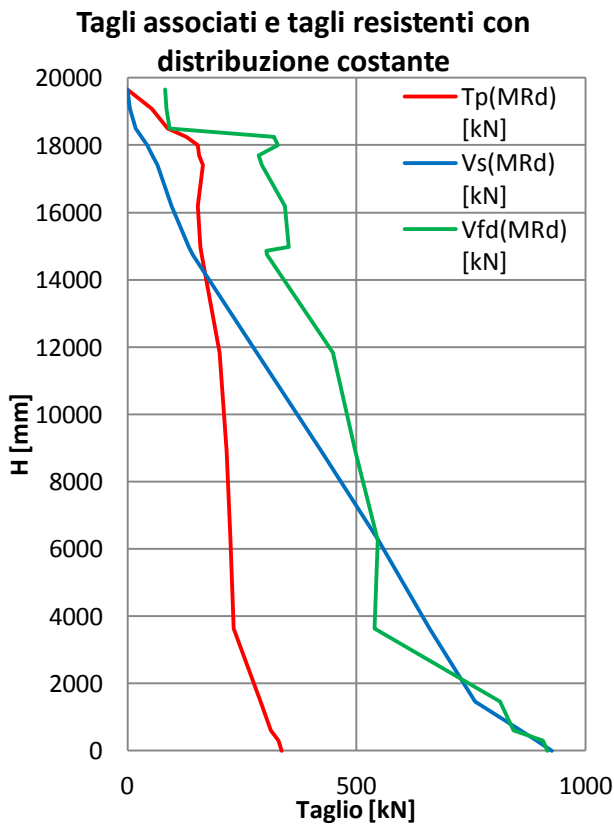


Grafico 8.4 - 7: Aggiornamento verifica preliminare meccanismo di rottura prevalente

8.2 Livello di conoscenza

Poiché il livello di conoscenza per le costruzioni in muratura si determina in funzione dell'accuratezza delle operazioni di rilievo, dell'analisi storica e delle indagini sperimentali; con riferimento alle indagini eseguite sulla geometria, i dettagli costruttivi e le proprietà dei materiali si ritiene di poter innalzare il livello di conoscenza a LC2.

Al livello di conoscenza LC2 corrispondono valori medi dei parametri meccanici definiti dalla media degli intervalli riportati nella tabella 2.3 per quanto riguarda le resistenze, e dai valori medi degli intervalli riportati nella stessa tabella per i moduli elastici. Nel caso di analisi elastica con il fattore q (analisi lineare statica ed analisi dinamica modale con fattore di struttura), i valori di calcolo delle resistenze si ottengono dividendo i valori medi per i rispettivi fattori di confidenza e per il coefficiente parziale di sicurezza dei materiali ($\gamma_M = 3$ per muratura, $\gamma_M = 2$ per analisi sismica).

A tale livello di conoscenza, il fattore di confidenza è costituito dai seguenti parametri parziali:

- $FC_1 = 0.00$ rilievo geometrico completo, con restituzione grafica dei quadri fessurativi e Deformativi;
- $FC_2 = 0.12$ restituzione ipotetica delle fasi costruttive basata su un limitato rilievo materico e degli elementi costruttivi associato alla comprensione delle vicende di trasformazione (indagini documentarie e tematiche);
- $FC_3 = 0.06$ limitate indagini sui parametri meccanici dei materiali;
- $FC_4 = 0.03$ disponibilità di dati geotecnici e sulle strutture fondazionali, limitate indagini sul terreno e le fondazioni;

si perviene quindi ad un fattore di confidenza FC pari a 1.21.

8.3 Caratteristiche meccaniche dei materiali

I valori di progetto sono comunque ricavati dalla tabella fornita dalla Circolare esplicativa delle NTC del 2008 nell'allegato del capitolo 8 e qui riportati. [B]

Parametri meccanici delle murature

Tipologia	valori	f_m [N/mm ²]	τ_0 [N/mm ²]	E [N/mm ²]	G [N/mm ²]	w [kN/m ³]
Muratura in pietrame disordinata	min	1	0.02	960	230	19
	MAX	1.8	0.032	1050	350	
Muratura a blocchi lapidei squadrati	min	6	0.09	2400	780	22
	MAX	8	0.12	3200	940	
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	min	2.4	0.06	1200	400	18
	MAX	4	0.092	1800	600	

Valori di riferimento dei parametri meccanici e peso specifico medio per diverse tipologie di muratura, riferiti alle seguenti condizioni: malta di caratteristiche scarse, assenza di ricorsi (listature) paramenti semplicemente accostati o mal collegati, muratura non consolidata, tessitura a regola d'arte. f_m = resistenza media a compressione della muratura; τ_0 = resistenza media a taglio della muratura; E = valore medio del modulo di elasticità normale; G = valore medio del modulo di elasticità tangenziale; w = peso specifico medio della muratura

Tabella 8.2: Caratteristiche meccaniche materiali [B]

8.3.1 Scenario 1

A seguito della taratura del modello virtuale e del nuovo livello di conoscenza raggiunto, le caratteristiche meccaniche di progetto espresse in resistenza e modulo diventano:

		f_m [N/mm ²]	τ_0 [N/mm ²]	E [N/mm ²]	E modello calibrato
Muratura a blocchi lapidei squadri	media	7	0.105	2800	5800
	Con γ_m	3.500	0.053	2800	
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	media	3.2	0.076	1500	2450
	Con γ_m	1.600	0.038	1500	

Tabella 8.3: Valori di verifica

Si osserva però come i valori del modulo elastico E ottenuti attraverso quanto indicato dalla normativa si discostino ancora eccessivamente dai valori ricavati attraverso l'elaborazione delle analisi dinamiche.

8.3.2 Scenario 2

Per questo motivo si aggiunge un secondo scenario in cui le caratteristiche degli stessi materiali sono migliorate con l'introduzione dei coefficienti correttivi indicati dalla normativa e per praticità riportate nella tabella sottostante.

Coefficienti correttivi caratteristiche meccaniche materiale

Tipologia	Malta buona	Giunti sottili	Ricorsi o listature	Connessione trasversale	Nucleo scadente e/o ampio	Iniezione di miscele	Iniezioni armate
Muratura in pietrame disordinata	1.5	-	1.3	1.5	0.9	2	2.5
Muratura a blocchi lapidei squadri	1.2	1.2	-	1.2	0.7	1.2	1.2
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1.5	1.5	-	1.3	0.7	1.5	1.5

Tabella 8.4: Coefficienti correttivi [B]

In questo secondo scenario si giunge alla seguente definizione delle caratteristiche di design dei materiali:

		f_m [N/mm ²]	τ_0 [N/mm ²]	E [N/mm ²]	E modello calibrato
Muratura a blocchi lapidei squadri	media	7	0.105	2800	5800
	Con γ_m e correttivi	5.040	0.076	4032	
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	media	3.2	0.076	1500	2450
	Con γ_m e correttivi	3.600	0.086	3375	

Tabella 8.5: Valori di verifica

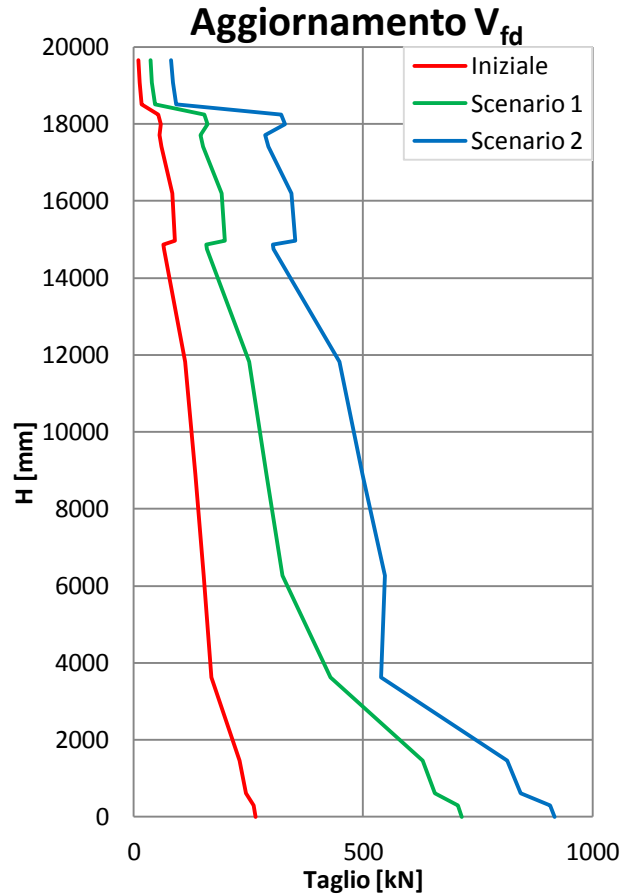
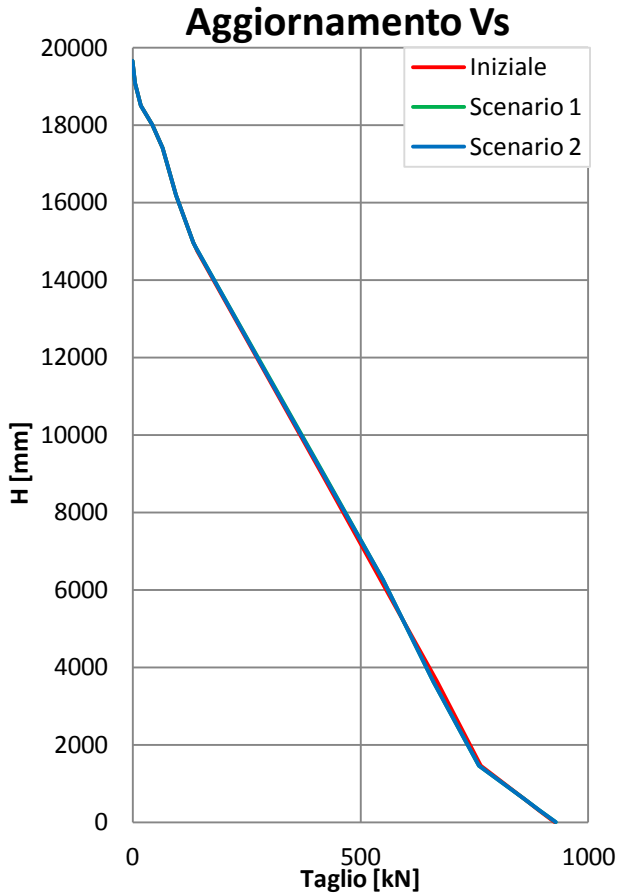
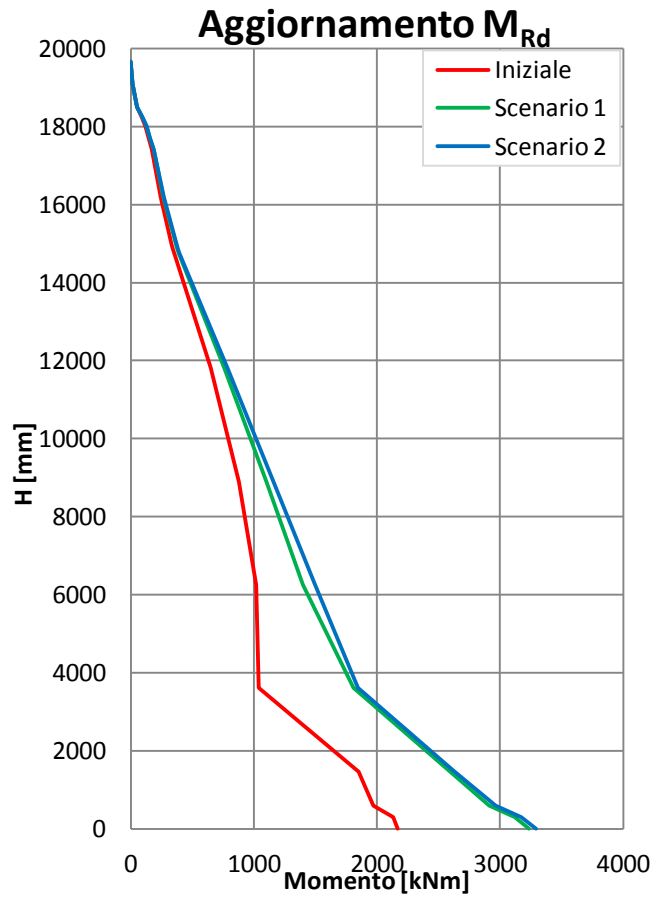


Grafico 8.8 - 10: Aggiornamento delle resistenze

8.4 Valutazione vulnerabilità sismica LV1

Di seguito si riporta il grafico che mette a confronto l'andamento dei momenti ultimi resistenti, differenziati a seconda delle caratteristiche dei materiali associate, con il momento sollecitante indotto dal sisma. Si nota come la sezione alla base del fusto rimanga comunque la zona critica per la verifica a pressoflessione come era stato evidenziato anche in precedenza. In entrambi i casi la struttura risulta verificata attraverso questo metodo semplificato.

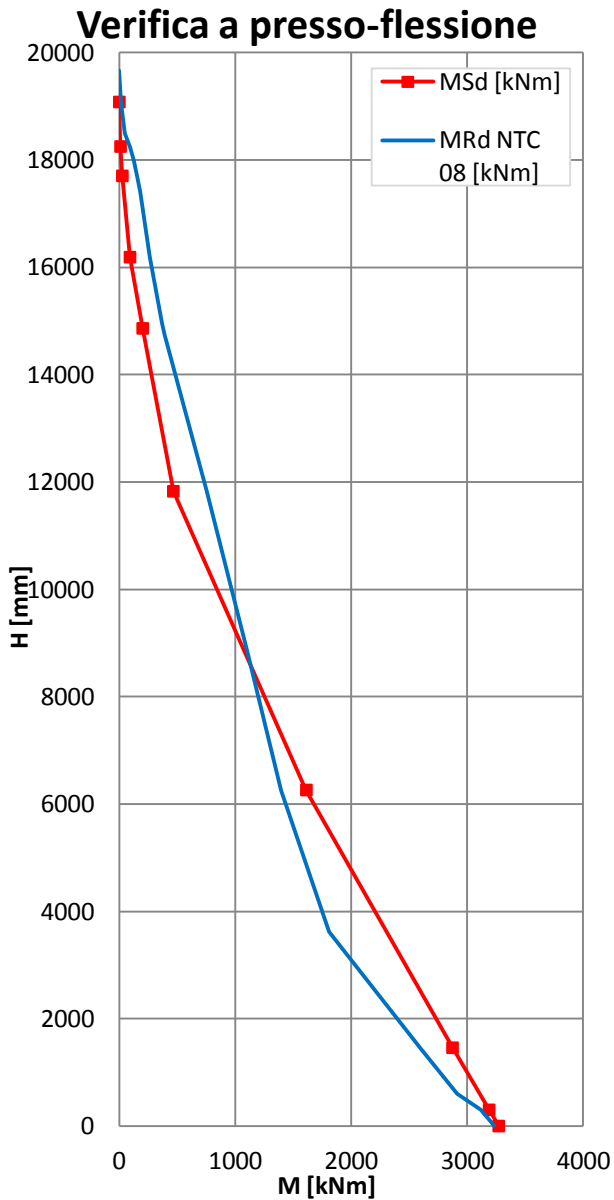


Grafico 8.11: Verifica a pressoflessione scenario 1

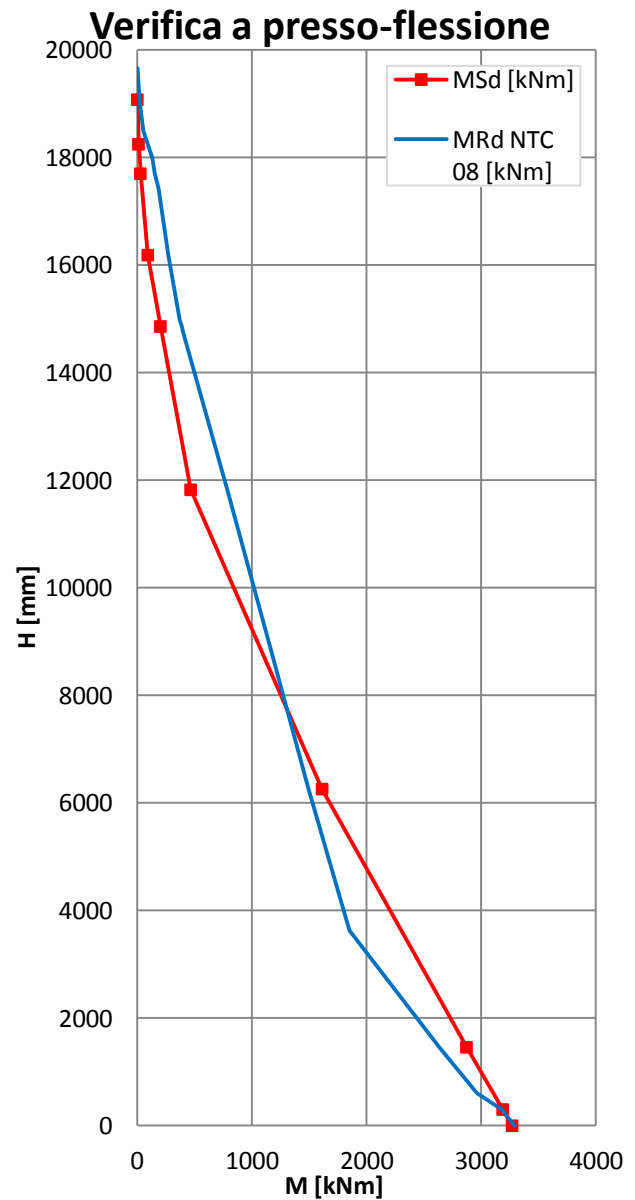


Grafico 8.12: Verifica a pressoflessione scenario 2

Scenario 1:

Verifica indice sicurezza sismica $I_{S,SLV}$

$M_{u,i}$ [kNm]	$S_{e,SLV,i}$ (T_1)	$a_{g,SLV,i}$ (T_1)	T_{SLV} [anni]	$I_{S,SLV}$
3911.11	0.484	0.223	462.7	0.97
3774.73	0.479	0.222	454.1	0.96
3137.49	0.442	0.208	393.3	0.83
1691.60	0.424	0.202	366.7	0.77
917.019	0.797	0.333	1222.7	2.57
470.652	0.945	0.385	1762.3	3.71
456.942	2.011	>0.441	-	-
443.206	6.850	>0.441	-	-
320.047	12.493	>0.441	-	-
222.000	0.000	-	-	-

Scenario 2:

Verifica indice sicurezza sismica $I_{S,SLV}$

$M_{u,i}$ [kNm]	$S_{e,SLV,i}$ (T_1)	$a_{g,SLV,i}$ (T_1)	T_{SLV} [anni]	$I_{S,SLV}$
3980.35	0.492	0.227	477.9	1.01
3838.95	0.487	0.225	467.4	0.98
3185.21	0.449	0.211	405.7	0.85
1808.10	0.454	0.213	412.3	0.87
948.105	0.824	0.343	1313.9	2.77
478.523	0.961	0.390	1824.0	3.84
464.341	2.044	>0.439	-	-
450.148	6.957	>0.440	-	-
323.656	12.633	>0.441	-	-
223.737	0.000	-	-	-

Tabella 8.6: Tempo di ritorno associato allo stato limite ultimo SLV

Per quanto concerne la verifica a scorrimento e fessurazione diagonale dei tagli associati al momento sollecitante, questa è superata per entrambi gli scenari. Si nota come le diverse tipologie di materiali prese in considerazione influenzino maggiormente la resistenza a fessurazione diagonale

Verifica a taglio

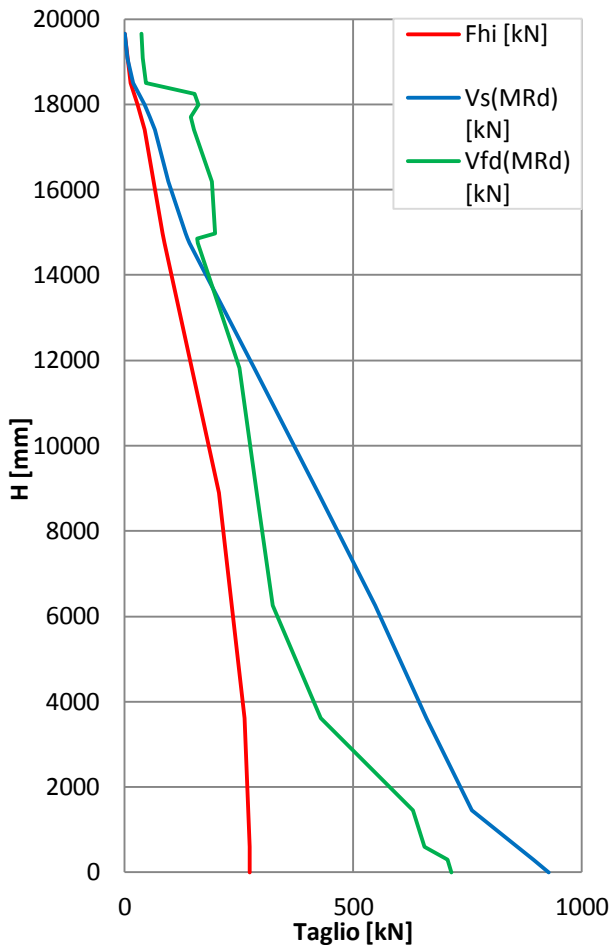


Grafico 8.13: Verifica a taglio scenario 1

Verifica a taglio

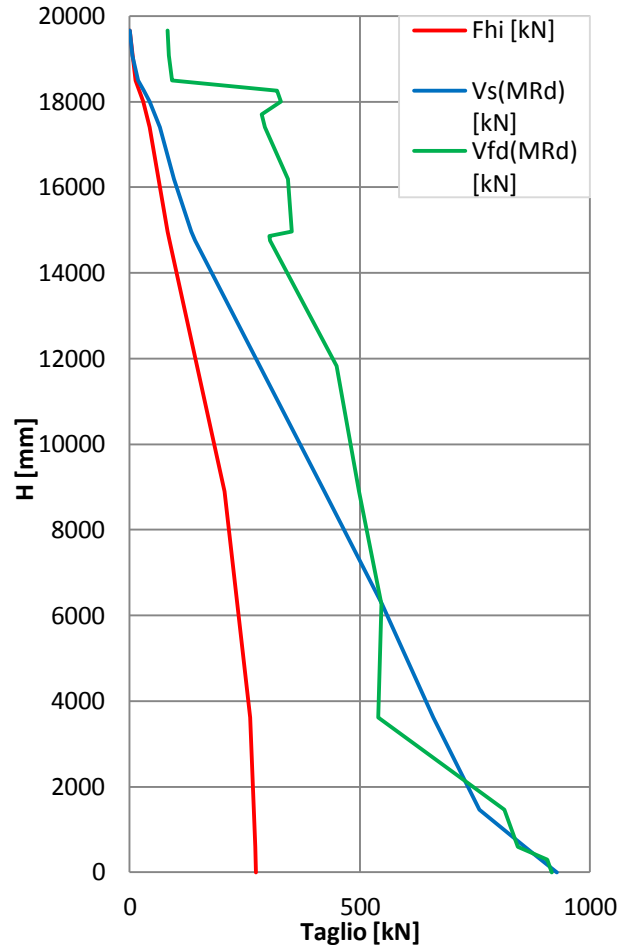


Grafico 8.14: Verifica a taglio scenario 2

8.5 Conclusioni analisi LV1

I risultati ottenuti mostrano come ad un miglioramento delle caratteristiche meccaniche dei materiali, come indicano i risultati ottenuti dalle indagini dinamiche precedentemente svolte, corrisponda anche un considerevole incremento della forza sismica agente sulla struttura in quanto varia il primo periodo proprio di oscillare della struttura. Nella verifica a presso – flessione non si manifesta più solo la criticità in corrispondenza della base del fusto, ma per entrambi gli scenari la zona in cui la verifica non è superata positivamente si estende dal piano campagna fino ad una quota di circa 8 metri. Questa criticità ha un riscontro anche nella stima dell'indice di sicurezza sismica dove si riscontrano valori inferiori a 1, riducendo il periodo di ritorno della struttura allo stato limite ultimo di salvaguardia della vita tra i 367 e i 406 anni a seconda dello scenario considerato.

Invece per quanto riguarda le verifiche affrontate nei confronti dei meccanismi a taglio, l'opera supera l'analisi senza evidenziare particolari criticità.

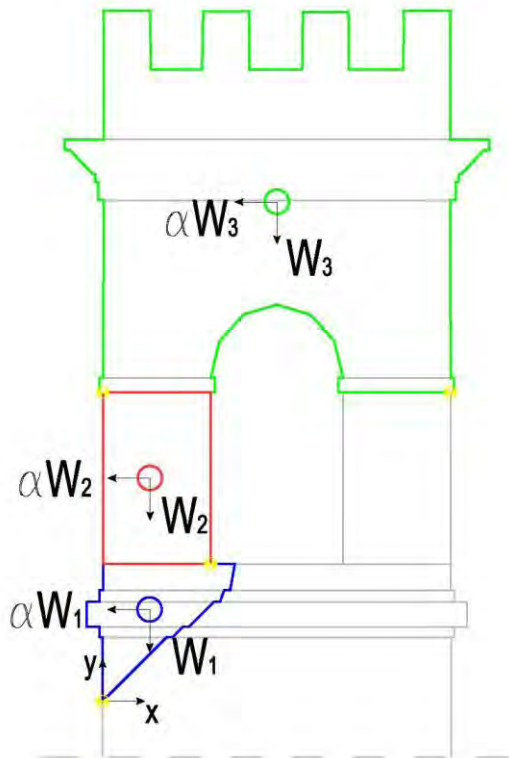
8.6 Valutazione vulnerabilità sismica LV2

Caratteristiche edificio			Parametri spettrali da NTC 2008		
Altezza meccanismo	Z	14.75 [m]	Accelerazione a_g	0.226	[g]
Altezza edificio	H	19.66 [m]	Amplificazione F_0	2.396	
Numero piani	N	1	Periodo T_c^*	0.319	[s]
Fattore di struttura	q	2	Tipo terreno	A	
Caratteristiche muratura			Categoria topogr.	T2	
Resistenza a compressione media muratura	f_m	320 [t/m ²]	Coefficiente S_T	1.2	
Resistenza a compressione di progetto muratura	f_d	132 [t/m ²]	Coefficiente S_S	1.00	
Coefficienti di sicurezza			Coefficiente S	1.20	
Fattore confidenza	FC	1.21	C_c	1.00	
Fattore di sicurezza materiale	γ_M	2	Smorzamento η	1	
			Periodo T_B	0.11	[s]
			Periodo T_C	0.319	[s]
			Periodo T_D	2.504	[s]
			Periodo edificio T_1	0.432	[s]
			$S_e(T_1)$	0.479	[g]
			$S_e(T_1)$	4.703	[m/s ²]

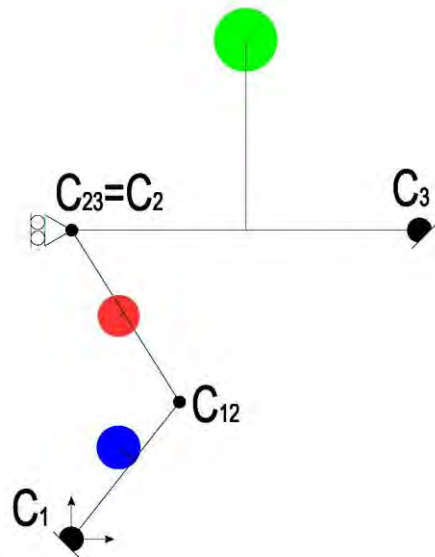
Tabella 8.8: Dati di input validi per tutti i cinematismi valutati

8.6.1 Rotazione due piedritti della cella campanaria

Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



8.1 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 5.770 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q}$$

Verifica **SODDISFATTA** 0.02

Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213695535

$\gamma = 1.00$

$\psi(Z) = 0.75$

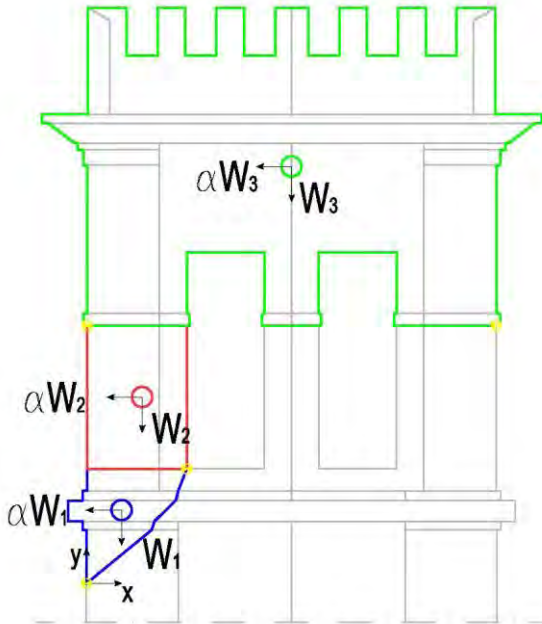
$q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 5.770 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q}$$

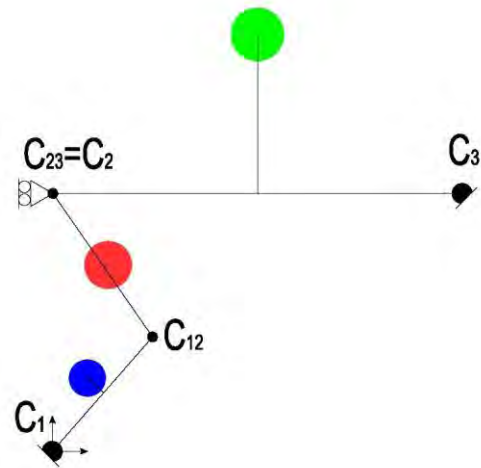
Verifica **SODDISFATTA** 0.03

8.6.2 Rotazione singolo piedritto della cella campanaria

Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematisimo



Schema strutturale adottato



8.2 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 1.924 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica **SODDISFATTA** 0.07

Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696

$\gamma = 1.00$

$\psi(Z) = 0.75$

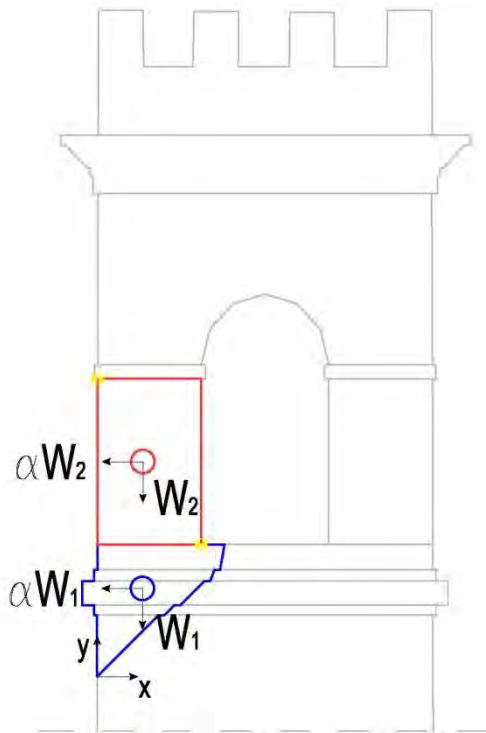
$q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 1.924 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

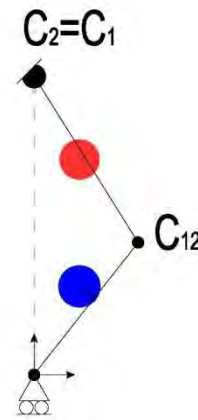
Verifica **SODDISFATTA** 0.09

8.6.3 Cedimento piedritti della cella campanaria

Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematisimo



Schema strutturale adottato



8.3 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 0.447 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q}$$

Verifica SODDISFATTA 0.30

Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.21369553

$\gamma = 1.00$

$\psi(Z) = 0.75$

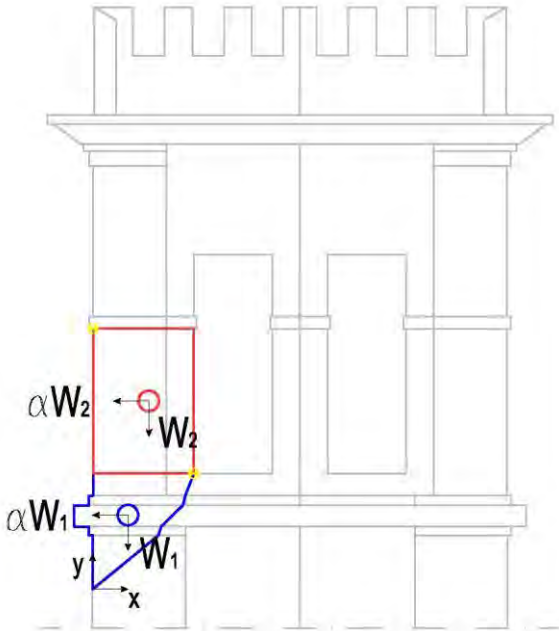
$q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 0.447 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q}$$

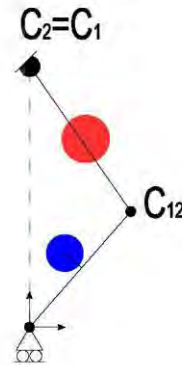
Verifica SODDISFATTA 0.40

8.6.4 Cedimento singolo piedritto della cella campanaria

Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



8.4 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g (P_{vr}) S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 0.634 = a_0^* \geq \frac{a_g (P_{vr}) S}{q}$$

Verifica SODDISFATTA 0.21

Verifica SLV con accelerazione in quota

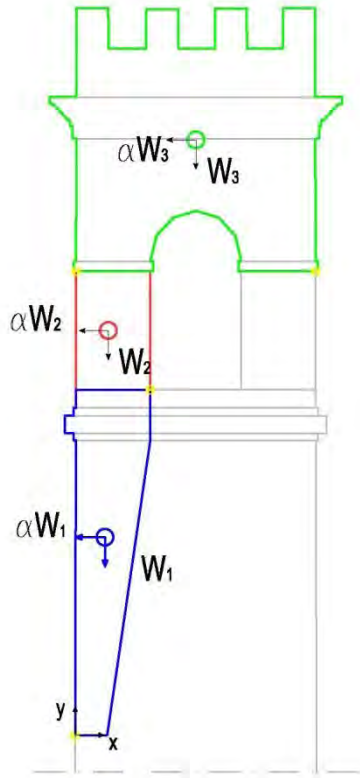
Se (T1) = 0.213696 $\gamma = 1.00$
 $\psi (Z) = 0.75$ $q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e (T_1) \psi (Z) \gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 0.634 = a_0^* \geq \frac{a_g (P_{vr}) S}{q}$$

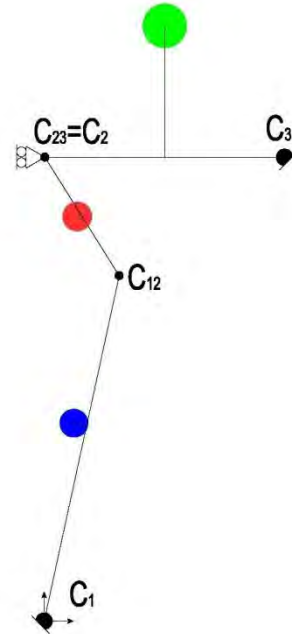
Verifica SODDISFATTA 0.28

8.6.5 Rotazione piedritti con coinvolgimento angolata del fusto

Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematisimo



Schema strutturale adottato



8.5 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 0.772 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica SODDISFATTA 0.18

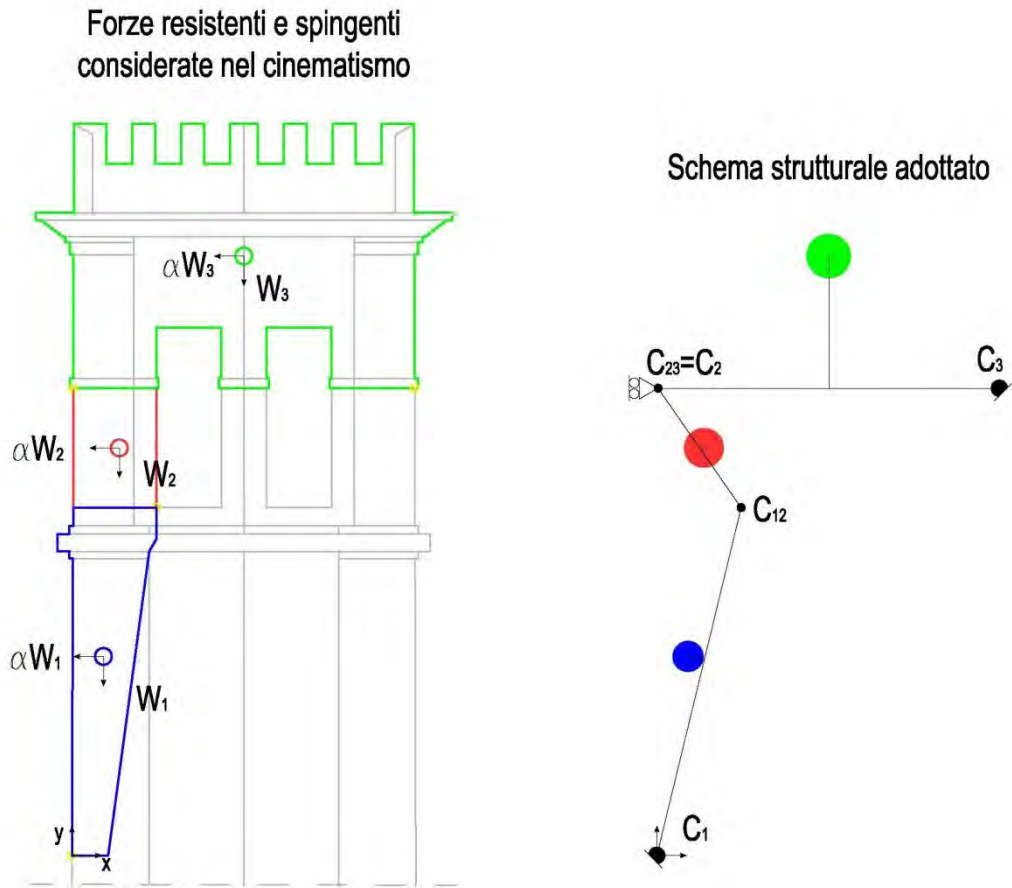
Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696 $\gamma = 1.00$
 $\psi(Z) = 0.75$ $q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 0.772 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica SODDISFATTA 0.23

8.6.6 Rotazione singolo piedritto con coinvolgimento angolata del fusto



8.6 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 0.812 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q}$$

Verifica **SODDISFATTA** 0.17

Verifica SLV con accelerazione in quota

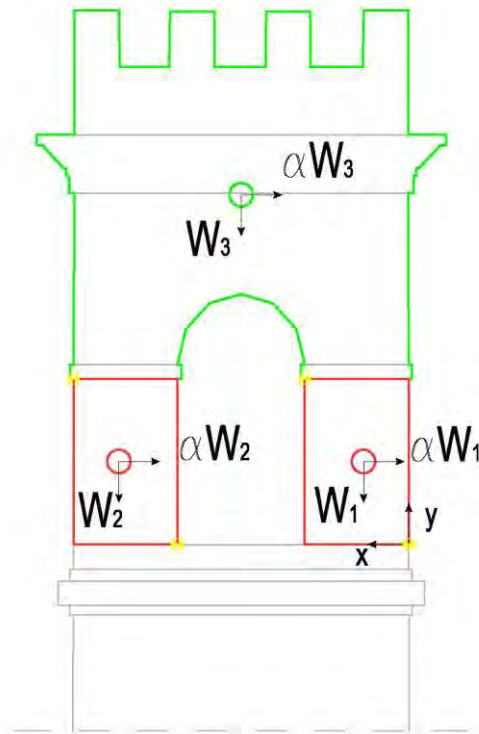
Se (T1) = 0.213696 $\gamma = 1.00$
 $\psi(Z) = 0.75$ $q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 0.812 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{vr})S}{q}$$

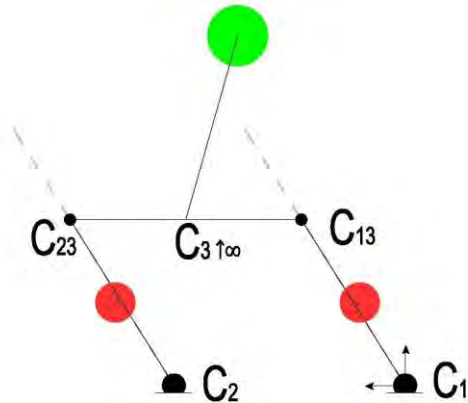
Verifica **SODDISFATTA** 0.22

8.6.7 Rotazione simultanea dei piedritti della cella campanaria

Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematisimo



Schema strutturale adottato



8.7 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 0.509 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica SODDISFATTA 0.27

Verifica SLV con accelerazione in quota

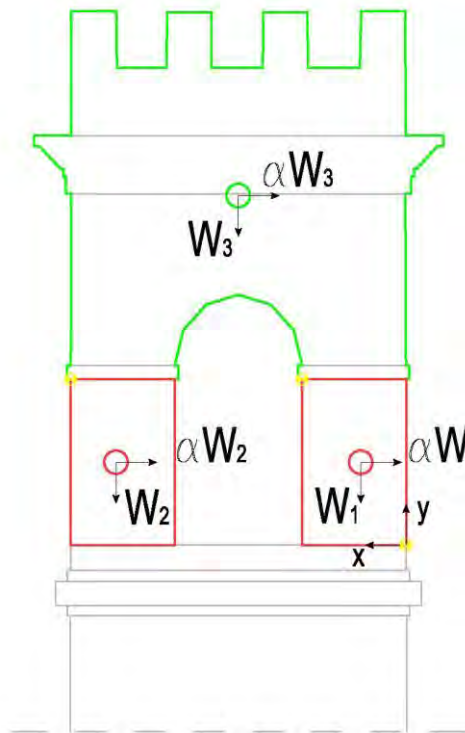
Se (T1) = 0.213696 $\gamma = 1.00$
 $\psi(Z) = 0.75$ $q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 0.509 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

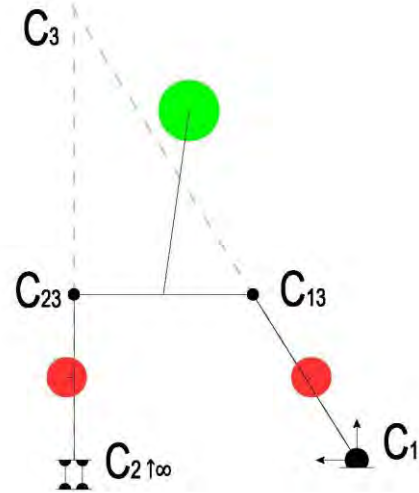
Verifica SODDISFATTA 0.35

8.6.8 Roto – traslazione dei piedritti della cella campanaria

Forze resistenti e spingenti considerate nel cinematismo



Schema strutturale adottato



8.8 Rappresentazione grafica analisi cinematica lineare svolta

Verifica SLV con accelerazione al suolo

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q} = 0.1356 \quad \text{vs} \quad 0.422 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica SODDISFATTA 0.32

Verifica SLV con accelerazione in quota

Se (T1) = 0.213696 $\gamma = 1.00$
 $\psi(Z) = 0.75$ $q = 2$

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1)\psi(Z)\gamma}{q} = 0.180 \quad \text{vs} \quad 0.422 = a_0^* \geq \frac{a_g(P_{Vr})S}{q}$$

Verifica SODDISFATTA 0.43

8.7 Conclusioni analisi LV2

Come nelle verifiche dei cinematismi precedenti alle prove dinamiche, tutti i meccanismi presi in considerazione superano l'analisi cinematica lineare affrontata. Il cinematismo che presenta i valori più alti per quanto riguarda il rapporto tra accelerazione indotta da sisma e accelerazione di attivazione del meccanismo, valutata allo stato limite ultimo SLV, risulta essere la roto – traslazione dei piedritti dove tale rapporto nei confronti dell'accelerazione in quota assume valore pari a 0.43. Di seguito si riportano dei grafici riassuntivi che mettono a confronto i risultati delle analisi cinematiche lineari prima e dopo aver eseguito le prove dinamiche, come si può osservare l'aggiornamento dei parametri sismici incide maggiormente sulle verifiche effettuate in riferimento al valore di accelerazione in quota. Si osserva che, se per la verifica SLV con accelerazione al suolo i valori del rapporto a_{sisim} / a_0^* si riducono, per la medesima verifica in quota questo rapporto subisce invece un incremento notevole. Ciò è giustificato dal fatto che, mentre nella prima l'accelerazione di attivazione del collasso a_0^* aumenta per la variazione del fattore di confidenza (da 1.27 si passa a 1.21), nella definizione dei parametri per la seconda verifica con accelerazione in quota questa dipende dal valore dello spettro elastico associato al primo periodo proprio della struttura, il quale passa da 0.9797 a 0.432 producendo un aumento dell'accelerazione sismica.

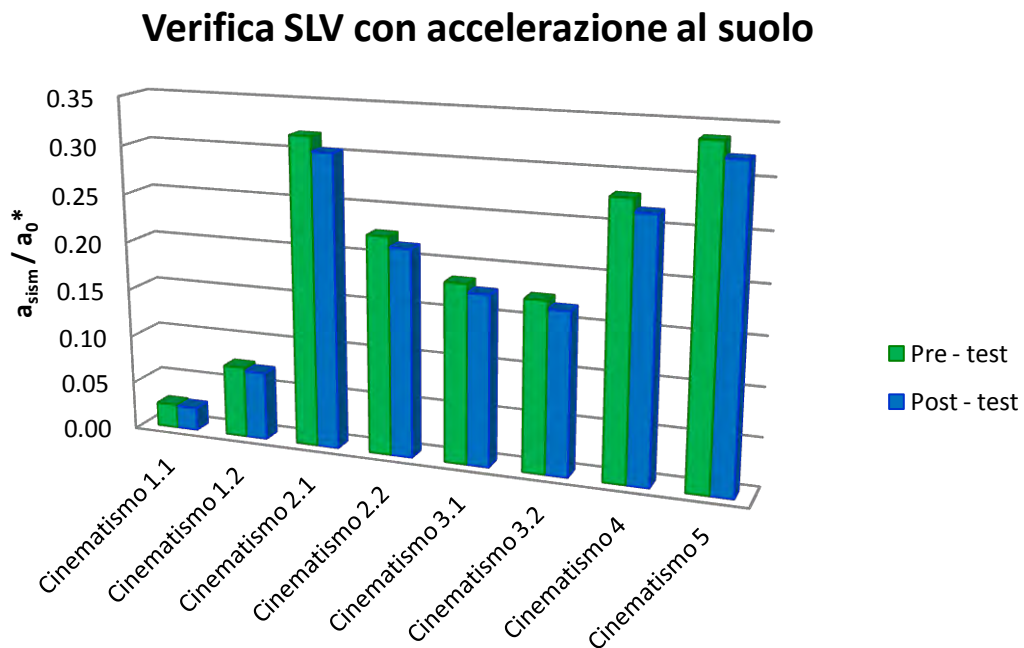


Grafico 8.15: Riassunto e confronto analisi LV2

Verifica SLV con accelerazione in quota

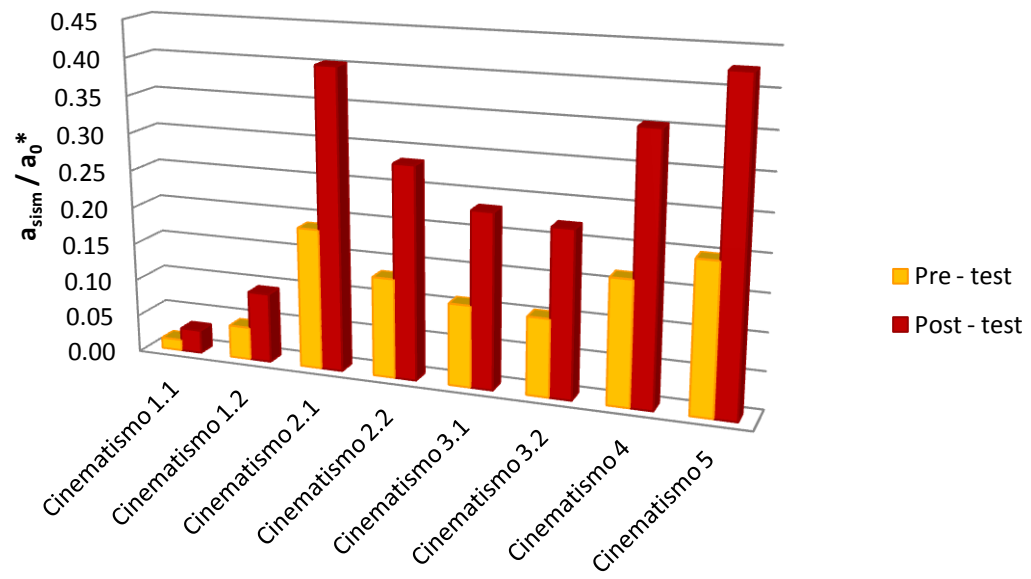


Grafico 8.16: Riassunto e confronto analisi LV2

9 CONCLUSIONI

L'elaborato di tesi ha affrontato le problematiche legate all'analisi sismica di edifici storici concentrandosi sugli edifici che ricadono nella definizione di torri, campanili ed altre strutture a prevalente sviluppo verticale.

Si sono svolte le rispettive valutazioni della vulnerabilità sismica di livello LV1 e LV2 e queste hanno permesso da un lato di approfondire la conoscenza del comportamento della torre campanaria mettendo in evidenza eventuali zone critiche, dall'altro di realizzare come sia difficile individuare, da un'analisi visiva delle superfici esterne ed interne dell'opera, le caratteristiche meccaniche dei materiali storici che costituiscono la struttura. In questo studio si è sempre fatto riferimento a quanto indicato dalla normativa vigente, pur riconoscendo come negli edifici storici sia i materiali, sia le tecniche costruttive siano dei parametri fondamentali da investigare per eseguire un'analisi strutturale attendibile, in quanto ciascun edificio storico è unico nel suo genere e difficilmente i valori indicati dalla normativa costituiscono dei riferimenti applicabili in tutto il territorio nazionale senza operare le dovute considerazioni.

Successivamente lo studio è stato approfondito mediante l'esecuzione di una fase sperimentale, finalizzata all'identificazione dinamica della struttura. È stato necessario affrontare e approfondire la fase di monitoraggio sia dal punto di vista teorico sia per gli aspetti pratici in quanto l'attendibilità e la bontà dei risultati ottenuti è frutto soprattutto di una corretta esecuzione dei test e delle registrazioni. In seguito, l'elaborazione dei dati, l'individuazione delle forme modali e del coefficiente di smorzamento hanno sempre fornito delle risposte analoghe per ciascun set di registrazioni effettuato. Questo ha consentito di eseguire lo studio di sensibilità per la calibrazione del modello numerico facendo riferimento alle indicazioni chiare e distinte estrapolate dal modal – test, il che ha permesso per esempio di individuare i parametri che maggiormente influiscono sul comportamento della torre campanaria. Oltre all'eccitazione da martello strumentato, sono state eseguite delle registrazioni, con eccitazione indotta dal moto campanario con battaglio legato, le quali hanno consentito di affrontare un interessante approfondimento per quanto riguarda l'effetto che il moto campanario induce sull'intera struttura e l'individuazione dei parametri che influiscono su tali problematiche. L'elaborazione dei dati ha permesso di stimare anche la deformata indotta dal movimento delle diverse campane potendo così escludere l'instaurarsi di fenomeni di risonanza con il campanile estremamente dannosi.

Per finire si è operato un aggiornamento delle valutazioni di vulnerabilità sismica di livello LV1 e LV2 per quanto riguarda la definizione della forza sismica agente e delle caratteristiche meccaniche di resistenza dei materiali giustificate dalle indicazioni ottenute dall'elaborazione della fase sperimentale, facendo pur sempre riferimento ai valori indicati dalla normativa vigente. Proprio a questo proposito si sono definiti due possibili scenari di parametri meccanici dei materiali

affinché si potessero apprezzare le differenze sulla soluzione finale che le due diverse impostazioni inducono.

In conclusione si può affermare che le analisi di valutazione della vulnerabilità sismica di livello LV1 e LV2 supportate da una fase sperimentale di monitoraggio e in assenza di ulteriori indagini sui materiali o sul terreno, sia un'impostazione del problema percorribile anche in presenza di edifici vincolati o tutelati, in quanto le prove eseguite non sono distruttive o invasive; ma soprattutto perché permettono di aumentare la conoscenza del comportamento dell'opera e di ottenere importanti indicazioni sui materiali e sulla definizione dei parametri sismici.

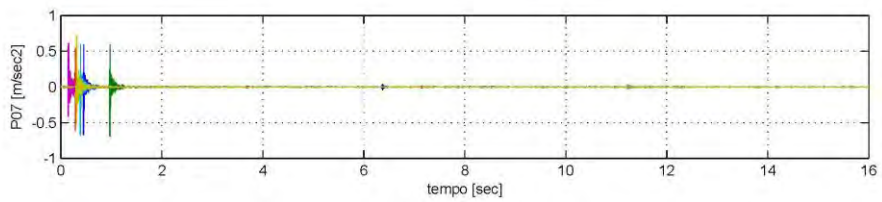
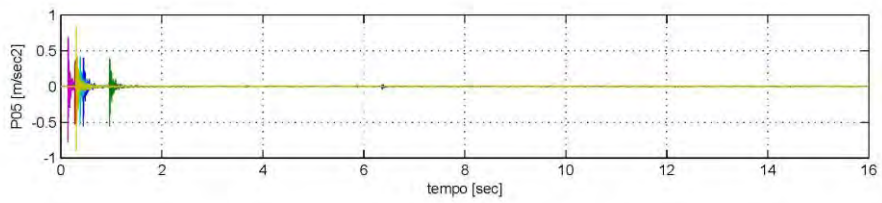
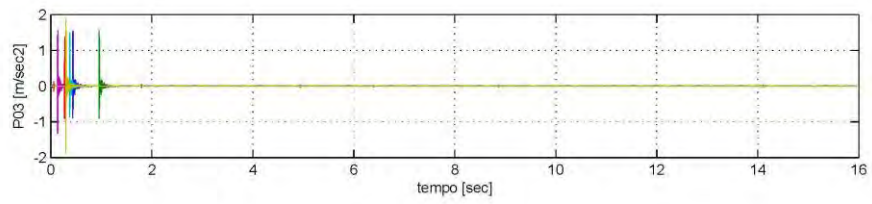
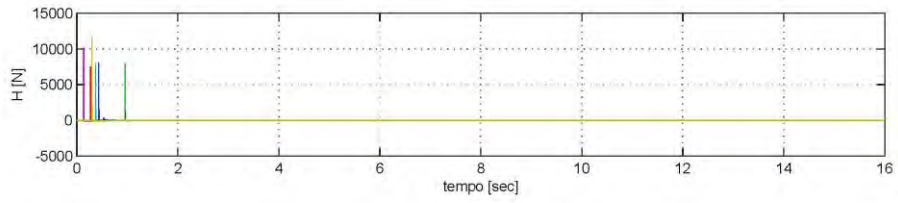
Dalle analisi aggiornate eseguite con metodi speditivi LV1 si ricavano interessanti indicazioni in merito al criterio di rottura della torre campanaria in quanto la struttura risulta verificata a taglio mentre si riscontrano delle lievi criticità sulla porzione inferiore per quanto riguarda la verifica a presso-flessione.

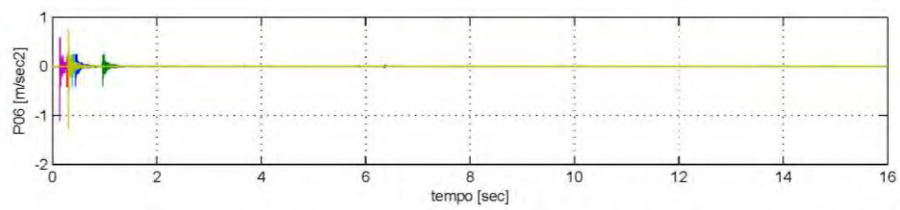
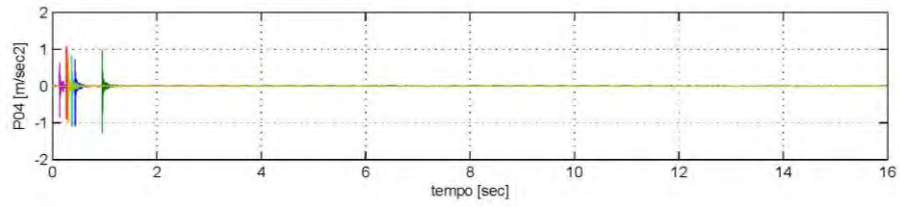
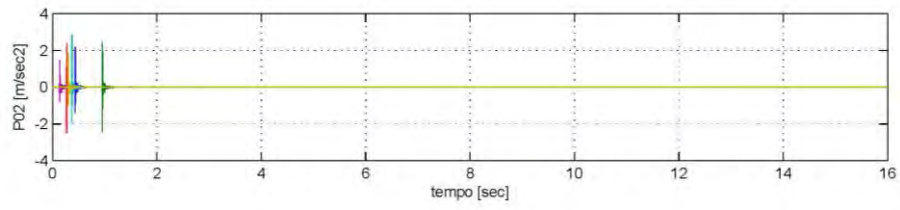
Questi risultati possono essere la base per sviluppi futuri della trattazione, i quali andranno a investigare il comportamento non lineare del campanile, per analizzare l'opera non più sul piano delle resistenze ma sul campo della duttilità e degli spostamenti espressi dalla struttura per fronteggiare l'azione esterna della forza sismica. Le nuove analisi saranno condotte su modelli FE con proprietà non-lineari del materiale. Saranno eseguite sia analisi di tipo statico (pushover), sia di tipo dinamico (NLTH = non-linear time history analyses) Questo futuro approccio, in mancanza di prove sui materiali che permettono di ottenere valori diretti dei parametri meccanici si dovrà comunque basare sui parametri meccanici elastici di rigidezza e resistenza indicati dallo studio di sensibilità eseguito per la calibrazione del modello numerico utilizzato per l'identificazione modale. In genere le prove dirette sono parzialmente distruttive e pertanto non compatibili con i criteri di analisi da adottare per i beni monumentali.

Ulteriori ipotesi saranno introdotte per adottare una legge costitutiva del materiale che esprima al meglio il comportamento non lineare della muratura in esame.

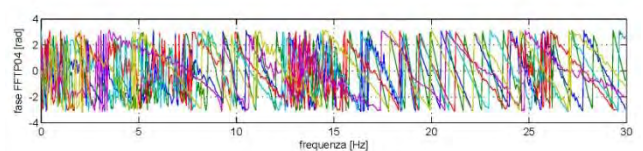
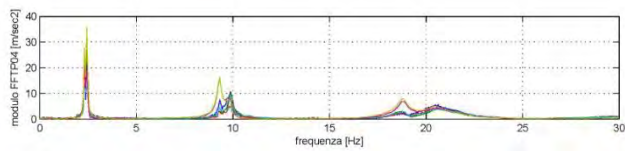
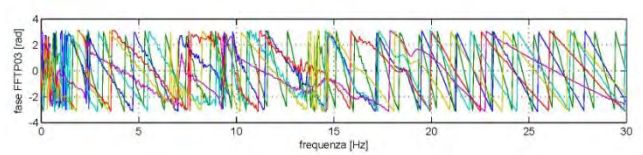
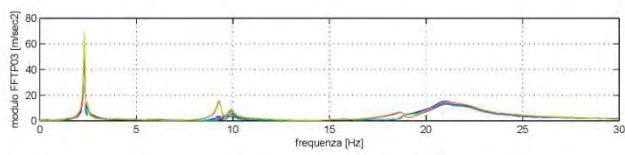
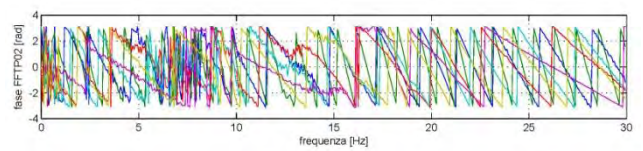
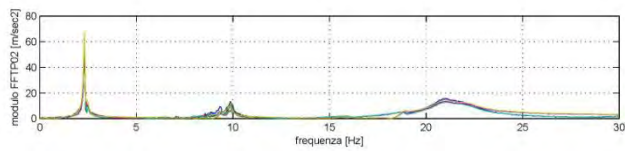
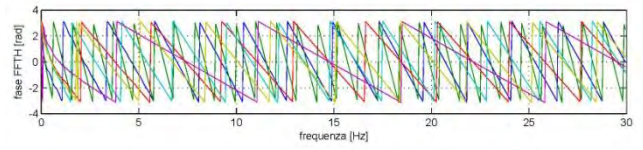
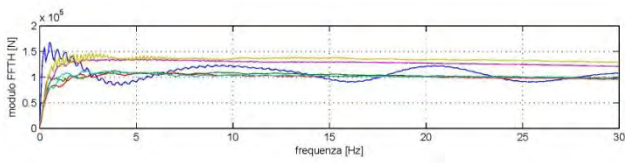
10 ALLEGATO 1

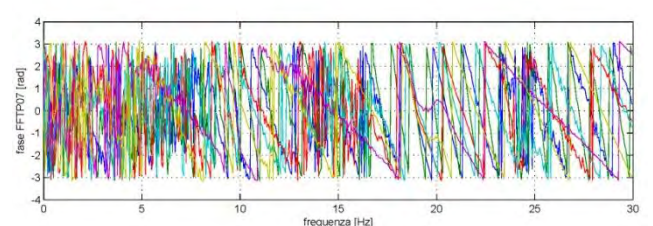
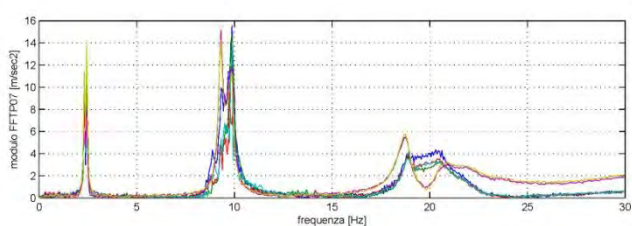
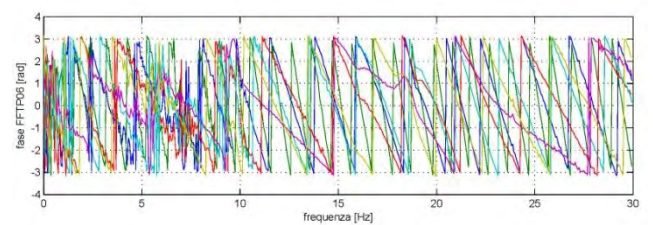
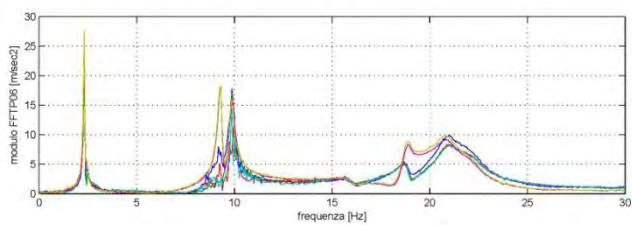
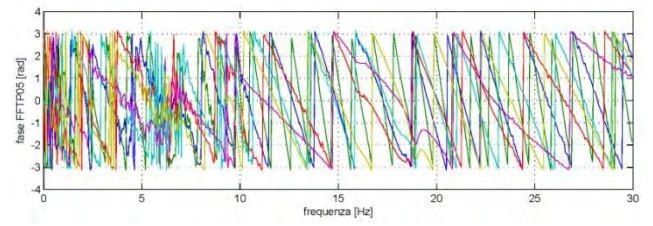
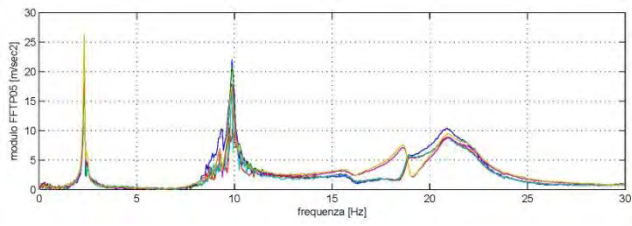
10.1 Posizione di battuta P03



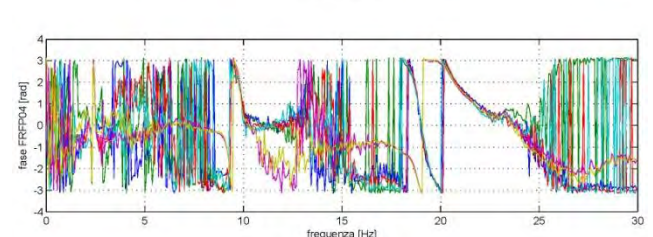
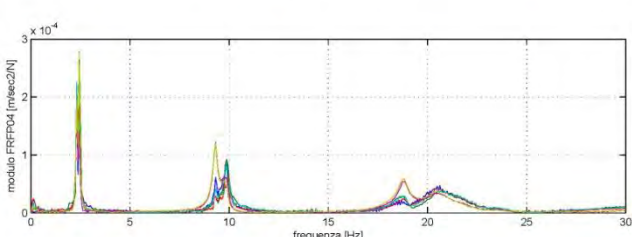
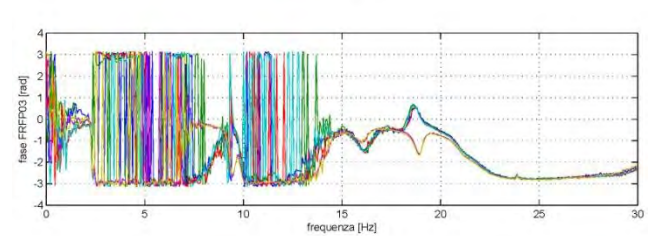
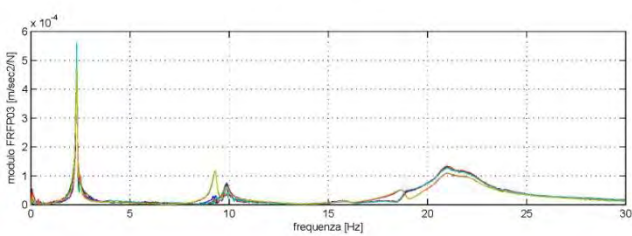
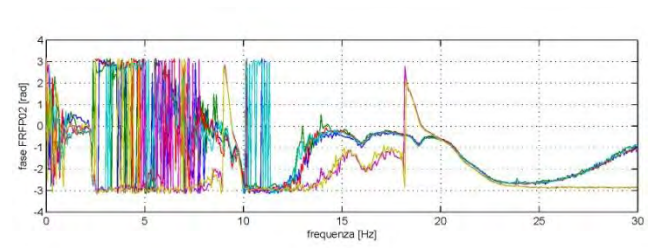
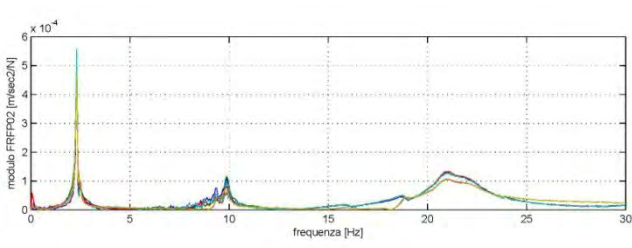


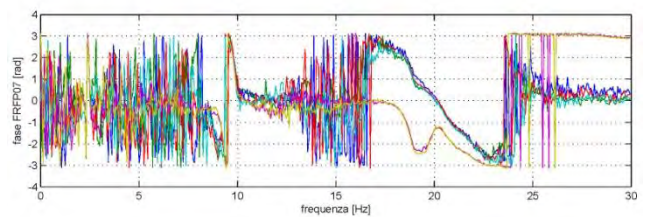
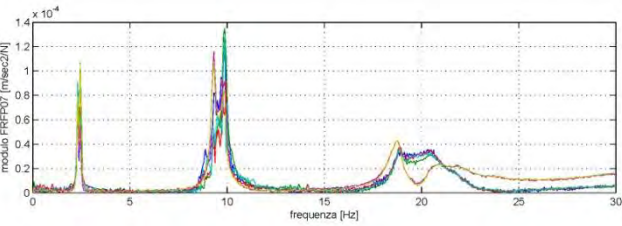
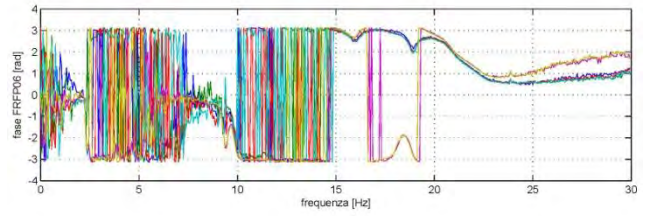
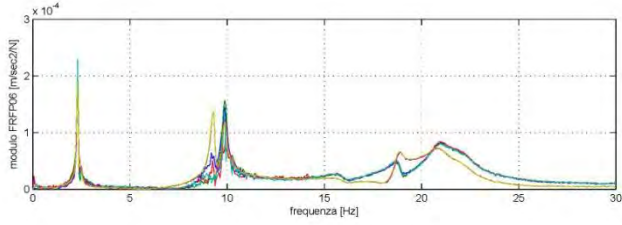
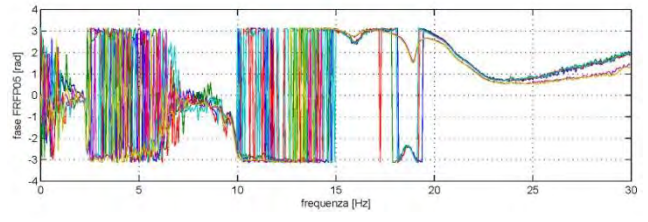
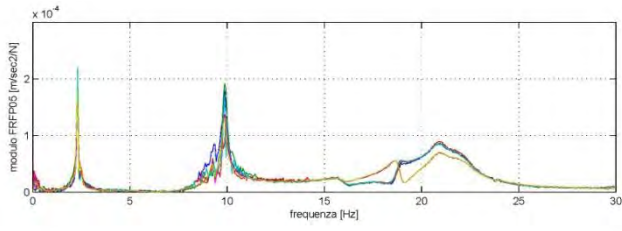
10.1 Time - History



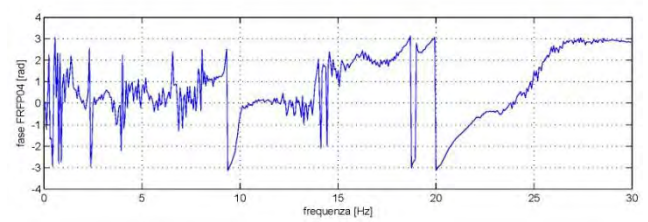
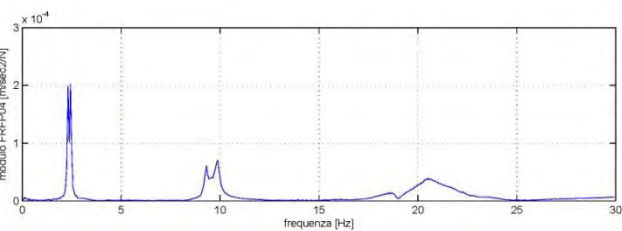
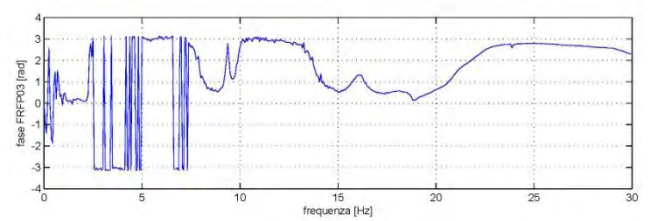
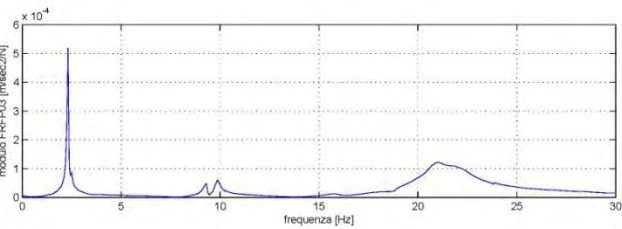
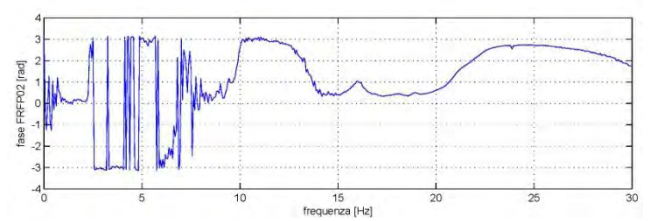
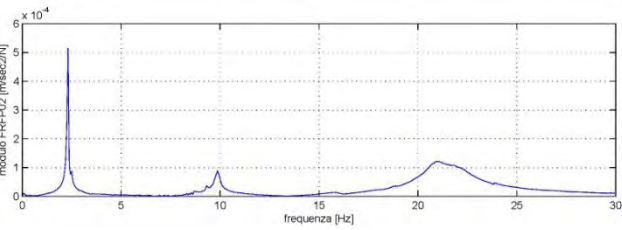


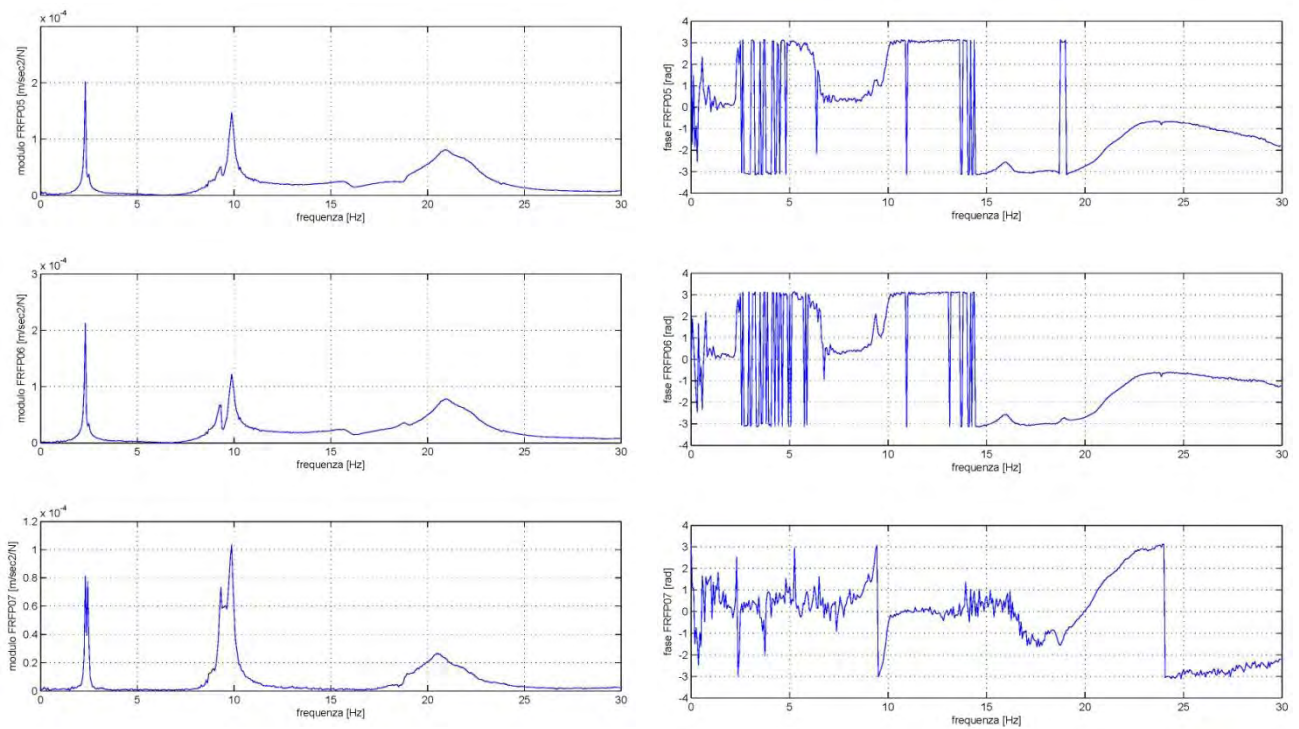
10.2 FFT





10.3 FRF

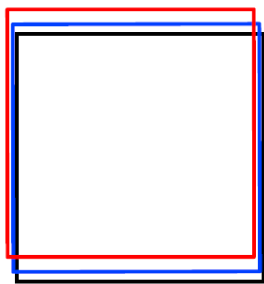
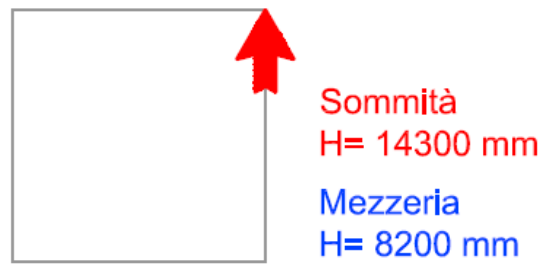




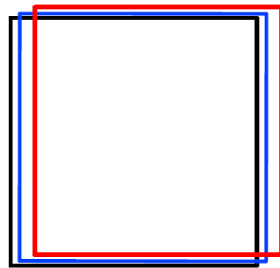
10.4 FRF medie

	P02	P03	P04	P05	P06	P07
Identific. posizione	transfer inertance	Point inertance	Transfer inertance	Transfer inertance	Transfer inertance	Transfer inertance
W1	0.022593	0.022759	0.008706	0.008866	0.009328	0.003567
Fase	0 +	0 +	1 +/-	0 +	0 +	1 +/-
W1 normal	0.992733	1.000000	0.382519	0.389577	0.409872	0.156745
W2	0.009350	0.009339	0.021628	0.004012	0.003693	0.008289
Fase	1 +/-	1 +/-	0 -	1 +/-	1 +/-	0 -
W2 normal	0.432323	0.431793	1.000000	0.185482	0.170730	0.383233
W3	0.005288	0.006881	0.008840	0.007458	0.009777	0.010635
Fase	0 +	0 +	1 +/-	0 +	0 +	0 +
W3 normal	0.497262	0.646974	0.831206	0.701232	0.919321	1.000000
W4	0.011453	0.007758	0.009102	0.019019	0.015771	0.013350
Fase	0 +	0 +	0 -	0 +	0 +	0 -
W4 normal	0.602190	0.407903	0.478574	1.000000	0.829235	0.701923
W5	0.007438	0.004766	0.002471	0.005713	0.007534	0.002034
Fase	0 +	0 +	0 -	0 +	0 -	0 -
W5 normal	0.987311	0.632646	0.328017	0.758356	1.000000	0.269923
W6	0.011029	0.011064	0.003539	0.007263	0.007027	0.002428
Fase	0 +	0 +	0 -	0 -	0 -	0 +
W6 normal	0.996895	1.000000	0.319902	0.656506	0.635116	0.219456

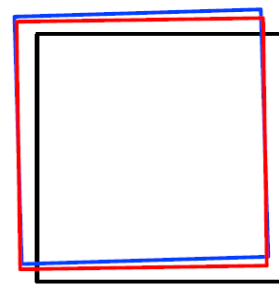
Tabella 10.1: Estrazione forme modali, costruzione autovettore



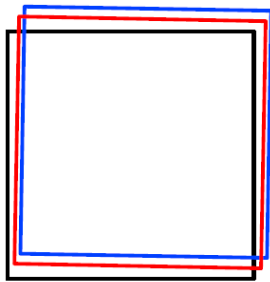
2.313 Hz
1° Flessionale
lungo x



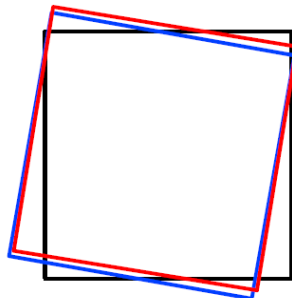
2.438 Hz
1° Flessionale
lungo y



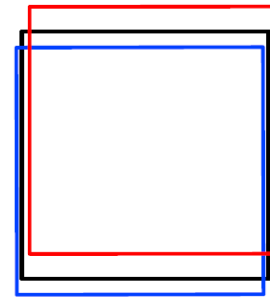
9.313 Hz
2° Flesoo-forsionale
lungo y



9.875 Hz
2° Flesso-torsionale
lungo x

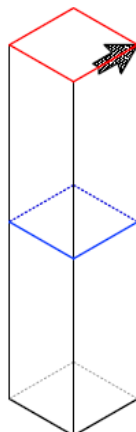


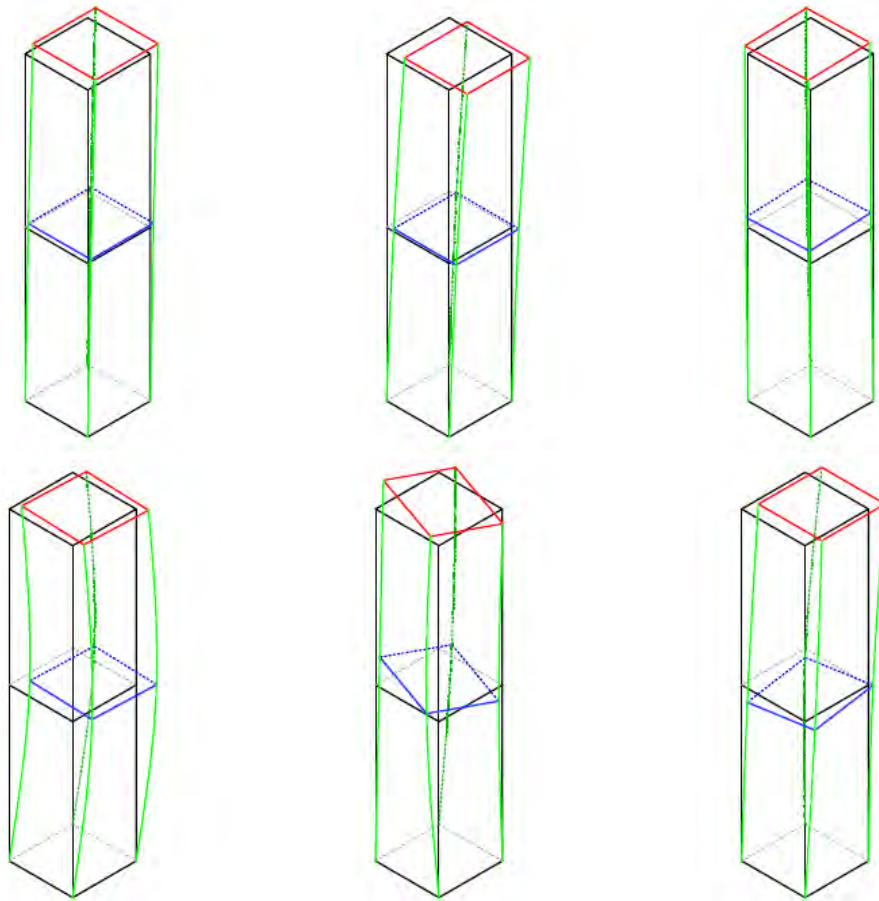
18.81 Hz
Torsionale



21.00 Hz
3° Flessionale
lungo x

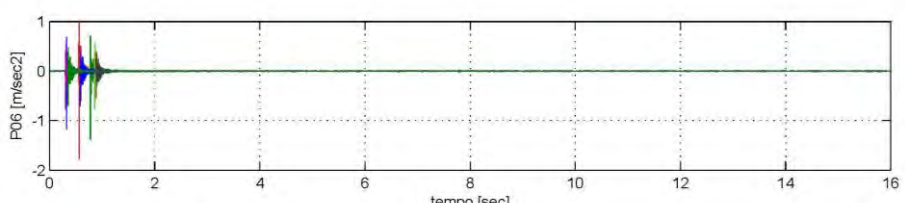
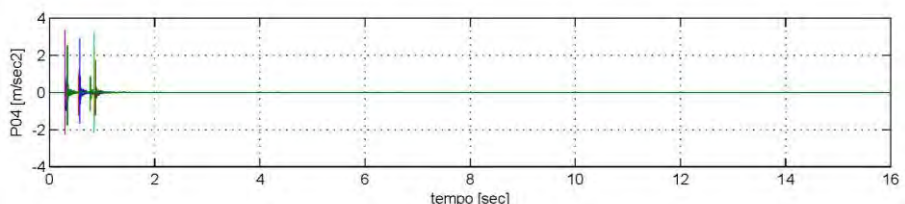
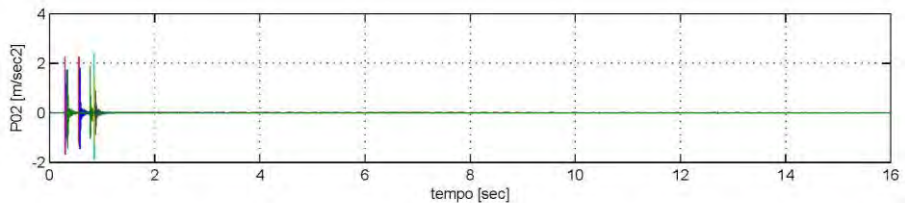
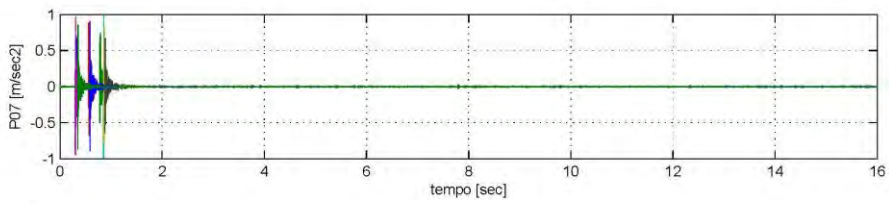
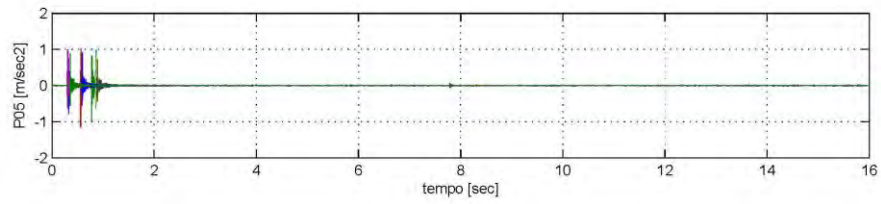
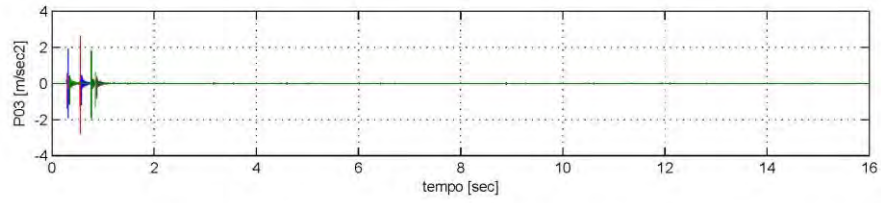
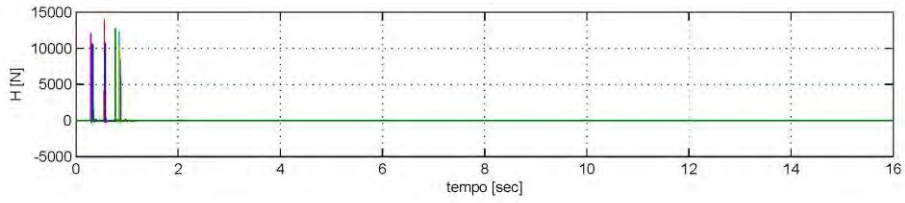
10.5 Forme modali 2D



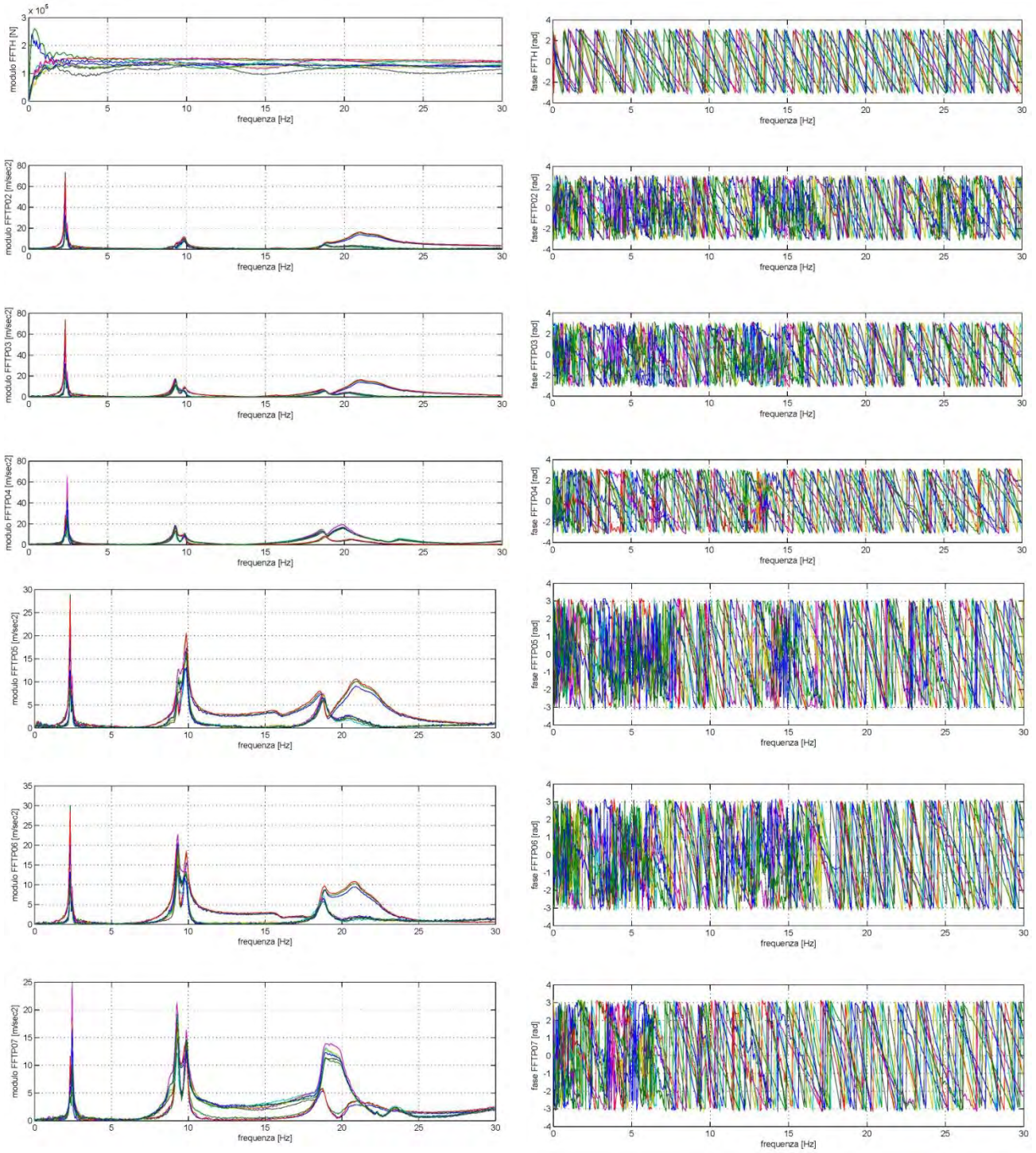


10.6 *Forme modali 3D*

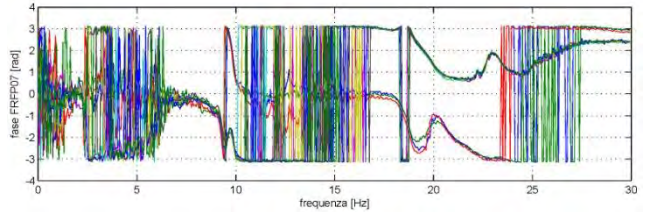
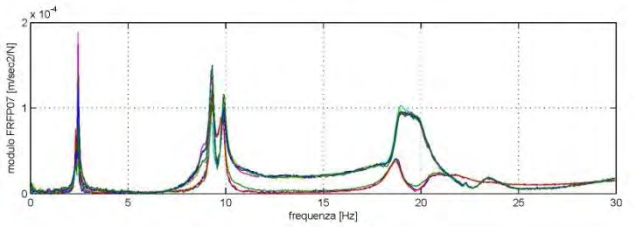
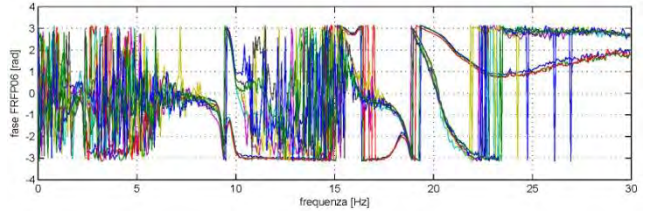
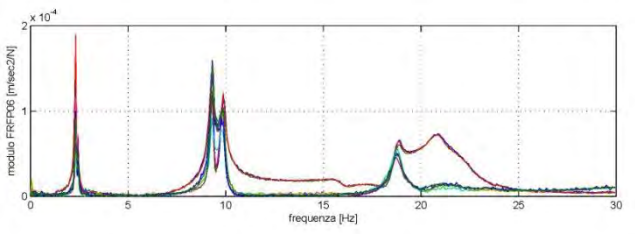
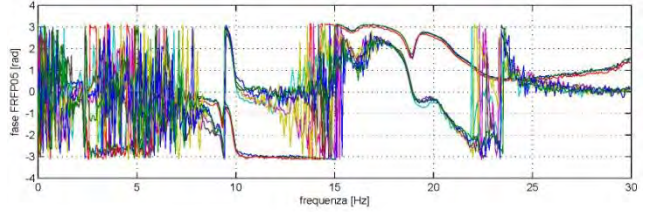
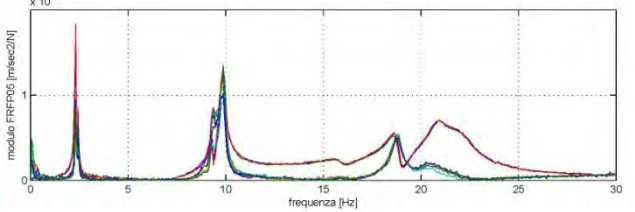
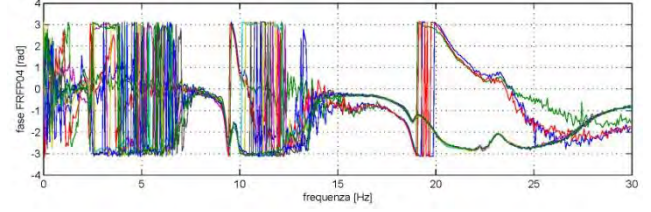
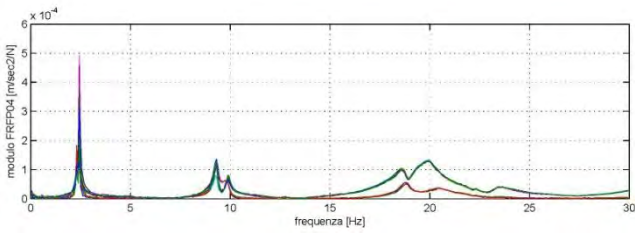
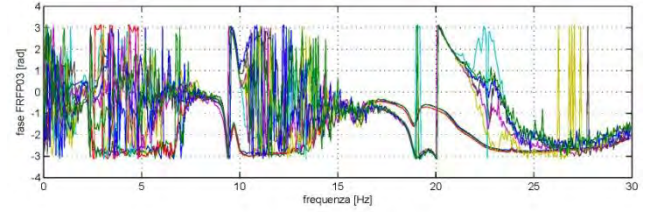
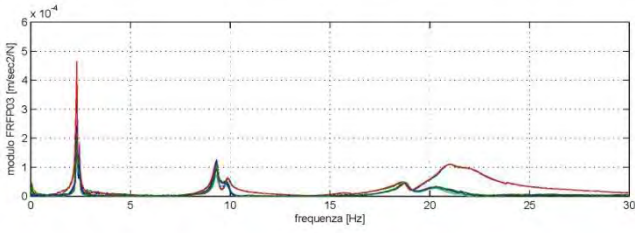
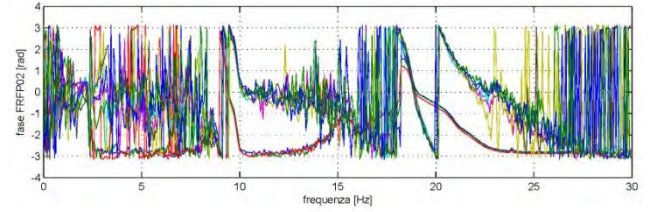
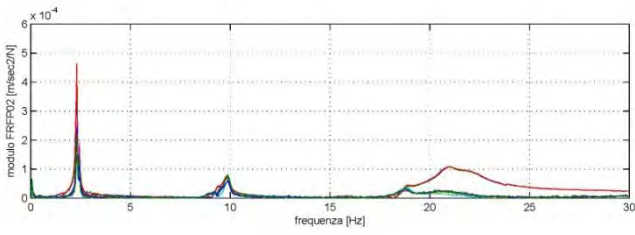
10.2 Posizione di battuta P04



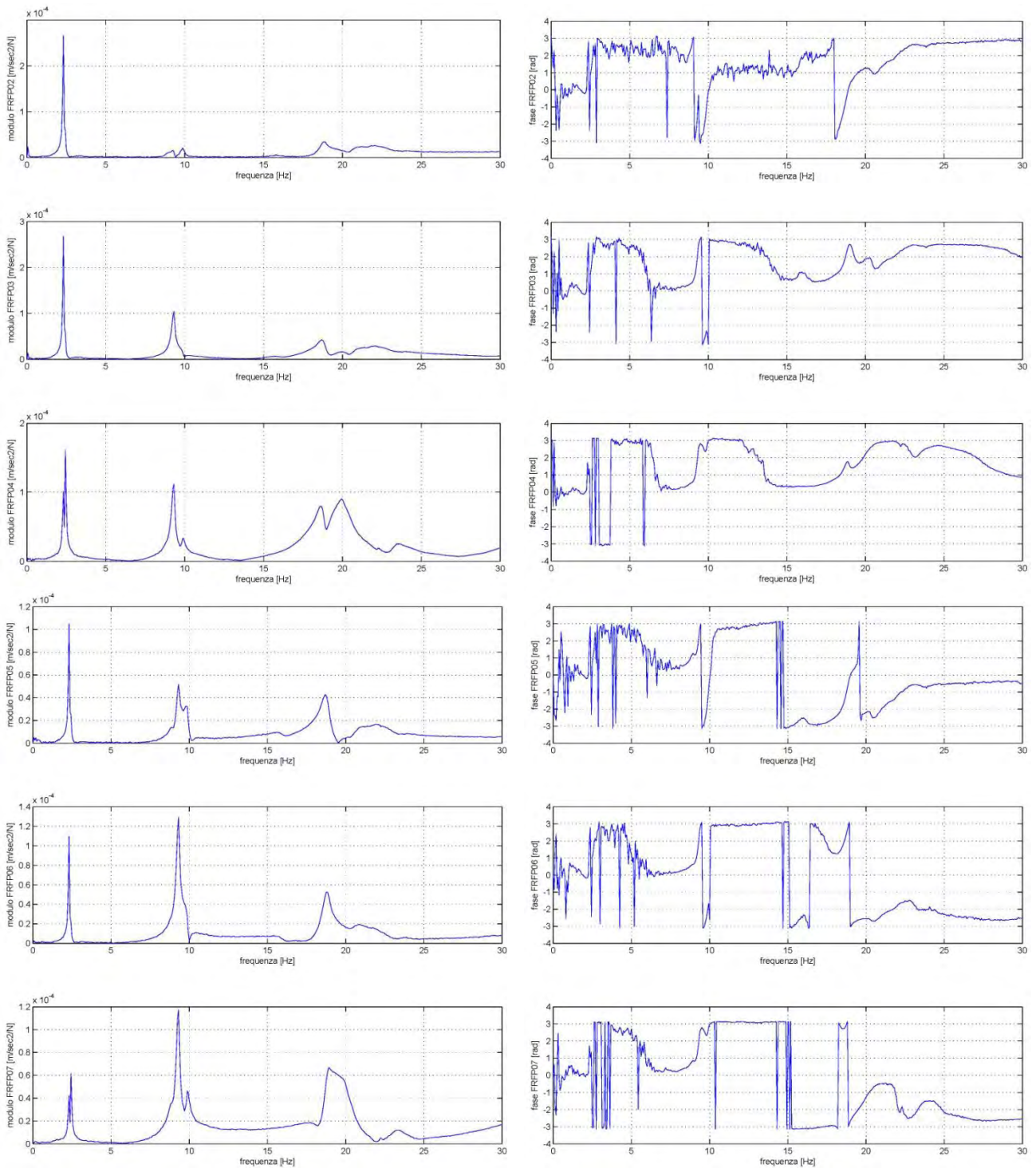
10.7 Time - History



10.8 FFT



10.9 FRF

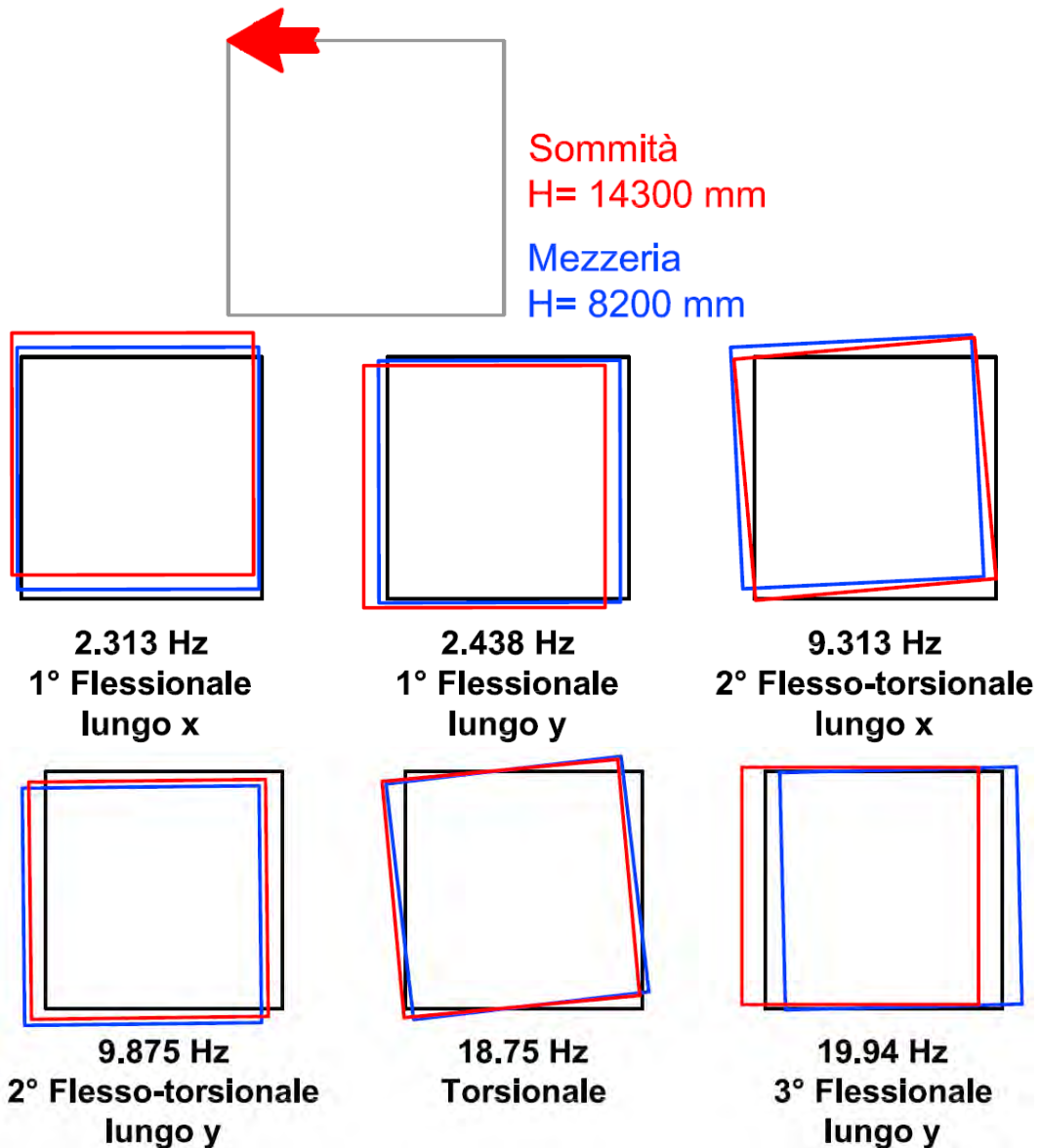


10.10 FRF medie

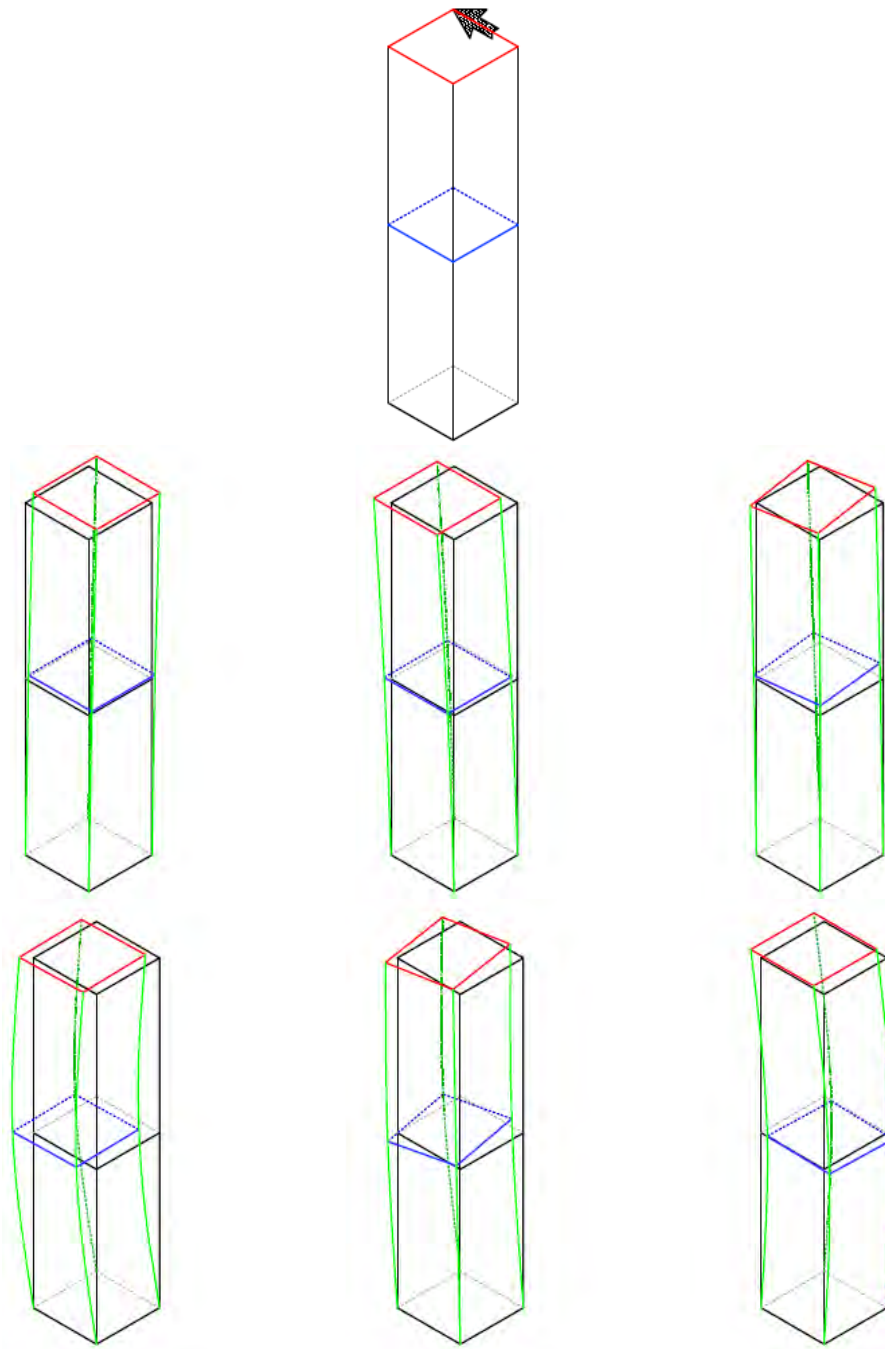
	P02	P03	P04	P05	P06	P07
Identific. posizione	transfer	Transfer	Point	Transfer	Transfer	Transfer
	inertance	inertance	inertance	inertance	inertance	inertance
W1	0.026462	0.026655	0.010040	0.010428	0.010914	0.004182
Fase	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +
W1 normal	0.992761	1.000000	0.376681	0.391215	0.409444	0.156884
W2	0.004550	0.004500	0.012695	0.001996	0.001714	0.004860
Fase	1 -/+	1 -/+	1 +/-	1 -/+	1 -/+	1 +/-

W2 normal	0.358399	0.354427	1.000000	0.157252	0.135018	0.382800
W3	0.001213	0.009836	0.010550	0.004889	0.012204	0.011091
Fase	0 -	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +
W3 normal	0.099432	0.806005	0.864477	0.400606	1.000000	0.908795
W4	0.003602	0.002625	0.005796	0.005599	0.004733	0.007977
Fase	0 -	0 -	0 +	0 -	0 -	0 +
W4 normal	0.451520	0.329100	0.726622	0.701829	0.593332	1.000000
W5	0.003718	0.004638	0.008950	0.004702	0.005823	0.007436
Fase	0 -	0 +	0 +	0 -	0 +	0 -
W5 normal	0.415390	0.518176	1.000000	0.525347	0.650599	0.830882
W6	0.001658	0.001699	0.009495	0.000444	0.001810	0.005755
Fase	0 +	0 +	0 +	0 -	0 -	0 -
W6 normal	0.174646	0.178934	1.000000	0.046782	0.190572	0.606109

Tabella 10.2: Estrazione forme modali, costruzione autovettore

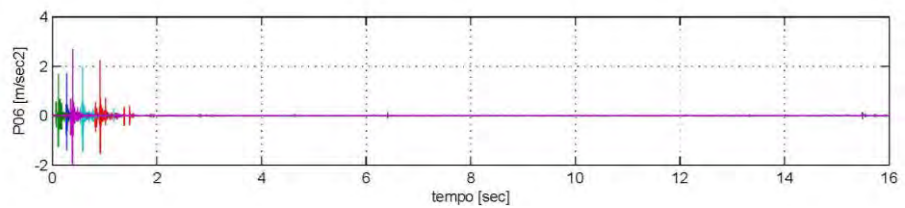
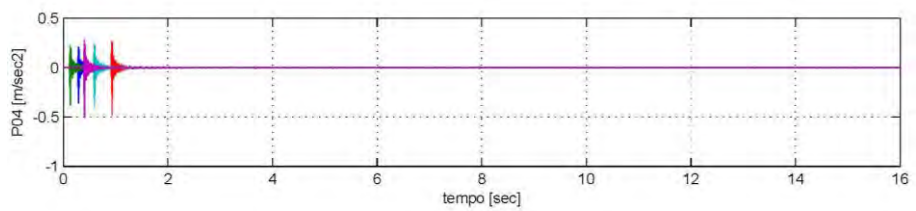
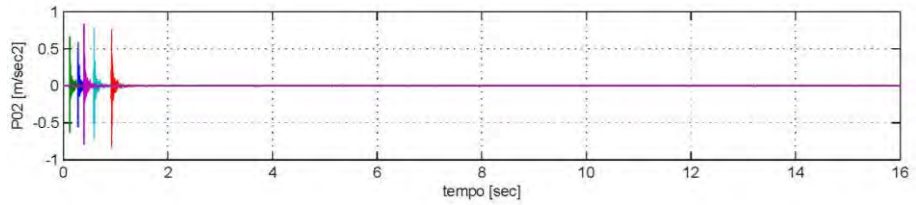
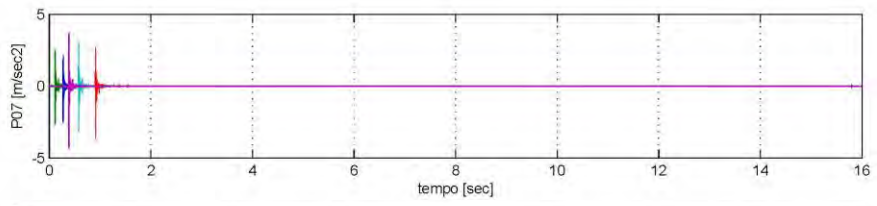
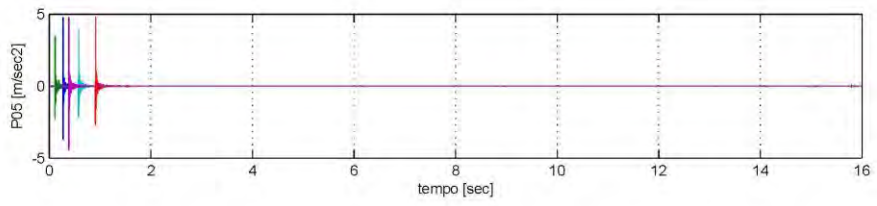
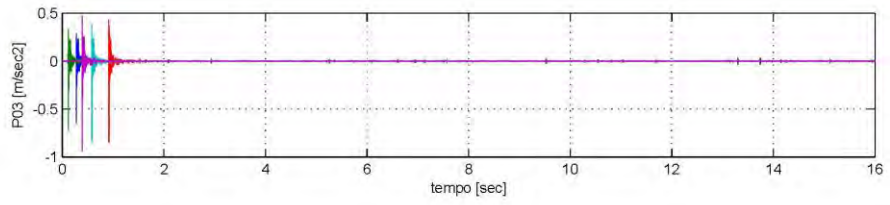
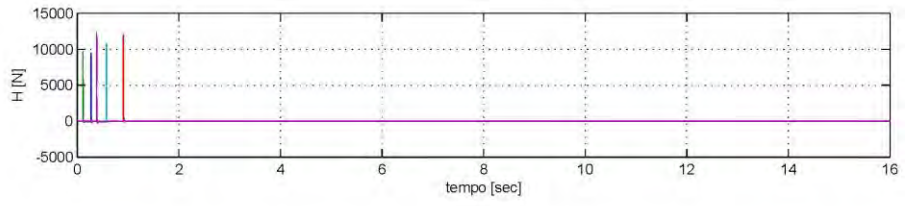


10.11 Forme modali 2D

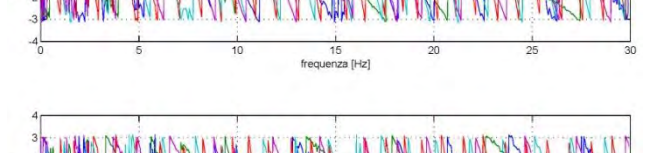
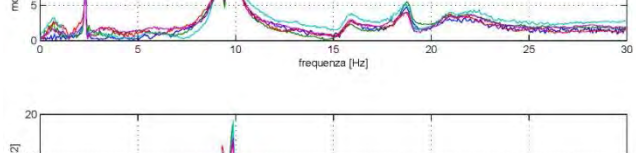
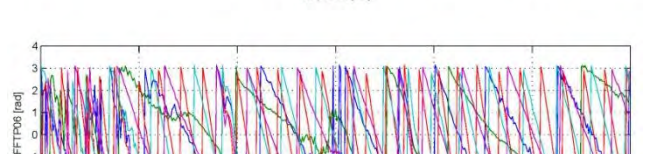
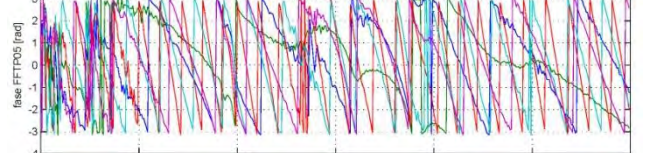
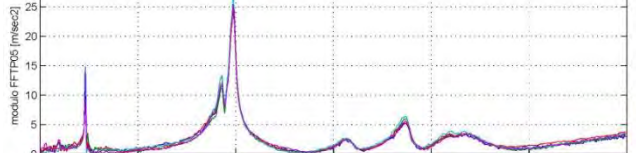
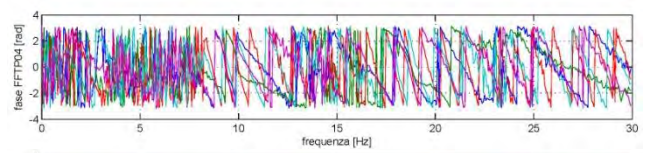
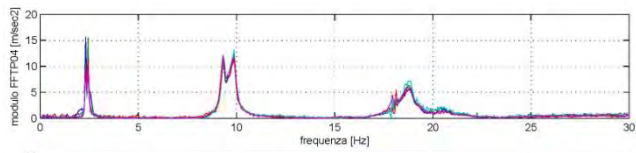
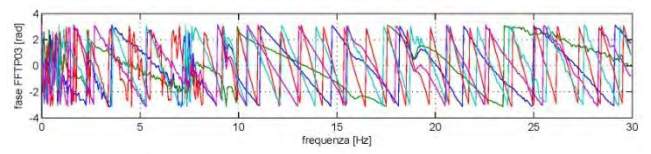
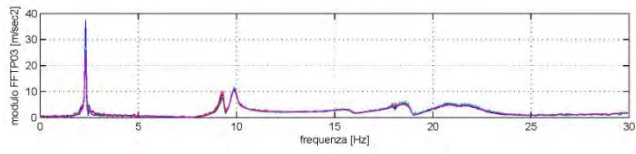
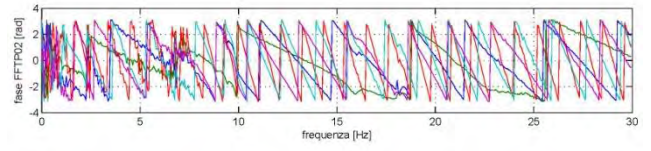
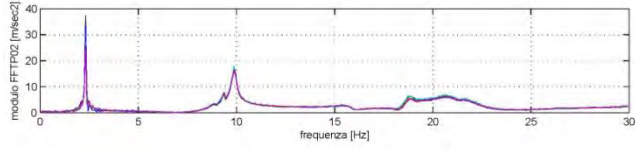
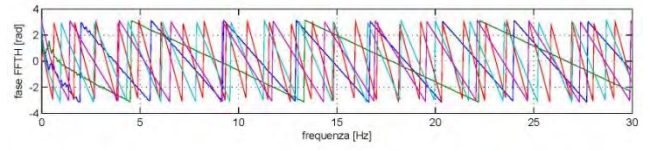
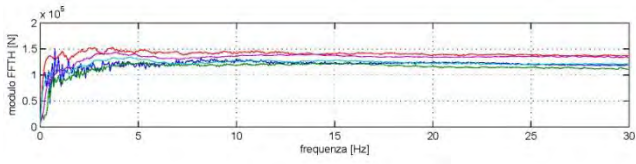


10.12 Forme modali 3D

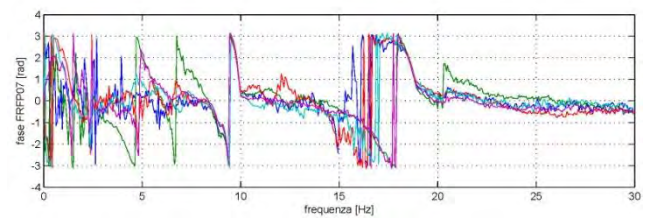
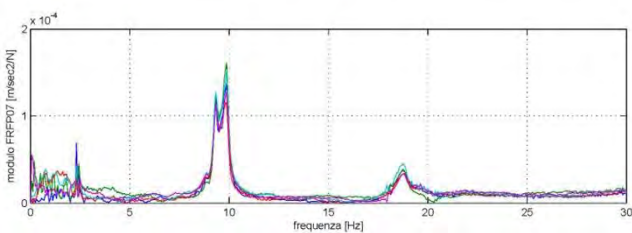
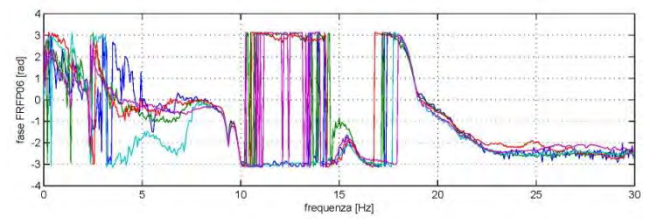
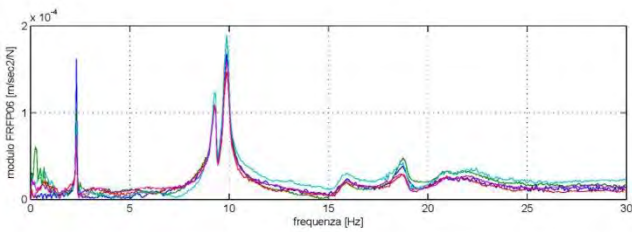
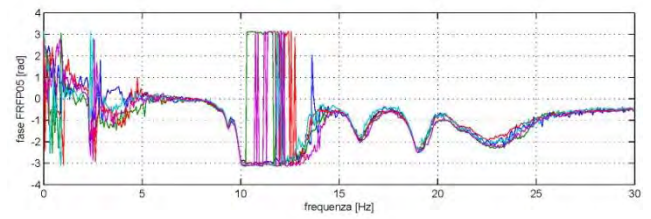
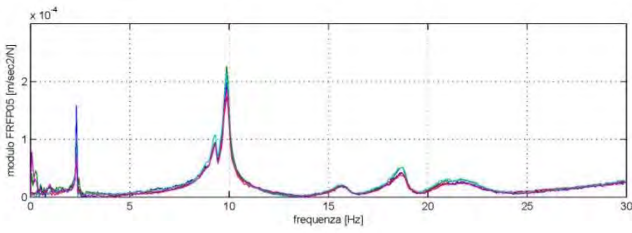
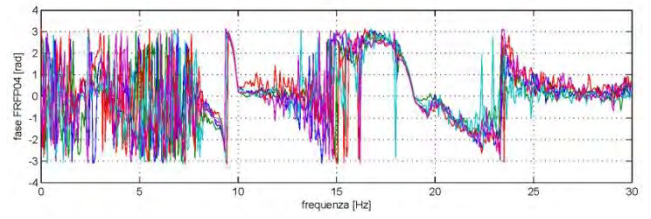
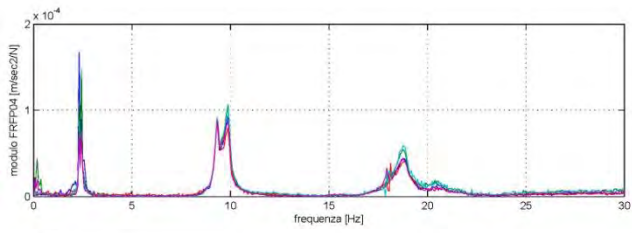
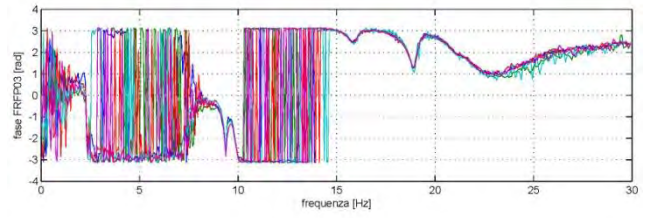
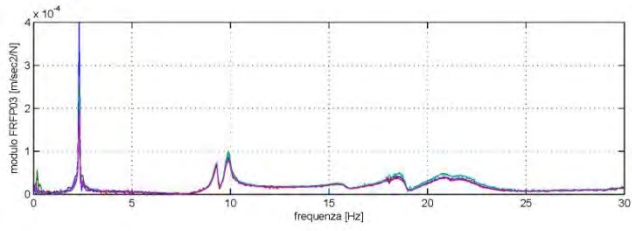
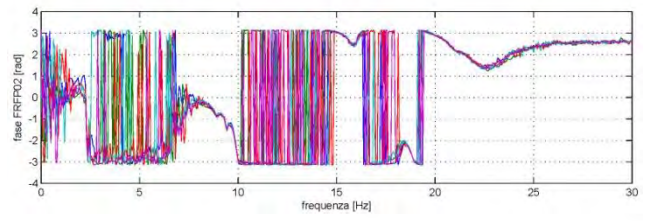
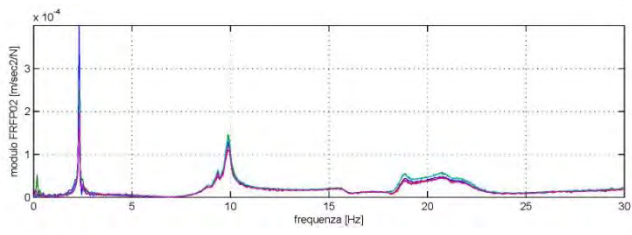
10.3 Posizione di battuta P05



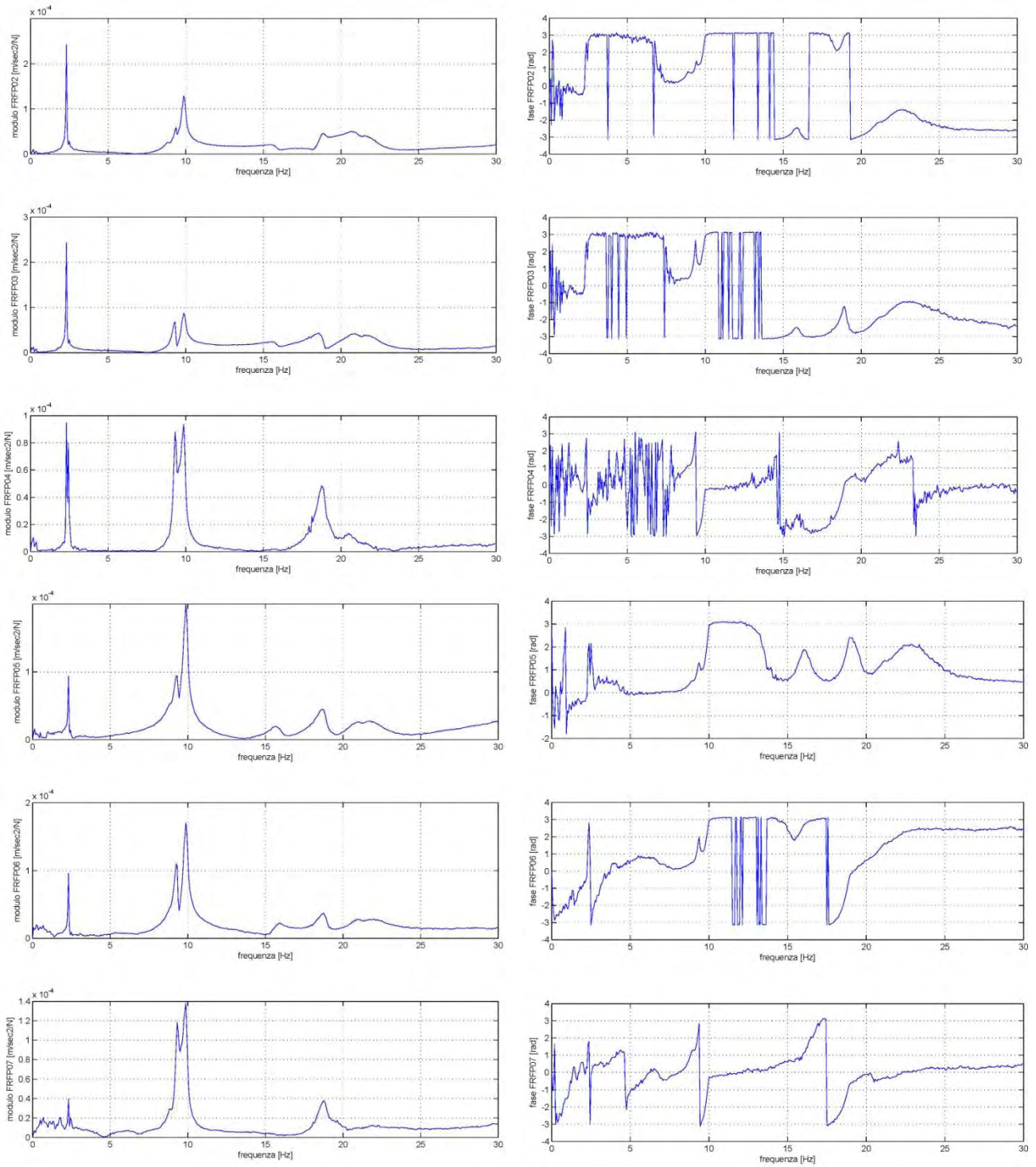
10.13 Time - History



10.14 FFT



10.15 FRF

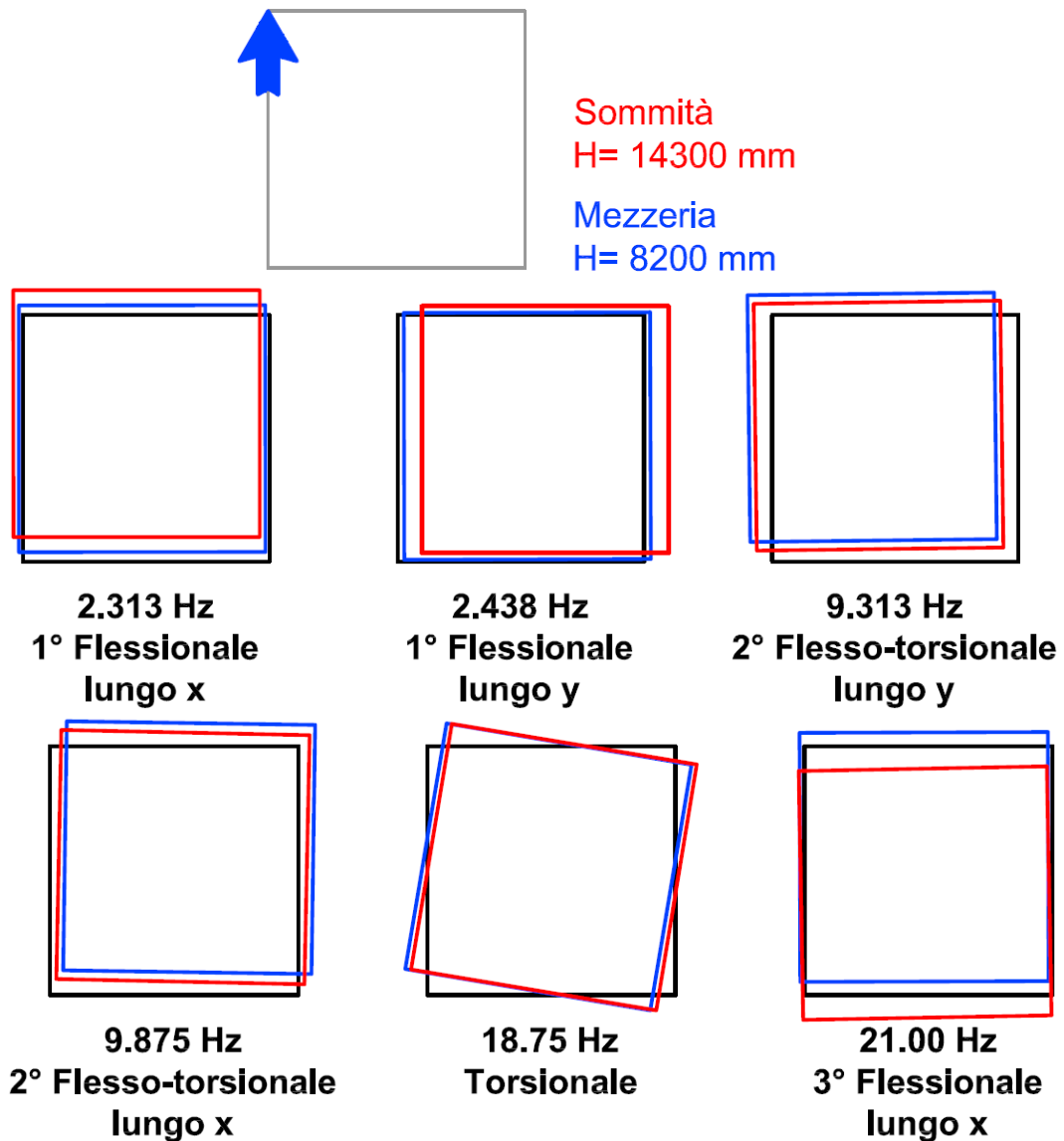


10.16 FRF medie

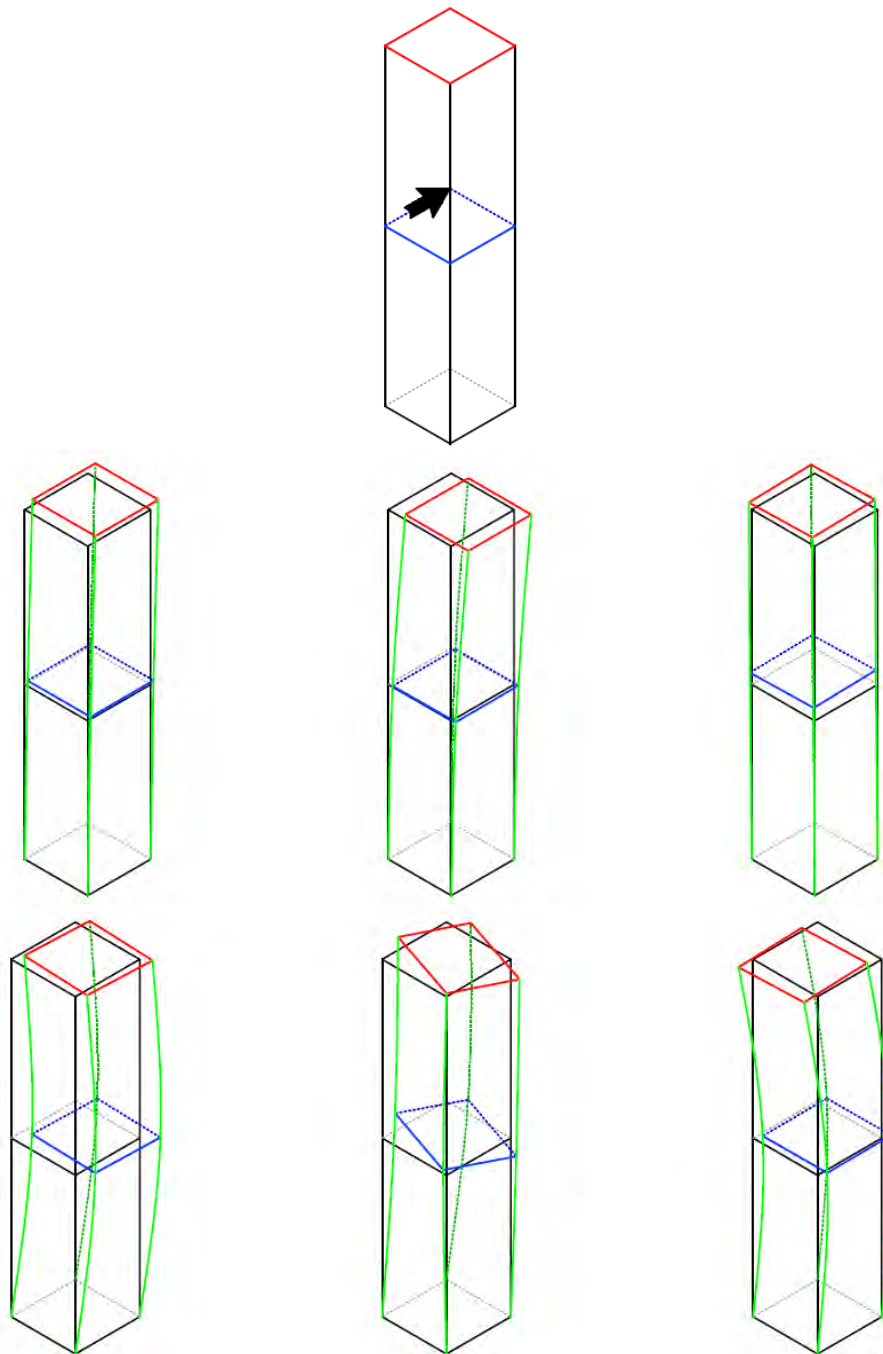
	P02	P03	P04	P05	P06	P07
Identific. posizione	transfer inertance	transfer inertance	Transfer inertance	Point inertance	Transfer inertance	Transfer inertance
W1	0.025030	0.025132	0.009790	0.009672	0.009900	0.004093
Fase	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +
W1 normal	0.995923	1.000000	0.389518	0.384840	0.393919	0.162858
W2	0.011015	0.011066	0.031018	0.002577	0.003468	0.007809

Fase	0 +	0 +	1 -/+	0 +	1 +/-	1 -/+
W2 normal	0.355099	0.356771	1.000000	0.083064	0.111792	0.251752
W3	0.005457	0.007001	0.009065	0.009697	0.011082	0.012185
Fase	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +
W3 normal	0.447885	0.574558	0.743972	0.795824	0.909476	1.000000
W4	0.009121	0.006181	0.006621	0.014142	0.012046	0.009772
Fase	0 +	0 +	0 -	0 +	0 +	0 -
W4 normal	0.644960	0.437094	0.468191	1.000000	0.851807	0.690957
W5	0.006502	0.005567	0.007267	0.006640	0.005592	0.005698
Fase	0 +	0 -	0 -	0 +	0 -	0 -
W5 normal	0.894802	0.766134	1.000000	0.913716	0.769572	0.784080
W6	0.009738	0.007902	0.002271	0.005150	0.005435	0.001899
Fase	0 -	0 -	0 +	0 +	0 +	0 -
W6 normal	1.000000	0.811457	0.233249	0.528802	0.558106	0.195003

Tabella 10.3: Estrazione forme modali, costruzione autovettore

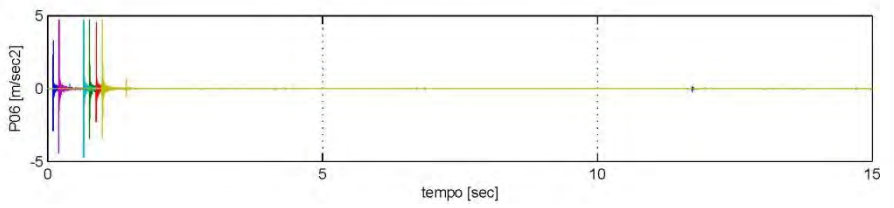
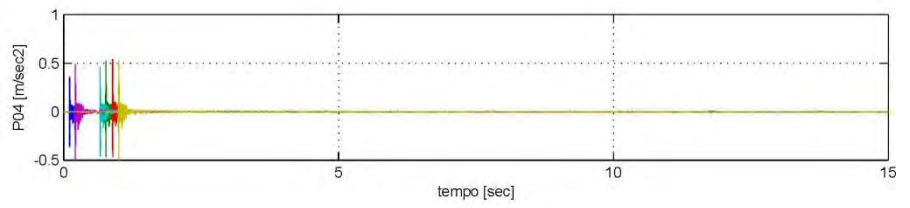
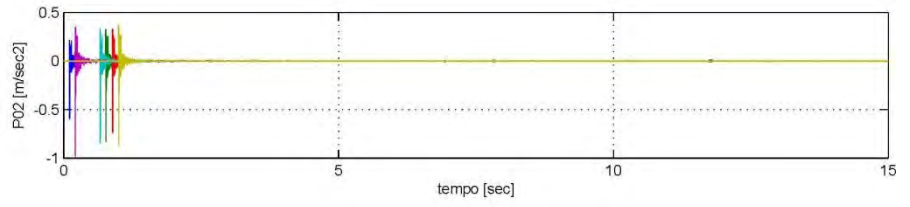
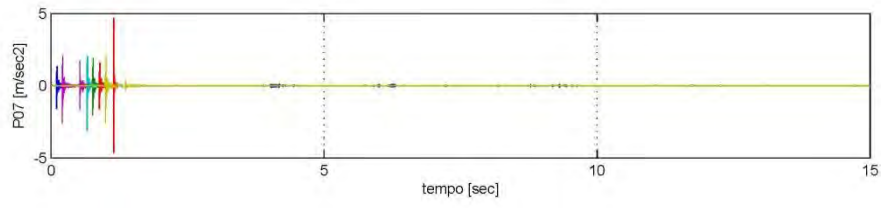
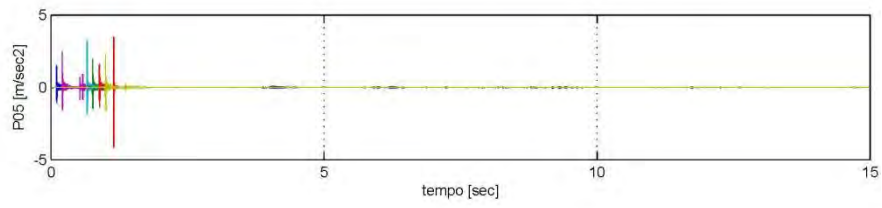
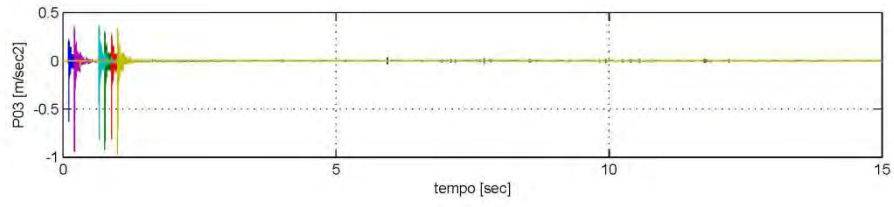
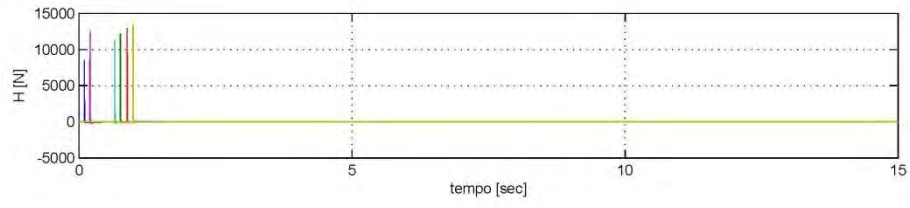


10.17 Forme modali 2D

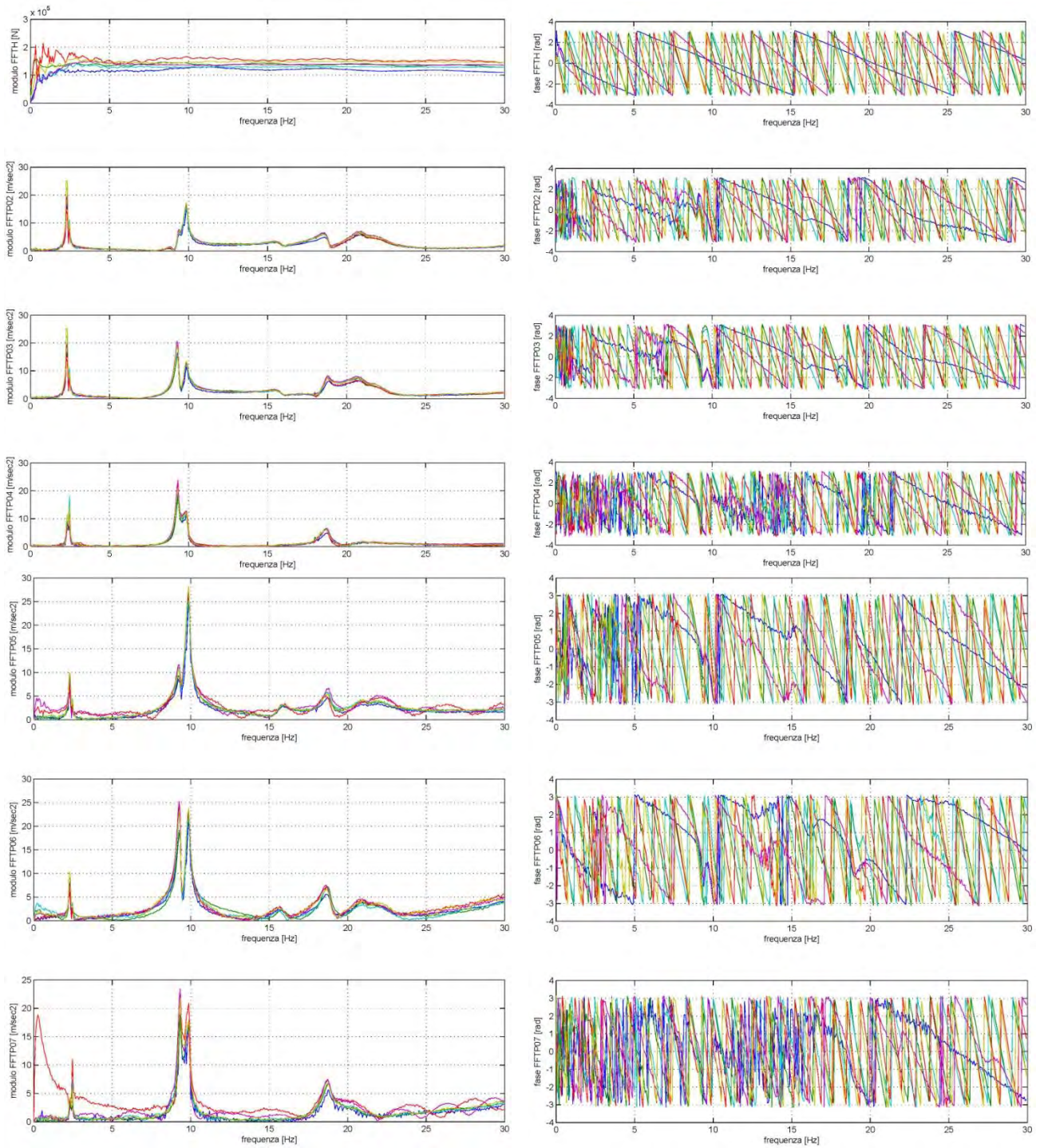


10.18 Forme modali 3D

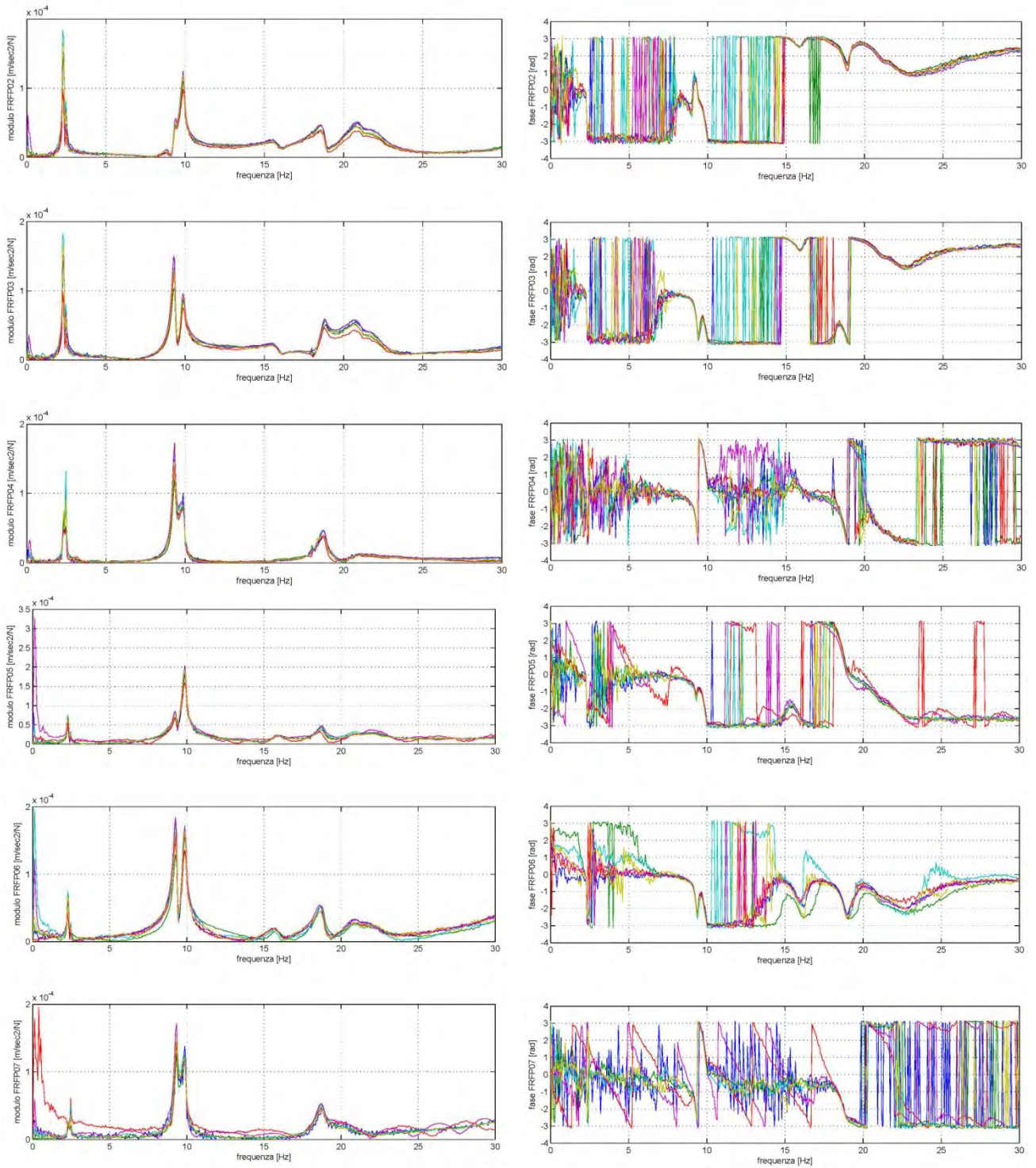
10.4 Posizione di battuta P06



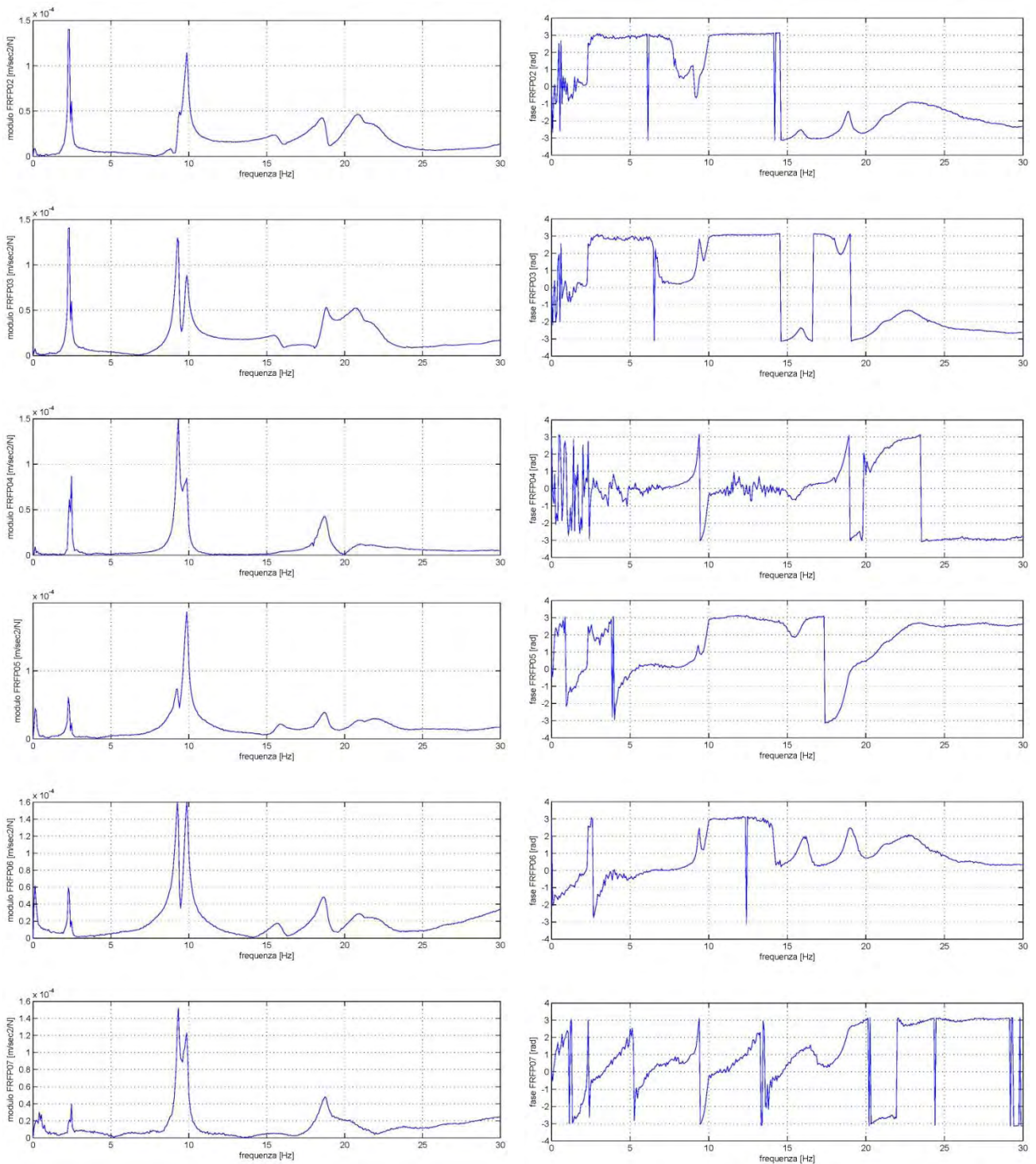
10.19 Time - History



10.20 FFT



10.21 FRF

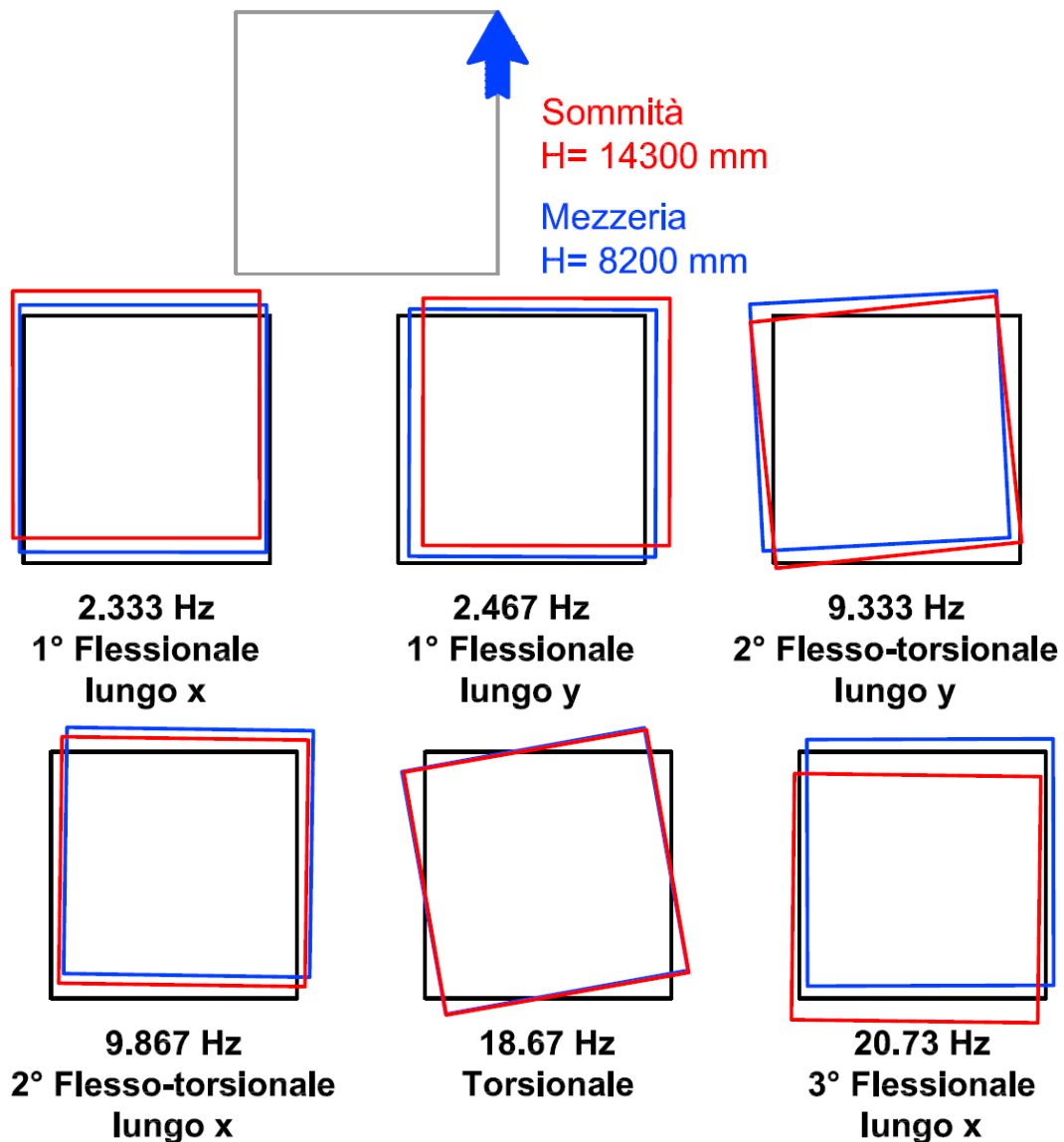


10.22 FRF medie

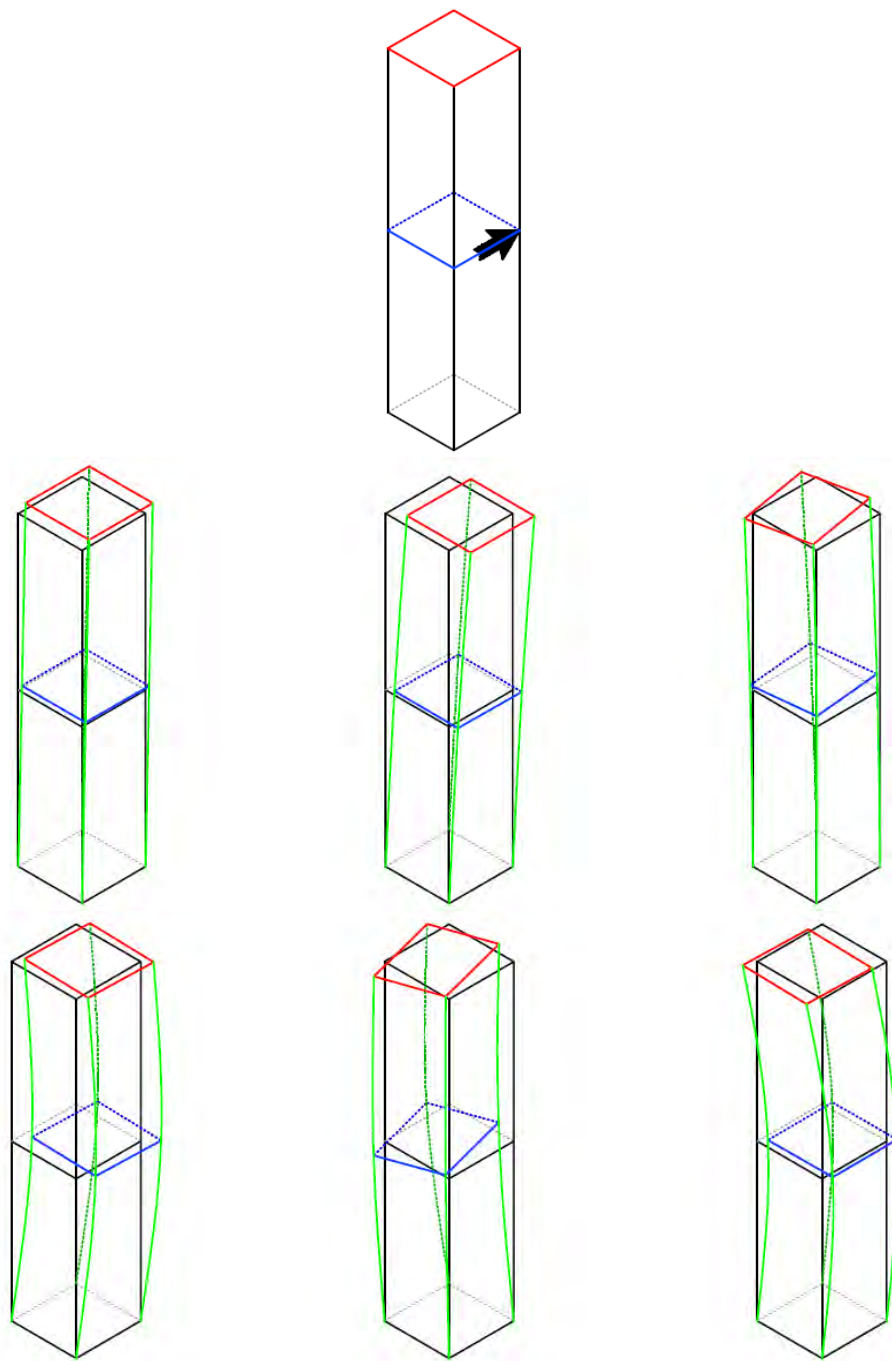
	P02	P03	P04	P05	P06	P07
Identific. posizione	transfer inertance	transfer inertance	transfer inertance	Transfer inertance	Point inertance	Transfer inertance
W1	0.018184	0.018257	0.007923	0.007887	0.007714	0.002712
Fase	0 +	0 +	1 +/-	0 +	0 +	1 +/-
W1 normal	0.995982	1.000000	0.433975	0.432012	0.422525	0.148531
W2	0.013572	0.013330	0.019380	0.005169	0.004474	0.008765
Fase	0 +	0 +	0 -	0 +	0 +	0 -

W2 normal	0.700323	0.687810	1.000000	0.266731	0.230841	0.452251
W3	0.003427	0.009975	0.011793	0.005812	0.012644	0.012010
Fase	0 -	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +
W3 normal	0.271001	0.788927	0.932704	0.459644	1.000000	0.949874
W4	0.009073	0.007000	0.006685	0.014789	0.012633	0.009714
Fase	0 +	0 +	0 -	0 +	0 +	0 -
W4 normal	0.613506	0.473303	0.452032	1.000000	0.854233	0.656835
W5	0.005748	0.006409	0.006050	0.005595	0.006960	0.006585
Fase	0 -	0 +	0 +	0 -	0 +	0 +
W5 normal	0.825914	0.920765	0.869258	0.803818	1.000000	0.946166
W6	0.008682	0.009938	0.001983	0.004943	0.005238	0.002921
Fase	0 -	0 -	0 +	0 +	0 +	0 -
W6 normal	0.873655	1.000000	0.199542	0.497355	0.527063	0.293978

Tabella 10.4: Estrazione forme modali, costruzione autovettore

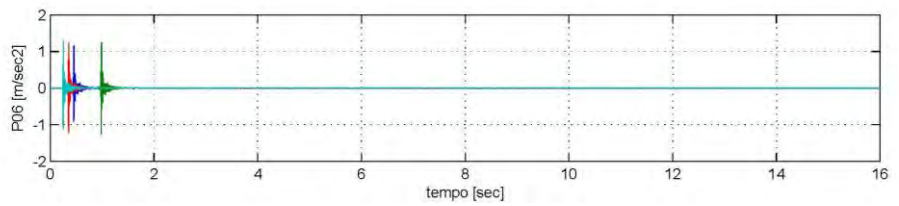
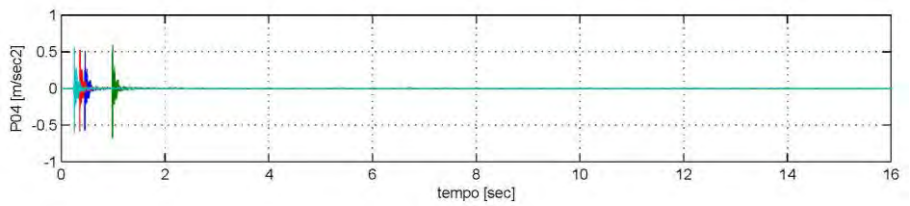
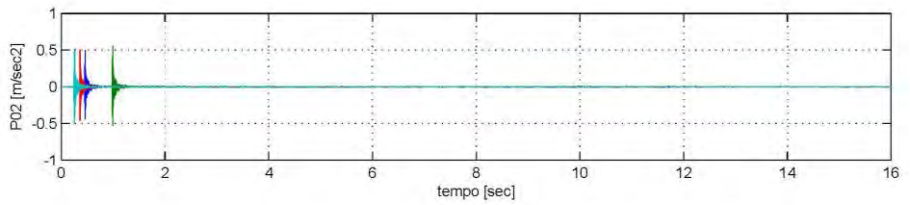
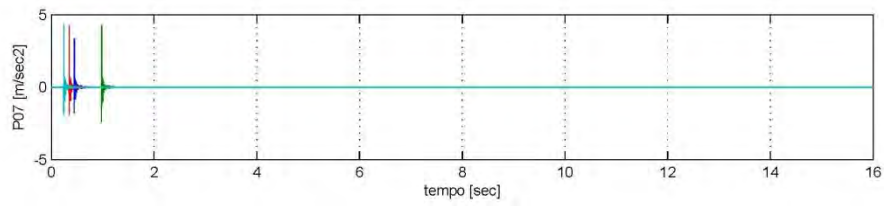
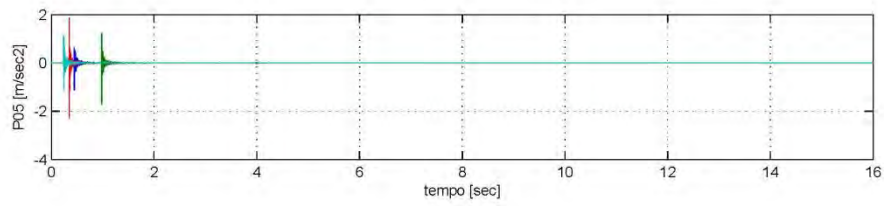
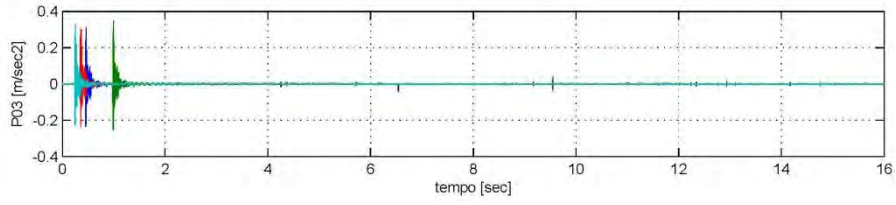
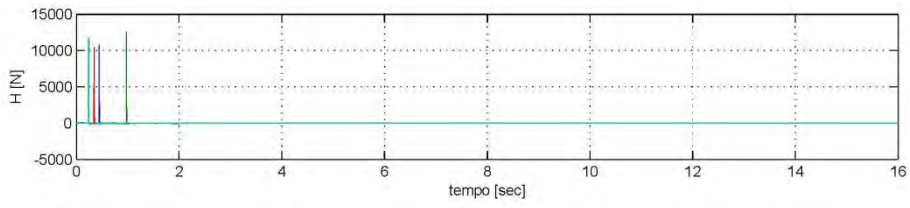


10.23 Forme modali 2D

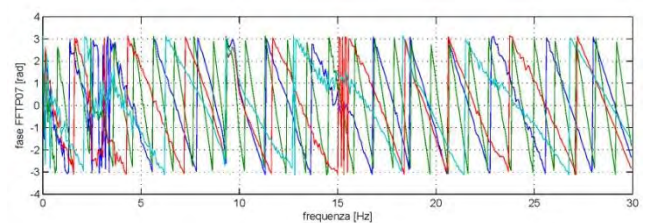
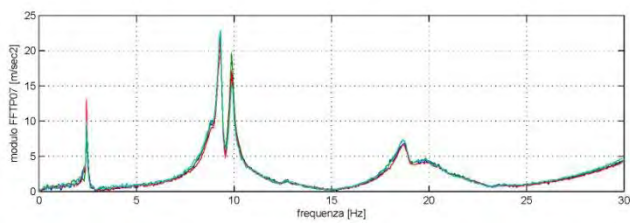
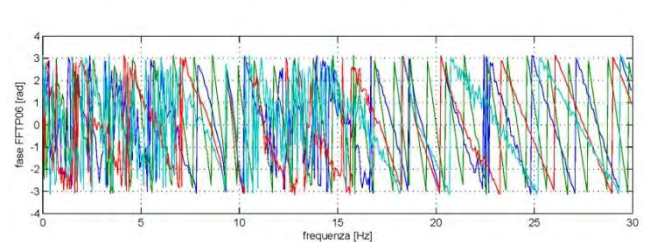
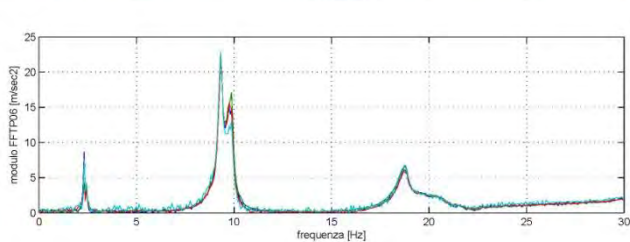
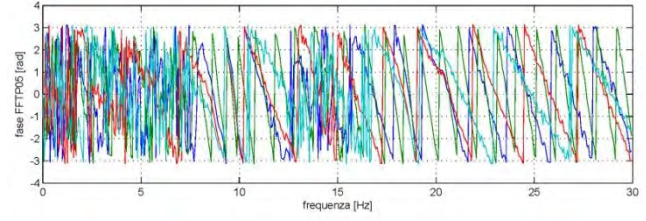
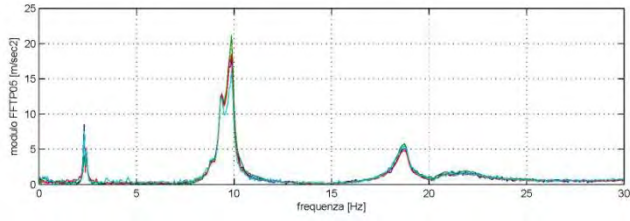
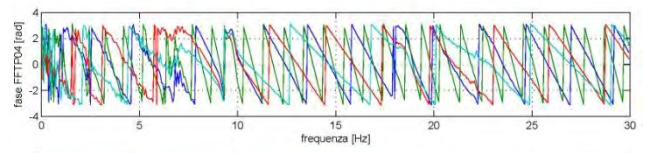
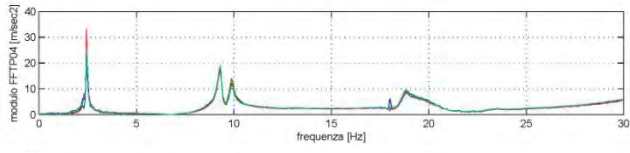
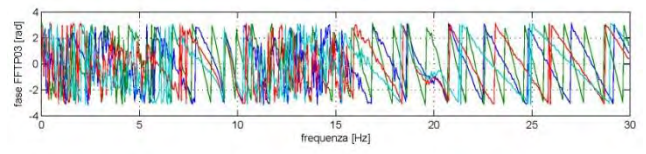
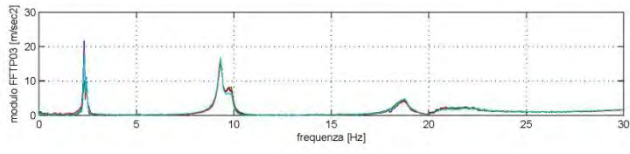
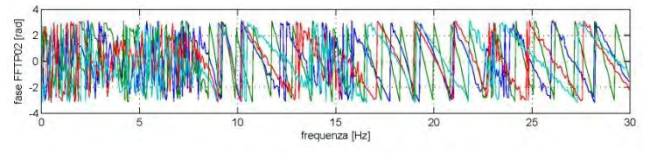
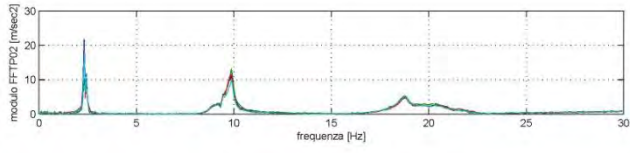
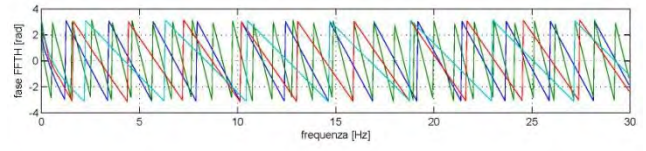
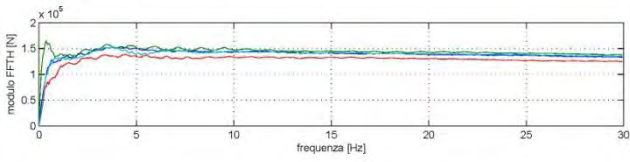


10.24 Forme modali 3D

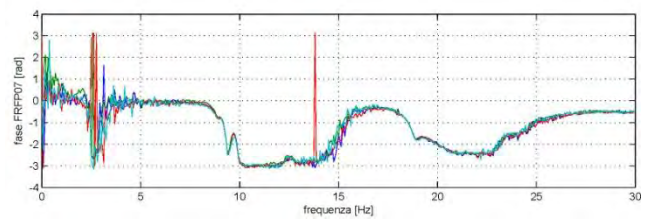
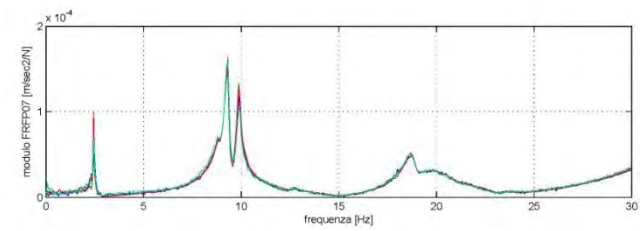
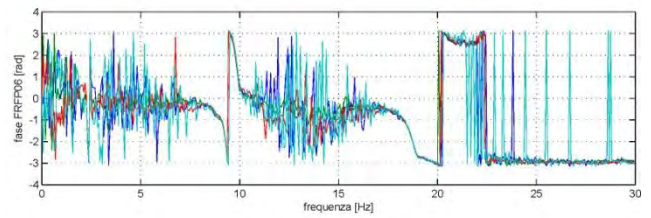
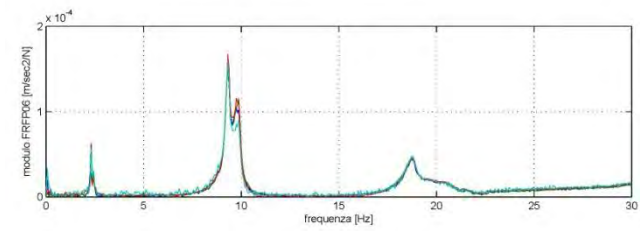
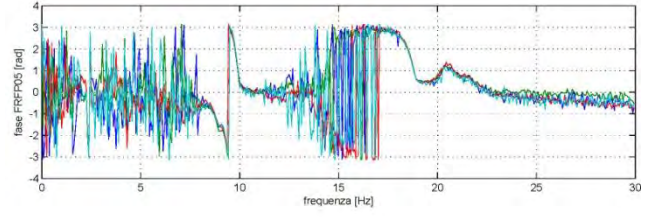
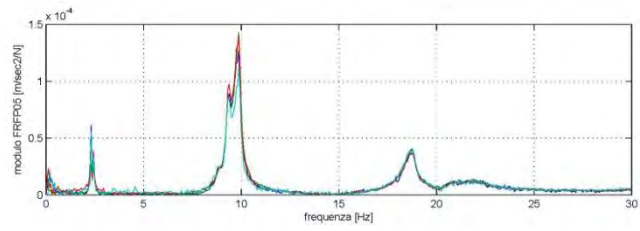
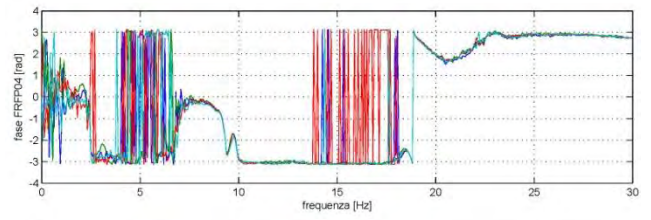
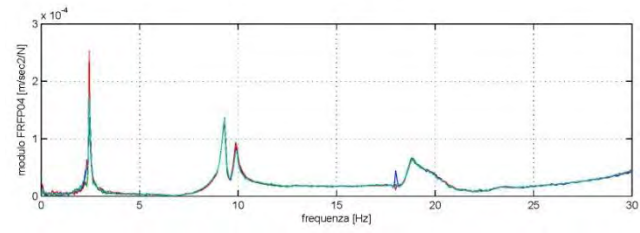
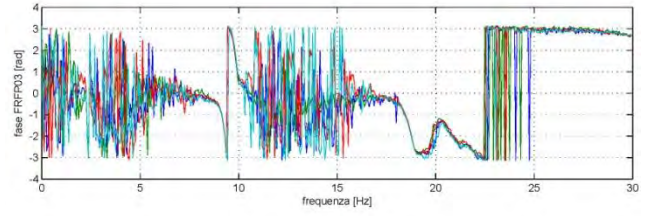
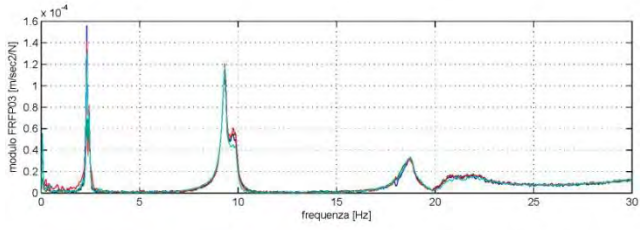
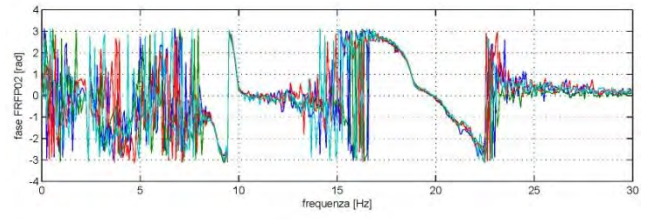
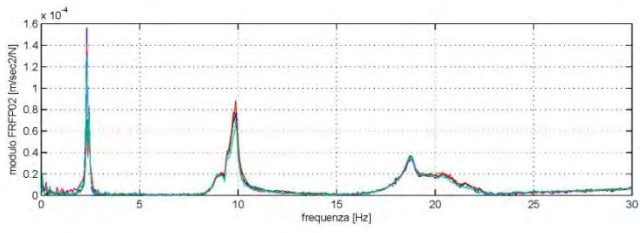
10.5 Posizione di battuta P07



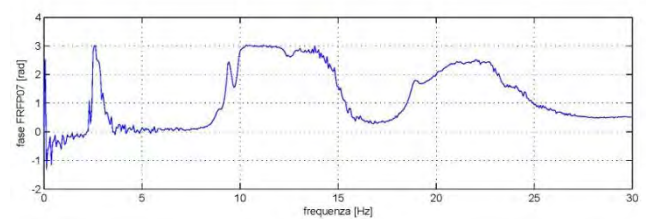
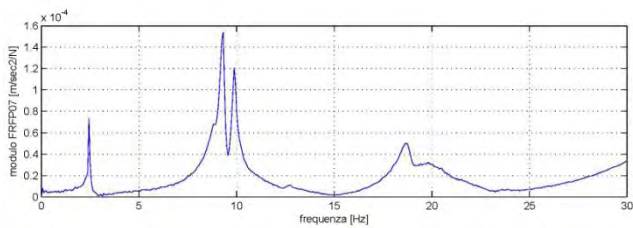
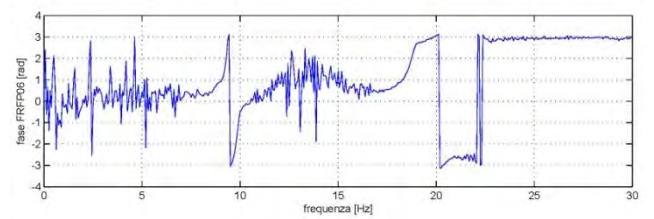
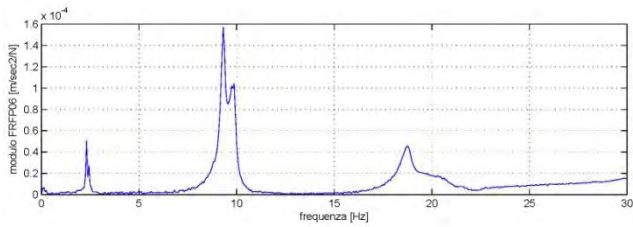
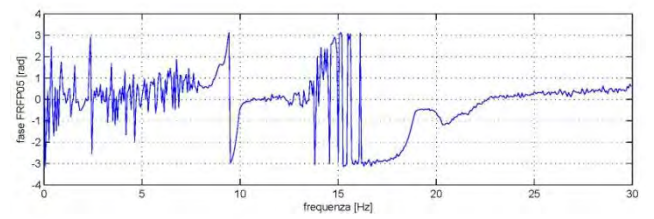
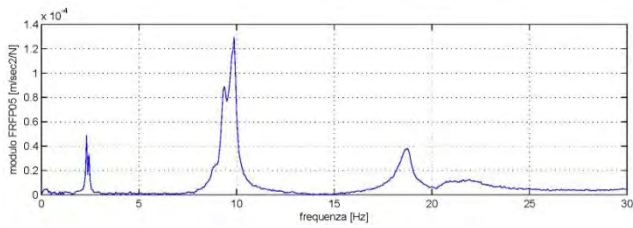
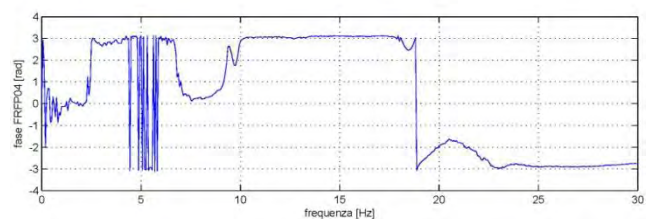
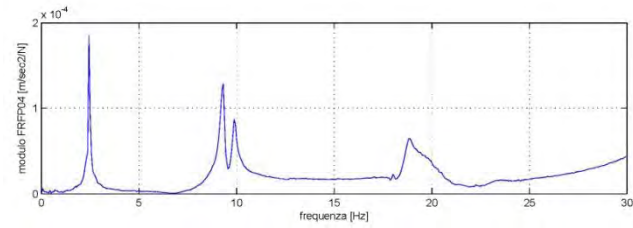
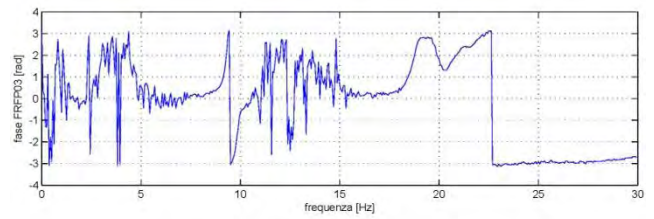
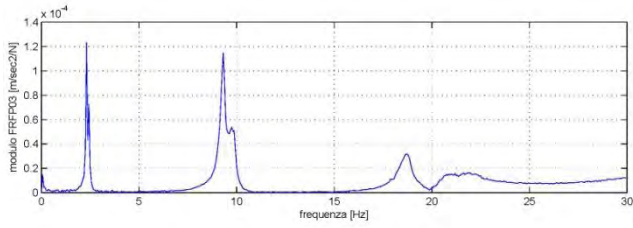
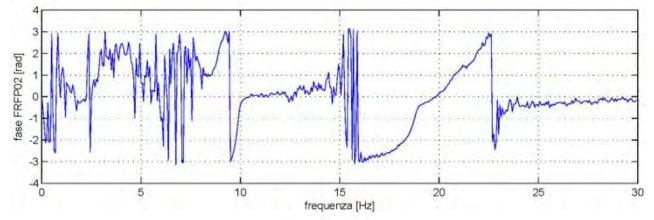
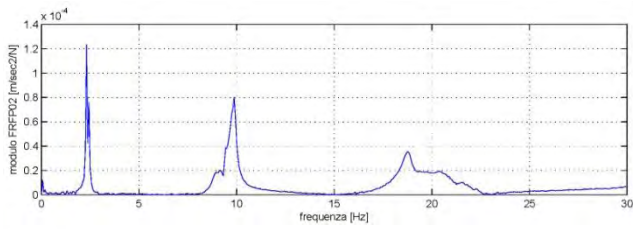
10.25 Time - History



10.26 FFT



10.27 FRF

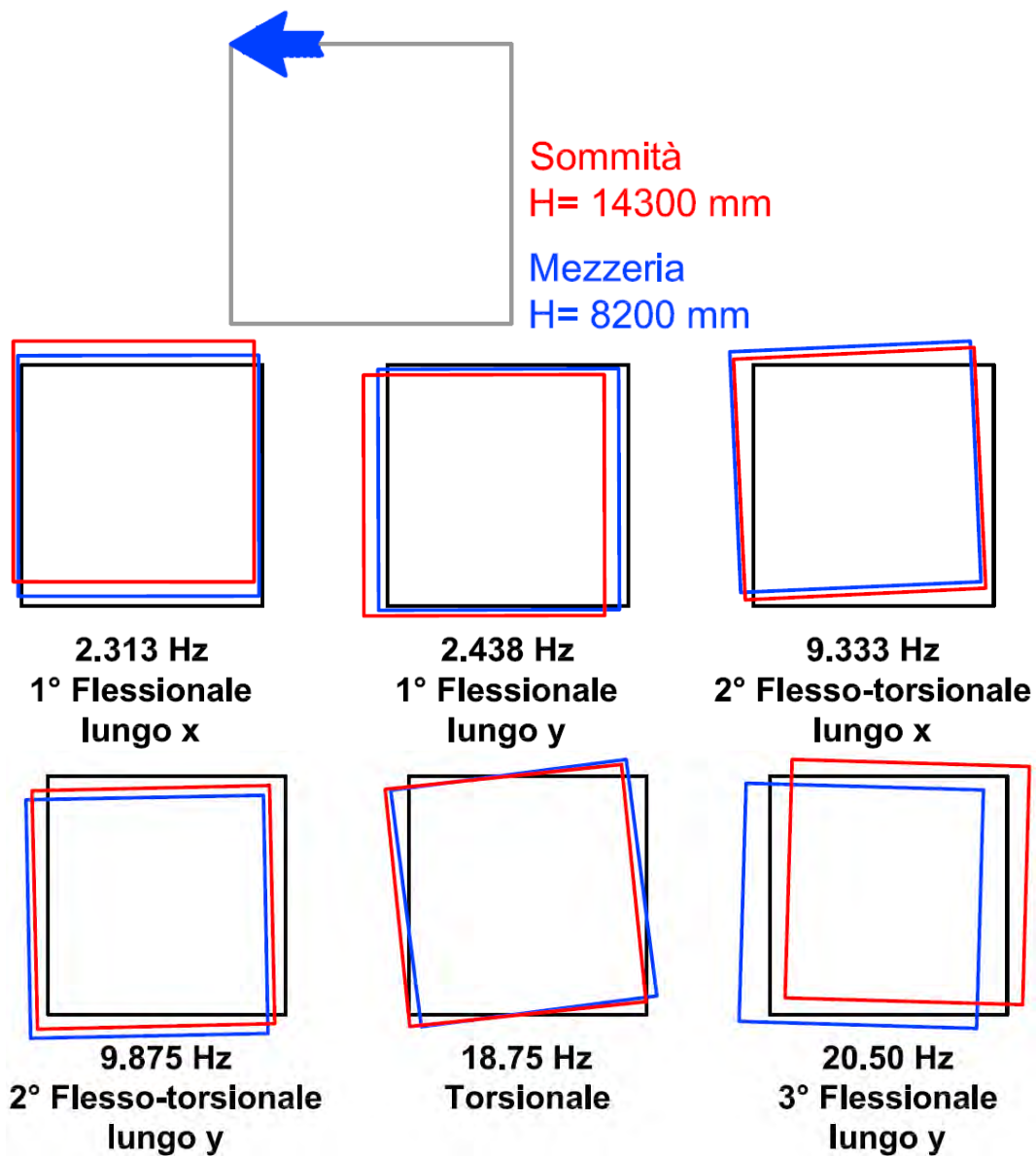


10.28 FRF medie

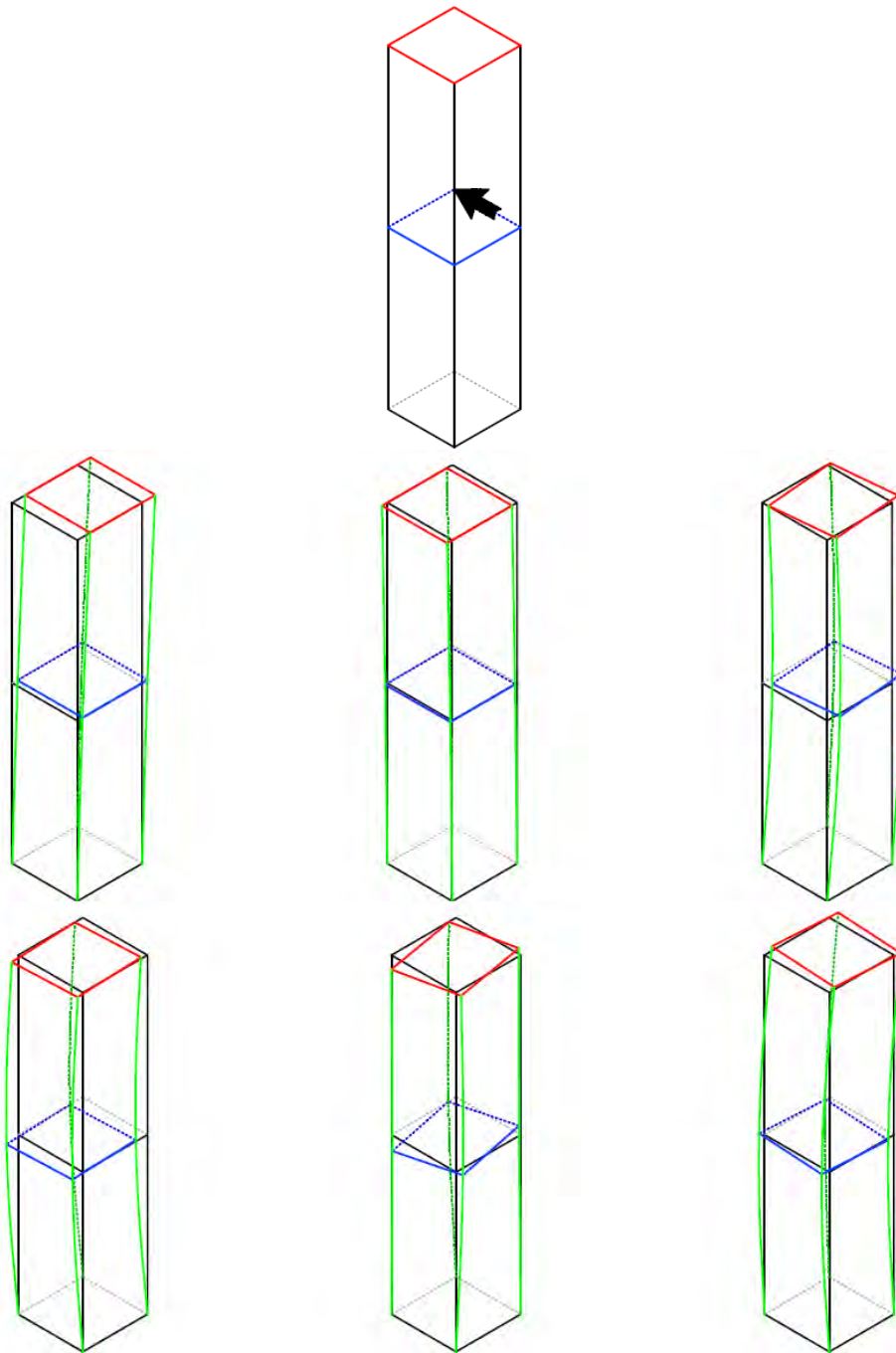
	P02	P03	P04	P05	P06	P07
Identific. posizione	transfer	transfer	transfer	Transfer	Transfer	Point
W1	0.028194	0.028176	0.009675	0.011192	0.011576	0.004368
Fase	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +
W1 normal	1.000000	0.999355	0.343170	0.396964	0.410587	0.154918
W2	0.008825	0.008459	0.021585	0.003908	0.003185	0.008572
Fase	1 -/+	1 -/+	0 +	1 -/+	1 -/+	0 +

W2 normal	0.408853	0.391881	1.000000	0.181072	0.147577	0.397126
W3	0.003116	0.009244	0.010358	0.006933	0.012658	0.012400
Fase	1 +/-	0 +	0 +	0 +	0 +	0 +
W3 normal	0.246164	0.730286	0.818255	0.547680	1.000000	0.979604
W4	0.007299	0.004633	0.007920	0.011816	0.009494	0.010978
Fase	0 -	0 -	0 +	0 -	0 -	0 +
W4 normal	0.617704	0.392061	0.670232	1.000000	0.803465	0.929070
W5	0.005037	0.004481	0.009113	0.005426	0.006477	0.007032
Fase	0 -	0 +	1 +/-	0 -	0 +	0 +
W5 normal	0.552780	0.491667	1.000000	0.595411	0.710724	0.771673
W6	0.003595	0.002093	0.004840	0.001529	0.003038	0.005185
Fase	0 +	0 +	0 -	0 -	0 -	0 +
W6 normal	0.693376	0.403563	0.933371	0.294891	0.585806	1.000000

Tabella 10.5: Estrazione forme modali, costruzione autovettore



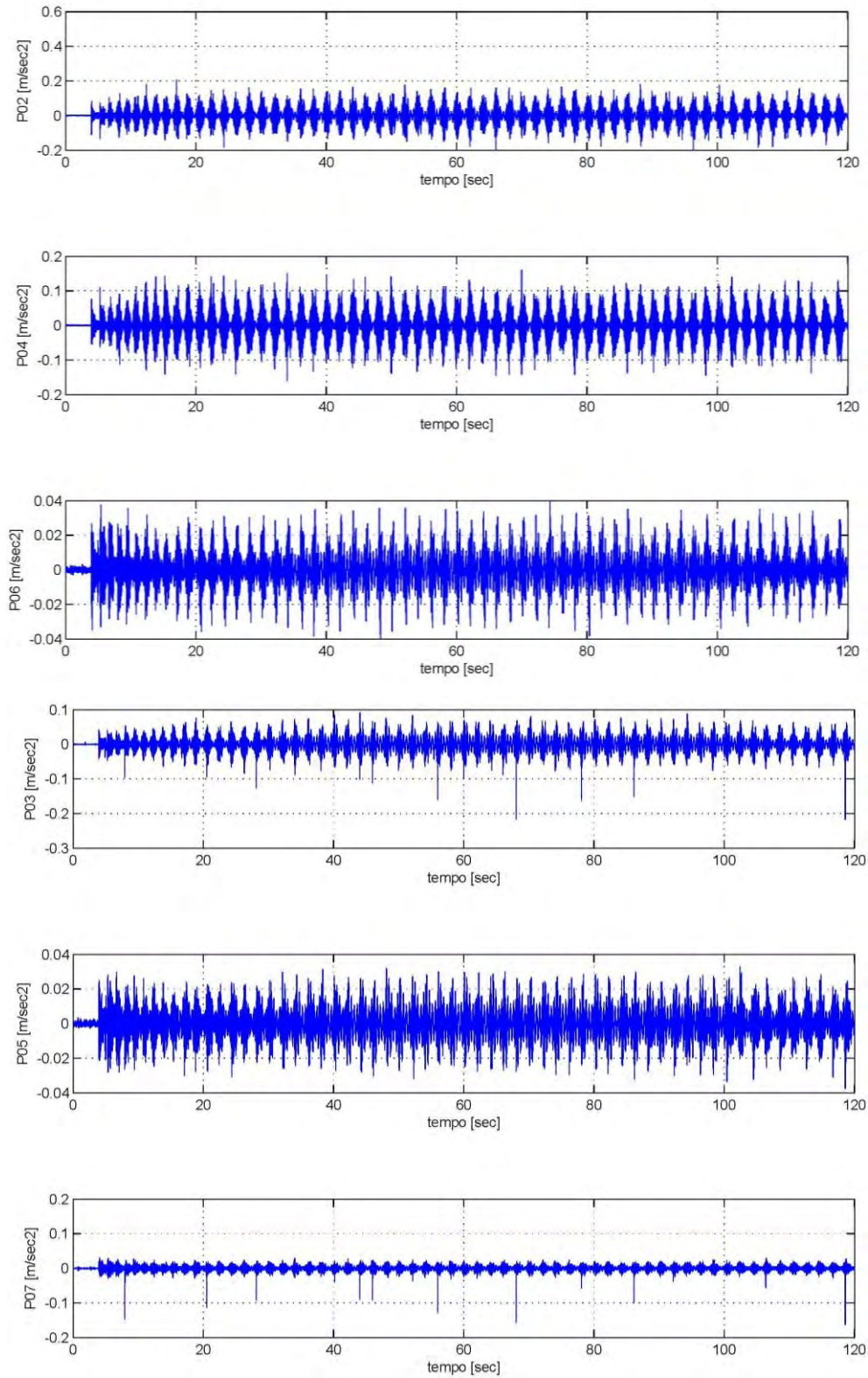
10.29 Forme modali 2D



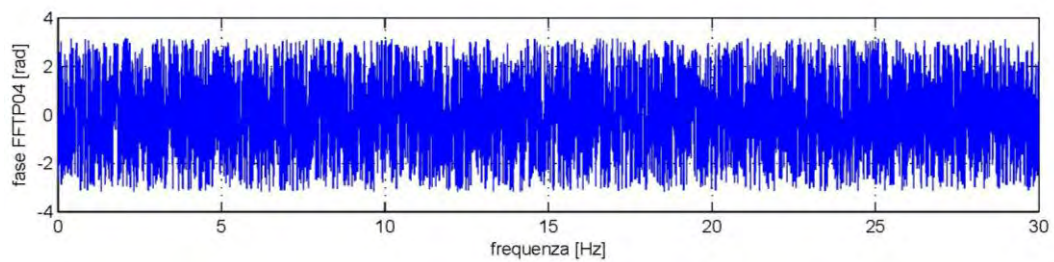
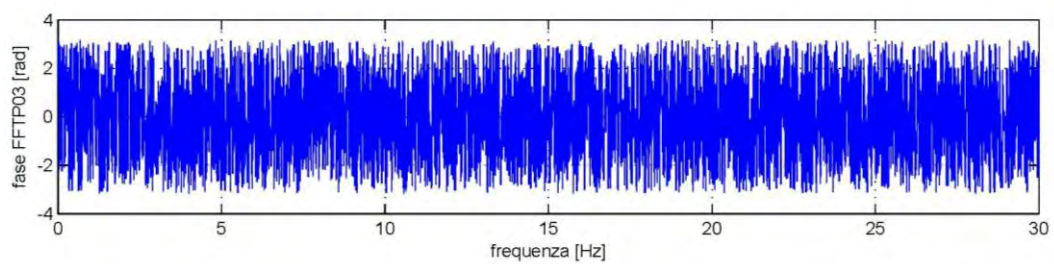
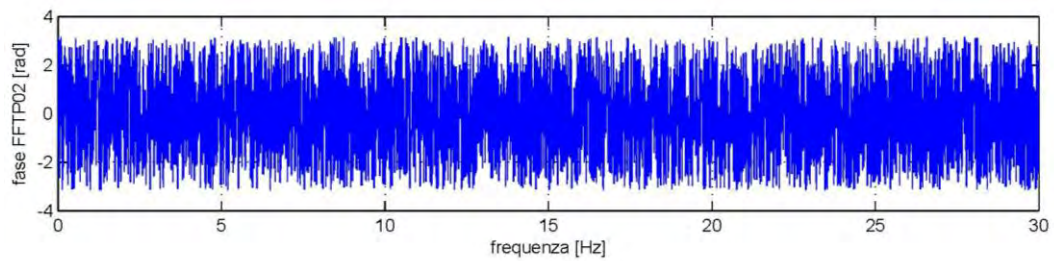
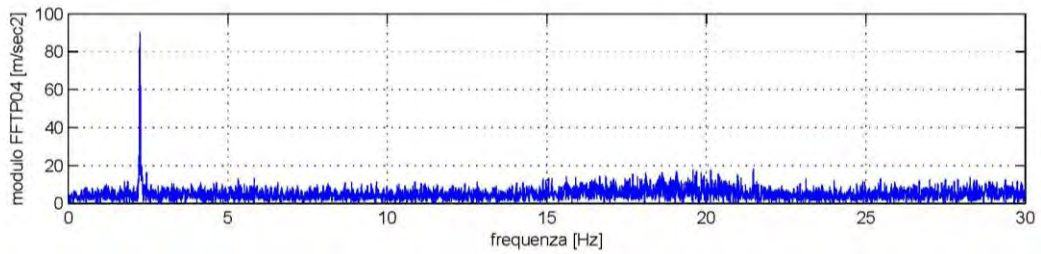
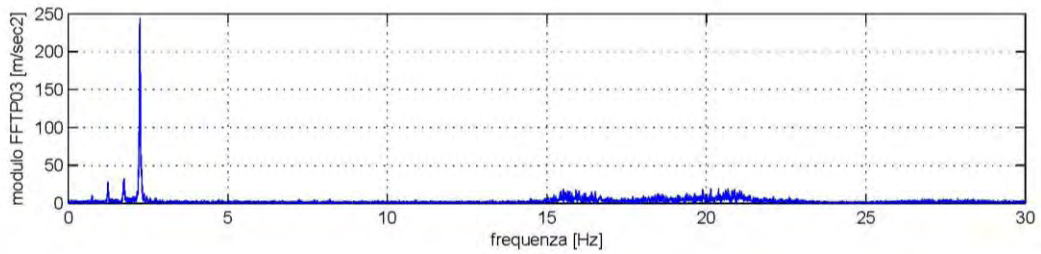
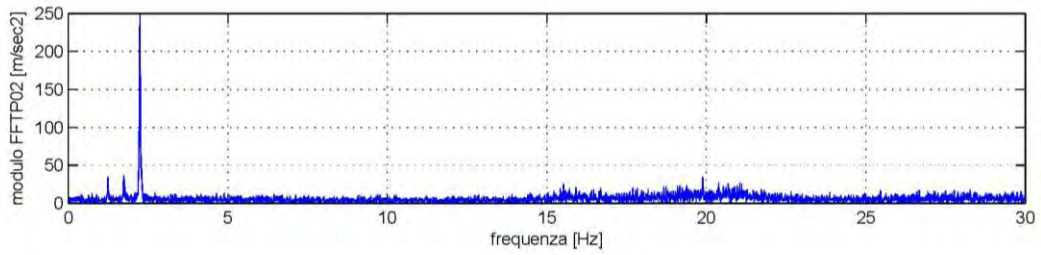
10.30 Forme modali 3D

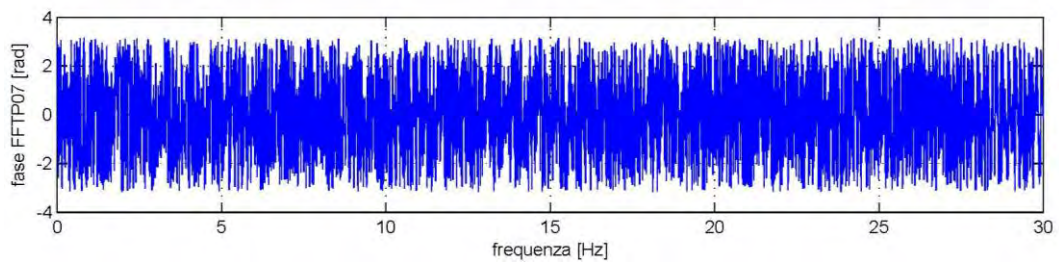
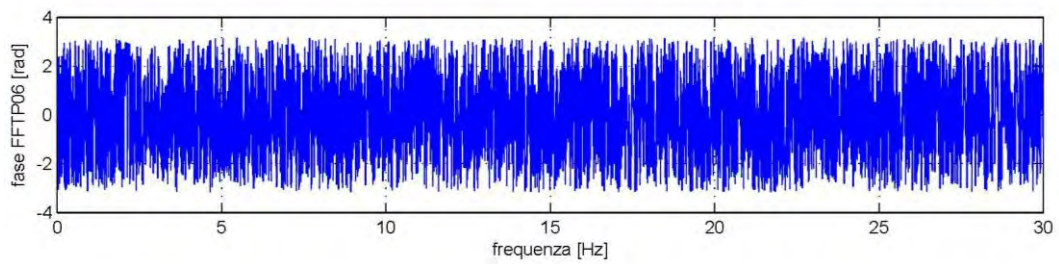
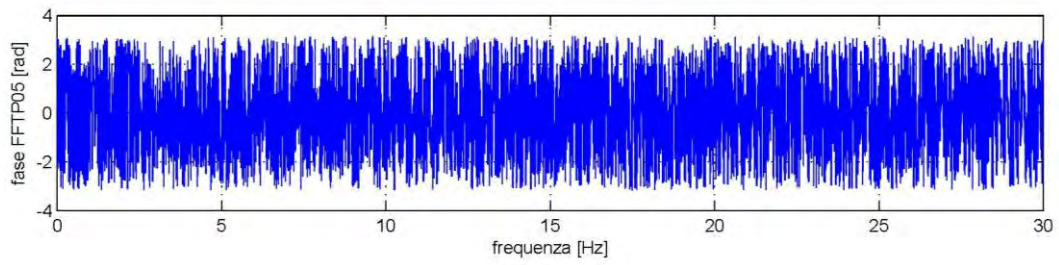
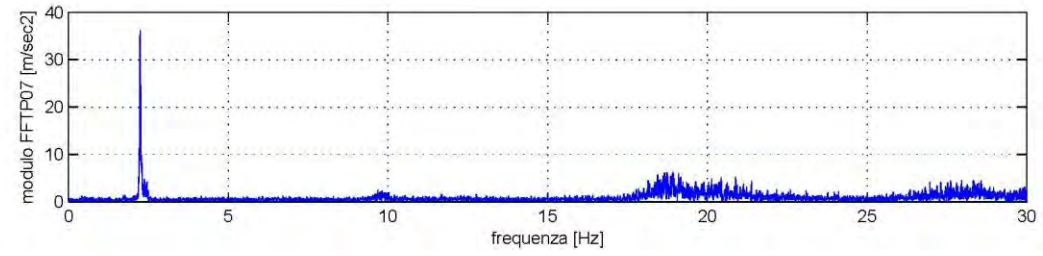
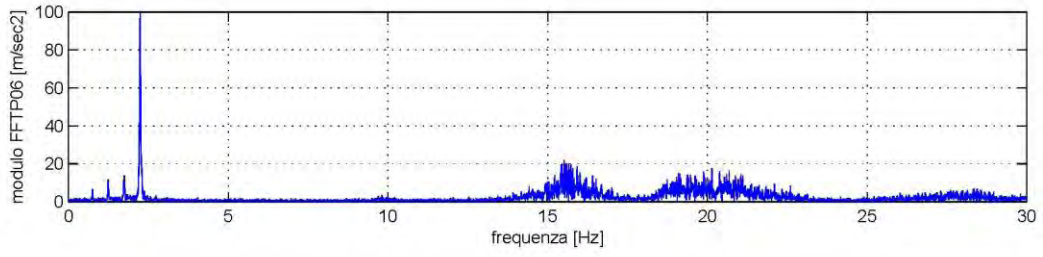
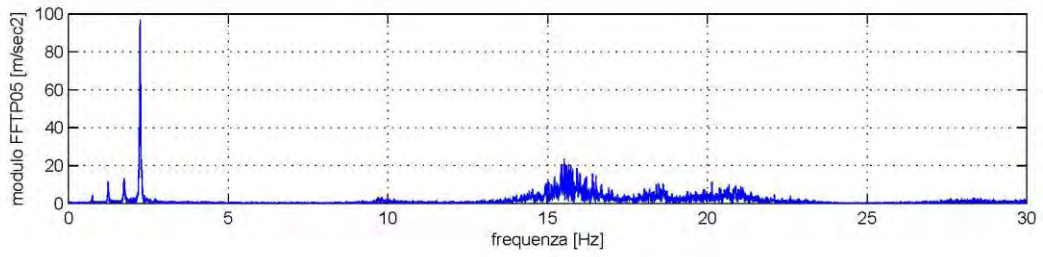
11 ALLEGATO 2

11.1 Eccitazione campana 1 grande senza battagliaio



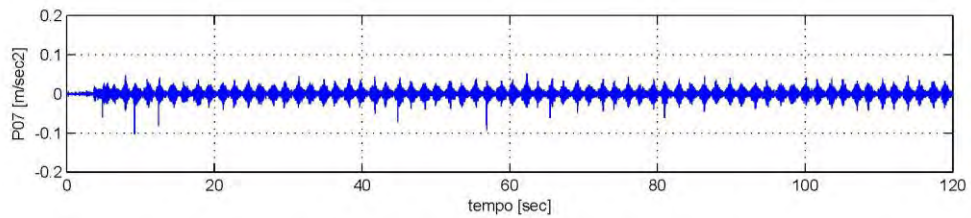
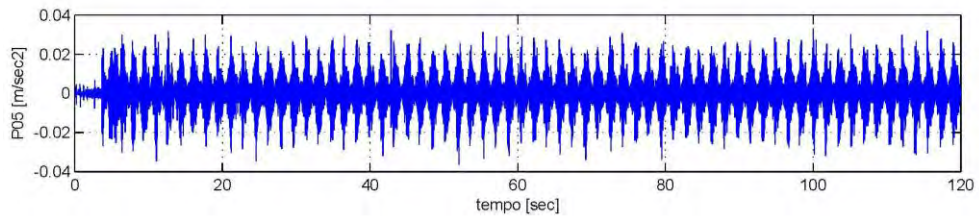
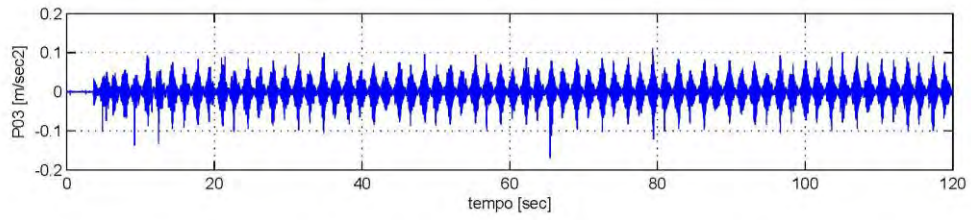
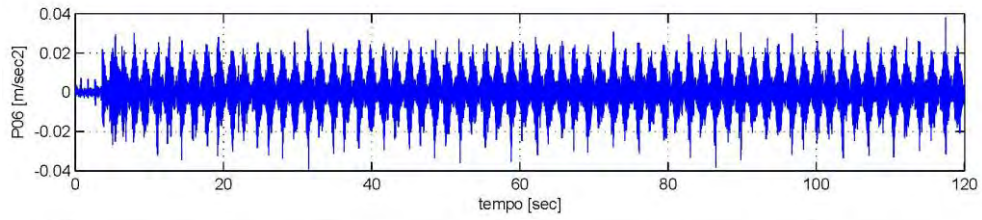
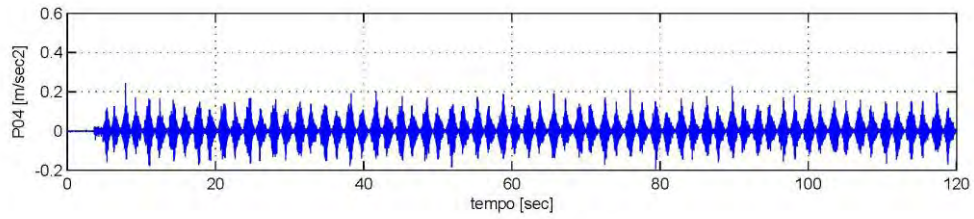
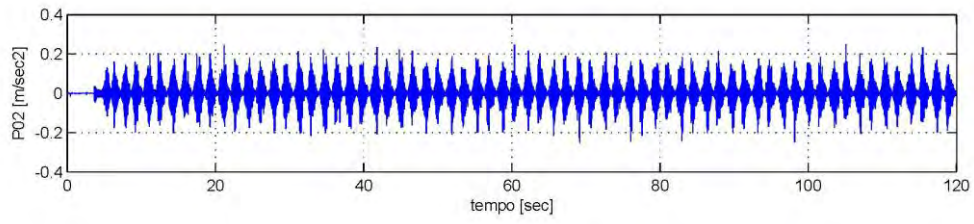
11.1 Time - History



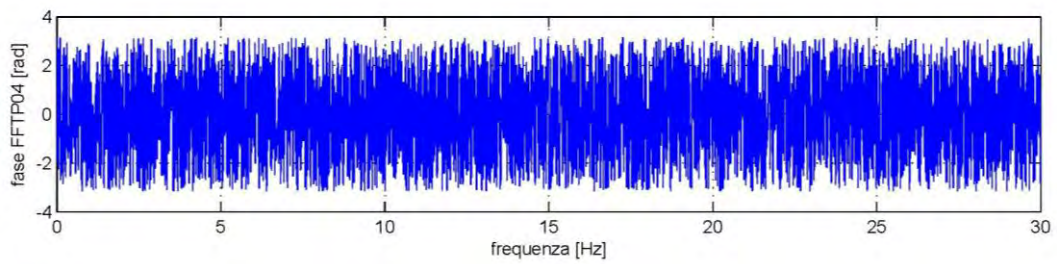
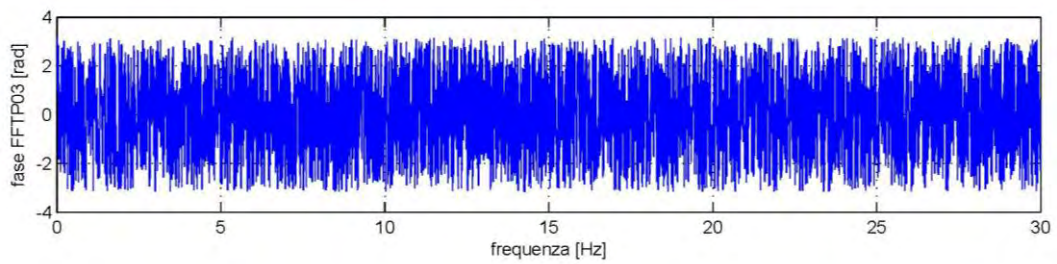
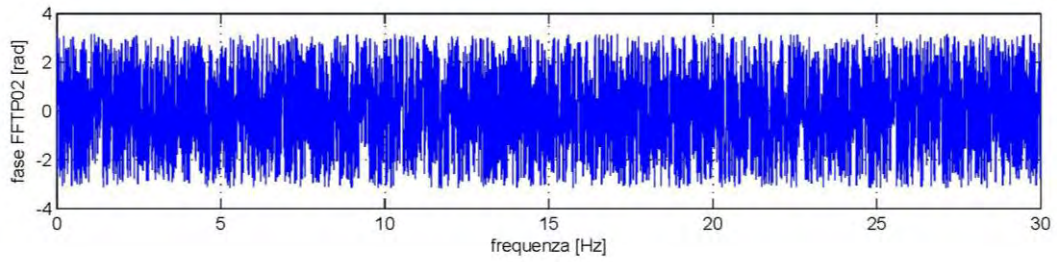
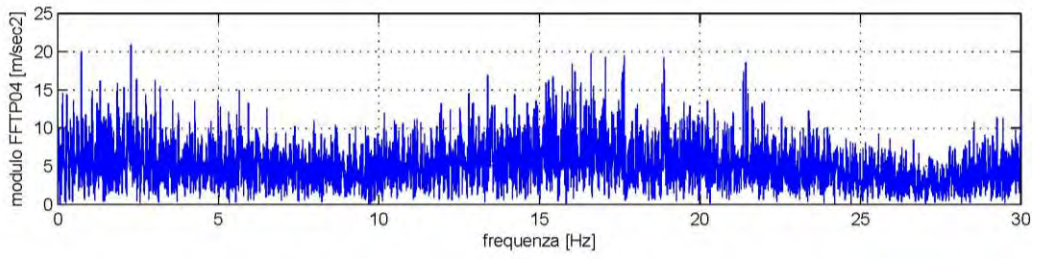
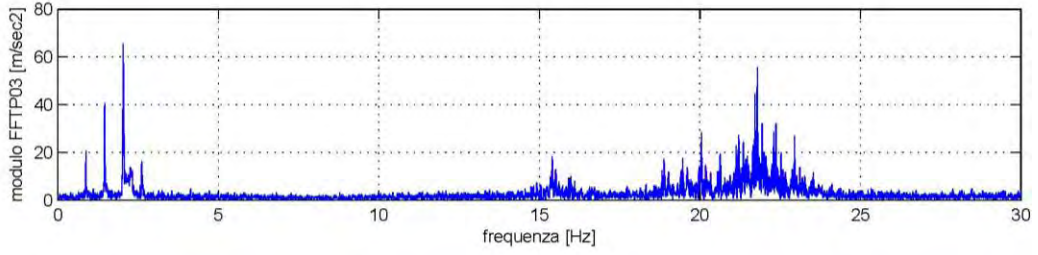
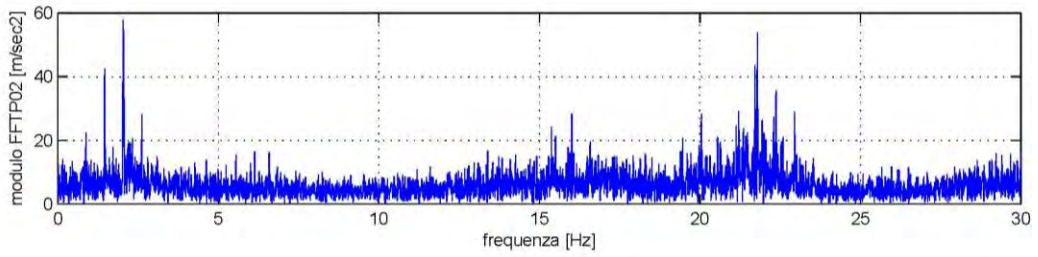


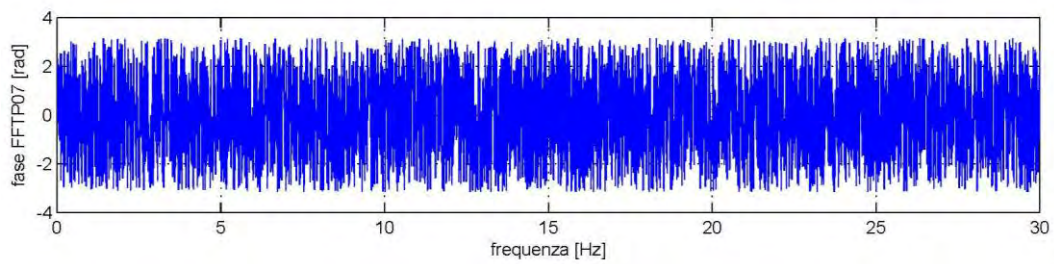
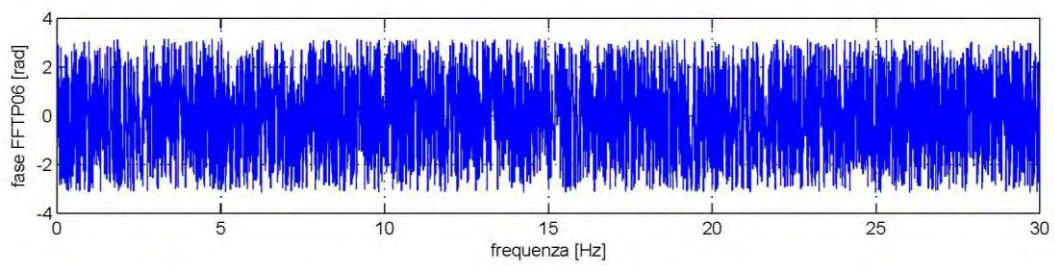
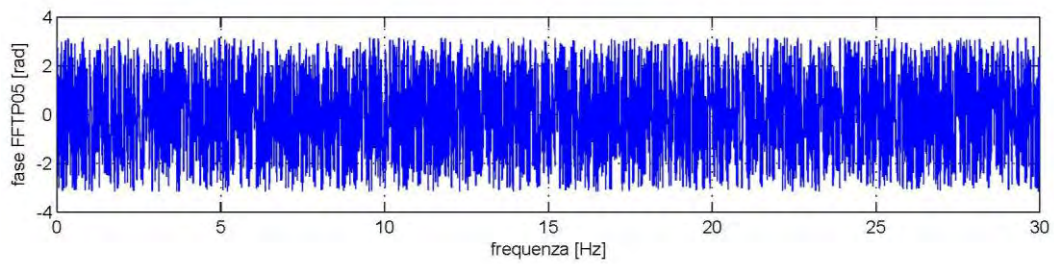
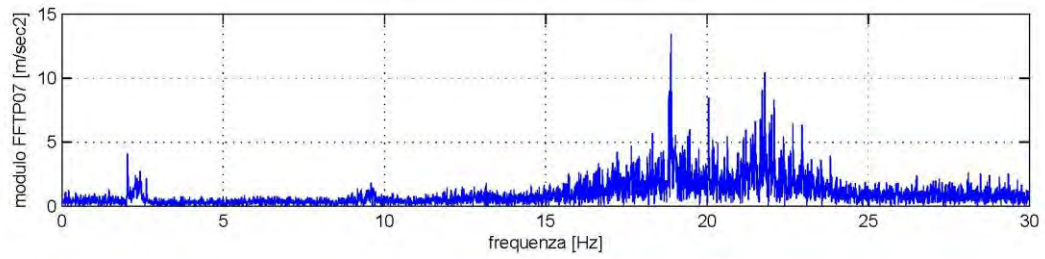
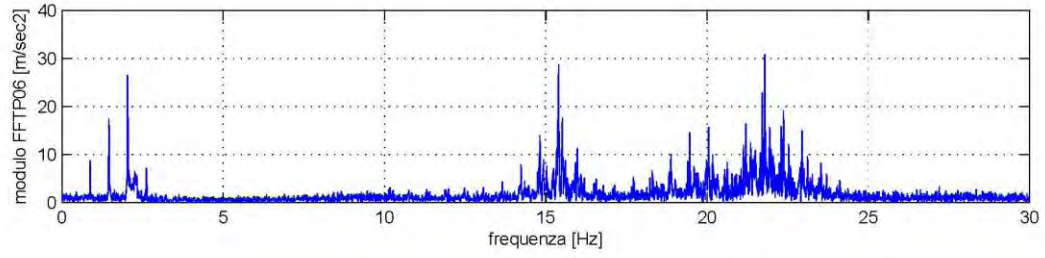
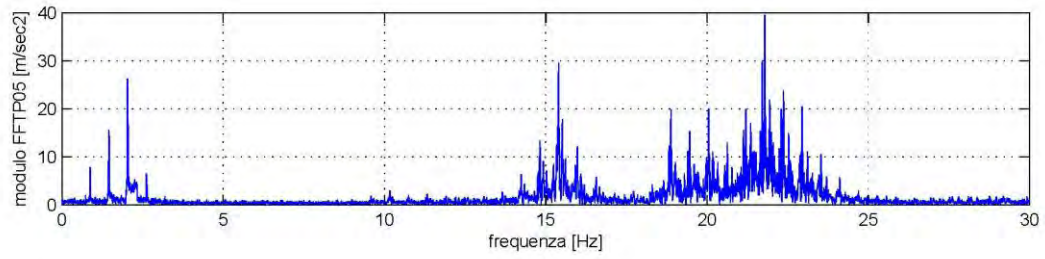
11.2 FFT

11.2 Eccitazione campana 2 media senza battaglia



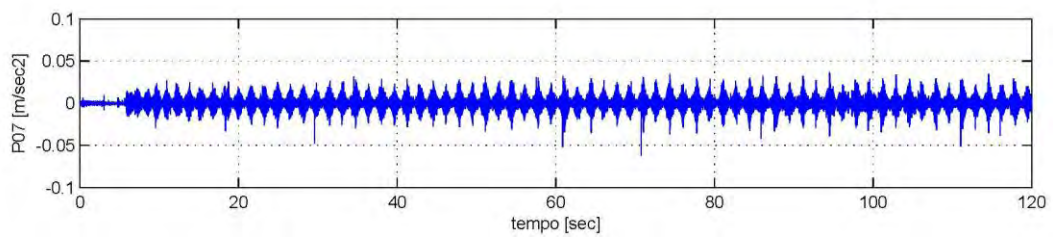
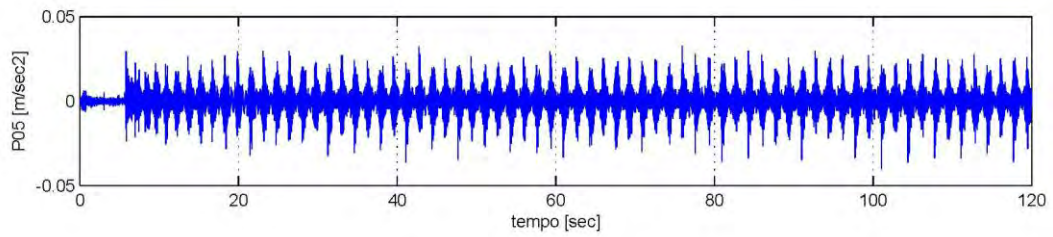
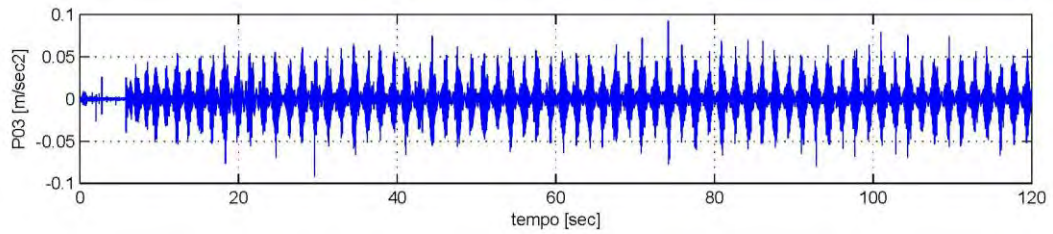
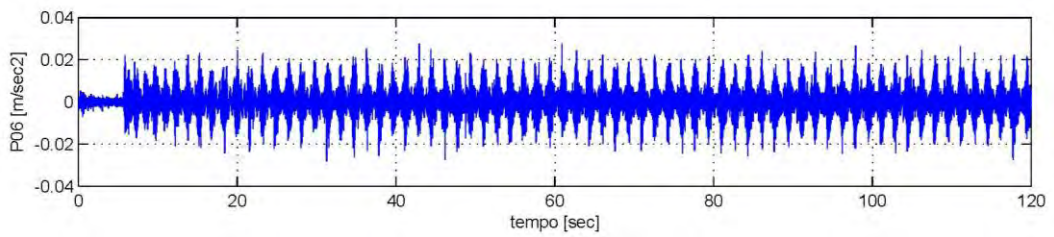
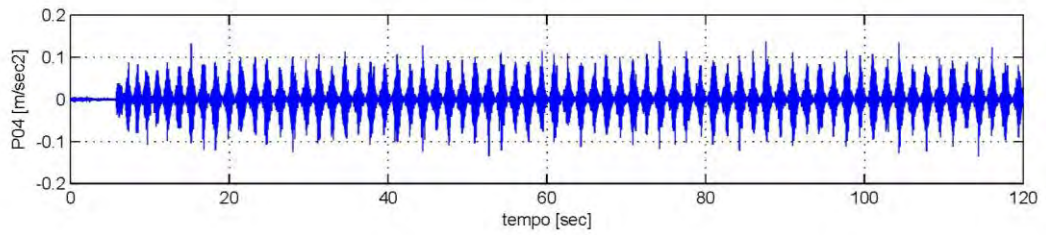
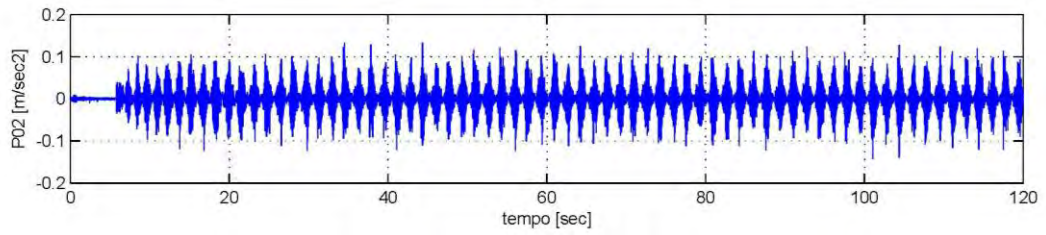
11.3 Time - History



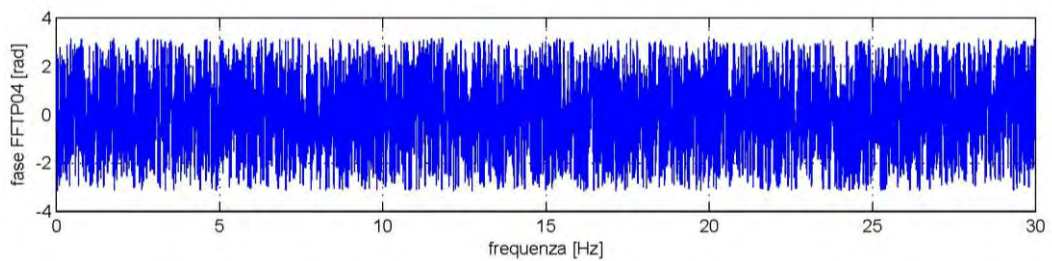
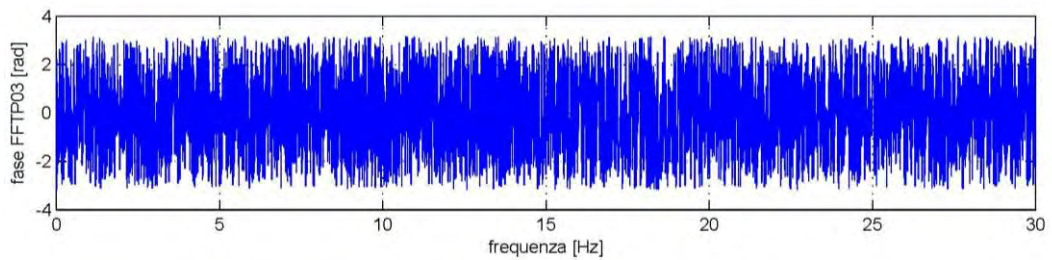
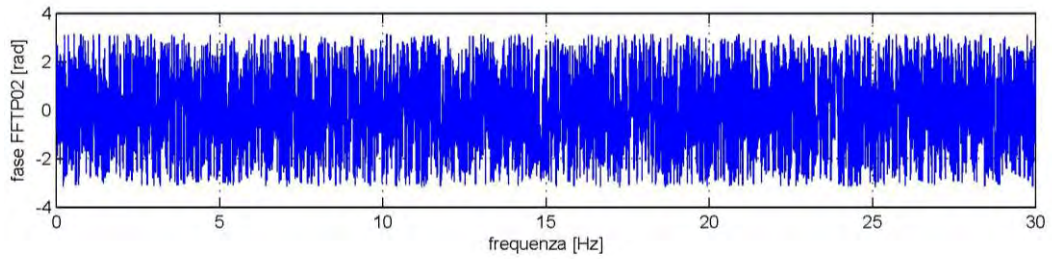
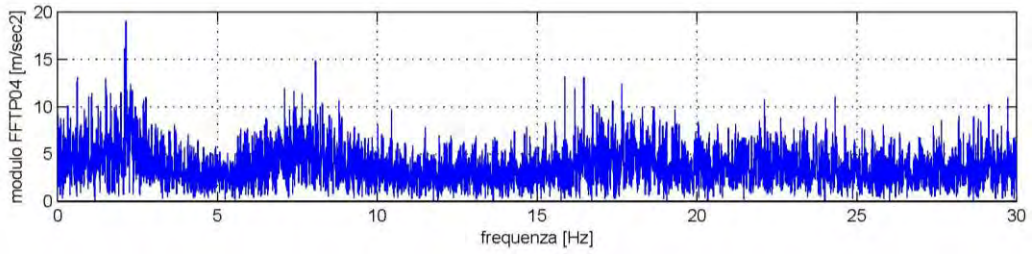
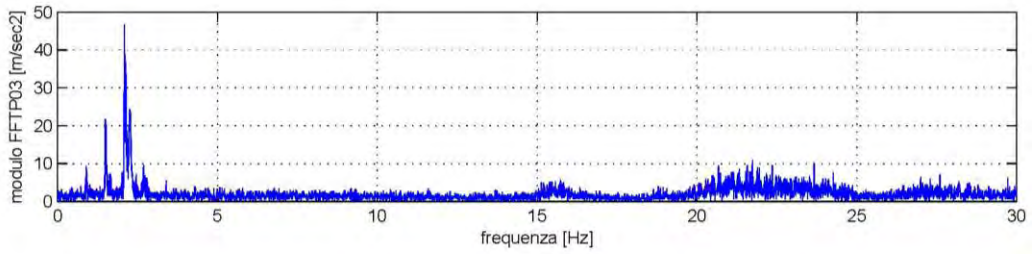
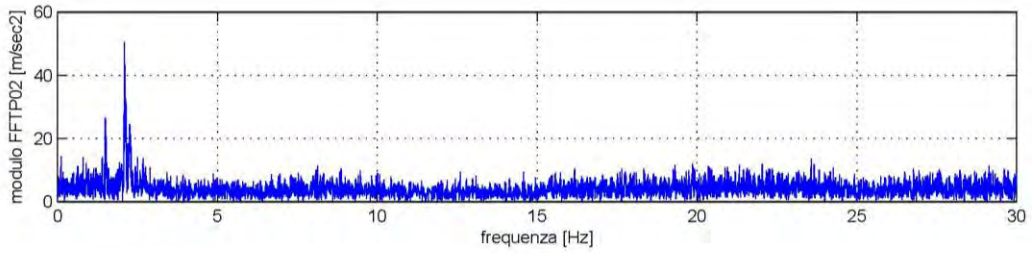


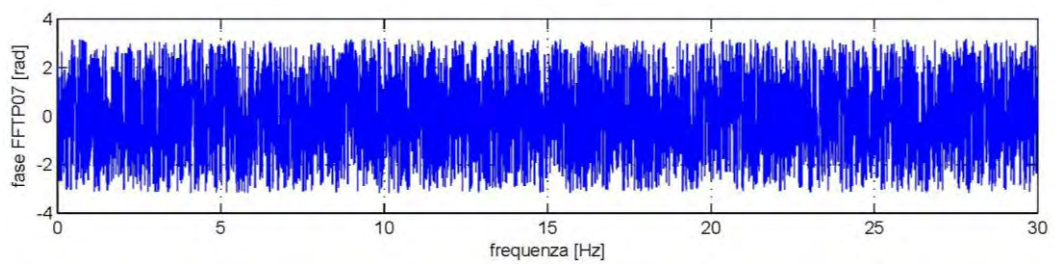
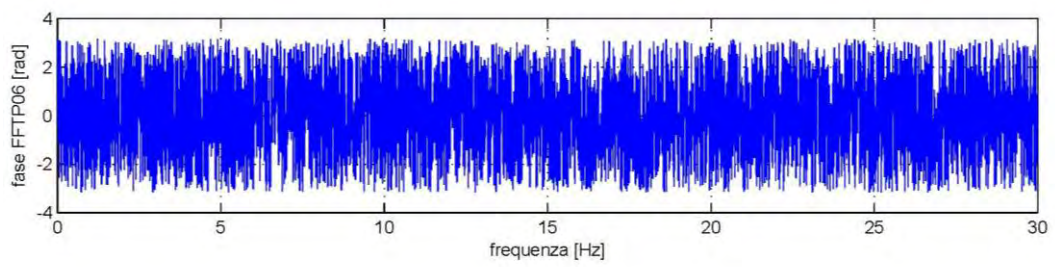
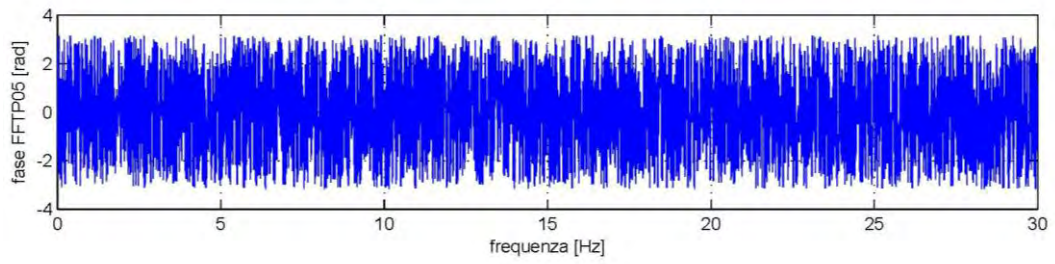
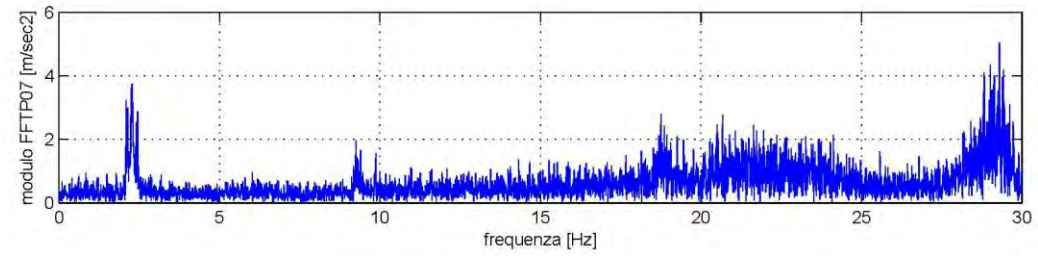
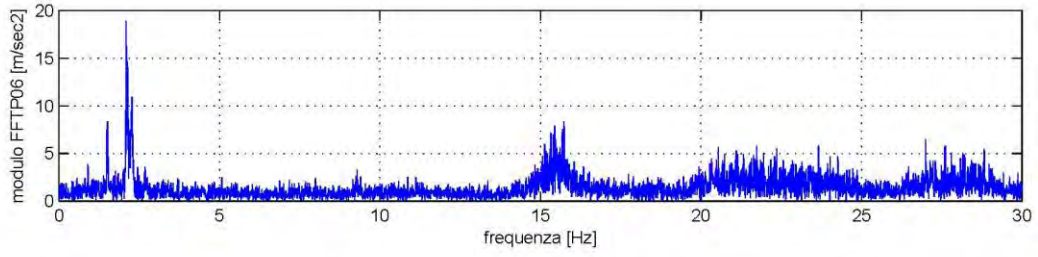
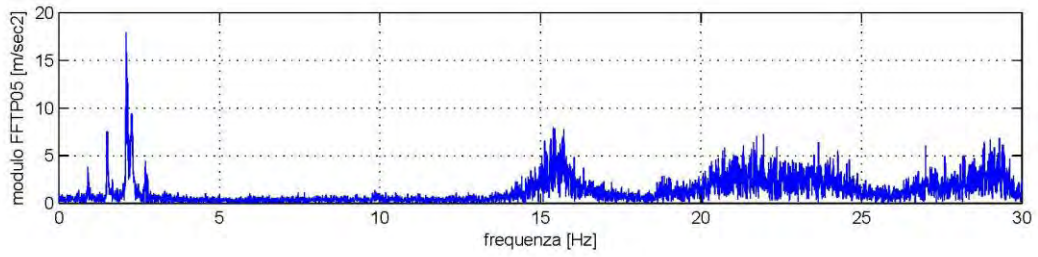
11.4 FFT

11.3 Eccitazione campana 3 piccola senza battaglia



11.5 Time - History





11.6 FFT

12 BIBLIOGRAFIA E RIFERIMENTI

Bibliografia

- [1] Sito internet www.santuariocornuda.org
- [2] Valutazione di incidenza, Piano di Assetto del Territorio PAT 2012, Comune di Cornuda.
- [3] Ivo Moret; Relazione geologica, Piano di Assetto del Territorio PAT 2012, Comune di Cornuda.
- [4] Gino Lucchetta e Dario Barazzuol; Studio di compatibilità sismica, Piano di Assetto del Territorio Intercomunale della vallata PATI.
- [5] DISS Working Group (2010). Database of Individual Seismogenic Sources (DISS), Version 3.1.1: A compilation of potential sources for earthquakes larger than M 5.5 in Italy and surrounding areas. <http://diss.rm.ingv.it/diss/>, © INGV 2010 - Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia - All rights reserved; DOI:10.6092/INGV.IT-DISS3.1.1
- [6] Ivo Moret; Studio di compatibilità sismica, Piano di Assetto del Territorio PAT 2012, Comune di Cornuda.
- [7] Fabio Sabetta; Valutazione della pericolosità e mitigazione del rischio sismico, documenti seminario Napoli 5 maggio 2010.
- [8] Sito internet it.wikipedia.org/wiki/Scala_Mercalli
- [9] Nuti C.; Slide corso di elementi di ingegneria sismica, 2003
- [10] Michael R. Lindeburg with Kurt M. McMullin; Seismic design of building structures: a professional's introduction to earthquake forces and design details; PPI 2011
- [11] Gruppo Amici della Rocca; Storia della Rocca e del Santuario della Madonna di Rocca; Grafiche Bastasi snc Cornuda (2000).
- [12] Matteo Padovani; Sistemi di suono delle campane, 2008
- [13] Sito internet: www.treccani.it/vocabolario/puddinga/
- [14] Cangi G., Caraboni M., De Maria A.; Analisi strutturale per il recupero antisismico; DEI tipografia del genio, 2010
- [15] Siro Casolo; Modelli dinamici per l'analisi di edilizia monumentale in muratura, Tesi di dottorato; Politecnico di Milano 1997
- [16] Soprintendenza per i beni architettonici e paesaggistici di Venezia e Laguna; Tecniche costruttive, dissesti e consolidamenti dei campanili di Venezia a cura di Alberto Lionello; Corbo e Fiore Editore, 2011
- [17] Lorenzo De Stefani; Tecniche innovative per il miglioramento sismico di edifici storico-monumentali, Tesi di dottorato; Università degli studi di Padova 2012
- [18] Marco Lurgo; Valutazione di effetti dinamici su una torre campanaria; Università degli studi di Padova 2000

- [19] Alberto Bonetto, Sviluppo e applicazione di algoritmi per l'identificazione dinamica e il rilevamento del danno delle strutture civili; Università degli studi di Padova 2012
- [20] D. J. Ewins; Modal Testing: Theory, Practice and Application, second edition; Research Studies Press Ltd.
- [21] Gianfranco Cariolaro, Gianfranco Pierobon, Giancarlo Calvagno; Segnali e sistemi; McGraw – Hill 2005
- [22] Armando Mammino, Fulvio Tonon, Giuliano Zen; Un metodo generale di verifica statica per torri campanarie snelle, Articolo scientifico
- [23] Gianfranco Cenghiaro, Pietro Giacomo Nonis; 9 Secoli di campane, arte cultura storia simbolo nella vita della gente; Piovan Editore 1986

Normativa di riferimento

- [A] D.M. Infrastrutture 14 Gennaio 2008, Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni (G.U. n.29 del 4 Febbraio 2008)
- [B] Circolare 2 Febbraio 2009 n.617 / C.S.LL.PP., Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al decreto ministeriale 14 Gennaio 2008 (G.U. n.47 del 26 Febbraio 2009)
- [C] Circolare n. 26 del 2 dicembre 2010, Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale allineate alle nuove Norme tecniche per le costruzioni (d.m. 14 gennaio 2008), Ministero per i Beni e le attività Culturali

Documenti e articoli consultati

Sabetta F. e Pugliese A.; *Attenuation of peak horizontal acceleration and velocity from Italian strong motion records*, Bulletin of the Seismological Society of America, 1987

Angelo Di Tommaso e Susanna Casacci; *Sopravvivenza di torri e campanili in ambiente sismico*; Università Alma Mater di Bologna

Settimo Martinello; *Effetti delle vibrazioni sulle costruzioni*, Appunti CIAS n° 1 edizione 1997

Salvador Ivorra, Francisco J. Pallarés; *Dynamic investigations on a masonry bell tower*, Elsevier Ltd. 2005

Salvador Ivorra, Francisco J. Pallarés, Jose M. Adam; *Dynamic behaviour of a modern bell tower – A case study*; Elsevier Ltd. 2009

Angelo D'Ambrisi, Valentina Mariani, Marco Mezzi; *Valutazione della vulnerabilità sismica di torri storiche mediante identificazione dinamica ed analisi non lineare*; ANIDIS Bari 2011

RINGRAZIAMENTI

Il primo doveroso e sentito grazie va a don Daniele perché, oltre al suo sostegno e alla sua preziosa amicizia, ha dato l'incipit concreto per sviluppare questo appassionante studio che mi ha visto impegnato da ormai diversi mesi.

Proprio ripensando ai passi fatti in questo ultimo periodo accademico realizzo quante siano le persone che ho coinvolto/disturbato per arrivare a questo risultato, a partire da Mons. Mauro Motterlini, passando per l'architetto Piergiorgio Ditadi e l'ing. Francesco Rossitto fino ad arrivare al prof. Renato Vitaliani, all'ing. Lorenzo De Stefani e l'ing. Massimiliano Lazzari; desidero rivolgere a loro un sentito ringraziamento per il tempo che mi hanno dedicato, le conoscenze profuse e la documentazione che hanno messo a disposizione. In particolare all'ing. Lorenzo De Stefani, correlatore di questa tesi, che mi ha guidato alla scoperta di queste sconosciute e innovative tematiche trattate, ma soprattutto perché ha sopportato i miei numerosi limiti in più di un'occasione e ha condiviso con me gioie e fatiche di questa esperienza formativa.