



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

**Modellistica e Controllo
di un Nanorobot**

**Modeling and Control for a
Nanorobot**

Laureanda:

Elena FREGONAS

Relatrice:

Prof. M. E. VALCHER

Anno Accademico 2012/2013

Abstract

La tesi si propone, prendendo spunto dal modello dinamico di un nanorobot utilizzato per scopi medico/diagnostici, di affrontare il problema della sintesi di un compensatore al fine di vedere rispettati certi obiettivi di controllo. In prima battuta viene proposto un controllo in retroazione proporzionale, poi si ricorre a due reti anticipatrici scelte tramite una sintesi per tentativi. Infine si propone un ultimo controllore che rispetti tutte le specifiche proposte.

Indice

1	Modello dinamico per un Nanorobot	2
1.1	Punti di Equilibrio	3
1.2	Linearizzazione del sistema attorno ad un punto in particolare	6
1.3	Forma di Jordan	7
1.4	Funzioni di Trasferimento	9
1.4.1	FDT con disturbo considerato nullo	9
1.4.2	FDT considerando la componente del disturbo non nulla	14
2	Progetto di un controllore	16
2.1	Alcune definizioni	16
2.2	Controllo del sistema in presenza di disturbo nullo	20
2.3	Controllo in presenza di disturbo non nullo	28
3	Conclusioni	36

1 Modello dinamico per un Nanorobot

Consideriamo il modello dinamico di un nanorobot in grado di muoversi nel sangue per scopi medico/diagnostici, come proposto in Cavalcanti [1] ed illustrato nella seguente figura:

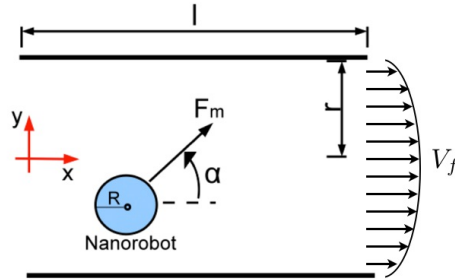


Figura 1: Modello che andiamo ad analizzare

Si vuole approssimare il robot con un corpo sferico di massa m e raggio R , e si adotta per il sangue un modello di tipo Newtoniano. La velocità del fluido v_f viene assunta di tipo parabolico ed è massima al centro del condotto, assunto di tipo cilindrico, mentre decresce fino ad annullarsi in prossimità delle pareti del condotto stesso. $F_r v$ rappresenta il valore della forza resistente che ostacola il moto del robot. Il modello proposto per la dinamica che andremo ad analizzare risulta quindi

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -F_r(\dot{x} - v_f) + F_m \cos(\alpha) + f_d \\ m\ddot{y} = -F_r\dot{y} + F_m \sin(\alpha) \end{cases}$$

dove $x(t)$ e $y(t)$ rappresentano la posizione nel piano cartesiano del baricentro del robot al variare del tempo, $F_m > 0$ è la forza motrice del robot, di cui consideriamo solo l'intensità e che per noi costituisce un parametro; α è l'angolo compreso tra il vettore F_m e l'asse delle ascisse e definisce la direzione di F_m , f_d è la forza di disturbo che agisce sul robot. Infine F_r è un parametro che tiene conto delle forze che ostacolano il robot, in particolare di quelle dovute alla viscosità del fluido.

Assumiamo $F_r = 6\pi\eta R$, dove η rappresenta la viscosità del fluido. Supponiamo, inoltre, che v_f , che rappresenta la velocità del fluido, abbia una

dipendenza quadratica sia da r , raggio del condotto cilindrico, che dalla coordinata y . Essa dipende inoltre da ΔP , la differenza di pressione ai capi del condotto, e possiamo dunque rappresentarla con una relazione del tipo $v_f = \frac{\Delta P}{4\eta l}(r^2 - y^2)$. Infine, l è la lunghezza del condotto.

1.1 Punti di Equilibrio

Supponendo che il sistema sia controllato regolando la direzione della forza motrice attraverso l'angolo α , determiniamo i punti di equilibrio del sistema (in forma simbolica) in corrispondenza di un ingresso costante e in assenza di disturbo (i.e. $f_d = 0$). Gli ingressi sono dunque α ed eventualmente f_d , che scriviamo solo per completezza del modello anche se verrà trattato in seguito, mentre l'uscita del sistema è d . Procediamo dunque considerando il nostro modello e portandoci ad uno spazio di stato con variabili $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x, y, \dot{x}, \dot{y})$. Il modello

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -F_r(\dot{x} - v_f) + F_m \cos(\alpha) + f_d \\ m\ddot{y} = -F_r\dot{y} + F_m \sin(\alpha) \end{cases}$$

diventa

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = -F_r(x_3 - v_f) + F_m \cos(\alpha) + f_d \\ \dot{x}_4 = -F_r x_4 + F_m \sin(\alpha) \end{cases}$$

Ora per trovare i punti di equilibrio di questo sistema dobbiamo assumere che l'ingresso α sia costante e imporre che tutte le derivate delle variabili di stato siano nulle. Avendo assunto $f_d = 0$, abbiamo

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 = 0 \\ \dot{x}_2 = x_4 = 0 \\ \dot{x}_3 = -6\pi\eta R(x_3 - v_f) + F_m \cos(\alpha) = 0 \\ \dot{x}_4 = -6\pi\eta R(x_4) + F_m \sin(\alpha) = 0 \end{cases}$$

Così facendo abbiamo che x_3 e x_4 sono uguali a zero e pertanto dalla

quarta equazione ricaviamo

$$F_m \sin(\alpha) = 0 \quad \implies \quad \sin(\alpha) = 0 \quad \text{per } \alpha = k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Dato che $F_m > 0$ per ipotesi, le soluzioni di tale equazione sono: $\alpha = 0$ e $\alpha = \pi$, unici valori di ingresso compatibili con l'esistenza dei punti di equilibrio. Ora dalla terza equazione otteniamo che $F_r v_f + F_m \cos(\alpha) = 0$ e dobbiamo valutarla nei due casi. Data la dipendenza di v_f da y^2 scriviamo:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{4\eta l}(r^2 - y^2) &= -\frac{F_m}{6\pi\eta R} \cos(\alpha) \\ y^2 &= r^2 + \frac{F_m}{6\pi\eta R} \cos(\alpha) \cdot \frac{4\eta l}{\Delta P} \end{aligned}$$

Ora se $\alpha = \pi$ abbiamo che

$$y = \pm \sqrt{r^2 - \frac{2lF_m}{3\pi R\Delta P}}$$

il quale è definito solo nel caso in cui

$$r^2 \geq \frac{2lF_m}{3\pi R\Delta P}$$

Se invece $\alpha = 0$ otteniamo

$$y = \pm \sqrt{r^2 + \frac{2lF_m}{3\pi R\Delta P}}$$

Poiché F_m e le altre grandezze del sistema sono maggiori di zero per ipotesi, l'argomento della radice risulta essere maggiore di r^2 . Ne consegue che $|y| > r$, ovvero il punto di equilibrio del nanorobot risulta essere esterno al condotto e dunque non è fisicamente ammissibile. Perciò gli unici punti di equilibrio che accettiamo sono quelli per $\alpha = \pi$, che si trovano all'interno del condotto e sono ammissibili poiché per tale valore di α possiamo imprimere al robot una forza motrice che ostacola la forza che il fluido imprime su di esso, giungendo appunto all'equilibrio. Riferendoci dunque al modello di stato i punti di

equilibrio trovati saranno della forma

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1, +\sqrt{r^2 - \frac{2lF_m}{3\pi R\Delta P}}, 0, 0)$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1, -\sqrt{r^2 - \frac{2lF_m}{3\pi R\Delta P}}, 0, 0)$$

dove il valore di \bar{x}_1 è generico in quanto è indifferente in che punto dell'asse delle ascisse ci troviamo. Inoltre i due insiemi di punti di equilibrio, per quanto riguarda la componente x_2 , sono simmetrici rispetto all'asse delle ascisse, dunque da ora in avanti possiamo considerare solo i punti nel piano cartesiano di coordinate (\bar{x}_1, \bar{x}_2) dove $\bar{x}_2 = +\sqrt{r^2 - \frac{2lF_m}{3\pi R\Delta P}}$.

Sostituendo dunque i valori dei parametri noti e considerando come ingressi $u_1 = \alpha$ e $u_2 = f_d$ otteniamo il modello non lineare

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_3 \\ \dot{x}_2 = x_4 \\ \dot{x}_3 = \frac{-6\pi\eta R}{m}x_3 + \frac{-3\pi R\Delta P}{2lm}(x_2^2 - r^2) + \frac{F_m}{m}\cos(u_1) + u_2 \\ \dot{x}_4 = \frac{-6\pi\eta R}{m}x_4 + \frac{F_m}{m}\sin(u_1) \end{cases}$$

Vogliamo ora linearizzarlo attorno ad un generico punto di equilibrio, ottenuto per $\alpha = \pi$. Si ha dunque

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{6\pi R\Delta P}{2lm}\bar{x}_2 & -\frac{6\pi\eta R}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{6\pi\eta R}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{F_m}{m}\sin(\bar{u}) \\ \frac{F_m}{m}\cos(\bar{u}) \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \\ 0 \end{bmatrix} u_2$$

mentre l'uscita del sistema è costituita dalla distanza del robot dall'origine del sistema di riferimento ovvero $y := d = \sqrt{x^2 + y^2}$, da cui

$$y = \begin{bmatrix} \frac{\bar{x}_1}{\sqrt{\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2}} & \frac{\bar{x}_2}{\sqrt{\bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2}} & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Abbiamo quindi ottenuto un modello lineare di stato del tipo

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1u_1 + B_2u_2 \\ y = Cx \end{cases}$$

1.2 Linearizzazione del sistema attorno ad un punto in particolare

Introduciamo ora i seguenti valori numerici per i parametri fisici in gioco: $\eta = 0.00116$ Pa s; $R = 10^{-7}$ m; $\Delta P = 0.5$ Pa; $m = 5 \cdot 10^{-10}$ Kg; $l = 90 \cdot 10^{-6}$ m; $r = 50 \cdot 10^{-5}$ m; $F_m = 1.4 \cdot 10^{-12}$ N.

Decidiamo ora di linearizzare il sistema attorno al punto di equilibrio $\bar{w} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4] = [25 \cdot 10^{-6}, 4.9946 \cdot 10^{-4}, 0, 0]$, ottenuto in corrispondenza a $\bar{u}_1 = \pi$ e $u_2 = f_d = 0$. Il sistema linearizzato risultante è:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5230 & -4.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0028 \end{bmatrix} u_1$$

$$y = [0.05 \quad 0.9987 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

che è del tipo

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1u_1 \\ y = Cx \end{cases}$$

1.3 Forma di Jordan

A questo punto consideriamo la sola matrice A . Vogliamo determinarne gli autovalori, ovvero gli zeri del polinomio caratteristico $\det(sI - A) = 0$, i.e.

$$\det \begin{bmatrix} s & 0 & -1 & 0 \\ 0 & s & 0 & -1 \\ 0 & 5230 & s + 4.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s + 4.4 \end{bmatrix} = 0.$$

Calcoliamo il determinante a partire dagli elementi della prima riga, ottenendo

$$\det(sI - A) = s \begin{pmatrix} s & 0 & -1 \\ 5230 & s + 4.4 & 0 \\ 0 & 0 & s + 4.4 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 & s & -1 \\ 0 & 5230 & 0 \\ 0 & 0 & s + 4.4 \end{pmatrix} \approx s^2(s + 4.4)^2.$$

Gli autovalori di A sono pertanto $\lambda_{1,2} \approx 0$ e $\lambda_{3,4} \approx -4.3731$. Adesso dobbiamo calcolare $\ker(\lambda_i I - A)$ per vedere che molteplicità geometrica hanno gli autovalori trovati; una volta calcolata, possiamo vedere quale delle quattro possibili forme di Jordan corrisponde a quella corretta. Poiché la dimensione del $\ker(\lambda_i I - A)$ è per entrambi gli autovalori pari a uno, ciò significa che la molteplicità geometrica di ogni autovalore è uno. Essendo poi la molteplicità algebrica pari a due per ambedue gli autovalori, avremo sulla diagonale delle matrice $J_{4 \times 4}$ gli autovalori $\lambda = 0$ e $\lambda = -4.4$ che compaiono rispettivamente due volte ciascuno. La molteplicità geometrica pari a uno ci dice invece che il numero di blocchi relativi al singolo autovalore è pari a uno, pertanto dobbiamo mettere degli uni sopra alcuni degli autovalori nella diagonale. Il procedimento da fare per trovare la molteplicità geometrica di un autovalore è proposto solo per il caso $\lambda = 0$, essendo analogo quello per $\lambda = -4.4$.

Troviamo il $\ker(\lambda I - A)$ per $\lambda = 0$

$$\ker \begin{bmatrix} \lambda & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & -1 \\ 0 & 5230 & \lambda + 4.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda + 4.4 \end{bmatrix} = 0$$

risolviamo quindi il sistema lineare di quattro equazioni in quattro incognite

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 5230 & +4.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +4.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -1v_3 = 0 \\ -1v_4 = 0 \\ 5230v_2 + 4.4v_3 = 0 \\ 4.4v_4 = 0 \end{cases}$$

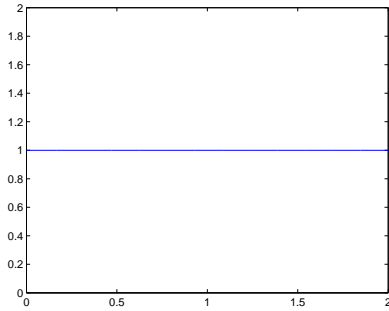
da cui ricaviamo che il nucleo è generato dallo spazio vettoriale formato dal singolo vettore linearmente indipendente

$$\ker(\lambda I - A) = \text{span} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

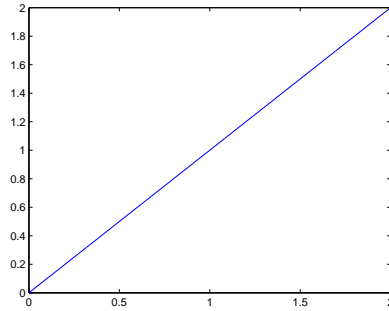
La forma di Jordan corretta associata alla matrice A sarà

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4.3731 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4.3731 \end{bmatrix}$$

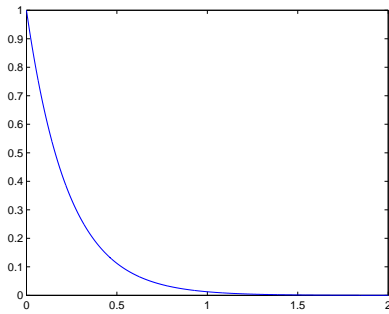
la quale presenta due miniblocchi di Jordan di dimensione 2, uno per ogni autovalore reale. L'autovalore $\lambda = 0$ induce un modo costante e uno divergente, mentre l'autovalore $\lambda = -4.3731$ induce dei modi convergenti. In Figura 2 sono riportati i grafici dei modi del sistema.



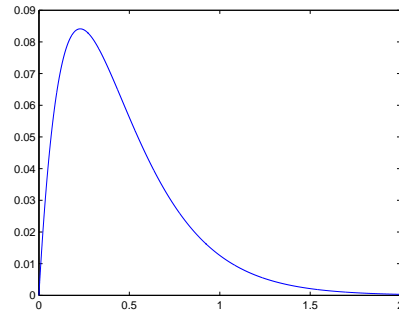
(a) *modo costante.*



(b) *modo divergente.*



(c) *modo convergente.*



(d) *modo convergente.*

Figura 2: Modi associati alla matrice A .

1.4 Funzioni di Trasferimento

Determiniamo ora sia la funzione di trasferimento $G(s)$ tra l'ingresso α e l'uscita y , sia la funzione di trasferimento $G_{fd}(s)$ tra il disturbo f_d e l'uscita y .

1.4.1 FDT con disturbo considerato nullo

Consideriamo dapprima il sistema senza il disturbo (i.e. $u_2(t) = f_d(t) = 0$)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 u_1(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

la cui funzione di trasferimento

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B_1$$

Risolvendo opportunamente i prodotti matriciali si trova:

$$G(s) = \frac{-0.0027965(s + 18.51)(s - 14.14)}{s^2(s + 4.373)^2}$$

che presenta come poli gli autovalori della matrice A , precedentemente determinati, e ha due zeri di cui uno a parte reale negativa (stabile) e uno a parte reale positiva (instabile).

Requisito essenziale per poter parlare di risposta al gradino è che il sistema sia BIBO stabile, ma osservando la $G(s)$ ottenuta capiamo subito che essa non soddisfa la condizione richiesta, pertanto la risposta al gradino divergerà e, come si può notare dal grafico, già per valori molto bassi di t .

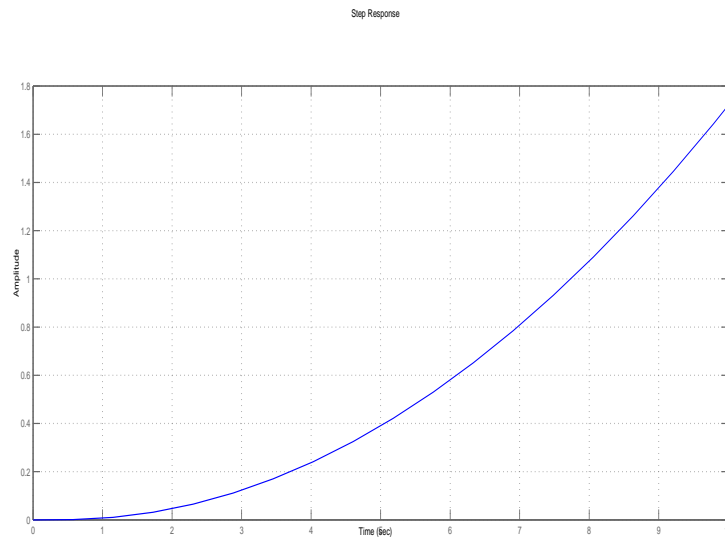


Figura 3: Risposta al gradino della FDT $G(s)$

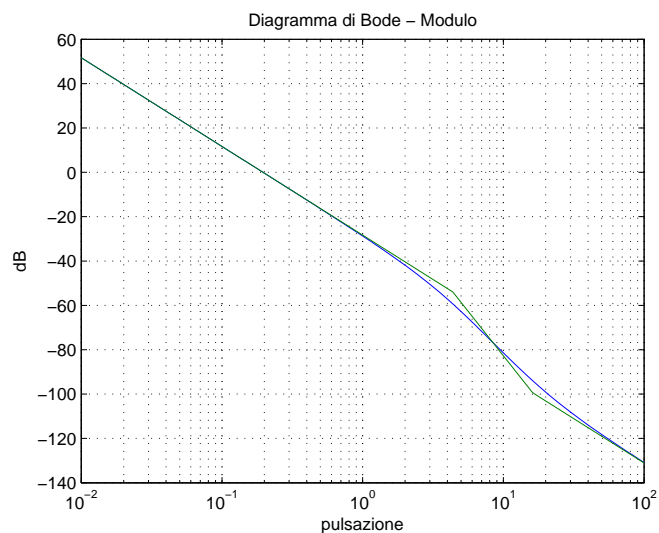


Figura 4: Bode di G (modulo) asintotico e reale

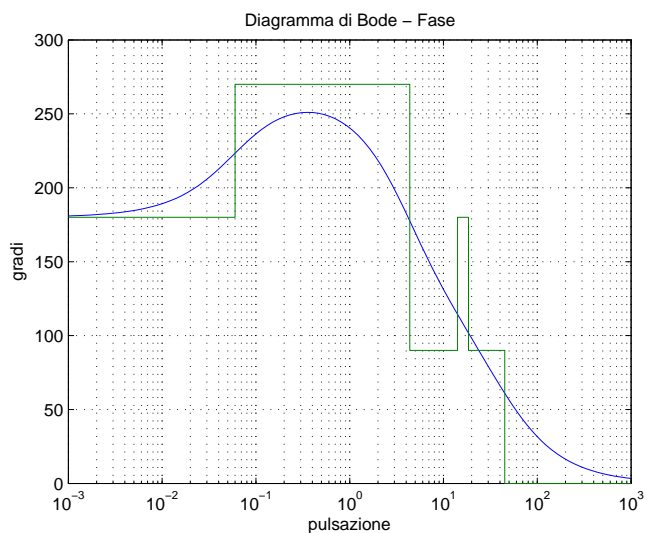


Figura 5: Bode di G (fase) asintotico e reale

Luogo delle radici Abbiamo dunque visto che tale funzione di trasferimento presenta un polo nell'origine, il quale ne compromette sia la stabilità asintotica sia la stabilità BIBO. Ci proponiamo pertanto di calcolare il luogo

delle radici di tale funzione per vedere cosa riusciamo ad ottenere in termini di stabilità con un semplice controllo proporzionale in retroazione unitaria negativa. Troviamo quindi la funzione di trasferimento in catena chiusa, ottenuta a partire dalla $G(s)$ che si presenta nella forma

$$G(s) = K_E \cdot \frac{p(s)}{q(s)}$$

dove $p(s)$ e $q(s)$ sono polinomi monici, coprimi tra loro, dove inoltre K_E è il guadagno di Evans ed ha un valore negativo e non unitario. Vogliamo dunque studiare il luogo delle radici a partire dalla $G(s)$ definendo

$$\tilde{G}(s) = \tilde{K} \cdot K_E \cdot \frac{p(s)}{q(s)}$$

al variare del parametro $K := \tilde{K}K_E$. Otteniamo la FDT in catena chiusa

$$W(s) = \frac{\tilde{G}}{1 + \tilde{G}} = \frac{\tilde{K}G}{1 + \tilde{K}G} = \frac{Kp(s)}{q(s) + Kp(s)}$$

e il nostro obiettivo sarà quello di valutare i poli della $W(s)$ e quindi la sua stabilità BIBO al variare di K , ovvero vogliamo trovare le soluzioni dell'equazione $d(s) = q(s) + Kp(s) = 0$ sempre al variare di $K \neq 0$. I punti che soddisfano tale equazione faranno parte del luogo delle radici: infatti al variare di $K \in \mathbb{R}$ ogni polo descrive una curva continua nel piano complesso, la quale rappresenta un ramo del luogo.

Poiché la $G(s)$ ha guadagno K_E non unitario, dobbiamo considerare la corrispondente $\tilde{G}(s)$, la quale presenta $K_E = 1$, ovvero

$$\tilde{G}(s) = \frac{p(s)}{q(s)}.$$

Allora al luogo positivo (dunque per valori di $K > 0$) di $\tilde{G}(s)$ corrisponde il luogo negativo della $G(s)$, ovvero l'insieme dei poli della funzione di trasferimento $W(s)$, ottenuta per retroazione unitaria negativa della $G(s)$ originaria, con controllo proporzionale $\tilde{K} < 0$.

Il semipiano reale negativo del luogo racchiude i poli a cui corrispondono i

valori di K che determinano la stabilità del sistema e le variazioni della stabilità possono avvenire solo in corrispondenza all'attraversamento dell'asse immaginario.

Per quanto riguarda il luogo positivo (per $\tilde{K} < 0$ e dunque per $K > 0$), esso presenta due rami che partono da due poli e terminano in due zeri, poi presenta due rami che partendo dagli stessi poli e passando per il punto doppio, divergono asintoticamente ad infinito. A causa della presenza di un ramo interamente contenuto nel semipiano reale positivo possiamo affermare che non ci sarà mai stabilità BIBO del sistema in catena chiusa per $K > 0$.

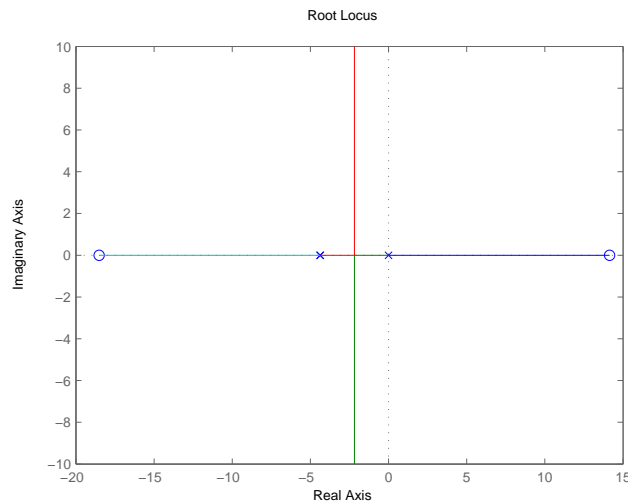


Figura 6: Luogo delle radici positivo della funzione $\tilde{G}(s)$

Per quanto invece riguarda il luogo negativo di $\tilde{G}(s)$, esso coincide con il luogo dei poli della $W(s)$, ottenuta per retroazione da $G(s)$, con $\tilde{K} > 0$ non si ha mai stabilità a causa di un ramo del luogo che va a $+\infty$, il quale comprende i poli che causano modi divergenti.

Possiamo capire che tramite un semplice controllo proporzionale in retroazione non abbiamo alcuna variazione della stabilità, dovremo dunque ricorrere ad una rete anticipatrice per ottenere una funzione di trasferimento del sistema in retroazione almeno BIBO stabile.

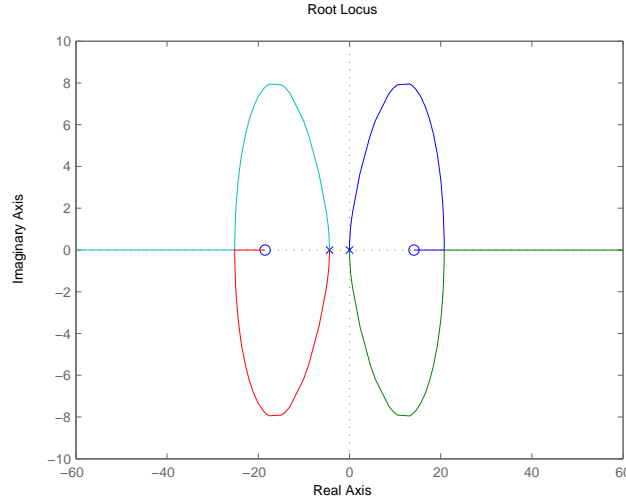


Figura 7: Luogo delle radici negativo della funzione $\tilde{G}(s)$

1.4.2 FDT considerando la componente del disturbo non nulla

Consideriamo nuovamente il punto di equilibrio \bar{w} attorno al quale vogliamo linearizzare il sistema e sia $B_2 = [0, 0, 2 \cdot 10^9, 0]^T$. Allora la funzione di trasferimento tra il disturbo f_d e l'uscita y , ignorando la componente dell'ingresso $u_1 = \alpha$, ovvero ponendola uguale a zero, sarà

$$G_{fd}(s) = C(sI - A)^{-1}B_2 = \frac{99981957}{s(s + 4.373)}.$$

la quale presenta un solo polo nell'origine e un polo stabile. La FDT non è BIBO stabile a causa del polo nell'origine, tuttavia studiandone il luogo positivo studiamo in realtà la $W(s)$ la quale sarà invece sempre BIBO stabile per $K > 0$. La FDT è di nuovo della forma

$$G_{fd}(s) = K_E \cdot \frac{p(s)}{q(s)}$$

solo che questa volta il guadagno di Evans è positivo. Procediamo dunque definendo

$$\tilde{G}_{fd}(s) = \frac{p(s)}{q(s)}$$

ponendo cioè $K_E = 1$ e notando che il luogo positivo della \tilde{G}_{fd} è anche il luogo dei poli della $W(s)$ ottenuta per retroazione unitaria negativa dalla $G_{fd}(s)$ in presenza di controllore proporzionale $K > 0$, ovvero:

$$W(s) = \frac{KG_{fd}(s)}{1 + KG_{fd}(s)} = \frac{K(998 \cdot 10^7)s + K(4.372 \cdot 10^8)}{s^3 + (8.746)s^2 + K(998 \cdot 10^7)s + K(4.372 \cdot 10^8)}$$

Il luogo riportato rappresenta dunque il comportamento dei poli della $W(s)$ al variare del parametro $K > 0$ e risiede completamente nel semipiano negativo, pertanto si avrà stabilità BIBO. Il luogo negativo presenta invece modi divergenti.

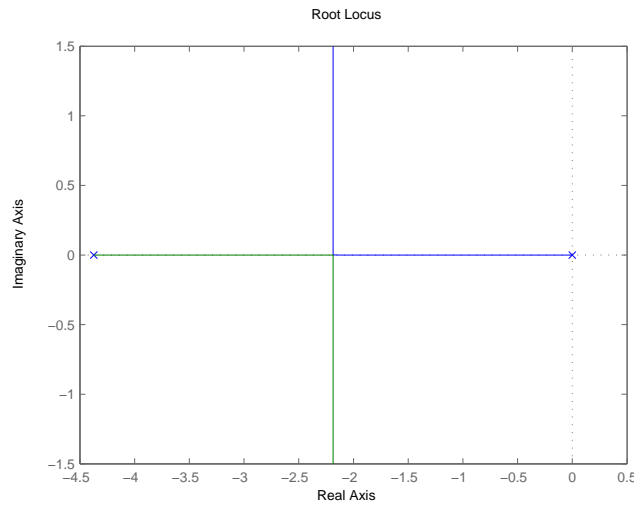


Figura 8: Luogo delle radici positivo della funzione $\tilde{G}_{fd}(s)$ con $u_1 = 0$

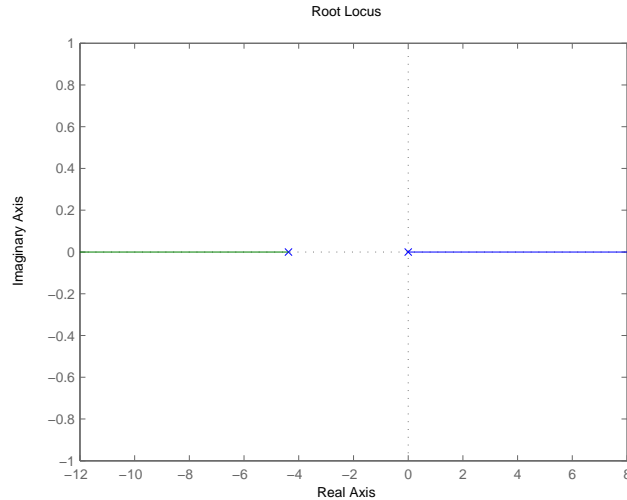


Figura 9: Luogo delle radici negativo della funzione $\tilde{G}_{fd}(s)$ con $u_1 = 0$

2 Progetto di un controllore

2.1 Alcune definizioni

Prima di tutto definiamo i parametri che utilizzeremo, sia quelli ottenuti dall'analisi della risposta al gradino del sistema, sia quelli legati all'analisi della risposta in frequenza del sistema.

Consideriamo dunque un gradino unitario come ingresso $u(t) = \delta_{-1}(t)$ e sia $w(t)$ la risposta impulsiva del nostro sistema. La risposta al gradino viene ottenuta mediante la convoluzione

$$w_{-1}(t) = (w * \delta_{-1})(t) = \int_0^t w(\tau) \delta_{-1}(t - \tau) d\tau = \int_0^t w(\tau) d\tau \quad \text{per } t \geq 0,$$

ed essa è una funzione continua che soddisfa le condizioni

$$w_{-1}(0) = 0$$

$$w_{-1}(+\infty) = \int_0^{+\infty} w(\tau) d\tau = W(j\omega)|_{\omega=0} = W(0) \neq 0$$

dove $W(s)$ è la FDT (razionale e propria) del nostro sistema.

Possiamo ora definire il **tempo di salita al 5%** come il tempo necessario affinché l'uscita entri, per la prima volta, nell'intorno del valore finale $[0.95W(0), 1.05W(0)]$:

$$t_r := \min\{t \geq 0 : |w_{-1}(t) - W(0)| \leq 0.05 \cdot |W(0)|\}$$

Poiché la risposta al gradino parte da 0 per $t = 0$, il tempo di salita corrisponde a quanto tempo è necessario affinché l'uscita si porti al valore $w_{-1}(t_r) = 0.95W(0)$.

Il **tempo di assestamento** è invece il tempo necessario affinché l'uscita si assesti definitivamente entro un intorno specifico del valore finale $y(+\infty)$, ovvero nel nostro caso è il tempo necessario affinché l'uscita si assesti nel range $[0.95W(0), 1.05W(0)]$. La definizione formale è

$$t_a := \min\{t \geq 0 : \forall \tau \geq t, |w_{-1}(\tau) - W(0)| \leq 0.05 \cdot |W(0)|\}.$$

La **sovraelongazione percentuale** è definita come

$$S_{\%} = \sup_{t \geq 0} \frac{w_{-1}(t) - W(0)}{W(0)} \cdot 100\%.$$

Definiti i parametri che descrivono qualitativamente la dinamica del sistema nel dominio del tempo, andiamo a caratterizzare il sistema anche nel dominio della frequenza, definendo ulteriori utili parametri.

Riferendoci al modulo della risposta in frequenza del sistema $W(j\omega)$, dove $\omega \in R^+$, abbiamo che la **pulsazione di risonanza** (ammesso che esista e sia unica) è quella pulsazione $\omega > 0$ in corrispondenza alla quale il modulo di $W(j\omega)$ assume il valore massimo. Formalmente

$$|W(j\omega_r)| = \max_{\omega > 0} |W(j\omega)|.$$

Dopo aver considerato i fenomeni transitori nella risposta al gradino, vediamo i parametri che caratterizzano il comportamento a regime del sistema. Consideriamo pertanto un sistema single-input single-output lineare, tempo-invariante, causale e BIBO stabile, a tempo continuo, la cui FDT $W(s) \in \mathcal{R}(s)$ sia strettamente propria e soddisfi $W(0) \neq 0$. Questo sistema è definito di **tipo k** se esso insegue con errore di regime permanente costante ma non nullo il segnale canonico $\delta_{-(k+1)}(t) = \frac{t^k}{k!} \delta_{-1}(t)$. Si può alternativamente formalizzare dicendo che

$$e_{rp}^{k+1} := \lim_{t \rightarrow +\infty} [\delta_{-(k+1)}(t) - w_{-(k+1)}(t)]$$

esiste finito ed è un numero reale e non nullo. Per ciascun sistema esiste ed è unico l'indice $k \in \mathbb{Z}_+$ per il quale quest'ultima condizione è rispettata. Per valori di $i < k$ il sistema sarà perfettamente in grado di inseguire il segnale canonico $\frac{t^i}{i!} \delta_{-1}(t)$, ovvero si intende che il corrispondente errore e_{rp}^{i+1} sarà nullo, mentre per $i > k$ avremo che e_{rp}^{i+1} avrà un valore infinito. Dunque è dimostrabile che un sistema risponde al segnale canonico $\delta_{-(k+1)}(t) = \frac{t^k}{k!} \delta_{-1}(t)$ con un segnale del tipo

$$\begin{aligned} w_{-(k+1)}(t) &= W(0)\delta_{-(k+1)}(t) + W^{(1)}(0)\delta_{-k}(t) + \frac{W^{(2)}(0)}{2!}\delta_{-(k-1)}(t) + \dots \\ &\quad + \frac{W^{(k)}(0)}{k!}\delta_{-1}(t) + c(t) \end{aligned}$$

dove $c(t)$ è un segnale convergente a zero.

Pertanto il sistema sarà di tipo 0 se e solo se $W(0) \neq 1$, presentando un errore pari a $e_{rp}^{(1)} = 1 - W(0)$ e di tipo $k \geq 1$ se e solo se

$$W(0) = 1, \quad W^{(1)}(0) = \dots = W^{(k-1)}(0) = 0, \quad \text{ma} \quad W^{(k)}(0) \neq 0$$

da cui ne consegue che $e_{rp}^{(k+1)} = -\frac{W^{(k)}(0)}{k!}$.

Informalmente parlando, il tipo k è dunque il numero di segnali canonici (ovvero il gradino e le sue derivate) che il sistema riesce a seguire senza errore.

Consideriamo ora un sistema ottenuto per retroazione unitaria negativa della funzione $C(s)G(s)$ che rappresenta la funzione di trasferimento in catena aperta. In particolare $C(s)$ è la FDT del controllore e $G(s)$ quella del processo, mentre la $W(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}$ rappresenta la funzione di trasferimento in catena chiusa.

Vogliamo che $W(s)$ rispetti comunque le proprietà viste in precedenza, in particolare che sia strettamente propria e che $W(0) \neq 0$, la qual cosa avviene solo se la funzione $C(0)G(0) \neq 0$ ed è anch'essa strettamente propria.

Una condizione necessaria e sufficiente affinché $W(0) = 1$ è che $C(0)G(0) = \infty$, ovvero che la $C(s)G(s)$ presenti un polo di molteplicità arbitraria nell'origine.

Il concetto esposto è quindi che il sistema retroazionato sarà di tipo $k \geq 1$ solo se $C(s)G(s)$ presenta almeno un polo semplice nell'origine. Più precisamente, il sistema retroazionato è di tipo $k \geq 1$ se e solo se $C(s)G(s)$ presenta un polo di molteplicità k nell'origine.

Consideriamo infine alcuni altri parametri utili per il controllo in retroazione.

Definiamo **pulsazione di attraversamento** ω_T , quella pulsazione positiva, se esiste ed è unica, in corrispondenza alla quale il diagramma di Bode delle ampiezze della funzione razionale propria $C(s)G(s)$ attraversa l'asse delle ascisse. In altre parole: se esiste ed è unica quella pulsazione tale che

$$|C(j\omega_T)G(j\omega_T)|_{dB} = 0$$

Quando ω_T esiste definiamo, in corrispondenza ad essa, la **fase di attraversamento** di $C(s)G(s)$ come

$$\phi_T := \arg(C(j\omega_T)G(j\omega_T))$$

mentre il **marginale di fase** di $C(s)G(s)$ è definito da

$$M_\phi := 180^\circ + \phi_T$$

2.2 Controllo del sistema in presenza di disturbo nullo

Ci proponiamo ora di determinare una legge di controllo per l'angolo α che agisca in modo da garantire alcune specifiche. Vogliamo che il robot, partendo dall'origine del sistema di riferimento, si porti a regime ad un valore costante \bar{y} , ovvero insegua con errore nullo un dato segnale costante. Ciò equivale a chiedere che il sistema retroazionato sia (almeno) di tipo 1. Si vuole inoltre che l'uscita $y(t)$ si mantenga all'interno dell'intervallo $\bar{y} \pm 5\%$ a partire da un istante di tempo che non sia superiore ai 10 secondi e senza che $y(t)$ ecceda mai il limite di $1.1\bar{y}$.

Ora poiché $G(s)$ presenta già un polo doppio nell'origine, non è necessario inserirne altri nel controllore $C(s)$. Di fatto il sistema retroazionato (anche in assenza di controllore) è di tipo 2 e pertanto esso riesce ad inseguire il gradino con errore nullo.

Non essendoci nessuna specifica statica che vincoli il guadagno di Bode K_c , il suo valore verrà scelto in seguito al fine di soddisfare altre condizioni.

Per conseguire tali obiettivi vogliamo quindi progettare un controllore che permetta di approssimare il risultante sistema ad anello chiuso con un modello di secondo ordine [2], ovvero a due poli dominanti, le cui caratteristiche frequenziali di margine di fase M_ϕ e pulsazione di attraversamento ω_T siano ricavate dalle specifiche date.

Riferendoci a tale modello consideriamo l'equazione di $y_{max/min}$, ottenuta derivando rispetto a t l'equazione $y(t)$ e ponendola uguale a zero, ovvero

$$y_{max/min} = 1 - (-1)^n e^{-\frac{n\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}} \quad n = 0, 1 \dots$$

mentre la sovralongazione S è data da

$$S = \frac{|y_{max} - \bar{y}|}{|\bar{y} - y_0|}$$

Poiché vogliamo valutare per quale δ si ottiene il primo punto di massimo di tale funzione, consideriamo $n = 1$ e vogliamo che la sovralongazione sia pari al $0.1 \cdot \bar{y}$ (i.e. il 10% di \bar{y}) in t_{max} , dove con t_{max} intendiamo l'istante in cui l'uscita raggiunge il suo picco massimo.

Dato che $\bar{y} = 1$ e $y_0 = 0$ si avrà che

$$S = e^{\left(\frac{-\delta\pi}{\sqrt{1-\delta^2}}\right)} = 0.1$$

da cui segue che il coefficiente di smorzamento δ deve essere pari a $\delta = 0.59$ e il margine di fase $M_\phi = \arccos \delta \approx 60$ deg (questa è un'approssimazione che facciamo, il valore esatto sarebbe 53.8).

Facciamo ancora riferimento al modello proposto e fissiamo un upperbound per il tempo di assestamento t_a , precisamente

$$e^{-\delta\omega_T t_a} \leq 0.05 \quad \implies \quad \delta\omega_T t_a \geq 3$$

da cui si ottiene una relazione per la pulsazione di attraversamento ω_T , ovvero

$$\omega_T \geq \frac{3}{\delta t_a}$$

abbiamo che $\omega_T \approx 0.5$ rad/s.

Proposta di un controllore Passiamo pertanto al progetto di un controllore che permetta al sistema complessivo di rispettare le specifiche richieste. Per questo facciamo riferimento ad un controllore del tipo

$$C(s) = \frac{K_c}{s^t} C_0(s) \quad \text{con} \quad C_0(0) = 1$$

e ad uno schema a blocchi riportato di seguito in figura

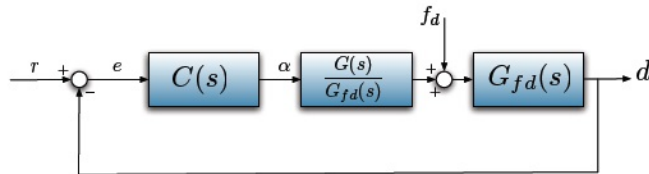


Figura 10: Schema a blocchi a cui ci riferiamo

Proposta 1 Facciamo una sintesi per tentativi e ricaviamo un controllore del tipo

$$C(s) = 1.37 \cdot \frac{1 + 17s}{1 + 0.022s}$$

che costituisce una sorta di rete anticipatrice (questo controllore non ha propriamente il guadagno di Bode K_B pari a 1), la quale ci consente di rispettare le specifiche date. Lo zero alza il modulo del diagramma di Bode e ci consente di ottenere la pulsazione di attraversamento voluta; inoltre riusciamo ad ottenere un incremento della fase, arrivando ad ottenere la specifica richiesta di $M_\phi \approx 60^\circ$. Il polo, necessario per ottenere la causalità del controllore, si trova invece in alta frequenza, la qual cosa non influenza le nostre aspettative, in quanto non modifica in modo sostanziale l'intorno in cui stiamo lavorando.

In particolare questo controllore ci consente di avere un $M_\phi = 63.8$ deg e una $\omega_T = 10^{0.62} \approx 4.19$ rad/s.

Per quanto riguarda la risposta al gradino, al tempo $t_{max} = 3.389$ sec abbiamo una sovraelongazione pari a $S = 1.076$, mentre il sistema si porta ad un valore compreso nell'intorno $y(t) = [0.95\bar{y}; 1.05\bar{y}]$ (avendo assunto $\bar{y} = 1$ per semplicità) all'istante $t_a = 7.848$ sec.

La funzione di trasferimento del sistema controllato risulterà pertanto essere

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \\ &= -2.8734 \cdot \frac{(s + 18.51)(s - 14.14)(s + 0.06)}{(s + 45.06)(s + 6.108)(s + 0.06463)(s^2 + 2.513s + 2.538)} \end{aligned}$$

In seguito si riportano i diagrammi di Bode per la $W(s)$ e la risposta ad un ingresso a gradino del sistema controllato. Si può osservare che, visto lo schema che adottiamo per il controllo in retroazione, la banda passante di $W(s)$ risulta in pratica all'incirca pari a ω_T , pulsazione di attraversamento di $C(s)G(s)$.

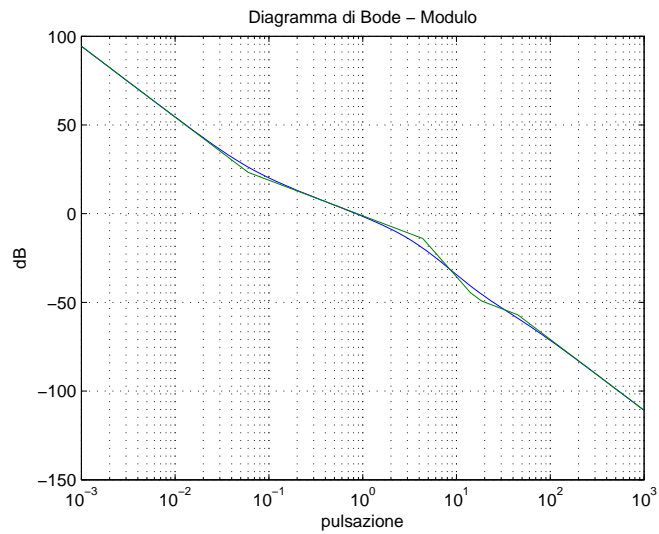


Figura 11: Diagramma di Bode (modulo) della FDT $C(s)G(s)$

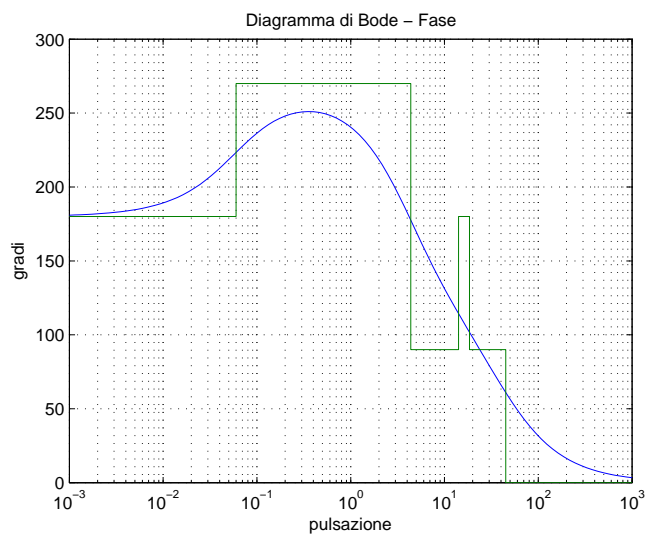


Figura 12: Diagramma di Bode (fase) della FDT $C(s)G(s)$

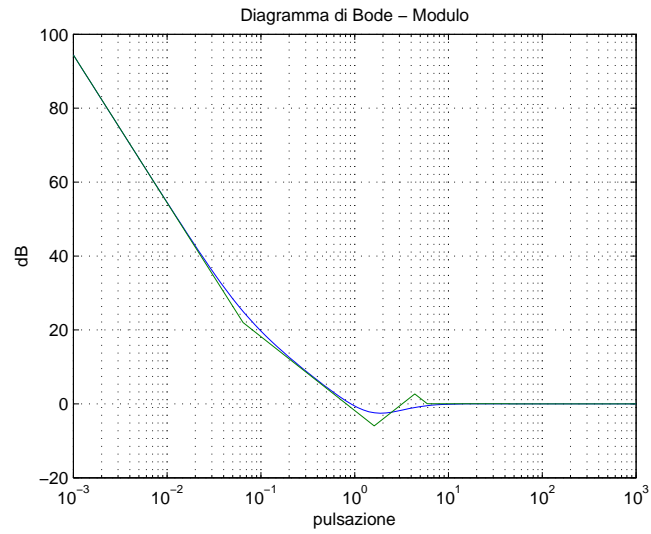


Figura 13: Diagramma di Bode (modulo) della FDT ad anello chiuso $W(s)$

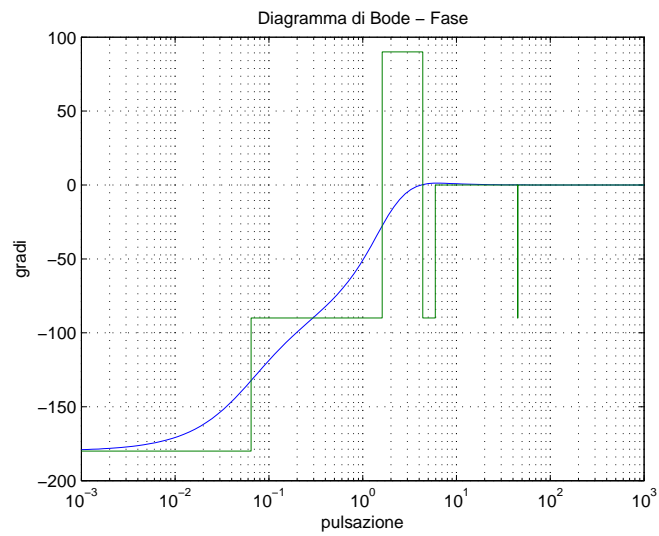


Figura 14: Diagramma di Bode (fase) della FDT ad anello chiuso $W(s)$

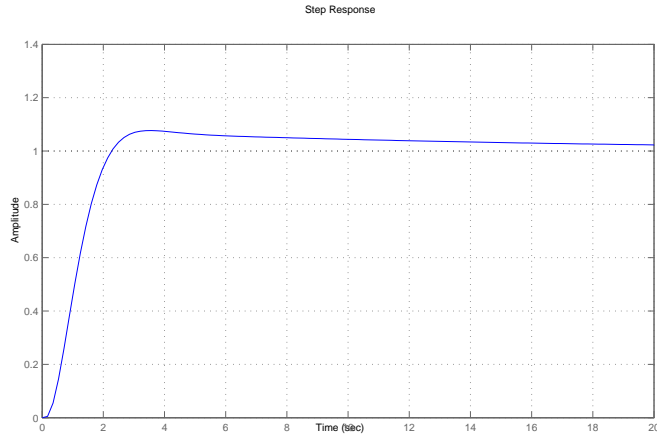


Figura 15: Risposta al gradino del sistema controllato

Proposta 2 Un altro controllore, ottenuto tramite sintesi per tentativi, che proponiamo è il seguente:

$$C(s) = 1.1 \cdot \frac{1 + 24s}{1 + 0.014s}$$

il quale ci consente di avere un $M_\phi = 62.4$ deg e una $\omega_T = 10^{0.63} \approx 4.36$ rad/s. Nella risposta al gradino, al tempo $t_{max} = 2.819$ sec abbiamo una sovraelongazione pari a $S = 1.072$, mentre l'uscita si assesta entro il range voluto successivamente all'istante $t_a = 3.876$ sec. La funzione di trasferimento in catena chiusa é

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \\ &= \frac{-0.07383s^3 + 0.3195s^2 + 19.34s + 0.8051}{0.014s^5 + 1.122s^4 + 8.940s^3 + 19.439s^2 + 19.34s + 0.8051} \end{aligned}$$

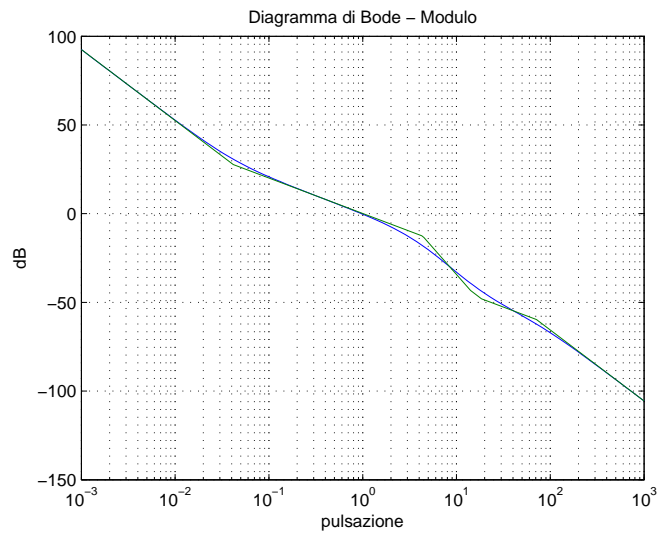


Figura 16: Diagramma di Bode (modulo) dell'anello aperto

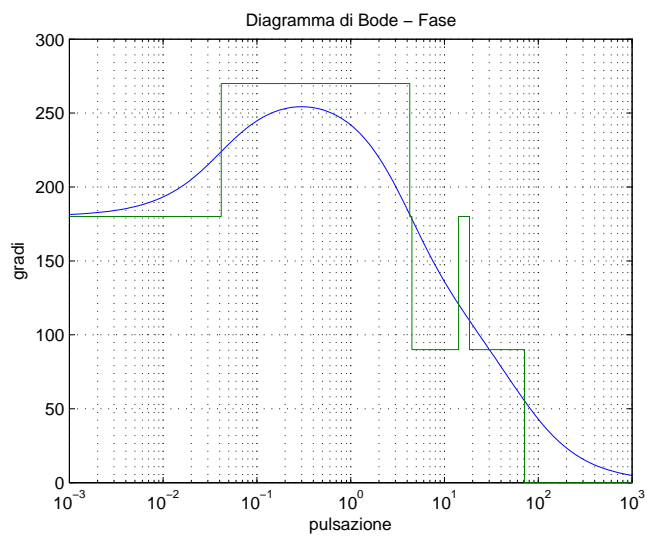


Figura 17: Diagramma di Bode (fase) dell'anello aperto

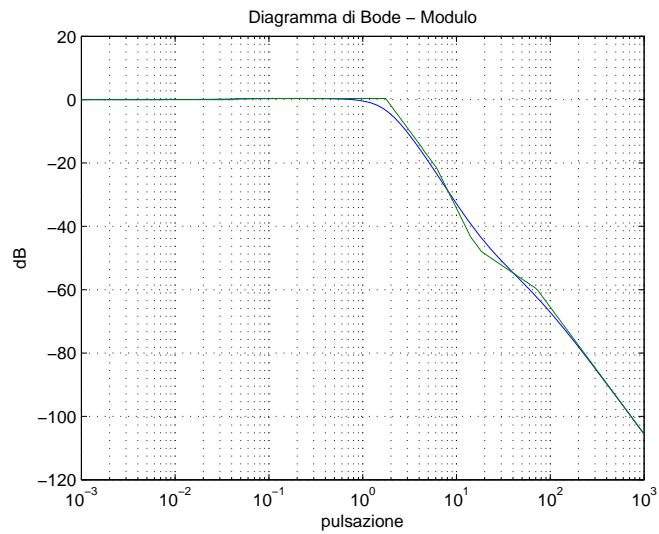


Figura 18: Diagramma di Bode (modulo) dell'anello chiuso

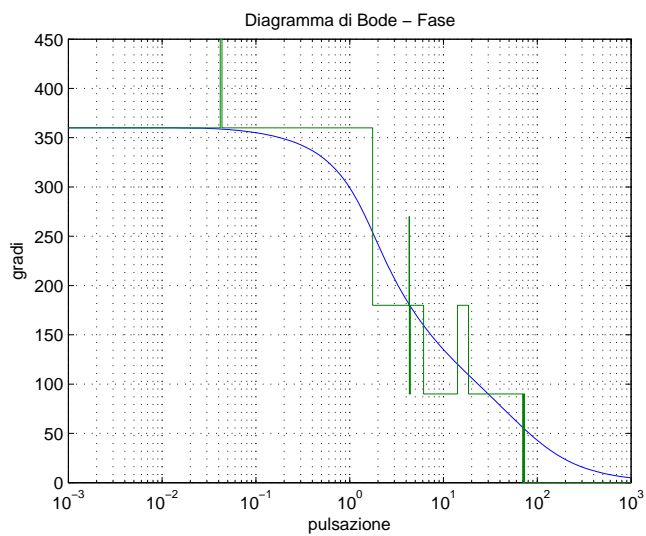


Figura 19: Diagramma di Bode (fase) dell'anello chiuso

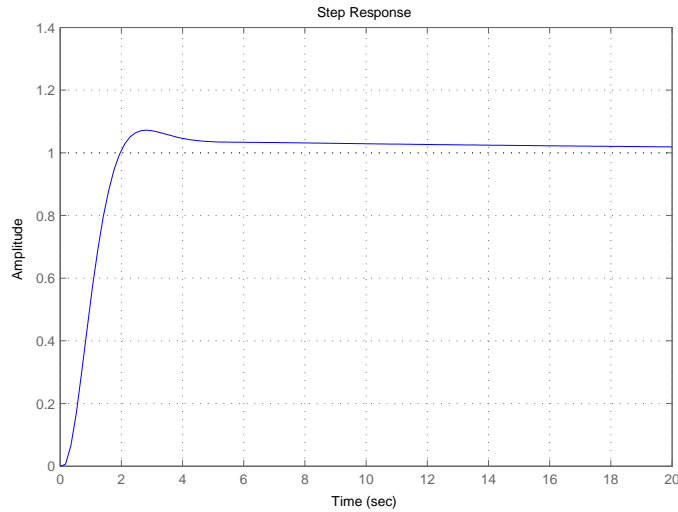


Figura 20: Risposta al gradino del sistema controllato

2.3 Controllo in presenza di disturbo non nullo

Ci proponiamo ora di trovare una legge di controllo per α , tenendo però conto della forza dovuta al disturbo che è del tipo

$$f_d(t) = \bar{f}_d + F_d \sin(\omega t) \quad \text{con} \quad 0 \leq F_d \leq 10^{-16} N, \quad \omega \leq 0.01 \text{ rad/s}$$

ovvero sia costituita dalla somma di una componente costante di valore \bar{f}_d generico ma fissato e di una componente variabile di tipo sinusoidale. Si vuole garantire sia che lo scostamento indotto dalla componente costante \bar{f}_d del disturbo sulla posizione y del robot rispetto al valore nominale \bar{y} sia completamente annullato a regime, sia che la variazione indotta dalla componente sinusoidale sulla posizione y del robot sia inferiore a 10^{-8} m.

Componente costante Vogliamo dunque che l'effetto a regime della componente costante del disturbo f_d sull'uscita y sia nullo, ovvero chiediamo che l'errore alla risposta al gradino del sistema con ingresso f_d e uscita y sia nullo. Ma dalla teoria della risposta di regime permanente, o alternativamente dal teorema del valore finale, ciò significa che la funzione di trasferimento tra f_d

e y

$$Y(s) = \frac{G_{fd}(s)}{1 + C(s) \frac{G(s)}{G_{fd}(s)} G_{fd}(s)} \cdot f_d(s)$$

ovvero

$$Y(s) = \frac{G_{fd}(s)}{1 + C(s)G(s)} \cdot f_d(s)$$

deve avere uno zero in 0. Allora

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_{fd}(s)}{1 + C(s)G(s)} \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{\bar{G}_{fd}(s)}{s}}{1 + \frac{K_c C_0(s)}{s^t} \cdot \frac{\bar{G}(s)}{s^2}} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{t+1} \bar{G}_{fd}(s)}{s^{t+2} + K_c C_0(s) \bar{G}(s)} \end{aligned}$$

dove \bar{G}_{fd} e \bar{G} sono le funzioni di trasferimento del disturbo e del sistema private dei poli nell'origine, mentre la trasformata di $f_d(t)$ è $\frac{1}{s}$, ovvero un gradino. È immediato osservare che il valore di tale limite è zero.

Pertanto a regime permanente abbiamo che l'uscita si porta a zero (e quindi l'errore non influisce sul valore dell'uscita, quando lo consideriamo) senza che inseriamo ulteriori integratori in $C(s)$, grazie al fatto che $G(s)$ ha due poli nell'origine e consente al limite di essere uguale a zero (uno non sarebbe stato sufficiente).

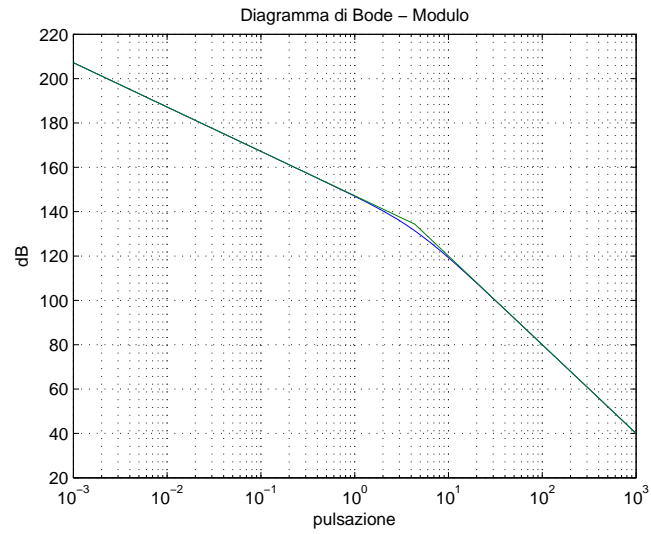


Figura 21: Diagramma di Bode (modulo) della $G_{fd}(s)$

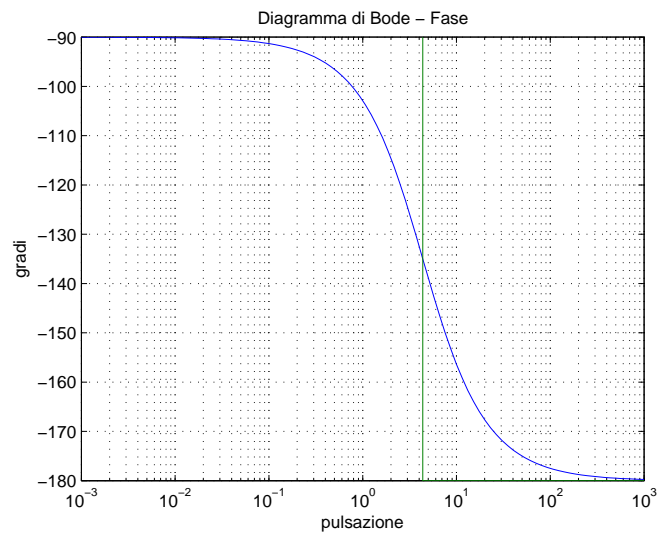


Figura 22: Diagramma di Bode (fase) della $G_{fd}(s)$

Componente sinusoidale Passiamo ora a considerare la componente sinusoidale del disturbo f_d .

Partendo dal presupposto che il sistema controllato ad anello chiuso sarà BIBO stabile come diretta conseguenza del controllore $C(s)$, (nel senso che eventualmente usiamo il grado di libertà che ci fornisce $C(s)$ per effettuare delle cancellazioni zero/polo -quelle consentite-) è possibile applicare il Teorema della risposta armonica. La funzione di trasferimento tra il disturbo f_d e l'uscita y del sistema è data da

$$Y(j\omega) = \frac{G_{fd}(j\omega)}{1 + C(j\omega)G(j\omega)} \cdot \tilde{F}_d(j\omega) = \tilde{G}(j\omega)\tilde{F}_d(j\omega)$$

si applica quindi il teorema sopracitato per cui è possibile scrivere l'uscita $y(t)$, in corrispondenza al disturbo sinusoidale specifico che abbiamo assunto, come

$$y(t) = |\tilde{G}(j\omega)|F_d \sin(\omega_d t + \angle\tilde{G}(j\omega))$$

Nel nostro caso ci proponiamo di ottenere $|y(t)| < 10^{-8}$ m per pulsazioni $\omega \leq 0.01$ rad/s. Riferendoci dunque al caso peggiore consideriamo $F_d = 10^{-16}$ e prendiamo $\sin(\omega t + \angle\tilde{G}(j\omega)) = 1$, allora abbiamo che

$$y(t) = |\tilde{G}(j\omega)| \cdot 10^{-16} \cdot 1 < 10^{-8}$$

da cui

$$|\tilde{G}(j\omega)| < 10^8 \quad \implies \quad |\tilde{G}(j\omega)|_{dB} < 160 \text{ dB}$$

ma

$$|\tilde{G}(j\omega)| = \frac{G_{fd}}{1 + CG}$$

e poiché nelle frequenza di interesse $|G_{fd}|_{dB} < 187$ dB, questo implica che

$$|G_{fd}|_{dB} - |\tilde{G}|_{dB} = 1 + CG$$

per cui la specifica che ci viene imposta riguarda il guadagno del controllore $C(s)$, ovvero si vuole che esso abbia un guadagno che rispetti la relazione:

$$|C(s)G(s)|_{dB} \geq 27 \text{ dB}$$

la qual cosa avviene per pulsazioni $\omega \leq 0.01$ rad/s.

Controllore finale Riassumiamo qui di seguito tutte le caratteristiche che deve avere il nostro sistema. Per quanto riguarda l'analisi in frequenza vogliamo che il sistema ad anello aperto abbia una pulsazione di attraversamento pari a $\omega_T \approx 0.5$ rad/s e un margine di fase pari a $M_\phi \approx 60$ deg.

Per quanto invece riguarda l'analisi nel tempo, vogliamo che la risposta al gradino di tale sistema retroazionato presenti una sovraelongazione $S \leq 1.1\bar{y}$ (dove $\bar{y} = 1$ in quanto altezza del gradino da noi prescelto); quindi un coefficiente di smorzamento pari a $\delta = 0.59$ e un tempo di assestamento t_a entro il range prestabilito non superiore a 10 secondi.

Inoltre, poiché vogliamo tenere conto della componente del disturbo, il valore del guadagno di Bode K_B del controllo risulta vincolato dalle specifiche e risulterà pertanto essere $K_B \geq 446.68 = 53dB$ alla pulsazione $\omega \leq 0.01$ rad/s.

Possiamo proporre pertanto il controllore finale che rispetti tutte queste specifiche:

$$C(s) = 1.5142 \cdot \frac{1 + 19s}{1 + 0.015s}$$

il quale ci consente di avere $M_\phi = 60.1$ deg e $\omega_T = 10^{0.63} \approx 4.33$ rad/s.

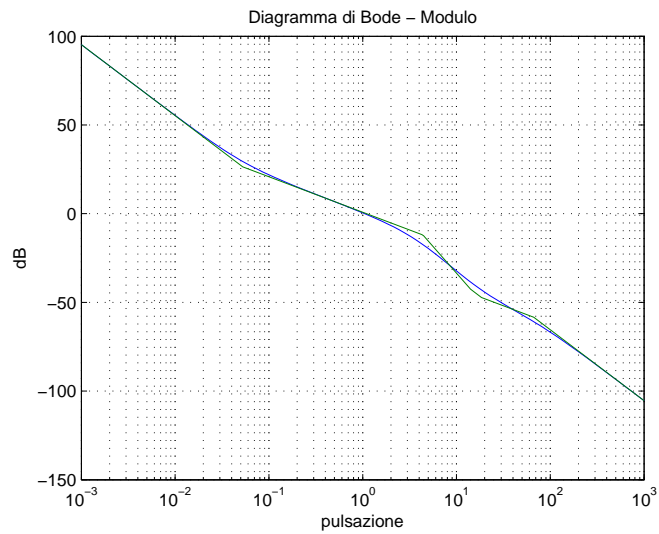


Figura 23: Diagramma di Bode (modulo) della FDT $C(s)G(s)$

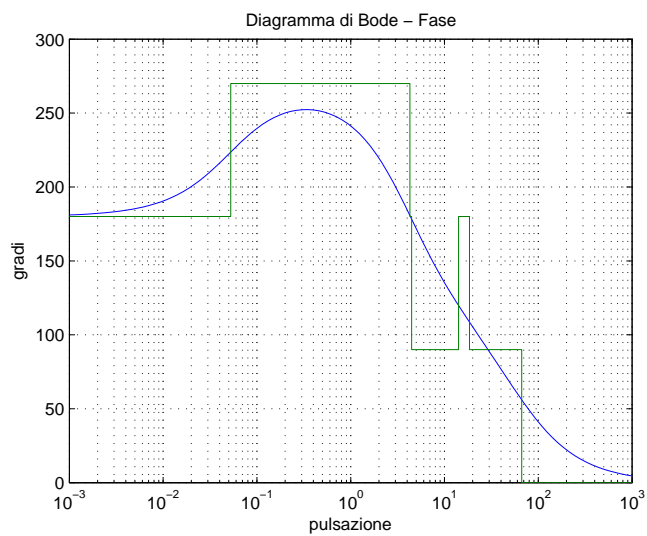


Figura 24: Diagramma di Bode (fase) della FDT $C(s)G(s)$

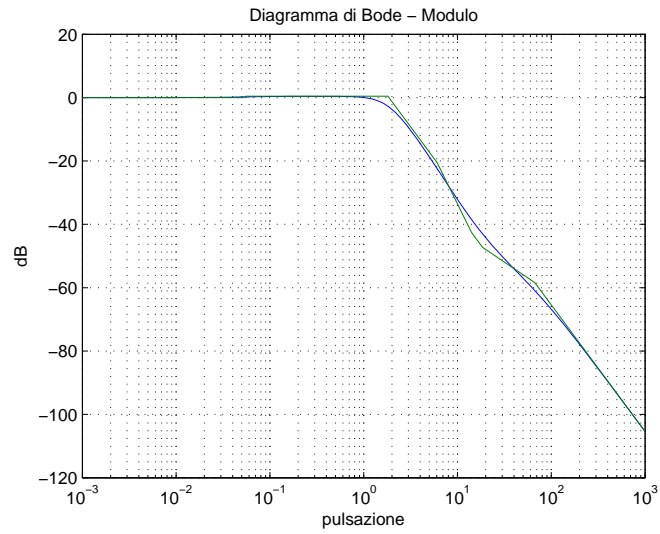


Figura 25: Diagramma di Bode (modulo) della FDT ad anello chiuso $W(s)$

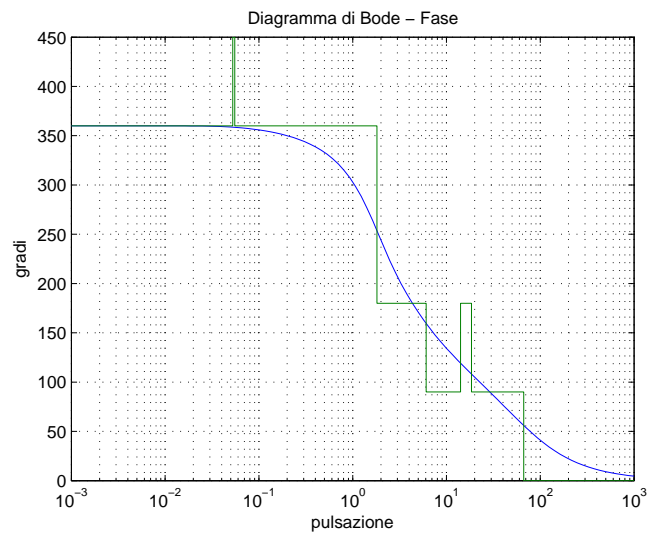


Figura 26: Diagramma di Bode (fase) della FDT ad anello chiuso $W(s)$

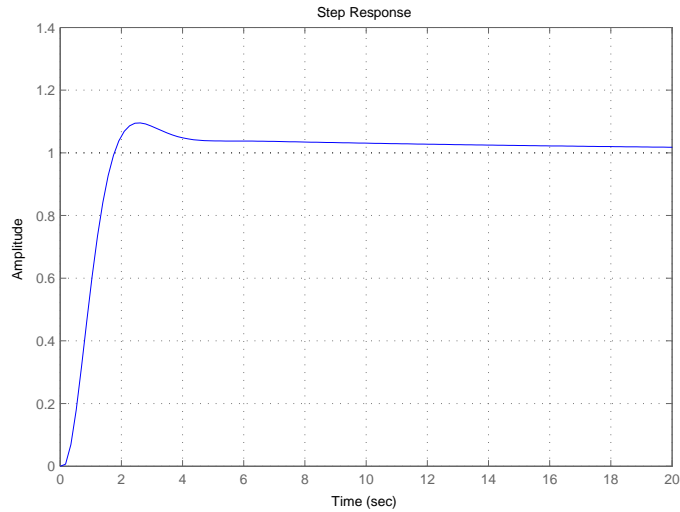


Figura 27: Risposta al gradino del sistema controllato

La funzione di trasferimento in catena chiusa è

$$\begin{aligned}
 W(s) &= \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \\
 &= \frac{-0.08045s^3 + 0.3473s^2 + 21.08s + 1.108}{0.015s^5 + 1.131s^4 + 8.9525s^3 + 19.467s^2 + 21.08s + 1.108}
 \end{aligned}$$

Infine, come possiamo osservare dal grafico della risposta al gradino, l'uscita si assesta entro il range stabilito a partire dall'istante $t = 4.012$ sec, invece nell'istante $t_{max} = 2.617$ sec abbiamo una sovralongazione pari a $S = 1.095$. Si osserva che tale sistema ha una risposta al gradino più pronta (o veloce) di quelli proposti precedentemente.

3 Conclusioni

Considerando il modello proposto lo abbiamo linearizzato attorno ad un punto di equilibrio e di conseguenza ne abbiamo ricavato, dalla matrice ad esso associata, la funzione di trasferimento.

In seguito, riferendoci ad un sistema a blocchi, abbiamo progettato un compensatore da anteporre al sistema dato, per vedere se esso era in grado di rispondere ad un ingresso a gradino con errore nullo e di rispettare altre specifiche riguardanti per esempio la sovraelongazione percentuale o il tempo di assestamento.

Inizialmente si era considerato il modello ignorandone la componente del disturbo, poi, tramite un'opportuna funzione di trasferimento, ne abbiamo tenuto conto e lo abbiamo modellato in modo che il sistema non ne subisse l'influenza.

In questo modo siamo riusciti ad ottenere ulteriori specifiche e in particolare abbiamo proposto una rete anticipatrice finale che, oltre a soddisfare tutti gli obiettivi preposti, ci ha consentito di giungere ad un sistema che avesse una risposta al gradino ancora piú veloce.

Riferimenti bibliografici

- [1] Cavalcanti, A.; Shirinzadeh, B.; Zhang, M.; Kretly, L.C. *Nanorobot Hardware Architecture for Medical Defense*, Sensors 2008
- [2] Bicchi, A., *Fondamenti di Automatica - I Parte*, Università degli Studi di Pisa, 2012
- [3] Bisiacco M.; Braghetto S., *Teoria dei sistemi dinamici*, Esculapio, 2010
- [4] Bisiacco M.; Valcher M.E., *Controlli Automatici*, Libreria Progetto, 2008
- [5] I diagrammi di Bode sono stati realizzati con la *function bodeasin* tratta dal sito del prof. Bolzern, P. <http://home.deib.polimi.it/bolzern/fano/famate.html>, Politecnico di Milano, 2012