



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI
"M.FANNO"

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA

PROVA FINALE

**"RENDIMENTI DEI TITOLI DELL'INDICE STANDARD & POOR'S 500
PRIMA E DOPO LA PANDEMIA DI COVID-19"**

RELATORE:

CH.MO PROF. NUNZIO CAPPuccio

LAUREANDO: MATTEO SCARBINI

MATRICOLA N. 1188365

ANNO ACCADEMICO 2020 – 2021

Il candidato, sottoponendo il presente lavoro, dichiara, sotto la propria personale responsabilità, che il lavoro è originale e che non è stato già sottoposto, in tutto o in parte, dal candidato o da altri soggetti, in altre Università italiane o straniere ai fini del conseguimento di un titolo accademico. Il candidato dichiara altresì che tutti i materiali utilizzati ai fini della predisposizione dell'elaborato sono stati opportunamente citati nel testo e riportati nella sezione finale 'Riferimenti bibliografici' e che le eventuali citazioni testuali sono individuabili attraverso l'esplicito richiamo al documento originale.

Indice

Introduzione.....	1
CAPITOLO 1: L'INDICE STANDARD & POOR'S 500	2
1.1 Requisiti di appartenenza.....	3
1.2 Costruzione e composizione dell'indice.....	4
1.3 Indice total return e net total return	7
CAPITOLO 2: CONCETTI TEORICI	8
2.1 Lyxor S&P 500 UCITS ETF - Dist (EUR).....	8
2.2 Stima Kernel della densità	10
CAPITOLO 3: ANALISI DEI RENDIMENTI	13
3.1 Confronto tra luglio 2019 e luglio 2020	15
3.2 Confronto tra agosto 2019 e agosto 2020	22
3.3 Confronto tra settembre 2019 e settembre 2020.....	25
3.4 Confronto tra ottobre 2019 e ottobre 2020	29
3.5 Focus sulle Big Tech.....	33
Conclusioni.....	35
Bibliografia.....	38

Prima di procedere con la trattazione, vorrei dedicare qualche riga al ringraziamento di coloro che hanno dato un prezioso contributo per la realizzazione dell'elaborato.

Ringrazio in primis il Dottor Davide Tinelli, Amministratore Delegato di Fondaco SGR S.p.a. e il Dottor Manuel Cravero, responsabile del Risk Management, che mi hanno gentilmente fornito tutti i dati necessari all'analisi dei rendimenti. Infine un ringraziamento speciale va al Relatore della tesi, il Professor Nunzio Cappuccio, per la sua disponibilità e tempestività nel chiarire ogni mio dubbio.

Introduzione

In questo elaborato verrà effettuata un'analisi dei rendimenti dei titoli dell'indice di borsa più famoso al mondo: lo Standard & Poor's 500.

Il primo capitolo si occuperà di fornire una presentazione complessiva dell'indice, illustrandone i requisiti di appartenenza, la composizione e le modalità di calcolo. Inoltre nell'ultimo paragrafo del capitolo sarà spiegata la differenza tra indici "total return", "net total return", e "price return", sempre con riferimento allo Standard & Poor's 500.

Nel secondo capitolo sarà introdotto il Lyxor S&P 500 UCITS ETF, un exchange traded fund utilizzato, ai fini dell'analisi, come un'approssimazione dell'andamento dello S&P500. Infatti tutti i prezzi di chiusura dei titoli dell'indice sono stati ottenuti attraverso i dati relativi all'ETF, gentilmente forniti da Fondaco SGR.

Nel paragrafo 2.2 sarà descritta la stima kernel di densità, metodo non parametrico utilizzato per fornire la rappresentazione grafica della distribuzione dei rendimenti semplici e dei rendimenti pesati. In particolare la modalità di stima scelta verrà confrontata brevemente con i metodi parametrici, tra cui quello che sfrutta la distribuzione normale.

Il capitolo 3 conterrà l'analisi dei rendimenti vera e propria, effettuata mediante il software statistico Gretl: alla luce dell'enorme impatto che il Covid-19 ha avuto sui mercati finanziari e sull'economia nel suo complesso, sarà presentato un confronto delle performance dei titoli dell'indice prima e dopo l'ondata iniziale della pandemia. Saranno selezionati i dati di quattro mensilità precedenti al crollo dei mercati di marzo 2020 e di quattro mensilità successive a tale data, in modo da poter osservare l'evoluzione dell'indice per un periodo di tempo sufficientemente ampio. Infine verrà proposto un breve approfondimento relativo all'andamento di Amazon, Apple, Alphabet (Google), Facebook e Microsoft durante il periodo preso in considerazione, vista la grande rilevanza di questi colossi tecnologici in termini di capitalizzazione all'interno dell'indice.

CAPITOLO 1: L'INDICE STANDARD & POOR'S 500

Lo Standard & Poor's 500 è comunemente considerato il più importante indice azionario nordamericano, in quanto fornisce una buona approssimazione dell'andamento del mercato azionario statunitense nel suo complesso. Infatti l'indice contiene 500 titoli azionari di società quotate al NYSE (New York Stock Exchange) e al NASDAQ, rappresentative dell'80% circa dell'intera capitalizzazione di mercato.

L'indice nella sua forma attuale risale al 4 marzo 1957 ed è gestito da Standard & Poor's Dow Jones Indices, una joint venture a maggioranza di proprietà di Standard & Poor's Global (prima di tale data esisteva un indice giornaliero basato su 90 titoli, lo S&P 90).

Standard & Poor's, la società che dà il nome all'S&P 500, ha origine dall'unione tra Poor's Publishing (l'azienda fondata da Henry Varnum Poor) e Standard Statistics, avvenuta nel 1941. In seguito la società è stata acquisita dal gruppo del settore dei media Mc Graw Hill Companies, rinominata nell'aprile 2016 S&P Global Incorporated.

L'andamento dell'indice dalla seconda metà degli anni '80 ad oggi (finestra di dati disponibili su Yahoo Finance) è sempre stato crescente, con qualche eccezione in corrispondenza di grandi eventi recessivi a livello globale. Tuttavia considerando un periodo di tempo sufficientemente ampio (ad es. 20 anni), un ipotetico investimento nello S&P 500 avrebbe sempre fornito un rendimento positivo, di maggiore o minore entità a seconda dei crolli azionari compresi nel ventennio scelto.

In particolare negli ultimi dieci anni (giugno 2011 - giugno 2021) il rendimento annualizzato, che tiene conto dell'interesse composto, è stato del 12,52%, quindi quasi 6 punti percentuali al di sopra della media annuale di lungo periodo (tra il 7 e l'8% non corretto per l'inflazione).

Di seguito si riporta il grafico, tratto da Yahoo Finance, dell'andamento dell'indice dall'anno 2000 in poi, con una breve descrizione degli eventi principali che hanno impattato i mercati azionari in tale periodo.

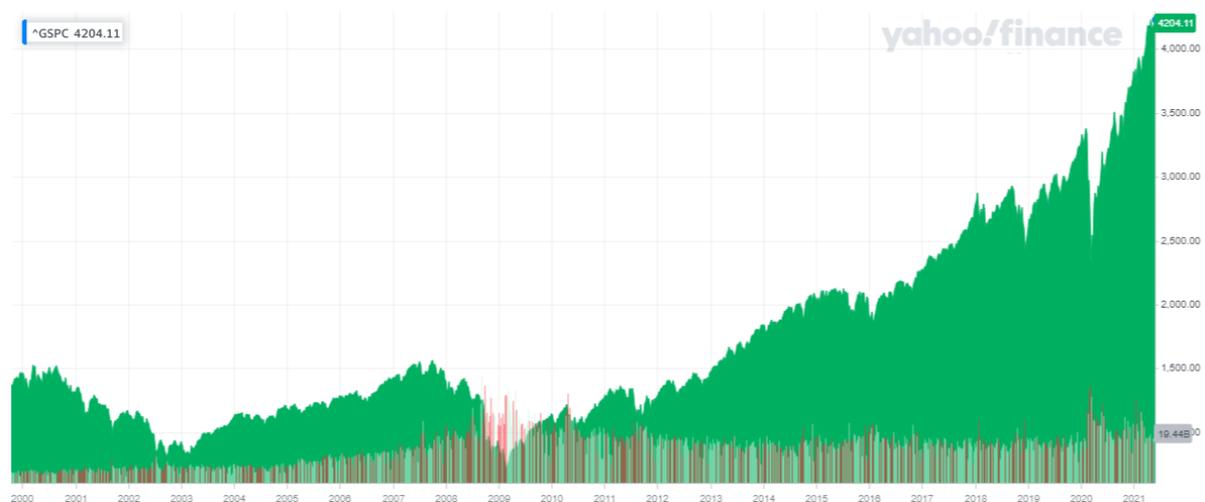


Figura 1: Andamento del prezzo dello Standard & Poor's 500 dal 2000 ad oggi.

Fonte: Yahoo finance.

- Marzo 2000: Scoppio della bolla delle dot-com, con un conseguente declino dell'indice negli anni successivi di circa il 49%;
- 2007-2008: Crisi generata dal mercato immobiliare e dai mutui subprime; dal massimo raggiunto il 9 ottobre 2007 al minimo del 9 marzo 2009 c'è stato un crollo del 56,8%;
- Marzo 2020: Crollo dei mercati del 33,9% dovuto alla prima ondata della pandemia di Covid-19.

1.1 Requisiti di appartenenza

L'indice è composto da 505 azioni ordinarie emesse da 500 società statunitensi a grande capitalizzazione; le 5 azioni in più sono relative a 5 società per le quali sono quotate due tipologie di azioni. Un esempio di questa eccezione è Alphabet (controllante di Google), che è presente nell'indice con due diverse categorie di titoli: Alphabet inc-cl C, che non fornisce agli azionisti alcun diritto di voto e Alphabet inc-cl A (classe A), che invece lo prevede ed è scambiata ad un prezzo leggermente maggiorato.

I componenti vengono selezionati da un comitato, che nel valutare l'ammissibilità di una nuova aggiunta considerano sette criteri principali: provenienza geografica, capitalizzazione di mercato, flottante pubblico, redditività, liquidità adeguata e prezzo ragionevole, settore di appartenenza e tipo di società.

Per ognuno dei criteri sopra citati vi sono dei requisiti minimi che le società devono rispettare, esposti nel documento S&P500 (USD) Factsheet datato 31 marzo 2021 (p.1):

- Tutte le costituenti devono essere U.S. companies;
- La capitalizzazione totale di mercato deve essere maggiore o uguale a 11.8 miliardi di dollari, mentre la capitalizzazione float-adjusted (che comprende solo il valore delle azioni disponibili sul mercato) deve essere almeno pari al 50% della soglia precedente;
- IWF (Investable Weight Factor) di almeno 0.10, è necessario cioè che il flottante (azioni disponibili sul mercato) non sia inferiore al 10% della capitalizzazione totale;
- Le società devono aver riportato utili nell'ultimo trimestre, così come nell'ultimo anno (inteso come gli ultimi 4 trimestri sommati);
- Il rapporto tra il valore totale scambiato annuale (definito come il prezzo medio di chiusura del periodo moltiplicato per il volume totale scambiato) e la capitalizzazione float-adjusted deve essere almeno pari a 1.00. Inoltre il volume di scambio mensile non deve essere inferiore alle 250 000 azioni nei sei mesi precedenti la data di valutazione;
- Deve esserci bilanciamento tra i vari settori, ottenuto comparando il peso di ciascun settore GICS (Global Industry Classification Standard) nell'indice S&P 500, con il peso corrispondente nell'indice S&P total market rappresentativo dell'intero mercato;
- Sono ammissibili solo società quotate in determinati mercati U.S., comprese le società REIT (Real Estate Investment Trust) che investono in immobili. Non possono invece essere inclusi nell'indice fondi chiusi, ETF (Exchange Traded Funds), ADR (American Depositary Receipt), ADS (American Depositary Shares) e altri tipi di strumenti finanziari.

1.2 Costruzione e composizione dell'indice

Lo S&P 500 è ponderato per la capitalizzazione di mercato float-adjusted, dunque il peso di ogni titolo all'interno dell'indice è proporzionale al valore del flottante. Per l'individuazione di quest'ultimo vanno escluse dalla capitalizzazione totale di una società le azioni detenute da gruppi di controllo, da altre società quotate, da agenzie governative o da altri azionisti strategici di lungo termine. In questo modo l'indice riflette meglio il valore effettivamente disponibile nel mercato per gli investitori (S&P Dow Jones Indices' Float Adjustment Methodology, Marzo 2021, pp. 2-4)

Con questa modalità di ponderazione, società più capitalizzate, o meglio il cui valore totale delle azioni disponibili sul mercato è più elevato, hanno una maggiore influenza sull'andamento dell'indice rispetto alle società meno capitalizzate.

Ai fini del calcolo effettivo del livello dello S&P 500 è importante distinguere tra l'indice vero e proprio, ed un portafoglio diversificato contenente tutte le azioni dei titoli che fanno parte dell'indice stesso. La prima differenza sta nell'ordine di grandezza: mentre nel portafoglio raggiunge le migliaia di miliardi, nell'indice viene ridotto tramite uno specifico divisore per renderlo più adatto ai calcoli (es. 4000). Inoltre quando un'azione viene aggiunta o tolta da un indice, a parità di altre condizioni, il suo livello non cambia, come accadrebbe invece per il portafoglio. In altre parole, se lo S&P 500 chiudesse una seduta di mercato a 4000, un titolo fosse sostituito, e tutti i prezzi di chiusura coincidessero con quelli di apertura del giorno seguente, anche il livello di apertura dell'indice dovrebbe rimanere lo stesso.

Vediamo ora il metodo ufficiale per calcolare il livello dello S&P 500, esposto nel documento S&P Dow Jones Indices' Index Mathematics Methodology di marzo 2021(pp. 1-8):

$$[1] \quad \text{Indice} = \frac{\sum_i P_i * Q_i}{\text{Divisore}}$$

Il numeratore del membro di destra dell'equazione è la sommatoria dei prezzi dei titoli P_i moltiplicati per il numero delle azioni corrispondenti Q_i . Dal momento che si tratta di un indice float-adjusted, il peso Q_i assegnato ad ogni prezzo si ottiene con la formula seguente:

$Q_i = IWF_i * \text{Totale azioni}_i$, in cui l'Investable Weight Factor è la proporzione di azioni disponibili sul mercato (flottante) rispetto al totale delle azioni.

Il denominatore dell'equazione, cioè il Divisore, è l'elemento chiave per il mantenimento del livello dell'indice quando si effettuano cambiamenti nella sua composizione oppure varia il numero di azioni di un titolo; il suo valore è approssimativamente di 8,9 miliardi di dollari.

Il meccanismo di aggiustamento del Divisore è molto semplice e si può illustrare facendo ricorso al caso citato in precedenza di un'azione che viene sostituita dopo la chiusura del mercato:

$$[2] \quad \text{Indice}_{t-1} = \frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_v * Q_v}{\text{Divisore}_{t-1}}$$

$$[3] \quad \text{Indice}_t = \frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_n * Q_n}{\text{Divisore}_t}$$

dove i pedici v e n si riferiscono rispettivamente all'azione vecchia che viene tolta dall'indice e all'azione nuova che prende il suo posto.

Le due formule di cui sopra possono essere eguagliate, in quanto il livello dell'indice al tempo $t-1$ deve coincidere con quello al tempo successivo. Risolvendo per il Divisore al tempo t otteniamo:

$$[4] \quad \text{Divisore}_t = \text{Divisore}_{t-1} * \frac{(\sum_i P_i * Q_i) + P_n * Q_n}{(\sum_i P_i * Q_i) + P_v * Q_v}$$

Dunque, nel caso di sostituzione di un titolo con un altro, il divisore viene aggiustato per mantenere il livello dell'indice costante e in modo che le variazioni di quest'ultimo siano dovute solo alle variazioni dei prezzi di mercato dei componenti.

Gli aggiustamenti appena descritti avvengono sempre dopo la chiusura di una seduta di mercato, in quanto è possibile confrontare due diverse configurazioni dell'indice: una che esisteva al momento della chiusura e un'altra che esisterà all'apertura dei mercati il giorno successivo. Se per calcolare entrambe le configurazioni vengono usati gli stessi prezzi azionari, allora anche i livelli dell'indice saranno identici.

Il metodo di ponderazione market weighted (float-adjusted) dello S&P 500 si contrappone al metodo price weighted di un indice altrettanto famoso, il Dow Jones Industrial Average (DJIA). I 30 titoli appartenenti a questo indice, gestito anch'esso da Standard & Poor's Dow Jones Indices, sono pesati in funzione del prezzo delle loro azioni invece della capitalizzazione.

Le azioni alle quali è assegnato un peso maggiore all'interno dell'indice S&P 500 sono senza dubbio le big tech o big five, cioè le più grandi aziende del mondo appartenenti al settore tecnologico. Apple, Microsoft, Amazon, Alphabet (controllante di Google), Facebook hanno infatti una capitalizzazione aggregata che supera gli 8,3 mila miliardi di dollari (Yahoo Finance 23/04/2021) e che rappresenta quasi un quarto di quella dell'intero indice. Per comprendere al meglio le dimensioni di queste 5 aziende è utile un confronto con le aziende quotate a Piazza Affari: la capitalizzazione complessiva delle società listate alla Borsa di Milano è di poco superiore agli 850 miliardi di dollari (Yahoo Finance 23/04/2021), cioè circa un decimo di quella delle big tech.

Considerando il metodo di ponderazione e le dimensioni delle società appena citate, ne consegue che la composizione settoriale dell'indice sia sbilanciata verso l'information technology, a cui appartengono Apple e Microsoft, e verso i communication services, a cui appartengono Alphabet e Facebook (vedi figura 2).

Composizione settoriale

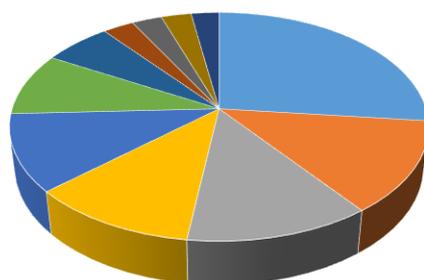


Figura 2: Composizione settoriale dello Standard & Poor's 500.

Fonte: Standard & Poor's Dow Jones Indices.

1.3 Indice total return e net total return

Le descrizioni effettuate in precedenza riguardano l'indice S&P 500 classico ossia il "price return index" o "price index", in cui i cambiamenti nel livello dell'indice riflettono solamente le variazioni nei prezzi dei suoi componenti. Ai fini della trattazione che avverrà nei prossimi paragrafi è necessario introdurre i concetti di "total return index" e "net total return index", descritti nel documento S&P Dow Jones Indices' Index Mathematics Methodology di marzo 2021 (pp. 21-22).

Nel primo caso si considera, oltre ai cambiamenti di prezzo dei titoli, l'effetto del reinvestimento dei dividendi che questi producono. In altre parole l'indice S&P 500 total return rappresenta il guadagno totale ottenuto da un portafoglio che segue i prezzi dell'indice price return corrispondente e che reinveste i dividendi nell'indice complessivo (e non nel titolo specifico che ha pagato il dividendo).

Per costruire l'indice total return si parte dal calcolo dei dividendi totali giornalieri in dollari (TotalDailyDividend), che andranno poi convertiti in "punti" del price index tramite il divisore.

$$[5] \quad TotalDailyDividend = \sum_i Dividend_i * Q_i$$

$$[6] \quad IndexDividend = \frac{TotalDailyDividend}{Divisore}$$

Il passo successivo è quello di applicare la definizione di rendimento totale al price index:

$$[7] \quad DTR_t = \left(\frac{IndexLevel_t + IndexDividend_t}{IndexLevel_{t-1}} - 1 \right)$$

$$[8] \quad TotalReturn = \left(\frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} - 1 \right)$$

Dove DTR_t è il rendimento totale giornaliero misurato punti decimali, ed è utilizzato per aggiornare il livello del total return index tra un giorno e quello successivo. La formula mediante cui avviene l'aggiustamento è la seguente:

$$[9] \quad TotalReturnIndex_t = (TotalReturnIndex_{t-1}) * (1 + DTR_t)$$

Per quanto riguarda invece l'indice net total return bisogna tenere in considerazione l'ammontare di tasse da pagare sui dividendi. L'unica differenza rispetto ai calcoli effettuati per il total return index è che va inserita l'aliquota fiscale nella formula dei dividendi totali giornalieri, infatti le formule successive rimangono invariate.

$$[10] \quad TotalDailyDividend = \sum_i Dividend_i * Q_i * (1 - Aliquota_i)$$

CAPITOLO 2: CONCETTI TEORICI

2.1 Lyxor S&P 500 UCITS ETF - Dist (EUR)

Prima di iniziare con l'analisi vera e propria dei rendimenti dei titoli che compongono lo S&P 500 è importante spiegare che tipo di approssimazioni saranno effettuate. Dal momento che recuperare tutte e 500 le performance necessarie separatamente non è sensato, si è deciso di basarsi su un proxy affidabile dell'indice oggetto di trattazione. Tale decisione è rafforzata dal fatto che gli investitori non hanno la possibilità di speculare direttamente sugli indici azionari, ma devono affidarsi agli ETF (Exchange Traded Funds), ossia dei fondi azionari che ne replicano fedelmente l'andamento.

La scelta è ricaduta su un ETF fornito dalla nota società di gestione del risparmio francese Lyxor, che si basa sull'indice S&P 500 Net Total Return tradotto in euro. Il motivo per cui l'ETF replica l'indice a rendimento totale netto è che considerando i dividendi ed il loro reinvestimento si ottiene una performance senza dubbio migliore rispetto a quella che si otterrebbe facendo riferimento all'indice price return. In questo modo si adotta una prospettiva più pratica, che riflette quella del possibile investitore interessato ad ottenere informazioni su un prodotto effettivamente acquistabile sul mercato. Un ulteriore approfondimento è necessario per quanto riguarda il cambio valutario dal dollaro all'euro, fattore che può influenzare i rendimenti e che spesso può creare confusione. Dal momento che la valuta di negoziazione dell'ETF di Lyxor è l'euro, mentre la valuta dei titoli che lo compongono è il dollaro, quando acquistiamo tale strumento finanziario siamo esposti al rischio di cambio. Ciò significa che in caso di apprezzamento (deprezzamento) dell'euro sul dollaro, il rendimento dell'ETF, basato sull'S&P 500 NTR espresso in euro, risulta essere inferiore (maggiore) rispetto a quello del medesimo indice espresso in dollari. Si riportano di seguito dei dati tratti dai siti di Standard & Poor's e di Lyxor, che forniscono chiara evidenza di quanto appena descritto:

S&P 500 Net Total Return (USD)	S&P 500 Net Total Return (EUR)	Lyxor S&P 500 UCITS ETF (EUR)
1Y* Performance: 35,78%	1Y* Performance: 25,52%	1Y* Performance: 26,04%

*Dal 3 giugno 2020 al 3 giugno 2021

Fortunatamente i prezzi relativi ai singoli titoli, ricavati dall'ETF di Lyxor, sono espressi in dollari, quindi tutti i rendimenti che verranno esposti nel capitolo 3 faranno riferimento a tale valuta.

Dopo aver chiarito gli aspetti relativi al cambio valutario rimane solo da verificare quanto lo strumento in questione replichi in maniera appropriata l'indice di riferimento.

Il modo migliore per dimostrare la validità delle scelte effettuate è quello di osservare i grafici delle performance cumulate dell'indice S&P 500 Net Total Return (EUR) e di Lyxor S&P 500 UCITS ETF a confronto:

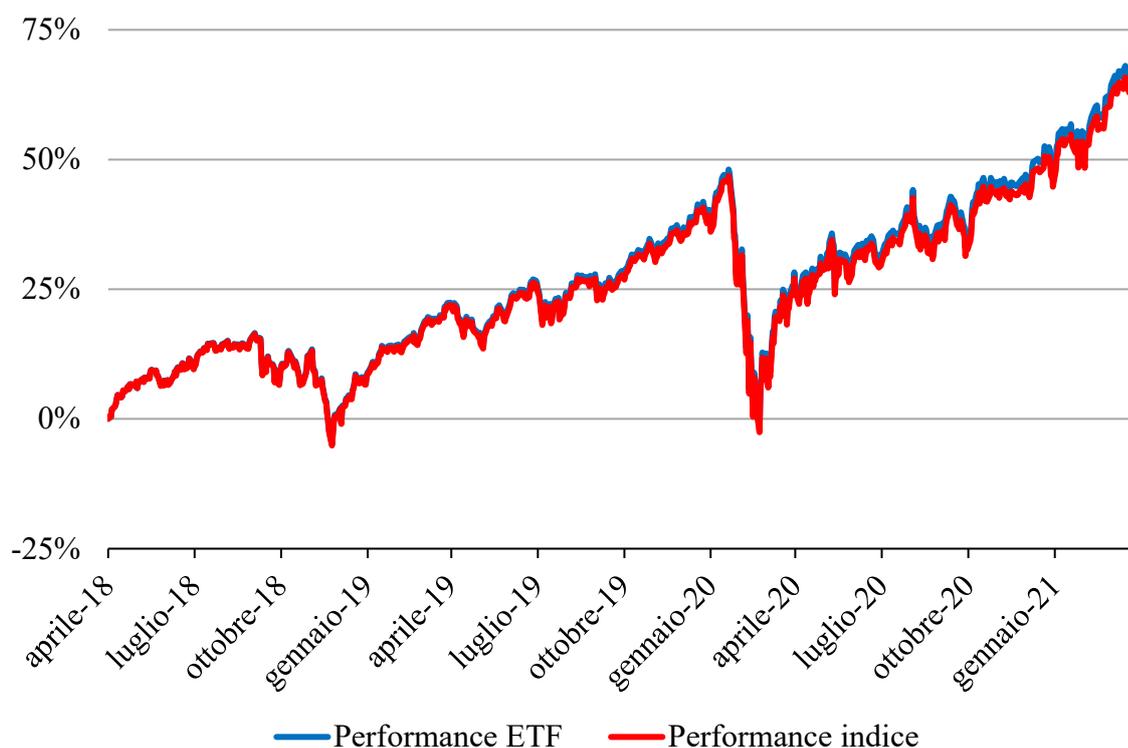


Figura 3: Confronto tra i rendimenti cumulati dello S&P 500 net total return e dell'ETF di Lyxor.

Fonte: Standard & Poor's Dow Jones Indices e Lyxor.

Come è facilmente osservabile dal grafico, che copre un periodo di 3 anni dal 30 aprile 2018 fino al 29 aprile 2021, i rendimenti sono simili al punto che le due linee (rossa e blu) sono quasi sovrapponibili. Per questo motivo possiamo tranquillamente ricavare la performance dei singoli titoli dello S&P 500 Net Total Return dai dati dell'ETF di Lyxor, senza per questo compromettere la validità dell'analisi che verrà effettuata nel capitolo seguente.

2.2 Stima Kernel della densità

Le due strategie principali che vengono utilizzate per stimare le funzioni di densità che hanno generato le osservazioni di un campione sono i metodi parametrici e non parametrici, come descritto nel manuale di Griffiths, William E., Lim, Guay C., Hill, R. Carter, Mazzanti M. *Principi di econometria*. (pp. C47-C50). Il primo approccio si basa su funzioni di densità dalla forma ben definita e caratterizzata da alcuni parametri ignoti (ad es. media e scarto quadratico medio per la normale). La distribuzione più utilizzata in questo caso è sicuramente la normale, che tuttavia approssima bene solo funzioni di densità sottostanti di tipo unimodale, come si evince dal grafico sotto riportato.

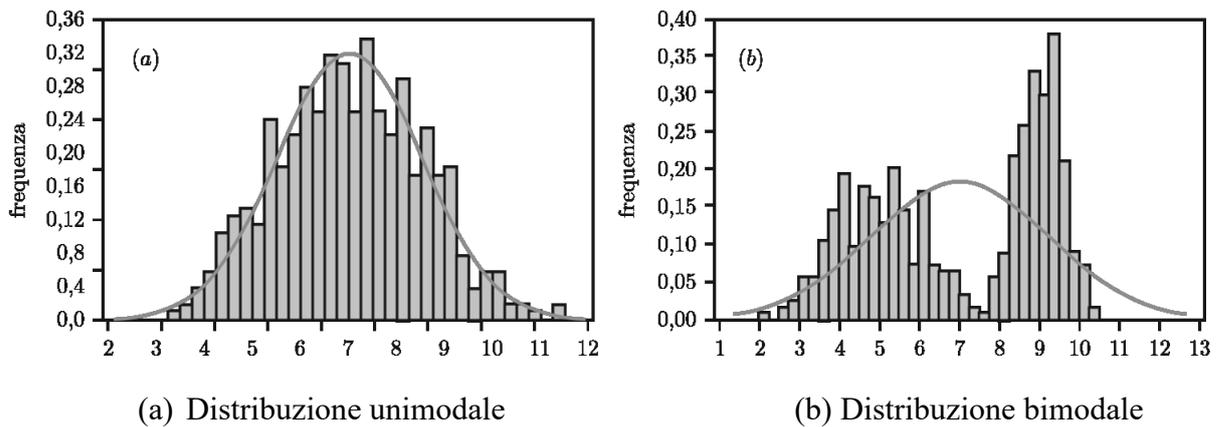


Figura 4: Approssimazione di una distribuzione unimodale (a) e una bimodale (b) con funzione di densità normale.

Fonte: Griffiths, William E., Lim, Guay C., Hill, R. Carter, Mazzanti M., 2013. *Principi di econometria*. Pag. C47.

I metodi non parametrici, invece, non affidandosi ad una forma funzionale specifica per stimare la densità, permettono di ottenere un buon adattamento anche per distribuzioni sottostanti bimodali o plurimodali. Lo strumento principale che verrà utilizzato ai fini della nostra trattazione rientra in questa seconda categoria e si basa su alcune funzioni chiamate “kernel”, in grado di stimare la densità ignota “regolarizzando” la distribuzione empirica.

Per comprendere al meglio la logica degli stimatori non parametrici è utile riflettere su come vengono costruiti gli istogrammi: ad ogni intervallo sull’asse x viene assegnato un rettangolo le cui dimensioni riflettono la frequenza delle osservazioni che ricadono nell’intervallo stesso. Possiamo dunque interpretare gli istogrammi come stimatori delle funzioni di densità, $\widehat{f(x)}$, nella seguente forma:

$$[11] \quad \widehat{f(x)} = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n 1[A(x_i)]$$

dove $A(x_i)$ è una funzione indicatrice che assume valore 1 se x_i appartiene allo stesso intervallo di x e 0 in caso contrario; n è il numero di osservazioni, h è la larghezza dei k intervalli considerati nell’istogramma (basi dei rettangoli) e il loro prodotto nh è pari alla somma delle aree dei rettangoli. Supponendo di calcolare $\widehat{f(x)}$ per un valore di x appartenente al k -esimo intervallo, $A(x_i)$ risulterà pari a 1 per tutti gli x_i tali che $x_k - h/2 < x_i < x_k + h/2$. Dunque $\sum_{i=1}^n 1[A(x_i)]$ sarà uguale a n_k (numero di osservazioni nell’intervallo k) e lo stimatore della densità per l’istogramma sarà pari a $\widehat{f(x)} = n_k/nh$, in cui il divisore nh fa in modo che la somma delle aree dei rettangoli sia pari a 1.

Lo stesso principio della funzione indicatrice viene “replicato”, nelle stime non parametriche, con una funzione di ponderazione più sofisticata:

$$[12] \quad \widehat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x_i-x}{h}\right)$$

dove K è un kernel, h è un parametro di regolarizzazione denominato “ampiezza di banda” e x è uno qualsiasi dei possibili valori della variabile casuale X (nel nostro caso rappresentata dai rendimenti). Ai fini della trattazione successiva, tra tutte le funzioni kernel esistenti (ad es. Epanechnikov, Silverman, ecc..), si è deciso di utilizzare il kernel Gaussiano, la cui espressione è:

$$[13] \quad K\left(\frac{x_i-x}{h}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-x}{h}\right)^2\right]}$$

Il parametro più importante da scegliere quando si adotta questo metodo è l’ampiezza della banda o “bandwidth” come denominata nel software Gretl, infatti modificando il valore di h si ottengono diverse forme per la funzione di densità. L’adattamento di quest’ultima ai dati è tanto migliore quanto minore è l’ampiezza della banda; vi è dunque un trade-off tra il numero di “gobbe” catturate dalla stima e il suo grado di regolarità (quanto la stima è liscia o smooth). Riprendendo il paragone con gli istogrammi, diminuire h equivale a ridurre la larghezza della base dei rettangoli e ad aumentare quindi la “precisione” della rappresentazione grafica dei dati. Un esempio di stima kernel di densità con differenti valori del parametro bandwidth è fornito nei grafici sottostanti.

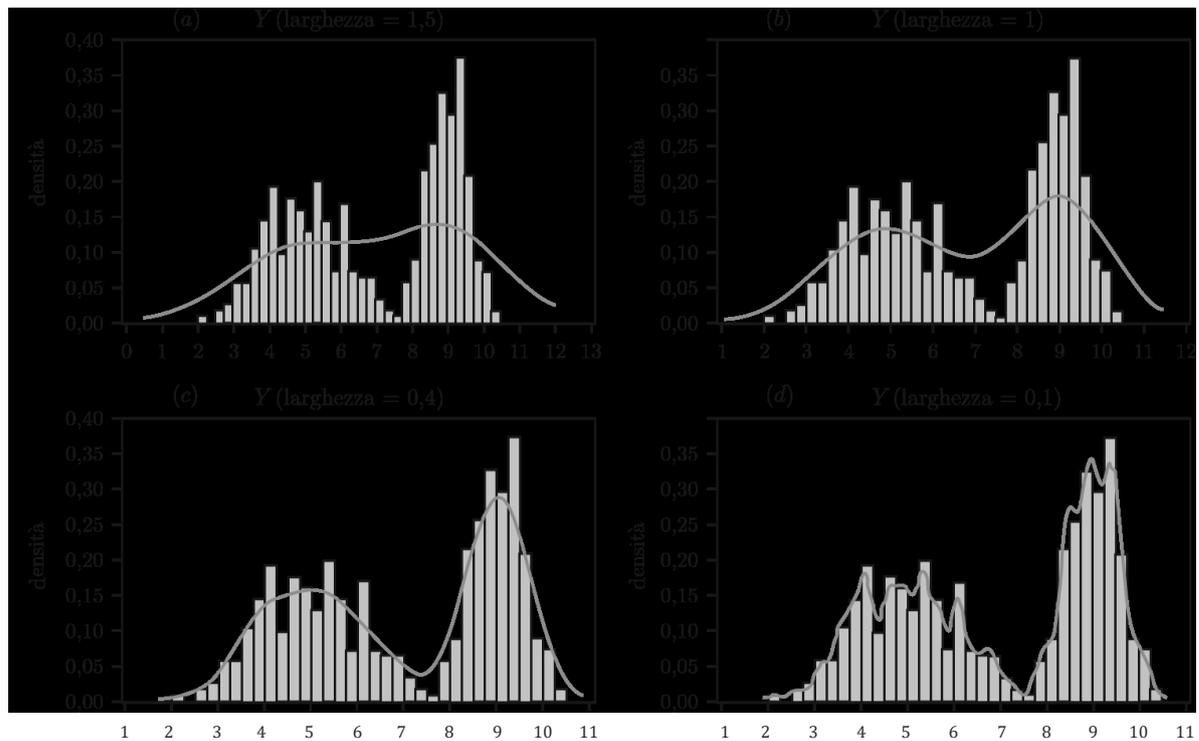


Figura 5: Approssimazione di una distribuzione con funzione di densità kernel e diversi valori di bandwidth.

Fonte: Griffiths, William E., Lim, Guay C., Hill, R. Carter, Mazzanti M., 2013. *Principi di econometria*. Pag. C50.

CAPITOLO 3: ANALISI DEI RENDIMENTI

Uno degli articoli che più mi ha colpito nell'ultimo periodo è stato scritto da Silvia Fontana per Starting Finance (2021), nota pagina di divulgazione economico-finanziaria attiva sui social e con quasi 300 mila seguaci su instagram, intitolato "Si sono appena conclusi i migliori 12 mesi della storia dell'S&P 500". Il post datato 29 marzo 2021 evidenzia come l'indice americano abbia fatto registrare, in seguito al crollo dei mercati dovuto alla pandemia, un rendimento annuale a dir poco elevato, secondo Hulbert Ratings superiore al 99% dei ritorni annuali nella storia dello S&P 500.

Infatti la performance calcolata a partire dal punto più basso raggiunto dall'indice il 23 marzo 2020 fino al 23 marzo dell'anno successivo è stata del 58,4% per l'indice price return e del 76,9% per il net total return. Un altro articolo, scritto da Anna Louise Jackson per The Balance (2021), fa emergere un dato altrettanto impressionante: il recupero dell'indice dopo il crollo di marzo 2020 è stato il terzo più rapido della sua storia, come mostra il grafico sotto riportato.

Peak to Trough	Decline	Months to Return to Peak ▲
Nov 28, 1980–Aug 12, 1982	-27.1%	3
Jul 16, 1990–Oct 11, 1990	-19.9%	4
Feb 19, 2020–Mar 23, 2020	-33.9%	5
Jul 18, 1933–Mar 14, 1935	-33.9%	7
Feb 9, 1966–Oct 7, 1966	-22.2%	7
Aug 2, 1956–Oct 22, 1957	-21.6%	11
Jun 15, 1948–Jun 13, 1949	-20.6%	12
Dec 12, 1961–Jun 26, 1962	-28.0%	14
Aug 25, 1987–Dec 4, 1987	-33.5%	20
Nov 29, 1968–May 26, 1970	-36.1%	21
Nov 9, 1938–Apr 28, 1942	-45.8%	34
May 29, 1946–May 17, 1947	-27.5%	37
Oct 9, 2007–Mar 9, 2009	-56.8%	49
Mar 24, 2000–Oct 9, 2002	-49.1%	56
Jan 11, 1973–Oct 3, 1974	-48.2%	69
Mar 6, 1937–Mar 31, 1938	-54.5%	94
Sep 7, 1929–Jun 1, 1932	-86.2%	268

Figura 6: Mesi necessari allo S&P500, dopo un crollo azionario, per ritornare ai massimi precedenti.

Fonte: Sam Stovall/CFRA.

Solo in due casi l'indice è ritornato al massimo storico pre crisi più velocemente rispetto a quanto avvenuto nel 2021, anche se i crolli registrati nel 1982 e nel 1990 sono stati di minore entità.

Lo scopo di questa premessa è quello di mettere in luce l'eccezionalità della pandemia di Covid-19 in termini di effetti sui mercati azionari, e la velocità con cui le borse, soprattutto americane, si sono riprese in seguito a questo shock negativo.

L'analisi dei rendimenti dei titoli dello Standard & Poor's 500 verrà effettuata a partire da un campione di osservazioni ricavate dal Lyxor S&P 500 UCITS ETF, in particolare considerando quattro mensilità prima del crollo dei mercati a marzo 2020 e quattro successive a tale data: luglio, agosto, settembre e ottobre sia per il 2019 che per il 2020. Il motivo di tale scelta è stato quello di evidenziare la forte ripresa delle borse avvenuta nell'estate del 2020 e trainata dalle incredibili performance registrate dalle cosiddette big tech.

Dopo aver ottenuto i dati relativi ai prezzi dei titoli all'inizio e alla fine di ciascun mese è stato possibile calcolare i rendimenti mensili mediante un foglio di lavoro excel e applicando la

seguinte formula: $[(\text{prezzo finale}/\text{prezzo iniziale}) - 1] \times 100$. Tuttavia, dal momento che la composizione dell'indice (e di conseguenza anche quella dell'ETF che lo replica) non è statica nel tempo, è stato necessario escludere dal calcolo i titoli delle società che non sono presenti in tutti i periodi scelti. In questo modo è stata migliorata la qualità del confronto a scapito del numero di osservazioni, che si è ridotto da 505 a 471 per ogni mensilità. Un altro fattore che è stato preso in considerazione è il peso attribuito ai diversi titoli, in quanto le singole performance influenzano l'andamento dello S&P500 in base all'importanza che le società ricoprono all'interno dell'indice stesso. Per questo motivo è stata calcolata anche la performance pesata, che mette in luce quanto le oscillazioni di prezzo delle azioni di una società siano effettivamente responsabili del rendimento dell'indice nel suo complesso. Il calcolo precedente è stato realizzato moltiplicando la performance di ciascun titolo con il suo peso al termine del mese.

I risultati di cui sopra sono stati poi elaborati tramite il software statistico Gretl, per ricavarne le statistiche descrittive e soprattutto la stima non parametrica della densità con la funzione kernel di tipo Gaussiano. Per ogni coppia di mesi da confrontare (es. luglio 2019 con luglio 2020) verranno mostrati i grafici delle stime kernel con un valore di bandwidth di 0,75 sia per i rendimenti semplici dei titoli, sia per i rendimenti pesati. In seguito saranno svolti dei test sulle medie, sulle varianze e sulla normalità delle distribuzioni oggetto di analisi e saranno commentati i valori degli indici di curtosi e asimmetria, seguendo le indicazioni presenti nel manuale di statistica di Borra S. e Di Ciaccio A. (capitolo 14).

3.1 Confronto tra luglio 2019 e luglio 2020

Nel mese di luglio 2020 i titoli americani hanno segnato un rialzo, nonostante il severo crollo del prodotto interno lordo statunitense avvenuto nel secondo trimestre dell'anno, principalmente dovuto alla prima ondata della pandemia di Covid-19. In particolare l'indice Standard & Poor's 500 Net Total Return (USD) ha chiuso il mese con un rendimento di circa il 5,6% (contro l'1,4% di luglio 2019), grazie al supporto delle cosiddette big tech, che hanno registrato dei guadagni trimestrali piuttosto elevati (Monthly markets review - July 2020, Schroders).

Vediamo ora come si sono distribuiti i rendimenti dei titoli che compongono l'indice.

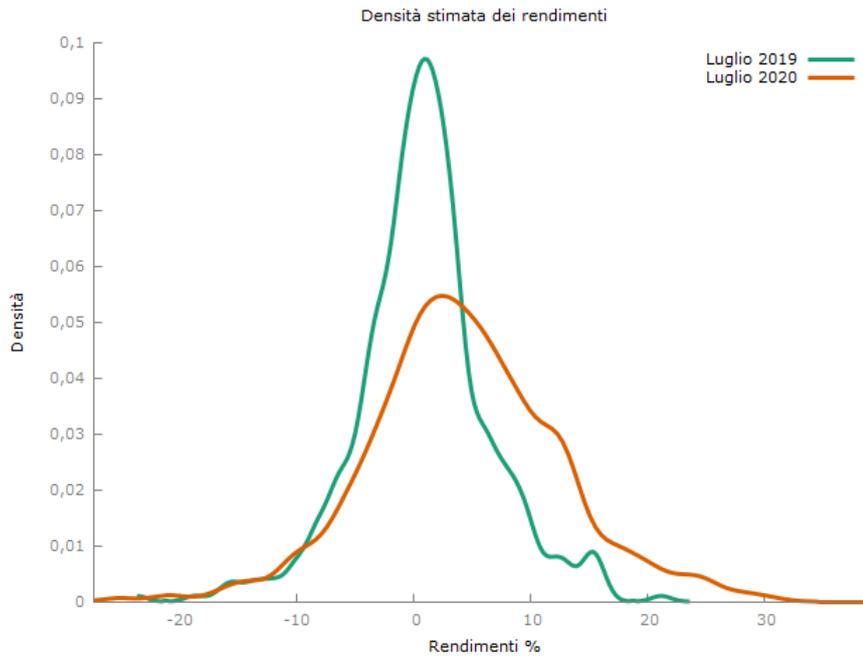


Figura 7: Densità stimata dei rendimenti di luglio 2019 e luglio 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Nella pagina seguente si riportano i box di Gretl contenenti le statistiche descrittive delle mensilità analizzate e il valore del test di normalità di Jarque-Bera. Quest'ultimo tiene conto sia della misura della curtosi, sia della misura dell'asimmetria di una distribuzione e si calcola come segue:

$$JB = \frac{n}{6} \left(S^2 + \frac{1}{4} (K - 3)^2 \right)$$

Dove S^2 è l'indice di curtosi e K è l'indice asimmetria e, sotto l'ipotesi nulla di normalità, valgono rispettivamente 0 e 3. Tale ipotesi verrà rifiutata con un p-value inferiore a 0,01, corrispondente a valori di JB troppo grandi.

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentiluglio19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentiluglio20' (471 osservazioni valide)	
Media	0,87314	Media	4,5679
Mediana	0,79612	Mediana	4,0143
Minimo	-23,610	Minimo	-25,219
Massimo	21,232	Massimo	63,059
Scarto quadratico medio	5,6991	Scarto quadratico medio	8,8569
Coeff. di variazione	6,5271	Coeff. di variazione	1,9390
Asimmetria	-0,098276	Asimmetria	0,85511
Curtosi	1,5976	Curtosi	4,9383
5° percentile	-8,2954	5° percentile	-8,8204
95° percentile	10,451	95° percentile	19,454
Range interquartile	5,7368	Range interquartile	9,9265
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 50,8506 ; p-value = 9,07689 · 10 ⁻¹²		Test JB = 535,99 ; p-value = 4,08595 · 10 ⁻¹¹⁷	

Osserviamo che la media dei rendimenti di luglio 2020 è quasi quattro punti percentuali più alta della media di luglio 2019: 4,5679% contro 0,8731%. Nonostante siano piuttosto distanti tra loro, è opportuno verificare se vi sia o meno differenza tra le due medie mediante il test statistico per popolazioni qualsiasi e grandi campioni, con l'assunzione che le due popolazioni siano indipendenti. Le ipotesi che sono state considerate sono:

$$-H_0: \mu_{20} = \mu_{19}$$

$$-H_1: \mu_{20} > \mu_{19}$$

Quando la numerosità dei campioni (che in questo caso sono quasi coincidenti con la popolazione totale) è sufficientemente elevata, la statistica test si distribuisce asintoticamente, sotto H_0 , come una Normale standardizzata. L'approssimazione si può considerare adeguata quando entrambi i campioni sono composti da almeno 120 osservazioni. La formula della statistica test da utilizzare è la seguente:

$$[14] \quad Z = \frac{\bar{X}_{20} - \bar{X}_{19}}{\sqrt{(S_{20}^2 + S_{19}^2)/n}}$$

Dove S^2 è lo stimatore corretto della varianza.

Applicando, grazie al software Gretl, tale formula alle medie dei rendimenti dei mesi di luglio 2019 e di luglio 2020, il valore di Z ottenuto è pari a: 7,61. Quest'ultimo va confrontato con i valori soglia presenti nelle tavole statistiche della Normale standardizzata, corrispondenti al livello (o anche più livelli) di significatività α scelto per il test; nel nostro caso è stato ritenuto opportuno verificare l'ipotesi ad un livello dell'1%, per il quale cioè $z_{\alpha}=2,33$. Un altro metodo di verifica, che sarà quello effettivamente utilizzato, consiste nel confrontare il livello di

significatività scelto con il cosiddetto livello di significatività osservato, o p-value. Se quest'ultimo, calcolato dal software, assume un valore maggiore di α , allora l'evidenza empirica non è sufficiente a farci rifiutare l'ipotesi nulla, mentre se il valore è inferiore ad α è necessario rifiutare H_0 . Dal momento che il p-value è molto più piccolo di 0,01 (cioè α) si può affermare, con un livello di significatività dell'1%, che la media dei rendimenti di luglio 2020 è maggiore rispetto a quella dei rendimenti di luglio 2019. Nella tabella sotto riportata sono riassunti i risultati del test.

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
$H_0: \mu_{20} = \mu_{19}$	$H_1: \mu_{20} > \mu_{19}$	$3,753 \cdot 10^{-14}$	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 7,61			

Dopo aver verificato che le distribuzioni dei rendimenti hanno medie significativamente diverse, è necessario effettuare un test anche per le varianze. Anche in questo caso dobbiamo ipotizzare che le nostre variabili casuali X_{19} e X_{20} (rispettivamente i rendimenti di luglio 2019 e 2020) si distribuiscano come una Normale, approssimazione più che lecita vista la numerosità delle osservazioni.

L'ipotesi H_0 e l'ipotesi alternativa H_1 possono essere formulate come segue:

$$-H_0: \sigma_{19}^2 = \sigma_{20}^2$$

$$-H_1: \sigma_{19}^2 < \sigma_{20}^2$$

Tuttavia la formulazione di ipotesi più adatta fa in modo che il test si basi sul rapporto tra le varianze: quanto più queste ultime sono simili, tanto più il rapporto si avvicina a 1.

$$-H_0: \sigma_R^2 = 1$$

$$-H_1: \sigma_R^2 > 1$$

La formula utilizzata per verificare le suddette ipotesi è semplicemente il rapporto tra gli stimatori corretti delle varianze: S_{20}^2/S_{19}^2 . Sotto H_0 la statistica test si distribuisce come una F di Fisher con $n_{20}-1$ e $n_{19}-1$ gradi di libertà e la regione di rifiuto unilaterale corrisponde a valori inferiori a $f_{1-\alpha}$ (dove α rappresenta il livello di significatività). Anche in questo caso utilizzeremo il p-value calcolato dal software Gretl per decidere se accettare o rifiutare l'ipotesi nulla. Per quanto riguarda i rendimenti di luglio 2019 e luglio 2020, il p-value è di $2,599 \cdot 10^{-21}$, valore ampiamente inferiore rispetto al livello di significatività dell'1%. Quanto appena emerso ci permette di affermare che la varianza della distribuzione di luglio 2020 è significativamente maggiore della varianza dello stesso mese del 2019 (vedi tabella alla pagina seguente).

Ipotesi H ₀	Ipotesi H ₁ (alternativa)	p-value a una coda
H ₀ : $\sigma_R^2 = 1$	H ₁ : $\sigma_R^2 > 1$	$2,599 \cdot 10^{-21}$
Valore del test: 2,41		

Confrontiamo ora ciascuna distribuzione dei rendimenti con quella di una di una funzione di densità Normale caratterizzata dalla stessa media e deviazione standard della popolazione di riferimento. A tale scopo si possono utilizzare degli indici volti a misurare la disnormalità o curtosi della nostra distribuzione, tra cui gli indici di curtosi di Pearson e di Fisher. I risultati che possono emergere sono sostanzialmente tre: nel primo caso i rendimenti si distribuiscono esattamente come una Normale (molto improbabile); nel secondo caso i valori centrali e quelli estremi della distribuzione osservata presentano una maggiore frequenza rispetto a quanto accadrebbe in una Normale (si parla di distribuzione ipernormale o leptocurtica); nel terzo ed ultimo caso si ha invece una minore frequenza dei valori centrali ed estremi (la distribuzione viene denominata iponormale o platicurtica).

L'indice di curtosi di Fisher, a cui faremo riferimento, si calcola nel seguente modo:

$$[15] \quad \gamma = \left[\frac{1}{n} \sum_i \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^4 \right] - 3$$

Per valori di gamma superiori a 0 si ha una distribuzione ipernormale, mentre per valori negativi di gamma si ha una distribuzione iponormale. Infine l'indice si annulla quando le osservazioni si distribuiscono esattamente come una Normale.

Tornando alle statistiche descrittive relative al mese di luglio, sono stati calcolati degli indici di curtosi pari a: 1,5976 per il 2019 e 4,9383 per il 2020. Quindi, sulla base dei concetti teorici spiegati in precedenza, possiamo affermare che i rendimenti di luglio 2019 presentano una distribuzione leggermente leptocurtica, mentre per i rendimenti di luglio 2020 la curtosi è più accentuata. Ciò significa che la densità corrispondente a valori della performance molto vicini o molto lontani dalla media è maggiore, per entrambe le mensilità, rispetto a quella che si osserverebbe in una distribuzione perfettamente Normale.

Un altro aspetto interessante da analizzare riguarda l'asimmetria della distribuzione, misurabile con l'apposito indice di Fisher (da non confondere con l'omonimo indice relativo alla curtosi).

Facendo un passo indietro per richiamare la definizione, una distribuzione di frequenze n_1, n_2, \dots, n_k si definisce simmetrica quando $n_1 = n_k, n_2 = n_{k-1}, \dots, n_j = n_{k-j+1}$, anche se nel nostro caso è più corretto parlare di densità. Come è emerso per la curtosi, l'indice è in grado di distinguere tra tre diverse situazioni: simmetria, asimmetria negativa, in cui le modalità più piccole sono più frequenti, e asimmetria positiva, in cui prevalgono le modalità più grandi.

Vediamo ora la formula utilizzata per calcolare il livello di asimmetria:

$$[16] \quad \beta = \frac{M_3}{\sigma^3} \quad \text{dove} \quad [17] \quad M_3 = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^3$$

Essendo basato sul momento centrato dalla media aritmetica di ordine 3, M_3 può assumere sia valori positivi che negativi, a seconda del segno degli scostamenti dalla media. Dunque quando beta è maggiore di 0 la distribuzione è caratterizzata da asimmetria positiva, mentre quando beta è minore di 0 anche l'asimmetria della distribuzione è negativa. Infine un valore di beta nullo costituisce una condizione necessaria, ma non sufficiente, per affermare che la distribuzione è simmetrica.

Dai box di Gretl alla pagina precedente riportiamo i valori assunti dall'indice di Fisher in corrispondenza dei rendimenti di luglio 2019 e luglio 2020: rispettivamente -0,098276 e 0,85511. Entrambe le distribuzioni sono caratterizzate da una leggera asimmetria, negativa nel mese del 2019 e positiva nel mese del 2020.

Analizziamo ora il grafico della densità stimata (sempre con il metodo non parametrico utilizzato in precedenza) dei rendimenti pesati, il cui scopo è quello di ridimensionare le performance dei titoli dell'S&P 500 in base al peso a loro assegnato all'interno dell'indice.

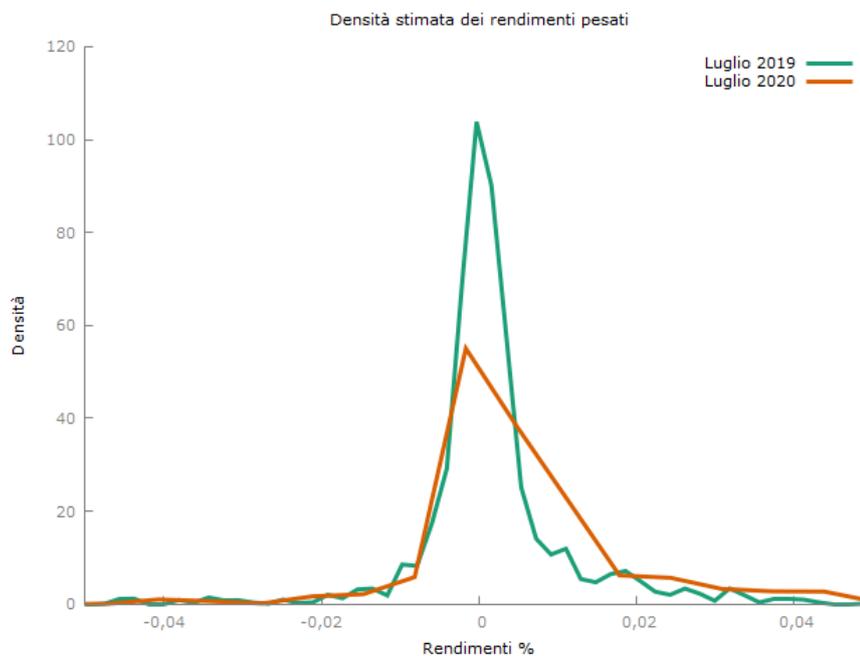


Figura 8: Densità stimata dei rendimenti pesati di luglio 2019 e luglio 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Box Gretl:

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatiluglio19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatiluglio20' (471 osservazioni valide)	
Media	0,0033671	Media	0,012698
Mediana	0,00069046	Mediana	0,0027770
Minimo	-0,091068	Minimo	-0,15168
Massimo	0,28724	Massimo	1,0585
Scarto quadratico medio	0,022750	Scarto quadratico medio	0,063745
Coeff. di variazione	6,7564	Coeff. di variazione	5,0200
Asimmetria	6,2642	Asimmetria	12,541
Curtosi	69,574	Curtosi	185,03
5° percentile	-0,010207	5° percentile	-0,0081229
95° percentile	0,025565	95° percentile	0,052882
Range interquartile	0,0057292	Range interquartile	0,011484
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 98077,2 ; p-value = 0		Test JB = 684206 ; p-value = 0	

Le statistiche che emergono per stranezza sono senza dubbio l'indice di curtosi e asimmetria, i cui valori sono molto più grandi rispetto a quanto abbiamo osservato per i rendimenti non pesati. Ciò accade perché le performance semplici sono moltiplicate per pesi molto diversi tra loro, rendendo in questo modo le code molto più lunghe rispetto a quelle di una Normale.

- Test per le medie

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
$H_0: \mu_{20} = \mu_{19}$	$H_1: \mu_{20} > \mu_{19}$	0,001444	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 2,99			

Il p-value è inferiore rispetto al livello di significatività α dell'1%. Possiamo dunque affermare che i rendimenti pesati di luglio 2020 sono in media maggiori rispetto a quelli di luglio 2019.

- Test per la differenza tra le varianze

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda
$H_0: \sigma_R^2 = 1$	$H_1: \sigma_R^2 > 1$	$1,193 \cdot 10^{-95}$
Valore del test: 7,85		

Alla luce del p-value calcolato da Gretl possiamo rifiutare l'ipotesi H_0 a favore dell'ipotesi alternativa H_1 , cioè la varianza dei rendimenti pesati di luglio 2020 è maggiore di quella dei rendimenti pesati di luglio 2019.

3.2 Confronto tra agosto 2019 e agosto 2020

Nell'agosto del 2020 i mercati di tutto il mondo, e in primis quelli statunitensi sono stati fortemente trascinati dalla speranza nell'arrivo del vaccino contro il Covid-19. Inoltre, per quanto riguarda gli USA, la Federal Reserve ha confermato l'intenzione di continuare a fornire supporto all'economia, portando lo Standard & Poor's 500 a raggiungere il suo massimo storico a quota 6359 dollari per l'indice net total return e a quota 3470 dollari per l'indice price return (Monthly markets review - August 2020, Schroders). Il rendimento mensile ha infatti superato ampiamente quello dello stesso mese nel 2019: 7,13% contro -1,65%.

Vediamo ora dal punto di vista grafico e delle statistiche descrittive come si collocano i rendimenti di agosto 2020 rispetto a quelli dell'anno precedente.

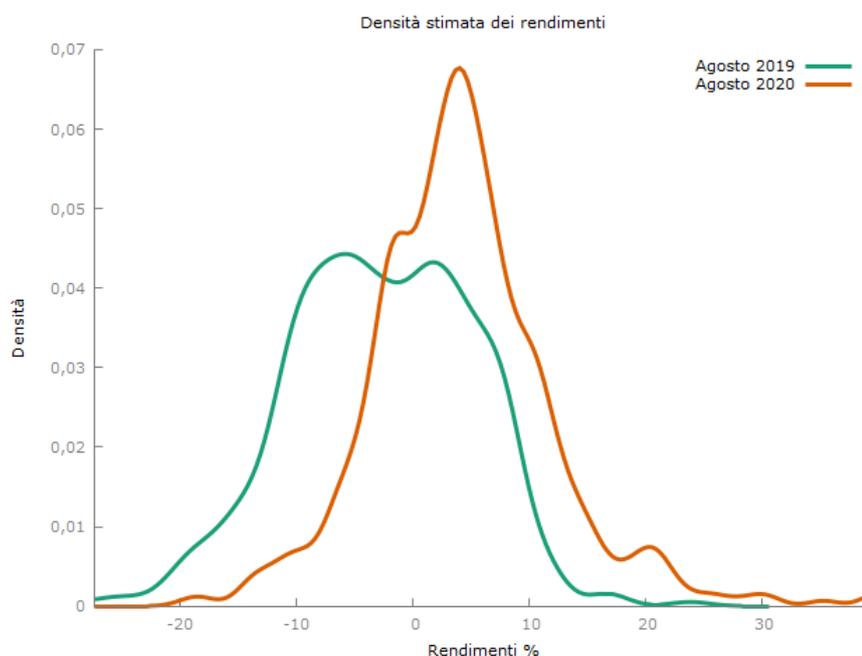


Figura 9: Densità stimata dei rendimenti di agosto 2019 e agosto 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Box di Gretl:

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentiagosto19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentiagosto20' (471 osservazioni valide)	
Media	-2,9763	Media	4,3317
Mediana	-2,5752	Mediana	3,8690
Minimo	-40,434	Minimo	-19,060
Massimo	23,889	Massimo	41,326
Scarto quadratico medio	8,4138	Scarto quadratico medio	7,9973
Coeff. di variazione	2,8269	Coeff. di variazione	1,8462
Asimmetria	-0,59083	Asimmetria	0,87272
Curtosi	1,3337	Curtosi	2,9675
5° percentile	-16,861	5° percentile	-7,1785
95° percentile	8,7340	95° percentile	18,938
Range interquartile	11,813	Range interquartile	8,9959
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 62,3129 ; p-value = $2,9439 \cdot 10^{-14}$		Test JB = 232,612 ; p-value = $3,08278 \cdot 10^{-51}$	

- Test per le medie

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
$H_0: \mu_{20} = \mu_{19}$	$H_1: \mu_{20} > \mu_{19}$	$3,441 \cdot 10^{-39}$	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 13,66			

Il p-value ottenuto è ampiamente inferiore rispetto al livello di significatività α dell'1%. Possiamo dunque affermare che i rendimenti di agosto 2020 sono in media maggiori rispetto a quelli di agosto 2019.

- Test per la differenza tra le varianze (questa volta è stato invertito il rapporto)

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda
$H_0: \sigma_R^2 = 1$	$H_1: \sigma_R^2 > 1$	0,1357
Valore del test: 1,11		

Il p-value è maggiore rispetto al livello di significatività dell'1%, dunque accettiamo l'ipotesi H_0 di uguaglianza delle varianze.

Per quanto riguarda la curtosi, dati i valori ottenuti da Gretl, possiamo affermare che entrambe le distribuzioni sono ipernormali. L'indice di asimmetria invece assume un valore negativo in corrispondenza dei rendimenti di agosto 2019 ed un valore positivo per i rendimenti di agosto 2020.

Analizziamo ora il grafico della densità stimata dei rendimenti pesati, prendendo come riferimento i box di Gretl contenenti le statistiche descrittive ed i risultati dei test relativi a medie e varianze.

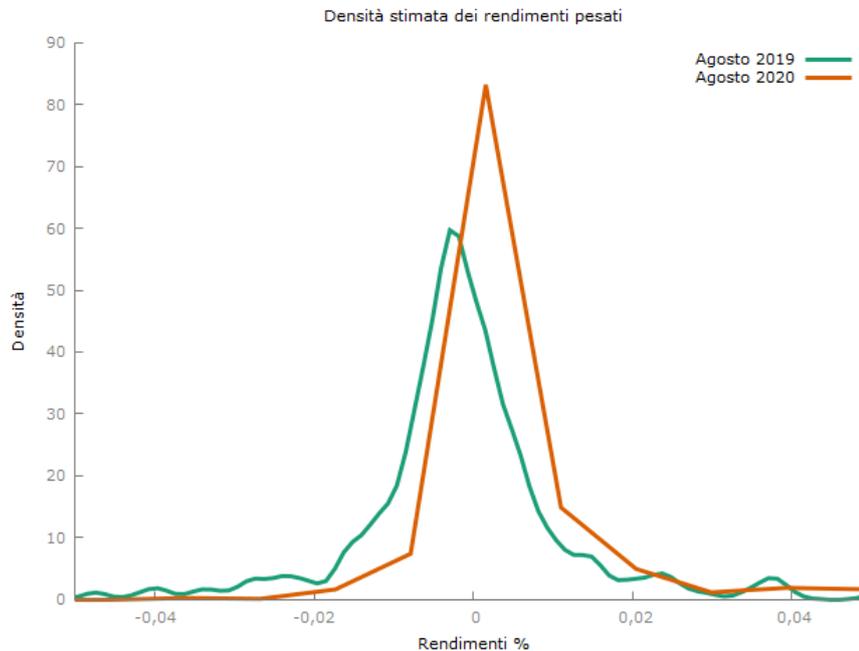


Figura 10: Densità stimata dei rendimenti pesati di agosto 2019 e agosto 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Box di Gretl

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatiagosto19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatiagosto20' (471 osservazioni valide)	
Media	-0,0027922	Media	0,015879
Mediana	-0,0020311	Mediana	0,0025024
Minimo	-0,14639	Minimo	-0,064238
Massimo	0,068541	Massimo	1,5607
Scarto quadratico medio	0,019702	Scarto quadratico medio	0,086258
Coeff. di variazione	7,0561	Coeff. di variazione	5,4321
Asimmetria	-2,0363	Asimmetria	13,553
Curtosi	13,274	Curtosi	223,45
5° percentile	-0,030140	5° percentile	-0,0058241
95° percentile	0,023488	95° percentile	0,055772
Range interquartile	0,010180	Range interquartile	0,0086383
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 3783,6 ; p-value = 0		Test JB = 994267 ; p-value = 0	

- Test per le medie

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
$H_0: \mu_{20} = \mu_{19}$	$H_1: \mu_{20} > \mu_{19}$	$2,918 \cdot 10^{-6}$	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 4,58			

Il p-value è inferiore rispetto al livello di significatività α dell'1%. Quindi anche i rendimenti pesati di agosto 2020 sono in media maggiori rispetto a quelli di agosto 2019.

- Test per la differenza tra le varianze

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda
$H_0: \sigma_R^2 = 1$	$H_1: \sigma_R^2 > 1$	$1,013 \cdot 10^{-172}$
Valore del test: 19,17		

Alla luce del p-value ottenuto possiamo rifiutare l'ipotesi H_0 a favore dell'ipotesi alternativa H_1 , cioè la varianza associata ai rendimenti pesati di agosto 2020 è maggiore di quella associata ai rendimenti pesati di agosto 2019.

3.3 Confronto tra settembre 2019 e settembre 2020

“Borse, settembre il mese peggiore del 2020 dopo il ko di marzo. Mese nero per i tecnologici americani...”. Chiara di Cristofaro intitola così il proprio articolo del 30 settembre 2020 per il noto quotidiano economico “il Sole 24 ore”. In seguito alla consistente crescita osservata nei mesi estivi del 2020, oggetto di trattazione nei paragrafi precedenti, il mercato azionario americano ha fatto registrare una forte correzione al ribasso. Infatti il periodo in questione è stato caratterizzato da un diffuso clima di incertezza, dovuto all'avanzamento dei contagi da Coronavirus e dall'avvicinarsi delle elezioni presidenziali negli Stati Uniti.

Lo S&P 500 Net Total Return ha chiuso i mesi di settembre 2019 e settembre 2020 rispettivamente con un rendimento dell'1,83% e del -3,84%. Vediamo ora come si sono distribuiti i rendimenti dei singoli titoli rispetto a quelli dell'anno precedente.

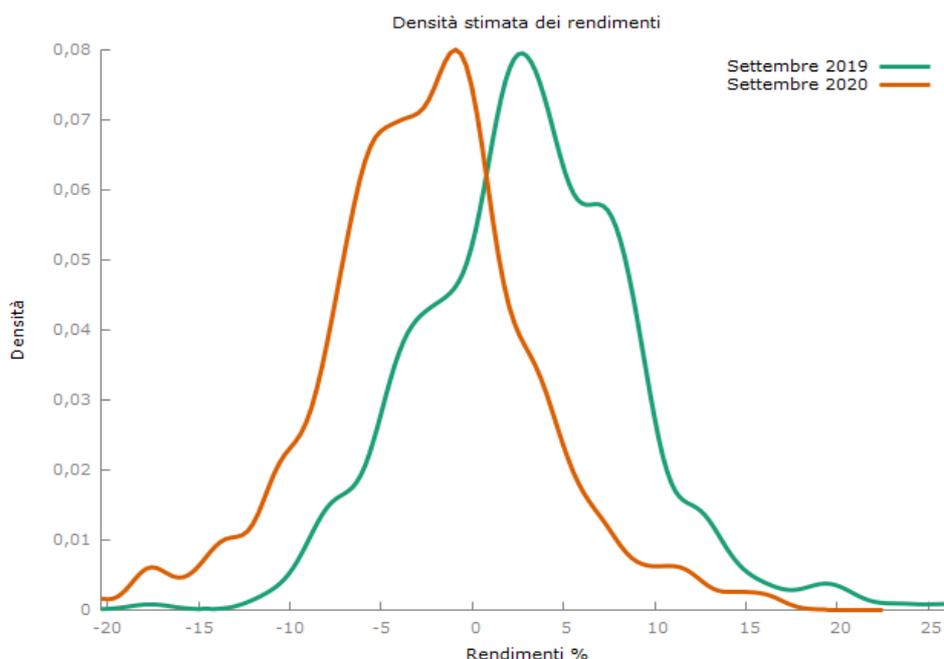


Figura 11: Densità stimata dei rendimenti di settembre 2019 e settembre 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

E' interessante notare come il trend emerso dal confronto dei mesi di luglio e agosto 2020 con i mesi corrispondenti del 2019, sia stato in questo caso interrotto. Infatti, se durante l'estate i rendimenti post crollo dovuto alla pandemia (marzo 2020) hanno ampiamente superato quelli dell'anno precedente, a settembre la situazione si è completamente ribaltata.

Di seguito si riportano i box di Gretl contenenti le statistiche descrittive delle mensilità analizzate.

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentisettembre19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentisettembre20' (471 osservazioni valide)	
Media	3,0433	Media	-2,8002
Mediana	2,9710	Mediana	-2,5520
Minimo	-11,229	Minimo	-36,014
Massimo	26,150	Massimo	16,234
Scarto quadratico medio	5,7673	Scarto quadratico medio	6,3459
Coeff. di variazione	1,8951	Coeff. di variazione	2,2662
Asimmetria	0,32804	Asimmetria	-0,50349
Curtosi	0,70960	Curtosi	2,4224
5° percentile	-6,8362	5° percentile	-13,411
95° percentile	12,430	95° percentile	7,1676
Range interquartile	7,7353	Range interquartile	6,5464
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 18,329 ; p-value = $1,04689 \cdot 10^{-4}$		Test JB = 135,061 ; p-value = $4,6967 \cdot 10^{-30}$	

Osserviamo che la media dei rendimenti di settembre 2019 è quasi sei punti percentuali più alta della media di settembre 2020: 3,0433% contro -2,8002%.

- Test per le medie

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
$H_0: \mu_{19} = \mu_{20}$	$H_1: \mu_{19} > \mu_{20}$	$6,533 \cdot 10^{-45}$	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 14,78			

Il p-value è ampiamente inferiore rispetto al livello di significatività α dell'1%. Possiamo dunque affermare che i rendimenti di settembre 2019 sono in media maggiori rispetto a quelli di settembre 2020.

- Test per la differenza tra le varianze

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda
$H_0: \sigma_R^2 = 1$	$H_1: \sigma_R^2 > 1$	0,01922
Valore del test: 1,21		

Il p-value, o livello di significatività osservato, è maggiore di 0,01 (cioè α) dunque accettiamo l'ipotesi H_0 di uguaglianza delle varianze.

Tornando alle statistiche descrittive relative al mese di settembre, sono stati calcolati degli indici di curtosi pari a: 0,7096 per il 2019 e 2,4224 per il 2020. Infatti i rendimenti di settembre 2019 presentano una distribuzione leggermente ipernormale, mentre per i rendimenti di settembre 2020 la curtosi è più evidente.

Per quanto riguarda invece l'asimmetria, i valori assunti dall'indice di Fisher sono: 0,32804 per il 2019 e -0,5039 per il 2020. Entrambe le distribuzioni mostrano dunque una leggera asimmetria, seppur di segno opposto.

Analizzando il grafico della densità stimata notiamo immediatamente che le distribuzioni relative ai mesi di settembre 2019 e 2020 sono molto più simili tra loro rispetto a quanto accade nella rappresentazione precedente. Osserviamo infatti che le due distribuzioni nel grafico sono molto più concentrate nelle vicinanze dello 0 rispetto a quanto abbiamo potuto constatare per le performance non pesate.

Nonostante questa similitudine tra le forme delle due stime di densità, la forte correzione avvenuta a settembre 2020, che ha portato a dei rendimenti inferiori rispetto allo stesso mese dell'anno precedente, è ben visibile anche nel grafico qui sotto.

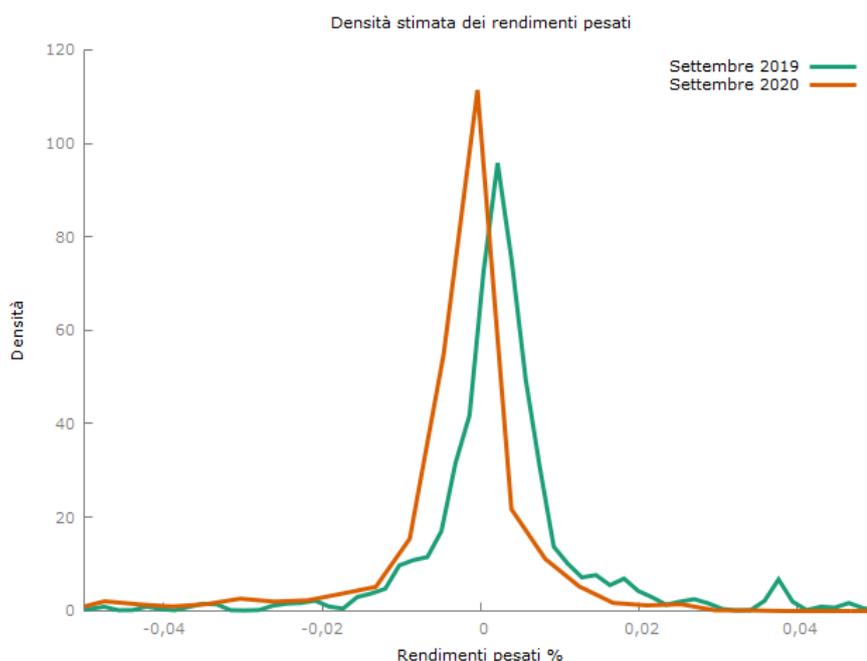


Figura 12: Densità stimata dei rendimenti pesati di settembre 2019 e settembre 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Box di Gretl

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatisettembre19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatisettembre20' (471 osservazioni valide)	
Media	0,0039511	Media	-0,0076588
Mediana	0,0023009	Mediana	-0,0016000
Minimo	-0,071129	Minimo	-0,68590
Massimo	0,28032	Massimo	0,068317
Scarto quadratico medio	0,019607	Scarto quadratico medio	0,044927
Coeff. di variazione	4,9623	Coeff. di variazione	5,8661
Asimmetria	6,4350	Asimmetria	-10,740
Curtosi	86,555	Curtosi	136,01
5° percentile	-0,011508	5° percentile	-0,030923
95° percentile	0,026488	95° percentile	0,0080705
Range interquartile	0,0063751	Range interquartile	0,0053705
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 150277 ; p-value = 0		Test JB = 372080 ; p-value = 0	

In ogni caso è opportuno verificare quanto detto con riferimento al grafico svolgendo i test per la differenza tra le medie e per il rapporto tra le varianze già utilizzati e spiegati in precedenza.

- Test per la differenza tra le medie

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
$H_0: \mu_{19} = \mu_{20}$	$H_1: \mu_{19} > \mu_{20}$	$1,825 \cdot 10^{-7}$	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 5,14			

Il p-value è inferiore rispetto al livello di significatività α dell'1%. Possiamo dunque affermare che la media dei rendimenti pesati di settembre 2019 è maggiore di quella dei rendimenti pesati di settembre 2020.

- Test per la differenza tra le varianze

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda
$H_0: \sigma_R^2 = 1$	$H_1: \sigma_R^2 > 1$	$1,203 \cdot 10^{-65}$
Valore del test: 5,25		

Alla luce del p-value ottenuto possiamo rifiutare l'ipotesi H_0 a favore dell'ipotesi alternativa H_1 , cioè la varianza associata ai rendimenti pesati di settembre 2020 è maggiore di quella associata ai rendimenti pesati di settembre 2019.

3.4 Confronto tra ottobre 2019 e ottobre 2020

In seguito ad una leggera ripresa ad inizio ottobre 2020, dalla seconda metà del mese lo Standard & Poor's 500 ed i mercati in generale sono tornati in un clima di timore per la seconda ondata di Covid-19. A conferma dell'incertezza che ormai da settembre permeava le borse americane in particolare, il VIX, un indice di misura della volatilità noto anche come indice della paura, ha raggiunto il valore più alto dei 4 mesi precedenti. Anche in questo caso, dunque, il confronto con il mese corrispondente del 2019 evidenzia dei rendimenti non solo inferiori all'anno precedente, ma in media addirittura negativi. Lo S&P 500 Net Total Return ha infatti chiuso i mesi di ottobre 2019 e ottobre 2020 rispettivamente con un rendimento del 2,13% e del -2,69%.

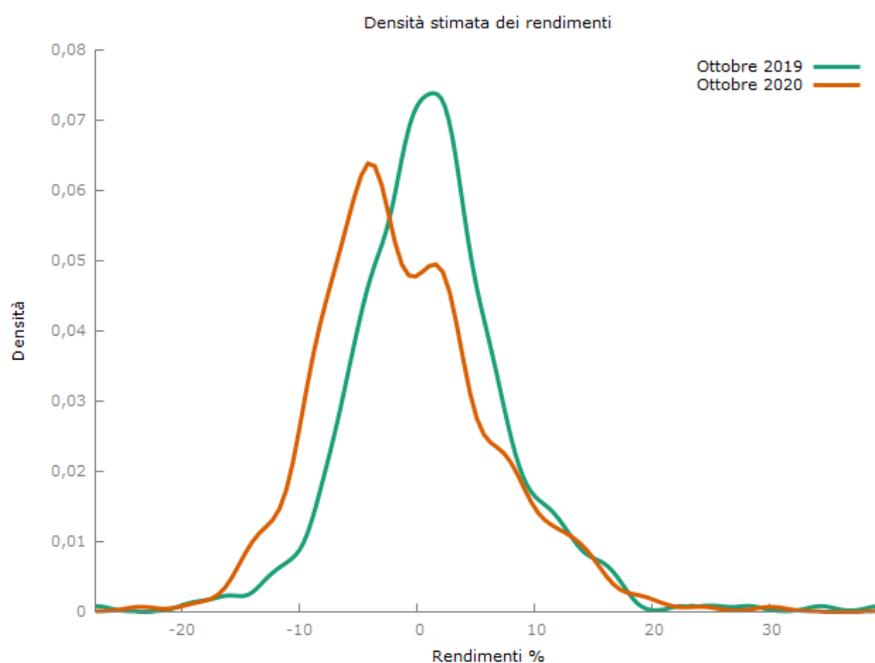


Figura 13: Densità stimata dei rendimenti di ottobre 2019 e ottobre 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Di seguito si riportano i box di Gretl contenenti le statistiche descrittive delle mensilità analizzate:

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentiottobre19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentiottobre20' (471 osservazioni valide)	
Media	1,2552	Media	-1,0361
Mediana	1,0511	Mediana	-1,9452
Minimo	-27,257	Minimo	-73,624
Massimo	39,448	Massimo	42,226
Scarto quadratico medio	6,8712	Scarto quadratico medio	8,2419
Coeff. di variazione	5,4744	Coeff. di variazione	7,9545
Asimmetria	0,68518	Asimmetria	-0,75988
Curtosi	3,9596	Curtosi	13,734
5° percentile	-8,4324	5° percentile	-12,046
95° percentile	12,893	95° percentile	12,683
Range interquartile	7,6317	Range interquartile	9,0627
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 344,542 ; p-value = $1,5262 \cdot 10^{-75}$		Test JB = 3747,27 ; p-value = 0	

Dal momento che la differenza tra le due medie è più ridotta (si nota anche dal grafico) rispetto ai quasi 6 punti percentuali registrati nel confronto tra i mesi di settembre 2019 e 2020, è ancora più interessante effettuare i test sui parametri delle distribuzioni.

- Test per le medie

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
$H_0: \mu_{19} = \mu_{20}$	$H_1: \mu_{19} > \mu_{20}$	$2,054 \cdot 10^{-6}$	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 4,63			

Come si era ipotizzato, il p-value è più grande rispetto a quello del test di settembre, tuttavia è comunque inferiore al livello di significatività α dell'1%. Possiamo dunque affermare che i rendimenti di ottobre 2019 sono in media maggiori rispetto ai rendimenti di ottobre 2020.

- Test per la differenza tra le varianze

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda
$H_0: \sigma_R^2 = 1$	$H_1: \sigma_R^2 > 1$	$4,24 \cdot 10^{-5}$
Valore del test: 1,44		

Alla luce del p-value ottenuto possiamo rifiutare l'ipotesi H_0 a favore dell'ipotesi alternativa H_1 , cioè la varianza dei rendimenti di ottobre 2020 è maggiore della varianza dei rendimenti di ottobre 2019.

Gli indici di curtosi delle funzioni di densità dei rendimenti di ottobre 2019 e 2020 sono rispettivamente: 3,9596 e 13,734. Ciò significa che entrambe le distribuzioni sono leptocurtiche, specialmente quella relativa ad ottobre 2020 che presenta un'elevata densità dei valori centrali.

Per quanto riguarda invece l'asimmetria, possiamo notare dei valori simili a quelli ottenuti per il mese di settembre nel paragrafo precedente. Infatti la distribuzione dei rendimenti di ottobre 2019 presenta una leggera asimmetria positiva (0,68518), mentre la distribuzione relativa ad ottobre 2020 è caratterizzata da una leggera asimmetria negativa (-0,75988).

Analizziamo ora il grafico della densità stimata dei rendimenti pesati, prendendo come riferimento i box di Gretl contenenti le statistiche descrittive ed i risultati dei test relativi a medie e varianze.

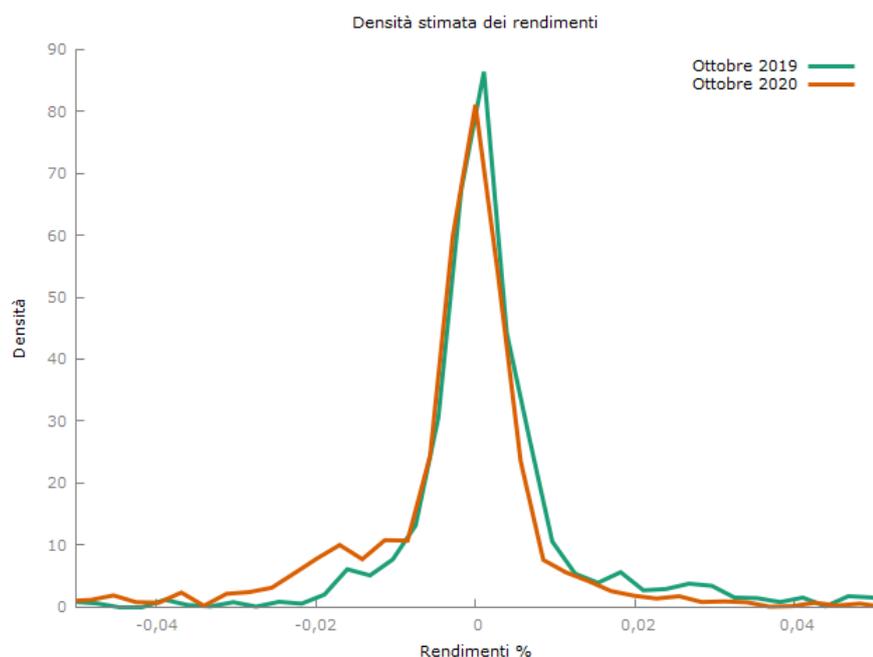


Figura 14: Densità stimata dei rendimenti pesati di ottobre 2019 e ottobre 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Box di Gretl:

Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatiottobre19' (471 osservazioni valide)		Statistiche descrittive, usando le osservazioni 1 - 471 per la variabile 'Rendimentipesatiottobre20' (471 osservazioni valide)	
Media	0,0048328	Media	-0,0062967
Mediana	0,00076929	Mediana	-0,0010245
Minimo	-0,076756	Minimo	-0,39428
Massimo	0,46377	Massimo	0,17304
Scarto quadratico medio	0,028237	Scarto quadratico medio	0,034742
Coeff. di variazione	5,8427	Coeff. di variazione	5,5175
Asimmetria	10,132	Asimmetria	-6,0252
Curtosi	150,69	Curtosi	65,339
5° percentile	-0,012451	5° percentile	-0,037888
95° percentile	0,031867	95° percentile	0,012505
Range interquartile	0,0071548	Range interquartile	0,0078639
Osservazioni mancanti	0	Osservazioni mancanti	0
Test JB = 453672 ; p-value = 0		Test JB = 86632,8 ; p-value = 0	

- Test per le medie

Ipotesi H ₀	Ipotesi H ₁ (alternativa)	p-value a una coda	Regione di rifiuto all'1%
H ₀ : $\mu_{19} = \mu_{20}$	H ₁ : $\mu_{19} > \mu_{20}$	$4,375 \cdot 10^{-8}$	$Z \geq 2,33$
Valore di Z ottenuto: 5,395			

Il p-value è inferiore rispetto al livello di significatività α dell'1%. Possiamo dunque affermare che i rendimenti pesati di ottobre 2019 sono in media maggiori rispetto a quelli di ottobre 2020.

- Test per la differenza tra le varianze

Ipotesi H_0	Ipotesi H_1 (alternativa)	p-value a una coda
$H_0: \sigma_R^2 = 1$	$H_1: \sigma_R^2 > 1$	$3,798 \cdot 10^{-6}$
Valore del test: 1,51		

Alla luce del p-value ottenuto possiamo rifiutare l'ipotesi H_0 a favore dell'ipotesi alternativa H_1 , cioè la varianza associata ai rendimenti pesati di ottobre 2020 è maggiore di quella associata ai rendimenti pesati di ottobre 2019.

3.5 Focus sulle Big Tech

Apple, Amazon, Alphabet (Google), Facebook e Microsoft, le 5 grandi aziende tecnologiche che rappresentano oltre il 20% del valore dello S&P 500, hanno avuto un ruolo fondamentale nella ripresa dell'indice in seguito alla prima ondata della pandemia. Come già accennato nei paragrafi precedenti, gli ottimi risultati trimestrali di queste società hanno letteralmente trainato l'indice fino a ritornare ai massimi pre crisi in soli 5 mesi e proprio per questo motivo i loro rendimenti nei mesi considerati nell'analisi meritano un approfondimento specifico.

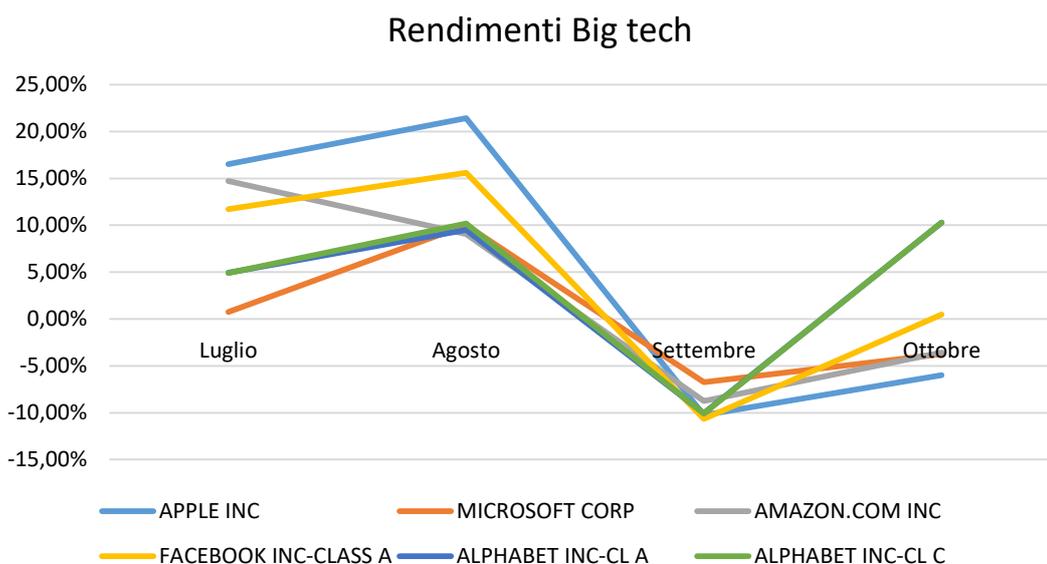


Figura 15: Rendimenti delle Big tech nei 4 mesi considerati del 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Come si può facilmente osservare dal grafico l'andamento di queste aziende è in linea con quello dello Standard & Poor's 500 nello stesso periodo: crescita elevata nei mesi estivi e importante correzione nel mese di settembre.

La ragione di questo recupero così rapido da parte delle società nel settore tecnologico è da ricercarsi nel ruolo che queste hanno avuto durante la prima ondata della pandemia. Jamie Cox, managing partner di Harris Financial Group, ha affermato a proposito che i beni e servizi offerti da queste aziende sono stati per l'economia "l'olio che ha permesso al motore di continuare a funzionare" (affermazione riportata dall'articolo di The Balance già citato in precedenza). Nei mesi di lockdown infatti, la tecnologia ha permesso a centinaia di milioni di persone in tutto il mondo di lavorare da casa e di comunicare a distanza, mitigando in qualche modo gli effetti di una crisi che avrebbe potuto essere ancora più grave e prolungata.

La crescita straordinaria del prezzo delle azioni delle big tech ha inoltre comportato l'aumento della loro capitalizzazione di mercato, portando l'indice S&P 500 ad essere sempre più influenzato dalle performance di questi titoli. Rispetto al 2019, sempre con riferimento alle mensilità oggetto di analisi, il peso medio aggregato di queste 5 grandi aziende è aumentato di 7 punti percentuali, passando dal 16% al 23%; il dettaglio di ciascuna società per ogni mese considerato è visibile nella tabella qui sotto.

	2019				2020			
	Luglio	Agosto	Sett.	Ott.	Luglio	Agosto	Sett.	Ott.
APPLE INC	3,76%	3,75%	3,85%	4,19%	6,41%	7,28%	6,69%	6,45%
MICROSOFT CORP	4,22%	4,34%	4,30%	4,34%	5,76%	5,92%	5,72%	5,65%
AMAZON.COM INC	3,12%	3,02%	2,92%	2,93%	4,91%	5,00%	4,82%	4,77%
FACEBOOK INC-CL A	1,89%	1,83%	1,74%	1,83%	2,26%	2,44%	2,26%	2,33%
ALPHABET INC-CL A	1,47%	1,46%	1,49%	1,51%	1,65%	1,69%	1,58%	1,79%
ALPHABET INC-CL C	1,51%	1,50%	1,48%	1,50%	1,61%	1,65%	1,55%	1,75%
TOTALE	15,97%	15,90%	15,78%	16,30%	22,60%	23,98%	22,62%	22,74%

Conclusioni

In seguito all'analisi svolta sui rendimenti mensili dei titoli dello Standard & Poor's 500, possiamo riassumere i risultati ottenuti e trarre le dovute conclusioni. Siamo partiti dal confronto tra il mese di luglio 2019 ed il mese di luglio 2020, dal quale è emerso che i rendimenti, pesati e non, successivi al crollo dei mercati dovuto alla pandemia, sono stati in media maggiori rispetto a quelli registrati prima di tale evento recessivo, con un livello di significatività dell'1%. Lo stesso risultato è stato ottenuto con riferimento al mese di agosto 2019 e agosto 2020, in cui i risultati hanno evidenziato un divario tra le medie dei rendimenti superiore rispetto a luglio, sempre a favore della mensilità post crisi.

La tendenza delineatasi nei mesi estivi si è poi interrotta con il confronto tra i mesi autunnali, a causa di una forte correzione dei mercati avvenuta nel settembre 2020, principalmente dovuta all'inizio della seconda ondata pandemica e all'avvicinarsi delle elezioni presidenziali negli Stati Uniti. Infatti sia la media dei rendimenti, pesati e non, di settembre 2020, sia quella di ottobre 2020, sono risultate inferiori rispetto a quanto abbiamo potuto osservare per gli stessi mesi del 2019. Un altro dato interessante riguarda i valori dei test ottenuti per le medie dei rendimenti pesati e di quelli non pesati: se li confrontiamo, infatti, notiamo che i p-value ottenuti sono molto più piccoli nel caso dei rendimenti non pesati in tutti i mesi fuorché in ottobre. La spiegazione più plausibile è che la modalità di costruzione dell'indice capitalization-weighted sia in grado di uniformare i rendimenti pesati tra un periodo e l'altro. Infatti, se da un lato i titoli meno capitalizzati hanno una maggiore probabilità di far registrare delle performance di prezzo estreme, dall'altro il peso a loro assegnato è sicuramente piccolo. Viceversa accade per i titoli più rilevanti all'interno dell'indice, i cui rendimenti sono relativamente più stabili e in valore assoluto si aggirano intorno ai pochi punti percentuali. In questo modo il test effettuato sui rendimenti pesati assume valori relativamente più vicini alla regione di accettazione dell'ipotesi nulla di uguaglianza tra le medie.

Per quanto riguarda invece le varianze associate ai rendimenti, si evidenzia che quasi tutte le mensilità tratte dal periodo successivo al crollo delle borse di marzo 2020 abbiano avuto varianze più consistenti di quelle dei mesi del 2019. Ciò significa che nei 4 mesi analizzati del 2020 ci sono stati molti titoli che hanno fatto registrare rendimenti piuttosto distanti dalla media, infatti il periodo preso in considerazione è stato caratterizzato da elevata incertezza e volatilità nei mercati. Vi sono state però due eccezioni emerse dal confronto dei mesi di agosto e settembre (paragrafi 3.2 e 3.3), in cui il p-value del test ci ha portato ad accettare l'ipotesi nulla di uguaglianza delle varianze con un livello di significatività dell'1%.

Nella seconda parte dell'analisi di ogni coppia di mensilità sono stati considerati i valori assunti dagli indici di curtosi e asimmetria, ed è stato svolto per ogni distribuzione dei rendimenti il test di normalità di Jarque-Bera. Quest'ultimo, calcolato mediante il software Gretl, ci ha sempre portato a rifiutare l'ipotesi nulla di normalità con dei p-value spesso prossimi allo 0. Tale risultato è stato confermato anche dall'osservazione dei grafici delle stime di densità e dagli indici di curtosi e asimmetria associati alle distribuzioni dei rendimenti.

Nell'ultimo paragrafo del capitolo 3, infine, si è mostrato come il veloce recupero dello Standard & Poor's 500 nei mesi dopo la prima ondata pandemica sia stato influenzato in maniera preponderante dalle performance di 5 grandi aziende del settore tecnologico: le cosiddette big tech. Quest'ultime infatti sono arrivate a rappresentare una porzione di oltre il 20% dell'intera capitalizzazione dell'indice e di conseguenza ne hanno indirizzato i rendimenti in segno positivo nei mesi estivi, e in segno negativo in settembre e ottobre.

In conclusione alla presente trattazione si riportano e commentano due grafici relativi ai rendimenti non pesati: il primo contiene le stime di densità dei quattro mesi del 2019 sovrapposte, mentre il secondo raffigura, sempre con la stessa modalità, le distribuzioni dei quattro mesi del 2020. Notiamo subito come nella figura relativa al 2019 le densità dei rendimenti siano molto concentrate e vicine l'una all'altra, come giustamente ci si aspetta da un periodo privo di eventi di importanza simile alla pandemia. Al contrario, nella figura relativa al 2020, si possono facilmente suddividere le distribuzioni in due gruppi: quello più a destra è formato dai mesi di luglio e agosto, in cui i rendimenti sono stati più che positivi, e quello a sinistra formato dai mesi di settembre e ottobre, in cui la media dei rendimenti è stata negativa.

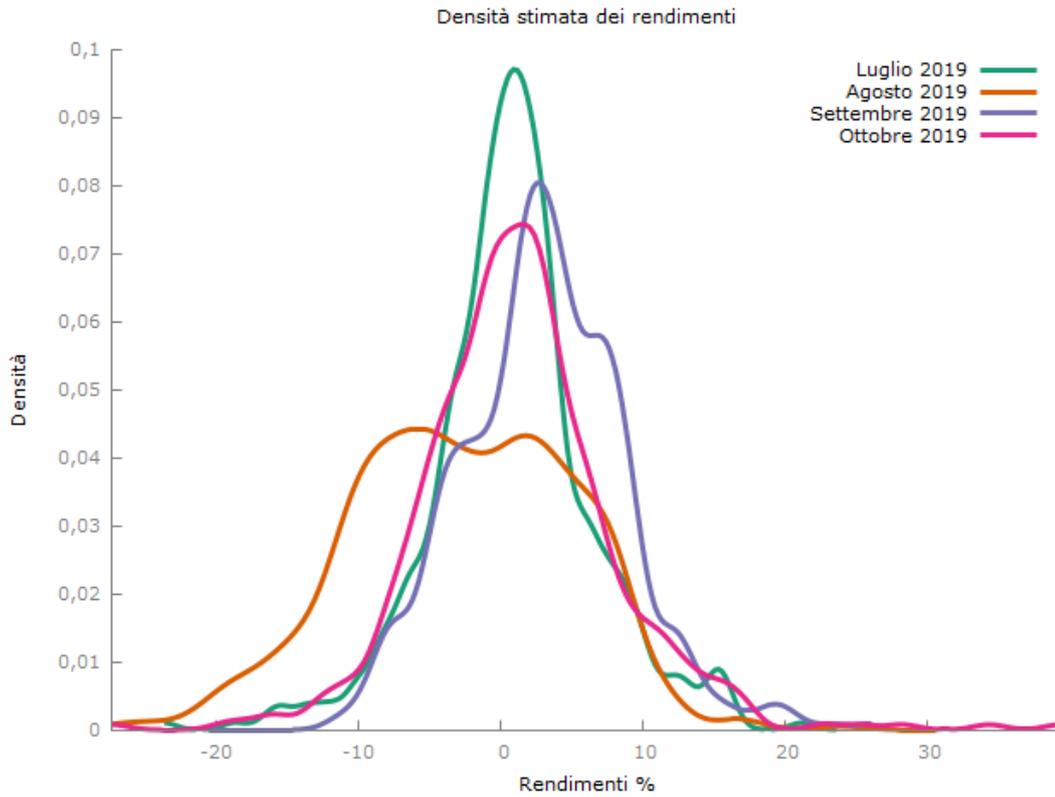


Figura 16: Densità stimata dei rendimenti nei 4 mesi considerati del 2019.

Fonte dati: Fondaco SGR.

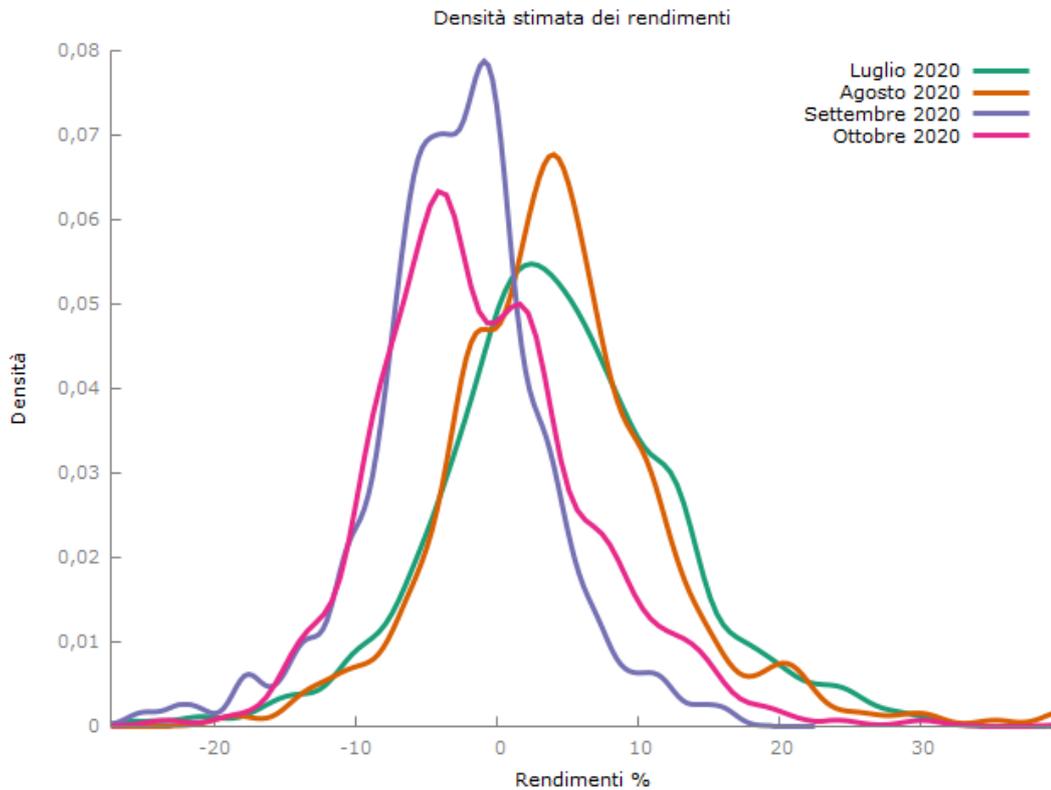


Figura 17: Densità stimata dei rendimenti nei 4 mesi considerati del 2020.

Fonte dati: Fondaco SGR.

Bibliografia

1. Borra S. e Di Ciaccio A., 2015. *Statistica, metodologie per le scienze economiche e sociali*. Milano: McGraw Hill Education.
2. Di Cristofaro C., 2020. Borse, settembre il mese peggiore del 2020 dopo il ko di marzo. *Il Sole 24 Ore* [online]. Disponibile su <<https://www.ilsole24ore.com/art/per-borse-settembre-e-mese-peggiore-2020-ko-marzo-milano-3percento-titoli-oil-AD9D6js>> [Data di accesso: 22/05/2021].
3. Fontana S., 2021. Si sono appena conclusi i migliori 12 mesi della storia dell'S&P 500. *Starting Finance* [online]. Disponibile su <<https://www.instagram.com/p/CNAsWpDI6M-/>> [Data di accesso: 29/03/2021].
4. Griffiths, William E., Lim, Guay C., Hill, R. Carter, Mazzanti M., 2013. *Principi di econometria*. Bologna: Zanichelli, versione online pp. C47-C50.
5. Jackson, Anna L., 2020. S&P 500 Reaches New High in One of Fastest Recoveries. *The Balance* [online]. Disponibile su <<https://www.thebalance.com/s-and-p-500-reaches-new-high-in-one-of-fastest-recoveries-5075148>> [Data di accesso: 29/05/2021].
6. *Lyxor S&P 500 UCITS ETF - Dist (EUR)* [online]. Lyxor etf, Société Générale Group. Disponibile su <<https://www.lyxoretf.it/it/retail/products/equity-etf/lyxor-sp-500-ucits-etf-dist-eur/lu0496786574/eur>> [Data di accesso: 09/05/2021].
7. *Monthly markets review - August 2020* [online]. Schroders plc. Disponibile su <<https://www.schroders.com/en/mt/professional-investor/insights/markets/monthly-markets-review---august-2020/>> [Data di accesso: 29/05/2021].
8. *Monthly markets review - July 2020* [online]. Schroders plc. Disponibile su <<https://www.schroders.com/en/insights/economics/monthly-markets-review---july-2020/>> [Data di accesso: 29/05/2021].
9. *S&P 500 (^GSPC)*. Yahoo Finance [online]. Disponibile su <<https://finance.yahoo.com/quote/%5EGSPC?p=%5EGSPC>> [Data di accesso: 05/06/2021].

10. *S&P Dow Jones Indices' Float Adjustment Methodology*, March 2021 [online pdf].
S&P Dow Jones Indices, a Division of S&P Global. Disponibile su
<http://us.spindices.com/documents/index-policies/methodology-sp-float-adjustment.pdf?force_download=true> [Data di accesso: 16/05/2021].
11. *S&P Dow Jones Indices' Index Mathematics Methodology*, March 2021 [online pdf].
S&P Dow Jones Indices, a Division of S&P Global. Disponibile su
<http://us.spindices.com/documents/methodologies/methodology-index-math.pdf?force_download=true> [Data di accesso: 15/05/2021].
12. *S&P500 (USD) Factsheet*, March 2021 [online pdf]. S&P Dow Jones Indices, a Division of S&P Global. Disponibile su
<<https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/sp-500/#overview>> [Data di accesso: 08/05/2021].