

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

**Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi
Industriali**

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Gestionale

Tesi di Laurea di Primo Livello

**FRATTURA DI MODO I, II E III DI COMPONENTI IN
GRAFITE**

**FRACTURE UNDER MODE I, II AND III OF GRAPHITE
COMPONENTS**

RELATORE: PROF. PAOLO LAZZARIN

LAUREANDA: ANGELICA CAILOTTO

ANNO ACCADEMICO: 2012/2013

Indice

Introduzione.....	7
1. Meccanica della frattura.....	8
1.1. Introduzione alla meccanica della frattura.....	8
1.2. Frattura fragile.....	9
1.3. Modi di carico.....	10
1.4. Frattura lineare elastica.....	11
1.4.1. Cricche e intagli.....	11
1.4.2. Teoria della frattura di Griffith.....	12
1.4.3. Teoria della frattura di Griffith-Irwin.....	12
1.5. Analisi degli sforzi nell'intorno della cricca.....	13
1.5.1. Fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t	14
1.5.2. Fattore d'intensificazione delle tensioni K	15
1.5.3. Tenacità alla frattura K_C	17
1.5.4. Tenacità alla frattura per deformazione piana K_{IC}	18
1.6. Zona plastica.....	19
1.6.1. Lunghezza effettiva della cricca.....	20
2. Studi recenti sulla grafite.....	21
2.1. Grafite.....	21
2.1.1. Utilizzi della grafite.....	22
2.2. Grafite policristallina.....	22
2.2.1. Proprietà e usi.....	22

2.2.2.	Studi svolti e obiettivo attuale della ricerca.....	22
2.3.	Grafite isostatica.....	23
2.3.1.	Proprietà e usi.....	23
2.3.2.	Studi svolti e obiettivo attuale della ricerca.....	24
3.	Trattazione sperimentale: realizzazione dei test di frattura.....	25
3.1.	Caso con grafite policristallina e carico di modo I, II e misto.....	25
3.1.1.	Descrizione dettagliata del materiale.....	25
3.1.2.	Descrizione tipo di provino.....	25
3.1.3.	Realizzazione specifica del provino.....	26
3.1.4.	Realizzazione dei test.....	27
3.2.	Caso con grafite isostatica e carico di modo III.....	29
3.2.1.	Descrizione dettagliata del materiale.....	29
3.2.2.	Descrizione tipi di provini.....	29
3.2.3.	Realizzazione dei test.....	30
4.	Criteri di resistenza e criterio SED.....	34
4.1.	Criteri di resistenza.....	34
4.2.	Criterio di Beltrami.....	35
4.3.	Criterio sulla densità di energia di deformazione (SED).....	36
4.4.	Criterio sulla densità di energia di deformazione media (SED medio).....	36
4.4.1.	Definizione del volume critico.....	37
•	Modo I e II	
•	Modo III	
4.4.2.	Valore medio dell'energia di deformazione elastica.....	39
•	Modo I e II	

- Modo III

5. Trattazione teorica: criterio SED medio applicato ai test sulla grafite.....41

5.1. Caso con modi di carico I e II.....	41
5.1.1. Intaglio a V appuntito.....	42
5.1.2. Intaglio a V raccordato.....	43
5.1.3. Costanza del volume di controllo.....	46
5.2. Caso con modo di carico III.....	47

Conclusione.....52

Bibliografia.....54

Appendice - Analisi agli elementi finiti.....57

Ringraziamenti.....60

Introduzione

L'obiettivo di questo elaborato è analizzare il comportamento statico a frattura di componenti in grafite.

I casi presi in considerazione sono due:

1. Nel primo caso si analizza la frattura fragile della grafite policristallina, sia per via teorica sia sperimentale, utilizzando un provino "Brazilian disk" con intaglio a V netto o raccordato (provino VBD). I test sono ripetuti sotto diversi gradi di carico. Gli obiettivi sono: fornire un nuovo set di risultati che possono essere utili per i ricercatori, data la scarsità di dati presenti, e offrire un criterio di frattura per la grafite policristallina; criterio basato sulla densità di energia di deformazione media (SED medio) applicato a un volume finito posizionato all'apice dell'intaglio.
2. Nel secondo caso si analizza la frattura fragile della grafite isostatica, questa volta sottoposta a torsione, di nuovo per via teorica e sperimentale. Si utilizzano provini assialsimmetrici con intagli a V netti o raccordati, intagli a U o intagli semicircolari. Nello specifico i due obiettivi sono, anche in questo caso, fornire un nuovo set di risultati utili e applicare il criterio di frattura estendendo lo studio fatto nel primo caso.

Nel capitolo 1 si affronta un'introduzione generale alla meccanica della frattura soffermandosi in particolare sulla frattura lineare elastica e su due modi per affrontare tale argomento: l'approccio energetico, derivato dalla teoria di Griffith, e quello analitico, che esamina le tensioni nell'intorno della cricca. Il capitolo 2 descrive il materiale trattato in questo elaborato, la grafite, le sue caratteristiche e i suoi usi principali. La vera e propria trattazione degli esperimenti si ha nel capitolo 3 dove sono descritti i test di frattura eseguiti con i rispettivi provini dei due casi sopra citati e i risultati sperimentali ottenuti. Nel capitolo 4 vengono richiamati brevemente i criteri di frattura e segue l'esposizione dettagliata del criterio di frattura basato sulla densità di energia di deformazione media (SED medio) con la definizione del volume critico e del valore medio dell'energia di deformazione elastica. Questo criterio è utilizzato nel capitolo 5 per eseguire la trattazione in via teorica degli esperimenti e verificare l'accordo con i risultati sperimentali.

CAPITOLO 1

Meccanica della frattura

1.1.Introduzione alla meccanica della frattura

In generale, il cedimento di una struttura si può avere nei seguenti casi:

- Valore della tensione, in parti integre, che supera il livello di tensione ammissibile del materiale (σ_{amm}).
- Presenza di cricche o intagli che provocano un cedimento prematuro.
- Formazione di cricche dovute a fatica cioè sviluppate da carichi ripetuti, con cedimento in presenza di tensioni inferiori a quella ammissibile del materiale.

La meccanica della frattura (fracture mechanics), campo di nostro interesse, si occupa di studiare gli effetti di cricche e difetti sullo stato di sforzo applicato a un corpo e le condizioni di cedimento in loro presenza. Spesso gli elementi strutturali sono soggetti, infatti, a rotture improvvise per sollecitazioni statiche inferiori alla tensione di rottura del materiale, questo senza che si verificano deformazioni macroscopiche apprezzabili e ciò è dovuto appunto alla presenza di difetti o cricche. Applicando un'analisi degli sforzi e delle deformazioni a livello microscopico dei difetti presenti nei materiali, la meccanica della frattura permette di predire il comportamento macroscopico a frattura dei corpi attraverso un approccio che tiene conto di tenacità a frattura e analisi delle tensioni.

Nelle sue applicazioni pratiche la meccanica della frattura si configura come un importante strumento per migliorare il comportamento meccanico dei materiali e dei componenti ed è di indiscutibile valore in quei campi come l'aeronautica e il nucleare dove la verifica dei componenti sollecitati deve essere di massima precisione.

Lo stato di sforzo cui è sottoposto un corpo in un suo punto generico è in generale funzione sia delle condizioni al contorno (geometria del corpo, geometria del difetto e sollecitazioni applicate) e sia della legge costitutiva del materiale che determina il suo comportamento in risposta all'applicazione di uno sforzo; conseguentemente la meccanica della frattura viene divisa, per praticità di analisi e osservazione, in tre sottogruppi:

- Meccanica della frattura lineare elastica (LEFM) che studia i materiali aventi comportamento elastico lineare;

- Meccanica della frattura elastoplastica (EPFM) che studia i materiali aventi comportamento elastoplastico;
- Meccanica della frattura viscoelastica che studia i materiali aventi comportamento viscoelastico. (www.wikipedia.org; Liu, 2005, pp. 169, 215; Petrucci, p. 14.1)

In questo elaborato, ci si occupa di materiale avente comportamento lineare elastico che presenta frattura fragile e quindi il campo d'interesse è quello della frattura lineare elastica che viene trattata nei successivi capitoli.

1.2.Frattura fragile

I materiali che non mostrano una zona di strizione e quindi non mostrano duttilità prima della frattura sono considerati fragili. Questi materiali, nel diagramma $\sigma - \varepsilon$, raggiungono la frattura senza mostrare deformazione, al contrario dei materiali duttili. La mancanza di duttilità dipende da un numero molto elevato di fattori, come la bassa temperatura, l'ambiente, la velocità di deformazione, uno stato interno di tensioni residue o il materiale stesso. La frattura di tipo fragile (brittle fracture) avviene per separazione delle parti sul piano normale alla direzione del carico applicato. Viceversa, un piano di frattura normale al carico applicato, non è necessariamente indice di un materiale fragile.

In generale una frattura fragile è distinguibile per le seguenti caratteristiche:

- Poca o nessuna deformazione plastica precedente la frattura.
- La superficie di frattura è in genere piatta e perpendicolare alla direzione di carico e alla superficie del componente.
- La frattura può apparire granulare o cristallina ed è spesso altamente riflettente.
- Possono essere presenti motivi a Chevron.
- La cricca cresce rapidamente e termina in una frattura immediata, a volte accompagnata da un forte rumore.

La frattura fragile, in contrasto con quella duttile, è caratterizzata da nessuna o poca deformazione plastica macroscopica. Dato che questo tipo di frattura ha una rapida velocità di crescita, a partire dalla cricca iniziale, il processo è definito in genere come "instabile" o "critico" perché la propagazione della cricca giunge velocemente alla frattura finale.

Il comportamento macroscopico della frattura fragile è essenzialmente elastico fino al punto di frattura. L'energia della frattura è assorbita principalmente per la creazione di nuove superfici o cricche. Per questa ragione, questo tipo di frattura mostra spesso cricche multiple

e pezzi separati, che sono meno comuni nella frattura duttile. Tutte le fratture di tipo fragile mostrano motivi a Chevron o a spina di pesce che indicano l'origine della frattura e la progressione della rapida crescita. I motivi a spina di pesce sono le uniche caratteristiche microscopiche delle fratture fragili. (Liu, 2005, pp. 65-66; Barsom, Rolfe, 1999, pp. 9-10)

1.3.Modi di carico

Esistono diversi modi di applicazione del carico su un componente:

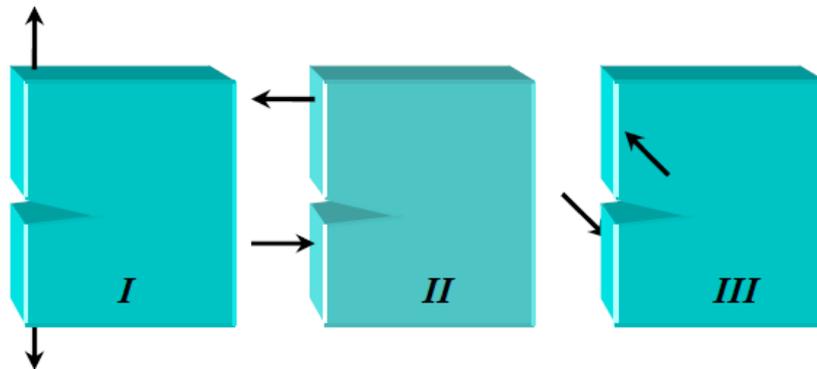


Fig. 1.1 - Modi di carico I, II e III.

1. Il modo I (opening mode) consiste nello distacco delle due parti tramite l'apertura della cricca. Il componente è in questo caso sottoposto a trazione.
2. Il modo II (plane shear mode) consiste nello scorrimento una sull'altra delle due parti e avviene in presenza di sforzo a taglio.
3. Il modo III (antiplane shear mode) consiste nella lacerazione. Si ha questo effetto quando il componente è sottoposto a torsione.

Il modo I è considerato quello più pericoloso e si presenta più spesso nelle situazioni ingegneristiche che coinvolgono componenti criccati o intagliati, di conseguenza l'attenzione maggiore nel calcolo delle relazioni tra tensione e presenza di cricche, si pone in questa modalità di carico.

Variando l'orientazione dell'applicazione del carico dal modo I al II si passa attraverso il modo misto I/II. Il modo misto si ha quando agiscono sulla cricca sia la componente normale della tensione, sia quella di taglio, come visibile nella figura 1.2. Ad esempio, nella figura 1.2a, la tensione pura prevale quando la cricca giace perpendicolare al carico applicato ($\beta = 90^\circ$) e la percentuale di taglio cresce al diminuire dell'angolo β . Si suppone di ottenere una condizione di puro taglio quando $\beta = 0^\circ$ ma ciò si ha in presenza in ulteriori condizioni.

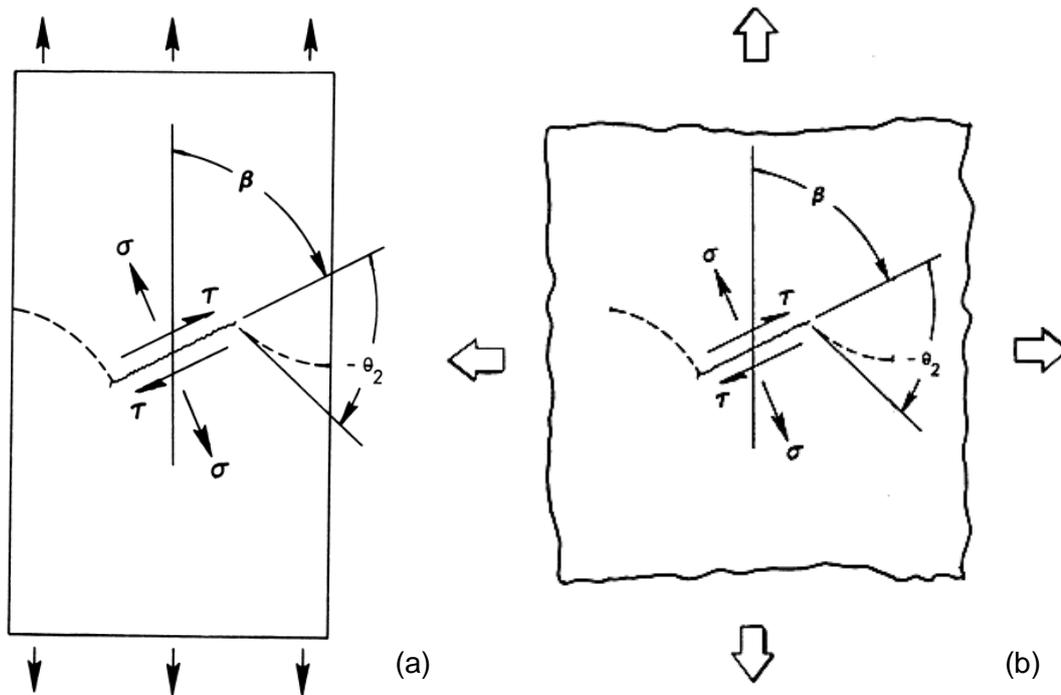
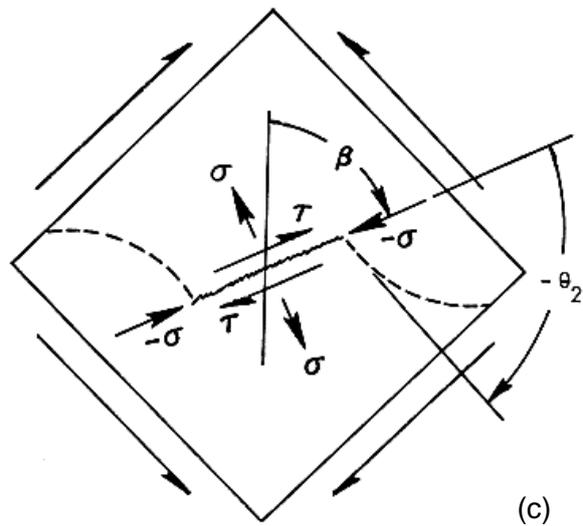


Fig. 1.2 – Componenti di tensione in una cricca sottoposta a: (a) tensione mono-assiale piana, (b) tensione bi-assiale piana, (c) taglio piano.



(Hertzberg, 1996, pp. 321-322; Liu, 2005, pp. 209-210; Petrucci, p. 14.3; Knott, Withey, 1993, p. 4; Barsom, Rolfe, 1999, p. 31)

1.4.Frattura lineare elastica

1.4.1.Cricche e intagli

Le cricche e gli intagli (cracks and notches), assimilabili sotto diversi aspetti alle cricche ma di natura progettuale, causano concentrazioni locali di tensioni che inducono a un cedimento anticipato dei materiali. Le predizioni ingegneristiche sulla frattura in presenza di concentrazioni di tensione richiedono lo sviluppo di un metodo che realisticamente tenga conto della complessa interazione tra la distribuzione delle tensioni e il comportamento del

materiale. La presenza di cricche e intagli con raggio di raccordo molto piccolo richiede l'utilizzo di relazioni nell'ambito della meccanica della frattura, andando oltre lo studio delle tensioni con la presenza di effetti d'intaglio. (Liu, 2005, pp. 87-88)

Esistono diversi approcci per trattare tali elementi nella frattura lineare elastica come quello energetico, basato sulla teoria di Griffith, o quello analitico, che considera la distribuzione delle tensioni nell'intorno della cricca.

1.4.2. Teoria della frattura di Griffith

La teoria di Griffith sulla frattura si basa su considerazioni energetiche. L'idea base della teoria è la possibilità di eguagliare, all'insorgenza di una frattura instabile (fragile), il lavoro di frattura per unità di estensione della cricca con la percentuale di scomparsa dell'energia di deformazione dal circostante materiale teso elasticamente. In altre parole, si compara il lavoro richiesto per estendere una cricca (dW) con il rilascio di energia elastica immagazzinata (dU_e) che accompagna l'estensione della cricca, ciascuno associato all'incremento dell'area di frattura (dA), si ottiene così che

$$\frac{dW}{dA} = \frac{dU_e}{dA} \quad (1.1)$$

rappresenta il punto d'instabilità. Quando dU_e/dA diviene leggermente maggiore di dW/dA , si ha una rapida propagazione della cricca, comandata dal rilascio di energia di deformazione, altrimenti non si ha alcuna frattura.

Nei materiali ceramici, specialmente nel vetro, quasi nessuna deformazione accompagna la frattura; ciò è legato al concetto di tensione superficiale della frattura fragile. Il concetto di tensione superficiale di Griffith (che fu convalidato da esperimenti sul vetro) non è adatto però ai metalli, in cui si ha sempre un certo grado di deformazione. (Liu, 2005, p. 170; Hertzberg, pp. 315-317)

1.4.3. Teoria della frattura di Griffith-Irwin

Both e Irwin, indipendentemente, scoprirono che la leggera plasticizzazione che si verifica nella zona di frattura fragile assorbe una grande quantità di energia supplementare, e deve essere considerata nel determinare l'energia necessaria per creare una nuova superficie di frattura. Applicando la teoria di Griffith-Irwin si possono stabilire vari metodi per predire la tensione di frattura di strutture ingegneristiche in differenti forme e/o sotto certe condizioni

misurando la resistenza a frattura (fracture toughness, ξ_C). A tal scopo, è necessario individuare l'andamento della tensione nella regione periferica della cricca. Per ogni caso considerato, è necessario risolvere la relazione tra ξ_C e gli altri fattori come la tensione, la geometria del provino, i coefficienti meccanici, e così via.

Il concetto di percentuale di rilascio di energia di deformazione (strain energy release rate) di Irwin è stato introdotto nel tentativo di spiegare il processo di frattura. Esso comprende le seguenti definizioni:

- Percentuale di rilascio di energia di deformazione ξ (strain energy release rate): è la quantità di energia di deformazione elastica immagazzinata, rilasciata da un provino criccato o intagliato come risultato dell'estensione dell'avanzamento della cricca per unità di area. In verità questa percentuale può essere considerata composta da due termini: il tasso di perdita di energia di deformazione associato all'estensione della frattura, accompagnata solo da deformazione plastica locale della superficie della cricca (ξ), e dal tasso di perdita di energia di deformazione associata alla non reversibilità degli spostamenti nei punti di applicazione del carico; quest'ultimo termine è comunque assunto di valore nullo.

- Tenacità alla frattura ξ_C (fracture toughness): è il componente di lavoro irreversibilmente assorbito nella plasticizzazione locale e dalla tensione superficiale di sfaldamento per creare un'unità di superficie di frattura.

- La condizione per la frattura è raggiunta quando la percentuale di energia di deformazione rilasciata ξ uguaglia la tenacità alla frattura ξ_C .

Il valore di ξ_C , che è una proprietà del materiale al pari della tensione di snervamento o rottura, deve essere ottenuto sperimentalmente attraverso un metodo complesso. È innanzitutto necessario ottenere l'espressione matematica di ξ , dipendente dalle dimensioni della cricca, dalla geometria del provino, dal modulo di elasticità, dal coefficiente di Poisson e dal campo di tensioni esistente. Se poi il provino viene caricato fino al livello di tensione desiderato, quando la cricca iniziale si propaga velocemente, si ottiene il valore di ξ uguale a ξ_C , tenacità alla frattura del materiale, in queste particolari condizioni. (Liu, 2005, pp.170-171)

1.5. Analisi degli sforzi nell'intorno della cricca

Westergaard, Irwin, Sneddon e Williams, a differenza di Griffith, cercarono di risolvere matematicamente il campo degli sforzi nell'intorno di un difetto e definirono alcuni parametri fondamentali nella meccanica della frattura. (www.wikipedia.org)

1.5.1. Fattore teorico di concentrazione delle tensioni K_t

Molti membri strutturali presentano discontinuità come fori, intagli, ecc. e se queste discontinuità hanno geometrie definite è possibile determinare il fattore teorico di concentrazione delle tensioni (stress-concentration factor). L'andamento delle tensioni in presenza d'intagli o cricche presenta un picco in corrispondenza dell'apice dell'intaglio stesso e questo fattore teorico lega il valore massimo della tensione nel picco alla tensione nominale come segue:

$$K_t = \frac{\sigma^{el.picco}}{\sigma_{nom}} \quad (1.2)$$

dove σ_{nom} può essere riferita alla sezione lorda, e in tal caso è definita come rapporto tra il carico applicato e la sezione totale del provino, o alla sezione netta, definita come rapporto tra il carico applicato e la sezione del provino netta, cioè esclusa la larghezza dell'intaglio. Per definizione questo fattore è sempre valutato in campo lineare elastico.

Quest'approccio si può utilizzare quando la concentrazione di tensioni non è particolarmente elevata; al contrario, quando si presentano intagli o cricche il cui angolo nella punta dell'intaglio stesso tende a zero, è necessario ricondursi al campo della meccanica della frattura. (Lazzarin, 2006, pp. 126-127; Barsom, Rolfe, 1999, p. 29)

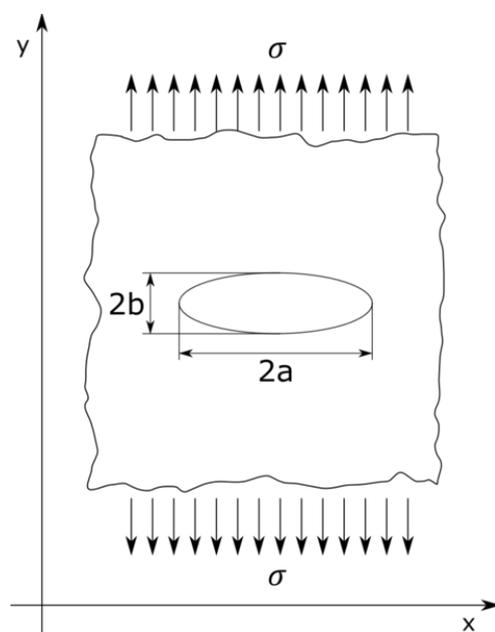


Fig. 1.3 - Lastra con fessura ellittica di dimensioni 2a e 2b.

Nel caso di una lastra piana, sottile, infinita con una fessura di tipo ellittico di dimensioni $2a$, la diagonale maggiore, e $2b$, la diagonale minore, il coefficiente di concentrazione delle tensioni teorico è stato definito da Inglis come:

$$K_t = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} = 1 + 2 \frac{a}{b} \quad (1.3)$$

dove ρ è il raggio di curvatura all'apice dell'intaglio:

$$\rho = \frac{b^2}{a} \quad (1.4)$$

Per determinare la tensione all'estremità di una cricca è sufficiente far tendere ρ a zero: si osserva che K_t tende a infinito. In teoria questo fenomeno dovrebbe provocare la propagazione immediata della cricca a causa della progressiva rottura delle zone con tensione maggiore della tensione di

rottura. Tuttavia nei materiali reali la tensione con valore infinito non è raggiungibile e sperimentalmente si osserva che essi possono resistere alla presenza di un difetto purché la tensione nominale si mantenga sufficientemente bassa.

Nei materiali duttili la zona sottoposta a tensioni più elevate subisce lo snervamento e le tensioni si mantengono a valori prossimi alla tensione di snervamento; si verifica una ridistribuzione delle tensioni in base alla quale, nelle zone limitrofe alla cricca, queste ultime risultano maggiori rispetto ai valori teorici. Nei materiali fragili si può creare invece una zona con alta densità di piccole fratture nella vicinanza del difetto. In entrambi i casi, una relazione di verifica di tipo $K_t \sigma \leq \sigma_{lim}$ non può essere utilizzata proprio perché la tensione massima calcolata teoricamente perde di significato, in particolare perde di significato il valore teorico di concentrazione delle tensioni K_t . Di conseguenza è necessario sostituire a una grandezza di punto, una grandezza di campo. (Barsom, Rolfe, pp. 29-30; Hertzberg, 1996, p. 273; Vergani, pp. 7; Petrucci, 14.1)

1.5.2. Fattore d'intensificazione delle tensioni K

Il fattore d'intensificazione K (stress-intensity factor), che è direttamente correlato a ξ tramite le relazioni di Irwin ($\xi = K^2/E$ per tensione piana e $\xi = K^2(1 - \nu^2)/E$ per deformazione piana), può essere utilizzato al posto di ξ stesso in quanto K può essere analizzato matematicamente. Per eseguire un'analisi meccanica sul cedimento di strutture o sulla frattura di componenti, sono necessarie serie di fattori d'intensificazione delle tensioni che rappresentino in modo adeguato la struttura globale e la geometria locale, includendo la morfologia delle cricche o intagli e le condizioni di carico. (Liu, 2005, pp. 215-216)

L'andamento delle tensioni cartesiane in prossimità dell'apice di una frattura è espresso dalle relazioni di Irwin, basate sulla teoria lineare elastica, che sono poste nella seguente forma (in coordinate polari come indicato nella figura 1.4):

$$\sigma_i = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_i(\theta) \quad (1.5)$$

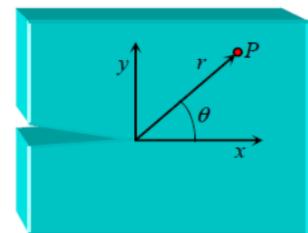


Fig. 1.4 - Sistema polare di riferimento.

Se r tende a zero, le tensioni tendono all'infinito; per r che tende a infinito invece, la tensione dovrebbe tendere a zero ma nella pratica non avviene e tende alla tensione nominale. Questo accade perché le relazioni provengono da una serie di Taylor troncata i cui termini

omessi devono essere particolarizzati a seconda dello stato tensionale agente. È importante poi notare che le tensioni espresse nell'equazione sono tutte proporzionali al fattore K .

Lo stato di sforzo completo all'apice dell'intaglio è il seguente (nel caso di modo I):

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\end{aligned}\tag{1.6}$$

Nel caso di sforzo piano, ad esempio in una lastra sottile dove il materiale all'apice dell'intaglio, soggetto ad ampie deformazioni, è libero di contrarsi, si ha:

$$\begin{cases} \sigma_z = 0 \\ \tau_{xz} = \tau_{zy} = 0 \end{cases}\tag{1.7}$$

Nel caso di deformazione piana, ad esempio in una lastra spessa, dove il materiale nelle vicinanze dell'apice, soggetto a tensioni più basse rispetto quelle in prossimità dell'apice stesso, si oppone alla contrazione di quest'ultimo, si ha:

$$\begin{cases} \varepsilon_z = 0 \\ \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \\ \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0 \end{cases}\tag{1.8}$$

L'espressione più generale per il fattore d'intensificazione delle tensioni è:

$$K_{(I,II,III)} = \beta \sigma \sqrt{\pi a}\tag{1.9}$$

dove β è funzione di tutti i valori geometrici che influenzano lo sforzo all'apice della cricca e viene determinato sia analiticamente, sia numericamente tramite l'analisi agli elementi finiti, sia sperimentalmente. Nella pratica sono disponibili diagrammi e formule empiriche del parametro β al variare della dimensione della frattura per varie geometrie dell'elemento, tipo di sollecitazione, posizione della frattura; così come avviene per il fattore teorico di concentrazione delle tensioni.

K rappresenta il vero indice dell'intensità della tensione nell'intorno del difetto e dipende: dallo stato tensionale che sarebbe presente nell'intorno del difetto in assenza di esso, dalla geometria dell'insieme elemento-difetto (geometria dell'elemento, posizione e orientazione del difetto) e dalle dimensioni del difetto stesso. (Hertzberg, 1996, pp. 273-275, 322-324; Barsom, Rolfe, 1999, pp. 31-34; Petrucci, pp. 14.1-14.2; Vergani, pp. 16-17, 21)

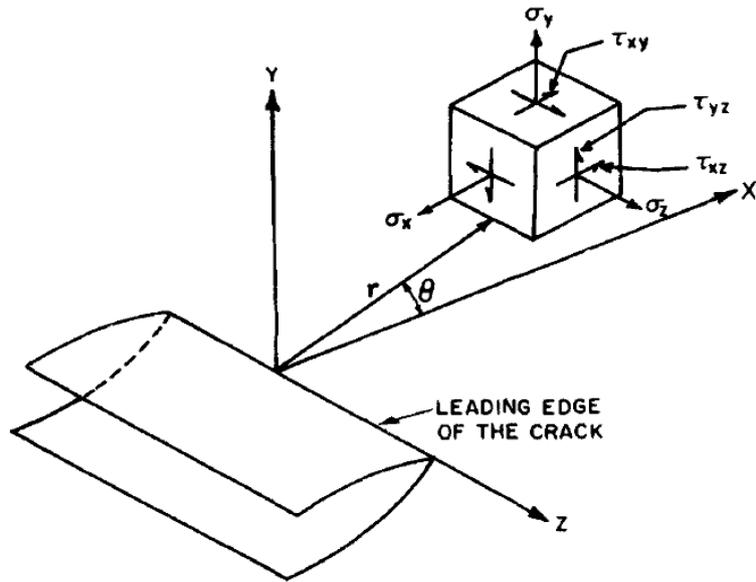


Fig. 1.5 – Sistema di riferimento per le tensioni all'apice della cricca.

1.5.3. Tenacità alla frattura K_C

K è l'unico indice dell'intensità della tensione nell'intorno di un difetto per cui la verifica a resistenza viene effettuata tramite esso. In particolare si definisce K critico cioè K_C , tenacità a frattura (fracture toughness).

Si consideri un foglio o un piano contenenti una cricca. Se il carico è applicato perpendicolarmente alla cricca in modo che la sollecitazione a trazione tenda ad aprirlo, il livello del fattore d'intensificazione K aumenta linearmente all'aumentare della componente di tensione normale alla cricca. Al crescere di K , si raggiungerà il punto in cui la cricca inizia a espandersi fino al raggiungimento rapido della frattura. Nella pratica, il carico in cui la cricca inizia a crescere non è ben definito e può essere considerato come la massima tensione raggiunta durante il test. La lunghezza critica della cricca non è definibile chiaramente in quanto la cricca cresce velocemente fino a giungere a frattura. Può comunque essere misurata osservando la progressione della frattura nel provino o catturando immagini ad alta velocità durante il test. La tenacità alla frattura K_C è calcolata usando la lunghezza critica della cricca e il carico di frattura ma per scopi ingegneristici si utilizza in genere la lunghezza iniziale della cricca e il carico massimo raggiunto.

K_C è quindi una proprietà del materiale ottenibile sperimentalmente ed è riferito al modo di carico, per uno stato di deformazione piana. Naturalmente si ha frattura quando:

$$K_{I,II,III} \leq K_{I,II,III c} \quad (1.10)$$

Lo stato di deformazione piana risulta il più pericoloso in quanto la zona limitrofa a quella plasticizzata è soggetta a una tensione negativa che dà luogo a uno stato tensionale più severo che rende più facile la propagazione dello snervamento. Questo tipo di verifica è definita “criterio di campo”, in quanto viene confrontata una grandezza caratteristica dell'intero campo tensionale con il suo valore critico, a differenza dei “criteri di punto”, basati sull'utilizzo del valore nel punto più sollecitato. (Liu, 2005, p. 200; Petrucci, p. 14.3)

1.5.4. Tenacità alla frattura per deformazione piana K_{IC}

Date le condizioni al contorno, la tenacità a frattura in condizioni di deformazione piana K_{IC} (plane-strain fracture toughness) rappresenta il valore limite più basso per la tenacità di frattura del materiale ed è un'importante proprietà per la prevenzione della frattura. K_{IC} è indipendente dalla dimensione del provino, mentre dipende solo da fattori metallurgici, a patto che sia stato misurato con un provino sufficientemente grande per una corretta misurazione. Infatti, quando si utilizza una lastra spessa, si ottengono condizioni di deformazione piana (punto t_2 in figura 1.6) e il valore di K_C è minimo (K_{IC}). Al

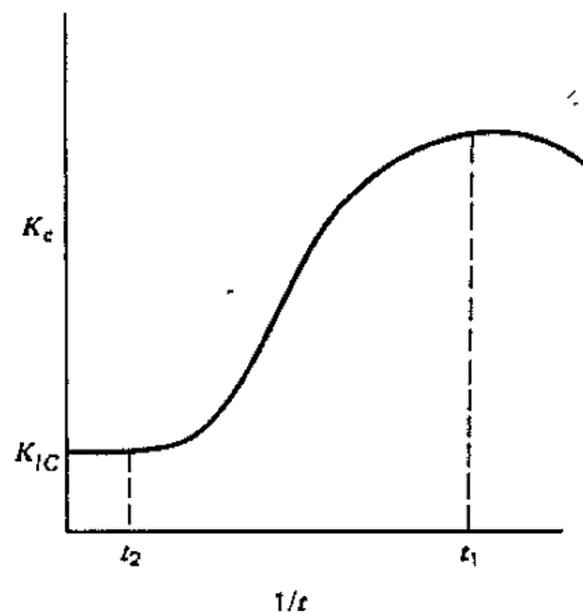


Fig. 1.6 – Variazione della tenacità a frattura al variare dello spessore della piastra.

contrario, con una lastra fina, il materiale esibisce il massimo valore della tenacità a frattura, in quanto si hanno condizioni di tensione piana (punto t_1). K_C dipende infatti dallo spessore della lastra come visibile in figura 1.6. Naturalmente il materiale mostra disomogeneità e anisotropia per K_{IC} come per le altre sue caratteristiche e ciò va tenuto in considerazione nel valutare il materiale. La via più ovvia per misurare K_{IC} dunque è usare un provino a forma di piastra sufficientemente spesso, anche se poco economico.

K_{IC} è associato alla frattura piana senza grande crescita della cricca prima della frattura ed è quindi considerato come valore minimo di K_C e come proprietà intrinseca del materiale. Sottolineiamo che K_C dipende dalla geometria del provino e dal materiale mentre K_{IC} dipende solamente dal tipo di materiale. (Liu, 2005, pp.177-178; Hertzberg, pp. 342-344)

1.6.Zona plastica

Tutte le considerazioni fin qui svolte si riferiscono al caso puramente ideale di materiale elastico. In realtà, qualsiasi materiale, anche quello qualificato come fragile, mostra delle deformazioni plastiche all'apice della cricca o dell'intaglio.

Prendiamo in considerazione la distribuzione delle tensioni lungo l'asse y . Possiamo considerare che all'apice della cricca o dell'intaglio, il materiale plasticizzi quando la tensione raggiunge il valore della tensione di snervamento (σ_{sn}). Sostituendo quindi σ_{sn} nell'espressione 1.5, nel caso di tensione piana (plane stress) e con valore di θ pari a zero, si ottiene:

$$\sigma_{sn} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r_p}} \quad (1.11)$$

dove r_p è il raggio della zona plastica che risulta quindi:

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad (1.12)$$

Per $r = r_p$ e $\sigma = \sigma_{sn}$, risulta:

$$K = \sigma_{sn} \sqrt{2\pi r_p} \quad (1.13)$$

Nel caso di deformazione piana (plane strain), il valore del raggio plastico è minore ed è considerato uguale a:

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K}{\sigma_{sn}} \right)^2 \quad (1.14)$$

Nel caso più generale, il raggio della zona plastica dipende anche dall'angolo θ .

Se immaginiamo la zona plastica come una circonferenza, il raggio del cerchio cioè il raggio plastico sarà $r_y = r_p/2$.

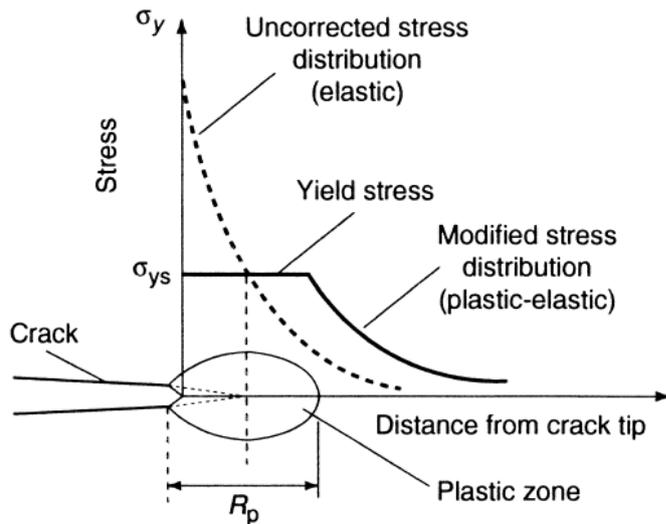


Fig. 1.7 - Raggio plastico in prossimità dell'apice della cricca e andamento delle tensioni.

(Liu, 2005, pp. 172-173; www.wikipedia.org; Vergani, p. 26; Petrucci, p. 14.4; Hertzberg, 1996, pp. 337-339)

1.6.1. Lunghezza effettiva della cricca

Quando si presenta una zona di plasticizzazione, si può osservare una variazione del fattore K che diventa una funzione non solo della lunghezza a (vedi figura 1.3) ma di $(a + r_y)$. Si può dire che la cricca si comporta come se avesse lunghezza $(a + r_y)$ e tale lunghezza è chiamata lunghezza effettiva della cricca. È accademicamente corretto utilizzare la lunghezza effettiva nel calcolo di K , che viene quindi indicato con K_{eff} . La zona plastica o il raggio della zona plastica sono funzioni di K e K è funzione di $(a + r_y)$; è chiaramente più difficile dunque utilizzare quest'approccio che considera anche la lunghezza del raggio plastico e di conseguenza si utilizza in genere non K_{eff} ma K . (Liu, 2005, p. 173)

CAPITOLO 2

Studi recenti sulla grafite

2.1.Grafite

La grafite (graphite) è un minerale costituito da carbonio contenente spesso impurità varie, di colore grigio scuro, tenero (grado 1 di durezza della scala di Mohs) e untuoso al tatto, con sfaldatura facile e perfetta. È un buon conduttore dell'elettricità e del calore e non fonde sino a oltre 3000°C. La grafite si trova molto pura, per lo più in masse scagliose e compatte, in Siberia, nello Sri Lanka e nello Stato di New York, si trova invece impura con minerali litoidi, costituenti gli scisti grafitici, in Italia, in Baviera e in Inghilterra.

La grafite risulta costituita da cristalli tabulari formati da strati paralleli di atomi di carbonio i quali sono disposti secondo strutture esagonali. La distanza e quindi le forze di legame fra atomo e atomo di carbonio sul piano sono diverse da quelle fra piano e piano e gli atomi di carbonio dei vari piani non risultano esattamente sovrapposti, ma sensibilmente sfalsati. Mentre fra gli atomi di uno stesso piano si hanno dunque legami forti, fra quelli di piani diversi si hanno legami deboli, ciò spiega la sfaldabilità e le caratteristiche lubrificanti.

La grafite presenta la singolare proprietà che le sue caratteristiche meccaniche aumentano con la temperatura (per esempio la resistenza a trazione a 2500°C è dal 50% al 100% più alta di quella a temperatura ambiente). La grafite è uno dei materiali chimicamente più stabili; resiste all'attacco, a freddo e a caldo, della maggior parte delle sostanze chimiche: si ossida soltanto con acido nitrico e con clorato di potassio.

La grafite può anche ottenersi per via sintetica (grafite artificiale o elettro-grafite), sottoponendo a riscaldamento, a elevate temperature, materiali carboniosi; di solito si parte da antracite, carbone di legna, coke metallurgico o coke di petrolio, preliminarmente sottoposti a una calcinazione, a temperature di 1200-1300°C, così da eliminare tutte le sostanze volatili presenti. Al materiale, dopo raffreddamento e polverizzazione, si aggiunge un legante, per lo più costituito da pece residua della distillazione del catrame di carbon fossile.

Il processo di formazione della grafite è la grafitazione, processo di tipo metamorfico in seguito al quale il carbonio dei carboni fossili si trasforma in grafite. Si ottiene anche arti-

ficialmente riscaldando il materiale carbonioso a temperature di 1500-3000°C. (www.treccani.it)

2.1.1.Utilizzi della grafite

Per l'inerzia chimica, le caratteristiche termiche (buona conduttività, resistenza agli sbalzi di temperatura) ed elettriche e le proprietà meccaniche ad alte temperature, la grafite trova numerose applicazioni in elettrotecnica (per esempio, spazzole per motori elettrici), in metallurgia (per esempio, elettrodi per forni elettrici, crogioli refrattari), nell'industria aerospaziale (per esempio, ugelli di scarico di endoreattori) e nell'industria chimica (per esempio, scambiatori di calore e recipienti di reazione). Mescolata con caolino, s'impiega per la fabbricazione di matite; è poi un componente essenziale di vernici antiossidanti e di miscele lubrificanti; sotto forma di anelli è adottata in dispositivi di tenuta e trova impiego anche in galvanoplastica per costituire strati conduttori. La grafite naturale è più tenera e ha struttura tabulare più sviluppata di quella artificiale ed è per questo che viene preferita in talune applicazioni (matite, crogioli, vernici, lubrificanti, galvanoplastica). (www.treccani.it)

2.2.Grafite policristallina

2.2.1.Proprietà e usi

La grafite è conosciuta per alcune caratteristiche importanti quali la stabilità termica, la buona prestazione nella conducibilità termica ed elettrica, la bassa permeabilità, la buona resistenza a corrosione e agli shock termici, come descritto nei due paragrafi precedenti, ma è comunque vulnerabile ai carichi meccanici, in particolare se sono presenti tensioni concentrate come cricche o intagli. Sebbene i componenti in grafite non siano designati per sopportare carichi, lo stesso, alcune volte, sono soggetti a trasferimenti di carico dai vicini componenti. Risulta quindi importante studiare la frattura e il cedimento dei componenti in graffite che presentano intagli e cricche. (Ayatollahi et al., 2011, p. 2465)

2.2.2.Studi svolti e obiettivo attuale della ricerca

Nella frattura meccanica, il parametro fondamentale da considerare è la tenacità a frattura che è una misura della resistenza del materiale alla frattura fragile nei provini intagliati o con

la presenza di cricche. Diversi ricercatori hanno studiato la resistenza della grafite policristallina sottoposta a modo di carico I o a un modo misto I/II. Per farlo hanno usato svariati tipi di provini, ad esempio il provino “Brazilian disk” criccato (CBD), utilizzato da Awaji e Sato. Il provino CBD è di forma circolare e all'interno si genera una cricca per misurare la tenacità a frattura dei materiali fragili. In altri esperimenti, come quelli condotti da Bruno e Latella o Sato, è stata analizzata la propagazione della cricca, il fattore d'intensificazione della tensione e la resistenza a frattura dei materiali in grafite sottoposti a shock termici.

La frattura fragile è stata studiata da altri ricercatori anche in via teorica, basandosi sull'aspetto microstrutturale del materiale. Esistono nella letteratura anche diversi criteri di frattura per predire i sintomi di una frattura fragile sottoposta a modi di carico misti I/II, in vari materiali ingegneristici come la grafite. Tra quelli usati più frequentemente si trova: il criterio della massima tensione tangenziale (maximum tangential stress, MTS), il criterio della minima densità di energia di deformazione (minimum strain energy density, SED) e il criterio della massima percentuale di energia rilasciata (maximum energy release rate) o criterio G.

Nella letteratura esistente si può notare come esistano numerosi studi condotti su componenti in grafite che presentano cricche, sottoposti a modi di carico I e misto. Mentre le cricche sono viste come difetti dei materiali ingegneristici, gli intagli sono creati appositamente a seconda dell'uso del componente: esistono infatti vari componenti con intagli a V o U ma la letteratura è scarsa di test condotti sulla frattura fragile di provini che presentano non cricche ma intagli. Di recente Ayatollahi e Torabi hanno condotto diversi esperimenti su provini con intagli a V realizzati con grafite policristallina, tuttavia i loro risultati sono confinati nel campo del modo di carico I puro. Ci sono invece molte condizioni pratiche in cui i componenti intagliati in grafite sono sottoposti a combinazioni di tensioni e deformazioni a taglio cioè al modo di carico misto I/II quindi lo scopo di questa ricerca è investigare questo tipo di frattura fragile, sia per via teorica che sperimentale. (Ayatollahi et al., 2011, pp. 2465-2466).

2.3.Grafite isostatica

2.3.1.Proprietà e usi

La grafite isostatica è prodotta utilizzando la tecnica di pressatura isostatica a freddo. Questa tecnica comporta la trasmissione della pressione della pressa, tramite un liquido, alle polveri contenute in un sacchetto di gomma. Tutte le superfici del sacchetto ricevono la stessa forza di compressione grazie al liquido, per il principio di Pascal, e quindi la polvere viene

compattata in modo isotropo. Con questo metodo si ottiene grafite ad alta densità e con grana molto fine. (<http://www.tokaicarbon.com>)

La grafite isostatica presenta quindi una struttura molto omogenea, eccellenti proprietà isotrope elettriche, termiche e meccaniche. In alcuni casi è purificata tramite forni speciali per rimuovere le impurità e le inclusioni. È utilizzata in varie applicazioni industriali come nei moduli per il sistema in colata continua, nei crogioli per fondere metalli e leghe, nei moduli per la produzione di oggetti in vetro, ecc.

Alcuni dei vantaggi importanti della grafite isostatica sono: alta resistenza termica e chimica, proprietà isotrope e omogenee, alta resistenza agli shock termici e corretta conducibilità elettrica. La grafite isostatica policristallina è comunque incline alla frattura fragile, come descritto nel caso precedente. (Berto et al., 2012, p. 1942)

2.3.2. Studi svolti e obiettivo attuale della ricerca

Mentre molti studi svolti fino ad oggi analizzano i componenti in grafite intagliati sottoposti ai modi di carico I e misto I/II, come visto nel caso precedente, le informazioni riguardanti la frattura fragile di componenti sottoposti al modo di carico III cioè a torsione, sono scarse. Anche se i componenti in grafite non sono solitamente designati a sopportare tensioni, tagli o torsioni, sono comunque sottoposti, alcune volte, a trasferimenti di carico dai componenti adiacenti.

L'obiettivo per questo secondo caso è di ricavare nuovi dati sulla frattura statica di provini intagliati in grafite e fornire un metodo per stimare in via teorica il carico di frattura dei componenti soggetti a torsione, in particolare usando lo stesso approccio del caso precedente con modi di carico I e II. (Berto et al., 2012, pp. 1942-1944).

CAPITOLO 3

TRATTAZIONE SPERIMENTALE: TEST DI FRATTURA

3.1. Caso con grafite policristallina e carico di modo I, II e misto

3.1.1. Descrizione dettagliata del materiale

Il test di frattura è realizzato con grafite policristallina con grani di media grandezza equiassiali. Le proprietà di base della grafite testata sono le seguenti: dimensione media dei grani di $320 \mu m$, densità di massa di $1710 kg/m^2$, resistenza media alla trazione di $27.5 MPa$, modulo di Young di $8.05 GPa$ e tenacità a frattura nella deformazione piana di $1.0 MPa m^{0.5}$.

La misura media dei grani è ottenuta con la tecnica SEM e la densità è determinata con il metodo della galleggibilità. Per ottenere il modulo di Young è stato usato il grafico tensione-deformazione $\sigma - \varepsilon$ registrato da una macchina universale di tensione-compressione. La misura della resistenza a frattura nella deformazione piana (plane-strain fracture toughness, K_{Ic}) e della resistenza a trazione (tensile strength, σ_t) è ottenuta usando un provino CBD (cracked Brazilian disk) e un provino BD (Brazilian disk) non criccato. Per ogni provino BD e CBD sono stati condotti cinque esperimenti e si sono ottenuti i valori medi di K_{Ic} e σ_t . Bisogna considerare che la differenza massima tra misurazioni massime e minime di σ_t e K_{Ic} rispettivamente, è circa 7% e 6%. Anche se il comportamento del materiale è quasi isotropico al variare dell'orientamento con cui viene eseguito il test, con una discrepanza massima del 5%, i test di frattura vengono eseguiti su provini tagliati nell'identica direzione rispetto il blocco originario di grafite. (Ayatollahi et al., 2011, pp. 2466-2467).

3.1.2. Descrizione tipo di provino

In questa ricerca si utilizza una versione moderna del provino CBD, chiamata VBD cioè "V-notched Brazilian disk", per condurre gli esperimenti di frattura sulla grafite. Come mostrato nella figura 3.1, il provino VBD è un disco circolare di diametro D contenente un foro rombico centrale di lunghezza d e angolo di apertura 2α .

Il provino è soggetto a una forza di compressione P che crea un angolo β con la linea bisettrice dell'intaglio. Al variare dell'angolo β , si ottengono differenti tipi di carico e combinazioni del modo I (tensione) e del modo II (deformazione a taglio). Quando il carico P è applicato lungo la bisettrice, gli angoli superiore e inferiore del foro rombico sono soggetti a una deformazione di modo I. Incrementando l'angolo, da quello iniziale di 0° , le condizioni di carico variano dal modo I fino al modo II puro,

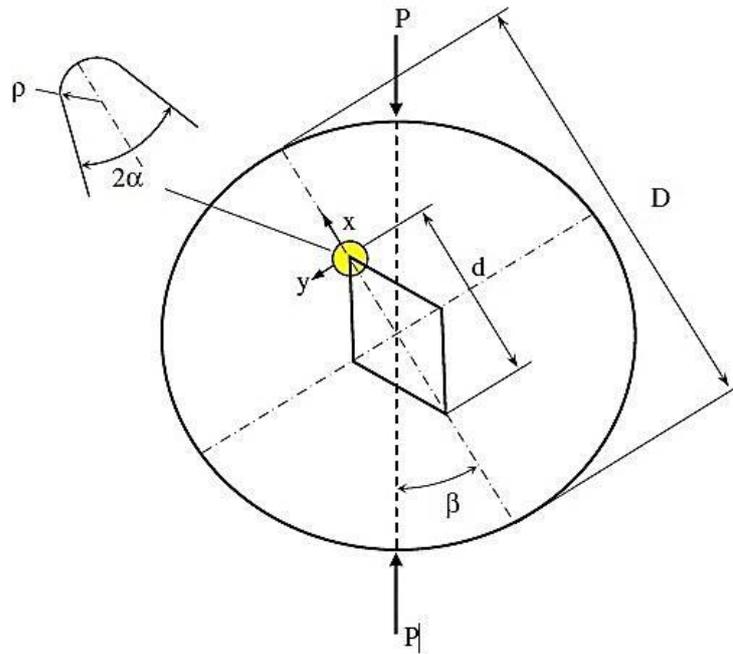


Fig. 3.1 – Provino VBD usato negli esperimenti di frattura.

passando per il modo misto I/II. Per un angolo specifico chiamato β_{II} , si raggiunge la modalità di carico II pura; quest'angolo è sempre inferiore ai 90° e dipende dalla lunghezza dell'intaglio $d/2$, dall'angolo di apertura 2α e anche dal raggio di punta ρ . L'angolo β_{II} può essere determinato con l'analisi degli elementi finiti. (Ayatollahi et al., 2011, p. 2467)

3.1.3. Realizzazione specifica del provino

Per ogni provino VBD usato nei test le misure sono: 60 mm per D , 15 mm per $d/2$ e 8 mm per lo spessore t . Sono stati poi utilizzati tre diversi valori dell'apertura dell'intaglio: $2\alpha = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, e tre valori del raggio di punta $\rho = 0, 1, 2\text{ mm}$ per studiare la frattura sotto modalità di carico miste. I provini sono stati ottenuti dal blocco di grafite con spessore 8 mm e poi intagliati perfettamente con una macchina a getto d'acqua (2-D CNC water-jet cutting machine).

Prima dell'utilizzo dei provini, la superficie è stata rifinita utilizzando un foglio abrasivo per rimuovere ogni possibile

2α	Pure mode I	Mixed mode	Mixed mode	Pure mode II
30°	0°	10°	20°	25°
60°	0°	15°	25°	30°
90°	0°	15°	25°	35°

Tabella 3.1 – Angoli di carico β per i test di frattura con provini VBD.

concentrazione locale di tensioni. In totale sono stati realizzati 108 provini con diversi parametri di apertura dell'intaglio e raggio di punta e utilizzati applicando il carico con differenti angoli β per ottenere tutti i tipi di carico dal modo I puro fino al modo II puro, passando per il modo misto I/II. La tabella 3.1 mostra gli angoli di carico usati nei test di frattura per intagli a V con $2\alpha = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$. (Ayatollahi et al., 2011, p. 2467)

3.1.4. Realizzazione dei test

I test sono realizzati mediante una macchina universale per test di tensione-compressione con condizione di controllo dello spostamento con un tasso di carico di 0.05 mm/min . Il provino è lentamente compresso, e la deformazione ottenuta è registrata all'aumento del carico. Per ogni geometria e angolo di carico, vengono eseguiti tre test di frattura

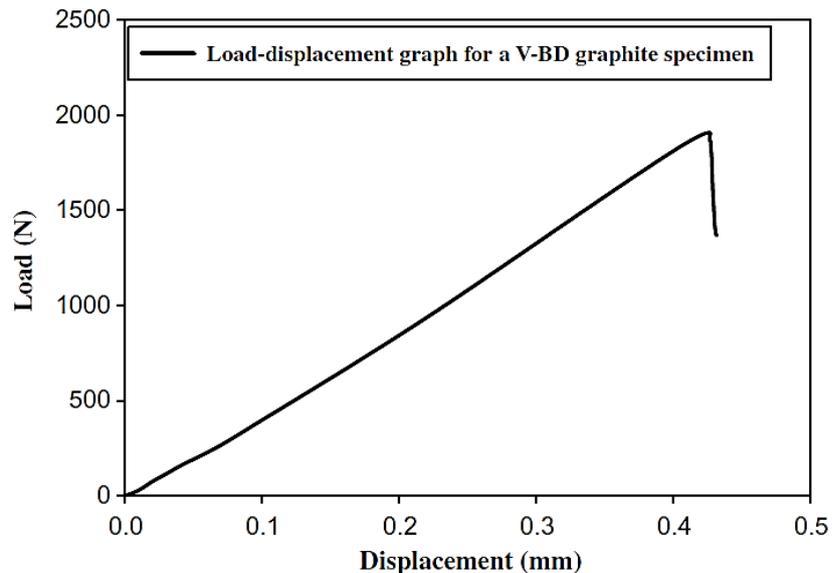


Fig. 3.2 – Una curva carico-deformazione ottenuta da un provino VBD in grafite.

separati. Le curve carico-deformazione misurate durante il test di frattura sono lineari, come visibile nell'esempio in figura 3.2, e il provino si frattura improvvisamente raggiunto un certo carico. Ciò dimostra che l'utilizzo del criterio di frattura fragile basato sulla frattura meccanica lineare elastica è permesso.

I valori medi del carico di frattura P ottenuti durante i test sono riportati nella tabella 3.2, per ogni provino. Si può notare che il carico di frattura cresce quando le condizioni di carico variano dal modo I puro ($\beta = 0$) al modo II puro ($\beta = \beta_{II}$). Inoltre, se l'angolo d'intaglio è mantenuto costante, il carico di frattura aumenta con l'aumento del raggio di punta, senza tener conto del variare del modo di carico. (Ayatollahi et al., 2011, pp. 2467-2468)

Specimen	Mean fracture load, P (N)
30-0-0	1380
30-0-10	1390
30-0-20	1500
30-0-25	1560
30-1-0	2023
30-1-10	2085
30-1-20	2110
30-1-25	2190
30-2-0	2095
30-2-10	2153
30-2-20	2193
30-2-25	2212
60-0-0	1372
60-0-15	1575
60-0-25	1717
60-0-30	1740
60-1-0	1439
60-1-15	1654
60-1-25	1810
60-1-30	2040
60-2-0	1646
60-2-15	1719
60-2-25	2033
60-2-30	2114
90-0-0	848
90-0-15	930
90-0-25	1343
90-0-35	2118
90-1-0	909
90-1-15	1153
90-1-25	1629
90-1-35	2496
90-2-0	993
90-2-15	1261
90-2-25	1571
90-2-35	2427

Tabella 3.2 – Valori medi del carico di frattura ottenuti dagli esperimenti sui provini VBD in grafite. Ogni provino è caratterizzato da tre valori: angolo d'intaglio 2α (°) – raggio di punta dell'intaglio ρ (mm) – angolo di carico β (°).

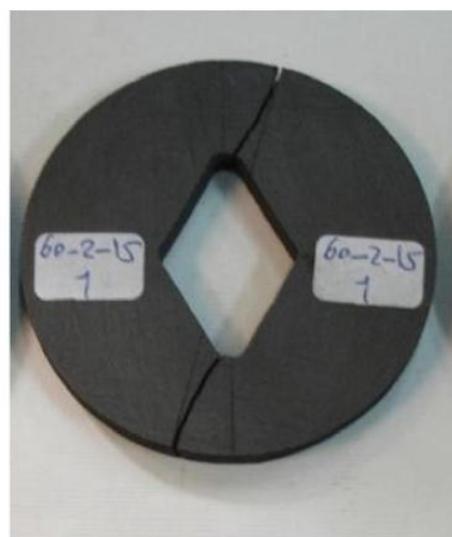
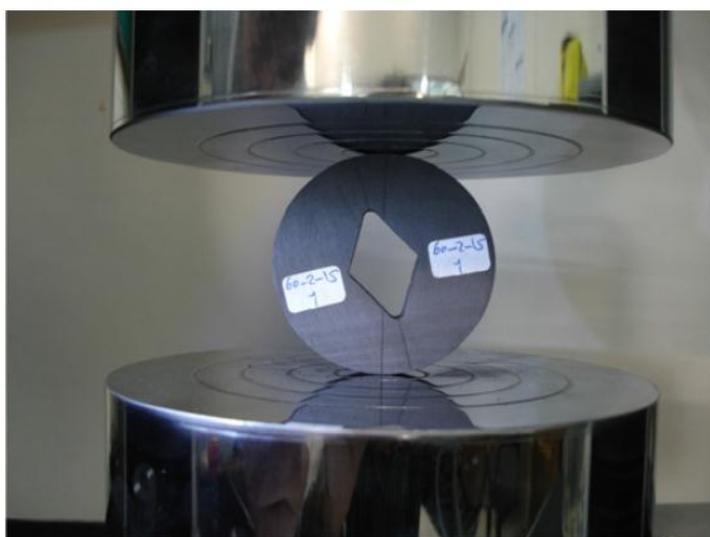


Fig. 3.3 – Uno dei provini VBD prima e dopo l'esperimento di frattura.

3.2.Caso con grafite isostatica e carico modo III

3.2.1.Descrizione dettagliata del materiale

Si utilizza grafite policristallina le cui caratteristiche sono riassunte nella tabella 3.3.

Material property	Value
Elastic modulus E (MPa)	8050
Shear modulus G (MPa)	3354
Poisson's ratio ν	0.2
Ultimate tensile strength (MPa)	28.5
Ultimate torsion strength (MPa)	30
Ultimate compression strength (MPa)	110
Ultimate bending strength (MPa)	49
Hardness (Shore)	58
Density (Kg/dm ³)	1.85
Porosity (%)	7
Resistivity ($\mu\text{ohm m}$)	11
Thermal Conductivity (W/(m K))	110

Tabella 3.3 – Proprietà della grafite utilizzata nei provini.

La grafite qualche volta mostra un comportamento non lineare nelle sue caratteristiche e questo rende difficile definire il modulo elastico di Young. Per semplicità, in questo lavoro, sarà usato un solo valore del modulo elastico. Questo valore è ottenuto da un grafico carico-deformazione ottenuto da una macchina universale di tensione-compressione. La deviazione osservata dal comportamento lineare è minore dello 0.02% alla frattura, per il provino usato nel test. Il modulo di Young è misurato a un carico in cui la deviazione dal comportamento lineare è minore dello 0.01%. (Berto et al., 2012, p. 1944)

3.2.2.Descrizione tipi di provini

Per il test di torsione sono utilizzati diversi tipi di provini a barra: provini cilindrici lisci, provini cilindrici con intaglio a U o a V e provini cilindrici con intagli circonferenziali semicircolari.

La figura 3.4 mostra i provini nel dettaglio:

- Il provino in fig. 3.4a è un provino liscio di diametro 20 mm e diametro minore, nella zona centrale, di 12.5 mm.
- Il provino in fig. 3.4b, con intaglio a U, è stato realizzato in differenti versioni con le seguenti caratteristiche: due diversi raggi alla base dell'intaglio: $\rho = 1, 2 \text{ mm}$, e due diverse profondità $p = 2, 5 \text{ mm}$, per studiare l'effetto della variazione dell'area netta. L'area lorda è mantenuta costante a 20 mm.
- Il provino in fig. 3.4b, con intaglio a V, è stato realizzato in differenti versioni con le seguenti caratteristiche: angolo di apertura $2\alpha = 30^\circ$ con tre differenti raggi alla base dell'intaglio $\rho = 0.1, 0.3, 0.5$; angolo di apertura $2\alpha = 120^\circ$ con cinque differenti raggi

alla base dell'intaglio $\rho = 0.1, 0.3, 0.5, 1.0, 2.0 \text{ mm}$. L'area lorda è mantenuta a 20 mm mentre quella netta varia a seconda della scelta della profondità $p = 2, 5 \text{ mm}$.

- Per gli intagli semicircolari in fig. 3.4c, si testano quattro raggi alla base dell'intaglio $\rho = 0.5, 1.0, 2.0, 4.0 \text{ mm}$.

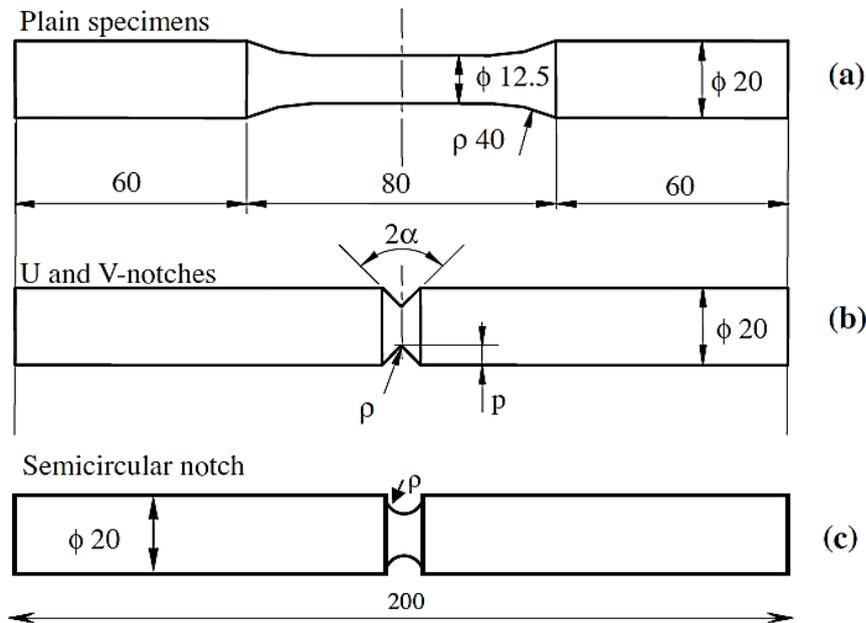


Fig. 3.4 – Geometria dei provini utilizzati negli esperimenti di torsione.

I tipi di provini realizzati sono 24 e i test realizzati in totale 80.

La realizzazione fisica dei provini è realizzata in questo caso in modo simile alla realizzazione dei provini VBD, del caso precedente, con l'utilizzo di una macchina di taglio (2-D CND cutting machine) e con una rifinitura. (Berto et al., 2012, p. 1945)

3.2.3. Realizzazione dei test

Per ogni geometria si realizzano tre prove di torsione sotto condizioni di controllo della rotazione con tasso di carico di $1^\circ/min$. Si ottengono così delle curve torsione-angolo $M_t - \theta$.

Le curve registrate durante i test di torsione mostrano un trend crescente quasi lineare fino alla frattura del provino, che avviene improvvisamente, com'è visibile nella figura 3.5. L'uso del criterio basto sull'ipotesi di elasticità lineare, come per il caso precedente, è valido anche in questo caso.

Le tabelle 3.4 riportano il carico di torsione alla frattura per ogni configurazione d'intaglio.

I dati presenti nelle tabelle mostrano un forte incremento nel carico di rottura al decrescere della profondità dell'intaglio da $p = 5 \text{ mm}$ a $p = 2 \text{ mm}$. Mantenendo costante l'angolo, il carico di frattura aumenta leggermente con l'aumento del raggio di punta ma questa variazione è molto minore di quella che si ha per il cambiamento dell'area netta. Anche il variare del carico in funzione dell'apertura dell'angolo è debole.

Mantenendo costante il raggio di punta dell'intaglio, il carico di frattura aumenta di poco all'aumentare dell'apertura dell'angolo, anche questo effetto è poco evidente.

La conclusione principale è che il fattore di concentrazione delle tensioni (K_t), riportato nella tabella 3.5 nella pagina seguente, non controlla la condizione di frattura a causa di una bassa sensibilità all'intaglio esibita dal provino di grafite sottoposto a torsione. (Berto et al., 2012, pp. 1945-1946).

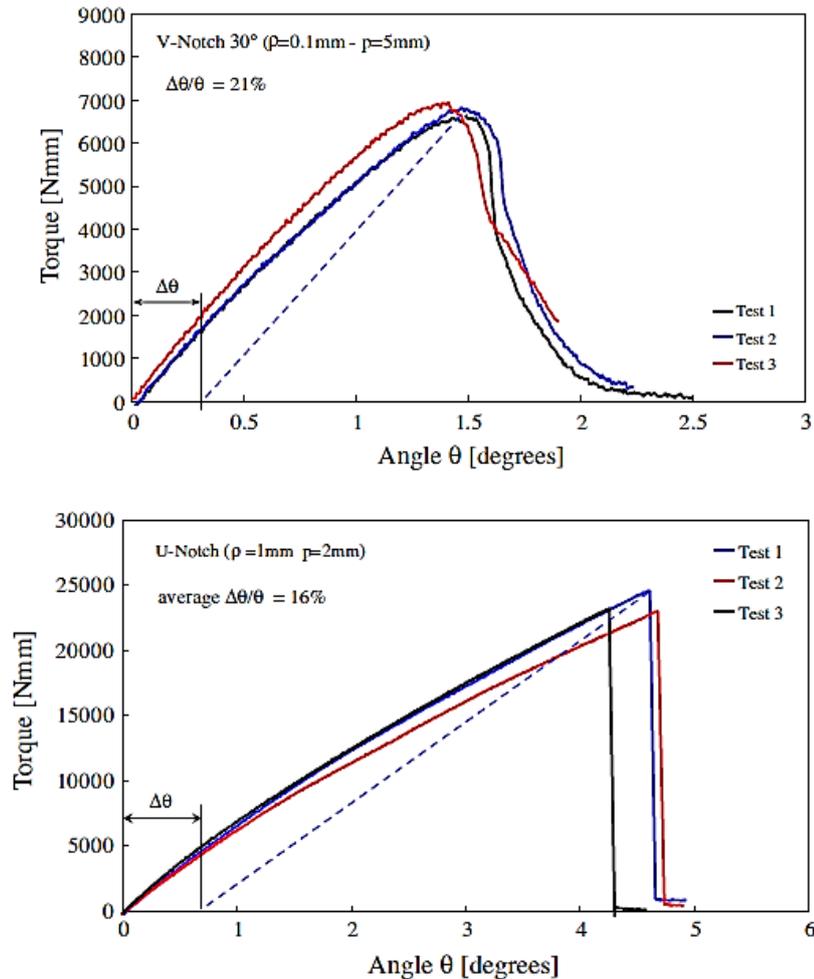


Fig. 3.5 – Sopra: curve torsione-angolo per un provino di grafite con intaglio a V ($2\alpha=30^\circ$). Sotto: curve torsione-angolo per un provino in grafite con intaglio a U.

ρ (mm)	M_t (N mm)
0.5	45,956
	45,012
	43,504
1	33,590
	36,923
	37,533
2	25,073
	25,087
	28,231
4	13,317
	12,029
	12,511

Tabella 3.4a – Carichi di rottura ottenuti da provini con intaglio semicircolare.

p (mm)	ρ (mm)	M_t (N mm)
5	1	6148
		6599
		6801
5	2	6812
		6995
		6674
2	1	24,578
		22,994
		23,200

Tabella 3.4b – Carichi di rottura ottenuti da provini con intaglio a U.

	2α (°)	p (mm)	ρ (mm)	$\Delta\theta/\theta$ (%)	K_t	
V-notch	120	5	0.1	8.2	2.43	
			0.3	6.3	1.93	
			0.5	5.1	1.72	
			1	4.8	1.48	
			2	4.4	1.30	
V-notch	120	2	0.1	16.2	2.76	
			0.3	14.3	2.13	
			0.5	11.2	1.89	
			1	10.6	1.62	
V-notch	30	5	0.1	13.1	3.57	
			0.3	10.1	2.32	
			0.5	6.2	1.94	
V-notch	30	2	0.1	20.9	4.00	
			0.3	14.1	2.58	
			0.5	13.4	2.14	
U-notch	0	5	1	7.4	1.57	
			2	7.0	1.33	
Semi-circular	0	2	1	16.3	1.72	
			0.5	0.5	22.0	1.79
				1	18.0	1.64
				2	14.0	1.44
4	9.5	1.21				

Tabella 3.5 - Valori del fattore teorico di concentrazione delle tensioni per tutti i modelli di provini intagliati.

p (mm)	ρ (mm)	$2\alpha = 120^\circ$	$2\alpha = 30^\circ$
		M_t (N mm)	M_t (N mm)
5	0.1	6692	6592
		6778	6808
		6629	6936
5	0.3	6612	6230
		6860	6995
		6426	6643
5	0.5	6895	6474
		6495	6719
		6709	6605
5	1	6829	
		7064	
		6771	
5	2	7198	
		7401	
		7408	
2	0.1	25,221	24,688
		25,628	23,469
		26,027	24,054
2	0.3	25,535	23,076
		24,509	22,408
		25,053	23,293
2	0.5	25,135	22,749
		23,930	23,145
		24,764	24,860
2	1	24,746	
		23,445	
		26,399	

Tabella 3.4c – Carichi di rottura ottenuti da provini con intaglio a V ($2\alpha=30^\circ$ e $2\alpha=120^\circ$).

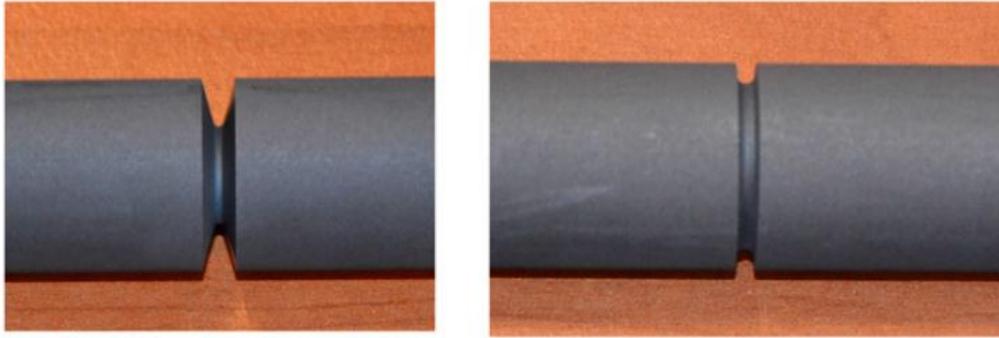


Fig. 3.6 – Provino con intaglio a V con $2\alpha = 30^\circ$ e provino con intaglio a U.

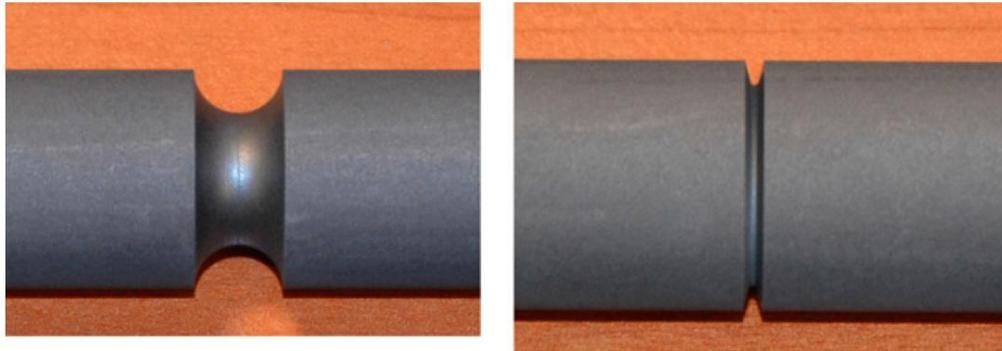


Fig. 3.7 – Provino con intaglio semicircolare e provino con intaglio a V con $2\alpha = 30^\circ$.

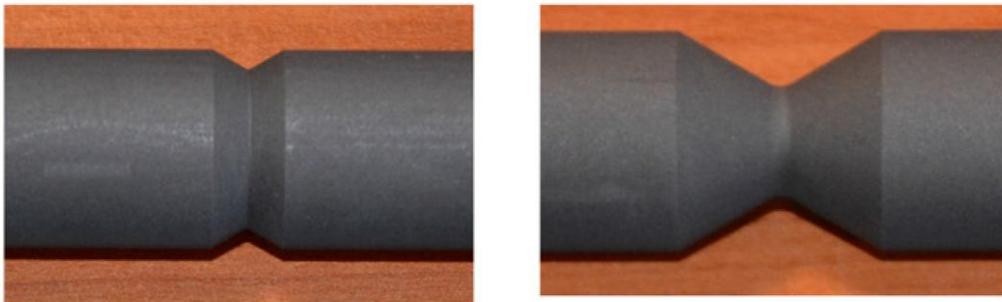


Fig. 3.8 – Provini con intaglio a V con $2\alpha = 120^\circ$.

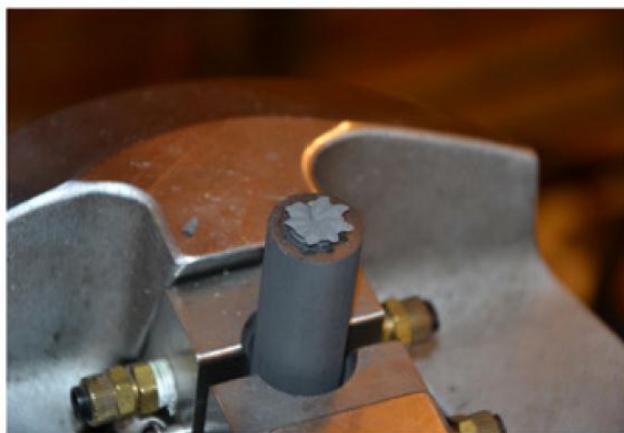


Fig. 3.9 – Provino rotto dopo un test di torsione.

CAPITOLO 4

Criteri di resistenza e criterio SED

4.1.Criteri di resistenza

Per la verifica di un generico componente, si confronta il campo tensionale presente con quello massimo ammissibile determinato attraverso l'uso di un opportuno criterio di resistenza (rottura), a partire da dati sperimentali sulla resistenza del materiale.

La strategia usata si articola in due fasi: nella prima, "a priori", si formula il criterio di resistenza tramite un'ipotesi di rottura basata sul comportamento limite del materiale (snervamento o rottura). Nella seconda fase, "a posteriori", si verificano le ipotesi fatte sulla base dell'esperienza, e si riformula il criterio sostituendo il valore limite, trovato dall'analisi in caso monodimensionale. Materiali diversi si comportano in modo diverso anche se sottoposti allo stesso sforzo, per questo motivo un'ipotesi sul comportamento limite non è valida per ogni materiale e quindi i criteri di resistenza non hanno validità universale per ogni materiale.

Per analizzare la resistenza di un materiale a frattura bisogna innanzitutto distinguere se è di tipo duttile o fragile perché si devono utilizzare criteri differenti, nella condizione di carico statico che stiamo trattando. Nel caso di frattura fragile, quindi per un materiale con comportamento elastico lineare, il cedimento coincide in genere con la rottura (ultimate tensile strength, UTS), mentre nella frattura duttile, il cedimento coincide con la condizione di deviazione dal comportamento elastico lineare cioè con lo snervamento (yield strength, Y).

Dal punto di vista della meccanica dei continui, la frattura fragile è un processo ampiamente elastico con un rapido rilascio di energia meccanica accumulata. Al contrario della frattura duttile, che coinvolge la deformazione plastica, qui si ha un dispendio di energia meccanica prima della frattura. È necessario quindi conoscere se il materiale è duttile o fragile e determinare anche lo stato delle tensioni presenti per poi scegliere il criterio di frattura da applicare. (Liu, 2005, p. 59; Lazzarin, 2006, pp.79-80; www.wikipedia.org)

Di seguito si riporta il criterio di Beltrami, di cui vengono utilizzati alcuni risultati nella successiva trattazione teorica, e il criterio sulla densità di energia di deformazione media.

4.2. Criterio di Beltrami

Il criterio di Beltrami è un criterio di resistenza energetico e ha la seguente formulazione:

“in un componente soggetto a uno stato di tensione triassiale, si ha il cedimento quando la densità di energia di deformazione totale raggiunge il valore limite caratteristico del materiale.”

Il criterio può essere scritto nella forma:

$$W_t(E_t) = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) < W_L(E_L) \quad (4.1)$$

Tensioni e deformazioni sono legate tra loro dalle equazioni di Lamé valide in campo lineare elastico:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{cases} \quad (4.2)$$

dove E è il modulo elastico longitudinale del materiale e ν il coefficiente di Poisson.

Sostituendo queste equazioni nella 4.1 si ottiene:

$$W_t = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)) < W_L \quad (4.3)$$

Questa relazione deve valere anche nel caso particolare di tensione piana, si ottiene quindi:

$$W_t = \frac{\sigma_1^2}{2E} \quad (4.4)$$

Con riferimento ad una prova di trazione, quando σ_1 raggiunge la tensione limite del materiale, anche l'energia raggiunge il valore limite, vista la corrispondenza delle due grandezze in gioco. Il criterio può quindi essere riformulato:

$$W_t = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)) < \frac{\sigma_L^2}{2E} \quad (4.5)$$

(Lazzarin, 2006, pp. 83-84)

4.3.Criterio sulla densità di energia di deformazione (SED)

Per stimare il carico di frattura nei componenti in grafite intagliati, gli ingegneri hanno bisogno di un criterio basato sul comportamento meccanico del materiale nell'intorno della punta dell'intaglio.

Sih, trattando componenti criccati, ha definito un criterio basato sulla densità di energia di deformazione (strain energy density, SED). Il fattore di densità di energia di deformazione S (strain energy density factor), è stato da lui definito come il prodotto di densità di energia di deformazione di una distanza critica dal punto di singolarità. Il cedimento è controllato da un valore critico S_c mentre la direzione di propagazione della cricca è determinata imponendo la condizione minima su S . (Ayatollahi et al., 2011, p. 2468; Berto et al., 2012, pp. 1946-1947)

4.4.Criterio sulla densità di energia di deformazione media (SED medio)

A differenza del criterio precedente che è un criterio di punto, il criterio sulla densità di energia di deformazione media (averaged strain energy density criterion, averaged SED) afferma che si verifica una frattura fragile quando il valore medio della densità di energia di deformazione di un determinato volume di controllo è pari al valore critico W_c . Questo valore critico varia in base al materiale considerato ma non dipende dalla geometria dell'intaglio o dalla sua ampiezza in termini di angolo nella punta dell'intaglio. Il volume di controllo è invece dipendente dal carico di rottura e dalla tenacità di frattura K_{IC} , nel caso di frattura fragile o quasi-fragile, soggetta a carichi statici. Tale metodo è stato formalizzato e applicato prima a intagli netti a V, di raggio nullo, con modo di carico I e misto I/II e poi esteso ad intagli ad U e a V raccordati.

Contrariamente ad alcuni valori integrati nei criteri locali che dipendono dalla maglia, il criterio SED medio utilizzato su un volume di controllo non è sensibile alla dimensione della rete utilizzata nell'analisi agli elementi finiti (FE). Non sono infatti necessarie reti definite per determinare il valore medio di SED nel volume di controllo perché questo parametro può essere determinato tramite gli spostamenti nodali senza coinvolgere le loro derivate. Appena il valore SED è noto, i fattori d'intensificazione delle tensioni ($K_{I,II,III}$, NSIFs) o i fattori di concentrazione delle tensioni (K_t , SCFs) possono essere determinati a posteriori sulla base di espressioni molto semplici che collegano il valore SED locale a $K_{I,II,III}$ o K_t in un problema piano.

L'estensione del metodo SED nei casi tridimensionali è possibile, come pure l'estensione a geometrie d'intagli che mostrano una piccola scala di snervamento. Utilizzando un modello del materiale in accordo con l'elasticità lineare, si può dimostrare la costanza del valore del SED per gli intagli a V sottoposti a condizioni di deformazione piana. Sotto torsione invece è difficile mantenere basse scale di snervamento, sia con carico statico sia con cicli di fatica medi, e il valore del SED dipende dalla legge del materiale. (Ayatollahi et al., 2011, p.2468; Berto et al., 2012, pp. 1947-1948)

4.4.1. Definizione del volume critico

- Modi I e II

Quando si considerano cricche (figura 4.1b), il volume critico è una circonferenza di raggio R_c centrato nella punta dell'intaglio. Sotto condizioni di deformazione piana, la lunghezza critica R_c può essere valutata secondo la seguente espressione:

$$R_c = \frac{(1 + \nu)(5 - 8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_t} \right)^2 \quad (4.6)$$

dove K_{IC} è la tenacità a frattura, ν il coefficiente di Poisson e σ_t la tensione di rottura di un provino piano che segue il comportamento elastico lineare. Per intagli a V netti (figura 4.1a) il volume critico diviene un settore circolare di raggio R_c centrato nella punta dell'intaglio. (Ayatollahi et al., 2011, p. 2468)

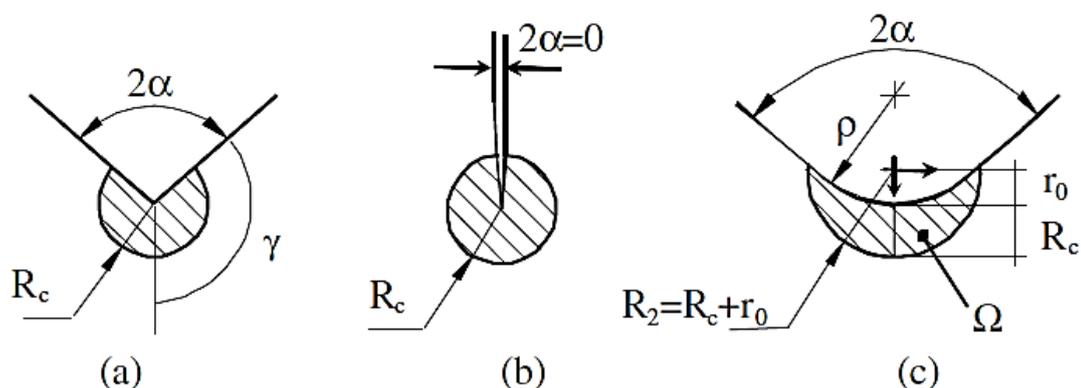


Fig. 4.1 – Volume di controllo (area) nel caso di: (a) intagli a V netti, (b) cricche, (c) intagli a V con raccordo, con modo di carico I.

- Modo III

Se consideriamo il modo di carico III cioè la torsione, negli intagli netti, il raggio di controllo R_{3C} può essere stimato secondo la seguente equazione:

$$R_{3C} = \left(\sqrt{\frac{e_3}{1+v}} \times \frac{K_{3C}}{\tau_t} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_3}} \quad (4.7)$$

dove K_{3C} è il fattore d'intensificazione delle tensioni all'intaglio del modo III e τ_t è la tensione di rottura del materiale non intagliato. Inoltre e_3 è il parametro che quantifica l'influenza di tutte le tensioni e deformazioni nel volume di controllo e $(1 - \lambda_3)$ è il grado di singolarità della tensione di snervamento elastica lineare che dipende dall'apertura dell'angolo di intaglio.

Si riportano nella tabella 4.1 differenti valori di e_3 e λ_3 al variare dell'angolo di apertura. (Berto et al., 2012, p.1948)

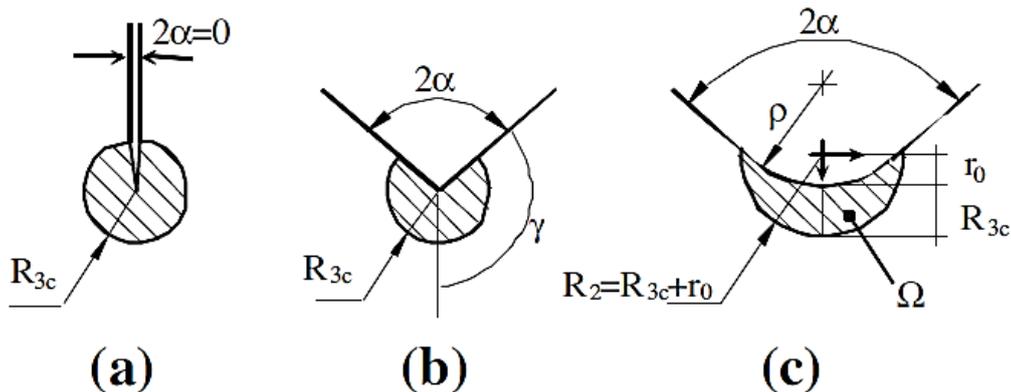


Fig. 4.2 – Volume di controllo (area) nel caso di: (a) cricche, (b) intagli a V netti, (c) intagli a V con raccordo, con modo di carico III.

2α (rad)	λ_3	e_3
0	0.5000	0.4138
$\pi/6$	0.5455	0.3793
$\pi/3$	0.6000	0.3448
$\pi/2$	0.6667	0.3103
$2\pi/3$	0.7500	0.2759
$3\pi/4$	0.8000	0.2586

Tabella 4.1 – Valori dei parametri λ_3 e e_3 in funzione degli angoli di apertura dell'intaglio.

4.4.2. Valore medio dell'energia di deformazione elastica

- Modi I e II

Il valore medio dell'energia di deformazione elastica (mean value of the elastic deformation energy) per i modi I e II è:

$$\bar{W} = \frac{e_1}{E} \times \frac{K_1^2}{R_C^{2(1-\lambda_1)}} + \frac{e_2}{E} \times \frac{K_2^2}{R_C^{2(1-\lambda_2)}} \quad (4.8)$$

dove e_1 e e_2 sono due parametri che dipendono dall'apertura dell'angolo dell'intaglio e dal coefficiente di Poisson, λ_1 e λ_2 sono gli autovalori di Williams e E è il modulo di Young. Infine K_1 e K_2 sono i fattori d'intensificazione delle tensioni di modo I e modo II. Nei materiali fragili il volume di controllo è molto piccolo e questo permette di trascurare gli effetti delle condizioni di tensione non singolare nel valore del SED.

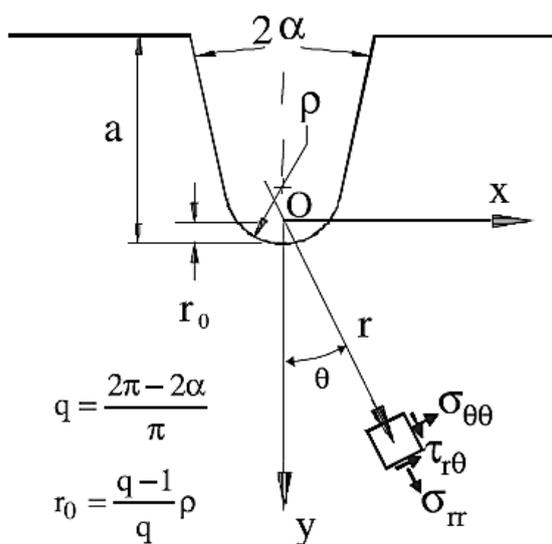


Fig. 4.3 – Sistema di coordinate polari e componenti di tensione.

Per un intaglio a V raccordato sottoposto a modo di carico I, il volume assume la forma mostrata in figura 4.1c dove R_C è la profondità misurata lungo la linea bisettrice dell'intaglio. Il raggio esterno della forma è pari a $R_C + r_0$, con r_0 la distanza tra la punta dell'intaglio e l'origine del sistema locale di coordinate (figura 4.3). Tale distanza dipende dall'apertura dell'angolo dell'intaglio 2α , secondo la seguente espressione:

$$r_0 = \rho \left(\frac{\pi - 2\alpha}{2\pi - 2\alpha} \right) \quad (4.9)$$

Sotto un carico misto, il volume critico non è centrato sulla punta dell'intaglio ma nel punto dove la tensione principale raggiunge il massimo valore, lungo il bordo dell'intaglio, come mostrato in figura 4.4. Si assume che tale volume mantenga la sua forma e la sua grandezza ma ruoti rigidamente al cambiare del modo di carico misto applicato, cioè al cambiare dell'angolo β . Questa è l'idea di base dell'approccio definito "localmente equivalente al modo I", applicato agli intagli ad U. (Ayatollahi et al., 2011, pp. 2468-2489)

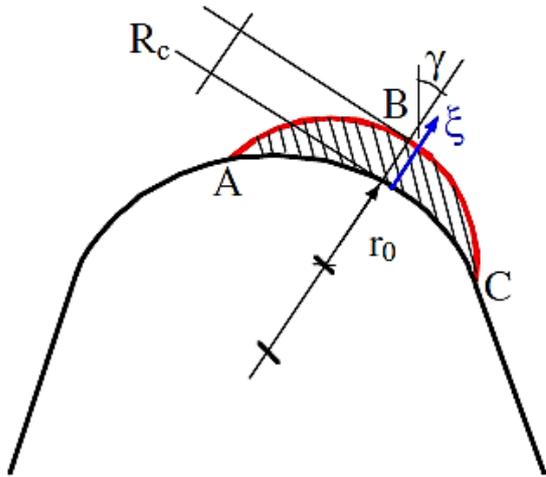


Fig. 4.4 – Volume critico negli intagli a V raccordati con modo di carico misto.

- Modo III

Il valore medio dell'energia di deformazione elastica nel caso di torsione è:

$$\bar{W} = \frac{e_3}{2(1 + \nu)G} \times \frac{K_3^2}{K_{3c}^{2(1-\lambda_3)}} \quad (4.10)$$

dove K_3 è il fattore d'intensificazione delle tensioni per il modo III e G è il modulo elastico di taglio trasversale.

Per gli intagli a V raccordati sottoposti a carico di modo III, il volume assume la forma della figura 4.2c dove R_{3c} è la profondità misurata lungo la linea bisettrice dell'intaglio, come succede nel caso precedente con modi di carico I e II. Il raggio esterno della forma è pari in questo caso a $R_{3c} + r_0$, con r_0 dato dalla stessa espressione 4.9. (Berto et al., 2012, p. 1948)

CAPITOLO 5

Trattazione teorica: criterio SED medio applicato ai test sulla grafite

5.1.Caso con modi di carico I e II

Il criterio di frattura descritto nel paragrafo 4.4 è ora applicato per stimare il carico di frattura ottenuto dagli esperimenti condotti sui provini VBD in grafite. Per determinare il valore del SED prima di tutto si deve generare un modello degli elementi finiti dei provini in grafite. Una tipica maglia (mesh) utilizzata nell'analisi numerica è mostrata in figura 5.1. Il criterio della densità di energia di deformazione media afferma che il cedimento avviene quando il valore medio della densità di energia di deformazione nel volume di controllo \bar{W} raggiunge il valore critico W_C che dipende dal materiale ma non dalla geometria. Questo valore critico può essere determinato dalla tensione di rottura secondo l'espressione di Beltrami (vedi espressione 4.4):

$$W_C = \frac{\sigma_t^2}{2E} \quad (5.1)$$

In parallelo, la definizione del volume di controllo tramite R_C , richiede la conoscenza della tenacità a frattura e del modulo di Poisson (vedi equazione 4.6). Il carico critico sostenibile da un componente intagliato può essere stimato imponendo \bar{W} uguale al valore W_C . Questo valore è considerato costante con il modo di carico I, II e in condizioni di modo misto piano. Questa assunzione è stata verificata per differenti materiali fragili e quasi fragili. Il valore critico del SED per la grafite testata, le cui caratteristiche sono stata descritte nel paragrafo 3.1.1, risulta essere $W_C = 0.0469 \text{ MJ}/\text{m}^3$ mentre il raggio del volume di controllo è $R_C = 0.429 \text{ mm}$ considerando condizioni realistiche di deformazione piana. (Ayatollahi et al., 2011, pp. 2469-2470)

ANSYS 11.0

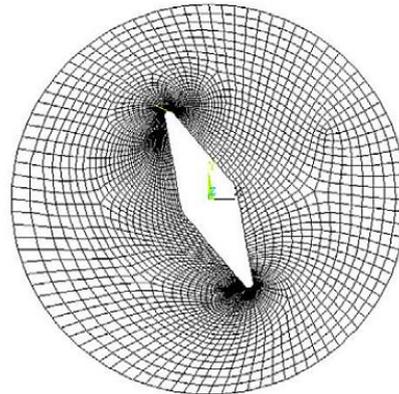


Fig. 5.1 – Maglia per l'analisi agli elementi finiti di un provino VBD con intagli a V raccordati.

5.1.1. Intaglio a V appuntito

Nel caso d'intagli a V appuntiti, con l'ipotesi di elasticità lineare, il carico teorico si ottiene usando una semplice proporzione tra il carico applicato P e il valore della radice quadrata del SED medio secondo la seguente espressione:

$$\frac{P_{th}}{P} = \sqrt{\frac{W_C}{\bar{W}}} \quad (5.2)$$

Questi valori sono riassunti nella tabella 5.1 insieme ai valori medi del carico critico di frattura $\langle P_{cr} \rangle$ per i provini in grafite testati.

2α (°)	λ_1	λ_2	e_1	e_2	β (°)	$\langle P_{th} \rangle$ (N)	$\langle P_{exp} \rangle$ (N)	Δ (%)
30	0.5014	0.5982	0.1740	0.2767	10	1592	1400	-13.7
30					20	1441	1500	3.9
30					25	1300	1560	16.7
60	0.5122	0.7309	0.1780	0.2146	15	1611	1576	-2.2
60					25	1893	1711	-10.7
60					30	1859	1739	-6.9
90	0.5445	0.9085	0.1694	0.1650	15	950	930	-2.2
90					25	1546	1343	-15.2
90					35	2404	2119	-13.4

2α (°)	K_1 MPa(mm) $^{1-\lambda_1}$	K_2 MPa(mm) $^{1-\lambda_2}$	\bar{W} (MJ/m 3) Eq. (2)	\bar{W}_{FE} (MJ/m 3) FE
$>P = \langle P_{exp} \rangle$				
30	17.9	17.1	0.0359	0.0371
30	7.2	27.9	0.0554	0.0520
30	0.0	32.3	0.0708	0.0691
60	24.1	19.8	0.0458	0.0459
60	8.4	27.6	0.0356	0.0392
60	0.0	32.3	0.0439	0.0420
90	29.6	14.1	0.0446	0.0460
90	21.1	25.1	0.0353	0.0362
90	0.0	38.6	0.0357	0.0370

Tabella 5.1 – Parametri teorici e numerici per il valore della densità di energia di deformazione (SED) per la grafite testata, nel caso d'intagli a V appuntiti.

La tabella 5.1 riporta anche i fattori d'intensificazione delle tensioni all'intaglio K_1 e K_2 corrispondenti al valore medio del carico critico sperimentale e il valore del SED per lo stesso carico. Il valore del SED è calcolato sia tramite l'equazione 4.8 utilizzando e_1 e e_2 riportati in tabella (per $\nu = 0.2$) sia direttamente con il modello FE. I valori del SED

possono essere comparati con il valore teorico $W_C = 0.0469 \text{ MJ}/\text{m}^3$, determinato a priori dall'equazione 5.1 per la grafite policristallina.

Come si può notare, l'accordo tra il carico sperimentale ottenuto e la valutazione teorica basata sul valore costante $W_C = 0.0469 \text{ MJ}/\text{m}^3$ per il SED locale, è soddisfatto, con una deviazione massima dello 16.7%. (Ayatollahi et al., 2011, p. 2471)

5.1.2. Intaglio a V raccordato

Quando si considerano gli intagli a V raccordati con modo di carico misto, il problema diviene molto più complesso che con il modo I, soprattutto perché la tensione elastica massima non si trova sulla bisettrice dell'intaglio ma la sua posizione varia in funzione della distribuzione delle tensioni nel modo misto I/II.

La tensione massima che si presenta lungo il bordo dell'intaglio a V è calcolata numericamente usando il codice FE ANSYS 11.0. Per ogni geometria, si creano due modelli: il primo usato per determinare il punto dove si localizzano la tensione principale massima e il massimo valore del SED; il secondo modello, più raffinato, per avere una definizione accurata del volume di controllo dove la densità di energia di deformazione dovrebbe essere quella media. Tutte le analisi sono fatte utilizzando elementi con otto nodi, con l'ipotesi di condizioni di deformazione piana.

La figura 5.2b mostra la tensione principale per i provini VBD in grafite con $2\alpha = 30^\circ$, $\rho = 1 \text{ mm}$ e $\beta = 25^\circ$. Il punto che presenta la tensione principale massima è molto lontano dalla linea bisettrice dell'intaglio in quanto il carico assicura un modo II quasi puro. Le linee di

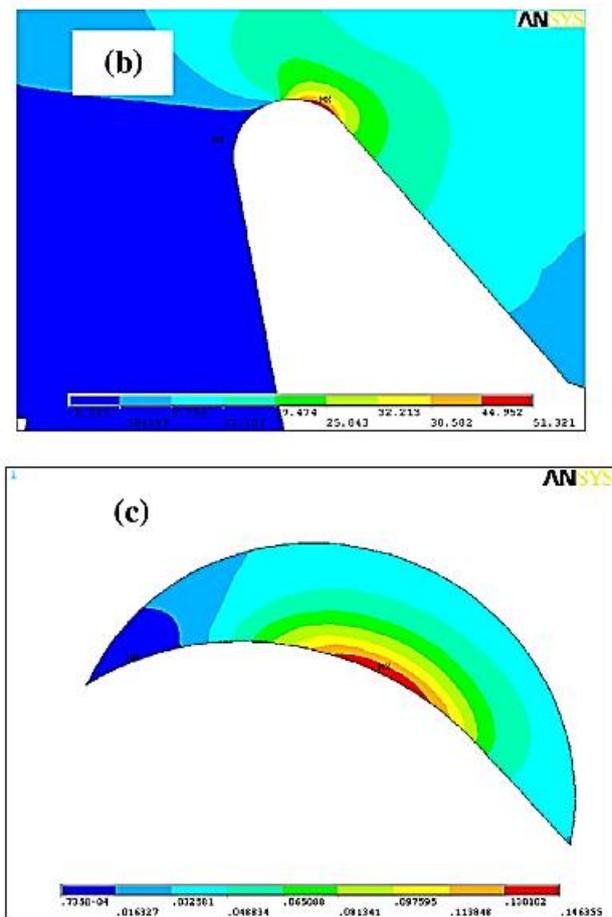


Fig. 5.2 – Tensione principale per provini VBD (b) e linee di contorno della densità di energia di deformazione nel volume di controllo (c).

contorno della densità di energia di deformazione nel volume di controllo si possono vedere in figura 5.2c. Si nota che il valore del SED è in modo approssimato simmetrico rispetto la linea ideale normale al bordo che attraversa il punto di tensione principale massima (o il massimo SED).

La tabella 5.2 riporta i risultati sperimentali, numerici e teorici per i provini in grafite testati in questa ricerca, per $2\alpha = 30^\circ$, $2\alpha = 60^\circ$ e $2\alpha = 90^\circ$. In particolare, la tabella mostra il carico di frattura teorico P_{th} e quello sperimentale medio $\langle P_{exp} \rangle$ per ogni angolo β e angolo d'intaglio ρ . La tabella riporta anche il valore della tensione massima principale σ_{max} e il valore del SED ottenuto dal modello FE per i provini in grafite, applicando al modello il valore medio del carico di frattura critico. È interessante osservare che la tensione massima principale lungo il bordo dell'intaglio è molto maggiore (circa due volte) della tensione di rottura del materiale e ciò giustifica un approccio di volume basato sul SED.

2α (°)	ρ (mm)	β (°)	$\langle P_{th} \rangle$ (N)	$\langle P_{exp} \rangle$ (N)	Δ (%)	$P = \langle P_{exp} \rangle$	
						σ_{max} (MPa)	\overline{W}_{FE} (MJ/m ³) FE
30	1	10	1746	1611	-8.4	45.7	0.040
	1	20	1606	1716	6.4	51.3	0.054
	1	25	1627	1700	4.3	51.2	0.051
	2	10	1750	1873	6.6	43.7	0.055
	2	20	1640	1908	14.1	46.7	0.065
	2	25	1643	1694	3.0	41.9	0.051
60	1	15	1344	1439	6.6	49.9	0.055
	1	25	1558	1574	1.0	46.9	0.049
	1	30	1854	1775	-4.4	40.9	0.044
	2	15	1437	1496	3.9	42.3	0.052
	2	25	1652	1768	6.6	43.3	0.055
	2	30	1653	1839	10.1	44.1	0.059
90	1	15	1003	1003	0.0	45.5	0.048
	1	25	1324	1417	6.6	48.9	0.055
	1	35	2375	2171	-9.4	40.8	0.040
	2	15	973	1097	11.3	43.2	0.061
	2	25	1244	1367	9.0	42.1	0.058
	2	35	2002	2115	5.3	40.7	0.054

Tabella 5.2 – Energia di deformazione ottenuta dall'analisi numerica dei provini VBD in grafite nel caso d'intagli raccordati e valutazione del carico critico.

La procedura descritta richiede un modello iniziale per identificare l'angolo dove si presenta la tensione principale massima lungo il bordo dell'intaglio e un altro modello per un'accurata definizione del volume di controllo.

Come si può osservare, l'accordo tra i risultati sperimentali ottenuti per i provini in grafite intagliati e le predizioni teoriche basate sul valore costante dell'energia di deformazione locale è soddisfatto, con una deviazione relativa in un range da -9.4% a 14.1%. Per 16 dei 18 dati, la deviazione è minore del 10%.

I risultati più significativi si possono vedere nei grafici in figura 5.3 dove i valori sperimentali del carico critico (pallini vuoti) sono comparati con le predizioni teoriche basate sulla costanza del valore del SED nel volume di controllo (linea continua). La figura mostra il carico di frattura nei provini in grafite intagliati in termini di angolo del carico β , mantenendo costante il valore dell'angolo di apertura dell'intaglio ($2\alpha = 60^\circ$) e per tre differenti valori del raggio d'intaglio ($\rho = 0, 1, 2 \text{ mm}$).

L'andamento della distribuzione dei carichi stimati teoricamente è in buon accordo con quello sperimentale. Gli stessi andamenti sono stati ottenuti per i provini in grafite con $2\alpha = 30^\circ$ e $2\alpha = 90^\circ$.

Il caso con $2\alpha = 90^\circ$ e $\rho = 1 \text{ mm}$ presenta il massimo discostamento tra il carico di frattura di modo I e modo II, come riportato nella figura 5.4. Comunque, nuovamente, si ha un buon accordo tra i risultati sperimentali e teorici. (Ayatollahi et al., 2011, pp. 2471-2472)

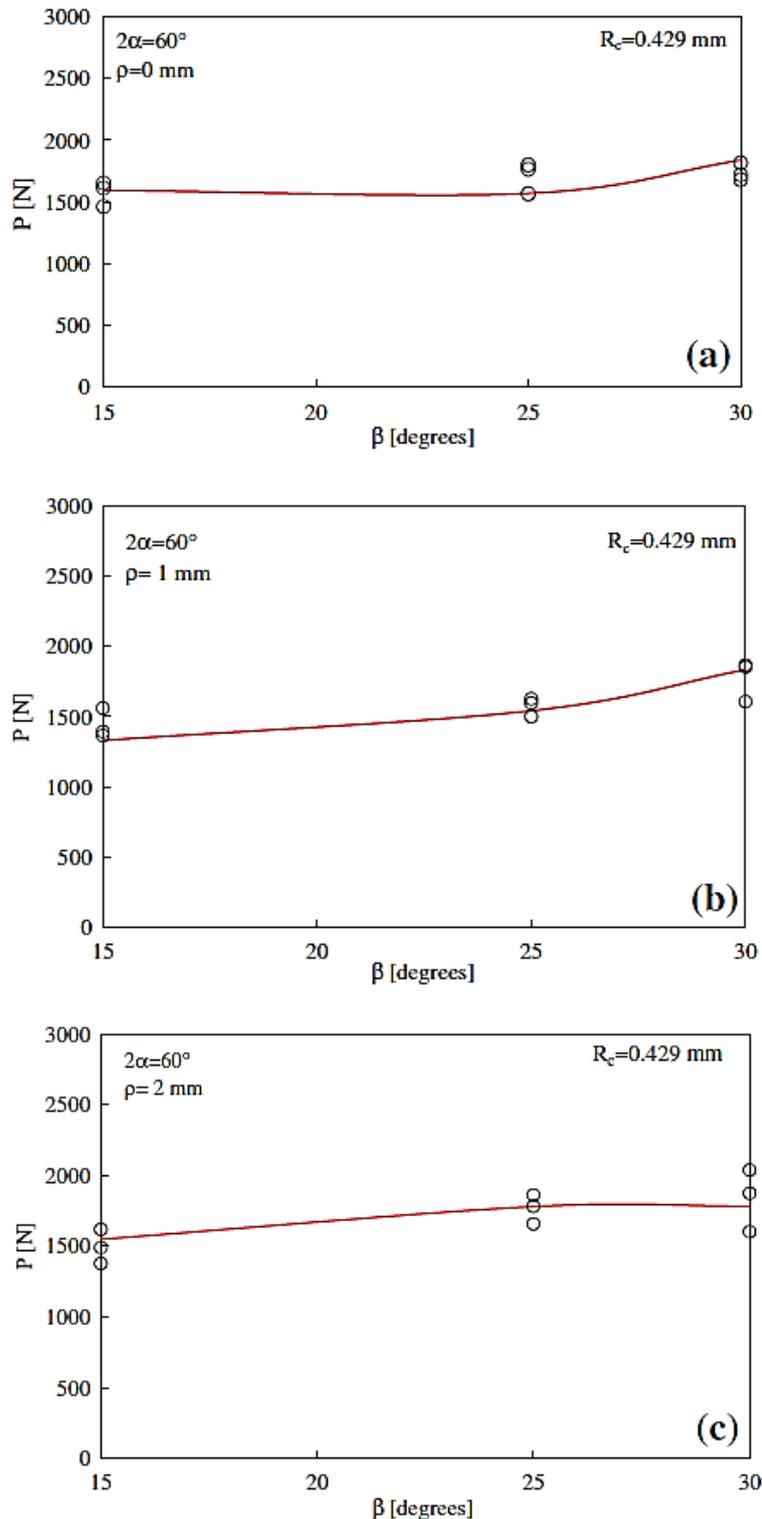


Fig. 5.3 – Comparazione tra i dati sperimentali e quelli teorici per i provini in grafite con $2\alpha = 60^\circ$.

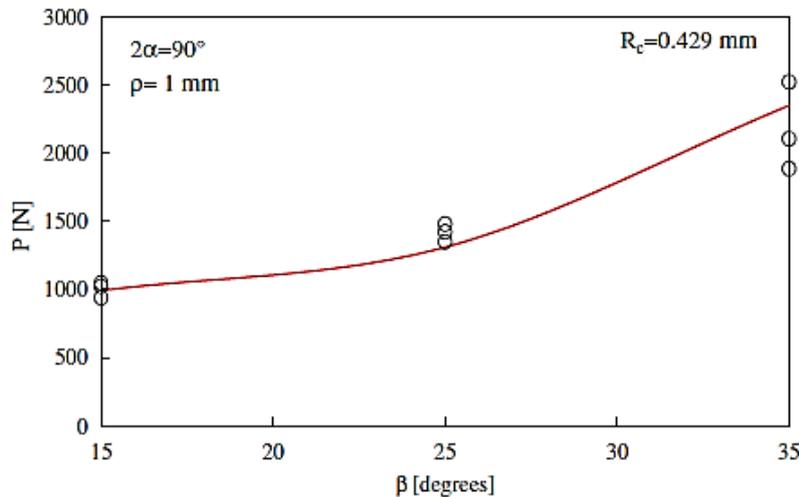


Fig. 5.4 – Comparazione tra i dati sperimentali e quelli teorici nel caso $2\alpha = 90^\circ$ e $\rho = 1 \text{ mm}$.

5.1.3. Costanza del raggio del volume di controllo

Si potrebbero muovere dei commenti sulla validità dell'assunzione del medesimo raggio di controllo sia per il modo I che per il modo II. In realtà, il valore critico della densità di energia di deformazione per il caso di taglio piano può essere determinato dalla tensione di rottura τ_t secondo la seguente espressione valida per il materiale non intagliato:

$$W_c = \frac{\tau_t^2}{2G} = \frac{\tau_t^2}{E}(1 + \nu) \quad (5.3)$$

Per un intaglio a V appuntito soggetto al modo di carico II puro, l'equazione 4.8 per l'energia locale, può essere semplificata:

$$\bar{W} = \frac{e_2}{E} \times \frac{K_2^2}{R_c^{2(1-\lambda_2)}} \quad (5.4)$$

Considerando lo stesso raggio di controllo $R_c = 0.429 \text{ mm}$ determinato con modo di carico I e con le equazioni 5.3 e 5.4 è possibile stimare il valore della tensione di rottura per il taglio τ_t . Prendendo come esempio il valore di K_2 della tabella 5.1 nel caso di $2\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 25^\circ$ (modo II puro), si ottiene:

$$\tau_t = \sqrt{\frac{e_2}{1 + \nu}} \times \frac{K_2}{R_c^{(1-\lambda_2)}} = \sqrt{\frac{0.2767}{1 + 0.2}} \times \frac{32.3}{0.429^{(1-0.5982)}} = 21.8 \text{ MPa} \quad (5.5)$$

Questo valore è in accordo con il valore minimo della tensione di frattura del taglio, 22 MPa , ottenuto da Taylor et al. testando lo stesso materiale. Questo conferma che per la grafite

policristallina, l'assunzione del raggio di controllo costante per il modo I, II e modo misto I e II è una buona scelta ingegneristica.

Bisogna ricordare che gli intagli a V sono qualche volta inevitabilmente utilizzati nella progettazione e nella produzione di componenti ingegneristici in grafite. Gli intagli fanno sì che questi componenti diventino vulnerabili alla frattura fragile a causa dell'alta concentrazione di tensioni attorno alla punta dell'intaglio. Dato che realizzare test di frattura su tutti i componenti con intagli a V è spesso costoso, si preferisce determinare la resistenza a frattura della grafite nei componenti intagliati con un criterio appropriato. In generale, se è disponibile un valido criterio di frattura, è possibile stimare l'insorgenza della frattura in componenti con intagli a V complicati senza costosi e lunghi esperimenti con modi di frattura misti. I risultati presentati in questa ricerca mostrano che un criterio di frattura basato sulla densità di energia di deformazione media in un volume di controllo può essere utilizzato in modo attendibile per predire l'inizio della frattura nei componenti in grafite policristallina soggetti a carichi di tensione e taglio combinati. (Ayatollahi et al., 2011, pp. 2472-2473)

5.2.Caso con modo di carico III

Il criterio di frattura descritto nel paragrafo 4.4 è ora applicato per stimare il carico di frattura ottenuto dagli esperimenti condotti sui provini in grafite, come nel caso precedente, ma questa volta con modo di carico III. In questo caso, una tipica maglia utilizzata nell'analisi numerica si può vedere nella figura 5.5. Nel caso di torsione, il valore critico W_C può essere determinato a partire dalla tensione di rottura di taglio τ_t secondo l'espressione di Beltrami per materiali non intagliati (vedi espressione 4.4):

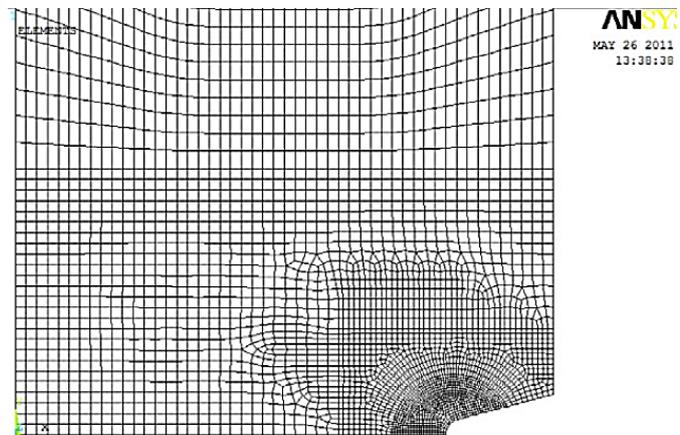


Fig. 5.5 – Maglia per l'analisi agli elementi finiti per un provino con intaglio a V.

$$W_C = \frac{\tau_t^2}{2G} \quad (5.6)$$

Usando i valori di $\tau_t = 30 \text{ MPa}$ e $G = 3354 \text{ MPa}$, il valore critico del SED per la grafite testata è $W_C = 0.134 \text{ MJ/m}^3$.

In parallelo, la definizione del volume di controllo tramite il raggio di controllo R_C richiede la conoscenza del fattore d'intensificazione delle tensioni per il modo III (K_{3C}) e il coefficiente di Poisson. In assenza di dati specifici per i componenti criccati, il parametro K_{3C} può essere stimato considerando i risultati di due geometrie con il minimo raggio disponibile, $\rho = 0.1 \text{ mm}$ e $2\alpha = 30^\circ$. Questa procedura semplificata può essere verificata a posteriori comparando il valore del volume di controllo stimato con il reale raggio di punta dell'intaglio usato in sostituzione di $\rho = 0$. La procedura può essere accettata solo se il risultato collegato al raggio R_C è molto migliore del raggio di punta ρ .

Per $p = 5 \text{ mm}$, si può usare la seguente equazione per stimare K_{3C} :

$$K_{3C} = k_3 R^{1-\lambda_3} \tau_{nom} = 0.786 \times 5^{0.4545} \times 34.6 = 56.5 \text{ MPa mm}^{0.4545} = 2.44 \text{ m}^{0.4545} \quad (5.7)$$

Nel caso di $p = 2 \text{ mm}$, l'espressione diviene:

$$K_{3C} = k_3 R^{1-\lambda_3} \tau_{nom} = 0.726 \times 8^{0.4545} \times 30.0 = 56.0 \text{ MPa mm}^{0.4545} = 2.42 \text{ m}^{0.4545} \quad (5.8)$$

Nelle equazioni 5.7 e 5.8, τ_{nom} è la tensione nominale di frattura riferita all'area netta, determinata dal valore medio del carico di torsione riportato nella tabella 3.4b per l'angolo $2\alpha = 30^\circ$.

Usando l'equazione 4.7, con $\tau_t = 30 \text{ MPa}$, $e = 0.379$, $\nu = 0.2$ e $(1 - \lambda_3) = 0.4545$, si ottiene un raggio del volume di controllo pari a $R_{3C} = 1 \text{ mm}$. Si noti che R_{3C} è dieci volte migliore del minimo raggio di punta dell'intaglio $\rho = 0.1 \text{ mm}$.

Considerando intagli a V nell'ipotesi di elasticità lineare, il carico teorico di frattura può essere ottenuto da una semplice proporzione tra il carico applicato M nel modello FE e il valore della radice quadrata del SED medio, come:

$$\frac{M_{th}}{M} = \sqrt{\frac{W_C}{\bar{W}}} \quad (5.9)$$

Questi valori sono riportati nella tabella 5.3 insieme ai valori medi del carico di frattura $\langle M \rangle$ per tutti i provini in grafite testati. Inoltre sono riportati anche i valori del SED per gli stessi carichi. È quindi possibile comparare il valore del SED alla frattura con il valore teorico $W_C = 0.134 \text{ MJ/m}^3$, determinato a priori per la grafite cristallina tramite l'equazione 5.6.

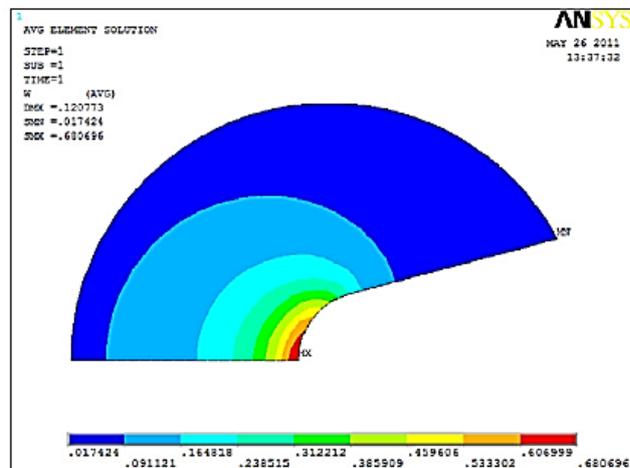
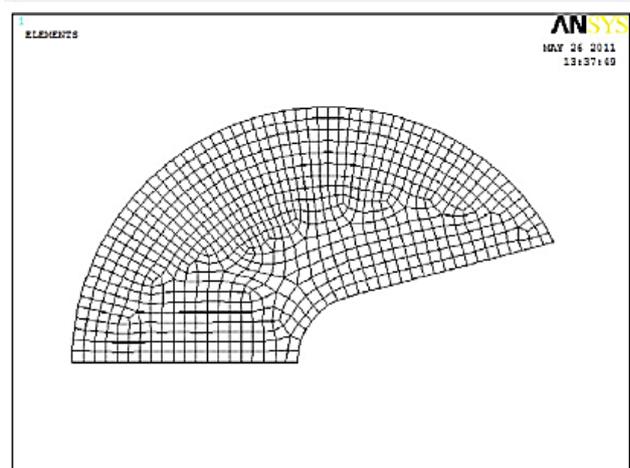
Com'è visibile dalla tabella 5.3, l'accordo tra i risultati sperimentali del carico critico e i valori teorici basati sulla costanza del valore del SED medio, è soddisfacente, con una deviazione relativa nell'intervallo da -14% a 12%. Per sedici dei diciotto dati, la deviazione è minore del 10%.

	2α (°)	p (mm)	ρ (mm)	$M_{theor.}$ (N mm)	(M_{exp}) (N mm)	$\Delta\%$	τ_{max} (MPa)	\bar{W} (MJ/m ³)
V-notch	120	5	0.1	6591	6699	1.6	82.8	0.138
			0.3	6576	6633	0.8	65.2	0.136
			0.5	6523	6699	2.6	58.6	0.141
			1.0	6459	6888	6.2	52.1	0.152
			2.0	6367	7335	13.2	48.7	0.178
		2	0.1	23,441	25,625	8.5	87.9	0.160
			0.3	23,351	25,032	6.7	66.5	0.154
			0.5	23,283	24,609	5.4	57.9	0.150
			1.0	23,173	24,863	6.8	50.1	0.154
			V-notch	30	5	0.1	7545	6778
0.3	7342	6622				-10.9	78.3	0.109
0.5	7208	6600				-9.2	65.1	0.112
2	0.1	26,304			24,070	-9.3	119.6	0.112
	0.3	25,837			22,926	-12.7	73.5	0.106
	0.5	25,524			23,585	-8.2	62.8	0.114
U-notch	0	5	1.0	7217	6516	-10.8	52.2	0.109
			2.0	6885	6827	-0.8	44.9	0.132
		2	1.0	25,907	23,590	-9.8	50.4	0.111
Semi-circular			0.5	44,888	44,824	-0.1	59.6	0.134
			1.0	37,605	36,015	-4.4	51.8	0.123
			2.0	24,873	26,130	4.8	46.6	0.148
			4.0	11,213	12,619	11.1	44.9	0.170

Tabella 5.3 – Valori del SED medio \bar{W} e della tensione elastica massima di taglio τ_{max} ottenuta dall'analisi FE; comparazione tra il carico di torsione a frattura teorico e sperimentale.

La valutazione numerica del SED è stata calcolata numericamente usando il codice FE ANSYS 11.0. Tutte le analisi sono state fatte usando elementi armonici a otto nodi con condizioni di assialsimmetria. Solo un quarto della geometria è stata modellata nel quadrante positivo. Essendo poi il valore SED sostanzialmente indipendente dalla maglia, per ogni modello si è utilizzata una maglia libera; deve essere posta attenzione solo nella definizione del volume di controllo mostrato nella figura 5.6. Avendo a che fare con condizioni di torsione, il valore SED è simmetrico rispetto la linea bisettrice.

Fig. 5.6 – Sopra: maglia per l'analisi FE. Sotto: linee di contorno della densità di energia di iso-deformazione nel volume di controllo per intaglio a V con $2\alpha = 30^\circ$, $\rho = 0.3$ mm, $p = 2$ mm.



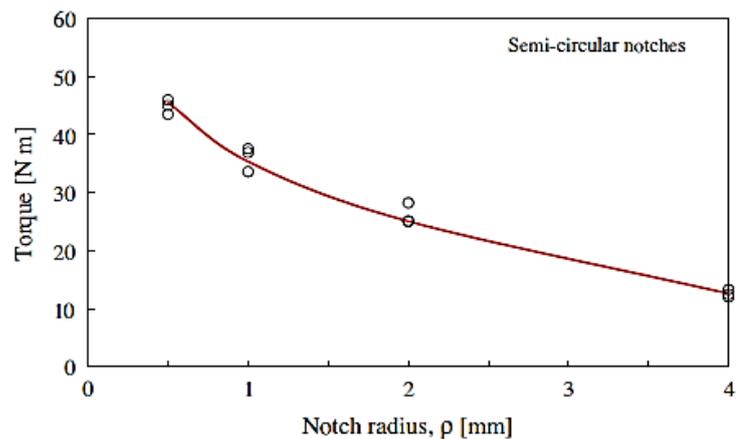
La tabella 5.3 riporta anche il valore massimo della tensione di taglio nella punta dell'intaglio τ_{max} , ottenuta dal modello FE per i provini in grafite, applicando al modello il valore medio del carico di frattura critico. La tensione massima di taglio nella punta dell'intaglio è molto migliore della tensione di rottura di 30 MPa determinata dal campione piano, senza intagli. Il materiale è poi caratterizzato da una bassa sensitività all'intaglio, come documenta anche l'ampio valore del raggio del volume di controllo.

Si riportano i risultati più importanti anche in forma grafica nella figura 5.7 dove i valori sperimentali del carico critico (pallini vuoti) sono comparati con le predizioni teoriche basate sulla costanza del SED nel volume di controllo (linea continua). I punti sono dati in funzione del raggio dell'intaglio ρ per gli intagli semicircolari (fig. 5.7a) e per gli intagli a V con $2\alpha = 30^\circ$ e $p = 2\text{ mm}$ (fig. 5.7b).

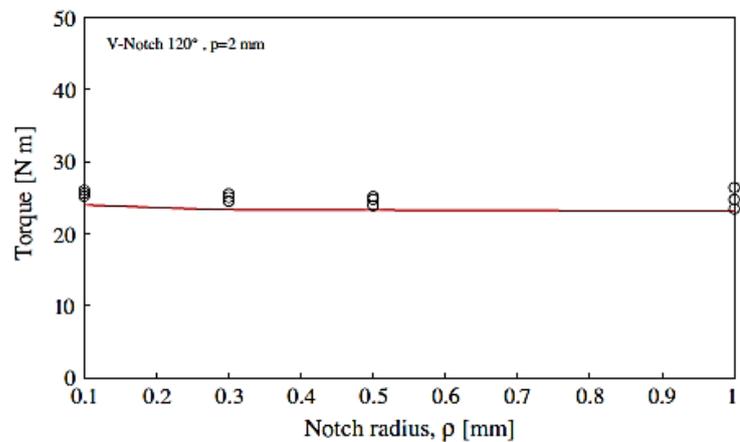
Le predizioni teoriche sono in buon accordo con i risultati sperimentali. Queste conclusioni sono vere anche per gli altri provini.

La figura 5.8 mostra una sintesi in termini di valore della radice quadrata dell'energia media locale nel volume di controllo di raggio R_c , normalizzato rispetto

l'energia critica del materiale, in funzione del rapporto ρ/R_{3C} . Il rapporto sull'asse verticale è proporzionale al carico di frattura. Il proposito è di investigare l'intervallo di precisione di tutti i valori del SED basati sulle valutazioni della frattura per i provini in grafite testati. Dalla figura è chiaro che la distribuzione dei dati è molto limitata e quasi indipendente dall'angolo di apertura dell'intaglio. Da notare che 68 su 70 valori sperimentali cadono dentro l'intervallo di



(a)



(b)

Fig. 5.7 – Comparazione tra i dati sperimentali e quelli teorici per i provini in grafite per intagli semicircolari (a) e intagli a V con $2\alpha = 30^\circ$ e $p = 2\text{ mm}$ (b).

distribuzione da 0.85 a 1.15, inoltre molti dei risultati, circa il 75%, si trovano nell'intervallo da 0.9 a 1.1, che è tipico per i provini in grafite intagliati, testati con modo di carico piano misto a tensione e taglio. (Berto et al., 2012, pp. 1948-1951).

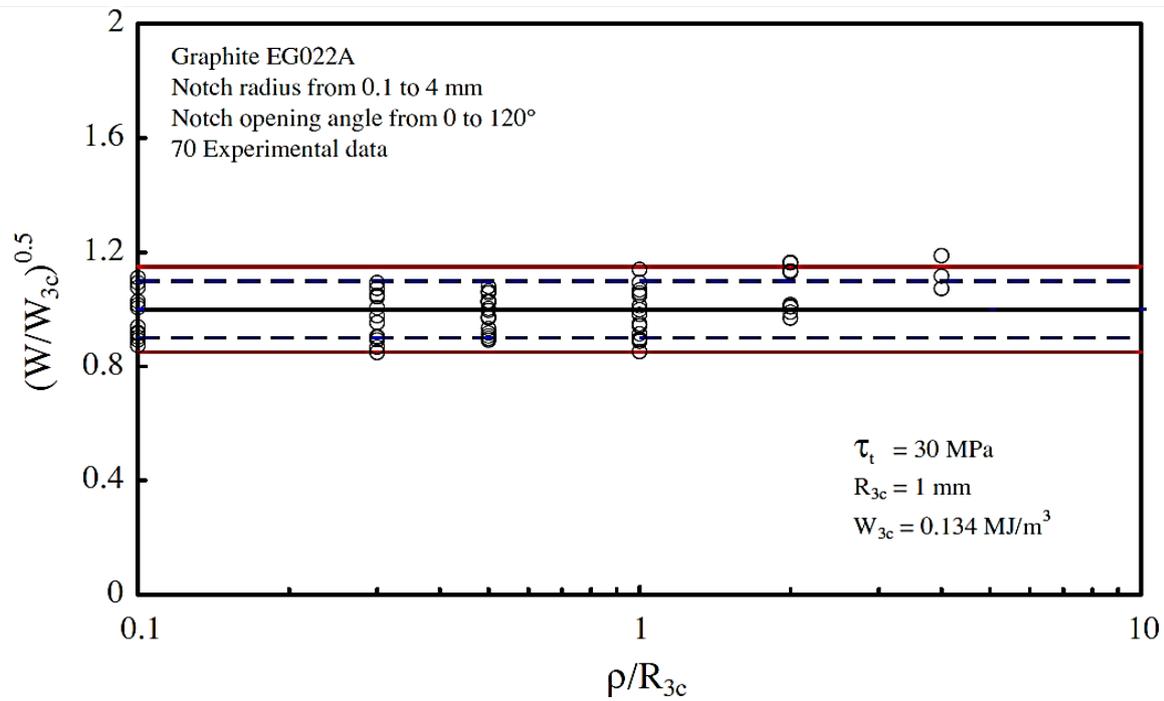


Fig. 5.8 – Sintesi basata sui risultati SED per i test di torsione.

Conclusione

- Caso 1°: è stata studiata la frattura fragile in componenti in grafite policristallina con intagli a V, sia per via sperimentale sia teorica, con modo di carico misto piano. I test di frattura sono stati fatti su provini “Brazilian disk” contenenti intagli a V con punta affilata e raccordata, soggetti a differenti gradi di modo misto, dal modo I puro al modo puro II, per ottenere il carico di frattura nei casi menzionati.

Il criterio SED è stato esteso ai domini con intagli a V con punta raccordata per stimare il carico di frattura nei componenti in grafite intagliati. Si è dimostrato che il metodo proposto è adatto alla grafite policristallina in condizioni di tensione con modi di carico misto, essendo i risultati sperimentali in buon accordo con i risultati ottenuti con l'approccio SED. Da tale accordo, si può dedurre che, per la grafite policristallina, l'energia critica e il raggio del volume di controllo sono entrambi proprietà costanti del materiale che non dipendono dal modo di carico e possono essere facilmente stimate utilizzando un carico di modo I puro. (Ayatollahi et al., 2011, p. 2473)

- Caso 2°: è stata studiata la frattura fragile in componenti in grafite policristallina con intagli a V e a U, sia per via sperimentale sia teorica, con modo di carico III cioè torsione. I test di frattura sono stati fatti su provini a barra cilindrica con differenti profondità d'intaglio, raggi d'intaglio e angoli d'apertura.

Il criterio SED è stato applicato per stimare il carico di frattura nei componenti in grafite intagliati sottoposti a modo di carico III. Si è dimostrato che il metodo proposto è adatto alla grafite policristallina, come nel caso precedente, essendo i risultati sperimentali in buon accordo con i risultati ottenuti con l'approccio SED. Da tale accordo, si può dedurre che per la grafite policristallina l'energia critica di torsione e il raggio del volume di controllo sono entrambi proprietà del materiale non influenzate dai parametri geometrici. (Berto et al., 2012, p. 1951)

Bibliografia

1. Ayatollahi M. R., Berto F., Lazzarin P., 2011, "Mixed mode brittle fracture of sharp and blunt V-notches in polycrystalline graphite", *Carbon, Reporting research on Carbonaceous Materials, their Production, Properties and Applications*, Volume 49, Issue 7, June 2011, pp. 2465-2474.
2. Barsom J. M., Rolfe S. T., 1999, *Fracture and Fatigue Control – Applications of Fracture Mechanics – Third Edition*, ASTM.
3. Berto F., Lazzarin P., Ayatollahi M. R., 2012, "Brittle fracture of sharp and blunt V-notches in isostatic graphite under torsion loading", *Carbon, Reporting research on Carbonaceous Materials, their Production, Properties and Applications*, Volume 50, Issue 5, April 2012, pp.1942-1952.
4. Hertzberg R. W., 1996, *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials – Fourth Edition*, John Wiley & Son.
5. Knott J., Withey P., 1993, *Fracture Mechanics – Worked Examples*, The Institute of Materials.
6. Lazzarin P., 2006, *Fondamenti di costruzione di Macchine*, Libreria Internazionale Cortina Padova.
7. Liu A. F., 2005, *Mechanics and Mechanisms of Fracture – An Introduction*, ASM International.
8. Dispense di costruzioni di macchine: Petrucci, <http://www.unipa.it>.

9. Dispense di costruzione di macchine: Vergani, lezione 15,
cm2.mecc.polimi.it/Lezioni/.

10. Grafite: <http://www.treccani.it>, 10 luglio 2013.

11. Grafite isostatica: <http://www.tokaicarbon.com>, 10 luglio 2013.

12. Meccanica della frattura: <http://wikipedia.org>, 10 luglio 2013.

Appendice – Analisi agli elementi finiti

L'analisi agli elementi finiti (finite element analysis, FEA) è una tecnica di simulazione a computer usata nelle analisi ingegneristiche che utilizza il metodo degli elementi finiti. L'obiettivo essenziale è la risoluzione in forma discreta di sistemi molto complessi di equazioni alle derivate parziali. Il processo di analisi si divide in tre fasi:

- Il pre-processing dove viene costruito il modello agli elementi finiti;
- Il processing con la risoluzione del problema;
- Il post-processing dove viene elaborata e rappresentata la soluzione.

Il pre-processing si articola in diversi passaggi in cui si sceglie il tipo di analisi da effettuare, il tipo di elementi finiti (problemi piani/ridimensionali, tipo asta/piastra/guscio/ecc.), si definisce il reticolo dei nodi del sistema discreto e a ogni elemento si assegna i nodi a cui fa riferimento; infine si applicano le condizioni di vincolo e carico.

Il metodo degli elementi finiti si applica a corpi fisici che possono essere suddivisi in un numero, anche grande, di elementi di forma definita e dimensioni contenute. La caratteristica principale del metodo è la discretizzazione attraverso la creazione di una griglia (mesh) composta da primitive (elementi finiti) di forma codificata. Su ciascun elemento si assume che la forma delle soluzione sia espressa da una combinazione lineare di funzioni dette funzioni di base o di forma.

Nella sua forma più diffusa si utilizza questo metodo per problemi con leggi costitutive di tipo lineare. Tipici problemi riguardano sforzi, deformazioni in campo elastico, diffusione del calore in un corpo, ma soluzioni più raffinate permettono di studiare anche comportamenti di tipo plastico o visco-plastico.

Per arrivare al modello degli elementi finiti si seguono delle fasi fondamentali, ognuna delle quali comporta l'inserimento di approssimazioni ed errori nella soluzione finale:

- Modellizzazione: presente in tutti gli studi d'ingegneria, consiste nel passare dal sistema fisico al modello matematico che astrae alcuni aspetti d'interesse del sistema fisico, focalizzando l'attenzione su poche variabili. A differenza delle trattazioni analitiche, è sufficiente che il modello matematico sia adeguato alle geometrie semplici degli elementi finiti.
- Discretizzazione: in una simulazione per via numerica è necessario passare da un numero infinito di gradi di libertà a un numero finito. Viene inserito un errore dato dalla discordanza con la soluzione esatta del modello matematico.

I vantaggi di un'analisi agli elementi finiti consistono nella possibilità di trattare problemi di campo definiti su geometrie complesse, relativi a una larga varietà di problemi ingegneristici e con complesse condizioni di vincolo e di carico. Gli svantaggi dell'analisi sono l'impossibilità di generare una soluzione in forma chiusa, la presenza di approssimazioni nella soluzione, la presenza di errori connessi alla procedura di calcolo e facili errori nella modellizzazione iniziale. (www.wikipedia.org; Liu, 2005, pp. 26-28)

Ringraziamenti

Devo ringraziare innanzitutto i miei genitori, tra i pochi che mi hanno sempre appoggiato nelle scelte e sostenuto nei momenti di difficoltà. È grazie al loro prezioso sostegno che oggi sono giunta a questo traguardo.

Un altro ringraziamento particolare va a mio fratello Mirco, senza il quale le difficoltà “informatiche” nella stesura della tesi sarebbero state per me quasi insormontabili. I suoi consigli, tecnici e non solo, e la sua compagnia a casa sono per me molto preziosi.

Un sentito ringraziamento al professor Paolo Lazzarin che in questi ultimi tempi mi ha seguito nella tesi con grande disponibilità e cortesia.

Un grazie poi ai miei “colleghi ingegneri” per il tempo passato in questi tre anni, ai colleghi meccanici e meccatronici con cui ho condiviso il primo anno e mezzo e ai gestionali che mi hanno accompagnato per tutto il difficile percorso, per la loro simpatia, i pranzi insieme, le partitine a carte, i discorsi in autobus, il sostegno morale, i caffè nella pausa. Non posso fermarmi a fare un lungo elenco perché i nomi sarebbero tanti ma in particolare grazie a Francesca, che non mi ha lasciato con la sola compagnia di altri studenti maschi!

Degli altri amici, fuori dall'università, vorrei ringraziare quei pochi che davvero hanno capito quanto importante sia per me dedicarmi allo studio e al lavoro per inseguire le mie ambizioni e i miei progetti.

Infine a Guido, grazie, per tutto il tempo passato insieme e per quello che spero divideremo ancora.