



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Popolazioni di buchi neri attraverso la storia cosmica

Relatore

Dr. Giuliano Iorio

Correlatore

Prof. Michela Mapelli

Laureando

Sofia Mesini

Anno Accademico 2022/2023



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
<b>1 Densità del tasso di fusione</b>	<b>7</b>
1.1 Star formation rate density . . . . .	10
1.2 Metallicità . . . . .	13
<b>2 Analisi con CosmoRate</b>	<b>16</b>
2.1 CosmoRate . . . . .	16
2.2 Variazione di parametri . . . . .	16
<b>3 Conclusioni</b>	<b>20</b>
<b>Appendice</b>	<b>22</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>22</b>



# Introduzione

Negli ultimi anni, l'osservazione di segnali di onde gravitazionali da parte di LIGO e Virgo ha acceso l'interesse della comunità scientifica nei confronti dei sistemi binari di buchi neri. L'esistenza di tali sistemi e la loro capacità di emettere onde gravitazionali erano già state postulate a livello teorico, ma essi non erano mai stati osservati prima delle rilevazioni di LIGO e Virgo.

I sistemi in esame sono parte di una sottoclasse di sistemi binari più grande, denominata sistemi binari compatti (in inglese *compact binaries*). La caratteristica che li rende "compatti" è legata alla natura degli oggetti che costituiscono il sistema stesso: infatti, per rendere una binaria "compatta", è necessario che almeno uno dei due corpi costituenti il sistema sia, appunto, un "oggetto compatto", ossia una nana bianca, una stella di neutroni oppure un buco nero.

Al fine di una descrizione più generale delle binarie compatte, è possibile definire, in base al tipo di corpi coinvolti, tre gruppi principali, che racchiudono al loro interno la maggior parte dei sistemi a noi noti. Tali gruppi sono: le binarie di stelle di neutroni, indicate con la sigla BNS, le binarie con un buco nero ed una stella di neutroni, dette BHNS, ed infine i sistemi binari di buchi neri, gli oggetti principi dell'analisi svolta in questo elaborato, indicati alternativamente con la sigla BBHs, dall'inglese *binary black holes*.

La descrizione dell'evoluzione di un sistema binario, in particolare di un sistema costituito da buchi neri, è estremamente complessa sia a livello computazionale che numerico, in quanto non solo l'osservazione diretta ad oggi è impossibile per la maggior parte della vita della binaria, ma oltretutto i fattori che contribuiscono all'evoluzione dinamica sono innumerevoli e il loro effetto sul sistema stesso sono al momento ancora oggetto di studio.

Tuttavia, in maniera generale e semplificata, si possono individuare, durante la vita di una binaria, tre fasi fondamentali, che costituiscono i pilastri portanti nella descrizione di binarie compatte di buchi neri che arrivano a coalescenza.

La prima di queste è detta *inspiral* o spiraleggiamento, durante la quale il sistema perde gradualmente energia per via dell'emissione di onde gravitazionali, producendo così un lento avvicinamento dei due oggetti che costituiscono il sistema; tale fase si protrae per tempi anche molto lunghi, in quanto le prime onde gravitazionali emesse risultano essere particolarmente deboli per via della grande distanza iniziale tra i due buchi neri.

La seconda fase è quella di *merger* o fusione, che comprende i momenti immediatamente precedenti la fusione dei due corpi, ossia l'ultima orbita stabile, e la fase di fusione stessa. Insieme alla fase finale dello spiraleggiamento, la fusione risulta essere di fondamentale importanza nello studio delle binarie di buchi neri perché il picco di intensità e frequenza delle onde gravitazionali emesse durante questo lasso di tempo permettono la rilevazione del sistema stesso da parte degli strumenti a nostra disposizione, cosa altrimenti non possibile poiché l'ampiezza e la frequenza delle onde emesse nella fase precedente risultano essere troppo ridotte per rientrare nell'intervallo di osservazione dei detectors, impedendone quindi l'individuazione.

L'ultima fase, invece, è denominata *ringdown*, durante la quale l'oggetto risultato della fusione della fase precedente effettua delle oscillazioni che vengono smorzate dall'emissione di onde gravitazionali, permettendo così all'oggetto fuso di arrivare ad un equilibrio stabile.

Dal momento che l'emissione di onde gravitazionali risulta essere parte integrante dell'evoluzione dei sistemi in esame, si può facilmente intuire che l'analisi di tali segnali sarà essenziale al fine dell'osservazione e dello studio delle binarie stesse.

Gli strumenti attualmente a disposizione per la rilevazione di onde gravitazionali sono i detectors LIGO e VIRGO, due interferometri di Michelson e Morley in funzione dal 2015, che insieme hanno registrato ad oggi ben 90 eventi.

Questi dispositivi sono costituiti da due bracci della stessa lunghezza, all'interno dei quali passano dei fasci laser regolati opportunamente per essere in opposizione di fase; pertanto, in assenza di perturbazioni esterne, il fotodetector non riceverà alcun segnale luminoso. In presenza di un'onda gravitazionale, invece, è presente una distorsione dello spazio, che influenza direttamente la lunghezza dei bracci dello strumento e, di conseguenza, anche la differenza di cammino ottico che i due segnali laser devono percorrere, generando quindi un segnale luminoso che permette la rilevazione del passaggio dell'onda gravitazionale stessa.

Come accennato precedentemente, gli unici segnali osservabili sono quelli emessi dai sistemi durante la fase finale dello spiraleggiamento, della durata di una frazione di secondo, e la successiva fase di coalescenza.

A riprova di questa affermazione si osservi la Figura 1, che riporta il grafico della prima onda gravitazionale registrata da LIGO: si può notare che prima dell'inizio della fase di interesse, sebbene sia prevista l'emissione di onde gravitazionali, non viene rilevato alcunché dagli strumenti, che iniziano invece a raccogliere il segnale solamente dalla fase finale dello spiraleggiamento fino alla fine della fase di merger; durante questo intervallo, infatti, le onde emesse subiscono un repentino aumento non solo di intensità, ma anche di frequenza, per via della rapida diminuzione della distanza tra i due corpi<sup>1</sup>.

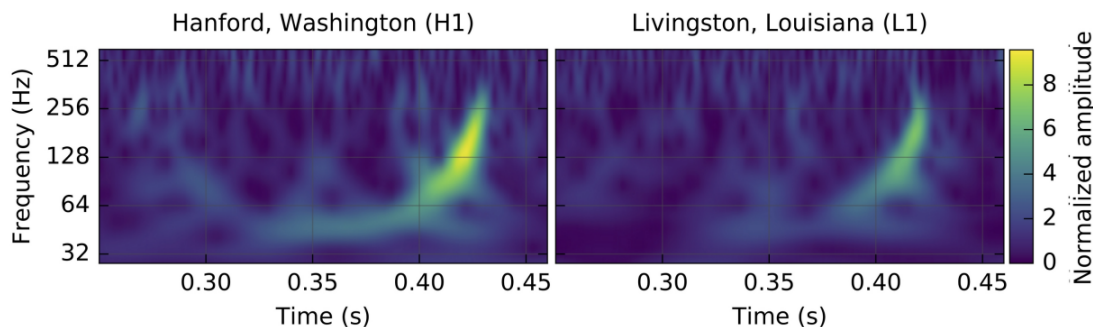


Figura 1: Grafico del segnale generato dalla prima onda gravitazionale rilevata da LIGO, 14 settembre 2015.

Il range di osservazione di questi apparati strumentali spazia un intervallo di frequenze da qualche decina di Hz fino a raggiungere  $10^4$  Hz, che risulta essere la gamma di frequenze coperta dalla maggior parte dei fenomeni di fusione di buchi neri binari.

Il range di frequenze accessibile al detector LIGO è facilmente visibile osservando la figura 2, che riporta un grafico riassuntivo della sensibilità dello strumento al variare della frequenza.

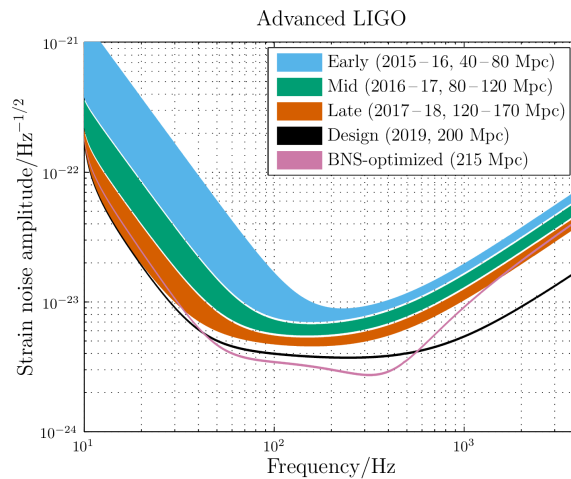


Figura 2: Grafico della sensitività di LIGO.

La curva descrive il valore del rumore strumentale dovuto a fattori esterni rispetto alla minima variazione di lunghezza indotta nei bracci dell'interferometro da un'onda gravitazionale; si può agevolmente notare come il valore di questo rapporto non rimanga costante al variare della frequenza, bensì risulti essere significativamente elevato a frequenze basse e tenda a risalire nuovamente a frequenze vicine a  $10^4$  Hz, delimitando un intervallo utile di frequenze piuttosto ristretto.

Per via delle limitazioni strumentali riguardanti la frequenza e l'ampiezza delle onde gravitazionali sopra descritte, gli eventi accessibili ai detector non coprono la totalità di quelli effettivamente avvenuti, impedendo pertanto di ricavare direttamente dalle osservazioni il numero totale di merger in una data porzione di universo.

Tuttavia, effettuando delle correzioni ai risultati sperimentali che tengano in considerazione anche la sensitività e l'efficienza degli strumenti, è possibile inferire una quantità che descriva efficientemente il numero totale di sistemi coalescenti nell'unità di tempo e di volume, e che risulterà fondamentale per le considerazioni successive: la densità del tasso di fusione, dall'inglese *merger rate density*, indicata con  $\mathcal{R}$ .

L'importanza della *merger rate density* e le quantità che ne influenzano l'andamento in funzione del redshift verranno trattate all'interno del primo capitolo di questo elaborato, ponendo particolare attenzione al rapporto di  $\mathcal{R}$  con la densità del tasso di formazione stellare e la metallicità delle stelle progenitrici.

A seguire, nel secondo capitolo, verrà svolto un lavoro più pratico in cui verrà utilizzato il codice semi-analitico CosmoRate per simulare l'influenza sull'andamento di  $\mathcal{R}$  della variazione di alcuni specifici parametri di interesse.

# Capitolo 1

## Densità del tasso di fusione

La densità del tasso di fusione, detta anche *merger rate density*, esprime essenzialmente il numero di sistemi coalescenti nell'unità di tempo e di spazio.

Questa quantità e la capacità di modellarla coerentemente con i risultati sperimentali, rivestono un'importanza fondamentale all'interno dell'ambito dello studio delle binarie compatte; infatti, ad esempio, una modellizzazione accurata della *merger rate density* permette di avere uno scorcio sul comportamento delle binarie compatte attraverso la storia dell'universo. Inoltre, è possibile effettuare studi più accurati sulla vita e l'evoluzione delle binarie coalescenti stesse osservando l'effetto sulla densità del tasso di fusione della modifica dei parametri necessari a simulare processi fisici essenziali per la formazione e successiva fusione delle binarie.

In generale, come anticipato nella sezione introduttiva, l'andamento in funzione del redshift della *merger rate density* ad oggi è molto difficile da ricostruire con precisione solo dai dati sperimentali, in quanto le limitazioni degli strumenti attualmente a disposizione per l'osservazione di sistemi coalescenti non solo forniscono risultati per un numero limitato di binarie in uno specifico range di frequenze, ma precludono inoltre la possibilità di osservare oggetti con redshift elevato (infatti il massimo redshift raggiunto dalle osservazioni di LIGO e Virgo è  $z \sim 1$ ).

Inoltre, è opportuno tenere in considerazione che l'evoluzione di sistemi binari è soggetta all'influenza di un gran numero di variabili concernenti sia le caratteristiche della binaria stessa, sia l'ambiente in cui essa si sviluppa.

Per queste ragioni, il modo migliore per poter studiare la densità del tasso di fusione è tramite delle simulazioni che permettano di controllare i parametri significativi e il loro effetto sull'evoluzione e la diffusione delle binarie compatte in una limitata porzione di universo.

Il codice adottato per effettuare le simulazioni i cui risultati sono riportati sinteticamente in questo elaborato è CosmoRate, un codice semi-analitico che combina gli effetti di una serie di parametri di interesse con vari cataloghi di oggetti binari compatti, ottenuti tramite sintesi di popolazioni di binarie.

Il modello adottato per la descrizione dell'andamento della densità del tasso di fusione è quello utilizzato in [9], ovvero quello implementato all'interno del codice semianalitico CosmoRate, del quale si parla più approfonditamente in [10].

La relazione utilizzata è la seguente

$$\mathcal{R} = \frac{d}{dt_{lb}(z)} \left[ \int_{z_{max}}^z \psi(z') \frac{dt_{lb}(z')}{dz'} dz' \int_{Z_{min}}^{Z_{max}} \eta(Z) \mathcal{F}(z', z, Z) dZ \right] \text{ Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1} \quad (1.1)$$

dove con  $t_{lb}(z)$  si indica il tempo di *look-back* a redshift  $z$ , ovvero il tempo trascorso tra l'emissione di luce da parte di una sorgente e la successiva ricezione da parte di un osservatore sulla Terra, con  $Z_{min}$  e  $Z_{max}$  si indicano rispettivamente la minima e la massima metallicità considerate,  $\psi(z')$  è il tasso di formazione stellare al redshift fissato  $z'$ ,  $\mathcal{F}(z', z, Z)$  indica la frazione di binarie compatte che si



formano a redshift  $z'$  da stelle con metallicità  $Z$  e fondono a redshift  $z$ , e  $\eta(Z)$  indica infine la *merger efficiency*.

Con *merger efficiency* si intende il rapporto tra il numero totale  $\mathcal{N}_{tot}(Z)$  di binarie compatte formatesi da una popolazione coeva che fondono entro un tempo inferiore all'età dell'universo (all'incirca 14 Gyr) e la massa totale iniziale  $M_*(Z)$  della simulazione con metallicità  $Z$ , che si può riassumere nella seguente relazione

$$\eta(Z) = f_{bin} f_{IMF} \frac{\mathcal{N}_{tot}(Z)}{M_*(Z)} M_{\odot}^{-1} \quad (1.2)$$

dove  $f_{bin}$  è la *binary fraction*, ovvero il rapporto tra il numero di sistemi binari e il numero di sistemi totali simulati, e  $f_{IMF}$  è un fattore correttivo che viene usato per tenere conto delle stelle di piccola massa ( $m < 5 M_{\odot}$ ) che non vengono incluse nelle simulazioni per ragioni di tempo computazionale.

Tali ragioni sono dovute al fatto che le masse degli oggetti sono tratte da una funzione di massa iniziale, detta anche *initial mass function* o IMF, la quale ha un andamento che può essere descritto una power law con potenza negativa. Questo significa che il numero di corpi simulati con massa ridotta, non rilevanti ai fini dello studio di binarie di buchi neri, sia estremamente maggiore rispetto a quello di corpi in un range di massa significativo: se i primi non fossero esclusi dalla simulazione, ciò comporterebbe un considerevole costo in termini di tempo computazionale. Per ovviare a questo problema, si impone un limite inferiore sulle masse considerate, e si aggiunge il fattore correttivo  $f_{IMF}$ .

La densità del tasso di formazione stellare è detta  $\psi(z)$ , in inglese *star formation rate density* (abbreviata SFRD), espressa in [7] come

$$\psi(z) = 0,01 \frac{(1+z)^{2,6}}{1 + \left[\frac{(1+z)}{3,2}\right]^{6,2}} M_{\odot} \text{ Mpc}^{-3} \text{ yr}^{-1} \quad (1.3)$$

La SFRD verrà approfondita maggiormente nella sezione ad essa dedicata.

La frazione di binarie compatte che si formano a redshift  $z'$  e fondono a redshift  $z$  con metallicità  $Z$  è definita da

$$\mathcal{F}(z', z, Z) = \frac{\mathcal{N}(z', z, Z)}{\mathcal{N}_{TOT}(Z)} p(z', Z) \quad (1.4)$$

dove  $\mathcal{N}(z', z, Z)$  è il numero totale di binarie compatte che fondono a redshift  $z$  e si formano a  $z'$  da stelle con metallicità  $Z$ . Con  $p(z', Z)$  si indica la distribuzione della metallicità stellare, che si assume essere una distribuzione normale avente media  $\mu(z')$  pari alla metallicità stellare media, e deviazione standard  $\sigma_Z$ , detta anche *metallicity spread*. L'equazione che descrive  $p$  è riportata di seguito

$$p(z', Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Z^2}} \exp - \frac{\left[\log\left(\frac{Z}{Z_{\odot}}\right) - \mu(z')\right]^2}{2\sigma_Z^2}, \quad (1.5)$$

ove con  $Z_{\odot}$  si indica la metallicità solare, mentre  $\mu(z')$ , come detto in precedenza, è la metallicità stellare media in funzione del redshift, modellizzata da

$$\mu(z) = \log\left(\frac{Z(z)}{Z_{\odot}}\right) = \log(a) + b z. \quad (1.6)$$

Maggiori approfondimenti sulla relazione tra  $\mathcal{R}$  e la metallicità verranno dati nella relativa sezione di questo capitolo.

Di seguito verranno sinteticamente riportati alcuni dei risultati delle simulazioni effettuate utilizzando il codice CosmoRate, nelle quali è stato possibile variare i singoli parametri di interesse e osservarne l'influenza sulla densità del tasso di fusione per binarie di buchi neri.

Questo elaborato tuttavia non tratterà l'analisi estesa dell'influenza di ciascuno di questi parametri (per la quale si rimanda a [10]), bensì si concentrerà sulla relazione della densità del tasso di fusione con metallicità e densità del tasso di formazione stellare, affrontati più nel dettaglio nelle sezioni dedicate.

I parametri che è possibile variare sono: la frazione di energia orbitale trasmessa all'involucro di gas che circonda il sistema binario, indicata con  $\alpha_{CE}$ , la distribuzione dei *natal kicks*, ovvero valori di impulso trasferiti ai residui compatti facenti parte della binaria nel momento in cui viene espulso l'involucro gassoso di una delle due stelle, i parametri  $a$  e  $b$ , che descrivono l'andamento della metallicità stellare in funzione del redshift, e infine il parametro  $\psi(0)$  di normalizzazione della densità del tasso di formazione stellare.

Ciascuno di questi ha un'influenza differente su  $\mathcal{R}$ : verranno pertanto trattati separatamente.

## Common envelope

Il primo parametro analizzato è  $\alpha_{CE}$ , che regola quale frazione di energia del sistema binario verrà trasferita all'involucro gassoso che circonda il sistema stesso durante la fase di *inspiral*, denominato anche *common envelope*, determinando indirettamente quanta parte dell'energia iniziale potrà trattenere il sistema.

Tale variabile è particolarmente importante: infatti, durante la fase di *common envelope* la binaria compatta è soggetta ad una graduale perdita di energia, che causerà a sua volta una diminuzione della separazione orbitale tra le due componenti. Se l'involucro gassoso trattiene la maggior parte dell'energia, questo viene espulso velocemente dal sistema impedendo alla binaria compatta di restringersi efficientemente durante questa fase, ritardando la fusione; pertanto, in queste condizioni, il numero di *merger* presenti nell'unità di tempo diminuirà e così anche la densità del tasso di fusione.

Tale affermazione è agevole da verificare graficamente osservando Figura 1.1: nel grafico, a diversi colori corrispondono diversi valori di  $\alpha_{CE}$  utilizzati nella simulazione, e si nota un drastico abbassamento di  $\mathcal{R}$  in concomitanza con la crescita del valore di  $\alpha_{CE}$ .

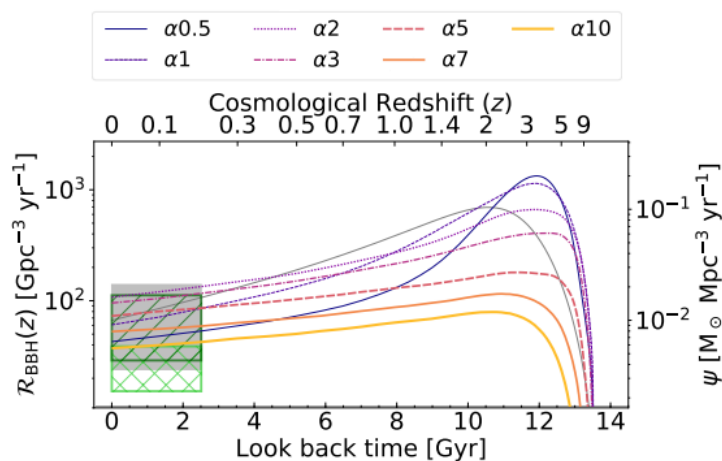


Figura 1.1: Influenza della variazione di  $\alpha_{CE}$  su  $\mathcal{R}$

In Figura 1.1, come nelle successive, con la linea grigia sottile si descrive l'andamento di  $\psi(z)$ , mentre la zona ombreggiata delimita l'intervallo di credibilità del 90%.

## Natal kick

Considerando ora i *natal kick*, si può osservare che questi tendano genericamente ad abbassare il valore di  $\mathcal{R}$ : in effetti, dal momento che questa quantità rappresenta un impulso trasferito dagli strati più esterni di una stella al cosiddetto *compact remnant*, ovvero gli strati più interni collassati in un oggetto compatto, tenderà ad avere un effetto distruttivo sull'equilibrio del sistema binario portandolo addirittura alla rottura della binaria compatta se le forze in gioco risultano eccessive, abbassando quindi il numero di binarie presenti e così anche  $\mathcal{R}$ .

In questo caso tuttavia CosmoRate permette non tanto di decidere i singoli valori dei *natal kick* quanto la distribuzione da cui i valori sono randomicamente estratti; una rappresentazione riassuntiva dei vari modelli utilizzati e l'andamento della *merger rate density* è riportata in Figura 1.2 per completezza.

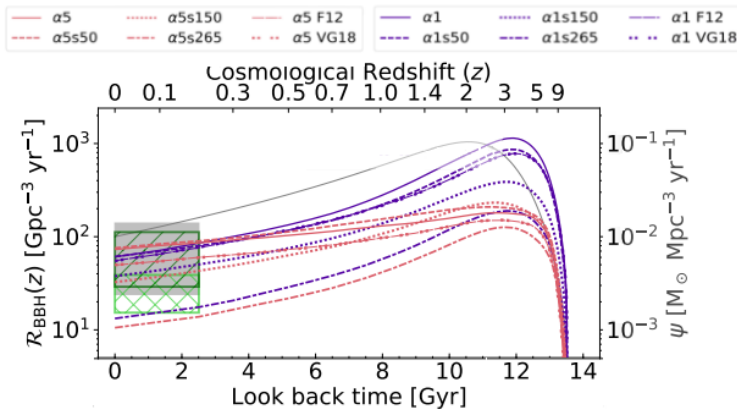


Figura 1.2: Influenza della variazione dei *natal kick* su  $\mathcal{R}$ .

I diversi colori delle linee nel grafico corrispondono a differenti valori di  $\alpha_{CE}$  assunti nelle simulazioni, mentre i vari tipi di linea indicano i modelli utilizzati per i *natal kick*.

## 1.1 Star formation rate density

La densità del tasso di formazione stellare, descritta dall'equazione 1.3, è una quantità che permette di dare informazioni sulla quantità di stelle presenti al variare del redshift.

Per poterla ricavare, si immagini di fissare un dato redshift  $z$  e poter misurare la massa in stelle presente in un dato volume che sia rappresentativo dell'universo a redshift  $z$ ; ripetendo il procedimento considerando ogni volta redshift differenti, è possibile inferire una curva che sia rappresentativa dell'andamento della densità del tasso di formazione stellare in funzione del redshift, ottenendo l'equazione vista in precedenza.

Figura 1.3, tratta da [6], mostra il risultato di questa procedura. In figura si possono apprezzare anche le barre di errore sui dataset utilizzati al fine della procedura, indicati ognuno con un colore differente.

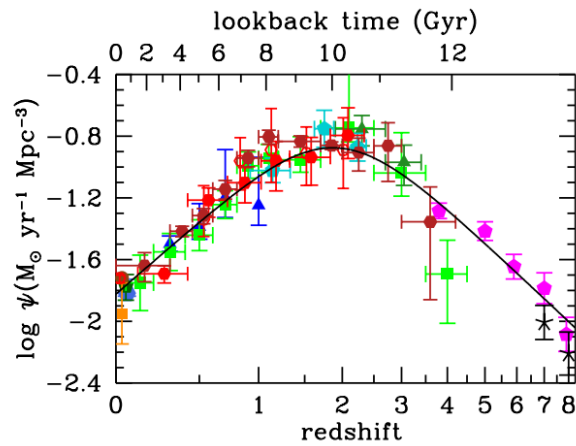


Figura 1.3: Andamento di  $\psi(z)$  al variare del redshift.

Nel contesto dello studio della *merger rate density*, si può dire che la *star formation rate density* assuma un ruolo estremamente importante nella ricerca dell'origine delle binarie di buchi neri di cui osserviamo i segnali.

Infatti, tenendo in considerazione il range di frequenze in cui LIGO e Virgo hanno ricevuto onde gravitazionali, che permette di ricavare informazioni sulla massa e sulla distanza dei sistemi coinvolti, e anche la somiglianza tra l'andamento modellizzato della *merger rate density* e quello della *star formation rate density* nei grafici precedenti, è possibile formulare l'ipotesi che i segnali registrati siano provenienti da buchi neri coalescenti di origine stellare.

Nel caso in cui l'ipotesi fosse corretta, pertanto, si dovrebbe osservare una significativa similarità tra l'andamento della densità del tasso di formazione stellare e quello del tasso di fusione inferito dai segnali registrati.

Al fine di effettuare un confronto quantitativo, si sceglie di considerare il tasso di fusione fino a valori di redshift  $z \sim 1$ , ovvero l'intervallo di redshift osservato da LIGO e Virgo, e se ne modella l'andamento con una power law, ricavando l'equazione

$$\mathcal{R} \propto (1+z)^\lambda \quad (1.7)$$

Osservando l'equazione 1.3, si può notare come essa abbia un andamento proporzionale a  $\propto (1+z)^{2.6}$ : ci si aspetta quindi che, nel caso in cui le due funzioni sottostiano ad un qualche rapporto di parentela, il valore previsto per il parametro  $\lambda$  di  $\mathcal{R}$  sia all'incirca 2.6.

Il risultato ottenuto dalle simulazioni effettivamente trova valori di  $\lambda$  simili a 2.6 ma leggermente minori, rendendo l'andamento di  $\mathcal{R}$  meno piccato rispetto a quello di  $\psi(z)$ , come si può vedere nella Figura 1.4. Tale lieve discrepanza si ipotizza sia dovuta alla distribuzione di un parametro utilizzato nella simulazione, il *delay time*, ovvero l'intervallo di tempo trascorso tra la formazione della binaria compatta e la sua fusione.

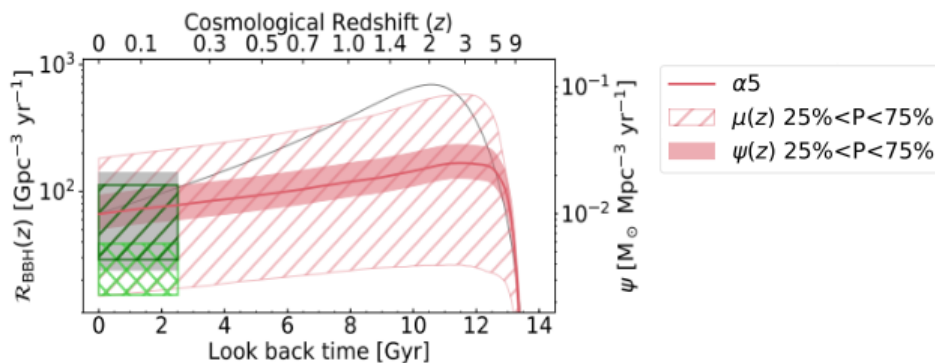


Figura 1.4: Confronto tra andamento dell'approssimazione di  $\mathcal{R}$  con  $\psi$ .

Nel grafico, con la linea grigia sottile è indicata la SFRD, con la linea rossa viene tracciato l'andamento di  $\mathcal{R}$  simulata con  $\alpha_{CE} = 5$  mentre la zona ombreggiata di grigio è il merger rate density dei buchi neri binari ottenuto dalla collaborazione LIGO-Virgo: l'area mostra l'intervallo di credibilità del 90%. Si può notare inoltre la presenza di zone tratteggiate di verde: queste delimitano anch'esse l'intervallo di credibilità del 90%, ma fanno riferimento a cataloghi di popolazione differenti: infatti, per la zona ombreggiata grigia è stato utilizzato il primo catalogo, ovvero GWTC-1 (per maggiori dettagli si veda [1]); le zone verdi, invece, sono dovute a due analisi differenti del secondo catalogo, GWTC-2, per le quali si rimanda a [3]. Per un'analisi equivalente ma riguardante il catalogo GWTC-3 si fa riferimento a [2].

Infine, le zone ombreggiate e tratteggiate di rosso delimitano i valori ottenuti per  $\mathcal{R}$  variando rispettivamente il parametro di normalizzazione di  $\psi(z)$  e i parametri descrittivi per  $\mu(z)$ .

Un'ulteriore similitudine grafica tra gli andamenti dei  $\mathcal{R}$  e  $\psi$  si può ritrovare nella figura successiva (Fig. 1.5), tratta da [5]. In questo caso l'andamento è lievemente diverso da quanto affermato per il grafico precedente poiché si è scelto di considerare un redshift  $z \leq 1.5$  e un catalogo di osservazioni diverso.

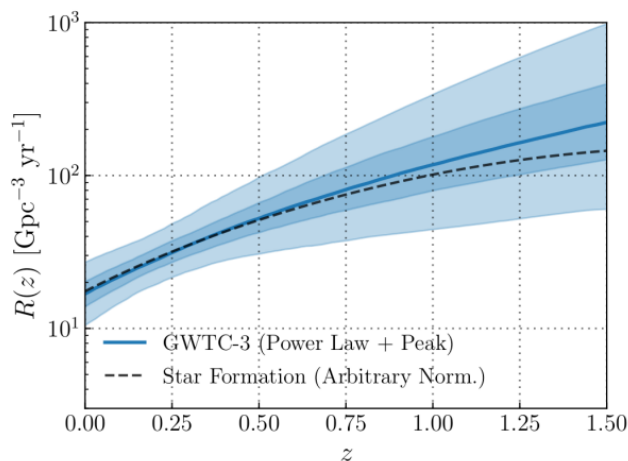


Figura 1.5: Confronto tra  $\mathcal{R}$  e  $\psi$  con diverso catalogo di osservazioni.

Nel codice semi-analitico CosmoRate, è possibile variare il parametro di normalizzazione della densità del tasso di formazione stellare, indicato con  $\psi(0)$ . È possibile notare che all'aumento del valore di tale variabile corrisponde un lieve aumento nel valore di  $\mathcal{R}$ ; quanto appena descritto è visibile in Figura 1.6, dove sono stati indicati con diversi tipi di linea i due redshift considerati, e con differenti colori i valori di  $\alpha_{CE}$  utilizzati.

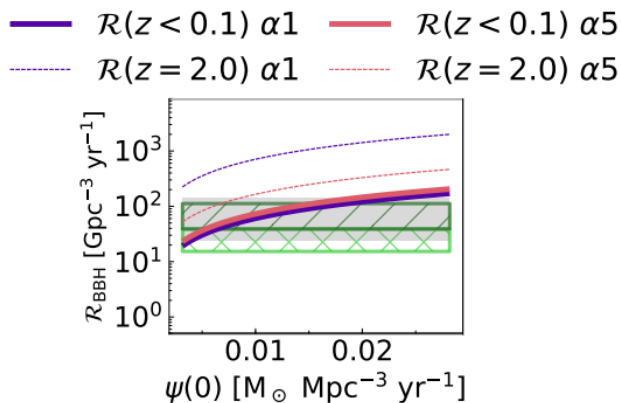


Figura 1.6: Influenza del parametro di normalizzazione  $\psi(0)$  su  $\mathcal{R}$ .

## 1.2 Metallicità

Con il termine metallicità si definisce essenzialmente la quantità adimensionale che indica la frazione in massa di elementi di materia diversi da idrogeno ed elio all'interno di un determinato oggetto.

Tuttavia, ai fini dell'analisi di questo elaborato non si utilizzerà la metallicità vera e propria nelle simulazioni, bensì la metallicità media stellare, descritta dall'equazione 1.6, e la distribuzione della metallicità stellare, riportata in equazione 1.5.

La prima di queste due quantità si può ottenere a livello teorico immaginando di fissare il valore  $z$  del redshift e supponendo di essere in grado di calcolare il valore medio della metallicità per la massa in stelle prevista dalla densità del tasso di formazione stellare.

Per ottenere l'andamento in funzione di  $z$  di  $\mu$  si immagina di agire in maniera simile al caso per la *star formation rate density*; vengono considerati diversi valori di redshift e si cerca di inferire una funzione che interpoli i valori ottenuti per ciascun singolo redshift. Il risultato di questo procedimento è l'equazione

$$\log\left(\frac{Z(z)}{Z_{\odot}}\right) = 0.0153 - 0.074 z^{1.34}, \quad (1.8)$$

il cui andamento è graficato in Figura 1.7, tratta da [7].

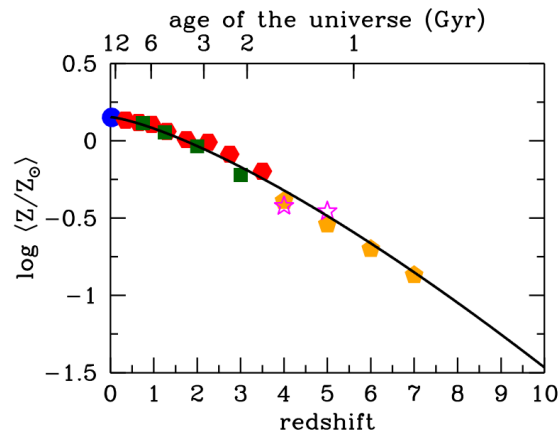


Figura 1.7: Andamento di  $\log\left(\frac{Z}{Z_{\odot}}\right)$ .

Come è possibile notare, l'andamento prevede una netta diminuzione della metallicità in seguito all'aumento del redshift, che risulta essere coerente con l'ipotesi di un universo primordiale costituito in netta prevalenza da elementi leggeri e, dunque, aventi metallicità quasi nulla.

Considerando ora la seconda quantità, la distribuzione della metallicità stellare, si può affermare che essa sia una relazione che permette di rispondere alla necessità di modellizzare i valori di metallicità simulati, assumendo che essi appartengano ad una distribuzione log-normale con media pari a  $\mu$  e deviazione standard pari a  $\sigma_Z$ .

È importante tenere in considerazione che il parametro  $\sigma_Z$  ha l'obiettivo di provare a descrivere il modo in cui si distribuiscono i valori di metallicità rispetto al valore medio dell'universo al variare del redshift.

La problematica implicita nella questione, tuttavia, è che la misura di valori di metallicità è estremamente complessa e tutt'oggi ancora in via di sviluppo a causa di criticità insite sia nella calibrazione delle misure, sia nel metodo di misura; infatti, per avere una misura accurata della metallicità media

delle stelle nell'Universo sarebbe necessario innanzitutto supporre che la loro distribuzione sia omogenea, e in secondo luogo avere una calibrazione universale che ci permetta di passare dalle osservabili astrofisiche al valore della metallicità.

Di conseguenza, nello scegliere una distribuzione per i valori di metallicità si decide di considerare la più semplice tra quelle in accordo con le misure osservative, ovvero una distribuzione log-normale. Nonostante sia stata assunta una distribuzione che sembra descrivere in maniera coerente i valori, è presente un'ulteriore complicazione: infatti, non riuscendo a definire una vera e propria distribuzione per la metallicità, non è neppure detto che abbia senso parlare a tutti gli effetti di una distribuzione, in quanto la metallicità è una quantità che varia in maniera considerevole anche solo da una galassia all'altra, rendendo arbitrario addirittura parlare di un valore medio per la metallicità nell'universo.

Nelle riflessioni che seguiranno, tuttavia, le criticità appena esaminate verranno messe da parte e si immaginerà di poter considerare che sia possibile definire un valore medio ed una distribuzione per i valori di metallicità.

Nel corso delle simulazioni effettuate con CosmoRate, è stato possibile simulare l'andamento di  $\mathcal{R}$  considerando diversi valori per la metallicità, variando al contempo il valore di  $\alpha_{CE}$ ; i risultati di tali simulazioni sono riportati all'interno del grafico riassuntivo sottostante (Figura 1.8), dove con diversi colori vengono indicati differenti valori di  $Z$  e sono stati separati i risultati delle simulazioni con tre diversi valori di  $\alpha$ .

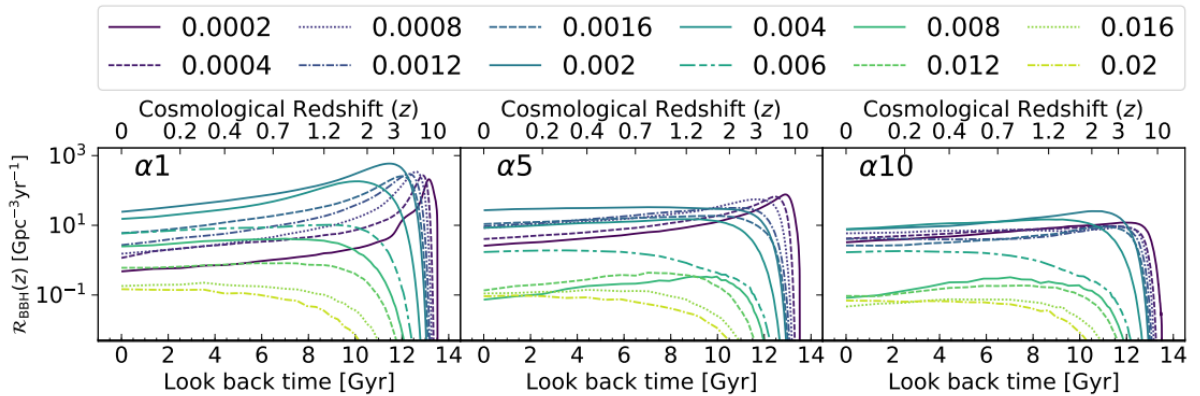


Figura 1.8: Andamento di  $\mathcal{R}$  al variare della metallicità  $Z$

È agevole notare dai grafici come  $\mathcal{R}$  sia fortemente influenzata dalla metallicità e si abbassi drasticamente all'aumentare di  $Z$ , suggerendo che la *merger rate density* sia addirittura ordini di magnitudine maggiore per stelle povere di metalli.

In generale, l'impatto della variazione della metallicità è dovuto principalmente ad uno dei parametri che descrivono il valore  $\mu$ , ovvero  $b$ , che rappresenta oltretutto una delle maggiori fonti di incertezza sul valore e l'andamento di  $\mathcal{R}$ , probabilmente per via delle problematiche precedentemente elencate. Figura 1.9 riporta i risultati delle simulazioni di  $\mathcal{R}$ , dove sono stati variati tre parametri che riguardano sia l'evoluzione del valore medio della metallicità con il redshift,  $a$  e  $b$ , sia la distribuzione dei singoli valori attorno alla media, ossia  $\sigma_Z$ .

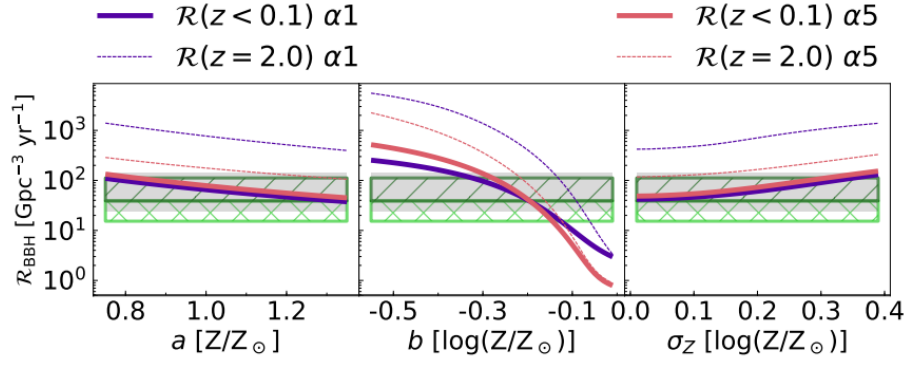


Figura 1.9: Influenza dei parametri descrittivi per la metallicità su  $\mathcal{R}$

Osservando la figura si nota che  $\mathcal{R}$  non è eccessivamente sensibile a variazioni di  $a$  e  $\sigma_z$ , sebbene presenti comunque una lieve diminuzione nel primo caso e un leggero aumento nel secondo. Osservando la risposta di  $\mathcal{R}$  a variazioni di  $b$ , invece, si nota un'influenza piuttosto importante, che dà ulteriore prova di una forte connessione presente tra la *merger rate density* e la metallicità.



## Capitolo 2

# Analisi con CosmoRate

All'interno di questa sezione verrà analizzata maggiormente nel dettaglio l'azione di tre parametri sulla densità del tasso di fusione utilizzando direttamente il codice semianalitico CosmoRate, con il quale sono stati prodotti anche i grafici riportati nel capitolo precedente.

I parametri che si è scelto di studiare e variare sono: la deviazione standard della distribuzione di metallicità  $\sigma_Z$  presente in equazione 1.5, il parametro di normalizzazione della *star formation rate density*  $\psi(0)$ , che in equazione 1.3 è pari a  $0.01 M_{\odot} \text{Mpc}^{-3} \text{yr}^{-1}$ , ed infine la pendenza della metallicità media, identificata in equazione 1.6 con  $b$ .

### 2.1 CosmoRate

Per poter meglio comprendere come sono stati ricavati i risultati delle simulazioni riportati sia nel primo capitolo sia nella sezione successiva, è opportuno dare una breve descrizione del codice utilizzato. Come accennato nel capitolo precedente, CosmoRate è un codice semi-analitico open source in Python, il cui scopo principale è produrre una valutazione del valore della densità del tasso di fusione di binarie compatte al variare del redshift.

Essenzialmente il programma accetta in ingresso una serie di parametri modificabili a piacere dall'utilizzatore che permettono un controllo completo della simulazione e combina l'effetto delle variabili inserite con una serie di cataloghi di oggetti binari, ottenuti da sintesi di popolazioni di binarie.

### 2.2 Variazione di parametri

Vengono ora riportati i risultati delle simulazioni effettuate, dove il valore di ognuna delle variabili di interesse verrà modificato individualmente, lasciando fissati gli altri ai valori di default, al fine di poter osservare solo ed esclusivamente l'azione del singolo parametro; ognuna delle variabili verrà trattata singolarmente nella sezione ad essa dedicata.

#### Metallicity spread

Come già accennato in precedenza, la deviazione  $\sigma_Z$  della distribuzione di metallicità  $p$  è responsabile della larghezza della log-normale che descrive come si distribuiscono le singole metallicità stellari rispetto alla media dell'universo.

Per indagare l'azione di questo parametro sulla densità del tasso di fusione, si è scelto di variarne il valore da quello adottato come default, ovvero  $\sigma_Z = 0.20$ , riportato in [7].

Sono state effettuate quattro diverse simulazioni, ciascuna con un valore diverso per  $\sigma_Z$ ; i risultati sono riportati in Figura 2.1, in modo da poterli confrontare.

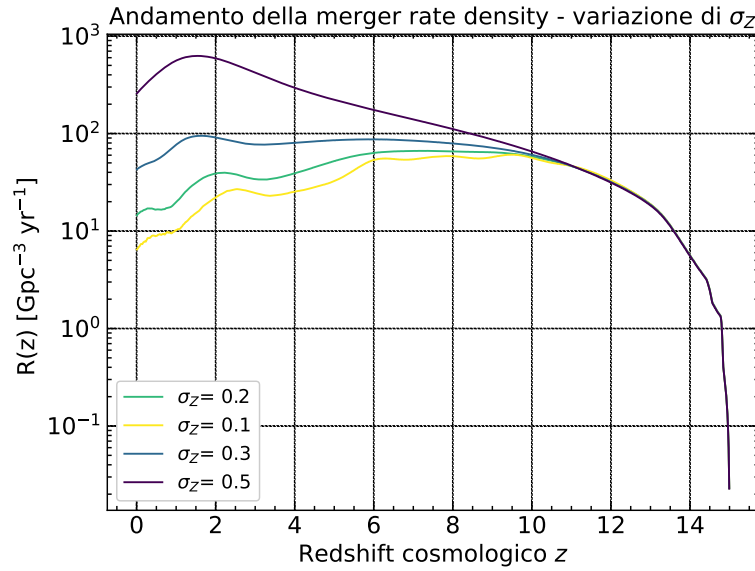


Figura 2.1: Risultato della variazione di  $\sigma_Z$

È possibile notare come, aumentando il valore del *metallicity spread*, si abbia una sensibile crescita di  $\mathcal{R}$ , soprattutto per valori di  $z$  ridotti; considerando, invece, redshift maggiori si nota una decrescita nell'andamento di  $\mathcal{R}$ .

Per spiegare un andamento di questo genere è opportuno considerare che ad un incremento nel valore di  $\sigma_Z$  consegue una maggiore larghezza della distribuzione log-normale che descrive le metallicità. Pertanto, se si pensa alla distribuzione  $p$  come ad una gaussiana, è possibile intuire che aumentando la larghezza della gaussiana crescerà anche la probabilità di simulare stelle con metallicità lontane dalla media dell'universo.

Un'ulteriore considerazione di fondamentale importanza è legata all'andamento della *merger efficiency*  $\eta$ , descritta dall'equazione 1.2. Infatti quest'ultima risulta essere un parametro molto utile ai fini dell'analisi del tasso di fusione di oggetti compatti, in quanto costituisce essenzialmente un modo di descrivere l'efficienza con la quale fondono gli oggetti binari compatti simulati senza effettuare assunzioni in merito alla SFRD e alla metallicità, diversamente da quanto è necessario fare, invece, con la densità del tasso di fusione  $\mathcal{R}$ : risulta chiara, quindi, l'importanza dello studio del comportamento di  $\eta$  allo scopo di fare previsioni su quello della *merger rate density*.

Si consideri ora l'andamento di  $\eta$  al variare della metallicità, riportato per maggiore chiarezza in Figura 2.2.

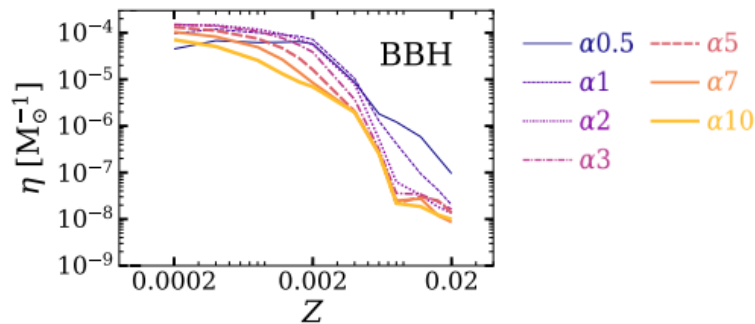


Figura 2.2: Andamento della *merger efficiency* in funzione della metallicità

Come è possibile notare, il valore di  $\eta$  cresce in modo molto rapido in risposta alla diminuzione della metallicità.

Pertanto, se a quest'ultima osservazione si unisce un maggiore *spread* dei valori di metallicità simulati, ne consegue che l'evoluzione della *merger rate density* in risposta alla variazione di  $\sigma_Z$  risultante dalle simulazioni è ragionevole. Per mostrare la veridicità di questa affermazione, si consideri innanzitutto l'andamento di  $\mathcal{R}$  a redshift ridotti; in questo caso, si avrà un incremento nella componente di stelle povere di metalli dovuta all'incremento della larghezza di  $p$ : ricordando quanto detto sull'evoluzione di  $\eta$ , risulterà chiaro che  $\mathcal{R}$  sarà destinata a crescere con  $\sigma_Z$ .

Se d'altro canto si considerano ora valori di  $z$  più elevati, sarà necessario fare il ragionamento opposto, poiché un maggior *spread* nei valori di metallicità simulati incrementerà la componente di stelle ricche di metalli, comportando un calo nel valore di  $\mathcal{R}$ .

### Parametro di normalizzazione SFRD

In queste simulazioni è stato modificato il parametro di normalizzazione della *star formation rate density*, il cui valore impostato come predefinito all'interno del codice CosmoRate è tratto da [7] e, come detto in precedenza nella parte introduttiva di questa sezione, risulta essere pari a  $\psi(0) = 0.01 \text{ M}_\odot \text{ Mpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$ .

Nelle simulazioni effettuate, il valore di  $\psi(0)$  è stato variato di circa mezzo ordine di grandezza; i risultati sono riportati in Figura 2.3.

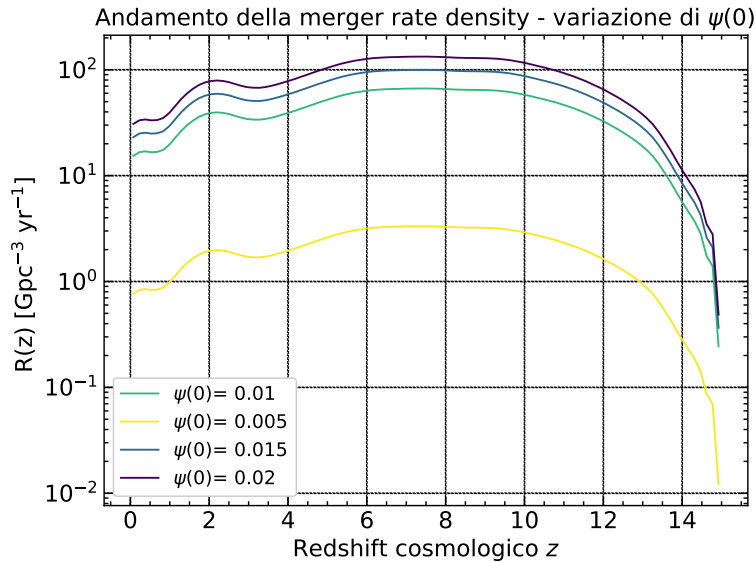


Figura 2.3: Risultato della variazione di  $\psi(0)$ .

È agevole notare che in corrispondenza dell'aumento del valore del parametro di normalizzazione della densità del tasso di formazione stellare si ha una traslazione verso l'alto della funzione che descrive  $\mathcal{R}$  in funzione del redshift: tale risultato è coerente con quello già introdotto in precedenza nella Figura 1.6 dove si vede che, a redshift fissato, l'accrescimento di  $\psi(0)$  comporta un incremento nel valore della densità del tasso di fusione.

La motivazione per questo effetto è da ricercarsi nella scelta di utilizzare un parametro di normalizzazione dal valore più elevato ma lasciando fissati i parametri che regolano la *initial mass function*: ciò comporta che non vengano variate le masse delle stelle simulate, cosa che avrebbe potuto influenzare la percentuale di buchi neri formati rispetto al totale delle stelle simulate, e venga cambiato semplicemente il numero totale di stelle considerate, mantenendo inalterato dunque l'andamento di  $\mathcal{R}$  e traslandolo verso l'alto.

## Pendenza della metallicità media

L'ultimo parametro di cui è stato modificato il valore è  $b$ , che rappresenta la pendenza della retta che descrive l'andamento della metallicità media dell'universo, espressa nel capitolo precedente dall'equazione 1.6. Il valore iniziale di  $b$ , ovvero quello utilizzato come predefinito dal programma, è  $b = -0.074$ , tratto da [7].

In maniera analoga ai casi precedenti, dunque, si è fatto variare il parametro di interesse, producendo una simulazione per ogni valore scelto; il risultato complessivo è riportato in Figura 2.4.

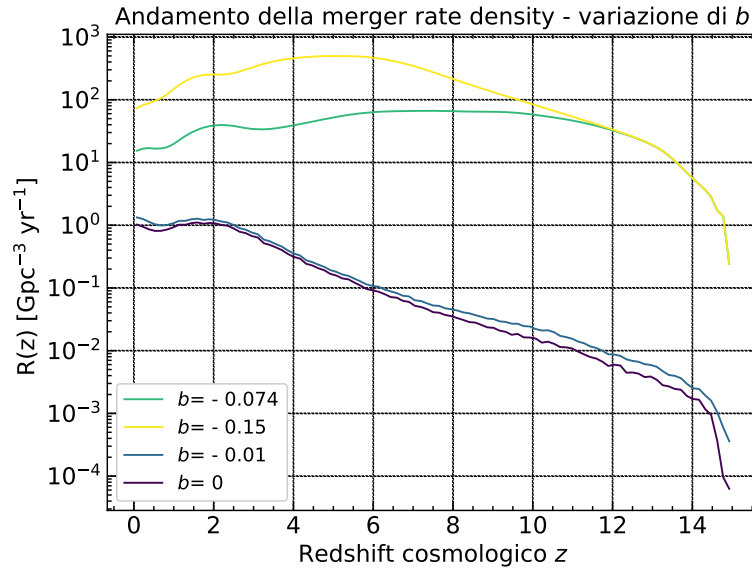


Figura 2.4: Risultato della variazione di  $b$ .

In questo caso si può osservare che la modifica di  $b$  ha prodotto una variazione nell'andamento di  $\mathcal{R}$ : infatti, aumentando il valore della *slope*  $b$  si ha, ad ogni redshift, un drastico abbassamento della *merger rate density* rispetto a quella originale, indicata nel grafico con il colore verde.

La motivazione per un comportamento così peculiare è da ricercarsi nel significato che  $b$  riveste nella descrizione della metallicità media stellare: questo coefficiente, infatti, delinea in modo intuitivo quanto velocemente decresce il valore della metallicità in funzione del redshift. Di conseguenza, diminuendo il valore di  $b$  la metallicità decrescerà più velocemente e, considerando l'andamento della *merger efficiency* in presenza di metallicità ridotta, si osserverà una crescita generale nel valore della *merger rate density* specialmente a basso redshift, come si intuisce osservando la linea gialla.

Nel caso in cui il valore di  $b$  aumentasse, invece, si verificherà un comportamento opposto, in quanto la metallicità decresce più lentamente; tale comportamento si può osservare sia nella linea blu che in quella viola, sebbene quest'ultima rappresenti una simulazione in cui la metallicità media rimane costante al variare del redshift.

Come ulteriore conferma che le *merger rate density* simulate risultano coerenti con i risultati esposti nel capitolo precedente, si può fare riferimento alla Figura 1.9: infatti è immediato notare che all'aumento di  $b$  corrisponde una diminuzione di  $\mathcal{R}$ , come nel caso di Figura 2.4.

## Capitolo 3

# Conclusioni

Lo scopo principale di questo elaborato è stato dare una panoramica sullo stato dell'arte dell'ambito di studio riguardante l'evoluzione dei sistemi binari compatti attraverso la storia cosmica analizzando diversi valori di redshift, concentrandosi in particolare sui sistemi binari di buchi neri.

Tale compito è stato svolto in primo luogo fornendo una panoramica riguardo le binarie compatte ed il modo di rilevazione delle stesse tramite le onde gravitazionali da loro emesse; la trattazione si è poi concentrata sull'analisi e modellizzazione della densità del tasso di fusione per i sistemi coalescenti, elemento fondamentale per lo studio delle binarie di buchi neri, dapprima presentando la quantità in sé e la sua importanza, ed in seguito esaminando i fattori che possono influenzarne l'andamento.

Dal momento che i dati sperimentali per redshift superiore a 1 risultano assenti, al fine di indagare l'andamento della densità del tasso di fusione al variare del redshift sono stati utilizzati i risultati di alcune simulazioni prodotte dal codice semi-analitico CosmoRate, il quale permette di avere un controllo totale su tutti i parametri inseriti, garantendo la possibilità all'utente di analizzare separatamente l'influenza delle singole variabili di interesse.

I parametri su cui ha posto l'attenzione questa tesi sono la densità del tasso di fusione e la metallicità. Per quanto riguarda la prima delle due quantità, osservando i modelli prodotti da CosmoRate, è stato possibile notare che l'andamento della *merger rate density* a redshift  $z \leq 1$  risulta essere molto simile a quello della *star formation rate density*, permettendo di affermare che la densità del tasso di fusione inferita dai risultati sperimentali sia compatibile con l'ipotesi di segnali provenienti binarie di buchi neri di origine stellare.

Concentrandosi invece sulla seconda, si può riscontrare che la densità del tasso di fusione manifesta una forte dipendenza dalla metallicità, che risulta in una sensibile diminuzione di  $\mathcal{R}$  in concomitanza con l'aumento di  $Z$ , visibile chiaramente in Figura 1.8.

Con l'ausilio di CosmoRate, è stato poi possibile effettuare nuove simulazioni dove sono stati studiati singolarmente gli effetti di tre ulteriori variabili, ovvero il *metallicity spread*, il parametro di normalizzazione della *star formation rate density* e la pendenza della retta che descrive la metallicità media stellare in funzione del redshift.

Considerando i risultati ottenuti variando il *metallicity spread*  $\sigma_Z$ , è stato possibile concludere che la *merger rate density* per binarie compatte aumenta in concomitanza con l'aumento di  $\sigma_Z$ , come si può vedere in Figura 2.1; tale comportamento è dovuto all'effetto di un maggiore *spread* nei valori di metallicità combinato con l'andamento dell'efficienza di *merger* al variare della metallicità.

Per quanto riguarda invece il parametro di normalizzazione  $\psi(0)$ , si è notato che aumentandone il valore si osserva una traslazione verso l'alto di  $\mathcal{R}$ , dovuta all'aumento del numero iniziale di stelle simulate.

Concentrandosi infine sulle simulazioni in cui è stata variata la *slope*  $b$ , si osserva che ad un incremento nel valore di questo parametro corrisponde una forte diminuzione di  $\mathcal{R}$ , causata dalla diversa

evoluzione della metallicità media stellare  $\mu$  in funzione del redshift.

Nonostante le previsioni per la densità del tasso di fusione di binarie di buchi neri di cui si è discusso all'interno dell'elaborato siano confrontabili con i dati sperimentali unicamente per redshift minori di 1, i modelli studiati e sviluppati rivestono comunque un'importanza fondamentale al fine di possibili confronti con i risultati che verranno registrati dai detector di nuova generazione: questi, infatti, potranno permettere un confronto con le simulazioni ed i modelli attualmente in via di sviluppo fino a  $z$  pari a 30.

Per poter dare un'idea dell'enorme potenziale degli strumenti che potrebbero venire realizzati in futuro si osservi la Figura 3.1, tratta dallo studio [8], ove vengono confrontati i possibili range di osservazione dei singoli osservatori.

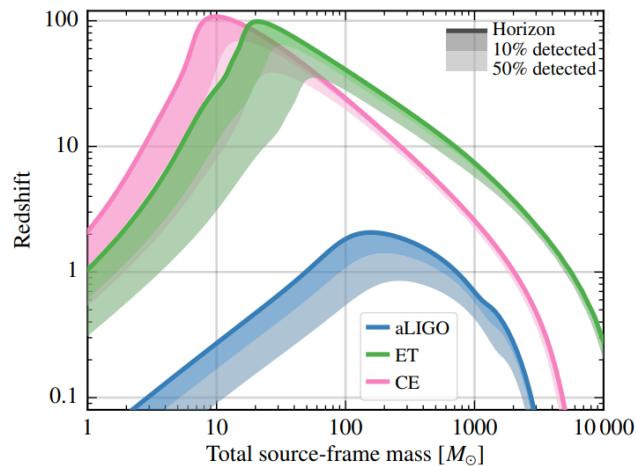


Figura 3.1: Confronto tra range di osservazione predetti per detector di nuova generazione.

Il grafico riporta in ordinata il massimo redshift a cui potrebbe venire osservata una binaria compatta con massa totale indicata dall'ascissa corrispondente.

Vengono indicati con colori diversi i risultati relativi a tre diversi detectors: advanced LIGO, Einstein Telescope<sup>1</sup> e Cosmic Explorer.

La figura precedente appare carica di promesse per le future osservazioni; tuttavia sono ancora presenti diverse criticità dovute non solo alle diverse possibilità per i progetti di costruzione degli strumenti e come queste impatterebbero il range di misurazione, ma anche alle difficoltà tecniche insite nella costruzione di questi interferometri, che con tutta probabilità avranno bracci di lunghezza almeno 3 volte maggiore rispetto a quelli di LIGO e Virgo.

Nonostante tutto, la realizzazione di anche solo uno di questi strumenti risulterebbe in un grande passo avanti nella rilevazione e nello studio delle binarie compatte; i dati raccolti, infatti, permetteranno di perfezionare i modelli ad oggi disponibili, consentendo di studiare oggetti formati agli albori della vita dell'universo.

<sup>1</sup>Per uno studio più approfondito ed aggiornato sull'impatto di differenti design sulle possibili rilevazioni di Einstein Telescope si rimanda a [4].

# Appendice

## Formule semplificate per onde gravitazionali

La relazione che descrive la frequenza delle onde gravitazionali è data da

$$\omega_{GW} = 2\sqrt{\frac{G(m_1 + m_2)}{a^3}} \quad (3.1)$$

dove  $G$  è la costante di gravitazione universale,  $m_1$  ed  $m_2$  sono le masse dei due oggetti del sistema binario ed  $a$  è la distanza tra i due corpi (?).

La relazione che riguarda l'ampiezza, invece, è

$$h \sim \frac{8G^2 M^2}{rac^4} \quad (3.2)$$

con  $h$  ampiezza dell'onda gravitazionale,  $M$  massa totale della binaria,  $r$  distanza dall'osservatore e  $c$  velocità della luce.

È immediato notare che entrambe le quantità siano proporzionali ad una potenza negativa di  $a$ ; pertanto queste aumenteranno al diminuire di  $a$ .

# Bibliografia

- [1] BP Abbott, R Abbott, TD Abbott, S Abraham, Fausto Acernese, K Ackley, C Adams, Rana X Adhikari, VB Adya, C Affeldt, et al. Binary black hole population properties inferred from the first and second observing runs of advanced ligo and advanced virgo. *The Astrophysical Journal Letters*, 882(2):L24, 2019.
- [2] R Abbott, TD Abbott, F Acernese, K Ackley, C Adams, N Adhikari, RX Adhikari, VB Adya, C Affeldt, D Agarwal, et al. Population of merging compact binaries inferred using gravitational waves through gwtc-3. *Physical Review X*, 13(1):011048, 2023.
- [3] Rich Abbott, TD Abbott, S Abraham, F Acernese, K Ackley, A Adams, C Adams, RX Adhikari, VB Adya, Christoph Affeldt, et al. Population properties of compact objects from the second ligo–virgo gravitational-wave transient catalog. *The Astrophysical journal letters*, 913(1):L7, 2021.
- [4] Marica Branchesi, Michele Maggiore, David Alonso, Charles Badger, Biswajit Banerjee, Freija Beirnaert, Enis Belgacem, Swetha Bhagwat, Guillaume Boileau, Ssohrab Borhanian, et al. Science with the einstein telescope: a comparison of different designs. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2023(07):068, 2023.
- [5] The LIGO Scientific Collaboration, the Virgo Collaboration, and the KAGRA Collaboration et. al. The population of merging compact binaries inferred using gravitational waves through gwtc-3, 2022.
- [6] Piero Madau and Mark Dickinson. Cosmic star-formation history. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 52:415–486, 2014.
- [7] Piero Madau and Tassos Fragos. Radiation backgrounds at cosmic dawn: X-rays from compact binaries. *The Astrophysical Journal*, 840(1):39, 2017.
- [8] Michele Maggiore, Chris Van Den Broeck, Nicola Bartolo, Enis Belgacem, Daniele Bertacca, Marie Anne Bizouard, Marica Branchesi, Sebastien Clesse, Stefano Foffa, Juan García-Bellido, et al. Science case for the einstein telescope. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2020(03):050–050, 2020.
- [9] Filippo Santoliquido, Michela Mapelli, Yann Bouffanais, Nicola Giacobbo, Ugo N. Di Carlo, Sara Rastello, M. Celeste Artale, and Alessandro Ballone. The cosmic merger rate density evolution of compact binaries formed in young star clusters and in isolated binaries. *The Astrophysical Journal*, 898(2):152, aug 2020.
- [10] Filippo Santoliquido, Michela Mapelli, Nicola Giacobbo, Yann Bouffanais, and M Celeste Artale. The cosmic merger rate density of compact objects: impact of star formation, metallicity, initial mass function, and binary evolution. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 502(4):4877–4889, 2021.