



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Applicazione della tecnica laser di Q-switching alla
rivelazione di radiazione ionizzante

Relatore

Dott.ssa Caterina Braggio

Laureando

Enrico Bogoni

Anno Accademico 2019/2020

Indice

1	Introduzione	2
1.1	Stato dell'arte	2
1.2	Un nuovo concept di rivelatore	3
2	Laser	5
2.1	Emissione Stimolata	5
2.1.1	L'emissione stimolata	5
2.1.2	Inversione di popolazione e modello a quattro livelli	6
2.1.3	Condizione di soglia	7
2.1.4	Fattore Q e tecnica Q-switching	8
2.2	Terre rare	9
2.2.1	Configurazione atomica	10
2.2.2	Il neodimio	10
2.3	Profilo trasversale	10
2.3.1	TEM ₀₀ e fascio gaussiano	11
3	Interazione radiazione-materia	12
3.1	Radiazioni Ionizzanti	12
3.2	Produzione raggi x	12
3.3	Assorbimento della radiazione nella materia	14
4	Esperimento	16
4.1	Apparato strumentale	16
4.2	Misure di soglia energetica	17
4.2.1	Misura dell'energia dell'impulso	18
4.2.2	Misura dello spettro dell'impulso di raggi X	18
4.2.3	Interpolazione del coefficiente di attenuazione lineare	19
4.2.4	Calcolo dell'energia assorbita nel volume attivo	19
5	Conclusione	21

Capitolo 1

Introduzione

I materiali scintillatori sono alla base della rivelazione di radiazioni ionizzanti nei più svariati ambiti tra cui la sicurezza nazionale, l'imaging medico e la fisica delle alte energie.

In particolare nell'ambito della PET (Tomografia a emissione di positroni), risulta necessario migliorare la qualità delle immagini ottenute, aumentando la frazione di segnale su rumore (SNR). Una soluzione a questo problema richiede l'utilizzo dell'informazione sul tempo di volo (TOF) per localizzare con precisione il punto di emissione dei positroni e rigettare eventi di fondo al di fuori della regione interessata. La richiesta di sviluppo nel campo dei materiali scintillatori per questo ambito è quindi un miglioramento della risoluzione temporale. Infatti nel caso in cui quest'ultima potesse essere ridotta sotto i 100 ps, anche fino ai 10 ps, porterebbe ad avere un'incertezza sulla posizione di emissione di solamente 1.5 mm [4]

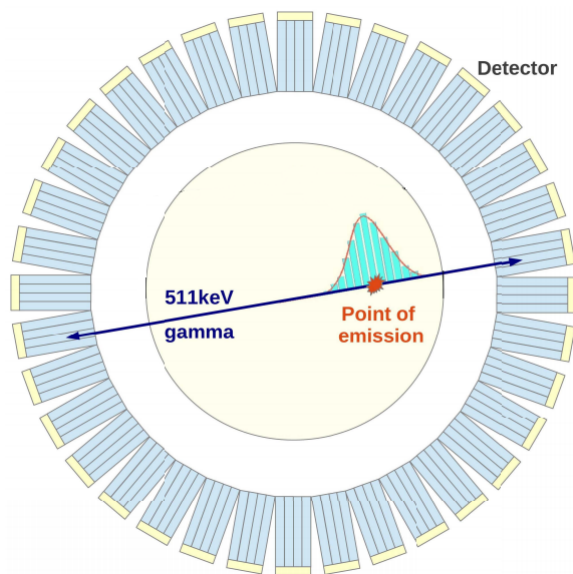


Figura 1.1: Schema di funzionamento PET: all'emissione di due fotoni a 511 keV in direzioni opposte per l'annichilazione di un positrone, la loro rilevazione in coincidenza permette di definire la retta sulla quale è avvenuta la reazione. Attraverso altre emissioni è possibile delimitare l'area in cui si trova la sorgente d'emissione di positroni. Con l'aggiunta delle informazioni del TOF sarebbe possibile definire la posizione di ogni singolo positrone. [4]

1.1 Stato dell'arte

Un'analisi dettagliata del meccanismo di produzione della luce mostra che, sebbene l'informazione temporale sia presente nel cristallo appena l'energia della radiazione incidente è convertita in coppie elettrone-lacuna, evento nell'ordine dei femtosecondi, sono richiesti alcuni nanosecondi per il rilassa-

mento e l'intrappolamento della coppia elettrone-lacuna nei centri luminescenti. Le caratteristiche richieste per il materiale scintillatore sono quindi [10]:

- Alta emissione di luce, dipendente dal "light yield" e dall'efficienza di estrazione della luce dello scintillatore;
- Breve tempo di rilassamento, correlato con la densità temporale dei fotoelettroni. Secondo la teoria di Hyman [6], infatti, la risoluzione temporale segue la formula:

$$\Delta t \propto \frac{\sqrt{\tau}}{\sqrt{\frac{N_{phe}}{ENF}}}$$

dove τ è il tempo di rilassamento, N_{phe} è il numero di fotoelettroni e ENF è il fattore di eccesso di rumore del fotorivelatore;

- Breve tempo di salita, risultato di molteplici fattori fra cui il tempo di salita del processo di scintillazione e la fluttuazione nel tempo di transito del fotone dall'emissione al fotorivelatore.

Le attuali ricerche in questa direzione si concentrano principalmente nella produzione di nuovi materiali con centri di luminescenza accoppiati il più efficientemente possibile con la struttura del cristallo, per un maggiore "light yield", e con alta probabilità di transizione radiativa, per aumentare il tempo di rilassamento. Studi dettagliati hanno mostrato che i migliori attivatori con buone proprietà temporali sono il Ce^{3+} e il Pr^{3+} .

Nella costruzione dei cristalli sono invece interessanti gli studi sui cristalli fotonici [10] atti a diminuire il tempo di trasporto dei fotoni al fotorivelatore, canalizzando i fotoni con emissione veloce nella sua direzione.

1.2 Un nuovo concept di rivelatore

L'obiettivo di questa tesi è presentare lo studio fatto nel progetto STEMS (STimulated EMission Sensor) dell'iniziativa ATTRACT, per la realizzazione di un prototipo di rivelatore in cui viene utilizzata una tecnica di scintillazione "attiva", non più basata sull'emissione spontanea ma sull'emissione stimolata di fotoni.

L'idea fondamentale è l'utilizzo di un oscillatore laser come strumento rivelatore, inserendo all'interno della cavità un materiale in grado di assorbire la radiazione incidente e produrre un cambiamento nella potenza del laser in uscita. Il laser è sempre fatto operare in condizioni di soglia, per ottenere la più alta sensibilità possibile. I possibili meccanismi che possano produrre una variazione della potenza in uscita del laser sono due:

- Nel primo, schematizzato in Fig. 1.2 in alto, la radiazione ionizzante è assorbita nel "target crystal" e porta all'eccitazione di elettroni che, per emissione stimolata, producono fotoni alla lunghezza d'onda del laser, causando un incremento temporaneo della potenza laser in uscita.
- Nel secondo, schematizzato in Fig. 1.2 in basso, a seguito dell'incidenza della radiazione ionizzante, nel "target crystal" vengono generati dei livelli energetici in grado di assorbire la lunghezza d'onda dei fotoni laser. In questo caso, la radiazione ionizzante è rivelata attraverso lo spegnimento del laser.

Studi precedentemente effettuati hanno evidenziato come il secondo meccanismo sia più promettente per ottenere tempi di risposta corti.

Nel capitolo 2 si riportano le basi teoriche e tecniche del principio di funzionamento del laser, focalizzandosi sulla tecnica del Q-switching per la sua somiglianza al meccanismo che si vuole sfruttare per la rivelazione. Vengono inoltre descritte le caratteristiche dei mezzi attivi utilizzati, in particolare del neodimio. Sono brevemente presentate la distribuzione trasversale di un fascio laser e la propagazione di fasci gaussiani

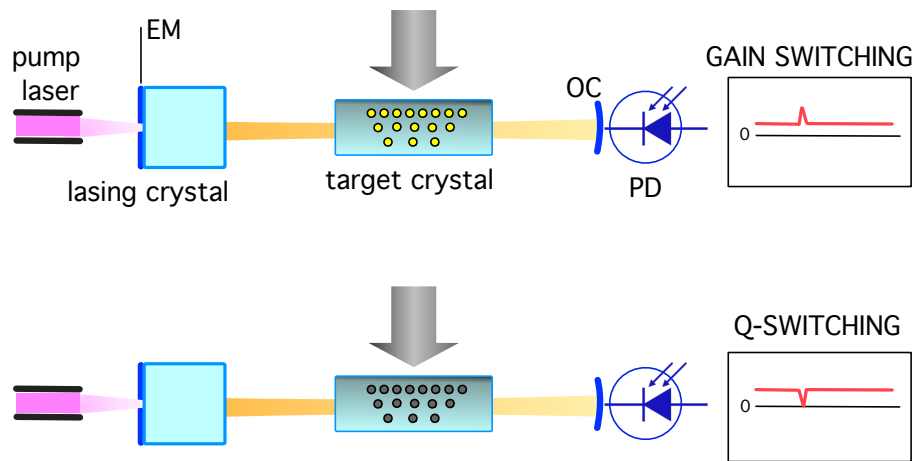


Figura 1.2: Schema dei due meccanismi di rivelazione: *in alto*) la radiazione ionizzante (freccia grigia) eccita livelli di energia nel target crystal che per emissione stimolata aumentano la potenza del laser in uscita; *in basso*) la radiazione ionizzante eccita livelli di energia in grado di assorbire i fotoni alla lunghezza d'onda del laser, diminuendo fino allo spegnimento la potenza in uscita. A destra degli schemi è visibile l'effetto della radiazione ionizzante sulla potenza in uscita dalla cavità.

Il capitolo 3 è dedicato all'interazione della radiazione con la materia, approfondendo la produzione di raggi X e l'assorbimento della radiazione elettromagnetica.

Nel capitolo 4 è stimata la soglia di energia minima per la rivelazione attraverso un test ottico. Viene descritto l'apparato strumentale, composto da una cavità laser e da una sorgente di raggi X, la radiazione ionizzante utilizzata per le misure. È brevemente presentato il metodo utilizzato per misurare l'energia dell'impulso di raggi X attraverso la carica dell'impulso di elettroni che lo ha prodotto per bremsstrahlung. È quindi descritta la misura dello spettro energetico dei raggi X e da essa, tenendo conto del coefficiente di attenuazione lineare del materiale assorbitore e della distribuzione trasversale del raggio laser, è calcolata l'energia assorbita nel volume attivo irradiato dal laser. È così possibile ricavare l'energia minima che deve essere assorbita per lo spegnimento del laser dalla carica dell'impulso di elettroni che ha generato la radiazione, di semplice misura.

Capitolo 2

Laser

2.1 Emissione Stimolata

La tecnologia laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) trova fondamento teorico principalmente nelle tesi di Albert Einstein del 1917 presenti in “*Zur Quantentheorie der Strahlung*” [5] in merito all’emissione stimolata.

2.1.1 L’emissione stimolata

Si consideri un materiale con solo due livelli di energia non degeneri E_1 e E_2 , $E_1 < E_2$, tali che il salto energetico sia $E_2 - E_1 = h\nu_{21}$, con h costante di Planck e ν_{21} frequenza del fotone emesso. Tra i due livelli sia permesso il trasferimento radiativo. Il numero totale di atomi N_{tot} sia costante e pari alla somma degli atomi al livello fondamentale N_1 e al livello eccitato N_2 . In equilibrio termico le popolazioni di questi due stati seguiranno la statistica di Boltzmann e, dette T la temperatura e k la costante di Boltzmann, la loro frazione sarà pari a

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{-(E_2-E_1)}{kT}} \quad (2.1)$$

Quando un’onda quasi monocromatica di densità di energia $\rho(\nu)$ passa attraverso il materiale considerato, alcuni dei fotoni che formano l’onda vengono assorbiti eccitando al livello energetico superiore alcuni elettroni. La popolazione del livello fondamentale quindi varierà secondo la seguente formula

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = -B_{12}\rho(\nu_{21})N_1 \quad (2.2)$$

in cui B_{12} è una costante di proporzionalità dipendente dalla sezione d’urto dei fotoni.

Quando il livello superiore di energia inizia a essere popolato grazie all’assorbimento dei fotoni, alcuni degli elettroni eccitati ritornano al livello fondamentale emettendo spontaneamente un fotone. La popolazione del secondo livello varierà seguendo la formula

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -A_{21}N_2 \quad (2.3)$$

in cui A_{21} , con unità di misura s^{-1} è la probabilità di transizione spontanea ed è caratteristica dei due livelli energetici in questione. L’emissione spontanea di un fotone è isotropa e incoerente in fase, per cui non può essere la candidata per uno strumento come il laser. L’inverso della probabilità A_{21} è detta vita media della transizione τ_{21} ed è il tempo necessario per far diminuire a $\frac{1}{e}$ il numero degli atomi al livello eccitato. L’equazione 2.3 ha soluzione

$$N_2(t) = N_2(0)e^{\frac{-t}{\tau_{21}}} \quad (2.4)$$

In una situazione di equilibrio termico, ricavando dalle precedenti formule la dipendenza di $\rho(\nu)$ dalla temperatura e confrontandola con la legge di Planck sulla radiazione di corpo nero

$$\rho(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2.5)$$

dove c è la velocità della luce, Einstein trova una discrepanza che lo porta a teorizzare un terzo processo oltre all'emissione spontanea e all'assorbimento: l'emissione stimolata. Quando un'onda quasi monocromatica di frequenza ν_{21} interagisce con degli atomi eccitati del materiale considerato, può avvenire l'emissione di un fotone con la stessa direzione, fase e frequenza del fotone incidente. La popolazione del livello eccitato varierà quindi anche seguendo

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = -B_{21}\rho(\nu_{21})N_2 \quad (2.6)$$

Combinando le tre interazioni è possibile ricavare la variazione di popolazione dei due livelli del modello in esame:

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = -\frac{\partial N_2}{\partial t} = B_{21}\rho(\nu_{21})N_2 - B_{12}\rho(\nu_{21})N_1 + A_{21}N_2 \quad (2.7)$$

in cui la prima equazione deriva dal fatto che la popolazione totale dei due livelli $N_1 + N_2$ è stata definita costante.

In condizione di equilibrio termico, le transizioni nell'unità di tempo da E_1 a E_2 devono essere uguali a quelle tra E_2 a E_1 e quindi $\frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{\partial N_2}{\partial t} = 0$. Di conseguenza

$$N_2(A_{21} + \rho(\nu_{21})B_{21}) = N_1(\rho(\nu_{21})B_{12}) \quad (2.8)$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{\rho(\nu_{21})B_{12}}{A_{21} + \rho(\nu_{21})B_{21}} \quad (2.9)$$

Confrontando l'equazione 2.9 con le equazioni 2.1 e 2.5, risulta

$$\rho(\nu_{21}) = \frac{(A_{21}/B_{21})}{(B_{12}/B_{21})e^{h\nu_{21}/kT} - 1} \quad (2.10)$$

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi\nu_{21}^3 h}{c^3} \quad e \quad B_{21} = B_{12} \quad (2.11)$$

Conoscendo il coefficiente di emissione spontanea A_{21} è quindi possibile ricavare i coefficienti di emissione stimolata e di assorbimento (equivalenti solo nel caso di orbitali non degeneri)

2.1.2 Inversione di popolazione e modello a quattro livelli

Considerando l'equazione 2.7 e trascurando il contributo dell'emissione spontanea, si possono distinguere tre diverse risposte del sistema alla presenza di un flusso di fotoni:

- $N_1 > N_2$, l'effetto dominante è l'assorbimento di fotoni;
- $N_1 = N_2$, il sistema diventa trasparente al fascio incidente;
- $N_2 > N_1$, l'intensità del fascio viene amplificata.

In condizioni di equilibrio termico la distribuzione di Boltzmann riportata in eq. 2.1 descrive un sistema in cui N_1 è tanto maggiore di N_2 quanto più è grande la differenza di energia tra i due livelli. Di conseguenza l'effetto dominante sarà sempre l'assorbimento di fotoni. Per poter utilizzare l'emissione stimolata è quindi necessario ottenere un'inversione di popolazione portando N_2 oltre la soglia di inversione ($N_1 = N_2$).

Nei laser l'inversione di popolazione è ottenuta grazie alla presenza di molteplici livelli energetici degli stati eccitati degli elettroni nei cristalli utilizzati. Sebbene i livelli utilizzati possano essere in numero molto maggiore, la tecnica utilizzata per l'inversione è ben descritta dai modelli a tre e a quattro livelli. In quest'ultimo, come mostrato in Fig. 2.2, gli elettroni del livello 0, o fondamentale, sono eccitati al livello 3, o un insieme di livelli detto banda di pompaggio, attraverso una radiazione di pompaggio la cui lunghezza d'onda differisce da quella emessa come laser. Dal livello 3 gli elettroni si diseccitano, con processi non radiativi molto veloci, al livello 2 intermedio, dal quale possono diseccitarsi ulteriormente con l'emissione di un fotone verso il livello 1. Quest'ultimo livello ha una

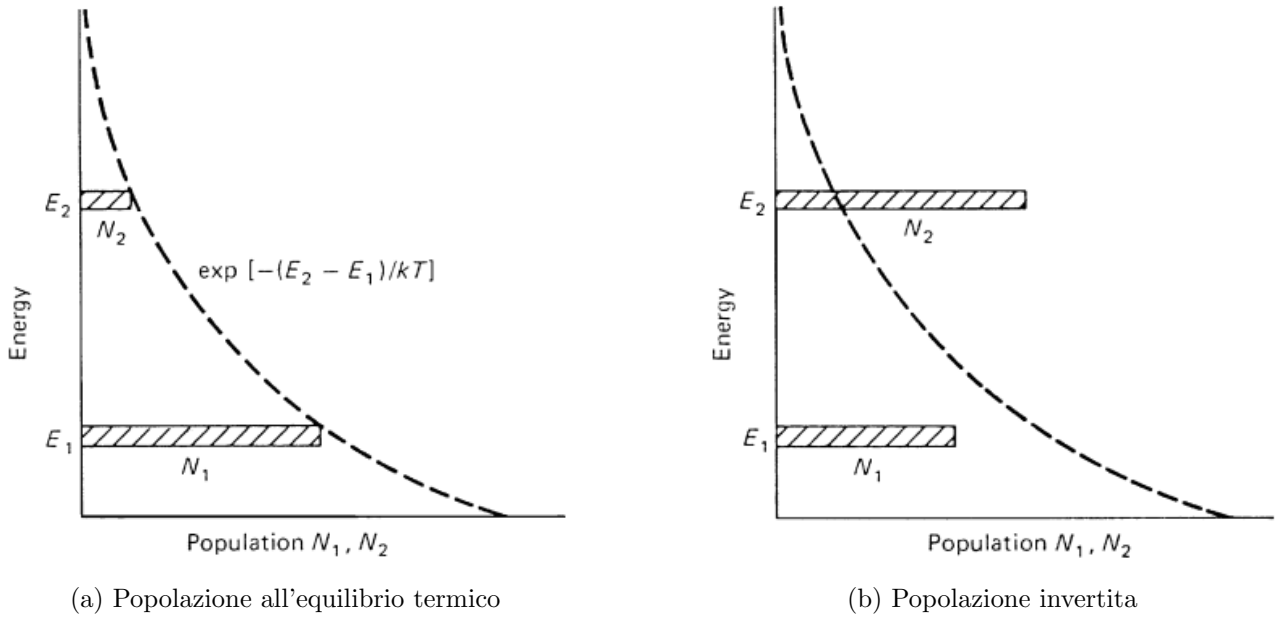


Figura 2.1: Grafici popolazione-energia di un sistema a due livelli. La linea tratteggiata indica la popolazione prevista dalla distribuzione di Boltzmann. [9]

differenza energetica dal livello 0 tale che all'equilibrio termico la sua popolazione sia praticamente nulla e gli elettroni che si trovano a popolarlo decadono velocemente al livello 0 senza l'emissione di fotoni.

Inserendo questo sistema in una cavità risonante, cioè in un sistema di specchi riflettenti o semiriflettenti, è possibile sfruttare la radiazione emessa spontaneamente tra i livelli 2 e 1 come campo elettromagnetico per l'emissione stimolata dagli stessi livelli, producendo la radiazione laser ricercata all'uscita dalla cavità attraverso uno specchio semiriflettente. Il modello a tre livelli differisce da quello appena presentato per l'assenza del livello 1: infatti l'inversione di popolazione è ottenuta direttamente con lo stato fondamentale, opportunamente svuotato dalla maggior parte della sua popolazione elettronica.

2.1.3 Condizione di soglia

Una particolare condizione di lavoro del Laser è la condizione di soglia. Si consideri un semplice sistema formato da due specchi con costanti di riflessione R_1 e R_2 e un materiale attivo di lunghezza l : definendo g il guadagno lineare del fascio laser all'interno del materiale in inversione di popolazione, ad ogni passaggio attraverso di esso l'intensità aumenta di un fattore e^{gl} . Inoltre ad ogni riflessione su uno dei due specchi viene persa una frazione $1 - R_1$ o $1 - R_2$ dell'energia del fascio. La richiesta per cui il laser si trovi in condizione di soglia è che l'energia del fascio sia uguale dopo la riflessione nei due specchi e il doppio passaggio nel materiale attivo, ossia che le perdite del fascio siano uguali ai guadagni, in formula

$$R_1 R_2 e^{2gl} = 1 \quad (2.12)$$

Le perdite dipendenti dalla lunghezza del materiale attivo possono essere esplicitate nella precedente espressione sommando a g un valore α :

$$2gl = -\ln R_1 R_2 + 2\alpha l \quad (2.13)$$

Altre perdite varie δ_V possono essere viste come una minore riflettività R_2 , che essendo relativa allo specchio posteriore si vorrebbe idealmente pari a 1, $R_2 = 1 - \delta_V$. Con le opportune approssimazioni $\ln(1 - \delta_V) \approx -\delta_V$ e ponendo $\delta = 2\alpha l + \delta_V$ risulta come condizione di soglia:

$$2gl = \delta - \ln R_1 \approx T + \delta \quad \text{con } T = 1 - R_1 \quad (2.14)$$

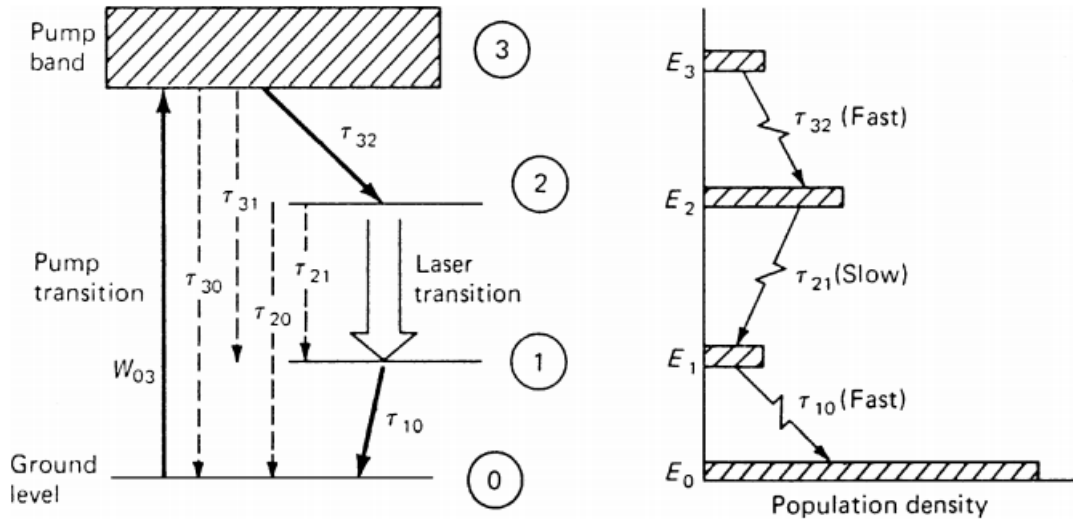


Figura 2.2: *A destra*: schema laser a quattro livelli. *A sinistra*: grafico popolazione-energia dei livelli e relative vite medie quando il laser è in funzione. [9]

2.1.4 Fattore Q e tecnica Q-switching

Un altro coefficiente utile alla caratterizzazione di un risonatore è il fattore di qualità Q . Detto τ_c il tempo di decadimento del flusso di fotoni all'interno di un risonatore, cioè la permanenza media di un fotone al suo interno senza essere assorbito o emesso, esso può essere definito come rapporto tra il tempo necessario a un fotone per compiere un "round trip" nella cavità, ossia tornare nella stessa posizione dopo due riflessioni, $t_c = \frac{2L}{c}$, con L lunghezza della cavità, e la perdita per "round trip" ricavata in eq. 2.14, $\epsilon = (T + \delta)$:

$$\tau_c = t_c / \epsilon = \frac{2L}{c(T + \delta)} \quad (2.15)$$

Conoscendo τ_c possiamo anche ricavare la quantità di flusso, e quindi di energia, dissipata o emessa dalla cavità in un tempo arbitrario: dette E_d l'energia dissipata e E_{st} l'energia immagazzinata nel risonatore,

$$E_d = E_{st}(1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}) \quad (2.16)$$

Il fattore Q è ora definibile grazie a questi due valori energetici valutati nel periodo $T_0 = \frac{1}{\nu_0}$, con ν_0 frequenza del laser, come

$$Q = 2\pi \cdot \frac{E_{st}}{E_d} = 2\pi \left(1 - e^{-\frac{T_0}{\tau_c}}\right)^{-1} \approx 2\pi\nu_0\tau_c \quad (2.17)$$

Si possono quindi stimare le perdite energetiche di una cavità con il solo valore di Q , e tanto questo sarà grande, tanto minori saranno le perdite e maggiore l'energia immagazzinata.

Una particolare tecnica di utilizzo dei laser si basa sulla variazione del fattore di qualità Q : il Q-switching. La sua principale applicazione è la produzione di impulsi laser ad alta potenza. Infatti, aumentando le perdite di una cavità è possibile ottenere un'inversione di popolazione ben più grande della condizione di soglia, senza che ci sia emissione laser da parte della cavità. Il periodo di tempo per il mantenimento di questo effetto è però limitato dalla vita media del livello laserante, che rimarrebbe svuotato a causa dell'emissione spontanea. Se però il fattore Q è ripristinato in modo che la cavità possa nuovamente laserare, in un piccolo intervallo di tempo dal rumore di fondo si costruisce, amplificandosi più e più volte, un cortissimo impulso laser ad alta intensità.

In Fig. 2.3 il primo grafico a partire dall'alto rappresenta la corrente nella lampada che funge da pompa, il secondo le perdite della cavità, il terzo l'inversione di popolazione e il quarto il flusso laser emesso. Al tempo $t = 0$, quando l'inversione di popolazione è massima n_i e all'interno della

cavità è presente un numero finito di fotoni ϕ_{min} , le perdite della cavità vengono idealmente diminuite istantaneamente. Il flusso di fotoni allora cresce fino al picco ϕ_{max} , molti ordini di grandezza superiore a ϕ_{min} , per poi decrescere allo 0. L'inversione di popolazione intanto decresce dall'iniziale n_i a n_f . Detta n_t l'inversione di soglia, si noti che $n_t > n_f$. Il flusso laser raggiunge ϕ_{max} quando l'inversione è pari a n_t ed essendo in questo istante dn/dt ancora grande e negativo, l'inversione continua a scendere fino a n_f .

Nel caso in cui il materiale attivo è pompato considerevolmente sopra la soglia di inversione, il guadagno decresce velocemente nel giro di pochi passaggi dei fotoni nella cavità, fino ad eguagliare le perdite. Dopo che il picco massimo è raggiunto a n_t , all'interno della cavità sono rimasti abbastanza fotoni da stimolare l'emissione del restante eccesso di popolazione, la quale viene portata velocemente a zero. In questo caso gran parte del decadimento procede secondo la costante di tempo della cavità τ_c .

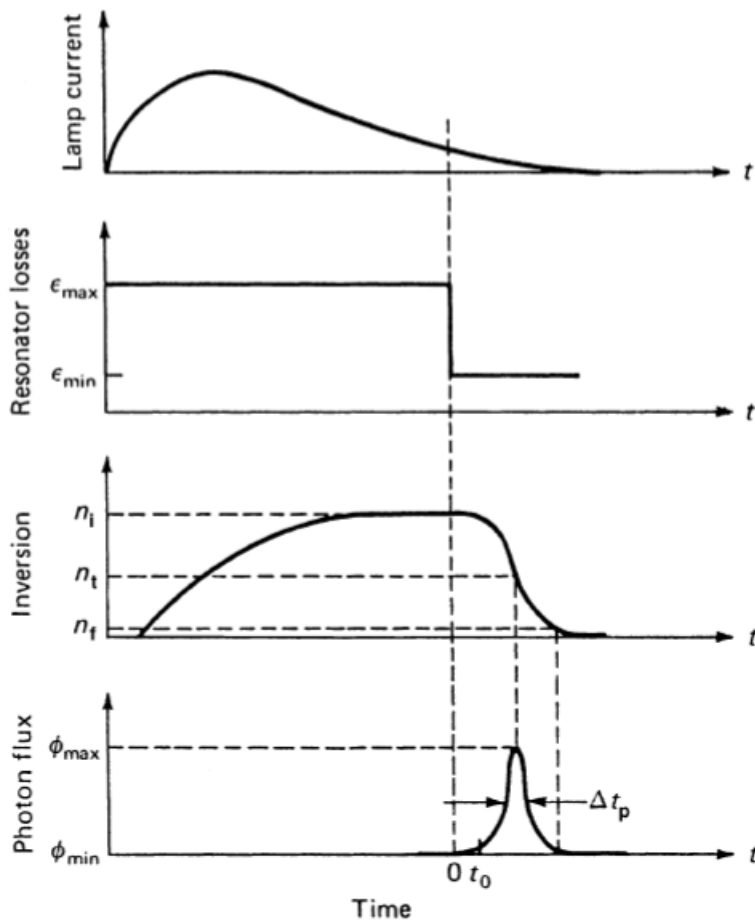


Figura 2.3: Grafico temporale degli eventi che caratterizzano il Q-switching. [9]

2.2 Terre rare

All'interno della tavola periodica i lantanidi sono un insieme di elementi appartenenti al VI periodo e, con gli attinidi, sono identificati come terre rare. La caratteristica di questi elementi che li rende ottimi componenti dei laser a stato solido è la particolare disposizione spaziale degli orbitali elettronici occupati. L'orbitale $4f$, che viene riempito al crescere del numero atomico dei lantanidi, è schermato dagli elettroni degli orbitali $5s$ e $5p$, già occupati e spazialmente più esterni. In questo modo tutte le transizioni all'interno dell'orbitale $4f$ non sono perturbate dal campo elettrico del cristallo ospitante. Questo garantisce linee di emissione strette in regioni dello spettro elettromagnetico che vanno dal visibile al vicino infrarosso e una struttura dei livelli di energia abbastanza costante al cambiare del cristallo ospitante, drogato con gli ioni di terra rara.

2.2.1 Configurazione atomica

La configurazione degli orbitali più interni delle terre rare è identica a quella dello xenon, per cui gli orbitali che contengono gli elettroni di valenza sono il $4f$, il $5d$ e il $6s$. Essendo gli orbitali $6s$ e $5d$ rispettivamente completamente e parzialmente occupati nei tre elementi fra xenon e terre rare, nella prima terra rara un elettrone inizia a occupare anche l'orbitale $4f$. All'interno dei cristalli gli ioni delle terre rare sono normalmente trivalenti, occasionalmente divalenti, perdendo gli elettroni del $6s$ e, se presente, l'unico elettrone del $5d$, altrimenti in sua assenza è perso un elettrone dell'orbitale $4f$. La struttura degli ioni di conseguenza differisce solamente nel numero di elettroni occupanti il $4f$. Le transizioni elettroniche che emettono lo spettro di fluorescenza delle terre rare avvengono tra i livelli del guscio $4f$, all'interno del quale gli elettroni possono essere eccitati ai livelli non occupati.

2.2.2 Il neodimio

Il neodimio è stata la prima terra rara ad essere utilizzata in un laser, funzionando prevalentemente secondo il modello a quattro livelli. Ne è stata ricavata un'emissione stimolata da almeno 100 diversi materiali ospitanti. Le principali transizioni per l'emissione stimolata, di lunghezza d'onda 0.9, 1.06 e 1.35 μm , sono, rispettivamente, quelle tra il livello ${}^4F_{3/2}$ e i livelli ${}^4I_{9/2}$, ${}^4I_{11/2}$ e ${}^4I_{13/2}$. Avendo il neodimio tre elettroni nel "subshell" $4f$, il suo livello fondamentale è caratterizzato dall'allineamento dei momenti angolari orbitali, cosicché quello totale è pari alla somma dei tre $3 + 2 + 1 = 6$, che nella nomenclatura dei livelli energetici atomici è indicato con I . Gli spin degli elettroni, anch'essi paralleli, si sommano in uno spin totale di $\frac{3}{2}$, che si traduce in un'identificazione del livello come 4I . Secondo le regole quantistiche per la somma dei momenti angolari, il momento angolare totale può assumere i valori $\frac{9}{2}$, $\frac{11}{2}$, $\frac{13}{2}$ e $\frac{15}{2}$. Il livello fondamentale è ${}^4I_{9/2}$, dato che il livello con momento angolare totale minore ha energia minore, mentre gli altri possibili sono tra i primi livelli eccitati dello ione neodimio. Il cristallo Nd:YVO_4 è un materiale facilmente usabile in piccoli laser con pompaggio a diodo, per la sua grande sezione d'urto di emissione e per il forte assorbimento alla lunghezza d'onda di 808 nm. Queste sue caratteristiche lo rendono un ottimo candidato per il prototipo presentato in questa tesi.

In Fig. 2.4 è riportato uno schema del sistema a quattro livelli di Nd:YVO_4 , in particolare si noti che la transizione utilizzata per l'emissione stimolata è tra i livelli ${}^4F_{3/2}$ e ${}^4I_{11/2}$, ad una lunghezza d'onda nell'infrarosso di 1064 nm.

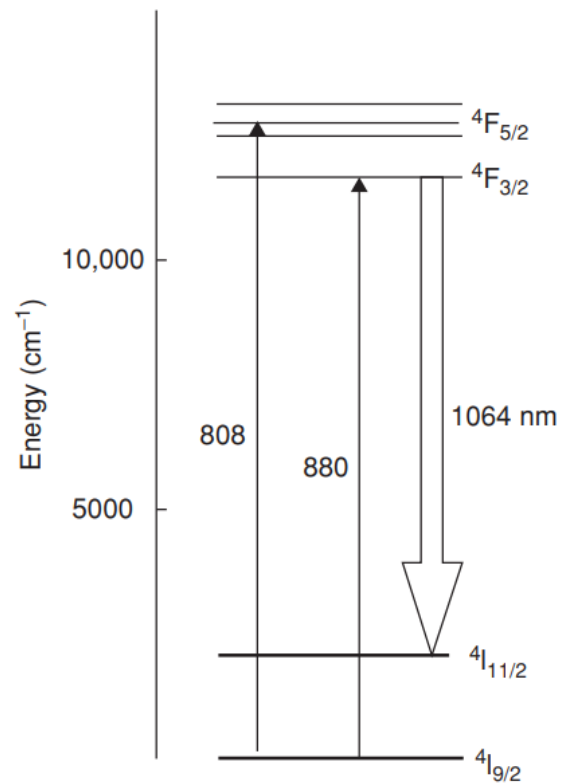


Figura 2.4: Rappresentazione schematica dei livelli coinvolti nell'emissione stimolata dell' Nd:YVO_4 . [9]

2.3 Profilo trasversale

Esistono diversi modi in cui un'onda elettromagnetica può oscillare all'interno di un risonatore: i modi longitudinali, relativi alla frequenza, e i modi trasversali, relativi non solo alla frequenza ma anche alla distribuzione del campo elettromagnetico su un piano perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda. Ad ogni modo trasversale sono quindi associati diversi modi longitudinali con la stessa distribuzione spaziale ma che differiscono nella frequenza di oscillazione. Sebbene quindi un modo di un risonatore sia caratterizzato da entrambe queste categorie, ad ognuna corrispondono caratteristiche fisiche diverse e possono essere considerate separatamente: i modi longitudinali definiscono principalmente le caratteristiche spettrali di un laser, come la larghezza di riga e la lunghezza di coerenza,

mentre i modi trasversali definiscono la divergenza del fascio, il suo diametro e la distribuzione spaziale dell'energia. Questi ultimi sono indicati con la sigla TEM seguita da due numeri interi che, in coordinate cartesiane, indicano il numero di nodi di intensità nulla verticali e orizzontali della sezione del laser, esempi di questi modi sono visibili in Fig. 2.5.

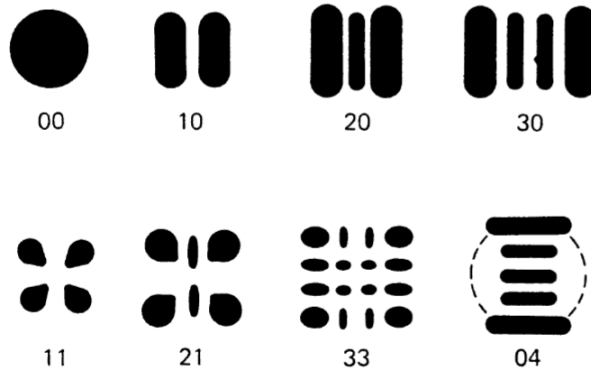


Figura 2.5: Principali modi trasversali in coordinate cartesiane. [9]

La distribuzione dell'intensità in coordinate cartesiane è definibile attraverso i polinomi di Hermite $H_m(s)$ con la formula 2.18

$$I_{mn}(x, y, z) = I_0 \left[H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) e^{-\frac{x^2}{w^2(z)}} \right]^2 \times \left[H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) e^{-\frac{y^2}{w^2(z)}} \right]^2 \quad (2.18)$$

In cui $w(z)$ è la massima distanza radiale a cui l'intensità del fascio decresce a $\frac{1}{e^2}$ dell'intensità massima.

2.3.1 TEM₀₀ e fascio gaussiano

Ai fini dell'esperimento è interessante analizzare il TEM₀₀, il modo fondamentale, che corrisponde alla distribuzione circolare gaussiana, la quale, rispetto agli altri modi, occupa una superficie minore, concentrando maggiormente l'intensità del fascio. Sebbene siano state utilizzate le coordinate cartesiane per descrivere i modi nell'equazione 2.18, essendo il modo fondamentale uguale sia in coordinate cartesiane che polari, si è preferito riportare le formule nelle seconde, in cui sono dipendenti solo dalla coordinata radiale. L'ampiezza del campo elettrico con profilo gaussiano segue

$$E(r) = E_0 e^{-\frac{r^2}{w(z)^2}} \quad (2.19)$$

per cui l'intensità del fascio, che dipende dal quadrato del campo elettrico, segue

$$I(r) = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}} \quad (2.20)$$

con $w(z)$ la distanza radiale a cui l'intensità decresce a $\frac{I_0}{e^2}$, detta anche "spot size". In particolare, all'interno di una circonferenza di raggio $r = w(z)$ è contenuta l'86.5% della potenza totale, e quindi del flusso di fotoni, del fascio laser. Con un raggio $r = (1.5-2)w(z)$ invece possiamo considerare praticamente la totalità della potenza del fascio (98.9-99%).

Un fascio gaussiano che si propaga però non mantiene la stessa "spot size" per tutta la sua lunghezza ma tende a divergere. La "spot size" minima è indicata come w_0 . A distanza sull'asse pari a z dal punto in cui il fascio è più collimato, la "spot size" varierà come un'iperbole

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \quad (2.21)$$

in cui $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ è il range di Rayleigh, definito come la distanza alla quale l'area in cui è contenuto l'86,5% del fascio è raddoppiata, $w(z_R) = \sqrt{2}w_0$

Capitolo 3

Interazione radiazione-materia

3.1 Radiazioni Ionizzanti

Le radiazioni ionizzanti, per essere così definite, devono avere un'energia superiore a quella necessaria ad eccitare e ionizzare un atomo, che nel caso degli elettroni di valenza si aggira tra i 4 e i 25 eV. A queste energie corrispondono onde elettromagnetiche di lunghezza uguale o inferiore ai raggi ultravioletti (320 nm), i quali però hanno una capacità di penetrare la materia anche minore della luce visibile [8]. Nello spettro elettromagnetico di lunghezza d'onda minore dei raggi UV sono comunque contenuti altri 2 tipi di radiazione ionizzante, maggiormente penetranti nella materia e quindi più fruibili:

- I raggi X, prodotti da particelle cariche nella decelerazione all'interno di campi coulombiani e, nel caso degli elettroni, anche nello spostamento all'interno dell'atomo da un livello energetico all'altro.
- I raggi gamma, prodotti da reazioni di diseccitazione a livello nucleare o dall'annichilazione di particelle di materia e antimateria.

Ai fini di questo esperimento verranno utilizzati raggi X di energia compresa tra i 10 e i 100 keV

3.2 Produzione raggi x

Nella produzione di raggi X le particelle cariche maggiormente usate sono gli elettroni, che essendo le più leggere in natura sono facilmente accelerabili con campi elettrici di intensità non necessariamente elevata e interagiscono maggiormente con la materia e con i campi coulombiani presenti al suo interno. Quando un elettrone ad alta energia penetra all'interno di un bersaglio va incontro a numerose collisioni e interazioni. La maggior parte di queste comporta solo un piccolo trasferimento di energia e una conseguente ionizzazione degli atomi del bersaglio. Attraverso questo tipo di interazione un elettrone può collidere con numerosi atomi prima di fermarsi e gran parte di questa energia ceduta si manifesterà come calore. Gli eventi radiativi utili alla produzione dei raggi X sono quindi più rari, e per questo l'efficienza della conversione energetica è molto bassa, trasformando più del 99% dell'energia iniziale degli elettroni in calore, ad energie confrontabili con quelle utilizzate nell'esperimento oggetto di questa tesi. La prima tipologia di questi eventi richiede la presenza di un'interazione tra l'elettrone ad alta energia e un elettrone degli orbitali più interni dell'atomo, anche detto elettrone *K*. Quest'ultimo viene espulso lasciando una lacuna che sarà poi occupata da un elettrone di un guscio più esterno (L o M). Questo spostamento comporterà quindi l'emissione di un raggio X caratteristico, la cui lunghezza d'onda varia con il numero atomico dell'elemento di cui è composto il bersaglio, rendendola una caratteristica distintiva del materiale. La seconda tipologia invece non necessita di una collisione tra particelle, ma del passaggio dell'elettrone nel campo coulombiano del nucleo atomico. Entrando in questo campo l'elettrone orbita parzialmente attorno al nucleo e la sua traiettoria viene curvata, producendo una decelerazione del suo moto. L'energia persa in questa interazione si conserva nella produzione di un fotone della stessa energia, detto raggio X di bremsstrahlung (dal tedesco "radiazione

di frenamento”). Poiché la quantità di energia persa per bremsstrahlung dipende principalmente dalla distanza tra elettrone e nucleo durante l’interazione, il suo spettro di emissione risulta continuo. L’energia massima che può essere così emessa richiede lo scontro diretto dell’elettrone con il nucleo ed è quindi pari all’energia cinetica dell’elettrone prima dello scontro.

Lo spettro di bremsstrahlung può essere spiegato teoricamente modellizzando il foglio di materiale irradiante come la sovrapposizione di tanti fogli sottili, di spessore tale che un elettrone incidente interagisca solamente una volta. In questo caso è dimostrabile [1] che la distribuzione dell’intensità dei raggi X prodotti è costante su tutto lo spettro dallo 0 all’energia cinetica degli elettroni del flusso incidente. La distribuzione dei fotoni emessi avrà invece un numero sempre maggiore di fotoni al diminuire dell’energia del singolo fotone, poiché, per esempio, a parità di intensità, per ogni fotone di una certa frequenza ν_0 sono emessi 10 fotoni di frequenza $\nu_1 = \frac{\nu_0}{10}$. I fogli sottili più profondi producono raggi X con la stessa distribuzione spettrale di quelli superficiali, ma con energia massima minore. La somma di tutte queste distribuzioni costanti descrive una distribuzione totale di forma triangolare detta “spettro di Kramer” in cui l’intensità emessa per energia è definita da:

$$I(E) = CZN_e(E_{max} - E) \quad (3.1)$$

con C costante di proporzionalità, Z numero atomico degli atomi del foglio, N_e numero di elettroni incidenti e E_{max} energia cinetica degli elettroni. L’energia totale emessa è pari all’area del triangolo

$$I_{tot} = CZN_e E_{max}^2 \quad (3.2)$$

e corrisponde alla formula ricavabile attraverso la formula di Sommerfeld per la “stopping power” di elettroni non relativistici [1]. Lo spettro finale però non corrisponde allo spettro di Kramer, poiché già all’interno del foglio parte dei fotoni emessi sono riassorbiti dal materiale: infatti, principalmente attraverso l’effetto fotoelettrico, gran parte dei fotoni a bassa energia sono assorbiti, mentre la coda a più alta energia viene alterata solo lievemente, formando quindi una distribuzione come nel grafico in Fig. 3.1.

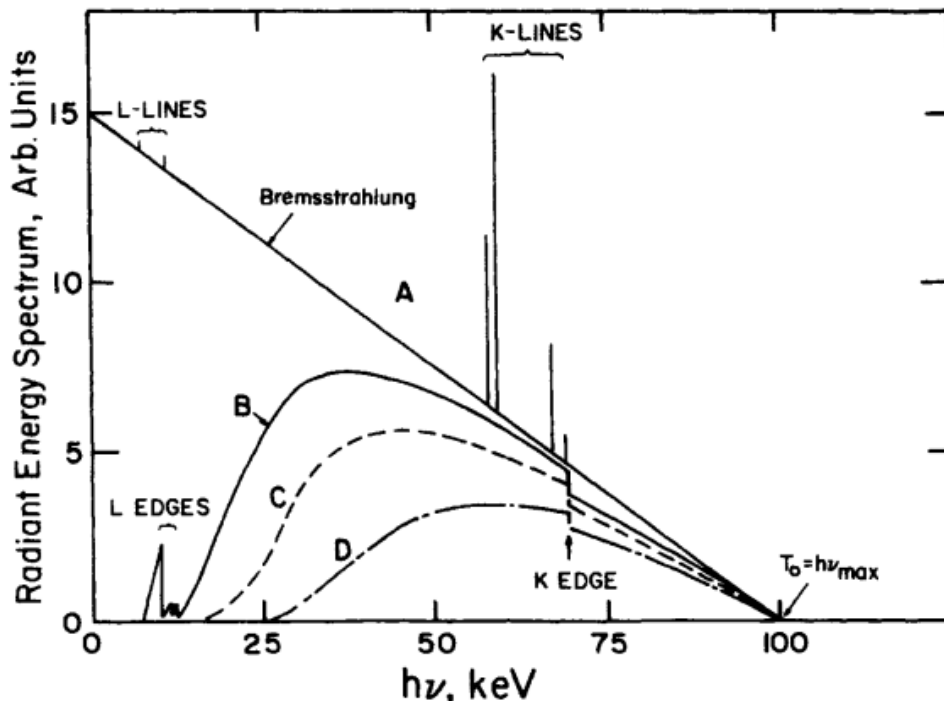


Figura 3.1: spettro di bremsstrahlung prodotto da elettroni a 100 keV A) Non filtrato B-D) Filtrato a più entità di assorbimento. [1]

Sperimentalmente ricavare lo spettro di emissione con metodi teorici produce risultati perfettibili, per cui è preferibile misurare lo spettro in maniera diretta attraverso l’utilizzo di scintillatori con risultati a maggiore risoluzione e più sensibili all’effetto dei vari filtri.

3.3 Assorbimento della radiazione nella materia

Quando un flusso di fotoni attraversa la materia, la probabilità che uno di essi interagisca cedendo tutta o parte della sua energia è dettata dalla sezione d'urto atomica σ . Nel passaggio in uno spessore dx di un certo materiale, la variazione dell'intensità del flusso $-dI$ è proporzionale all'intensità del flusso all'ingresso nello spessore dx e alla densità di atomi interagenti n_A del materiale

$$-dI = In_A\sigma_A dx \quad (3.3)$$

Integrando questa equazione differenziale risulta

$$\frac{dI}{I} = -\mu_{Att,l} dx \Rightarrow \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = \int_0^x -\mu_{Att,l} dx \Rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -\mu_{Att,l} x$$

$$I = I_0 e^{(-\mu_{Att,l} x)} \quad (3.4)$$

con $\mu_{Att,l} = n_A\sigma_A$ coefficiente di attenuazione lineare [11]. Essendo $\mu_{Att,l}$ dipendente dalla densità del materiale, è conveniente definire anche il coefficiente di attenuazione di massa $\mu_{Att,m} = \frac{\mu_{Att,l}}{\rho}$, utile nel calcolo del coefficiente di composti o miscele, pari alla media pesata dei coefficienti dei componenti.

I processi a cui va incontro un fotone all'interno della materia sono principalmente tre: l'effetto fotoelettrico, lo scattering Compton e la produzione di coppie elettrone-positrone. La sezione d'urto utilizzata nella formula 3.3 è pari alla somma delle sezioni d'urto dei tre processi $\sigma_A = \sigma_{ph} + \sigma_c + \sigma_{pair}$. Come mostrato in Fig. 3.2 le sezioni d'urto dei processi menzionati dipendono dall'energia del fotone incidente e dal numero atomico del materiale assorbente.

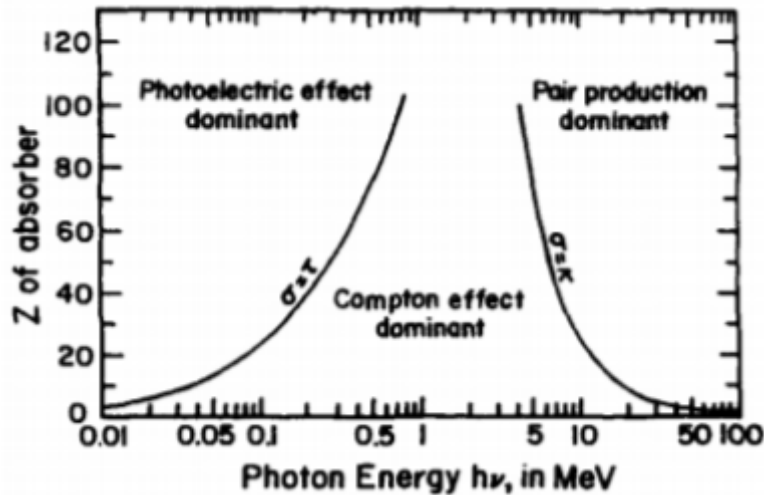


Figura 3.2: Processi di assorbimento dominanti al variare del numero atomico Z dell'elemento assorbente e dell'energia $h\nu$ dei fotoni incidenti (nel grafico $\tau = \sigma_{ph}$, $\sigma = \sigma_c$ e $\kappa = \sigma_{pair}$). [1]

Nel caso dell'esperimento descritto in questa tesi, la produzione di coppie è trascurabile, poiché avviene per energie maggiori al MeV. Tale energia coincide con l'energia in quiete di elettrone e positrone, che è almeno un ordine di grandezza superiori a quelle in gioco, tra i 10 e i 100 keV.

L'effetto fotoelettrico, nel quale un elettrone è emesso da un atomo dopo l'assorbimento di un fotone, avviene nel caso in cui l'energia del fotone sia superiore o uguale all'energia di legame dell'elettrone all'atomo. In tal caso l'elettrone acquisisce un'energia cinetica pari alla differenza tra l'energia del fotone e l'energia di legame. La sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico è descrivibile da complesse equazioni [1] e, al di sotto dei 0.1MeV, risulta

$$\sigma_{ph} \propto \frac{Z^4}{E^3} \quad (3.5)$$

Il suo valore inoltre aumenta repentinamente quando l'energia del fotone raggiunge l'energia di legame di un elettrone di un orbitale più interno. In particolare nel caso degli orbitali K in Fig. 3.3 è ben evidente il salto di energia che dà luogo al picco K

Lo scattering Compton interessa maggiormente gli elettroni degli orbitali più esterni, che interagiscono meno anche con l'effetto fotoelettrico. In questo processo il fotone interagisce con l'elettrone in un urto anelastico. La sua sezione d'urto è stata calcolata dai fisici Klein e Nishina applicando la teoria relativistica di Dirac dell'elettrone [1]:

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} f(E_\gamma, \theta)^2 [f(E_\gamma, \theta) + f(E_\gamma, \theta)^{-1} - \sin^2 \theta] \quad (3.6)$$

$$r_e^2 = \frac{e^2}{m_e c^2}, \quad f(E_\gamma, \theta) = \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

con e carica dell'elettrone e m_e massa dell'elettrone. Risulta quindi linearmente proporzionale al numero atomico Z , essendo pari alla somma delle sezioni d'urto dei singoli elettroni dell'atomo, e ha una dipendenza meno marcata rispetto al caso fotoelettrico dall'energia dei fotoni assorbiti, la quale però ad alte energie tende ad avvicinarsi a E^{-1} .

$$\sigma_c \propto \frac{Z}{E} \quad (3.7)$$

Ai fini sperimentali è conveniente utilizzare database che sono disponibili online come XCOM o FFAST [3], che permettono di calcolare direttamente il coefficiente di attenuazione lineare di composti o miscele.

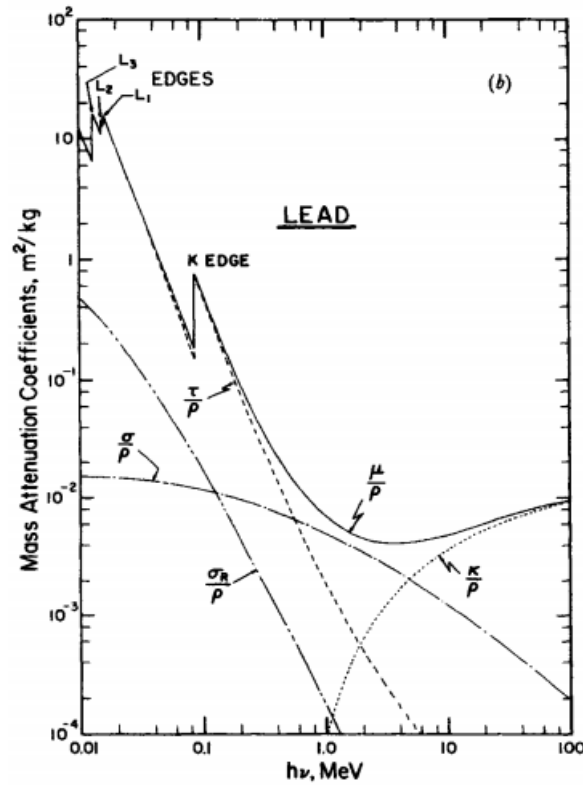


Figura 3.3: Esempio di grafico del coefficiente di attenuazione di massa dipendente dall'energia nel caso del piombo, elemento con grande Z (nel grafico $\tau = \sigma_{ph}$ e $\sigma = \sigma_c$). [1]

Capitolo 4

Esperimento

Per verificare sperimentalmente la possibilità di utilizzare la tecnica Q-switching nella rivelazione delle radiazioni ionizzanti, è stato costruito un prototipo di rivelatore. Esso è costituito da una cavità laser, al cui interno è posto un cristallo il cui ruolo è variare il fattore di qualità Q della cavità all'assorbimento dei raggi X provenienti da una sorgente esterna. L'effetto misurabile di questa variazione sul fascio laser è la perdita della condizione di soglia e il suo conseguente spegnimento. In questo capitolo si analizza l'effettiva energia dei raggi X necessaria all'attivazione del meccanismo di rivelazione, relazionandola con l'intensità totale del fascio di raggi X e con la profondità alla quale il cristallo bersaglio è attraversato dal laser.

4.1 Apparato strumentale

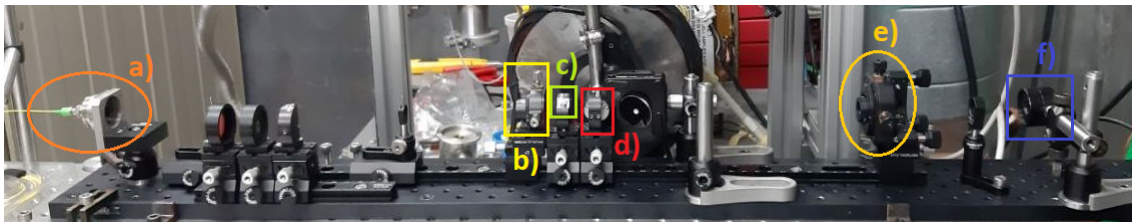


Figura 4.1: Foto della cavità risonante: a) Fibra ottica che trasporta il laser di pompaggio a 808 nm e collimatore b) Lente focalizzante c) Cristallo laser Nd:YVO₄, la cui faccia sx è lo specchio piano posto a inizio cavità d) Cristallo bersaglio Nd:YVO₄ e) Specchio riflettente al termine della cavità f) Fotodiodo.

La cavità laser utilizzata è visibile in Fig 4.1. Il mezzo attivo è un cristallo Nd:YVO₄ di lunghezza 2 mm e drogato al 2% che, come visto nella sezione 2.2, lasera nella regione dell'infrarosso con lunghezza d'onda 1064 nm. Per attuare l'inversione di popolazione è utilizzato un laser a diodo a 808 nm, condotto alla cavità con una fibra ottica accoppiata in uscita ad un collimatore. A questa lunghezza d'onda l'assorbimento da parte del cristallo è massimo, come visibile nel grafico in Fig. 4.2

A una faccia del cristallo sono stati applicati dei coatings dielettrici, HR a 1064 nm e HT a 808 nm, così da poter fungere da parete della cavità risonante come specchio piano. Il cristallo bersaglio Nd:YVO₄, di lunghezza 5 mm e drogato all'1%, è posto vicino al cristallo laser ove il diametro di fascio è minimo. Il raggio del fascio w_0 del modo laser TEM₀₀, in questa cavità è 100 μm ed è raggiunto vicino allo specchio piano a inizio cavità. Per poter ripetere le misure a più valori di profondità del cristallo bersaglio, quest'ultimo viene traslato attraverso un carrello a movimentazione micrometrica. La cavità è infine chiusa da uno specchio semiriflettente per la lunghezza d'onda 1064 nm. L'intensità del fascio laser in uscita viene misurata attraverso un fotodiodo a basso rumore.

Ai fini dell'esperimento, per aumentare la sensibilità di rivelazione, il laser viene fatto operare in condizione di soglia, che può essere raggiunta controllando l'emissione del diodo di pompaggio attraverso un generatore di corrente.

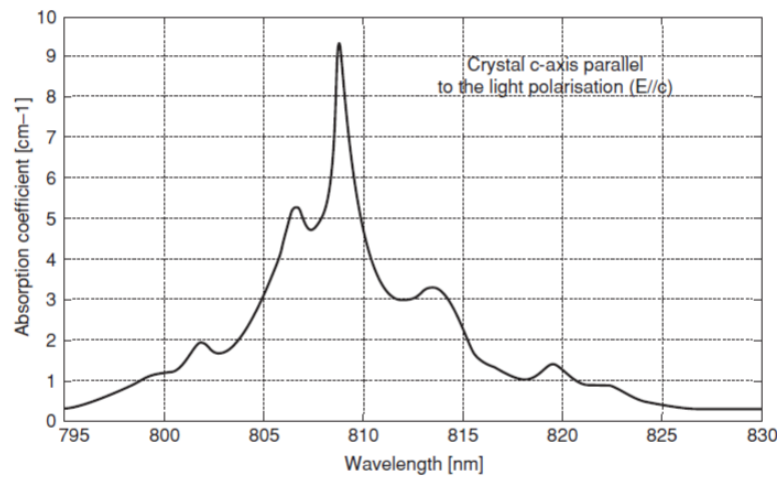


Figura 4.2: Spettro d'assorbimento di un cristallo Nd:YVO₄, drogato al 0.27%, nella regione per lunghezze d'onda vicine a 808 nm. [9]

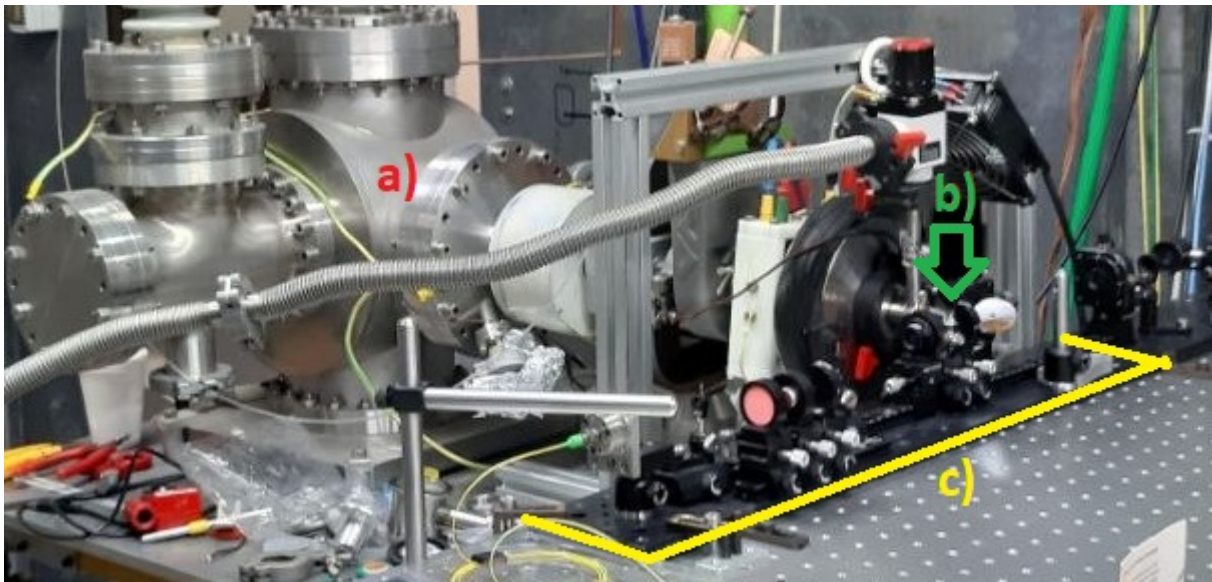


Figura 4.3: Foto dell'apparato strumentale: a) Cannone di elettroni b) Foglio di Ta (non visibile) c) Cavità laser

La sorgente a raggi X utilizzata per i test di soglia energetica è visibile in Fig. 4.3. È costituita da un cannone di elettroni [2] che emette impulsi al potenziale di 75 kV contro un foglio di tantalio di 10 μm di spessore, “spazzolandolo” per evitarne il surriscaldamento. Quest'ultimo per bremsstrahlung emette raggi X in uno spettro di energie tra i 10 e gli 80 keV, con picco sui 30 keV. Il foglietto di tantalio è posto a circa 3 mm dal centro del fascio laser e emette fotoni contro il cristallo bersaglio.

4.2 Misure di soglia energetica

Per stimare l'energia minima della radiazione ionizzante rilevabile da questo prototipo è necessario poter misurare l'energia della radiazione e l'entità dell'interazione della radiazione con il cristallo. Devono quindi essere effettuate delle misure su due diverse quantità:

- L'energia dell'impulso di raggi X
- Lo spettro energetico dell'impulso di raggi X

4.2.1 Misura dell'energia dell'impulso

La prima richiesta può essere soddisfatta relazionando la corrente di elettroni prodotta dal cannone, misurabile e variabile dallo sperimentatore, con l'intensità del fascio di raggi X prodotto dal foglio di tantalio. Per conoscere il fattore di conversione si utilizza uno scintillatore con "light yield" noto, ossia del quale si conosce la conversione dell'energia assorbita in fotoni di scintillazione. A questo proposito, prima è necessario trovare una relazione fra la carica degli impulsi di elettroni emessi dal cannone e la carica rilevata nei fotodiodi del rivelatore a scintillazione, è poi possibile calcolare da quest'ultima, attraverso "light yield" ed efficienza di conversione del rivelatore, l'energia totale assorbita della radiazione.

Detta E_X l'energia del fascio di raggi X prodotto, solo una parte di questa interagisce con il cilindro di materiale attraversato dal fascio laser, è necessario quindi conoscere il diametro e la lunghezza di questo cilindro.

Possiamo considerare la "spot size" del laser w costante e pari a w_0 su tutta la lunghezza del cristallo, poichè applicando la formula 2.21 la sua variazione risulta trascurabile.

L'energia della parte del fascio effettivamente interagente con il laser è quindi il prodotto tra E_X e l'angolo solido $\frac{d\Omega}{\Omega}$. In questo, $d\Omega$ è pari alla superficie interagente del cristallo e quindi al prodotto tra il diametro del fascio laser $2r$, $r = (1.5-2)w_0$, e la lunghezza del cilindro, pari alla lunghezza del cristallo l . Considerata la vicinanza del cristallo al punto di emissione dei raggi X, è possibile approssimare Ω con la superficie emisferica di raggio pari alla distanza $d(x_c) = d_c - x_c$ tra tantalio e cristallo, in cui $d_c = 3\text{mm}$ è la distanza tra tantalio e centro del fascio laser e x_c è la profondità all'interno del cristallo del medesimo centro. Il risultato cercato è:

$$\frac{d\Omega}{\Omega}(x_c) = \frac{2rl}{4\pi d(x_c)^2} \quad (4.1)$$

4.2.2 Misura dello spettro dell'impulso di raggi X

Sapendo quindi come varia l'intensità del fascio di raggi X con la carica degli impulsi di elettroni, si può procedere alla seconda richiesta.

Come già descritto nel capitolo 3.3, l'attenuazione di un'onda elettromagnetica all'interno del materiale è esponenziale (Eq. 3.4) con coefficiente di attenuazione dipendente dall'energia dei fotoni incidenti. L'energia assorbita dell'intero impulso in un certo volume di materiale è quindi dipendente dalla distribuzione energetica dei fotoni che lo formano. Per conoscere lo spettro dei raggi X emessi per bremsstrahlung, è stato utilizzato un rivelatore al germanio. Attraverso l'emissione gamma caratteristica della sorgente di ^{241}Am è stato possibile ottenere una calibrazione. In Fig. 4.4a si riporta lo spettro acquisito con la sottrazione del fondo.

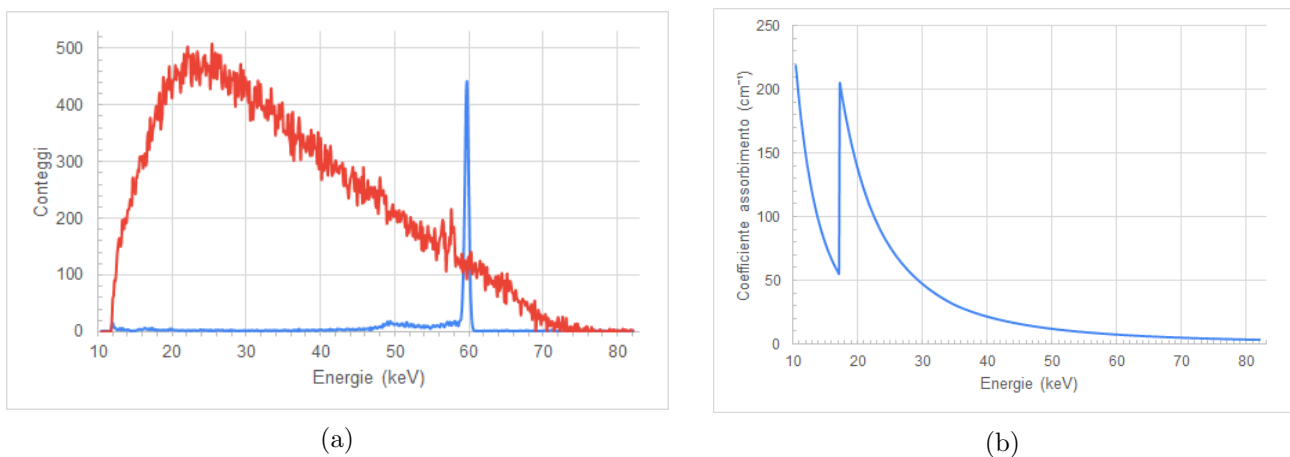


Figura 4.4: (a) Spettro di emissione raggi X (In blu lo spettro di emissione di ^{241}Am per la calibrazione) (b) Assorbimento Lineare YVO_4 tra le energie 10 e 82 keV

4.2.3 Interpolazione del coefficiente di attenuazione lineare

I valori dei coefficienti di attenuazione lineare alle varie energie sono stati calcolati a partire dal database online FFAST [3]. I dati ricavati sono stati infatti interpolati per poter avere a disposizione anche valori di energia intermedi a quelli presenti nel database. Sono state eseguite più interpolazioni per seguire al meglio l'andamento dei dati. In Fig. 4.4b il grafico risultato delle varie interpolazioni nell'intervallo di energia [10-82] keV.

In tabella 4.1 si possono trovare le funzioni interpolanti utilizzate e i relativi range di energia: il primo range corrisponde alle energie minori del picco K, e insieme al secondo è descritto da due funzioni polinomiali; il terzo range, per seguire l'andamento decrescente dei dati, è caratterizzato da una funzione potenza con esponente negativo, la quale tra i due range tende a coincidere con la polinomiale.

Per l'interpolazione è stato utilizzato il software Wolfram Mathematica [7].

Range energia (keV)	Funzione interpolante
10.4-17.1	$-2.85 \times 10^{-10} + 1.72 \times 10^5 x - 4.49 \times 10^4 x^2 + 6.66 \times 10^3 x^3 - 6.15 \times 10^2 x^4 + 36.1 x^5 - 1.32 x^6 + 2.75 \times 10^{-2} x^7 - 2.50 \times 10^{-4} x^8$
17.2-34.9	$3.79 \times 10^3 - 6.08 \times 10^2 x + 44.2 x^2 - 1.85 x^3 + 4.77 \times 10^{-2} x^4 - 7.77 \times 10^{-4} x^5 + 7.76 \times 10^{-6} x^6 - 4.34 \times 10^{-8} x^7 + 1.04 \times 10^{-10} x^8$
35.0-82.0	$3.77 \times 10^5 x^{-2.65}$

Tabella 4.1: Coefficienti di fit utilizzati per ottenere il coefficiente di attenuazione lineare in funzione dell'energia dei fotoni assorbiti

4.2.4 Calcolo dell'energia assorbita nel volume attivo

Per avere una variazione della potenza in uscita del laser, gli atomi del materiale eccitati dall'energia dei raggi X assorbita devono trovarsi all'interno del volume attivo attraversato dal laser. È quindi necessario calcolare la frazione di energia assorbita in funzione della profondità di assorbimento e in seguito l'effettiva frazione di energia interagente.

Detto $N(E)$ il numero di conteggi acquisiti dal rivelatore al germanio, si può definire lo spettro di energia normalizzato $S(E)$ e la sua frazione assorbita nell'intervallo $[x_1, x_2]$, $S_{ab}(E, x_1, x_2)$:

$$S(E) = \frac{N(E)}{\sum_{E=10keV}^{80keV} N(E) \cdot E} \quad (4.2)$$

$$S_{ab}(E, x_1, x_2) = S(E)(e^{-\mu_{Att,l}(E)x_1} - e^{-\mu_{Att,l}(E)x_2}) \quad (4.3)$$

Sommando su tutte le energie il prodotto tra $S_{ab}(E, x_1, x_2)$ e la relativa energia E si ottiene la frazione di energia assorbita nello spessore $[x_1, x_2]$. Moltiplicando a sua volta quest'ultima per la frazione di angolo solido $\frac{d\Omega}{\Omega}(x_c)$ e l'energia del fascio E_X , si ottiene l'effettiva energia assorbita nell'intervallo $[x_1, x_2]$, $E_{ab}(x_1, x_2)$:

$$E_{ab}(x_1, x_2) = E_x \cdot \frac{d\Omega}{\Omega}(x_c) \cdot \sum_{E=10keV}^{80keV} S_{ab}(E, x_1, x_2) \cdot E \quad (4.4)$$

Poiché il profilo del modo laser TEM₀₀ è gaussiano, l'entità dell'interazione deve essere pesata con la potenza relativa del laser nei diversi punti del volume attivo, il quale, come visto nella sezione 2.3, è contenuto al 99% tra le profondità $[x_c - r, x_c + r]$, con x_c centro del fascio e $r = (1.5-2)w_0$. L'energia interagente $E_{int}(x_c)$ è quindi pari alla somma tra $[x_c - r, x_c + r]$ del prodotto tra potenza relativa $\frac{P_{laser}(x_1, x_2)}{P_0 \text{ laser}}$ e $E_{ab}(x_1, x_2)$ in spessori con $x_2 - x_1 = 1\mu m$

$$E_{int}(x_c) = \sum_{x_1=x_c-r}^{x_c+r-(x_2-x_1)} \frac{P_{laser}(x_1, x_2)}{P_0 \text{ laser}} \cdot E_{ab}(x_1, x_2) \quad (4.5)$$

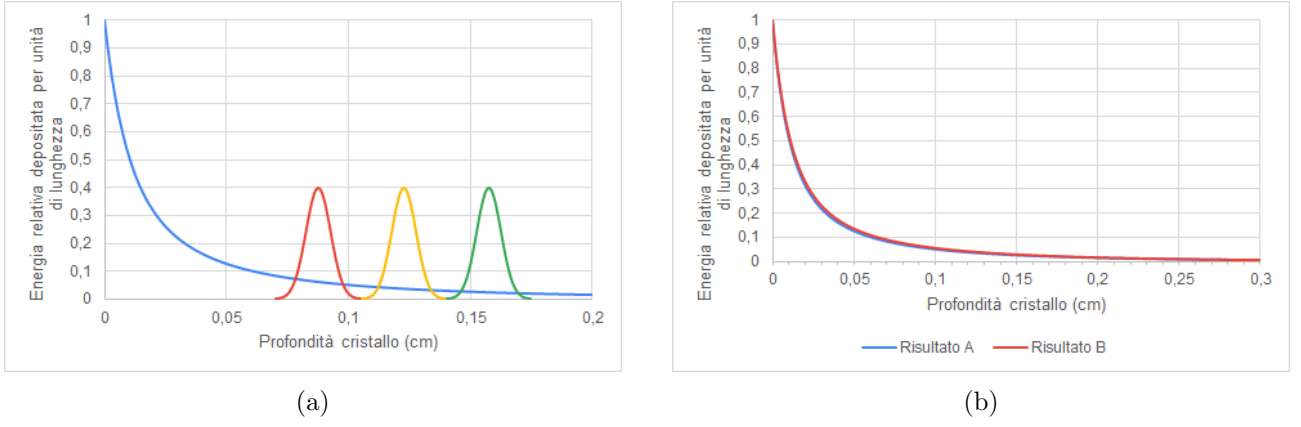


Figura 4.5: (a) In blu: grafico dell'energia relativa depositata per unità di lunghezza alle varie profondità. In rosso, giallo e verde: intensità relativa del laser con centro alle profondità rispettivamente 0.0875 cm, 0.1225 cm e 0.1575 cm (b) Confronto dei risultati ottenuti da due metodi diversi di fit del coefficiente di assorbimento lineare.

$$P_{laser}(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} I_0 e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}} dr \quad P_0 laser = \int_{-\infty}^{\infty} I_0 e^{-\frac{2r^2}{w_0^2}} dr = I_0 \sqrt{\frac{\pi w_0^2}{2}} \quad (4.6)$$

Con I_0 intensità massima del laser.

Procedendo nella misura dell'energia minima $E_{X\ mis}(x_c)$ necessaria allo spegnimento del laser dopo l'interazione del cristallo bersaglio con i raggi X, e ripetendola variando la posizione di x_c , è possibile relazionare $E_{int}(x_c)$ con $E_{X\ mis}(x_c)$:

$$E_{int}(x_c) = E_{X\ mis}(x_c) \cdot \frac{d\Omega}{\Omega}(x_c) \cdot \sum_{x_1=x_c-r}^{x_c+r-(x_2-x_1)} \left(\frac{P_{laser}(x_1, x_2)}{P_0 laser} \cdot \sum_{E=10keV}^{80keV} S_{ab}(E, x_1, x_2) \cdot E \right) \quad (4.7)$$

Se le varie $E_{int}(x_c)$ ricavate risultano compatibili fra loro, E_{int} è la stima corretta della minima energia necessaria ad attivare il Q-switching a densità di molecole del cristallo e di fotoni del raggio laser fissate.

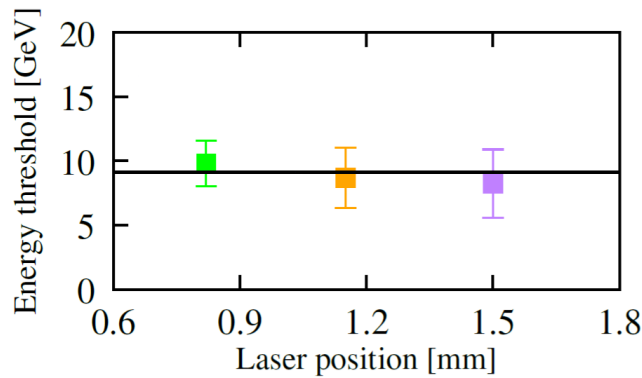


Figura 4.6: Risultati dei test alle tre profondità 0.875 mm, 1.225 mm e 1.575 mm. La linea nera indica il valore medio delle tre misure.

Con le misure di $E_{X\ mis}(x_c)$, compiute variando la posizione del laser x_c alle tre profondità visibili in Fig. 4.6, è stata stimata la soglia energetica di rilevazione con la media 9 ± 0.5 GeV.

Capitolo 5

Conclusione

È stato costruito un prototipo di rivelatore a partire da una cavità laser al cui interno è stato inserito un cristallo in cui viene assorbita la radiazione ionizzante, della stessa tipologia del mezzo attivo laser (Nd:YVO₄). Sono stati eseguiti alcuni test per ottenere la soglia energetica, che in fase preliminare è risultata di circa 10 GeV. Tale valore è maggiore parecchi ordini di grandezza dell'energia dei fotoni gamma (511 keV) da rivelare nella PET. Per poter utilizzare questa tecnica nella TOF-PET è necessario trovare un procedimento per abbassare questa soglia ricercando materiali con sezioni d'urto maggiori sia per l'assorbimento delle radiazioni ionizzanti che per il seguente assorbimento del laser.

Durante questo lavoro di tesi non è stato possibile indagare sui tempi di rivelazione. Nei test preliminari sono stati osservati tempi di risposta di decine di nanosecondi. Tale tempo è determinato dalla bassa densità dei centri trappola, generati dalla radiazione ionizzante, che contribuiscono all'assorbimento dei fotoni in cavità. Ulteriori studi sono necessari per comprendere i tempi scala di questo processo, in particolare attraverso test in cui materiali di diversa tipologia vengono utilizzati come bersaglio. Il tempo di risposta limite è dettato dal tempo di "round trip" dei fotoni che è direttamente connesso alla lunghezza della cavità, quindi la progettazione di cavità più compatte può portare a tempi di risposta più veloci.

L'attuale soglia energetica rende il progetto appetibile nell'ambito della dosimetria. In trattamenti antitumorali con adroni la richiesta di una superiore sensibilità rispetto agli attuali metodi è grande. La possibilità di misurare le dosi iniettate con l'elevata sensibilità data dal trasporto in fibra dalla cavità laser potrebbe essere una buona soluzione a questo problema.

Bibliografia

- [1] Frank Herbert Attix. *Introduction to radiological physics and radiation dosimetry*. Wiley inter-science publication. J.Wiley & Sons, 1986.
- [2] L. Barcellan et al. “A battery-operated, stabilized, high-energy pulsed electron gun for the production of rare gas excimers”. In: *Review of Scientific Instruments* 82.9 (2011), p. 095103. DOI: 10.1063/1.3636078. eprint: <https://doi.org/10.1063/1.3636078>. URL: <https://doi.org/10.1063/1.3636078>.
- [3] C.T. Chantler et al. *X-Ray Form Factor, Attenuation and Scattering Tables (version 2.1)*. Gen. 2005. URL: <http://physics.nist.gov/ffast>.
- [4] C. Dujardin et al. “Needs, Trends, and Advances in Inorganic Scintillators”. In: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 65.8 (ago. 2018), pp. 1977–1997. DOI: 10.1109/tns.2018.2840160.
- [5] Albert Einstein. “Zur Quantentheorie der Strahlung”. In: *Phys. Z.* 18 (1917), pp. 121–128.
- [6] L. G. Hyman. “Time Resolution of Photomultiplier Systems”. In: *Review of Scientific Instruments* 36.2 (1965), pp. 193–196. DOI: 10.1063/1.1719516. eprint: <https://doi.org/10.1063/1.1719516>. URL: <https://doi.org/10.1063/1.1719516>.
- [7] Wolfram Research Inc. *Mathematica, Version 12.1*. Champaign, IL, 2020. URL: <https://www.wolfram.com/mathematica>.
- [8] Harold Elford Johns e John Robert Cunningham. *The physics of radiology*. fourth. Charles C Thomas, 1983.
- [9] Walter Koechner. *Solid-State Laser Engineering*. sixth. Springer series in optical sciences. Springer, 2006.
- [10] P. Lecoq. “New Approaches to Improve Timing Resolution in Scintillators”. In: *IEEE Transactions on Nuclear Science* 59.5 (2012), pp. 2313–2318.
- [11] Claude Leroy e Pier Giorgio Rancoita. *Principles of radiation interaction in matter and detection*. third. World Scientific, 2012.