



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI
"M.FANNO"

CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN ECONOMIA

PROVA FINALE

**"ANALISI DI COINTEGRAZIONE TRA LE SERIE STORICHE
DEL PIL E DEL DEBITO PUBBLICO DAL 1980 AL 2018"**

RELATORE:

CH.MO PROF. NUNZIO CAPPuccio

LAUREANDO: MATTEO MONTEVECCHI

MATRICOLA N. 1099516

ANNO ACCADEMICO 2019 – 2020

INDICE

INTRODUZIONE.....	5
1. PIL, DEBITO PUBBLICO E RELATIVE TRASFORMAZIONI.....	7
1.1 Dati termini Reali e Nominali.....	7
1.2 Scala Logaritmica.....	9
1.3 Ritardi e Differenze.....	10
1.4 Dati.....	12
2. ANALISI UNIVARIATA: TEST DI RADICE UNITARIA	13
2.1 Non Stazionarietà.....	13
2.2 Test ADF (Augmented Dickey-Fuller).....	15
2.3 Test ADF-GLS.....	19
2.4 Test di Zivot-Andrews.....	21
2.5 Test ADF, ADF-GLS e Zivot-Andrews su d_1_PILr	22
2.6 Test ADF, ADF-GLS e Zivot-Andrews su d_1_DPr	24
3. MULTIVARIATA: COINTEGRAZIONE E MODELLO VAR.....	29
3.1 Cointegrazione.....	29
3.2 Test di Engle e Granger.....	29
3.3 Test di Engle-Granger su $l_PILr-d_1_DPr$	30
3.4 di Johansen.....	32
3.5 Test di Johansen su $l_PILr-d_1_DPr$	35
3.6 Modello VAR(Vector Autoregression).....	38
3.7 Selezione di un ordine di ritardi in un VAR.....	38
3.8 Stazionarietà Modello VAR.....	39
3.9 Test Impulso – Risposta.....	40
3.10 Selezione dell'ordine di ritardi nel VAR delle serie d_1_PILr e $d2_1_DPr$	40
3.11 Modello VAR delle serie d_1_PILr e $d2_1_DPr$	42

<i>3.12 Stazionarietà modello VAR $d_1_PILr-d2_l_DPr$</i>	43
<i>3.13 Test Impulso-Risposta VAR $d_1_PILr-d2_l_DPr$</i>	44
<i>3.14 Impulso-Risposta VAR $d2_l_DPr-d_1_PILr$</i>	45
CONCLUSIONE	47
BIBLIOGRAFIA	49
SITOGRAFIA	50

INTRODUZIONE

Il seguente elaborato ha lo scopo di verificare e la presenza di *cointegrazione* tra le *serie storiche* del PIL e del Debito Pubblico italiani.

L'ambito in cui ci addentriamo è quindi quello *econometrico*, definiamo *l'econometria* infatti come:

“La scienza e l'arte di usare la teoria economica e le tecniche statistiche per analizzare i dati economici” (JAMES H. STOCK e MARK M. WATSON, 2012, p 3).

I dati utilizzati sono stati in parte reperiti sul sito dell'*Istituto Nazionale di Statistica (ISTAT)*, in parte sono il risultato di elaborazioni personali. Le *serie storiche* a cui faremo riferimento, sono quelle dei due sopracitati *aggregati macroeconomici* dall'anno 1980 al 2018. Per l'analisi, oltre alla bibliografia e alla sitografia indicate a fine tesi, sono stati utilizzati Microsoft Excel per la raccolta dati e per le elaborazioni elementari, mentre per quelle più complesse i software statistici Gretl e STATA.

La trattazione inizia con una breve definizione degli aggregati PIL e Debito Pubblico e delle relative trasformazioni, infatti risulta indispensabile per comprendere appieno l'argomento metabolizzare la terminologia.

Il secondo capitolo è incentrato sul concetto di *stazionarietà*: dopo aver illustrato i principali *test di radice unitaria (unit-root test)*, questi, verranno utilizzati per svolgere un'*analisi univariata*, quindi sulle singole *serie storiche*, al fine di determinare la presenza di *trend stocastici* e di definire l'*ordine di integrazione* delle stesse.

Nel terzo ed ultimo capitolo verrà trattato: sia il concetto di *cointegrazione*, che i due principali test (Engle-Granger, Johansen) utilizzati per verificare la presenza di un *trend comune* tra le serie, inoltre ci serviremo del *modello VAR* (con relativo *test impulso-risposta*) per capire come una variabile influenzi l'altra.

1. PIL, DEBITO PUBBLICO E RELATIVE TRASFORMAZIONI

1.1 Dati termini Reali e Nominali

Le *due serie storiche* prese in esame in questo elaborato, sono il Prodotto Interno Lordo e il Debito Pubblico italiani dal 1980 al 2018.

Una breve definizione dei due *aggregati macroeconomici*:

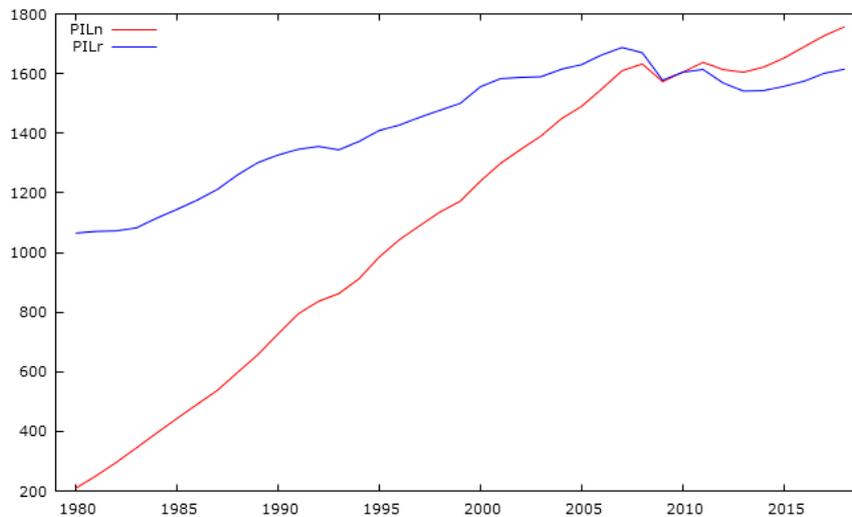
- per *Prodotto Interno Lordo* (PIL) si intende il valore di tutti i beni e servizi finali prodotti in un certo periodo all'interno del paese.
- per *Debito Pubblico* si intende il denaro preso a prestito dallo stato attraverso l'emissione di titoli pubblici, questo consente di aumentare la spesa pubblica senza dover ricorrere ad imposte più alte.

Normalmente per periodi molto brevi questi vengono espressi in valori *nominali*, che altro non sono che i valori registrati anno dopo anno a *prezzi correnti* (di quell'anno).

Questi valori però poco si prestano al nostro studio, infatti, prendendo in esame PIL e Debito Pubblico in un arco temporale di quasi quarant'anni, è necessario depurare i dati dall'effetto dell'*inflazione*: "chi possiede 10€ oggi, sicuramente non ha lo stesso potere d'acquisto che avrebbe avuto con la stessa somma quarant'anni fa".

Per una rappresentazione più corretta, utilizzeremo quindi i *valori reali, concatenati* ai prezzi di un *anno base* (nel nostro caso il 2010). Di fatto quindi il *PIL Nominale* misura sia le variazioni delle quantità prodotte che quelle dei prezzi, mentre il *PIL Reale* solo quella delle quantità.

Abbiamo quindi reperito i valori del *PIL nominale* del *PIL reale*¹:



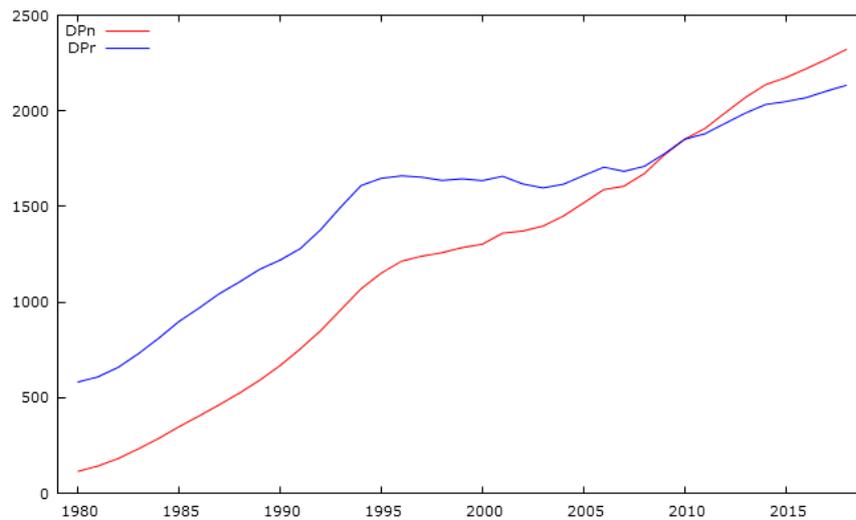
Andamento PILn e DPn da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

dopodiché, avendo trovato molta difficoltà nel reperire la serie storica del DP (Debito Pubblico) in termini reali, questi sono stati calcolati mediante il *Deflatore implicito del PIL* ovvero la misura del *tasso di inflazione medio annuo* nell'economia, calcolata come il rapporto tra PILn e PILr:

$$D_{t,t_0} = \frac{Y_{t,t}}{Y_{t,t_0}}$$

ci siamo poi serviti dei valori del *Deflatore* ottenuti, per calcolare i valori del *Debito Pubblico reale* (dividendo i valori del DPn per i valori del deflatore).

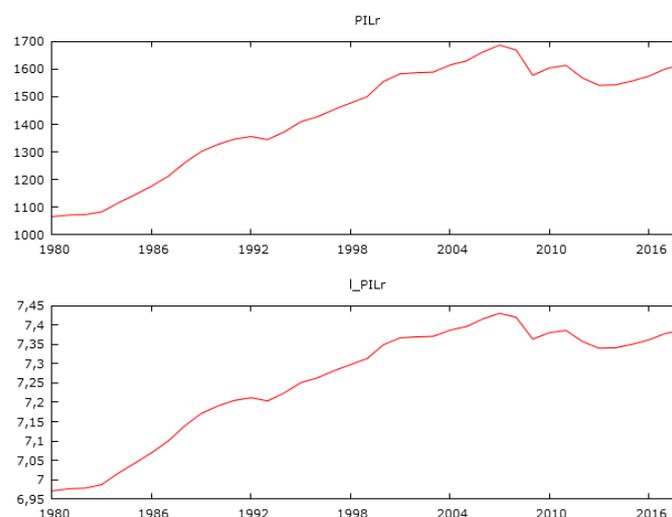
¹ PIL reale=(PIL nominale)/(Deflatore PIL)



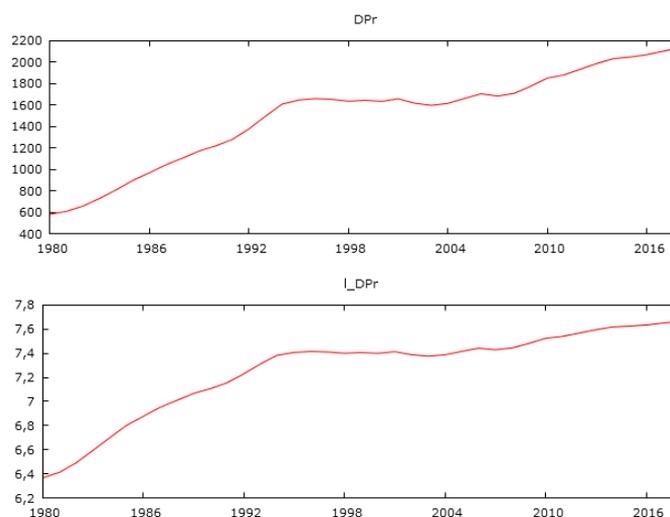
Andamento DPn e DPr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

1.2 Scala Logaritmica

Dopo aver calcolato i valori delle serie storiche: *PIL reale* (PILr) e *Debito Pubblico reale* (DPr), esprimiamo le stesse in *forma logaritmica*, poiché “*le serie di tipo economico come ad esempio il PIL sono caratterizzate da un andamento di tipo esponenziale, cioè tendono, nel lungo periodo a crescere ad un tasso percentuale mediamente costante*” (JAMES H. STOCK e MARK M. WATSON, 2012, p 399). Un altro motivo per cui risulta conveniente esprimere PILr e DPr in forma logaritmica è che la *deviazione standard* delle serie economiche è approssimativamente proporzionale al



Andamento L_PILr e PILr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.



Andamento l_DPr e DPr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

livello della serie, quindi la *deviazione standard* del logaritmo della serie è approssimativamente costante.

1.3 Ritardi e Differenze

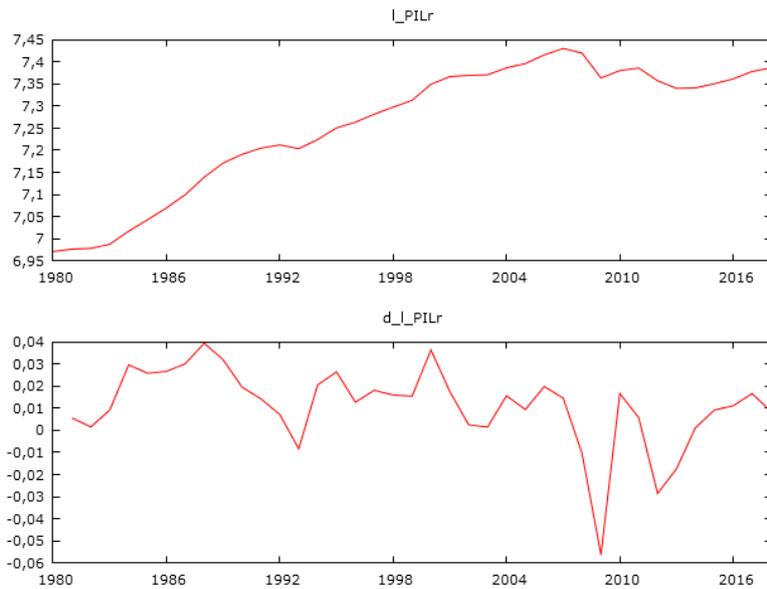
Risulta conveniente approfondire anche un paio di concetti che saranno ricorrenti nei successivi passaggi, ovvero quelli di: *ritardo* e quello di *differenza prima*.

- Per *ritardo* si intende semplicemente il j -esimo valore di Y : per primo ritardo si intende il valore della serie al tempo $(t-1)$ e lo indichiamo con: Y_{t-1} , allo stesso modo chiameremo Y_{t-j} il j -esimo *ritardo*.
- La *differenza prima* invece altro non è che il valore delle serie meno il suo primo *ritardo*, viene indicata come: $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ e indica il *tasso di crescita*.

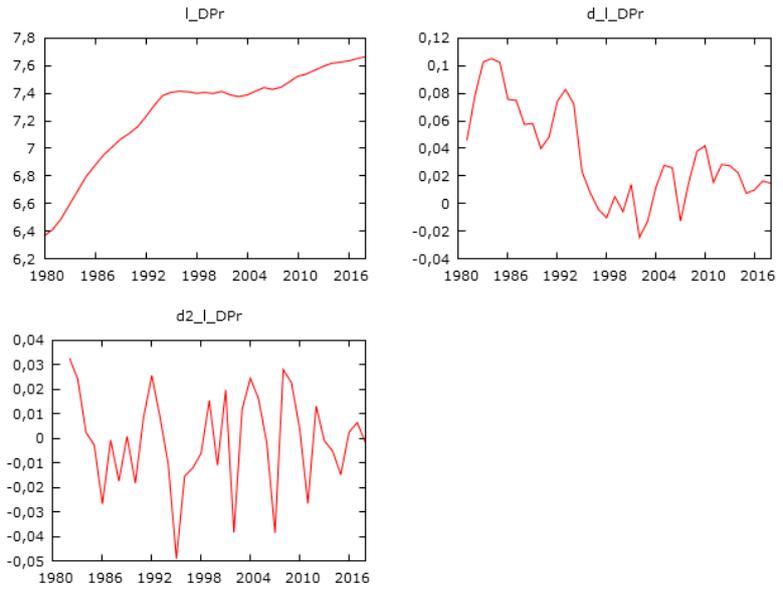
Come vedremo saranno indispensabili per determinare *l'ordine di integrazione delle serie*, infatti questi è il numero di volte che è necessario *differenziare* una serie per renderla *stazionaria*² ed eliminare quindi il *trend stocastico* (*detrending*³).

² Il concetto di Stazionarietà verrà illustrato successivamente.

³ Procedimento mediante il quale, calcolando la differenza prima della serie, viene eliminato il trend



Andamento d_l_PILr e l_PILr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.



Andamento $d2_l_DPr$, d_l_DPr , l_DPr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

1.4 Dati

- **PILn** = PIL in termini nominali (prezzi correnti)
- **PILr** = PIL in termini reali (prezzi anno base 2010)
- **DPn** = Debito Pubblico termini nominali
- **DPr** = Debito Pubblico termini reali
- **DEF.PIL** = Deflatore implicito del PIL
- **D.P./PIL** = rapporto Debito Pubblico-PIL (termini reali)
- **I_PILr** = logaritmo naturale PILr
- **I_DPr** = logaritmo naturale DPr
- **d_I_PILr** = differenza prima I_PILr
- **d_I_DPr** = differenza prima I_DPr
- **d2_I_DPr** = differenza seconda I_DPr

ANNO	PILn	PILr	DPn	DPr	DEF. PIL	D.P./PIL (reali)	I_PILr	I_DPr	d_I_PILr	d_I_DPr	d2_I_DPr
1980	€ 209,021	€ 1.064,876	€ 114,100	€ 581,293	0,196	0,546	6,970614	6,365254			
1981	€ 250,544	€ 1.070,804	€ 142,400	€ 608,606	0,234	0,568	6,976165	6,411117	0,005551	0,045916	
1982	€ 295,826	€ 1.072,472	€ 181,600	€ 658,363	0,276	0,614	6,977722	6,489757	0,001556	0,078586	0,03267
1983	€ 344,771	€ 1.082,393	€ 232,400	€ 729,609	0,319	0,674	6,98693	6,592509	0,009208	0,102753	0,024167
1984	€ 394,405	€ 1.115,002	€ 286,700	€ 810,515	0,354	0,727	7,016611	6,69767	0,029682	0,10516	0,002408
1985	€ 442,950	€ 1.144,227	€ 347,600	€ 897,919	0,387	0,785	7,042485	6,80008	0,025873	0,102411	-0,00275
1986	€ 490,629	€ 1.175,234	€ 404,300	€ 968,445	0,417	0,824	7,069223	6,875691	0,026738	0,075611	-0,0268
1987	€ 537,443	€ 1.211,278	€ 463,100	€ 1.043,725	0,444	0,862	7,099431	6,950552	0,030209	0,07486	-0,00075
1988	€ 597,924	€ 1.260,081	€ 524,500	€ 1.105,345	0,475	0,877	7,138931	7,007913	0,0395	0,057361	-0,0175
1989	€ 657,020	€ 1.301,064	€ 591,600	€ 1.171,516	0,505	0,900	7,170938	7,066054	0,032006	0,058141	0,000779
1990	€ 726,795	€ 1.326,856	€ 667,800	€ 1.219,153	0,548	0,919	7,190568	7,105912	0,01963	0,039858	-0,01828
1991	€ 794,168	€ 1.345,950	€ 755,000	€ 1.279,568	0,590	0,951	7,204855	7,154278	0,014288	0,048366	0,008508
1992	€ 836,206	€ 1.355,679	€ 849,900	€ 1.377,880	0,617	1,016	7,212058	7,228301	0,007202	0,074023	0,025657
1993	€ 861,958	€ 1.344,359	€ 959,700	€ 1.496,803	0,641	1,113	7,203673	7,311087	-0,00839	0,082785	0,008762
1994	€ 911,901	€ 1.372,244	€ 1.069,400	€ 1.609,251	0,665	1,173	7,224203	7,383524	0,02053	0,072437	-0,01035
1995	€ 984,983	€ 1.409,059	€ 1.151,500	€ 1.647,268	0,699	1,169	7,250677	7,406874	0,026475	0,023349	-0,04909
1996	€ 1.043,086	€ 1.427,184	€ 1.213,500	€ 1.660,350	0,731	1,163	7,263459	7,414784	0,012781	0,00791	-0,01544
1997	€ 1.089,869	€ 1.453,378	€ 1.239,900	€ 1.653,450	0,750	1,138	7,281646	7,410619	0,018187	-0,00416	-0,01207
1998	€ 1.135,500	€ 1.476,866	€ 1.258,200	€ 1.636,453	0,769	1,108	7,297678	7,400287	0,016032	-0,01033	-0,00617
1999	€ 1.171,901	€ 1.499,903	€ 1.285,100	€ 1.644,785	0,781	1,097	7,313156	7,405365	0,015478	0,005078	0,015411
2000	€ 1.239,266	€ 1.555,551	€ 1.302,700	€ 1.635,175	0,797	1,051	7,349585	7,399505	0,036429	-0,00586	-0,01094
2001	€ 1.298,890	€ 1.583,118	€ 1.360,300	€ 1.657,966	0,820	1,047	7,367152	7,413347	0,017566	0,013842	0,019702
2002	€ 1.345,794	€ 1.587,053	€ 1.371,800	€ 1.617,721	0,848	1,019	7,369634	7,388774	0,002483	-0,02457	-0,03842
2003	€ 1.390,710	€ 1.589,455	€ 1.397,500	€ 1.597,215	0,875	1,005	7,371146	7,376017	0,001512	-0,01276	0,011816
2004	€ 1.448,363	€ 1.614,599	€ 1.449,700	€ 1.616,089	0,897	1,001	7,386842	7,387765	0,015695	0,011748	0,024504
2005	€ 1.489,726	€ 1.629,932	€ 1.518,700	€ 1.661,633	0,914	1,019	7,396294	7,415556	0,009452	0,027791	0,016044
2006	€ 1.548,473	€ 1.662,638	€ 1.588,100	€ 1.705,187	0,931	1,026	7,416161	7,44143	0,019867	0,025874	-0,00192
2007	€ 1.609,551	€ 1.687,143	€ 1.606,200	€ 1.683,630	0,954	0,998	7,430792	7,428708	0,014631	-0,01272	-0,0386
2008	€ 1.632,151	€ 1.669,421	€ 1.671,500	€ 1.709,669	0,978	1,024	7,420232	7,444055	-0,01056	0,015347	0,028069
2009	€ 1.572,878	€ 1.577,903	€ 1.770,200	€ 1.775,855	0,997	1,125	7,363852	7,482038	-0,05638	0,037983	0,022636
2010	€ 1.604,515	€ 1.604,515	€ 1.851,800	€ 1.851,800	1,000	1,154	7,380577	7,523913	0,016725	0,041876	0,003893
2011	€ 1.637,463	€ 1.613,767	€ 1.908,000	€ 1.880,389	1,015	1,165	7,386326	7,539234	0,005575	0,015321	-0,02656
2012	€ 1.613,265	€ 1.568,274	€ 1.990,100	€ 1.934,600	1,029	1,234	7,357731	7,567656	-0,0286	0,028422	0,013101
2013	€ 1.604,599	€ 1.541,172	€ 2.070,300	€ 1.988,465	1,041	1,290	7,340298	7,595118	-0,01743	0,027462	-0,00096
2014	€ 1.621,827	€ 1.542,924	€ 2.137,300	€ 2.033,319	1,051	1,318	7,341435	7,617425	0,001136	0,022307	-0,00516
2015	€ 1.652,085	€ 1.557,180	€ 2.173,400	€ 2.048,548	1,061	1,316	7,350632	7,624886	0,009197	0,007462	-0,01484
2016	€ 1.689,824	€ 1.574,604	€ 2.220,400	€ 2.069,003	1,073	1,314	7,361759	7,634822	0,011127	0,009936	0,002474
2017	€ 1.727,382	€ 1.601,123	€ 2.269,000	€ 2.103,153	1,079	1,314	7,378461	7,651193	0,016701	0,016371	0,006435
2018	€ 1.756,982	€ 1.614,865	€ 2.322,000	€ 2.134,180	1,088	1,322	7,387007	7,665838	0,008546	0,014645	-0,00173

2. ANALISI UNIVARIATA: TEST DI RADICE UNITARIA

2.1 Non Stazionarietà

Prima di parlare di test, *cointegrazione* e modelli *autoregressivi*, conviene definire il concetto di *non stazionarietà* di una *serie storica*:

Un processo non stazionario è un processo che presenta variazioni sistematiche o cambiamenti periodici in media e in varianza.

Due tra i principali tipi di *non stazionarietà* nelle *serie storiche economiche* sono i *trend* e i *break strutturali*.

- I Trend

“Per trend si intende il persistente movimento di lungo periodo di una variabile nel corso del tempo” (JAMES H. STOCK e MARK M. WATSON, 2012, p 419).

Nelle serie temporali possiamo di fatto imbatterci in due tipi di trend:

- *Trend stocastici: funzione aleatoria;*
- *Trend deterministici: funzioni non aleatorie nel tempo.*

Di solito per descrivere *serie storiche* di tipo economico si preferisce l'utilizzo di *trend stocastici*, infatti, vista la complessità della materia sarebbe quasi presuntuoso pensare di riuscire a prevedere con precisione l'andamento della variabile studiata.

Il modello più semplice di *trend stocastico* è sicuramente quello della *passeggiata aleatoria*.

Definiamo quindi *Passeggiata Aleatoria o Random Walk* un processo del tipo:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

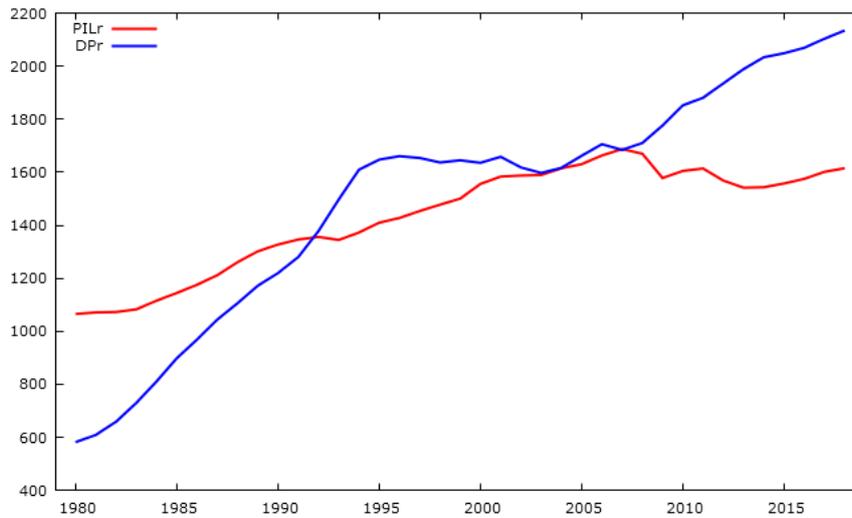
con ε_t che è i.i.d.⁴ e presenta *media condizionale nulla*: $E(\varepsilon_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots) = 0$

L'idea della *passeggiata aleatoria* è quella di pensare che il valore al tempo t di una variabile sia uguale al valore della variabile stessa al tempo $t-1$ sommato ad un “*errore*” imprevedibile.

Non potendo prevedere ε_t , la miglior previsione di Y_t è Y_{t-1} .

Alcune serie, come ad esempio le nostre, possono mostrare delle tendenze.

⁴ Variabili indipendenti e identicamente distribuite.



Andamento PILr e DPr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

È evidente che entrambe, all'aumentare di t , crescano.

Questa tendenza può essere catturata nell'equazione della *Random Walk*: aggiungendo una *deriva* (drift):

$$x_t = \beta_0 + Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

se $\beta_0 > 0$, allora Y_t cresce in media

se $\beta_0 < 0$, allora Y_t decresce

Nel modello *Random Walk con drift* quindi, la miglior previsione di Y_t , è data:

$$\beta_0 + Y_{t-1}.$$

Una *passaggata aleatoria* è quindi non stazionaria, data la presenza del *termine di errore* ε_t , infatti la *varianza* aumenta all'aumentare di t :

$$\text{var}(Y_t) = \text{var}(Y_{t-1}) + \text{var}(\varepsilon_t)$$

La *Random Walk* è un particolare caso di un *processo autoregressivo di ordine 1*, un *AR(1)*, con coefficiente $\beta_1 = 1$:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Per i motivi sopracitati è evidente come il processo sia *non stazionario*; perché sia *stazionario* dovrebbe sussistere la condizione: $|\beta_1| < 1$ e ε_t dovrebbe essere anch'esso *stazionario*.

Per un processo *AR(p)* vengono coinvolte le *radici del polinomio*:

$$1 - \beta_1 z - \beta_2 z^2 - \dots - \beta_p z^p$$

le *radici* sono i valori di z che soddisfano: $1 - \beta_1 z - \beta_2 z^2 - \dots - \beta_p z^p = 0$ e, perché il processo $AR(p)$ sia *stazionario*, tutte devono essere maggiori di uno in valore assoluto.

Riassumendo: se un processo $AR(p)$ presenta una radice uguale a 1, si dice che presenta *radice autoregressiva unitaria* e ciò indica la presenza di un *trend stocastico*.

- Break Strutturali

“viene detto *break strutturale*, un cambiamento netto dei coefficienti della regressione ad una data precisa, o una graduale evoluzione dei coefficienti nel corso di un periodo di tempo più lungo.” (JAMES H. STOCK e MARK M. WATSON, 2012, p 426)

Nel seguente capitolo, andremo a verificare la presenza di *radici unitarie* e quindi di *trend stocastici* nelle *serie logaritmiche* del *PIL* (l_PILr) e del *Debito Pubblico* (l_DPr) in *termini reali*, utilizzando i seguenti test ed avvalendoci dei *criteri AIC e BIC* per la *determinazione dei ritardi* da considerare.

- test ADF (Augmented Dickey-Fuller)
- test ADF-GLS
- test Zivot Andrews (che ci consentirà di ovviare al problema dei *break strutturali*)

Qualora queste presentino *radice unitaria*, calcoleremo le *differenze prime* delle serie l_PILr e l_DPr (*operazione di detrending nota*) per eliminare il *trend lineare*, e le sottoporremo di nuovo ai test sopracitati.

2.2 Test ADF (Augmented Dickey-Fuller)

Questo test è sicuramente il più utilizzato per verificare la presenza di *radici unitarie* in un *processo stocastico*. La regressione su cui si basa è la seguente:

$$\Delta Y_t = \beta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \beta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Si tratta di una *verifica di ipotesi di tipo unilaterale* dove: $H_0: \beta = 0$ e $H_1: \beta < 0$. Sotto l'*ipotesi nulla* la variabile risulta essere integrata di ordine p^5 , quindi *non stazionaria*. Per studiarla e per implementare il test non potremo quindi rivolgerci ai

⁵ L'ordine di integrazione dipenderà dal numero di volte che la serie deve essere differenziata per renderla stazionaria.

valori critici della distribuzione *t-Student*, ma dovremo usare quelli fornitici dalla tabulazione realizzata da Dickey e Fuller.

Vediamo subito come si comportano le nostre serie se sottoposte al test ADF:

Test Dickey-Fuller aumentato per l_PILr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC
Ampiezza campionaria 38
Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante
inclusi 0 ritardi di $(1-L)l_PILr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0507282
Statistica test: $\tau_c(1) = -2,69152$
p-value 0,0848
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,331

Con costante e trend
inclusi 0 ritardi di $(1-L)l_PILr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0232689
Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -0,521906$
p-value 0,978
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,304

Test Dickey-Fuller aumentato per l_PILr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio BIC
Ampiezza campionaria 38
Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

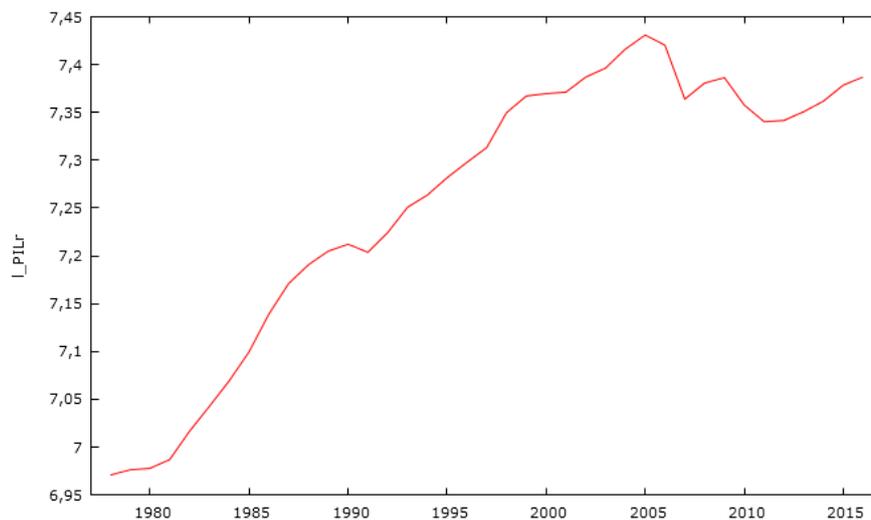
Test con costante
inclusi 0 ritardi di $(1-L)l_PILr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0507282
Statistica test: $\tau_c(1) = -2,69152$
p-value 0,0848
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,331

Con costante e trend
inclusi 0 ritardi di $(1-L)l_PILr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0232689
Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -0,521906$
p-value 0,978

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,304

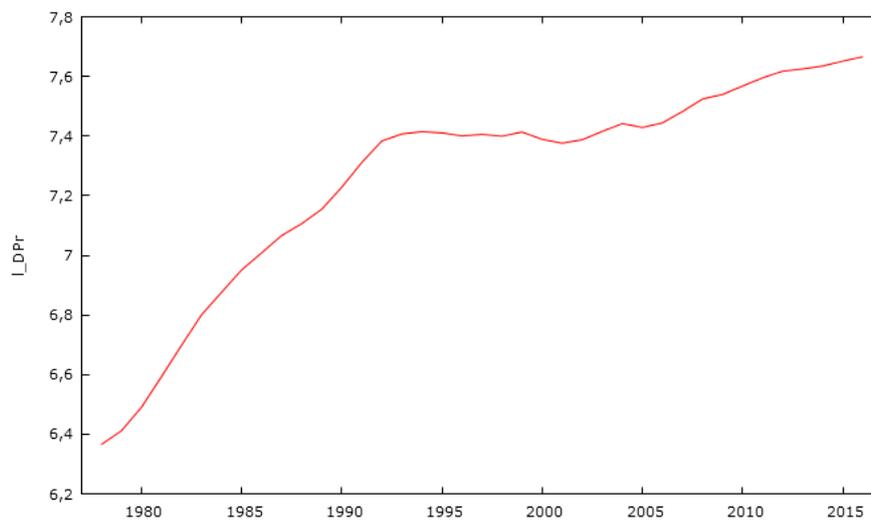
Come risulta evidente dal valore del *p-value* di entrambi i test condotti (con selezione dei ritardi data da *criteri AIC e BIC*), non possiamo rifiutare l'*ipotesi nulla* di presenza di

radice unitaria e quindi di *non stazionarietà* della serie. Questo risulta evidente anche dal grafico, dove la *varianza* non è costante, ma variabile in funzione di *t*.



Andamento l_PILr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

Conduciamo ora il medesimo test sulla serie logaritmica del Debito Pubblico in termini reali:



Andamento l_DPr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

Test Dickey-Fuller aumentato per l_DPr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC
Ampiezza campionaria 37
Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante
incluso un ritardo di $(1-L)l_DPr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0429122
Statistica test: $\tau_c(1) = -3,72736$
p-value asintotico 0,003765
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,156

Con costante e trend
inclusi 7 ritardi di $(1-L)l_DPr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)y(-1) + \dots + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,115876
Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -2,88927$
p-value asintotico 0,1659
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,052
differenze ritardate: $F(7, 21) = 5,641 [0,0009]$

Osserviamo come il test con selezione dei ritardi con *criterio AIC* e *presenza di costante* ci porti a rifiutare l'*ipotesi nulla di radice unitaria*, mentre quello *con costante e trend* ad accettare H_0 .

Il risultato del test è quindi "ambiguo".

Test Dickey-Fuller aumentato per l_DPr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio BIC
Ampiezza campionaria 37
Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante
incluso un ritardo di $(1-L)l_DPr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0429122
Statistica test: $\tau_c(1) = -3,72736$
p-value asintotico 0,003765
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,156

Con costante e trend
incluso un ritardo di $(1-L)l_DPr$
Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)y(-1) + \dots + e$
Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0745221
Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -3,90171$
p-value asintotico 0,01198
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,067

Medesimo risultato si ottiene con la selezione dei ritardi con *criterio BIC*, se non fosse che, anche il test con *costante e trend* ci porterebbe a rifiutare l'*ipotesi nulla di presenza di radice unitaria*. Prima di affermare che la serie sia *stazionaria* condurremo altri test

(inoltre il grafico della *serie logaritmica* ci suggerisce che il processo non sia *stazionario* in *varianza*).

2.3 Test ADF-GLS

Questo test, sviluppato da Elliot, Rothenberg e Stock nel 1996, verifica la presenza di *radice unitaria* e costituisce un'estensione del già citato *test ADF*.

Sotto l'*ipotesi nulla*, la serie è caratterizzata da una *Random Walk* con eventuale *deriva*, mentre sotto l'*ipotesi alternativa* è *stazionaria* attorno ad un *trend deterministico*.

Il test prevede due fasi:

- nella prima, si stimano *intercetta* e *trend* utilizzando il metodo dei *minimi quadrati generalizzati: GLS*.
- nella seconda si utilizza il *test ADF* a verifica della presenza di *radice unitaria*, dove la *regressione Dickey-Fuller* non comprende *intercetta e trend*. Si considera la regressione dove il numero di *ritardi* viene determinato con i consueti *criteri AIC e BIC*.

I *coefficienti* che rappresentano la *parte deterministica* nei *test ADF* e *ADF-GLS* sono stimati in modo differente, quindi anche i *valori critici* con cui dovremo confrontare la statistica del *test ADF-GLS* sono diversi. Se questa risulta inferiore al *valore critico* corrispondente al *livello di significatività* scelto, allora rifiuteremo l'*ipotesi nulla* di presenza di *radice unitaria*.

Il *valore critico* utilizzato dipende dalla versione del test utilizzata cioè dall' introduzione o meno di un *trend temporale*.

Vediamo ora come si comportano le nostre serie se le sottoponiamo al *test ADF-GLS*.

```
Test Dickey-Fuller aumentato (GLS) per l_PILr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC modificato, Perron-Qu
Ampiezza campionaria 37
Ipotesi nulla di radice unitaria: a = 1
```

```
Con costante e trend
incluso un ritardo di (1-L)l_PILr
Modello: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + ... + e
Valore stimato di (a - 1): -0,0531575
Statistica test: tau = -1,22077
```

```
          10%      5%      2,5%      1%
Valori critici: -2,89  -3,19  -3,46  -3,77
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,008
```

Test Dickey-Fuller aumentato (GLS) per l_PILr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio BIC modificato, Perron-Qu
Ampiezza campionaria 38

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Con costante e trend

inclusi 0 ritardi di $(1-L)l_PILr$

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + e$

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0247811

Statistica test: $\tau = -0,532187$

	10%	5%	2,5%	1%
Valori critici:	-2,89	-3,19	-3,46	-3,77

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,441

Test Dickey-Fuller aumentato (GLS) per l_DPr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC modificato, Perron-Qu
Ampiezza campionaria 37

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Con costante e trend

incluso un ritardo di $(1-L)l_DPr$

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0401303

Statistica test: $\tau = -2,17625$

	10%	5%	2,5%	1%
Valori critici:	-2,89	-3,19	-3,46	-3,77

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,066

Test Dickey-Fuller aumentato (GLS) per l_DPr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio BIC modificato, Perron-Qu
Ampiezza campionaria 37

Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Con costante e trend

incluso un ritardo di $(1-L)l_DPr$

Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$

Valore stimato di $(a - 1)$: -0,0401303

Statistica test: $\tau = -2,17625$

	10%	5%	2,5%	1%
Valori critici:	-2,89	-3,19	-3,46	-3,77

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,066

Al contrario del *test ADF*, il *test ADF-GLS* ci porta ad accettare la presenza di *radice unitaria* e a considerare quindi il processo come *non stazionario*.

Per accertarci però che l_DPr sia un processo $I(1)$ ⁶ condurremo sul medesimo anche il *test di Zivot Andrews* (che verrà illustrato sinteticamente di seguito) e ripeteremo gli stessi test sulle *differenze prime* delle serie l_PILr e l_DPr (*detrending*).

2.4 Test di Zivot-Andrews

Il test di Zivot-Andrews è una *procedura robusta* alla presenza di *break strutturali* utilizzata per verificare la presenza di *radici unitarie* nelle serie storiche. Per includere un *break* nel processo generatore dei dati, si utilizzano *variabili dummy*.

Il test non è *data-dependent*, attraverso le *variabili dummy* infatti è possibile catturare i cambiamenti strutturali (al contrario della *procedura di Perron*), la *regressione* viene calcolata per tutte le possibili date di *break* escludendo solamente un breve periodo all'inizio e alla fine del campione.

Consideriamo ora il seguente processo generatore dei dati:

$$Y_t = a_0 + \beta S_t + Y_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_t \quad S_t = 1 \text{ se } t \geq \tau; 0 \text{ altrimenti}$$

ovviamente la presenza del *break* produce effetti su tutta la serie; viene quindi simulato un processo *Random Walk* con *drift* ed uno con *drift e break*.

Il sistema di ipotesi è formulato come quello dei precedenti test ovvero: sotto H_0 si accetta la presenza di *radice unitaria* nella serie, sotto H_1 la si rigetta.

Il test è costruito in modo da selezionare la data del τ come la più favorevole al rifiuto di H_0 (quindi all'*ipotesi di stazionarietà* della serie). Attraverso la riformulazione di Zivot Andrews vengono quindi superati i sopracitati limiti del *test di Perron*.

Il *valori critici* vengono confrontati coi valori tabulati da Zivot Andrews.

```
zandrews l_PILr, lagmethod(AIC) break(both)
Zivot-Andrews unit root test for l_PILr
Allowing for break in both intercept and trend
Lag selection via AIC: lags of D.l_PILr included = 1
Minimum t-statistic -3.476 at 2000 (obs 21)
Critical values: 1%: -5.57 5%: -5.08 10%: -4.82
```

⁶ Processo integrato di ordine uno, quindi differenziato una sola volta per renderlo stazionario.

```

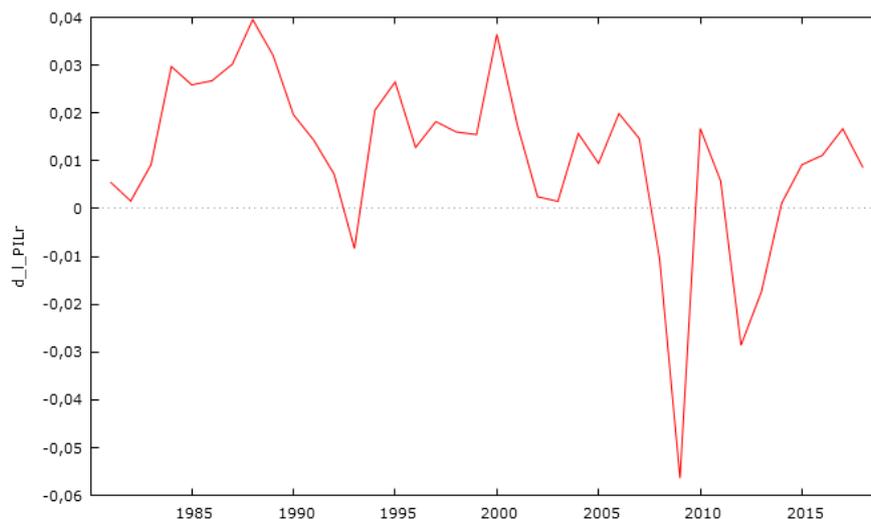
zandrews l_DPr, lagmethod(AIC) break(both)
Zivot-Andrews unit root test for l_DPr
Allowing for break in both intercept and trend
Lag selection via AIC: lags of D.l_DPr included = 1
Minimum t-statistic -4.523 at 1992 (obs 13)
Critical values: 1%: -5.57 5%: -5.08 10%: -4.82

```

Accettata ipotesi di presenza di *radice unitaria* in entrambe le serie (vengono riportati solo i test con selezione di ritardi con *metodo AIC* in quanto conducono ai medesimi risultati del *BIC*).

2.5 Test ADF, ADF-GLS e Zivot-Andrews su d_l_PILr

Procediamo come detto in precedenza a calcolare le *differenze prime* della serie l_PILr e ripetiamo i medesimi test per verificare che dopo il *detrending* questa risulti *stazionaria*:



Andamento d_l_PILr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

(è già visibile dal grafico una certa *stazionarietà* della *varianza*, ma procediamo coi test) Per evitare eccessiva ridondanza dei dati svolgeremo i test seguendo utilizzando solo l'*AIC* e l'*AIC modificato* come criterio di selezione dei ritardi ad eccezione del *test di Zivot-Andrews* che, in base al metodo utilizzato, porta a considerare un diverso numero di ritardi.

```

Test Dickey-Fuller aumentato per d_l_PILr
test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC
Ampiezza campionaria 37
Ipotesi nulla di radice unitaria: a = 1

```

Test con costante
 inclusi 0 ritardi di (1-L)d_l_PILr
 Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)*y(-1) + e$
 Valore stimato di (a - 1): -0,568982
 Statistica test: $\tau_c(1) = -3,73504$
 p-value 0,007463
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,036

Con costante e trend
 incluso un ritardo di (1-L)d_l_PILr
 Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$
 Valore stimato di (a - 1): -0,913749
 Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -4,53047$
 p-value asintotico 0,001294
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: -0,001

Test Dickey-Fuller aumentato (GLS) per d_l_PILr
 test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC modificato, Perron-Qu
 Ampiezza campionaria 37
 Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Con costante e trend
 inclusi 0 ritardi di (1-L)d_l_PILr
 Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + e$
 Valore stimato di (a - 1): -0,662865
 Statistica test: $\tau = -4,24566$

	10%	5%	2,5%	1%
Valori critici:	-2,89	-3,19	-3,46	-3,77

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,048

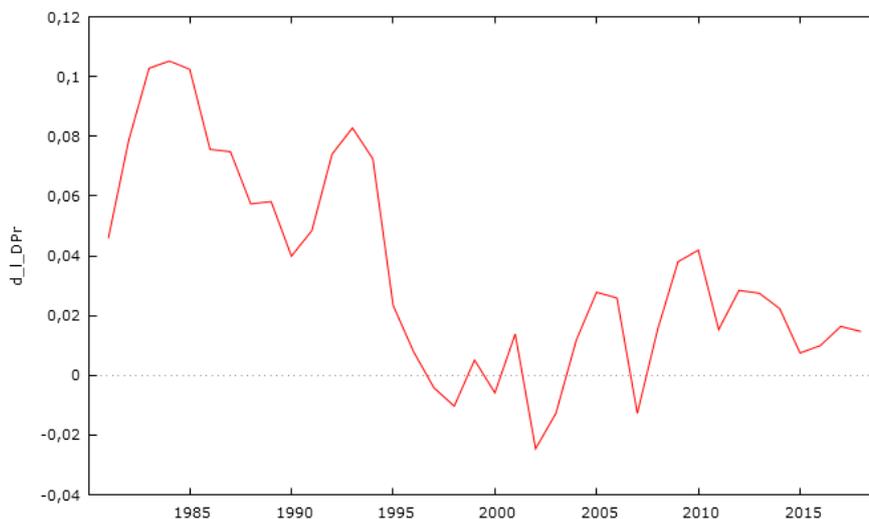
d_l_PILr, lagmethod(AIC) break(both)
 Zivot-Andrews unit root test for d_l_PILr
 Allowing for break in both intercept and trend
 Lag selection via AIC: lags of D.d_l_PILr included = 1
 Minimum t-statistic -6.274 at 2009 (obs 30)
 Critical values: 1%: -5.57 5%: -5.08 10%: -4.82

zandrews d_l_PILr, lagmethod(BIC) break(both)
 Zivot-Andrews unit root test for d_l_PILr
 Allowing for break in both intercept and trend
 Lag selection via BIC: lags of D.d_l_PILr included = 0
 Minimum t-statistic -5.670 at 2008 (obs 29)
 Critical values: 1%: -5.57 5%: -5.08 10%: -4.82

Come è possibile notare, i risultati dei test ci portano ad accettare la nostra ipotesi di *radice unitaria* nella serie I_PILr , infatti gli stessi, condotti sulla *differenza prima* (d_I_PILr) quindi dopo il *detrending*, mostrano come sia stata raggiunta la *stazionarietà* e sia stato eliminato dal processo il *trend lineare*.

2.6 Test ADF, ADF-GLS e Zivot-Andrews su d_I_DPr

Conduciamo ora i test sulla serie d_I_DPr .



Andamento d_I_DPr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

(anche il grafico della serie d_I_DPr , ci lascia perplessi e, al contrario di quello di d_I_PILr , non ci consente di affermare con assoluta certezza che I_DPr si tratti di un *processo $I(1)$* .)

Test Dickey-Fuller aumentato per d_I_DPr
 test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC
 Ampiezza campionaria 37
 Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante
 inclusi 0 ritardi di $(1-L)d_I_DPr$
 Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + e$
 Valore stimato di $(a - 1)$: -0,152707
 Statistica test: $\tau_c(1) = -1,68418$
 p-value 0,4307
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e : 0,122

Con costante e trend
 inclusi 0 ritardi di (1-L)d_l_DPr
 Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + e$
 Valore stimato di (a - 1): -0,284323
 Statistica test: tau_ct(1) = -2,41312
 p-value 0,3672
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,186

Test Dickey-Fuller aumentato (GLS) per d_l_DPr
 test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC modificato, Perron-Qu
 Ampiezza campionaria 37
 Ipotesi nulla di radice unitaria: a = 1

Con costante e trend
 inclusi 0 ritardi di (1-L)d_l_DPr
 Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + e$
 Valore stimato di (a - 1): -0,265637
 Statistica test: tau = -2,36076

	10%	5%	2,5%	1%
Valori critici:	-2,89	-3,19	-3,46	-3,77

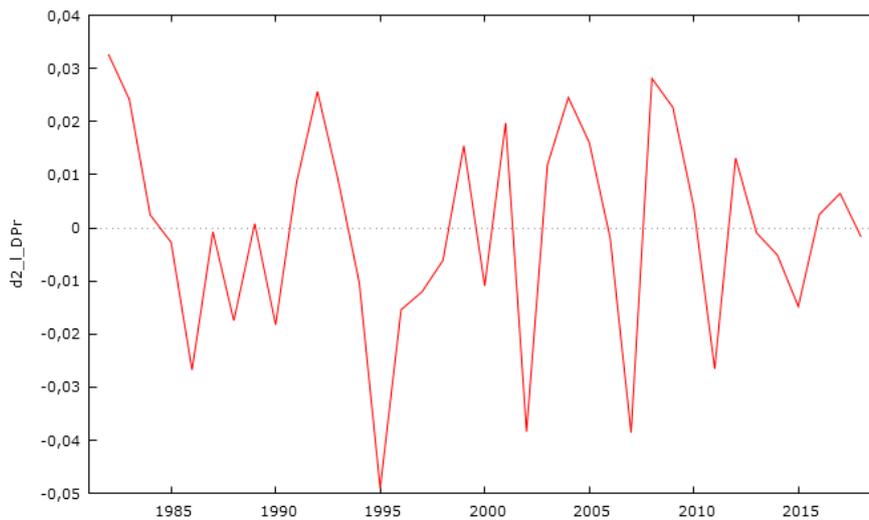
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,174

zandrews d_l_DPr, lagmethod(AIC) break(both)
 Zivot-Andrews unit root test for d_l_DPr
 Allowing for break in both intercept and trend
 Lag selection via AIC: lags of D.d_l_DPr included = 0
 Minimum t-statistic -5.255 at 1995 (obs 16)
 Critical values: 1%: -5.57 5%: -5.08 10%: -4.82

(riportato solo *criterio AIC* perché conduce ai medesimi risultati del *BIC*).

I nostri sospetti erano fondati, anche la *differenza prima* della serie l_DPr presenta *radice unitaria* e risulta quindi essere *non stazionario*. Per verificare che questa sia *integrata di ordine 2*, svolgiamo i medesimi test sulla *differenza seconda* della serie l_DPr (viene quindi rimosso il *trend parabolico*).

(Per evitare un'eccessiva ridondanza dei dati, riportiamo solo il test ADF-GLS con selezione dei *ritardi AIC*).



Andamento d2_l_DPr da 1980 a 2018. Elaborato Gretl.

Test Dickey-Fuller aumentato per d2_l_DPr
 test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC
 Ampiezza campionaria 30
 Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Test con costante
 inclusi 6 ritardi di $(1-L)d2_l_DPr$
 Modello: $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$
 Valore stimato di $(a - 1)$: -1,37215
 Statistica test: $\tau_c(1) = -2,07698$
 p-value asintotico 0,2542
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,007
 differenze ritardate: $F(6, 22) = 2,173 [0,0851]$

Con costante e trend
 inclusi 5 ritardi di $(1-L)d2_l_DPr$
 Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)y(-1) + \dots + e$
 Valore stimato di $(a - 1)$: -2,18122
 Statistica test: $\tau_{ct}(1) = -3,83424$
 p-value asintotico 0,01482
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,118
 differenze ritardate: $F(5, 23) = 2,692 [0,0467]$

Test Dickey-Fuller aumentato (GLS) per d2_l_DPr
 test all'indietro da 9 ritardi, criterio AIC modificato, Perron-Qu
 Ampiezza campionaria 36
 Ipotesi nulla di radice unitaria: $a = 1$

Con costante e trend
 inclusi 0 ritardi di $(1-L)d2_l_DPr$
 Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)y(-1) + e$
 Valore stimato di $(a - 1)$: -0,84672
 Statistica test: $\tau = -5,15105$

	10%	5%	2,5%	1%
Valori critici:	-2,89	-3,19	-3,46	-3,77

Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: -0,012

```
d2_1_DPr, lagmethod(AIC) break(both)
Zivot-Andrews unit root test for d2_1_DPr
Allowing for break in both intercept and trend
Lag selection via AIC: lags of D.d2_1_DPr included = 2
Minimum t-statistic -5.769 at 2003 (obs 24)
Critical values: 1%: -5.57 5%: -5.08 10%: -4.82
```

```
zandrews d2_1_DPr, lagmethod(BIC) break(both)
Zivot-Andrews unit root test for d2_1_DPr
Allowing for break in both intercept and trend
Lag selection via BIC: lags of D.d2_1_DPr included = 0
Minimum t-statistic -5.818 at 1999 (obs 20)
Critical values: 1%: -5.57 5%: -5.08 10%: -4.82
```

La serie è *stazionaria* e possiamo affermare che si tratta di una $I(2)$.

3. ANALISI MULTIVARIATA: COINTEGRAZIONE E MODELLO VAR

3.1 Cointegrazione

“Due serie temporali con trend stocastici si dicono cointegrate se si muovono in modo così simile nel lungo periodo da sembrare che esse seguano un trend comune.

Si supponga che X_t e Y_t siano integrate di ordine uno. Se per qualche coefficiente θ , $Y_t - \theta X_t$ è integrata di ordine zero, allora X_t e Y_t sono dette cointegrate. Il coefficiente θ è detto coefficiente di cointegrazione. Se X_t e Y_t sono cointegrate, allora abbiamo un trend stocastico comune, che è eliminato dal calcolo della differenza $Y_t - \theta X_t$.” (JAMES H. STOCK e MARK M. WATSON, 2012, p 497).

Per capire se due serie siano o meno *cointegrate*, prima di tutto si parte dall’osservazione dell’andamento dei grafici che ci permette di ipotizzare la presenza di un *trend comune*, per esserne certi poi, si implementano dei test statistici. Nel nostro caso, nello studio delle serie “PILr” e “DPr” utilizzeremo i *test di Engle e Granger* e quello di *Johansen*.

3.2 Test di Engle e Granger

Requisito fondamentale perché le serie siano *cointegrate* è che entrambe presentino *radice unitaria (trend stocastico)* e che siano quindi delle $I(1)$. Nel nostro caso quindi svolgeremo il test sulle serie l_PILr e d_1_DPr (in quanto quest’ultima è una $I(2)$). Verificato ciò, la loro *combinazione lineare* deve risultare *stazionaria* e quindi una $I(0)$. Se quindi:

$$Y_t \sim I(1) \text{ e } X_t \sim I(1)$$

e

$$Y_t - \beta X_t = \epsilon_t$$

dove

$$\epsilon_t \sim I(0)$$

allora c’è *cointegrazione* e la regressione tra Y_t e X_t non è *spuria*⁷.

⁷ Una regressione spuria è una regressione dove manca il nesso di causalità tra le variabili.

Una volta definita la *regressione* appare chiaro come il *termine di errore* rappresenti la differenza tra una variabile e la *combinazione lineare* dell'altra.

In un secondo momento si procederà quindi al consueto *test di radice unitaria (ADF)* sui *residui*, se questi risulteranno *stazionari* potremo concludere che le serie sono *cointegrate*, altrimenti dovremo rifiutare tale ipotesi.

3.3 Test di Engle-Granger su l_PILr-d_l_DPr

Svolgiamo ora il test sulle serie *non stazionarie integrate di ordine uno*: l_PILr e d_l_DPr, salteremo i test preliminari di presenza di *radice unitaria* in quanto già svolti nel capitolo precedente.

Passo 1: test per una radice unitaria in l_PILr

k = 1: AIC = -197,495
k = 0: AIC = -195,115

Test Dickey-Fuller aumentato per l_PILr
test all'indietro da 1 ritardi, criterio AIC
Ampiezza campionaria 37
Ipotesi nulla di radice unitaria: a = 1

Con costante e trend
incluso un ritardo di (1-L)l_PILr
Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + \dots + e$
Valore stimato di (a - 1): -0,0519062
Statistica test: tau_ct(1) = -1,18021
p-value asintotico 0,9135
Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,005

Regressione aumentata Dickey-Fuller
OLS, usando le osservazioni 1982-2018 (T = 37)
Variabile dipendente: d_l_PILr

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	0,382534	0,307914	1,242	0,2229
l_PILr_1	-0,0519062	0,0439806	-1,180	0,9135
d_l_PILr_1	0,334574	0,164285	2,037	0,0498 **
time	8,65489e-05	0,000597363	0,1449	0,8857

AIC: -197,495 BIC: -191,052 HQC: -195,224

Passo 2: test per una radice unitaria in d_l_DPr

k = 1: AIC = -182,437
k = 0: AIC = -182,612

Test Dickey-Fuller aumentato per d_l_DPr
test all'indietro da 1 ritardi, criterio AIC
Ampiezza campionaria 37
Ipotesi nulla di radice unitaria: a = 1

Con costante e trend
 inclusi 0 ritardi di (1-L)d_l_DPr
 Modello: $(1-L)y = b_0 + b_1*t + (a-1)*y(-1) + e$
 Valore stimato di (a - 1): -0,284323
 Statistica test: tau_ct(1) = -2,41312
 p-value 0,3672
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,186

Regressione Dickey-Fuller
 OLS, usando le osservazioni 1982-2018 (T = 37)
 Variabile dipendente: d_l_DPr

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	0,0226596	0,0116194	1,950	0,0594 *
d_l_DPr_1	-0,284323	0,117824	-2,413	0,3672
time	-0,000648719	0,000384143	-1,689	0,1004

AIC: -186,548 BIC: -181,715 HQC: -184,844

Passo 3: regressione di cointegrazione

Regressione di cointegrazione -
 OLS, usando le osservazioni 1981-2018 (T = 38)
 Variabile dipendente: l_PILr

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
const	7,14913	0,0298859	239,2	7,69e-058 ***
d_l_DPr	-1,47137	0,316562	-4,648	4,62e-05 ***
time	0,00811687	0,000995950	8,150	1,34e-09 ***

Media var. dipendente	7,265166	SQM var. dipendente	0,139008
Somma quadr. residui	0,089823	E.S. della regressione	0,050659
R-quadro	0,874368	R-quadro corretto	0,867189
Log-verosimiglianza	60,98292	Criterio di Akaike	-115,9658
Criterio di Schwarz	-111,0531	Hannan-Quinn	-114,2179
rho	0,772992	Durbin-Watson	0,309133

Note: SQM = scarto quadratico medio; E.S. = errore standard

Passo 4: test per una radice unitaria in uhat

k = 1: AIC = -159,105
 k = 0: AIC = -160,529

Test Dickey-Fuller aumentato per uhat
 test all'indietro da 1 ritardi, criterio AIC
 Ampiezza campionaria 37
 Ipotesi nulla di radice unitaria: a = 1

Test senza costante
 inclusi 0 ritardi di (1-L)uhat
 Modello: $(1-L)y = (a-1)*y(-1) + e$
 Valore stimato di (a - 1): -0,227008
 Statistica test: tau_ct(2) = -2,62487
 p-value 0,4839
 Coefficiente di autocorrelazione del prim'ordine per e: 0,128

Regressione Dickey-Fuller
 OLS, usando le osservazioni 1982-2018 (T = 37)
 Variabile dipendente: d_uhat

	coefficiente	errore std.	rapporto t	p-value
uhat_1	-0,227008	0,0864834	-2,625	0,4839

AIC: -165,686 BIC: -164,075 HQC: -165,118

Ci sono sintomi di una relazione di cointegrazione se:

- (a) L'ipotesi di radice unitaria non è rifiutata per le singole variabili e contemporaneamente
- (b) L'ipotesi di radice unitaria è rifiutata per i residui (uhat) della regressione di cointegrazione.

Il *test ADF* condotto sui *residui* conferma con una forte *significatività* la presenza di *radice unitaria*, possiamo quindi dedurre che le due serie *non siano cointegrate* dato che: anche se il primo requisito (*ordine di integrazione pari a uno* in entrambe le serie) è rispettato, i *residui* della regressione sono *non stazionari*. A verifica ulteriore condurremo ora il *test di Johansen*.

3.4 Test di Johansen

Ulteriore evidenza di presenza di *cointegrazione* tra le serie può essere mostrata attraverso il *test di Johansen*, il quale, in modo molto semplicistico, può essere definito come: *“l'equivalente multivariato del test ADF”*. Questi ammette che la *relazione di cointegrazione* possa essere rappresentata come un *VAR di ordine finito* con *errori gaussiani* nel quale però bisogna tener conto anche dei vincoli legati alla presenza di *cointegrazione*, infatti il *rango della matrice* corrisponderà al *rango di cointegrazione*:

$$\Delta Y_t = d_t + \Pi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \Gamma_i \Delta Y_{t-1} + \epsilon_t$$

Nel nostro caso, *bivariato*, avremo una matrice 2x2, *semidefinita positiva* e due *autovalori* reali non negativi che chiameremo: λ_1 e λ_2 .

Sono chiamati *test di Johansen* i due test:

- Maximum Eigenvalue
- Trace test

Per entrambi i test statistici avremo un sistema di ipotesi dove quella nulla corrisponde all'*assenza di cointegrazione* tra le serie, mentre quella alternativa accetta la *presenza di cointegrazione*.

(i due differiscono unicamente per la formulazione delle ipotesi alternative).

- *Maximum Eigenvalue (test di azzeramento dell'autovalore più grande)*: per prima cosa è fondamentale ordinare i due *autovalori*:

$$\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$$

Dopodiché si formula il seguente test (tenendo presente che stiamo parlando di un caso *bivariato*):

$$H_0: \lambda_1 = 0$$

$$H_1: \lambda_1 = 1$$

Ovviamente accettare l'*ipotesi nulla* che l'*autovalore* più grande sia uguale a zero corrisponde a dire che:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0$$

Di conseguenza il *rango* della matrice è zero e le due serie non presentano *cointegrazione*.

Nel caso dovessimo rifiutare l'*ipotesi nulla* dovremmo supporre che tra le due sussista una *relazione di cointegrazione* oppure che le due siano addirittura *stazionarie*. Per verificare l'una o l'altra ipotesi formuleremo il seguente test d'ipotesi:

$$H_0: \lambda_2 = 0$$

$$H_1: \lambda_2 \neq 0$$

Accettando H_0 ammettiamo la presenza di un *vettore di cointegrazione*, rifiutandola rifiutiamo la presenza di *radici unitarie* e concludiamo che le due serie sono *stazionarie*.

Questo per un caso *bivariato*, nel caso *multivariato* di rifiuto dell'ipotesi $\lambda_2 = 0$ dovremmo procedere nella stessa maniera a testare i successivi *autovalori*:

$$H_0: \lambda_i = 0$$

$$H_1: \lambda_i \neq 0$$

per verificare la presenza di ulteriori relazioni di *cointegrazione*.

il test statistico può essere scritto:

$$LR(r_0, r_0 + 1) = -T \ln(1 - \lambda_{r_0+1})$$

Per esempio, nel caso *bivariato* in cui avremo le ipotesi:

$\text{rango}(\Pi) = 0$ vs $\text{rango}(\Pi) = 1$ il test statistico sarà: $LR(0,1) = -T \ln(1 - \lambda_1)$.

- *Trace Test*

Il test è molto simile al precedente, l'*ipotesi nulla* è:

$$H_0: \lambda_1 = \lambda_2 = 0$$

Se si accetta H_0 dovremo concludere che le serie non sono *cointegrate*, in caso di rifiuto bisognerà procedere alla verifica di presenza di relazione di *cointegrazione* o di *stazionarietà*.

Il test statistico è il seguente:

$$LR(r_0, n) = -T \sum_{i=r_0+1}^n \ln(1 - \lambda_i)$$

In cui l'*ipotesi nulla* è: $\text{rango}(\Pi) = r_0$ e l'*ipotesi alternativa* è:

$r_0 < \text{rango}(\Pi) \leq n$ dove n , è il numero massimo di possibili *vettori di cointegrazione*.

Nel caso di rifiuto l'ipotesi nulla del successivo test sarà:

$$H_0: \text{rango}(\Pi) = r_0 + 1$$

e l'ipotesi alternativa:

$$r_0 + 1 < \text{rango}(\Pi) \leq n$$

In base al numero di variabili considerate, da questi successivi test dedurremo la presenza di ulteriori *vettori di cointegrazione* o la *stazionarietà* delle serie.

3.5 Test di Johansen su l_PILr-d_1_DPr

Il numero di *ritardi* (in questo caso uno) è stato deciso in base ai criteri per la determinazione degli stessi per il *modello VAR* di cui parleremo in seguito:

Test di Johansen:

Numero di equazioni = 2

Ordine dei ritardi = 1

Periodo di stima: 1982 - 2018 (T = 37)

Coefficients, VAR in differences (1 x 2)

0,011104 -0,00084517

Coefficients, eqns in lagged levels (1 x 3)

7,2619 0,034755 20,000

Matrice di varianza-covarianza per i residui del campione

Sistema VAR nelle differenze prime (S00)

0,00032399 -0,00013342
-0,00013342 0,00037694

Sistema con i livelli come variabile dipendente (S11)

0,018911 -0,0038096 1,3164
-0,0038096 0,0012118 -0,24585
1,3164 -0,24585 114,00

Prodotti incrociati (S01)

-0,0011151 0,00021976 -0,085839
-5,8783e-005 -0,00018505 -0,0040518

Caso 4: trend vincolato, costante non vincolata

Log-verosimiglianza = 309,396 (termine costante incluso: 204,394)

Rango	Autovalore	Test traccia	p-value	Test Lmax	p-value
0	0,37901	23,988	[0,0831]	17,628	[0,0876]
1	0,15792	6,3596	[0,4267]	6,3596	[0,4277]

Corretto per ampiezza campionaria (df = 33)

Rango	Test traccia	p-value
0	23,988	[0,1026]
1	6,3596	[0,4310]

Autovalore	0,37901	0,15792
------------	---------	---------

Beta (vettori di cointegrazione)

l_PILr	-12,194	-5,6320
d_l_DPr	-35,794	-32,510
trend	0,0027465	0,062291

Alfa (vettori di aggiustamento)

l_PILr	0,0054962	-0,0062111
d_l_DPr	0,0073293	0,0060946

Beta rinormalizzato

l_PILr	1,0000	0,17324
d_l_DPr	2,9354	1,0000
trend	-0,00022523	-0,0019160

Alfa rinormalizzato

l_PILr	-0,067021	0,20192
d_l_DPr	-0,089374	-0,19814

Matrici di lungo periodo (alfa * beta')

	l_PILr	d_l_DPr	trend
l_PILr	-0,032040	0,0051936	-0,00037180
d_l_DPr	-0,12370	-0,46048	0,00039977

Test con trend vincolato e costante non vincolata:

sia il *test Maximum Eigenvalue* che il *Trace Test* portano ad accettare l'ipotesi nulla e quindi ad affermare che il *rango* della matrice è pari a zero e le serie non sono *cointegrate*.

Test di Johansen:

Numero di equazioni = 2

Ordine dei ritardi = 1

Periodo di stima: 1982 - 2018 (T = 37)

Coefficients, VAR in differences (2 x 2)

0,026916	-9,8789e-005
-0,00075298	-3,5542e-005

Coefficients, eqns in lagged levels (2 x 2)

7,0194	0,080044
0,011547	-0,0021566

Matrice di varianza-covarianza per i residui del campione

Sistema VAR nelle differenze prime (S00)

```
0,00025935 -0,00013647
-0,00013647 0,00037680
```

Sistema con i livelli come variabile dipendente (S11)

```
0,0037102 -0,00097062
-0,00097062 0,00068157
```

Prodotti incrociati (S01)

```
-0,00012392 3,4639e-005
-1,1995e-005 -0,00019379
```

Caso 5: trend e costante non vincolati

Log-verosimiglianza = 309,396 (termine costante incluso: 204,394)

Rango	Autovalore	Test traccia	p-value	Test Lmax	p-value
0	0,29918	13,746	[0,2010]	13,154	[0,1752]
1	0,015893	0,59277	[0,4413]	0,59277	[0,4413]

Corretto per ampiezza campionaria (df = 33)

Rango	Test traccia	p-value
0	13,746	[0,2057]
1	0,59277	[0,4568]

Autovalore	0,29918	0,015893
------------	---------	----------

Beta (vettori di cointegrazione)

l_PILr	14,783	14,527
d_l_DPr	47,900	-6,6338

Alfa (vettori di aggiustamento)

l_PILr	-0,00017270	-0,0020299
d_l_DPr	-0,0094596	0,0011113

Beta rinormalizzato

l_PILr	1,0000	-2,1898
d_l_DPr	3,2402	1,0000

Alfa rinormalizzato

l_PILr	-0,0025530	0,013466
d_l_DPr	-0,13984	-0,0073720

Matrice di lungo periodo (alfa * beta')

	l_PILr	d_l_DPr
l_PILr	-0,032040	0,0051936
d_l_DPr	-0,12370	-0,46048

Test con trend e costante non vincolati:

come nel test precedente, sia il *test Maximum Eigenvalue* che il *Trace Test* portano ad accettare l'*ipotesi nulla* di assenza di *cointegrazione* tra le serie.

I risultati sono in linea con quelli del *test di Engle-Granger*, quindi possiamo affermare che le serie l_PILr e d_l_DPr non presentano *relazioni di cointegrazione* tra loro.

3.6 Modello VAR (Vector Autoregression)

Procediamo con la stima del *modello VAR* (Vector Autoregression).

Questo, altro non è che un *processo stocastico* utilizzato per catturare *interdipendenze* lineari nelle *serie storiche multiple* e può essere considerato la versione *multivariata* dei *processi autoregressivi*.

Le distribuzioni congiunte delle Y_t sono quindi solamente determinate dalle distribuzioni di $Y_0, \epsilon_1, \dots, \epsilon_t$.

“Un’autoregressione vettoriale (VAR) è un insieme di k regressioni temporali, in cui i regressori sono i valori ritardati delle k variabili dipendenti, nel nostro caso d_1 PILr e d_2 DPPr. Il VAR generalizza l’autoregressione univariata a un insieme, o un vettore, di serie temporali. Quando il numero di ritardi è lo stesso in ogni equazione ed è pari a p , allora il sistema di equazioni è detto VAR(p).

Nel caso di due variabili Y_t e X_t , il VAR(p) consiste in due equazioni:

$$Y_t = \beta_{10} + \beta_{11}Y_{t-1} + \dots + \beta_{1p}Y_{t-p} + \gamma_{11}X_{t-1} + \dots + \gamma_{1p}X_{t-p} + \epsilon_{1t}$$

$$X_t = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{t-1} + \dots + \beta_{2p}Y_{t-p} + \gamma_{21}X_{t-1} + \dots + \gamma_{2p}X_{t-p} + \epsilon_{2t}$$

Dove i β e i γ sono i coefficienti ignoti e ϵ_{1t} e ϵ_{2t} sono i termini d'errore.

I coefficienti di un VAR sono stimati applicando il metodo degli OLS a ogni equazione.” (JAMES H. STOCK e MARK M. WATSON, 2012, p 484).

3.7 Selezione di un ordine di ritardi in un VAR

E' possibile testare *la stima di un VAR* per diversi *ordini di ritardi*; oltre a indicare la specificazione del VAR è possibile selezionare il *massimo ordine di ritardi* da testare.

Esistono vari metodi o criteri per scegliere un modello tra quelli plausibili. Il più noto è senza dubbio l'*AIC*, *Akaike Information Criterion*, ma ve ne sono altri come ad esempio il *BIC*, *Bayesian Information Criterion*. Il *criterio di Akaike* viene calcolato nel seguente modo:

$$AIC(p) = \ln\left(\frac{SSR(p)}{T}\right) + (p + 1)\frac{2}{T}$$

- con *SSR*= *somma dei quadrati dei residui della stima AR(p)* (*processo autoregressivo*);

- p corrisponde al numero di *ritardi* considerati;
- T corrisponde al tempo, nel nostro caso 39 anni.

mentre quello Bayesiano è dato da:

$$BIC(p) = \ln\left(\frac{SSR(p)}{T}\right) + (p + 1)\frac{\ln T}{T}$$

In entrambi i casi il modello scelto sarà quello che minimizza il criterio. Con il *metodo di Akaike* si tende a selezionare un modello leggermente *sovraparametrizzato* per n sufficientemente elevato, mentre con quello Bayesiano per n non elevato si tende a selezionarne uno leggermente *sottoparametrizzato*.

Un modello con molti parametri è più flessibile e permette una migliore rappresentazione dei dati. Tutto questo è vero fino ad un certo punto, perché se il modello è *sovraparametrizzato* può accadere che le *stime dei parametri* tendano a divenire instabili, cioè gli *errori quadratici* medi stimati tendano a gonfiarsi.

3.8 Stazionarietà Modello VAR

L'applicazione di tutte le metodologie di analisi in ambito *VAR* richiedono come *condizione necessaria* la *stazionarietà* in quanto, essendo un *modello multivariato* i polinomi avranno *forma matriciale*.

Dalla rappresentazione autoregressiva che abbiamo fornito precedentemente, esprimiamo il generico *VAR(p)* in *forma matriciale*:

$$Y_t = A(L)Y_{t-1} + \epsilon_t$$

La *condizione di stazionarietà* è verificata se e solo se $|A - \lambda I| = 0$, cioè se i valori di λ sono in modulo minori di 1. In questo elaborato, non ci addentreremo nell'argomento, ma ci limiteremo ad un'analisi puramente grafica. Una volta tracciato infatti il cerchio unitario, accetteremo l'ipotesi di *stazionarietà* del modello se gli *autovalori* (rappresentati come punti sul *piano complesso*) saranno compresi nello stesso.

3.9 Test Impulso – Risposta

Possiamo studiare le *interrelazioni* e i rapporti causali tra le variabili del modello attraverso le *funzioni impulso-risposta (IRF)*. Nel nostro caso *bivariato* ciò si traduce nell'osservare il comportamento di una delle due variabili in risposta ad uno *shock unitario* occorso nell'altra. Ovviamente bisogna tener conto che assumere che gli *shock* avvengano su una variabile per volta presuppone che gli errori siano tra loro *incorrelati* (ipotesi che va contro l'esperienza empirica).

Distorsioni nelle *funzioni IRF* si possono avere anche in caso di variabili omesse.

“Questa funzione è disponibile solo quando l'ultimo modello stimato è un VAR o VECM. Produce una matrice contenente le risposte stimate della variabile target ad un impulso di una deviazione standard nella variabile shock. Queste variabili sono identificate dalla loro posizione nella specificazione VAR”(GUIDA AI COMANDI DI GRETL, traduzione ad opera di RICCARDO LUCCHETTI, 05/2019)

L'ordine di disposizione delle variabili nel *modello VAR* è quindi importante e dipende dalla *decomposizione della varianza di Cholesky* (non trattata in questa tesi), dovremo quindi verificare le risposte delle variabili agli impulsi di entrambe.

3.10 Selezione dell'ordine di ritardi nel VAR delle serie

d_1_PILr e d2_1_DPr

Iniziamo la costruzione del nostro *modello VAR* partendo dalla *serie logaritmica differenziata del PIL reale* e quella *logaritmica differenziata due volte del Debito Pubblico reale* (ovvero due serie *stazionarie*, che non presentano *radice unitaria*).

Per prima cosa dobbiamo selezionare l'*ordine dei ritardi* da utilizzare all'interno del modello, ovviamente, servendoci dei *metodi AIC e BIC* precedentemente discussi, considereremo utili solo i ritardi significativamente rilevanti ad un *livello di confidenza del 0,05*.

Sistema VAR, ordine massimo ritardi 10

Gli asterischi indicano i valori migliori (ossia minimizzati) dei rispettivi criteri di informazione, AIC = criterio di Akaike, BIC = criterio bayesiano di Schwartz e HQC = criterio di Hannan-Quinn.

ritardi	logver	p(LR)	AIC	BIC	HQC
1	140,48815		-9,962085	-9,674122*	-9,876459
2	142,77983	0,33278	-9,835543	-9,355603	-9,692832
3	146,31001	0,13273	-9,800742	-9,128826	-9,600946
4	151,05073	0,05013	-9,855610	-8,991719	-9,598730
5	151,95259	0,77180	-9,626118	-8,570251	-9,312153
6	159,69257	0,00380	-9,903154	-8,655311	-9,532104
7	166,63200	0,00769	-10,120889	-8,681070	-9,692756
8	174,87114	0,00244	-10,434899	-8,803104	-9,949681
9	179,34326	0,06251	-10,469871	-8,646101	-9,927569
10	195,96758	0,00000	-11,405006*	-9,389260	-10,805619*

Selezioniamo i *ritardi* utili alla specificazione del *modello VAR* partendo dal primo (se *significativo*) e ‘fermandoci’ al primo *non-significativo*. Come spiegato in precedenza il numero di *ritardi* da considerare differisce in base al criterio utilizzato, nella nostra analisi, trattandosi di dati annuali e per evitare di stimare un modello sovrapparametrizzato, ci affideremo al *metodo BIC* che ci porta a considerare un solo *ritardo*.

3.11 Modello VAR delle serie d₁_PILr e d₂_1_DPr

Stimiamo ora con Gretl in nostro *modello VAR*:

Sistema VAR, ordine ritardi 1
 Stime OLS usando le osservazioni 1983-2018 (T = 36)
 Log-verosimiglianza = 194,75807
 Determinante della matrice di covarianza = 6,8553802e-008
 AIC = -10,3754
 BIC = -10,0236
 HQC = -10,2526
 Test portmanteau: LB(9) = 48,2014, df = 32 [0,0330]

Equazione 1: d₁_PILr

Errori standard robusti rispetto all'eteroschedasticità, variante HC1

	Coefficiente	Errore Std.	rapporto t	p-value
const	0,0224412	0,00697796	3,216	0,0030
d ₁ _PILr ₁	0,262653	0,226808	1,158	0,2554
d ₂ _1_DPr ₁	0,0121908	0,168065	0,07254	0,9426
time	-0,000651038	0,000244656	-2,661	0,0121

Media var. dipendente	0,011369	SQM var. dipendente	0,018434
Somma quadr. residui	0,008378	E.S. della regressione	0,016181
R-quadro	0,295595	R-quadro corretto	0,229557
F(3, 32)	4,361293	P-value(F)	0,011025
rho	0,032100	Durbin-Watson	1,914669

Test F per zero vincoli:

Tutti i ritardi di d₁_PILr F(1, 32) = 1,3411 [0,2554]
 Tutti i ritardi di d₂_1_DPr F(1, 32) = 0,0052615 [0,9426]

Equazione 2: d₂_1_DPr

Errori standard robusti rispetto all'eteroschedasticità, variante HC1

	Coefficiente	Errore Std.	rapporto t	p-value
const	0,00310821	0,00816891	0,3805	0,7061
d ₁ _PILr ₁	-0,262855	0,186057	-1,413	0,1674
d ₂ _1_DPr ₁	-0,0327892	0,175771	-0,1865	0,8532
time	-9,18085e-05	0,000309360	-0,2968	0,7686

Media var. dipendente	-0,001776	SQM var. dipendente	0,019118
Somma quadr. residui	0,012154	E.S. della regressione	0,019489
R-quadro	0,049918	R-quadro corretto	-0,039152
F(3, 32)	0,968564	P-value(F)	0,419591
rho	-0,015573	Durbin-Watson	1,987025

Test F per zero vincoli:

Tutti i ritardi di d₁_PILr F(1, 32) = 1,9959 [0,1674]
 Tutti i ritardi di d₂_1_DPr F(1, 32) = 0,034799 [0,8532]

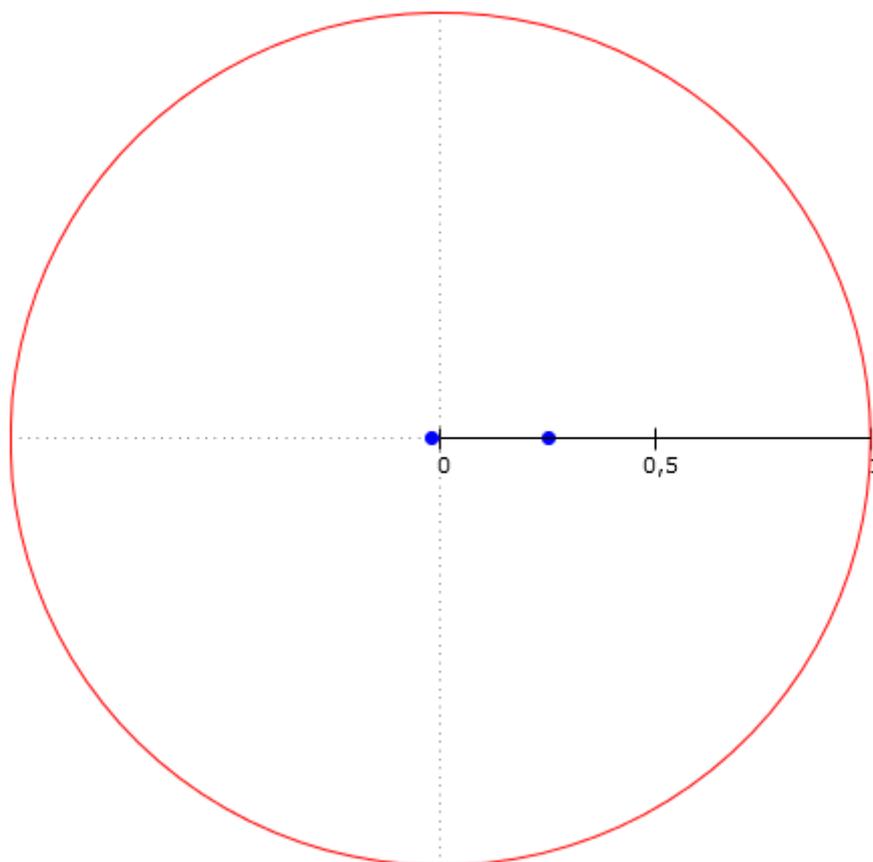
Considerazioni:

Nell'equazione 2, tutti i parametri utilizzati per la stima del modello risultano non-*significativi*, mentre nell'equazione 1 solo *costante* e *tempo* sembrano esserlo.

Non presentando le serie *relazioni di cointegrazione* ed essendo *integrate* di ordine diverso, ci aspettavamo che i *ritardi* di una non spiegassero/causassero in maniera evidente le variazioni e l'andamento dell'altra (maggiore evidenza l'avremo svolgendo il *test impulso-risposta*).

3.12 Stazionarietà modello VAR (d_1_PILr-d2_1-DPr)

Radici inverse del VAR, in relazione al cerchio unitario



Cerchio Unitario con radici inverse modello VAR. Elaborato Gretl.

Analizzando il grafico delle *radici inverse*, e osservando che queste sono tutte contenute nel *cerchio unitario*, possiamo affermare che il *modello è stazionario*.

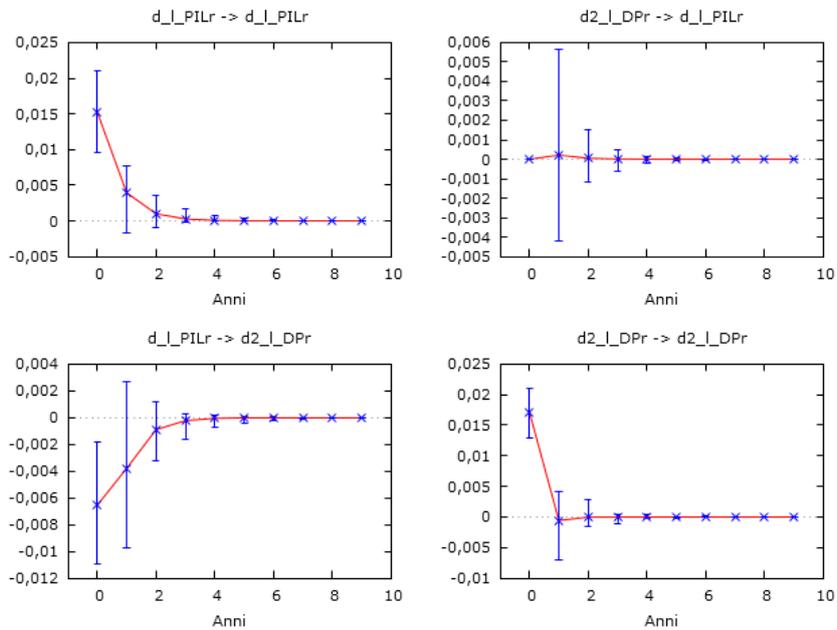
3.13 Test Impulso-Risposta VAR d_1_PILr-d2_1_DPr

Risposte a uno shock in d_1_PILr pari a un errore standard

periodo	d_1_PILr	d2_1_DPr
1	0,015255	-0,0065603
2	0,0039269	-0,0037948
3	0,00098515	-0,00090777
4	0,00024769	-0,00022919
5	6,2261e-005	-5,7591e-005
6	1,5651e-005	-1,4477e-005
7	3,9343e-006	-3,6393e-006
8	9,8900e-007	-9,1483e-007
9	2,4861e-007	-2,2997e-007
10	6,2495e-008	-5,7808e-008

Risposte a uno shock in d2_1_DPr pari a un errore standard

periodo	d_1_PILr	d2_1_DPr
1	0,0000	0,017163
2	0,00020923	-0,00056276
3	4,8095e-005	-3,6545e-005
4	1,2187e-005	-1,1444e-005
5	3,0614e-006	-2,8281e-006
6	7,6960e-007	-7,1197e-007
7	1,9346e-007	-1,7895e-007
8	4,8631e-008	-4,4984e-008
9	1,2225e-008	-1,1308e-008
10	3,0730e-009	-2,8426e-009



Funzioni Impulso-Risposta d_1_PILr-d2_1_DPr, con intervallo di confidenza bootstrap. Elaborato Gretl.

Dai grafici come dai risultati tabulati, si nota subito come l'ordine di grandezza delle risposte agli *impulsi* sia molto contenuto, gli *shock* quindi non sono rilevanti, in quanto interessano solo il *Breve Periodo* e vengono *riassorbiti* circa in 3 anni, dopodiché l'effetto diventa pressoché nullo. Inoltre le *bande di significatività (intervallo di confidenza bootstrap)* evidenziano come la *varianza* della risposta della variabile sottoposta a *shock* sia elevata. In generale, considerando l'*ordinamento di Cholesky* $d_1_PILr \rightarrow d2_1_DPr$, possiamo dire che:

- Uno *shock* della variabile d_1_PILr tende a far decrescere in misura sempre più contenuta la variabile $d2_1_DPr$;
- Uno *shock* della variabile d_1_PILr tende a far aumentare a *tassi progressivamente decrescenti* la stessa.
- Uno *shock* della variabile $d2_1_DPr$ tende a far *aumentare a tassi decrescenti* la stessa;
- Uno *shock* della variabile $d2_1_DPr$ ha effetti pressoché nulli sulla variabile d_1_PILr .

Inoltre, possiamo aggiungere che gli *shock* della variabile d_1_PILr su se stessa e su $d2_1_DPr$, hanno un effetto immediato, indice di *correlazione* tra le due in $t=0$, mentre lo *shock* di $d2_1_DPr$ su d_1_PILr produce effetti dopo un *periodo* ($t=1$).

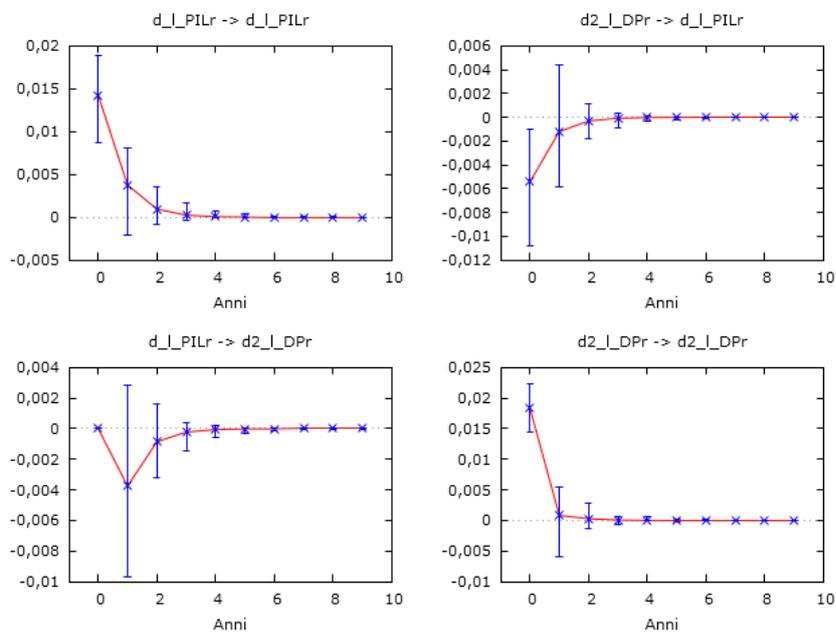
3.14 Impulso-Risposta VAR $d2_1_DPr$ - d_1_PILr

Risposte a uno shock in d_1_PILr pari a un errore standard

periodo	d_1_PILr	$d2_1_DPr$
1	0,014250	0,0000
2	0,0037428	-0,0037456
3	0,00093739	-0,00086099
4	0,00023571	-0,00021817
5	5,9251e-005	-5,4804e-005
6	1,4894e-005	-1,3777e-005
7	3,7441e-006	-3,4633e-006
8	9,4117e-007	-8,7059e-007
9	2,3659e-007	-2,1885e-007
10	5,9473e-008	-5,5013e-008

Risposte a uno shock in d2_1_DPr pari a un errore standard

periodo	d_1_PILr	d2_1_DPr
1	-0,0054468	0,018374
2	-0,0012066	0,00082924
3	-0,00030681	0,00028997
4	-7,7050e-005	7,1139e-005
5	-1,9370e-005	1,7920e-005
6	-4,8692e-006	4,5040e-006
7	-1,2240e-006	1,1322e-006
8	-3,0769e-007	2,8461e-007
9	-7,7345e-008	7,1545e-008
10	-1,9443e-008	1,7985e-008



Funzioni Impulso-Risposta d_1_PILr-d2_1_DPr, con intervallo di confidenza bootstrap. Elaborato Gretl.

Cambiando ordinamento delle serie giungiamo alle stesse conclusioni tranne che per il fatto che:

- Uno *shock* della variabile d2_1_DPr tende a far *diminuire a tassi decrescenti* la serie d_1_PILr.
- Uno *shock* della variabile d_1_PILr tende a far decrescere in misura sempre più contenuta la variabile d2_1_DPr, ma dal primo anno in poi, infatti il *tasso è crescente* fino a $t=1$ dove si registra un *picco* (-0,0037456).

Come nel caso precedente gli *shock* hanno effetto immediato, tranne nel caso di d_1_PILr su d2_1_DPr, in cui l'effetto si ha dopo un *periodo*.

CONCLUSIONE

Nel secondo capitolo, attraverso i *test di radice unitaria* condotti sulle *serie logaritmiche* del PIL e del Debito Pubblico *in termini reali* e sulle *differenze prime e seconde* delle stesse, abbiamo determinato l'*ordine di integrazione*:

- l_PILr è una $I(1)$, quindi gli *unit-root test* hanno dimostrato come a differenza della *serie logaritmica*, la *differenza prima* sia *stazionaria*;
- l_DPr è una $I(2)$ e contiene un *trend parabolico*, quindi risulta *stazionaria* solo se *differenziata due volte*.

Il diverso *ordine di integrazione* già ci aveva fatto ipotizzare la mancanza di *relazione di cointegrazione* tra le due, ipotesi confermata dai *test di Engle-Granger e Johansen* condotti sulle serie.

In secondo luogo, il *modello VAR* con *criterio di selezione dei ritardi BIC* (un solo ritardo considerato), anche se *stazionario*, ha evidenziato come i *ritardi primi* delle *serie differenziate* (d_1_PILr e $d2_1_DPr$) non siano significativamente rilevanti e non causino variazioni evidenti una nell'altra. Ad ulteriore conferma, il *test d'impulso-risposta* condotto sul *modello VAR*, ha dimostrato che le risposte agli *shock* riguardano solo il *breve periodo* e vengano riassorbite nell'arco di circa tre anni.

BIBLIOGRAFIA

JAMES H. STOCK e MARK M. WATSON, (2012). Introduzione all'Econometria. Pearson Italia, Milano-Torino.

JOH J. MURPHY, (1986). Analisi Tecnica dei Mercati Finanziari. Ulrico Hoepli Editore S.p.A.2002, Milano.

DI FONZO T., (2005). Serie Storiche Economiche. Carrocci, Roma.

BALTAGI e BADI H., (2008). Econometric Analysis of Panel Data. Chichester, Wiley and Sons.

LUTKEPOHL e HELMUT, (2006). New Introduction to Multiple Time Series Analysis. Berlin, Springer.

WOOLDRIDGE e JEFFREY M., (2010). Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. Cambridge, The MIT Press.

FRANCO GIUSTI e ORNELLO VITALI, (1983). Statistica Economica. Cacucci Editore, Bari.

GIOVANNI GIRONE e TOMMASO SALVEMINI, (1981). Lezioni di Statistica. Cacucci Editore, Bari.

SIMONE BORRA e AGOSTINO DI CACCIO, (2014). Statistica, metodologie per le scienze economiche e sociali. McGraw-Hill Education, Milano.

SITOGRAFIA

AMECO DATABASE-EUROPEAN COMMISSION, (07/11/2019).

Economic and Financial Affairs. Disponibile su:

<https://ec.europa.eu/economy_finance/ameco/user/serie/SelectSerie.cfm>.

ISTITUTO NAZIONALE DI STATISTICA (ISTAT), Serie Storiche, Macroeconomia e Finanza. Disponibile su : <<http://seriestoriche.istat.it/index.php?id=23>>.

GRAFICI ALTERVISTA, Prodotto interno lordo e debito pubblico lordo in Italia (1960-2018). Disponibile su:

<<http://grafici.altervista.org/prodotto-interno-lordo-e-debito-pubblico-lordo-in-italia/>>