



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA BIOMEDICA

**Analisi di un meccanismo planare a centro
remoto di movimento con due gradi di libertà
per la chirurgia vitreoretinica robot-assistita**

Relatore

Prof. Lot Roberto

Laureando

Federico Melizza

ANNO ACCADEMICO 2024–2025

Data di laurea 21/07/2025

Indice

1	Introduzione	7
1.1	Chirurgia vitreoretinica	7
1.2	Meccanismi RCM	8
1.2.1	RCM in serie	9
1.2.2	RCM in parallelo	10
1.3	Meccanismi co-manipolativi	10
2	Chirurgia vitreoretinica robot assistita	13
2.1	Panoramica generale	13
2.2	Procedura chirurgica	14
2.3	Sistemi in uso o sviluppo	15
3	Meccanismo studiato	17
3.1	Obiettivi progettuali	17
3.2	Architettura e principio di funzionamento	17
3.3	Analisi delle prestazioni	19
4	Analisi cinematica	21
4.1	Analisi cinematica diretta	21
4.2	Analisi cinematica inversa	23
4.3	Implementazione Matlab	24
4.3.1	Cinematica diretta	25
4.3.2	Cinematica inversa	28
5	Analisi statica	31
5.1	Calcolo del Jacobiano	31
5.2	Modellazione dei carichi	32
5.3	Implementazione Matlab, calcolo dei momenti trasmessi	33

Sommario

L'impiego di meccanismi robotici nelle procedure chirurgiche è oggi largamente diffuso, ma nei contesti di microchirurgia e chirurgia mini-invasiva dove precisione, stabilità e sicurezza operativa sono requisiti essenziali, sono ancora pochi i dispositivi certificati.

La presente tesi affronta l'analisi e la valutazione di un meccanismo planare a centro remoto di movimento (RCM) con due gradi di libertà, progettato per l'impiego in chirurgia vitreoretinica robot-assistita. Dopo una panoramica sul contesto clinico, viene descritto in dettaglio il principio di funzionamento dei meccanismi RCM, distinguendo le configurazioni seriali da quelle parallele, e presentando il concetto di meccanismi co-manipolativi. La parte centrale della trattazione è dedicata allo studio cinematico del meccanismo planare, con l'obiettivo di ottimizzare la copertura angolare dell'end-effector attorno al punto RCM. L'analisi sviluppa considerando un modello cinematico semplificato, in cui i gradi di libertà del meccanismo sono ridotti mediante l'introduzione di un vincolo costante tra i giunti in modo da agevolare la simulazione e il controllo del sistema. I risultati sono verificati tramite simulazioni in ambiente Matlab.

A completamento dell'analisi, è stata introdotta una sezione dedicata all'analisi statica comprensiva del calcolo del Jacobiano di velocità per la stima dei momenti torcenti generati sui giunti attivi a partire da una forza esterna applicata al manico dello strumento. I risultati numerici ottenuti mediante simulazione in ambiente Matlab confermano la plausibilità fisica del modello e offrono spunti utili per una futura ottimizzazione del meccanismo.

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Chirurgia vitreoretinica

Le patologie dell'interfaccia vitreo retinica costituiscono un insieme di condizioni anormali che interessano la zona di contatto tra il corpo vitreo e la retina, e rappresentano una delle principali cause della compromissione visiva nella popolazione adulta e anziana. Il corpo vitreo è un gel viscoso che occupa gran parte del volume del bulbo oculare ed è collocato nella camera vitrea, dietro al cristallino. È povero di componente cellulare ed è infatti formato principalmente da tessuto connettivo, composto da acqua per il 90%, sali minerali, acido ialuronico, glucosio e collagene [1]. Tra le funzioni principali del corpo vitreo si riscontrano quella diottrica (la messa a fuoco), quella nutritiva nei confronti del cristallino e della retina, quella di mantenimento della pressione oculare, di ammortizzazione in caso di traumi, e soprattutto una funzione di sostegno meccanico alla retina. Con l'avanzare dell'età, il corpo vitreo subisce alterazioni di natura biochimica e biomeccanica che possono terminare con una variazione della consistenza fino alla liquefazione (sineresi vitreale) o con la sua separazione dalla retina (distacco posteriore vitreo o DPV), con conseguenti modifiche della funzionalità. Sebbene il DPV rappresenti un fenomeno fisiologico e benigno nella maggior parte dei casi, in alcune occasioni può accadere che la separazione sia incompleta e rimangano presenti delle zone di adesione patologiche, in particolare nella regione centrale della retina ricca di fotorecettori, detta regione maculare. Queste possono generare trazioni anomale sulla retina, dando origine a varie condizioni cliniche che includono la sindrome da trazione vitreo maculare (VTMS), i fori maculari (MH), le membrane epiretiniche (ERM) e l'edema maculare cistoide. I possibili sintomi sono numerosi e spaziano da distorsioni visive a perdita progressiva della visione centrale, a seconda dell'intensità, della direzione e della locazione delle trazioni esercitate. Patologie correlate includono anche la degenerazione maculare senile, la retinopatia diabetica e

le occlusioni venose retiniche che possono derivare da trazioni vitreali residue o da effetti meccanici dovuti a processi infiammatori. Le diagnosi delle patologie vitreo-retiniche si avvalgono di esami morfologici, come la Tomografia a Coerenza Ottica (OCT), l'ecografia B-scan e la fluorangiografia, così come di esami funzionali, dove i più comuni sono la microperimetria, l'ERG multifocale e la valutazione dell'acuità visiva. Il trattamento varia a seconda della sintomatologia e dello stato di avanzamento della malattia e può spaziare dalla semplice osservazione clinica, all'intervento chirurgico. La vitrectomia pars plana (PPV) è la procedura chirurgica di riferimento nei casi di trazione significativa o fori maculari; la procedura consiste nella rimozione totale o parziale del corpo vitreo e di eventuali membrane epiretiniche presenti mediante l'utilizzo di microsonde inserite attraverso piccole incisioni sulla sclera. L'elevata delicatezza richiesta per queste procedure, che devono operare in uno spazio ristretto e su tessuti estremamente fragili, ha portato negli ultimi anni a un crescente interesse verso l'uso di sistemi robotici e co-manipolativi per aumentare la precisione e la sicurezza dell'intervento e per ridurre i tempi di recupero post-operatori.

1.2 Meccanismi RCM

Il concetto di centro remoto di movimento (RCM) è di fondamentale importanza in numerose applicazioni robotiche, comprese la robotica medica, i dispositivi di orientazione e gli esoscheletri. In ambito chirurgico, in particolare nei sistemi robotici impiegati per le chirurgie mini-invasive, uno dei requisiti fondamentali è che il robot sia in grado di eseguire movimenti vincolati attorno a un punto fisso nello spazio, che coincide con il punto di ingresso dello strumento chirurgico nel corpo del paziente. Questo vincolo cinematico ha l'obiettivo di ridurre il danneggiamento dei tessuti circostanti, minimizzando la possibilità di lacerazioni e lo stress indesiderato. Per soddisfare tale requisito, vengono impiegati i meccanismi RCM, che consentono il movimento dello strumento attraverso un'incisione, garantendo cambi di orientazione senza variare anche minimamente la posizione del punto d'ingresso. Questo è possibile in quanto tali sistemi sono costruiti in modo da permettere all'end-effector (l'elemento terminale del braccio robotico) di ruotare e traslare attorno a un punto immaginario fisso nello spazio, che non deve dunque coincidere con un giunto fisico. I meccanismi RCM possono essere implementati in maniera passiva, ovvero utilizzando una specifica configurazione meccanica che vincola fisicamente il movimento attorno al punto fisso, o mediante strategie di controllo, in cui vengono sfruttati algoritmi di controllo per garantire il mantenimento di un centro di movimento virtuale. Per quanto riguarda i meccanismi del primo tipo, essi si dividono a loro volta in base allo schema in

RCM in serie, in cui i giunti e i collegamenti sono disposti in sequenza e il movimento complessivo dell'end-effector è dato dalla somma dei movimenti di ciascun giunto, e in RCM in parallelo, composti da più arti collegati da una piattaforma fissa e una mobile, il cui movimento risulta pari all'intersezione dei vincoli cinematici imposti da ciascun arto. Nella progettazione di questi meccanismi, vengono sfruttati principalmente giunti di tipo rotazionale (R) e prismatico (P), ma è comune l'utilizzo di giunti composti come parallelogrammi cinematici, capaci di vincolare il moto dell'estremità rispetto ad un punto fisso nello spazio.

1.2.1 RCM in serie

I meccanismi RCM in serie rappresentano una delle prime soluzioni sviluppate per ottenere un centro remoto di movimento vincolato in contesti di chirurgia mini invasive. In tali modelli, il movimento dell'end-effector è generato dalla sequenza di numerosi giunti meccanici che, collegati in serie, garantiscono ciascuno un grado di libertà indipendente (DOF). Va garantita la seguente relazione [2]:

$$S_{jDOF}^{serial-RCM} = S_{joint-1} \cup S_{joint-2} \cup \dots \cup S_{joint-j} \quad \text{con } j \geq 1, \quad S_{joint-j} \supseteq S_{1DOF}^{RCM}$$

dove $S_{jDOF}^{serial-RCM}$ rappresenta il moto dei giunti di un sistema RCM in serie con j gradi di libertà e $S_{joint-j}$ rappresenta il moto del giunto j -esimo della catena. La caratteristica distintiva di questi dispositivi è che il punto RCM non è fisicamente definito mediante un elemento meccanico, ma è geometricamente individuato dall'intersezione degli assi di rotazione dei giunti e viene mantenuto costante nella totalità del movimento. Ogni giunto è tipicamente dotato di un proprio attuatore, in modo da garantire una maggiore flessibilità e modularità del sistema; tuttavia la loro posizione lontano dalla base fissa implica l'aumento dell'ingombro in posizioni vicine a quelle operative e una maggiore inerzia rispetto a soluzioni parallele. Un esempio emblematico di applicazione di questi meccanismi RCM seriali in chirurgia è il braccio del sistema robotico Da Vinci [3] che sfrutta combinazioni di giunti prismatici e rotazionali per operare come un dispositivo planare a due gradi di libertà, attualmente in uso in procedure laparoscopiche. In generale, a partire da meccanismi RCM a 2 gradi di libertà è possibile progettare meccanismi RCM a gradi di libertà maggiori aggiungendo un giunto prismatico o rotazionale all'end-effector. Oltre al caso Da Vinci sono stati proposti in letteratura numerosi meccanismi seriali innovativi che sfruttano giunti flessibili sferici, come nel caso di Rommers et al. [4], o manipolatori miniaturizzati ispirati alla tecnica dell'origami, come nel caso di Suzuki e

Wood [5].

1.2.2 RCM in parallelo

I meccanismi RCM in parallelo rappresentano una configurazione largamente utilizzata in chirurgia robotica, grazie all'elevata precisione, manovrabilità e stabilità dei movimenti che riescono a garantire. A differenza dei meccanismi seriali, i meccanismi RCM in parallelo sfruttano più arti contemporaneamente (formati da giunti in serie) e sono generalmente dotati di una struttura più complessa. Gli attuatori non sono più posizionati in corrispondenza dei giunti ma si tende a posizionarli su una piattaforma statica situata in corrispondenza della base dello strumento in modo da ridurre l'inerzia. Non è necessario che ogni arto sia un meccanismo RCM ma deve includerne almeno uno di questo tipo, in modo da soddisfare la relazione [2]:

$$S_{jDOF}^{\text{parallel-RCM}} = S_{\text{limb-1}} \cap S_{\text{limb-2}} \cap \dots \cap S_{\text{limb-}i} \quad \text{con } j \geq 1, i \geq 2, \quad S_{\text{limb-}i} \supseteq S_{jDOF}^{\text{RCM}}.$$

dove $S_{jDOF}^{\text{parallel-RCM}}$ rappresenta il moto della parte mobile di un sistema parallelo RCM con j gradi di libertà, $S_{\text{limb-}i}$ il moto dei giunti dell'arto i -esimo e S_{jDOF}^{RCM} il moto dei giunti di un sistema RCM in parallelo con j gradi di libertà. La condizione fondamentale per generare un moto di tipo RCM parallelo è dunque che i moti dei sistemi di arti si intersechino in un punto comune, che coincide con il punto RCM del sistema. Di grande rilevanza sono i meccanismi RCM paralleli a 2 gradi di libertà rispetto ai quali numerosi studi si sono concentrati sull'ottimizzazione dimensionale della struttura, sulla minimizzazione degli errori e sull'implementazione degli stessi in robot co-manipolativi. Ad esempio alcune versioni del robot Da Vinci sfruttano una struttura RCM planare a due gradi di libertà con attuatori fissi alla base in modo da evitare ingombro eccessivo [2]. Studi sono stati condotti ed estesi anche a meccanismi a 3 o 4 gradi di libertà, che permettono una manipolazione spaziale completa attorno al punto; questi meccanismi sono spesso utilizzati in chirurgia oftalmica, neurochirurgia o per applicazioni di micromanipolazione remota.

1.3 Meccanismi co-manipolativi

I meccanismi co-manipolativi rappresentano una classe di sistemi robotici ideata per interagire fisicamente con l'operatore, condividendo il controllo dello strumento o dell'oggetto manipolato. A differenza di sistemi completamente autonomi o di robot basati su approcci master-slave, nei co-manipolatori il movimento si svolge simultaneamente all'azione

dell'operatore e a quella del robot, in particolare generandosi dall'interazione continua tra i due. Da un punto di vista ingegneristico, i meccanismi di questo tipo possono essere modellati come sistemi a catena chiusa, dove due o più bracci manipolatori cooperano per controllare un oggetto rigido. Tali configurazioni introducono vincoli cinematici che riducono i gradi di libertà del sistema richiedendo modelli dinamici specifici. Ad esempio, il modello dinamico di un sistema co-manipolativo a due bracci può essere formulato sfruttando le equazioni del moto dei singoli manipolatori, assieme a relazioni di vincolo cinematico che garantiscano la coerenza nella trasmissione delle velocità sullo strumento e l'assemblabilità del meccanismo. Nella progettazione e nel controllo dei meccanismi co-manipolativi è dunque la distribuzione del carico. Sulla base delle strategie di controllo, questi meccanismi vengono divisi in classi. Tra le principali strategie troviamo [14]:

- Controllo ibrido forza-posizione: consente di gestire separatamente le componenti della traiettoria da quelle della forza lungo.
- Controllo a impedenza: modella il comportamento dinamico desiderato tra forze applicate e spostamenti.
- Linearizzazione per retroazione: permette di considerare la dinamica del sistema non lineare come approssimabile in un insieme di equazioni lineari indipendenti tra loro.
- Strategie di controllo adattativo: garantiscono elevate prestazioni in caso di incertezze sfruttando la misura degli errori rispetto a modelli teorici per aggiornare i parametri di controllo.
- Approcci sincronizzati: regolano gli errori relativi tra i manipolatori per assicurare coerenza nel movimento.

Nel contesto della chirurgia mini-invasiva, i dispositivi di questo tipo vengono usati per incrementare la precisione, la sicurezza e la stabilità durante l'intervento. Il robot agisce come guida, riducendo le forze esercitate sul paziente e i tremori fisiologici mentre l'operatore mantiene il controllo diretto dello strumento attuandone il movimento.

Capitolo 2

Chirurgia vitreoretinica robot assistita

2.1 Panoramica generale

La chirurgia vitreoretinica robot-assistita è una tecnica innovativa nata per superare i limiti fisiologici mediante l'uso di strumenti ad alta precisione e sensori. Dalle prime introduzioni della vitrectomia pars plana moderna da parte di Robert Machemer nel 1970, si sono susseguiti notevoli progressi. L'evoluzione tecnologica ha portato all'adozione di tecniche sempre meno invasive, come l'utilizzo di strumenti di piccolo calibro, sistemi di visualizzazione in tempo reale e fonti di illuminazione più efficaci. Questi progressi hanno contribuito al miglioramento delle prestazioni chirurgiche, alimentando allo stesso tempo la richiesta di dispositivi sempre più precisi e sofisticati per affrontare interventi di crescente complessità. Tra i principali vantaggi di tali tecniche rispetto all'approccio tradizionale, spicca il significativo incremento della precisione, reso possibile dall'attenuazione dei tremori fisiologici dell'operatore. È stato infatti osservato che l'oscillazione media dell'estremità dello strumento chirurgico dovuta al tremore umano può raggiungere i 108 μm [6], valore incompatibile con l'elevato grado di accuratezza richiesto in procedure oftalmologiche, che necessitano di una precisione dell'ordine dei 10 μm . Dispositivi robotici di ultima generazione sono in grado di attenuare tali oscillazioni fino a 10–20 volte, migliorando sensibilmente il controllo del movimento. Altri benefici includono il motion scaling ovvero la possibilità di ridurre l'ampiezza dei movimenti eseguiti dall'operatore in ingresso rispetto a quelli trasmessi allo strumento chirurgico, l'introduzione di limiti virtuali che impediscono movimenti pericolosi verso la retina, e la possibilità di controllare strumenti intraoculari tramite campi magnetici esterni per eseguire procedure altrimenti impossibili come per il dispositivo OctoMag[7]. Nonostante i numerosi benefici, l'uso di questi sistemi presenta ancora importanti limitazioni legate all'alto costo delle apparecchiature e della loro manutenzione, che ne limita la diffusione. Inoltre il personale medico

deve essere soggetto ad un periodo di addestramento che può risultare insostenibile con i carichi di lavoro a cui sono già soggetti. Le prospettive per la robotica in ambito retinico sono comunque estremamente promettenti. Si prevede un'espansione clinica grazie alla continua miniaturizzazione degli strumenti, al perfezionamento dei sensori e alla crescente integrazione con sistemi di imaging avanzati e intelligenza artificiale. Tali evoluzioni potrebbero contribuire ad aumentare l'efficienza delle sale operatorie, ridurre i tempi di recupero per i pazienti e rendere possibile l'esecuzione di procedure terapeutiche oggi considerate estremamente complesse.

2.2 Procedura chirurgica

Durante le procedure di chirurgia mini invasiva vitreo retinica, gli strumenti chirurgici sono inseriti all'interno dell'occhio attraverso dei fori creati a livello della sclera. Tali strumenti sono lunghi in media 30mm, con diametri che possono variare da 27 a 20 Gauge (rispettivamente 0.42 e 0.81 mm). Per beneficiare completamente dei vantaggi delle dimensioni ridotte degli strumenti, è preferibile applicare il minor numero di forze possibile sull'incisione a livello della sclera. Per renderlo possibile, tali incisioni devono essere considerate come perni sui quali tutti i gradi di libertà devono intersecarsi. Ciò lascia a disposizione quattro gradi di libertà manipolabili, in particolare tre rotazioni e una traslazione in direzione assiale [9]

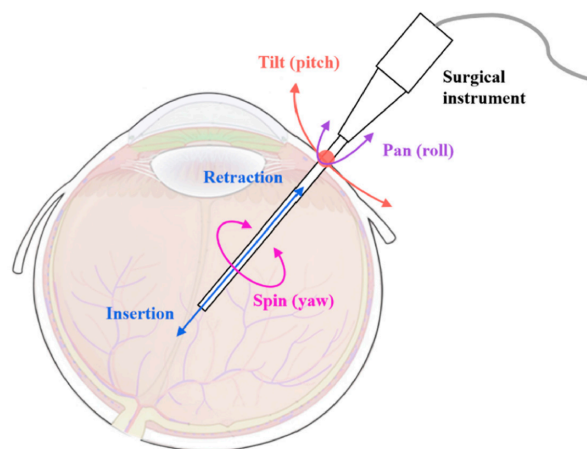


Figura 2.1: Gradi di libertà dello strumento

2.3 Sistemi in uso o sviluppo

Nel corso degli ultimi decenni, la robotica applicata alla chirurgia vitreoretinica ha dato origine a una varietà di dispositivi differenti per principio di funzionamento, grado di autonomia e modalità di interazione con il chirurgo .

Preceyes Surgical System

Il Preceyes Surgical System è un sistema robotico teleoperato di alta precisione sviluppato nei Paesi Bassi specificamente per la chirurgia vitreoretinica.

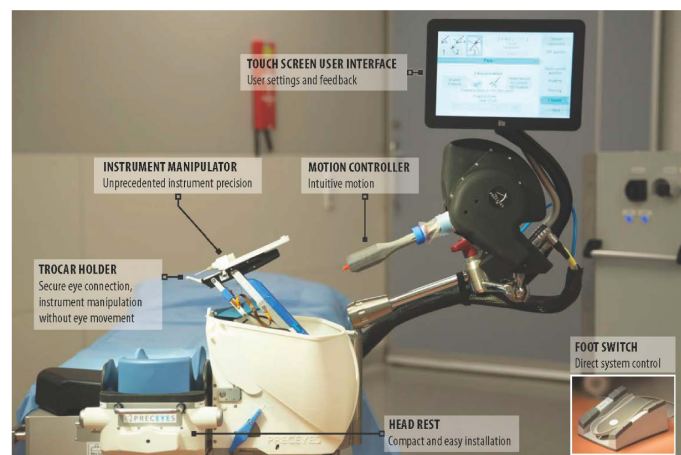


Figura 2.2: PRECEYES Surgical System. Photo © PRECEYES BV [10]

Adotta un'architettura di tipo master-slave in cui il chirurgo controlla un'interfaccia di input, come un joystick, che comanda con precisione il braccio robotico. Viene inoltre sfruttata una funzione di motion scaling. Il sistema include poi un filtro attivo per la riduzione del tremore, la possibilità di mantenere lo strumento chirurgico in posizione statica all'interno dell'occhio e la possibilità di definire limiti virtuali. Grazie alle sue dimensioni può essere montato direttamente sul lato del lettino operatorio.

Steady Hand

Il sistema Steady Hand Eye Robot è un sistema robotico di tipo co-manipulativo sviluppato dalla Johns Hopkins University con lo scopo di migliorare la precisione nelle procedure di micromanipolazione chirurgica, mantenendo il controllo condiviso tra operatore umano e robot [11]. Il sistema prevede che il chirurgo afferri direttamente il manipolo dello strumento, mentre sensori di forza che rilevano le intenzioni del movimento, trasmettono il comando agli attuatori del robot, che filtrano i tremori e garantiscono movimenti fluidi

e stabili. Il braccio robotico si basa su un modulo RCM che consente rotazioni attorno a un punto fisso nello spazio e un'unità di inserzione assiale dello strumento chirurgico con oltre 150 mm di corsa. La forza esercitata dal chirurgo sul manipolo viene rilevata da sensori ad alta sensibilità, con possibilità di scalare e controllare l'interazione con i tessuti oculari. A differenza del sistema Preceyes, quest'ultimo è ingombrante e richiede un'installazione fissa.

Micron

Micron è un micro-manipolatore robot assistito sviluppato per la chirurgia oculare [12]. A differenza dei sistemi master-slave, consente al chirurgo di mantenere il contatto diretto con lo strumento sul quale agisce però un controllo attivo dei movimenti indesiderati. Il dispositivo rileva i micromovimenti della mano dell'operatore attraverso sensori ottici e ne filtra il tremore fisiologico grazie ad attuatori piezoelettrici montati sull'impugnatura. Il sistema migliora così la stabilità e la precisione durante le manovre intraoculari. Sebbene sia di dimensioni ridotte, ha la limitazione di non poter garantire un RCM come fanno invece i dispositivi presentati in precedenza. Il sistema è stato testato con successo su modelli in vitro ed ex vivo, dimostrando la sua capacità di rilevare variazioni con alta precisione e sensibilità.

Attualmente, Preceyes Surgical System è l'unico sistema robotico per la chirurgia vitreo-retinica che ha ottenuto il marchio CE per l'uso clinico in Europa. Per quanto riguarda le altre applicazioni, i sistemi Steady Hand e Micron sono stati utilizzati solo in ambito sperimentale su simulatori o modelli in vitro ed ex vivo ma non risultano approvati per l'uso diretto su pazienti.

Capitolo 3

Meccanismo studiato

3.1 Obiettivi progettuali

L'obiettivo del lavoro presentato in Smits et al. (2020) [13] è la sintesi, con annessa ottimizzazione, di un meccanismo planare a due gradi di libertà basato sulla tecnologia a centro remoto di movimento (RCM), destinato all'impiego in chirurgia vitreoretinica robot-assistita. Tra le implementazioni tecnologiche da introdurre nel meccanismo, lo studio identifica:

- Riduzione della complessità dell'end-effector: in particolare con lo spostamento degli attuatori nella zona prossima alla base per evitare l'ingombro ed un'inerzia eccessiva nell'area operativa.
- Ottimizzazione delle prestazioni cinematiche: con riferimento alla copertura dello spazio di lavoro, alla manipolabilità, alla rigidità trasmessa e al potenziale gravitazionale del meccanismo.
- Utilizzo di un RCM meccanico: evitando il ricorso a soluzioni software based che ne aumentano la complessità realizzativa.

3.2 Architettura e principio di funzionamento

Il meccanismo oggetto dello studio è un sistema planare a due gradi di libertà con centro remoto di movimento passivo. La configurazione base del meccanismo è costituita da una combinazione di nove corpi rigidi, con il link *HML* che funge da base, e dieci giunti fisici che implementano 14 gradi di libertà rotazionali e 1 grado di libertà traslazionale. In particolare i punti *B, C, D, E, F, H, I, J, K, L, M, N* indicano i giunti rotazionali, *G* il giunto prismatico e le altre etichette identificano punti di interesse del meccanismo. In



Tale condizione si verifica geometricamente, senza la necessità di usare sensori o attuatori, se e solo se si verificano le seguenti uguaglianze:

$$\begin{aligned} l_0 &= l_6, & l_1 &= l_5, & l_2 &= l_4, & l_3 &= l_7, \\ l_9 &= l_{17} = l_{12}, & l_{10} &= l_{16}, & l_{11} &= l_{15}. \end{aligned}$$

3.3 Analisi delle prestazioni

Per valutare l'efficacia del meccanismo RCM planare proposto, viene usato un approccio multi-obiettivo che considera quattro parametri principali:

- Copertura del workspace desiderato: corrisponde alla percentuale di area (R, θ) raggiunta effettivamente rispetto ad uno spazio di lavoro prestabilito.
- Manipolabilità: valuta l'efficacia nel trasmettere movimenti e forze alle varie parti del meccanismo
- Rigidità riflessa: viene intesa come la stima della resistenza applicata dal meccanismo a forze esterne applicate all'end-effector
- Energia potenziale gravitazionale: viene usata per stimare la necessità di bilanciamento passivo in casi reali.

Tutti questi criteri sono stati calcolati su una griglia di configurazioni possibili del meccanismo e vengono poi combinati per determinare la geometria ottimale.

Scelte metodologiche di questa tesi

Nel presente lavoro, pur tenendo conto dell'approccio analitico del testo di riferimento [13], si è scelto di non eseguire un'analisi multi-obiettivo completa, ma di concentrarsi su un solo parametro prestazionale: la copertura angolare del punto terminale. La simulazione sviluppata in Matlab si concentra sull'analisi della traiettoria descritta dall'end-effector nel piano al variare del giunto q_2 e con un vincolo cinematico fisso tra q_2 e q_3 , definito da un parametro Δq . In particolare, l'analisi si è focalizzata sulla configurazione ottimale, ovvero il valore di Δq che massimizza l'escursione angolare dell'end-effector. Tale traiettoria non rappresenta il workspace globale del meccanismo, ma fornisce informazioni essenziali per valutare la capacità rotazionale del sistema in condizioni operative. Questa scelta è stata motivata dalla rilevanza chirurgica dell'estensione angolare in scenari co-manipulativi, dalla semplicità del modello simulato ridotto a un solo grado di libertà indipendente

e dall'obiettivo di validare il comportamento RCM senza introdurre modelli dinamici complessi o dati sperimentali non disponibili.

Capitolo 4

Analisi cinematica

4.1 Analisi cinematica diretta

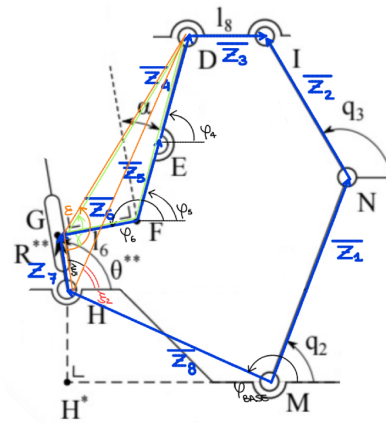


Figura 4.1: Poligono per analisi cinematica diretta

La cinematica diretta descrive la configurazione del meccanismo come una funzione delle coppie rotoidali q_1, q_2, q_3, q_4 . La configurazione risultante è descritta completamente dalle variabili dell'end-effector come segue:

$$(R, \theta, \phi, \psi) = \text{FK}(q_1, q_2, q_3, q_4) \quad (4.1)$$

Nella trattazione che segue si pone particolare attenzione alla componente planare del meccanismo, e dunque al comportamento delle variabili R e θ in funzione di q_2 e q_3 , tralasciando la rotazione dell'end-effector attorno all'asse y e della base attorno all'asse x . Verrà ora effettuata un'attenta analisi di posizione diretta della maglia $MINDEFGH$, che descrive fedelmente il comportamento del RCM dato che per ipotesi il comportamento di

R e θ è analogo a quello di R^{**} e θ^{**} . Dato un meccanismo articolato piano (come la maglia 4.1), affinché non si disarticoli, deve accadere che l'equazione di chiusura di posizione del poligono sia soddisfatta, ovvero dovremo verificare $\vec{Z}1 + \vec{Z}2 - \vec{Z}3 - \vec{Z}4 - \vec{Z}5 + \vec{Z}6 - \vec{Z}7 - \vec{Z}8 = \vec{0}$, che proiettata in forma matriciale rispetto agli assi cartesiani equivale a verificare

$$l_{15} \begin{Bmatrix} \cos(q_2) \\ \sin(q_2) \end{Bmatrix} + l_{16} \begin{Bmatrix} \cos(q_3) \\ \sin(q_3) \end{Bmatrix} - l_8 \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} - l_4 \begin{Bmatrix} \cos(\psi_4) \\ \sin(\psi_4) \end{Bmatrix} - l_5 \begin{Bmatrix} \cos(\psi_5) \\ \sin(\psi_5) \end{Bmatrix} - l_6 \begin{Bmatrix} \cos(\psi_6) \\ \sin(\psi_6) \end{Bmatrix} - R^{**} \begin{Bmatrix} \cos(\theta^{**}) \\ \sin(\theta^{**}) \end{Bmatrix} - l_{BASE} \begin{Bmatrix} \cos(\psi_{BASE}) \\ \sin(\psi_{BASE}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Trattandosi della cinematica diretta, i valori di q_2 e q_3 sono supposti noti mentre $\psi_4, \psi_6, R^{**}, \theta^{**}$ sono variabili incognite. Inoltre l_{BASE} e ψ_{BASE} sono ricavabili immediatamente in quanto grandezze legate a punti a telaio.

L'idea per ricavare R^{**} e θ^{**} è quella di sfruttare il triangolo HGD, si procede dunque con il calcolo di lati ed angoli ausiliari. Come primo passo si considera il triangolo FGD. È noto che l'angolo GFD è pari a $\frac{\pi}{2} + \alpha$; è possibile quindi applicare il Teorema di Carnot della trigonometria su tale angolo come segue:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{l_6^2 + l_{45}^2 - |GD|^2}{2l_6l_{45}}$$

Svolgendo ed invertendo l'equazione si trova il modulo del segmento GD, che risulta pari a $|GD| = \sqrt{l_{45}^2 + l_6^2 - 2l_6l_{45} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$. Del triangolo HGD che si vuole sfruttare, bisogna poi calcolare il segmento HD e per conoscere la posizione del punto D nel piano, si sfrutta il ramo di destra della maglia, in particolare $MNID$. Si ha:

$$\begin{cases} x_D = l_{13} + l_{15} \cos(q_2) + l_{16} \cos(q_3) - l_8 \\ y_D = -l_{14} + l_{15} \sin(q_2) + l_{16} \sin(q_3) \end{cases} \quad (4.3)$$

Si può allora concludere che $|DH| = \sqrt{x_D^2 + y_D^2}$, dato H coincidente con l'origine degli assi, è noto. Si calcola poi l'angolo HGD, che chiamiamo ϵ come $\epsilon = \frac{\pi}{2} + \gamma$, con $\gamma = FGD = \pm \arccos\left(\frac{|DG|^2 + l_6^2 - l_{45}^2}{2l_6l_{45}}\right)$.

A questo punto per il calcolo di R^{**} si applica il Teorema di Carnot su HGD:

$$\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) = \pm \arccos\left(\frac{|GD|^2 + |R^{**}|^2 - |DH|^2}{2|GD||R^{**}|}\right)$$

Svolgendo il calcolo si trova un polinomio di secondo grado in R^{**} , del tipo $|R^{**}|^2 - 2|GD| \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) |R^{**}| + |GD|^2 - |DH|^2 = 0$ la cui risoluzione restituisce:

$$R^{**} = |GD| \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) \pm \sqrt{|GD|^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) - |GD|^2 - |DH|^2} \quad (4.4)$$

Una volta calcolato R^{**} , trovare θ^{**} è una conseguenza. Sono noti gli angoli $DHG = \xi_1 = \pm \arccos\left(\frac{|R^{**}|^2 + |DH|^2 - |GD|^2}{2|R^{**}||DH|}\right)$ e $DHx = \xi_2 = \arctan 2(y_D, x_D)$ e per costruzione vale $\theta^{**} = \xi_1 + \xi_2$, ovvero:

$$\theta^{**} = \arctan 2(y_D, x_D) \pm \arccos\left(\frac{|R^{**}|^2 + |DH|^2 - |GD|^2}{2|R^{**}||DH|}\right) \quad (4.5)$$

Riportiamo per nozione inoltre che $\phi_4 = \theta^{**} - \alpha$ e $\phi_6 = \theta^{**} + \frac{\pi}{2}$.

4.2 Analisi cinematica inversa

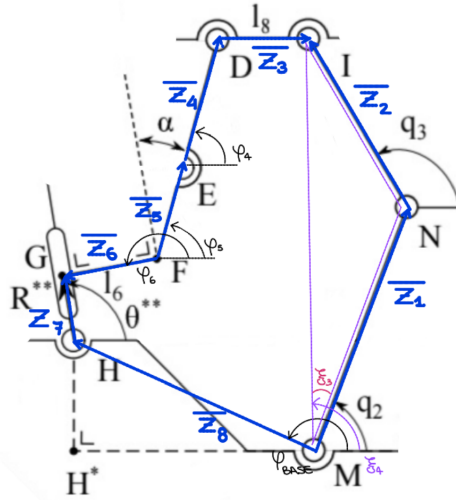


Figura 4.2: Poligono per analisi cinematica inversa

La cinematica inversa, descrive la configurazione del meccanismo come una funzione delle variabili dell'end effector. La configurazione risultante è descritta completamente dagli angoli dei giunti q_1, q_2, q_3, q_4 come segue:

$$(q_1, q_2, q_3, q_4) = \text{FK}(R, \theta, \phi, \psi) \quad (4.6)$$

Si osserva dall'immagine 4.2 della catena cinematica, che per il calcolo di q_2 e q_3 la maglia deve essere studiata con verso orario a partire dal giunto H, coincidente con l'origine degli

assi. Si esplicitano come prima cosa, le coordinate del giunto I in funzione di R^{**} e θ^{**} . Si trova, sostituendo al posto di ϕ_6 e ϕ_4 quanto trovato nell'analisi cinematica diretta, che:

$$\begin{cases} x_I = R^{**} \cos(\theta^{**}) - l_6 \cos(\frac{\pi}{2} + \theta^{**}) + l_{45} \cos(\theta^{**} - \alpha) + l_8 \\ y_I = R^{**} \sin(\theta^{**}) - l_6 \sin(\frac{\pi}{2} + \theta^{**}) + l_{45} \sin(\theta^{**} - \alpha) \end{cases} \quad (4.7)$$

Si considera il triangolo IMN. Le coordinate del punto I sono note (4.7), come quelle del giunto M a telaio dunque vale $|IM| = \sqrt{(x_I - x_M)^2 + (y_I - y_M)^2}$. Per il calcolo di q_2 si sfrutta la relazione $q_2 = \xi_4 - \xi_3$, dove $\xi_4 = IMx = \arctan 2(y_I - y_M, x_I - x_M)$ e $\xi_3 = IMN = \pm \arccos\left(\frac{l_{15}^2 + |IM|^2 - l_{16}^2}{2l_{15}|IM|}\right)$. Vale dunque:

$$q_2 = \arctan 2(y_I - y_M, x_I - x_M) \pm \arccos\left(\frac{l_{15}^2 + |IM|^2 - l_{16}^2}{2l_{15}|IM|}\right) \quad (4.8)$$

A questo punto si ricavano le coordinate del giunto N, a partire dalle quali verrà ricavato q_3 . Sfruttando il ramo di destra si ha:

$$\begin{cases} x_N = l_{13} + l_{15} \cos(q_2) \\ y_N = -l_{14} + l_{15} \sin(q_2) \end{cases}$$

A questo punto si ricava facilmente q_3 come segue:

$$q_3 = \arctan 2(y_I - y_N, x_I - x_N) \quad (4.9)$$

4.3 Implementazione Matlab

L'obiettivo di questa tesi è determinare l'effettivo vantaggio delle innovazioni introdotte nel meccanismo RCM proposto, con particolare focus sull'escursione angolare dell'end-effector. È stato inoltre implementato uno studio preliminare sul comportamento statico del meccanismo, analizzando i momenti applicati sugli attuatori in funzione delle forze esercitate dal chirurgo sul manico.

Per valutare la cinematica del sistema, è stata sviluppata un'implementazione in Matlab che consente di simularne il comportamento nel piano e di calcolare la copertura angolare ottenibile dal punto terminale (end-effector) durante il moto.

4.3.1 Cinematica diretta

Come primo passo, è stato necessario definire le costanti geometriche del sistema (lunghezze dei link, angoli, offset), così come la posizione dei perni a telaio dai quali si sviluppa tutta l'analisi. Il meccanismo è stato modellato tramite una sequenza di punti articolari rappresentati nel piano complesso. Le rotazioni sono espresse in forma esponenziale $e^{i\theta}$, sfruttando le proprietà dei numeri complessi per semplificare i calcoli geometrici.

Nel modello cinematico sviluppato, si è scelto di imporre un vincolo tra i giunti q_2 e q_3 , imponendo:

$$q_3 = q_2 + \Delta q$$

Questa scelta progettuale consente di ridurre i gradi di libertà indipendenti da due a uno. La Figura 4.3 illustra la definizione dei parametri e l'accoppiamento tra i due angoli.

```
%Definizione di q2 e q3, con q3 = q2 + delta_q che rispettano i vincoli cinematici
% impostando delta_q = linspace(1, 150, 1000) e q2_vals = linspace(15, 165, 1000)
% l'animazione richiede più tempo ma viene scelto un delta_q tale per cui
% il coverage aumenta a 119.9 deg
q2_vals = linspace(15, 165, 100);
delta_q = linspace(30, 150, 100);
n = length(q2_vals);
m = length(delta_q);
```

Figura 4.3: Definizione dei parametri angolari e riduzione a un solo DOF

Questo approccio si basa su tre motivazioni principali:

1. Semplificazione del modello: ridurre il numero di variabili rende il sistema più semplice da simulare e controllare. Variando il solo parametro q_2 è possibile generare l'intera traiettoria del punto finale R , in quanto q_3 viene calcolato di conseguenza.
2. Fedeltà del meccanismo: il vincolo tra q_2 e q_3 simula un accoppiamento fisso, congruo con la struttura del meccanismo, consente di mantenere una configurazione coerente durante il movimento e riduce il rischio di configurazioni singolari indesiderate.
3. Ottimizzazione del workspace: variando sistematicamente Δq , è possibile trovare il valore che massimizza l'angolo spazzato dal punto R , identificando così la configurazione desiderata.

Il codice seguente mostra l'implementazione del vincolo all'interno del ciclo di analisi:

```

% Ciclo nidificato
for jj = 1:m
    R_traj = []; % RESET per ogni traiettoria
    O_traj = []; % RESET per ogni traiettoria
    for ii = 1:n
        q2 = q2_vals(ii);
        dq = delta_q(jj);
        q3 = q2 + dq;
        if q3 < 45 || q3 > 165
            continue
        end
        ...
    end
end

```

Figura 4.4: Implementazione del vincolo nell'analisi

Dopo aver stabilito come definire gli angoli q_2 e q_3 , è stata studiata l'effettiva escursione angolare dell'end effector, per sottolineare l'efficacia dell'approssimazione introdotta. Per farlo, è stato sfruttato un ciclo annidato in cui, fissato Δq si fa variare q_2 (e quindi q_3) e si studia l'angolo raggiungibile dall'end effector. La variabile Δq è stata fatta variare in modo uniforme da 30° a 150° , per ogni combinazione è stato calcolato l'angolo spazzato dal punto R come mostrato in 4.5 e successivamente tracciata la curva di copertura angolare.

```

% Calcola angolo spazzato sfruttando un triangolo fittizio formato da
% due punti sulla traiettoria e il punto RCM (0)
if length(R_traj) > 2 %servono almeno due punti sulla traiettoria
    L_RR = abs(R_traj(end) - R_traj(1));
    L_R2 = abs(R_traj(end) - O_traj(1));
    L_R1 = abs(R_traj(1) - O_traj(1));
    phi = rad2deg(acos((L_R1^2 + L_R2^2 - L_RR^2)/(2*L_R1*L_R2)));
else
    phi = 0;
end

```

Figura 4.5:

Codice per il calcolo dell'escursione
angolare

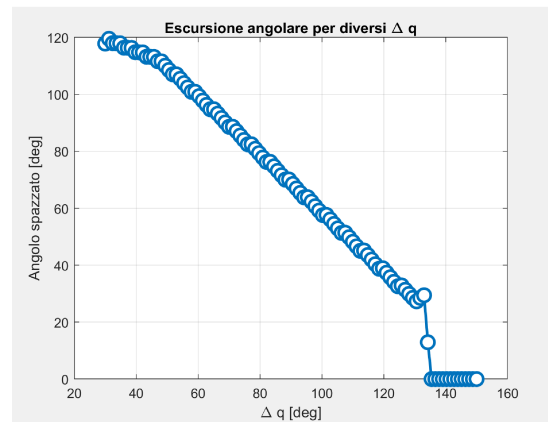


Figura 4.6:

Escursione angolare al variare di Δq

La Figura 4.6 mostra che esiste un valore ottimale di $\Delta q \approx 31.2^\circ$ che garantisce una copertura angolare massima del workspace superiore a 119° . Questo valore è stato utilizzato nella simulazione finale per generare l'animazione della traiettoria. Una volta individuato il valore ottimale di Δq , è stata generata l'animazione del meccanismo nel piano, e sono stati salvati i punti R (end-effector) e O (centro di rotazione) durante il movimento.

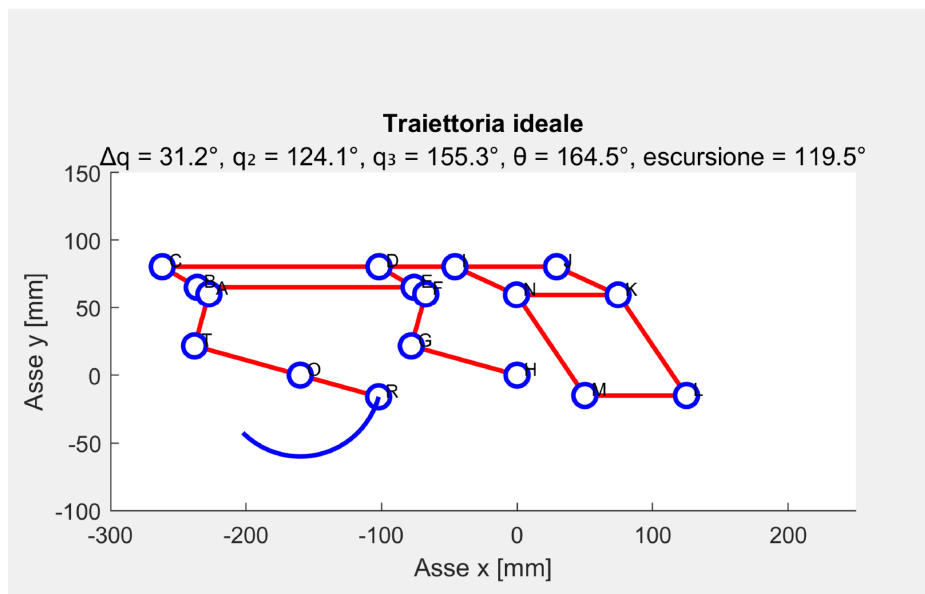


Figura 4.7: Traiettorie del punto terminale R (in blu) per il valore ottimo di Δq .

Il grafico in Figura 4.7 mostra la configurazione finale del meccanismo, evidenziando l'andamento della traiettoria generata e mostrando una copertura regolare e simmetrica, confermando la bontà della scelta di vincolare q_3 a q_2 . Infine, sono stati analizzati l'andamento della lunghezza R (definita come R_1) e dell'angolo θ durante il moto. I risultati riportati in Figura 4.8 sono conformi a quanto riportato nella trattazione del meccanismo, in particolare si osserva $45^\circ \leq \theta \leq 165^\circ$ e $R \geq 30mm$

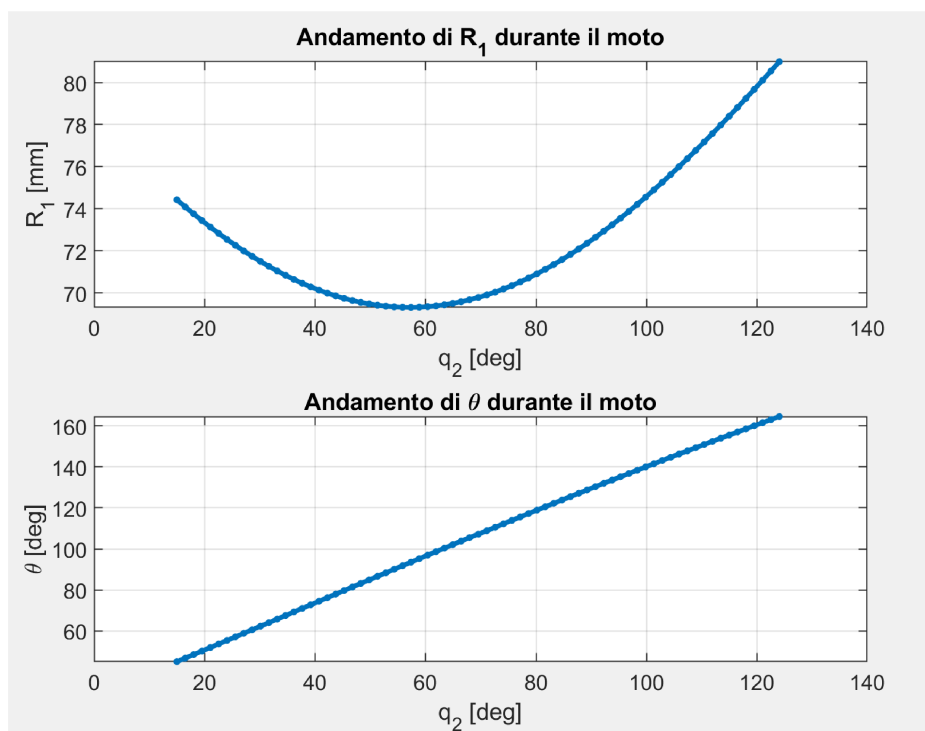


Figura 4.8: Andamento di R_1 e θ durante il moto in funzione di q_2 .

Come ultima cosa, si è proceduto al salvataggio di un file MATLAB 'Dati_analisiDirettaFinale' contenente i vettori $R1_array_best$ e $theta_array_best$, che sono stati sfruttati per la verifica con l'analisi cinematica inversa di posizione.

4.3.2 Cinematica inversa

Successivamente all'analisi diretta, è stata implementata un'analisi cinematica inversa, con l'obiettivo di verificare la correttezza del modello diretto e ottenere i valori dei giunti q_2 e q_3 a partire da una sequenza nota di configurazioni del punto terminale. Anche in questo caso, il primo passo è stato quello di definire le costanti geometriche del sistema (lunghezze dei link, angoli, offset) e la posizione dei perni a telaio. Sono quindi stati utilizzati i dati ottenuti dall'analisi diretta (array di valori di θ e R_1 ottimali), memorizzati nel file 'Dati_analisiDirettaFinale' come valori di partenza del codice. Per ogni configurazione (θ, R) , il codice ricostruisce la catena cinematica del meccanismo calcolando la posizione dei giunti nel piano. I valori ottenuti per q_2 e q_3 sono stati salvati in appositi array e confrontati con quelli impiegati nell'analisi diretta. Il confronto ha mostrato una sovrapposizione coerente, confermando che il modello diretto implementato è corretto e privo di errori evidenti. L'analisi è stata completata con una visualizzazione animata del meccanismo, il risultato in Figura 4.9 mostra una configurazione coerente con quella ottenuta nella simulazione diretta.

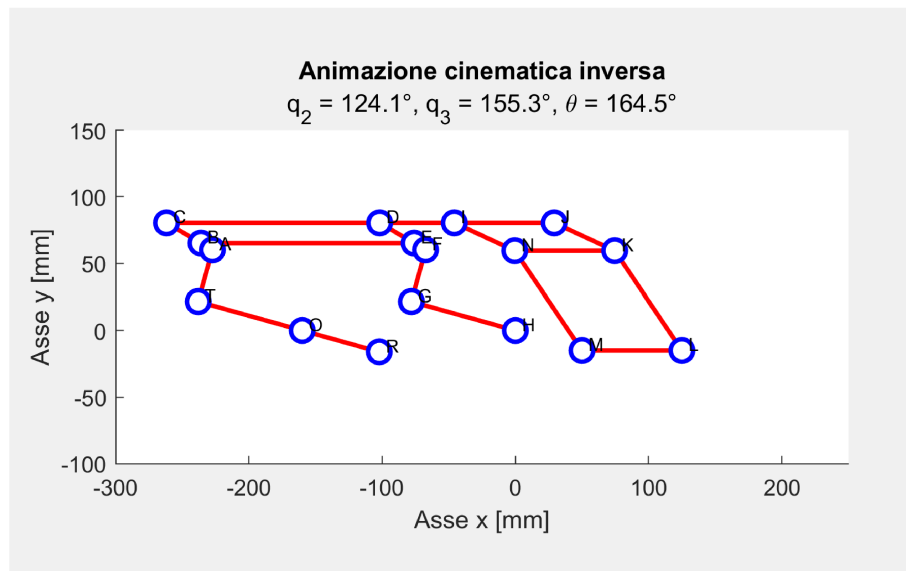


Figura 4.9: cinematica inversa: ricostruzione del meccanismo a partire da R e θ .

In conclusione, l'analisi cinematica inversa ha validato la correttezza dell'approccio diretto e risulta utile per una possibile futura integrazione del modello in sistemi di controllo basati

su coordinate dell'end-effector. Come ultima cosa, è stata verificata l'effettiva adeguatezza della maglia scelta risolvendo l'equazione (4.2):

```
% Equazione di chiusura  
XX = MN + NI + ID + DE + EF + FG + GH + HM;  
disp(XX); % circa = 0, OK!
```

Figura 4.10: Verifica poligono di chiusura

Capitolo 5

Analisi statica

5.1 Calcolo del Jacobiano

Per valutare il comportamento statico del meccanismo RCM, è stato adottato un approccio analitico basato sulla derivazione del Jacobiano a partire dall'equazione della maglia chiusa del meccanismo. Questo ha consentito di determinare i momenti agenti sui giunti attuati q_2 e q_3 in funzione della forza applicata dall'utente sullo strumento chirurgico. Il meccanismo è stato modellato come sistema planare a due gradi di libertà, con una configurazione ad anello (loop), nel quale il punto T rappresenta la sede di applicazione della forza esterna $\vec{F}_e$, esercitata dal chirurgo sul manico.

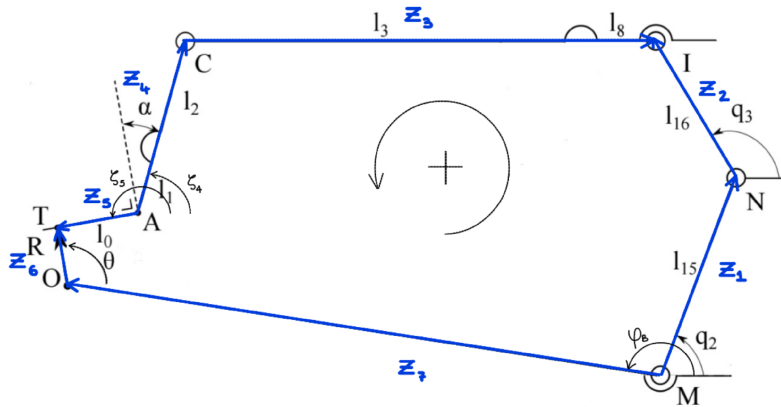


Figura 5.1: Poligono di chiusura MNICATO

Con riferimento al poligono *MNICATO* in figura [] scriviamo l'equazione di chiusura della maglia, che risulta essere $\vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 - \vec{Z}_3 - \vec{Z}_4 + \vec{Z}_5 - \vec{Z}_6 - \vec{Z}_7 = \vec{0}$. Proietto in forma matriciale sostituendo agli angoli ζ_4 e ζ_5 , quanto trovato nell'analisi cinematica diretta

($\zeta_4 = \psi_4, \zeta_5 = \psi_6$ e sfruttando le proprietà trigonometriche. Si trova:

$$l_{15} \begin{Bmatrix} \cos(q_2) \\ \sin(q_2) \end{Bmatrix} + l_{16} \begin{Bmatrix} \cos(q_3) \\ \sin(q_3) \end{Bmatrix} - L_3 \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} - L_4 \begin{Bmatrix} \cos(\theta - \alpha) \\ \sin(\theta - \alpha) \end{Bmatrix} + l_0 \begin{Bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{Bmatrix} - R \begin{Bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{Bmatrix} - l_B \begin{Bmatrix} \cos(\psi_B) \\ \sin(\psi_B) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Il passo successivo è quello di derivare le equazioni di velocità e di portarle in forma

$$[A] \begin{Bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} \dot{R} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (5.1)$$

Si trova:

$$\begin{bmatrix} -l_{15} \sin(q_2) & -l_{16} \sin(q_3) \\ l_{15} \cos(q_2) & l_{16} \cos(q_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \cos(q_2) \\ \sin(q_2) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos(\theta) & L_4 \sin(\theta - \alpha) - l_0 \cos(\theta) + R \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & -L_4 \cos(\theta - \alpha) - l_0 \sin(\theta) - R \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{R} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Voglio ora trovare il Jacobiano di velocità, definito come la matrice che stabilisce la relazione lineare che lega le velocità dell'end effector $\dot{R}$ e $\dot{\theta}$ a quelle degli attuatori $\dot{q}_2$ e $\dot{q}_3$. In questo caso vorremmo avere la relazione $\begin{Bmatrix} \dot{R} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{Bmatrix}$ dalla quale, sfruttando (5.1)

$$\text{ricaviamo } [J] = -[B]^{-1} [A] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

Svolti i calcoli sfruttando la formula dell'inversa di una matrice e le proprietà trigonometriche di seno e coseno, si giunge alla seguente conclusione:

$$\begin{cases} J_{11} = \frac{l_{15}}{L_4 \cos(\alpha) + R} (b_{22} \sin q_2 + b_{12} \cos q_2) \\ J_{12} = \frac{l_{16}}{L_4 \cos(\alpha) + R} (b_{22} \sin q_3 + b_{12} \cos q_3) \\ J_{21} = \frac{l_{15}}{L_4 \cos(\alpha) + R} (-\sin \theta \sin q_2 + \cos \theta \cos q_2) \\ J_{22} = \frac{l_{16}}{L_4 \cos(\alpha) + R} (-\sin \theta \sin q_3 + \cos \theta \cos q_3) \end{cases} \quad (5.2)$$

dove b_{ij} rappresentano le componenti della matrice $[B]$

5.2 Modellazione dei carichi

Nel contesto della chirurgia robot-assistita, il meccanismo è pensato per operare come un robot cooperativo a impedenza, ovvero un sistema nel quale l'operatore guida direttamente il movimento e il robot restituisce in uscita le forze in funzione delle velocità impresse dall'operatore. Per tale motivo, il punto in cui viene applicata la forza da parte del chirurgo rappresenta un elemento chiave della modellazione statica. È importante distinguere tra le forze che lo strumento applica ai tessuti biologici, ad esempio alla sclera in chirurgia oftalmica, e quelle che l'utente applica al manico. Dai lavori presenti in letteratura,

come lo studio delle forze di interazione con la sclera in-vivo [16] si evince che le forze sclera-strumento sono tipicamente dell'ordine di 50-200mN mentre studi relativi a sistemi master-slave e robot co-manipulativi indicano che le forze esercitate sul manico da parte dell'utente possono raggiungere valori molto più elevati, dell'ordine dei Newton.

In questa tesi, è stato scelto di modellare la forza esterna come applicata in corrispondenza del punto T . Tale punto rappresenta il luogo fisico del manico sul quale l'operatore esercita forze e spostamenti, ed è quindi il più adatto per caratterizzare l'interazione uomo-macchina. Questa scelta è inoltre coerente con quanto riportato in letteratura [15] in cui si evidenzia che l'analisi della manipolabilità e della trasmissione delle forze è più significativa se condotta rispetto al punto di interazione reale, piuttosto che alla punta dello strumento.

Nel modello sviluppato è stato deciso di trascurare le forze gravitazionali, in quanto le masse non sono fornite e si suppone che, in un'applicazione reale, siano supportati da sistemi di bilanciamento passivo o da un'interfaccia robotica assistita. Questa semplificazione consente inoltre di focalizzarsi esclusivamente sugli effetti che le forze di interazione causano sul meccanismo. Con questi presupposti, è stato deciso di considerare una forza costante pari a $3N$, applicata nel punto T con una direzione inclinata di 45° rispetto al segmento OT . La direzione è stata scelta per essere significativa ma generica, e consente di osservare il comportamento del meccanismo in una situazione realistica.

5.3 Implementazione Matlab, calcolo dei momenti trasmessi

Per la stima dei momenti torcenti richiesti agli attuatori nelle articolazioni attive q_2 e q_3 è stato sviluppato il codice Matlab basato su un modello cinematico con analisi statica del meccanismo. L'obiettivo è quello di quantificare le entità dei momenti necessarie ad equilibrare una forza esterna applicata sul manico dello strumento nel sistema co-manipolativo presentato. Nella prima parte del codice Matlab dedicata alla statica (che segue l'analisi cinematica diretta di posizione), vengono calcolati gli elementi della matrice Jacobiana $[J]$ ridotta, che considera solo il moto planare. Segue la definizione del vettore della forza esterna F_e applicata in T .

```

% Forza esterna agente su T con direzione a 45 rispetto al segmento OT
Fe_modulo = 3000; % mN
Fe_R = -Fe_modulo*cos(pi/4);
Fe_theta = Fe_modulo*sin(pi/4);

Fe = [Fe_R; Fe_theta];

% Ricavo i momenti agenti rispettivamente su q2 e q3

Mom = J' * Fe; % mN mm
Mom_NewtonMetro = Mom*1e-6; % Nm

```

Figura 5.2: implementazione analisi statica Matlab

La trasformazione delle forze in momenti articolari avviene tramite la relazione

$$\tau = J^T F_e$$

dove $\tau = [\tau_2, \tau_3]^T$ rappresenta il vettore contenente i momenti torcenti necessari da applicare sugli attuatori per equilibrare le forze di interazione. I risultati sono inizialmente forniti in $mN \cdot mm$ e successivamente convertiti in $N \cdot m$. Dopo l'esecuzione del codice sono stati ottenuti i seguenti valori: $\tau_2 = -0.1737N \cdot m$, $\tau_3 = -0.1072N \cdot m$. Il segno negativo indica che gli attuatori q_2 e q_3 devono applicare un momento torcente in direzione opposta alla rotazione positiva definita come da convenzioni antioraria. Significa quindi che il sistema, per equilibrare la forza esercitata sul manico, deve agire in senso contrario opponendosi quindi allo spostamento come ci saremmo aspettati. Per quanto riguarda l'entità dei valori, essi rientrano nell'ordine di grandezza atteso confermando la coerenza fisica del modello. Infine il fatto che i momenti siano in modulo diversi, suggerisce che nella configurazione gli attuatori sopportano carichi diversi e questo può essere dovuto all'orientamento del Jacobiano per il quale alcune direzioni del meccanismo trasmettono la forza in maniera più efficiente. In conclusione quindi, il calcolo via Matlab si è rivelato efficace, restituendo valori numericamente plausibili e interpretabili.

Conclusioni

In questa tesi è stato analizzato e valutato un meccanismo planare RCM a 2 gradi di libertà ideato per l'impiego in chirurgia vitreoretinica robot-assistita. Il primo passo è stato quello di introdurre l'ambito clinico delle chirurgie vitreoretiniche in modo da capire gli aspetti fondamentali che il dispositivo doveva soddisfare e il funzionamento dei dispositivi RCM, ai quali il meccanismo proposto deve fare riferimento. Dopo la fase di contestualizzazione, l'attenzione si è focalizzata sullo studio del dispositivo, concepito come un sistema RCM ad architettura parallela in grado di garantire movimenti vincolati attorno a un punto fisso nello spazio. L'analisi cinematica è stata affrontata introducendo un vincolo costante tra due giunti, riducendo quindi i gradi di libertà indipendenti e semplificando il modello per favorire l'analisi dell'escursione angolare nel piano. Le simulazioni realizzate in ambiente Matlab hanno evidenziato l'esistenza di un valore ottimale per l'angolo relativo tra i giunti, che massimizza la copertura angolare del punto terminale (end-effector) attorno al punto RCM. Si è ottenuta un'escursione angolare superiore ai 119° , come richiesto dall'articolo di riferimento, il che suggerisce la correttezza della semplificazione introdotta e una buona compatibilità con le esigenze della chirurgia vitreoretinica. A supporto dell'analisi cinematica è stata inoltre effettuata l'analisi statica, che si è concentrata sul calcolo del Jacobiano e sullo studio della propagazione di una forza esterna applicata al manico dello strumento. I momenti torcenti calcolati risultano coerenti con quanto atteso per sistemi di questo tipo e forniscono indicazioni preliminari sulla distribuzione dei carichi in fase operativa. Sebbene il lavoro si concentri su un modello semplificato, i risultati ottenuti sono coerenti e validano lo studio del meccanismo proposto.

Bibliografia

- [1] Mishra D, Gade S, Glover K, Sheshala R, Singh TRR. *Vitreous Humor: Composition, Characteristics and Implication on Intravitreal Drug Delivery*. *Curr Eye Res*. 2023 Feb;48(2):208-218., doi: 10.1080/02713683.2022.2119254. Epub 2022 Nov 28. PMID: 36036478.
- [2] JOUR,Zhang, Wuxiang,Wang, Zhi,Ke, Ma, Liu, Fei, Cheng, Pengzhi, Ding, Xilun. *State of the art in movement around a remote point: a review of remote center of motion in robotics*, PY 2024/05/30, DO - 10.1007/s11465-024-0785-3, JO - Frontiers of Mechanical Engineering DOI <http://dx.doi.org/10.1007/s11465-024-0785-3>
- [3] Highsmith T R, Janez F, Daniel G D, Peter K J, Arthur L R D. *Improved remote center-of-motion robot for surgery*. , European Patent, 0595291, 1994–05–04
- [4] Rommers J, van der Wijk V, Herder J L. *A new type of spherical flexure joint based on tetrahedron elements.*, Precision Engineering, 2021, 71: 130–140
- [5] Suzuki H, Wood R J.. *Origami-inspired miniature manipulator for teleoperated microsurgery*, Nature Machine Intelligence, 2020, 2(8): 437–446
- [6] Singh SPN, Riviere CN. *Physiological tremor amplitude during retinal microsurgery*. In: *Proceedings of the IEEE 28th Annual Northeast Bioengineering Conference (IEEE Cat No02CH37342) [Internet].*, Philadelphia, PA, USA: IEEE; 2002 [cited 2021 Oct 9]. p. 171–172. Available from: <https://ieeexplore.ieee.org/document/999520/>
- [7] Srishti Raksheeth Ramamurthy & Vivek Pravin Dave (2022) *Robotics in Vitreo-Retinal Surgery*, *Seminars in Ophthalmology*, 37:7-8, 795-800, DOI: 10.1080/08820538.2022.2075705 To link to this article: <https://doi.org/10.1080/08820538.2022.2075705>
- [8] M. P. Kummer, J. J. Abbott, B. E. Kratochvil, R. Borer, A. Sengul and B. J. Nelson "OctoMag: An Electromagnetic System for 5-DOF Wireless Micromanipulation,"

- in *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, no. 6, pp. 1006-1017, Dec. 2010, doi: 10.1109/TRO.2010.2073030.
- [9] Meenink, H. C. M. (2011). *Vitreo-retinal eye surgery robot : sustainable precision. [Phd Thesis 1 (Research TU/e / Graduation TU/e), Mechanical Engineering]*, Technische Universiteit Eindhoven. <https://doi.org/10.6100/IR717725>
- [10] <https://www.preceyes.nl/preceyes-surgical-system/>
- [11] Taylor, R. et al. (1999). *SA Steady-Hand Robotic System for Microsurgical Augmentation*. In: Taylor, C., Colchester, A. (eds) *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI’99. MICCAI 1999. Lecture Notes in Computer Science*, vol 1679. Springer, Berlin, Heidelberg https://doi.org/10.1007/10704282_112
- [12] Maclachlan RA, Becker BC, Tabarés JC, Podnar GW, Lobes LA Jr, Riviere CN. *Micron: an Actively Stabilized Handheld Tool for Microsurgery. IEEE Trans Robot.* 2012 Feb 1;28(1):195-212. doi: 10.1109/TRO.2011.2169634. Epub 2011 Nov 18. PMID: 23028266; PMCID: PMC3459596.
- [13] Smits, J., Reynaerts, D., & Vander Poorten, E. (2020). *Synthesis and methodology for optimal design of a parallel remote center of motion mechanism: Application to robotic eye surgery*, *Mechanism and Machine Theory* <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.103896>
- [14] Caccavale, F., Uchiyama, M. (2016). *Cooperative Manipulation*. In: Siciliano, B., Khatib, O. (eds) *Springer Handbook of Robotics. Springer Handbooks.*, Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1_39
- [15] Jonas Smits, Dominiek Reynaerts, Emmanuel Vander Poorten, *Synthesis and methodology for optimal design of a parallel remote center of motion mechanism: Application to robotic eye surgery.*, *Mechanism and Machine Theory*, Volume 151, 2020, 103896, ISSN 0094-114X, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.103896>
- [16] Patel N, Urias M, Ebrahimi A, Gehlbach P, Iordachita I. , *Scleral Force Evaluation During Vitreoretinal Surgery: in an In Vivo Rabbit Eye Model*, *Annu Int Conf IEEE Eng Med Biol Soc.* 2020 Jul, doi: 10.1109/EMBC44109.2020.9176402. PMID: 33019350; PMCID: PMC7538654.

Ringraziamenti

Un ringraziamento speciale va alla mia famiglia, che è sempre stata al mio fianco, rappresentando un porto sicuro e un punto fermo in ogni momento. La ringrazio per i valori che mi ha trasmesso, per la fiducia incondizionata e per avermi sempre lasciato libero di fare le mie scelte. In particolare, ringrazio la mamma per la sua empatia, la sua sensibilità e il sostegno che non mi ha mai fatto mancare, e il papà per la determinazione e la tenacia che mi ha trasmesso. Grazie a mio fratello, che è stato un fidato consigliere, sempre disponibile al confronto e anche a portare un po' di leggerezza quando ne avevo bisogno. Ringrazio inoltre tutti i miei parenti per il loro costante affetto. Un pensiero profondo lo riservo alle mie nonne che hanno condiviso con me l'inizio di questo percorso ma che purtroppo non ci sono più. Credevano in me incondizionatamente e il loro amore è un carburante che non si esaurirà mai. Grazie di cuore agli amici di sempre: Fabio, Chiara e Sofia, compagni insostituibili nel mio percorso di vita. Fabio, che sa sempre strapparmi un sorriso, trovare le parole giuste in ogni circostanza e capirmi davvero. Sofia per la sua delicatezza, la sensibilità e i consigli preziosi spesso condivisi nella semplicità di una cena. Chiara, per la sua positività contagiosa, la sua spontaneità e la sua sincerità, so che potrò sempre contare su di lei. Ringrazio con affetto tutti i miei compagni di corso, che mi hanno accompagnato in questa avventura e che hanno reso questo percorso un periodo felice di crescita personale e accademica. Sono grato anche ai miei coinquilini, non avrei potuto desiderare compagni migliori, anche se percorreremo strade diverse il legame che abbiamo creato rimarrà con me per sempre. Un grazie speciale a Rosa, che è stata la vera "mamma di casa", presente in ogni mio momento sia di gioia che di sconforto, sempre pronta a condividere esperienze e a presentarmi persone meravigliose. Ringrazio poi Tommaso, che con la sua naturalezza e simpatia ha portato allegria in casa: grazie per le lunghe chiacchierate e per avermi fatto sentire un re ogni volta che guardavo la tua dispensa. Un grazie va infine a tutti coloro che, in modi piccoli o grandi, hanno incrociato il mio cammino in questi anni. Anche un semplice scambio di idee, una risata inaspettata o la vostra presenza hanno reso questo viaggio unico e indimenticabile. Ringrazio inoltre tutte le persone che hanno condiviso con me questa parte del mio cammino.