

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

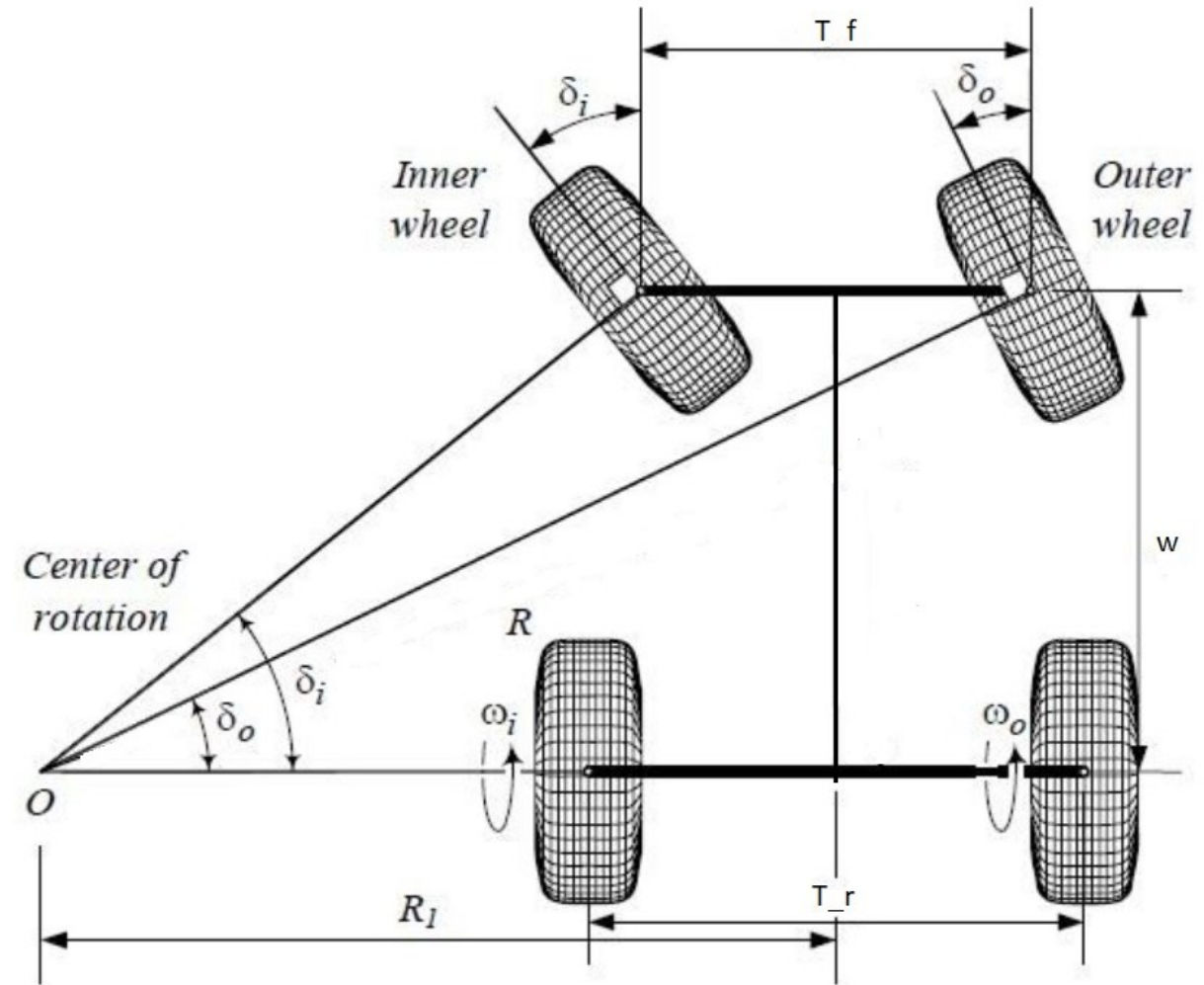
***Relazione per la prova finale
«Ottimizzazione del cinematismo di
sterzo per una vettura da competizione»***

Tutor universitario: Prof. Massaro Matteo

Laureando: *Lorenzin Edoardo*

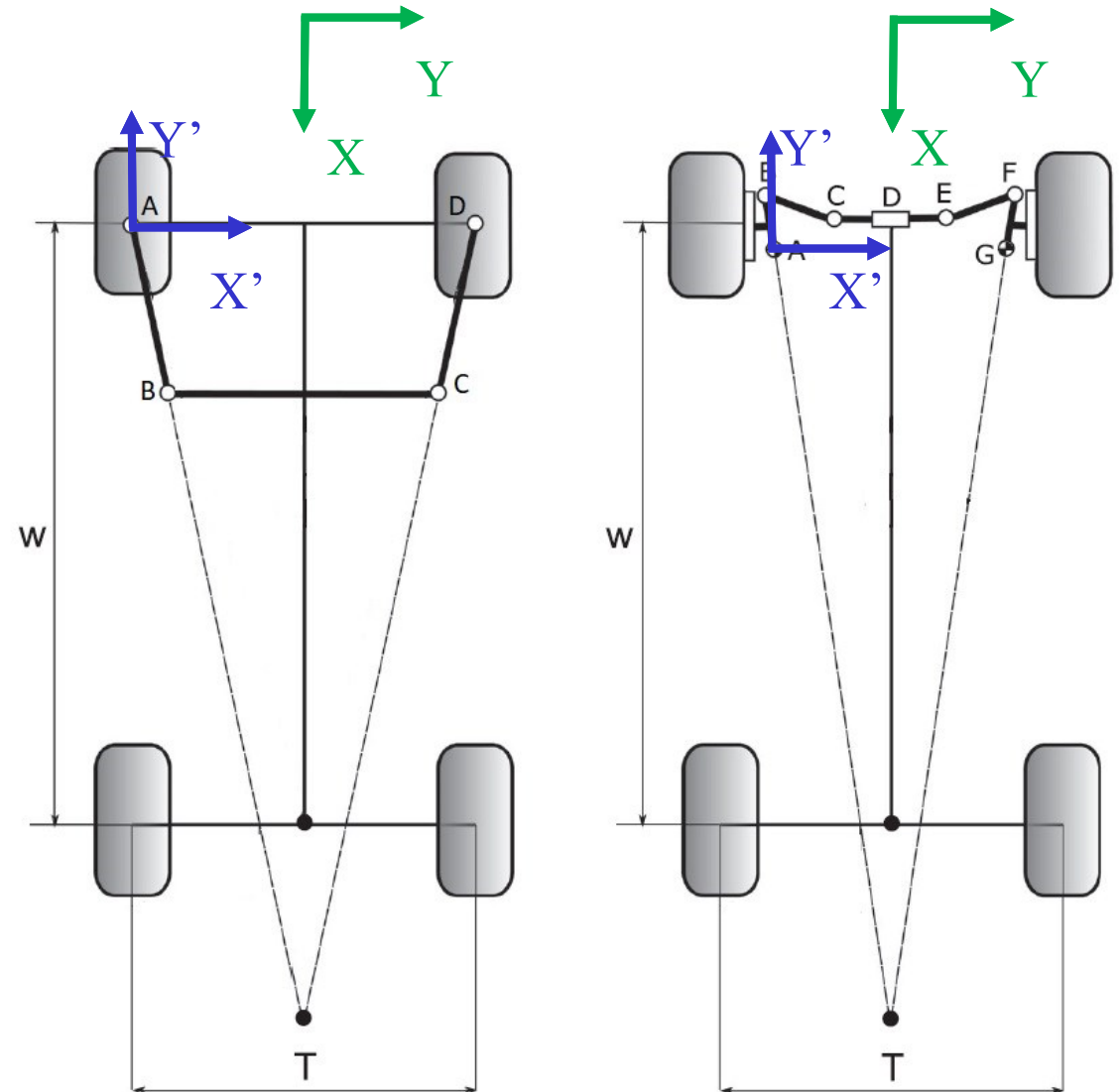
Padova, 22/09/2023

Quando una vettura percorre una curva, le ruote interne e le ruote esterne percorrono traiettorie aventi raggi di curvatura differenti: la ruota esterna percorre una traiettoria con raggio maggiore rispetto alla ruota interna. Si definisce sterzata di Ackermann la legge di sterzata in grado di differenziare l'angolo di sterzo tra ruota esterna e interna alla curva, in modo che tutte le ruote individuino un unico centro di istantanea rotazione, assumendo assenza di strisciamento degli pneumatici.



- Il meccanismo di sterzo in grado di soddisfare alla necessità di differenziare l'angolo di sterzo delle ruote dell'asse sterzante, è denominato meccanismo di sterzo Ackermann.
- Vengono considerati due cinematismi: uno a quadrilatero articolato e uno più simile a quello attualmente utilizzato nella pratica.

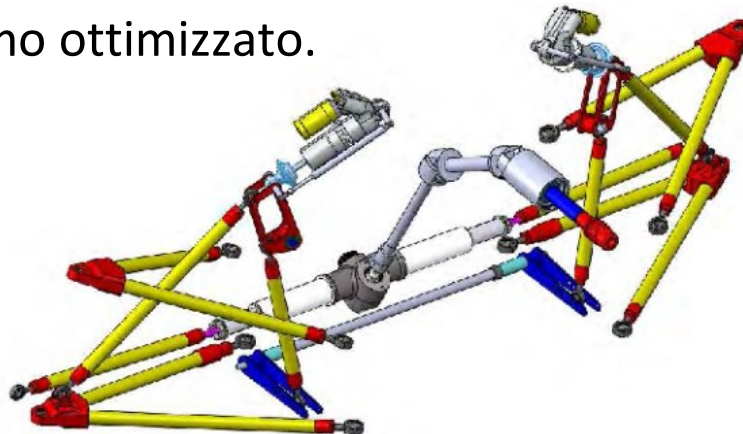
Legenda: - s.d.r. LOTUS della vettura
- s.d.r. utilizzato nell'analisi



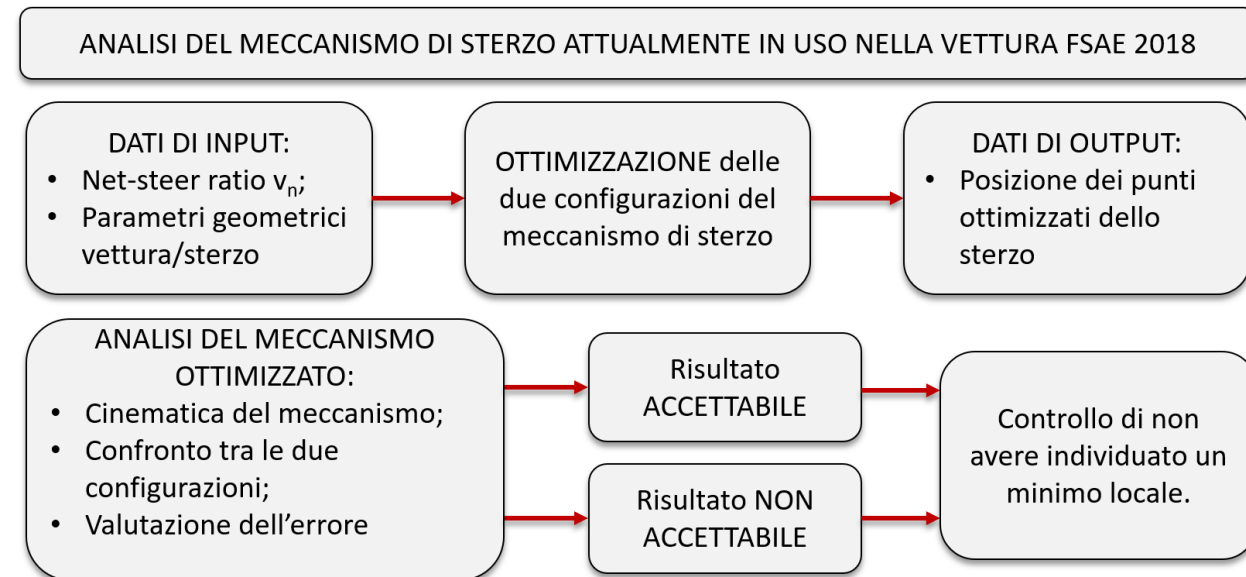
- Il presente lavoro ha come scopo l'analisi del meccanismo di sterzo di una vettura da competizione (vettura FSAE 2018). A partire dalla configurazione del meccanismo di sterzo attualmente presente nella vettura, corrispondente ad un valore del net-steer ratio pari al 30%, questo studio si pone i seguenti obiettivi:
 - Ottimizzare il cinematismo di sterzo per diversi valori del rapporto di Ackermann e per un fissato intervallo di angoli di sterzo;

$$v_n = \text{net steer ratio} = \frac{\delta_i - \delta_e}{\delta_{i,ack} - \delta_{e,ack}}$$

- Confrontare il meccanismo di sterzo ottimizzato nelle due configurazioni (con geometria Jeantaud e da FSAE);
- Analizzare i risultati ottenuti e fattibilità del meccanismo ottimizzato.



- Per questo studio è stato utilizzato il Software MATLAB, procedendo come segue.

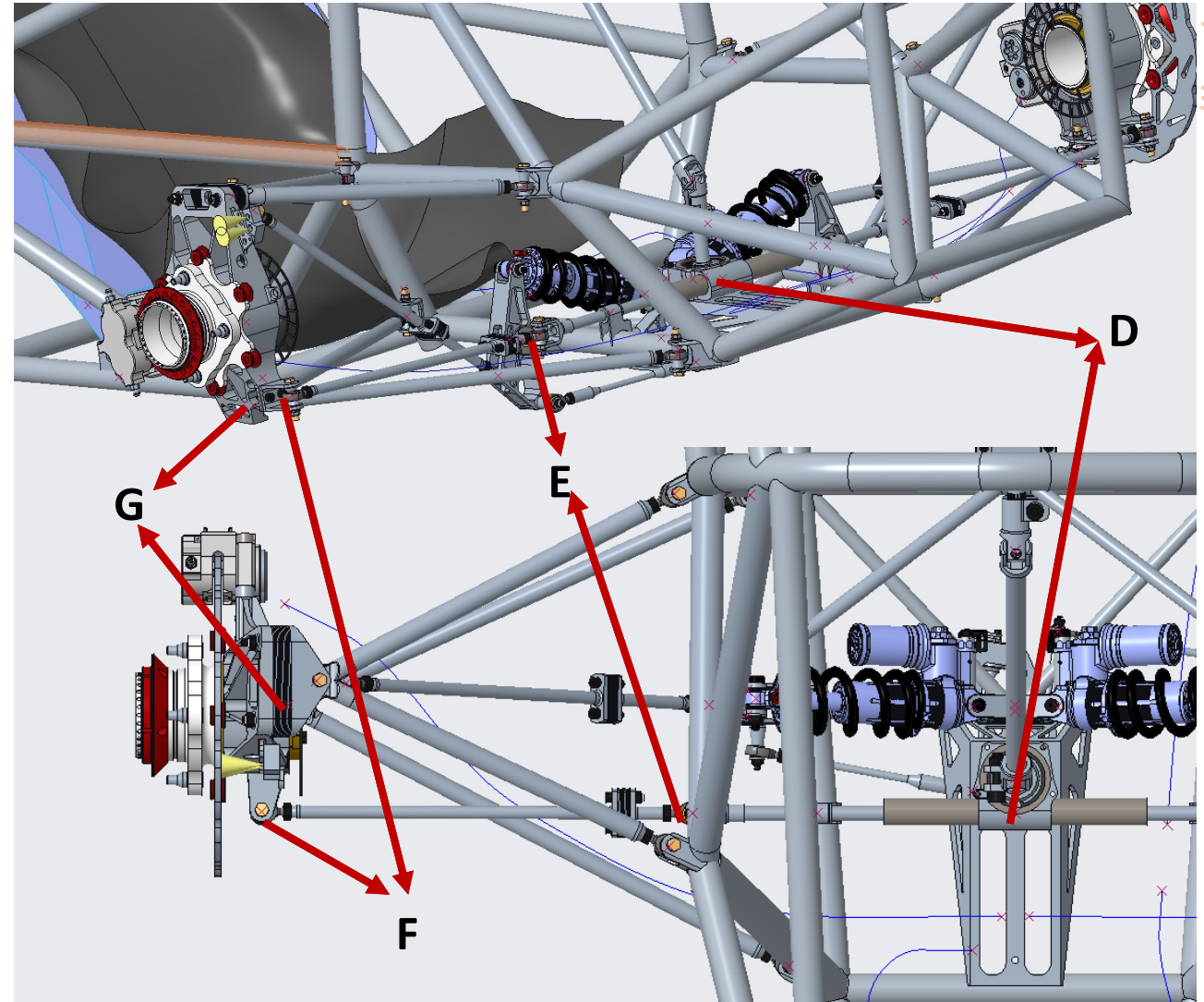


- Coordinate dei punti del cinematismo di sterzo nella configurazione al 30% Ackermann (s.d.r. LOTUS):

	X	Y	Z
A [mm]	468,024	-563,452	159,394
B [mm]	385,513	-583,660	180,004
C [mm]	384,193	-250,000	165,000
D [mm]	384,193	0,000	165,000
E [mm]	384,193	250,000	165,000
F [mm]	385,513	583,660	180,004
G [mm]	468,024	563,452	159,394

- Parametri geometrici vettura:

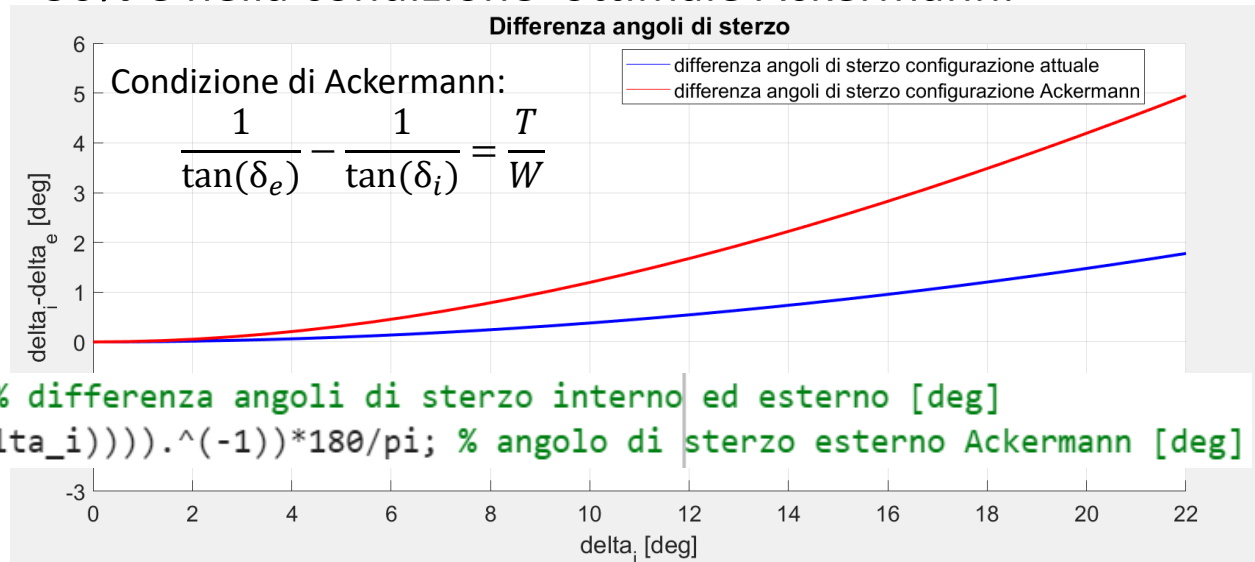
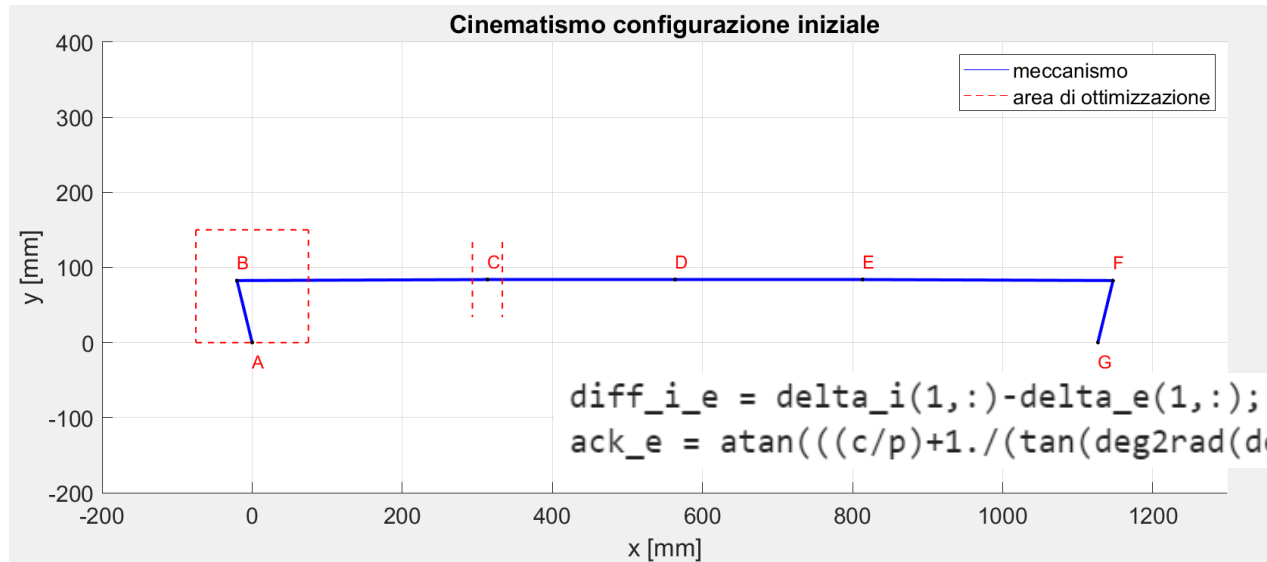
W [mm]	Wheelbase	1535
T_f [mm]	Front track	1220
T_r [mm]	Rear track	1190
T [mm]	$(T_f + T_r) / 2$	1205



Dai dati di partenza, osservando l'esigua differenza delle coordinate in z dei punti identificati del meccanismo di sterzo, si è preso come piano di analisi della cinematica il piano intermedio passante per il rack dello sterzo e parallelo al suolo, essendo lo studio effettuato nel piano bidimensionale. È stata di conseguenza eseguita l'analisi cinematica, andando a valutare gli ingombri e la differenza di angolo di sterzo interno ed esterno in relazione all'angolo di sterzo della ruota interna. Infine, a partire da tale differenza di rotazione tra le due ruote, si è verificato il valore di percentuale Ackermann della configurazione di partenza tramite l'utilizzo del codice implementato «net_steer_ratio.m».

Configurazione iniziale del meccanismo di sterzo al 30% Ackermann con i limiti per l'ottimizzazione.

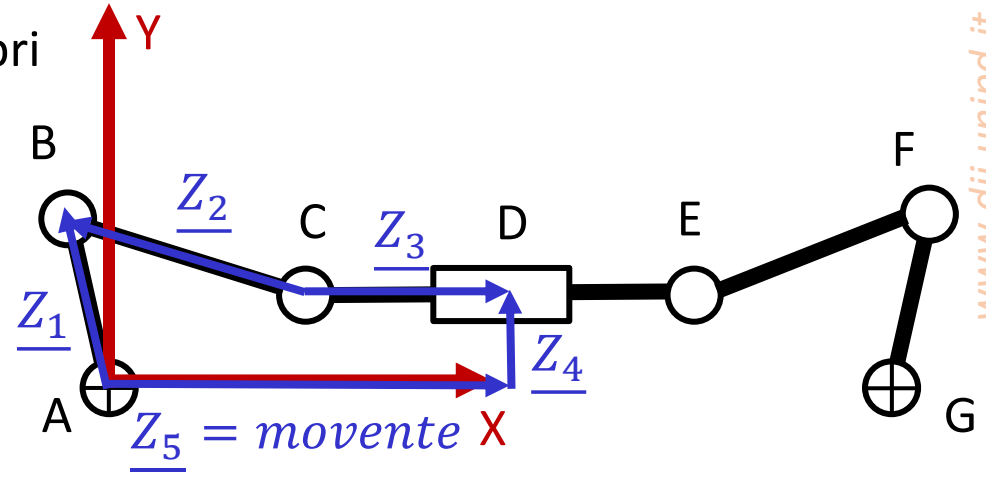
Andamento della differenza di angolo di sterzo tra ruota interna ed esterna del meccanismo di sterzo al 30% e nella condizione ottimale Ackermann.



```

123 % Analisi cinematica e analisi di velocità
124
125 % Struttura contenente le lunghezze dei vari membri del cinematismo di
126 % sterzo [mm]
127
128 Lung.a1 = sqrt((mecc.B1(1,1)-mecc.A1(1,1))^2+(mecc.B1(2,1)-mecc.A1(2,1))^2); % bilanciere di sinistra
129 Lung.a2 = sqrt((mecc.B1(1,1)-mecc.C1(1,1))^2+(mecc.B1(2,1)-mecc.C1(2,1))^2); % tirante di sterzo di sinistra
130 Lung.a3 = sqrt((mecc.D1(1,1)-mecc.C1(1,1))^2+(mecc.D1(2,1)-mecc.C1(2,1))^2); % cremagliera a sinistra del pattino
131 Lung.a4 = mecc.D1(2,1); % posizione y della cremagliera rispetto al sistema roto-traslato
132
133 q0 = mecc.D1(1,1); % movente nella configurazione iniziale: posizione x della cremagliera rispetto al sistema roto-traslato
134
135 q = zeros(1,31); % vettore delle posizioni del movente
136
137 for i = 0:1:30 % ciclo for per l'analisi cinematica
138
139     q(i+1) = q0-i; % moto del movente: fa ruotare la ruota di sinistra come se stessimo percorrendo una curva a sx [mm]
140     a6 = sqrt(q(1,:).^2+Lung.a4^2); % vettore da A a D [mm]
141     alpha = acos(q(1,:)./a6); % angolo tra asse x e a6 [rad]
142     beta = pi/2-alpha; % angolo tra a4 e a6 [rad]
143     gamma = pi/2-beta; % angolo tra a6 e a3 [rad]
144     a7 = sqrt(a6.^2+Lung.a3^2-2.*a6.*Lung.a3.*cos(gamma)); % vettore da A a C [mm]
145     delta = acos((a7.^2+Lung.a2^2-Lung.a1^2)/(2.*a7.*Lung.a2)); % angolo tra a7 e a2 [rad]
146     sigma = acos((a7.^2+Lung.a3^2-a6.^2)/(2.*a7.*Lung.a3)); % angolo tra a7 e a3 [rad]
147     phi2_sx = 2*pi-delta-sigma; % angolo del tirante di sterzo [rad]
148     phi1_sx = acos((q(1,:)+Lung.a2.*cos(phi2_sx(1,:))-Lung.a3)/(Lung.a1)); % angolo del bilanciere di sinistra [rad]
149
150     B = [Lung.a1.*cos(phi1_sx); Lung.a1.*sin(phi1_sx)]; % posizione del punto B [mm]
151     C = [Lung.a1.*cos(phi1_sx)-Lung.a2.*cos(phi2_sx); Lung.a1.*sin(phi1_sx)-Lung.a2.*sin(phi2_sx)]; % posizione del punto C [mm]
152     D = [Lung.a1.*cos(phi1_sx)-Lung.a2.*cos(phi2_sx)+Lung.a3; Lung.a1.*sin(phi1_sx)-Lung.a2.*sin(phi2_sx)]; % posizione del punto D [mm]
153     E = [D(1,:)+Lung.a3; D(2,:)]; % posizione del punto E [mm]
154
155     a8 = sqrt((D(1,:)-mecc.G1(1,1)).^2+(D(2,:)-mecc.G1(2,1)).^2); % vettore da G a D [mm]
156     phi = atan2(Lung.a4,mecc.G1(1,1)-q(1,:)); % angolo tra a8 e asse x [rad]
157     a9 = sqrt((E(1,:)-mecc.G1(1,1)).^2+(E(2,:)-mecc.G1(2,1)).^2); % vettore da G a E [mm]
158     theta = acos((a8.^2+a9.^2-Lung.a3^2)/(2.*a8.*a9)); % angolo tra a8 e a9 [rad]
159     psi = acos((Lung.a1^2+a9.^2-Lung.a2^2)/(2.*Lung.a1.*a9)); % angolo tra a9 e bilanciere di destra [rad]
160     phi1_dx = pi-phi-theta-psi; % angolo del bilanciere di destra [rad]
161     gamma_dx = pi/2-phi; % angolo tra a4 e a8 [rad]
162     sigma_dx = pi/2-gamma_dx; % angolo tra a8 e a10 [rad]
163     alpha_dx = pi-sigma_dx-theta; % angolo tra a10 e a9 [rad]
164     beta_dx = acos((Lung.a2^2+a9.^2-Lung.a1^2)/(2.*Lung.a2.*a9)); % angolo tra a9 e a11 [rad]
165     phi2_dx = pi-(2*pi-alpha_dx-beta_dx); % angolo tirante di sterzo destro [rad]
166
167     F = [E(1,:)+Lung.a2.*cos(phi2_dx); E(2,:)+Lung.a2.*sin(phi2_dx)]; % posizione del punto F [mm]
168
169     diff_bil_whe = pi-phi1_sx(1,1); % differenza angolo tra mozzo e bilanciere [rad]
170     % diff_bil_whe = phi1_dx(1,1); % altro modo per calcolare l'angolo tra mozzo e bilanciere [rad]
171     delta_i = rad2deg(phi1_sx(1,:)+diff_bil_whe-pi); % rotazione ruota interna [deg]
172     delta_e = rad2deg(phi1_dx(1,:)-diff_bil_whe); % rotazione ruota esterna [deg]
    
```

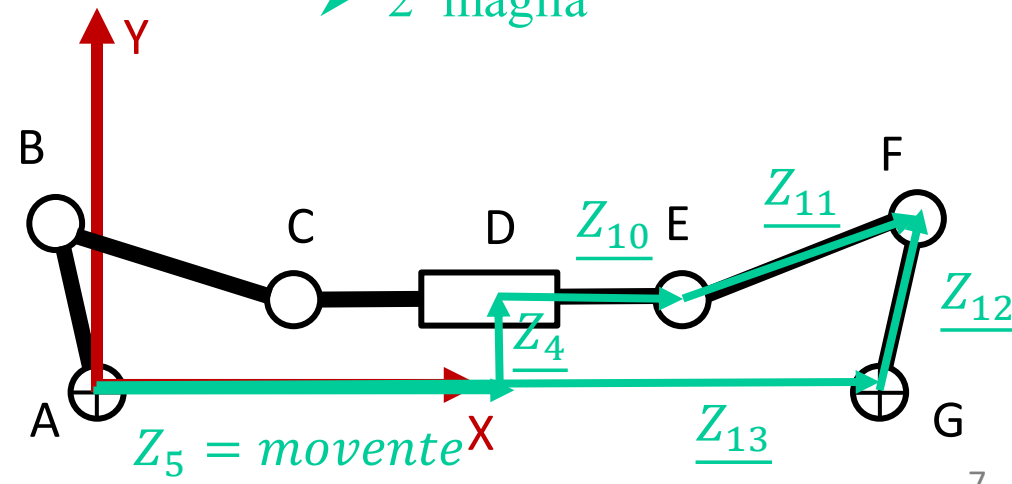
Lunghezze membri



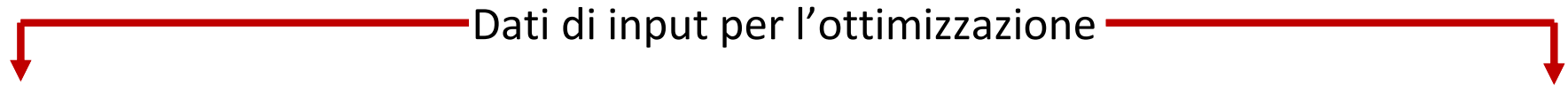
Ciclo for per analisi cinematica

Poligono di chiusura

- 1° maglia
- 2° maglia



Relazione tra angoli



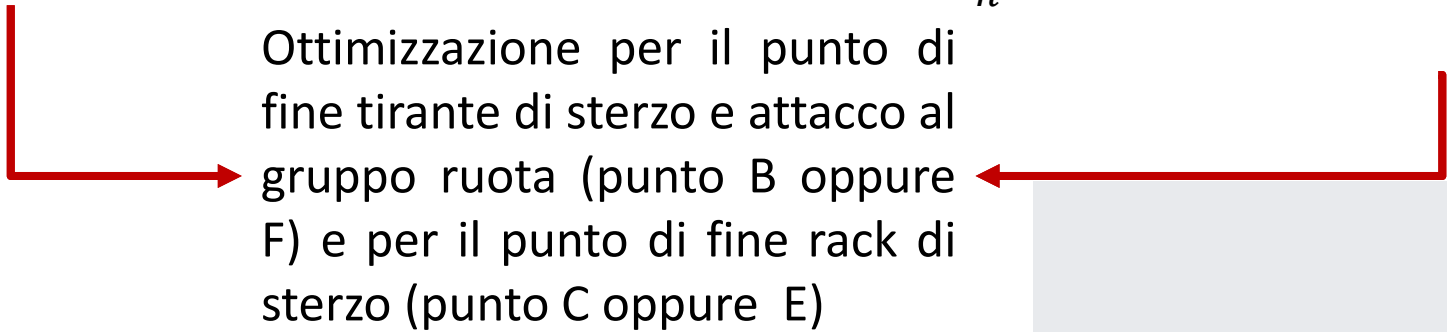
Posizioni dei punti noti del cinematismo:

- Punti A/G (vertici triangolo inferiore di sterzo);
- Punto D (posizione del pattino/movente della cremagliera);
- Range di variazione del movente.

Parametri noti:

- Parametri geometrici della vettura (T, W);
- Valore del net-steer ratio da raggiungere a fine ottimizzazione.

$$V_n = net - steer ratio = \frac{\delta_i - \delta_e}{\delta_{i,ack} - \delta_{e,ack}}$$



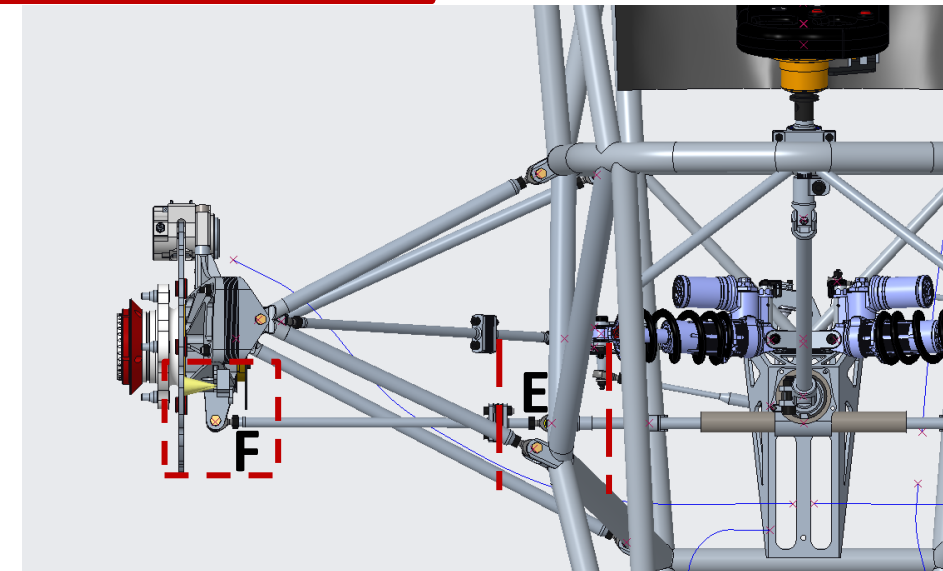
Ottimizzazione per il punto di fine tirante di sterzo e attacco al gruppo ruota (punto B oppure F) e per il punto di fine rack di sterzo (punto C oppure E)

Approssimando $\delta_{i,ack} - \delta_{e,ack}$ con $\delta_i * \frac{T}{W}$
 % Angolo della ruota esterna secondo Ackermann

```
ack_e = delta_i-v_n*(c/p)*(delta_i)^2; % secondo la definizione (8) [rad]
```

```
% Calcolo errore rispetto ad Ackermann
```

```
err = sum([err,(ack_e-delta_e)^2*(180/pi)^2]);
```



Funzione fmincon per la geometria del meccanismo di sterzo da FSAE.

Funzione fmincon per la geometria del meccanismo di sterzo a quadrilatero articolato.

```

11 function main()
12
13 clear all, close all, clc
14
15 % Primo tentativo sulla posizione di B e C
16
17 B0 = [0;75]; % posizione iniziale del punto B in [mm]
18 C0 = [313;83.8310]; % posizione iniziale del punto C in [mm]
19
20 % Visualizzazione della soluzione di primo tentativo
21
22 figure(1), clf, set(gcf,'Name','Primo tentativo')
23 auxdata0 = [];
24 [err,auxdata0] = fun([B0;C0],true)
25
26 % Limiti per la posizione di B e C per l'ottimizzazione
27
28 dx_B = 75; dy_B = 75; % spostamento in X e Y dalla posizione iniziale per B [mm]
29 dx_C = 20; dy_C = 0; % spostamento in X e Y dalla posizione iniziale per C [mm]
30 Bmin = [B0(1,1)-dx_B;B0(2,1)-dy_B]; Bmax = [B0(1,1)+dx_B;B0(2,1)+dy_B]; % limiti area nel piano di ottimizzazione per B
31 Cmin = [C0(1,1)-dx_C;C0(2,1)-dy_C]; Cmax = [C0(1,1)+dx_C;C0(2,1)+dy_C]; % limiti area nel piano di ottimizzazione per C
32
33 % Ottimizzazione
34
35 [x,fval,exitflag,output] = fmincon(@fun,[B0;C0],[[],[],[],[],[],Bmin;Cmin],[Bmax;Cmax],[[],[],false]) % fun è l'errore che devo minimizzare
36 fprintf('opti [B ; C] = '), disp(x)
37 x, fval
    
```

```

11 function main()
12
13 clear all, close all, clc
14
15 % Primo tentativo sulla posizione di B
16
17 B0=[50;-100]; % posizione iniziale del punto B in [mm]
18
19 % Visualizzazione della soluzione di primo tentativo
20
21 figure(1), clf, set(gcf,'Name','Primo tentativo')
22 auxdata1 = [];
23 [err,auxdata1] = fun(B0,true)
24
25 % Limiti per la posizione di B per l'ottimizzazione
26
27 dx_B = 75; dy_B = 75; % spostamento in X e Y dalla posizione iniziale per B [mm]
28 Bmin = [B0(1,1)-dx_B;B0(2,1)-dy_B]; Bmax = [B0(1,1)+dx_B;B0(2,1)+dy_B]; % limiti area nel piano di ottimizzazione per B
29
30 % Ottimizzazione
31
32 [x,fval,exitflag,output] = fmincon(@fun,B0,[],[],[],[],Bmin,Bmax,[],[],false) % fun è l'errore che devo minimizzare
33 disp(['opti [B] =']), disp(x)
34 x,fval
35
    
```

Posizioni iniziali dei punti da ottimizzare

Limiti di ottimizzazione

Funzione di ottimizzazione:

- x = vettore delle posizioni ottimali;
- Fval = errore totale;
- Fun = cinematica del meccanismo da ottimizzare

Valutazione dell'errore relativo tra angolo di sterzo esterno effettivo e ottimale derivante dalla funzione costo.

```

365 % Valutazione dell'errore che commetto rispetto alla curva obiettivo di
366 % Ackermann
367
368 delta_i_rif = 0:0.5:22; % valori di riferimento dell'angolo di sterzo della ruota interna [deg]
369 z = interp1(cin.delta_i(1,1:delta_deg),diff_i_e(1,1:delta_deg),delta_i_rif); % valori della differenza di angoli di sterzo in corrispondenza dell'angolo di riferimento [deg]
370
371 ack = rad2deg(delta_i_rif*pi/180-v_n*(c/p)*(delta_i_rif*pi/180).^2); % valori ideali di sterzata esterna Ackermann con net-steer ratio dato [deg]
372 delta_e_rif = delta_i_rif-z; % valori di riferimento dell'angolo di sterzo della ruota esterna [deg]
373
374 err_ack_e = sum((delta_e_rif-ack).^2); % somma degli errori che commetto
375 err_rel = ((delta_e_rif-ack)./ack).*100; % errore relativo in [%]
    
```

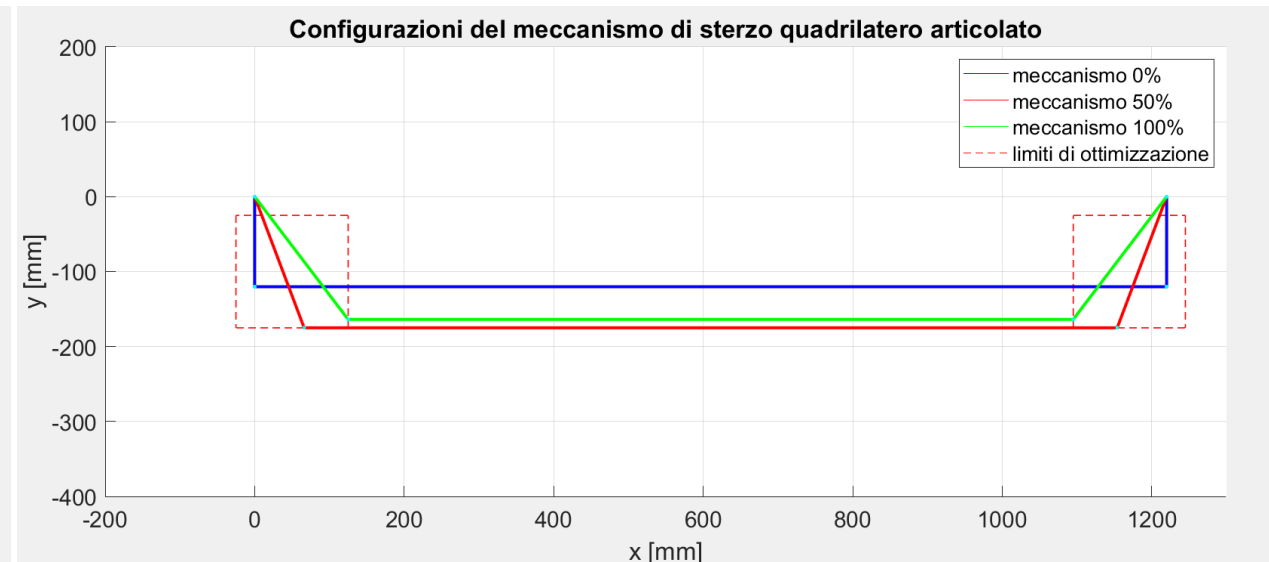
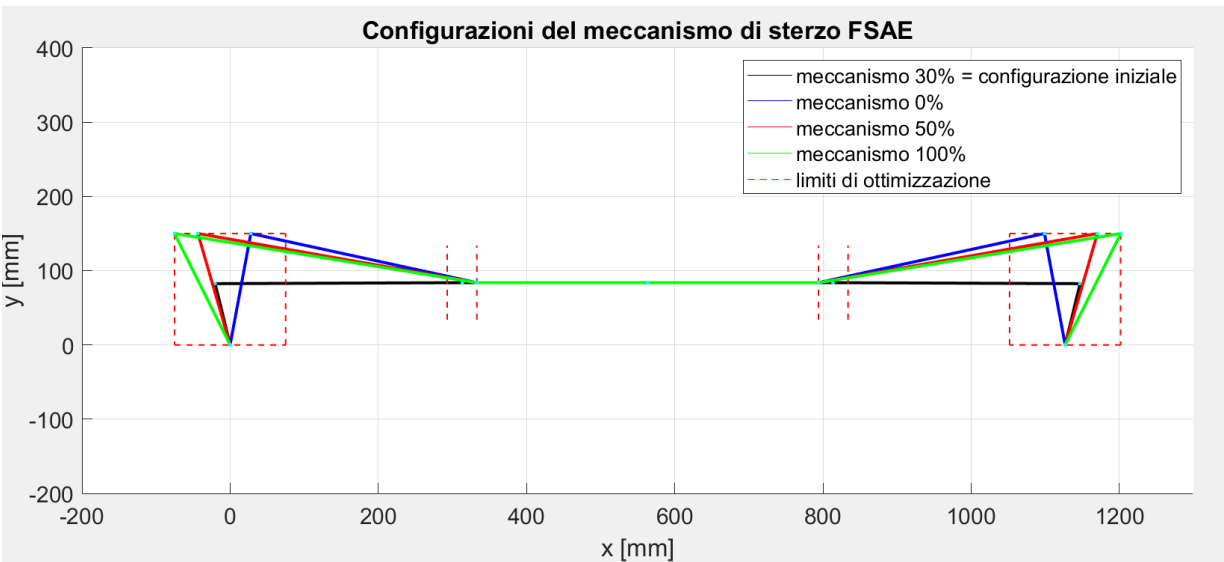
Effettuando l'ottimizzazione tramite l'algoritmo MATLAB con la funzione «fmincon», si sono ottenuti i seguenti meccanismi ottimizzati al variare del valore assunto dal net-steer ratio.

Area di ottimizzazione per B: quadrato di lato 150 mm centrato in [0,75] mm per FSAE e centrato in [50,-100] per quadrilatero articolato;

Limiti di ottimizzazione per C: segmento centrato in $x = 313$ mm di lunghezza 40 mm.

Confronto dei meccanismi di sterzo da FSAE ottimizzati per i diversi valori di net-steer ratio rispetto alla configurazione iniziale al 30% di Ackermann.

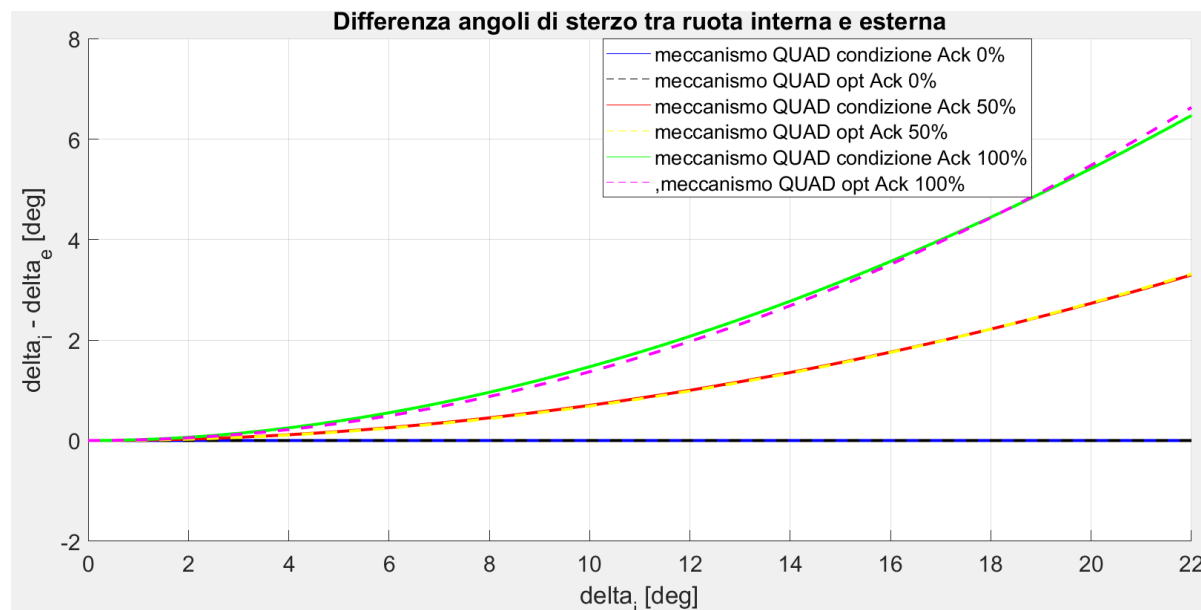
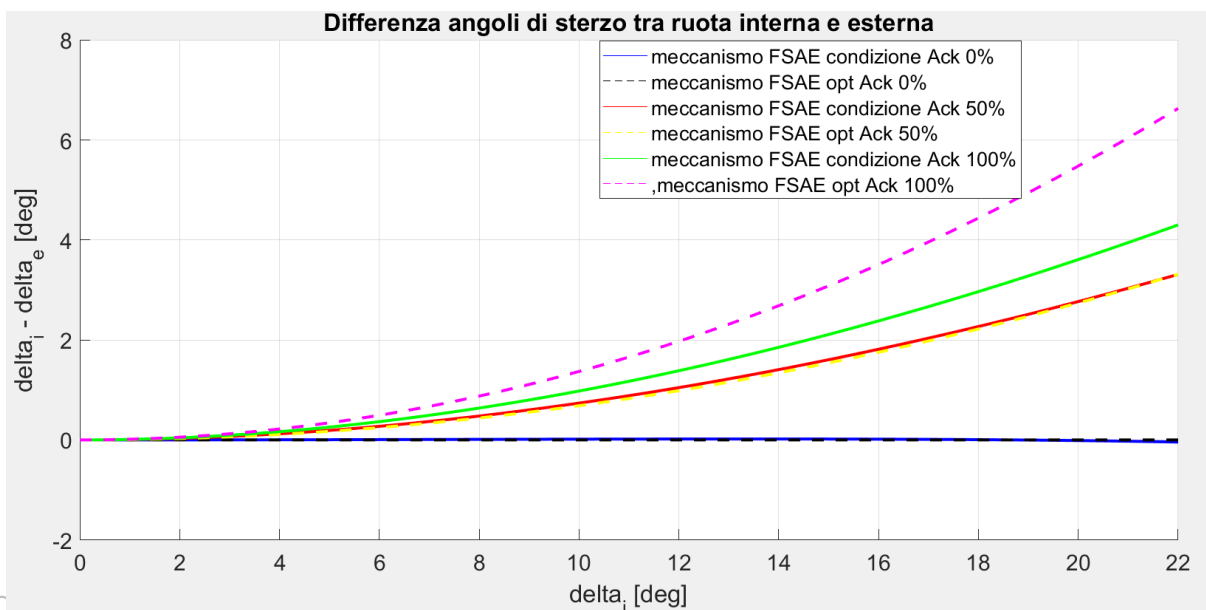
Confronto dei meccanismi di sterzo a quadrilatero articolato ottimizzati per i diversi valori di net-steer ratio.



A seguito dell'ottenimento dei meccanismi ottimizzati, tramite l'implementazione di codici MATLAB (codici «Ackermann.m» e «Quadrilatero.m») si è eseguita un'analisi cinematica del meccanismo di sterzo stesso per l'intervallo di variabilità dell'angolo di sterzo della ruota interna di interesse $[0^\circ-22^\circ]$, valutando l'andamento della differenza di angoli di sterzo tra ruote sterzanti, da cui è poi possibile verificare il valore del net-steer ratio così ottenuto e che questo sia prossimo al valore assunto per l'ottimizzazione.

Andamento della differenza di angolo di sterzo tra ruota interna ed esterna rispetto all'angolo interno di sterzo per i diversi meccanismi ottimizzati da FSAE.

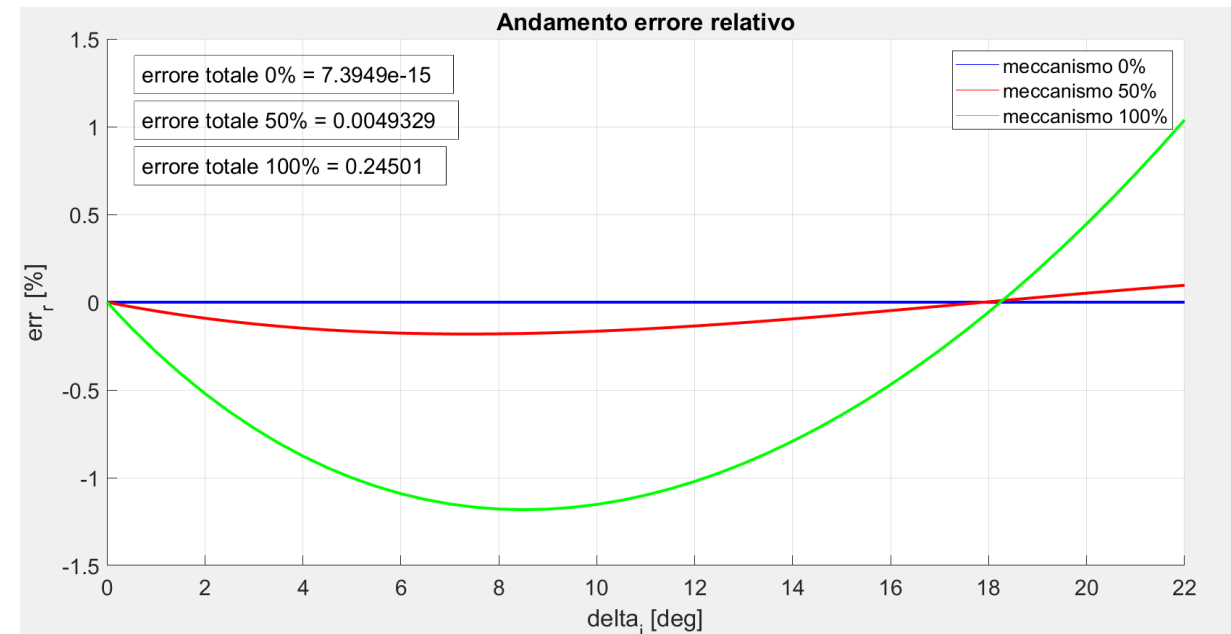
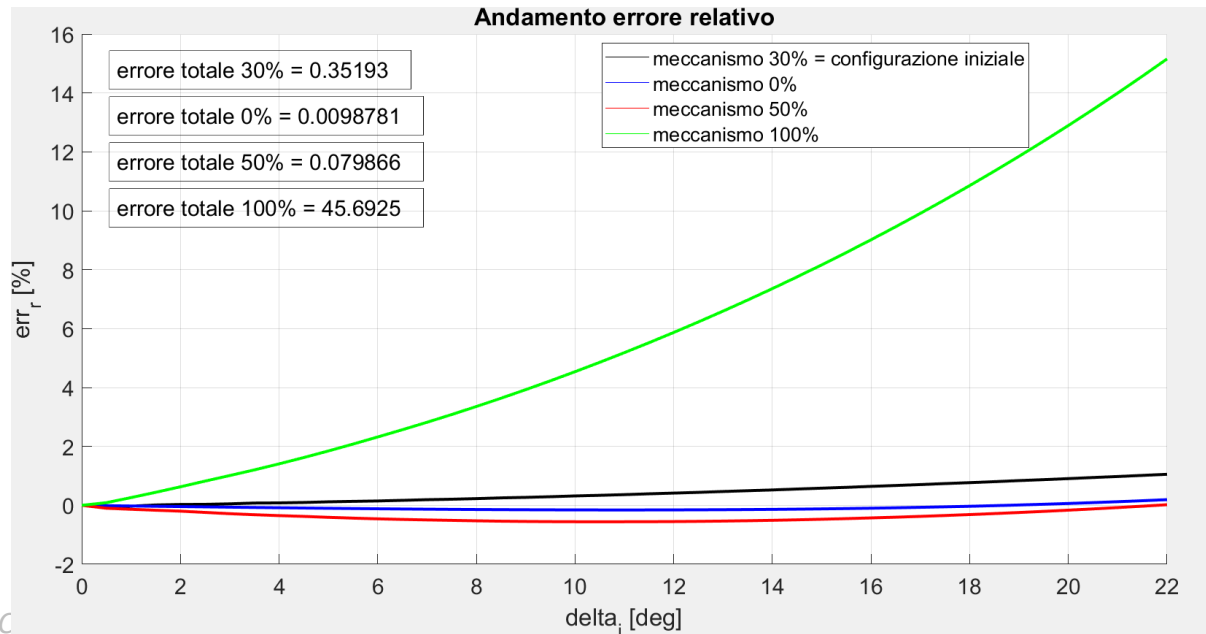
Andamento della differenza di angolo di sterzo tra ruota interna ed esterna rispetto all'angolo interno di sterzo per i diversi meccanismi ottimizzati a quadrilatero articolato



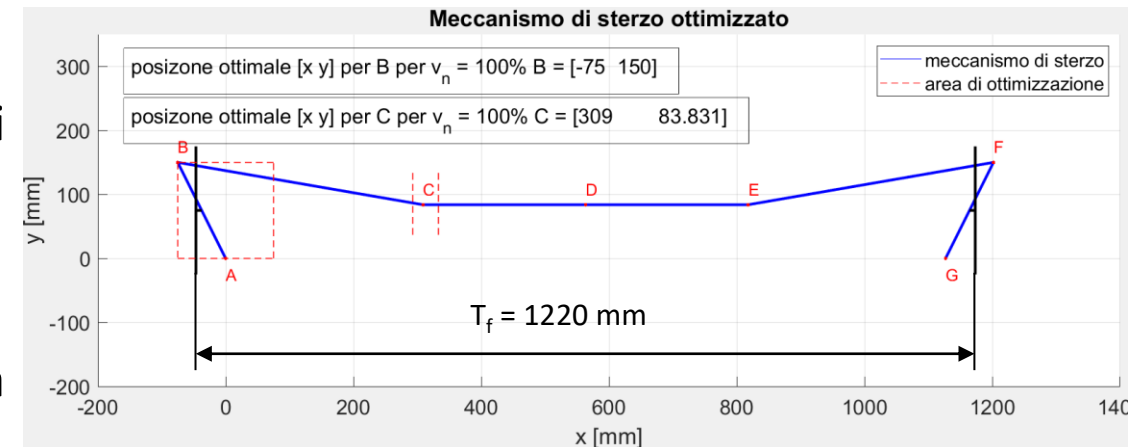
Valutazione dell'andamento dell'errore relativo commesso tra gli angoli di sterzo della ruota esterna con il meccanismo ottimizzato rispetto alla condizione di ottimo in relazione all'angolo di sterzo della ruota interna imposto per valutare se il risultato ottenuto risulta essere accettabile o meno.

Andamento dell'errore relativo tra angolo di sterzo della ruota esterna effettivo del meccanismo ottimizzato da FSAE rispetto alla condizione ottimale Ackermann per i diversi valori di net-steer ratio.

Andamento dell'errore relativo tra angolo di sterzo della ruota esterna effettivo del meccanismo ottimizzato a quadrilatero articolato rispetto alla condizione ottimale Ackermann per i diversi valori di net-steer ratio.



- **Meccanismo di sterzo ottimizzato allo 0% di sterzo Ackermann:**
 - Si ottiene un meccanismo di sterzo in grado di soddisfare la condizione imposta.
 - **Meccanismo di sterzo ottimizzato al 50% di sterzo Ackermann:**
 - Si ottiene un meccanismo di sterzo in grado di soddisfare approssimativamente la condizione imposta.
 - **Meccanismo di sterzo ottimizzato al 100% di sterzo Ackermann:**
 - Non si ottiene un meccanismo di sterzo in grado di soddisfare la condizione imposta.
- └─┬─> Condizione di ottimo risultante confermata da entrambi i codici di ottimizzazione per i punti di interesse (codice con funzione «fmincon» e codice con funzione «fullfact»).
- Limiti applicativi del meccanismo 100% Ackermann (FSAE):
 - Ingombro dei membri dello sterzo;
 - Meccanismo di sterzo che non raggiunge il valore di rapporto Ackermann imposto del 100%.
 - Limiti dello studio effettuato:
 - Analisi bidimensionale (non si considera lo sterzo nella reale tridimensionalità);
 - Assunzione di corpi infinitamente rigidi (non si considerano eventuali deformazioni dei corpi).



GRAZIE

PER L'ATTENZIONE
