



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Il Sistema Solare e la nascita della moderna nozione di caos

Relatore

Prof. Giulio Peruzzi

Laureando

Claudia Rinaldi

Anno Accademico 2019/2020

INDICE

CAPITOLO 1. Brevi cenni sui progressi dell'astronomia nell'antichità

1.1 La scuola ionica e pitagorica	5
1.2 La scuola di Alessandria	7
1.3 L'astronomia islamica	9

CAPITOLO 2. I progressi della modernità: in attesa di Poincaré

2.1 Da Copernico a Keplero	11
2.2 Keplero e Newton	13

CAPITOLO 3. Poincaré e la comparsa del caos

3.1 Poincaré e le sue mappe	21
3.2 Cerere e i suoi fratelli	26
3.3 Iperione, l'acrobata	28

CONCLUSIONI	31
-------------	----

BIBLIOGRAFIA & SITOGRAFIA	33
---------------------------	----

CAPITOLO 1

BREVI CENNI SUI PROGRESSI DELL'ASTRONOMIA NELL'ANTICHITÀ

Le origini dell'astronomia non sono certo scientifiche ma legate piuttosto a delle necessità pratiche dell'agricoltura o al piacere dell'osservazione del cielo: levata e tramonto delle stelle principali per distinguere le stagioni, avvicinamenti dei pianeti alle stesse per determinarne il movimento, loro offuscamento al crepuscolo per definire il percorso del sole. E sulla base di queste osservazioni si divide il cielo in costellazioni, quel cielo da cui il Sole, la Luna ed i pianeti non si spostano mai ma entro cui Sole e Luna hanno una traiettoria propria e periodica differentemente dal moto apparente delle stelle fisse. Per non parlare di coloro che dall'osservazione del cielo traggono premonizioni ed auspici, di coloro che se ne servono per orientare tombe o santuari, per navigare o per provare l'esistenza di divinità o dell'Essere Supremo.

Caldei che osservano le eclissi, che conoscono il periodo luni-solare ed il ciclo di saros; Egizi che individuano le sei ore che crescono alla fine di ogni anno e che scoprono che Mercurio e Venere si muovono secondo traiettorie che hanno come centro il sole; e poi i Greci che a volte speculano solamente ed altre producono idee. E proprio i Greci sono, con i Babilonesi, i maggiori studiosi dell'astronomia antica, i cui obiettivi sono due: determinare la regolarità dei moti dei pianeti e la loro conseguente prevedibilità, ciò in cui si applicano i primi; predire con grande precisione quegli stessi moti, ciò in cui intervengono prevalentemente i babilonesi in collaborazione con i Greci dopo la fusione delle due culture a seguito delle conquiste di Alessandro Magno nel 331 a.C. Fondamentale la loro notazione numerica e le loro tecniche di calcolo con cui elaborano il controllo dei moti della Luna e dei pianeti che trasmettono agli astronomi greci così come il primo abbozzo delle "effemeridi".

1.1 La scuola ionica e pitagorica

Fondata da Talete di Mileto (c. 625-c. 547 a.C.) al rientro dai suoi studi in Egitto, essa si muove intorno all'indagine sul principio dell'arché ovvero il principio originario che presiede alla genesi e alla realtà di tutto ciò che è, la sostanza che in quanto tale è anche materia, e pure legge che determina l'esistenza e regola il movimento di ogni cosa. Questa indagine nasce in realtà dall'osservazione diretta degli eventi naturali, della natura nelle sue varie manifestazioni e tende a liberarsi del mito per rifarsi alla sola ragione al fine di dimostrare che la natura è più comprensibile di quanto non si creda data questa entità materiale comune. Talete stabilisce che il principio è l'acqua e che la terra è un disco piatto che si regge su di essa, che l'eclittica è obliqua, che alcune stelle non sono fisse rispetto ad altre e spiega le vere cause delle eclissi di Sole e di Luna, arrivando pure a prevederle.

Anassimandro (c. 610-c. 545 a. C.) ed Anassimene (c. 586-c. 528 a. C.) inventano lo gnomone e le carte geografiche. Anassimene ritiene che la Terra sia un astro disposto al centro del cosmo e che il

principio di unità materiale sia l'aria, mentre per Anassimandro la Terra ha la curiosa forma di un disco o di un corto cilindro di altezza un terzo del diametro e galleggia libera nello spazio senza cadere e senza bisogno di essere sostenuta da qualcosa a causa dell'eguale distribuzione delle parti ed il suo stato di quiete al centro dell'universo è dovuto al fatto che essa si trova ad egual distanza da qualsiasi cosa. Le stelle sono condensazioni d'aria piene di fuoco; il Sole è il più alto dei corpi celesti e la Luna si colloca subito sotto di esso. Vi sono poi le stelle fisse ed i pianeti. Ma il filosofo più noto e più straordinario di questa Scuola ionica è Pitagora (c. 580/570-c. 495 a. C.) il cui ingegno si manifesta soprattutto quando opera in Italia dove fonda, da esule, la Scuola pitagorica. Per i suoi adepti, l'unità, l'arché, risiede nella struttura ed il numero è il principio di ogni cosa. Qui si giunge a concludere che la Terra è sferica¹ e che ha due moti, uno attorno al proprio asse e uno attorno ad Hestia, il focolare o altare dell'universo che ordina e plasma la materia dando origine al mondo. Anche altri corpi celesti si muovono attorno ad esso, da occidente verso oriente: il cielo delle stelle fisse, Saturno, Giove, Mercurio, Venere, Marte, la Luna, il Sole, la Terra appunto e l'Antiterra, di cui Hestia impedisce la vista. I pianeti sono abitati e le stelle sono Soli da cui dipendono altrettanti sistemi planetari. Immagmano inoltre l'universo come un insieme ordinato ed armonioso di corpi contenuti in una sfera in cui essi si muovono seguendo uno schema numerico e producendo un suono detto "l'armonia delle sfere", una musica celeste che l'uomo non percepisce perché nasce con essa.

Questa teoria non ha però largo seguito perché si oppone a ciò che i sensi colgono ed esperiscono, in primis l'impressione di stabilità e di fissità degli oggetti e degli esseri sulla Terra.

Ci pensa Aristotele (c. 384-c. 322a. C.) a mettere pace nell'animo dei suoi contemporanei e a mantenerla per lunghissimo tempo. Per Aristotele la Terra è una sfera circondata da uno strato d'acqua, dopo la quale si colloca la sfera dell'aria che è a sua volta racchiusa dalla sfera del fuoco che arriva fino al concavo lunare. Aria, terra, fuoco e acqua sono i quattro elementi che compongono la Terra, inoltre tutti gli oggetti del mondo naturale sono formati da due coppie di qualità contrastanti che si combinano tra di loro: caldo e freddo; umido e secco. I corpi freddi e secchi sono composti prevalentemente di terra; quelli freddi e umidi di acqua; quelli caldi e umidi di aria; quelli caldi e secchi di fuoco. Ogni elemento ha un suo luogo naturale verso cui tende. Per la terra e l'acqua è il basso, per il fuoco e l'aria è l'alto. Oltre la Terra Aristotele colloca il cielo eterno con i suoi punti e cerchi di luce. I corpi celesti, formati da un singolo quinto elemento o "quintessenza", vi compiono moti circolari perfetti ed eterni, mentre le comete, che si generano e corrompono così come accade nella regione terrestre, non presentano difficoltà di comprensione poiché fanno parte del mondo sublunare in quanto causate dall'impatto della rotazione del cielo sulle sfere dell'aria e del fuoco. Oltre questi corpi celesti si situa la sfera delle stelle fisse, così chiamate perché sembrano immobili nelle loro posizioni relative sulla sfera celeste. Questa sfera delle stelle fisse viene anche chiamata da Aristotele *primo mobile* perché mette in moto tutte le altre sfere.

¹ Gli argomenti di Pitagora non ci sono pervenuti, ma Aristotele lo dimostrerà osservando che l'ombra della Terra proiettata sulla Luna durante le eclissi lunari è sempre circolare e che viaggiando verso Nord o verso Sud si possono vedere stelle diverse.

Come già enunciato questa visione del cosmo che prevede una Terra ferma ed immobile rafforza il senso comune e rassicura tutti coloro che fanno del senso comune il principio cardine del loro ragionamento.

1.2 La Scuola di Alessandria

Inizia con questa scuola la vera storia dell'astronomia grazie all'utilizzo di un metodo che parte dall'osservazione effettuata tramite strumenti adatti alla misura degli angoli e che approda alla sua conferma tramite calcoli trigonometrici.

Aristarco di Samo (c. 310-c. 230 a. C.) si applica alla determinazione della distanza del Sole dalla Terra a partire dalla posizione "in quadratura" della Luna (cioè al primo o all'ultimo quarto). In quel momento l'angolo Terra-Luna-Sole è retto per cui si rende possibile la misurazione del rapporto tra due lati scelti del triangolo formato da questi tre elementi dopo aver calcolato l'angolo Luna-Terra-Sole che si è ottenuto. L'impresa risulta difficile e, si sa, imprecisa nel risultato, ma affascinante per l'intelletto ed altri partiranno da qui per aggiustare il tiro, non per ultimo Archimede Pitagorico.

Aristarco si applica poi al moto della Terra e si lascia fuorviare dal tracciato sicuro di Aristotele. Affascinato dalle tesi della Scuola Pitagorica, Aristarco se ne serve e la varia, avvicinandosi così alla teoria copernicana. Ipotizza infatti

"che le stelle fisse ed il Sole rimangano immobili, e che la Terra giri, seguendo la circonferenza di un cerchio, attorno al Sole, che sta nel mezzo dell'orbita..."²

come racconta Archimede nel suo *Arenario*. La Terra, quindi, orbita attorno al Sole ed il suo moto non influisce in modo sensibile sulla posizione apparente delle stelle, per cui queste ultime devono essere molto ma molto più lontane del Sole.

Questa teoria subisce lo stesso destino di quella pitagorica. La si abbandona per quasi due millenni perché l'esperienza quotidiana la rende di difficile comprensione. Meglio una Terra fissa quando i nostri sensi non percepiscono movimento alcuno! E certamente meglio una Terra al centro dell'Universo con l'uomo nel centro dei centri a magnificare la sua importanza.

Abile pensatore Aristarco, ed audace, ma non perfettamente in linea con la filosofia babilonese che ama concentrarsi sulla predizione. Ipparco (c. 190-c. 120 a. C.) la illustra invece felicemente sviluppando un modello trigonometrico che permette di predire la posizione definitiva di un pianeta. Stila un elenco di eclissi lunari a partire dall'VIII secolo, utile per prevedere le future e per studiare i moti del Sole e della Luna; costruisce le prime tavole solari; determina la durata dell'anno solare; compila un catalogo di stelle affinché i posteri possano valutare un qualsiasi cambiamento nella loro posizione; ma soprattutto scopre la precessione degli equinozi, cioè il lento movimento da est verso ovest dei punti equinoziali, ovvero quei punti in cui il Sole attraversa l'equatore celeste. E a lui si

² M. Hoskin, *Storia dell'astronomia*, BUR, Padova 2017, cit. p. 56

devono i concetti di latitudine e longitudine per indicare le località sulla superficie terrestre e la nascita della trigonometria sferica.

I tre secoli successivi ad Ipparco sono piuttosto oscuri. Bisogna aspettare Tolomeo (c. 100-c. 175) per riaccendere i riflettori sull'astronomia. Siamo nell'Era Cristiana, verso il 130 e la città sembra essere Alessandria d'Egitto.

La sua opera fondamentale è l'Almagesto, con cui Tolomeo si propone di fornire un compendio di nozioni astronomiche atte a spiegare il sistema cosmologico in tutte le sue espressioni. Partendo dai modelli matematici degli epicicli³ e degli eccentrici⁴ investigati da Apollonio di Perga approssimativamente nel II secolo a.C. per spiegare il movimento dei pianeti rimanendo fedeli alla teoria del moto circolare ma rendendola più flessibile, Tolomeo ipotizza una procedura matematica predittiva delle posizioni di ciascun pianeta, quindi i moti del Sole, della Luna e dei cinque pianeti minori: Mercurio, Venere, Marte, Giove, Saturno.

Nel sistema tolemaico il deferente è eccentrico rispetto alla Terra ed il moto del centro dell'epiciclo lungo il deferente è uniforme rispetto ad un punto (**equante**) simmetrico della Terra rispetto al centro del deferente stesso (**Figura 1**).

La Terra resta immobile, ma non è più al centro dell'Universo, mentre il Sole inizia ad assumere una posizione di rilievo: il periodo del moto lungo l'epiciclo dei pianeti esterni (Marte, Giove e Saturno) e quello dell'epiciclo lungo il deferente dei pianeti interni (Mercurio e Venere) coincide con quello del moto apparente del Sole (un anno). Ed il forte ed inamovibile convincimento che la Terra è immobile, impedisce a Tolomeo di risolvere correttamente la questione, ciò che sarebbe parso possibile semplicemente attribuendo il periodo del moto di un anno a quello di rivoluzione della Terra attorno al Sole, così come l'avrebbe risolta se avesse assunto ciò che gli Egizi avevano sostenuto, ovvero che Mercurio e Venere si muovono attorno al Sole. Questo modello conta un elevato numero di deferenti ed epicicli perché essi riguardano il moto dei pianeti; la Luna non ha epiciclo; il Sole ha un movimento eccentrico senza epicicli. Il tutto è compreso nell'abituale sfera delle stelle fisse riunite in 48 costellazioni. Eccone una raffigurazione per quanto imprecisa dato che non emerge l'eccentricità dei cerchi deferenti. Ciò che invece appare è uno dei principi cosmologici della teoria tolemaica, ovvero che nell'Universo non si devono avere spazi vuoti od inutilizzati, motivo per cui ogni epiciclo è tangente al successivo (**Figura 2a e 2b**). Anche la scoperta dell'evezione⁵ della Luna sembra essere attribuibile a Tolomeo, malgrado alcuni studiosi la facciano risalire ad Ipparco.

³Il piccolo cerchio su cui un pianeta si muove di moto uniforme ed il cui centro è trasportato con lo stesso moto su un cerchio maggiore o deferente. Essendo il moto del pianeta sull'epiciclo diverso da quello dell'epiciclo sul deferente, sembrerà che il pianeta a volte inverta la direzione del suo moto.

⁴ Un pianeta si muove con moto uniforme su un cerchio intorno alla Terra, ma di cui la Terra non occupa il centro. Il pianeta perciò modifica la sua distanza dalla Terra e anche la sua velocità apparente.

⁵ La modificazione del moto lunare a causa dell'attrazione del Sole che sposta il perigeo dell'orbita della Luna intorno alla Terra, modificandone l'eccentricità.

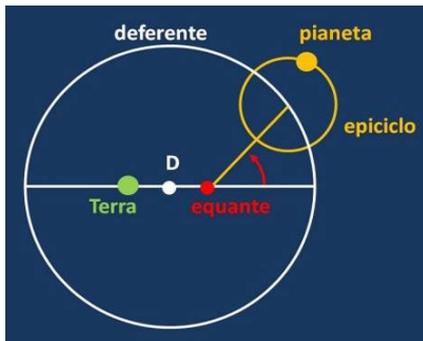


Figura 1: Il moto di un pianeta esterno secondo Tolomeo. Esso ruota su un epiciclo in un anno e questo descrive un deferente centrato in D nel periodo proprio del pianeta, ma con velocità NON uniforme. Solo rispetto all'equante (simmetrico della Terra rispetto a D) il moto è uniforme. In realtà la Terra cessa di essere al centro dell'universo e mantiene solo la prerogativa di restare immobile.



Figura 2a:

I pianeti interni secondo Tolomeo. La Luna ed il Sole non hanno epicicli, mentre li hanno Mercurio e Venere. Notare che la congiungente Terra-Sole contiene anche i centri degli epicicli di Mercurio e Venere.

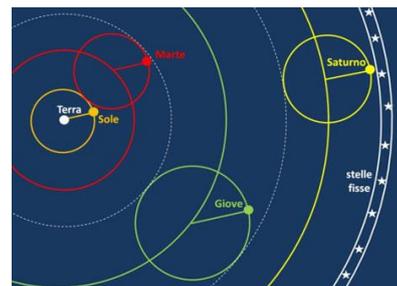


Figura 2b:

I pianeti esterni secondo Tolomeo. I tre pianeti al di là del Sole descrivono tutti degli epicicli che sono tra loro tangenti, dato che uno dei principi cosmologici della sua teoria dice che non possono esistere spazi vuoti nell'universo.

1.3 L'astronomia islamica

Tolomeo segna la fine dei lavori della scuola di Alessandria e dell'interesse verso l'astronomia in occidente per circa 600 anni, complice la divisione dell'impero romano e la conseguente decadenza. Sono gli Arabi a prendere il testimone e ad integrare la loro tradizione di astronomia popolare con uno studio attento e talvolta critico dell'Almagesto. L'interesse per la traduzione di Tolomeo orienta quindi gli studiosi al di là delle questioni del calendario lunare, dei tempi della preghiera e dell'orientamento delle moschee verso la Ka'ba, nonostante l'opposizione dei capi religiosi islamici che associano astrologia ad astronomia, scienze che osano concorrere con l'onniscienza di Dio, l'unico a poter conoscere il futuro.

Ciò cui si applicano trova quindi base nell'Almagesto: lo correggono, lo arricchiscono, lavorano spesso a tavolino, come a Tolomeo stesso è capitato di fare e come dimostra nelle sue ipotesi dei Pianeti, più fondate sulla visione fisica del cosmo. Provano perplessità nei confronti del concetto dell'equante e della sua violazione del moto uniforme; rimangono dubbiosi sugli eccentrici poiché implicano moti circolari intorno a centri diversi da quello della Terra e obiettano pure sugli epicicli fino a creare un modello che usa solo moti circolari uniformi: ad ogni modello planetario, Maragha al-Tusi aggiunge, nel Duecento, due piccoli epicicli ed Ibn al-Shatir, attorno al 1350, si libera di tutti i tratti dibattuti della teoria tolemaico-aristotelica. Il modello solare si basa su nuove osservazioni

del diametro solare e i modelli planetari non prevedono né equante, né eccentrici. E pare che questi due astronomi abbiano trovato soluzioni cui penserà qualche tempo dopo Copernico, dal cui lavoro prenderà le mosse l'astronomia moderna.

Quali che siano i risultati ottenuti, gli astronomi Arabi non si sono interessati alla ricerca delle cause, per cui il sistema di Tolomeo rimane pressoché invariato.

Preme infine sottolineare che gli Arabi imprimono un forte impulso al perfezionamento degli strumenti astronomici (astrolabio) ed alla creazione dei primi osservatori e che favoriscono inoltre la diffusione delle opere greche da loro tradotte, non solo in tutto il Medio Oriente, ma anche nel Nordafrica e nella Spagna islamica dove, grazie all'avanzata dei cristiani contro i mori nel XII secolo, queste opere verranno studiate e tradotte in latino. Questo passaggio di nozioni tra le differenti culture garantisce arricchimento e sviluppo allo studio dell'astronomia.

CAPITOLO 2

I PROGRESSI DELLA MODERNITÀ: IN ATTESA DI POINCARÉ

2.1 Da Copernico a Keplero

Il vero motore dell'innovazione risulta però essere l'invenzione della stampa a caratteri mobili che permette una larga diffusione delle opere, fedeli ai testi originali e ad un prezzo ragionevole. Ed ancora una volta ritroviamo l'Almagesto, la cui teoria è descritta da Peurbach (1423-1461) nel suo *Theoricae novae planetarum*, testo che offre una descrizione delle rappresentazioni fisiche dei modelli planetari in termini di sfere solide. Incaricato di redigere un compendio accessibile ai più, Peurbach inizia l'opera che sarà terminata da Regiomontano (1436-1476), suo collaboratore. L'*Epytoma Joannis de Monte Regio in Almagestum Ptolemaei* ha il grande merito di rendere finalmente chiara l'astronomia matematica di Tolomeo.

E sempre qui si ritorna e da qui si riparte.

Copernico (1473-1543) condivide tutte le obiezioni all'equante, agli eccentrici, alla variazione della grandezza apparente della Luna e ci aggiunge del suo: il sistema tolemaico dell'Almagesto tratta ogni pianeta a sé senza sviluppare un sistema integrato e coerente e, soprattutto, è troppo complesso. La natura non lo può essere altrettanto, serve semplificare.

Annota, allora, tutto ciò che nel tempo ha seminato un po' di disordine nell'ordinato sistema che ha deciso d'imporsi:

1. Il periodo annuo del Sole coinvolge ogni pianeta, dettando la misura del moto ad ognuno di loro;
2. Gli Egizi, agli albori di questa scienza, ritengono che Mercurio e Venere ruotino attorno al Sole;
3. Niceta di Siracusa, al dire di Cicerone, crede che la Terra giri attorno al suo asse, per cui libera la sfera celeste dalla necessità di compiere, ad altissima ed incalcolabile velocità, la sua rivoluzione diurna;
4. I pitagorici presuppongono che la Terra ed i pianeti si muovano attorno al focolare dell'Universo.

Ora, applicando tutte queste anomalie ad una visione del cosmo centrata sul Sole e non sulla Terra, Copernico mette nuovo ordine alle cose, semplificando. La Terra diventa un pianeta e la Luna un suo satellite; pianeti e Luna non richiedono equanti; i pianeti si collocano naturalmente dentro o fuori l'orbita terrestre e la loro visibilità non pone più problema; ogni pianeta ha un suo periodo individuale di rivoluzione; la rivoluzione diurna del cielo è un'illusione dovuta alla rotazione della Terra; la precessione degli equinozi risulta da un lieve movimento dell'asse terrestre; le dimensioni delle orbite vengono dedotte; la distanza dei pianeti dal Sole pure; i moti retrogradi svelano il loro mistero: sono solo un'illusione dovuta alla combinazione dei moti dei pianeti associati al moto di rivoluzione della Terra. E le stelle si spostano ad una distanza molto grande, tale che i loro moti non

possono essere colti dalla strumentazione contemporanea e, di conseguenza, devono essere davvero immense per poter essere osservate ad occhio nudo.

Fatti salvi epicicli e deferenti, ecco che la semplicità della semplificazione è sotto gli occhi di tutti. Ed ecco che Copernico, od il curatore del *De Revolutionibus orbium coelestium* (1543), precisa che

“gli astronomi si son permessi d’immaginare dei circoli per spiegare il movimento degli astri; ho creduto di poter egualmente studiare se l’ipotesi del moto della Terra non rendesse più esatta e semplice la teoria di quei movimenti”⁶.

Come dire: salviamo le apparenze e la pelle e non urtiamo la suscettibilità e i pregiudizi.

Ed ora? Cosa accade all’astronomia? Ebbene, essa muta la sua prospettiva. Copernico ha dato senso e regolarità ai moti dei pianeti, ma ha posto delle questioni importanti:

1. Quali sono le cause dei moti celesti?
2. Come può la Terra ruotare e muoversi nello spazio senza che tutto ciò sia percepibile ed esperibile dai suoi abitanti?
3. Come ha fatto la Terra a diventare sferica?

Tyge Brahe (1546-1601), Keplero (1571-1630), Galileo (1564-1642) e Descartes (1596-1650) raccolgono il testimone e confermano o sviluppano teorie.

Galileo si trova fra le mani un cannocchiale che perfeziona ed inizia subito ad utilizzare. Scopre i primi quattro satelliti di Giove e l’analogia con la Terra come pianeta diventa evidente; individua le fasi di Venere e ne conferma il movimento attorno al Sole; nota le montagne lunari; osserva l’anello di Saturno, le macchie solari e la rotazione del Sole sul suo asse. Tutto ciò che scopre, prova che la Terra è un pianeta che ruota attorno al Sole. Il sistema copernicano vince. Non altrettanto Galileo che per ben due volte è costretto a ritrattare poiché accusato di eresia, condanna che gli costa in tarda età questa formula di abiura:

“Io Galileo, fig.lo del q. Vinc.o Galileo di Fiorenza, dell'età mia d'anni 70, costituito personalmente in giudizio, e inginocchiato avanti di voi Emin.mi e Rev.mi Cardinali, in tutta la Republica Cristiana contro l'eretica pravità generali Inquisitori; avendo davanti gl'occhi miei li sacrosanti Vangeli, quali tocco con le proprie mani, giuro che sempre ho creduto, credo adesso, e con l'aiuto di Dio crederò per l'avvenire, tutto quello che tiene, predica e insegna la S.a Cattolica e Apostolica Chiesa. [...] sono stato giudicato veementemente sospetto d'eresia, cioè d'aver tenuto e creduto che il sole sia centro del mondo e immobile e che la terra non sia centro e che si muova; Pertanto volendo io levar dalla mente delle Eminenze V.re e d'ogni fedel Cristiano questa veemente sospizione, giustamente di me conceputa, con cuor sincero e fede non finta abiuro, maledico e detesto li sudetti errori e eresie, e generalmente ogni e qualunque altro errore, eresia e setta contraria alla S.ta Chiesa”⁷.

⁶ Pierre Simon De Laplace, *Compendio di storia dell’astronomia*, CUEN, Napoli 1997, cit. p. 51

⁷ Estratto dall’abiura di Galileo Galilei letta il 22 giugno 1633.

...“errori ed eresie” di cui si occupa liberamente in Germania il grande Keplero che enuncia chiaramente le leggi del moto dei pianeti.

Tyge Brahe è il suo maestro, noto come grande osservatore, preciso ed accurato nel suo metodo e nel miglioramento degli strumenti utili al suo compito. A lui si devono molte nuove informazioni: arricchisce il catalogo di stelle; scopre la “variazione” della Luna, dovuta alla diversa attrazione operata su di essa dalla Terra alle sizigie e alle quadrature e poi le ineguaglianze nel moto dei nodi e l’inclinazione dell’orbita lunare; dimostra che le comete sono situate al di là di detta orbita; perfeziona la conoscenza delle rifrazioni astronomiche; osserva i pianeti con grande frequenza ed interesse.

Tuttavia Tyge Brahe si mantiene cauto, forse per evitare gli anatemi che gli avrebbero scagliato contro. Difficile credere, però, che un così attento osservatore e pensatore di sistemi anche animati dal principio dell’analogia, non supportasse l’ipotesi copernicana del moto della Terra e la ritenesse immobile in un cosmo in cui il Sole trascina con sé tutti i pianeti. Ma tant’è. Brahe la fissa al centro dell’universo, fa muovere quotidianamente tutti gli astri intorno all’asse del mondo e fa trascinare tutti i pianeti dal Sole nel corso della sua rivoluzione annuale. Rassicurante e compatto o forse rassicurante perché compatto. Questo il sistema ticonico. Certo, non solo la religione può aver condizionato il suo pensiero. L’illusione dei sensi; il diametro apparente delle stelle che, essendo superiore alla loro parallasse annuale⁸, porta ad attribuire loro un diametro reale maggiore di quello dell’orbita terrestre; la difficile comprensione e dimostrazione del concetto per cui dei corpi staccati dalla Terra possano seguirne i movimenti. In fondo, le leggi della meccanica non gli appartengono!

2.2 Keplero e Newton

Keplero (1571-1630) segue Brahe nei suoi percorsi, ma la sua mente non conosce limitazioni di sorta: il terreno è pronto ed egli è impaziente di risalire alle cause dei fenomeni. Dotato di forte immaginazione, egli formula ipotesi, ma, in quanto allievo di Brahe, fa seguire al parto della sua mente, un’osservazione rigorosa ed un ragionamento severo. E ciò che il maestro gli lascia in dote alla sua morte si rivela prezioso e proficuo, così come lo è la filosofia di Gilbert, un medico londinese che ritiene che la Terra sia un grande magnete sferico con rotazione assiale magnetica⁹.

Tuttavia Keplero ha qualche limite: aristotelicamente, crede che ogni pianeta sia spinto da una forza esterna, unica garante del suo moto; religiosamente, intende scoprire perché Dio, creatore dell’universo, ha scelto di organizzarlo come Copernico l’ha determinato e non in un altro modo. Malgrado ciò, è con lui che nasce la vera astronomia, poiché se di essa si può parlare solo quando alle osservazioni fanno seguito delle leggi e se nella meccanica celeste ciò si verifica con l’elaborazione del concetto di “orbita”, allora è Keplero che dà definitivamente inizio a questa

⁸ La parallasse è il fenomeno per cui un oggetto sembra spostarsi rispetto allo sfondo se si cambia il punto di osservazione. In astronomia si usa per determinare la distanza di corpi celesti non eccessivamente lontani. Si ha la parallasse diurna quando il punto di osservazione cambia in seguito alla rotazione terrestre; la parallasse annua quando il punto di osservazione varia in seguito alla rivoluzione della Terra attorno al Sole.

⁹ Suggerimento su come considerare l’influenza del Sole.

scienza. Ed è sempre lui a trasferire l'astronomia dalla geometria alla fisica nel momento in cui comprende l'influenza fisica, cioè dinamica, del Sole mentre spinge i pianeti lungo la loro traiettoria. "Orbita", ovvero "cerchio" in latino. E, come si asserisce da secoli con convinzione e veemenza, le traiettorie dei corpi del Sistema Solare sono circolari ed uniformi. E per giustificare una velocità non uniforme, compaiono "epicicli" e "deferenti". Ma l'osservazione di Marte in opposizione evidenzia delle sensibili ineguaglianze nel suo movimento perché la sua orbita è una delle più eccentriche. Keplero conclude quindi che la sua orbita è ovale, un'ellisse di cui il Sole occupa uno dei fuochi. La prima legge è dunque enunciata:

"I pianeti girano attorno al Sole descrivendo un'ellisse, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi".

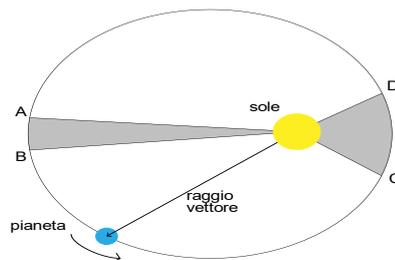
Un pianeta passa quindi da una distanza minima ad una massima dal Sole e la differenza tra perielio (P) ed afelio (A) è direttamente proporzionale all'eccentricità (e) dell'orbita:

$$e = \frac{(A - P)}{(A + P)}$$



E la seconda legge, che serve però a determinare la prima, recita dopo alcune ipotesi confuse che

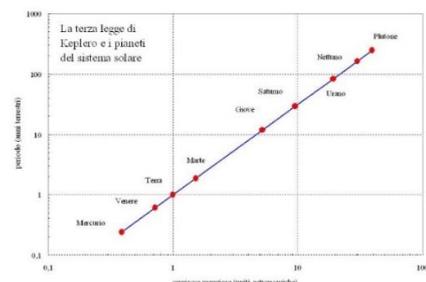
"Il raggio vettore descrive aree uguali in tempi uguali"



mentre la terza asserisce che

"Il quadrato del periodo di rivoluzione attorno al Sole è proporzionale alla terza potenza del semiasse maggiore".

$$T^2 = k \cdot a^3$$



Ora, la seconda e la terza legge regolano il moto dei corpi sulle traiettorie. La seconda evidenza che la velocità è minima all'afelio e massima al perielio, per cui se l'orbita è fortemente eccentrica, il pianeta passerà gran parte del tempo all'afelio e solo brevissimi periodi al perielio, come accade a molte comete ma di cui Keplero si disinteressa poiché le ritiene "meteore generate nell'etere"¹⁰.

La terza sottolinea che il periodo di rivoluzione di un pianeta dipende dalla sua distanza media dal Sole, espressa dal valore del semiasse maggiore, per cui orbite con uguale semiasse vengono percorse nello stesso periodo, risultato fondamentale per spiegare il fenomeno della risonanza orbitale di cui tratteremo in seguito¹¹.

Galileo non studia con più attenzione il moto Kepleriano, quindi non trova sostegno al suo tentativo di scardinare il sistema aristotelico, nonostante abbia contribuito ad inficiare i paradossi anti-copernicani, come quello della freccia¹², tramite la sua illustrazione di ciò che avviene sottocoperta in una nave, quando la nave sta ferma o si muove di moto rettilineo uniforme.

La nave è la Terra che ruota intorno al Sole trascinando con sé l'aria e tutto ciò che contiene¹³.

Descartes (1596-1650) è il primo a tentare una spallata decisiva, sostenendo che l'universo è infinito e uniforme e che lo spazio è saturo di materia indifferenziata che si muove obbedendo alle leggi dell'impatto. In questo spazio i corpi, che sono definiti dal moto, muovono anche la materia che li circonda, davanti a loro e pure dietro di loro, per cui i moti che in linea di principio sono rettilinei assumono in pratica la forma di una circolazione della materia in vortici. Il sistema solare ne costituisce uno: i vortici dei pianeti trascinano i satelliti ed il vortice del Sole trascina i pianeti ed i satelliti e i loro vortici relativi. E lo stesso accade in altri grandi vortici, al centro dei quali si collocano altri soli, cioè altre stelle. E le comete? Muovendosi di moti non ritornanti su sé stessi e passanti tangenzialmente ai vari vortici affossano il sistema, introducendovi un principio di disobbedienza, di

¹⁰ Pierre Simon De Laplace, *Storia dell'astronomia*, cit. p.63. Le prime affermazioni sull'etere risalgono al naturalismo della filosofia greca e veniva concepito come un fluido continuo estremamente fine in grado di riempire tutti gli spazi. Successivamente, con l'affermarsi della teoria ondulatoria della luce, lo si pensò come l'ipotetico mezzo materiale attraverso il quale si propagavano le onde elettromagnetiche. Nel 1887, però, l'esperimento di Michelson e Morley fu la prima prova della sua inesistenza. Si dovrà aspettare Einstein e la sua teoria della relatività ristretta nel 1905 per eliminarlo definitivamente.

¹¹ Le leggi di Keplero opportunamente generalizzate valgono pure per le orbite iperboliche e paraboliche, che si applicano a varie classi di corpi celesti. Si parla di traiettorie iperboliche quando si verificano incontri ravvicinati tra corpi celesti o in caso di assistenza gravitazionale. Si parla di moto parabolico per le comete che dai confini del Sistema Solare penetrano nella regione dei pianeti su orbite talmente allungate che è impossibile capire se esse siano elissi ad alta eccentricità o iperboli.

¹² "La freccia scagliata verticalmente in aria, che ricadeva al suolo esattamente nello stesso punto da cui era stata scoccata, dimostrava che il terreno non si era mosso mentre la freccia era in volo" (M. Hoskin, *Storia dell'astronomia*, cit. p. 155)

¹³ Galileo, nel brano del "gran navilio", dimostra che si possono condurre i medesimi esperimenti di meccanica sia in un sistema di riferimento in quiete, sia in un sistema in moto rettilineo uniforme. Infatti, se si viaggia su una nave che si muove di moto rettilineo uniforme senza beccheggiare e si scende sottocoperta, non si scorgono fenomeni che indichino che la nave sia effettivamente in movimento. Se, per esempio, si versano delle gocce d'acqua in un vaso, esse scendono perpendicolarmente al terreno anche se la nave si è spostata di parecchi metri. Seguendo lo stesso ragionamento non possiamo più dire che la Terra è ferma solo basandoci sul fatto che i fenomeni si verificano come se essa fosse immobile. Per Aristotele qualsiasi moto richiede una causa. Galileo dimostra che solo le variazioni del moto ne richiedono una. "Il moto uniforme – di cui la quiete era semplicemente uno stato speciale – era uno stato, e come tale non generava alcuna sensazione di movimento" (M. Hoskin, *Storia dell'astronomia*, cit. p. 156)

non osservanza delle leggi, di anarchia, di disordine, che invalida la teoria. Ma a Descartes si continua a guardare per qualche tempo, soprattutto al suo concetto di materia in moto per spiegare l'universo.

Da dove partirà Newton? Da ciò che è più o meno accettato: il Sole è una delle tante stelle nello spazio uniforme e illimitato ed i pianeti gli ruotano intorno seguendo traiettorie che sono la conseguenza di un'inerzia rettilinea modificata dalle forze meccaniche dell'urto. Newton (1643-1727) dovrà liberarsi del concetto di "pieno" avvalendosi del suo opposto e dovrà sopperire ad una grave mancanza della fisica cartesiana: la sua incapacità di prevedere il comportamento futuro dei corpi celesti.

Quanto alle leggi di Keplero, esse non si dimostrano scevre da controversie. La prima è la meno discussa. Conferma una curva geometrica conosciuta fin dall'antichità e non ci sono motivi noti o sospetti per non adottarla. La seconda legge è più critica: si possono presumere teorie con equanti, ma anche con epicicli e deferenti¹⁴ od altre che ritengono la velocità del pianeta inversamente proporzionale alla distanza dal Sole in tutta l'orbita, data la sua ellisse quasi circolare. La terza legge infine deve essere modificata poiché le traiettorie dei pianeti subiscono delle perturbazioni. Keplero ha inoltre riscontrato delle difficoltà riportando i dati tra la posizione osservata e quella calcolata di Saturno: Giove pare sempre in anticipo e Saturno in ritardo e anche per Marte rileva delle deviazioni sistematiche che attribuisce a delle variazioni lente di ciò che si identifica con l'espressione "elementi orbitali", ciò che condurrebbe però ad una variazione periodica soprattutto del moto medio, cioè della velocità media del moto di rivoluzione. Le orbite ellittiche e i moti periodici sono ormai sospetti, li si deve solo incriminare.

Non si deve neppure scordare l'opera di Gilbert (1544-1603) per cui la Terra è un magnete che produce i suoi effetti: John Wilkins nel 1640 immagina che questa forza magnetica sia inversamente proporzionale alla distanza dalla Terra e Hooke nel 1674 conclude formulando tre supposizioni che dichiarano:

"Primo, che tutti i corpi celesti, di qualsiasi natura, hanno una forza d'attrazione o di gravitazione verso il loro centro, per mezzo della quale attraggono non solo le loro parti, impedendo loro di fuggire via, come possiamo osservare che fa la Terra, ma anche tutti gli altri corpi celesti che si trovano entro la sfera della loro attività...

La seconda supposizione è che tutti i corpi celesti, di qualsiasi natura, che ricevono un moto diretto e semplice, continueranno a muoversi in linea retta fino a quando non vengano, da qualche altra forza, deflessi e deviati in un moto su un cerchio, su un'ellisse o su una qualche altra linea curva più complessa.

La terza supposizione è che queste forze di attrazione siano tanto più intense nel loro operare quanto più il corpo su cui esse operano è vicino al loro centro."¹⁵

Ed ecco che Newton compare, riconoscendo immediatamente il suo debito nei confronti dei suoi predecessori:

¹⁴ Non per forza un solo epiciclo, ma anche, ad esempio, un epiciclo su epiciclo può dare eccentrici e modulazioni di velocità.

¹⁵ M. Hoskin, *Storia dell'astronomia*, cit. p. 177-178

“Se ho visto così lontano, ho potuto farlo perché ero in piedi sulle spalle di giganti”¹⁶.

La terza legge di Keplero lo disturba: un pianeta che ha un'orbita più lontana dal Sole impiega più tempo di uno più vicino a percorrerla ed inoltre l'orbita più esterna viene percorsa più lentamente. Quindi, se la Terra compie la sua rivoluzione in 365 giorni per una lunghezza che si aggira su un miliardo di km ad una velocità media di 30 km/s, Giove, alla stessa velocità, dovrebbe impiegare 4 anni e mezzo a percorrere i suoi cinque miliardi di km di orbita. Ma così non è. Il moto di rivoluzione di Giove si aggira sui 12 anni. Ciò può solo significare che ciò che spinge i pianeti nelle loro orbite, cioè quella che verrà chiamata *gravitazione universale* da Newton, influisce sempre più debolmente quanto più ci si allontana dal centro del sistema, cioè il Sole. Ed eccone enunciata la legge, che rende conto di fenomeni naturali di natura diversa, quali la caduta dei pesi al suolo, le traiettorie dei pianeti, le maree.

La sua formulazione è la seguente:

Due corpi qualsiasi dotati di massa si attraggono reciprocamente con una forza (**F**) tanto maggiore quanto più grande è il valore delle loro masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza (**d**) che li separa

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{d^2}, \quad G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2 \text{ }^{17}$$

Newton sviluppa anche ciò che oggi è noto sotto il nome di “calcolo differenziale”, cioè quegli strumenti matematici che servono a descrivere il comportamento della forza gravitazionale¹⁸. Questo utilizzo della matematica asservita alla dinamica del Sistema Solare si dimostra così proficuo ed interessante che gli astronomi vi si applicano sempre più, fino a riconoscerle lo statuto di disciplina a sé stante. Pierre Simon de Laplace (1749-1827) le attribuisce il nome di “Meccanica Celeste”.

Con Newton la prospettiva è definitivamente mutata: non più osservazioni su cui far agire la geometria affinché elabori modelli che ne rendano conto, ma una legge che permette di calcolare con i dovuti strumenti matematici i moti dei pianeti ed i loro eventuali periodi.

Newton abbozza pure delle teorie conseguenti alla sua scoperta, ma esse saranno sviluppate in modo corretto solo più tardi, come la configurazione dei pianeti, la soluzione al problema della precessione degli equinozi, le perturbazioni della Luna di cui non realizza l'evezione. Ma non è

¹⁶ Dalla lettera a Hook tratto da: A. Celletti – E. Perozzi, *Ordine e caos nel Sistema Solare*, Utet, Torino 2011

¹⁷ Il segno negativo indica che la forza è attrattiva; G rappresenta la costante di gravitazione universale determinata sperimentalmente.

¹⁸ Questo “calcolo” viene introdotto da Newton non solo per descrivere la forza gravitazionale e i moti del Sistema Solare, ma anche per risolvere problemi di tipo fisico-matematico posti precedentemente da Fermat, Cartesio, Torricelli e altri studiosi. Trai problemi risolti dal calcolo differenziale, chiamato in origine “metodo delle flussioni”, risultano:

- Lo studio del moto di un corpo (andamento della traiettoria, variazione della velocità, ...)
- L'individuazione delle principali caratteristiche del grafico (massimi, minimi, ...) di una funzione e determinazione dell'equazione della tangente alla curva.

Newton sviluppa anche il metodo inverso delle flussioni, ovvero il “calcolo integrale”, che permette il calcolo di aree, di volumi, di lunghezze, ecc.

questo il bello della scienza? Non è il piacere della condivisione e dell'evoluzione? Non è il poter porsi sempre sulle "spalle di giganti"? I quali non solo lasciano in eredità leggi e teorie e supposizioni, ma rivelano pure i metodi adottati, ciò che in questo settore risulta utile tanto quanto la scoperta cui essi hanno condotto. Citando Laplace, se

"l'Inghilterra ebbe il merito di dare i natali alla scoperta della gravitazione universale, è principalmente ai matematici francesi, e agli incoraggiamenti dell'Accademia delle Scienze, che si devono i numerosi sviluppi di quella scoperta e le rivoluzioni cui ha dato luogo in campo astronomico"¹⁹.

L'universo di Newton, come quello di Keplero, è anch'esso una struttura stabile: il motore del Sistema planetario è il Sole; attorno ad esso le orbite dei pianeti allora conosciuti, Mercurio, Venere, Terra, Marte, Giove, Saturno sono disposte su piani quasi paralleli; esse sono scarsamente eccentriche per cui difficilmente potranno intersecarsi od avvicinarsi pericolosamente e si trovano in ordine di distanza crescente dal Sole; tutti i pianeti si muovono nella stessa direzione; i due pianeti maggiori, Giove e Saturno, sono abbastanza lontani da non porre problema. Tutto ciò sembra garantire ordine e fissità, ma non libera la mente dal dubbio che futuri cambiamenti si possano verificare. E Newton lo presagisce. Ora, applicando la legge di gravitazione, si ammette che l'orbita di un qualunque corpo che si muove nello spazio è una sezione conica, per cui non si concretizza nelle sole ellissi ma anche in iperboli e parabole. Ellissi, parabole ed iperboli si riferiscono però solo a due masse che si attraggono e non è ciò che accade nel cosmo. Infatti la gravitazione riguarda tutti i corpi dotati di massa, per cui tutti esercitano attrazione gli uni sugli altri, per cui ogni singolo pianeta viene attratto dal Sole in modo massiccio, ma anche da tutti gli altri corpi celesti, piccoli o grandi che siano, vicini o lontani. La conseguenza immediata riguarda le orbite: esse non possono essere delle ellissi perfette, alcuni "elementi orbitali"²⁰ possono variare, così come Keplero aveva presagito, per cui le orbite si devono immaginare elastiche. Il rischio esiste che il Sistema Solare complichino il suo ordine: le irregolarità potrebbero portare le orbite a incrociarsi e i pianeti a collidere. Newton, uomo di fede, ripone la sua fiducia nel Creatore: l'intervento divino arrangerà qualsiasi cosa. D'altronde la Provvidenza non ha isolato Giove e Saturno nelle regioni esterne del sistema per evitare possibili sconvolgimenti causati da questi due pianeti giganti quindi potentemente "attraenti"?

Torniamo ora alle ineguaglianze di Keplero, alla necessità ravvisata di introdurre delle equazioni secolari per poterle giustificare, ovvero variazioni periodiche molto lente e osservabili solo sull'arco di secoli. Keplero rinuncia a tale compito: ci penseranno altri. I quali si interrogano sulla legge della gravitazione con maggiore insistenza, più pertinacia e meno fatalismo di quanto non abbia fatto Newton stesso.

Halley ha in parte definito la questione assumendo un'accelerazione uniforme per la longitudine e di conseguenza una variazione uniforme nel tempo del moto medio. Si serve dei dati disponibili al suo tempo e li ricollega a quelli di Tolomeo. Tuttavia, se cambia il moto medio, ovvero la velocità

¹⁹ Pierre Simon De Laplace, *Compendio di storia dell'astronomia*, cit. p. 89

²⁰ Elementi orbitali: inclinazione, eccentricità, semiasse maggiore.

angolare media dei pianeti, dovrebbe anche cambiare il semiasse maggiore dell'orbita in modo che venga rispettata la terza legge di Keplero. Giove si starebbe quindi avvicinando al Sole e Saturno se ne starebbe allontanando mentre 2 milioni di anni prima Giove e Saturno si sarebbero trovati sulla stessa orbita. Le correzioni periodiche del movimento scompaiono. E da qui si riparte interrogandosi sul potere della legge di gravitazione. Eulero (1707-1783) per primo prova le variazioni secolari di Halley come lineari nel tempo, sviluppando uno schema di calcolo che costituisce il punto di partenza della teoria delle perturbazioni secolari. Esso consiste nel calcolare il movimento mediante una successione di approssimazioni successive, ma Eulero sbaglia qualcosa poiché nella sua ottica entrambi i pianeti accelerano e si spostano nella stessa direzione. Lagrange (1736–1813) migliora le approssimazioni e riporta i movimenti di Giove e Saturno alla normalità, mentre Pierre Simon de Laplace (1749–1827), approssimando con maggior perizia, annulla i moti secolari di Halley e riapre la questione: resta da dimostrare cosa spiega le variazioni secolari dei semiassi maggiori di Giove e Saturno se si esclude la gravità.

Lagrange e Laplace si rincorrono, ecco in sintesi le fasi della loro ricerca:

1772, Laplace dimostra che le attrazioni tra due pianeti non possono causare un mutamento unidirezionale permanente nella distanza media Sole-pianeta. L'accelerazione di Giove e la decelerazione di Saturno dovevano essere il risultato di interazioni con comete, non certo della loro reciproca attrazione gravitazionale.

1774, Lagrange sviluppa il calcolo dei movimenti secolari delle inclinazioni e dei nodi delle orbite planetarie e Laplace lo estende alle eccentricità e ai perielii. Le precessioni dei nodi e dei perielii, e variazioni periodiche delle inclinazioni e delle eccentricità, emergono chiaramente, confermate dalle osservazioni.

1776, Lagrange stabilisce l'invarianza dei semiassi maggiori delle orbite nell'approssimazione del primo ordine nelle masse, mostrando che vi sono solo variazioni periodiche e non secolari.

1782, Lagrange dimostra anche se in modo non assolutamente rigoroso²¹ la stabilità del Sistema solare a seguito del calcolo delle variazioni massime di eccentricità e inclinazioni previste dalla sua teoria.

1785, Laplace risolve l'enigma dell'ineguaglianza di Giove e Saturno. Tutto si spiega con il concetto di risonanza²². Egli calcola l'effetto che produce la risonanza riguardante i periodi di rivoluzione di Giove e Saturno (in rapporto 2:5) e scopre così che esso origina una variazione periodica dei semiassi maggiori con periodo di circa 920 anni²³. Per fare questo Laplace dovette calcolare approssimazioni fino al terzo ordine in eccentricità e inclinazione, processo che richiese una grande quantità di lavoro di calcolo.

²¹ Valuta solo il primo passo di approssimazione delle soluzioni, ma non sa dire nulla sulle approssimazioni successive.

²² In meccanica celeste la risonanza orbitale avviene quando due corpi orbitanti hanno periodi di rivoluzione tali che il loro rapporto è esprimibile in frazioni di numeri interi piccoli. Quindi i due corpi esercitano, l'un l'altro, una regolare influenza gravitazionale. Questo fenomeno può stabilizzare le orbite e proteggerle da perturbazioni gravitazionali, ma può anche destabilizzare una delle orbite.

²³ La lunghezza del periodo, confrontata col breve arco di tempo effettivamente coperto dalle osservazioni, ha fatto sì che tale variazione venisse interpretata come secolare nel senso di Halley.

La gravitazione di Newton è confermata. Essa può spiegare tutti i fenomeni che si osservano compresa la scoperta di Nettuno il 23 settembre 1846, presenza riscontrata a partire dalle perturbazioni che esso esercita sugli altri pianeti. Ma alla gravità si allinea ora un altro fenomeno che inizia ad attirare l'attenzione degli astronomi, quello noto con il nome di *risonanza*.

Capitolo 3

POINCARÉ E LA COMPARSA DEL CAOS

3.1 Poincaré e le sue mappe

Laplace pensa che tutti i fenomeni naturali derivino da un piccolo numero di leggi semplici ed immutabili che lo conducono a provare la stabilità e la prevedibilità del Sistema Solare: i pianeti percorrono e percorreranno le loro orbite e non si allontaneranno mai dalle loro traiettorie. D'altronde le oscillazioni bilanciate nei moti del Sistema Solare sarebbero dovute alle relazioni spaziali emerse dall'origine caotica del sistema stesso. Ma Laplace ignora quelle influenze gravitazionali che nel cosmo si moltiplicano e che rendono quanto mai improbabile questa soluzione.

Lagrange, da parte sua, prova che tre corpi di massa arbitraria si muovono nello spazio senza modificare la loro reciproca disposizione a condizione però che essi siano posti in linea retta o ai vertici di un triangolo equilatero. Questi punti prendono il nome di *punti lagrangiani di equilibrio collineari* ($L1, L2, L3$) o *triangolari* ($L4, L5$) visibili in **Figura 3**.

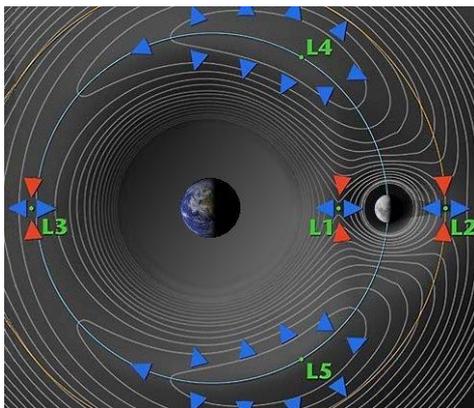


Figura 3: Punti lagrangiani di equilibrio
La massa centrale è M , mentre l'altra massa è m .

Per comprendere meglio l'esistenza di tali punti è conveniente fare riferimento al problema a due corpi²⁴. Ipotizziamo di allineare due corpi M e m ed una sonda e trattiamo prima questo insieme come se fosse costituito da due sistemi a due corpi, dati uno da $M-m$ e l'altro da M -sonda. Tali sistemi risultano integrabili e, sfruttando le leggi di Keplero, si avrà che la massa m ruoterà più velocemente attorno ad M rispetto alla sonda, essendo il suo raggio dell'orbita minore. Ora, tornando al problema a tre corpi, quando questi risultano allineati la sonda risentirà di un'attrazione maggiore, dovuta sia alla presenza di M che a quella di m , ciò che nel problema a due corpi non si verifica. Di conseguenza, essendo il periodo di rivoluzione inversamente proporzionale alla massa del corpo centrale, la sonda tenderà a percorrere la sua orbita più velocemente, rompendo quindi l'allineamento tra le masse. Ci si può chiedere se esista o meno un punto in cui poter porre tale

²⁴ Riguarda il moto di due corpi puntiformi sotto l'azione delle sole forze di interazione dei due corpi stessi, supposte centrali e per le quali valga il terzo principio della dinamica.

sonda in maniera tale che questo allineamento venga preservato e Lagrange ha dimostrato che tale punto corrisponde proprio a L2.

Questo ragionamento può essere applicato per trovare i punti L1 e L3. Anche per i punti L4 e L5 si deve fare ricorso al problema a due corpi doppio, trovando, però, che essi sono posti esattamente sulla stessa orbita di m attorno ad M spostati di 60° in avanti (L4) e indietro (L5) rispetto la congiungente $M-m$.

Una prima conferma dell'utilità di tali punti di equilibrio riguarda gli asteroidi che ruotano attorno a Giove, i quali si assoggettano a tale geometria e così fanno pure le piccole lune dei grandi satelliti naturali di Saturno, alcuni dei quali sono addirittura in grado di spostarsi tra i punti L4 e L5 passando tramite L3 dando origine a dei nuovi tipi di orbite dette a "ferro di cavallo" per la loro particolare configurazione in un sistema di riferimento rotante. Tali orbite sono sufficientemente stabili da ospitare piccoli corpi per un periodo relativamente lungo.

Anche le traiettorie chiuse, dette orbite periodiche, rappresentano una soluzione particolare del problema dei tre corpi, la cui ricerca si avvale del *teorema dello specchio* per determinare quali configurazioni geometriche saranno in grado di riproporre in futuro le stesse configurazioni passate. Anche qui esistono due sole possibilità: o i corpi sono allineati e tutti i vettori delle velocità sono perpendicolari alla retta su cui si verifica l'allineamento; o essi sono su uno stesso piano e tutti i vettori delle loro velocità sono perpendicolari ad esso. Un esempio di tale geometria può essere quello dell'eclissi di Sole con la Luna all'apogeo o al perigeo.

Ma, come suggerito, queste situazioni sono soluzioni particolari. Henri Poincaré (1854-1912) lo ha colto. Le leggi di Newton e le equazioni che ne derivano, danno origine sia alla stabilità sia al caos e riflettono il comportamento dei sistemi fisici che passano da un tipo di movimento apparentemente ordinato ad uno disordinato ed imprevedibile. Il pendolo doppio ne è un chiaro esempio: se un secondo stelo si aggancia al primo, il movimento si complica e si sviluppa in modo del tutto imprevedibile. Il termine "caos", introdotto dal matematico James Yorke nel 1975, descrive questo comportamento: esso indica tutto ciò che ha una prevedibilità limitata e definisce il sistema caotico come un sistema il cui comportamento si modifica radicalmente a seguito di una leggera modificazione delle condizioni iniziali. Ciò fonda il vero e proprio problema: siamo tornati alla ricerca della prevedibilità.

Ora, Poincaré è il primo a introdurre in meccanica celeste il concetto di caos: esso si verifica quando tre o più corpi interagiscono tra di loro immettendo nel sistema una grande varietà di regimi dinamici, ovvero traiettorie aperte, incontri ravvicinati, collisioni, risonanze e quant'altro possa prodursi nella situazione data. Fatte salve le soluzioni particolari, ovvio. Nel linguaggio matematico, il problema dei tre corpi definisce un sistema non-integrabile²⁵ per cui ci possiamo aspettare l'emergenza del caos. Poincaré sviluppa delle "mappe" sulle quali è possibile, variando il parametro perturbativo²⁶, individuare l'ubicazione di regioni soggette a diversi regimi dinamici, dai moti

²⁵ Sistema non risolvibile formalmente. Diverso da sistema integrabile, cioè un sistema di cui è possibile dare una soluzione matematica come, ad esempio, il problema a due corpi.

²⁶ Nel nostro sistema solare è dato dal rapporto tra la massa di uno pseudo-Giove, che possiamo modificare, e la massa del Sole. Si prende in considerazione Giove perché è il pianeta più massivo del Sistema Solare e, quindi, è colui che può apportare le maggiori perturbazioni nei moti degli altri pianeti.

regolari a quelli caotici. Come si può visualizzare questa mappa? Si tratta di “tagliare” una traiettoria nello spazio che rappresenti l’evoluzione di un sistema dinamico con un piano opportunamente orientato e fisso per poi segnarvi la disposizione dei punti in cui la traiettoria lo attraversa (**Figura 4**). Variando i parametri del sistema, come ad esempio le masse dei corpi, si ottengono varie altre orbite i cui punti si collocano sul piano in modo da tracciare delle curve: se sono regolari, il moto è più o meno ordinato²⁷; se i punti sono disseminati in modo assai creativo, allora siamo nel caos (**Figura 5**).

L’esempio cui si ricorre per rendere chiara una mappa è quello del pendolo “forzato”, cioè sottoposto ad una piccola spinta periodica. Il pendolo che consideriamo lo possiamo pensare come costituito da una pallina pesante appesa ad un filo costituito da un’asticella leggerissima, rigida e inestensibile che permette al pendolo di oscillare e di ruotare mantenendo sempre costante la sua lunghezza. Partiamo, però, da un pendolo non forzato che si muove all’infinito per effetto della sua stessa massa in assenza di attrito (**Figura 6**).

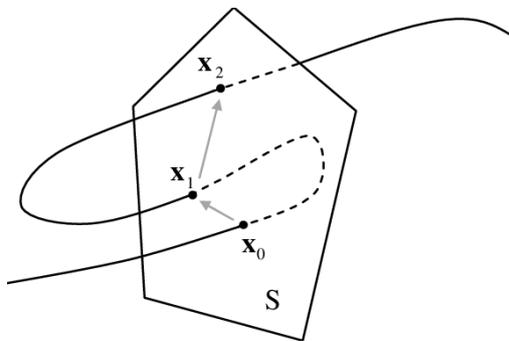


Figura 4



Figura 5

I movimenti riprodotti sulla mappa saranno regolari e ricorreranno periodicamente, sia per le piccole oscillazioni da sinistra a destra e viceversa (curve blu in **Figura 6**), che per le rotazioni qualora il pendolo abbia una velocità sufficiente per compiere dei giri completi su sé stesso (curve rosse in **Figura 6**). La regolarità si avrà pure in una terza situazione, quando cioè il pendolo si mantiene immobile sulla verticale del suo punto di sospensione, all’inizio e alla fine del suo movimento, ovvero in quello che viene denominato il punto di equilibrio instabile superiore: da questo punto ha allora le stesse possibilità di partire verso destra che verso sinistra e verso questo punto tenderà nuovamente per un altro breve tempo di equilibrio. Questa situazione, che non vede il pendolo né oscillare né ruotare, ma che lo vede compiere un movimento a metà tra l’uno e l’altro, prende il nome di orbita omoclina e neanche qui c’è caos (curva nera in **Figura 6**).

²⁷ Per moto ordinato si intendono “sia le orbite periodiche [...] sia quelle quasi-periodiche; quest’ultime sono soluzioni delle equazioni del moto che, pur riavvicinandosi indefinitamente alle condizioni iniziali da cui aveva avuto origine il moto, non si richiudono mai esattamente su sé stesse” (A. Celletti – E. Perozzi, *Ordine e caos nel Sistema Solare*, UTET, Torino 2011, p. 44)

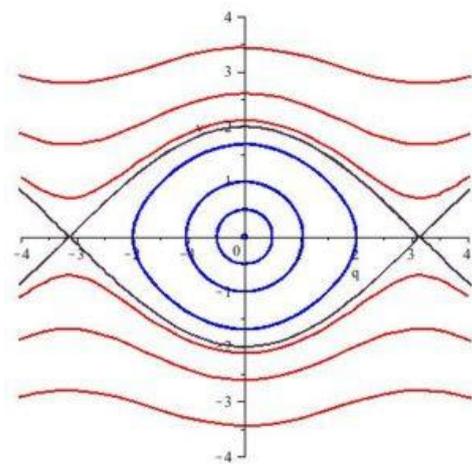


Figura 6: Mappa di Poincaré a periodo fissato del pendolo non forzato con in ascissa l'angolo di oscillazione e in ordinata la velocità con cui il pendolo percorre la curva.

- Il punto identificato dall'origine degli assi rappresenta il pendolo fermo nel punto di equilibrio stabile, ovvero il più basso della sua traiettoria;
- Le curve in blu identificano piccole oscillazioni da destra verso sinistra e viceversa;
- Le curve in rosso identificano il caso in cui il pendolo abbia sufficiente velocità:
 - Quelle in alto identificano una rotazione in senso orario;
 - Quelle in basso identificano una rotazione in senso antiorario;
- La curva nera, detta separatrice, identifica il comportamento intermedio tra i due precedenti.

Passiamo ora ad un pendolo forzato, in presenza di attrito e di una forzante seppur minima che ne garantisca il movimento (**Figura 7**). I moti di oscillazione descritti precedentemente non vengono alterati, mentre cambia qualcosa sia nei moti di rotazione sia in quello rappresentato dalla curva separatrice. Infatti queste piccole perturbazioni impediscono di predire se il pendolo seguirà un moto di oscillazione o di rotazione una volta raggiunto il suo punto di equilibrio superiore. La barriera omoclina è rotta.

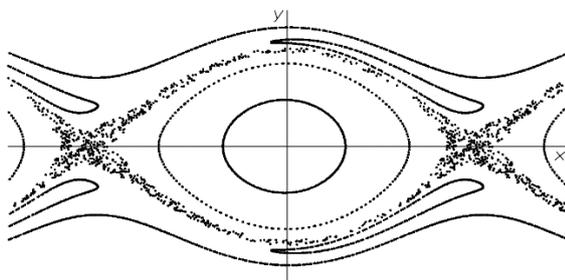


Figura 7: Mappa di Poincaré a periodo fissato del pendolo forzato. In ascissa sono sempre riportati gli angoli di oscillazione, mentre in ordinata le velocità.

- Il nuovo tipo di curve chiuse è data dalla risonanza tra la frequenza di rotazione del pendolo e quella della forzante.
- La macchia in corrispondenza della separatrice rappresenta un moto del tutto caotico.

Si può evidenziare che molto dipende dalla *risonanza* tra la frequenza di rotazione del pendolo e quella della forzante. Quando queste sono in fase la velocità del pendolo aumenta, per diminuire invece quando le due frequenze si troveranno in controfase. Quindi quando il pendolo torna in prossimità del punto più alto può superarlo, se la sua velocità è sufficiente, oppure, in caso contrario, tornare indietro. Questo fenomeno si ripete a ogni giro, poiché cambiando lo stato iniziale, cambia tutta l'evoluzione del movimento, ciò che equivale a dire che nella dinamica del pendolo forzato compare un elemento di assoluta casualità. Proprio questa è la radice del caos. E ciò che vale per il pendolo, vale per ogni sistema dinamico e per tutta la meccanica newtoniana: l'imprevedibile è in qualche misura presente in numerosissimi fenomeni fisici. Nel suo saggio del 1903, *Science et méthode*, Poincaré scrive:

“Une cause très petite qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissons exactement les

lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même univers à un instant ultérieur. Mais, lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrions connaître la situation initiale qu'*approximativement*. Si cela nous permet de prévoir la situation ultérieure *avec la même approximation*, c'est tout ce qu'il nous faut, nous disons que le phénomène a été prévu, qu'il est régi par des lois ; mais il n'en est pas toujours ainsi, il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux ; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit."²⁸

E questa estrema sensibilità di un sistema dinamico a piccole variazioni delle condizioni iniziali, tale da rendere impossibile la previsione della sua evoluzione ha la stessa natura di ciò che viene oggi comunemente definito "*effetto farfalla*"²⁹.

Questa scoperta comporta evidenti interrogativi sulla stabilità del Sistema Solare: a lungo termine, le seppur minime interazioni tra pianeti avrebbero potuto produrre le condizioni necessarie ad una modificazione della configurazione di un'orbita oppure ad una dislocazione dell'intero Sistema Solare.

Serve quindi appurare quali siano le condizioni che conducono alla comparsa del caos.

Un primo tentativo è operato da Kolmogorov (1903-1987), Arnold (1937-2010) e Moser (1928-1999), che sviluppano un metodo matematicamente rigoroso utile a determinare il valore critico del parametro perturbativo, cioè quel valore che segna la transizione al caos. La teoria KAM studia la stabilità di un sistema "quasi-integrabile"³⁰ ma si dovrà attendere il suo sviluppo informatico combinato all'"aritmetica degli intervalli"³¹ per trarne le migliori deduzioni.

La teoria KAM originaria fornisce, infatti, dati sulla stabilità di un sistema per tempi infiniti solo quando il parametro perturbativo è estremamente piccolo³², per cui il valore espresso riguardo la transizione al caos è troppo restrittivo. Tutto ciò che si può concludere, è che più ci si allontana da tale valore, più ci si avvicina al punto critico, cioè al possibile incontro con il caos.

Possiamo concludere asserendo che Poincaré ha creato veramente il caos in ambito scientifico: dopo di lui la ricerca e lo studio cambiano rotta.

La legge di Newton è sufficiente per spiegare tutti i fenomeni? Quali sono le testimonianze concrete del caos nel cielo? Come risolvere la congettura che porta il suo nome, ben sintetizzata nelle seguenti righe:

"Sono convinto che ad ogni traiettoria tracciata dai corpi celesti siano associate orbite periodiche che le assomigliano molto. Anche se il loro periodo potrebbe risultare molto lungo, queste orbite sono di fondamentale importanza nello studio del problema degli N corpi."³³

²⁸ I. Peterson, *Le chaos dans le système solaire*, Sciences d'avenir, Luçon 1995, cit. p.163

²⁹ "Metafora usata per spiegare come perturbazioni atmosferiche anche molto piccole possano causare grandi cambiamenti climatici", (A. Celletti – E. Perozzi, *Ordine e caos nel Sistema Solare*, UTET, Torino 2011, p. 45)

³⁰ Sistema le cui "soluzioni si possono ottenere perturbando il caso integrabile dei due corpi con l'utilizzo di espansioni in serie", (A. Celletti – E. Perozzi, *Ordine e caos nel Sistema Solare*, UTET, Torino 2011, p. 43)

³¹ Tiene traccia degli errori eseguiti in ciascuna misura e permette di controllare la loro propagazione, in modo tale da non inficiare tutto il procedimento matematico sviluppato.

³² La stabilità del problema dei tre corpi è dimostrata per valori del rapporto delle masse minori di 10^{-48}

³³ A. Celletti – E. Perozzi, *Ordine e caos nel Sistema Solare*, UTET, Torino 2011, cit. p. 53

3.2 Cerere e i suoi fratelli

Dove studiare questo fenomeno destabilizzante che Poincaré ha intravvisto? La cintura degli asteroidi sembra essere un buon terreno. Essi infatti, fortemente attratti dal Sole e da Giove e dall'influenza gravitazionale reciproca trascurabile, si muovono in uno spazio in cui le perturbazioni planetarie possono facilmente deformare le orbite.

A seguito della scoperta di Piazzi³⁴ (1746-1826) cui si deve il primo avvistamento di un oggetto curioso che si sposta lentamente sullo sfondo delle stelle e di cui solo Gauss (1777-1855) determina la posizione, molti altri se ne segnalano. Cerere sorge alla cronaca nel 1801, verso il 1890 se ne contano 300 di blocchi simili, grazie anche al perfezionamento dei telescopi che ne permettono una più facile cattura. Ad oggi si pensa che la cintura degli asteroidi ne contenga circa un milione, 5000 dei quali sono identificati e caratterizzati. Asteroidi, come li definisce W. Herschel, oppure planetoidi o pianeti minori, una vera e propria popolazione celeste collocata tra Marte e Giove, in uno spazio assai vasto in cui collisioni o sfioramenti non sono certo all'ordine del giorno. Anzi. Tuttavia questi corpi celesti sono interessanti poiché attratti dal Sole, da Giove e dagli altri pianeti, sebbene con minor forza, essi descrivono delle orbite piuttosto irregolari. Ciò lascia supporre che, sul lungo periodo, l'accumulo delle perturbazioni seppur minime cui sono soggetti possa provocare radicali modificazioni nelle loro orbite.

Daniel Kirkwood (1814-1895) è il primo a realizzare che c'è qualcosa di strano lì intorno al Sole. Stila la lista dei valori dei semiassi maggiori a delle orbite degli asteroidi conosciuti e rileva un deficit di asteroidi per certi valori del semiasse in corrispondenza di risonanze con il periodo di Giove³⁵. Pochi asteroidi infatti possiedono orbite che corrispondono ad un periodo di rivoluzione pari ad un quarto, un terzo, due quinti ed un mezzo del suo periodo (**Figura 8**). Queste zone sprovviste di asteroidi vengono dette "lacune di Kirkwood" e si oppongono ad altre invece molto dense di planetoidi in risonanza 1:1 o 2:3³⁶ (**Figura 9**).

Kirkwood pensa che sia Giove il responsabile di questi vuoti, ma ciò non è corretta. Bisogna attendere che qualcuno sia in grado di calcolare orizzonti temporali a lunghissimo termine per capire l'evoluzione delle orbite e la ragione del deficit di asteroidi in presenza di determinate risonanze. Ci riesce Jack Wisdom (1953-in vita) negli anni '80, trovando un sistema matematico più maneggevole delle equazioni differenziali³⁷ ed utilizzando la tecnica usata da Poincaré nella definizione delle sue mappe. Egli si sofferma sul comportamento delle orbite in risonanza 1:3 e ne simula l'evoluzione su più di due milioni di anni, basandosi su 300 oggetti fittizi non massivi di cui varia leggermente le condizioni iniziali in termini di posizione e velocità.

³⁴ Giuseppe Piazzi nasce a Ponte di Valtellina e nel 1764 entra a far parte dell'Ordine dei Teatini a Milano, diventando sacerdote nel 1769. Durante i suoi studi entra in contatto con la matematica e l'astronomia, nel 1781 viene chiamato alla cattedra di calcolo sublime (calcolo infinitesimale) della Reale Accademia dei Studi di Palermo e nel 1787 è nominato professore di astronomia. Ottiene, nel 1790, l'autorizzazione per la costruzione dell'osservatorio astronomico di Palermo da cui, nel 1801, scopre un oggetto brillante che si muove sullo sfondo delle stelle, identificato successivamente con Cerere. Altro suo importante lavoro fu quello di determinare le posizioni stellari di cui pubblicò un catalogo nel 1803. Muore a Napoli nel luglio 1826.

³⁵ Il periodo di Giove è di 12 anni.

³⁶ I primi vengono chiamati asteroidi Greci o Troiani, i secondi asteroidi Hilda.

³⁷ Wisdom svilupperà poi le equazioni differenziali per confermare i suoi calcoli agli occhi degli astronomi più tradizionali.

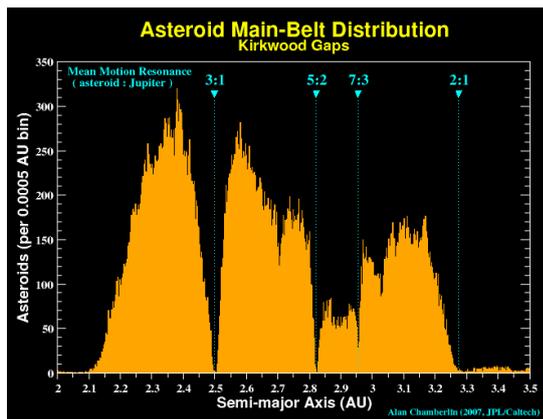


Figura 8:

Lacune di Kirkwood in corrispondenza di particolari risonanze orbitali con il periodo di Giove.

(In questa figura le risonanze sono indicate come rapporto tra il periodo di Giove e il periodo dell'asteroide, contrariamente a come sono state indicate nella discussione precedente.)

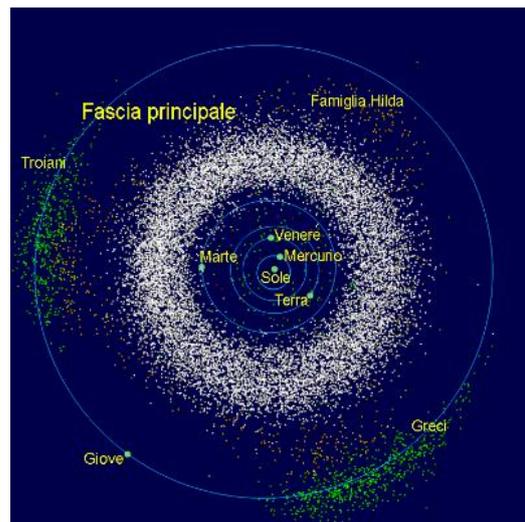


Figura 9:

Distribuzione degli asteroidi nella fascia principale, dei Greci, troiani e della Famiglia Hilda.

Alcune orbite evolvono senza cambiare la loro eccentricità e si possono abbinare a delle regioni stabili; altre la sottopongono a brusche variazioni per cui le si colloca in regioni caotiche. Un frammento che entri in questa zona ha una traiettoria a lungo termine imprevedibile. Le equazioni numeriche di Wisdom mostrano che un asteroide in regione caotica può rimanere a lungo su un'orbita a bassa eccentricità, ma non è detto che esso non salti in modo del tutto aleatorio su un'orbita altamente ellittica. Tale cambiamento, che trascina con sé valori diversi di eccentricità, può avere come conseguenza di intersecare la nuova traiettoria del planetoido con quella di Marte o della Terra. Quindi? Quindi esso, prima o poi, si coniugherà con il pianeta che maggiormente lo attrae oppure sarà catapultato su una nuova orbita. Risultato: Giove non controlla più la dinamica dell'asteroide che sarà invece in balia degli incontri con i differenti pianeti interni di cui intersecherà la traiettoria. Ecco spiegate le lacune di Kirkwood: non sono certo l'effetto dell'azione di Giove, bensì quello dell'attrazione gravitazionale prodotta da Marte e dalla Terra. La sola responsabilità di Giove risiede nel creare delle risonanze che provocano tali incroci.

“...il est impossible de nier l'importance du comportement chaotique pour la formation de la lacune [dans la ceinture d'astéroïdes]. Hormis la présence de Mars et les équations dynamiques du problème des trois corps restreint, aucune hypothèse supplémentaire n'est nécessaire pour retrouver la dimension et la forme exacte de la lacune 3/1 de Kirkwood”³⁸.

³⁸ I. Peterson, *Le chaos dans le système solaire*, cit. p.187

Wisdom calcola pure che un quinto dei corpi che si collocano nella regione caotica rischiano di occupare prima o poi un'orbita che incrocia quella della Terra, fornendo così una soluzione al problema spinoso dell'origine di un certo tipo di meteoriti, le condriti³⁹.

Come sempre accade in quest'ambito della ricerca, per un problema risolto, molti altri non lo sono, così da indurre altri astronomi a farsi carico della risoluzione di enigmi appassionanti e stimolanti.

3.3 Iperione, l'acrobata

Ed ancora si parla di risonanza, ma a proposito di pianeti e satelliti: la risonanza spin-orbita che caratterizza il nostro pianeta e il suo satellite, ma non solo. Essa è diffusissima tra corpi celesti di detta natura e si verifica quando il periodo di rivoluzione del corpo celeste e il periodo di rotazione su se stesso sono esprimibili come frazione di due numeri interi. Se il periodo di rivoluzione coincide con un'intera rotazione attorno al proprio asse, il corpo celeste è in risonanza 1:1, o sincrona. La Luna ne è il più vicino esempio e come risultato di ciò, mostra alla Terra sempre la stessa faccia. Come già detto, la maggior parte dei satelliti rispetta questa risonanza sincrona e ciò è dovuto all'interazione mareale a lungo termine tra corpi di dimensioni finite.

Ed ecco che qualcosa varia e scombussola la norma: Iperione, un blocco di ghiaccio e roccia che ruota attorno a Saturno, non assomiglia per nulla ad una trottola nel suo incedere. Sembra che esso piroetti sulla sua orbita in modo molto irregolare e che solo lui lo faccia. Acrobata ed individualista. E per di più, il suo periodo di rotazione non coincide con quello di rivoluzione: 13 giorni su 21.

Ma chi è Iperione⁴⁰? Avvistato per la prima volta nel 1848, ha il diametro di dieci volte inferiore a quello della Luna, dista in media 1.480.000 Km da Saturno di cui compie un giro completo in 21,28 giorni, ma, situato al di là dei suoi anelli, risente dell'attrazione gravitazionale anche di Titano⁴¹, la cui orbita è più interna rispetto a quella di Iperione.

E qual è la sua forma? Qui le cose si fanno più bizzarre. Non è sferico, ma oblungo, per cui è stato di volta in volta paragonato ad hamburgers, palloni da football deformati, patate ed arachidi. Alla prova dei fatti, esso è più lungo che largo e le sue misure sono approssimativamente le seguenti: 380x290x230 Km. Non solo il suo movimento è irregolare, lo è anche la sua forma. E non è in risonanza sincrona.

La prima ipotesi relativa a questa particolarità, la si deve a tre astronomi: Jack Wisdom (1953-in vita), Stanton Peale (1937–2015) e François Mignard (1949–in vita). Essi ritengono che Iperione non si sia stabilizzato in una risonanza sincrona mostrando sempre la stessa faccia al suo pianeta per due ragioni: la sua forma straordinariamente allungata, che fa sì che l'azione delle forze di marea siano asimmetriche e che il suo movimento sia irregolare, e l'influenza di Titano, che ha ampiamente

³⁹ Le condriti sono meteoriti rocciose indifferenziate dotate della stessa composizione chimica dei planetesimi, cioè quei piccoli corpi freddi che si formarono nel sistema solare primordiale. Si ritiene che abbiano origine nella fascia principale degli asteroidi.

⁴⁰ Le misure riportate sono quelle derivate dalle immagini inviate dalla sonda *Voyager 2* partita il 20 Agosto 1977 da Cape Canaveral e giunta in prossimità di Saturno nell'Agosto 1981.

⁴¹ Il più grande satellite naturale di Saturno.

allungato la sua orbita facendogli subire enormi variazioni di velocità⁴². Inoltre, Titano lo blocca su un'orbita apparentemente stabile poiché moltiplica le sue attrazioni gravitazionali in quanto, nel tempo in cui il piccolo satellite compie tre rivoluzioni, il gigante suo fratello ne compie quattro. L'equilibrio è precario, il periodo di rotazione dovrebbe variare e la posizione e l'orientamento del suo asse dovrebbero sfasarsi in poco tempo. Iperione dovrebbe turbinare su sé stesso seguendo un'orbita stabile. Per meglio cogliere le sue piroette, utilizzano lo stesso metodo di Poincaré: prendono un'istantanea fotografica ogni volta che il satellite passa in uno stesso punto della sua orbita. Se Iperione ha un asse di rotazione stabile, i punti dell'istantanea saranno molto prossimi. Se l'asse non è stabile e varia in modo irregolare, i punti si disperderanno e ciò denoterà il movimento di Iperione come caotico. Il caos avrebbe riguardato quindi l'orientamento di Iperione stesso. Questa trottola cosmica è molto particolare: essa si caratterizza per una commistione di stabilità e caos. Regolare e prevedibile nella sua orbita, non lo è nel suo orientamento poiché sembra non ruotare mai attorno ad un asse particolare.

J. Klavetter, negli anni '80, raccoglie la sfida di dimostrare che le cose stanno proprio così affidandosi all'osservazione delle variazioni luminose dell'acrobata cosmico. La sua forma irregolare deve riflettere quantità di luce diversa a seconda del suo orientamento e delle dimensioni di superficie offerte al Sole. Al termine di tredici tribolate settimane di osservazione e di aggiustamenti tecnici, l'astronomo può concludere che le variazioni di luminosità non solo sono importanti, ma anche erratiche, per cui è impossibile tracciare una curva continua e periodica che passi per tutti i punti enucleati. La rotazione di Iperione non è per nulla regolare e tanto meno periodica per cui deve piroettare in modo caotico. Klavetter deve però assicurarsi che le sue conclusioni sposino la descrizione teorica di Wisdom, Peale e Mignard e, utilizzando argomenti essenzialmente geometrici, conferma le sue osservazioni: la teoria e le simulazioni numeriche offrono una curva di luminosità simile a quella da lui ottenuta.

⁴² Poiché un satellite si sposta tanto più rapidamente quanto più è vicino al suo pianeta.

CONCLUSIONE

Come Poincaré ha dimostrato l'astronomia ha dovuto rinunciare al concetto di stabilità inglobando al suo interno il principio del caos. Questo elemento destabilizzante è stato quindi oggetto di studi e di ricerche e a tal proposito nel 1992 Anna Nobili (1949-in vita) e Andrea Milani Comparetti (1948-2018) hanno coniato un'espressione che riunisce tanto il concetto di stabilità quanto quello di caos. Infatti, a proposito dell'orbita di 522 Helga⁴³ i due astronomi hanno inaugurato la felice definizione di "caos stabile"⁴⁴. A che cosa rinvia? Al fatto che quest'asteroide segue un'orbita "caotica" per cui non si può definirne la posizione con un anticipo che superi i 10.000 anni. Tuttavia esso sembra essere situato in una certa regione della cintura degli asteroidi malgrado percorra una traiettoria ellittica vicina all'orbita di Giove, la cui risonanza impedirebbe però all'asteroide di sfiorarlo da troppo vicino.

Nobili e Milani ritengono che il paradossale "caos stabile" caratterizzi comunemente il Sistema Solare e molti astronomi si interrogano sulle ragioni che sono alla base della sua disposizione. I loro studi si orientano alla delimitazione accurata delle zone caotiche, nella speranza di giungere ad una migliore comprensione della dinamica degli asteroidi, ad una risposta riguardo la loro origine e ad una prevedibilità rispetto alla remota ma non nulla possibilità che sfiorino troppo da vicino il nostro pianeta.

Sia ciò che sia, il caos è solo uno dei numerosi effetti della gravitazione senza il quale non è possibile spiegare come essa si accaparrì di certi corpi per proiettarli verso i pianeti interni o per far descrivere loro dei grandi anelli attorno al Sole.

⁴³ Un asteroide che viaggia in una regione poco densa di planetoidi ed il cui periodo orbitale sta in rapporto 7:12 con quello di Giove.

⁴⁴ Il concetto di "caos stabile" assume carattere paradossale solo nel quotidiano. Nei sistemi dinamici, si tratta di identificare quelle orbite che presentano scarti erratici minimi rispetto ad una traiettoria regolare. Un esempio può essere quello della biglia sul piatto della roulette la quale rimbalza in modo caotico rimanendo confinata all'interno di uno spazio delimitato.

BIBLIOGRAFIA

- Alessandra CELLETTI – Ettore PEROZZI, *Ordine e caos nel Sistema Solare*, UTET, Torino 2011
- Michael HOSKIN, *Storia dell'astronomia*, BUR, Padova 2017, pp. 5-219
- Pierre Simon DE LAPLACE, *Compendio di storia dell'astronomia* a cura di Mario CAVEDON, CUEN, Napoli 1997
- Ivars PETERSON, *Le chaos dans le Système Solaire*, Sciences d'Avenir, Luçon 1995, pp. 167-217

SITOGRAFIA

- <https://www.astronomia.com/progetti/locchio-infinito-di-galileo/prima-di-galileo/claudio-tolomeo>
- Antonio GIORGILLI, *La stabilità del Sistema Solare: tre secoli di matematica*, <http://www.mat.unimi.it/users/antonio/ricerca/papers/sns.pdf>