



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile ed Ambientale
Corso di Laurea Magistrale a Ciclo Unico in Ingegneria Edile-Architettura

TESI DI LAUREA

**Valutazione del comportamento strutturale della
Cappella degli Scrovegni mediante modelli analitici e
numerici calibrati tramite monitoraggio statico e dinamico**

Relatore: Ch.ma Prof. ssa Maria Rosa Valluzzi

Correlatore: Prof. Claudio Modena
Prof. Stefano Zaggia
Dott. Ing. Filippo Lorenzoni
Ing. Mauro Caldon

Laureanda: Maria Elena Fusaro

Anno Accademico 2014-2015

Ai miei genitori Elisabetta e Paolo

A mio fratello Riccardo.

Desidero ringraziare la professoressa Valluzzi per avermi dato la possibilità di svolgere questa tesi avente un tema così affascinante e unico. Ringrazio l'Ing. Filippo Lorenzoni e l'Ing. Mauro Caldon per l'infinita pazienza dimostrata e per i continui ed indispensabili insegnamenti e consigli, ho avuto l'opportunità di imparare davvero molto. Un ringraziamento anche al Museo Civico di Padova che mi ha concesso la grande occasione di visitare luoghi della Cappella degli Scrovegni sconosciuti ai più ma non per questo meno straordinari.

Il ringraziamento più grande va alla mia famiglia che mi ha sempre sostenuto e guidato lungo tutto il percorso e mi ha permesso di arrivare fino a questo grande traguardo. Ringrazio mia madre per il grande cuore e la costante ed intramontabile pazienza, mio padre per la grande saggezza e la continua voglia di imparare e scoprire che mi trasmette ogni giorno, mio fratello per essere il mio fedele alleato e partner in crime, nonché una presenza su cui poter contare nelle lunghe notti al computer.

Ringrazio Margherita e Giorgia, amiche vere e sostegno indispensabile ed insostituibile, ma soprattutto ringrazio Linda, fedele compagna di viaggio in questi cinque anni che ha condiviso con me anche quest'ultima impresa, sapendomi accettare e sopportare e per avermi fatto affrontare anche questa avventura con il sorriso.

Ringrazio infine Luca, mio compagno di vita e punto di riferimento, spalla su cui piangere ma soprattutto anima gemella con cui poter sempre ridere.

INDICE

Ringraziamenti

Indice	I
---------------------	----------

1. Introduzione

1.1. Premessa	1
1.2. Individuazione delle problematiche specifiche del caso studio	3
1.3. Obiettivi	3
1.4. Organizzazione del lavoro di tesi	4

Parte I. Analisi Storica e dello Stato di Fatto

2. Inquadramento

2.1. Inserimento del fabbricato nel contesto cittadino.....	9
2.2. Inquadramento sismico dell'area	10
2.2.1. Rischio sismico.....	10
2.2.2. Storia sismica dell'area.....	11
2.3. Cenni storici	15
2.4. Interventi di restauro.....	22
2.4.1. I lavori condotti dal Comune di Padova dal 1880 a inizio '900	24
2.4.2. Dal 1936 al 1956.....	24
2.4.3. Interventi degli anni Cinquanta	26
2.4.4. Interventi degli anni Sessanta	27
2.4.4.1. Sostituzione del tetto	28
2.4.4.2. Sostituzione e riparazione delle catene	29
2.5. Caratteristiche architettoniche e strutturali	32
2.5.1. Rilievo architettonico e fotografico.....	32
2.5.2. Rilievo strutturale.....	38
2.5.2.1. Unità strutturali.....	38
2.5.2.2. Identificazione delle tipologie murarie	39
2.5.2.3. Valutazione della qualità muraria	40
2.5.2.4. Rilievo degli elementi strutturali.....	42

2.6. Rilievo critico del danno	48
2.6.1. Quadro fessurativo	48
2.6.2. Analisi delle vulnerabilità strutturali	52
2.6.2.1. Vulnerabilità in pianta	53
2.6.2.2. Vulnerabilità in sezione	54

3. Piano d'indagine

3.1. Introduzione	55
3.2. Tipologie di indagini previste.....	55
3.3. Pianificazione del piano d'indagine	56
3.3.1. Pianta piano interrato (-2 m), cripta	57
3.3.2. Pianta 1 m e pianta 7 m.....	58
3.3.3. Pianta 11,6 m.....	61
3.4. Indagini eseguite: campagna termografica 2014	63
3.4.1. Interno	63
3.4.2. Esterno	67

Parte II. Monitoraggio Strutturale

4. Basi teoriche del monitoraggio strutturale

4.1. Introduzione	73
4.2. Stato dell'arte	73
4.2.1. Applicazione ad edifici.....	74
4.2.2. Beni culturali.....	77
4.3. Il monitoraggio ed il suo funzionamento	80
4.3.1. Valutazione operativa e acquisizione dei dati.....	81
4.3.1.1. Tipologie di sensori.....	82
4.3.1.2. Eccitazione.....	83
4.3.1.3. Acquisizione dei dati.....	83
4.3.2. Elaborazione dei segnali ed estrazione delle caratteristiche	84
4.3.2.1. Metodi di elaborazione del segnale	84
4.3.2.2. Estrazione delle caratteristiche	85

4.3.3. Sviluppo di modelli statistici.....	85
4.3.3.1. Il problema inverso.....	86
4.3.4. Rilevamento di eventuali danni e report.....	87
4.4. Risposta statica.....	87
4.5. Risposta dinamica.....	88
4.5.1. I modelli dinamici.....	88
4.5.2. Metodi di identificazione dinamica.....	95
4.5.3. OMA, Operation Modal Analysis.....	97
4.5.4. Metodi nel dominio delle frequenze: FDD e EFDD.....	100
4.6. Influenza dei fattori ambientali.....	101
4.6.1. I modelli ARX (Auto-Regressive eXogenous).....	103

5. Sistemi di monitoraggio temporanei nella Cappella degli Scrovegni

5.1. Introduzione.....	105
5.2. Monitoraggio 1997 - 1998.....	105
5.3. Monitoraggio 1999.....	107
5.3.1. Monitoraggio.....	107
5.3.2. Analisi strutturali effettuate.....	109
5.4. Monitoraggio 2001.....	113

6. Sistema di monitoraggio strutturale attivo nella Cappella degli Scrovegni

6.1. Introduzione.....	117
6.2. Descrizione generale del sistema di monitoraggio.....	117
6.2.1. Monitoraggio statico.....	118
6.2.2. Monitoraggio dinamico.....	119
6.3. Analisi dei dati.....	122
6.3.1. Analisi del monitoraggio ambientale.....	123
6.3.2. Analisi dei dati statici.....	125
6.3.3. Analisi dei dati dinamici.....	135
6.4. Identificazione dinamica sulla base dei dati del monitoraggio.....	138
6.5. I modelli ARX.....	143
6.5.1. Risposta statica.....	143

6.5.2. Risposta dinamica.....	152
-------------------------------	-----

Parte III. Modellazione e Analisi Strutturali

7. Analisi strutturale dei macroelementi e cinematismi

7.1. Introduzione	163
7.2. Basi teoriche: meccanismi di collasso locali	163
7.2.1. Schematizzazione tramite macroelementi.....	164
7.2.2. Meccanismi di danno di primo modo (fuori piano)	165
7.2.3. Meccanismi di danno di secondo modo (nel piano)	165
7.3. Comportamento delle chiese in muratura	166
7.4. L'approccio cinematico	170
7.4.1. Analisi cinematica lineare.....	173
7.4.2. Analisi cinematica non lineare	174
7.5. Applicazione al caso studio	175
7.5.1. Identificazione dei principali macroelementi e dei relativi cinematismi	175
7.5.2. Identificazione dei valori caratteristici del sito	181
7.5.3. Identificazione delle caratteristiche meccaniche.....	182
7.5.4. Macroelemento 1, Meccanismo 1.1, Ribaltamento della facciata	184
7.5.5. Macroelemento 3, Meccanismo 3.1, Risposta trasversale dell'aula – ribaltamento della parete longitudinale sud - est	191
7.5.6. Macroelemento 3, Meccanismo 3.1, Risposta trasversale dell'aula – flessione della parete longitudinale sud - est	199
7.5.7. Analisi dei risultati	203

8. Modellazione e Analisi Strutturali

8.1. Introduzione	205
8.2. Basi teoriche per la modellazione ed i metodi di analisi	206
8.2.1. L'analisi strutturale	206
8.2.2. Il metodo degli elementi finiti	207
8.2.3. Idealizzazione del comportamento della muratura	208
8.2.4. Analisi lineare	209
8.2.5. Analisi non lineare	210

8.2.6. Analisi plastica	210
8.2.7. La modellazione FE	211
8.2.8. Software di calcolo	211
8.2.8.1. Linear static analysis	212
8.2.8.2. Natural frequency analysis.....	213
8.2.8.3. Non linear static analysis (pushover).....	213
8.2.8.4. Comportamento non lineare dei materiali e l'energia di frattura	217
8.3. Costruzione del modello FE in Straus7	221
8.3.1. Primo modello	224
8.3.2. Secondo modello.....	226
8.3.3. Terzo modello.....	227
8.3.4. Analisi dei risultati e scelta del modello.....	228
8.4. Analisi strutturali del modello Straus7	230
8.4.1. Analisi statica.....	230
8.4.2. Analisi dinamica	231
8.4.2.1. Identificazione delle forme modali	231
8.4.2.2. Calibrazione del modello	233
8.4.2.3. Validazione del modello.....	239
8.5. Costruzione del modello FE in Diana TNO	244
8.6. Analisi statica non lineare (pushover)	248
8.6.1. Curve di capacità	248
9. Conclusioni	261
Bibliografia	
Bibliografia storico-critica.....	265
Bibliografia tecnico-scientifica	269
Normativa di riferimento.....	274
Sitografia	276
Allegato A. Strumentazione del sistema di monitoraggio	277

1. INTRODUZIONE

1.1. Premessa

Oggetto della presente tesi è la valutazione del comportamento strutturale della Cappella degli Scrovegni, situata a Padova in Piazza degli Eremitani. L'edificio possiede due importanti caratteristiche che lo contraddistinguono: in primo luogo il fatto che la Cappella sia un importante e prezioso bene storico-artistico, in secondo luogo che dall'estate 2013 la struttura sia provvista di un sistema di monitoraggio strutturale, tutt'ora attivo, in grado di valutare continuamente lo stato di salute dell'edificio. Dai due punti sopraelencati ne derivano importanti considerazioni; per quanto riguarda la caratteristica di bene culturale di notevole importanza, per l'analisi del comportamento strutturale, si dovrà far riferimento, dal punto di vista normativo, sia alle *Norme Tecniche per le Costruzioni* (2008), che alle più specifiche *Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale* (ultimo aggiornamento 2011). Questo comporta non solo l'uso di parametri più cautelativi nella valutazione dello stato attuale, ma pone ovviamente una forte limitazione alle tipologie di intervento possibili ma anche e soprattutto nel caso specifico, nella tipologia di indagini prevedibili. La valutazione del comportamento e della sicurezza strutturale, di conseguenza, sarà imprescindibile dal valore storico-artistico del ciclo di affreschi di Giotto contenuto all'interno e sarà dunque importante coniugare il requisito di sicurezza con la conservazione delle caratteristiche che rendono singolare l'edificio nella sua globalità. Ecco quindi come in questo caso, ma anche in generale per tutti i beni culturali, sia importante adottare misure appropriate e non invasive, riducendo al minimo il rischio di danno, sia strutturale che artistico. L'esistenza di un sistema di monitoraggio, che permette non solo di gestire le problematiche relative alla manutenzione, ma anche il controllo della funzionalità della struttura, rende più efficiente ed efficace la valutazione del comportamento strutturale. Ancor più nello specifico, nel campo dei beni culturali, un sistema di monitoraggio può addirittura essere pensato come un'alternativa all'intervento, a vantaggio quindi della conservazione, poiché se il quadro del danno e del dissesto sono ben compresi, è

possibile definire delle soglie di sicurezza e quindi di preallarme, monitorando costantemente lo stato di salute della struttura, valutando eventuali nuovi danni e stimando la vita residuale della stessa, evitando inoltre l'esecuzione di interventi non necessari.

I moderni sistemi di monitoraggio sono composti da una rete di sensori collegati ad una unità di acquisizione e forniscono in continuo dati sperimentali che opportunamente elaborati e analizzati sono utilizzati per la definizione e successiva calibrazione di modelli strutturali specifici. La costruzione di tali modelli è fondamentale per la valutazione della sicurezza dell'edificio, poiché sono in grado di simulare il comportamento dello stesso se sottoposto a determinate sollecitazioni. La validità delle analisi eseguite dipende dall'affidabilità del modello che per questo motivo, oltre ad una geometria rappresentativa e verosimile rispetto all'edificio reale, deve avere proprietà dei materiali calibrate. La risposta strutturale viene valutata non solo in normali condizioni di esercizio (in questo caso tramite il software Straus7), ma anche nel caso di eccezionali sollecitazioni esterne (sisma) che possono influire sia sulle prestazioni della struttura che sulle condizioni dell'apparato artistico. In particolare, è possibile caratterizzare la risposta sismica sia localmente che globalmente: nel primo caso tramite l'analisi cinematica locale, individuando i possibili meccanismi di collasso attraverso la costituzione di modelli analitici, nel secondo, grazie all'utilizzo di software specifici (Diana TNO in questo caso) capaci di implementare il comportamento non lineare della muratura sarà possibile definire le curve di capacità della stessa.

È però importante precisare come tutti questi risultati siano ottenibili solo se esiste a monte un sistema di monitoraggio ben strutturato e per far questo sono necessari degli studi approfonditi per quanto riguarda la storia del fabbricato e delle sue fasi geometrico – costruttive, un preciso rilievo del quadro fessurativo ed un'analisi dei comportamenti strutturali dell'edificio, sia localmente che globalmente, per determinare infine quali siano i parametri più importanti da determinare.

1.2. Individuazione delle problematiche specifiche del caso studio

Come detto in precedenza, condizione imprescindibile per una buona progettazione di un sistema di monitoraggio strutturale, è la conoscenza approfondita delle vicende storico-costruttive dell'edificio ed un corretto rilievo architettonico strutturale. Nel caso della Cappella degli Scrovegni entrambi gli elementi sono stati di difficile individuazione. In primo luogo, nonostante l'immensa letteratura storico-artistica avente come oggetto la Cappella degli Scrovegni, a causa della contraddizione reciproca di diverse fonti, la ricostruzione delle vicende storiche e costruttive risulta difficoltosa, soprattutto per quanto riguarda gli antefatti riguardanti la costruzione del fabbricato originario e l'evoluzione delle fasi costruttive che l'hanno visto come protagonista. Queste problematiche fanno sì che siano ignote ad esempio le fondazioni dell'intera struttura o i rapporti tra le diverse unità strutturali, di cui sono sconosciuti i collegamenti. In secondo luogo, nel rilievo geometrico esistente sono presenti diverse imprecisioni ed errori, soprattutto per quanto riguarda lo stato di fatto delle strutture dei sottotetti, in parte anche totalmente mancanti nell'attuale rilievo. Questo lavoro di ricerca ed indagine sarà trattato in modo molto ampio ed approfondito nella tesi di laurea L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive per la valutazione di alcuni aspetti caratterizzanti l'evoluzione storica e gli interventi pregressi della Cappella degli Scrovegni*, attività svolta parallelamente a quella della presente tesi, di cui si riporteranno degli estratti della suddetta relativamente le tematiche sopracitate, per fornire un quadro generale dell'edificio ma soprattutto delle basi al lavoro che ci si appresta a svolgere.

1.3. Obiettivi

Si possono individuare quattro obiettivi principali:

- I. Analisi dei dati del monitoraggio al fine di identificare l'insorgenza di possibili fenomeni di danneggiamento strutturale, studiando sia la risposta statica che quella dinamica.

- II. Caratterizzazione della risposta sismica della struttura, individuazione delle più probabili configurazioni di collasso e determinazione e verifica dei meccanismi più gravosi per il bene artistico.
- III. Determinazione dei parametri modali della struttura sulla base della rielaborazione dei dati del monitoraggio e successiva calibrazione e validazione dei modelli numerici.
- IV. Analisi strutturali lineari e non lineari dei modelli numerici calibrati sulla base dei dati del monitoraggio al fine di determinare il comportamento strutturale della costruzione.

1.4. **Organizzazione della tesi:**

Il lavoro di tesi è stato diviso in tre diverse macroparti, ognuna avente una diversa tematica ma strettamente connessa a quelle precedenti:

- Parte I. Analisi storica e stato attuale
- Parte II. Monitoraggio strutturale
- Parte III. Modellazione e Analisi Strutturali

Ogni macroparte è poi stata suddivisa a sua volta in capitoli, per un totale di 8. Si propone di seguito una schematizzazione dei singoli Capitoli.

Parte I:

1. **Introduzione:** fornisce un'introduzione al lavoro di tesi focalizzandosi sulle tematiche principali che si affronteranno.
2. **Inquadramento:** il capitolo fornisce un fondamentale inquadramento dell'edificio dal punto di vista storico, del rilievo architettonico, strutturale e critico del danno. Si tratta come detto in precedenza di basi imprescindibili per la tipologia di lavoro che ci si appresta a svolgere.
3. **Piano d'indagine:** illustrazione del piano d'indagine previsto in seguito all'analisi del capitolo precedente. È inoltre presente l'analisi delle indagini termografiche che si sono potute svolgere nel novembre 2014.

Parte II:

- 4. Basi teoriche del monitoraggio strutturale:** basi teoriche a proposito del funzionamento del monitoraggio strutturale e delle sue possibili applicazioni nel campo dei problemi strutturali; particolare importanza rispetto alla teoria dell'identificazione dinamica e dell'analisi dei dati statici e dinamici.
- 5. Sistemi di monitoraggio temporanei nella Cappella degli Scrovegni:** Analisi dei diversi sistemi di monitoraggio temporanei che si sono succeduti negli anni, nella Cappella degli Scrovegni. Questa analisi ha fornito le basi per la progettazione del sistema attualmente attivo.
- 6. Sistema di monitoraggio attivo alla Cappella degli Scrovegni:** descrizione del sistema tutt'ora attivo e analisi dei relativi dati statici e dinamici e conseguente rielaborazione utilizzando un codice Matlab che implementa modelli regressivi (ARX). Successiva identificazione dinamica sulla base della rielaborazione dei dati del monitoraggio tramite il software *Artemis Extractor 4.0*.

Parte III:

- 7. Analisi strutturale dei macroelementi e cinematismi:** individuazione dei macroelementi che caratterizzano l'edificio. Analisi e calcolo, tramite l'analisi cinematica, dei più probabili cinematismi che possono interessare la struttura e ritenuti più gravosi per il bene artistico.
- 8. Modellazione e analisi strutturale:** modellazione numerica tramite i software *Autocad 2010*, *Straus7* e *Diana TNO 9.4* e successiva calibrazione sulla base dei parametri modali determinati precedentemente. Analisi statiche e dinamiche lineari tramite l'uso dei software sopra citati. Analisi statica non lineare *pushover* tramite l'utilizzo del software *Diana TNO 9.4* per la determinazione delle curve di capacità della struttura.
- 9. Conclusioni:** Conclusioni e considerazioni sul lavoro di ricerca svolto.

PARTE I

ANALISI STORICA E STATO ATTUALE

2. INQUADRAMENTO

La Cappella degli Scrovegni, prezioso bene artistico della città patavina, si erge da più di settecento anni affacciandosi sull'antico anfiteatro romano.

Si vuole di seguito fornire un inquadramento urbano con il fine di individuare l'edificio all'interno della città, analizzare la sua evoluzione storica ed i restauri che l'hanno visto protagonista, per poi passare ad uno studio dello stato di fatto. Il fine è quello di fornire un quadro generale sulla costruzione, in modo da poter definire delle solide basi per le trattazioni di analisi strutturali che seguiranno. Per un'analisi più specifica ed estesa si veda la tesi di laurea di L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive per la valutazione di alcuni aspetti caratterizzanti l'evoluzione storica e gli interventi pregressi della Cappella degli Scrovegni*, attività svolta parallelamente a quella della presente tesi.

2.1. INSERIMENTO DEL FABBRICATO NEL CONTESTO CITTADINO

L'edificio si trova nella zona centro-settentrionale del Comune di Padova, alle porte dell'antica città, a stretto contatto con il torrione dell'Arena; più precisamente è collocato all'interno dei giardini dell'Arena, delimitati dalle mura storiche che si affacciano sul canale Piovego. La Cappella degli Scrovegni si trova in un punto strategico ed è facilmente raggiungibile: è sita a metà di Corso Garibaldi, importante via che collega direttamente la stazione ferroviaria sia al centro cittadino. Proseguendo verso sud lungo questo asse viario si incontrano infatti i principali monumenti che caratterizzano, insieme alla Cappella degli Scrovegni, la città: Palazzo Cavalli, il Pedrocchi, il Bo, Palazzo Moroni, Palazzo della Ragione, le Piazze e il Duomo. Seguendo invece il corso del fiume Piovego, verso est, è possibile raggiungere il polo universitario scientifico e quello ospedaliero. La chiesetta è meta del turismo mondiale, fa parte del complesso Arena-Eremitani: sorgono infatti nelle imminenti vicinanze la chiesa, il Museo Civico e i resti dell'anfiteatro romano.



Fig. 2.1. Inquadramento urbano della Cappella degli Scrovegni.

2.2. INQUADRAMENTO SISMICO DELL'AREA¹

2.2.1. Rischio sismico

La sismicità è una caratteristica fisica del territorio e indica la frequenza e la forza con cui si manifestano i terremoti. Il rischio sismico comprende sia la probabilità di avvenimento di un evento e sia le conseguenze dello stesso: esprime quindi una valutazione del danno atteso in un dato intervallo di tempo, in base alla sismicità, alle caratteristiche di resistenza delle costruzioni e all'antropizzazione dell'area.

Esso è determinato dalla combinazione di più fattori: pericolosità, vulnerabilità e esposizione del territorio.

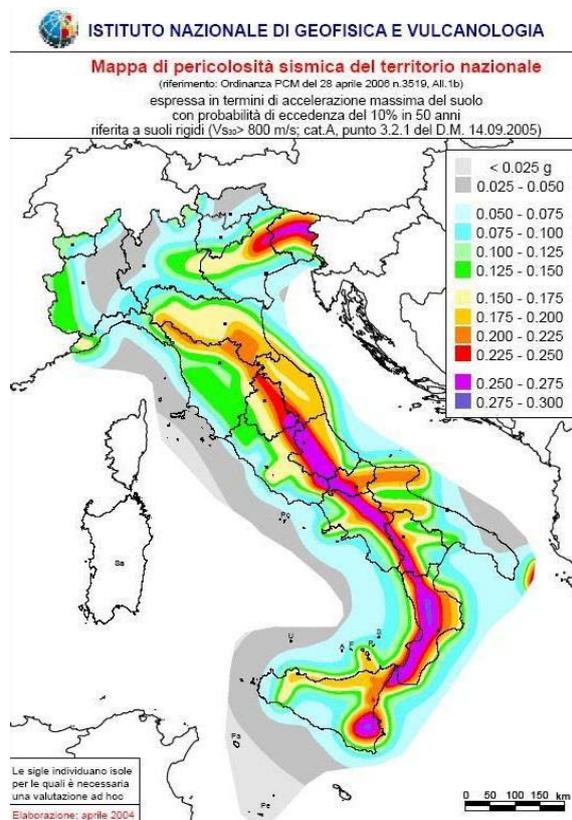


Fig. 2.2. Mapa di pericolosità sismica del territorio nazionale. (www.protezionecivile.gov.it)

¹ www.protezionecivile.gov.it, visitato in data 5/11/2014.

La pericolosità sismica: dipende dalla sismicità del territorio ed è rappresentata dalla frequenza e dalla forza dei terremoti che lo hanno caratterizzato; in particolare misura la probabilità che in una data area e in un certo intervallo di tempo si verifichi un terremoto che superi una certa soglia d'intensità, di magnitudo o di accelerazione di picco. Dipende dal tipo di sisma, dalla distanza dall'epicentro e dalle condizioni geomorfologiche ma non dal costruito; gli studi di pericolosità vengono utilizzati anche nelle analisi di sito per localizzare opere critiche dal punto di vista del rischio, della sicurezza e dell'importanza strategica.

La vulnerabilità sismica: è la propensione di una struttura a subire un danno di un determinato livello, a fronte di un evento sismico di una data intensità. Quanto più un edificio è vulnerabile (per tipologia, progettazione inadeguata, scadente qualità dei materiali e modalità di costruzione, scarsa manutenzione), tanto maggiori saranno le conseguenze².

L'esposizione: misura l'importanza dell'oggetto esposto al rischio in relazione alle caratteristiche ambientali; individua gli elementi componenti il territorio o la città, il cui stato, comportamento e sviluppo può venire alterato dall'evento sismico (il sistema insediativo, la popolazione, le attività economiche, i monumenti). Importante è dunque considerare anche i fenomeni indotti dal terremoto, oltre ai danni non strutturali degli edifici.

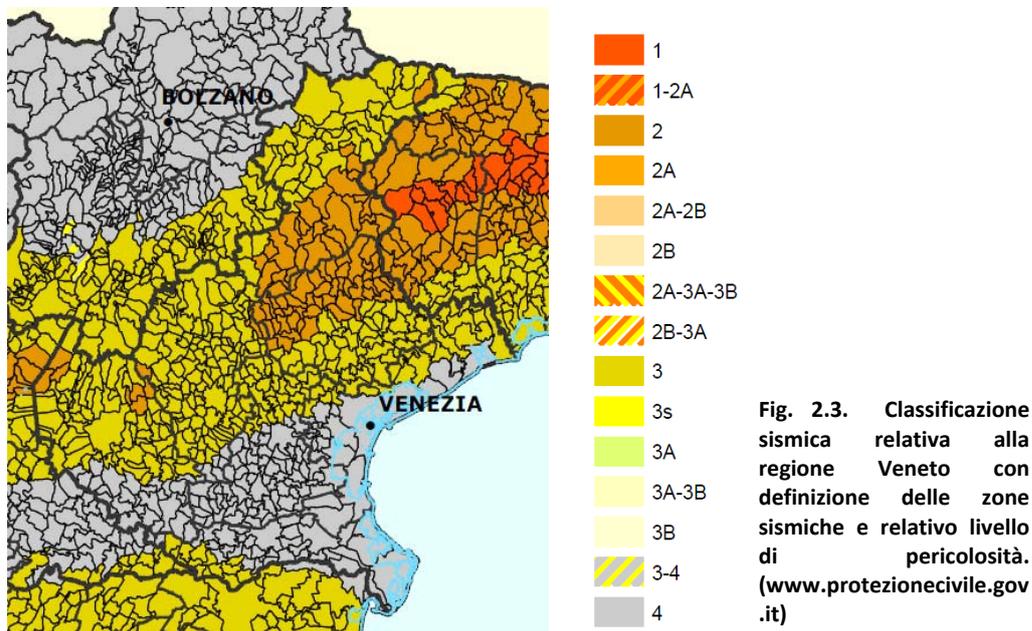
2.2.2. Storia sismica dell'area

Si riporta nello specifico la storia sismica di Padova, per valutare gli eventi che potrebbero aver interessato il sito e il monumento presi in considerazione.

L'Italia ha una pericolosità sismica medio-alta (per frequenza e intensità dei fenomeni), una vulnerabilità molto elevata (per fragilità del patrimonio edilizio, infrastrutturale, industriale, produttivo e dei servizi) e un'esposizione altissima (per densità abitativa e presenza di un patrimonio storico, artistico e monumentale unico al mondo). Si riporta la mappa di classificazione sismica relativa alla regione Veneto aggiornata a giugno 2012 (Fig. 2.3); Padova è definita dal colore grigio, indice di zona 4: rispetto le altre

² Si veda il cap. 7. Analisi strutturale dei macroelementi e cinematismi.

aree è la meno pericolosa e caratterizzata da rari terremoti, l'accelerazione con probabilità di superamento pari al 10% in 50 anni è $a_g \leq 0,05$.



Per quanto riguarda nello specifico la storia sismica della città di Padova³, riportiamo in tabella un elenco degli eventi sismici che hanno caratterizzato il territorio dal 1117 d.C. al 2004 (Fig. 1.8). A ciascun evento sono associate:

- intensità percepita nel luogo esaminato I (MCS);
- data;
- ora;
- posizione epicentro A_x ;
- N_p ;
- intensità epicentrale I_0 ;
- parametri epicentrali M_w .

³ www.emidius.mi.ingv.it. Evidenziati in rosso i terremoti con epicentro in Padova, in verde invece i terremoti di cui c'è testimonianza storica riferita a dirette conseguenze subite dalla Cappella degli Scrovegni; si veda paragrafo 2.3. Cenni storici.

Seismic history of Padova [45.407, 11.876] Total number of earthquakes: 146						
Effects	Earthquake occurred					
I [MCS]	Data	Ora	Ax	Np	Io	Mw
8	3/1/1117	15:15	Veronese	55	9-10	6.69±0.20
6	25/12/1222	12:30	Basso Bresciano	18	7-8	5.84±0.56
5	4/11/1268		Trevigiano	4	7-8	5.35±0.34
7	25/1/1348	15:30	Carinzia	58	9-10	7.02±0.18
5	4/3/1365		Ferrara	4	5	4.79±0.72
5-6	1/9/1485		Padova	4	5	4.30±0.87
5	31/12/1504	04:00	Bolognese	15		
6-7	26/3/1511	14:40	Slovenia	66	9	6.98±0.17
5	28/3/1511	12:15	Slovenia	8		
7	25/2/1695	05:30	Asolano	82	10	6.48±0.18
5	31/3/1717		Padova	1	5	4.30±0.34
4-5	25/5/1780		Ravenna	5	5-6	4.51±0.34
4-5	4/8/1789		Tramonti	5	4-5	4.09±0.34
5	7/6/1794	00:45	Prealpi carniche	19	8-9	6.04±0.57
5	22/10/1796	04:00	Emilia orientale	27	7	5.61±0.36
4-5	12/2/1806		Novellara	28	7	5.19±0.39
4-5	15/7/1811	22:44	Sassuolo	21	6-7	5.25±0.40
4-5	15/6/1836	02:30	Bassano	26	8	5.50±0.32
5	29/6/1873	03:58	Bellunese	199	9-10	6.32±0.11
4-5	17/3/1875	23:51	Romagna sud-orientale	144		5.93±0.16
5	26/2/1885	20:48	Scandiano	78	6	5.19±0.15
5-6	29/12/1885		Vittorio Veneto	47	6	5.18±0.19
5-6	30/10/1901	14:49:58	Salò	190	8	5.70±0.10
5	13/1/1909	00:45	Bassa Padana	799	6-7	5.53±0.09
5	27/10/1914	09:22:36	Garfagnana	618	7	5.76±0.09
4-5	7/9/1920	05:55:40	Garfagnana	756	10	6.48±0.09
5	1/1/1926	18:04:06	Slovenia	63	7-8	5.85±0.18
4-5	20/4/1929	01:09:46	Bolognese	109	7	5.34±0.13
5	18/10/1939	03:10:12	Bosco Canaglio	267	9	6.12±0.09
5	30/12/1967	04:19:20	Bassa Padovana	40	6	5.24±0.19
4-5	15/7/1971	01:33:20	Parmense	229	8	5.64±0.09
5-6	6/5/1976	20:00:12	Friuli	770	9-10	6.46±0.09
5	11/9/1976	16:35:02	Friuli	40		5.63±0.09
6	15/9/1976	03:21:19	Friuli	54		5.96±0.15
5	13/9/1989	21:54:01	Pasubio	779	6-7	4.88±0.09
4-5	24/11/2004	22:59:38	Lago di Garda	176	7-8	5.06±0.09

Fig. 2.4. Tabella riassuntiva della storia sismica di Padova. (www.emidius.mi.ingv.it)

2.3. CENNI STORICI

Viene qui riportata la ricostruzione grafica dell'evoluzione storica dell'area dell'Arena - Eremitani e dell'edificio stesso della Cappella degli Scrovegni al fine di fornire un'interpretazione immediata e lineare dell'evoluzione del complesso. Tutte le schematizzazioni seguiranno la seguente legenda:

- Nuova Costruzione
- Demolizione
- Costruito

60 – 70 d.C.



Fig. 2.5. Rappresentazione grafica dell'Arena.



Fig. 2.6. Planimetria degli scavi eseguiti dall'anno 1880 al 1907, B. BONETTI, *Studi intorno l'Anfiteatro Romano di Padova*, in «Atti e memorie delle Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova», XXXII, Dispensa IV degli *Atti e memorie*, tav. I, 1916.

La costruzione dell'anfiteatro romano, denominato l'Arena di Padova, avvenne tra il 60 ed il 70 d.C.; fino al V secolo d.C. fu sede di spettacoli: seguì un periodo di abbandono derivante dalla decadenza della città a cui concorsero inoltre i terremoti degli anni 1117 e 1222 e alcuni incendi, in particolare quello del 1174. Con la ripresa della città alla fine del XII secolo, anche l'area dell'Arena vide una rinascita e venne definitivamente privatizzata con l'acquisto da parte della famiglia Dalesmanini. I volumi sopra illustrati sono stati realizzati basandosi sulla planimetria degli scavi archeologici effettuati nell'area tra il 1880 ed il 1907: si possono infatti individuare le serie di muri che costituivano l'originario anfiteatro.

VI – VII secolo d.C.



Fig. 2.7. Rappresentazione grafica dell’Arena e della chiesa dei santi Filippo e Giacomo.

Tra il VI-VII sec. d.C. vennero distrutti due dei circuiti murari dell’Arena, nello specifico quelli interni. La famiglia Dalesmanini provvide al restauro dell’anello murario rimasto trasformando gli antichi muri romani in una nuova fortezza più solida per proteggere l’abitazione. Nel Duecento i Padri Eremitani insediarono il loro convento occupando terreni collocati a sud est dell’Arena e destinando parte dei muri romani a convento.

Da 1250 ca. sino al 1299



Fig. 2.8. Rappresentazione grafica dell’Arena e della chiesa dei santi Filippo e Giacomo e del convento degli Eremitani addossata stessa.

A partire dalla seconda metà del Duecento iniziarono i lavori di costruzione del monastero degli Eremitani affiancato alla chiesa dei santi Filippo e Giacomo; la prima carta di Padova che riportò tale situazione fu la *Veduta di Padova* di Giuseppe Viola Zanini del 1599.

1300

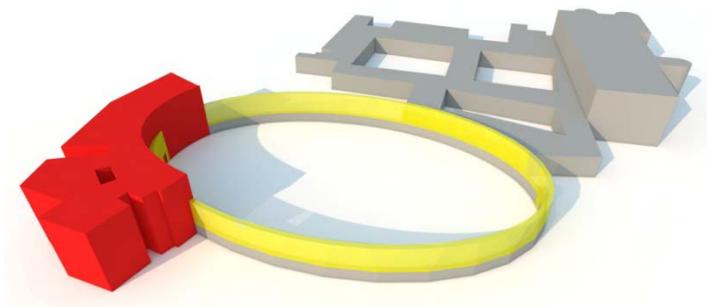


Fig. 2.9. Rappresentazione grafica del Palazzo degli Scrovegni.

II

6 febbraio del 1300 il complesso venne poi venduto dalla famiglia Dalesmanini a Enrico Scrovegni che edificò la sua residenza con facciata concava, lungo il margine nord dell'anello romano.

1302

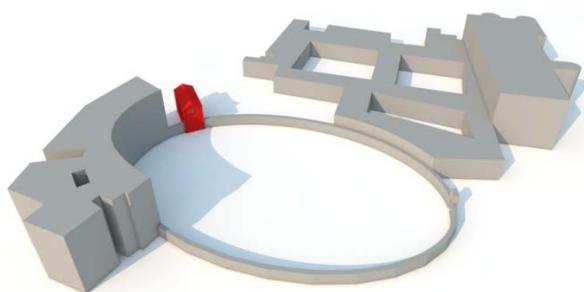


Fig. 2.10. Rappresentazione grafica della Cappella degli Scrovegni.

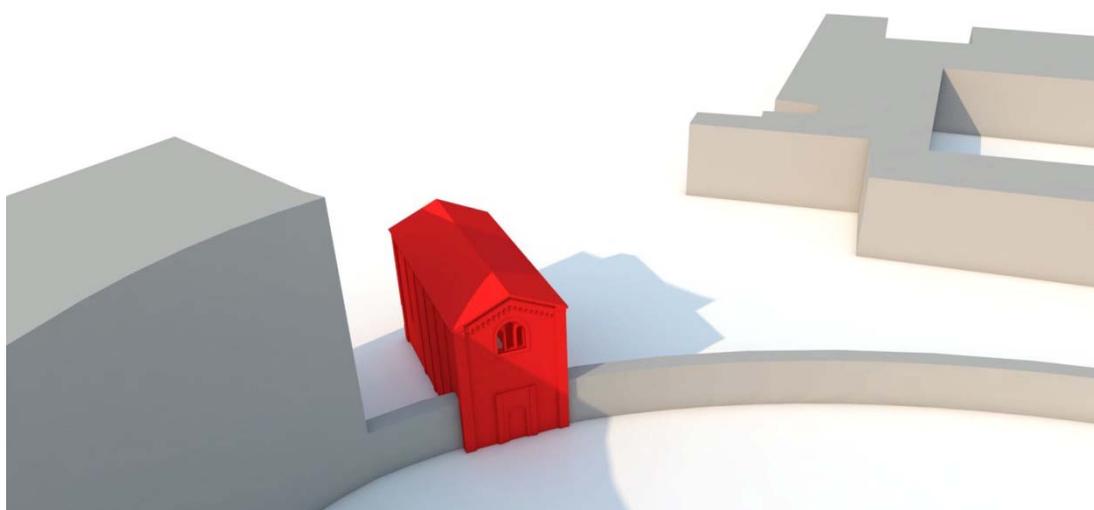


Fig. 2.11. Rappresentazione grafica della Cappella degli Scrovegni, inizialmente costituita solo dalla navata.

3 marzo 1302: posa della prima pietra di costruzione della Cappella degli Scrovegni; il corpo di fabbrica primario era quello della sola navata. Sono invece ignote le vicende

costruttive legate alla cripta: non sono certe le motivazioni alla base della sua costruzione né se questa sia avvenuta antecedentemente quella della navata.

Dal 1303

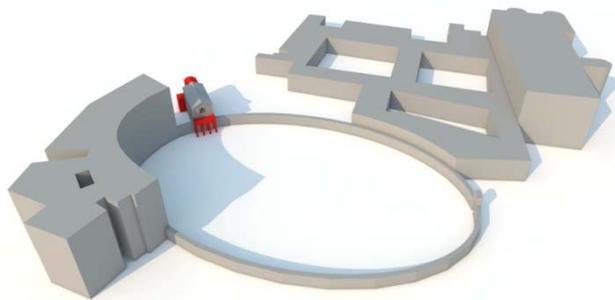


Fig. 2.12. Rappresentazione grafica della Cappella Scrovegni.

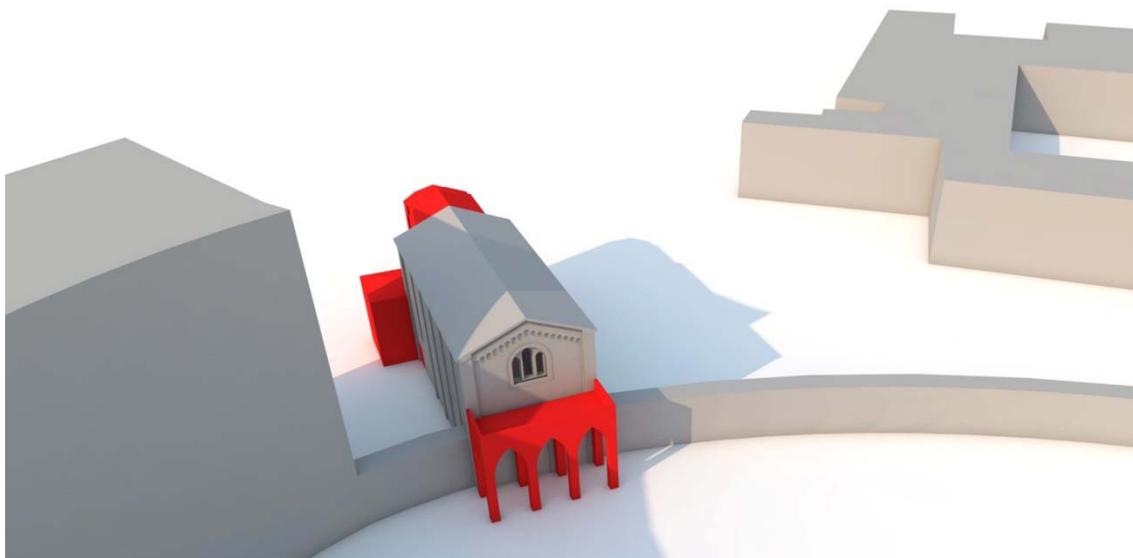


Fig. 2.13. Rappresentazione grafica della Cappella degli Scrovegni, costruzione dell'abside, del portico e della piccola sacrestia.

Tra il 1303-1305 venne costruita l'abside. In un periodo non preciso tra il 1305 ed il 1421 venne costruito il portico antistante la facciata principale. Venne edificata anche una piccola sacrestia, laterale rispetto la parete di nord-ovest, di cui è noto solamente che l'edificazione sia avvenuta prima del Cinquecento. La Cappella degli Scrovegni è oggi universalmente nota per i preziosi affreschi dipinti dal maestro Giotto di Bondone, negli anni compresi presumibilmente tra il 1304 ed il 1310.

Cinquecento

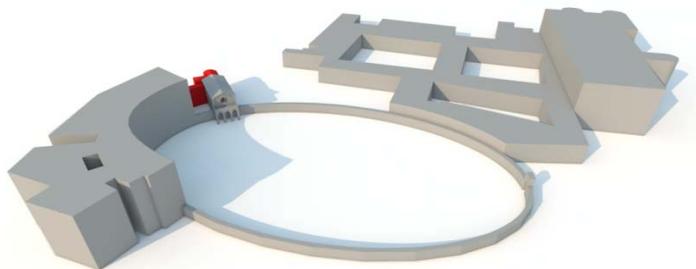


Fig. 2.14. Rappresentazione grafica della Cappella Scrovegni.

La costruzione della loggia soprastante la sacrestia risale al Cinquecento. Il collegamento tra il Palazzo e la Cappella fu sicuramente postumo a questo avvenimento poiché l'accesso al collegamento era effettuato proprio tramite la loggia.

1784 - 1815

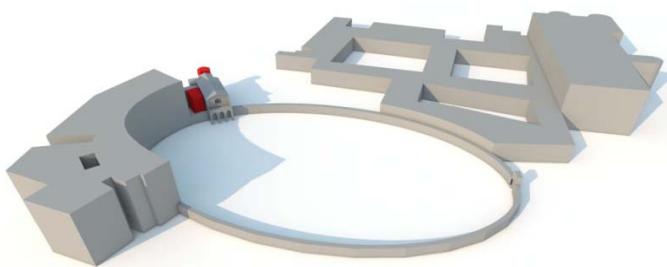


Fig. 2.15. Rappresentazione grafica della Cappella Scrovegni.



Fig. 2.16. Rappresentazione grafica della Cappella degli Scrovegni, costruzione della loggia soprastante la sacrestia e della torretta soprastante l'abside.

Una seconda porzione di collegamento al Palazzo venne edificata a cavallo tra il 1784 ed il 1815, anno di redazione del catasto Napoleonico in cui si può osservare questa

nuova porzione. Nel XVIII sec. venne realizzata anche la torretta soprastante l'abside. In questo periodo l'edificio ed il vicino palazzo, ora di proprietà della famiglia Gradenigo che aveva ereditato l'intero complesso dalla famiglia Foscari, che a sua volta l'aveva acquistato a metà del Quattrocento, vevano in una situazione di grave degrado.

1817

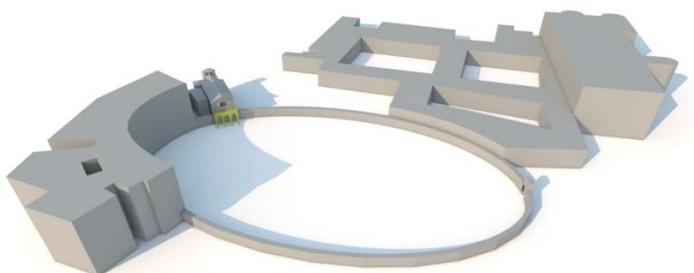


Fig. 2.17. Rappresentazione grafica della Cappella Scrovegni.

La grave situazione di degrado si esplica nel modo peggiore con il crollo del portico antistante la facciata principale nel 1817.

1827 - 1834

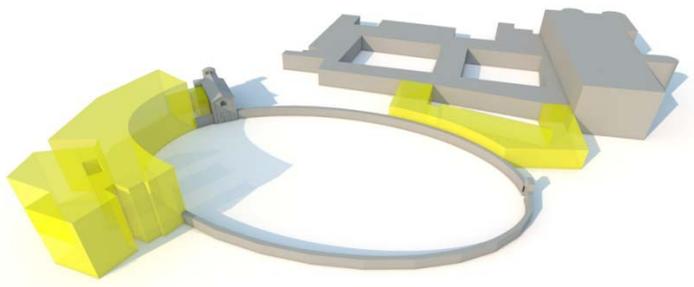


Fig. 2.18. Rappresentazione grafica della Cappella Scrovegni.

Tra il 1827 ed il 1834 la famiglia Gradenigo portò a termine la demolizione del Palazzo e delle porzioni direttamente comunicanti con la Cappella, causando così forti preoccupazioni riguardo la salvaguardia del prezioso bene culturale.

1831 - 1837

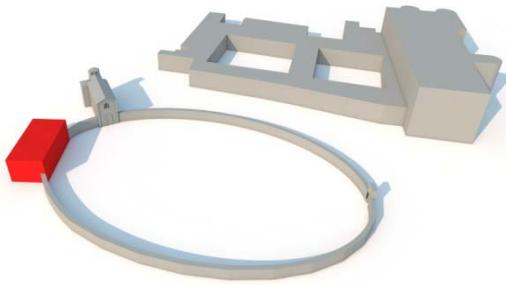


Fig. 2.19. Rappresentazione grafica dell'edificazione della Casa del Custode.

Tra il 1831 ed il 1837 avviene la costruzione della *Casa del Custode* in vece del Palazzo ormai demolito di cui in parte ne vengono utilizzati i materiali. Dopo il 1858 la famiglia Gradenigo si rende finalmente disponibile a vendere la proprietà al Comune di Padova (che da trent'anni tentava l'impresa), il quale, anche se non ancora formalmente proprietario, istituirà nel 1867 una Commissione, presieduta da Pietro Selvatico, con l'obiettivo di programmare e attuare studi preliminari finalizzati all'intervento di restauro delle murature e delle decorazioni pittoriche, sintomo quindi di come ci fosse un grande interesse da parte del Comune per la conservazione e la salvaguardia del bene culturale. Dopo sessant'anni di trattativa continua, nel 1880 la proprietà della Cappella degli Scrovegni passò al Comune di Padova per mano dell'assessore e sindaco Antonio Tolomei per 54.973 lire, anno che segnò l'inizio di scavi archeologici e indagini conoscitive al fine di avere una maggior conoscenza del sito e garantire la conservazione del complesso – Arena e Cappella – negli anni.

1906

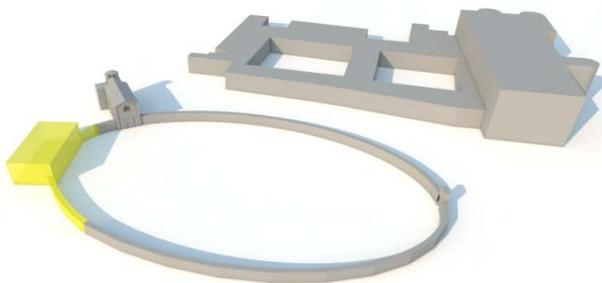


Fig. 2.20. Rappresentazione grafica della demolizione della Casa del Custode.

Nel 1906 viene demolita la “casa del custode” per la creazione del nuovo giardino pubblico.

Oggi

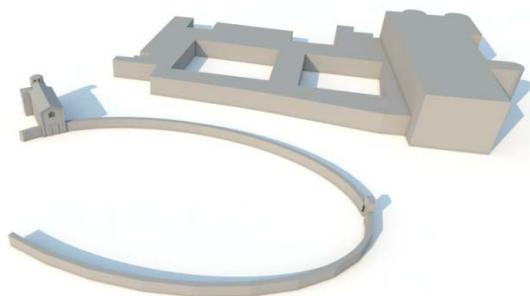
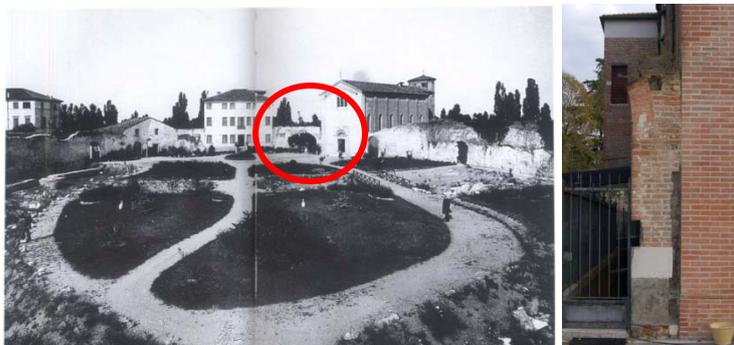


Fig. 2.21. Rappresentazione grafica della situazione attuale del complesso Arena – Cappella degli Scrovegni – Chiostro e chiesa degli Eremitani.

L'immagine soprastante riporta la situazione dell'area oggigiorno.

2.4. INTERVENTI DI RESTAURO

La storia edilizia più approfondita e documentata relativa alle strutture architettoniche della Cappella degli Scrovegni ha inizio nel 1817 quando venne registrato il crollo del portico antistante la facciata della Cappella e prosegue con la successiva demolizione dell'attiguo Palazzo Foscari-Gradenigo: non è infatti possibile ricostruire precisamente le precedenti vicende edilizie riguardanti la Cappella in quanto non documentate o incerte. Un primo interesse da parte del Comune di Padova nei confronti del valore artistico della Cappella si ebbe tra il 1818 e il 1819 con una richiesta da parte del Podestà ai Gradenigo, in cui si chiedeva di acquisire l'oratorio per intervenire ai necessari restauri degli affreschi in quanto erano già stati segnalati dei guasti provocati alla facciata dal crollo del portico e la mancata risarcitura della breccia d'innesto tra la parete settentrionale della Cappella e l'arco (Figg. 2.22 – 2.23) delle vicine murature del Palazzo Foscari che nel frattempo era stato quasi totalmente demolito.



Figg. 2.22-2.23. L'immagine (sinistra) ritrae la situazione del complesso dell' Arena nel 1904 circa: si può vedere evidenziato nel cerchio il muro del Palazzo Foscari (che a sua volta aveva inglobato le murature dell'Arena) che congiunge tramite un arco la Cappella all'allora Casa del Custode; ZAMPIERI, *La Cappella degli Scrovegni*, cit., pp. 32-33, Fig. 21. La ripresa fotografica (destra)effettuata il 20 novembre 2014, mostra la situazione attuale dell'arco che una volta collegava la Cappella al Palazzo Foscari.

L'attenzione da parte dell'Amministrazione riguardo la salvaguardia dell'edificio si fece nel frattempo sempre più pressante e nel 1857 furono avviati i primissimi interventi di

restauro e manutenzione in seguito alla segnalata presenza di lesioni createsi tra la volta e la parete di facciata successivamente al crollo del portico, alla demolizione del palazzo e a possibili sollecitazioni provocate da un sisma del 1850 con epicentro nelle Alpi Bellunesi. Nel 1867 si evidenziò poi una grande lesione all'intradosso della volta in corrispondenza della chiave, ma anche fenditure nel muro sia sopra l'arco che nell'abside. Tre anni più tardi nel 1870 Pietro Selvatico segnala la presenza di una grossa catena in ferro collocata in un tempo non precisato sopra la volta del presbiterio (Fig.2.24), collocata a sua detta per far fronte alle fessurazioni dovute probabilmente ad un cedimento fondale o ad un errore di costruzione. Nel 1871 venne ulteriormente segnalata una preoccupante fessurazione dello stesso arco che viene quindi puntellato (Fig. 2.25); nello stesso anno inoltre una perizia descrive come fossero presenti ulteriori lesioni alla chiave e all'imposta della volta.



Fig. 2.24. Nella ripresa fotografica effettuata il 26 gennaio 2015 nell'ambiente soprastante il presbiterio, si può vedere la catena segnalata da Selvatico nel 1870.



Fig. 2.25. Nell'immagine si vede come l'arco trionfale sia puntellato da una struttura lignea a contrastare la pericolosa lesione. Biblioteca Civica di Padova, XXXVI.

La Cappella ha inoltre da sempre dovuto convivere con frequenti inondazioni causate dal vicino fiume Piovego: tra il 1857 e il 1880 vennero segnalati costanti allagamenti all'interno della cripta tra i 35 e i 70 cm come riportato nella relazione del 1857 della Commissione Municipale Bisacco, Trevisan e Gradenigo in cui si denuncia la necessità di un intervento volto alla realizzazione di un sistema di raccolta e smaltimento delle acque e un innalzamento della soglia di modo che le acque non potessero penetrare nell'ambiente sotterraneo.

2.4.1 I lavori condotti dal Comune di Padova dal 1880 a inizio '900

Nel 1880 grazie all'intervento del Comune, divenuto proprietario dell'area, fu possibile studiare in modo maggiormente approfondito il complesso dell'Arena e iniziare quindi le relative attività di restauro anche delle strutture. I lavori riguardarono principalmente il risarcimento di fessure storiche generatesi sopra l'arco trionfale posto tra navata e presbiterio, in chiave alla volta a botte della navata, tra le pareti del presbiterio e dell'abside (di cui venne rifatta anche la volta); venne inoltre inserita una catena di ferro all'interno della muratura soprastante l'arcone e riparata quella reggispinta della navata più prossima ad esso. Nel 1906, insieme alla demolizione della *Casa del Custode*, venne demolito quasi totalmente il muro che la collegava alla Cappella (Figg. 2.22-2.23).

Il 1909 fu l'anno in cui avvenne la demolizione del solaio ligneo del locale soprastante il presbiterio sostituito con uno nuovo composto da travi, tavole e tavelle. Le tracce del vecchio solaio in legno si possono osservare ancora oggi.



Fig. 2.26. Nella ripresa fotografica, eseguita il 24 ottobre 2014, si può notare come, ancora oggi, siano visibili i fori rimasti nel muro dovuti alla presenza un tempo delle travi del solaio ligneo.



Fig. 2.27. Nella ripresa fotografica, eseguita il 24 ottobre 2014, si può notare come, ancora oggi, siano visibili i fori rimasti nel muro dovuti alla presenza un tempo delle travi del solaio ligneo.

2.4.2 Dal 1936 al 1956

Nell'anno successivo al terremoto del Friuli del 18 Ottobre 1936, si eseguirono interventi di consolidamento volti ad arginare i cedimenti del lato sud-est a causa dei quali si erano manifestate lesioni diagonali in tutta l'altezza. Venne consolidata la volta della cripta nel punto di contatto con la parete sud mediante l'inserimento di tre catene rivestite da travi lignee di incatenamento posizionate trasversalmente tra i muri longitudinali interrati; si procedette inoltre alla riparazione con iniezioni di cemento

liquido nella ricorrente fessura presente nell'arco trionfale. Nel 1937 venne portato a termine il lungo restauro della fessura longitudinale della volta, cominciato circa 60 anni prima. Nel 1940, in seguito allo scoppio della Seconda Guerra Mondiale, si provvide a erigere delle opere di rinforzo interno per aumentare le capacità di resistenza delle pareti soprastanti la cripta e della sua volta, al fine di sostenere le opere provvisorie di protezione antiaerea: il primo intervento fu quello di inserire nell'ex *cenobio* otto setti murari (Fig. 2.28) disposti trasversalmente alle pareti longitudinali, separati superiormente dalla volta a botte ribassata con cartoni catramati, ancora oggi presenti addossati alle pareti laterali e alle volte, con esse ormai oggi probabilmente interagenti.

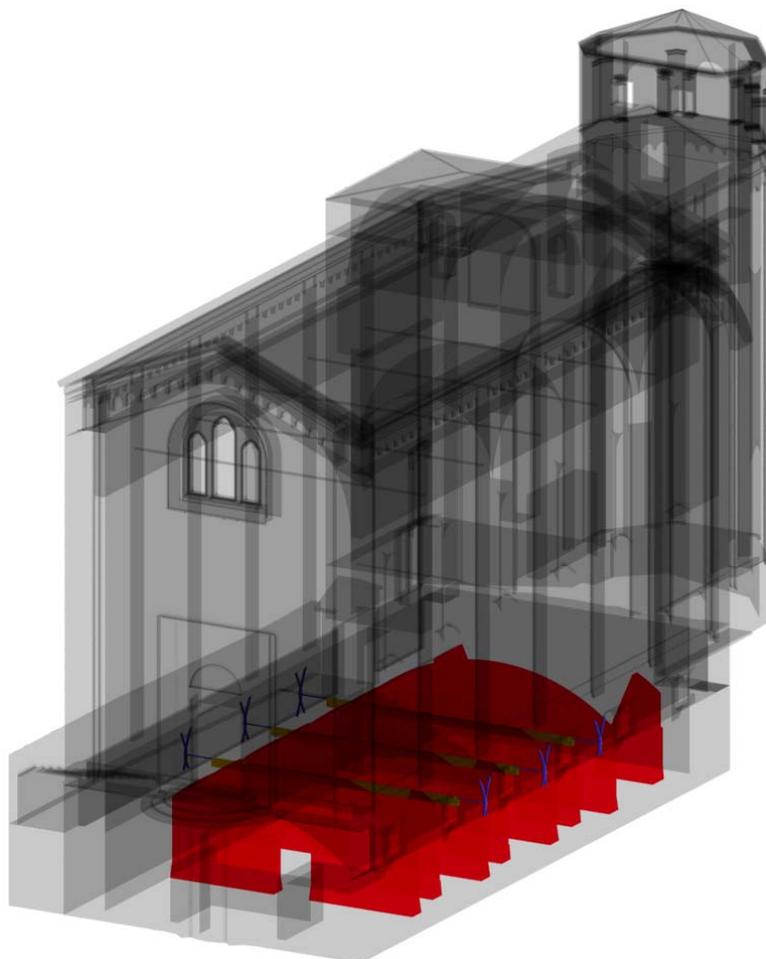


Fig. 2.28. Nell'immagine viene rappresentato il consolidamento effettuato nel 1937 alla volta della cripta in seguito al sisma dello stesso anno: nel punto di contatto con le pareti vengono inserite tre catene rivestite da travi lignee posizionate trasversalmente tra i muri longitudinali seminterrati. Inoltre sono illustrati le opere di rinforzo all'interno della cripta realizzate nel 1940 per aumentare la capacità di resistenza della muratura della Cappella: vennero introdotti otto contrafforti disposti trasversalmente alle pareti longitudinali, non a contatto con la volta a botte ribassata e le pareti laterali ma separati da queste con cartoni catramati.

Nell'immediato dopoguerra venne effettuata una ricognizione sullo stato di salute della Cappella: si poté notare un allargamento della fenditura nella parte sommitale del *Giudizio Universale* che segue lo spigolo di connessione tra la volta e la parete

longitudinale sud prolungandosi per tre metri lungo la stessa attraversando diagonalmente gli affreschi del riquadro superiore più vicini al muro di facciata. Si notò inoltre l'allargamento di antiche lesioni della controfacciata vicine alla trifora: data la preoccupante presenza di tali fessure, nel 1949 si procedette all'applicazione di spie per monitorare l'allargamento che si aggravò a partire dal 1956.

2.4.3 Interventi degli anni Cinquanta

Nel 1957 si procedette all'inserimento di tre catene nella facciata per impedire o limitare la prosecuzione delle lesioni (Figg. 2.29 – 2.30) studiate durante le campagne diagnostiche effettuate nel 1953 e nel 1956 che evidenziarono l'apertura di nuove fessurazioni lungo le linee di chiave e di imposta della volta, l'allargamento di vecchie lesioni nell'abside, nella sacrestia e nella loggia.



Fig. 2.29. La lesione tra volta e parete di facciata rilevata nel 1960 vicino alla stuccatura eseguita nel 1957, FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., Fig. 2.



Fig. 2.30. Le lesioni all'intradosso della chiave della volta aumentate di numero e grandezza nel 1960 rispetto a quelle rilevate nel 1871; FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., Fig. 3.

Le catene, inserite nello spessore della muratura, furono poste nello spazio compreso tra il *bancale* della finestra di facciata e l'architrave della porta d'ingresso.

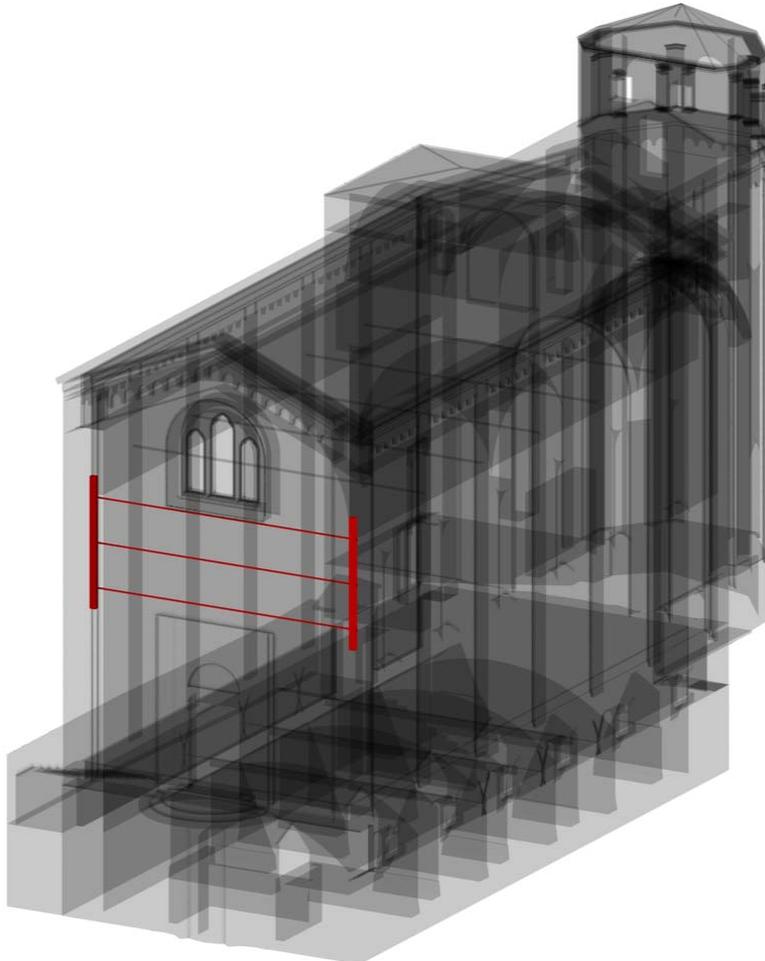


Fig. 2.31. Nell'immagine è raffigurato l'intervento del 1957 alla facciata che, a causa della presenza di pericolose lesioni diagonali, venne consolidata grazie all'inserimento di tre catene metalliche all'interno dello spessore della parete muraria della facciata, site nello spazio compreso tra il portone d'ingresso e la trifora soprastante, al fine di impedire o limitare la prosecuzione delle lesioni evidenziate nelle campagne diagnostiche del 1953 e 1956.

Nello stesso anno si procedette alla risarcitura delle ricorrenti lesioni presenti alla chiave e all'imposta della volta.

2.4.4 Interventi degli anni Sessanta

A causa dell'aggravarsi delle lesioni delle strutture murarie e per la necessità di provvedere alla sostituzione del gravoso tetto in legno ormai deteriorato, il Comune di Padova, oltre ad alcuni provvedimenti precauzionali, visto l'immenso valore degli affreschi e la delicatezza dei possibili problemi statici, nell'aprile 1962 richiese la partecipazione dell'ingegnere Giorgio Fabbri Colabich, dell'architetto Mario Guidotto, del professore Giovanni Paccagnini e dell'ingegnere Giannantonio Saccomani nella

progettazione degli interventi di consolidamento e salvaguardia che avrebbero dovuto interessare l'edificio.

2.4.4.1 Sostituzione del tetto

Le vecchie lesioni lungo le linee di chiave e di imposta della volta si accentuarono ulteriormente nel 1960 probabilmente a causa della progressiva rottura delle catene presenti in navata e forse anche per le notevoli escursioni della falda freatica conseguenti ai lavori compiuti nel fiume Bacchiglione per estromettere le piene dal centro urbano; nello stesso anno, si evidenziarono ulteriori cedimenti del tetto causati dalla vetustà e da degrado delle strutture lignee. Il progetto prevedeva leggere capriate metalliche con semplici appoggi agli estremi al di sopra dei muri perimetrali con il triplice vantaggio di eliminare la spinta dei puntoni lignei del tetto sui muri stessi, di liberare la volta a botte dal peso della copertura stessa ed infine di diminuire la spinta della volta sui muri e di conseguenza la riduzione del tiro delle cinque catene in ferro della navata.



Fig. 2.32. La vecchia copertura di legno gravante sulla volta della Cappella; FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., Fig. 21.



Fig. 2.33. Rimozione della copertura in legno, trattino fotografia nel corso dei lavori 1961-63; MODENA, *Aspetti costruttivi e strutturali*, cit., p. 115, Fig. 15.

In sostituzione alle banchine di legno sulle quali poggiavano i vecchi puntoni lignei, fortemente degradate, si decise di gettare un cordolo in cemento armato con il duplice vantaggio di formare un appoggio per l'estremità delle capriate e di costituire una miglior distribuzione dei carichi che scaricano sulle strutture murarie perimetrali attraverso le nuove capriate metalliche.



Fig. 2.34. Il sollevamento di una nuova capriata metallica con il paranco scorrente sulla guida sostenuta dalle incavallature della tettoia provvisoria; **FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, I recenti lavori, cit., Fig. 23.**



Fig. 2.35. Una delle nuove capriate poste in opera; **FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, I recenti lavori, cit., Fig. 24.**

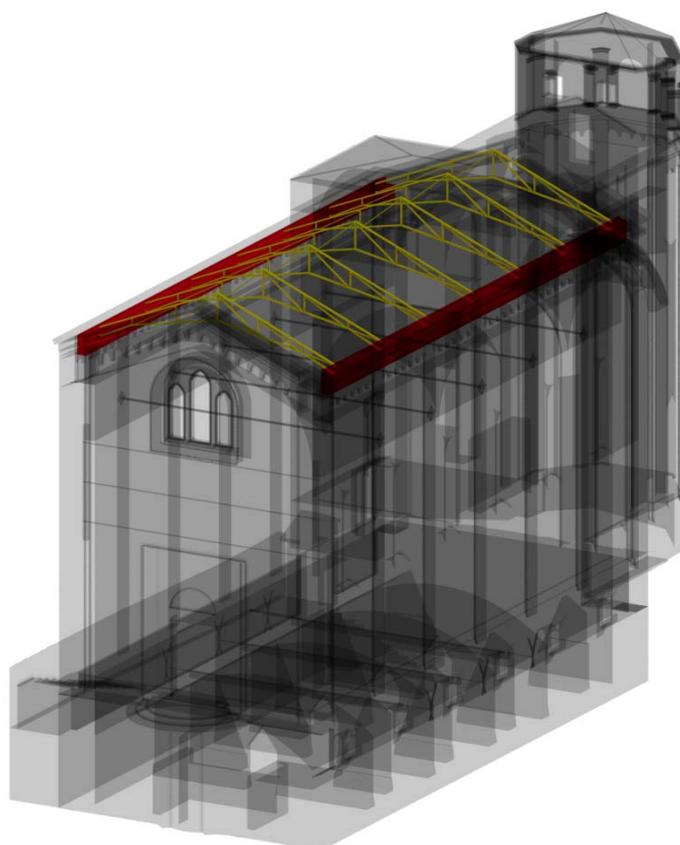


Fig. 2.36. Si vede l'intervento del 1963 alla copertura che consiste nell'introdurre 7 capriate metalliche che scaricano il loro peso e quello della copertura in tavelle, sostenuto da terzere, su di un cordolo in c.a. realizzato sopra la muratura storica.

2.4.4.2 Sostituzione e riparazione delle catene

Le indagini diagnostiche eseguite nel dicembre 1962 misero in luce una delicata situazione statica: la vecchia lesione lungo l'intradosso alla chiave della volta della navata si era allargata e inoltre nelle sezioni d'imposta, all'altezza delle catene, si notarono aumenti delle lesioni ed effetti di schiacciamento delle malte resi evidenti da

scrostature dell'intonaco dipinto (Figg. 2.37 – 2.38). Questi fenomeni indicarono l'inizio della classica forma di rottura della volta nelle sezioni di chiave e d'imposta, e non essendo questa stata assoggettata a nuovi carichi, si pensò che la causa fosse dovuta ad un cedimento o ad un degrado dei sistemi di ancoraggio delle catene o ad una rottura di queste.



Fig. 2.37. Riquadro del *Corteo Nuziale*, sollevamento dell'intonaco attorno alla catena trecentesca; FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., Fig. 9.



Fig. 2.38. In riferimento alla Fig. 3.15 si può vedere il foro in cui era collocata la catena trecentesca posta al limite del riquadro stesso, attorno al foro è visibile l'intonaco; FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., Fig. 11.

Dall'indagine sugli ancoraggi emerse la rottura delle prime quattro catene nella sezione d'attacco con il paletto in seguito alla rotazione dello stesso dovuta al degrado della trave di legno, le superfici di rottura risultarono opache ad indicare che il distacco risalisse a tempi precedenti; solo l'ultima, in corrispondenza dell'abside, risultò in tensione anche se l'esistenza di un coprigiunto doppio in prossimità della parete meridionale indicò la rottura e il successivo ripristino risalente al secolo precedente (1897). La constatazione della rottura delle catene fu una conferma delle ipotesi iniziali sulla condizione statica fortemente compromessa e una spiegazione riguardo l'aumento delle lesioni soprattutto per quanto riguarda quelle della volta. Si decise quindi, anche in seguito ad ulteriori analisi, di sostituire sia le vecchie catene ancorate sia gli ancoraggi con piastre a costole metalliche poste all'esterno della muratura in sostituzione ai poco efficaci paletti e alla trave in legno deteriorata prima citata la cui

sostituzione avrebbe richiesto un lungo e delicato lavoro di scuci cucì accompagnato al distacco di una buona parte di affreschi. Il 10 Giugno 1963 si procedette alla posa in tensione delle catene proseguendo per fasi successive, nell'ordine dalla 1 alla 5, non potendole mettere tutte contemporaneamente in tensione.



Fig. 2.39. Il paletto di ancoraggio di una delle catene trecentesche visto dal foro praticato all'esterno della parete; FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., Fig. 12.



Fig. 2.40. L'ancoraggio del paletto di una delle catene trecentesche costituito superiormente da una trave di legno e inferiormente da un blocco di trachite visibili dal foro praticato all'esterno della parete; FABBRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., Fig. 13.

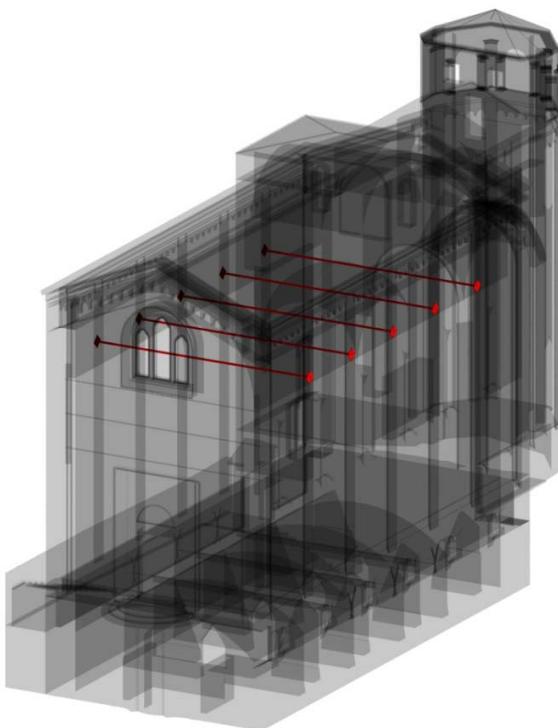


Fig. 2.41. L'immagine evidenzia le catene della navata interessate all'intervento di sostituzione delle stesse e dei relativi ancoraggi.

I lavori di restauro che seguirono a quelli degli anni Sessanta furono eseguiti solamente di eventi come il sisma del Friuli del 1976 che causò nuove lesioni all'intradosso della volta o in concomitanza delle nuove campagne di indagine svolte tra il 1977 ed il 1982.

2.5. CARATTERISTICHE ARCHITETTONICHE E STRUTTURALI

Vengono di seguito illustrate quelle caratteristiche architettoniche e strutturali della Cappella degli Scrovegni essenziali per la comprensione delle trattazioni che seguiranno, a proposito della modellazione e dell'analisi strutturale. Per i completi rilievi si dovrà infatti fare riferimento a L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive*.

2.5.1. Rilievo architettonico e fotografico

Verranno di seguito riportate le piante e le sezioni riguardanti il livello del piano terra e dei sottotetti. Le riprese fotografiche sono state effettuate nel novembre 2014.

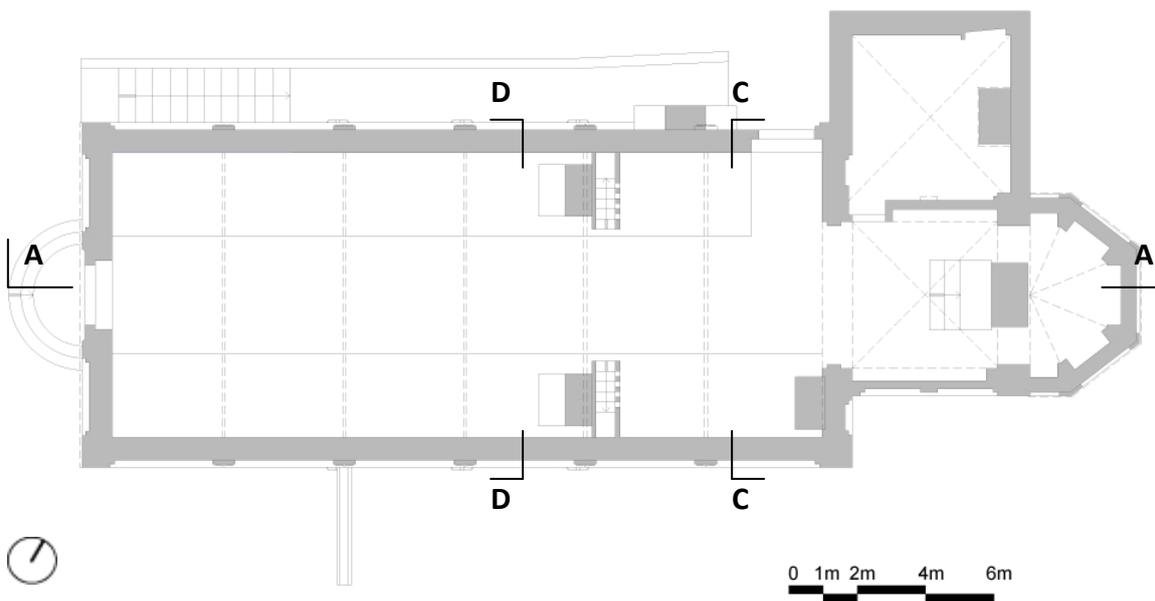


Fig. 2.42. Pianta (1 m).



Figg. 2.43-2.45 Nell'ordine da sinistra verso destra: la facciata, il prospetto nord e quello sud con parte del retro.

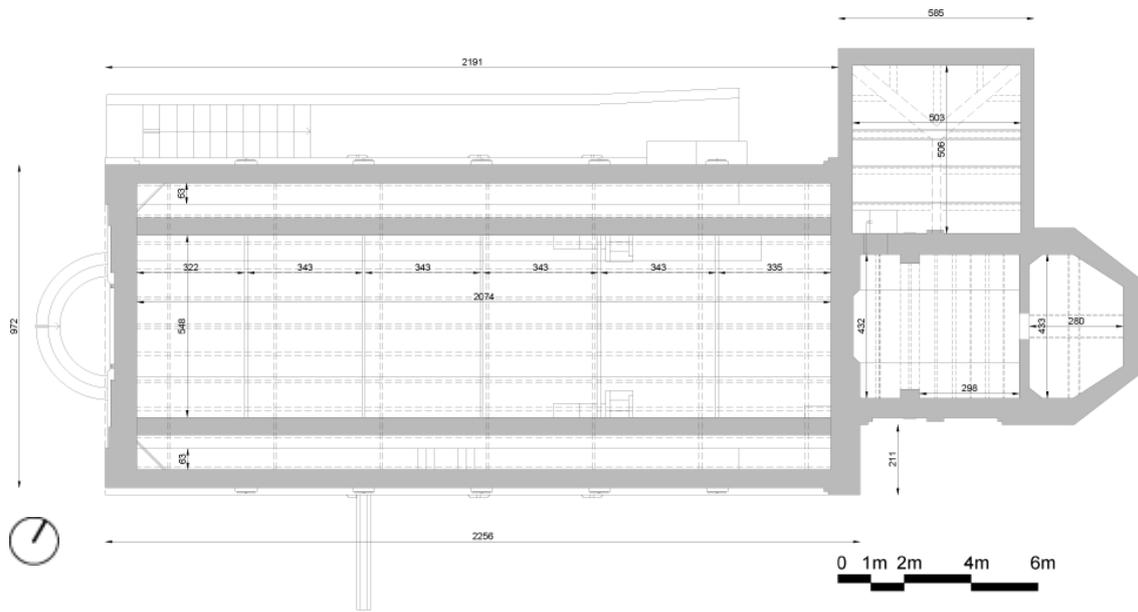


Fig. 2.46. Pianta sottotetti (11,6m).



Figg. 2.47-2.49. Nell'ordine da sinistra verso destra: sottotetto del presbiterio, della loggia e della navata.



Fig. 2.50. Prospetto sud-ovest

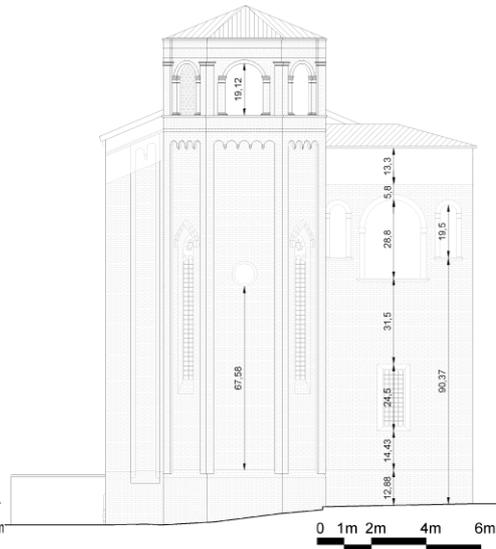


Fig. 2.51. Prospetto nord-est.

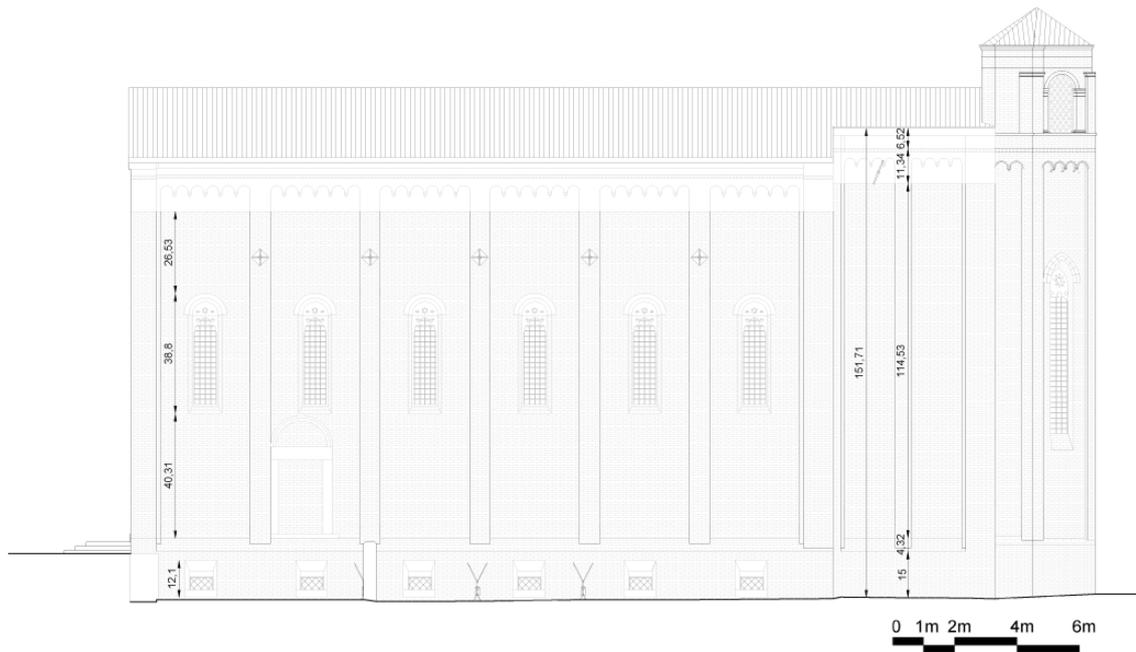


Fig. 2.52. Prospetto sud-est.

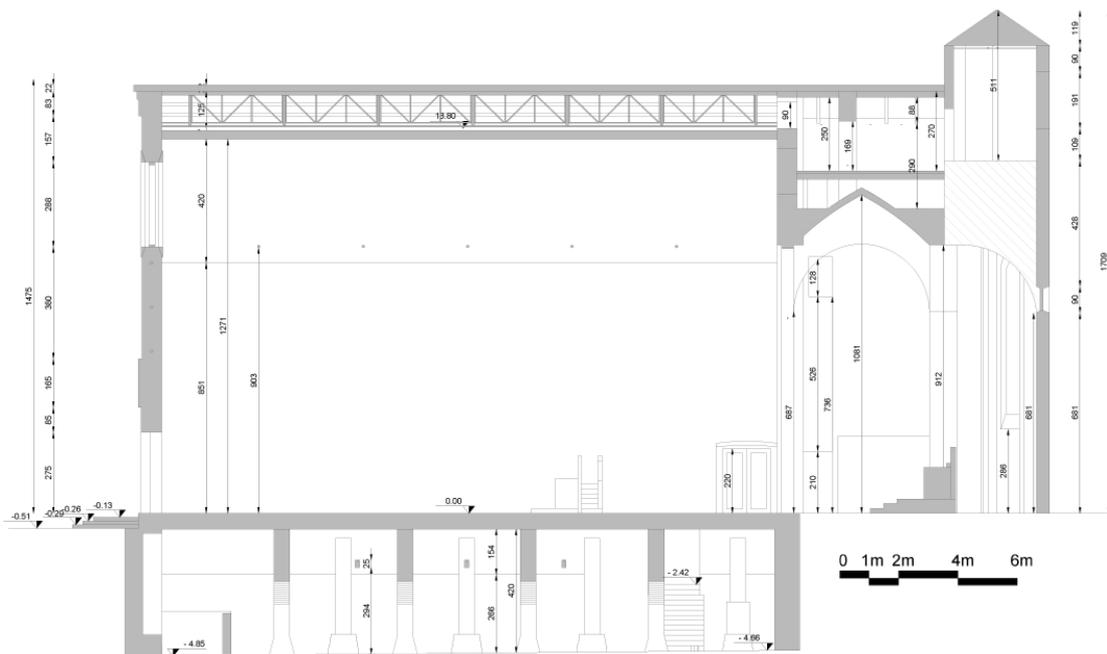
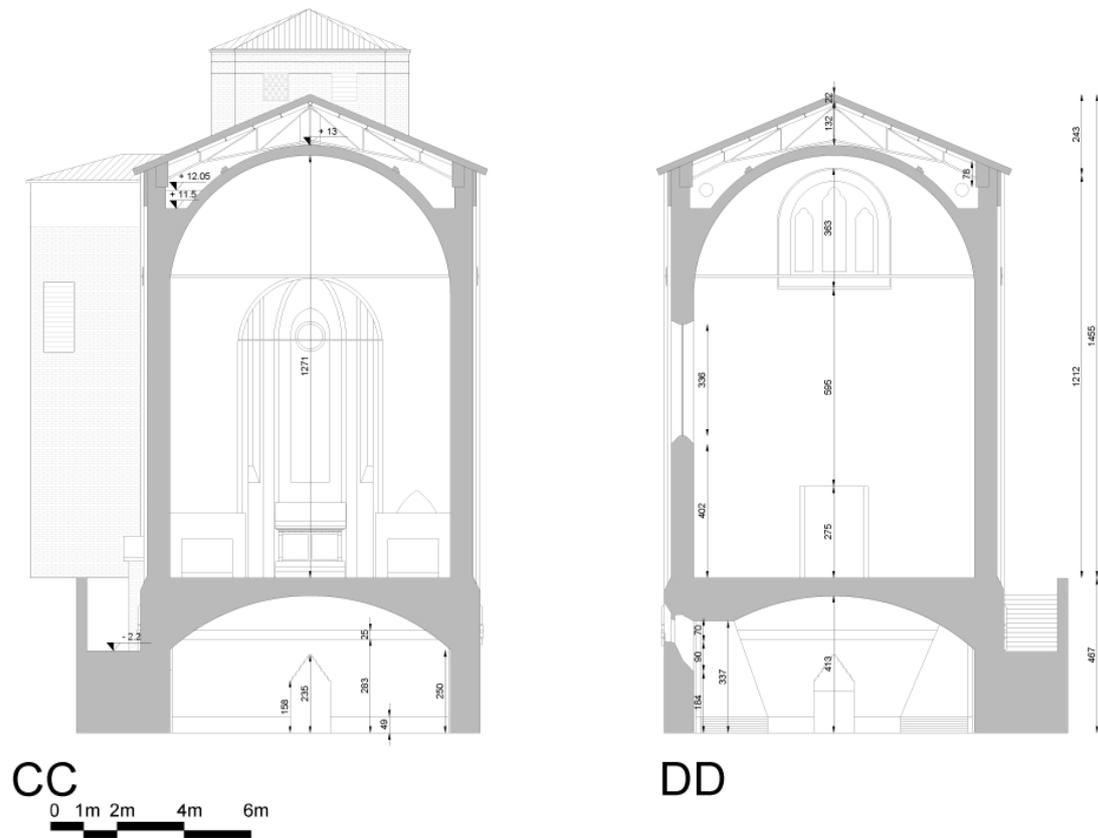


Fig. 2.53. Sezione AA. Per il riferimento si veda la Fig. 2.42.



Figg. 2.54-2.55. Sezioni CC e DD. Per il riferimento si veda la Fig. 2.42.

Si riportano di seguito le viste dell'edificio.



Figg. 2.56. Vista sud-ovest.



Figg. 2.57. Vista sud-est.



Figg. 2.58. Vista nord-ovest.



Figg. 2.59. Vista nord-est.

2.5.2. Rilievo strutturale

Nel processo di conoscenza dell'edificio, la comprensione della sua struttura gioca un ruolo fondamentale, soprattutto in relazione al prezioso valore del ciclo di affreschi che in questo caso essa contiene. L'identificazione dei materiali e degli elementi strutturali di cui essa si compone sono poi fondamentali per identificare i comportamenti meccanici, sia globali che locali, che la caratterizzano.

La struttura è formata da pareti in muratura portante, mentre gli orizzontamenti principalmente da volte in mattoni pieni e solai misti in laterizio e cemento.

2.5.2.1. Unità strutturali

Come si evince dall'analisi storica, la costruzione attuale non è quella originaria del 1300: è infatti risalente a quegli anni solo la navata, mentre è postuma la costruzione di presbiterio, abside, sacrestia, loggia e torretta. Si possono quindi identificare tre diverse unità strutturali, in seguito sia all'osservazione diretta, sia in base allo studio delle fasi costruttive storiche e del rilievo architettonico (Fig. 2.60).



Fig. 2.60. Pianta delle coperture che illustra la composizione delle Unità Strutturali.

L'unità strutturale n.1 corrisponde al corpo originario, ovvero quello della navata. Per l'individuazione delle altre due US si è fatto principalmente uso delle sezioni architettoniche e delle notizie storiche: come detto in precedenza, la sacrestia ed il presbiterio con l'abside sono stati costruiti successivamente alla navata, e lo si può

notare anche da uno sfalsamento dei solai in sezione (Fig. 2.61) o da una semplice osservazione diretta (Fig. 2.62).

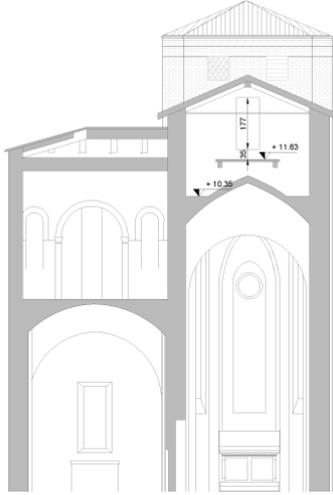


Fig. 2.61. Si può notare come esista uno sfalsamento dei solai tra la navata (a destra) e la sacrestia/loggia (a sinistra).



Fig. 2.62. Intercapedine presente tra il muro della sacrestia e quello del presbiterio che sembrerebbe sostenere l'ipotesi di due diverse unità strutturali, ripresa fotografica eseguita il 20 novembre 2014.

L'ipotesi di suddivisione delle US dovrà essere confermata da indagini in sito più approfondite che consentano di verificare la presenza di giunti e discontinuità strutturali.

2.5.2.2. Identificazione delle tipologie murarie

Tutte le pareti sono costituite da una struttura portante in mattoni pieni; la differenziazione tra questi si può effettuare su una base cronologica, ovvero i mattoni pieni della navata sono quelli risalenti alla costruzione originaria del 1300 mentre quelli di presbiterio, abside e sacrestia sono classificabili come di anni successivi, anche se non si conosce la precisa datazione. Sono inoltre presenti alcuni tamponamenti di cui però non se ne conosce la data.

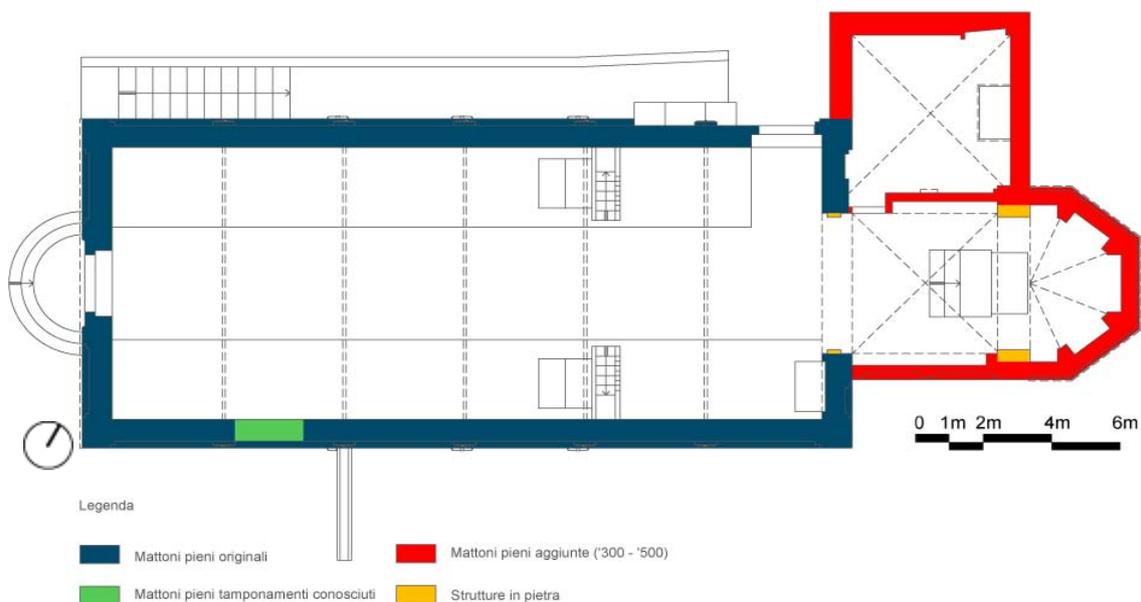


Fig. 2.63. Rilievo delle tipologie murarie, pianta (1m).

2.5.2.3. Valutazione della qualità muraria

Nell'edificio è stato possibile valutare la qualità della muratura e l'ingranamento in modo diretto nei punti in cui la struttura muraria si trova "a vista", questo avviene nella cripta e nell'accessibile sottotetto mentre nella navata affrescata non è possibile fornire questo tipo di valutazione in quanto interamente affrescata. L'osservazione visiva in sito ha permesso di compilare la "Scheda di I livello per il rilievo della tipologia e della qualità della muratura" basandosi sulle relative linee guida. Si riportano quindi i risultati riguardanti l'analisi della qualità muraria dell'area dei sottotetti.

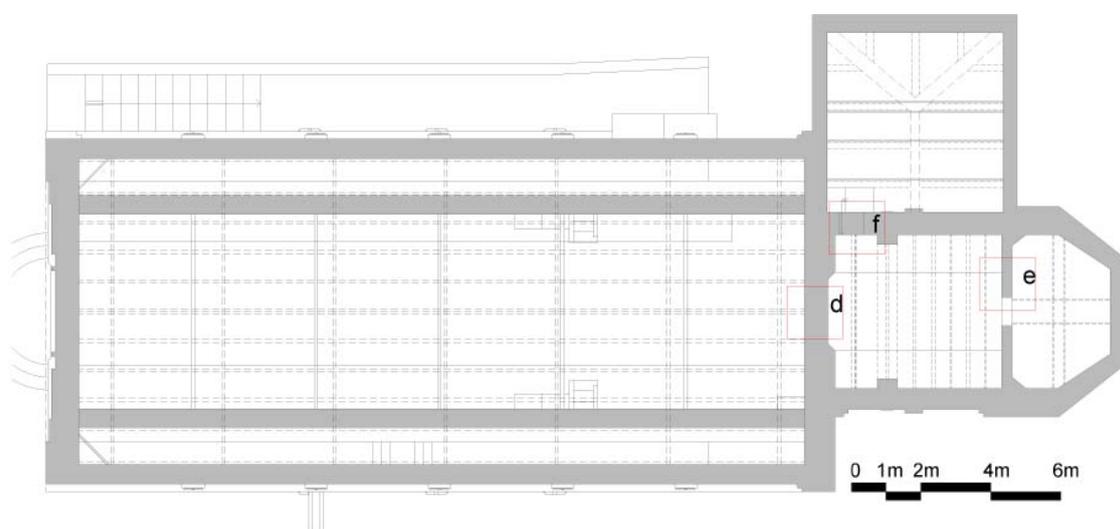
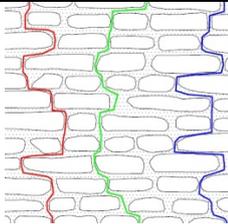
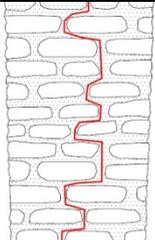
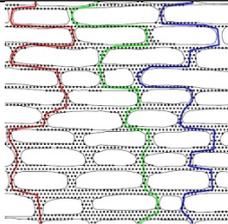


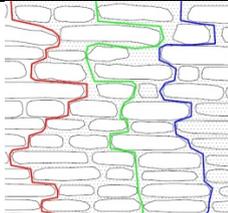
Fig. 2.64. Localizzazione dei paramenti esaminati nell'area dei sottotetti.

a. Parete dell'arcone			
Paramento		Sezione	
			
Valore di LMT	1,70	Valore di LMT	171
Ingranamento	elevatissimo	Ingranamento	elevatissimo
Liv. di vulnerabilità	Liv 5 - bassa	Liv. di vulnerabilità	Liv 5 - bassa
I.Q.	7,5 – 7,5 – 6,5		
Categoria	A		

Tab. 2.1. Valutazioni in merito alla qualità della muratura del paramento d.

b. Parete con accesso alla parete			
Paramento			
		Valore di LMT	215
		Ingranamento	elevatissimo
		Liv. di vulnerabilità	Liv 5 - bassa
I.Q.	5 – 4,5 – 4,5		
Categoria	A: punteggi falsati in quanto viene valutato solo il paramento		

Tab. 2.2. Valutazioni in merito alla qualità della muratura del paramento e.

c. Parete presbiterio			
Paramento			
		Valore di LMT	192
		Ingranamento	elevatissimo
		Liv. di vulnerabilità	Liv 5 - bassa
I.Q.	4,5 – 5 - 5		
Categoria	A: punteggi falsati in quanto viene valutato solo il paramento		

Tab. 2.3. Valutazioni in merito alla qualità della muratura del paramento f.

In conclusione, l'indice di qualità attribuisce a tutte le murature oggetto di studio la categoria A e l'ingranamento risulta essere elevatissimo. La muratura è quindi di buona qualità, costituita da mattoni pieni e malta di calce.

Bisogna fare attenzione al fatto che questo tipo di analisi non valuta la presenza di lesioni, per questo motivo dichiara la muratura come di buona qualità nonostante la presenza di fessurazioni, in modo particolare in merito alle pareti degli ambienti soprastanti il presbiterio.

2.5.2.4. Rilievo degli elementi strutturali

Non sono note le dimensioni ed il tipo di fondazioni, si è invece potuto verificare lo spessore delle murature portanti in mattoni della facciata e delle pareti laterali pari a 67cm; lo spessore aumenta a 78 cm in corrispondenza delle cinque lesene esistenti sia sul prospetto sud-est che in quello di nord-ovest. Le uniche murature che si possono definire sicuramente come non portanti sono quelle dei setti murari presenti nella cripta.

VOLTE, SOLAI E COPERTURE

Le principali strutture orizzontali sono costituite da volte in mattoni pieni. La volta a copertura della navata è a tutto sesto ed è trattenuta da cinque catene, mentre quella

della cripta è a sesto ribassato; sono invece volte a crociera, sempre in mattoni pieni, quelle che chiudono il presbiterio e la sacrestia, mentre la copertura dell'abside è costituita da quattro archi rampanti a tutto sesto disposti a raggiera collegati da cinque piccole volte a vela in mattoni (Fig. 2.65). Per quanto riguarda il solaio della sacrestia, soprastante la volta a crociera, si tratta di una struttura mista di laterizio e c.a.

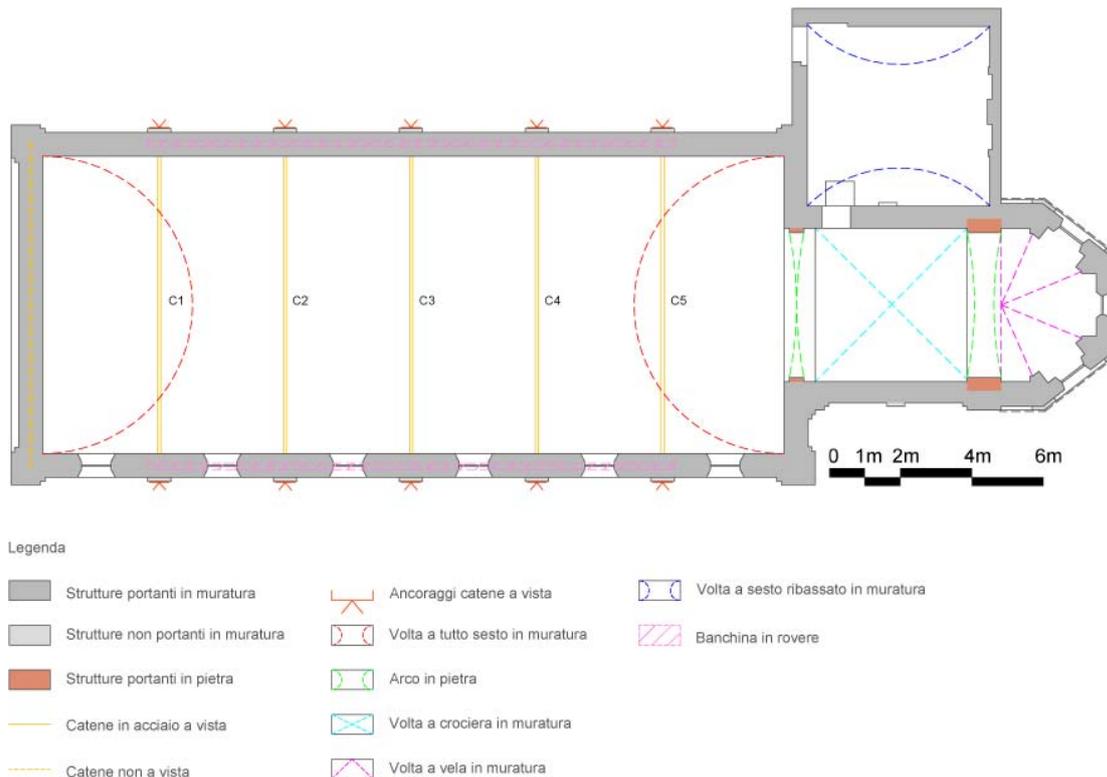


Fig. 2.65. Rilievo degli elementi strutturali, orizzontamento (7m).

Per quanto riguarda le coperture è noto come durante i lavori degli anni Sessanta sia stata sostituita l'originaria copertura in legno. La nuova copertura, illustrata nella tavola di progetto in Fig. 2.66, è costituita da una capriata metallica di tipo inglese (Figg.2.67-2.68), progettata in modo da poter conservare l'inclinazione di 26° dell'antica copertura e quindi anche la sua estetica; la catena, vista la poca altezza disponibile fra estradosso della volta e colmo del tetto, è formata da due aste inclinate sull'orizzontale. Le capriate sono in tutto sette e hanno una luce di 8,65 m con un interasse di 3,10 m, eccetto per le due di estremità aventi interasse di 0,90 m quella prossima alla facciata e 0,65 m in prossimità dell'arco trionfale. Al posto delle ormai deteriorate banchine in legno che sostenevano le estremità dei puntoni in legno è stato gettato un cordolo in cemento armato (Fig. 2.65) che fornisce l'appoggio alle

capriate metalliche; per poter far sì che la componente verticale della reazione sia centrata, l'asse degli appoggi delle capriate coincide con l'asse dei muri sottostanti. Le aste sono costituite da sagomati in acciaio A_q 42 UNI 743 collegate tra loro con piastre saldate (Fig. 2.68). I puntoni del contorno superiore sono di tipo a 2C composto formati con 2L 70x70x7 + 2L 50x50x5, la catena da 2L 70x70x7 mentre le rimanenti aste da 2L 40x40x4. Il manto di copertura in tavelloni di 100x25x6 cm si poggia su 10 terzere a I NP 10 poste ad interasse di 1m e collegate con bulloni e staffe saldate ai puntoni⁴ (Fig. 2.70).

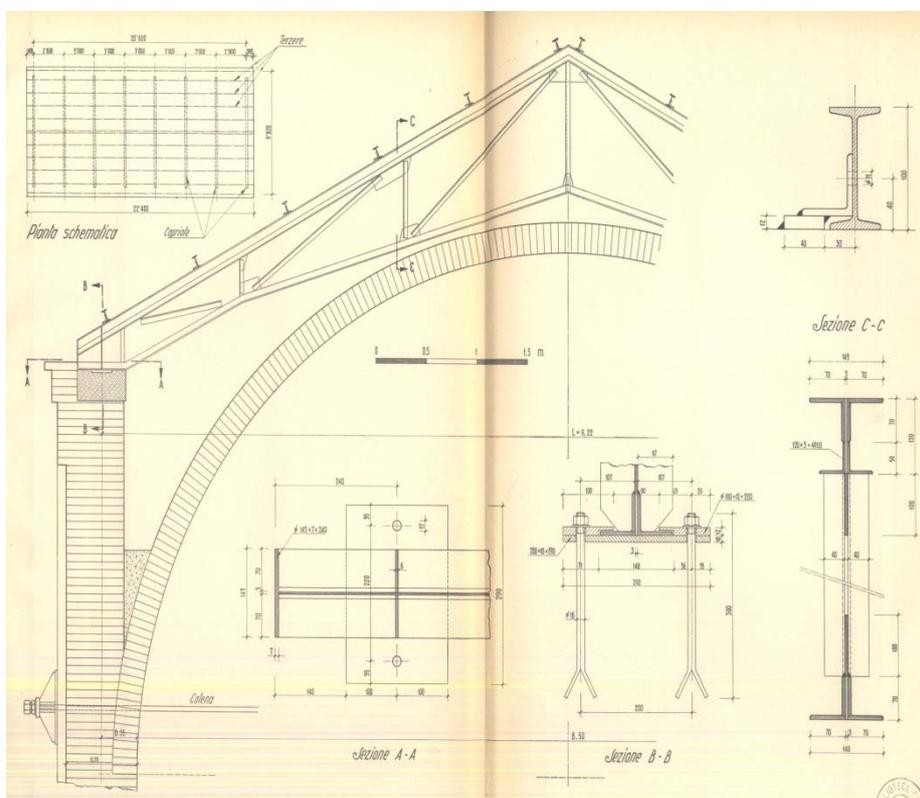


Fig. 2.66. Sezione che illustra il progetto della nuova copertura costituita da capriate in acciaio poggianti su un cordolo in c. a. e relativi dettagli; si veda la tav. 2.18 del book allegato.

⁴ FABRI COLABICH, PROSDOCIMI, SACCOMANI, *I recenti lavori*, cit., pp. 37-38.



Fig. 2.67. La fotografia, realizzata il 15 ottobre 2014, mostra una vista del sottotetto della navata in cui si possono vedere le capriate quasi completamente.



Fig. 2.68. La fotografia, realizzata il 15 ottobre 2014, mostra lo stato attuale delle capriate, le piastre saldate che collegano tra loro le aste. Si possono notare anche le terzere

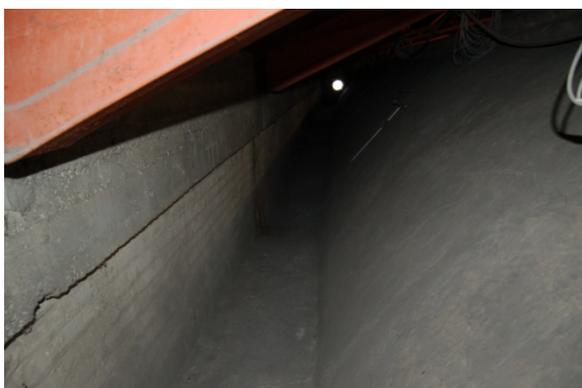


Fig. 2.69. La fotografia, realizzata il 15 ottobre 2014, mostra il cordolo su cui si poggia la serie di capriate. Sulla destra si può notare una parte della volta.



Fig. 2.70. La fotografia, realizzata il 15 ottobre 2014, mostra il collegamento tramite bulloni tra le terzere e i puntoni. Il manto di copertura in tavelloni è posto al di sopra delle terzere.

Per quanto riguarda invece la copertura del locale soprastante il presbiterio, è a due falde con sei travetti e trave di colmo in calcestruzzo, manto di copertura in tavelloni.

Le coperture di loggia e presbiterio sono a due falde con travetti in calcestruzzo, mentre la torretta dell'abside è chiusa da un tetto ottagonale.

Il tetto della loggia è invece a tre falde, costituito da tre travi in calcestruzzo ed undici travetti dello stesso materiale, con manto di copertura sempre in tavelloni.

CATENE E TIRANTI

La posizione di catene e tiranti all'interno dell'edificio si può classificare in quattro macroaree: la cripta, la facciata, la navata ed i sottotetti. Per quanto riguarda le catene della facciata, queste non sono visibili, e nemmeno i loro capichiave, poiché inserite

all'interno dello spessore della muratura in occasione dei lavori eseguiti dal Comune di Padova nel 1957.

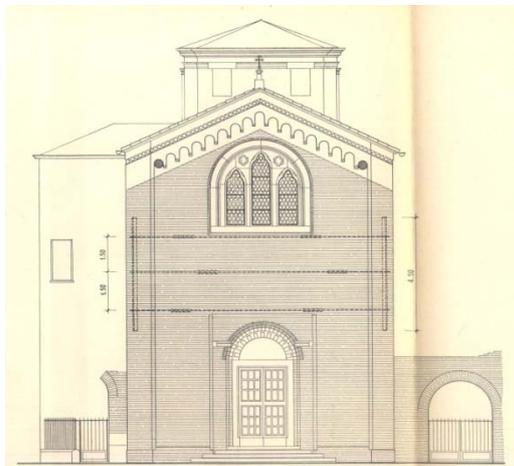


Fig. 2.71. L'estratto della tavola mostra il posizionamento delle tre catene all'interno facciata.

Per quanto riguarda le catene della navata, hanno una sezione rettangolare di 30 mm di larghezza e 60 mm di altezza e sono in acciaio A_q 42 UNI 743 e hanno un passo di 340 cm. Gli ancoraggi sono costituiti da piastre metalliche nervate di lato 42 cm (Figg. 2.72-2.73) la parte di catena che attraversa la muratura ha sezione circolare ed è saldata alla sezione rettangolare della catena a vista.

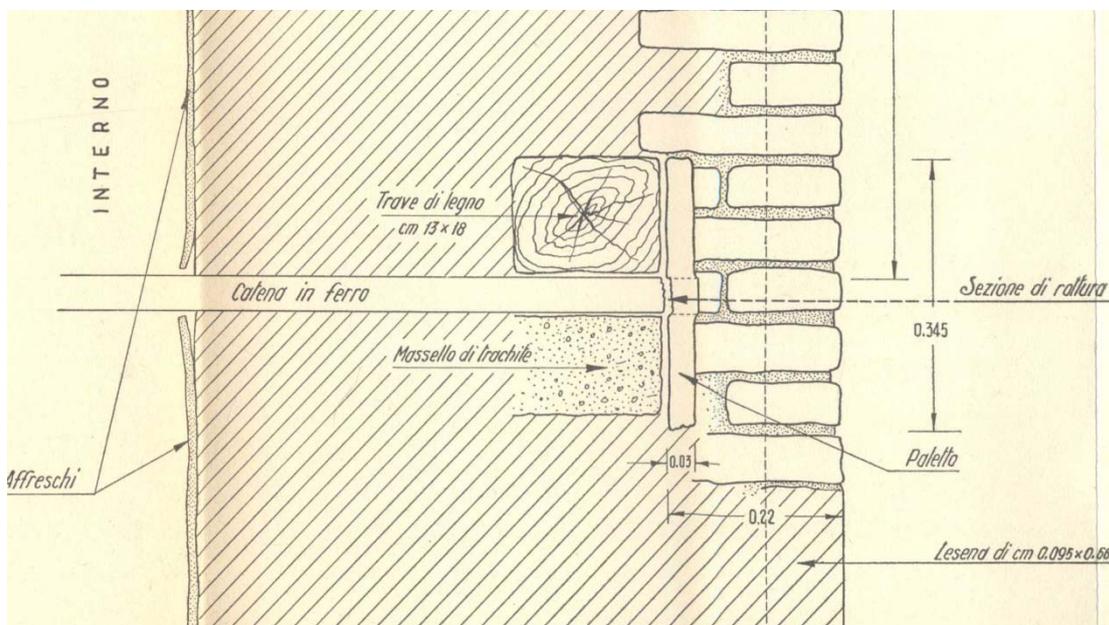


Fig. 2.72. L'estratto della tavola mostra l'ancoraggio delle vecchie catene all'interno della muratura

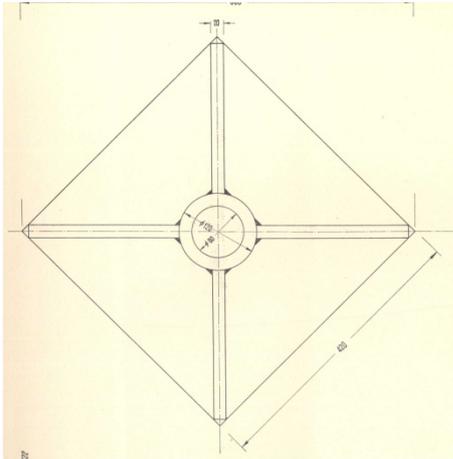


Fig. 2.73. L'estratto della tavola mostra il nuovo ancoraggio a piastra delle catene.



Fig. 2.74. La fotografia, realizzata il 20 novembre 2014, mostra il posizionamento degli ancoraggi disposti centralmente rispetto il punto medio delle lesene.

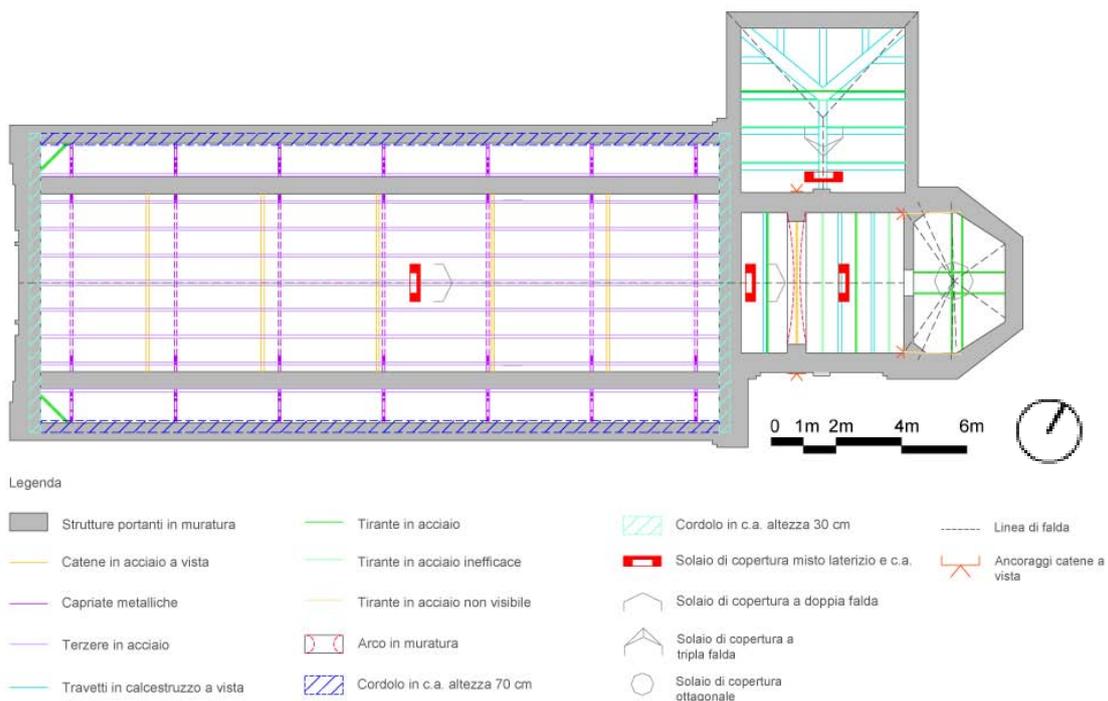


Fig. 2.75. Rilievo degli elementi strutturali, orizzontamento (11.6m).

Un'ulteriore catena è presente al di sotto dell'arco trionfale posto tra navata e presbiterio. Nel locale soprastante il presbiterio è poi presente una settima catena a proposito della quale non esistono fonti storiche che ne determinino l'anno di messa in posa o l'occasione. Nello stesso locale sono inoltre presenti quattro tiranti in acciaio

inseriti in concomitanza dei lavori di sostituzione del tetto con uno nuovo misto laterizio e travetti in c.a.: due di questi tiranti si presentano come inefficaci in quanto appaiono di spessore ridotto e piuttosto imbarcati. Sono inoltre presenti due ulteriori capochiave di altrettante catene che sembrerebbero posizionarsi all'interno delle murature tra locale sopra presbiterio e torretta Ulteriori quattro tiranti, di cui non se ne può giudicare l'efficacia o meno, sono presenti all'interno della torretta soprastante l'abside. Per quanto riguarda il sottotetto della loggia, si presentano quattro tiranti, tre dei quali appaiono completamente inefficaci in quanto di diametro ridotto ed imbarcati.

2.6. RILIEVO CRITICO DEL DANNO

Questa analisi permette di evidenziare le zone e gli elementi dell'edificio caratterizzati da carenze o difetti, con il fine di studiare e di riuscire a prevederne il comportamento sia locale che globale dal punto di vista sia statico che sismico. L'individuazione preliminare di anomalie e danni pregressi nel manufatto ha dunque l'obiettivo di identificare le possibili modalità di attivazione dei meccanismi di collasso, al fine di progettare con consapevolezza interventi atti ad evitarli.

2.6.1. Quadro fessurativo

I prospetti non sono interessati da fessurazioni di tipo passante o profondo ma da lesioni che vanno a concentrarsi nei soli elementi in pietra quali stipiti di porte e cornici di finestre. All'interno della navata la parete sud è caratterizzata da una lesione che insiste sulla raffigurazione della Carità (Fig. 2.77), in corrispondenza della tamponatura esterna della quale ne segue la forma (Fig. 2.78); le altre lesioni che insistono sugli affreschi verranno analizzate in seguito nel dettaglio.



Fig. 2.76. Quadro fessurativo e degrado, sezione BB, si veda la tav. 6.08 presente nel book di tavole allegato.



Fig. 2.77. Fessurazione sulla Carità, ripresa fotografica eseguita il 20 novembre 2014.



Fig. 2.78. Ripresa fotografica eseguita il 20 novembre 2014, tamponamento in corrispondenza della Carità.

Nel sottotetto della navata, si può osservare la parte superiore della controfacciata; la muratura in questo punto presenta lesioni diagonali non risarcite, lesioni diagonali dello stesso tipo si riscontrano anche nella parete dell'arco trionfale (Fig. 2.80); nella torretta del campanile infine sono presenti fessurazioni in corrispondenza delle finestre e delle pareti minori.



Fig. 2.79. Fessurazione diagonale nella controfacciata, visibile dal sottotetto, fotografia effettuata il 26 gennaio 2015.



Fig. 2.80. Fessurazione diagonale nell'arcone, visibile dal sottotetto, fotografia effettuata il 26 gennaio 2015.

La volta a botte è caratterizzata da alcune lesioni che la percorrono longitudinalmente, poste nello specifico ai quarti e in chiave; quest'ultima si è riproposta più volte negli anni ed è quella che ha sempre destato preoccupazioni negli anni per la statica dell'edificio.

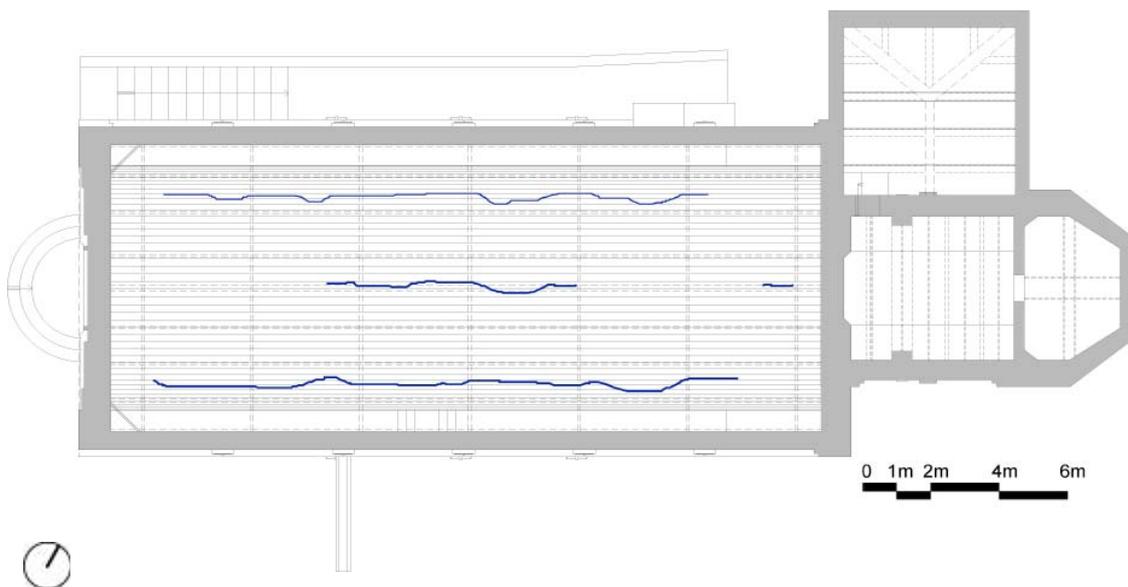


Fig. 2.81. Quadro fessurativo e degrado, pianta sottotetto.



Fig. 2.82. Fessurazione ristilata sulla volta botte. Ripresa fotografica eseguita il 20 novembre 2014.

Fig. 2.83. Fessurazione all'estradosso della volta a botte, fotografia effettuata il 26 gennaio 2015.

Le lesioni longitudinali della volta sono quelle identificabili tipicamente nell'arco a tre cerniere, probabilmente dovute all'ingente carico del tetto ligneo spingente in passato su essa. L'intervento del 1963 è stato utile in quanto ha permesso di scaricare la volta dal peso della copertura distribuendo i carichi direttamente alle pareti, come si è potuto vedere tramite il confronto delle linee delle pressioni dell'arco prima e dopo l'intervento (Fig. 2.84).

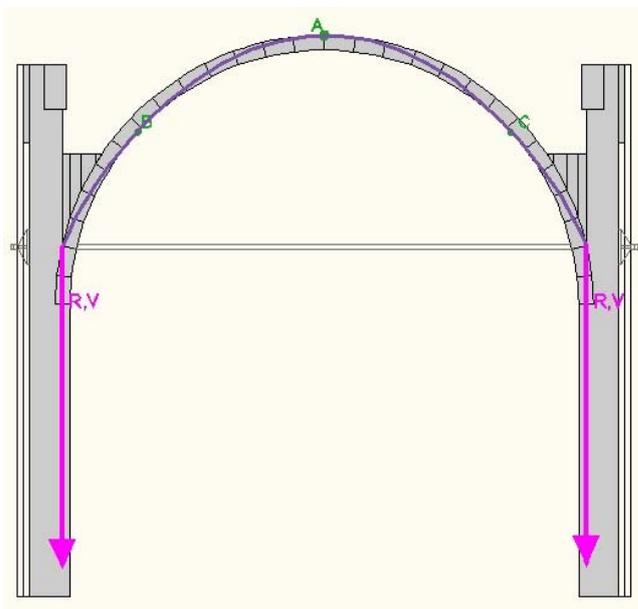


Fig. 2.84. La linea delle pressioni è sita internamente all'arco e i carichi verticali vengono distribuiti sulle pareti.

Per quanto riguarda l'arco trionfale si osserva un'importante fessurazione che insiste sull'arco, questa risale agli inizi del XIX secolo e, come per la precedente, è stata osservata in seguito al crollo del portico e alla demolizione del Palazzo.



Fig. 2.85. Fessurazione ristilata sull'arcone, ripresa fotografica eseguita il 20 novembre 2014.

Fig. 2.86. Lesione riportata nel rilievo effettuato Benvenuti e Grasselli nel 1871, Biblioteca Civica di Padova, RIP XXXVI, 7385.

Un'ulteriore lesione causata dal crollo del portico in facciata e dalla demolizione del palazzo è quella che interessa l'affresco del *Giudizio Universale* sito nella controfacciata.



Fig. 2.87. Fessurazione ristilata sulla controfacciata, ripresa fotografica eseguita il 20 novembre 2014.



Fig. 2.88. Fessurazione ristilata sulla controfacciata, ripresa fotografica eseguita il 20 novembre 2014.

2.6.2. Analisi delle vulnerabilità strutturali

Per determinare la vulnerabilità sismica sono state usate come riferimento le “*Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale*” per ricercare gli elementi vulnerabili dal punto di vista strutturale. L’analisi della vulnerabilità di un edificio avviene generalmente in seguito all’azione di un sisma: inizialmente si procede alla catalogazione dei danni, poiché il sisma ha già messo in luce gli elementi vulnerabili dell’edificio stesso. Oggi la Cappella degli Scrovegni non si trova in situazione d’emergenza post-sismica e non presenta nè danni evidenti, né un ampio quadro fessurativo, quindi si è operato attraverso un’attenta analisi in prospetto, in pianta e in sezione allo scopo di individuare le vulnerabilità tipiche e specifiche del manufatto.

Nei quattro prospetti è stato analizzato l’allineamento delle aperture e la conseguente determinazione dei maschi murari che permette di stabilire se la redistribuzione dei carichi è corretta. Si osserva che le aperture delle pareti sono distribuite in modo regolare favorendo percorsi regolari nella trasmissione degli sforzi.

2.6.2.1 Vulnerabilità in pianta

La Cappella degli Scrovegni è stata realizzata in più fasi: da prima la navata, in seguito presbiterio e abside, in conclusione la sacrestia sopraelevata poi negli anni successivi. La realizzazione di porzioni di edificio in tempistiche differenti porta ad affrontare il problema della continuità strutturale accentuata dall'utilizzo di materiali dalle caratteristiche meccaniche diverse da quelle presenti in opera.

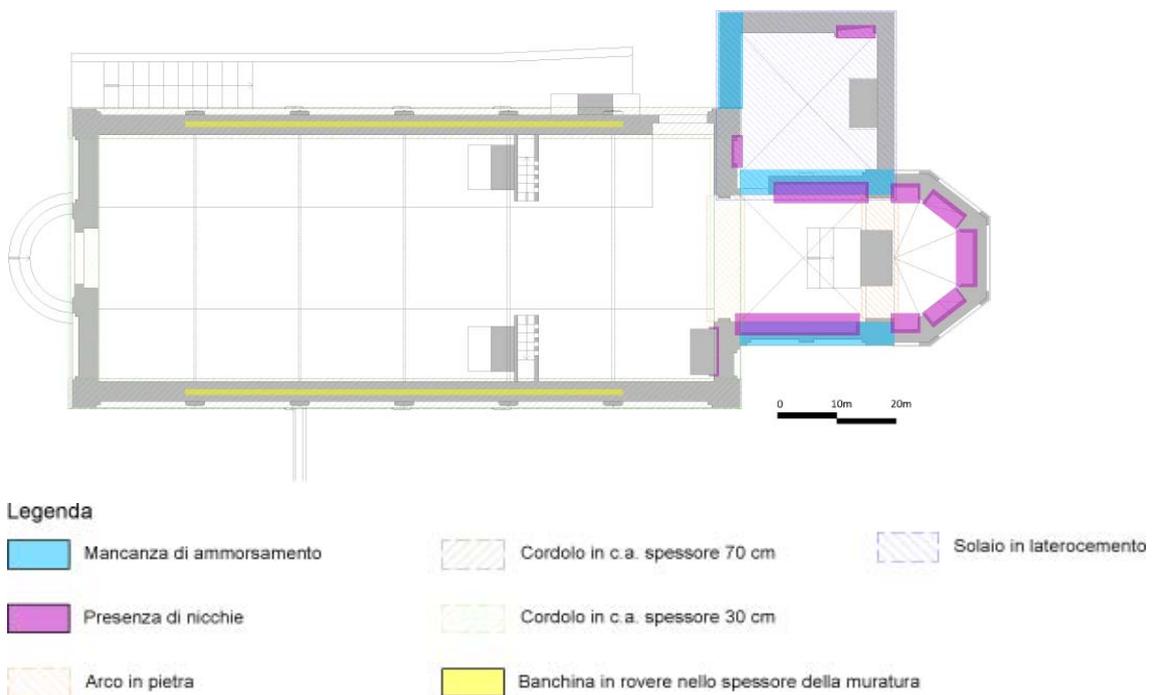


Fig. 2.89. Vulnerabilità, pianta (1m).

La Cappella degli Scrovegni è caratterizzata al suo interno da un grande arco trionfale che divide la navata decorata da Giotto dal presbiterio, tale elemento strutturale forse è in pietra, in contrasto con la muratura che costituisce il resto dell'edificio. Anche l'arco che separa il presbiterio dall'abside risulta essere definito da una cornice in pietra; non è possibile determinare l'invasività della presenza della pietra in quanto gli archi risultano intonacati e affrescati. La loggia al di sopra della sacrestia è stata realizzata nel Cinquecento ed è caratterizzata da una copertura pesante in laterocemento, materiale con caratteristiche molto diverse da quelle della muratura in opera. Il tetto della navata è stato oggetto di un importante intervento nel 1963 che vede l'introduzione di un cordolo in cemento armato sopra alla muratura perimetrale originaria dell'edificio: il cordolo risulta essere di 70 cm in corrispondenza

delle pareti longitudinali, è invece più snello su quelle trasversali. Rappresenta un elemento vulnerabile anche la presenza di nicchie nello spessore della muratura che compromettono la resistenza strutturale dell'edificio sottoposta ad azioni fuori e nel piano. Sono pertanto state individuate le nicchie presenti per valutare la loro influenza nella riduzione delle caratteristiche meccaniche della sezione muraria.

2.6.2.2 Vulnerabilità in sezione

Anche in sezione sono state individuate le zone in cui la sezione muraria è ridotta a causa della presenza di nicchie, in particolare quella presente nella cripta. La presenza della volta a botte spingente innestata sulle pareti longitudinali è un elemento fortemente vulnerabile. L'intervento eseguito nel 1963 riguardante la copertura, oltre all'introduzione del cordolo, ha previsto anche l'inserimento di sette capriate in acciaio e la sostituzione del solaio ligneo con un solaio in laterocemento, operazione che avrebbe potuto comportare discontinuità tra le diverse parti. Grazie allo studio in sezione è stato possibile identificare la presenza di un arco nell'ambiente del sottotetto posto sopra il presbiterio che risulta essere in falso.



Fig. 2.90. Vulnerabilità, sezione BB.

3.PIANO D'INDAGINE

3.1. INTRODUZIONE

Nel processo di conoscenza dell'edificio, una fase fondamentale è quella in cui si sintetizzano i dati fin'ora raccolti in un unico piano d'indagine che permetta una maggiore comprensione e consapevolezza dell'edificio e delle sue principali criticità, inoltre la trattazione che segue si svolge a fronte di campagne termografiche già effettuate. Nel caso specifico della Cappella degli Scrovegni, nei secoli sono state diverse le indagini condotte e negli ultimi cinquanta anni sono state effettuate alcune campagne, sia per quanto riguarda un monitoraggio delle strutture, sia in merito alle condizioni ambientali interne ed esterne. A ciò si aggiunge anche il fatto che non siano mai state condotte delle indagini con i nuovi metodi che oggi il campo della ricerca e del restauro offrono, se non appunto per piccole porzioni di edificio o per singoli elementi.

Il piano d'indagine che viene quindi di seguito proposto¹, vuole avere lo scopo di fornire e, se possibile, migliorare la qualità delle informazioni già esistenti e offrirne di nuove ove invece scarseggiassero o fossero inesistenti; tutto ciò sarà inoltre utile nella realizzazione di un veritiero e calibrato modello di comportamento della struttura, potendo introdurre dati fondamentali quali i reali parametri di deformazione e resistenza dei materiali.

3.2. TIPOLOGIA DI INDAGINI PREVISTE²

Trattandosi di un edificio storico e avente anche un forte valore artistico e culturale non sarà ovviamente possibile prevedere delle prove distruttive che rischino di minare, non solo l'integrità del prezioso patrimonio racchiuso all'interno, ma anche quello della struttura muraria. Verranno quindi utilizzate tecniche non distruttive o al massimo debolmente distruttive. Il limite di questa tipologia di indagini è che i dati forniti sono

¹Le indagini si sono svolte tra il 19 ed il 21 novembre 2013. Per maggiori dettagli si veda L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive*, Cap.9

² Per un approfondimento del tema si veda L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive*, Cap. 9. Piano d'indagine.

di tipo qualitativo e non sono in grado di fornire valori caratteristici. Bisogna infine svolgere un'ultima analisi per quanto riguarda il numero ed il posizionamento delle indagini, anche in base alla loro tipologia; sarà quindi ovvio come la quantità ed il tipo di prove prevedibili per i locali interni di navata, presbiterio ed abside saranno molto inferiori e totalmente non distruttive rispetto a quelle ipotizzabili per locali come la cripta o ancor più per il sottotetto che hanno un minor valore storico-artistico rispetto alla navata interamente ricoperta dal ciclo affrescato da Giotto.

Si vedrà come le prove debolmente distruttive si concentrino principalmente nei locali della cripta e dei sottotetti, fatta eccezione per alcune prove che vengono collocate all'esterno dei muri della navata e della sacrestia ; si prevedono carotaggi, martinetti singoli e doppi. Le prove non distruttive sono quelle che trovano maggior applicazione ed in particolare le indagini termografiche: lo scopo è quello di eseguirne di più mirate rispetto alle problematiche evidenziate nel 2013 e accostarle ad una completa mappatura interna ed esterna, questo sarà possibile anche grazie all'acquisizione da parte dell'Università di Padova di una nuova macchina termografica che potrà quindi essere impiegata in questo frangente. Le altre principali indagini non distruttive che saranno previste sono: le prove soniche, georadar e le tomografie elettriche. Sono poi state inserite prove dinamiche al fine di valutare l'effettiva efficacia di catene e tiranti e altre prove come prelievi di malta, indagini endoscopiche e rimozione d'intonaco.

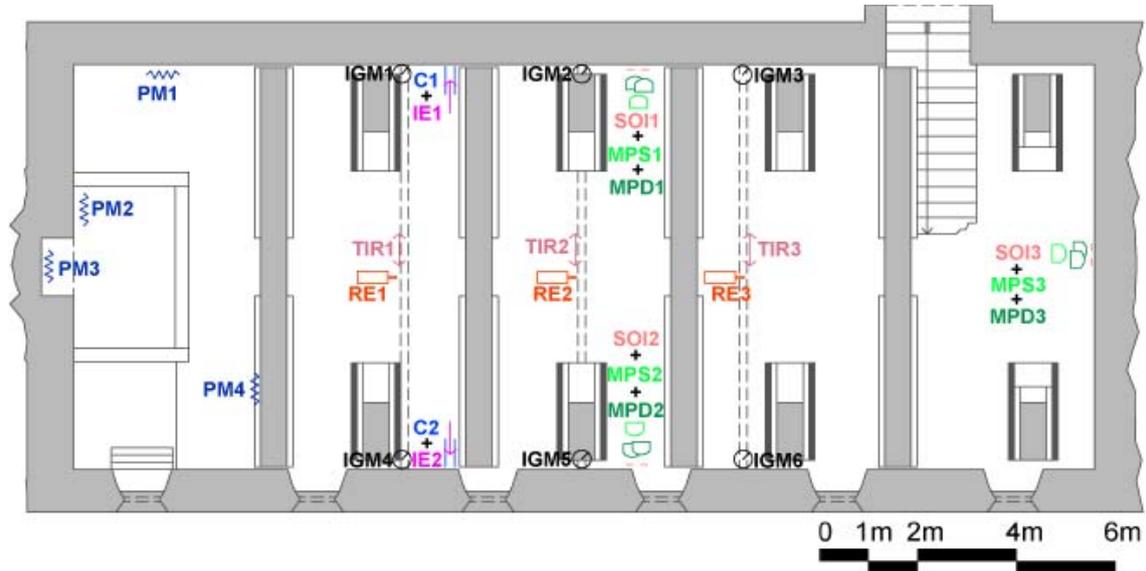
3.3. PIANIFICAZIONE DEL PIANO D'INDAGINE³

Si riporta di seguito una precisa localizzazione delle prove ipotizzate con la relativa motivazione. Prima di procedere è inoltre importante precisare come sia stato impossibile prevedere delle indagini conoscitive relative alla tipologia e lo stato delle fondazioni, in quanto questo prevedrebbe una rimozione dello strato di terra circostante la Cappella e ne potrebbero derivare delle problematiche dal punto di vista statico per essa.

³ Per quanto riguarda una trattazione più specifica dell'argomento si veda Per un approfondimento del tema si veda L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive per la valutazione di alcuni aspetti caratterizzanti l'evoluzione storica e gli interventi progressi della Cappella degli Scrovegni*, Cap. 8.2. Pianificazione del piano d'indagine.

3.3.1 Pianta piano interrato (-2) ,cripta

In generale è stato possibile prevedere, per quanto riguarda i locali della cripta, numerose prove, sia debolmente distruttive che non, in quanto la tessitura della muratura esposta e il minor pregio artistico ne davano la concreta possibilità.



SYM	ID PROVA	TIPO DI INDAGINE	SYM	ID PROVA	TIPO DI INDAGINE
—	C	Carotaggio	⊙	IGM	Igrometro
⊔	MPS	Martinetto piatto singolo	⋈	PM	Prelievo di malta
⊔	MPD	Martinetto piatto doppio	→	IE	Indagine endoscopica
⊔	SOI	Prova sonora indiretta	⊔	RE	Resistograph
↔	TIR	Prove dinamiche su catene			

Fig. 3.1. Localizzazione delle prove nel locale della cripta, pianta interrato (-2m).

CRIPTA		
Murature d'ambito	Stato tensionale ignoto	Martineti piatti singoli e doppi abbinati a prove soniche
Murature d'ambito	Stratigrafia ignota	Carotaggi abbinati ad endoscopie
Tutta la muratura	Validazione dell'efficacia dei tiranti presenti	Prelievi di malta
Volta	Spessore ignoto	Indagini radar dal pavimento soprastante della navata
Travi	Test di resistenza sui materiali	Prove con igrometro e resistograph. Nel caso possibilità di eseguire prove dinamiche sulle catene se dovesse avvenire la rimozione delle travi.

3.3.2 Pianta 1m e pianta 7m

Nei locali interni le pareti si presentano completamente affrescate e le prove eseguibili devono essere il meno possibile invasive, per questo si prevedono sono indagini non distruttive; esternamente invece vengono previste limitate indagini debolmente distruttive.

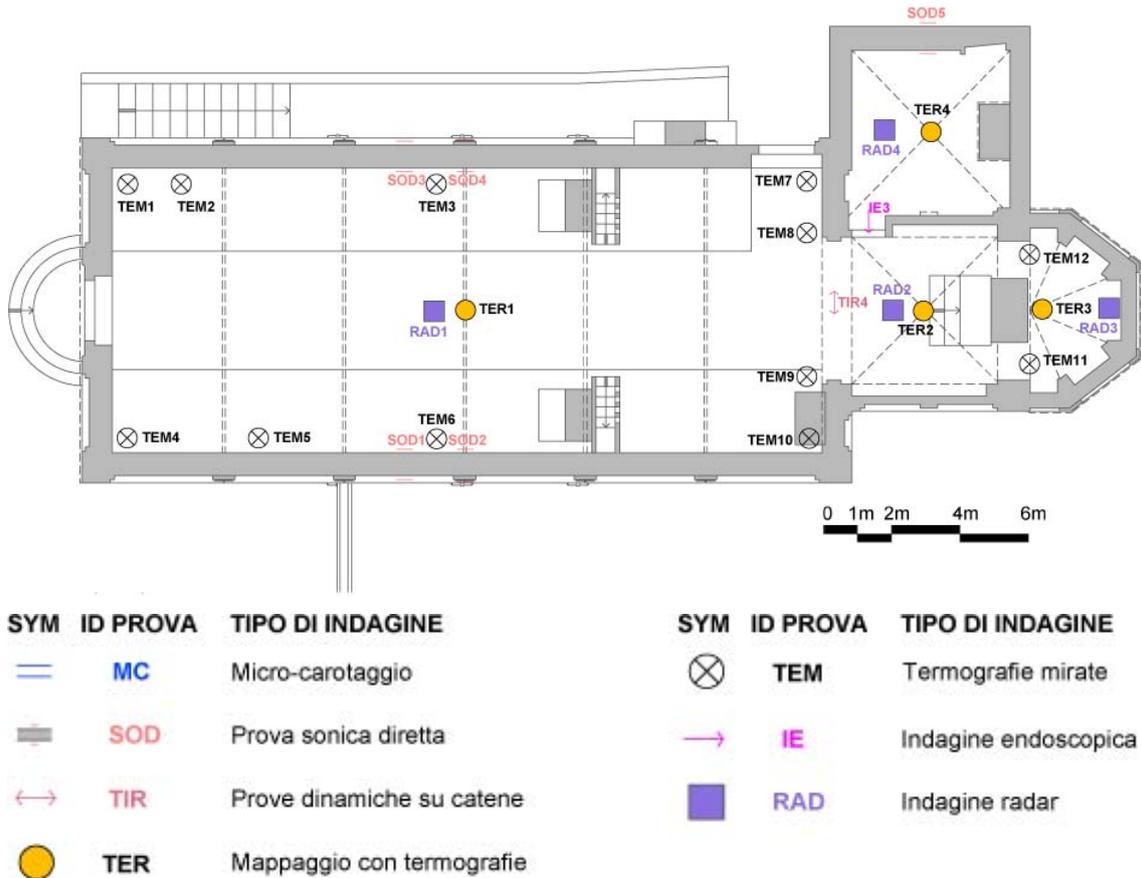


Fig. 3.2. Localizzazione delle prove all'interno dell'edificio, pianta (1 m).

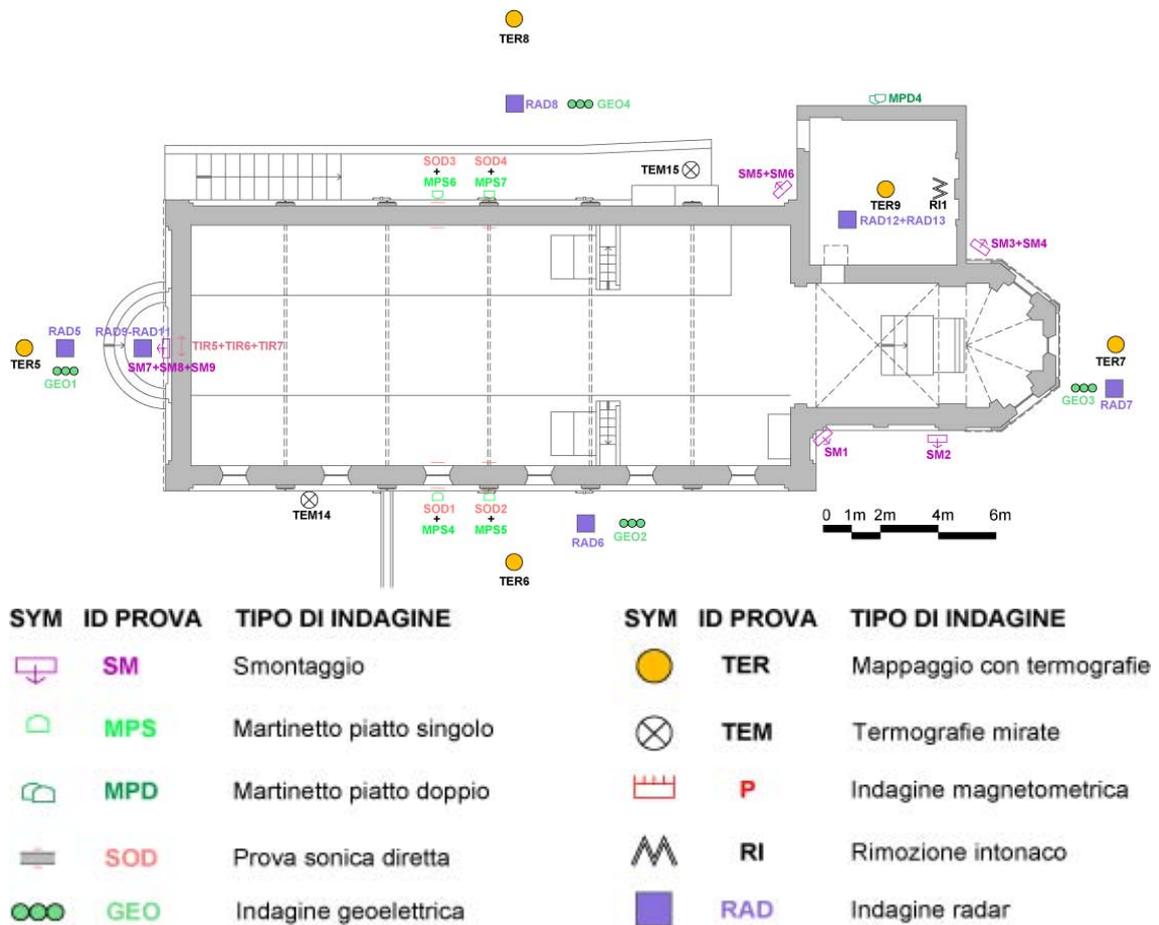


Fig. 3.3. Localizzazione delle prove all'interno dell'edificio, pianta (7 m).

NAVATA		
Parete nord	Elementi nascosti sotto gli affreschi	Termografie mirate
Parete nord	Stato tensionale ignoto	Prove soniche accoppiate ai martinetti piatti singoli eseguiti all'esterno
Parete sud	Elementi nascosti sotto gli affreschi	Termografie mirate
Parete sud	Stato tensionale ignoto	Prove soniche accoppiate ai martinetti piatti singoli eseguiti all'esterno
Arco trionfale	Individuazione della struttura in pietra	Termografie mirate
Arco trionfale	Validazione dell'efficacia della catena presente	Prova dinamica sulla relativa catena
Tutte le pareti e volta	Individuazione di problematiche sottostanti gli affreschi	Mappatura termografica
Pavimentazione	Determinare la struttura e l'integrità della sottostante volta muraria della cripta	Indagini radar

Parte I. Analisi Storica e dello Stato di Fatto

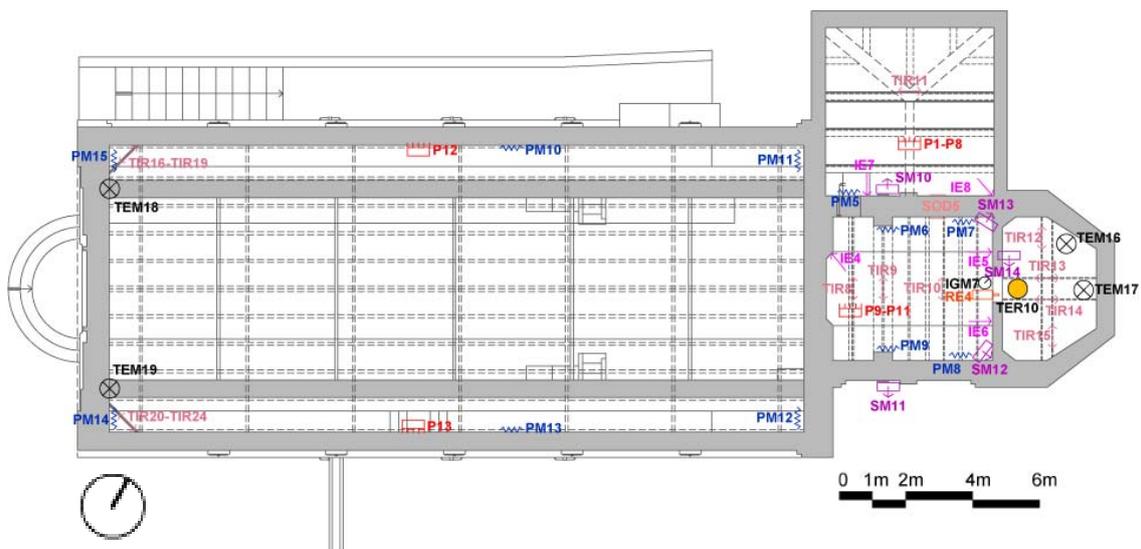
Piano d'indagine

PRESBITERIO		
Arco	Individuazione della struttura in pietra	Termografie mirate
Pareti	Individuazione di problematiche sottostanti gli affreschi	Mappatura termografica
Pavimentazione	Determinare l'integrità di eventuali strutture sottostanti	Indagini radar
ABSIDE		
Pareti	Individuazione di problematiche sottostanti gli affreschi	Mappatura termografica
SACRESTIA		
Volta	Spessore ignoto	Indagini radar
Pareti	Individuazione di problematiche sottostanti gli affreschi	Mappatura termografica
Pareti	Fessure tra corpi di fabbrica	Indagine endoscopica
Pareti	Stato tensionale ignoto	Prove soniche accoppiate ai Martinetti piatti doppi eseguiti all'esterno
Pavimentazione	Determinare l'integrità di eventuali strutture sottostanti	Indagini radar
LOGGIA		
Volta	Spessore ignoto	Indagini radar
Pareti	Individuazione di problematiche sottostanti gli affreschi	Mappatura termografica
Pareti	Elementi strutturali ignoti	Rimozione di intonaco
ESTERNO- pareti		
Parete sud	Presenza di un tamponamento	Termografie mirate
Parete sud	Individuazione di problematiche del rivestimento	Mappatura con termografie
Parete sud	Stato tensionale ignoto	Martinetti piatti singoli e abbinare prove soniche
Parete nord	Presenza di un possibile tamponamento	Termografie mirate
Parete nord	Individuazione di problematiche del rivestimento	Mappatura con termografie
Parete nord	Stato tensionale ignoto	Martinetti piatti singoli e abbinare prove soniche
Parete nord	Indagine sui collegamenti tra corpi di fabbrica	Smontaggi
Facciata	Individuazione di problematiche del rivestimento	Mappatura con termografie
Facciata	Individuazione delle tre catene presenti	Indagini radar
Facciata	Esposizione delle tre catene presenti	Smontaggi
Facciata	Validazione dell'efficacia della catena presente	Prove dinamiche su catene
Sacrestia	Stato tensionale ignoto	Martinetti piatti doppi
Sacrestia	Indagine sui collegamenti tra corpi di fabbrica	Smontaggi
Sacrestia	Individuazione di problematiche del rivestimento	Mappatura con termografie

Abside	Individuazione di problematiche del rivestimento	Mappatura con termografie
Presbiterio	Individuazione di problematiche del rivestimento	Mappatura con termografie
Presbiterio	Indagine sui collegamenti tra corpi di fabbrica	Smontaggi
ESTERNO-terreno		
Terreno - fondazioni	Verifica di omogeneità del terreno circostante	Indagini geoelettriche e radar
Terreno - fondazioni	Verifica di omogeneità del terreno circostante	Indagini geoelettriche e radar

3.3.3 Pianta 11,6m⁴

I locali del sottotetto sono quelli che si presentano maggiormente degradati, è possibile eseguire un numero maggiore di prove rispetto agli altri ambienti interni in quanto non sono caratterizzati da affreschi dei quali garantire il valore artistico.



⁴ Per la localizzazione precisa delle prove si vedano anche le tavole 7.04, 7.08 e 7.09 del book allegato.

SYM	ID PROVA	TIPO DI INDAGINE	SYM	ID PROVA	TIPO DI INDAGINE
	SM	Smontaggio		TER	Mappaggio con termografie
	IGM	Igrometro		TEM	Termografie mirate
	IE	Indagine endoscopica		P	Indagine magnetometrica
	SOD	Prova sonica diretta		PM	Prelievo di malta
	TIR	Prove dinamiche su catene		RE	Resistograph

Fig. 3.4. Localizzazione delle prove all'interno dell'edificio, pianta (11,6 m).

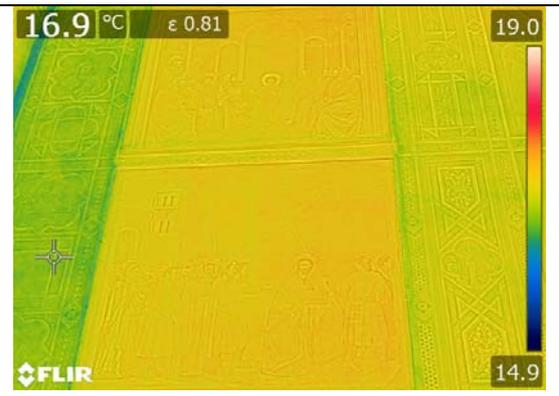
SOTTOTETTO		
Volta	Ignoto l'ammorsamento tra volta e facciata	Termografie mirate
Volta	Validazione dell'efficacia dei tiranti presenti	Prove dinamiche su tiranti tra facciata e pareti laterali
Cordolo	Presenza o meno di armatura, anche localizzata	Prove magnetometriche
Pareti del presbiterio	Stato interno della muratura	Mappatura con prove soniche
Pareti del presbiterio	Amplie fessurazioni	Indagini endoscopiche
Pareti del presbiterio	Catene interne alla muratura	Smontaggi
Presbiterio	Validazione dell'efficacia dei tiranti e delle catene presenti	Prove dinamiche su catene e tiranti
Presbiterio	Presenza o meno di armatura, anche localizzata	Indagini magnetometriche su travetti in calcestruzzo
Torretta	Presenza di tamponamenti	Termografie mirate
Torretta	Individuazione di problematiche sottostanti l'intonaco	Mappatura con termografie
Torretta	Validazione dell'efficacia dei tiranti presenti	Prove dinamiche su tiranti
Solaio dell'abside	Strutture sottostanti ignote	Smontaggio
Loggia	Validazione dell'efficacia dei tiranti presenti	Prove dinamiche su tiranti
Loggia	Presenza o meno di armatura, anche localizzata	Indagini magnetometriche su travi e travetti in calcestruzzo
Tutte le pareti	Validazione dell'efficacia dei tiranti presenti	Prelievi di malta

3.4. Indagini eseguite: campagna termografiche 2014⁵

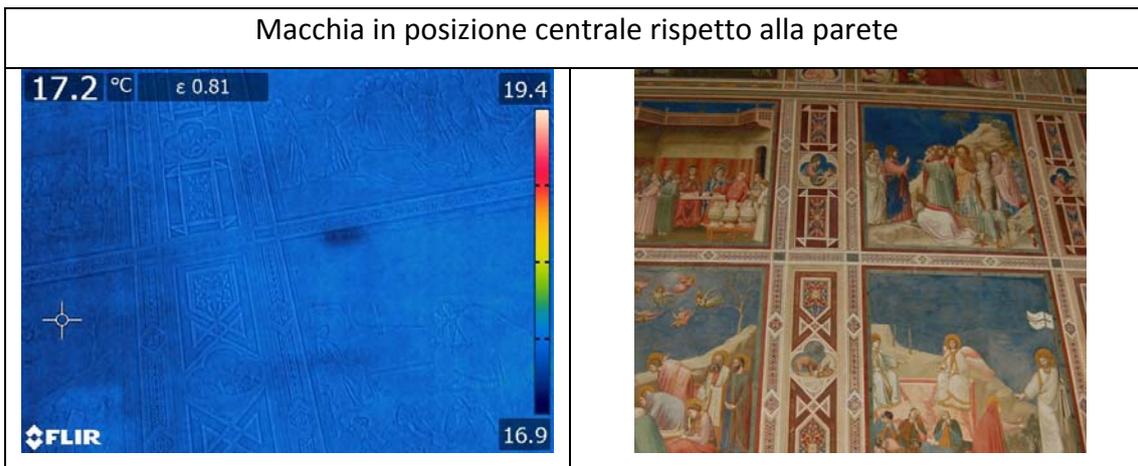
Negli anni sono state eseguite diverse campagne termografiche con oggetto la Cappella degli Scrovegni. La prima è stata effettuata tra il 1977 ed il 1978, una seconda nel 2001 ed una terza nel 2013; per un'analisi completa delle campagne appena citate si veda L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive*, Cap. 11. Analisi delle indagini termografiche pregresse. Lo studio delle termografie pregresse ha aiutato nella redazione del piano d'indagine sopra proposto, permettendo di prevederne di nuove e più mirate in quelle aree in cui ancora si ponevano degli interrogativi in merito; le indagini termografiche previste si sono potute quindi eseguire nei pomeriggi del 19 e 20 novembre, sia all'interno in modo mirato, che all'esterno. È stata utilizzata una termocamera FLIR 7620bx e i termogrammi che verranno successivamente illustrati sono stati rielaborati con il programma FLIR tools.

3.4.1 Interno

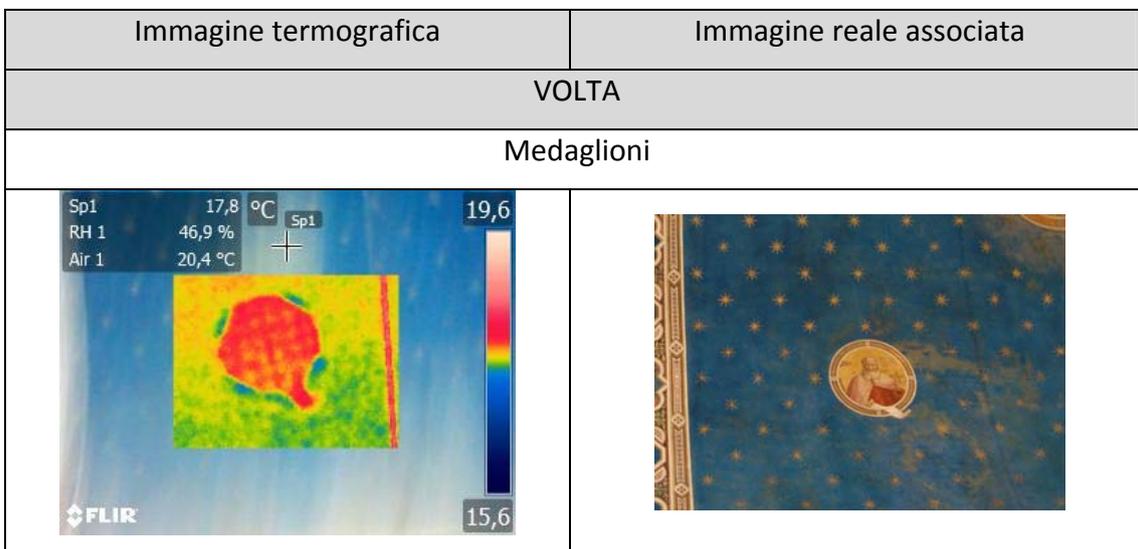
Sono state ripetute alcune delle termografie già eseguite negli anni precedenti, nello specifico:

Immagine termografica	Immagine reale associata
PARETE NORD	
Dipinti <i>Gesù tra i dottori</i> e <i>L'andata al calvario</i>	
	

⁵ Per un'analisi più ampia e specifica si veda Per un approfondimento del tema si veda L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive per la valutazione di alcuni aspetti caratterizzanti l'evoluzione storica e gli interventi pregressi della Cappella degli Scrovegni*, Cap. 12. Indagini termografiche 2014.

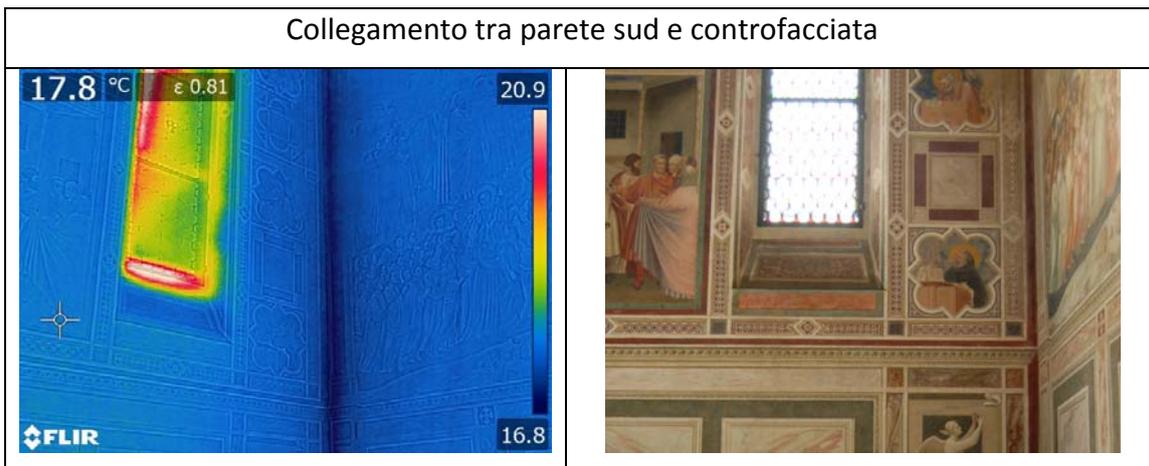


Nel primo caso la discontinuità di temperatura individua i due supporti in rame che sostengono i due dipinti staccati e ricollocati da Antonio Bertolli nel 1892, nel secondo quella che nelle indagini precedenti poteva apparire come il foro di una buca pontaiata, con questa indagine è stata invece identificata come un ulteriore punto ignoto, in quanto tramite la mappatura dell'intera parete, non è stato possibile ritrovare altri fori simili e in posizioni simmetriche rispetto a questo.



Per quanto riguarda la volta è stata eseguita un'intera mappatura di cui si riporta uno dei fotogrammi in cui si è potuta individuare la rete metallica che sorregge i medaglioni staccati e poi ricollocati nel 1949 da Pelliccioli.

Immagine termografica	Immagine reale associata
COLLEGAMENTI TRA PARETI	
Collegamento tra parete arco trionfale e volta	
	
Collegamento tra controfacciata e volta	
	
Collegamento tra parete nord e parete dell'arco trionfale	
	



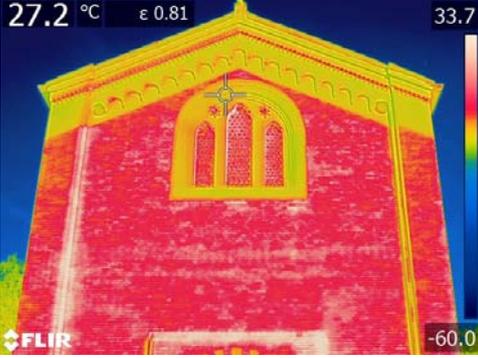
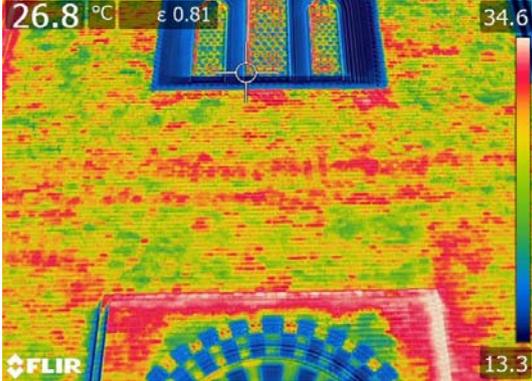
In generale analizzando i collegamenti tra la volta a botte e le pareti longitudinali, la parete dell'arcone e quella di controfacciata, sono evidenziate linee di colore più freddo che indicano una dispersione termica dovuta probabilmente a discontinuità

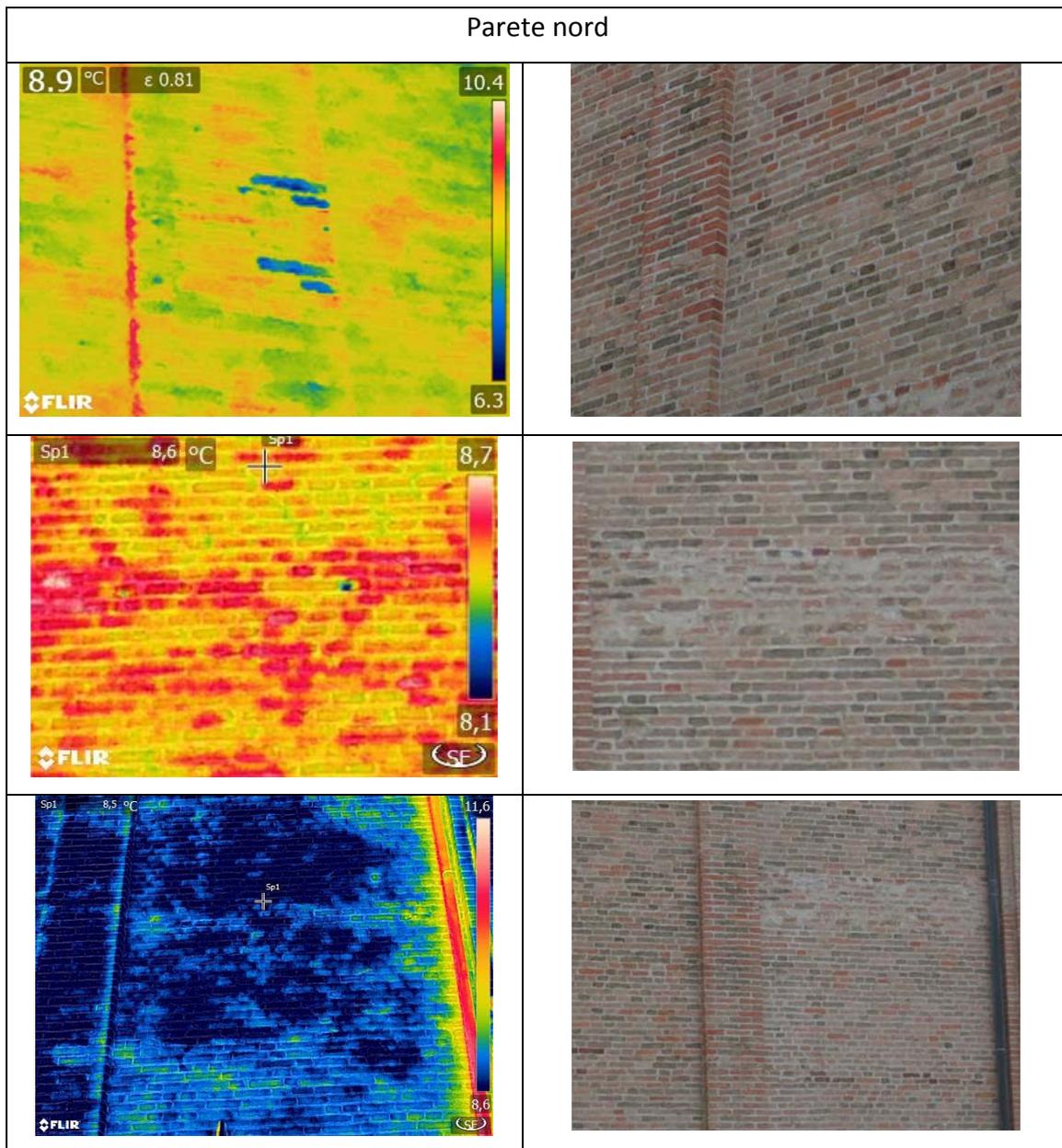
Immagine termografica	Immagine reale associata
COLLEGAMENTI TRA PARETI	
"Finestrella" al collegamento tra parete sud e volta	
<p>The thermal image shows a wall with a color scale from 15.7 to 19.8 °C. A vertical line of lower temperature (blue) is visible, indicating a thermal bridge. The photograph shows the corresponding architectural detail, a small window opening in a wall with decorative elements.</p>	<p>The photograph shows the architectural detail of a small window opening in a wall with decorative elements.</p>
Dipinto la Carità	
<p>The thermal image shows a wall with a color scale from 10.6 to 18.5 °C. A vertical line of lower temperature (blue) is visible, indicating a thermal bridge. The photograph shows the corresponding architectural detail, a painting of a woman in a long dress holding a tray.</p>	<p>The photograph shows the architectural detail of a painting of a woman in a long dress holding a tray.</p>

I due casi proposti sono molto differenti tra loro. Nel primo caso si tratta dell'individuazione di una struttura nascosta sotto gli affreschi, già individuata nelle termografie precedenti e a proposito della quale non si sono potute trarre nuove conclusioni poiché le riprese si sono potute effettuare solo da terra. Nel secondo caso invece si tratta dell'individuazione di una lesione già visibile ad occhio nudo, ma grazie all'immagine termografica se ne è potuta individuare la causa, seguendone l'andamento all'interno della muratura, nel tamponamento esterno presente nello stesso punto.

3.4.2 Esterno

Sono state eseguite anche delle termografie delle pareti esterne che però, a causa della tessitura della muratura e delle temperature, non hanno purtroppo sortito dei risultati ottimali. Si riportano di seguito solo i termogrammi più significativi.

Immagine termografica	Immagine reale associata
Facciata	
	
	



Per quanto riguarda le immagini termografiche della facciata si possono intravedere due delle tre catene inserite nei lavori degli anni Sessanta. Il termogramma mostra la differenza di materiale già evidente a occhio nudo. La ripresa essendo esterna è particolarmente influenzata dalle condizioni ambientali che non hanno permesso misurazioni precise.

La parete nord è invece caratterizzata, sulla prima parasta a partire dalla facciata, da due coppie di mattoni a temperatura inferiore, ad indicazione che potrebbero essere

costituite da elementi in laterizio con caratteristiche diverse, forse riconducibili a scuci cucì eseguiti nei vari restauri. Nella prima campata, a partire dalla facciata, si è riscontrata subito la presenza di due macchie di forma irregolare di colori blu, di temperatura inferiore: ad una successiva analisi osservando l'area globalmente abbiamo notato un riquadro caratterizzato da un colore blu più scuro.

In conclusione si può quindi dire che questa nuova campagna 2014 abbia permesso di ripetere alcune delle indagini già effettuate negli anni precedenti, ottenendo in alcuni casi termogrammi migliori rispetto a quelli dell'anno precedente. Restano comunque ancora alcuni interrogativi che non si sono potuti risolvere a causa delle condizioni ambientali del periodo, soprattutto derivanti dal troppo basso gradiente di temperatura, ma sicuramente risolvibili in future campagne.

PARTE II
MONITORAGGIO STRUTTURALE

4. BASI TEORICHE

4.1. INTRODUZIONE

Nel processo di conoscenza di un edificio, nell'ottica della progettazione e programmazione di interventi per la sua conservazione, l'osservazione sperimentale mediante monitoraggio strutturale costituisce un ruolo fondamentale per l'osservazione del reale comportamento delle strutture e delle sue possibili evoluzioni. Questi sistemi sono in grado di valutare continuamente la struttura, fornendo informazioni in tempo reale utili per l'individuazione, la localizzazione e la quantificazione del danno. Le sollecitazioni a cui sono sottoposte le strutture possono essere naturali, a causa dell'ambiente, o di origine antropica, come risultato di interazione umana. Indipendentemente dalle cause, queste sollecitazioni possono causare danni e cambiamenti nel comportamento strutturale che possono compromettere le prestazioni e la durata della vita della struttura. Le strutture dovranno quindi essere monitorate continuamente, poiché non c'è modo di prevedere e calcolare l'esatto effetto che queste sollecitazioni avranno: il fine è la valutazione del danno ed il calcolo della vita residua della struttura, per garantire il continuo funzionamento e nel caso di bene culturale, per la sua salvaguardia e conservazione. Questo processo è noto come monitoraggio strutturale. Una volta che i danni sono stati identificati e valutati, si possono adottare dei provvedimenti atti a ridurre il pericolo di collasso e, se necessario, a rafforzare la struttura.

4.2. STATO DELL'ARTE

Come visto in precedenza per le indagini termografiche, anche il monitoraggio non ha fin da subito interessato il campo dell'edilizia, le sue applicazioni erano infatti molteplici: dal monitoraggio ambientale a quello energetico, dal quello sismico a quello informatico.

I metodi tradizionali di monitoraggio delle strutture prevedevano un'indagine visiva accompagnata da prove meccaniche; queste analisi erano di applicazione limitata in quanto attuabili solo in aree accessibili, erano di tipo periodico non continuo,

prevedevano un giudizio soggettivo basato sull'esperienza del tecnico addetto. Con l'introduzione di innovativi sensori automatici che hanno preso il posto delle precedenti obsolete tecnologie, il monitoraggio strutturale ha visto una svolta che ha permesso una sua applicazione in continuo nel tempo con un'acquisizione dei dati istantanea, automatizzata ed informatizzata invece del giudizio dato dal tecnico.

Si riporta ora l'evoluzione della metodologia in diversi ambiti di interesse, prendendo come esempio alcuni casi studio specifici.

13.1.1. Applicazione ad edifici

La motivazione principale alla base della necessità di applicare un monitoraggio strutturale ai fabbricati è stato il bisogno di conoscere la risposta dinamica degli stessi in caso di sisma; in particolare, nel caso dello Stato della California, territorio storicamente caratterizzato da frequenti terremoti, il monitoraggio strutturale si è visto necessario¹. L'analisi dei dati forniti dai sensori, oltre ad offrire le prestazioni strutturali, permette inoltre migliori conoscenze nel campo della progettazione di nuovi edifici in zona sismica. In secondo luogo, l'applicazione di un sistema di monitoraggio permette la registrazione non solo della risposta della struttura al sisma ma anche al carico dovuto al vento, come riportato negli studi sulla Bank of Commercial Building a Toronto² e dello Hume Point a Londra (1988)³. Un più moderno sistema di monitoraggio è quello installato su tutti i grattacieli di Dubai che utilizzano tecnologie all'avanguardia come il TMD (*Tuned Mass Damper*, assorbitore armonico), ovvero un sistema in cui blocchi di calcestruzzo vengono sospesi tramite molle, liquidi o pendoli che in caso di sisma si muovono nella direzione contraria stabilizzando così il comportamento dell'edificio; il tutto fa parte di un più ampio concetto atto allo sviluppo della costruzione di strutture intelligenti (*smart structure*)⁴.

¹ In California la legge prevede il monitoraggio strutturale obbligatorio che viene gestito dal *California Strong Motion Instrumentation Programme* (CSMIP). (*California Geological Survey 2003*)

² Dagleish W. A., Rainer J. H., *Measurements of wind induced displacements and accelerations of a 57-storey building in Toronto*, In Proc. 3rd Colloquium Onindustrial Aerodynamics, Aachen, Building Aerodynamics, Canada, pt. 2, 1978, pp. 67–78.

³ Littler J. D., Ellis B. R., *Interim findings from full-scale measurements at Hume Point*, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 36, 1990, pp. 1181–1190.

⁴ Dyke S. J., Bernal D., Beck J., Ventura C., *Experimental phase 2 of the structural health monitoring benchmark problem*, In Proc. ASCE Engineering Mechanics Conference, WA, 2003

In Italia è nato nel 1995 l'OSS⁵, ovvero l'Osservatorio Sismico delle Strutture per il monitoraggio permanente delle accelerazioni di edifici pubblici e ponti, una rete gestita dal Dipartimento della Protezione Civile il cui scopo è quello di fornire informazioni sull'entità delle scosse e sui loro possibili effetti nell'immediato post-evento. Il 1995 è anche l'anno della prima installazione, da parte dell'allora Servizio Sismico Nazionale, del primo sistema di monitoraggio sismico su un edificio in c.a., ovvero l'Istituto Tecnico Commerciale di Moliterno (PZ); due anni più tardi, nel 1997, verrà invece installato il primo sistema su un edificio in muratura, il Poliambulatorio di Pievepelago, nell'Appennino modenese. Negli anni successivi la rete si è ampiamente sviluppata fino ad arrivare al giorno d'oggi: vengono monitorati 149 edifici pubblici, 7 ponti ed 1 diga; gli edifici si trovano per la maggior parte in comuni in zona sismica 1 (43%) e zona sismica 2 (53%)⁶.

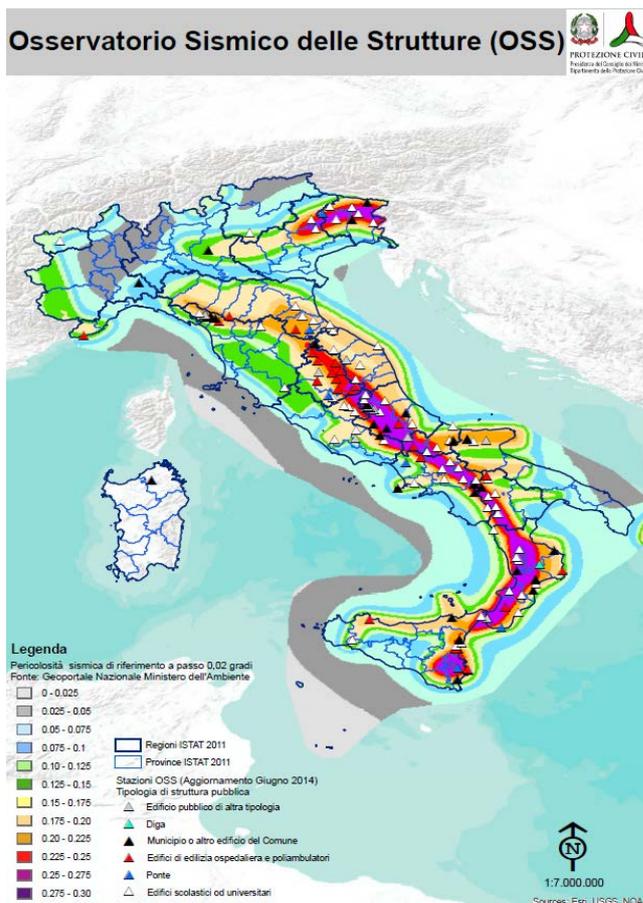


Fig. 4.1. Mappa delle postazioni OSS aggiornata a giugno 2014. La distribuzione geografica delle strutture segue la mappa di pericolosità e di vulnerabilità del territorio nazionale.

⁵ M. Dolce, *Il monitoraggio sismico del Dipartimento della Protezione Civile (2) - L'Osservatorio Sismico delle Strutture*, in «Progettazione sismica», n.1, 2012, pp. 81-85.

⁶ Il tema delle zone sismiche è già stato trattato nel capitolo 2.2 Inquadramento sismico dell'area.

Nella scelta delle tipologie edilizie da monitorare, si è privilegiata la scelta di strutture per la maggior parte di tipo ordinario, rappresentative dell'edilizia pubblica delle diverse realtà dell'intero territorio nazionale. Della rete fanno parte anche pochi edifici storici come il Palazzo degli Elefanti a Catania, o edifici di particolare interesse perché dotati di sistemi di isolamento sismico, come l'edificio 3D del campus di Potenza – loc. Non è invece presente nella lista la Cappella degli Scrovegni. La peculiarità del sistema consta nella possibilità di avere in remoto, a poche decine di minuti da un'importante scossa sismica, una stima, sia pure di massima, del grado di danneggiamento delle strutture dell'OSS collocate nell'area epicentrale, ottenendo così dati utili anche per una migliore valutazione delle conseguenze del sisma sul territorio.

Dal punto di vista normativo invece, la specificità è regolamentata nell' Eurocodice8, *Indicazioni progettuali per la resistenza sismica delle strutture*, nell'Appendice B: "Per la valutazione delle strutture, oltre a raccogliere informazioni generali storiche e i dati durante l'ispezione, possono essere condotte prove sperimentali e misure in situ studiando l'evoluzione nel tempo delle dimensioni, degli allineamenti, delle eccentricità, dell'apertura delle fessure o dei distacchi e delle deformazioni, specialmente per effetto di scosse di assestamento (con l'eventuale installazione di apparecchiature di monitoraggio". Si ricorda inoltre la norma ISO 16587 *Mechanical vibration and shock - Performance parameters for condition monitoring of structures* del 2004 che però affronta solo marginalmente il tema.

Sulla base dell'esperienza acquisita, stanno però cominciando ad essere approntate linee guida e codici di condotta (pratica ISIS)⁷.

⁷ Maguire J. R., Condition monitoring of structures: a briefing note for clients and authors. In Proc. Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings 134, pp. 279–280, 1999.

- Mufti, A. 2001 Guidelines for structural health monitoring. ISIS Design Manual No. 2. ISIS Canada.

- BSI 2004 Mechanical vibration and shock-performance parameters for condition monitoring of structures. BS ISO 15587:2004, British Standards Organisation.

- Rucker, W., Rohrman, R. G. & Hille, F. 2006 Guidelines for monitoring and assessment - a SAMCO initiative as a basis for international standardization. In Proc. SHMII-2, structural health monitoring and intelligent infrastructures, vol. 2 (ed. J. Ou, H. Li and Z. Duan), pp. 1671–1676. London, UK: Taylor & Francis Group.

13.1.2. Beni culturali

Il tema della conservazione diventa ancora più importante nell'ambito dei beni culturali in cui lo svolgimento di indagini è essenziale per migliorare la conoscenza di un edificio storico: il monitoraggio strutturale dello stesso diventa fondamentale per una sua valutazione complessiva e permette una programmazione per quanto riguarda la manutenzione ed un eventuale, se necessario, piano di interventi, così come citato al paragrafo 4.1.9 delle *Linee Guida per la Valutazione e Riduzione del Rischio Sismico del Patrimonio Culturale* in cui si aggiunge come "un definito programma di monitoraggio è fondamentale per garantire alla costruzione la vita nominale prevista"⁸. L'impostazione di un corretto programma di monitoraggio prevede a monte un'accurata analisi del funzionamento strutturale dell'edificio storico e delle problematiche agenti sullo stesso, in modo da definire dei parametri che consentano una certificazione del comportamento dell'edificio nel suo insieme o di singole parti. Nell'ambito dei beni culturali è poi buona pratica associare ad un monitoraggio strumentale, anche quello visivo, inteso come un "controllo periodico dell'insorgenza di stati fessurativi, di fenomeni di degrado, trasformazioni nella struttura e dell'ambiente circostante"⁹. Il monitoraggio strumentale è comunque parte fondante dell'intero sistema di monitoraggio poiché permette l'acquisizione di diversi parametri significativi, come il movimento delle lesioni, gli spostamenti assoluti o relativi di punti della costruzione o la rotazione di pareti; in alcuni casi poi, quando i meccanismi di dissesto sono ben noti e possono essere definite delle soglie di sicurezza, il monitoraggio può rappresentare un'alternativa all'intervento, a vantaggio della conservazione. Gli algoritmi sviluppati negli ultimi anni sono in grado di elaborare i dati statici automaticamente ed inviare eventuali messaggi di preallarme in caso di superamento di soglie predefinite o in caso di malfunzionamento del sistema. Ovviamente questo tipo di procedura deve essere ben calibrata per le specifiche caratteristiche dell'edificio in questione.

⁸ Linee Guida per la Valutazione e Riduzione del Rischio Sismico del Patrimonio Culturale, Ministero per i Beni e le Attività Culturali, Direzione Generale per i Beni Architettonici e Paesaggistici, 2007, cit. p.50

⁹ Linee Guida per la Valutazione e Riduzione del Rischio Sismico del Patrimonio Culturale, Ministero per i Beni e le Attività Culturali, Direzione Generale per i Beni Architettonici e Paesaggistici, 2007, cit. p.50

La problematica principale riguardante gli edifici in muratura, quindi la maggior parte degli edifici storici, è che questi non sono caratterizzati da un comportamento lineare ed è quindi difficile definire dei parametri rappresentativi di un comportamento lineare equivalente.

Infine, per quanto riguarda il tema della sicurezza sismica, il monitoraggio non deve essere visto solamente come uno strumento di individuazione del comportamento sismico, ma soprattutto come un dispositivo in grado, in fase post-sisma in caso di strutture danneggiate, di verificare l'evoluzione del meccanismo di danno attivato dal sisma e la sua risposta alle eventuali successive scosse. In definitiva quindi, è bene fare una differenziazione tra i sistemi di monitoraggio applicati ad edifici in condizioni di esercizio e quelli danneggiati in seguito ad un evento sismico: per i primi sarà importante la validazione del funzionamento strutturale con modelli comportamentali di riferimento, identificare i processi di danno in atto ed una valida progettazione di interventi di conservazione strutturale, per i secondi sarà invece fondamentale in primo luogo accertare la stabilità del danno osservato per poter poi ottenere una validazione degli interventi di consolidamento in seguito effettuati.

In Italia sono diversi i beni culturali che hanno visto l'applicazione di un sistema di monitoraggio; nel caso di beni in condizioni di esercizio un sistema di monitoraggio citabile è quello dell'Arena di Verona, che conta sedici accelerometri monoassiali (trasduttori di accelerazione), venti potenziometri lineari (trasduttori di spostamento) e quattro sensori integrati di temperatura ed umidità¹⁰ (Fig. 4.2.).

¹⁰ Beccaro, tesi *SHM (Structural Health Monitoring) di strutture storiche: analisi statica e dinamica dell'Arena di Verona*, cap.6, p.136.

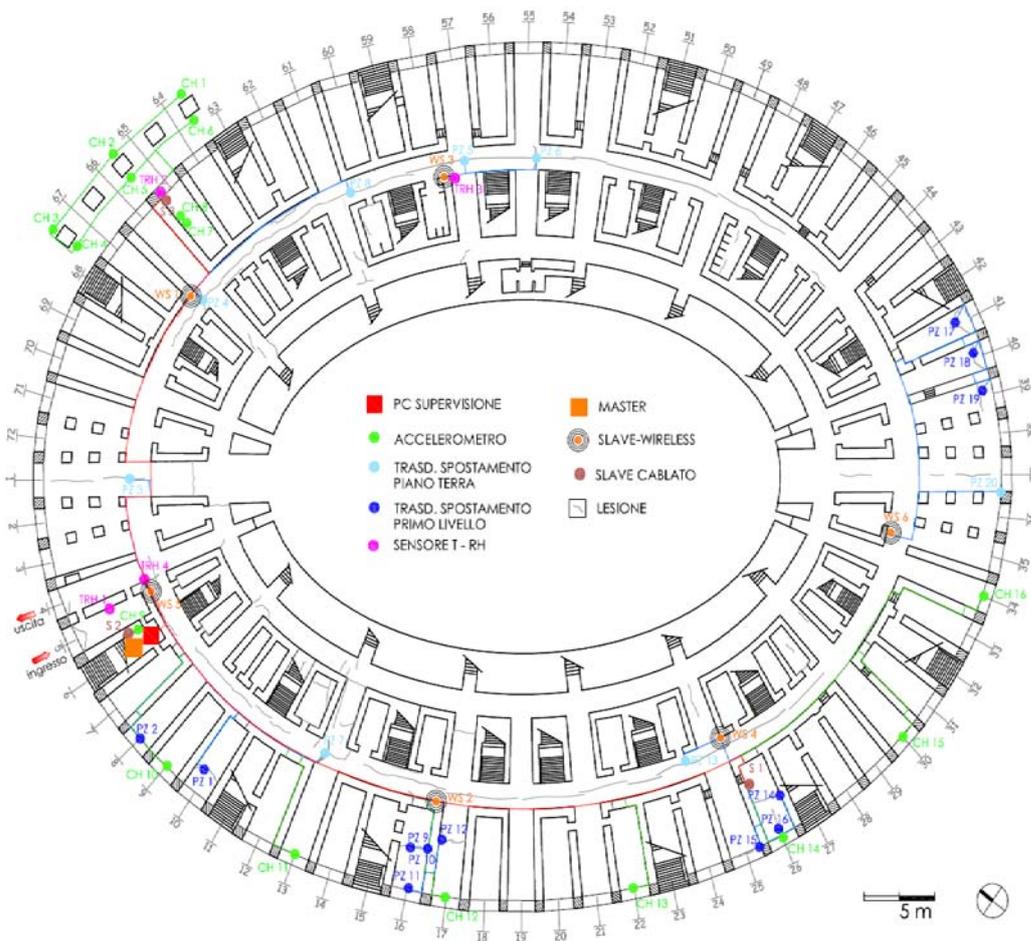


Fig. 4.2. Schema di posizionamento delle strumentazioni all'interno dell'Arena di Verona. Beccaro, tesi SHM (Structural Health Monitoring) di strutture storiche: analisi statica e dinamica dell'Arena di Verona, cap.6, p.138.

Un secondo esempio, in questo caso però per un bene danneggiato in seguito ad un evento sismico, è quello del Forte Spagnolo all'Aquila, che ha subito ingenti lesioni a seguito del sisma del 6 aprile 2009. Il sistema è composto da otto accelerometri monoassiali, una stazione meteorologica e da sei fessurimetri. I principali meccanismi di danno innestatisi sono quelli di ribaltamento e flessione nelle murature perimetrali, lesioni a taglio nelle murature interne ed esterne, danneggiamento alle volte e agli archi, collassi locali di volte e solai; i sistemi installati sono sia di monitoraggio statico che dinamico e lavorano in parallelo per controllare rispettivamente il quadro delle lesioni concordemente ai parametri ambientali e la risposta dinamica della struttura¹¹.

¹¹ C. Modena, F. Casarin, *Monitoraggio di edifici storici: controlli preventivi e post evento sismico*, in "Il monitoraggio delle strutture nella prevenzione del rischio sismico", Roma 21/01/2011, cit. pp.29-33.



Fig. 4.3. Forte Spagnolo all'Aquila: i sensori di spostamento sono posizionati al piede dei pilastri verso il cortile per controllare il fenomeno di ribaltamento del fronte interno, oltre a sonde di rilevazione dei parametri ambientali.

C. Modena, F. Casarin, *Monitoraggio di edifici storici: controlli preventivi e post evento sismico*, in "Il monitoraggio delle strutture nella prevenzione del rischio sismico", Roma 21/01/2011, p.32.

4.3. IL MONITORAGGIO ED IL SUO FUNZIONAMENTO

Un presupposto importante nell'analisi dei sistemi di monitoraggio è il considerare che per quanto riguarda le costruzioni, fatta eccezione per alcune tipologie di fabbricati, ogni struttura è unica e dunque non c'è una base comune ripetibile in ogni situazione. Il monitoraggio può in generale essere definito come "sperimentazione di tipo scientifico che, senza arrecare disturbi apprezzabili, rileva la risposta della costruzione analizzata, ad azioni di prefissata natura"¹². Dal punto di vista strutturale, il monitoraggio si può definire anche come "l'osservazione continua e regolare delle condizioni di una struttura o un sistema autonomo dotato di strumenti sensoriali, al fine di preservare l'integrità strutturale"¹³, i dati acquisiti vengono poi riorganizzati secondo il metodo dell'identificazione.

Le fasi del monitoraggio si possono schematizzare come segue¹⁴:

- I. Valutazione operativa e acquisizione dei dati
- II. Elaborazione dei segnali e estrazione delle caratteristiche
- III. Sviluppo di modelli statistici
- IV. Rilevamento di eventuali danni e report.

¹² A. Chiarugi, P. Foraboschi, *Monitoraggio ed identificazione strutturale*, in "Monitoraggio delle strutture dell'ingegneria civile", a cura di P.G. Malerba, cit. p. 1.

¹³ Chang Fu-Kuo, Prosser W. H., Schulz M. J., *Structural Health Monitoring*, 2002, pp.3-4.

¹⁴ KULLAA J., *Eliminating environmental or operational influences in structural health monitoring using the missing data analysis*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 20, 2009, pp. 1381 - 1390. FARRAR C.R., K. Worden (2007), *An introduction to structural health monitoring*, Phil. Trans. R. Soc. A 2007 365, doi: 10.1098/rsta.2006.1928

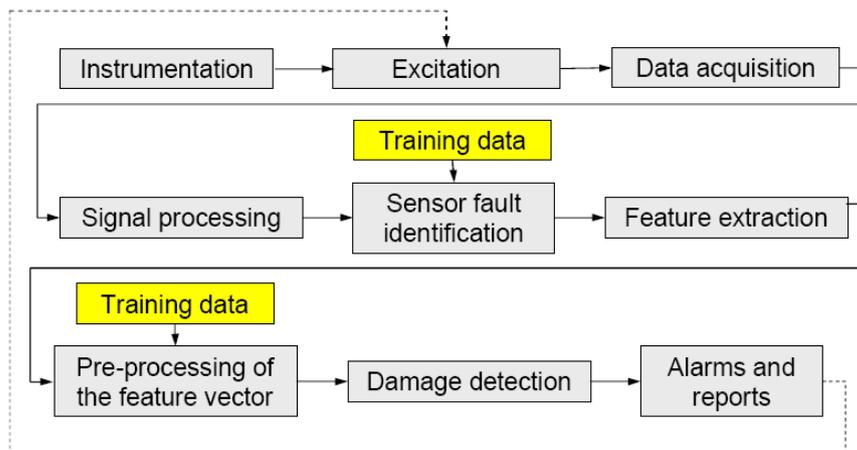


Fig. 4.4.

4.3.1. Valutazione operativa e acquisizione dei dati

In primo luogo è importante definire quindi all'interno della struttura cosa sarà oggetto di monitoraggio e con che modalità, ovvero con che tipo di strumentazione; un sistema di monitoraggio è composto principalmente da:

- un set di sensori;
- un'unità di acquisizione dei dati (che converte automaticamente il segnale, pulendolo, da analogico a digitale);
- un database che archivia tutti i dati derivanti dall'unità di acquisizione.

Più sono i sensori, e quindi i punti di registrazione, migliore sarà la qualità delle informazioni ricavate; è però ovvio come non possa essere possibile, anche per motivi economici, posizionare dispositivi di controllo in ogni parte della struttura: sarà quindi necessario identificare le migliori collocazioni che permettano una corretta misura della risposta della struttura, evitando il più possibile una perdita di informazioni. Una volta installato, il sistema invierà i dati registrati ad un'unità di acquisizione che filtrerà e discretizzerà il segnale. Inoltre è importante capire quale tipologia di controllo applicare alle strutture; il monitoraggio si può dividere in¹⁵:

Con riferimento al tempo:

1. Continuo: misure di grandezze che si accumulano
2. Discontinuo: rilievo di vibrazioni (in senso sistemico)

Con riferimento alle grandezze rilevate:

¹⁵ A. Chiarugi, P. Foraboschi, *Monitoraggio ed identificazione strutturale*, in "Monitoraggio delle strutture dell'ingegneria civile", a cura di P.G. Malerba, cit. pp. 6-7.

- a. Statico: rilievo di grandezze conseguenti agli effetti “quasi statici” delle azioni esterne
- b. Dinamico: rilievo di time-history di vibrazioni meccaniche.

Nel monitoraggio continuo sono ad esempio da annoverarsi le misure del quadro fessurativo e le prove con martinetti piatti; in quello discontinuo, tecniche con eccitazione da vibrodina, vento e traffico veicolare.

Nel monitoraggio statico si effettuano rilevamenti continui che misurano la lenta variazione dei parametri per un lungo periodo, mentre quello dinamico è orientato verso il controllo di proprietà dinamiche della struttura su cui è applicato, sia in condizione operative, ovvero la variazione ciclica dei parametri modali, che nel caso di eventi eccezionali, come ad esempio i terremoti. Nello specifico il monitoraggio dinamico è utilizzato sia per l'individuazione di danni strutturali, sulla base dell'analisi delle variazioni dei parametri modali (*natural frequencies, mode shapes e damping ratio*) del sistema strutturale che potrebbero essere collegate a possibili danni, sia per controllare il comportamento dell'edificio in occasione di eventi di rilievo (ad esempio forte vento o terremoti).

4.3.1.1 Tipologie di sensori

I sensori forniscono un segnale elettrico proporzionale alle variabili strutturali o ambientali di interesse. La frequenza di campionamento dipende dalla tipologia di dati da misurare. Il segnale registrato può essere analogico o digitale, attivo o passivo; devono inoltre soddisfare le seguenti caratteristiche prestazionali: sensibilità, risoluzione, linearità, accuratezza, precisione, isolamento, economicità, facilità di installazione e durevolezza. Nel caso di un sensore analogico, come detto in precedenza, la variabile di uscita è continua e richiede una conversione A/D, mentre nel caso di un sensore digitale non è necessaria la conversione poiché l'uscita viene convertita internamente dal sensore stesso. Si fornisce di seguito una schematizzazione delle possibili categorie di sensori:

PARAMETRO RILEVATO	TIPOLOGIA DI SENSORE
Temperatura/umidità	Sensori ambientali
Carico/forza	Celle di carico
Deformazione	Estensimetro
Accelerazione	Accelerometro
Suono	Microfono
Spostamento	Potenziometro

Tab. 4.1

4.3.1.2 Eccitazione

L'eccitazione può essere sia ambientale che artificiale. Nel primo caso si tratta di eventi naturali, come ad esempio il vento, il ghiaccio o scosse sismiche, o indirettamente causati dall'uomo, come ad esempio il traffico. Nel caso non fosse presente un'eccitazione ambientale, è particolarmente utile servirsi di quella artificiale, vantaggiosa non solo perché è possibile controllare e misurare l'eccitazione, ma anche perché è essenziale che l'intera gamma di frequenze di interesse sia provocata da un'eccitazione a banda larga¹⁶. Come detto in precedenza, questo tipo di eccitazione si può ottenere attraverso l'uso di *vibroдина*, ovvero uno strumento capace di applicare una forzante, quindi delle vibrazioni, ad una struttura, controllandone ampiezza e frequenza; la sollecitazione forzata della struttura permetterà poi di risalire alle frequenze naturali della stessa ed alle rispettive deformate modali e ai rispettivi smorzamenti. In ogni caso è sempre comunque importante determinare la normale vibrazione della struttura, nonostante possano sorgere diverse complicanze dovute ad esempio a disturbi da parte del vento o dal movimento terrestre, poiché questa ha il vantaggio di essere sottoposta ad un carico costante e prevede un'attivazione delle frequenze più basse.

4.3.1.3 Acquisizione dei dati

I dati come detto in precedenza, vengono inviati dai sensori al sistema di acquisizione che li converte in segnale analogico elettrico, per poi riordinarli e conservarli all'interno

¹⁶ Beccaro, tesi *SHM (Structural Health Monitoring) di strutture storiche: analisi statica e dinamica dell'Arena di Verona*, cit. cap.1, p.10.

di un database. Prima che i dati vengano digitalizzati, è importante applicare un filtro *anti-aliasing*, poiché in seguito alla digitalizzazione non sarà più possibile correggere il fenomeno dell'*aliasing*. Tipicamente i convertitori A/D hanno 10-24 bit di risoluzione ed il range di misura è diviso in 2^n intervalli. Per una migliore risoluzione, dovrebbe inoltre essere usato tutto il range dinamico, ma ciò potrebbe causare un sovraccarico e di conseguenza il segnale viene tagliato. Il range dinamico può essere determinato con misurazioni preliminari al monitoraggio della struttura.

4.3.2. Elaborazione dei segnali ed estrazione delle caratteristiche¹⁷

L'elaborazione del segnale è tipicamente adottata nel campo di controllo dinamico per estrarre le caratteristiche direttamente o per agire come una fase di pre-elaborazione nell'estrazione delle caratteristiche stesse. L'elaborazione del segnale estrae diversi dati utili dalle *time histories*, che devono essere compressi al fine di conoscere alcune proprietà caratteristiche della struttura.

L'obiettivo è quello di trovare le caratteristiche più sensibili al danno, ma insensibili alle variabili dell'ambiente, come ad esempio il carico o le variazioni di temperatura. Infatti un cambiamento nelle caratteristiche è un'indicazione di danno.

4.3.2.1 Metodi di elaborazione del segnale

Solitamente le misure dei segnali vengono effettuate nel dominio del tempo, ma per ragioni pratiche e motivi di calcolo, si preferisce il dominio delle frequenze; questa conversione avviene attraverso la trasformata di Fourier¹⁸ (FFT, Fast Fourier Transform) che permette non venga persa nell'elaborazione alcuna informazione. Tuttavia questa metodologia porta ad un problema noto come *leakage error*, ovvero a delle perdite causate dal fatto che FFT è definito per serie temporali di lunghezza infinita, mentre le *time histories* acquisite sono finite; la perdita può essere ridotta aumentando la durata di campionamento T in modo che la differenza tra le linee spettrali sia molto piccola, riducendo così al minimo l'errore.

¹⁷LORENZONI F., Integrated methodologies based on structural health monitoring for the protection of the protection of cultural heritage buildings, Ph.D. Thesis, University of Padova, Italy, 2013, cit. pp. 35-37.

¹⁸Si veda più avanti il cap. 4.5, *Risposta dinamica*, cit. p. 18

La tecnica più efficace per la riduzione degli errori di dispersione è la trasformazione del segnale mediante l'introduzione di una finestra "funzione" (tecnica di windowing), costringendo il segnale essere (quasi) periodico.

Un altro processo di condizionamento dei segnali relativi a finestre è quello in cui questi vengono filtrati producendo delle modifiche del segnale di spettro attraverso l'applicazione di diversi tipi di funzioni di windowing. Durante la fase di identificazione del sistema è anche possibile applicare una procedura di decimazione per le *time histories* acquisite, al fine di modificare la loro frequenza di campionamento in una minore e di ridurre drasticamente la frequenza del segnale ad un range di interessi utili per il sistema strutturale indagato.

4.3.2.2 Estrazione delle caratteristiche

In seguito all'elaborazione del segnale è possibile estrarre varie funzioni delle *time histories*: funzioni di densità spettrale di potenza (PSD), funzioni di risposta dell'impulso (IRF), funzioni di risposta in frequenza (FRF). Possono essere sfruttate, come detto in precedenza, direttamente come funzioni o come pretrattamento per estrarre altre informazioni.

La fase di estrazione delle caratteristiche è di fondamentale importanza al fine di trovare quelle più sensibili ai danni, filtrando gli effetti di ambiente o delle condizioni di carico. Alcune caratteristiche possono essere facilmente estratte automaticamente, come ad esempio informazioni derivanti dai sistemi statici (ad esempio l'apertura delle fessure), mentre altri possono avere bisogno di più supervisione e regole per automatizzare parametri come quelli modali.

4.3.3. Sviluppo di modelli statistici

In generale che si parli di conservazione, adeguamento o miglioramento, perché queste operazioni possano compiersi al meglio, sono richiesti i seguenti step¹⁹:

1. Generazione di un modello per la simulazione di un comportamento strutturale
2. Messa a punto di uno stato di riferimento per valutare le evoluzioni *temporo-spaziali* del danneggiamento

¹⁹ A. Chiarugi, P. Foraboschi, *Monitoraggio ed identificazione strutturale*, in "Monitoraggio delle strutture dell'ingegneria civile", a cura di P.G. Malerba, cit. p. 2.

3. Acquisizione di conoscenze ed informazioni intrinseche all'opera, quale elemento di controllo del livello di sicurezza, oltre che elemento necessario per i punti 1. e 2.

Dal punto di vista metodologico, scaturiscono a questo punto due diverse problematiche, in stretta relazione tra loro, il problema diretto e quello inverso.

	DATI	INCOGNITE
PROBLEMA DIRETTO	Azioni + Modello	Risposte
PROBLEMA INVERSO	Azioni + Risposte	Modello

Tab. 4.2.

Il problema diretto rappresenta quella che si può schematizzare come "situazione progettuale", ovvero le azioni vengono ricavate dalle norme o dai capitolati; il modello viene creato sulla base degli elaborati grafici di progetto o del rilievo architettonico, e la risposta viene calcolata grazie ai dati prima elencati e confrontata con quella ammissibile. Per quanto riguarda invece le tematiche in questione, è importante la risoluzione del problema inverso.

4.3.3.1 Il problema inverso

Il problema inverso si riferisce all'analisi di costruzioni esistenti: in tal caso il modello è ciò che interessa, ovvero la sua calibrazione, che avviene sulla base dei dati ricavati, in questo caso, dal monitoraggio. Per la risoluzione del problema viene generato a priori un modello virtuale, quindi prescindendo dal monitoraggio, e solo nell'ultimo stadio del processo, quando il modello virtuale ha assunto tutte le connotazioni necessarie ad un'esaustiva analisi strutturale, esso viene "forzato" ad addossarsi ai dati forniti dal monitoraggio²⁰. Elemento imprescindibile è che ci sia confrontabilità tra i dati del monitoraggio e le risposte del modello e che i parametri di quest'ultimo siano sempre aggiornabili ed aderiscano il più possibile all'oggetto reale. Questo tipo di modello, rispetto ad un modello generato in assenza di monitoraggio, risulta, in senso statistico, più affidabile.

Un' ostacolo sicuramente da cui non è possibile prescindere è l'impossibilità di pervenire ad una conoscenza completa dell'edificio dal punto di vista sia geometrico

²⁰ A. Chiarugi, P. Foraboschi, *Monitoraggio ed identificazione strutturale*, in "Monitoraggio delle strutture dell'ingegneria civile", a cura di P.G. Malerba, cit. p. 5.

che strutturale; un quadro esaustivo si potrà avere solo attraverso indagini che rischiano di indurre pesanti disturbi sull'organismo in questione.

4.3.4. Rilevamento di eventuali danni e report

L'obiettivo è quello di determinare se sia presente o meno un danneggiamento delle strutture. Il danno può essere definito come "cambiamenti introdotti in un sistema che incidono negativamente sulle sue performance attuali e future"; il concetto di danno non è significativo, senza un confronto tra due differenti stati del sistema, uno dei quali assunto come quello rappresentante una condizione iniziale del sistema, ipotizzata come non danneggiata²¹. Ne consegue che tutti i cambiamenti nel comportamento di un sistema strutturale possano essere correlati ad un danno e che siano direttamente collegati alla variazione delle proprietà fisiche o geometriche, delle condizioni al contorno o dei vincoli della struttura, che possono verificarsi sia in un periodo di tempo piuttosto lungo ma anche apparire improvvisamente in seguito ad un evento eccezionale. La strategia del monitoraggio dovrà quindi considerare come parametri, l'ampiezza ed il tempo di evoluzione del danno.

Infine, prima di effettuare la vera e propria identificazione del danno, sarà importante effettuare un filtraggio degli effetti ambientali, che influenzano fortemente sia il comportamento statico che quello dinamico²².

4.4. RISPOSTA STATICA

Il monitoraggio statico, volto alla misurazione di parametri che variano gradualmente e lentamente in un periodo di tempo sufficientemente lungo (come ad esempio l'apertura di una fessura o l'insorgenza di deformazioni negli elementi strutturali), si differenzia dal monitoraggio dinamico, il cui scopo è l'identificazione di fenomeni in rapida evoluzione durante un breve intervallo temporale (ad esempio vibrazioni della struttura indotte dal traffico o da fenomeni atmosferici o da eventi sismici di ridotta entità). Richiede la misurazione ad intervalli di tempo regolari e non vi è la necessità di acquisire dati con un'elevata frequenza di campionamento. Spesso è sufficiente la

²¹ FARRAR C.R., K. Worden (2007), *An introduction to structural health monitoring*, Phil. Trans. R. Soc. A 2007 365, doi: 10.1098/rsta.2006.1928

²² Si veda il cap. 13.5, *Influenza dei fattori ambientali*, pp. 29-31

registrazione ad intervalli di tempo che possono variare dal giorno, alla settimana, al mese. Si possono così studiare le variazioni causate da cambiamenti termo-igrometrici o dall'evolversi di fenomeni di danno. Può comunque essere interessante registrare dati anche ad intervalli di tempo inferiori (ad esempio su base oraria), in particolar modo nei casi in cui si studi l'andamento giornaliero di un fenomeno (come lo studio dell'andamento di una fessura al variare della temperatura giornaliera)²³.

4.5. RISPOSTA DINAMICA

Vengono di seguito esposti i concetti base della dinamica delle strutture, dell'analisi modale e dei principali metodi di identificazione dinamica con particolare attenzione all'analisi modale operativa (OMA). Il lavoro approfondirà la descrizione di due metodi non parametrici nel dominio delle frequenze, FDD e la sua versione migliorata EFDD, tecniche che si mostreranno essere molto efficaci nella stima dei parametri modali delle strutture e verranno usati nella determinazione della risposta dinamica della Cappella degli Scrovegni²⁴.

4.5.1. I modelli dinamici

Il comportamento dinamico sotto azioni esterne o spostamenti imposti di una struttura viene determinato in modo univoco sulla base delle sue caratteristiche spaziali: distribuzione delle masse, legami costitutivi dei materiali, geometria e condizioni di vincolo; generalmente mediante l'integrazione di equazioni differenziali che impongono condizioni di equilibrio dinamico e la congruenza degli spostamenti imposti. Il comportamento dinamico di una struttura può essere rappresentato mediante una serie di equazioni differenziali nel dominio del tempo, o tramite una serie di equazioni algebriche nel dominio delle frequenze; nello specifico il modello spaziale, che ha come scopo la determinazione del problema strutturale, è costituito

²³ Beccaro, tesi *SHM (Structural Health Monitoring) di strutture storiche: analisi statica e dinamica dell'Arena di Verona*, cit. cap.1, p.15.

²⁴ Si farà più volte riferimento a LORENZONI, *Integrated methodologies based on structural health monitoring*, cit., pp. 55 – 70; VIOLA E., *Fondamenti di dinamica e vibrazione delle strutture*, Pitagora, Bologna.

da un'equazione differenziale del secondo ordine espressa nel dominio del tempo, per un generale sistema a N gradi di libertà, in forma matriciale:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{p}(t) \quad 4.1$$

dove $\ddot{\mathbf{q}}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$, $\mathbf{q}(t)$ sono rispettivamente i vettori di accelerazione, velocità e spostamento, mentre \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} rappresentano le matrici di massa, smorzamento e rigidità; $\mathbf{p}(t)$ è il generale vettore di eccitazione. Un primo approccio è quello di tipo modale, partendo dall'ipotesi che il problema non sia smorzato e grazie all'equazione omogenea associata (13.2) è possibile identificare la struttura dal punto di vista dinamico, risolvendo un problema agli autovalori, definendo il modello modale, individuando: le frequenze proprie, gli smorzamenti e le forme modali del sistema.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = 0 \quad 4.2$$

Una soluzione di questa equazione differenziale è:

$$\mathbf{q}(t) = \boldsymbol{\varphi}_i e^{\lambda_i t} \quad 4.3$$

dove $\boldsymbol{\varphi}_i$ sono gli autovettori reali ($i = 1, \dots, n$) e λ_i sono gli autovalori reali, che in caso di sistemi non smorzati sono uguali alle frequenze naturali ω_i ($\lambda_i = j\omega_i$).

Introducendo l'equazione (13.2) nell'equazione (13.3) risulta:

$$[\mathbf{K} - (-\lambda_i^2)\mathbf{M}]\boldsymbol{\varphi}_i = 0 \quad \forall \quad \mathbf{K}\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{M}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Lambda} \quad 4.4$$

I modi sono descritti dalla matrice modale $\boldsymbol{\Phi}$ dove ogni colonna rappresenta gli autovettori del sistema omogeneo e le frequenze ω_i si trovano nella diagonale della matrice $\boldsymbol{\Lambda}$. Le forme modali sono caratterizzate dalle seguenti proprietà di ortogonalità:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} = [m_i] , \quad \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = [k_i] \quad 4.5$$

dove m_i identifica le masse modali, k_i la rigidità modale e la ^T sovrascritta denota la trasposta. Gli autovettori possono essere normalizzati secondo la massa dalla matrice $\boldsymbol{\Phi}_m$, composta dagli autovalori normalizzati ($\boldsymbol{\varphi}_{m,i} = \boldsymbol{\varphi}_i / \sqrt{m_i}$), che porta alla seguente relazione:

$$\Phi_m^T M \Phi_m = I, \quad \Phi_m^T K \Phi_m = \Lambda^2 \quad 4.6$$

Dove I è la matrice identità delle dimensioni $n \times n$. Se l'equazione (13.4) viene premoltiplicata per Φ^T includendo l'equazione (3.5), è possibile determinare le frequenze naturali non smorzate di ciascun modo similmente ad un problema ad un grado di libertà:

$$\omega_i^2 = \frac{k_{e,i}}{m_i} \quad 4.7$$

Ora si aggiunge l'influenza dello smorzamento in modo proporzionale al sistema, dato che la matrice smorzamento può essere diagonalizzata è possibile ottenere:

$$\Phi^T C \Phi = [c_i] = [2\xi_i \omega_i m_i] = \Gamma [m_i] \quad \text{con } \Gamma = [m_i] \quad 4.8$$

Introducendo la trasformazione lineare della coordinata $\mathbf{q}(t) = \Phi \mathbf{q}_m(t)$, dove $\mathbf{q}_m(t)$ è lo spostamento modale, e moltiplicando l'equazione (13.1) per Φ^T , si ottiene:

$$I \ddot{\mathbf{q}}_m(t) + \Gamma \dot{\mathbf{q}}_m(t) + \Lambda^2 \mathbf{q}_m(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ m_i \end{bmatrix} \Phi^T p(t)$$

4.9

Assumendo questa equazione come omogenea è possibile determinare la forma della soluzione uguale a (13.3) dove gli autovalori soddisfano le seguenti condizioni:

$$\lambda_i^2 + 2\xi_i \omega_i m_i + \omega_i^2 = 0 \quad 4.10$$

con le seguenti soluzioni:

$$\lambda_i = -\xi_i \omega_i + j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}, \quad \lambda_i^* = -\xi_i \omega_i - j \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$$

4.11

$$\omega_i = |\lambda_i|, \quad \xi_i = \frac{-\text{Re}(\lambda_i)}{|\lambda_i|} \quad 4.12$$

dove * indicata un numero complesso coniugato.

L'approccio modale non è l'unico che permette di risolvere il modello spaziale: per risolvere l'equazione (13.1) infatti si può usare la funzione della trasformata di Fourier, che permette di derivare il modello di risposta stabilendo una relazione diretta tra l'eccitazione e la risposta dinamica (spostamenti), nel dominio delle frequenze; si ottiene una funzione detta di risposta in frequenza (FRF):

$$H(\omega) = \frac{1}{K - \omega^2 M + j\omega C} \quad 4.13$$

definito da una matrice $n \times n$, nel dominio delle frequenze ω .

Questo processo può essere percorso anche a ritroso: partendo dal modello di risposta arrivare a quello spaziale, passando per il modello modale; l'identificazione dinamica è insita nel passaggio tra modello spaziale e modale. L'identificazione consiste quindi nella determinazione dei parametri modali di una struttura eccitata da una forzante esterna a partire dalla risposta dinamica misurata grazie a dispositivi posti in sito, questa procedura viene sempre maggiormente utilizzata grazie allo sviluppo dei sistemi di monitoraggio, sia nel campo dell'acquisizione dei dati che nell'elaborazione dei segnali. Grazie al processo appena descritto sarà possibile, attraverso l'analisi dinamica classica applicata a modelli ad elementi finiti, calibrare quest'ultimi: questo è il metodo di identificazione dinamica e successiva calibrazione dei modelli numerici che sarà presentato nella tesi.

La FRF è una funzione complessa composta quindi da una parte reale e da una immaginaria: per un sistema ad un grado di libertà rappresentando la parte reale (Fig.4.5) si vede come questa incrocia l'asse delle frequenze in corrispondenza della risonanza, mentre la parte immaginaria (Fig. 4.6) ha un punto di minimo in essa.

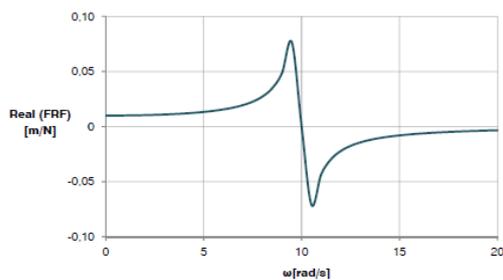


Fig. 4.5. Rappresentazione della parte reale della FRF per un sistema ad un grado di libertà.

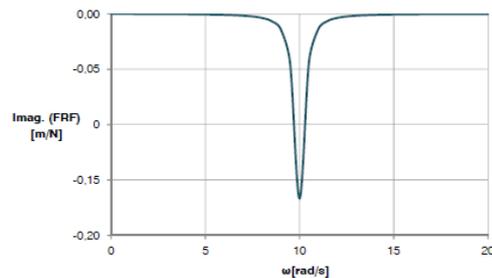


Fig. 4.6. Rappresentazione della parte immaginaria della FRF per un sistema ad un grado di libertà.

Per rappresentare la FRF di un sistema smorzato si utilizza il diagramma di Bode che presenta in ascissa la frequenza e in ordinata la magnitudine (Fig. 4.7) o la fase (Fig. 4.8).

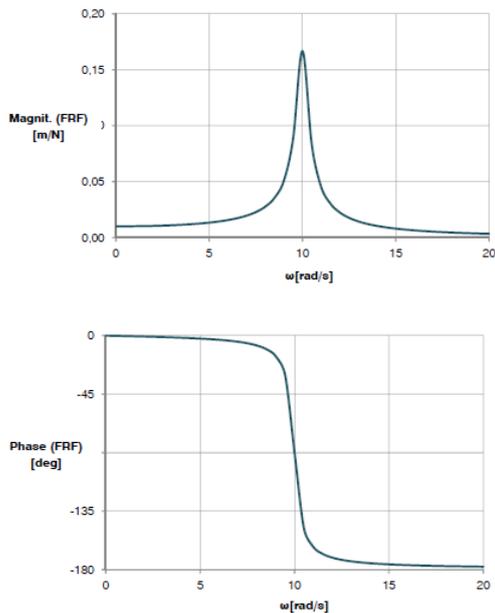


Fig. 4.7. Rappresentazione della magnitudine della FRF per un sistema ad un grado di libertà.

Fig. 4.8. Rappresentazione della fase della FRF per un sistema ad un grado di libertà.

Anche per i sistemi a N gradi di libertà la FRF è una funzione complessa, non più unica però ma dipende dal numero di gradi di libertà del sistema. Dall'analisi della magnitudine si evidenzia una presenza di picchi pari ai modi di vibrare del sistema in corrispondenza delle frequenze naturali degli stessi, intervallati da punti di minimo chiamati di risonanza; inoltre c'è uno sfasamento in corrispondenza delle risonanze (Figg. 4.9 – 4.12).

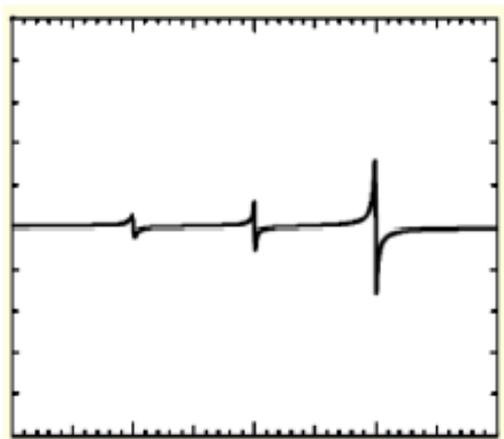


Fig. 4.9. Rappresentazione della parte reale della FRF per un sistema a N gradi di libertà.

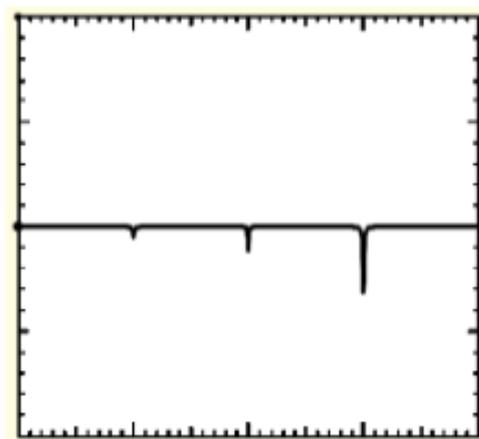


Fig. 4.10. Rappresentazione della parte immaginaria della FRF per un sistema a N gradi di libertà.

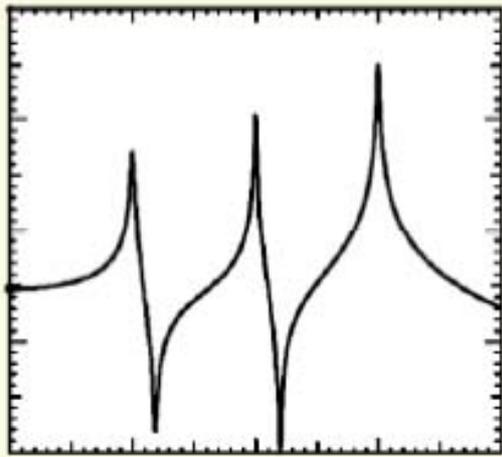


Fig. 4.11. Rappresentazione della magnitudine della FRF per un sistema a N gradi di libertà.

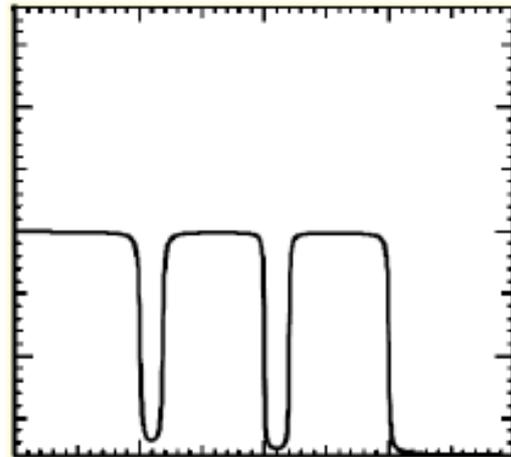


Fig. 4.12. Rappresentazione della fase della FRF per un sistema a N gradi di libertà.

Conoscere il modello modale permette di descrivere le relazioni tra le variabili di input e di output; applicando la trasformata di Fourier o di Laplace alla matrice delle equazioni differenziali (4.1), questa diventa un insieme di equazioni algebriche lineari; in particolare, attraverso l'applicazione della trasformata di Fourier all'equazione del moto di ottiene:

$$Ms^2Q(s) + CsQ(s) + KQ(s) = P(s)$$

4.14

o

$$[Ms^2 + Cs + K]Q(s) = P(s) \quad \rightarrow \quad Z(s)Q(s) = P(s)$$

4.15

Dove $Z(s)$ è la matrice di rigidità dinamica. Pertanto, è possibile relazionare gli output $Q(s)$ ottenuti con la trasformata di Laplace con input $P(s)$ dati dalla stessa trasformata attraverso la matrice chiamata funzione di trasferimento:

$$Q(s) = H(s)P(s) \quad \text{con} \quad H(s) = Z(s)^{-1} = [Ms^2 + Cs + K]^{-1}$$

4.16

dove $H(s)$ è generalmente chiamata matrice della funzione di trasferimento in quanto relaziona gli output $Q(s)$ e gli input $P(s)$. Ogni elemento di $H(s)$ è un valore complesso valutato da una funzione e il valore s degli elementi $H(s)$ presenta infiniti valori designati come *poli*. I poli, rappresentati da λ_k , sono numeri complessi; le parti reali e

immaginarie degli stessi vengono relazionati con le frequenze naturali e con il rapporto dello smorzamento modale di un sistema dinamico attraverso l'equazione:

$$\lambda_k = -\xi_k \omega_k + i\sqrt{1 - \xi_k^2} \omega_k \quad 4.17$$

Sostituendo s con ω_i è possibile ottenere la cosiddetta funzione di frequenza di risposta (13.13), dove i termini nella diagonale della matrice $n \times n$ sono dati da:

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{i=1}^{n_2} \left[\frac{\Phi_i \gamma_i^T}{i\omega - \lambda_i} + \frac{\Phi_i^* \gamma_i^T}{i\omega - \lambda_i^*} \right] \quad 4.18$$

con

$$\mathbf{V} = [\Phi_1 \dots \Phi_{n_2} \quad \Phi_1^* \dots \Phi_{n_2}^*]$$

4.19

$$\mathbf{L} = [\gamma_1 \dots \gamma_{n_2} \quad \gamma_1^* \dots \gamma_{n_2}^*]$$

4.20

dove n_2 è il numero del modello, $*$ è la complessa coniugata della matrice di vettori, \mathbf{H} è il complesso coniugato della matrice di vettori, Φ_i è la colonna dei vettori contenente gli n_2 componenti dei i modi di vibrare, γ_i^T è la linea di vettori con gli n_2 componenti del fattore di partecipazione modale dei i modi e λ_i , da $i = 1, \dots, n_2$ rappresenta la struttura dei poli.

La matrice determinata da equazioni differenziali (4.1) può essere trasformata in un'equazione di stato del primo ordine usando semplici espedienti matematici, combinando le equazioni di stato con le equazioni sopra osservate si ottiene un modello stato-spazio:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}_c x(t) + \mathbf{B}_c u(t)$$

4.21

$$y(t) = \mathbf{C}_c x(t) + \mathbf{D}_c u(t)$$

4.22

dove \mathbf{A}_c , definito matrice di stato, è una matrice con n uguale a $2n_2$ e $x(t)$ è il vettore di stato che contiene sia il vettore spostamento che il vettore velocità del sistema dinamico. La formulazione del modello stato-spazio è la costruzione di un modello matematico che permette di correlare i dati sperimentali al modello discreto: questa

formulazione rappresenta strumento importante nel caso si abbia a che fare con serie temporali stocastiche e presenza di rumore bianco nei dati sperimentali²⁵.

Un altro modo per esprimere la relazione tra input e output è come frazione razionale di due polinomi, essendo il polinomio del denominatore comune a tutte le relazioni input – output. Seguendo questo approccio la matrice funzione di trasferimento (13.16) $H(s)$ può essere espressa come:

$$H(s) = \frac{N(s)}{d(s)} \quad 4.23$$

dove:

$$N(s) = adj[Ms^2 + Cs + K]$$

4.24

$$d(s) = det[Ms^2 + Cs + K]$$

4.25

La matrice $d(s)$ è la matrice dei cofattori e il termine adj indica la sua trasposta; usando il modello del comune denominatore questa relazione tra un input e un output può essere considerata separatamente. I modelli di frazioni sono quelli più astratti e per questo vengono utilizzati con maggiore semplicità per ottenere una stima dei parametri modali.

4.5.2. Metodi di identificazione dinamica

Tutti gli edifici durante il loro normale funzionamento sono sottoposti a vibrazioni, lo studio della risposta dinamica è indispensabile per valutare il comportamento della struttura quando soggetta a sollecitazioni nella sua fase di esercizio. L'identificazione sperimentale dei parametri modali (frequenze proprie, modi di vibrare e smorzamenti modali) è uno strumento molto efficace facente parte delle varie prove non distruttive per giungere ad un'approfondita conoscenza del comportamento delle strutture²⁶;

²⁵ PEETERS B., *System identification and damage detection in civil engineering*, Ph.D. Thesis, Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium, 2000; VAN OVERSCHEE P., DE MOOR B., *Subspace Identification for Linear Systems: Theory - Implementation - Applications*, Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.

²⁶ MODENA C., FRANCHETTI P., ZONTA D., MENGA R., PIZZIGALLI E., RAVASIO F., MUTI M., MELONI R., BORDONE G., *Static and Dynamic Analyses of Maniace Castle in Siracusa-Sicily*, Proc. 3rd Int. Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions, Guimarães, Portugal, 2001; JAISHI B., REN W-X, ZONG Z-H,

l'interesse nei confronti di questa tecnica risiede nel fatto che, mentre esistono altri metodi in grado di fornire informazioni qualitative o quantitative riguardo le proprietà locali dei materiali da costruzione o degli elementi strutturali, solo i test dinamici permettono di misurare sperimentalmente i parametri relativi al comportamento globale della struttura; suddetti test dinamici hanno l'obiettivo di ottenere una descrizione matematica del comportamento dinamico.

Questo studio assume importanza nel caso della Cappella degli Scrovegni in quanto bene culturale e storico in muratura da conservare e l'acquisizione dei dati da parte del sistema di monitoraggio costante è utile per diagnosticare per tempo la presenza di fenomeni di danno. Le prove di identificazione dinamica vengono quindi destinate alla caratterizzazione della risposta modale della struttura, il risultati che si ottengono sono riferibili a diversi parametri sia strutturali che fisici, come la distribuzione delle masse e la geometria, la rigidità e le condizioni al contorno. Il procedimento sperimentale che permette tale identificazione è detto analisi modale e lo scopo è l'identificazione del sistema mediante la determinazione dei parametri modali: frequenza naturali, smorzamenti e forme modali. È possibile affermare che ci serviremo dell'analisi modale per diverse finalità: calibrazione, validazione e aggiornamento del modelli numerici di riferimento della struttura oggetto di indagine; applicazione delle tecniche di rilevamento del danno basate sui segnali di vibrazione; monitoraggio strutturale. Il sistema dinamico viene identificato con l'uscita che corrisponde ad un'entrata e può essere schematizzato come in Fig. 4.13: viene definito "scatola nera" e rappresenta l'insieme dei parametri modali che vogliamo identificare, l'input identifica l'eccitazione impressa e l'output la risposta strutturale misurata dai dispositivi.



Fig. 4.13. Schematizzazione del sistema dinamico.

Un primo approccio di identificazione sperimentale dei parametri modali coinvolge l'esecuzione di *Forced Vibration Tests* (FVT) caratterizzati da speciali dispositivi che imprimono input in modo forzato e controllato e trasduttori che misurano gli output al fine di stimare le frequenze modali, lo smorzamento e le forme modali. A questo tipo di test si riferisce l'*Experimental Modal Analysis* (EMA): condotta principalmente in laboratorio, presenta limitazioni legate alle corrette condizioni al contorno e nell'applicazione delle eccitazioni dinamiche controllate e misurate alle grandi opere di ingegneria civile; questo ha portato ad interessanti sviluppi in merito ad un nuovo tipo di test, l'*Ambient Vibration Tests* (AVT). Le analisi alle quali ci si riferisce con queste prove sono conosciute come *Operational Modal Analysis* (OMA): basate sulla misurazione della risposta dinamica di un sistema ambientale sottoposto alle condizioni naturali (ambientali o operative), le eccitazioni ambientali sono costituite dall'azione del vento e del traffico. Nel caso studio della Cappella degli Scrovegni e di tutti gli edifici storici si preferisce sottoporre il manufatto alle sole sollecitazioni ambientali in quanto meno invasive.

4.5.3. OMA, Operation Modal Analysis

L'analisi modale operativa si basa sulla sola misurazione della risposta della struttura ai test e permette il monitoraggio di strutture che sono difficili o sconvenienti da eccitare in modo forzato, i dati che si ottengono sono di buona qualità in quanto sono garantite le condizioni d'uso reali.

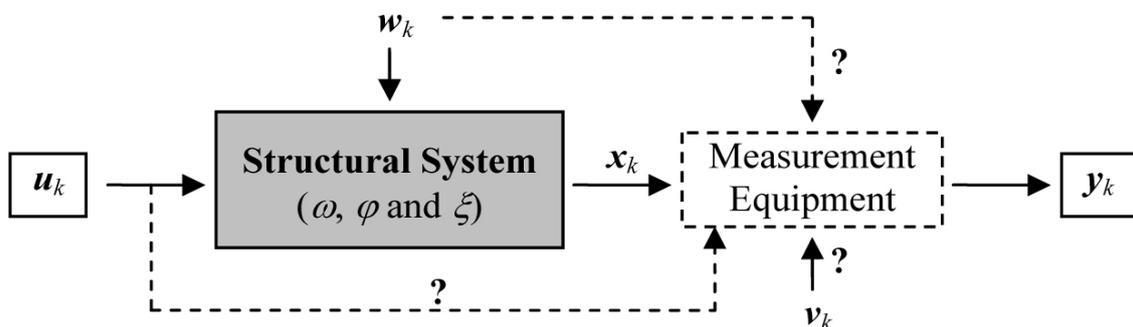


Fig. 4.14. Schematizzazione della tecnica di identificazione OMA.

In Fig. 4.14 è illustrato lo schema di questa tecnica: u_k è l'eccitazione ambientale, y_k la risposta misurata che include il contributo modale delle forze ambientali, il contributo del sistema strutturale w_k e un certo livello di rumore indotto da fonti esterne v_k .

Sebbene tali presupposti sono raramente soddisfatti nella realtà, rappresentano la base per lo sviluppo delle tecniche OMA per identificare i parametri modali e possono essere eseguite con metodi basati nel dominio delle frequenze e del tempo. I primi metodi che furono sviluppati sono stati quelli nel dominio delle frequenze che partono dall'analisi dello spettro della matrice di output o di metà spettro determinati sotto l'ipotesi di base secondo la quale l'input è il rumore bianco, questi spettri possono essere modellati analogamente alla matrice funzione di trasferimento $\mathbf{H}(s)$ della matrice FRF. La lo spettro di output \mathbf{S}_{yy} limitato a $s=i\omega$ è legata allo spettro di input \mathbf{S}_{uu} dalla seguente equazione²⁷:

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{S}_{uu}(\omega)\mathbf{H}^H(\omega)$$

4.26

Lo spettro dell'output dipende solo $\mathbf{H}(\omega)$ e dalla matrice costante, che è la matrice di correlazione con l'input del rumore bianco:

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{S}_{uu}(\omega)\mathbf{H}^H(\omega)$$

4.27

Considerando le equazioni (4.18 – 4.26) e la conversione alla forma di frazione parziale, il decompositore modale dello spettro di output è:

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \sum_{i=1}^{n_2} \frac{\Phi_i g_i^T}{i\omega - \lambda_i} + \frac{\Phi_k^* g_i^H}{i\omega - \lambda_i^*} + \frac{g_i \Phi_i^T}{-i\omega - \lambda_i} + \frac{g_i^* \Phi_i^H}{-i\omega - \lambda_i^*} \quad 4.28$$

Dove g_i sono i fattori riferiti ai i modi, sostituiscono il fattore di partecipazione modale quando sono disponibili solo dati di output mentre quelli di input sono ignoti; la decomposizione modale degli spettri di output mostra che questo ha 4 poli ($\pm\lambda_i, \pm\lambda_i^*$) per ogni modo. Per le determinazione di metà spettro è indispensabile:

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \mathbf{S}_{yy}^+(\omega) - \mathbf{S}_{yy}^-(\omega)^H$$

4.29

La decomposizione modale di metà spettro è dato da:

$$\mathbf{S}_{yy}^+(\omega) = \sum_{i=1}^{n_2} \frac{\Phi_i g_i^T}{i\omega - \lambda_i} + \frac{\Phi_k^* g_i^H}{i\omega - \lambda_i^*} \quad 4.30$$

²⁷ LJUNG L., *System Identification: Theory for the User*, Second edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1999.

I metodi con dominio nelle frequenze possono essere classificati come metodi non parametrici o parametrici ed i metodi non parametrici risultano essere i più veloci nell'elaborazione. Il metodo di Peak-Picking²⁸ è il più semplice e il più noto: le frequenze naturali sono determinate come picchi nel comportamento della densità spettrale e sono ottenuti convertendo le misurazioni dei dati con il dominio delle frequenze mediante la trasformata di Fourier (DFT, *Discrete Fourier Transform*); esempi di metodi non parametrici sono la *Frequency Domain Decomposition* (FDD)²⁹ e la *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD)³⁰. Anche i metodi parametrici con dominio nelle frequenze sono basati sullo spettro della matrice di output o di metà spettro, a cui però vengono estratti i parametri modali in una seconda fase, usando ad esempio il modello modale oppure il modello comun denominatore.

A causa di problemi legati alla risoluzione in frequenza, al *leakage* e all'alta densità modale prendono piede i metodi nel dominio del tempo: il metodo OMA nel dominio del tempo è il più diffuso e applicato e si basa in due diversi tipi di modello, modelli stocastici stato-spazio e modelli autoregressivi. Il primo gruppo di modelli usa i modelli formulati in stato-spazio e tratta direttamente la correlazione dell'output con l'elaborazione dalla serie temporale registrata. L'approccio ai modelli stato-spazio è largamente adottato nelle applicazioni in ingegneria mentre i metodi basati su modelli autoregressivi non vengono utilizzati per identificare la risposta dinamica delle strutture.

Generalmente, i metodi nel dominio delle frequenze portano a risultati più accurati se nei dati campionati è presente una vasta gamma di frequenze e un ampio numero di modi oscillatori, i metodi nel dominio del tempo invece forniscono risultati migliori con una banda di frequenze limitate e numero limitato di modi da identificare; i metodi nel dominio del tempo però identificano solo i modi all'interno del range di frequenze

²⁸ EWINS D.J., *Modal Testing, Theory, Practice and Application*, Second Edition, Research Studies Press LTD, Baldock, Hertfordshire, England, 2000; MAIA N.M., SILVA J.M., *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press LTD, England, 1997.

²⁹ BRINCKER R., ZHANG L., ANDERSEN P., *Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition*, in «Proceedings of the IMAC 18, International Modal Analysis Conference», San Antonio, USA, 2000.

³⁰ BRINCKER R., VENTURA C., ANDERSEN P., *Damping estimation by frequency domain decomposition*, in «Proceedings of the IMAC 19, International Modal Analysis Conference», Kissimmee, FL, USA, 2001.

fissato. I metodi si possono inoltre dividere in diretti e indiretti, i primi basati sulla determinazione del sistema spaziale, i secondi sulla diretta individuazione dei parametri modali. Negli algoritmi nel dominio del tempo si ha a che fare unicamente con sistemi a N gradi di libertà, nel dominio delle frequenze invece si può procedere sia considerando sistemi a un grado di libertà che a N gradi di libertà.

4.5.4. Metodi nel dominio delle frequenze: FDD e EFDD

Vengono ora descritti due metodi di identificazione dinamica, di tipo non parametrico, che verranno poi applicati direttamente al caso oggetto di studio. Il metodo dell'FDD si basa sull'ipotesi che qualsiasi combinazione lineare degli autovettori può rappresentare uno spostamento del sistema, è possibile quindi disaccoppiare le componenti dei vari modi in accordo alla decomposizione modale della funzione di trasferimento, presentata nell'equazione (3.18), e tenendo conto della relazione tra gli spettri di output e la funzione di trasferimento (3.27), si ottiene l'espressione della seguente matrice per lo spettro degli output:

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \mathbf{V}(i\omega\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{L}^T\mathbf{R}_{uu}\mathbf{L}^*(i\omega\mathbf{I} - \lambda)^{-1*}\mathbf{V}^H$$

4.31

Con l'ipotesi iniziale che gli input non siano correlati e che i modi di vibrare e i fattori partecipanti siano ortogonali, la precedente equazione può essere scritta:

$$\mathbf{S}_{yy}(\omega) = \mathbf{V}\mathbf{C}(\omega)\mathbf{V}^H$$

4.32

Dove $\mathbf{C}(\omega)$ è la matrice diagonale composta dalle funzioni di ω , ciascuna di esse dipende dalle frequenze naturali e dallo smorzamento modale di un solo modo della struttura, \mathbf{V} invece è la matrice le cui colonne rappresentano le forme modali. Il metodo dell'FDD si basa su *Singular Values Decomposition* (SVD) della stima della matrice dello spettro di output completa, data da:

$$\widehat{\mathbf{S}}_{yy}(\omega_j) = \mathbf{U}_j\mathbf{S}_j\mathbf{U}_j^H$$

4.33

Dove \mathbf{U}_j è una matrice ortogonale ($\mathbf{U}_j\mathbf{U}_j^H = \mathbf{I}$) che contiene i singoli vettori di $\widehat{\mathbf{S}}_{yy}(\omega_j)$ e \mathbf{S}_j è la matrice diagonale con i singoli valori, autovalori positivi e reali della matrice

$\hat{S}_{yy}(\omega_j)$, distribuiti in ordine decrescente. Il primo valore singolare corrispondente ad ogni frequenza rappresenta l'intensità del modo dominante sulla base delle forme modali più significative che contribuiscono alla risposta, mentre l'andamento dei valori singolari successivi indicano l'intensità del rumore o dei modi vicini a quello dominante; il passo successivo è la rappresentazione dello spettro di analisi del singolo valore S_j per la selezione dei picchi di risonanza infatti i vettori corrispondenti delle matrici unitarie della scomposizione contengono le informazioni delle relative forme modali: un vantaggio di questo metodo è quello di poter distinguere modi anche a frequenze vicine. Il metodo dell'FDD è stato migliorato da Brinker³¹ con la tecnica dell'EFDD.

Fondamentalmente, il primo passo per le EFDD è uguale al metodo FDD ma la stima dei valori di frequenza e del coefficiente di smorzamento sono calcolati dall'applicazione inversa dell'FFT, nel dominio del tempo, scomposto nelle sue frequenze principali, per un insieme di punti con simili vettori singolari attorno al picco selezionato, conosciuto come campana spettrale. Dall'analisi si ottiene la funzione di risposta di autocorrelazione grazie al contributo di un singolo modo, è possibile eliminare le componenti armoniche dovute a forzanti indesiderate, è inoltre possibile estrarre il rapporto dello smorzamento modale. FDD e EFDD sono tecniche di identificazione modale nel dominio della frequenza *user-friendly* e veloci, il loro successo porta all'implementazione del loro algoritmo nei software più commerciali come *ARTEMISExtractor 4.0*.

4.6. INFLUENZA DEI FATTORI AMBIENTALI

Un monitoraggio attivo che favorisce lo sviluppo di tecniche di identificazione dinamica, di modellazione statica della risposta strutturale e di rilevamento ed elaborazione di dati in tempo reale è di particolare importanza se riferito a strutture storiche. L'applicazione delle tecniche OMA nel monitoraggio continuo dinamico da un lato, e il controllo dei parametri statici, delle lesioni e dei danni attraverso il

³¹ BRINCKER, VENTURA, ANDERSEN, *Damping estimation by frequency domain decomposition*, cit.

monitoraggio statico dall'altro permette di caratterizzare la risposta strutturale di un edificio sottoposto a situazioni normali o operative. Questi parametri sono strettamente correlati alla variazione dei fattori ambientali e delle condizioni di carico. I principali fattori ambientali sono, oltre alla temperatura interna ed esterna, l'umidità relativa dell'aria e le condizioni di carico; un obiettivo fondamentale è quello di verificare l'assenza di un danneggiamento di tipo strutturale identificando e isolando l'effetto di queste variabili indipendenti. Prima di applicare qualsiasi algoritmo per identificare il danno è di fondamentale importanza isolare ed eliminare gli effetti ambientali e di carico dalla risposta dinamica della struttura e dal comportamento ciclico delle caratteristiche "statiche" (come fessurazioni, variazione dell'inclinazione degli elementi strutturali), utilizzando almeno un intero anno di misurazioni, poiché in questo modo si potranno vedere tutte le variazioni cicliche stagionali suddette. Le modifiche ai parametri monitorati indotti dagli effetti ambientali possono essere più gravose rispetto alle variazioni dovute a danni significativi, è quindi di grande importanza filtrare gli effetti ambientali e di carico al fine di eliminare tutti i fattori che possono nascondere un processo dannoso della struttura dell'edificio³². Questo può essere fatto attraverso lo sviluppo di modelli matematici correlando i parametri modali (come ad esempio le frequenze naturali) agli effetti ambientali (come la temperatura)³³. Aniché utilizzare un sofisticato modello in grado di rappresentare tutti i fenomeni fisici che stanno alla base dei parametri che variano, un approccio che si potrebbe seguire è quello di implementare modelli di scatola nera i cui parametri sono registrati grazie ad un gran numero di osservazioni, per stabilire le relazioni tra le caratteristiche estratte e i corrispettivi fattori che possono influenzarli, utilizzando un'analisi di regressione e analisi delle componenti principali. Gli effetti della temperatura sulle frequenze naturali possono essere modellate con precisione usando semplici modelli lineari di regressione o polinomiali e non lineari modelli di

³² PEETERS, *System identification and damage detection*, cit.

³³ KULLAA J., *Eliminating environmental or operational influences in structural health monitoring using the missing data analysis*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 20, 2009, pp. 1381 – 1390; VANLANDUIT S., PARLOO E., CAUBERGHE B., GUILLAUME P., VERBOVEN P., *A robust singular value decomposition for damage detection under changing operational conditions and structural uncertainties*, Journal of Sound and Vibration, 2005, pp. 1033 - 1050.

regressione; tuttavia questi modelli non sono in grado di considerare l'inerzia termica della struttura, che è una proprietà importante della risposta dinamica del sistema strutturale.

4.6.1. I modelli ARX (Auto-Regressive eXogenous)

Sarà possibile isolare ed eliminare l'effetto della variabile esterna grazie all'uso di un codice MATLAB³⁴ che implementa modelli autoregressivi ARX (AutoRegressive eXogenous)³⁵. Questo è ideale per rappresentare il fenomeno di inerzia termica. In questo modello la risposta y_k (ad esempio le frequenze) all'istante k non dipende solo dall'input u^{env} (ad esempio la temperatura) per lo stesso istante, ma anche dall'evoluzione di input e output precedenti (modellazione dell'inerzia termica). La risposta stimata può essere data da:

$$\hat{y}_k + a_1 y_{k-1} + \dots + a_{na} y_{k-na} = b_1 u_k^{env} + b_2 u_{k-nk-1}^{env} + \dots + b_{nb} u_{k-nk-nb+1}^{env} + e_k \quad 4.34$$

dove a_1 e b_1 sono coefficienti rispettivamente per la parte autoregressiva ed esogena, il modello ARX è caratterizzato da 3 numeri: na è l'ordine del modello autoregressivo, nb l'ordine della parte esogena, nk indica il ritardo dall'input e l'output, e $e_k = y_k - \hat{y}_k$ rappresenta i residui sconosciuti che possono essere assunti come una gaussiana. y_k e \hat{y}_k sono rispettivamente la risposta attuale (reale) e quella stimata (modello). Per semplicità, l'equazione può essere scritta utilizzando un operatore di spostamento q^{-1}

$$Y_k = y_{k-1}$$

$$A_q \hat{y}_k = B_q u_{k-nk}^{env} + e_k \quad 4.35$$

basandosi sugli operatori polinomiali A_q (scalare) e B_q (matrice 1 x n) stimati con il semplice metodo lineare dei minimi quadrati, dati da:

$$A_q = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

$$4.36$$

³⁴ MATLAB User Manual, Version 7.10.0.499 (R2010a), The MathWorks, USA, 2010.

³⁵ PEETERS B., DE ROECK G., *One Year Monitoring Of The Z24-Bridge: Environmental Influences Versus Damage Events*, In «Proceedings Of Imac 18, The International Modal Analysis Conference», San Antonio, Texas, Usa, February 2000, pp. 1570 – 576.

$$B_q = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb+1}$$

4.37

L'analisi di regressione è in grado di stabilire le relazioni tra i fattori ambientali osservati e le frequenze naturali stimate o altri parametri statici monitorati, analizza il rapporto tra una singola variabile dipendente e diverse variabili indipendenti. Questa relazione è descritta attraverso un modello statistico che può essere sfruttato, in una prima fase, per capire l'influenza di ogni input del modello sulla variabile dipendente (output del modello) e poi, per prevedere i futuri valori della risposta quando solo gli input sono conosciuti.

Il modello, in un'iniziale fase di stima, viene calibrato sulla base di una prima serie di dati ed è così in grado di predire gli output (frequenze naturali, apertura lesioni) in base all'input designato (temperatura, umidità relativa, condizioni di carico). In una seconda fase di validazione, i valori di output stimati dal modello vengono comparati con l'andamento di quelli misurati per riuscire a stabilire se la variabile di input scelta sia quella che determina la risposta della struttura. Infine viene svolta un'analisi residua sottraendo al comportamento strutturale il contributo dato dall'azione dei fattori ambientali per rilevare valori anomali e identificare possibili danni all'edificio al fine di fornire un giudizio preliminare sulle condizioni di salute della struttura.

I modelli regressivi si possono classificare in statico e dinamico: i modelli statici si riferiscono ai valori delle variabili di output in un determinato istante $y_k = y(t_k)$ basandosi unicamente sull'analisi dei valori di input associati al medesimo istante di tempo $u_k = u(t_k)$; i modelli dinamici invece assumo che i valori delle variabili dipendenti in un certo istante possono essere influenzate anche da valori di input del modello in istanti precedenti.

5. SISTEMI DI MONITORAGGIO TEMPORANEI

5.1. INTRODUZIONE

La Cappella degli Scrovegni, monumento culturale e storico della città di Padova, è stato uno dei primi edifici oggetto di monitoraggio con lo scopo di tenere sotto controllo l'ampiezza delle lesioni. Veniva infatti studiato in modo particolare il comportamento delle preoccupanti lesioni presenti nella volta a botte dipinta da Giotto, sia dal punto di vista statico che dinamico; si è poi passati alla realizzazione di modelli numerici dell'intera struttura che permettono un'analisi maggiormente approfondita. Il monitoraggio utilizzato dal 1997 è di tipo temporaneo e permette lo studio dell'edificio limitatamente al periodo della sua sola applicazione.

5.2. MONITORAGGIO 1997 - 1998¹

La volta a botte stellata che copre l'unica navata della Cappella degli Scrovegni è stata caratterizzata nel corso degli anni dalla presenza di diverse lesioni. Si ricorda in modo particolare la fessurazione longitudinale sita in chiave e tutt'ora visibile; oltre a questa posta all'intradosso sono presenti anche fessurazioni che si trovano alle reni e che interessano l'estradosso della stessa. La natura di queste fessurazioni è collegata agli spostamenti subiti dalla struttura sottostante sulla quale poggia: hanno quindi sicuramente influenzato la loro caratterizzazione i cedimenti degli appoggi e le variazioni di carichi alle quali tutte le strutture sono state soggette nella loro vita. L'ampiezza delle lesioni negli anni ha sicuramente subito delle variazioni e per tenerle sotto controllo è stato effettuato un monitoraggio tra il 1997 e il 1998. Si tratta di un insieme di controlli compiuti all'estradosso ed eseguiti manualmente con specifica strumentazione rimovibile, in Fig. 5.1 è rappresentata la posizioni dei dispositivi.

¹ C. MODENA, *Aspetti costruttivi e strutturali della conservazione della Cappella degli Scrovegni*, in « La Cappella degli Scrovegni a dieci anni dal restauro », Atti della giornata di studi, Centro Culturale Altinate/San Gaetano, Padova, 25 giugno 2012. , pp. 120 - 121.

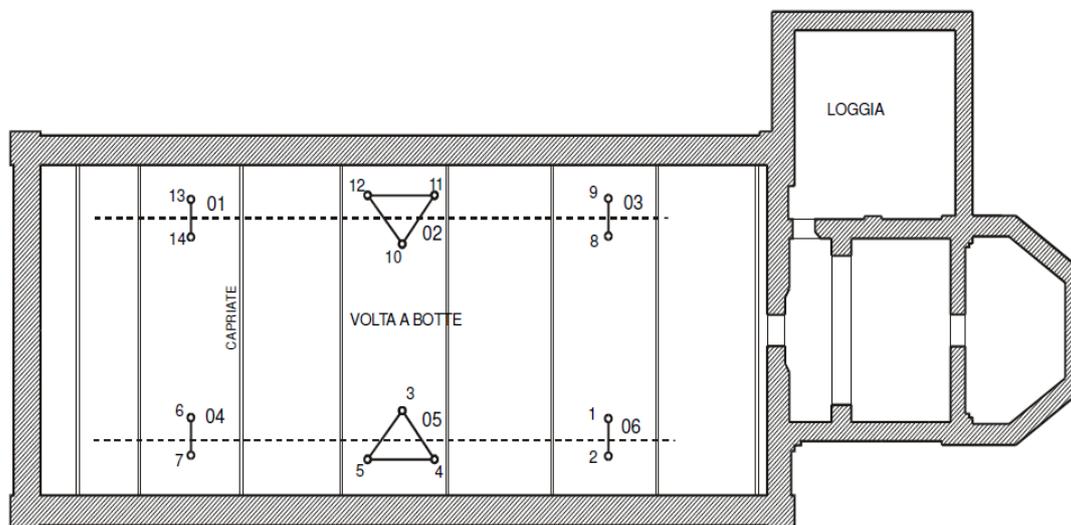


Fig. 5.1. Posizione della strumentazione manuale rimovibile e schema di lettura, i dispositivi sono applicati all'estradosso della volta a botte.

Dalla lettura dello schema si vedono 6 basi di misura per distanziometri Huggenberger identificati dalla numerazione da 01 a 06; in particolare quelli posti all'estremità delle lesioni (01, 03, 04, 06) ne misurano solo l'apertura e sono finalizzati allo studio dell'evoluzione dell'ampiezza della stessa; quelli posti centralmente alla fessurazione invece misurano sia l'apertura che lo scorrimento (02, 05). In aggiunta ai distanziometri sono stati installati dispositivi atti alla registrazione delle temperature esterne e interne e alla percentuale d'umidità, per studiare una possibile correlazione tra le variazioni ambientali e la risposta dei fenomeni fessurativi.

Gli esiti dei dati registrati sono riportati in Figg. 5.2 e 5.3, si può notare una relazione tra temperatura interna e allargamento delle fessure seppure debole.

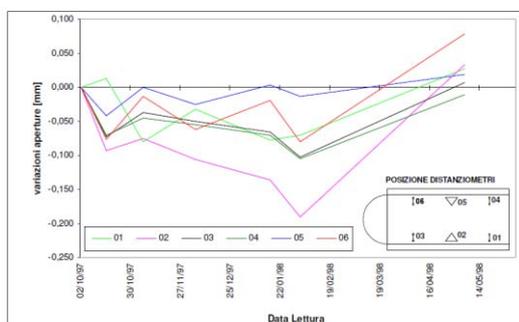


Fig. 5.2. Andamento dell'apertura delle lesioni alle reni della volta.

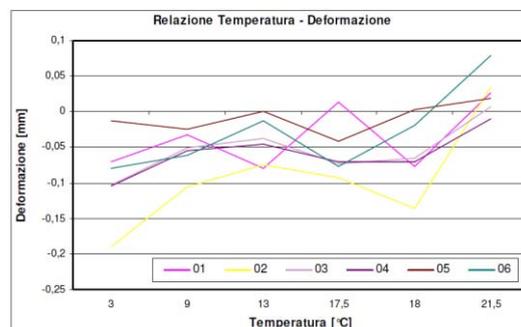


Fig. 5.3. Relazione tra temperatura all'estradosso della volta e apertura delle lesioni.

I cicli stagionali invece influenzano in modo significativo l'apertura delle lesioni come ci si aspetta, le deformazioni seguono il comportano del materiale costitutivo e l'effetto della concentrazione degli spostamenti in corrispondenza delle cerniere formatesi con l'apertura delle lesioni, infatti le fessure tendono a chiudersi nella stagione invernale più fredda ed a riaprirsi nei periodi più caldi.

5.3. MONITORAGGIO 1999²

Negli anni successivi le lesioni della volta a botte sono state oggetto di altri studi maggiormente specifici: nel 1999 è stato attuato un monitoraggio atto alla registrazione delle vibrazioni mediante l'utilizzo di accelerometri. In seguito all'acquisizione dei dati dinamici sono stati tarati tre modelli numerici sui quali sono state eseguite analisi strutturali per poi confrontare il comportamento della struttura basato sui dati sperimentali con i risultati ottenuti dai modelli. E' stato studiato per la prima volta il comportamento statico dei setti murari presenti nella cripta.

5.3.1 Monitoraggio

In Fig. 5.4 è indicata la posizione degli accelerometri che costituiscono il sistema provvisorio e risultano fissati su basi di alluminio incollate all'estradosso della volta.

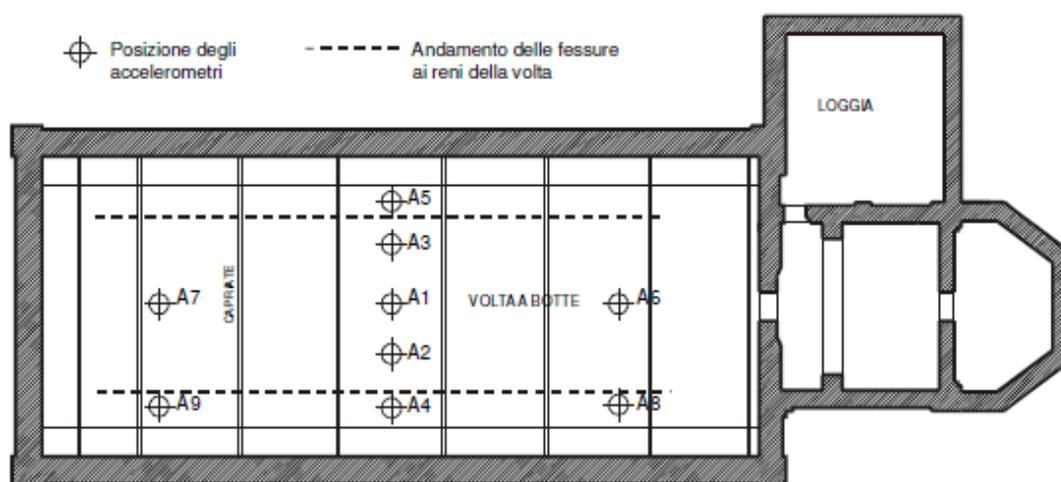


Fig. 5.4. Disposizioni degli accelerometri all'estradosso della volta a botte.

² C. MODENA, *Aspetti costruttivi e strutturali*, cit., pp. 126 - 137.

Nell'ottica della conservazione degli affreschi giotteschi e dell'edificio stesso le prove dinamiche sono state eseguite con degli accorgimenti in merito alle sollecitazioni che determinano gli impulsi dinamici, le prove devono essere condotte con:

- sollecitazioni ambientali quali vento, traffico e sismi;
- eccitazione di tipo impulsivo a bassissimi livelli di energia provocata dall'uso di un martello strumentato con testa di gomma.

Ogni acquisizione viene effettuata con frequenza di campionamento pari a 200 Hz e durata di 10 s; sono state eseguite in tutto 12 letture cambiando la posizione degli accelerometri e utilizzando forzanti diverse.

Una prima osservazione emersa riguarda lo studio delle frequenze registrate in seguito all'applicazione delle forzante esterna, tali frequenze risultano elevate ma si smorzano dopo poche oscillazioni ad indicare una buona capacità di assorbimento di energia. I segnali acquisiti sono stati rielaborati e hanno portato all'individuazione delle prime tre forme modali (Fig. 5.5); è stato poi possibile isolare gli accelerogrammi rielaborati con la trasformata di Fourier e altri filtri digitali (Fig. 5.6).

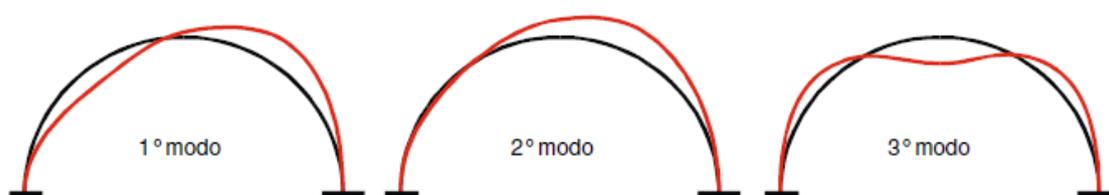


Fig. 5.5. Forme modali per le prime tre frequenze.

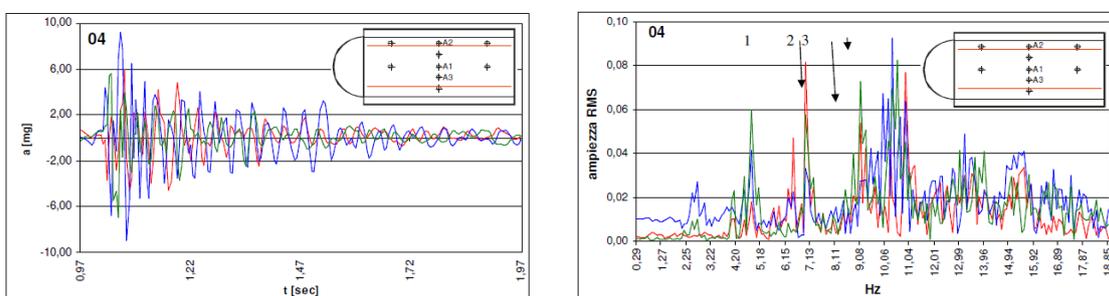


Fig. 5.6. Accelerogrammi rielaborati con la trasformata di Fourier e altri filtri digitali, riferiti nel dettaglio ai dati acquisiti dalla prova 4.

5.3.2 Analisi strutturali effettuate³

Le analisi strutturali sono state eseguite su tre modelli numerici tarati al fine sia di confrontare i dati sperimentali con quelli ottenuti da questi modelli, sia di rilevare informazioni utili per la pianificazione di prove dinamiche sperimentali da svolgere successivamente sull'edificio stesso.

Le prime analisi sono state svolte su di un primo modello numerico molto semplificato che rappresenta la sola volta botte caratterizzata da tutto il suo spessore: tale modello è bidimensionale. Su questo, in seguito alla determinazione delle caratteristiche proprie del materiale, sono state rappresentate grazie all'uso di elementi non lineari le lesioni che caratterizzano la volta a botte (quella in chiave e le due site ai reni) per considerare l'influenza delle fessurazioni sul comportamento della volta determinando i modi di vibrare: le forme modali (Fig. 5.7) non coincidono con i risultati dell'analisi sperimentale.

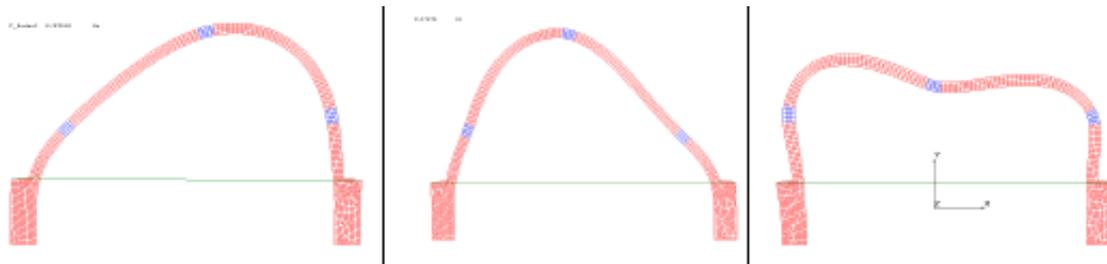


Fig. 5.7. Primi tre modi di vibrare determinati dall'analisi dinamica applicata al modello semplificato della volta.

È stato poi realizzato un secondo modello numerico rappresentante la volta a botte: un modello tridimensionale maggiormente accurato che considera i vincoli offerti alle due estremità della volta dalla facciata e dall'arco trionfale che determina il presbiterio, e tiene conto inoltre della rigidità longitudinale della volta stessa. Si passa all'assegnazione delle caratteristiche dei diversi materiali e dei vincoli, in particolare quelli posti all'estremità della volta sono stati trattati come nodi rigidi che vanno a impedire la traslazione verticale e quindi le deformabilità sia della facciata che del presbiterio sono state trascurate. Ancora una volta l'analisi modale offre risultati

³ Per le basi teoriche associate e le nuove analisi strutturali, si veda il capitolo 8. Modellazione e analisi strutturali.

diversi da quelli ottenuti sperimentalmente: la rigidità della volta a botte influisce in modo particolare l'analisi delle forme modali sino ad invertire la seconda e la terza forma rispetto al modello precedente. Questo modello, oltre all'analisi modale, permette di determinare lo stato tensionale e i punti di possibile formazione delle cerniere plastiche (Figg. 5.8 - 5.9).

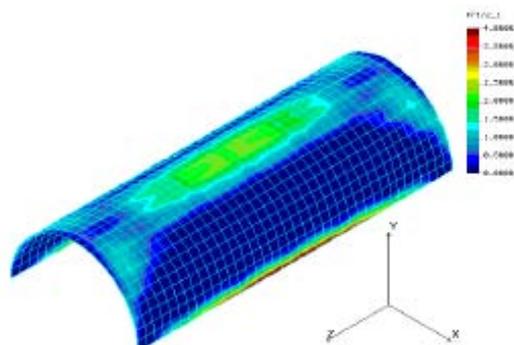


Fig. 5.8. Tensioni principali di trazione all'intradosso della volta a botte, determinati con un'analisi statica sul secondo modello numerico.

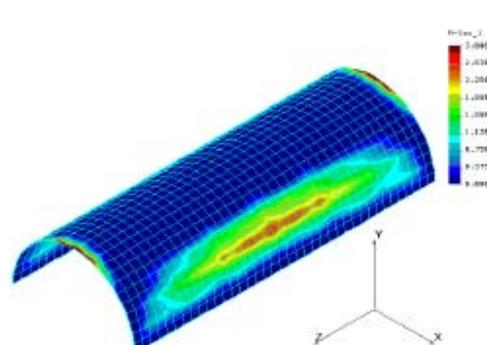


Fig. 5.9. Tensioni principali di trazione all'estradosso della volta a botte, determinati con un'analisi statica sul secondo modello numerico.

Il terzo e ultimo modello numerico realizzato rappresenta la geometria dell'intera struttura che, oltre a considerare l'effettiva deformabilità della facciata e del presbiterio, permette di tener conto del contributo delle pareti longitudinali e della rigidità del tetto dovuta al cordolo in cemento armato sul quale poggiano le capriate in acciaio, l'inserimento della soletta perimetrale e la sostituzione del tetto ligneo (interventi effettuati nel 1963).

Il modello tridimensionale ha subito un'approssimazione a causa della sua complessità geometrica, è stato infatti necessario ridurre il numero di gradi di libertà discretizzando con elementi piani a 4 nodi le pareti murarie e le volte senza comunque compromettere l'affidabilità del modello. Su questo modello vengono condotte tre diverse identificazioni dinamiche: considerando due diversi livelli di moduli elastici delle pareti e della volta e valutando una maggiore rigidità dei nodi tra volta e pareti.

In modo particolare, per quanto riguarda la volta, era necessario rappresentare le caratteristiche che la contraddistinguono come la composizione basata su due strati di mattoni sovrapposti e le fessure che si trovano su essa, per riprodurre queste diminuzioni di rigidità flessionale è stato usato un modulo ridotto e non reale.

Le pareti della navata aumentano la massa della struttura e sono caratterizzate da un'elevata snellezza che fornisce al modello dei valori bassi di frequenze nonostante il modulo elastico delle pareti sia elevato, questo ha reso necessario fissare le pareti al livello del pavimento per ottenere frequenze prossime ai valori sperimentali. E' stato possibile osservare come il vincolo del pavimento sia efficace, a dimostrazione della notevole solidità che offrono la cripta interrata e la sua connessione con le pareti fuori terra della Cappella. L'abside invece è caratterizzato da una struttura più rigida che non partecipa alle basse frequenze del moto della volta. La nuova copertura costituita dal cordolo in cemento armato e dalle capriate in acciaio presenta un comportamento intermedio tra quello delle pareti della navata e quello dell'abside, è caratterizzata infatti da una notevole massa e allo stesso tempo da un'elevata rigidità nel piano orizzontale che blocca l'inflessione all'imposta della volta: ne consegue un aumento delle frequenze e un aumento delle masse sulla volta che porta ad una riduzione della frequenza e alla traslazione laterale del tetto. Il modello tridimensionale è stato tarato assegnando i parametri dei materiali e i modi propri di vibrare identificati corrispondono a quelli ottenuti sperimentalmente (Fig. 5.10).

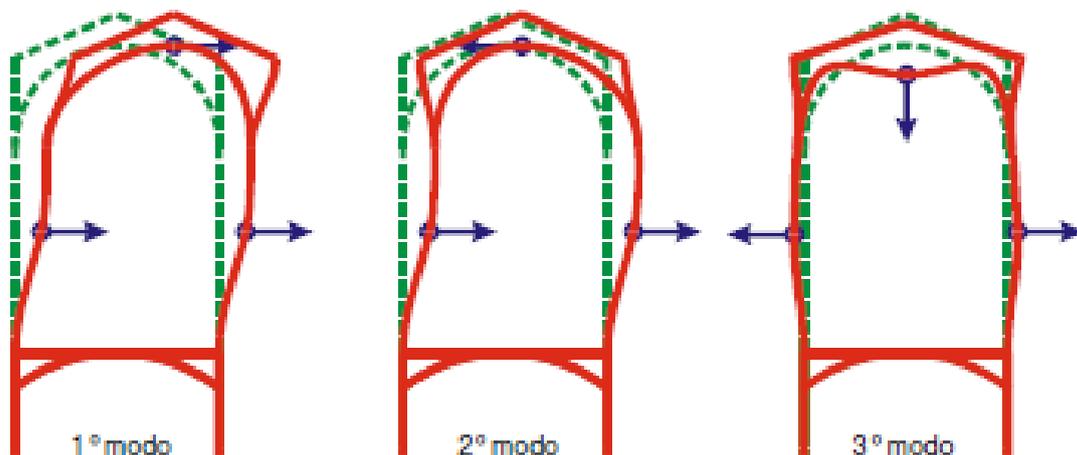


Fig. 5.10. Modi propri di vibrare identificati dalle prove svolte sul modello tridimensionale.

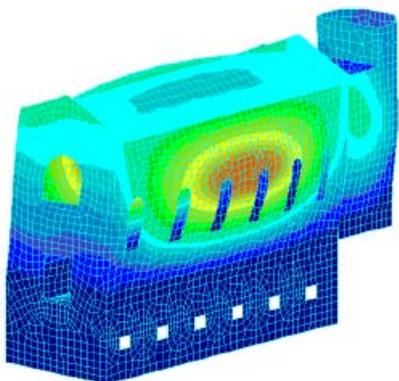


Fig. 5.11. Stato di deformazione per azione del vento.

Oltre all'identificazione dei modi di vibrare, il modello è stato usato nell'analisi degli stati di tensione (Figg. 5.12 - 5.13) e di deformazione (Fig. 5.11) dovuti alle azioni permanenti e variabili di neve e vento permettendo di interpretare i comportamenti d'insieme e gli effetti locali nelle zone in cui la geometria si presenta complessa.

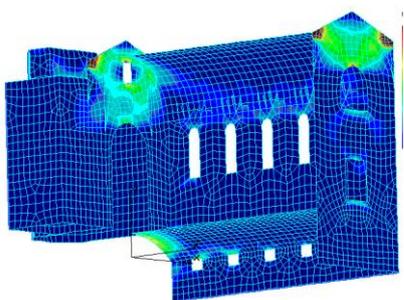


Fig. 5.12. Valori medi della tensione principale di trazione per l'azione del peso proprio.

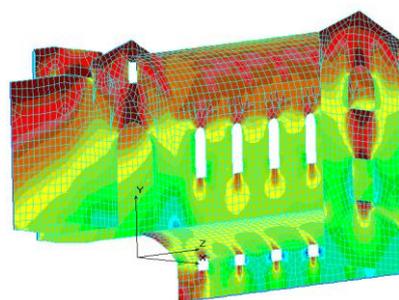


Fig. 5.13. Valori medi della tensione principale di compressione per l'azione del peso proprio.

E' stata inoltre svolta un'identificazione dinamica dei setti che si trovano nella cripta sotterranea, questi sono stati realizzati nel periodo bellico e non erano direttamente in contatto ne con la volta ne con le pareti perimetrali ma fungevano da presidio in caso di danneggiamento. Tutt'oggi sono preseti ed è possibile che si trovino ad interagire con la struttura in seguito a cedimenti avvenuti nel corso degli anni; l'analisi svolta sul modello permette di verificare se effettivamente è presente suddetta interazione, magari in vista della rimozione dei setti stessi. Come nell'identificazione dinamica svolta nel modello tridimensionale globale, si sono ricercate le forme e le frequenze di vibrazione di ciascun setto in relazione a due diverse condizioni vincolari: si è ricercato la prima forma modale e la prima frequenza di risonanza nel caso in cui il setto sia

incastrato al terreno e libero all'estremità (Fig. 5.14) e nel caso in cui risulti incastrato sia al suolo che alla volta (Fig. 5.15).

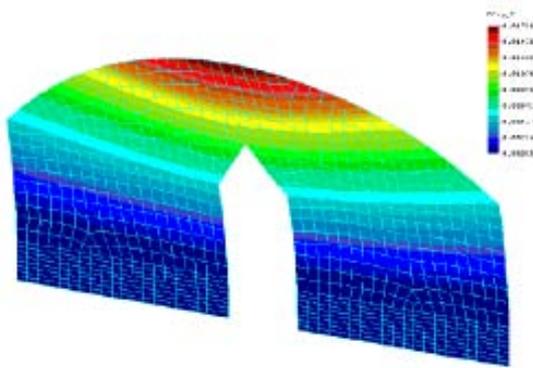


Fig. 5.14. Modello numerico dei setti, modo di vibrare con vincolo alla base.

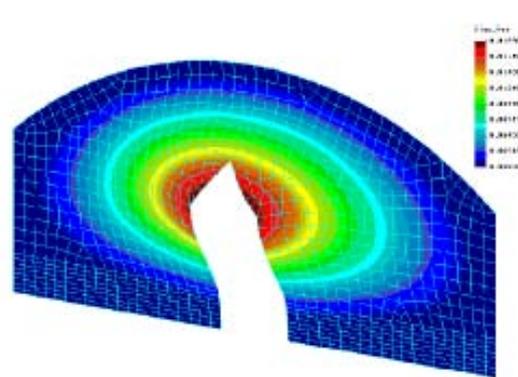


Fig. 5.15. Modello numerico dei setti, modi di vibrare con vincolo in base e in sommità.

Sono state poi eseguite prove in sito direttamente sui setti per confrontare così i dati sperimentali e i modelli numerici: studiando le frequenze e le forme modali si è visto come il modello vincolato ad entrambe le estremità presenti valori più prossimi a quelli ricavati sperimentalmente permettendo di ipotizzare la presenza di un contatto con la struttura originaria.

5.4. MONITORAGGIO 2011⁴

Il 13 maggio è stato installato un sistema di monitoraggio strutturale statico “transitorio” in corrispondenza delle lesioni che si trovano all’estradosso della volta a botte per valutare l’apertura delle stesse mediante trasduttori di spostamento. Lo studio delle grandezze misurate e delle loro eventuali variazioni nel tempo, permette di avere informazioni sul comportamento della struttura e nella possibile presenza od insorgenza di fenomeni di danno. In seguito all’analisi visiva del quadro lesivo sono stati individuati sei punti significativi in cui installare i trasduttori di spostamento e la loro localizzazione si può vedere nella Fig. 5.16.

⁴ C. MODENA, *Aspetti costruttivi e strutturali*, cit., pp. 141 - 142; F. CASARIN, *Installazione di un sistema di monitoraggio transitorio per il controllo delle lesioni presenti sulla volta in occasione di operazioni di emungimento acqua di falda nelle vicinanze*, Comune di Padova, Padova, 2012.

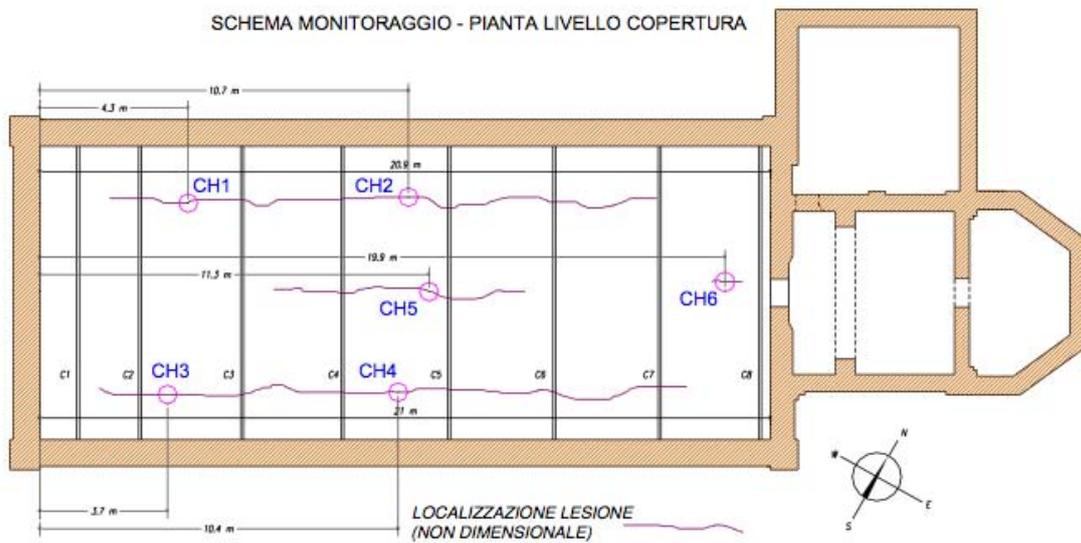


Fig. 5.16. Localizzazione dei sei trasduttori di spostamento installati all'estradosso della volta.

Il sistema di acquisizione è composto quindi da sei potenziometri lineari (CH1, CH2, CH3, CH4, CH5, CH6) di tipo Penny and Giles, modello MLS130/100, caratterizzato da un range di misura 0-25 mm e da una precisione approssimabile al centesimo di mm.



Fig. 5.17. Immagine di riferimento di ogni sensore installato.



Fig. 5.18. Disposizione dei potenziometri sulle lesioni longitudinali site all'estradosso della volta.



Fig. 5.19. Disposizione dei potenziometri sulle lesioni longitudinali site all'estradosso della volta.

Tutti i sensori sono poi connessi mediante cavi ad una scheda di acquisizione di tipo National Instruments USB e collegata a laptop portatile dedicato al monitoraggio: il

software di acquisizione dei segnali permette di visualizzare i parametri acquisiti e di salvare i dati su file di testo. Questo sistema di monitoraggio di tipo temporaneo copre un breve periodo di due mesi (13/05/2011 – 13/07/2011) durante i quali sono stati registrati valori di distanza con periodicità pari a 1 minuto e consentono così di valutare il comportamento delle lesioni controllate in relazione al passare del tempo ed ai parametri ambientali. Il grafico (Fig. 5.20) descrive la variazione dello spostamento dei lembi delle lesioni rispetto al tempo rielaborando le informazioni acquisite in tutto il periodo di osservazione, si vede che sono stati rimossi quattro dei sei sensori installati.

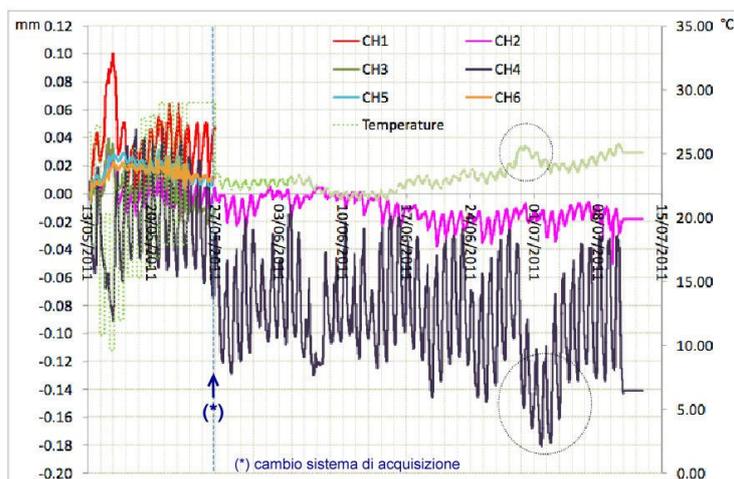


Fig. 5.20. Variazioni di distanze misurate dai sensori nei due mesi analizzati.

Dalla rielaborazione grafica è possibile notare che l'andamento dell'apertura delle lesioni segue la temperatura, in modo particolare il ciclo giorno/notte; infatti l'abbassamento visibile del sensore CH4 a fine giugno si può relazionare all'aumento repentino delle temperature. In conclusione si evidenzia la sola correlazione con gli effetti termici e non sono presenti indicazioni di fenomeni deteriorativi del normale funzionamento strutturale.

6. SISTEMA DI MONITORAGGIO STRUTTURALE ATTIVO ALLA CAPPELLA DEGLI SCROVEGNI

6.1. INTRODUZIONE

In seguito al susseguirsi di vari sistemi di monitoraggio di tipo transitorio e basandosi prevalentemente sui risultati ottenuti da quello del 2011, è stato installato un sistema di monitoraggio strutturale permanente nell'estate 2013, tutt'ora attivo. Tale sistema sviluppato per la Cappella degli Scrovegni permette di ampliare il concetto di analisi in sito rendendo l'analisi permanente, finalizzata al controllo continuo del comportamento della struttura monitorando l'ampiezza delle lesioni e determinando la risposta dinamica, in riferimento sia a situazioni locali che globali. L'installazione del sistema sull'edificio è avvenuta grazie alla collaborazione tra il comune di Padova e il Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale (ICEA) dell'Università degli Studi di Padova. Il fine è quello di rielaborare le registrazioni dei sensori e di calibrare un modello ad elementi finiti per studiare la risposta strutturale del monumento sottoposto a diverse sollecitazioni.

6.2. DESCRIZIONE GENERALE DEL SISTEMA DI MONITORAGGIO¹

Il sistema selezionato per il controllo della Cappella degli Scrovegni è di tipo misto, permette quindi il monitoraggio continuo sia del comportamento statico che di quello dinamico della struttura; vengono infatti valutati i parametri a lenta evoluzione relativi all'apertura delle lesioni, al danneggiamento locale della volta affrescata e agli spostamenti di elementi della struttura, in particolare l'inclinazione delle pareti longitudinali, si fa inoltre riferimento a grandezze a rapida evoluzione relative a fenomeni di natura dinamica. Il sistema comprende quindi trasduttori di spostamento per il controllo delle variazioni di distanza tra alcuni punti e trasduttori di accelerazione per la valutazione della risposta dinamica della struttura quando sottoposta a sollecitazioni di tipo ambientale, sismico o antropica. I dati vengono registrati da

¹ MODENA, *Aspetti costruttivi e strutturali*, cit., pp. 142 – 143.

un'unità di acquisizione con router per la trasmissione diretta degli stessi ad un server gestito dall'Università di Padova (Fig. 6.1). La rielaborazione delle grandezze misurate e lo studio delle loro eventuali variazioni fornisce utili indicazioni nella determinazione dell'evoluzione del comportamento della struttura e nel possibile riconoscimento e localizzazione dell'insorgenza di fenomeni di danno strutturale.



Fig. 6.1. CPU di acquisizione dati in sito.

6.2.1 Monitoraggio statico

Il monitoraggio statico registra i valori dei parametri che variano gradualmente e lentamente, per questo richiede la misurazione ad intervalli di tempo regolari; è necessario almeno un intero anno di misurazioni per poter epurare i dati dalle influenze del comportamento ciclico stagionale. Per tale tipo di monitoraggio è sufficiente la registrazione di dati ad intervalli di tempo che possono variare dall'ora alla settimana o al mese per permettere la registrazione delle possibili variazioni causate dai cambiamenti termo-igrometrici o dall'evoluzione dei fenomeni di danno. Il sistema statico risulta composto da:

- n.8 trasduttori di spostamento per esaminare le variazioni di ampiezza delle lesioni site all'estradosso della volta a botte e sull'arco trionfale (Figg. 6.2-6.3); nello specifico i sensori S1, S4, S7 si trovano sulla lesione ai quarti della volta a botte rivolta a nord, S2, S3, S6 monitorano la fessurazione ai quarti della volta verso sud, il sensore S5 si trova in chiave alla volta posizionato a metà della lunghezza della stessa, infine S8 è posto sulla lesione presente sulla parete dell'arco trionfale;

- n.2 inclinometri per il controllo del fuori piombo e della variazione di inclinazione delle due pareti longitudinali, posti a metà della lunghezza della parete sud, I1, e della nord, I2 (Fig. 6.4);
- n. 2 sensori integrati di temperatura e umidità relativa per l'osservazione dei parametri ambientali da correlare con le letture dei sensori statici e i parametri modali estratti a partire dalle registrazioni delle vibrazioni; il sensore TRH 1 si trova nell'ambiente interno del sottotetto della volta a botte mentre TRH 2 è sito esternamente alla parete del presbiterio (Fig. 6.5).



Fig. 6.2. Applicazione dei trasduttori di spostamento alle lesioni che interessano longitudinalmente l'estradosso della volta dipinta.



Fig. 6.3. Applicazione dei trasduttori di spostamento alle lesioni che interessano longitudinalmente l'estradosso della volta dipinta.



Fig. 6.4. Applicazione degli inclinometri.



Fig. 6.5. Applicazione dei sensori di temperatura ed umidità.

6.2.2 Monitoraggio dinamico

Il monitoraggio dinamico ha lo scopo di identificare i fenomeni in rapida evoluzione durante un breve intervallo temporale acquisendo dati utili alla caratterizzazione del comportamento della struttura in ambito dinamico e sismico. Le acquisizioni possono

riguardare le accelerazioni, le velocità o gli spostamenti dei punti della struttura in cui sono stati posti i dispositivi di registrazione. Le registrazioni possono avvenire ad intervalli di tempo regolari, in continuo a basse frequenze di campionamento o attivate in seguito ad un prestabilito livello di soglia. L'analisi dei dati acquisiti permette di individuare le caratteristiche vibrazionali della struttura e di riconoscere importanti informazioni dal punto di vista strutturale. Questo tipo di monitoraggio aumenta d'importanza nel momento in cui si correlano i dati sperimentali con i parametri ottenuti dai monitoraggi statici e da uno studio di tipo interpretativo e qualitativo dei fenomeni di degrado, in questo modo è possibile relazionare le grandezze sperimentali al comportamento globale della struttura storica. Il sistema di acquisizione dinamico è costituito da otto accelerometri piezoelettrici in punti significativi determinati sulla base di indagini e analisi svolte, in particolare riferiti ai risultati ottenuti dai sistemi di monitoraggio temporanei precedentemente installati². Una terna di accelerometri (A1, A2, A3) si trova in corrispondenza dell'ingresso della cripta e viene utilizzata per la registrazione dell'accelerazione al suolo (Fig. 6.6), mentre gli altri cinque sensori sono disposti in punti significativi sia sulle strutture murarie verticali a livello del sottotetto, sia in corrispondenza dell'estradosso della volta a botte. In modo particolare gli accelerometri A4 e A5 si trovano in facciata posti rispettivamente in direzione x e y (Fig. 6.7), il sensore A6 sul cordolo a metà della lunghezza del sottotetto (Fig. 6.8) mentre A7 e A8 sono posti sulla volta a botte, ai quarti e in chiave rispettivamente (Fig. 6.9). Tale sistema è gestito automaticamente in modo da attivarsi regolarmente ad intervalli di tempo prestabiliti pari a centinaia di controlli al secondo ma anche al superamento dei livelli di soglia.

² La descrizione di questi risultati è descritta in modo approfondito nel capitolo precedente, cap. 5. Sistemi di monitoraggio temporanei.



Fig. 6.6. Applicazione dei trasduttori di accelerazione A1, A2 e A3 nella cripta.



Fig. 6.7. Applicazione dei trasduttori di accelerazione A4 e A5.



Fig. 6.8. Applicazione del trasduttori di accelerazione A6.



Fig. 6.9. Applicazione dei sensori di accelerazione sull'estradosso della volta a botte, A7 e A8.

In Figg. 6.10 – 6.11 viene illustrato l'intero sistema di monitoraggio statico, dinamico e ambientale attivo e permanente alla Cappella degli Scrovegni.

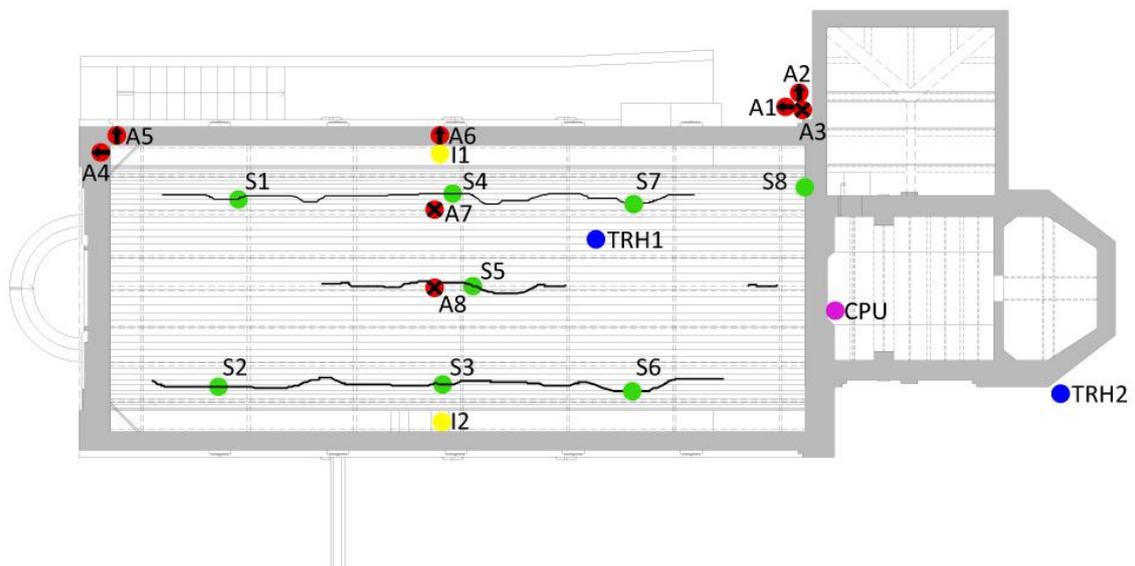


Fig. 6.10. Layout del sistema di monitoraggio, rappresentazione in pianta.

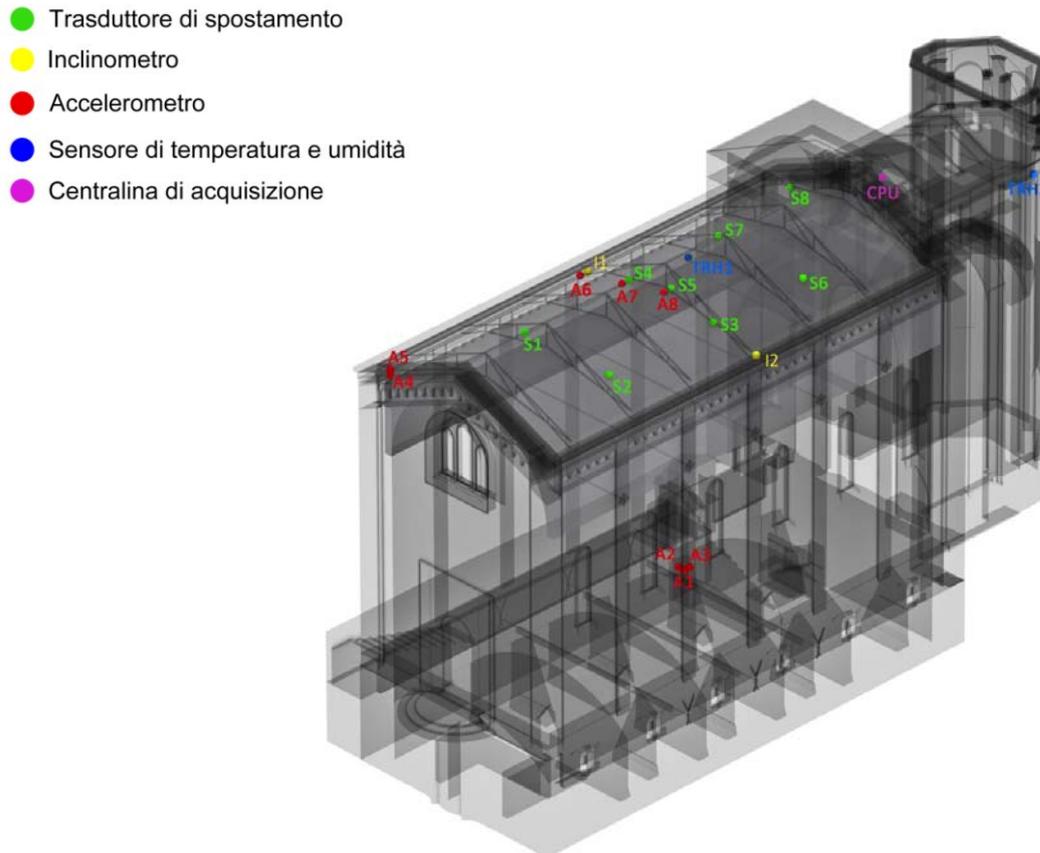


Fig. 6.11. Layout del sistema di monitoraggio, rappresentazione tridimensionale.

6.3. ANALISI DEI DATI

I dati rilevati dal sistema di monitoraggio statico si riferiscono al periodo compreso tra il 21 ottobre 2013 e il 25 febbraio 2015. In seguito all'installazione dei dispositivi è stato necessario un periodo di testing e calibrazione degli stessi, dal 20 agosto sino al 21 ottobre 2013. Vi sono inoltre misurazioni mancanti durante alcuni intervalli temporali lungo il periodo di osservazione, di seguito elencati:

- dal 28/12/2013 al 26/01/2014 sistema non attivo;
- dal 07/02/2014 al 09/02/2014 sistema non attivo;
- dal 20/03/2014 al 14/04/2014 sistema dinamico non attivo;
- dal 24/05/2014 al 11/06/2014 sistema non attivo;
- 09/08/2014 fulmine che causa un corto circuito;

- dal 09/08/2014 al 10/08/2014 sistema non attivo a causa del corto circuito provocato dal fulmine.

Il 9 agosto 2014 un fulmine ha colpito la croce posta in sommità dell'edificio causando un immediato blocco del sistema, nello specifico da tale giorno si bruciarono gli inclinometri, tutt'ora non funzionanti, e i trasduttori di accelerazione A4, A5 e A6. Dal 2 ottobre 2014 il sistema dinamico non è più funzionante in quanto è stato disattivato per la necessaria rimozione delle schede di acquisizione e manutenzione delle stesse.

6.3.1. Analisi del monitoraggio ambientale

Un sensore di rilevamento dei parametri ambientali si trova nel sottotetto dell'edificio mentre l'altro è posto esternamente alla Cappella; i due sensori di temperatura e umidità registrano l'andamento delle variabili di input, interne ed esterne, campionate ad una frequenza di misurazione di due ore l'una dall'altra, per l'intero periodo di osservazione. Vengono riportate le time history di temperatura ed umidità, interna ed esterna.

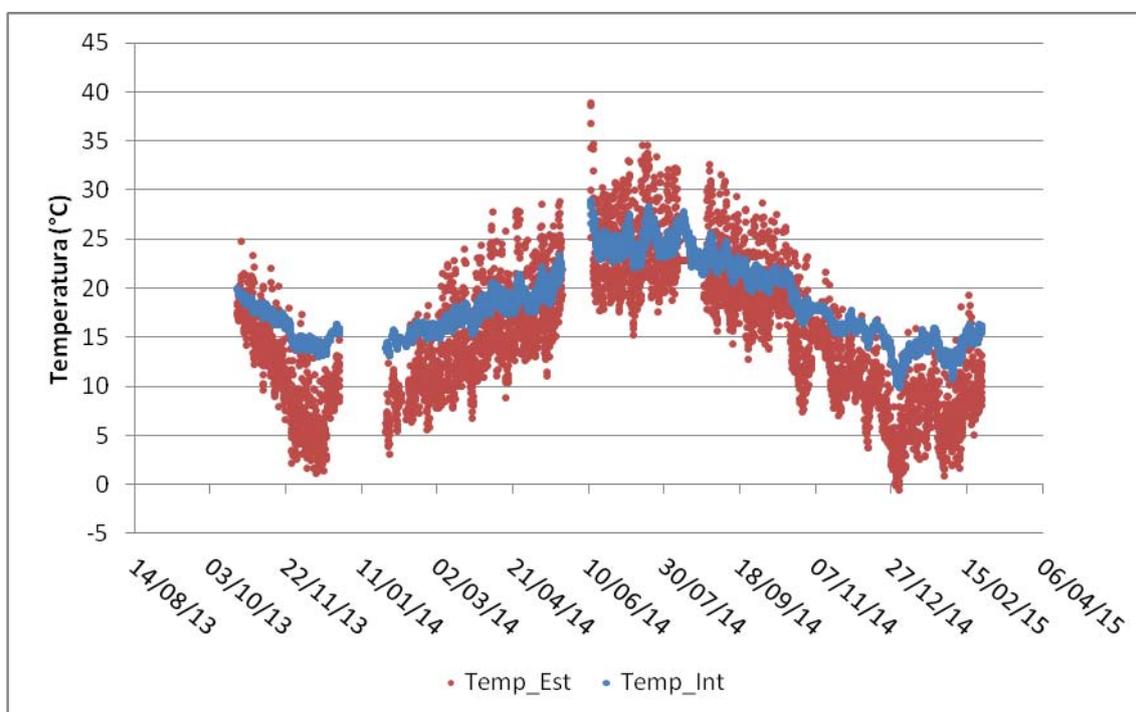


Fig. 6.12. Andamento delle variabili temperatura interna ed esterna misurate dal sensore nel periodo di osservazione.

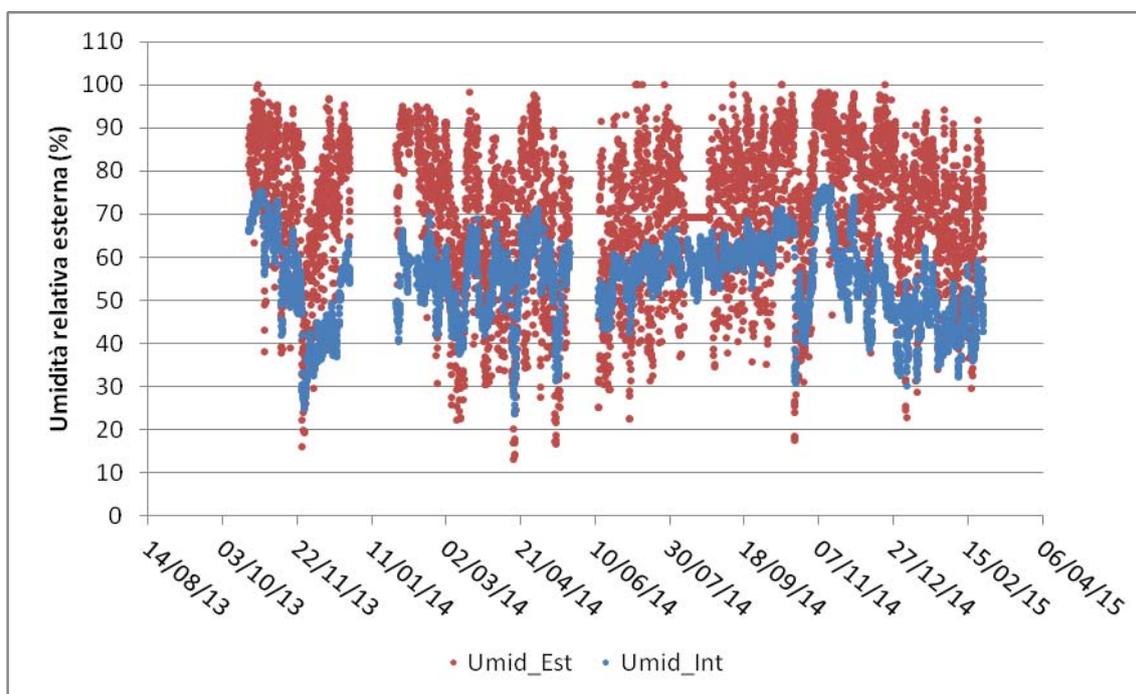


Fig. 6.13. Andamento delle variabili umidità relativa interna ed esterna misurata dal sensore nel periodo di osservazione.

Per quanto riguarda la temperatura, i sensori mostrano una normale variabilità stagionale caratterizzata da un'escursione termica minore nei locali interni (Fig. 6.12), infatti la temperatura interna presenta un valore massimo pari a $28,89^{\circ}$ e un valore minimo di $9,94^{\circ}$ dove la differenza tra massimo e minimo è minore rispetto a quella della temperatura esterna: $38,86^{\circ}$ come valore massimo e $-0,62^{\circ}$ di minimo. In modo meno evidente, dalla Fig. 6.13, tale escursione si può notare anche in riferimento all'umidità relativa, la differenza tra i valori dell'umidità relativa interna pari a un massimo di $76,33\%$ e un minimo di $23,73\%$ è minore rispetto a quella riferita all'umidità relativa esterna, $100,06\%$ come valore massimo e $13,15\%$ di minimo.

Le successive considerazioni si baseranno sui dati del monitoraggio statico e dinamico in relazione alla sola temperatura interna, questo in quanto in letteratura si è visto come l'umidità relativa influenza in modo minore il comportamento strutturale rispetto alla temperatura ed inoltre, in questo caso nello specifico, i sensori si trovano tutti internamente all'edificio.

6.3.2. Analisi dei dati statici

I dati rilevati dal monitoraggio statico sono stati campionati ad una frequenza di misurazione di due ore, per un periodo totale di 493 giorni. Vengono analizzati i segnali degli otto trasduttori di spostamento e dei due inclinometri in funzione del tempo e li confrontati in seguito con la variazione della temperatura interna ed esterna rilevata dai due sensori ambientali. I canali vengono raggruppati in quattro gruppi a seconda della lesione monitorata e della tipologia del sensore (Fig. 6.14) per evidenziare una correlazione maggiore tra i diversi valori:

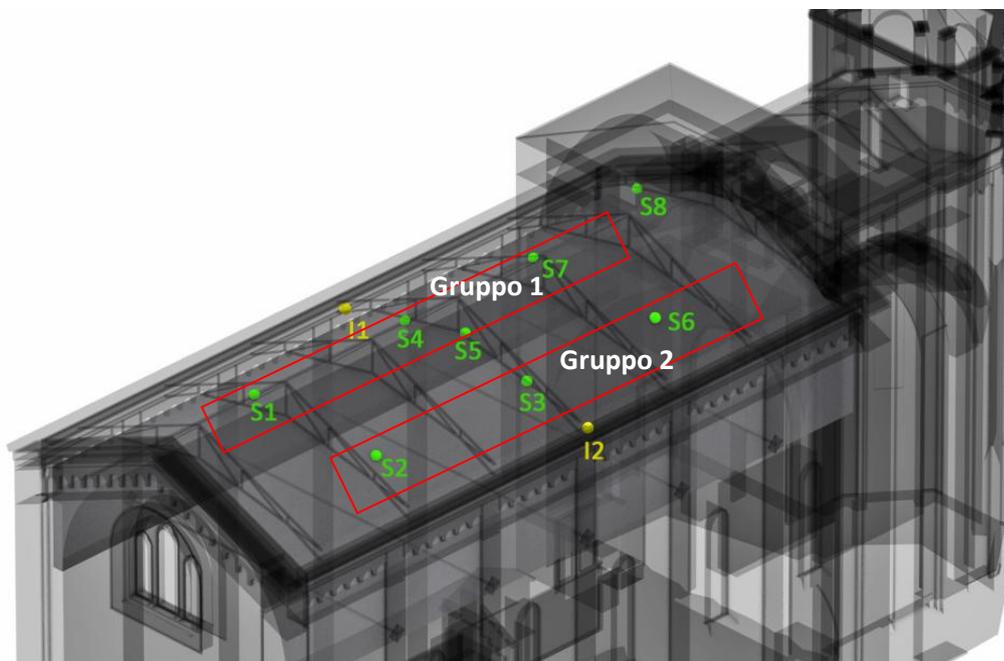


Fig. 6.14. Layout del sistema di monitoraggio statico: gruppo 1 (S1, S4, S7), gruppo 2 (S2, S3, S6), gruppo 3 (S5, S8), gruppo 4 (I1, I2).

Gruppo 1

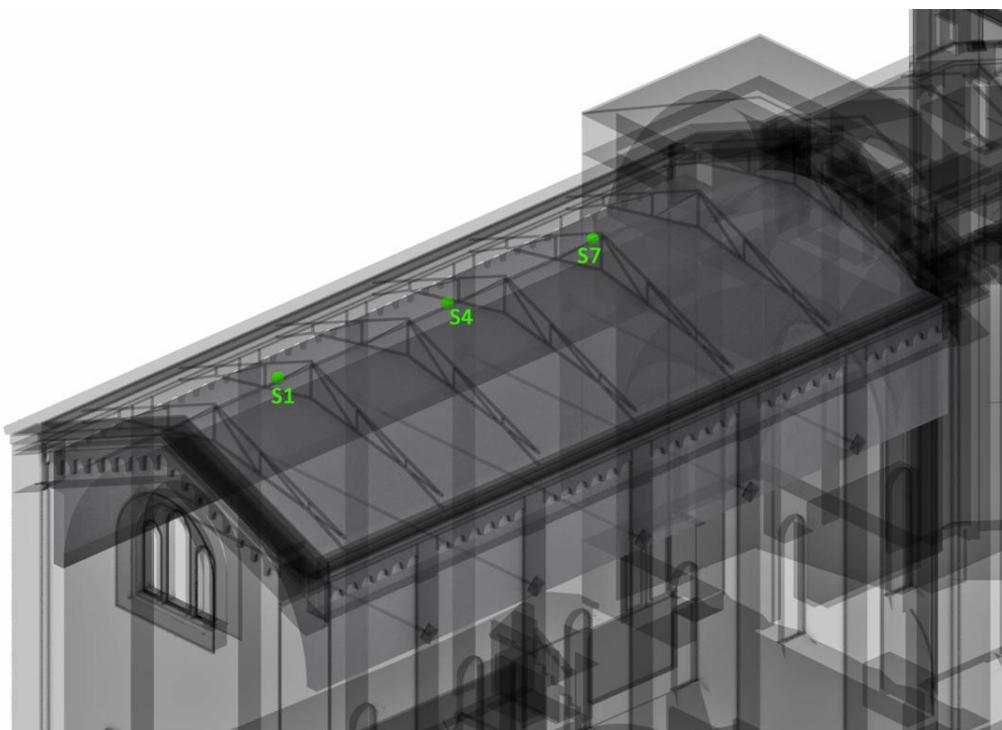


Fig. 6.15. Layout del sistema di monitoraggio statico, gruppo 1.

Il primo gruppo comprende i sensori S1, S4, S7 (Fig. 6.15) posti a monitorare la medesima lesione che percorre longitudinalmente l'estradosso della volta a botte nella parte esposta a nord-ovest dell'edificio (Figg. 6.16 – 6.18).



Fig. 6.16. Sensore 1.

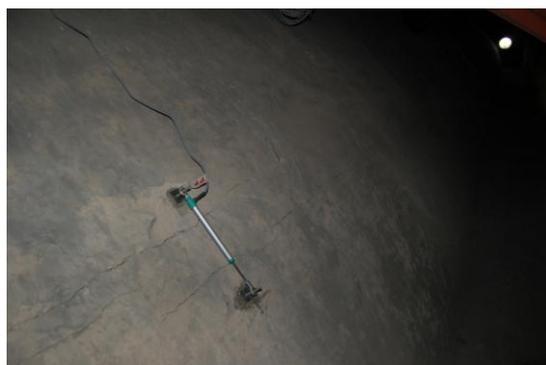


Fig. 6.17. Sensore 4.



Fig. 6.18. Sensore 7.

Osservando le Figg. 6.19 - 6.20 rappresentanti lo spostamento dei sensori S1 e S7 in funzione della temperatura relativa a due diversi periodi (Periodo 1 si riferisce a 21/10/2013 – 25/02/2014; Periodo 2 a 21/10/2014 – 25/02/2015), si nota che entrambi tendono ad un parallelismo: è chiaro quindi la mancanza di correlazioni non è dovuta a un danno progressivo verificatosi in seguito al fulmine ma potrebbe essere

condotta ad una perdita di calibrazione dei sensori o ad un'apertura improvvisa della lesione. A confutare quest'ultima ipotesi è il comportamento del sensore S4 (Fig. 6.21) posto a monitorare la stessa lesione che però non manifesta variazioni anomale in seguito al fulmine; potrebbe quindi trattarsi di una perdita di calibrazione dei sensori che però si potrebbe confermare solamente avendo a disposizione registrazioni per un periodo di tempo maggiore.

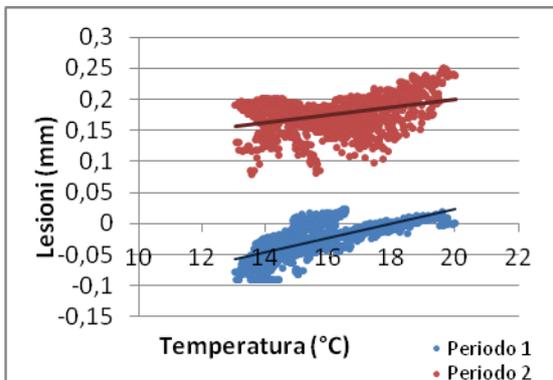


Fig. 6.19. Grafico dello spostamento rilevato da S1 in funzione della temperatura.

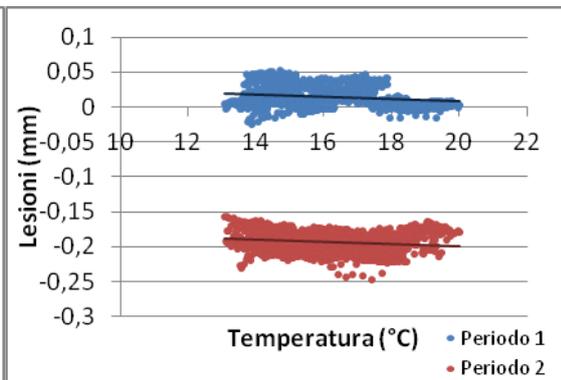


Fig. 6.20. Grafico dello spostamento rilevato da S7 in funzione della temperatura.

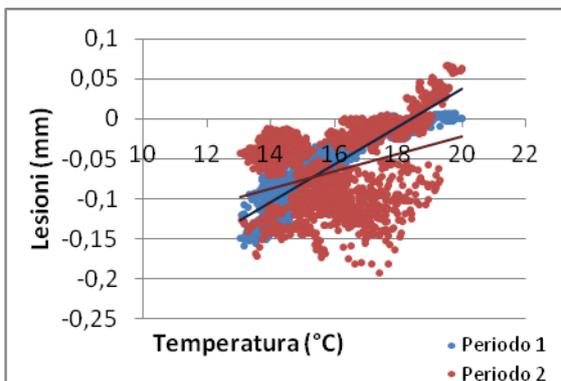


Fig. 6.21. Grafico dello spostamento rilevato da S4 in funzione della temperatura.

Il salto nella lettura è stato corretto prima di procedere all'analisi delle time history in relazione alla temperatura interna (Figg. 6.22 - 6.23).

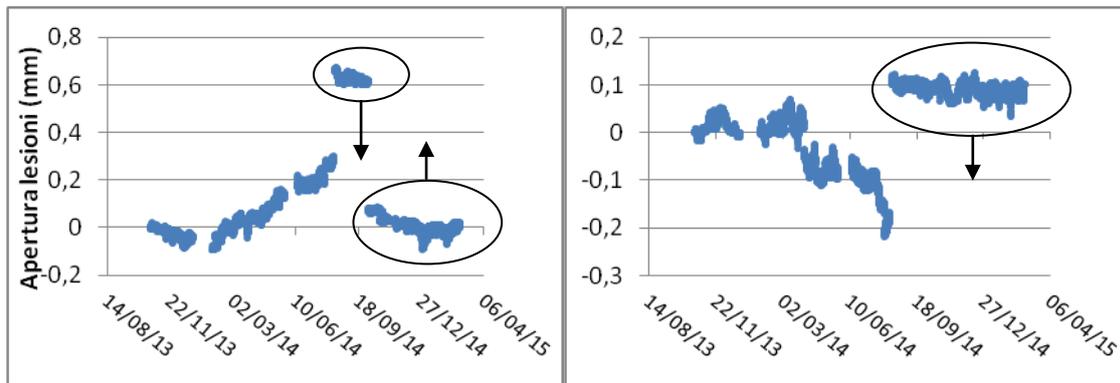


Fig. 6.22. Modalità con la quale si eseguita la correzione del salto di S1.

Fig. 6.23. Modalità con la quale si eseguita la correzione del salto di S7.

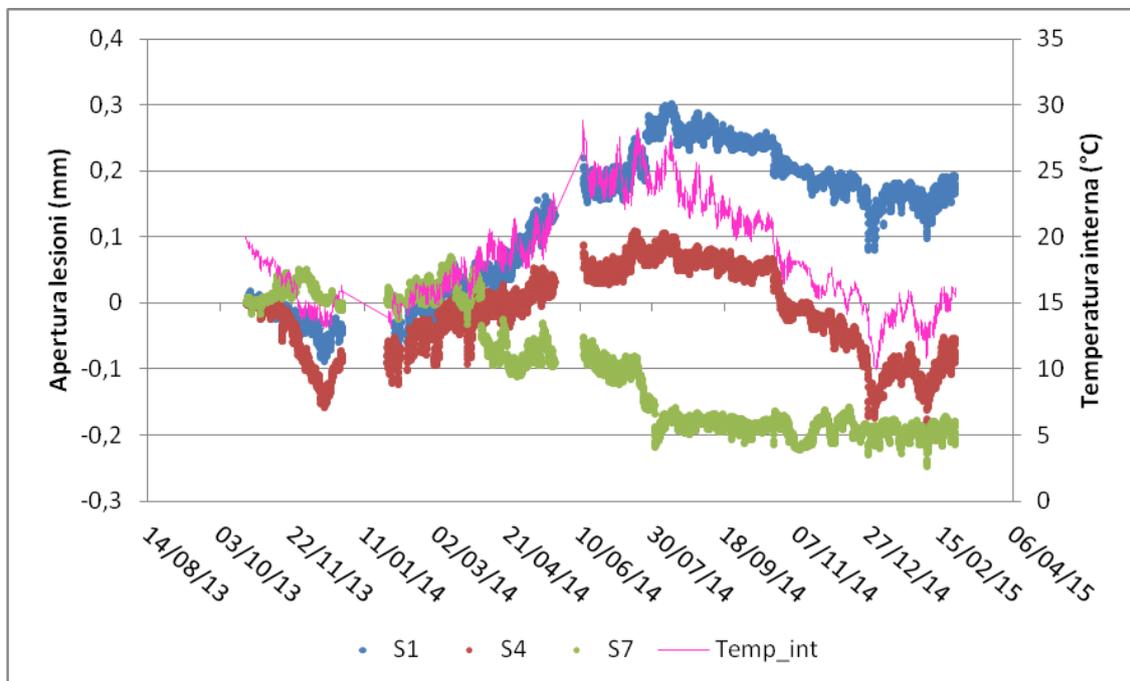


Fig. 6.24. Grafico temporale degli spostamenti.

Dall'osservazione del precedente grafico si nota come i sensori S1 e S4 non rilevino spostamenti anomali nel periodo di osservazione, ma variazioni direttamente correlabili a quelle della temperatura interna, in particolare per il trasduttore di spostamento S4: alle stagioni calde corrisponde un'apertura della lesione e nei periodi in cui la temperatura si abbassa la fessurazione tende a chiudersi. Il trasduttore S7, invece, manifesta una tendenza a chiudersi dopo un'iniziale periodo di stabilità. Consideriamo gli esiti delle analisi relativi ai sensori S1 e S7 non perfettamente attendibili, si crede che l'ipotesi di un malfunzionamento dei sensori sia la più probabile.

Gruppo 2

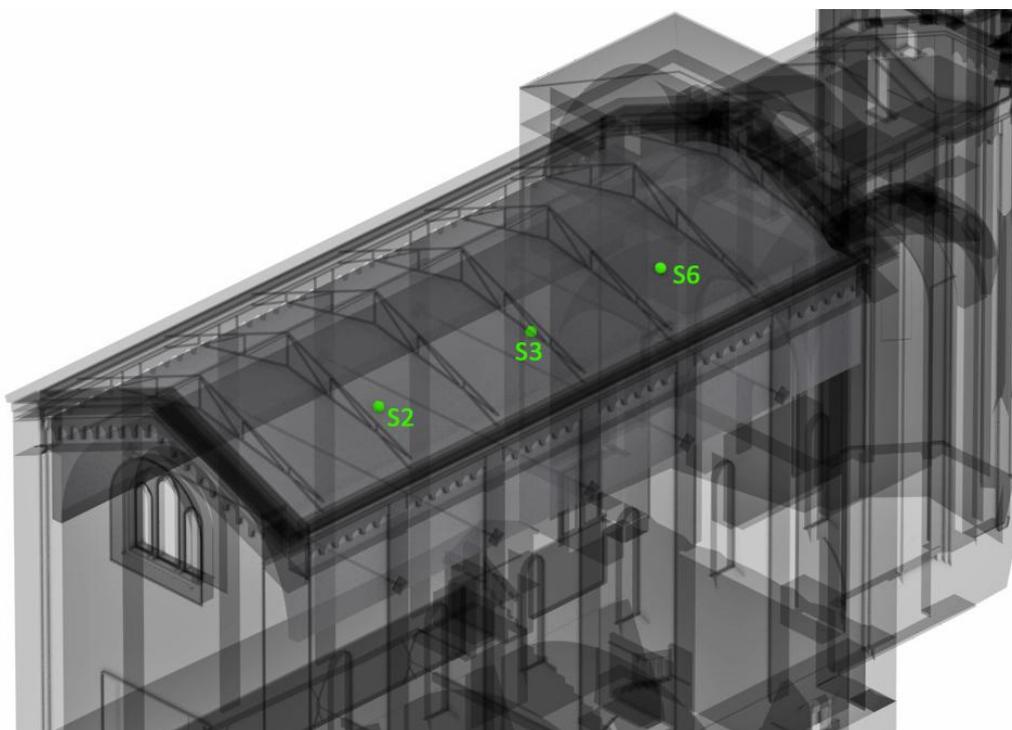


Fig. 6.25. Layout del sistema di monitoraggio statico, gruppo 2.

Il secondo gruppo comprende i sensori S2, S3, S6 (Fig. 6.25) che si trovano sulla lesione posta longitudinalmente all'estradosso della volta a botte, nella parte esposta a sud-est dell'edificio (Figg. 6.26 – 6.28).



Fig. 6.26. Sensore 2.



Fig. 6.27. Sensore 3.



Fig. 6.28. Sensore 6.

Vengono ora proposte le time history dell'apertura della lesione monitorata riferite all'intero periodo di osservazione confrontabili con la temperatura interna.

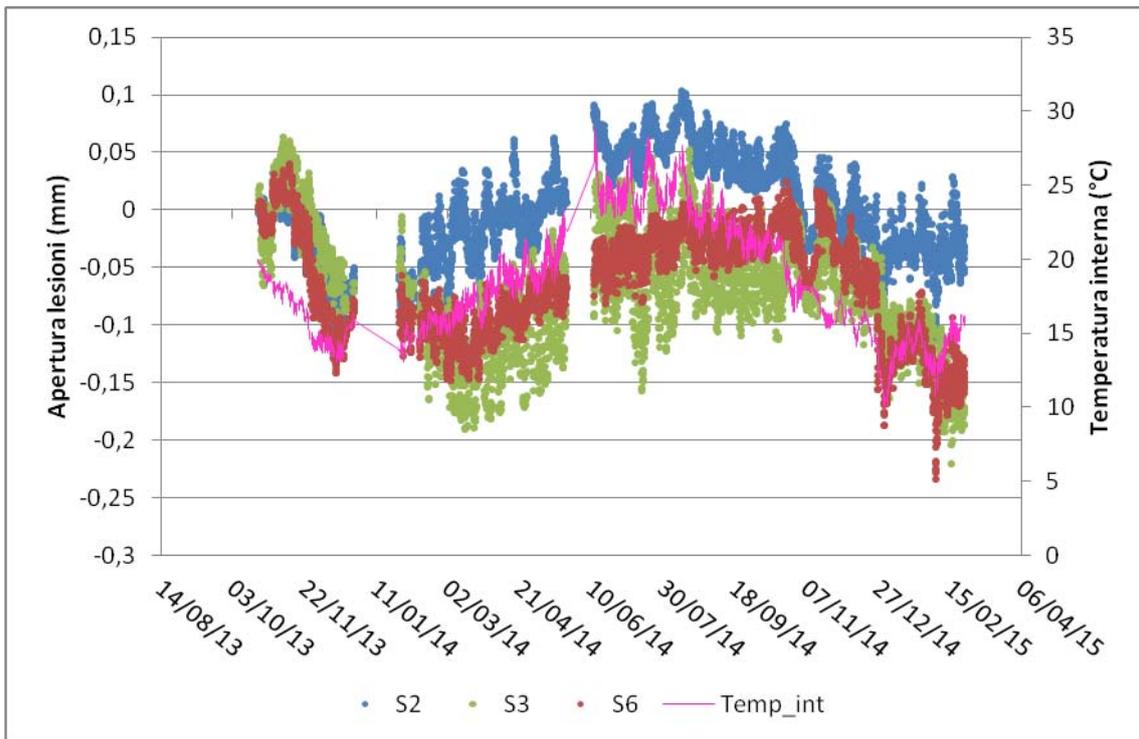


Fig. 6.29. Grafico temporale degli spostamenti.

Analizzando il grafico è evidente come non siano presenti registrazioni di spostamenti anomali, anzi si osserva che il comportamento delle lesioni varia con lo stesso andamento della temperatura interna: anche in questo caso la correlazione è direttamente proporzionale, cioè all'aumentare della temperatura la lesione tende ad aprirsi.

Gruppo 3

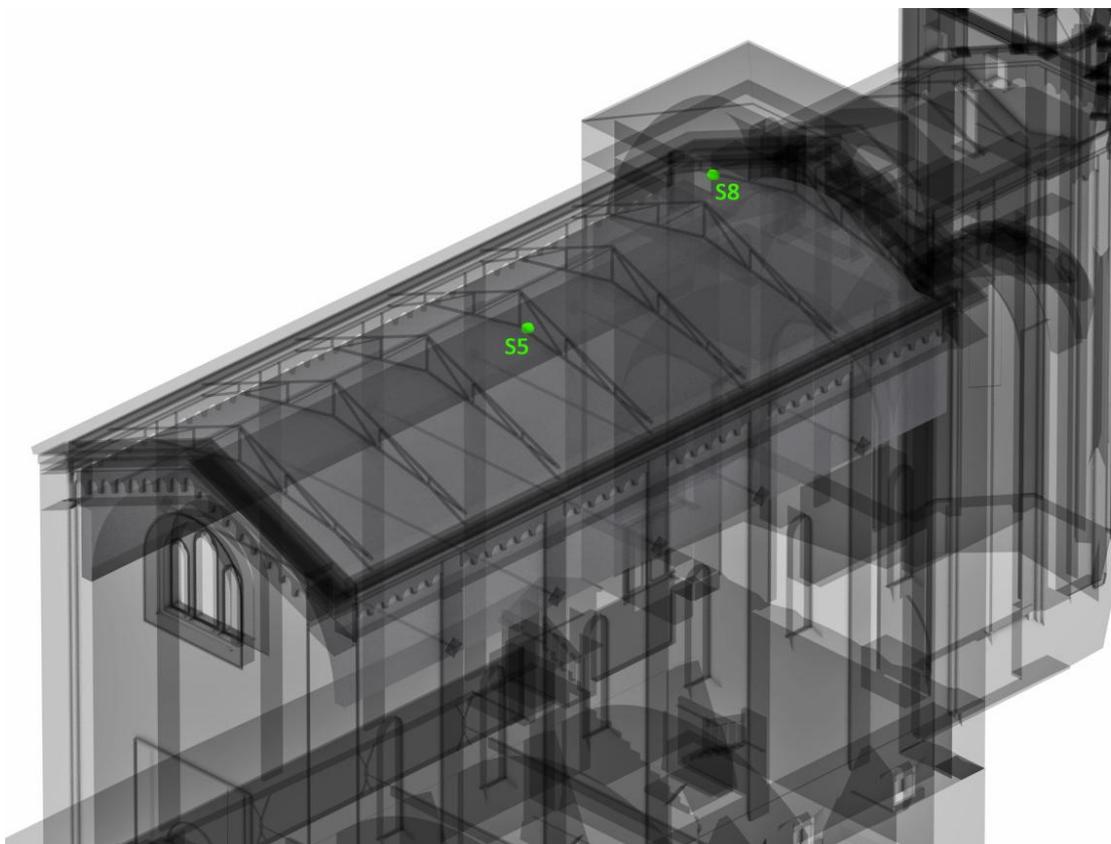


Fig. 6.30. Layout del sistema di monitoraggio statico, gruppo 3.

Il terzo gruppo comprende i sensori S5 e S8, questi non monitorano la stessa lesione ma sono localizzati in due diversi punti (Fig. 6.30): S5 è sulla lesione che interessa la chiave della volta (Fig. 6.31) mentre S8 sulla fessurazione posta sulla parete dell'arco trionfale (Fig. 6.32).

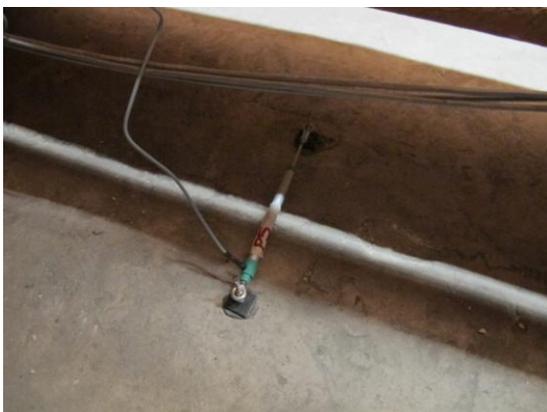


Fig. 6.31. Sensore 5.



Fig. 6.32. Sensore 8.

Il grafico seguente rappresenta le time history dell'apertura delle lesioni monitorate, riferite all'intero periodo di osservazione: i sensori S5 e S8 non presentano spostamenti anomali ma la variazione degli stessi segue l'andamento della temperatura interna tendendo ad aprirsi in seguito all'aumento della temperatura.

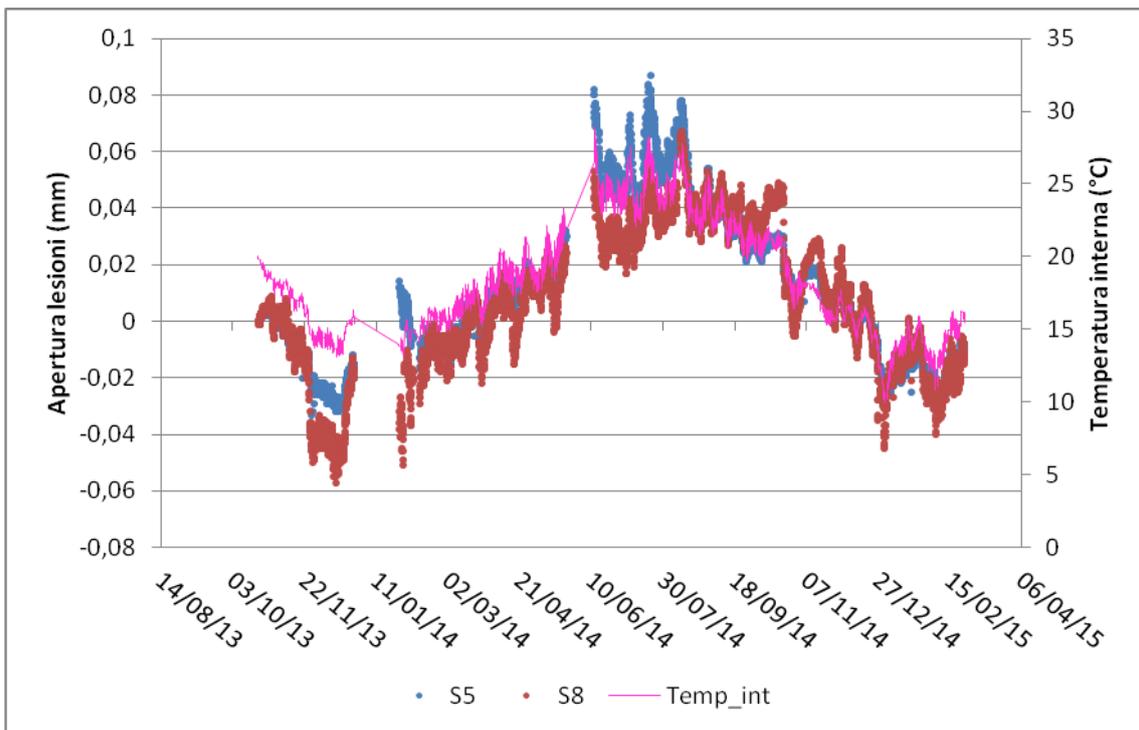


Fig. 6.33. Grafico temporale degli spostamenti.

Gruppo 4

L'ultimo gruppo comprende gli inclinometri I1 e I2 e vengono in seguito riportate le time history (Fig. 6.34) riferite al periodo di osservazione sino all'8 agosto 2014, giorno in cui i sensori hanno smesso di funzionare a causa del fulmine. Gli inclinometri non mostrano registrazioni anomale ma sono caratterizzati da due diversi comportamenti: I1 presenta una variazione direttamente proporzionale a quella della temperatura interna, I2 contrariamente manifesta un comportamento inversamente proporzionale al parametro ambientale.

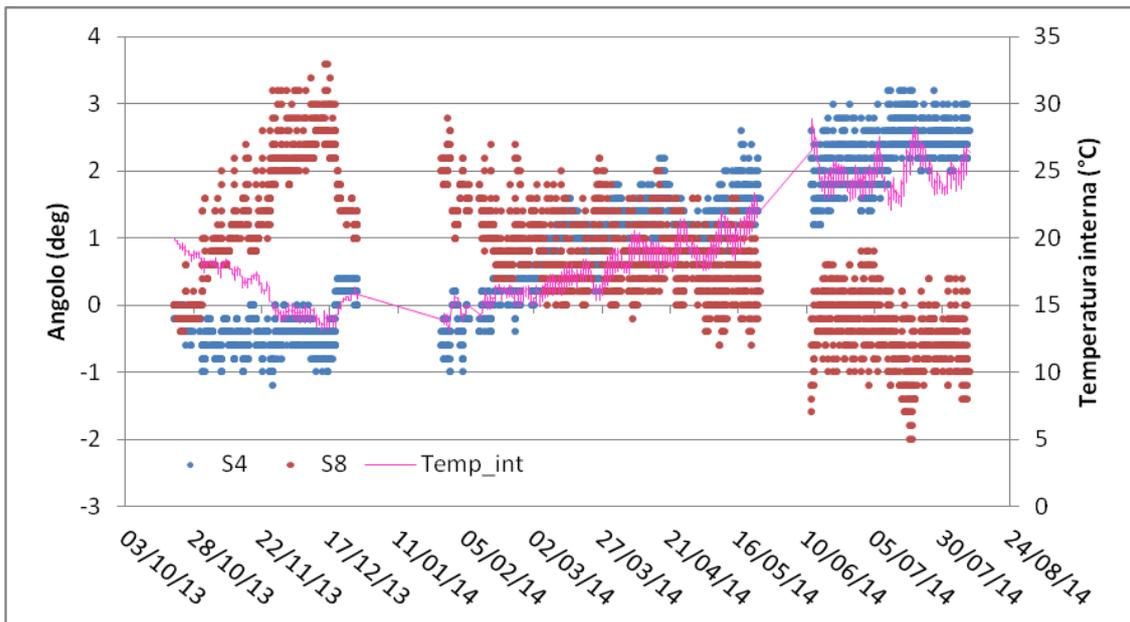


Fig. 6.34. Grafico temporale degli spostamenti.

In Tab. 6.1 vengono riportati i valori statistici riferiti ai dati misurati dal monitoraggio statico, in particolar modo il valore massimo, minimo, medio e la deviazione standard (stima di quanto i valori si discostano dal valore medio); nelle Tab. 15.2 – 15.3 invece, sono riportati i valori rispettivamente minimi e massimi riferiti alla giornata, all’orario e alla temperatura interna in cui sono stati rilevati.

	Min [mm]	Max [mm]	Media [mm]	Dev. St [mm]
S1	-0,09	0,3	0,126	0,104
S2	-0,116	0,103	0,0009	0,0427
S3	-0,22	0,063	-0,0675	0,0515
S4	-0,192	0,11	-0,015	0,065
S5	-0,033	0,087	0,0113	0,0256
S6	-0,234	0,04	-0,064	0,0472
S7	-0,248	0,07	-0,106	0,089
S8	-0,057	0,067	0,0068	0,0256
I1	-1,196	3,189	0,858	1,065
I2	-1,993	3,588	0,695	0,948

Tab. 6.1. Statistica delle misurazioni del monitoraggio statico.

Parte II. Monitoraggio Strutturale

Sistema di monitoraggio strutturale attivo alla Cappella degli Scrovegni

	Min Max	Giorno	Ora	Temperatura
S1	-0,09 mm	27/12/2014	19:58	12,545 °C
	0,3 mm	12/08/2014	21:01	27,732 °C
S2	-0,116 mm	14/12/2013	9:43	13,06 °C
	0,103 mm	12/08/2014	15:01	26,894 °C
S3	-0,22 mm	16/02/2015	15:37	15,535 °C
	0,063 mm	07/11/2013	6:52	17,112 °C
S4	-0,192mm	05/02/5015	12:37	10,947 °C
	0,11 mm	18/07/2014	20:50	27,272 °C
S5	-0,033 mm	27/11/2013	15:43	14,877 °C
	0,087 mm	21/07/2014	00:28	27,664 °C
S6	-0,234 mm	05/02/2015	12:37	10,947 °C
	0,04 mm	12/11/2013	12:52	17,163 °C
S7	-0,248 mm	05/02/2015	12:37	10,947 °C
	0,07 mm	12/03/2014	20:00	17,428 °C
S8	-0,057 mm	14/12/2013	9:43	13,06 °C
	0,067 mm	12/08/2014	21:01	27,732 °C
I1	-1,196 deg	26/11/2013	11:43	14,673 °C
	3,189 deg	10/07/2014	18:50	23,157 °C
I2	-1,993 deg	18/07/2014	18:50	27,17 °C
	3,588 deg	15/12/2013	11:43	13,542 °C

Tab. 6.2. Misurazioni minime e massime riferite alla giornata di misurazione.

6.3.3. Analisi dei dati dinamici

Di seguito è descritto uno studio sui parametri modali registrati dal monitoraggio dinamico alla Cappella degli Scrovegni. Il sistema è costituito da otto accelerometri e l'identificazione dinamica è effettuata ogni 12 ore (Fig. 6.35). Nella seguente analisi consideriamo solo i 5 accelerometri presenti nella volta e non i 3 (A1, A2, A3) che caratterizzano la cripta. Gli accelerometri A4, A5 e A6 hanno smesso di funzionare in seguito al fulmine dell'8 agosto 2014: questo comporta il fatto che non sia stato più possibile estrarre i parametri relativi ad alcune forme modali.

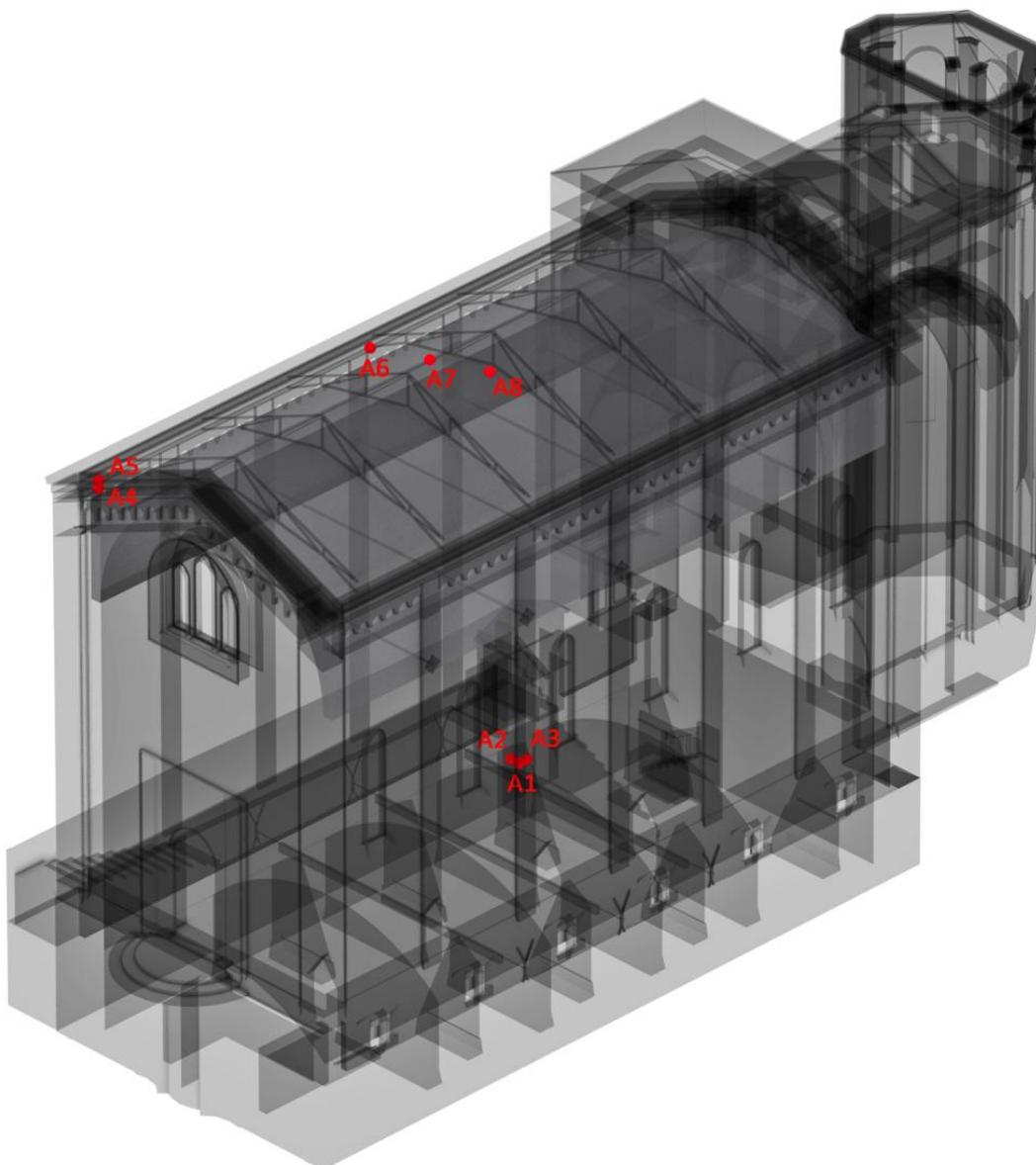


Fig. 6.35. Layout del sistema di monitoraggio dinamico.

Si hanno a disposizione 519 campionamenti nel periodo che va dal 22 ottobre 2013 al 2 ottobre 2014 (considerando le misurazioni mancanti sopra elencate) per i modi di vibrare 3, 6, 7, 8, 11 e 12; per le forme modali 1, 2, 4, 5, 9, e 10 ci si basa sui dati acquisiti sino ad agosto e consistono in 415 misurazioni; vengono estratte le frequenze naturali, lo smorzamento e le forme modali.

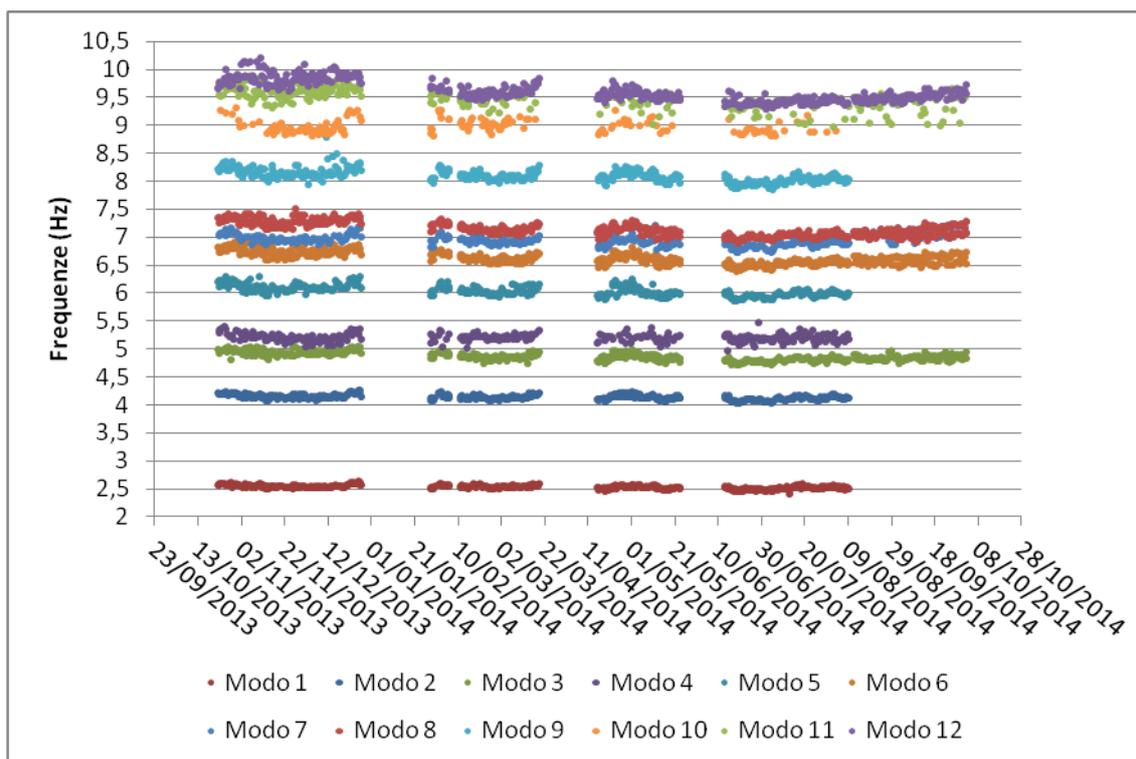


Fig. 6.36. Grafico dell'andamento delle frequenze modali.

Si osserva come già anticipato, che le frequenze 1, 2, 4, 5, 9, 10 non vengono più registrate dal 9 agosto 2014; le frequenze 7 e 8 invece, dopo tale data, cambiano il loro comportamento sormontandosi in parte, probabilmente a causa del malfunzionamento dei sensori. Vengono in seguito presentati i risultati statistici delle prime dodici frequenze, in particolare: il valore massimo, minimo, la media dei risultati e la deviazione standard.

	Min (Hz)	Max (Hz)	Media (Hz)	Dev. St (Hz)
Modo 1	2.4169	2.6355	2.533079	0.031784
Modo 2	4.0253	4.2655	4.137914	0.042748
Modo 3	4.7105	5.046	4.7105	0.071822
Modo 4	4.9813	5.4636	5.205025	0.068305
Modo 5	5.8717	6.306	6.040225	0.090703
Modo 6	6.3976	6.9202	6.627016	0.108266
Modo 7	6.7323	7.2719	6.959649	0.103822
Modo 8	6.8822	7.5005	7.139756	0.123654
Modo 9	7.8615	8.7815	8.095182	0.109729
Modo 10	8.8011	9.3206	8.983261	0.120572
Modo 11	8.9617	9.8838	9.485595	0.167297
Modo 12	9.3005	10.1966	9.604623	0.18563

Tab. 6.3. Statistica delle misurazioni del monitoraggio dinamico.

In Fig. 6.37 è studiata la correlazione tra la temperatura interna e le frequenze: il comportamento è piuttosto stabile ad indicare che la temperatura non lo influenza, si nota una diminuzione delle frequenze all'aumentare della temperatura.

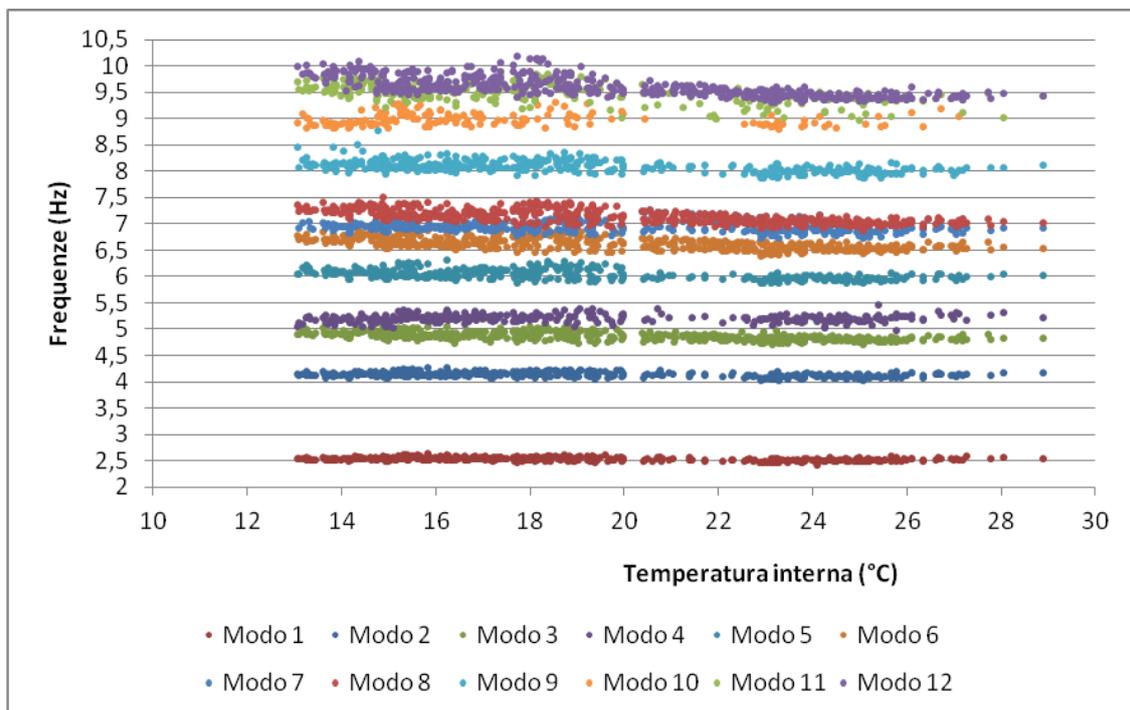


Fig. 6.37. Grafico frequenze modali – temperatura.

Nel paragrafo 6.5 verrà analizzato in modo maggiormente approfondito la correlazione tra le frequenze e la temperatura interna, al fine di eliminare l'influenza del fattore ambientale esterno.

6.4. IDENTIFICAZIONE DINAMICA SULLA BASE DEI DATI DEL MONITORAGGIO

Grazie alle registrazioni fornite dal monitoraggio strutturale dinamico è stato possibile eseguire l'identificazione dei parametri modali, ovvero le frequenze naturali e le forme modali associate. La tecnica utilizzata è quella dell'OMA³, Operational Modal Analysis, ovvero l'identificazione è basata solamente sui segnali di output ottenuti dal sistema di monitoraggio che registra le vibrazioni ambientali della struttura, causate ad esempio dal traffico, da fenomeni atmosferici o da eventi sismici anche di ridotta entità. Si riporta quindi il layout degli accelerometri (Fig. 6.38)

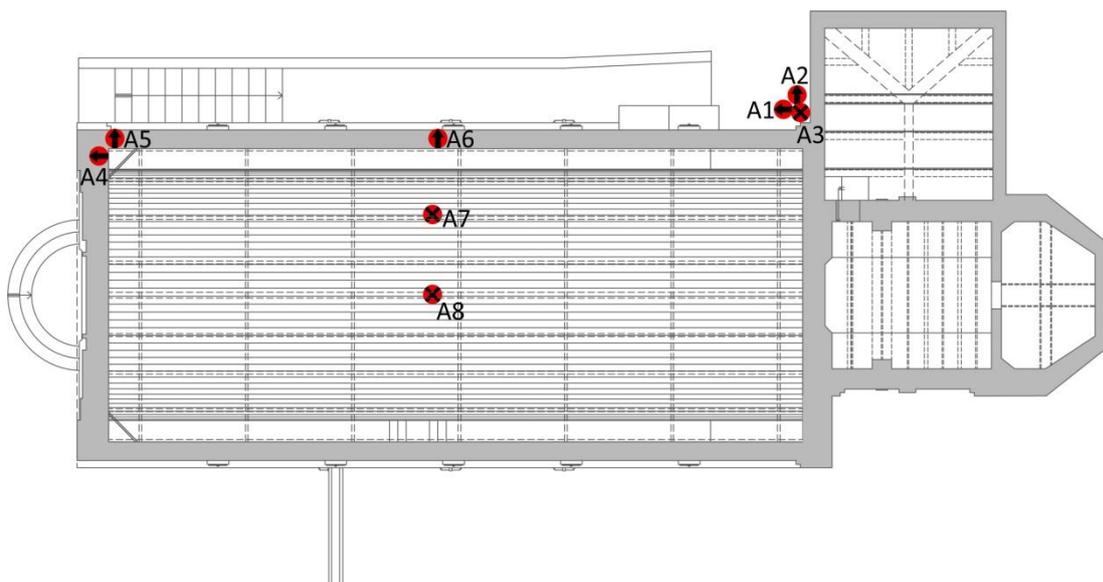


Fig. 6.38. La pianta presenta il layout degli accelerometri. Gli accelerometri A1,A2,A3 si trovano alla base della cripta, A4 e A5 in sommità della facciata mentre A6, A7, A8 si trovano sulla volta, nello specifico A6 alla base e A8 in mezzeria.

In seguito all'acquisizione dei dati, per la fase di processamento del segnale (*signal processing*), è stato utilizzato il software *ARTEMISExtractor 4.0* che permette la costruzione di un modello semplificato, costituito da punti, linee e superfici di forma triangolare, che consente, in relazione ai dati forniti dal monitoraggio, l'individuazione delle forme modali e dei relativi spostamenti modali normalizzati dei punti individuati.

³ Si veda il capitolo 4.5.3. Risposta dinamica- OMA Operational Modal Analysis, pp. 25-27

Il modello della Cappella degli Scrovegni è costituito da 55 linee e 46 nodi; gli accelerometri sono posizionati nei nodi 8 (nodo su cui sono posizionati due accelerometri in due diverse direzioni), 43, 45, 46; i tre alla base (A1,A2,A3) non vengono considerati nell'identificazione dinamica.

La modellazione viene eseguita attraverso la compilazione di un file di testo in cui viene inserito, oltre ai dati sopracitati, anche il valore della frequenza di campionamento, in questo caso $f_c=100\text{Hz}$. Essendo gli accelerometri posizionati solo sulle pareti e sulla volta della navata, la modellazione di sacrestia, abside e presbiterio, è stata eseguita solo al fine di ottenere una rappresentazione più completa.

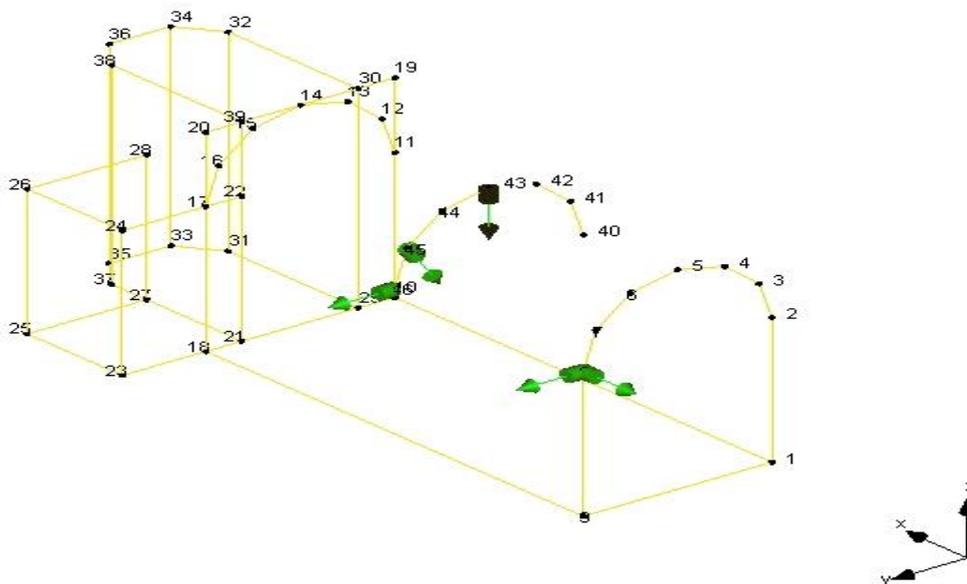


Fig. 6.39. Il modello è il risultato della modellazione eseguita con il programma *Artemis*. Si possono osservare le 55 linee ed i 46 nodi di cui è composto. Inoltre si può notare come si sia deciso di posizionare solo cinque degli otto accelerometri esistenti, in quanto tre non vengono considerati per l'identificazione dinamica; di questi cinque si possono inoltre osservare le direzioni: si noti come l'accelerometro posizionato sul nodo 43, ad un terzo della volta, abbia direzione obliqua, e quindi i risultati degli spostamenti registrati saranno sempre forniti in due direzioni.

Si è poi passati al processamento vero e proprio dei dati e quindi all'estrazione dei parametri modali, eseguita con due diversi metodi. La prima modalità è quella dell'FDD, ovvero *Frequency Domain Decomposition method*⁴, grazie alla quale si sono potute determinare in un primo momento le frequenze proprie della struttura e le relative forme modali attraverso la determinazione dei picchi nel dominio delle frequenze.

⁴ Si veda il capitolo 4.5.4. Metodi nel dominio delle frequenze: FDD e EFDD

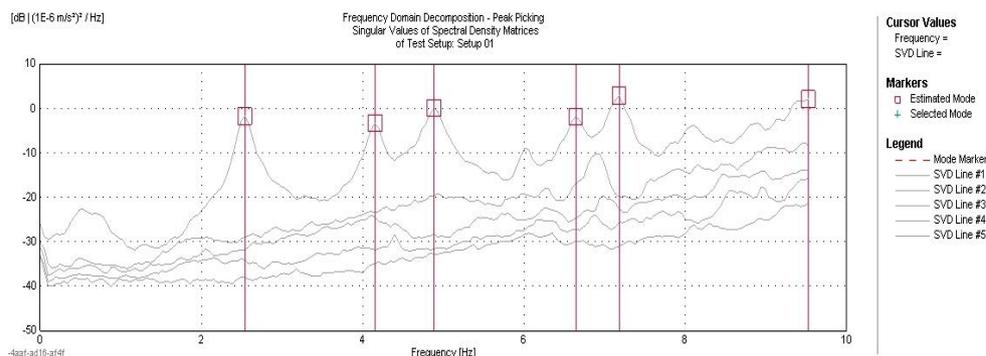


Fig. 6.40. Determinazione dei picchi nel dominio delle frequenze nel caso FDD.

La seconda modalità è quella EFDD⁵, Enhanced *Frequency Domain Decomposition method*, la quale fornisce anche i valori di smorzamento (*damping ratio*).

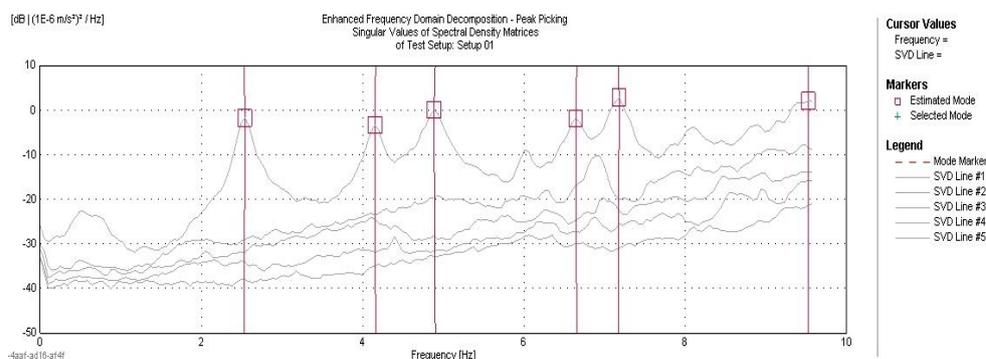


Fig. 6.41. Determinazione dei picchi nel dominio delle frequenze nel caso EFDD.

Nel caso specifico della Cappella degli Scrovegni sono state utilizzate le registrazioni di 20 giornate ritenute rappresentative ai fini della caratterizzazione dinamica. L'analisi delle registrazioni ha portato all'identificazione di sei modi di vibrare comuni per tutte le giornate, sia dal punto di vista delle frequenze, sia dal punto di vista della tipologia. In seguito ad uno studio statistico fatto sulla medie delle frequenze è stata individuata la giornata di registrazione più rappresentativa, ovvero l'11 febbraio 2014, sulla quale saranno poi svolte tutte le successive analisi. Si riportano di seguito i dati delle frequenze abbinate ai relativi modi di vibrare, che caratterizzano la registrazione sopracitata.

⁵ Si veda il capitolo 4.5.4. Metodi nel dominio delle frequenze: FDD e EFDD

Modo	Frequenze [Hz]		Damping [%]	MAC
	FDD	EFDD	EFDD	
1	2,54	2,53	2,45	0,99
2	4,15	4,16	2,10	0,99
3	4,88	4,90	2,50	0,98
4	6,64	6,65	1,39	0,99
5	7,18	7,17	1,59	0,98
6	9,52	9,52	2,48	0,98

Tab. 6.4. Correlazione tra modi di vibrare e frequenze di FDD ed EFDD. Sono presenti anche gli indici di damping e di MAC.

		Metodo EFDD					
		2,529 Hz	4,159 Hz	4,899 Hz	6,651 Hz	7,166 Hz	9,519 Hz
Metodo FDD	2,539 Hz	0,9998	0,02395	0,3331	0,0473	0,05724	0,01252
	4,15 Hz	0,02872	0,9914	0,4228	0,5119	0,02462	0,2942
	4,883 Hz	0,3503	0,4662	0,9782	0,2666	0,05288	0,1644
	6,641 Hz	0,04657	0,4953	0,256	0,9891	0,3642	0,00007
	7,178 Hz	0,04178	0,01148	0,03431	0,3207	0,9806	0,623
	9,521 Hz	0,01873	0,2895	0,1344	0,01959	0,5925	0,9784

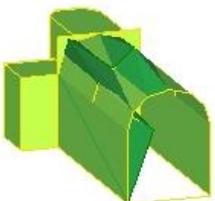
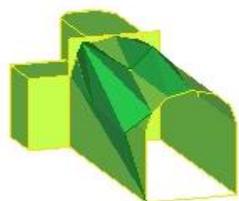
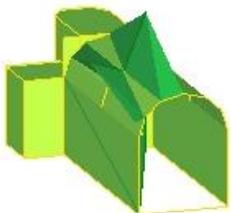
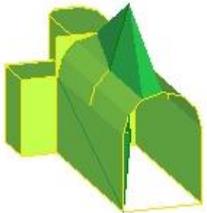
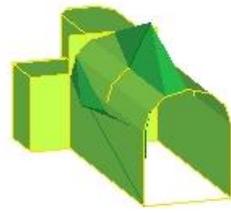
0,9 - 1
 0,4 - 0,8
 0,2 - 0,3
 0,0 - 0,1

Tab. 6.5. Correlazione tra modi di vibrare di FDD ed EFDD. Viene riportata l'intera tabella con gli indici di MAC fornita direttamente dal software *Artemis Extractor 4.0* da interpretare secondo legenda che illustra i diversi range di valori. Si può chiaramente vedere come la diagonale sia interamente colorata di verde, ovvero come ci sia praticamente una completa correlazione tra gli stessi modi di FDD e EFDD. Per quanto riguarda la correlazione tra modi diversi si può vedere come ci siano diversi gradi di "diversità", a partire da quello rosso, il meno oneroso, per finire con quello blu con il quale si identificano i modi che non hanno praticamente correlazione tra loro.

Per confrontare quantitativamente le forme modali è stato utilizzato l'indice di MAC (Modal Assurance Criterion), ovvero quel valore che fornisce un'indicazione sul grado di correlazione tra due forme modali, in questo caso specifico tra sperimentali FDD e EFDD. L'indice di MAC è definito come:

$$MAC(\Phi_{iA}, \Phi_{jB}) = \frac{|\{\Phi A\}_i^T \{\Phi B\}_j|^2}{\{\Phi A\}_i^T * \{\Phi A\}_j + \{\Phi B\}_i^T * \{\Phi B\}_j}$$

Un valore di MAC pari ad 1 indica una perfetta correlazione tra i due modi, più il valore dell'indice tende allo zero e più si abbassa il grado di correlazione tra i due; valori al di sotto dello 0,4 definiscono una bassa correlazione tra i modi. Si riportano quindi di seguito le schematizzazioni grafiche dei sei modi di vibrare.

Modo 1(2,54 Hz - 2,53 Hz)	Modo 2 (4,15 Hz - 4,16 Hz)	Modo 3 (4,88 Hz – 4,90 Hz)
		
Modo4(6,64 Hz – 6,65 Hz)	Modo 5 (7,18 Hz – 7,17 Hz)	Modo 6 (9,52 Hz – 9,52 Hz)
		

Tab. 6.6. Schematizzazioni grafiche dei sei modi di vibrare individuati.

Le sei forme modali sperimentali individuate saranno poi comparate con quelle numeriche risultato della modellazione ad elementi finiti per poter calibrare i parametri questi ultimi e rendere i modelli numerici il più simili possibili al modello sperimentale e quindi all'edificio reale⁶.

⁶ Per la calibrazione e la validazione dei modelli numerici si veda il cap.8. 4.2.3 Validazione del modello

6.5. I MODELLI ARX

Utilizzando un codice MATLAB che implementa i modelli regressivi ARX sarà possibile isolare ed eliminare l'effetto delle variabili ambientali per rilevare valori anomali e identificare possibili danni all'edificio.

6.5.1. Risposta statica

Il modello basato sui dati registrati dal sistema statico considera tutte le 5211 rilevazioni effettuate relative agli 8 trasduttori di spostamento e fornisce vari diagrammi con i risultati elaborati.

Come precedentemente osservato i trasduttori di spostamento S1 e S7 manifestano un comportamento, diverso da quello degli altri sensori e decidiamo quindi di non considerare più i dati registrati da questi due dispositivi per le analisi che verranno svolte successivamente. Raggruppando i trasduttori come fatto precedentemente si confronta lo spostamento con la temperatura interna riferendosi all'intero periodo di osservazione e si può vedere come per tutti i sensori le variazioni siano direttamente correlabili: alle stagioni calde corrisponde un'apertura della lesione e nei periodi in cui la temperatura si abbassa, la fessurazione tende a chiudersi (Figg. 6.42 – 6.43).

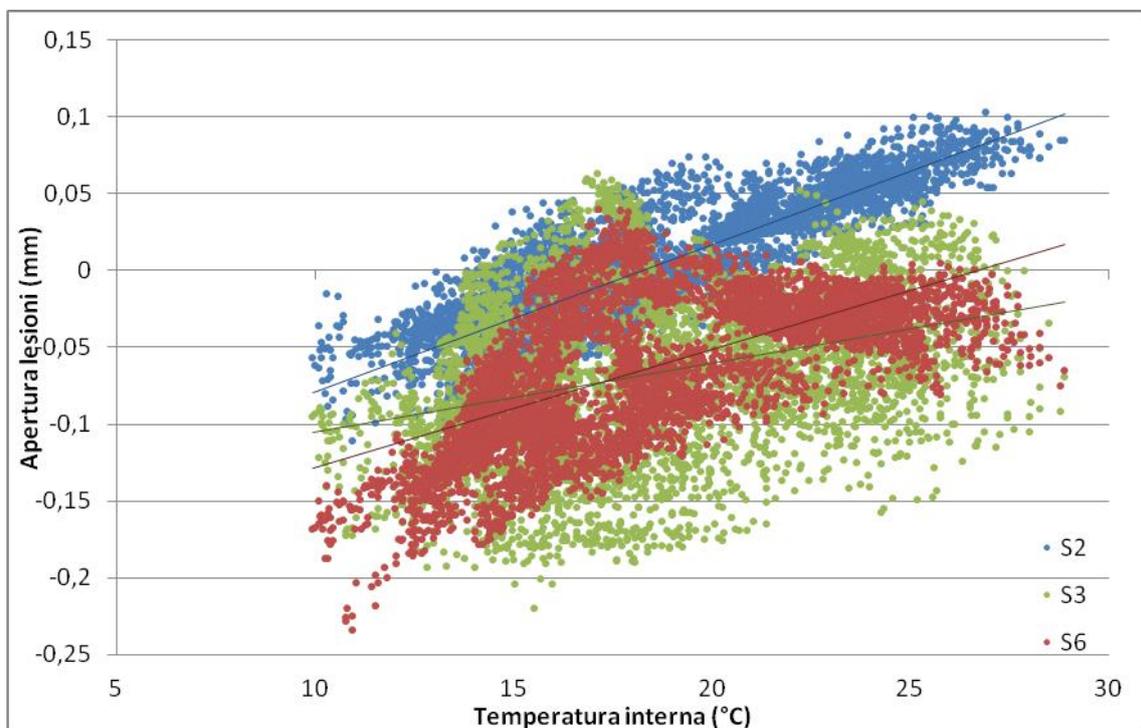


Fig. 6.42. Grafico dello spostamento in funzione della temperatura, riferito all'intero periodo di osservazione.

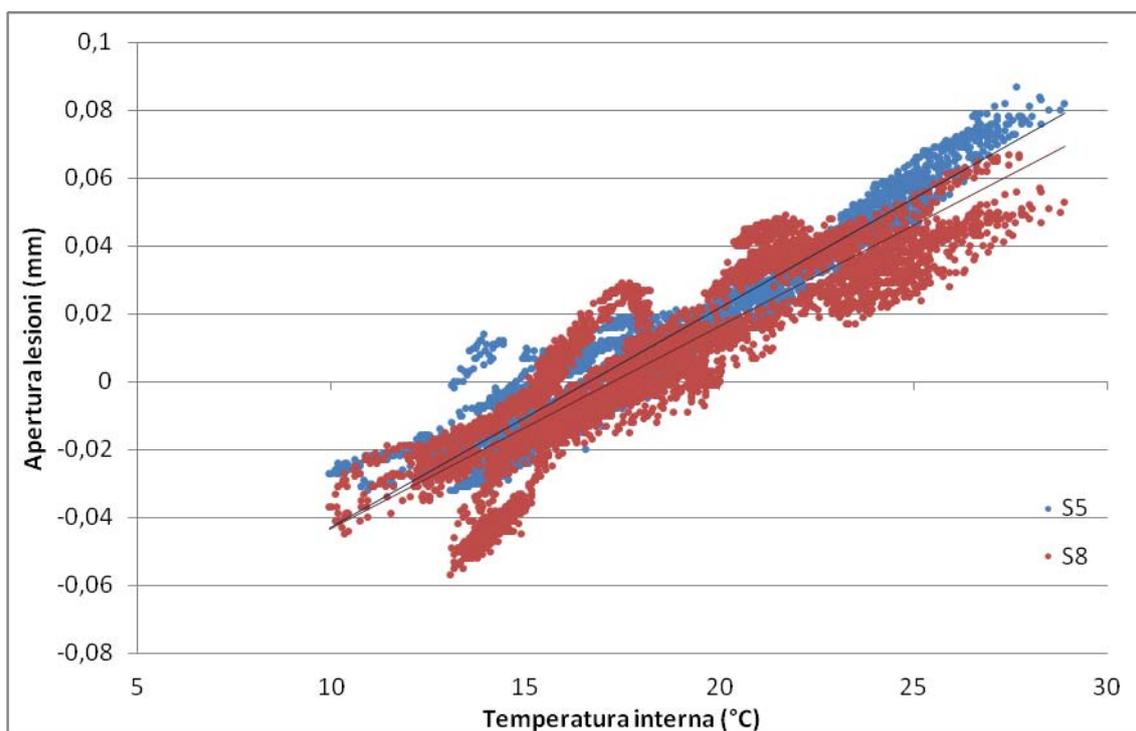


Fig. 6.43. Grafico dello spostamento in funzione della temperatura, riferito all'intero periodo di osservazione.

Si ricava ora il coefficiente di correlazione valutato nella fase di stima di un anno dall'attivazione del monitoraggio, sino al 1 ottobre 2014, per stabilire il parametro che maggiormente influenza il comportamento delle lesioni: date due variabili, tale coefficiente è definito come il rapporto tra la covarianza e il prodotto delle deviazioni standard delle stesse. Il coefficiente di correlazione ha un valore che varia tra -1 e +1, le variabili presentano una buona correlazione quanto più il valore è prossimo all'unità.

$$r = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

	Temperatura interna (°C)	Temperatura esterna (°C)
r(S2)	0,92	0,52
r(S3)	0,2	0,11
r(S4)	0,94	0,53
r(S5)	0,98	0,55
r(S6)	0,58	0,33
r(S8)	0,94	0,53

Tab. 6.7. Coefficienti di correlazione.

I coefficienti di correlazione per i sensori S4, S5 e S8 sono quasi unitari, indice di una correlazione perfetta con l'andamento del fattore ambientale.

Il programma fornisce dei criteri di qualità (Tab. 6.8) al fine di valutare la bontà del modello: *loss function* λ_0 , *final prediction error* FPE e coefficiente di determinazione R^2 definiti rispettivamente come segue.

$$\lambda_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_k^2$$

$$FPE = V \frac{1 + \frac{d}{N}}{1 - \frac{d}{N}}$$

Dove N è il numero di rilevazioni, d il numero di parametri stimati, k lo step temporali, e_k l'errore residuo calcolato come:

$$e_k = y_k - \hat{y}_k$$

$$R^2 = \frac{\Sigma(\hat{y}_k - \bar{y})^2}{\Sigma(y_k^m - \bar{y})^2}$$

dove \hat{y}_k è il valore stimato dal modello e y_k^m il valore misurato. MATLAB calcola i modelli ARX negli ordini n_a , n_b e n_k , l'ordine massimo è stato fissato a 10: ARX [n_a , n_b , n_k] = [1:10, 1:10, 1:10]. Tra i 10^3 modelli che si ottengono si seleziona il migliore basandosi sui criteri di qualità precedentemente definiti; nello specifico, il modello ARX con il più basso valore di λ_0 e di FPE, il maggiore valore di R^2 sarà selezionato come il migliore, cioè il modello che descrive nel modo migliore il comportamento reale dell'edificio.

S	n_a	n_b	n_k	λ_0	FPE	R^2
2	1	5	0	0.000174	0.000175	0.9
3	1	3	0	0.000355	0.000356	0.8
4	10	6	0	0.000013	0.0000131	0.93
5	2	3	0	0.00000218	0.00000218	0.98
6	2	1	0	0.000052	0.0000521	0.88
8	1	4	0	0.0000386	0.0000387	0.95

Tab. 6.8. Indici di bontà del modello analizzato.

I criteri di qualità per i sensori analizzati sono molto buoni, dimostrando una forte correlazione tra i fenomeni di apertura delle lesioni e i cambiamenti di temperatura.

Nei diagrammi successivi (Fig. 6.44) viene correlato il comportamento della variabile di output misurata con il valore stimato dai modelli per valutare se i modelli autoregressivi siano in grado di seguire le misurazioni; si vede come i modelli seguano in modo apprezzabile le misurazioni.

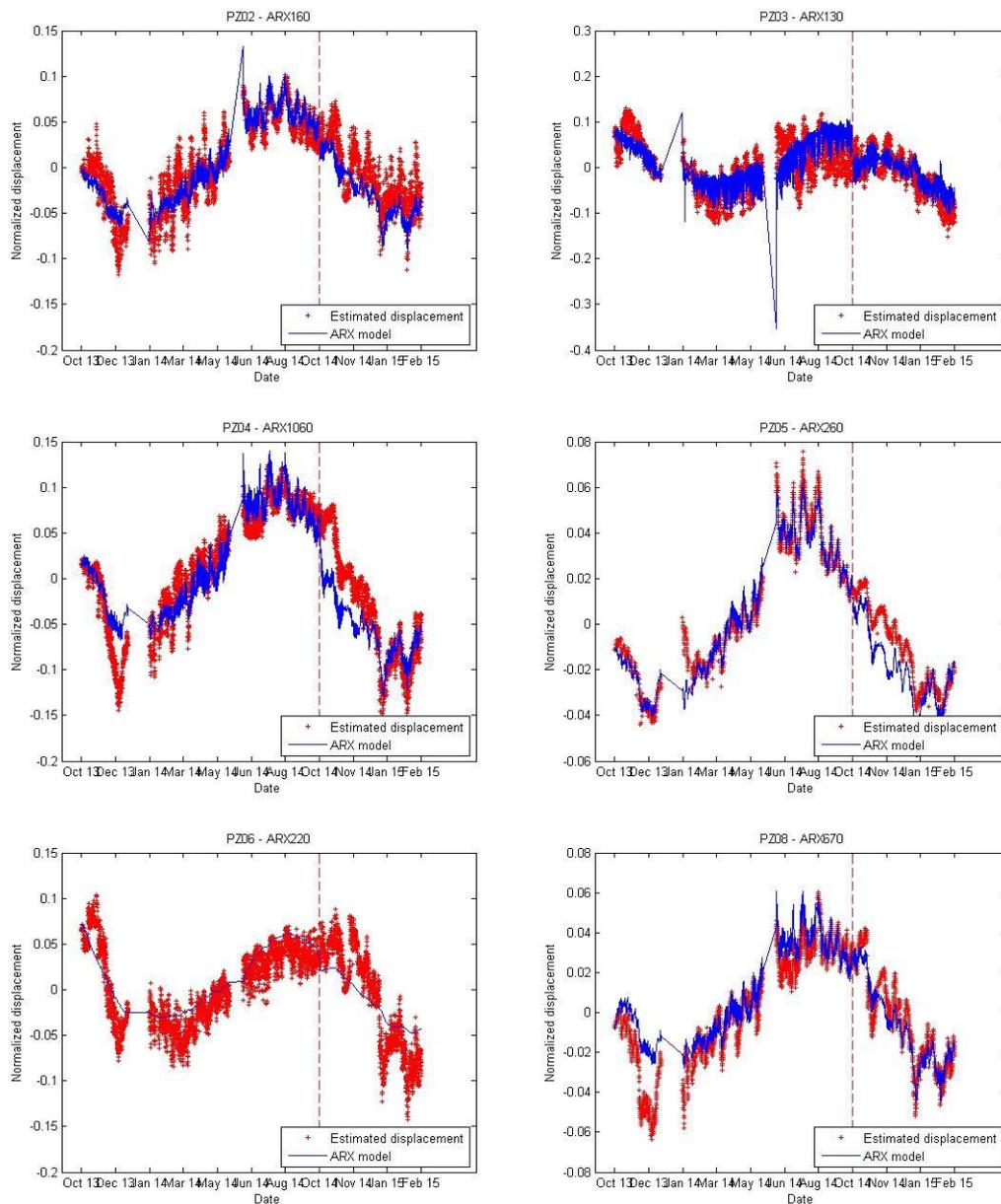
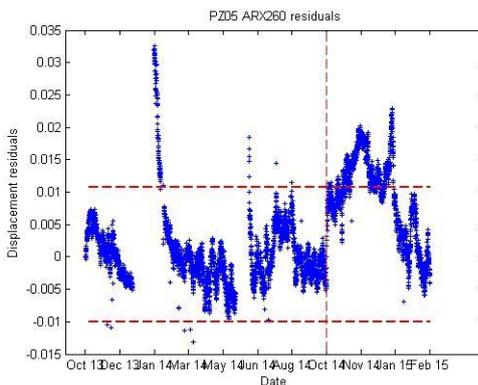
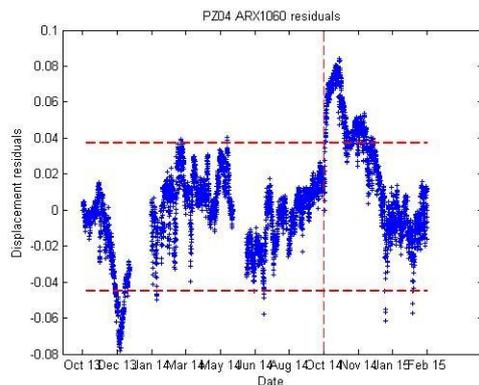
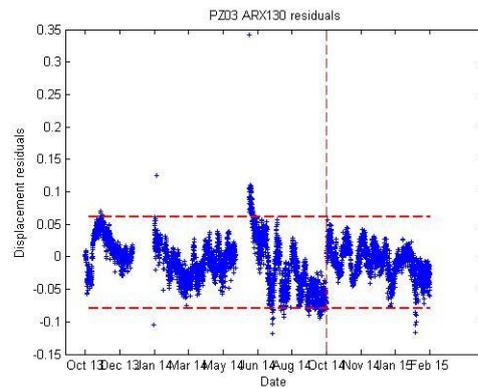
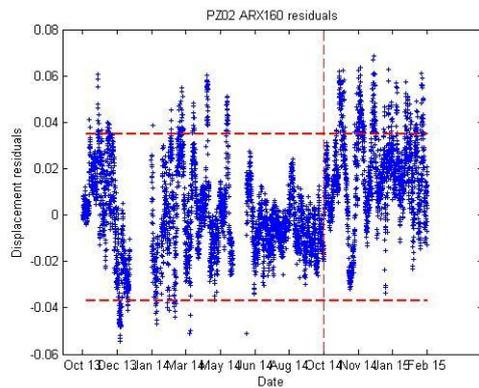


Fig. 6.44. Andamento dell'output misurato e stimato.

I diagrammi in Fig. 6.45 rappresentano la distribuzione dei residui al fine di definire se il modello stima in modo corretto la variazione di ampiezza delle fessure e se siano

presenti danneggiamenti. La linea verticale divide la fase di stima, a sinistra, da quella di validazione, a destra; le linee orizzontali individuano l'intervallo di confidenza. Il modello stima in modo esatto se la posizione dei residui si mantiene all'interno dell'intervallo di confidenza nella parte di validazione, mentre nel caso in cui nella parte di stima i residui escano dall'intervallo indicato individuano la presenza di un danno. Si notano valori al di fuori dell'intervallo di confidenza in tutto il periodo osservato, questo potrebbe essere dovuto al breve periodo a disposizione sul quale si basa la costruzione dei modelli ARX oppure causati da altri fattori che influenzano il comportamento strutturale oltre la temperatura; si può affermare che il modello stimi nel modo corretto e che non siano presenti danni strutturali.



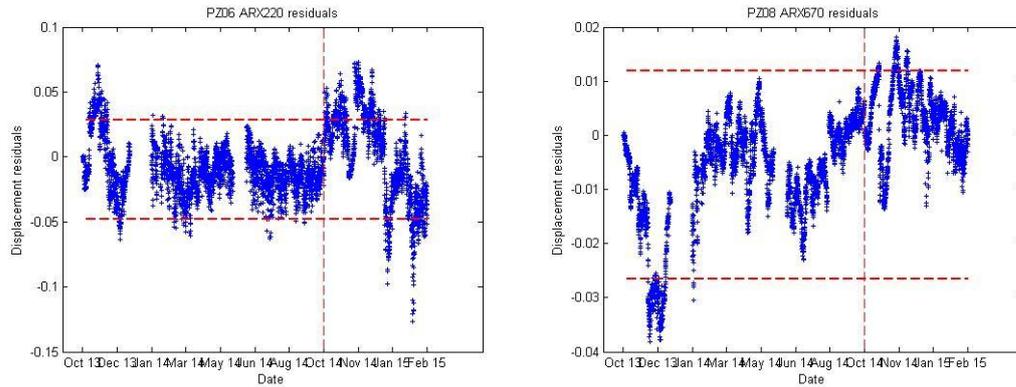
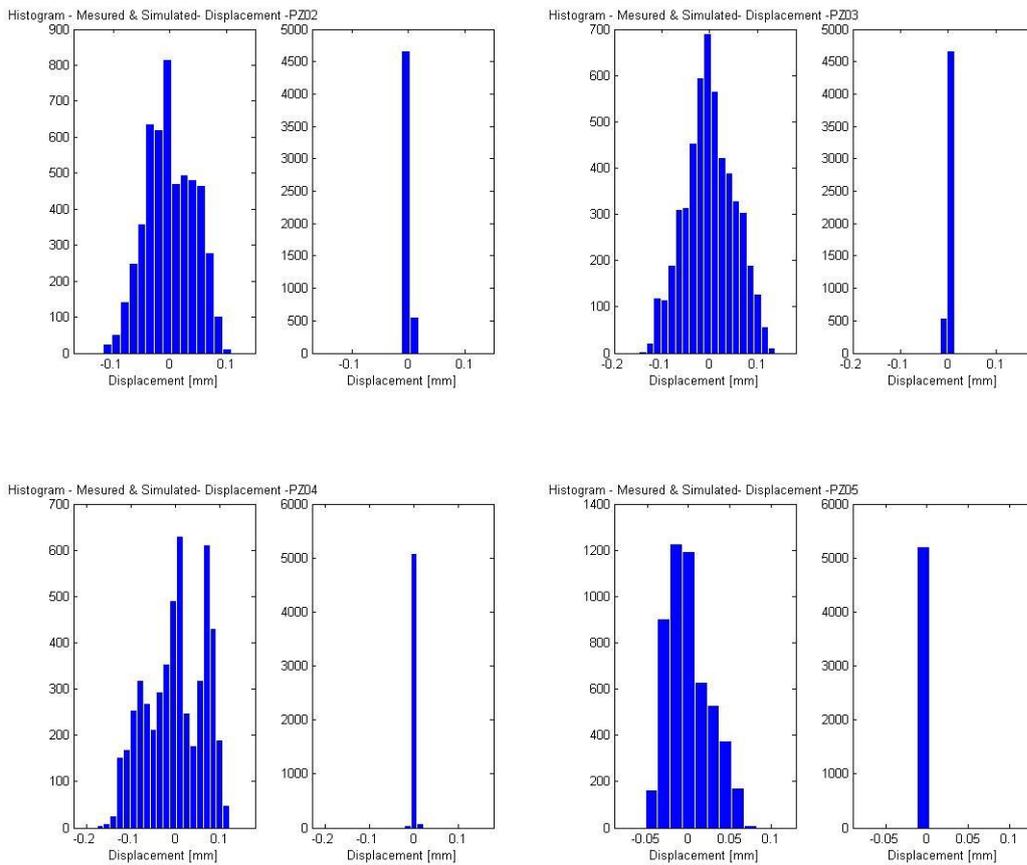


Fig. 6.45. Andamento dei residui.

Gli istogrammi riportati di seguito (Fig. 6.46) rappresentano l'apertura delle lesioni misurate e stimate in seguito alla rimozione dell'effetto termico, è possibile osservare come la variazione diminuisca notevolmente.



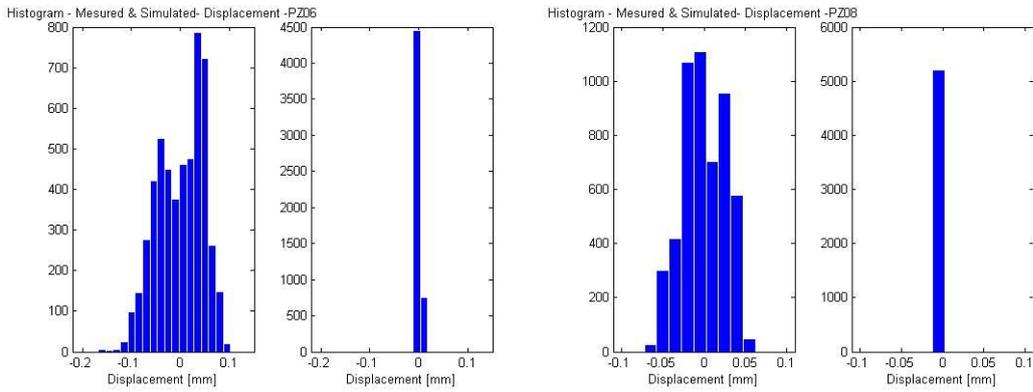
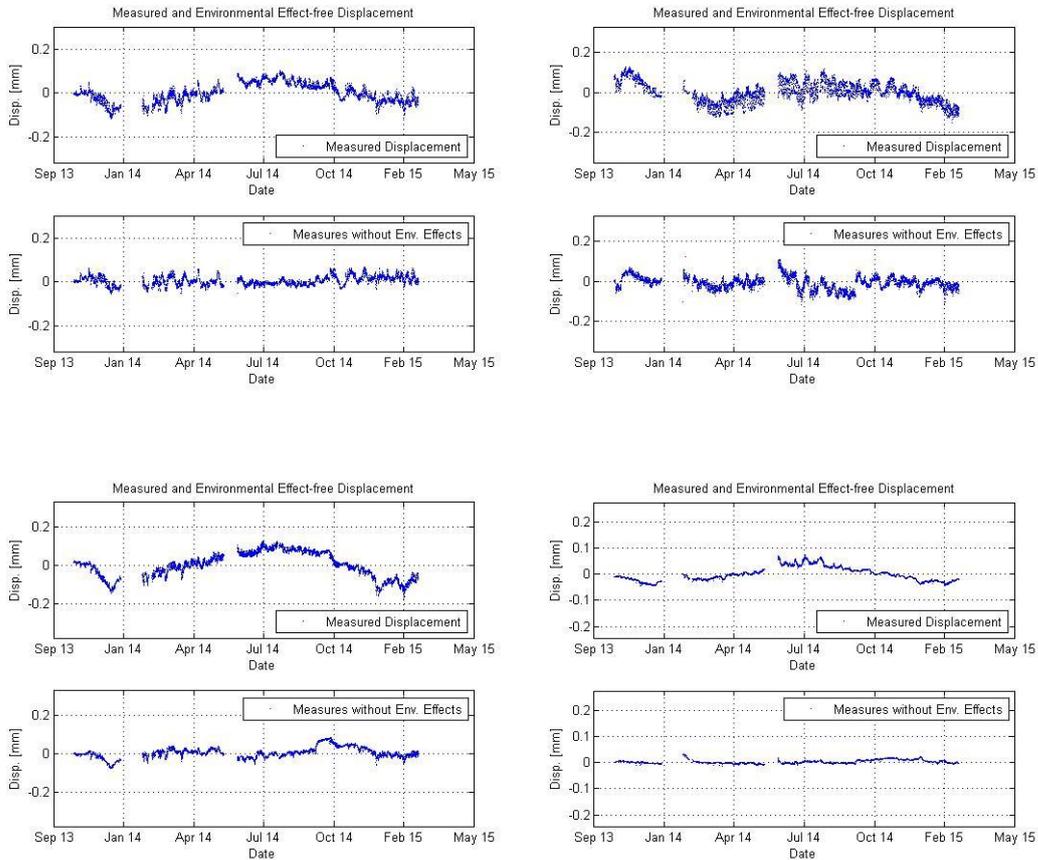


Fig. 6.46. Istogrammi delle ampiezze misurate e simulate senza l'effetto termico.

In seguito ad aver verificato come la temperatura interna sia la variabile che maggiormente influenza i valori di output, si eliminano gli effetti stimati dell'effetto termico al fine di rilevare se il danno effettivo sia strutturale o meno. Nelle Fig. 6.47 viene riportato l'andamento della variazione delle fessure con e senza l'effetto della variabile ambientale: la temperatura risulta essere il fattore di input più influente se, tolto il suo contributo, l'andamento dell'apertura delle lesioni si mantiene costante.



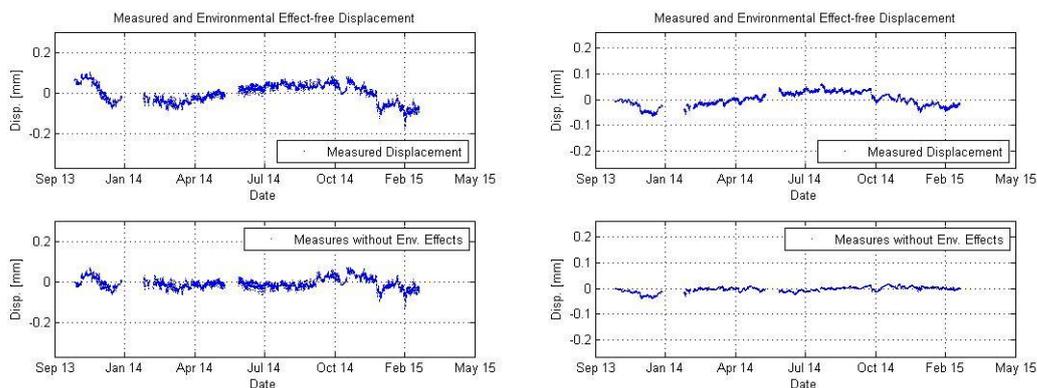


Fig. 6.47. Andamento delle aperture con e senza l'effetto della temperatura.

In tutti i diagrammi si vede come l'andamento delle lesioni private dell'influenza del fattore ambientale si mantengano costanti ad indicare che non siano presenti danni strutturali progressivi o anomalie.

Lo stesso metodo è stato usato con le 2832 registrazioni dei due inclinometri effettuate sino all'8 agosto 2014 e i risultati ottenuti sono di seguito riportati. Inizialmente si è valutata l'influenza della temperatura interna sui rilevamenti effettuati attraverso un grafico dello spostamento in funzione della temperatura (Fig. 6.48) e il calcolo del coefficiente di correlazione (Tab. 6.9).

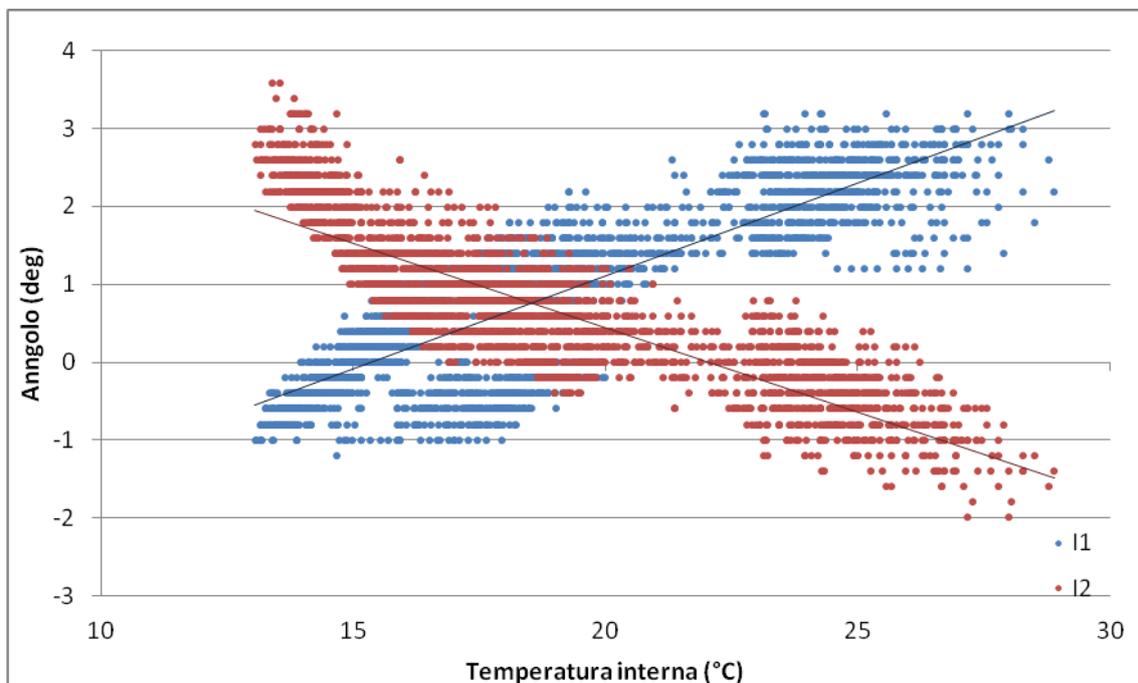


Fig. 6.48. Grafico dei dati rilevati dagli inclinometri in funzione della temperatura, riferito all'intero periodo di osservazione.

	Temperatura interna (°C)	Temperatura esterna (°C)
r(11)	0,85	0,47
r(12)	-0,87	-0,49

Tab. 6.9. Coefficienti di correlazione.

Sono di seguito riportati diagrammi elaborati dal programma ARX:

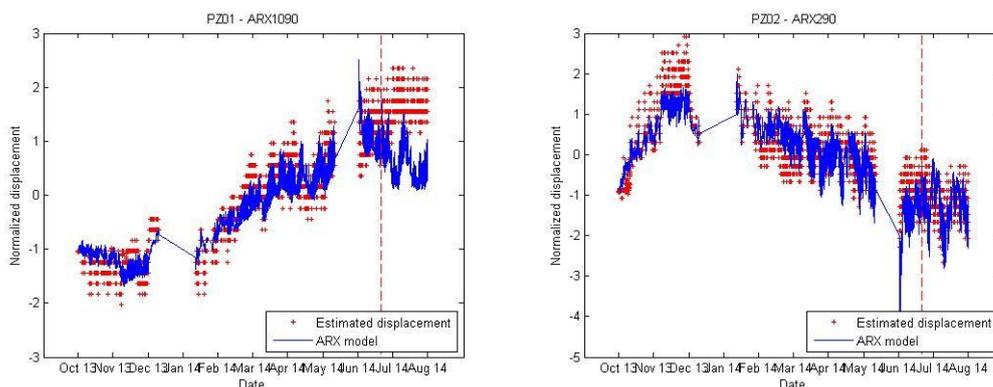


Fig. 6.49. Andamento dell'output misurato e stimato. Il modello segue in modo adeguato le misurazioni.

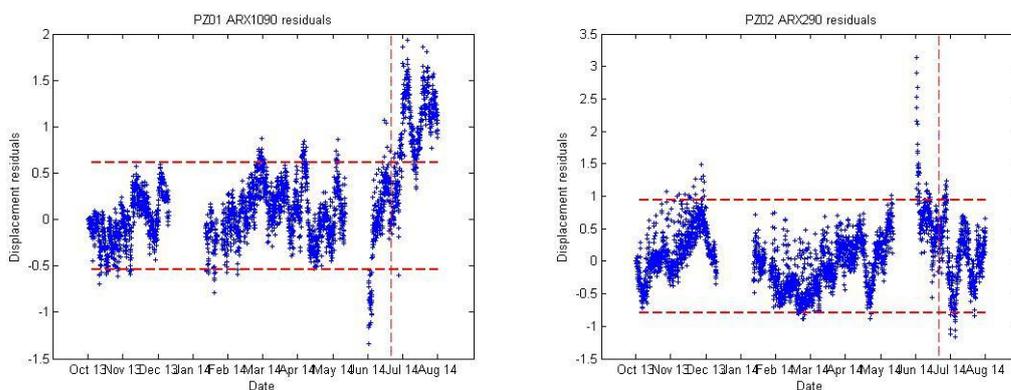


Fig. 6.50. Andamento dei residui. Il modello stima in modo abbastanza corretto.

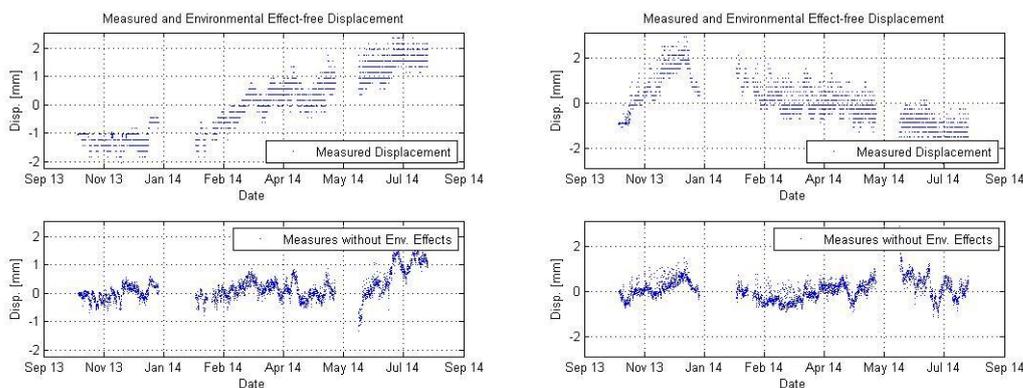


Fig. 6.51. Andamento delle aperture con e senza l'effetto della temperatura.

6.5.2. Risposta dinamica

Viene utilizzato il modello autoregressivo per rilevare la possibile presenza di un danno strutturale sulla base della risposta dinamica della struttura, ci si basa sulle 519 rilevazioni per i modi 3, 6, 7, 8, 11 e 12 e su 415 misurazioni per le forme modali rimanenti, questo a causa della disfunzione di alcuni accelerometri nell'agosto 2014.

Modo	n_a	n_b	n_k	λ_0	FPE	R^2
1	8	10	0	0.000309316	0.000342556	0.65
2	9	10	0	0.000774396	0.000862238	0.56
3	10	10	0	0.00158364	0.00173628	0.78
4	3	10	0	0.00282565	0.00304495	0.57
5	10	10	0	0.00320978	0.00359304	0.65
6	9	10	0	0.00215485	0.00235216	0.82
7	10	10	0	0.00269106	0.00295043	0.57
8	9	10	0	0.00207286	0.00226266	0.86
9	8	10	0	0.00593311	0.0065707	0.61
10	8	10	0	0.00436942	0.00483897	0.71
11	10	9	0	0.00889445	0.00970888	0.72
12	7	10	0	0.00646032	0.0069896	0.87

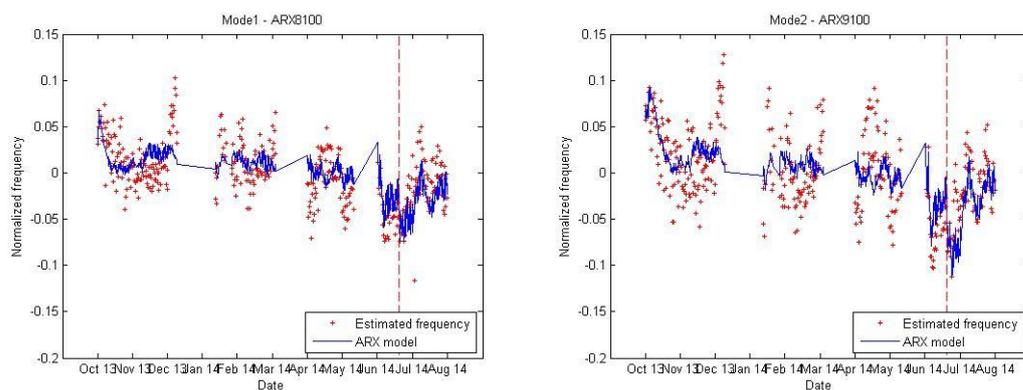
Tab. 6.10. Indici di bontà del modello analizzato, evidenziati i valori minori relativi ai sensori con il periodo di stima più breve.

Si osserva dalla tabella come per alcune forme modali i criteri di qualità siano bassi, questo in modo particolare relativamente alle frequenze che hanno un periodo di stima molto corto a causa del malfunzionamento dei sensori A4, A5 e A6; la mancanza di un adeguato periodo di stima potrebbe influenzare i risultati. I criteri di qualità sono bassi per gli stessi modi di vibrare in cui il coefficiente di correlazione tra frequenze e temperature interne è basso (Tab. 6.11): questo a conferma di una mancanza di correlazione tra alcune forme modali e la temperatura interna che porta ad una difficoltà nel realizzare modelli ARX affidabili.

	Temperatura interna (°C)
r(Modo 1)	-0,39
r(Modo 2)	-0,33
r(Modo 3)	-0,58
r(Modo 4)	0,01
r(Modo 5)	-0,5
r(Modo 6)	-0,58
r(Modo 7)	-0,11
r(Modo 8)	-0,68
r(Modo 9)	-0,49
r(Modo 10)	-0,07
r(Modo 11)	-0,56
r(Modo 12)	-0,7

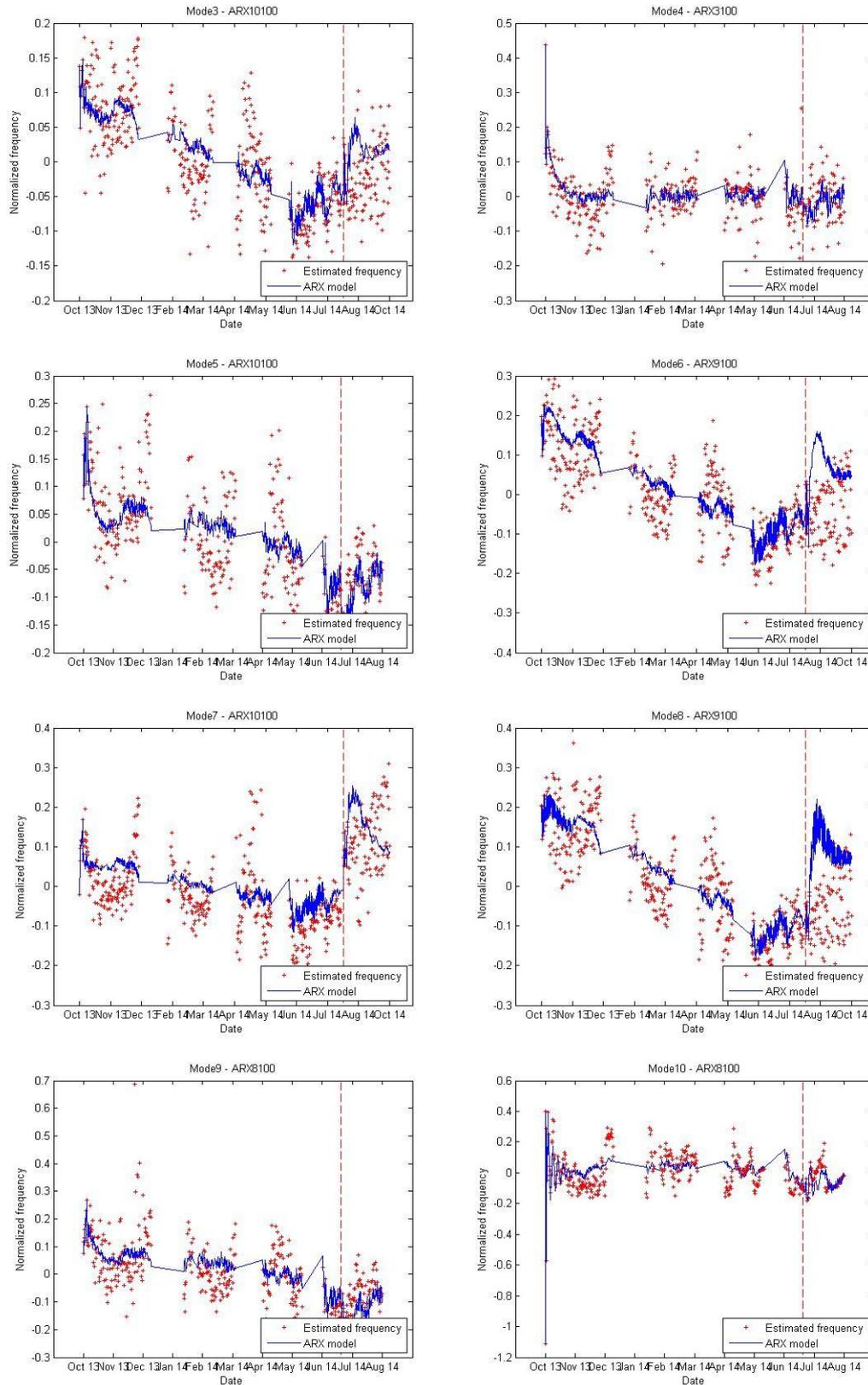
Tab. 6.11. Coefficienti di correlazione tra le frequenze e la temperatura interna.

Nei diagrammi successivi (Fig. 6.52) viene correlato il comportamento della variabile di output misurata con il valore stimato dai modelli ed è possibile dedurre che i modelli autoregressivi siano in grado di seguire le misurazioni in quanto i valori sono correlati in modo apprezzabile.



Parte II. Monitoraggio Strutturale

Sistema di monitoraggio strutturale attivo alla Cappella degli Scrovegni



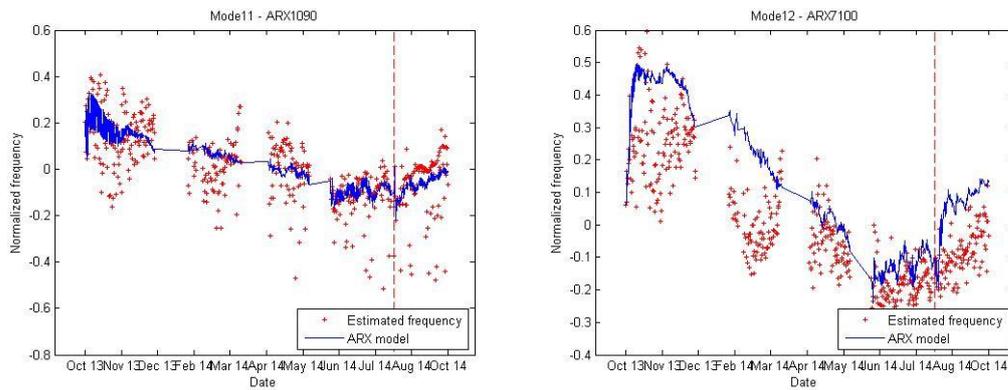
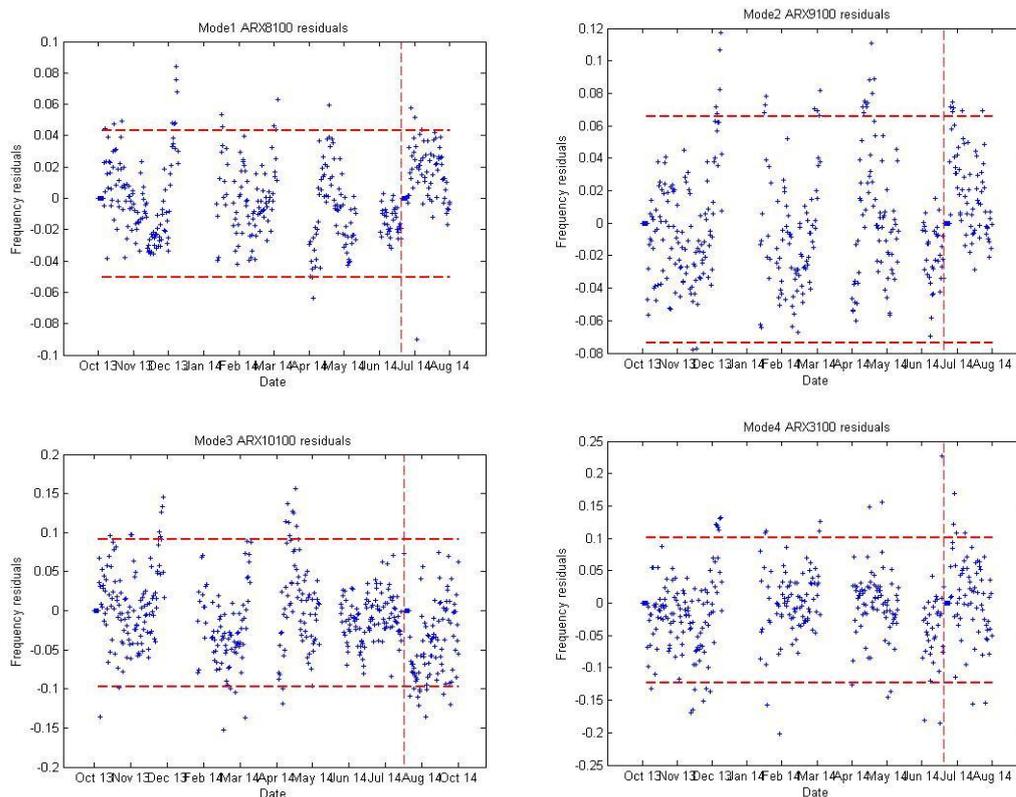


Fig. 6.52. Andamento dell'output misurato e stimato.

I diagrammi in Fig. 6.53 illustrano la distribuzione dei residui: tutti i modelli stimano in modo esatto in quanto la posizione dei residui si mantiene all'interno dell'intervallo di confidenza nella parte di validazione.



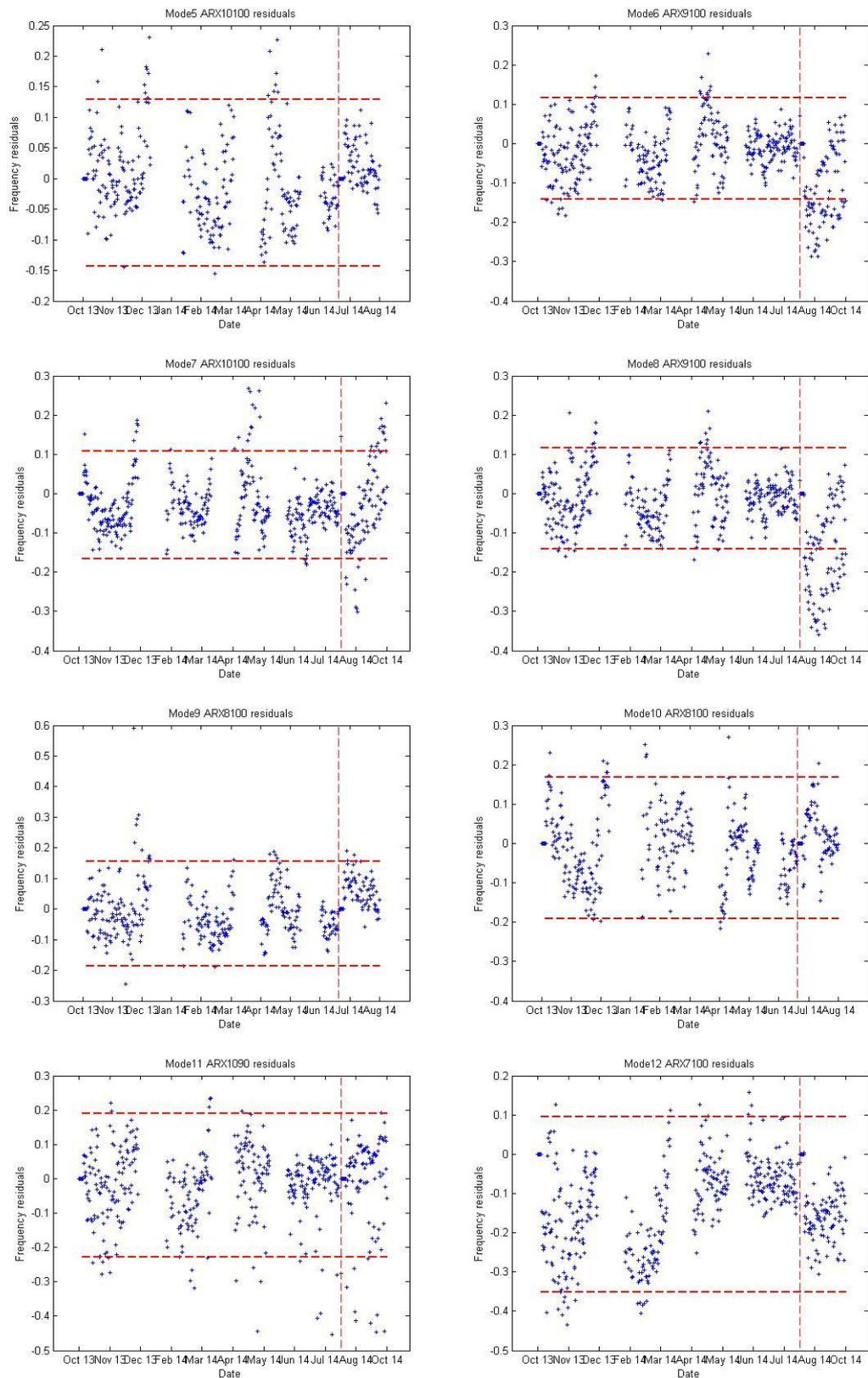
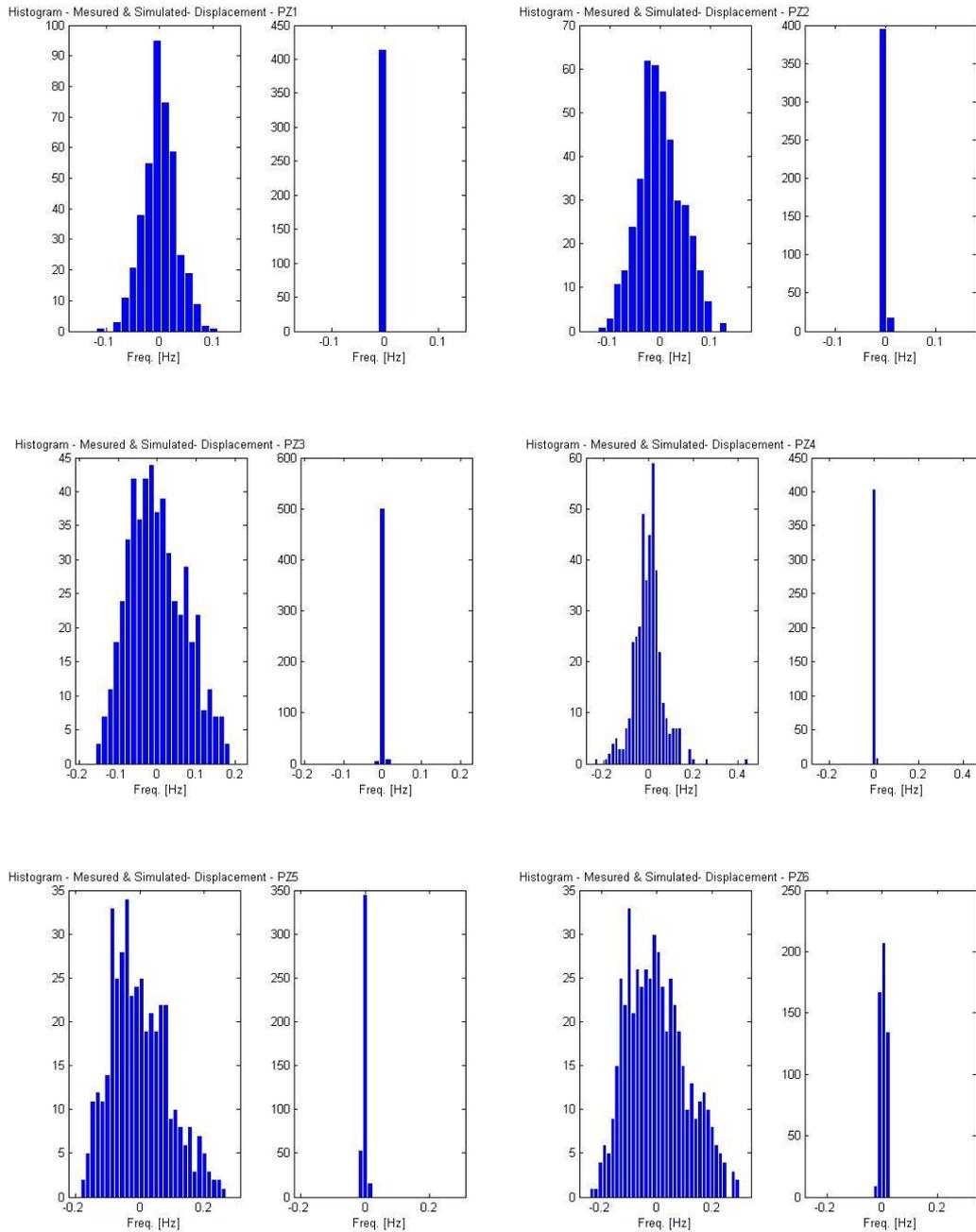


Fig. 6.53. Andamento dei residui.

Gli istogrammi seguenti (Fig. 6.54) rappresentano le frequenze misurate e stimate in seguito alla rimozione dell'effetto termico, la variazione diminuisce notevolmente.



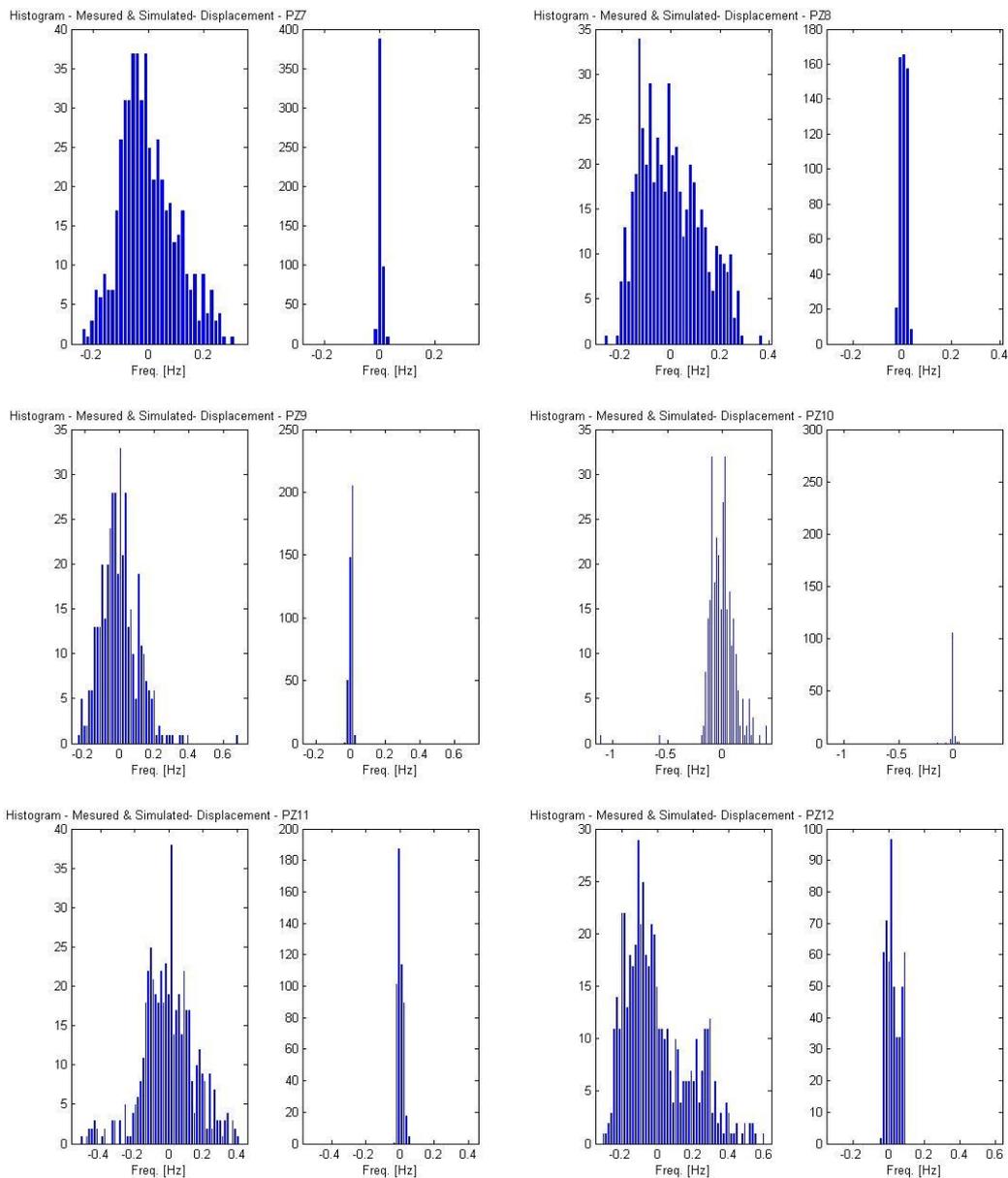
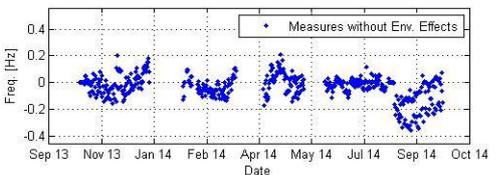
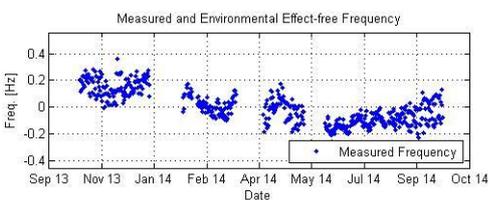
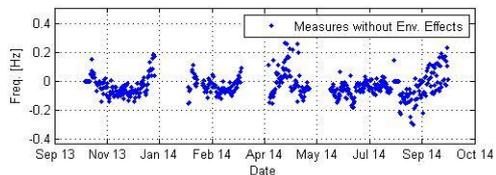
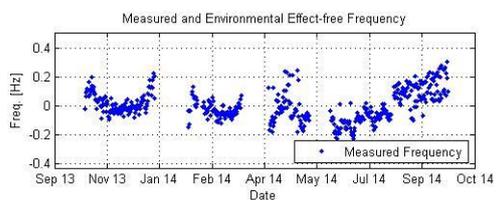
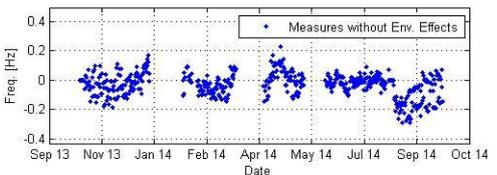
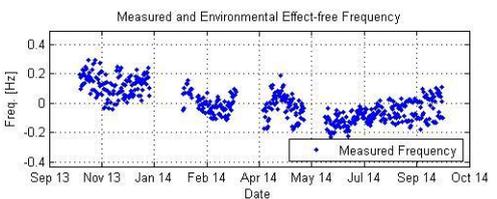
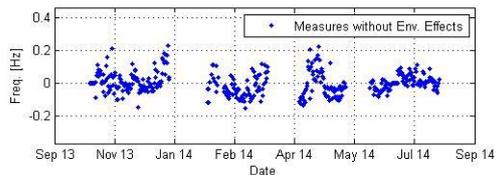
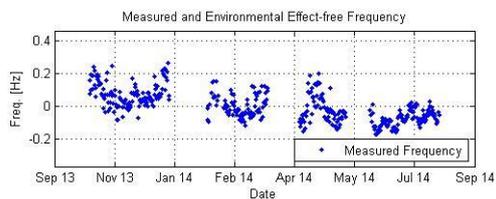
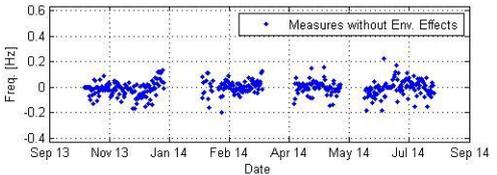
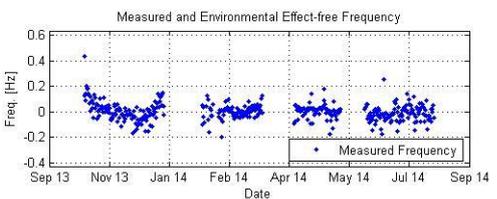
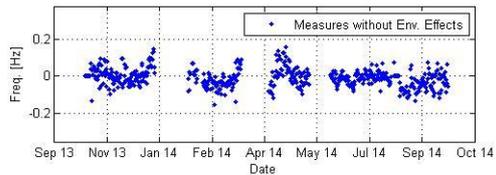
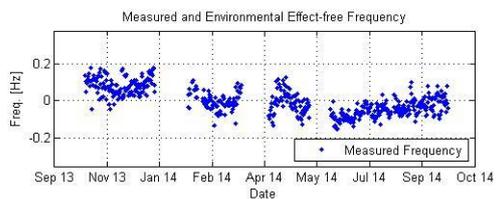
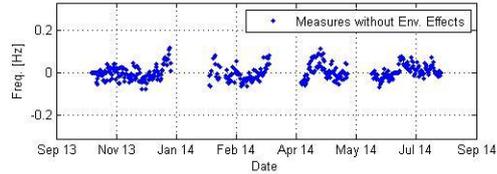
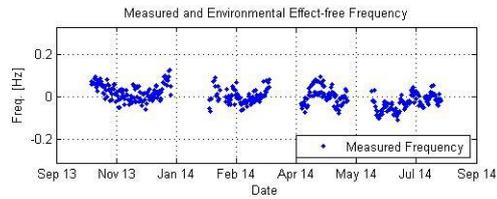
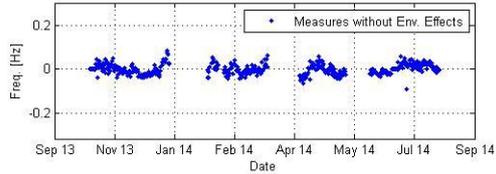
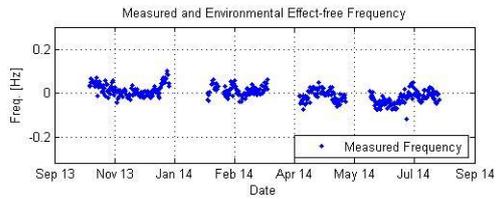


Fig. 6.54. Istogrammi delle frequenze misurate e simulate senza l'effetto termico.

Nella Fig. 6.55 viene esposta la variazione delle frequenze con e senza l'effetto della variabile ambientale: la temperatura è il fattore di input più influente in quanto l'andamento delle frequenze si mantiene costante quando viene eliminata l'influenza di questo fattore. Dopo aver dimostrato la correlazione tra temperatura e frequenza si può concludere affermando che è assente un danneggiamento della struttura.



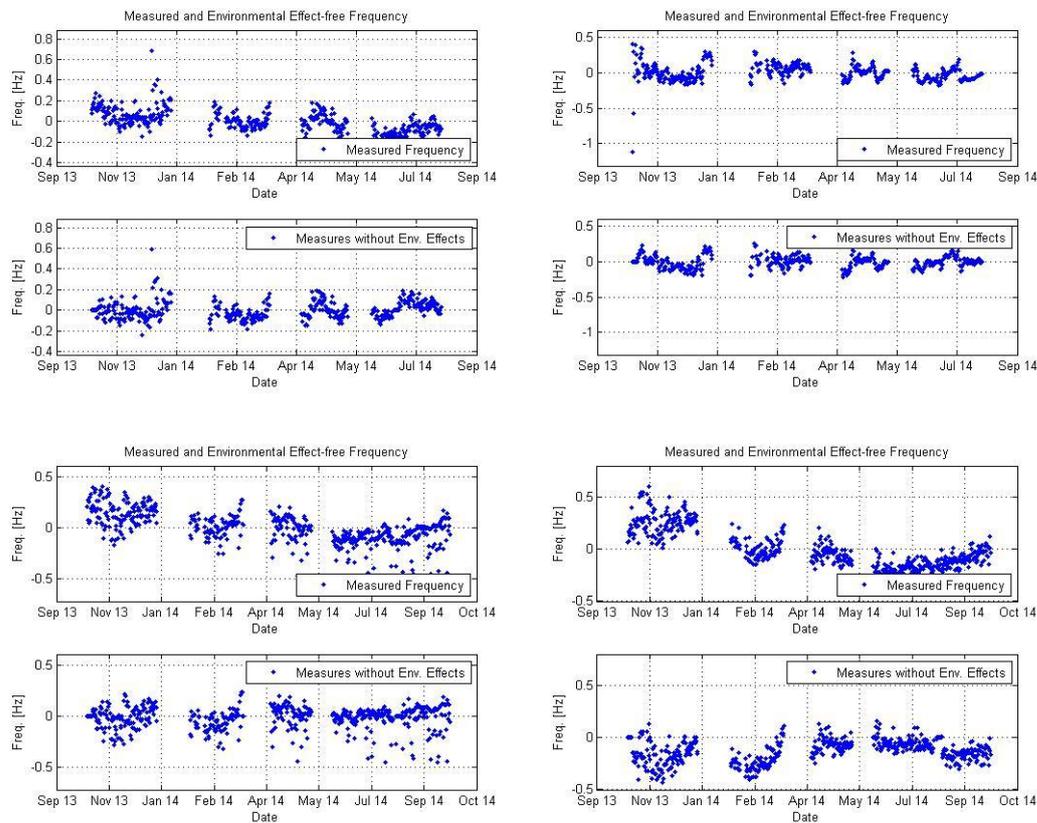


Fig. 6.55. Andamento delle frequenze con e senza l'effetto della temperatura.

Come osservato precedentemente, il periodo di stima è limitato e non permette la realizzazione di buoni modelli ARX, inoltre la temperatura non è correlata in modo abbastanza apprezzabile alla temperatura: questi fattori possono influire sull'affidabilità del modello. E' necessario un buon funzionamento del monitoraggio dinamico per avere la possibilità di costruire buoni modelli sui quali eliminare l'effetto dei fattori ambientali e valutare in modo maggiormente affidabile la stabilità della Cappella degli Scrovegni.

PARTE III

MODELLAZIONE E ANALISI STRUTTURALI

7. ANALISI STRUTTURALE DEI MACROELEMENTI E CINEMATISMI

7.1. INTRODUZIONE

Lo studio del comportamento di un edificio esistente in muratura, deve necessariamente iniziare primariamente dall'esame delle sue caratteristiche geometriche e strutturali, per poi passare ad un approfondito rilievo critico che ne osservi le principali vulnerabilità; questo è un passaggio fondamentale soprattutto per quanto riguarda gli edifici storici che generalmente, in caso di sisma, non sono capaci di attivare un comportamento d'insieme a causa di un poco efficace collegamento tra le parti o di carenze insite all'interno delle singole murature. Un rilievo critico inoltre, si compone anche di un'analisi del quadro fessurativo¹ in atto nell'edificio, che insieme allo studio della storia dello stesso, può permettere la ricostruzione di eventi sismici passati che possono aver colpito e danneggiato la struttura o in generale meccanismi di danno che si possono essere attivati nel tempo: l'interpretazione dei dati sopra descritti può aiutare nel ricostruire la più probabile configurazione di meccanismi di collasso locali che in un futuro potrebbero interessare la costruzione.

7.2. BASI TEORICHE: MECCANISMI DI COLLASSO LOCALI

La normativa italiana, per quanto riguarda le costruzioni esistenti in muratura, prevede una distinzione fra meccanismi di collasso locali e meccanismi d'insieme, prescrivendo una valutazione della sicurezza nei confronti di entrambe le tipologie². Come detto in precedenza però, per edifici storici, a causa delle scarse connessioni esistenti, è difficile che in caso di sisma si attivi una risposta d'insieme dell'edificio, e quindi, un modello di comportamento globale, potrebbe non risultare di facile schematizzazione per questa tipologia di edifici³. Sarà quindi utile assimilare la struttura ad un insieme di elementi definibili come a comportamento sostanzialmente indipendente: sarà poi solo nel

¹ Si veda il cap. 2.6.1 Quadro fessurativo

² Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 - Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008, C8.,p.280.

³ Per una schematizzazione del comportamento globale si veda il cap.8 Modellazione e analisi strutturali.

momento in cui si effettueranno gli interventi che si provvederà al ripristino della collaborazione tra le parti per poter costituire un comportamento globale dell'edificio. La conferma nell'uso di questa tipologia di analisi deriva anche dallo studio degli effetti che eventi sismici passati hanno avuto su questo tipo di costruzioni, in cui si sono potuti osservare collassi parziali associati ad uno stato quasi inalterato delle restanti strutture. È inoltre importante sottolineare come nelle costruzioni murarie storiche, la condizione di crisi non si raggiunga per il superamento della resistenza dei materiali ma per la perdita della condizione di equilibrio che causa l'attivazione di un meccanismo di collasso locale, a sua volta prodotto dalla non buona qualità dei collegamenti strutturali o da interventi successivi alla costruzione originale, che ne hanno trasformato non solo la configurazione strutturale ma anche il tipo di risposta rispetto a quella originale.

7.2.1 Schematizzazione tramite macroelementi

La schematizzazione sopra proposta, viene definita dalle "Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del Patrimonio culturale" tramite l'individuazione di macroelementi, ovvero porzioni architettoniche riconoscibili nei riguardi di particolari meccanismi di collasso, caratterizzate da un comportamento in una certa misura autonomo rispetto al resto della costruzione⁴. Per ciascun macroelemento possono essere individuati uno o più meccanismi di collasso, valutandone la maggiore o minore vulnerabilità in relazione alla presenza o meno di presidi antisismici (come catene o contrafforti) e/o di eventuali trasformazioni e interventi avvenuti in modo scorretto. Il problema consiste principalmente nell'individuare tutti i meccanismi possibili, suddividendoli in più probabili e non, sulla base inizialmente di un'osservazione dello stato fessurativo in atto ed una sua correlazione con quello di tipologie strutturali simili che hanno già subito un danno o l'attivazione di un meccanismo in seguito ad un evento sismico; si procederà poi

⁴ *Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del Patrimonio culturale*, cit., pp. 62-67

tramite il calcolo dei moltiplicatori di attivazione del meccanismo, nella selezione di quelli che riporteranno una maggiore probabilità di attivazione.

Le tipologie di meccanismi di danno, nel caso di sisma, si possono classificare in due modelli: i meccanismi di primo modo e quelli di secondo.

7.2.2 Meccanismi di danno di primo modo (fuori piano)

Nel caso di sisma, i meccanismi di primo modo sono i primi a manifestarsi a causa di azioni sismiche ortogonali alle pareti murarie che ne attivano il ribaltamento. La perdita dell'equilibrio è dovuta principalmente, come detto in precedenza, alla cattiva qualità dei collegamenti strutturali e quindi in generale per edifici storici, all'assenza di collegamenti tra pareti ortogonali ed un inefficace ancoraggio dei solai; in mancanza delle suddette caratteristiche, la resistenza del macroelemento è legata alla sua snellezza, ovvero al rapporto tra le dimensioni verticali e orizzontali. Soprattutto nel caso di snellezze elevate sarà più facile l'attivazione di un meccanismo di primo modo, che in questo troverà contrasto nella sola forza di attrito dei solai.

I meccanismi di primo modo sono quelli che, per quanto riguarda l'edilizia storica, più facilmente si presentano in caso di sisma, a causa delle numerose vulnerabilità già elencate in precedenza: per questo motivo l'individuazione, la prevenzione ed il controllo nei loro confronti è di primaria importanza. La pericolosità di questo tipo di meccanismo inoltre si presenta anche nel caso questi non si attivino completamente, poiché si possono innescare comunque fuori piombo delle pareti, da mettere in sicurezza prima dell'evoluzione completa del meccanismo.

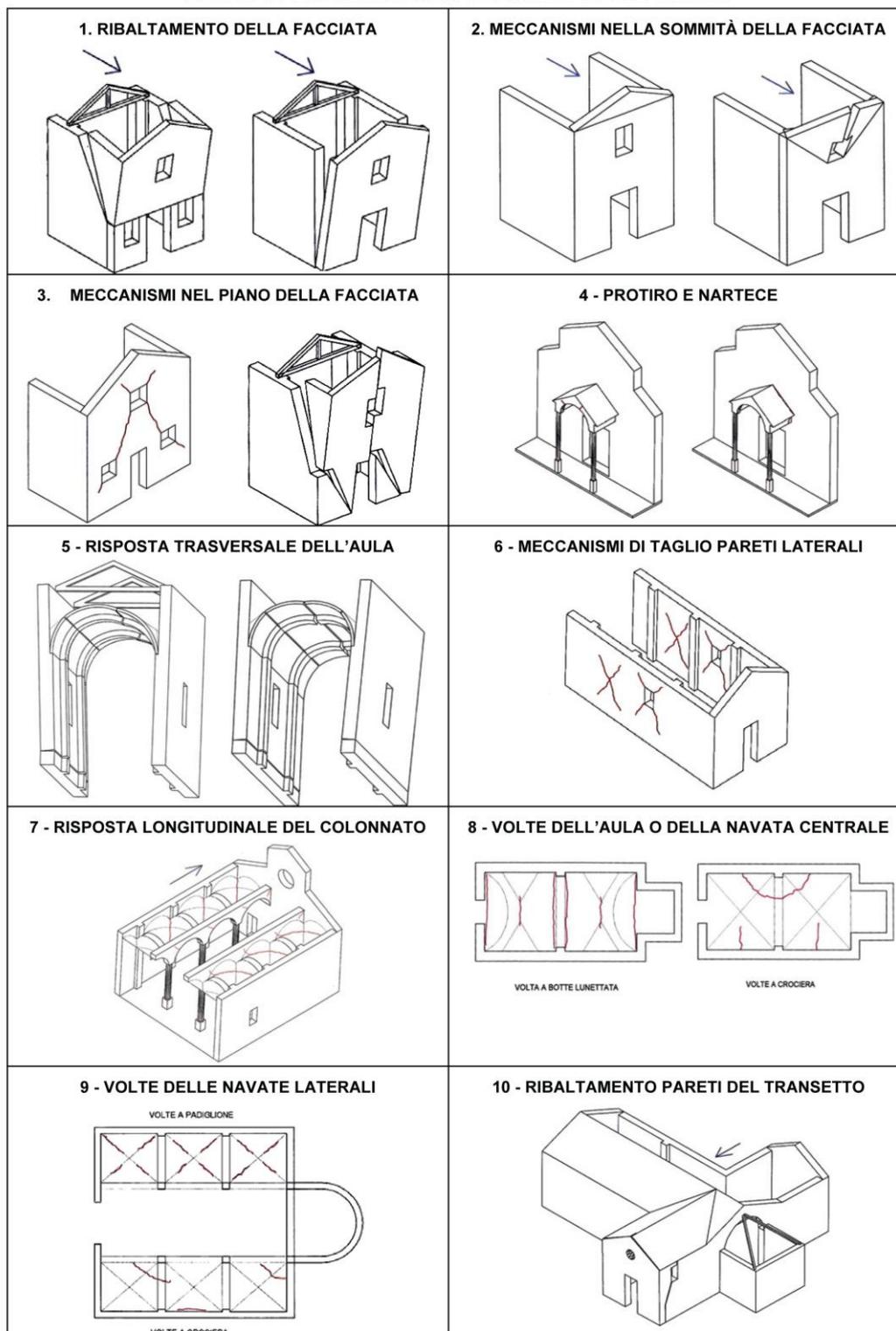
7.2.3 Meccanismi di danno di secondo modo (nel piano)

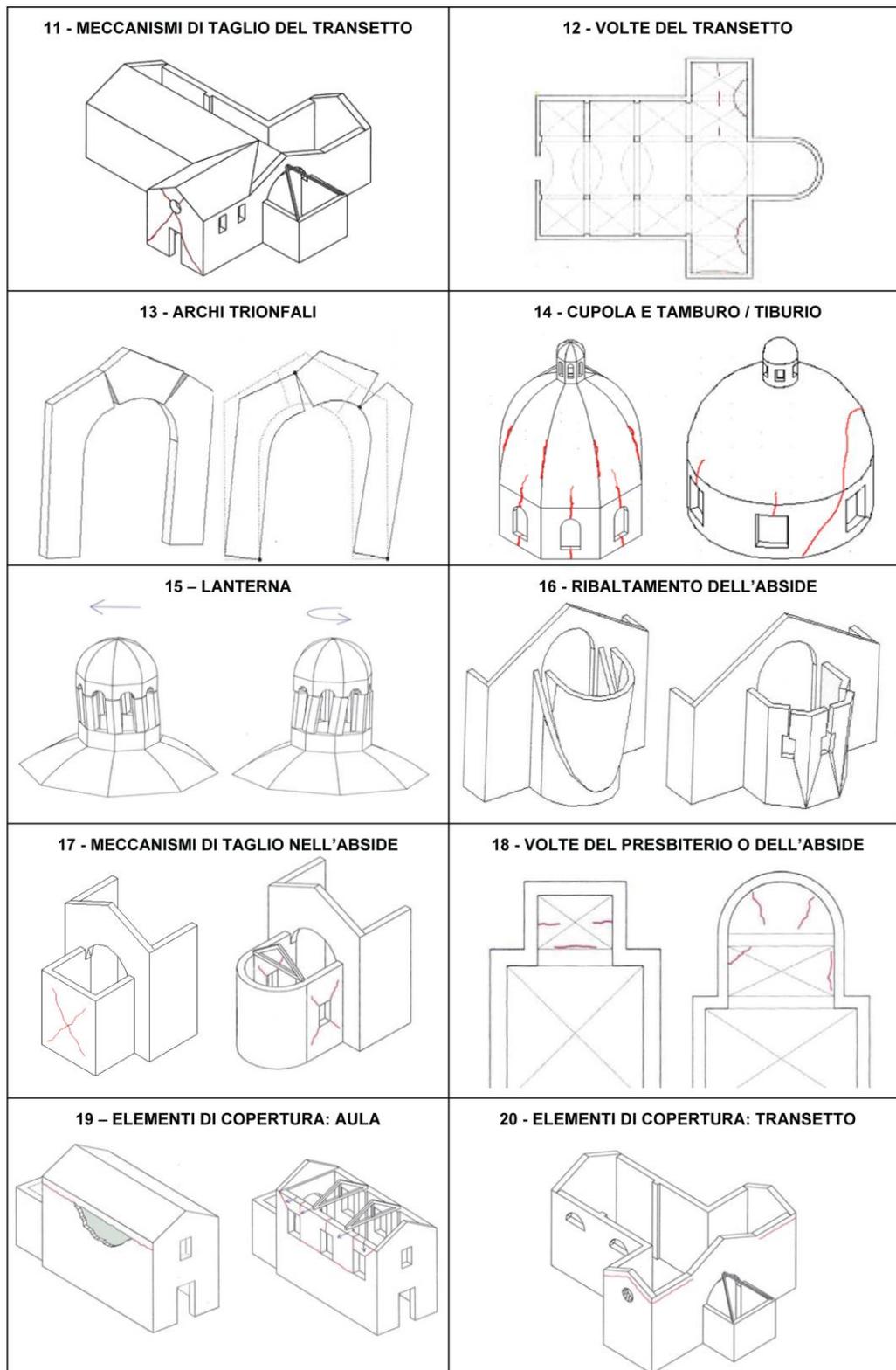
Nel caso di sisma, si tratta di quei meccanismi che si manifestano solo nel caso in cui non si siano già verificati quelli fuori piano, e sono quindi definibili di secondo modo appunto. Questa tipologia di meccanismi interessa le pareti murarie sollecitate da azioni sismiche a loro parallele, causando tipiche lesioni a forma di "x" delle azioni a taglio; raramente evolvono fino al collasso, le lesioni infatti possono anche raggiungere larghezze di diversi centimetri senza che si inneschino perdite di equilibrio.

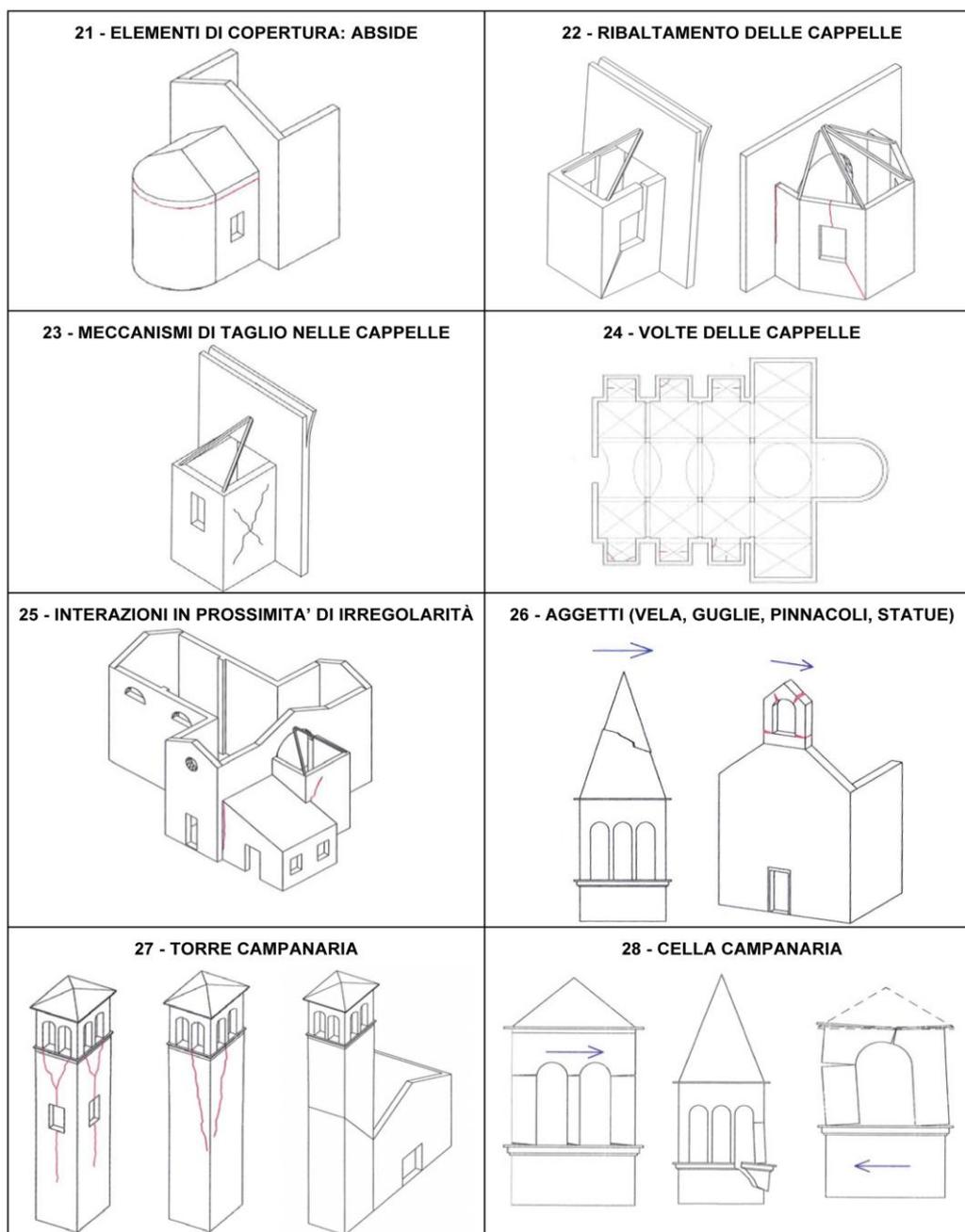
7.3. COMPORTAMENTO DELLE CHIESE IN MURATURA

Per quanto riguarda questo caso studio specifico, trattandosi di una chiesa, si è deciso di utilizzare per l'analisi dei macroelementi esistenti e dei relativi meccanismi attivabili, la *Scheda per il rilievo del danno ai beni culturali – Chiese – Modello A-DC*, fornita dal Dipartimento della Protezione Civile ed il Ministero dei Beni Culturali. Il tipo di analisi che la scheda propone è possibile in quanto il comportamento delle chiese in muratura a seguito di terremoto, seppure si tratti di manufatti realizzati in epoche, con tecnologie, dimensioni e forme differenti, può essere rappresentato attraverso una serie di meccanismi predefiniti che si manifestano correntemente. La scheda è suddivisa in due parti: una prima di analisi generale dell'edificio, che comprende le informazioni che caratterizzano sia l'area che il manufatto, una seconda (che si riporta qui di seguito) invece contiene gli schemi grafici di tutti i 28 meccanismi che contraddistinguono le chiese .

ABACO DEI MECCANISMI DI COLLASSO DELLE CHIESE







Modello A-DC PCM-DPC MiBAC 2006

7.4. L'APPROCCIO CINEMATICO⁵

In linea con la Circolare di applicazione delle Norme tecniche, le verifiche dei meccanismi locali di danno e di collasso (nel piano e fuori piano), si possono svolgere tramite l'analisi limite dell'equilibrio, che si basa su di un approccio cinematico, ovvero sulla scelta di un meccanismo di collasso e la relativa valutazione dell'azione orizzontale che può attivarlo.

Per l'applicazione del metodo di analisi si ipotizza, in genere:

- resistenza nulla a trazione della muratura;
- assenza di scorrimento tra i blocchi;
- resistenza a compressione infinita della muratura.

In seguito alla selezione dei macroelementi e dei relativi meccanismi, effettuata come indicato in precedenza, si può passare all'individuazione del moltiplicatore orizzontale dei carichi α_0 che comporta l'attivazione del meccanismo: si procede ad una schematizzazione del macroelemento sottoforma di blocco rigido sul quale saranno applicati il peso proprio (nel baricentro), i carichi verticali portati dallo stesso, un sistema di forze orizzontali proporzionale a quelle sopraelencate; si possono inoltre individuare eventuali ulteriori forze orizzontali esterne se ad esempio sono presenti catene e/o tiranti in genere. Dopo aver assegnato al blocco una rotazione virtuale θ , si possono determinare in funzione di questa e della geometria, gli spostamenti delle forze applicate in precedenza. Tramite l'utilizzo del Principio dei Lavori Virtuali si può ricavare il valore del coefficiente α_0 in termini di spostamenti, uguagliando il lavoro totale delle forze esterne e di quelle interne.

$$\alpha_0 \left(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{x,i} + \sum_{j=n+1}^{n+m} P_j \delta_{x,j} \right) - \sum_{i=1}^n P_i \delta_{y,i} - \sum_{h=1}^0 F_h \delta_h = L_{fi}$$

Dove:

- n è il numero di tutte le forze peso applicate ai diversi blocchi della catena cinematica;

⁵ Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 - Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008, C8.A.4, pp.395-400.

- m è il numero di forze peso non direttamente gravanti sui blocchi le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica, in quanto non efficacemente trasmesse ad altre parti dell'edificio;
- o è il numero di forze esterne, non associate a masse, applicate ai diversi blocchi;
- P_i è la generica forza peso applicata (peso proprio del blocco, applicato nel suo baricentro, o un altro peso portato);
- P_j è la generica forza peso, non direttamente applicata sui blocchi, la cui massa, per effetto dell'azione sismica, genera una forza orizzontale sugli elementi della catena cinematica, in quanto non efficacemente trasmessa ad altre parti dell'edificio;
- $\delta_{x,i}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell' i -esimo peso P_i , assumendo come verso positivo quello associato alla direzione secondo cui agisce l'azione sismica che attiva il meccanismo;
- $\delta_{x,j}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione dell' j -esimo peso P_j , assumendo come verso positivo quello associato alla direzione secondo cui agisce l'azione sismica che attiva il meccanismo;
- $\delta_{y,i}$ è lo spostamento virtuale verticale del punto di applicazione dell' i -esimo peso P_i , assunto positivo se verso l'alto;
- F_h è la generica forza esterna (in valore assoluto), applicata ad un blocco;
- δ_h è lo spostamento virtuale del punto dove è applicata la h -esima forza esterna, nella direzione della stessa, di segno positivo se con verso discorde;
- L_f è il lavoro di eventuali forze interne.

In seguito alla valutazione del coefficiente α_0 , si procede ad una seconda stima in relazione al crescere dello spostamento d_k di un punto di controllo della catena cinematica, di solito scelto nel baricentro delle masse. L'analisi prosegue fino al raggiungimento della configurazione per cui si ha un annullamento del moltiplicatore α_0 , in corrispondenza dello spostamento d_{k0} . Si ottiene quindi una curva di capacità, valutata nei termini spettrali a^* e d^* . Si può a questo punto valutare la massa partecipante al meccanismo M^* considerando gli spostamenti virtuali dei diversi punti di applicazione dei pesi:

$$M^* = \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i})^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}^2}$$

- n+m è il numero delle forze peso P_i applicate le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica;
- $\delta_{x,i}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto di applicazione del peso P_i .

Si può quindi a questo punto valutare l'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo a^* :

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \sum_{i=1}^{n+m} P_i}{M^* FC} = \frac{\alpha_0 g}{e^* FC}$$

- g è l'accelerazione di gravità
- e^* è la frazione di massa partecipante e si calcola come:

$$e^* = \frac{g M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$$

Nelle relazioni precedenti è stato introdotto il fattore di confidenza FC , da definire in base al livello di conoscenza LC della costruzione⁶.

Lo spostamento spettrale d^* dell'oscillatore equivalente vale invece:

$$d^* = d_k \frac{\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}^2}{\delta_{x,k} \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}}$$

- $\delta_{x,k}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del punto k , assunto come riferimento per la determinazione dello spostamento d_k .

Si può a questo punto passare alle verifiche di sicurezza. In questo caso, trattandosi di un bene tutelato, si parla di verifiche SLV, Verifiche di Salvaguardia della Vita, ovvero la tipologia di verifiche più gravose in quanto tengono conto delle massime sollecitazioni indotte dall'azione sismica di progetto.

⁶ Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 - Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008, C8.A.4, tab. C8A.1.2 "Livelli di conoscenza in funzione dell'informazione disponibile e conseguenti metodi di analisi ammessi e valori dei fattori di confidenza per edifici in calcestruzzo armato o in acciaio", p.382.

7.4.1. Analisi cinematica lineare

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra la verifica si ritiene soddisfatta se l'accelerazione spettrale a_0^* che attiva il meccanismo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR})S}{q}$$

- a_g è funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto e della vita di riferimento;
- S è il coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche e si calcola come:

$$S = S_S \cdot S_T$$

- q è il fattore di struttura, può essere assunto uguale a 2;

Nel caso invece il meccanismo locale interessi una porzione della costruzione posta ad una certa quota, si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata dal cinematismo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo. Si deve quindi anche verificare che:

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \Psi(Z) \cdot \gamma}{q}$$

- $S_e(T_1)$ è lo spettro elastico della componente orizzontale, funzione della probabilità di superamento dello stato limite scelto (in questo caso 10%) e del periodo di riferimento VR calcolato per il periodo T_1 (primo periodo di vibrazione dell'intera struttura nella direzione considerata); si calcola come:

$$0 \leq T < T_B \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta \cdot F_0} \left(1 - \frac{T}{T_B} \right) \right]$$

$$T_B \leq T < T_C \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

$$T_C \leq T < T_D \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C}{T} \right)$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C T_D}{T^2} \right)$$

- η è il fattore che altera lo spettro elastico per coefficienti di smorzamento viscosi convenzionali ξ diversi dal 5%, si considera $\eta = 1$;

- Fo è il fattore che quantifica l'amplificazione spettrale massima, su sito di riferimento rigido orizzontale, ed ha valore minimo pari a 2.2;
- T_C è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro, è dato da $T_C = C_c \cdot T_C^*$ con C_c definito in base alla categoria di sottosuolo;
- T_B è il periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante e si calcola come $T_B = \frac{T_C}{3}$;
- T_D è il periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro, espresso in secondi mediante la relazione $T_D = 4,0 \cdot \frac{a_g}{g} + 1,6$
- ψ(Z) può essere assunto ψ(Z)=Z/H, dove H è l'altezza della struttura rispetto alla fondazione e Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto della struttura;
- γ è il corrispondente coefficiente di partecipazione modale, può essere assunto γ=3N/(2N+1), con N numero di piani dell'edificio.

7.4.2. Analisi cinematica non lineare

Si deve in questo caso passare al confronto tra la capacità di spostamento ultimo d_{u*} del meccanismo locale e la domanda di spostamento ottenuta dallo spettro di spostamento in corrispondenza del periodo secante T_s. Si procede quindi al calcolo nel seguente modo:

$$d_u^* = 0,4 \cdot d_{k0}^*$$

$$d_s^* = 0,4 \cdot d_u^*$$

$$a_s^* = a_0^* \cdot \left(1 - \frac{d_s^*}{d_0^*}\right)$$

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{d_s^*}{a_s^*}}$$

Si può quindi passare alla verifica verificando che:

$$d_u^* \geq S_{D_s}(T_s)$$

Dove $S_{D_s}(T) = S_s(T) \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$ nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione di edificio appoggiato a terra.

Nel caso in cui la porzione da sottoporre a verifica sia in quota rispetto alla linea di terra, si dovrà verificare anche che:

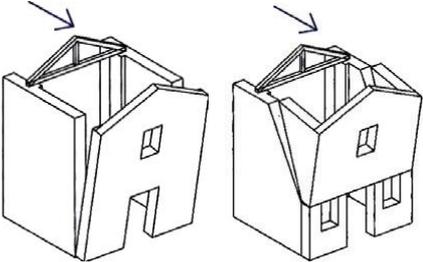
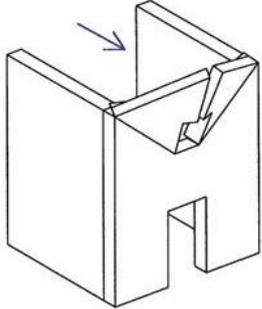
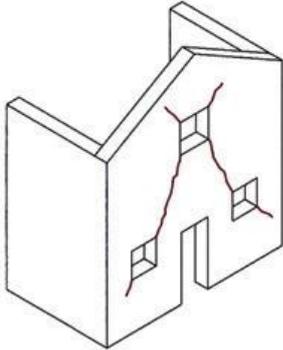
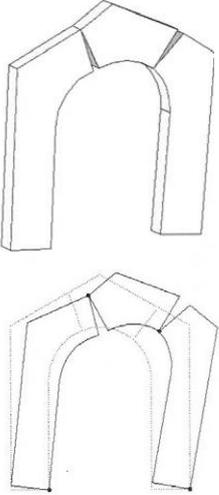
$$d_u^* \geq S_{De}(T_1) \cdot \Psi(Z) \cdot \gamma \frac{\left(\frac{T_S}{T_1}\right)^2}{\sqrt{\left(1 - \frac{T_S}{T_1}\right)^2 + 0,02 \frac{T_S}{T_1}}}$$

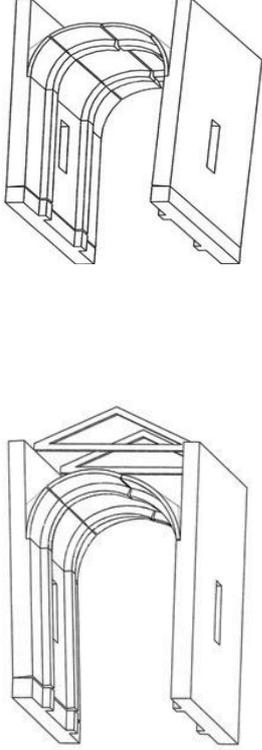
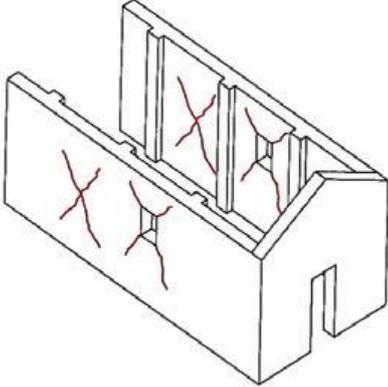
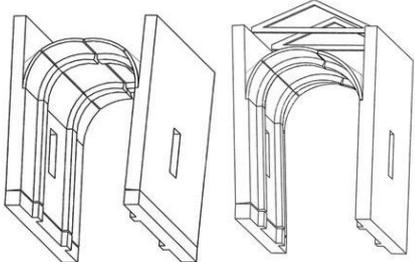
7.5. APPLICAZIONE AL CASO STUDIO

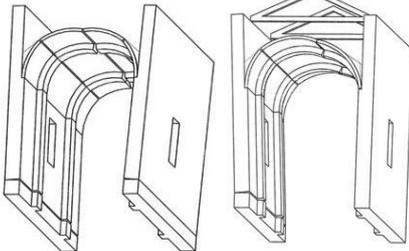
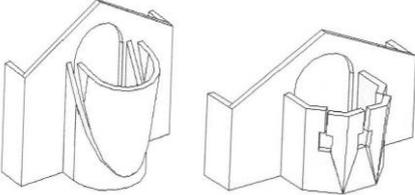
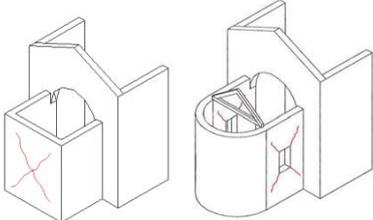
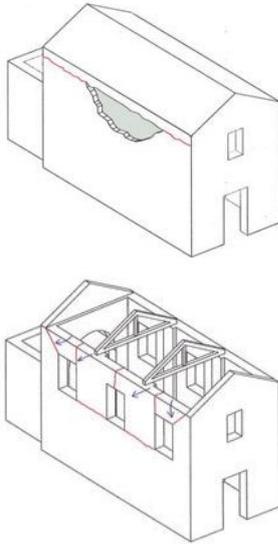
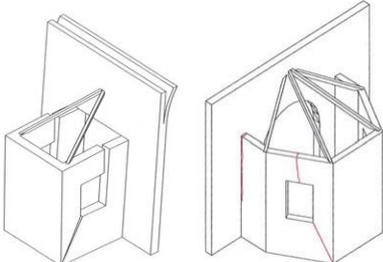
Si procede ora nell'ordine all'individuazione dei principali macroelementi che interessano l'edificio e successivamente a quei parametri come i valori caratteristici di sito e le proprietà meccaniche, che sono comuni per l'intero edificio. Si passerà successivamente al calcolo e alla verifica di quei cinematismi che sono stati individuati come i più probabili e gravosi per il caso studio in questione.

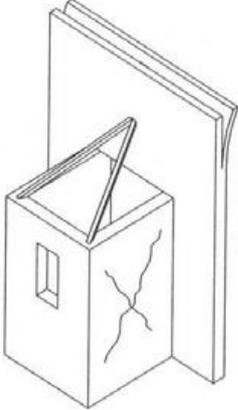
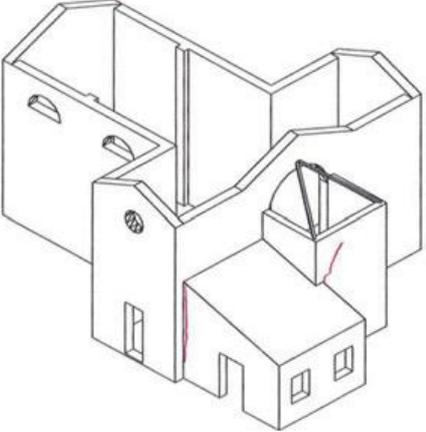
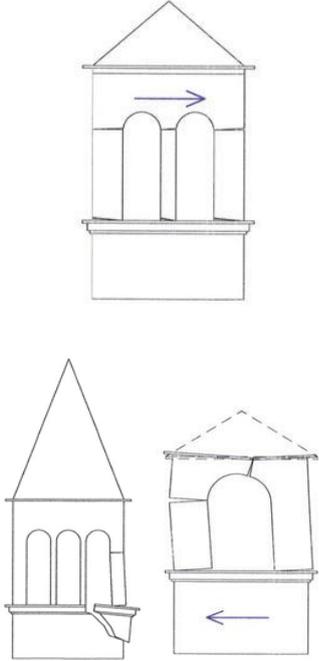
7.5.1. Identificazione dei principali macroelementi e dei relativi cinematismi

Nella sintesi che segue vengono riportati i meccanismi che secondo l'analisi strutturale e di vulnerabilità potrebbero in generale interessare l'edificio. Si riporta inoltre un'ulteriore schematizzazione in cui vengono evidenziati quei meccanismi che risultano essere più probabili in quanto si osservano lesioni che li identificano e che si sono riproposte negli anni. I restanti meccanismi sono quelli possibili e ipotizzabili in quanto non sono caratterizzati da segnali che evidenziano un principio di attivazione del meccanismo stesso, ma sono stati individuati in quanto presentano molti elementi vulnerabili (es. presenza finestre, tamponamenti, elementi con diverse caratteristiche ecc.).

MACROELEMENTO	MECCANISMO		Rif. Scheda CHIESE
1. Facciata	1.1	Ribaltamento (1)	
	1.2	Meccanismi nella sommità (2) 	
	1.3	Meccanismi nel piano (3) 	
2. Arcone	2.1	Archi trionfali (13)  	

3	Pareti laterali (sud)	3.1	<p>Risposta trasversale dell'aula (5)</p>  	
		3.2	<p>Meccanismi di taglio (6)</p> 	
	Pareti laterali (nord)	3.3	<p>Risposta trasversale dell'aula (5)</p>	

	Pareti laterali (presbiterio sud)	3.4	Risposta trasversale dell'aula (5)	
4. Abside	4.1	Ribaltamento (16)		
	4.2	Meccanismi di taglio (17)		
5. Elemento di copertura	5.1	<p>Elementi di copertura: aula (19)</p> 		
6. Cappelle (sacrestia)	6.1	Ribaltamento (22)		

	6.2	Meccanismi di taglio (23)	
7. Iterazioni irregolarità piano altimetriche	7.1	Iterazioni in prossimità di irregolarità (25)	
8. Cella campanaria	8.1	Cella campanaria (28) 	

9. Setti della cripta	9.1	Ribaltamento	
-----------------------	-----	--------------	--

Tab.6.2. Identificazione dei principali macroelementi e dei relativi cinematismi. I meccanismi evidenziati sono quelli considerati come più probabili in quanto si osservano lesioni che li identificano e che si sono riproposte negli anni.

7.5.2. Identificazione dei valori caratteristici del sito

La scelta dei valori caratteristici del sito è stata effettuata secondo le norme contenute nel capitolo 3 *Azioni sulle costruzioni* delle Norme Tecniche per le Costruzioni, D.M. 14 gennaio 2008.

Coordinate geografiche della Cappella degli Scrovegni	Latitudine	45.412
	Longitudine	11.879
Accelerazione orizzontale massima al sito	a_g	0.814
Valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale	F_0	2.634
Periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale	T^*_C	0.335 s
Vita nominale	V_N	50
Classe d'uso e relativo valore del coefficiente d'uso	C_U	1 (II)
Periodo di riferimento dell'azione sismica	V_R	50
Probabilità di superamento per SLV	P_{VR}	10% (0,10)
Tempo di ritorno dell'azione sismica	T_R	475
Categoria del sottosuolo	C	
Coefficienti di amplificazione stratigrafica	S_S	1.5
	C_C	1.506
Categoria topografica	T_1	
Coefficienti di amplificazione topografica	S_T	1
Coefficiente che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche	S	1.5
Fattore di struttura	q	2
Periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro	T_C	0.50 s
Periodo corrispondente all'inizio del tratto dello spettro ad accelerazione costante	T_B	0.17 s
Periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante dello spettro	T_D	1.63 s
Spettro di progetto della componente orizzontale	$S_d(T)$	g

Tab. 6.3. Valori caratteristici di sito.

7.5.3. Identificazione delle caratteristiche meccaniche

Il livello di conoscenza ed il relativo fattore di confidenza sono stati individuati come indicato nella Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 - Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008 , C8.A.4, tab. C8A.1.A.4. "Costruzioni in muratura, livelli di conoscenza".

Livello di conoscenza		Fattore di confidenza	
LC	1	FC	1.35

Tab. 6.4. Livello di conoscenza e fattore di confidenza.

Il livello LC1 si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ limitate sui dettagli costruttivi ed indagini in situ limitate sulle proprietà dei materiali.

Per quanto riguarda invece le caratteristiche meccaniche vere la scelta è stata effettuata sulla base dei valori riportati nella tabella C8A.2.1. della Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 - Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008, p. 389. Si sono potute individuare le seguenti:

Valori meccanici caratteristici	Tipologia di muratura: muratura in mattoni pieni e malta di calce	
	Resistenza a compressione	f_m [N/mm ²][MPa]
Resistenza a taglio	τ_0 [N/mm ²][MPa]	0.06
Modulo di Young	E [N/mm ²][MPa]	1500
Modulo a taglio	G [N/mm ²][MPa]	500
Peso specifico	w [KN/m ³]	18

Tab. 6.5. Valori meccanici caratteristici dell'edificio.

Si possono quindi individuare:

Resistenza a compressione media f_{md} [MPa]	0.889
Resistenza a taglio f_{vd} [MPa]	0.022

Tab. 6.6. Valori meccanici calcolati.

Si procede a questo punto con l'individuazione e il calcolo dei principali cinematismi che si ritiene possano essere più gravosi per l'edificio dal punto di vista del danneggiamento dell'ineestimabile bene artistico presente all'interno della navata: si è infatti deciso di dare maggior rilievo a quei meccanismi che attivandosi potrebbero recar danno al ciclo di affreschi giottesco. Questa valutazione è stata fatta in base alla già avvenuta analisi storica e delle vulnerabilità presenti e poi più nello specifico grazie all'utilizzo delle schede di II livello "Scheda di valutazione e correlazione della vulnerabilità e del danno ad apparati decorativi fissi e al supporto strutturale"⁷. Si riporta di seguito l'indicazione dei macroelementi considerati.

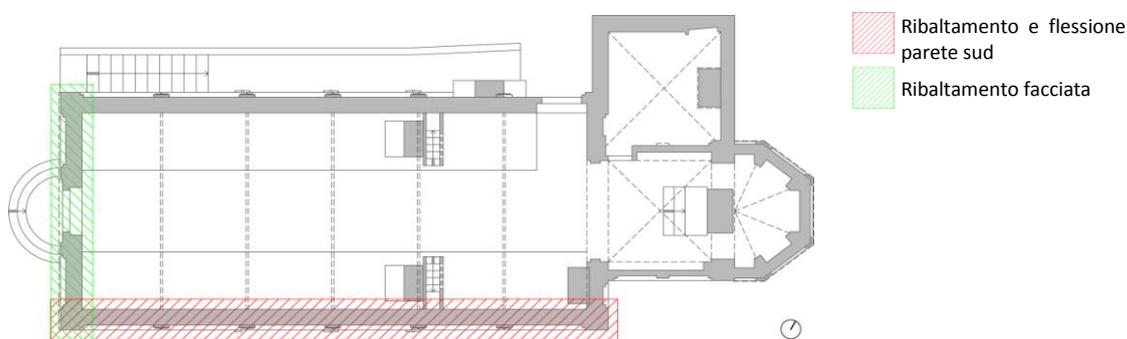
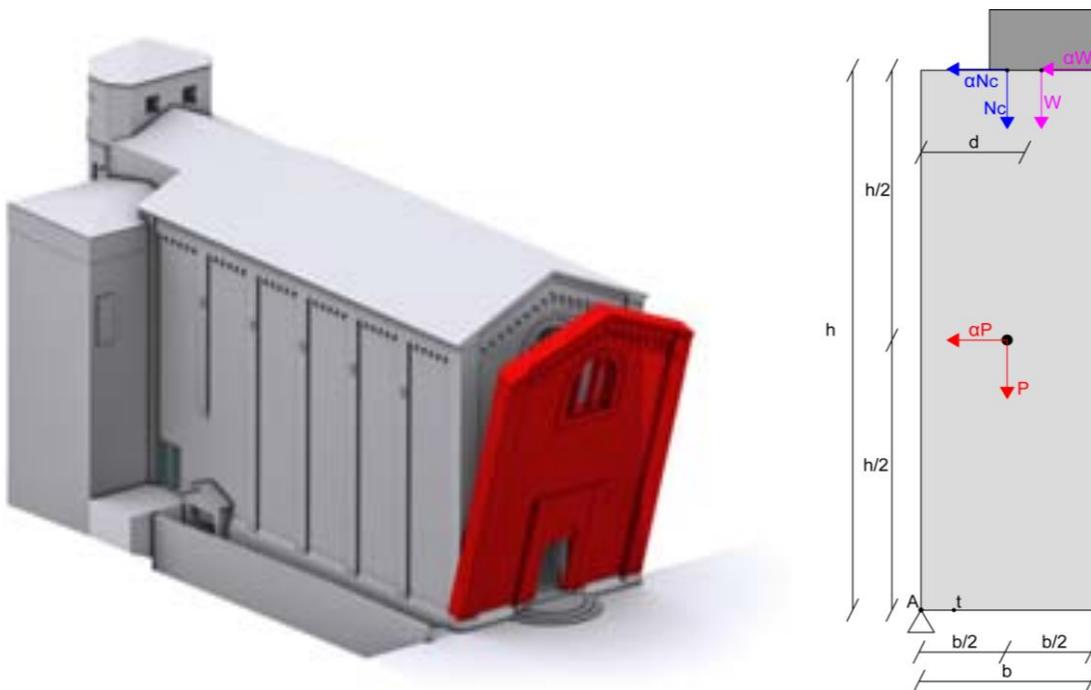


Fig. 7.1. Individuazione dei macroelementi e dei cinematismi oggetto di studio.

⁷ Si veda L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive*.

7.5.4. Macroelemento 1, Meccanismo 1.1. Ribaltamento della facciata



Si riportano di seguito i dati geometrici ed i carichi che interessano il macroelemento in questione:

Dati geometrici macroelemento	
Numero piani [m]	1
Altezza Totale media H [m]	12,89
Lunghezza l [m]	9,72
Altezza cerniera z [m]	0

Dati setto, livello 1	
Peso specifico [KN/m ³]	18
Spessore b ₁ [m]	0,67
Altezza h ₁ [m]	12,89
Lunghezza l [m]	9,72
Carico P ₁ [KN]	1511,01

Essendo presente in sommità un cordolo in calcestruzzo, se ne riportano i dati geometrici e di carico. In questo caso non è stata considerata la forza di trattenimento del cordolo ma solamente la sua forza peso.

Dati cordolo in calcestruzzo	
Spessore b_c [m] (ipotizzato)	0,37
Altezza h_c [m]	0,30
Lunghezza l media [m]	9,72
Braccio cordolo d [m]	0,485
Peso specifico γ [KN/m ³]	25
Carico W [KN]	26,97

Per quanto riguarda gli orizzontamenti, in questo caso è stato considerato solamente quello di copertura; la volta a botte è spingente solamente lungo le pareti longitudinali e sembrerebbe in ogni caso non avere un buon collegamento con la parete di facciata. Le categorie di tipologia e ambiente sono state scelte in base alle tabelle 2.5.I e 3.1.II delle Norme Tecniche per le Costruzioni, D.M. 14.

Dati orizzontamento 1 (copertura)	
Tipologia	H1
Ambiente	H1
Area di influenza [m ²]	8,75
G [KN/m ²]	0,981
Coefficiente $Q \cdot \psi$ [KN/m ²]	0

In seguito ai dati sopra forniti per l'orizzontamento si può quindi considerare la seguente combinazione di carico per lo stesso:

Combinazione di carico per l'orizzontamento 1 [KN]	
N_c [KN]= $G_1 + G_2 + P + E + \sum_j (\psi_{2j} \cdot Q_{kj}) =$	8,58

Si riassumono quindi i carichi presenti che interessano l'intero setto in questione:

Carichi agenti [KN]	
P1	1511,01
W	26,97
N_c	8,58

Si può quindi passare a questo punto al calcolo dell'arretramento della cerniera, ovvero la valutazione dell'effetto della plasticizzazione alla base del setto nell'attivarsi del cinematismo.

Arretramento della cerniera			
t [m]	$= \frac{2\sum(P_i+N_i+W)}{3 \cdot f_{md} \cdot l}$	$= \frac{3,09}{25,92}$	$= 0,119$

Essendo in questo caso presente un solo polo attorno al quale si sviluppa il cinematismo, il calcolo del coefficiente d'attivazione può essere effettuato tramite un semplice equilibrio dei momenti stabilizzante (M_{sA}) e ribaltante (M_{rA}).

Momento stabilizzante [KNm]	
$M_{stab} = \sum P_i(b_i/2-t) + \sum N_i(b_i/2-t) + W(d-t)$	$= 337,59$

Momento ribaltante [KNm]	
$M_{rb} = \alpha_0 \cdot [P_i \cdot (h/2) + (N_c \cdot h) + (W \cdot h)]$	$= 10196,77$

Calcolo coefficiente di attivazione	
$\alpha_0 = \frac{M_{stab}}{M_{i,rb}}$	$= 0,033$

Si procede al calcolo degli spostamenti virtuali orizzontali dei punti di applicazione delle forze, assumendo come unitario lo spostamento della forza N_c .

Spostamenti virtuali			
$\delta_{xNc} =$	$h \cdot \vartheta$	$=$	1
$\vartheta =$	$\frac{\delta_x N_c}{h}$	$=$	$0,078$
$\delta_{xP1} = (h/2) \cdot \vartheta =$	$\frac{(h/2)}{h}$	$=$	$0,5$
$\delta_{xW} =$	$h \cdot \vartheta$	$=$	1

Si può ora determinare la curva di capacità dell'oscillatore equivalente con il calcolo della massa partecipante M^* , della frazione di massa partecipante e^* , che non dovrà

mai superare come valore quello dell'unità, determinando così il valore dell'accelerazione spettrale a^* .

Massa partecipante			
$M^*[\text{KN}]$	$=$	$\frac{(\sum P_i \cdot \delta_{xPi} + \sum Ni \cdot \delta_{xNi} + W \cdot \delta_{xw})^2}{g \cdot (\sum P_i \cdot \delta_{xPi}^2 + \sum Ni \cdot \delta_{xNi}^2 + W \cdot \delta_{xw}^2)}$	$= \frac{625776,36}{4054,56} = 154,34$

Frazione di massa partecipante			
$e^*[\text{KN}]$	$=$	$\frac{g^*(M^*)}{\Sigma(P1+Nc+W)}$	$= \frac{1514,07}{1546,56} = 0,979$

Nel calcolo dell'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo non è stato inserito al denominatore il fattore di confidenza F_c , poiché è stato già valutato precedentemente nel calcolo dei parametri geometrici, in particolare nell'arretramento della cerniera. Inserirlo nuovamente, porterebbe ad effettuare una verifica con un margine di sicurezza troppo elevato, nella pratica non è infatti una scelta vantaggiosa poiché porterebbe a incrementare eccessivamente il numero di interventi nel fabbricato.

Accelerazione spettrale			
$a_0^*[\text{m/s}^2]$	$=$	$\frac{\alpha_0 \cdot g}{e^*} = \frac{0,325}{0,979}$	$= 0,331$

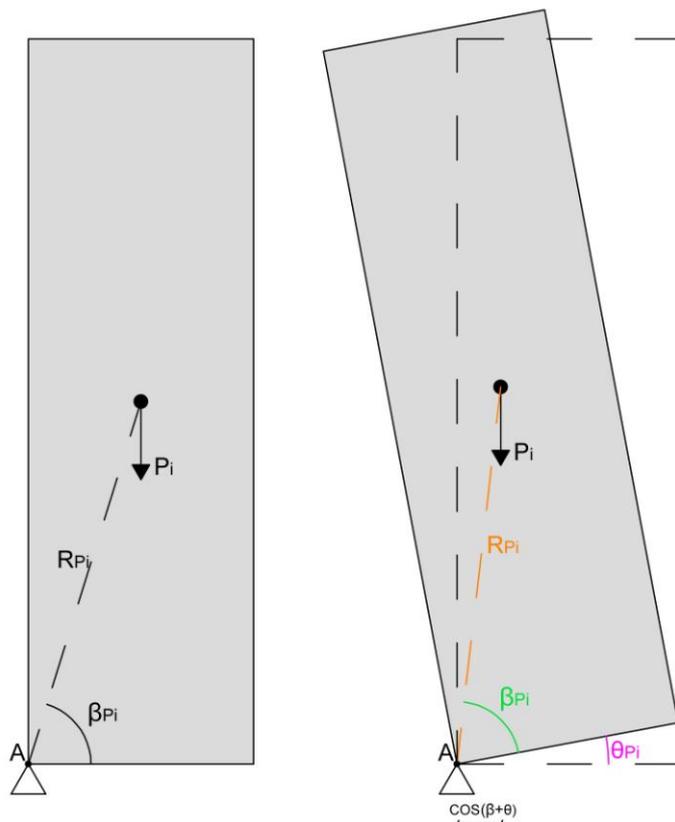
Si può quindi effettuare la verifica SLV lineare, considerando il setto in questione come appoggiato a terra visto che $z=0$.

Periodi					
$T_1=$	0,34	$T_C=$	0,50	$T_B=$	0,17
Spettro elastico in accelerazione delle componenti orizzontali					
$Se(T1)= a_g \cdot S \cdot F_0 \cdot n$	0,31	m/s^2			
Analisi cinematica lineare					
$a^*_0 \geq \max(ag \cdot S/q) ; (Se(T1) \cdot \Psi(z) \cdot \gamma/q)$					
a^*_0	\geq	max	1,22 2	;	0 2
a^*_0	\geq	max	0,61	;	0
a^*_0	=	0,33			
$0,61 \geq 0,33$		NON VERIFICATO, rapporto del 184%			

Si procede dunque alla verifica non lineare allo stato limite di salvaguardia della vita. Considerando la configurazione ruotata della parete, si valuta l'angolo θ che annulla il coefficiente di attivazione del meccanismo e di conseguenza che porti a zero il momento stabilizzante, provocando la perdita di equilibrio del macroelemento. La relazione del momento stabilizzante per la configurazione ruotata è la seguente:

Equazione che annulla il momento stabilizzante
$M_s = [P \cdot R_p \cdot \cos(\theta + \beta_p)] + [N_c \cdot R_{Nc} \cdot \cos(\theta + \beta_{Nc})] + [W \cdot R_w \cdot \cos(\theta + \beta_w)] = 0$

Si calcolano quindi di seguito i singoli fattori dell'equazione.



Dati geometria punti		
	R_{pi} [m]	β_{pi} [rad]
P	6,449	1,537
Nc	12,892	1,554
W	12,895186	1,554066594

Il valore dell'angolo che annulla il momento stabilizzante sarà quindi:

θ_{k0} [RAD]	θ_{k0} [GRAD]
0,03	1,87

Si deve quindi scegliere un punto di controllo sul quale valutare gli spostamenti, per praticità si sceglie il baricentro di applicazione delle forze sismiche, del quale si procede a calcolare lo spostamento d_{k0} :

Baricentro delle masse sismiche	
$H_{bar} = \sum P_i \cdot h / \sum p_i$ [m]	6,593175752
Calcolo degli spettri di spostamento	
$d_{k0}^* = H_{bar} \cdot \sin \theta_{k0} =$	0,215659437
$dx_{hbar} = H_{bar} / h =$	0,511495404
Spostamento spettrale	
$d_0^* = \frac{[\sum (P_i \cdot \delta^2 x_i) + \sum (N_i \cdot \delta^2 x_i) + \sum (W_i \cdot \delta^2 x_{wi})] \cdot d_{k0}}{dx_{bar} \cdot (\sum (P_i \cdot \delta x_i) + \sum (N_i \cdot \delta x_i))}$	0,220288338

Si calcola quindi lo spostamento ultimo du^* da confrontare con la domanda di spostamento richiesta dall'azione sismica ed il periodo secante

Periodo secante	
$du^* = 0.4 \cdot d_{k0}^* =$ [m]	0,09
$ds^* = 0.4 \cdot du^* =$ [m]	0,03
$as^* = a_0^* \cdot (1 - ds^* / d_0^*) =$ [m]	0,28
$T_s = 2\pi \cdot (ds^* / as^*)^{(1/2)}$	2,20540684

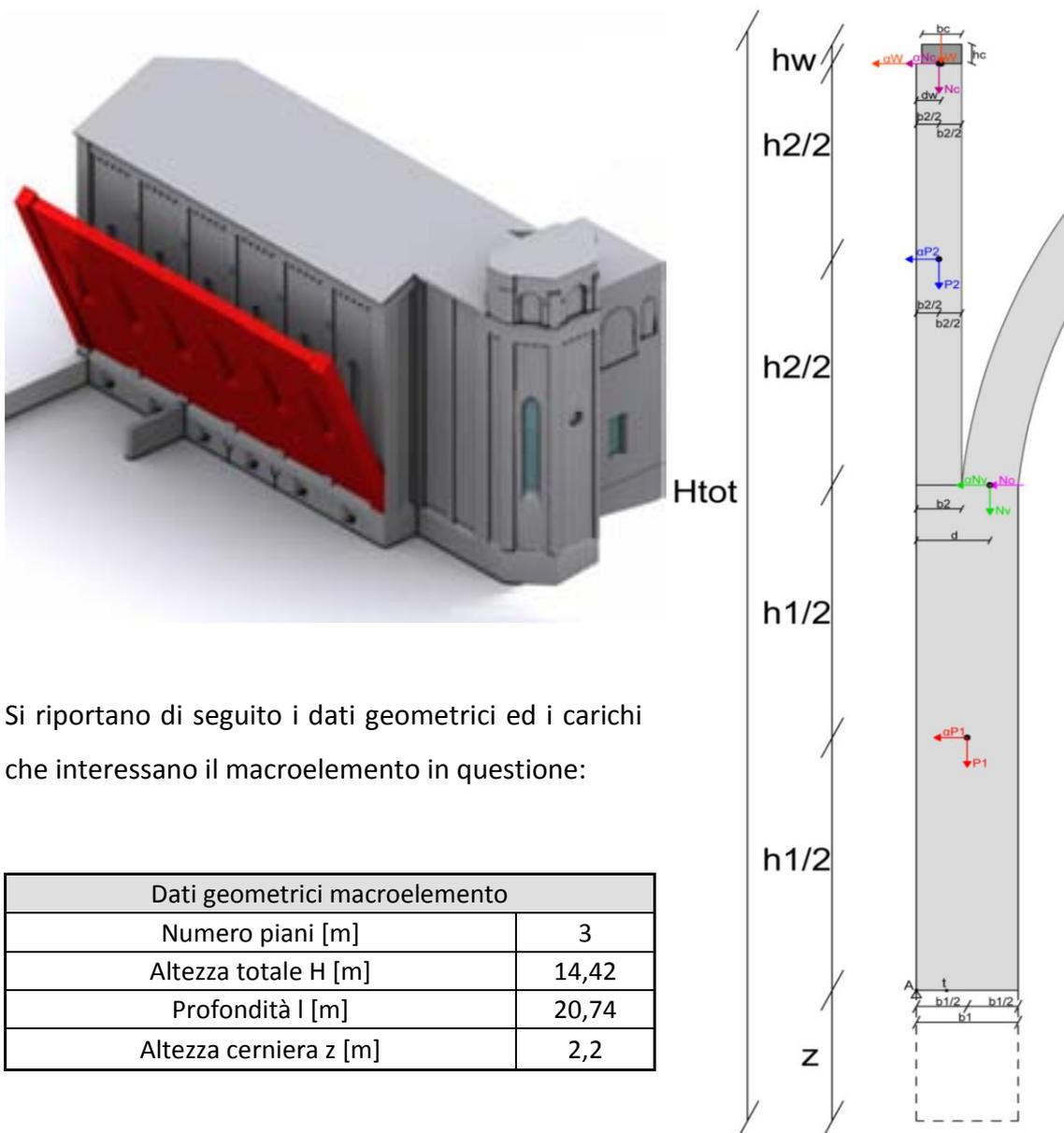
Spostamenti	
$\delta x_{Nc} =$	1
$\delta x_P =$	0,5
$\delta x_W =$	1
Periodi	
$T_1 = 0,34$	$T_B = 0,17$
$T_C = 0,5$	$T_S = 2,21$

Essendo $T_D \leq T_s < 4s$ lo spettro di risposta verrà calcolato nel seguente modo:

Spettro di risposta elastico in accelerazione per T_s	
$Se(T_s) = a_g \cdot S \cdot n \cdot 2,5 [T_C \cdot T_D / T_s^2] =$	0,517583686
Spettro di risposta elastico in spostamento delle componenti orizzontali	
$S_{de}(T_s) = Se(T_s) \cdot (T_s / 2\pi)^2 =$	0,06383204

Verifica non lineare		
$d_u^* \geq \max (S_{de}(T_s))$;	$(\frac{S_{de}(T_1) \cdot \Psi \cdot \gamma \cdot (T_s / T_1)^2}{\sqrt{[(1 - (T_s / T_1))^2 + 0.002 \cdot (T_s / T_1)]}} = \frac{0}{5,484973} = 0$
$d_u^* \geq \max (0,063832$;	0)
d_u^*	=	0,09
$0,09 \geq 0,06$		VERIFICATO, rapporto del 150%

7.5.5. Macroelemento 3, Meccanismo 3.1. Risposta trasversale dell'aula – ribaltamento della parete longitudinale di sud-est



Si riportano di seguito i dati geometrici ed i carichi che interessano il macroelemento in questione:

Dati geometrici macroelemento	
Numero piani [m]	3
Altezza totale H [m]	14,42
Profondità l [m]	20,74
Altezza cerniera z [m]	2,2

Setto	Peso Specifico [KN/m ³]	Spessore b _i [m]	Altezza h _i [m]	Lunghezza l [m]	Carico P _i [KN]
Livello 1 (P1)	18	0,67	8,91	20,74	2228,61
Livello 2 (P2)	18	0,55	2,84	20,74	583,13

Parte III. Modellazione e analisi strutturali

Analisi Strutturale dei Macroelementi e Cinematismi

Essendo presente in sommità un cordolo in calcestruzzo, se ne riportano i dati geometrici e di carico. In questo caso non è stata considerata la forza di trattenimento del cordolo ma solamente la sua forza peso.

Cordolo in calcestruzzo			
Spessore b_c [m] (ipotizzato)	0,37	Peso specifico γ [KN/m ³]	25
Altezza h_c [m]	0,70	Braccio cordolo d_w	0,185
Lunghezza l [m]	20,74	Carico W [KN]	134,2915

Per quanto riguarda gli orizzontamenti, in questo caso oltre a quello di copertura è stata considerata anche la volta.

Orizzontamento	Tipologia	Ambiente	Area [m ²]	G_i [KN/m ²]	$Q*\psi$ [KN/m ²]
orizzontamento 1 (volta)	F	C2	/	0	1,8
orizzontamento 2 (copertura G2)	H1	H1	108,33	0,981	0

Spinta totale di metà volta [KN]	
No	183,84
Nv	737,12

In questo caso, rispetto a quello precedente, è gravante sulle murature anche il peso di capriate e terzere.

Peso capriate e terzere [KN]	n° (numero di capriate e terzere)	
G1cap= Metà capriata	2,183	7
G1ter= Terzere di metà tetto	1,697	5
G1ret=Metà reticolare	0,57	/

Si considerino nulli P ed E:

Combinazione di Carico [KN]		
$N=G_1 +G_2 +P+E+\sum_j (\psi_{2j} *Q_{kj})=$	Nc=	130,61

Si può a questo punto procedere al calcolo dell'arretramento della cerniera:

Arretramento della cerniera			
t [m]	$=$	$\frac{2\Sigma(P_i+N_i+W)}{3 \cdot f_{md} \cdot l} = \frac{7,63}{55,31}$	$= 0,138$

Riepilogo carichi	
P1=	2228,61
P2=	583,13
Nv=	737,12
No=	183,84
Nc=	130,61
W=	134,29

Calcolo coefficiente di attivazione		
α_0	$=$	$\frac{M_{stab} - N_o \cdot h_o}{M_{rb}} = \frac{-824,24}{25632,45} = -0,032$

Si procede al calcolo degli spostamenti virtuali orizzontali dei punti di applicazione delle forze, assumendo come unitario lo spostamento della forza Nc.

Spostamenti virtuali	
$\delta_{x_C} =$	$h1 \cdot \vartheta$
$\delta_{x_{P1}} = (h1/2) \cdot \vartheta$	0,5
$\delta_{x_{P2}} = (h1/2) \cdot \vartheta$	0,5
$\delta_{x_{Nc}} = 0$	0
$\delta_{x_{Nv}} = h1 \cdot \vartheta$	1
$\delta_{x_W} = 0$	0

Massa partecipante	
$(\Sigma P_i \cdot \delta_{x_{Pi}} + \Sigma N_i \cdot \delta_{x_{Ni}})^2$	4592393,81

Frazione di massa partecipante		
e^*	$=$	$\frac{g \cdot (M^*)}{\Sigma (P_i + N_i)} = \frac{3189,04}{3813,75} = 0,836$
$g \cdot (\Sigma P_i \cdot \delta_{x_{Pi}}^2 + \Sigma N_i \cdot \delta_{x_{Ni}}^2)$		14126,93

Accelerazione spettrale			
a_0^* [m/s ²]	$= \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^*}$	$= \frac{-0,315}{0,836}$	$= -0,38$

Si può quindi effettuare la verifica SLV lineare, considerando il setto in questione come non appoggiato direttamente a terra visto che $z = 2,2\text{m}$.

Periodi					
$T_1 =$	0,37	$T_c =$	0,50	$T_B =$	0,17
Spettro elastico in accelerazione delle componenti orizzontali					
$Se(T_1) = a_g \cdot S \cdot F_0 \cdot n$	3,05	m/s ²			
Analisi cinematica lineare					
$a^*_0 \geq \max(ag \cdot S/q) ; (Se(T_1) \cdot \Psi(z) \cdot \gamma/q)$					
a^*_0	\geq	max	$\frac{1,22}{2}$;	$\frac{0,6}{2}$
a^*_0	\geq	max	0,61	;	0,3
a^*_0	$=$	-0,38			
$-0,38 \leq 0,61$		NON VERIFICATO, 160%			

Il meccanismo in questo caso risulta come non verificato. Prima di procedere per un'eventuale verifica non lineare si è deciso di svolgere nuovamente il calcolo annullando la spinta orizzontale della volta, considerandola quindi come totalmente assorbita dalle catene presenti nella navata.

Momento stabilizzante [KNm]	
$M_{stab} = \sum P_i(b_i/2 - t) + \sum N_i(b_i/2 - t) + W(d - t)$	$= 813,77$
Momento ribaltante [KNm]	
$M_{rb} = \alpha_0 \cdot [P_i \cdot (h_i/2) + (N_c \cdot h_c) + (W \cdot h)]$	$= 25632,45$

Calcolo coefficiente di attivazione			
α_0	$= \frac{M_{stab} - N_0 \cdot h_0}{M_{rb}}$	$= \frac{813,77}{25632,45}$	$= 0,032$

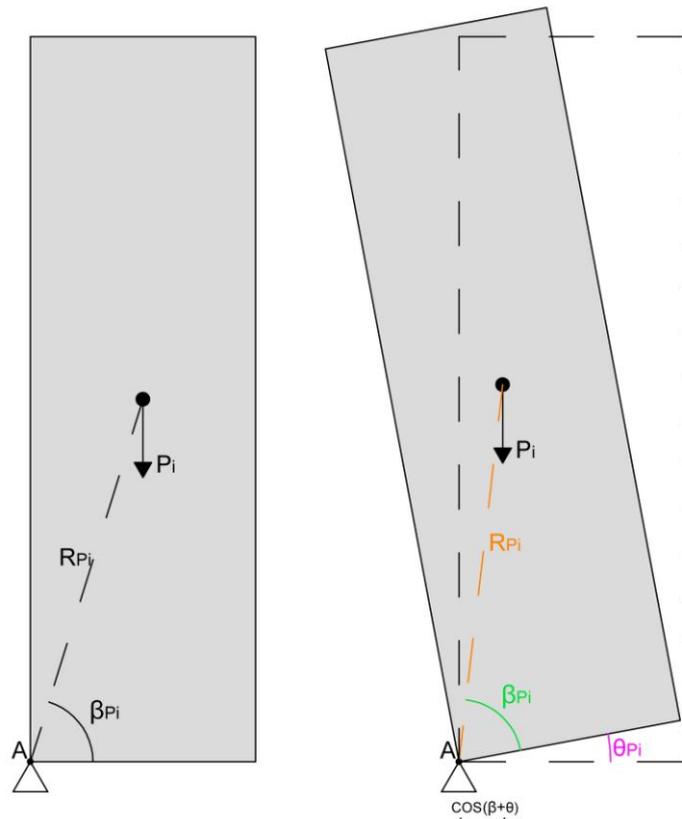
Massa partecipante			
$M^*[\text{KN}]$	$= \frac{(\sum P_i \cdot \delta_{xPi} + \sum Ni \cdot \delta_{xNi})^2}{g \cdot (\sum P_i \cdot \delta_{xPi}^2 + \sum Ni \cdot \delta_{xNi}^2)}$	$= \frac{4592393,81}{14126,93}$	$= 325,08$
Frazione di massa partecipante			
e^*	$= \frac{g \cdot (M^*)}{\sum (Pi+Ni)}$	$= \frac{3189,04}{3813,75}$	$= 0,836$
Accelerazione spettrale			
$a_0^*[\text{m/s}^2]$	$= \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^*}$	$= \frac{0,311}{0,836}$	$= 0,37$

Analisi cinematica lineare					
a^*_0	\geq	max	0,61	;	0,3
a^*_0	$=$	0,37			
$0,37 \leq 0,61$		NON VERIFICATO, 165%			

Si procede dunque alla verifica non lineare allo stato limite di salvaguardia della vita. Considerando la configurazione ruotata della parete, si valuta l'angolo θ che annulla il coefficiente di attivazione del meccanismo e di conseguenza che porti a zero il momento stabilizzante, provocando la perdita di equilibrio del macroelemento. La relazione del momento stabilizzante per la configurazione ruotata è la seguente:

Equazione che annulla il momento stabilizzante
$M_s = [P1 \cdot RP1 \cdot \cos(\theta + \beta P1) + [P2 \cdot RP2 \cdot \cos(\theta + \beta P2)] + [Nc \cdot RNC \cdot \cos(\theta + \beta NC)] + [NV \cdot RNV \cdot \cos(\theta + \beta NV)] + [W \cdot RW \cdot \cos(\theta + \beta W)] = 0$

Si calcolano quindi di seguito i singoli fattori dell'equazione.



Dati geometria punti		
	R_{pi} [m]	β_{pi} [rad]
P1	4,459	1,527
P2	7,296	1,558
N_c	11,7508	1,559
N_v	8,9185789	1,527
W	11,750094	1,567

Il valore dell'angolo che annulla il momento stabilizzante sarà quindi:

θ_{Ko} [RAD]	θ_{Ko} [GRAD]
0,03	1,94

Si deve quindi scegliere un punto di controllo sul quale valutare gli spostamenti, per praticità si sceglie il baricentro di applicazione delle forze sismiche, del quale si procede a calcolare lo spostamento d_{ko} :

Baricentro delle masse sismiche	
$H_{bar} = \frac{\sum P_i \cdot h_i}{\sum p_i}$ [m]	6,72

Calcolo degli spettri di spostamento	
$d_{k0}^* = H_{bar} \cdot \text{sen} \theta_{k0} =$	0,23
$dx_{hbar} = H_{bar} / h =$	0,57
Spostamento spettrale	
$d_0^* = \frac{[\sum(P_i \cdot \delta^2 x_i) + \sum(N_i \cdot \delta^2 x_i) + \sum(W_i \cdot \delta^2 x_{wi})] \cdot d_{k0}}{dx_{bar} \cdot (\sum(P_i \cdot \delta x_i) + \sum(N_i \cdot \delta x_i))} =$	0,27

Si calcola quindi lo spostamento ultimo du^* da confrontare con la domanda di spostamento richiesta dall'azione sismica ed il periodo secante

Periodo secante	
$du^* = 0.4 \cdot d_{k0}^* = [m]$	0,09
$ds^* = 0.4 \cdot du^* = [m]$	0,04
$as^* = a_0^* \cdot (1 - ds^* / d_0^*) = [m]$	0,32
$T_s = 2\pi \cdot (ds^* / as^*)^{1/2}$	2,11

Spostamenti	
$\delta x_{P1} =$	0,5
$\delta x_{P2} =$	0,5
$\delta x_{Nc} =$	0
$\delta x_{Nv} =$	1
$\delta x_W =$	0
Periodi	
$T_1 = 0,37$	$T_B = 0,17$
$T_C = 0,5$	$T_S = 2,11$

Essendo $T_D \leq T_s < 4s$ lo spettro di risposta verrà calcolato nel seguente modo:

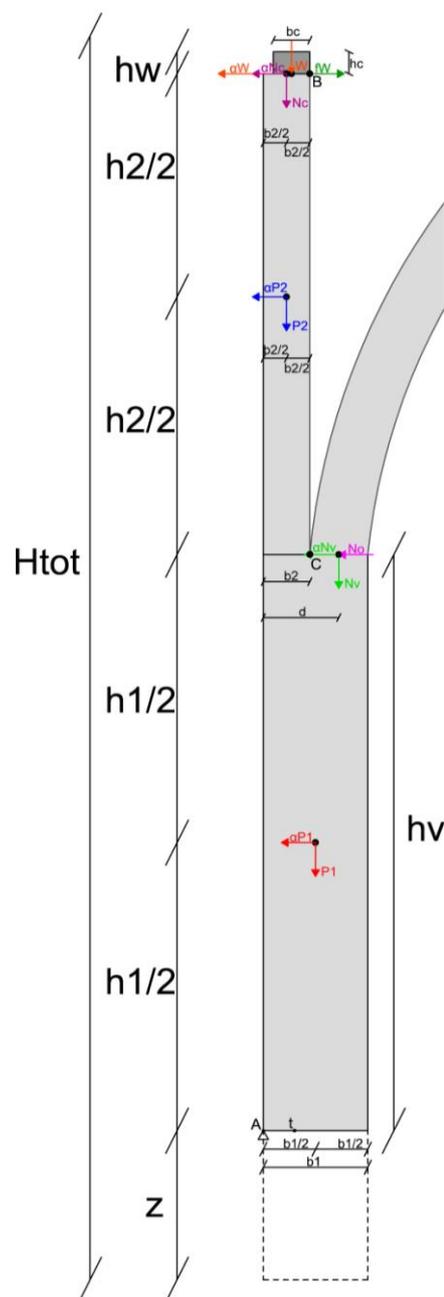
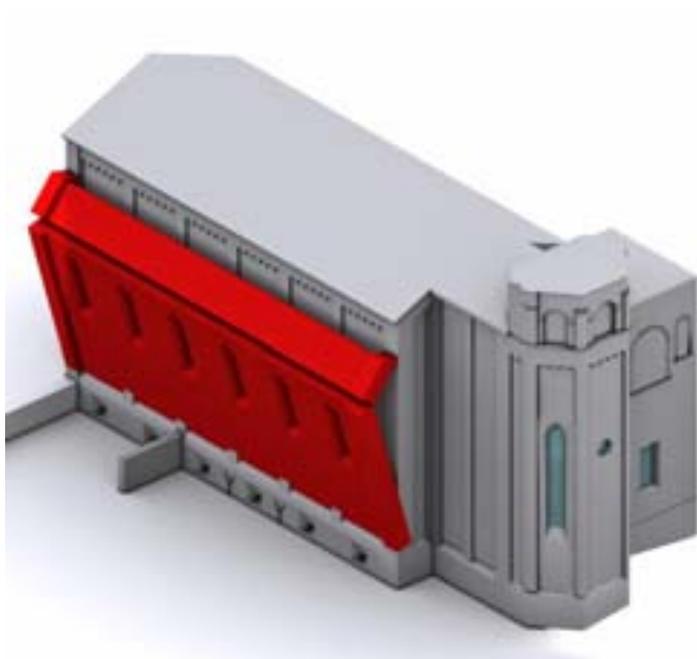
Spettro di risposta elastico in accelerazione per T_s	
$Se(T_s) = a_g \cdot S \cdot n \cdot 2,5 [T_C \cdot T_D / T_s^2] =$	0,56
Spettro di risposta elastico in spostamento delle componenti orizzontali	
$S_{de}(T_s) = Se(T_s) \cdot (T_s / 2\pi)^2 =$	0,06

Parte III. Modellazione e analisi strutturali

Analisi Strutturale dei Macroelementi e Cinematismi

Verifica non lineare		
$d_u^* \geq \max (S_{de}(T_s))$;	$\left(\frac{S_{de}(T_1) \cdot \Psi \cdot \gamma \cdot (T_s/T_1)^2}{\sqrt{[(1-(T_s/T_1))^2 + 0.002 \cdot (T_s/T_1)]}} = \frac{0}{4,7} = 0 \right)$
$d_u^* \geq \max (0,06$;	0)
d_u^*	=	0,09
$0,09 \geq 0,06$		VERIFICATO, rapporto del 150%

7.5.6. Macroelemento 3, Meccanismo 3.1. Risposta trasversale dell'aula – flessione della parete longitudinale di sud-est



Trattandosi dello stesso macroelemento del meccanismo precedente, i dati geometrici ed i carichi sono gli stessi, in questo caso però, viene considerata anche la forza di trattenimento del cordolo in calcestruzzo, calcolata come $fW = f \cdot W$, ovvero il coefficiente d'attrito del cordolo moltiplicato per il suo peso. Le tre cerniere si svilupperanno rispettivamente nei punti A,B,C. Il nuovo riepilogo dei carichi sarà quindi:

Riepilogo carichi [KN]	
P1=	2228,61
P2=	583,13
Nv=	737,12
No=	183,84
Nc=	130,61
W=	134,29
fW=	20,14

Si può quindi calcolare l'arretramento della cerniera:

Arretramento della cerniera	
t [m]	$= \frac{2\Sigma(P_i+N_i+W)}{3 \cdot f_{md} \cdot l} = \frac{7,63}{55,31} = 0,138$

Essendo in questo caso presenti tre poli attorno ai quali si sviluppa il cinematismo, il calcolo del coefficiente d'attivazione deve essere effettuato tramite l'applicazione del Principio dei Lavori Virtuali (PLV), ponendo il lavoro esterno Le pari a zero.

Spostamenti virtuali			
$\delta x_{P1} = (h1/2) \cdot \vartheta =$	4,455	$\gamma = (h1/h2) \cdot \vartheta =$	3,14
$\delta y_{P1} = [(b1/2)-t] \cdot \vartheta =$	0,18	$\delta x_{P2} = [-(h2/2) \cdot \gamma] + \delta x_{C} =$	4,455
$\delta x_{C} = h1 \cdot \vartheta =$	8,91	$\delta y_{P2} = [(b/2) \cdot \gamma] + \delta y_{C} =$	1,27
$\delta y_{C} = (b2-t) \cdot \vartheta =$	0,412	$\delta x_{Nc} = (-h2 \cdot \gamma) + \delta x_{C} =$	0
$\delta x_{Nv} = h1 \cdot \vartheta =$	8,91	$\delta y_{Nc} = [(b/2) \cdot \gamma] + \delta y_{C} =$	1,28
$\delta y_{Nv} = [d-t] \cdot \vartheta =$	0,391	$\delta x_{W} = \delta x_{Nc} =$	0
$\delta x_{No} = \delta x_{Nv}$	8,91	$\delta y_{W} = [(b_c/2) \cdot \gamma] + \delta y_{C} =$	0,88
$\delta y_{No} = \delta y_{Nv}$	0,391	$\delta x_{fW} = \delta x_{W} =$	0

PLV ($Le=0$)	
$Le = [-\Sigma P_i(\delta y_{P_i}) - \Sigma N_i(\delta y_{N_i}) + \Sigma N_{oi}(\delta x_{N_{oi}})] + \alpha [P_i \delta x_{P_i} + N_i \delta x_{N_i}] = 0$	
Calcolo coefficiente di attivazione	
$\alpha_0 = \frac{(P1\delta y_{P1})+(Nv\delta y_{Nv})+(P2\delta y_{P2})+(Nc\delta y_{Nc})+(W\delta y_{W})-(No\delta x_{No})+(fW\delta x_{fW})}{(P1\delta x_{P1})+(Nv\delta x_{Nv})+(P2\delta x_{P2})+(Nc\delta x_{Nc})+(W\delta x_{W})}$	$= \frac{117,93}{19094,02} = 0,006$

Si può quindi passare al calcolo dei parametri sismici:

Massa partecipante		
$M^*[\text{KN}] = \frac{(\sum P_i \cdot \delta_{xPi} + \sum N_i \cdot \delta_{xNi})^2}{g \cdot (\sum P_i \cdot \delta_{xPi}^2 + \sum N_i \cdot \delta_{xNi}^2)}$	$= \frac{4592393,81}{14126,93} =$	$325,08$
Frazione di massa partecipante		
$e^* = \frac{g \cdot (M^*)}{\sum (P_i + N_i)}$	$= \frac{3189,04}{3813,75} =$	$0,836$
Accelerazione spettrale		
$a_0^*[\text{m/s}^2] = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^*}$	$= \frac{0,061}{0,836} =$	0,072

Analisi cinematica lineare:

Periodi					
$T_1 =$	0,37	$T_c =$	0,50	$T_B =$	0,17
Spettro elastico in accelerazione delle componenti orizzontali					
$Se(T_1) = a_g \cdot S \cdot F_0 \cdot n$	3,05	m/s^2			
Analisi cinematica lineare					
$a_0^* \geq \max(ag^*S/q) ; (Se(T_1) \cdot \Psi(z) \cdot \gamma/q)$					
a_0^*	\geq	max	1,22 2	;	0,6 2
a_0^*	\geq	max	0,61	;	0,3
a_0^*	$=$	0,072			
$0,072 \leq 0,61$		NON VERIFICATO			

Il meccanismo in questo caso risulta come non verificato. Prima di procedere per un'eventuale verifica non lineare si è deciso di svolgere nuovamente il calcolo annullando la spinta orizzontale della volta, considerandola quindi come totalmente assorbita dalle catene presenti nella navata. Il nuovo coefficiente di attivazione sarà:

Parte III. Modellazione e analisi strutturali

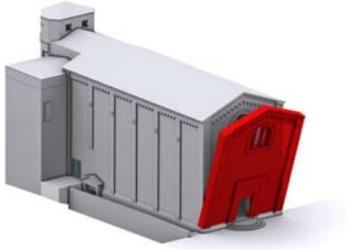
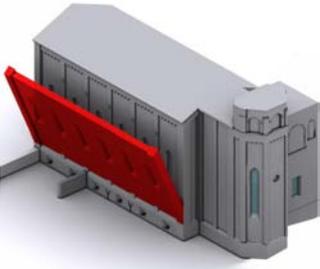
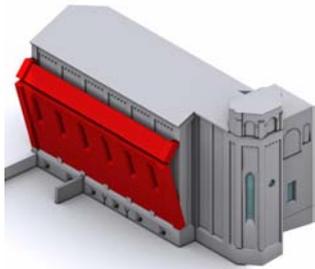
Analisi Strutturale dei Macroelementi e Cinematismi

Coefficiente d'attivazione			
$\alpha_0 =$	$\frac{(P1\delta y_{P1})+(Nv\delta y_{Nv})+(P2\delta y_{P2})+(Nc\delta y_{Nc})+(W\delta y_w)-}{(No\delta x_{No})+(fW\delta x_{fW})}$	$= \frac{1755,95}{19094,015} =$	0,091
	$\frac{(P1\delta x_{P1})+(Nv\delta x_{Nv})+(P2\delta x_{P2})+(Nc\delta x_{Nc})+(W\delta x_w)}{}$		
Massa partecipante			
$M^* [KN]$	$= \frac{(\sum P_i \cdot \delta_{xPi} + \sum Ni \cdot \delta_{xNi})^2}{g \cdot (\sum P_i \cdot \delta_{xPi}^2 + \sum Ni \cdot \delta_{xNi}^2)}$	$= \frac{4041943,47}{13476,87} =$	325,08
Frazione di massa partecipante			
e^*	$= \frac{g^*(M^*)}{\sum (Pi+Ni)}$	$= \frac{3189,04}{3813,75} =$	0,836
Accelerazione spettrale			
$a_0^* [m/s^2]$	$= \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^*}$	$= \frac{0,902}{0,836} =$	1,08

Analisi cinematica lineare					
a^*_0	\geq	max	0,61	;	0,3
a^*_0	$=$	1,08			
$1,08 \geq 0,61$		VERIFICATO, rapporto del 177%			

7.5.7. Analisi dei risultati

Si riportano in maniera sintetica i risultati delle verifiche sopra effettuate per favorire un confronto e individuare i macroelementi più vulnerabili. Con la sigla **NV** si indicano quei meccanismi per i quali la spinta orizzontale della volta è stata considerata come totalmente assorbita dalle catene presenti in navata.

MACR.	MECCANISMO		SLV LINEARE	SLV NON LINEARE
1	1.1 Ribaltamento della facciata		NON VERIFICATO 184%	VERIFICATO 150%
3	3.1 Risposta trasversale dell'aula- ribaltamento sud		NON VERIFICATO 160%	/
	3.1 NV Risposta trasversale dell'aula- ribaltamento sud		NON VERIFICATO 165%	VERIFICATO 150%
	3.1 Risposta trasversale dell'aula- flessione sud		NON VERIFICATO 847%	/
	3.1 NV Risposta trasversale dell'aula- flessione sud		VERIFICATO 177%	/

Dalla schematizzazione emerge come il meccanismo avente meno probabilità di verificarsi sia quello di flessione della parete sud in quanto il suo coefficiente di

attivazione sismica è quello avente il valore maggiore, ovvero questa configurazione è la meno pericolosa poiché serve un valore del coefficiente più alto per attivarla.

8.MODELLAZIONE E ANALISI STRUTTURALI

8.1. INTRODUZIONE

Attraverso la precedente analisi cinematica¹ è stato possibile valutare la risposta sismica dell'edificio solo localmente. Per la valutazione della sicurezza è importante determinare anche il comportamento globale della struttura: questo è attuabile attraverso la costruzione di modelli numerici ad elementi finiti, in grado di simulare il comportamento dell'edificio se sottoposto a determinate sollecitazioni. La validità delle analisi eseguite dipende dall'affidabilità del modello che per questo motivo, oltre ad una geometria rappresentativa e verosimile rispetto all'edificio reale, deve avere proprietà dei materiali calibrate. La trattazione che segue punta quindi allo sviluppo di un modello FEM (modellazione tramite il metodo degli elementi finiti) attendibile della Cappella degli Scrovegni, seguendo i seguenti *step*:

- Costruzione del modello con un'assegnazione preliminare delle proprietà dei materiali sulla base della normativa.
- Analisi di sensitività dei parametri per individuare quelli che maggiormente influiscono sul comportamento dinamico della struttura.
- Calibrazione sulla base dei parametri modali ottenuti dall'identificazione dinamica attuata su un modello sperimentale².
- Analisi della qualità del modello ottenuto sulla base del confronto in termini di frequenza (calcolo dell'errore medio) e delle forme modali (calcolo dell'indice di MAC).

La costruzione del modello avverrà in un primo momento con l'uso del software *Straus7*, tramite il quale si effettueranno un'analisi statica lineare (peso proprio) e una dinamica lineare della struttura. Una volta calibrato il modello, si passerà alla modellazione in ambiente *Diana TNO* che permette di implementare il comportamento non lineare dell'edificio, valutando la risposta sismica globale attraverso l'analisi statica non lineare (*pushover*).

¹ Si veda il cap.7. Analisi strutturale dei macroelementi e cinematismi.

² Per la procedura riguardante l'identificazione dinamica si veda il cap.6.5. Identificazione dinamica sulla base dei dati del monitoraggio.

8.2. BASI TEORICHE PER LA MODELLAZIONE ED I METODI DI ANALISI

Strutture storiche come la Cappella degli Scrovegni non sono state progettate seguendo i principi della meccanica dei materiali e delle strutture ma facendo riferimento a quelle definibili come *regole dell'arte*, basate sull'esperienza derivante dall'osservazione del comportamento di edifici già costruiti. Inoltre l'età dei manufatti, nella maggior parte dei casi, rende difficile se non impossibile, il reperimento delle informazioni riguardanti i materiali ed i metodi costruttivi utilizzati.

Lo schema statico di un edificio storico sarà quindi differente rispetto a quello di uno di recente costruzione. I carichi agenti vengono assorbiti principalmente dalla resistenza a compressione della muratura, mentre quella a trazione è tendenzialmente nulla, fatta eccezione del caso di archi e volte in cui è affidata alla presenza di catene in ferro. Il comportamento strutturale è quindi variabile e difficilmente prevedibile, la sua analisi può diventare piuttosto complessa e richiedere l'uso di approcci numerici prevalentemente basati sulla metodologia FEM (Finite Element Method).

8.2.1. L'analisi strutturale

L'obiettivo dell'analisi strutturale è quello di interpretare il comportamento degli edifici per valutarne la sicurezza e progettare gli eventuali interventi di consolidamento a fronte di determinate sollecitazioni. L'analisi è suddivisibile in due categorie, a seconda della tipologia di carico con cui viene sollecitata la struttura: si definisce statica nel caso di applicazione di un carico costante nel tempo per intensità e punto di applicazione, dinamica se il carico varia durante il periodo di riferimento. Questo secondo caso, in cui rientrano anche le sollecitazioni causate dalle azioni sismiche, richiede modellazioni più complesse, per adeguare la struttura alle successive deformazioni a cui sarà sottoposta. Per casi studio complessi come quello oggetto di tesi, lo studio del comportamento strutturale e la verifica della capacità resistente risultano piuttosto onerosi in termini computazionali e di tempo di calcolo: per questo motivo si rende necessario l'utilizzo di analisi automatizzate di tipo numerico implementate da appositi *software* che utilizzano il metodo agli elementi finiti (FEM).

8.2.2. Il metodo degli elementi finiti

Il metodo degli elementi finiti FEM (Finite Element Method) è una tecnica numerica atta a cercare soluzioni approssimate di problemi descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali, riducendo queste ultime a un sistema di equazioni algebriche³. Questo metodo è più competitivo rispetto ad altri poiché si presta a risolvere equazioni alle derivate parziali quando il dominio abbia forma complessa, nel caso in cui siano presenti condizioni al contorno variabili o le soluzioni manchino di continuità. La caratteristica principale del metodo degli elementi finiti è la discretizzazione attraverso la creazione di una griglia (*mesh*) composta da primitive (elementi finiti) di forma codificata (triangoli, quadrilateri, esaedri e tetraedri), per ognuna delle quali la soluzione può essere espressa dalla combinazione lineare di funzioni dette “di forma” (*shape functions*). La funzione viene quindi approssimata e i valori calcolati con metodo iterativo, in modo da individuare quelli che forniscono, non la soluzione esatta, ma il minor errore su tutta la soluzione. Detto \bar{f} il vettore delle forze esterne su un nodo e \bar{u} il vettore che rappresenta i gradi di libertà dello stesso avremo che:

$$\bar{f} = K \cdot \bar{u}$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$$

con K = matrice di rigidità (*stiffness matrix*) mentre i termini delle matrici si esprimono come:

$$a_{ij} = \int_a^b \frac{\partial}{\partial x} [\phi_j(x) \cdot \phi_i(x)] \cdot \alpha(x) dx + \int_a^b \phi_j(x) \cdot \sigma(x) \cdot \phi_i(x) dx$$

$$f_{ij} = \int_a^b \phi_j(x) \cdot f(x) dx + \left[\phi_j(x) \cdot \alpha(x) \cdot \frac{\partial u_h}{\partial x} \right]_a^b$$

³ Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. (2000), *The finite element method*.

La relazione individua la dualità tra forze esterne e spostamenti. La risoluzione dell'equazione $\bar{f} = K \cdot \bar{u}$ permette la determinazione dei coefficienti \bar{u}_i necessari alla definizione dell'approssimazione nello spazio discretizzato localizzata nel dominio richiesto. Il problema reale verrà quindi schematizzato tramite un modello fisico che semplifichi la realtà, attraverso ad esempio materiali il più possibile omogenei, piccole deformazioni, elasticità lineare e semplificazioni della geometria. Per la completa caratterizzazione del modello strutturale bisogna definire le relazioni di equilibrio tra forze esterne e interne, di congruenza cinematica tra spostamenti e deformazioni, e di legame costitutivo che contraddistingue il comportamento meccanico del materiale costituente la struttura. Tutti i programmi che impiegano il metodo degli elementi finiti per l'analisi strutturale sono dotati di una libreria di elementi finiti monodimensionali, bidimensionali e tridimensionali per facilitare la modellazione di una struttura reale.

8.2.3. Idealizzazione del comportamento della muratura

La muratura è un materiale composito formato da un insieme ordinato di blocchi interconnessi, congiunti a secco o attraverso giunti di malta e le proprietà sono strettamente dipendenti da quelle dei suoi singoli costituenti. Si possono individuare tre principali entità:

- I blocchi;
- La malta;
- I giunti di interfaccia.

Mentre i blocchi e la malta sono definibili come materiali indipendenti e con proprie caratteristiche meccaniche, i giunti d'interfaccia sono definibili come un'astrazione che rappresenta l'interazione del comportamento tra malta e blocchi, e si comportano come piani deboli. A causa di questa forte anisotropia il comportamento della muratura è di difficile interpretazione e bisogna quindi ricorrere, come nel caso della geometria, a delle semplificazioni.

Le principali tipologie di analisi compatibili con queste semplificazioni sono (Fig. 8.1):

- Analisi lineare (con rispetto della legge di elasticità di Hooke);
- Analisi non lineare (in grado di tracciare la risposta strutturale dal campo elastico del materiale fino al completo collasso);

- L'analisi plastica (o analisi limite, permette di valutare il comportamento della struttura nella fase di rottura.

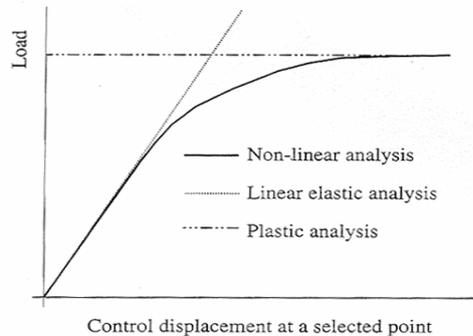


Fig. 8.1. Diagramma sforzo-deformazioni generale

8.2.4. Analisi lineare

L'analisi si basa sulla teoria dell'elasticità di Hooke $\sigma = E \cdot \varepsilon$ dove:

- $\sigma = F/A$ è lo sforzo, con **F** la forza agente e **A** l'area su cui tale forza agisce
- $\varepsilon = \Delta l/l$ è la deformazione, con **Δl** la deformazione subita dal corpo e **l** la sua dimensione originaria.

Il rapporto tra sforzi e deformazioni si assume come lineare, con comportamento secondo uno schema lineare-elastico, fintanto che i carichi non raggiungano grandezze troppo elevate per le quali si perde tale relazione. Tuttavia la muratura a causa della sua forte anisotropia e della resistenza a trazione nulla, difficilmente segue tale relazione lineare e per questo motivo vengono predilette analisi di tipo non lineare per meglio descrivere il comportamento del materiale. In ogni caso l'analisi lineare, anche se produce risultati poco raffinati, grazie alle sue tempistiche di elaborazione piuttosto ridotte, può essere utilizzata come controllo preliminare per studiare il processo che porta alle deformazioni, per fornire una previsione dell'evoluzione del danno. In definitiva quindi questo tipo di analisi può essere sempre sfruttata come punto di partenza per delle buone modellazioni, ipotizzando prima il modello con un comportamento lineare-elastico e in un secondo momento, sulla base dei dati ottenuti, approfondire lo studio tramite un'analisi più completa come quella non lineare.

8.2.5. Analisi non lineare

Questo tipo di analisi permette di tracciare la risposta completa delle strutture, dal campo elastico fino al collasso, passando per lo stato fessurato. Per strutture che subiscono forti deformazioni e spostamenti vengono meno le ipotesi alla base della teoria elastica e bisogna quindi formularne di nuove:

- Non linearità geometrica: si intende la possibilità di spostamenti non proporzionali ai carichi, ovvero la configurazione deformata e quella in deformata non possono essere ritenute equivalenti a causa di grandi rotazioni, effetti del secondo ordine, effetto trave-colonna;
- Non linearità fisica: comportamento dei materiali duttili oltre il limite di snervamento, ovvero un comportamento la cui risposta sforzo-deformazione deve essere descritta nel campo anelastico ricorrendo a modelli di plasticità concentrata (cerniere plastiche) o diffusa (modelli a fibre);
- Non linearità dei vincoli: possibilità che le condizioni di vincolo dipendano dal carico.

Soprattutto nel campo della muratura storica, i risultati ottenuti da questo tipo di analisi risultano essere molto simili al comportamento reale della struttura poiché ne simula in maniera soddisfacente le caratteristiche meccaniche, ovvero buona resistenza a compressione e rottura per modesti valori di trazione.

8.2.6. Analisi plastica

L'analisi plastica si rivolge al solo Stato Limite Ultimo, valutando quindi solamente il comportamento a rottura e la risposta duttile che in teoria il materiale dovrebbe esibire, ovvero l'insieme delle deformazioni plastiche oltre il limite di snervamento e la perdita di proporzionalità tra sforzi e deformazioni, prima del raggiungimento del carico critico di rottura. Pertanto si devono necessariamente conoscere le caratteristiche meccaniche dei materiali oltre il limite di snervamento dato che il comportamento a rottura è irrilevante ai fini dell'analisi. Questa tipologia di approccio risulta quindi essere molto valida per quanto riguarda gli edifici storici in muratura

vista la complessità del comportamento non lineare in compressione e della resistenza a trazione nulla che essi presentano.

8.2.7. La modellazione FE

Come detto in precedenza, lo scopo della modellazione FE è la valutazione del comportamento e della risposta globale rispetto a delle sollecitazioni esterne. La modellazione riproduce i volumi e la geometria della struttura analizzata attraverso l'utilizzo di elementi finiti sui quali si applicheranno le caratteristiche meccaniche, fisiche e geometriche, in modo da simulare i singoli materiali costituenti. Lo *step* successivo è quello dell'applicazione delle sollecitazioni esterne e attraverso appositi *software* sarà possibile determinare parametri quale lo stato di tensione e di deformazione. A *mesh* più fitte corrispondono soluzioni più simili al comportamento reale della costruzione ma in questo caso i tempi di calcolo sono più lunghi; viceversa una suddivisione più grande diminuisce i tempi di computazione ma i risultati saranno meno precisi. I valori ottenuti dovranno poi essere sempre seguiti da un'analisi critica e sarà di estrema importanza la calibrazione del modello con dati sperimentali, se disponibili.

8.2.8. Software di calcolo

Per lo studio dell'analisi lineare il *software* impiegato in questo specifico caso studio è *Straus7*, che risulta essere abbastanza intuitivo e permette una modellazione sufficientemente precisa della geometria del manufatto grazie ad un'interfaccia grafica specifica e alla facilità nell'applicazione di attributi, condizioni di vincolo e di carico. I risultati inoltre possono essere visualizzati e gestiti in modo semplice grazie alla loro presentazione sottoforma di tabelle e grafici. I problemi che si riscontrano sono per lo più imputabili alla gestione delle proprietà non lineari, soprattutto per quanto riguarda il comportamento anisotropo della muratura. Le entità che costituiscono il modello *Straus7* sono le unità logico-costruttive. Sono entità i nodi (*nodes*), gli elementi come ad esempio *plates* o *beam*, i cosiddetti *links*, ovvero legami multinodo, i vertici (*vertices*) per la localizzazione della geometria. Gli attributi invece (*Attributes*) sono caratteristiche associate alle entità, come una *translational mass* che è un attributo di un nodo che descrive il valore di una massa assegnata a quell'entità.

Nel caso studio oggetto di tesi verranno usati come solutori del *software*: lineare di tipo elastico (*Linear Static Analysis*) e lineare di tipo dinamico (*Natural Frequency Analysis*).

Nel caso di analisi non lineari, il *software* impiegato è stato invece *Diana TNO 9.6*, che permette di implementare il comportamento non lineare dei materiali attraverso l'applicazione di un sistema di forze crescenti monotone ad un modello della struttura soggetta ai carichi gravitazionali, valutando la curva di capacità della struttura. La curva ottenuta dall'analisi *pushover* del sistema è detta appunto curva di capacità e rappresenta l'involuppo dei cicli d'isteresi prodotti durante la realizzazione del sisma e può essere considerata come un indicatore del comportamento post elastico della struttura: si riporta convenzionalmente l'andamento del taglio risultante alla base rispetto allo spostamento orizzontale di un punto di controllo della struttura ritenuto significativo per il comportamento globale. Il software permette inoltre di visualizzare specifici stati di danno associabili ai diversi punti costituenti la curva, ovvero è possibile associare a determinati livelli di spostamento il grado di funzionalità atteso ed il danno corrispondente.

Si illustrano ora nello specifico le basi teoriche utilizzate per i singoli metodi di analisi condotti per l'edificio oggetto di studio.

8.2.8.1. Linear static analysis

Le analisi vengono condotte sulla base dell'ipotesi che la struttura abbia un comportamento lineare e che l'applicazione dei carichi sia di tipo statico, indipendentemente dalla combinazione utilizzata. Il solutore si articola in una serie di *step*, partendo dal calcolo e dall'assemblaggio della matrice di rigidità K , delle forze degli elementi e delle forze applicate ai nodi come *attributes*. Il software inserisce poi queste variabili all'interno di un sistema lineare di equazioni di equilibrio ($\vec{f} = K \cdot \vec{u}$), dove le incognite sono fornite dagli spostamenti dei nodi. Attraverso questa analisi è quindi permesso di calcolare gli sforzi, le tensioni, i parametri delle sollecitazioni agenti e la densità di energia nei vari elementi modellati.

8.2.8.2. Natural frequency analysis

Questa tipologia di analisi viene utilizzata per l'individuazione delle frequenze naturali che caratterizzano i diversi modi di vibrare della struttura, quando soggetta a differenti combinazioni di carico. Il software è quindi in grado di determinare gli autovalori e gli autovettori del problema caratteristico generalizzato istituito sulla matrice delle rigidezze e su quella delle masse del sistema, grazie all'equazione:

$$[K]\{x\}=\omega^2 [M]\{x\}$$

dove: [K] = matrice globale delle rigidezze

[M] = matrice globale delle masse

{x} = vettore dei modi di vibrazione

ω = frequenza naturale

8.2.8.3. Non linear static analysis (pushover)

Per eseguire un'analisi non lineare con il programma DIANA TNO 9.6 sono utili alcune conoscenze teoriche sul comportamento non lineare, sui procedimenti iterativi (nel specifico Newton-Raphson) e su alcune procedure opzionabili fornite dal programma di calcolo per eseguire l'analisi.

Procedura iterativa di Newton-Raphson⁴

Per l'analisi non lineare di un modello ad elementi finiti vengono utilizzate, come detto in precedenza, procedure di soluzione di tipo incrementale iterativo: il carico agente sulla struttura viene applicato tramite incrementi successivi predefiniti (*step*) per i quali si ricerca la condizione di equilibrio per mezzo di iterazioni, che si interrompono quando vengono soddisfatte una o più condizioni di tolleranza prestabilite all'inizio dell'analisi. I criteri di tolleranza utilizzabili sono:

- la norma della variazione della forza interna resistente;
- la norma del disequilibrio delle forze;
- la norma della variazione dell'energia ;
- la norma dello spostamento correttivo.

⁴ DIANA, Analysis Procedures 2007.

Facendo riferimento ad un approccio agli spostamenti, si considera una struttura lineare sollecitata da un carico incrementale pari a $\lambda_i P_0$, con λ_i fattore di carico all'incremento i-esimo. Risolvere la procedura significa verificare l'equilibrio fra le forze interne resistenti e i carichi esterni, cioè risolvere il sistema di equazioni:

$$K U_i = \lambda_i P_0$$

dove K = matrice funzione lineare degli spostamenti dovuta alle forze interne resistenti;

U_i = matrice degli spostamenti.

Se invece considero una struttura non lineare, l'equilibrio sarà descritto da:

$$R(U_i) = \lambda_i P_0$$

dove $R(U_i)$ =matrice forze resistenti, funzione non lineare degli spostamenti e per risolverla si usa un'approssimazione, per cui al passo infinitesimo δU , la funzione δR è lineare e pari a:

$$\delta R = K_t \delta U$$

dove K_t =matrice di rigidezza tangente.

Per ricavare lo spostamento U si utilizzano procedure incrementali $\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \delta u_{i+1}$, le più comuni sono la procedura di *Newton-Raphson* e la *Newton-Raphson* modificata. Nella procedura *Newton-Raphson* la matrice di rigidezza tangente $K_t = \delta g / \delta \Delta u$ è calcolata ad ogni iterazione (Fig. 8.2), mentre nel metodo di *Newton-Raphson* modificato gli spostamenti correttivi in tutte le iterazioni sono determinati utilizzando la matrice di rigidezza tangente iniziale K_t^0 (Fig.8.3).

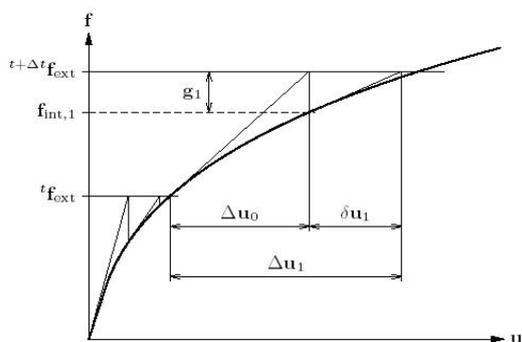


Fig. 8.2. Procedura iterativa di Newton-Raphson (DIANA, Analysis Procedures 2007)

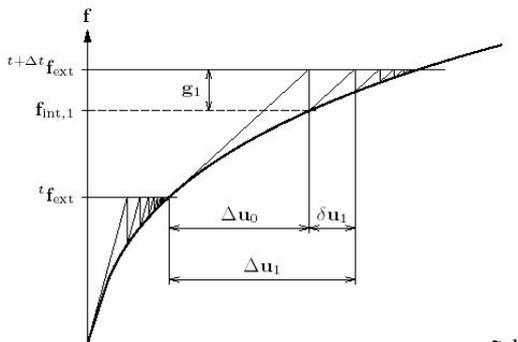


Fig. 8.3. Procedura iterativa di Newton-Raphson modificato. (DIANA, Analysis Procedures 2007)

In genere mettendo a confronto i due metodi, si ha un vantaggio in termini di oneri

computazionali per quanto riguarda la procedura di Newton-Raphson modificata, a fronte però di un maggior numero di iterazioni. Mentre un vantaggio certo della procedura modificata è che si possono verificare situazioni nelle quali il metodo di Newton-Raphson non converge, mentre quello modificato riesce ancora a trovare una soluzione.

Line search⁵

I metodi di iterazione utilizzati dai programmi di calcolo sono basati su una ragionevole previsione, in modo tale che il processo converga verso una precisa soluzione numerica; se la previsione è troppo lontana dall'equilibrio il processo di iterazione non riesce più a convergere e si blocca. Questo può facilmente succedere per strutture che presentano forti non linearità, come nei casi di fessurazione dei materiali. L'algoritmo *line search* fa uso della previsione di incremento dello spostamento dell'iterazione $\delta \mathbf{u}$, così come ottenuta dall'ordinaria iterazione prevista dall'algoritmo e scala il vettore in modo tale da minimizzare l'energia potenziale. Benché l'energia potenziale non sia da considerarsi la corretta terminologia per descrivere il comportamento fisico, finché il minimo locale dell'energia potenziale rappresenta l'equilibrio, il minimo interno alla linea di ricerca può essere considerato la migliore soluzione utilizzabile. Per determinare il vettore spostamento incrementale $\Delta \mathbf{u}_{i+1}$, si utilizza:

$$\Delta \mathbf{u}_{i+1} = \Delta \mathbf{u}_i + \eta \delta \mathbf{u}_{i+1},$$

dove $\Delta \mathbf{u}_{i+1}$ viene ricavato dal metodo di iterazione ordinario selezionato per il processo di analisi. Il minimo dell'energia potenziale Π , viene calcolato in base alla derivata dell'energia potenziale rispetto a η uguagliata a zero:

$$s(\eta) = \frac{\partial \Pi}{\partial \eta} = \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \eta} = \mathbf{g}(\eta)^T \delta \mathbf{u} = 0$$

Per cercare di trovare la soluzione $s(\eta)=0$, bisogna calcolare s al variare dei valori η . I primi due valori vengono facilmente derivati dall'iterazione originale del processo. Dunque una direzione di ricerca viene calcolata, per il valore $s(0)$ ed una per il valore $s(1)$, calcolati tramite il prodotto interno $\delta \mathbf{u}$ con il fuori bilanciamento della forza alla

⁵ DIANA, Analysis Procedures, 2007.

fine dell'iterazione e all'inizio dell'iterazione. Solitamente il metodo *line search* in *DIANA TNO* è usato solamente come aiuto al metodo iterativo ordinario, perciò la ricerca della linea non continua fino ad avere $s(\eta)=0$, ma la ricerca termina quando in valore assoluto $s(\eta)$ ha un valore minore a ψ , in molti casi un valore pari a 0.8 (valore base impostato dal programma) è sufficiente a stabilizzare il processo di iterazione (nel caso che il valore s sia di segno opposto, il metodo *Regula-Falsi* può essere usato come previsione del valore $s(\eta)=0$).

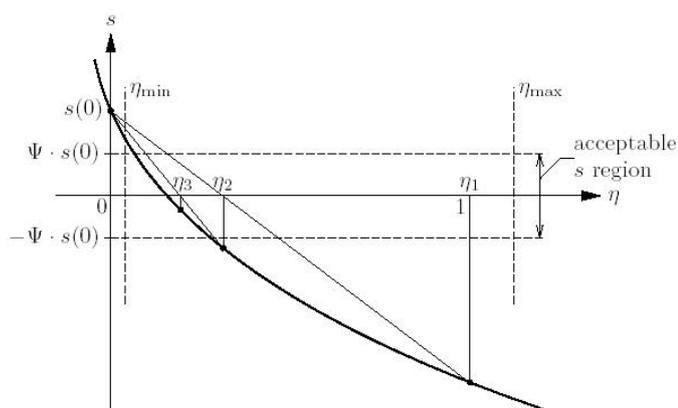


Fig. 8.4. Iterazioni *line search* (DIANA, Analysis Procedures 2007).

Arc length-control⁶

In un comune processo di iterazione, l'incremento di spostamento al variare del carico può presentare andamenti differenti. Si possono presentare situazioni in cui il grafico forza-spostamento presenta una curva che torna indietro (*snap-back*) e altre in cui l'andamento è pressoché orizzontale o discendente (*snap-through*). Quest'ultima situazione è facilmente verificabile per i casi in cui la non linearità dei materiali comporta spostamenti crescenti in corrispondenza a diminuzioni del carico applicato. Se si esegue un analisi senza attivare l'opzione *arc length-control* il programma non converge a soluzione ed arresta l'analisi saltando tutta la parte di grafico relativa alla fase di scarico; mentre attivando l'opzione il programma costringe la norma dello spostamento incrementale ad uno spostamento prestabilito, adattando

⁶ DIANA, Analysis Procedures, 2007.

simultaneamente la dimensione dell'incremento di carico (*step*), che quindi può essere anche negativo. Si noti che la dimensione dello *step* adattata non è prestabilita a priori prima dell'inizio del processo di iterazione, ma viene ricavata attraverso il vettore forza esterna applicato all'inizio dell'incremento \mathbf{f}_{ext} e il valore dell'incremento $\Delta\lambda_i$.

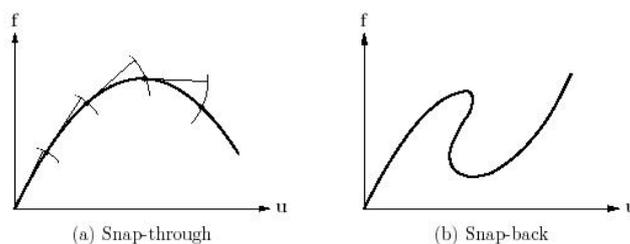


Fig. 8.5. Arc length-control (DIANA, Analysis Procedures 2007).

8.2.8.4. Comportamento non lineare dei materiali e l'energia di frattura

La duttilità di un materiale è la capacità di un materiale di sopportare deformazioni senza eccessivo decremento dello sforzo. Molti materiali presentano una prima fase in campo elastico lineare ed una fase successiva in campo plastico nel quale il materiale si fessura, prima di arrivare al cedimento definitivo, comportamento tipico di materiali fragili come lo sono le pietre, il laterizio, i marmi e il calcestruzzo⁷. L'apertura di una fessura nel materiale è conseguenza del superamento della tensione principale nella direzione ortogonale all'apertura stessa (Fig. 8.6), quando si crea una fessura le tensioni si riducono progressivamente con l'aumentare dell'apertura, questo comportamento viene descritto dalla curva di *softening*, che rappresenta la possibilità del materiale di dissipare una notevole quantità di energia per unità di volume. Il processo si conclude una volta raggiunta la deformazione ultima, e l'energia necessaria a compiere tale lavoro di deformazione è denominata energia di frattura G_f .

⁷ DIANA, Material Library, 2007

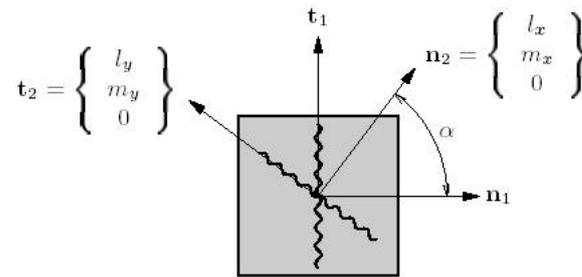


Fig. 8.6. Modello a fessurazione multi direzionale (DIANA, Material library 2007).

I meccanismi di fessurazione implementabili dal codice utilizzato sono due⁸:

- *Discrete cracking*
- *Smearred cracking*

Nel *discrete cracking* la lesione è rappresentata da una determinata larghezza dovuta alla separazione di nodi che in precedenza occupavano la stessa posizione, questo tipo di approccio è utilizzato per analisi riguardanti pannelli murari o manufatti di dimensione ridotta, in quanto la fessurazione è strettamente connessa alla mesh utilizzata.

Nello *smearred cracking*, si utilizza la teoria del continuo meccanico ed è stato originariamente formulato basandosi su criteri di rottura espressi in termini di legge tensioni-deformazioni (Rots, 1993); ci si basa sulla scomposizione della deformazione totale in due parti, una elastica (ϵ_e) ed una inerente al materiale interno alla lesione (ϵ_{cr}): $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_{cr}$. Tale deformazione può essere dovuta sia ad una fessurazione diffusa che ad una fessurazione concentrata mediante una larghezza di banda h (*crack bandwidth*). La larghezza della banda di fessurazione può essere prestabilita prima dell'analisi o in alternativa lasciata libera, in tal caso il programma DIANA 9.6 TNO la calcola di *default* in base al tipo di *mesh* applicata.

I valori di *default* sono i seguenti:

- $h = \sqrt{2A}$ per elementi bidimensionali con funzione di forma lineare, dove A è l'area totale dell'elemento;
- $h = \sqrt{A}$ per elementi bidimensionali con funzione di forma di ordine maggiore;

⁸ DIANA, Material Library 2007

- $h = \sqrt[3]{V}$ per elementi tridimensionali, dove V è il volume totale dell'elemento;
- $h = 1$ per elementi *truss* e *plane strain*;
- $h = L$ per elementi *beam*, dove L è la lunghezza dell'elemento;

In base al modello realizzato per il presente studio, si utilizza come meccanismo di fessurazione lo *smearred cracking*. Si utilizza poi il modello *total-strain crack*, che descrive il materiale attraverso una legge costitutiva tensioni-deformazioni e si distingue in base al comportamento degli assi di riferimento locali in *fixed* e *rotating crack* (Fig. 8.6). In entrambi i modelli la fessura ha inizio nel momento in cui le tensioni principali superano la resistenza del materiale e l'orientazione della fessura è ortogonale alla direzione principale di massima deformazione. Nel *fixed crack model* la legge tensioni-deformazioni è valutata in un sistema di coordinate fisso, nelle direzioni principali della fessura. Nel *rotating crack* invece, la relazione tensione-deformazione è applicata ad un sistema di coordinate n-t, con n asse ortogonale alla fessura e t asse lungo la fessura, riferiti al piano della fessura e che vengono ruotate in modo da essere allineate alle direzioni delle tensioni principali.

Per quanto riguarda il tipo di legge costitutiva tensioni-deformazioni che descrive il comportamento non lineare in trazione e in compressione del materiale, il programma *DIANA 9.4.4 TNO* offre una numerosa scelta di comportamenti predefiniti (Fig. 8.-8.8), ai quali basta solo inserire i valori dei parametri caratteristici del materiale.

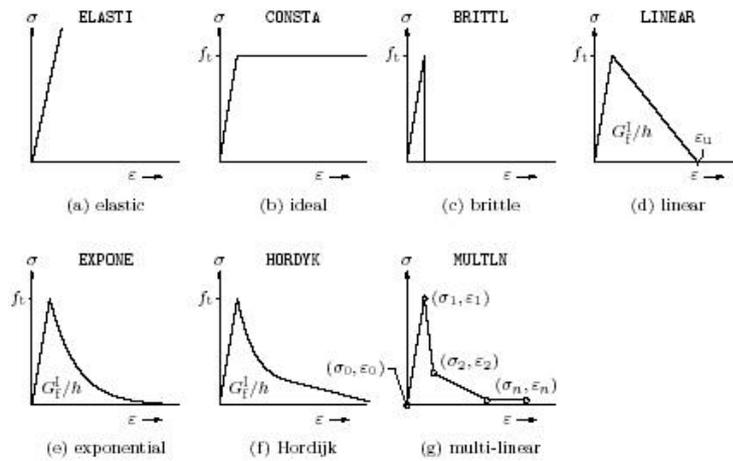


Fig. 8.7: modelli predefiniti di comportamento a trazione per il Total Strain model (DIANA, Material Library 2007)

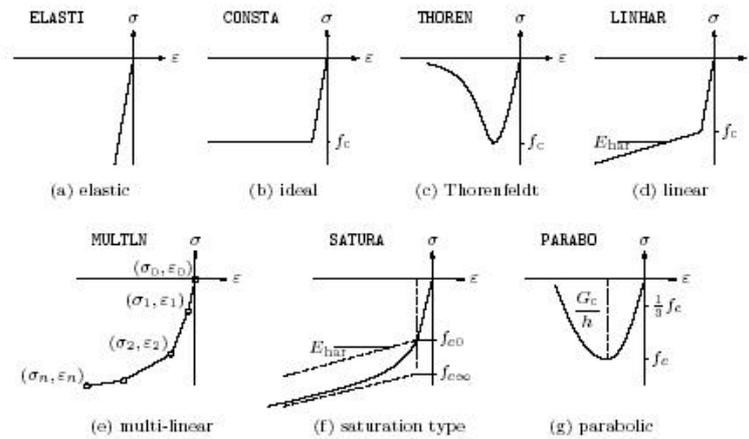


Fig. 8.8: modelli predefiniti di comportamento a compressione per il Total Strain model (DIANA, Material Library 2007)

8.3. COSTRUZIONE DEL MODELLO FE IN STRAUS7

Come detto in precedenza, il fine della costruzione di un modello ad elementi finiti è quello di studiare il comportamento strutturale dell'edificio e verificarne la capacità resistente, utilizzando analisi automatizzate di tipo numerico implementate da appositi *software* che utilizzano il suddetto metodo agli elementi finiti (FEM).

La costruzione della geometria, per quanto riguarda il modello FE della Cappella degli Scrovegni, non è stata effettuata direttamente in ambiente *Straus7* ma si è preferito modellarla con il programma di disegno *Autodesk Autocad*; sono stati tracciati gli assi di tutte le murature, sulla base dei quali sono state costruite le regioni semplificate che le rappresentano. Come si può notare in Fig. 8.9 le macroregioni sono state suddivise orizzontalmente laddove si poggiasse la base di una volta o di un solaio, in modo da poter costituire, una volta importato il modello in ambiente *Straus*, una continuità tra parete ed orizzontamento. Non sono state modellate le capriate e le volte a vela di presbiterio e abside, mentre è stata semplificata la geometria delle finestre, riducendo le relative forometrie, come nel caso di tutte le porte, a semplici rettangoli. Successivamente il modello è stato importato nel programma di modellazione strutturale *Straus7*.

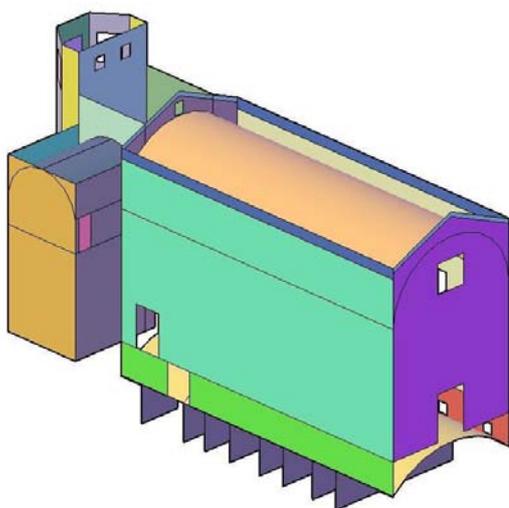


Fig. 8.9. Modello costituito da regioni realizzato in *Autodesk Autocad*.

In seguito all'importazione della geometria si è potuto definire il vero e proprio modello ad elementi finiti. Come primo *step* è stata definita la *mesh*, in questo caso caratterizzata da elementi *plate* a 4 nodi. Il modello è costituito da 25724 nodi, 25003 *plates* e 12 *beams*. Un elemento di tipo *plate* è caratterizzato da un solo valore

ottenuto come media dei risultati calcolati nel continuo della sua estensione: maggiore è la dimensione del *plate*, maggiore è l'approssimazione cui si va in contro⁹. Considerando che all'aumentare del numero di elementi il tempo necessario per la soluzione del modello cresce in modo più che lineare, si è ritenuto che una dimensione adeguata dei *plate*, che mediasse fra precisione e tempi di soluzione, fosse attorno ai 30x30 cm. Si è poi passati ad una schematizzazione del modello reale associando ad ogni *layer* le caratteristiche geometriche e fisiche che identificano il materiale; attraverso il comando *attributes-plates* sono stati definiti il modulo elastico, il coefficiente di Poisson, la densità, lo spessore: i valori sono stati individuati secondo normativa¹⁰, non avendo informazioni specifiche mentre la misura dello spessore è stata rilevata in sito (Tab. 8.1).

	Materiale	Modulo elastico E (MPa)	Coefficiente di Poisson ν	Densità (kg/mm ³)	Spessore (mm)
Pareti cripta	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	900
Setti cripta	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	550
Volta cripta	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	500
Pareti navata	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	670
Parete con arcone	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	880
Tamponamento su parete con arcone	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	880
Volta a botte	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	360
Pareti sacrestia	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	650
Tamponamento pareti sacrestia	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	570
Solaio sacrestia	Laterocemento	24768	0,2	$2,4 \times 10^{-6}$	250
Volta sacrestia	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	325
Parete presbiterio	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	600
Parete abside	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	440
Parete abside (sud)	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	700
Pareti torretta	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	720
Tamponamento pareti torretta	Muratura	1500	0,15	$1,8349 \times 10^{-6}$	440
Cordolo	Cemento armato	24768	0,2	$2,4 \times 10^{-6}$	370

Tab. 8.1. Caratteristiche geometriche e fisiche delle parti del modello.

⁹ Si veda il paragrafo 8.2.7. La modellazione FE.

¹⁰ C8A.2.1. della Circolare 2 febbraio 2009, n. 617 - Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008, p. 389.

Come si può notare dalla Tab. 8.1 le proprietà del materiale muratura sono state applicate a tutte le pareti verticali e alle volte; l'unico parametro differente sarà quindi quello dello spessore.

Vengono poi associate al modello le condizioni al contorno: incastri perfetti che permettono l'ancoraggio al suolo, ed il peso proprio come carico agente. Come si può notare dalla Fig. 8.10 le pareti contro-terra della cripta non sono state modellate poiché ininfluenti nel comportamento globale, avendo posizionato i vincoli all'attacco tra pareti fuori-terra e suolo.

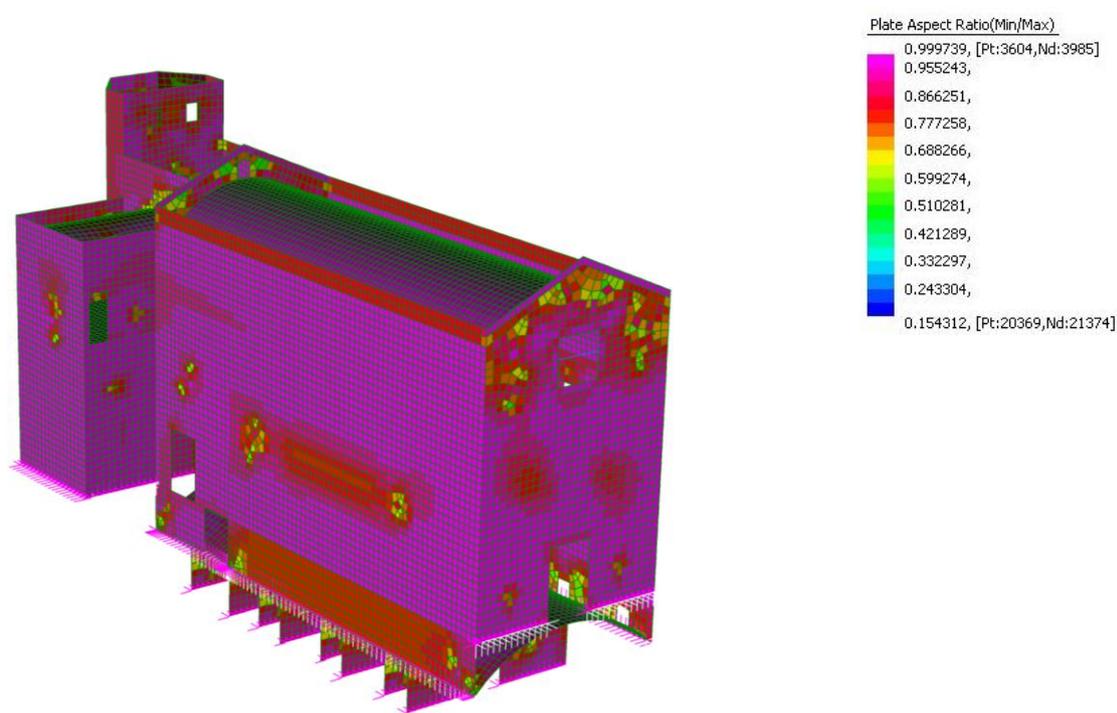


Fig. 8.10. Modello con mesh e vincoli rigidi. Nell'immagine si può vedere come gli elementi discretizzati assumano diverse colorazioni come evidenziato nella legenda: le mesh di tonalità magenta sono quelle di forma più regolare che rispettano la configurazione *Quad4* impostata e che quindi hanno un rapporto lato maggiore/lato minore prossimo all'unità; le mesh di colori differenti sono invece quelle meno regolari che quindi meno rispettano le impostazioni di forma previste. A fronte dell'analisi precedente si può comunque concludere che il modello generalmente abbia delle mesh piuttosto regolari.

Nell'immagine si possono inoltre notare i vincoli rigidi posizionati nei punti in cui la struttura è ancorata al terreno.

A caratterizzare la Cappella degli Scrovegni e il suo comportamento strutturale è la presenza di diversi tiranti e catene: questi vengono modellati direttamente in ambiente *Straus7* mediante la creazione di elementi beam a due nodi con le caratteristiche riportate in Tab. 8.2.

	Materiale	Modulo elastico E (MPa)	Coefficiente di Poisson ν	Densità (kg/mm ³)	Sezione (mm)
Tiranti e catene	Acciaio	200000	-	$7,87 \times 10^{-6}$	30 x 60

Tab. 8.2. Caratteristiche geometriche e fisiche degli elementi truss.

Usufruento del modello sopra descritto come base, sono state sviluppate tre diverse modellazioni con altrettante diverse rigidzze della copertura e diversi punti di applicazione per il suo peso e quello delle capriate, allo scopo di scegliere per le successive analisi il modello numerico che maggiormente si avvicini al reale comportamento dell'edificio. Nei tre casi studio di seguito descritti sono stati utilizzati due solutori, lineare di tipo statico (*Linear Static Analysis*) e lineare di tipo dinamico (*Natural Frequency Analysis*); quest'ultimo ha permesso di confrontare tramite una qualitativa analisi visiva e una più specifica delle frequenze, come i modelli si comportino nei 3 casi se sottoposti al solo peso proprio.

8.3.1. Primo modello

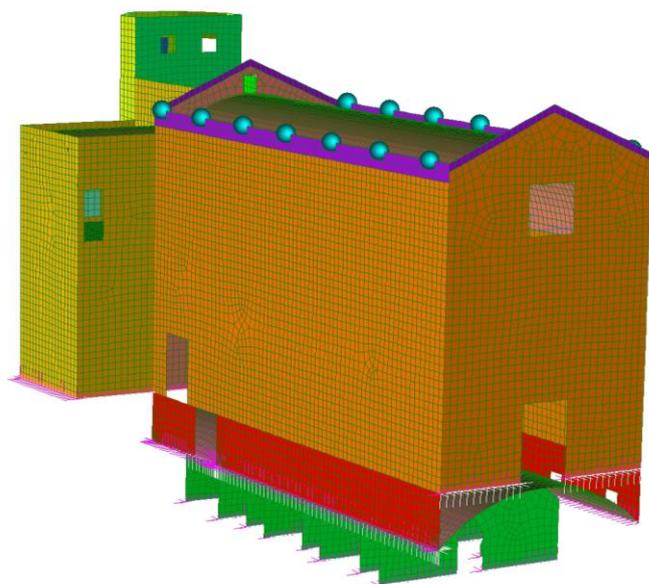


Fig. 8.11. Rappresentazione del primo modello ipotizzato. Si possono notare le differenti tonalità dei layer associate a differenti proprietà dei materiali e le sfere poste sui 14 nodi di appoggio delle capriate che identificano le masse poste in quel punto.

Per realizzare il primo modello è stato necessario calcolare il peso della copertura, delle singole capriate e delle terzere per poi ripartirlo nei punti in cui le capriate si vanno ad appoggiare al cordolo in cemento armato, lungo le pareti longitudinali.

	Materiale	Area [m ²]	Peso Proprio [Kg/m ²]	Peso [KN]
Copertura	Tavelloni in cotto 100x25x6 cm	216,66	20-31	42,51
	Tegole curve doppio strato 40x13=19 cm	216,66	80	170,03

Tab. 8.3. Caratteristiche geometriche e fisiche degli elementi che costituiscono la copertura.

	Materiale	Profilo	Lunghezza [m]	Peso Proprio [Kg/m ²]	n°	Peso [KN]
Terzere	acciaio	I NP 100	20,74	8,34	10	6,79

Tab. 8.4. Caratteristiche geometriche e fisiche delle terzere.

Elemento capriata	Materiale	Profilo	Lunghezza [m]	Peso Proprio [Kg/m]	n°	Peso totale [KN]
Puntoni contorno superiore	acciaio	2L 70x70x7 + 2L 50x50x5	5,28	7,38+3,77	2	0,732
Catena	acciaio	2L 70x70x7	5,06	7,38	2	1,156
Altre aste	acciaio	2L 40x40x4	4,87	2,42	14	0,231

Tab. 8.5. Caratteristiche geometriche e fisiche degli elementi che costituiscono la singola capriata. Con il valore di lunghezza riportato delle "altre aste" si intende la lunghezza totale della somma di tutte e quattordici le aste, avendo queste diverse dimensioni. Per quanto riguarda invece gli altri elementi che costituiscono la capriata, il valore di lunghezza è inteso per il singolo elemento, trattandosi infatti di elementi uguali tra loro.

Sono inoltre presenti, tra una capriata e l'altra, delle travature reticolari:

Singola campata	Materiale	Profilo	Lunghezza [m]	Peso Proprio [Kg/m]	n°	Peso totale [KN]
Asta diagonale	acciaio	L 30x30x3	1,3	1,36	3	0,052
Asta verticale	acciaio	L 30x30x3	0,91	1,36	4	0,048
Asta orizzontale	acciaio	L 30x30x3	3,1	1,36	2	0,082

Tab. 8.6. Caratteristiche geometriche e fisiche degli elementi che costituiscono la travatura reticolare.

Sommando quindi i valori dei pesi delle sette capriate, delle dieci terzere, della travatura reticolare e della copertura e dividendoli per i 14 punti di appoggio delle capriate, sono stati modellati degli elementi "massa" del valore di 2173,6 Kg e posti sui 14 nodi sopracitati.

8.3.2. Secondo modello

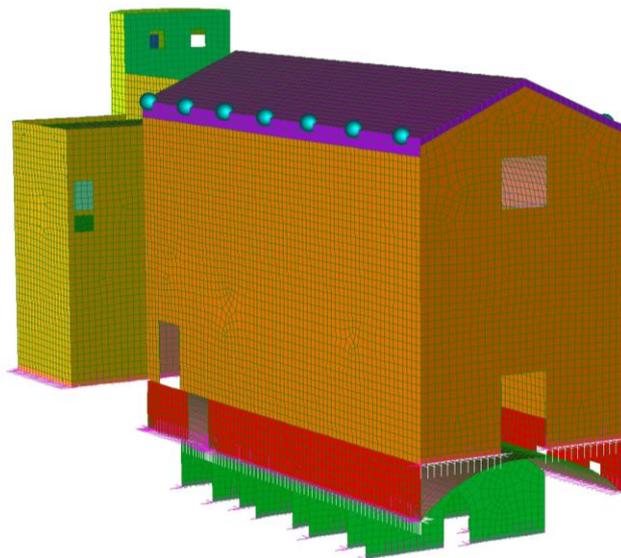


Fig. 8.12. Rappresentazione del secondo modello ipotizzato. Si possono notare le differenti tonalità dei layer associate a differenti proprietà dei materiali e le sfere poste sui 14 nodi di appoggio delle capriate che identificano le masse poste in quel punto. In questo caso, rispetto al precedente è stata modellata anche la copertura.

Nel secondo modello, rispetto al primo è stata aggiunta la copertura a falde, modellata con elementi *plate*: sono state eseguite le *mesh* e le proprietà attribuite a questo elemento si trovano in Tab. 8.7.

	Materiale	Modulo elastico E (MPa)	Coefficiente di Poisson ν	Densità (kg/mm^3)	Sp (mm)
Copertura	Latero- Cemento	24768	0,2	0	60

Tab. 8.7. Caratteristiche geometriche e fisiche degli elementi truss.

In questo caso quindi nei 14 punti di appoggio delle capriate gli elementi “massa” avranno lo stesso valore del caso precedente, 2173,6 Kg poiché avendo i *plate* del tetto densità pari a zero questi concorrono solamente nel fornire un incremento di rigidità che vorrebbe simulare quello fornito dalle capriate metalliche, poiché il tetto nella realtà è assimilabile ad un semplice carrello.

8.3.3. Terzo modello

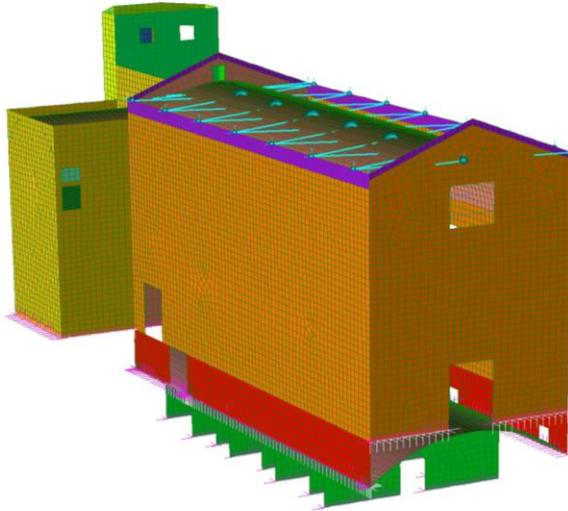
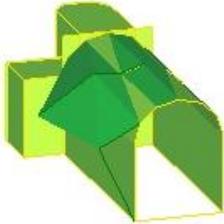
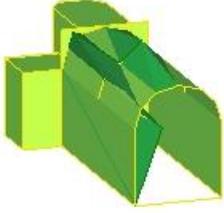
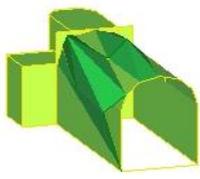
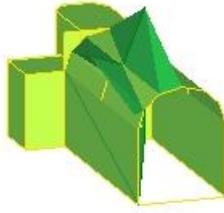
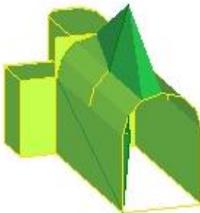
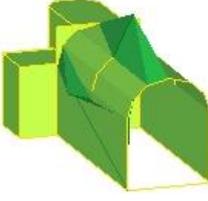


Fig. 8.13. Rappresentazione del terzo modello ipotizzato. Si possono notare le differenti tonalità dei layer associate a differenti proprietà dei materiali. Le sfere che identificano le masse in questo caso sono di due tipologie: la prima sono le masse comprensive del peso del pacchetto di copertura poste all'intersezione dei rigid link, la seconda sono le masse comprensive del peso delle capriate, delle travature reticolari e delle terzere, divise nei 14 nodi di appoggio delle capriate.

Il terzo modello considera il peso delle sole capriate, travi reticolari e terzere come masse poste nei nodi rappresentanti i punti di appoggio e sono di valore 626,2 Kg. Viene trattata in modo completamente diverso la copertura: è stata modellata una maglia con elementi *rigid link* che consentono di simulare orizzontamenti infinitamente rigidi.

8.3.4. Analisi dei risultati e scelta del modello

Per la comparazione dei risultati derivanti dall'analisi dei tre modelli numerici , si riportano gli esiti dell'identificazione dinamica¹¹ eseguita tramite il software *Artemis Extractor 4.0* sul modello sperimentale generato.

Modo 1(2,53 Hz)	Modo 2 (4,16 Hz)	Modo 3 (4,90 Hz)
		
Modo4(6,65 Hz)	Modo 5 (7,17 Hz)	Modo 6 (9,52 Hz)
		

Tab. 8.8. Schematizzazioni grafiche dei sei modi di vibrare individuati e relative frequenze.

Si riporta quindi di seguito il confronto tra modello sperimentale ed i tre modelli numerici tra i quali bisogna effettuare la scelta (Tab.8.9 e Fig. 8.14).

Oltre ad un'analisi di tipo qualitativo dei modi di vibrare è stato possibile confrontare le frequenze calcolando l'errore medio:

$$\varepsilon = \frac{f_{FEM} - f_{EXP}}{f_{FEM}} \cdot 100$$

dove:

f_{FEM} frequenza modello agli elementi finiti in *Straus7*;

f_{EXP} frequenza sperimentale media.

¹¹ Per l'illustrazione della completa identificazione dinamica si veda il cap. 6.5. Identificazione dinamica sulla base dei dati del monitoraggio.

Modo	f_{EXP} [Hz]	$f_{STRAUS1}$ [Hz]	$f_{STRAUS2}$ [Hz]	$f_{STRAUS3}$ [Hz]	Errore medio [%]		
					1	2	3
1	2,529	1,71	2,31	2,44	32,38	8,66	3,52
2	4,159	3,68	3,687	3,7	11,52	11,5	11,0
3	4,899	4,08	4,857	4,86	16,72	0,79	0,79
4	6,651	5,56	6,484	6,27	16,4	2,57	5,73
5	7,166	6,05	6,716	6,63	15,57	6,22	7,48
6	9,519	7,6	9,45	9,4	20,16	0,72	1,25

Tab. 8.9. Tabella di confronto tra le frequenze sperimentali e quelle dei tre modelli numerici.

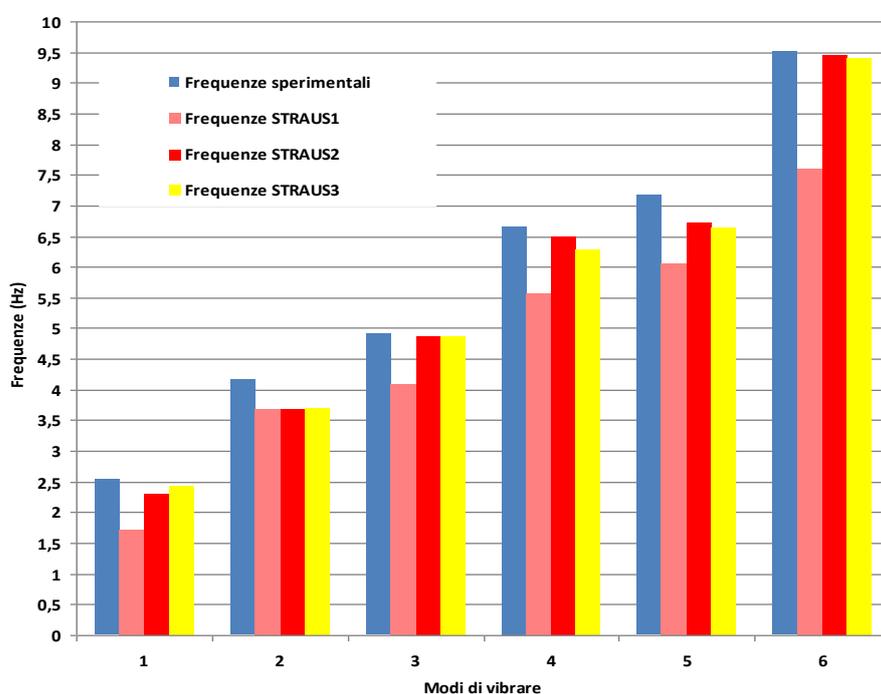


Fig. 8.14. Confronto grafico tra le frequenze sperimentali e quelle dei tre modelli numerici.

In base ai risultati sopra riportati si è potuto verificare come il secondo modello sia quello avente valori di errore medio, rispetto alle frequenze, minori, e quindi al fine della successiva calibrazione dello stesso, risulta essere il modello numerico più affine a quello sperimentale. Le frequenze del primo modello risultano infatti troppo basse mentre quelle del terzo sarebbero accettabili, anche se l'errore medio è comunque più alto rispetto al secondo modello, ma dall'analisi visiva delle forme modali si è potuto vedere come i modi di vibrare fossero completamente discordi rispetto al modello sperimentale a causa dell'elevata rigidità fornita dai *rigid link*. La trattazione che segue farà dunque riferimento ai parametri scelti per il secondo modello.

8.4. Analisi strutturali del modello Straus7

8.4.1. Analisi statica

Questo tipo di analisi permette di rilevare la distribuzione dei valori di tensione e di deformazione della struttura in condizioni d'esercizio, poiché l'unica forza agente è rappresentata dal peso proprio. Le tensioni individuate sono quelle principali, ovvero una terna cartesiana di tensioni mutuamente ortogonali in cui può essere scomposto lo stato tensionale; tale terna ha la particolarità di contenere la massima tensione di compressione e la massima tensione di trazione dell'elemento. Nell'analisi, per ciascun elemento, vengono considerate tra le tre tensioni principali solo quella minima (compressione) e quella massima (trazione), che vengono individuate per tutti gli elementi della struttura. Nelle immagini sottostanti, Figg. 8.15-8.16. vengono rappresentate graficamente le principali tensioni che caratterizzano la struttura: si può vedere come la quasi totalità della stessa sia sottoposta ad una tensione di compressione media di 0,45 MPa, fatta eccezione per alcune aree in cui i valori di compressione aumentano, come ad esempio in facciata, specialmente alla base, e nei prospetti retrostanti, anche in questo caso soprattutto alla base. L'elemento che raggiunge i maggiori valori di tensione di compressione è il cordolo, che come si può vedere raggiunge anche valori tra i 3,5 ed i 5,5 MPa.

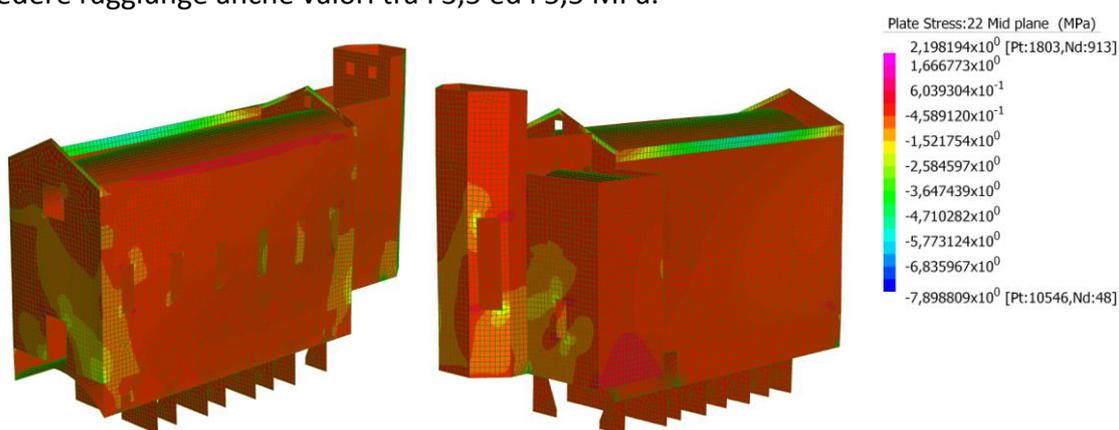
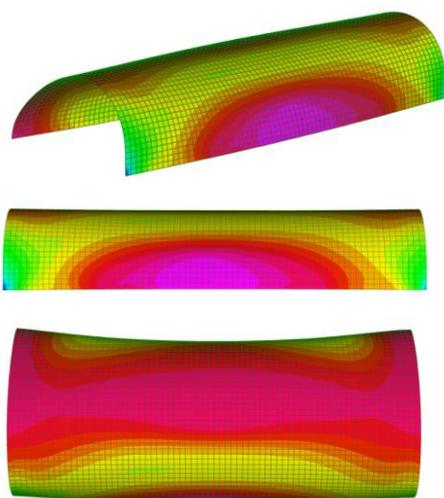


Fig. 8.15-8.16. Nelle immagini soprastanti si possono vedere rispettivamente a sinistra e a destra, la facciata ed il prospetto sud, il retro ed il prospetto nord. Quella riportata è la visualizzazione grafica delle tensioni principali. A favore della rappresentazione, è stato in questo caso spento il layer del tetto. A lato è inoltre riportata la legenda.

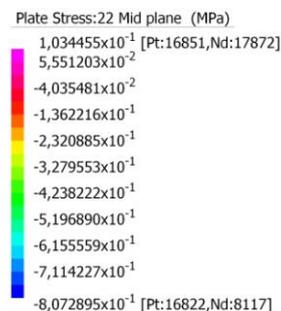
Viene inoltre di seguito riportata l'analisi statica della volta della navata, difficilmente apprezzabile nelle immagini soprastanti.



Figg. 8.17-8.19.
Rappresentazione grafica delle tensioni a cui è sottoposta la volta della navata

Fig. 8.18 Rappresentazione del lato della volta

Fig. 8.19 Rappresentazione della pianta della volta



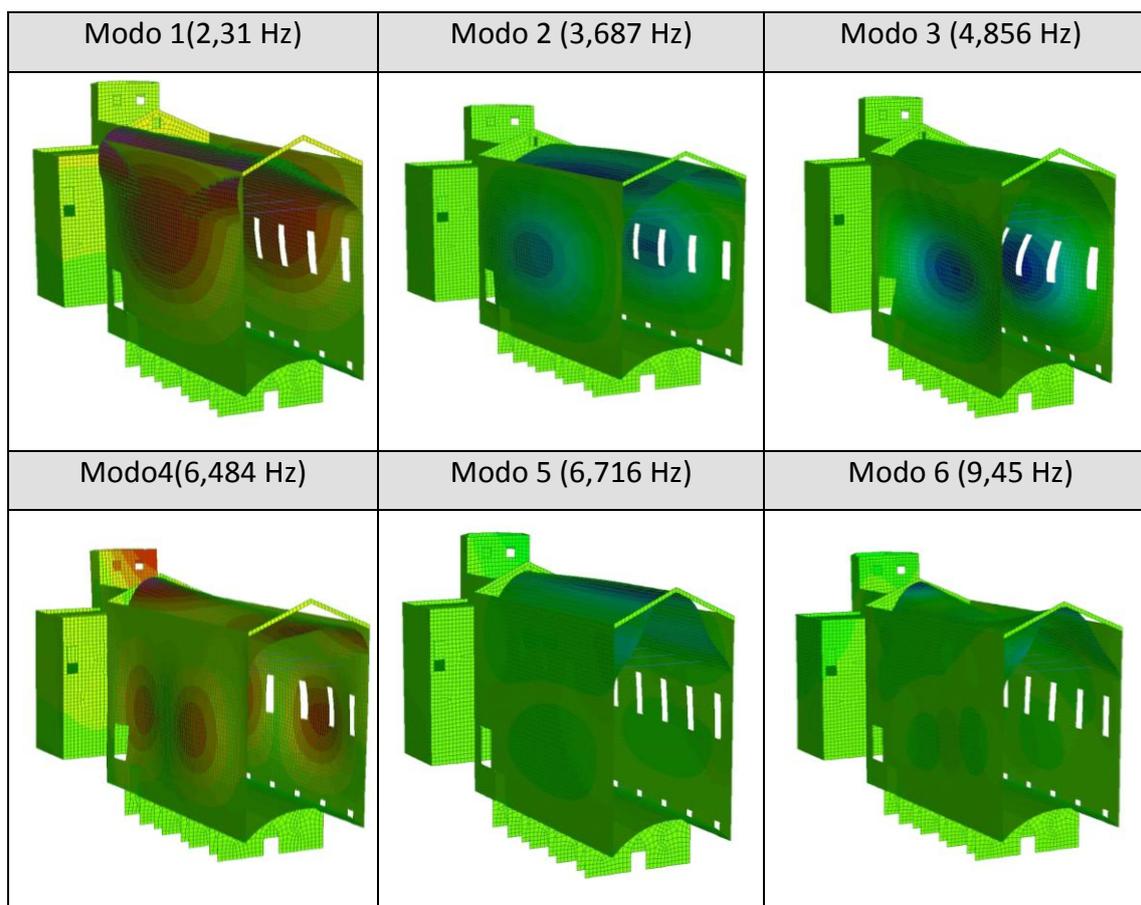
Nelle Figg. 8.17-8.19 sono riportate le rappresentazioni grafiche dello stato tensionale della volta della navata: si può vedere come essa sia caratterizzata da sforzi di trazione nei tipici punti che caratterizzano l'arco a tre cerniere: le basi e la chiave. Si può vedere come il valore di trazione massimo sia circa pari a 0,1 MPa mentre come le restanti aree siano naturalmente caratterizzate da stati di compressione, raggiungendo il massimo nei quattro estremi di appoggio della volta.

8.4.2. Analisi dinamica

8.4.2.1 Identificazione delle forme modali

Le *Natural Frequency Analysis* forniscono i dati relativi le frequenze e i modi propri di vibrare dell'edificio: la modalità secondo cui la struttura può vibrare è determinata dalla geometria, dai vincoli e dalle proprietà di massa e di rigidezza.

E' possibile confrontare queste informazioni con i valori sperimentali registrati dal monitoraggio dinamico ed elaborati da *Artemis Extractor 4.0*, riferiti alla sopracitata registrazione del giorno 11 febbraio 2014. L'identificazione delle forme modali è riportata in Tab. 8.10 dove vengono identificate le 6 principali del modello numerico associabili a quello sperimentale: sono osservabili leggere differenze tra i valori delle frequenze. Sono presenti anche altri modi di vibrare che non vengono considerati in quanto sono di tipo "globale", ma con percentuale di massa partecipante ridotta, o di tipo "locale", cioè interessano zone limitate di muratura.



Tab. 8.10. Illustrazione delle forme modali del modello numerico.

Viene nuovamente riportata la tabella di confronto tra le frequenze sperimentali e quelle del modello numerico.

Modo	f_{EXP} [Hz]	f_{FEM} [Hz]	Errore medio [%]
1	2,529	2,31	8,66
2	4,159	3,687	11,5
3	4,899	4,857	0,79
4	6,651	6,484	2,57
5	7,166	6,716	6,22
6	9,519	9,45	0,72

Tab. 8.11. Confronto tra frequenze e calcolo dell'errore medio riferite al modello scelto.

A conclusione di quanto illustrato fin'ora è doveroso dire come l'individuazione e la correlazione delle forme modali, rispettivamente tra il modello Artemis sperimentale e quello Straus numerico, non sia stata facile a causa della presenza di pochi accelerometri che inoltre sono posizionati in una parte limitata della struttura.

8.4.2.2 Calibrazione del modello

La calibrazione del modello consiste nel modificare le caratteristiche del modello numerico al fine di farlo coincidere il più possibile al reale basandosi sulle frequenze e sulle forme di vibrare individuate sperimentalmente grazie ai rilevamenti effettuati dal monitoraggio dinamico. Al fine di individuare quale parametro influenzi maggiormente il comportamento della struttura, è stata eseguita un'analisi di sensitività facendo in questo caso variare i valori di modulo elastico e densità.

La volta a botte della Cappella degli Scrovegni è caratterizzata dalla presenza di lesioni che la percorrono longitudinalmente, per questo motivo si decide di analizzare i parametri sopracitati di muratura perimetrale, volta e copertura al fine di valutare quali variare: l'obiettivo è appunto quello di simulare il comportamento sperimentale. Mantenendo fisse tutte le altre caratteristiche del modello, si decide di variare il modulo elastico che caratterizza la murature delle pareti perimetrali: partendo da 1500 MPa si procede incrementando di 100 MPa sino ad arrivare a 2500 MPa ed in seguito scendendo sino a 500 MPa (Fig. 8.20); allo stesso modo viene variato il modulo elastico della muratura della volta a botte (Fig. 8.21). La copertura è invece caratterizzata da un modulo elastico pari a 24768 MPa che viene fatto variare incrementando di 200 MPa e diminuendo dello stesso valore (Fig. 8.22). L'altro parametro che si decide di variare nell'analisi della risposta dinamica è la densità della muratura, il valore dell'incremento assegnato è pari a $0,2 \text{ kg/dm}^3$ (Figg. 8.23 – 8.24); la copertura invece è caratterizzata da una densità pari a 0 kg/dm^3 .

Variatione del modulo elastico della muratura delle pareti

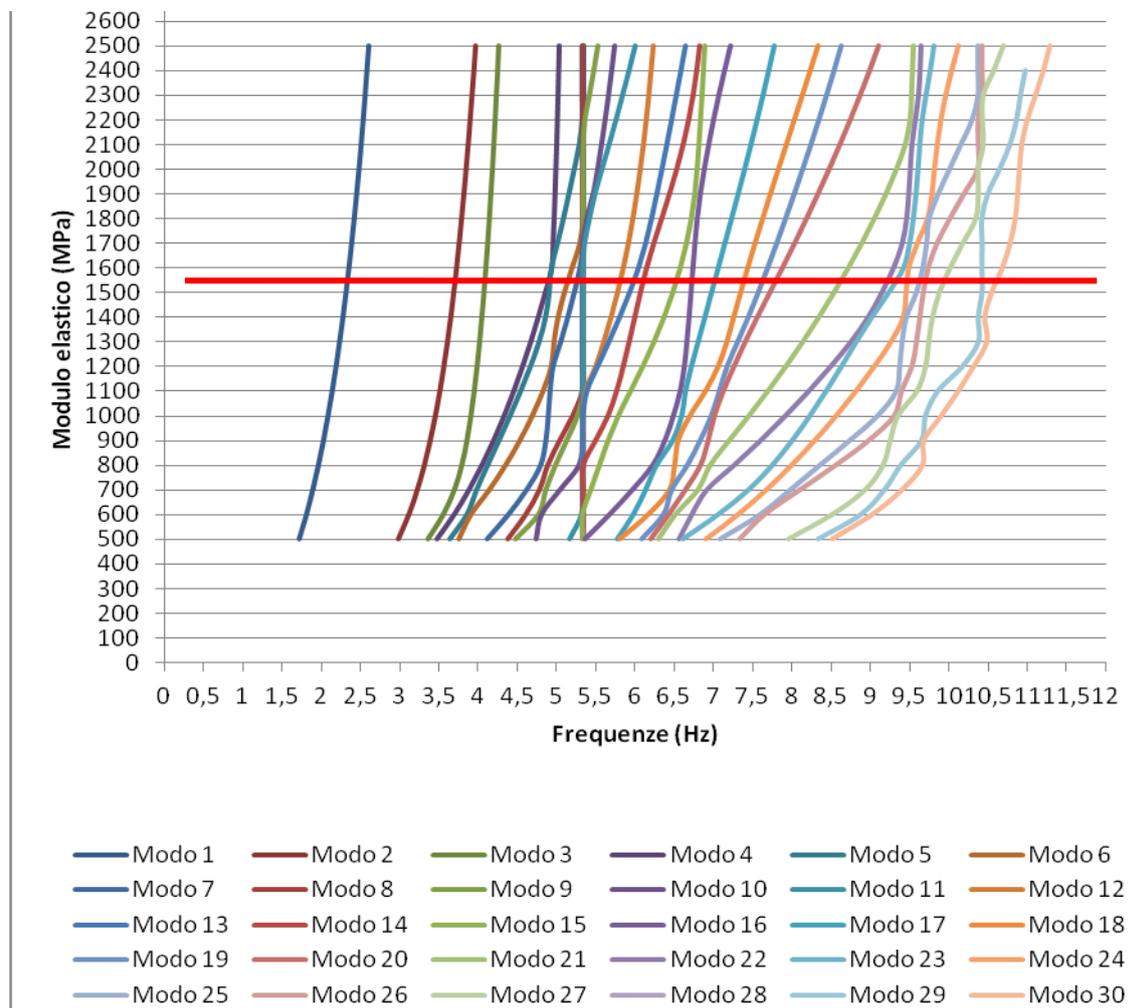


Fig. 8.20. Relazione tra frequenze e modulo elastico caratterizzante la muratura delle pareti laterali. La linea orizzontale rossa indica il valore di partenza del modulo elastico, in questo caso pari a 1500 Mpa.

Variatione del modulo elastico della muratura della volta a botte

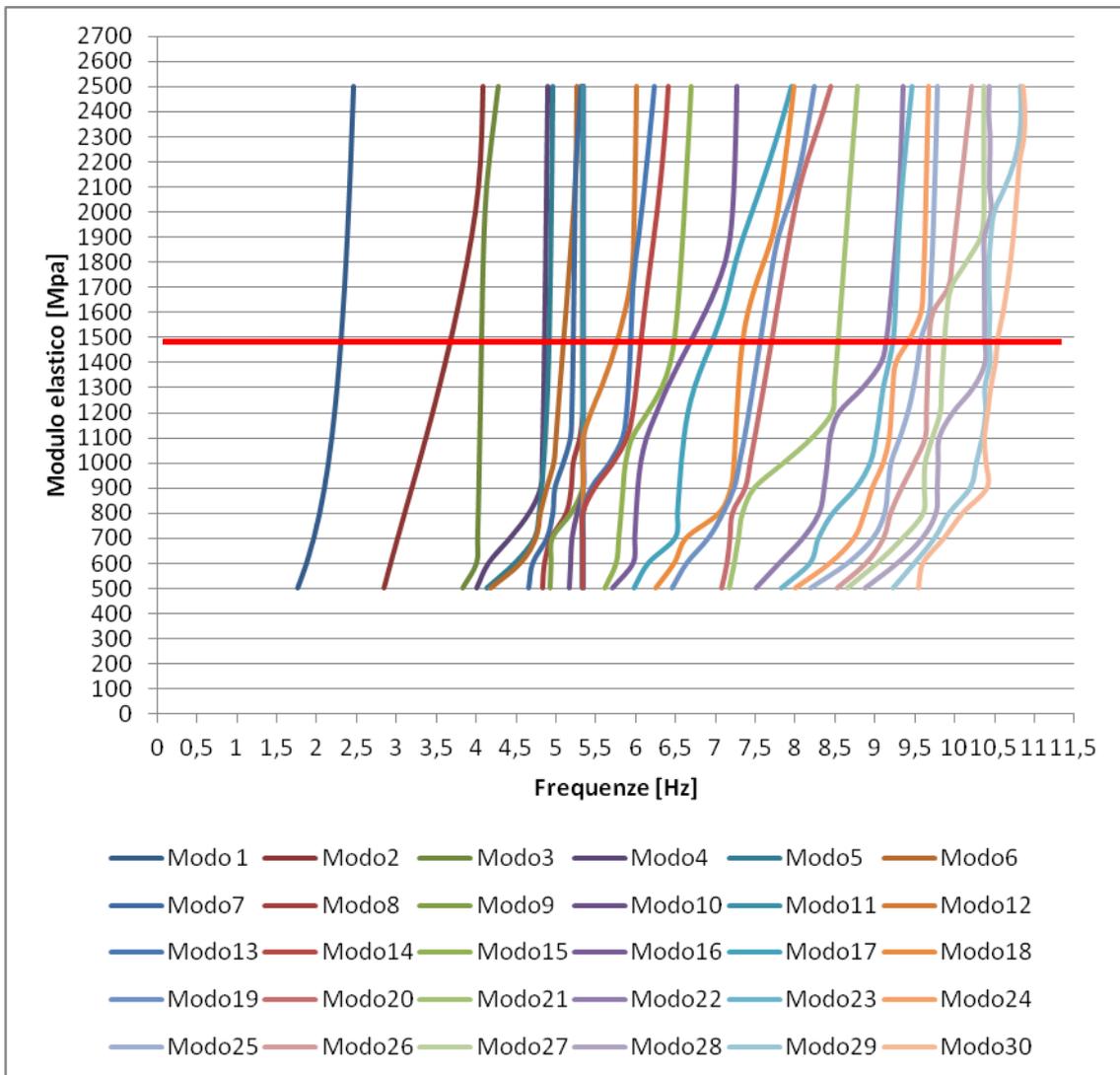


Fig. 8.21. Relazione tra frequenze e modulo elastico caratterizzante la muratura della volta a botte. La linea orizzontale rossa indica il valore di partenza del modulo elastico, in questo caso pari a 1500 Mpa.

Variazione del modulo elastico della copertura

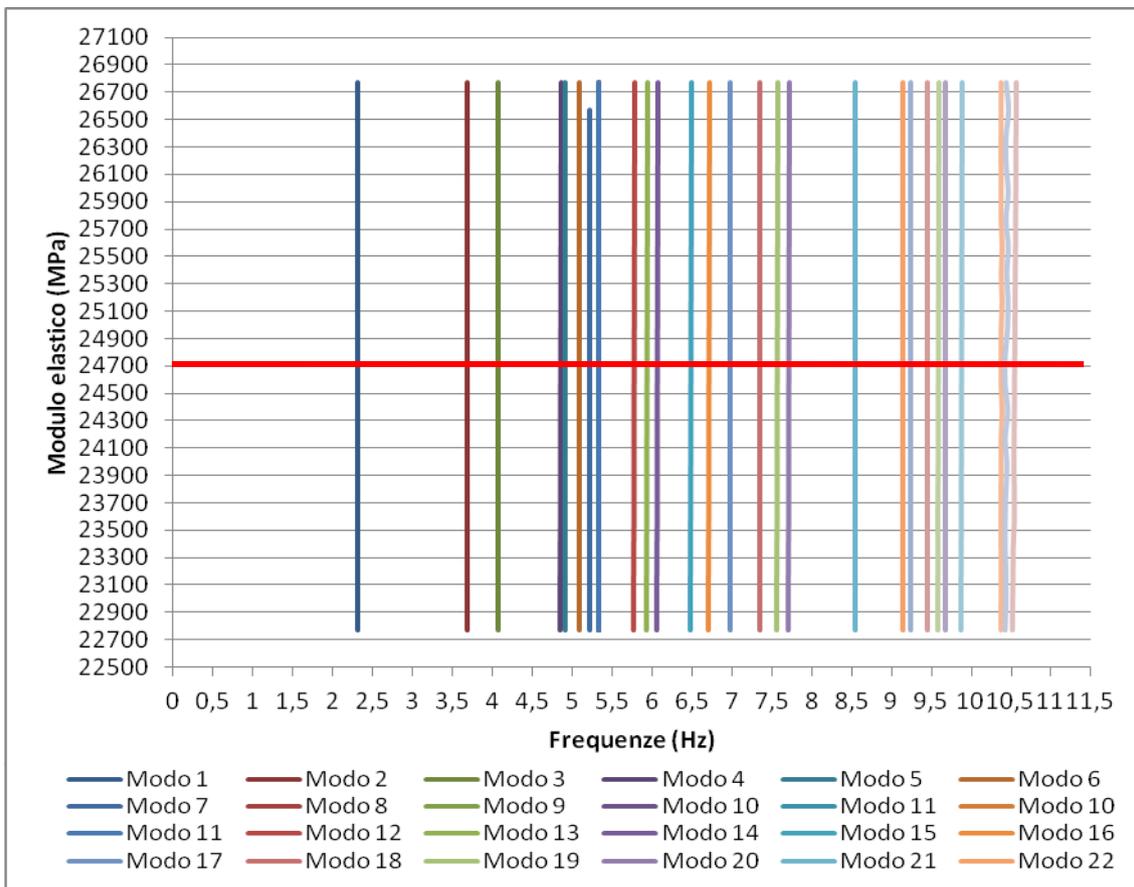


Fig. 8.22. Relazione tra frequenze e modulo elastico caratterizzante la copertura. La linea orizzontale rossa indica il valore di partenza del modulo elastico, in questo caso pari a 24768 Mpa.

Variatione della densità della muratura delle pareti

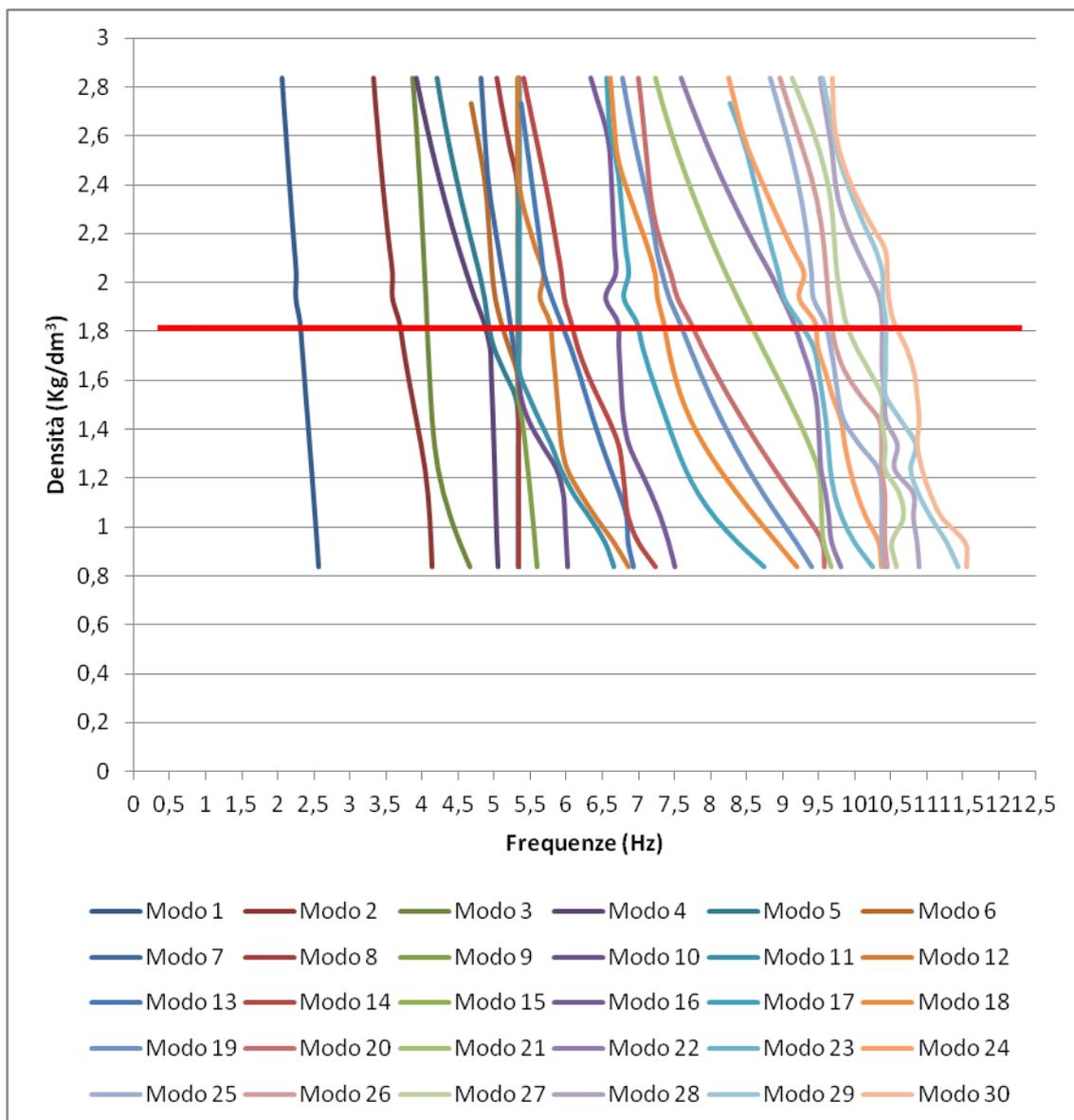


Fig. 8.23. Relazione tra frequenze e densità caratterizzante la muratura delle pareti laterali. La linea orizzontale rossa indica il valore di partenza della densità, in questo caso pari a $1500 \cdot 1,83 \times 10^{-6} \text{ Kg/mm}^3$.

Variatione della densità della muratura della volta a botte

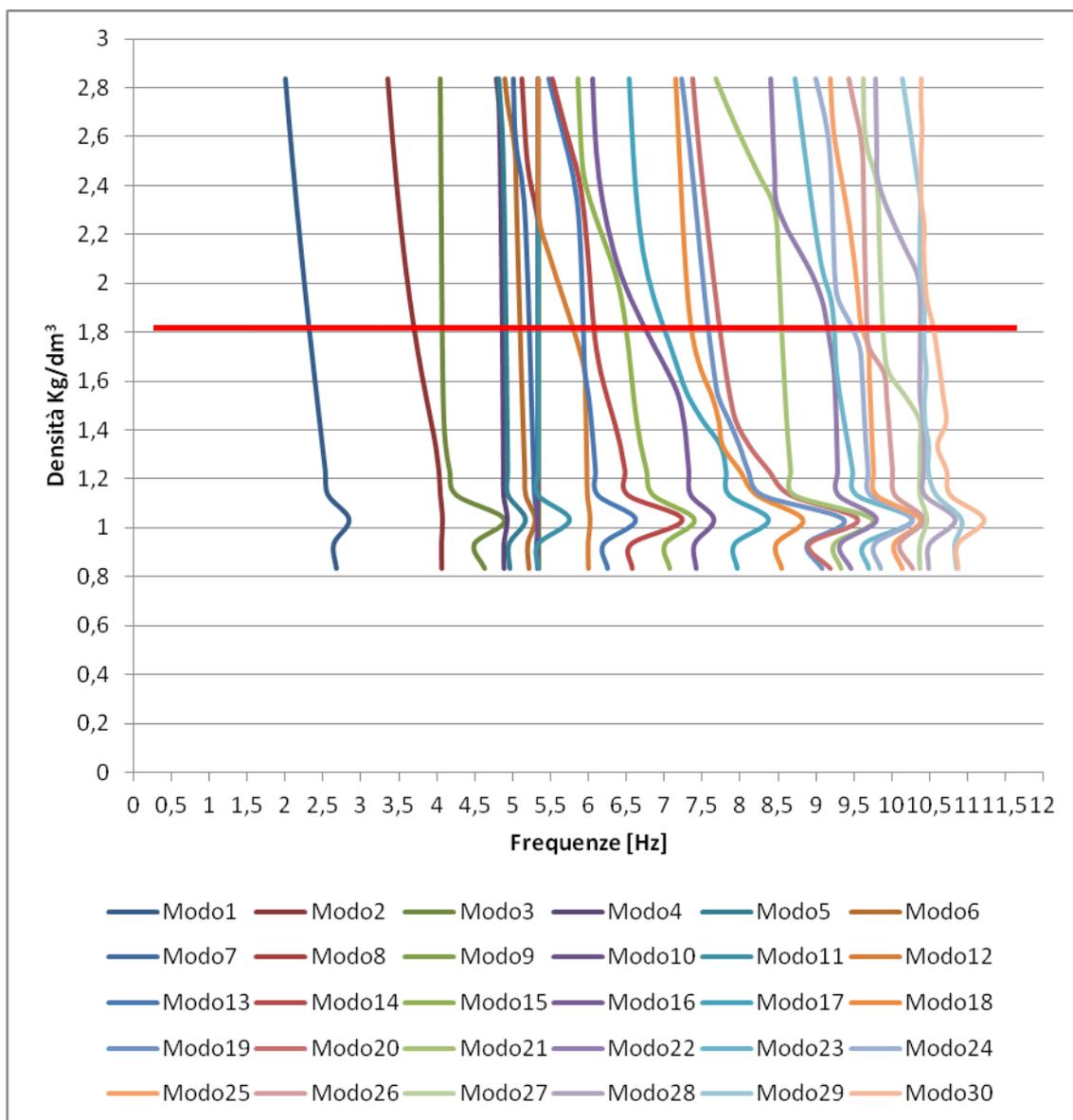


Fig. 8.24. Relazione tra frequenze e densità caratterizzante la muratura della volta a botte. La linea orizzontale rossa indica il valore di partenza della densità, in questo caso pari a $1500 \cdot 1,83 \times 10^{-6} \text{ Kg/mm}^3$.

Dai grafici si può vedere come il rapporto tra frequenze e modulo elastico e tra frequenze e densità, assuma due comportamenti diversi: nel primo caso si può osservare come questo sia direttamente proporzionale, ovvero all'aumentare del valore del modulo elastico crescono anche i valori delle frequenze; nel secondo caso invece si può vedere come il rapporto sia inversamente proporzionale, ovvero al crescere dei valori di densità, diminuiscono quelli delle frequenze. Nel caso specifico

della copertura si può invece vedere come il variare della rigidezza non influenzi il comportamento delle frequenze che rimangono sempre costanti; sempre in questo specifico caso non è stato proposto il diagramma della relazione densità-frequenze poiché il valore di densità attribuito al materiale è zero. Infine è importante notare come la correlazione tra frequenza e modulo elastico si possa ritenere piuttosto lineare per i primi modi, al contrario con l'aumento del valore delle frequenze e quindi per gli ultimi modi, la correlazione perde la sua linearità, eccezion fatta per il diagramma della copertura per le motivazioni sopra spiegate.

In seguito all'analisi di sensitività si è potuto vedere come i parametri che più influenzano l'andamento delle frequenze e di conseguenza la definizione dei modi di vibrare, siano il modulo elastico e la densità della volta. Seguendo il procedimento sopra illustrato, si è giunti alla calibrazione del modello modificando le caratteristiche della volta, il modulo elastico viene incrementato di 50 MPa mentre la densità diminuita di $0,6 \text{ kg/dm}^3$.

8.4.2.3 Validazione del modello

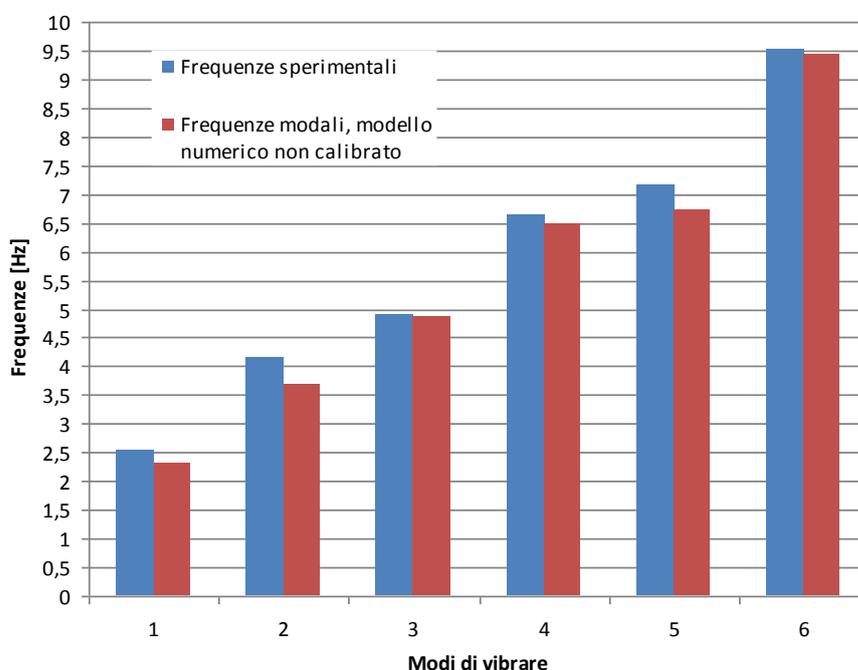


Fig. 8.25. Relazione tra frequenze sperimentali e frequenze del modello non calibrato. Si può vedere come nonostante il modello non sia ancora calibrato, le frequenze, dal punto di vista dei valori, siano piuttosto vicine.

In seguito all'analisi di sensitività si è potuti giungere ai valori di modulo elastico e di densità della volta che portano alla calibrazione del modello. In Tab. 8.12 vengono illustrati i modi di vibrare del modello calibrato confrontati con le forme modali sperimentali.

E_0 [Mpa]	E_c [MPa]	δ_0 [Kg/mm ³]	δ_c [Kg/mm ³]
1500	1550	$1,83 \times 10^{-6}$	$1,23 \times 10^{-6}$

Tab. 8.12. La tabella indica i valori di modulo elastico e di densità della volta del modello prima che venga calibrato, indicato con il pedice 0, e dopo la calibrazione, indicato con il pedice C.

Per valutare la bontà del modello (Tab. 8.15) sono stati calcolati l'errore medio e l'indice di MAC¹² (Modal Assurance Criterion), ovvero quel valore che fornisce un'indicazione sul grado di correlazione tra due forme modali, in questo caso specifico tra quella sperimentale e quella numerica.

L'indice di MAC è definito come:

$$MAC(\Phi_i A, \Phi_j B) = \frac{|\{\Phi A\}_i^T \{\Phi B\}_j|^2}{\{\Phi A\}_i^T * \{\Phi A\}_j + \{\Phi B\}_i^T * \{\Phi B\}_j}$$

Un valore di MAC pari ad 1 indica una perfetta correlazione tra i due modelli, più il valore dell'indice tende allo zero e più si abbassa il grado di correlazione tra i due; valori al di sotto dello 0,4 definiscono una bassa correlazione tra i modi. Si riportano quindi di seguito le tabelle riassuntive (Tabb. 8.13-8.14) che illustrano il grado di correlazione tra i 6 individuati nel modello sperimentale ed i 30 costituenti il modello numerico; l'analisi dei valori di MAC porterà alla corretta individuazione delle sei forme modali numeriche correlabili al modello sperimentale.

		Modello FEM [Hz]														
		2,53	4,03	4,19	4,87	4,93	5,17	5,28	5,3	5,3	5,3	5,3	5,98	6,11	6,49	6,78
Modello EXP [Hz]		1	2	3	4	5	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2,529	1	0,74	0,57	0,001	0,43	0,43	0,08	0,20	0	0	0	0	0,06	0,17	0,51	0,06
4,159	2	0,14	0,22	0,74	0,24	0,16	0	0,007	0	0	0	0	0,01	0,31	0,02	0,13
4,899	3	0,63	0,55	0,59	0,06	0,67	0,22	0,22	0	0	0	0	0	0	0,29	0,00
6,651	4	0	0,004	0,27	0,54	0,001	0,04	0,00	0	0	0	0	0,02	0,01	0	0,02
7,166	5	0,03	0,06	0,1	0,22	0	0	0,001	0	0	0	0	0	0,01	0,002	0,03
9,519	6	0,06	0,04	0,7	0,1	0,42	0,12	0,05	0	0	0	0	0,1	0,095	0,001	0

0,9 - 1
 0,6 - 0,8
 0,4 - 0,5
 0,3 - 0,0

Tab. 8.13. Valori di MAC. Correlazione tra i modi 1-6 di Artemis e 1-15 di Straus.

¹² Per una completa illustrazione delle basi teoriche riguardanti l'indice di MAC si veda il cap.6.5. Identificazione dinamica sulle basi dei dati del monitoraggio.

		Modello FEM [Hz]														
		7,33	7,84	8,08	8,15	8,46	8,68	9,29	5,3	5,3	5,3	5,3	5,98	6,11	6,49	6,78
Modello EXP [Hz]		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2,529	1	0,07	0,41	0	0	0,2	0,03	0,7	0,03	0,07	0,52	0,05	0,17	0	0,08	0,16
4,159	2	0,31	0,18	0,43	0,53	0,02	0,05	0,34	0,11	0,05	0,02	0,06	0,29	0,08	0,24	0,08
4,899	3	0,06	0,01	0,41	0,24	0,001	0,11	0,02	0,04	0,04	0,18	0,05	0,53	0,02	0,05	0,002
6,651	4	0,43	0,24	0,92	0,59	0,002	0,21	0,24	0,07	0,23	0,004	0	0,55	0,17	0	0,01
7,166	5	0,42	0,03	0,97	0,76	0,04	0,05	0,07	0,08	0,10	0,01	0,02	0,81	0,34	0,1	0,16
9,519	6	0	0,31	0,01	0,02	0,29	0,16	0,14	0,2	0,05	0,04	0,05	0,05	0,74	0,94	0,79

0,9 - 1
 0,6 - 0,8
 0,4- 0,5
 0,3- 0,0

Tab. 8.14. Valori di MAC. Correlazione tra i modi 1-6 di Artemis e 16-30 di Straus. I modi segnati in rosso sono quelli che non convergono.

Si riporta quindi il confronto tra il modello sperimentale e quello numerico calibrato in termini di frequenze e valori dell'indice di MAC.

Modo	f^{EXP} [Hz]	f^{FEM} [Hz]	Errore medio [%]	MAC [[ψ^{EXP}], [ψ^{FEM}]]
1	2,529	2,5361	0,28	0,74
2	4,159	4,1983	0,94	0,74
3	4,899	4,9382	0,8	0,7
4	6,651	8,082	21,5	0,92
5	7,166	8,1522	13,7	0,76
6	9,519	10,8	12,9	0,79

Tab. 8.15. Confronto delle frequenze e valutazione dell'errore medio e indice del MAC del modello calibrato.

Si può inoltre osservare come i valori di MAC facciano tutti parte di un range di valori accettabile che indica una buona correlazione tra le forme modali; è importante specificare come i valori di MAC siano stati calcolati sulla base degli spostamenti dei vettori delle forme modali e in questo caso specifico come non ci sia però una perfetta corrispondenza tra le frequenze, soprattutto nel caso di quelle degli ultimi tre modi, come si può anche notare dai relativi valori di errore medio.

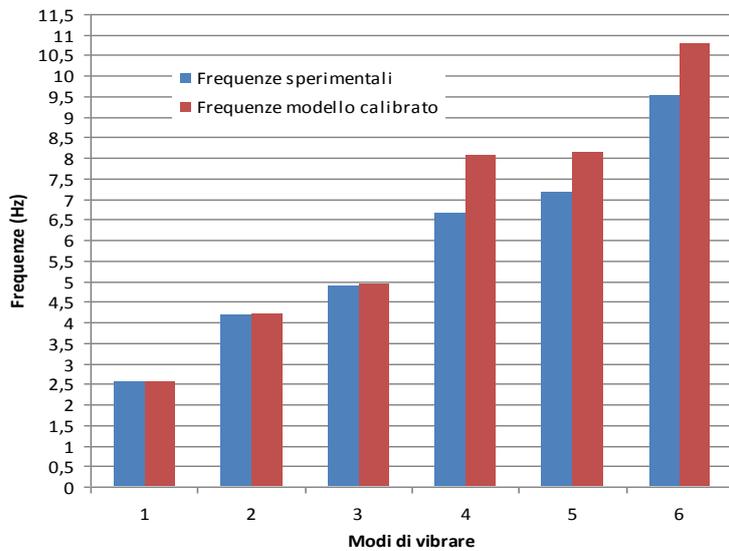


Fig. 8.26. Relazioni tra le frequenze sperimentali e quelle relative al modello calibrato.

Si riporta quindi di seguito il confronto tra le forme modali sperimentali e quelle del modello numerico calibrato.

Modo 1(2,5361 Hz)	Modo 2 (4,1983 Hz)	Modo 3 (4,9382 Hz)
Modo4(8,082 Hz)	Modo 5 (8,1522 Hz)	Modo 6 (10,8 Hz)

Tab. 8.16. Rappresentazione delle forme modali del modello *Straus* calibrato.

In conclusione si riporta il grafico dei valori di MAC calcolati in base agli spostamenti dei vettori dei due modelli.

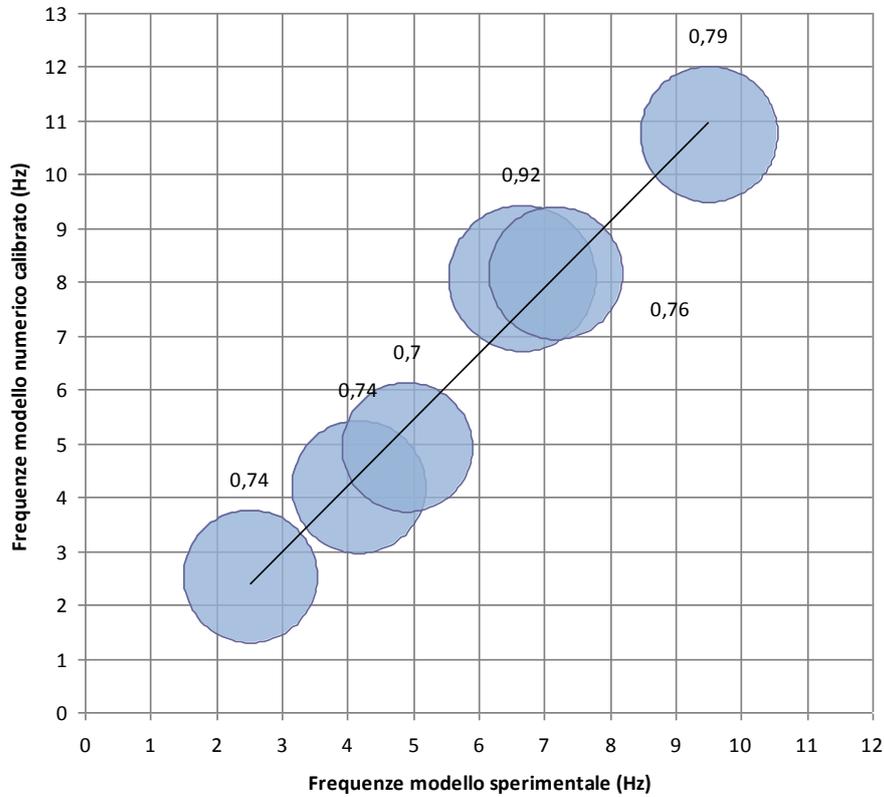


Fig. 8.27. Grafico dei valori di MAC tra modello sperimentale e modello calibrato.

8.5. COSTRUZIONE DEL MODELLO FE IN DIANA TNO

Il software Diana TNO 9.6 permette di implementare il comportamento non lineare dell'edificio; in questo caso specifico verrà analizzato quello della muratura. Il software permette quindi di implementare le proprietà non lineari del materiale e costituire delle relative curve di capacità (curve *pushover*).

Il nuovo modello è formato da 23252 nodi e 7704 mesh. Le stesse *mesh* che in Straus7 erano costituite da *plate*, in questo caso sono state realizzate tramite l'elemento bidimensionale *curved shell*, di forma rettangolare curva ad otto nodi (Fig. 8.28.). Vengono inoltre applicate le masse nei punti di appoggio delle capriate, con le stesse modalità e valori del modello Straus.

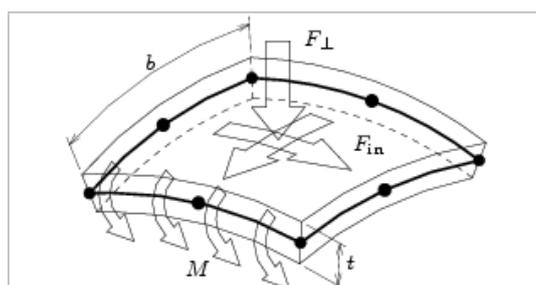


Fig. 8.28. Rappresentazione dell'elemento *curved shell* e delle sue caratteristiche

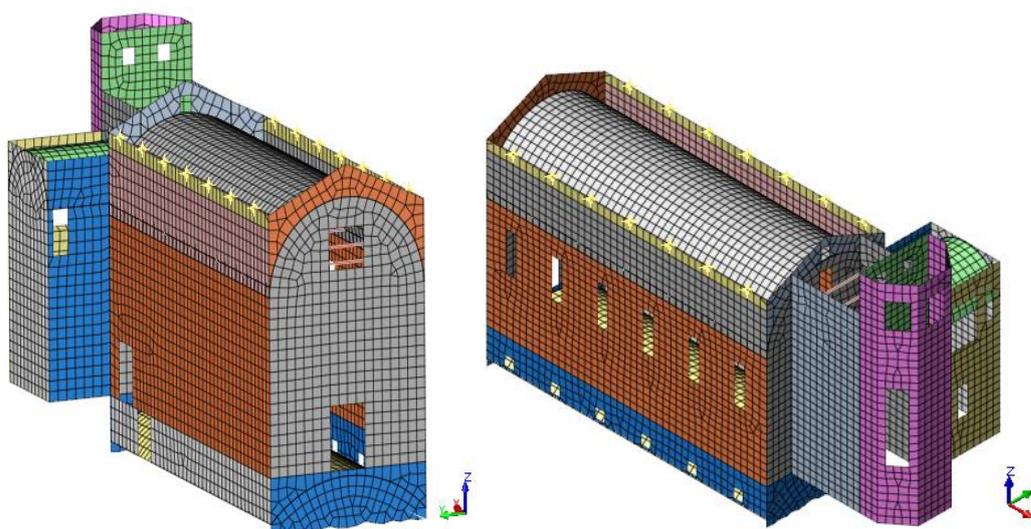
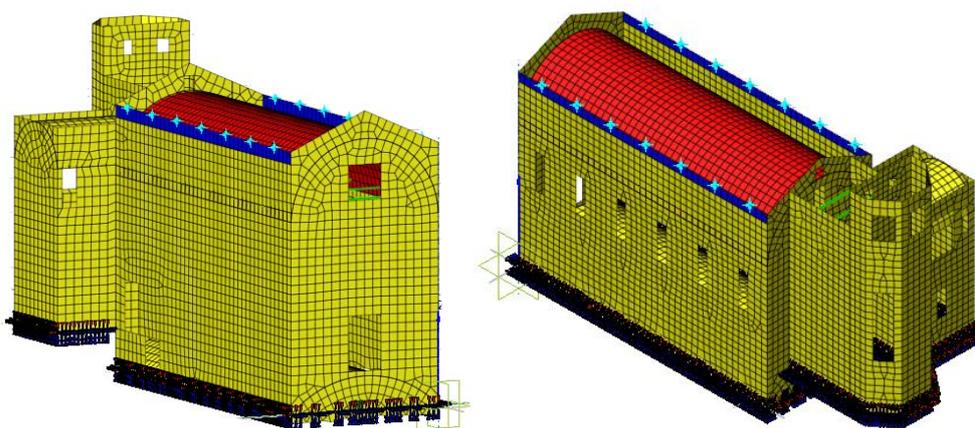


Fig. 8.29-8.30. Rappresentazione del modello Diana, facciata e prospetto nord (sinistra), prospetto sud e retro (destra). Si possono vedere le *mesh* componenti il modello; le diverse colorazioni determinano l'appartenenza degli elementi a diversi gruppi. In sommità si possono notare le 14 masse applicate nei punti d'appoggio delle

Successivamente si è passati all'applicazione delle proprietà geometriche e meccaniche, rispettando gli stessi valori stimati in seguito al *model updating* del modello *Straus*, in modo da avere la maggior corrispondenza possibile tra i due modelli. Allo stesso modo sono state applicate le condizioni di vincolo a terra ed il peso proprio. Si può quindi affermare che a questo punto l'unica differenza tra i due modelli sia l'elemento costituente le *mesh*.

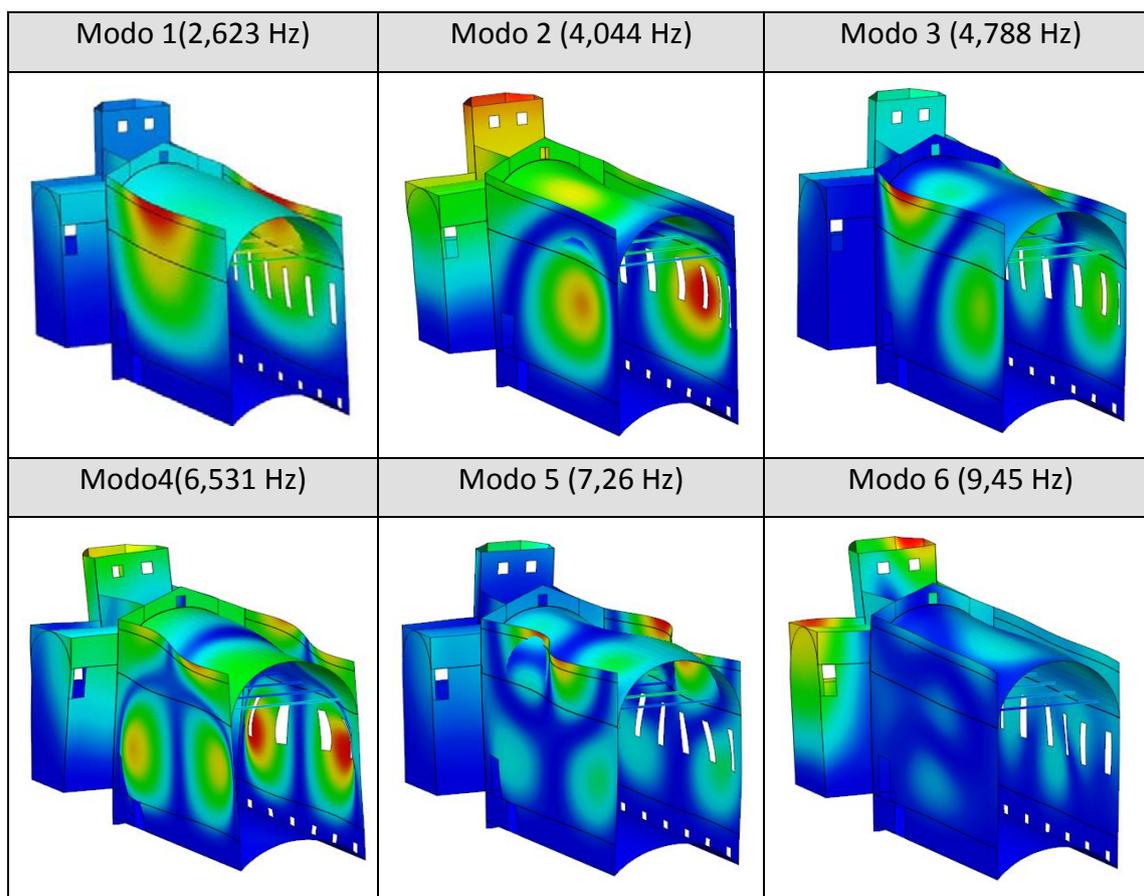


Figg. 8.31-8.32. Nelle rappresentazioni del modello si possono notare i vincoli posti alla base dell'edificio. Le diverse colorazioni sono in base alle proprietà applicate ai materiali: giallo per la muratura, rosso per la muratura delle volte, blu per il cordolo in c.a., verde per catene e tiranti, azzurro per le masse.

Per avere una conferma della corrispondenza tra i due modelli è stato effettuato un confronto tra le frequenze e le forme modali, come riportato nelle Tabb.8.17-8.18.

Modo	f Straus [Hz]	f Diana [Hz]	Errore medio [%]
1	2,5361	2,623	3,3
2	4,1983	4,044	3,67
3	4,9382	4,788	0,8
4	8,082	6,531	19,18
5	8,1522	7,263	10,9
6	10,8	9,45	12,54

Tab. 8.17. Relazione tra le frequenze del modello Straus e del modello Diana



Tab. 8.18. Rappresentazione grafica delle forme modali del modello Diana.

Si può notare come soprattutto per gli ultimi tre modi, le frequenze abbiano un errore percentuale medio più alto. Si è deciso quindi di procedere ad un confronto anche con i dati del modello sperimentale¹³.

Modo	F_{EXP} [Hz]	f_{Diana} [Hz]	Errore medio [%]
1	2,529	2,623	3,5
2	4,159	4,044	2,7
3	4,899	4,788	2,26
4	6,651	6,531	1,79
5	7,166	7,263	1,34
6	9,519	9,45	0,76

Tab. 8.19. Relazione tra le frequenze del modello sperimentale e quello Diana

¹³ Per un confronto anche visivo si veda la Tab. 8.8. con le forme modali del modello Artemis.

Si può vedere come in questo caso non solo ci sia una migliore corrispondenza, ma come in media ci sia una maggiore correlazione tra le frequenze sperimentali e quelle del modello Diana piuttosto che quelle del modello *Straus*. In generale si può giustificare la differenza in alcuni dei risultati dei due modelli come causata da una diversa tipologia di risoluzione dell'elemento bidimensionale dei due *software*. Nel caso più specifico dell'identificazione modale, un'ulteriore conferma della maggiore aderenza del modello Diana alla realtà, che giustifica le differenze tra i due modelli, è un'errore del programma *Straus* che per spessori elevati di *plate* non considera le rigidzze taglienti e porta quindi in alcuni casi ad una imprecisa valutazione delle forme modali. Si riporta di seguito il confronto grafico tra i valori delle frequenze del modello sperimentale e di quello Diana.

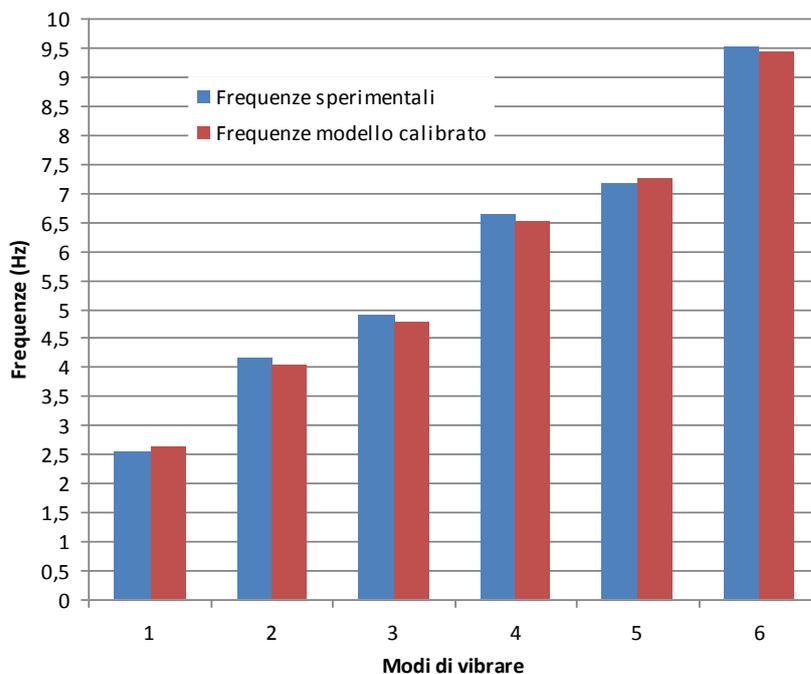
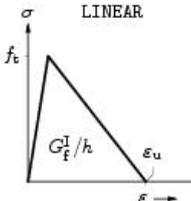
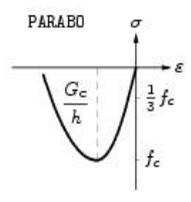


Fig. 8.33. Il grafico confronta i valori delle frequenze del modello sperimentale e quelle del modello Diana calibrato secondo i parametri scelti per il modello *Straus*. Si può vedere come ci sia un'ottima corrispondenza tra le frequenze.

8.6. ANALISI STATICA NON LINEARE (PUSHOVER)

8.6.1 Curve di capacità¹⁴

Tramite l'analisi *pushover* è possibile determinare le curve di capacità della struttura, ovvero è possibile applicare alla struttura carichi gravitazionali ed un sistema di forze orizzontali lungo la direzione dell'azione sismica considerata. Tali forze sono scalate in modo da far crescere monotonamente lo spostamento di un punto di controllo sia in direzione positiva che negativa, fino al raggiungimento delle condizioni di collasso locale o globale della costruzione. In Diana TNO l'analisi *pushover* si effettua attivando la non linearità dei materiali tramite l'analisi *structural non linear*. Non viene in questo caso effettuata un'analisi di sensitività poiché si è deciso di indagare le proprietà non lineari del solo materiale "muratura", in quanto costituente il 90% della struttura dell'edificio; Si riportano di seguito le proprietà applicate.

Class	Concrete and masonry	
Material model	Total strain based crack model	
Crack orientation	Rotating	
Comportamento a trazione	Tensile curve	Linear – crack energy LINEAR  (d) linear
	Tensile strength	0,2 N/mm ²
	Mode – I tensile fracture energy	0,3 N/mm
Comportamento a compressione	Compression curve	Parabolic PARABO  (g) parabolic
	Compressive strength	2 N/mm ²
	Compressive fracture energy	2 N/mm

Tab. 8.20. Proprietà a trazione e compressione applicate al modello Diana.

¹⁴ Per le basi teoriche dell'argomento si veda il paragrafo 8.2.8.3 Analisi statiche non lineari (pushover).

Sono stati inoltre impostati i valori delle due diverse tipologie di carico tramite il comando *body force*, che permette una distribuzione delle forze proporzionale alle masse, ed i relativi *step* di applicazione. La prima tipologia è quella del carico gravitazionale, dovuto all'accelerazione di gravità applicata lungo la direzione Z; questa tipologia è stata ovviamente applicata per ogni analisi *pushover* eseguita. La seconda tipologia è invece quella delle forze orizzontali applicate in questo caso in diverse direzioni, a seconda del sistema di riferimento, per simulare un evento sismico. Per quest'ultimo caso sono state eseguite quattro diverse analisi *pushover*, nello specifico nelle direzioni

- X, -X
- Y, -Y

poiché l'edificio se soggetto ad azione sismica, può subire meccanismi di danno in tutte e quattro (Fig. 8.34.).

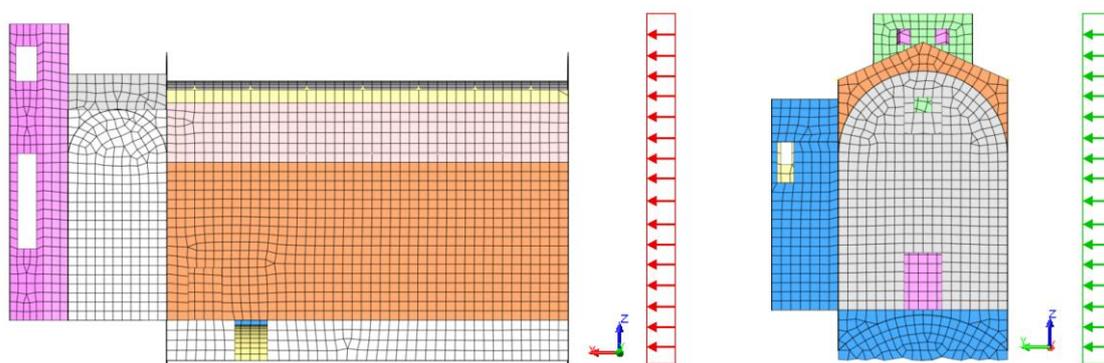


Fig. 8.34. Rappresentazione del modello in Diana TNO ed il relativo sistema di riferimento. In rosso si può osservare la direzione della condizione di carico X, in verde la condizione di carico Y.

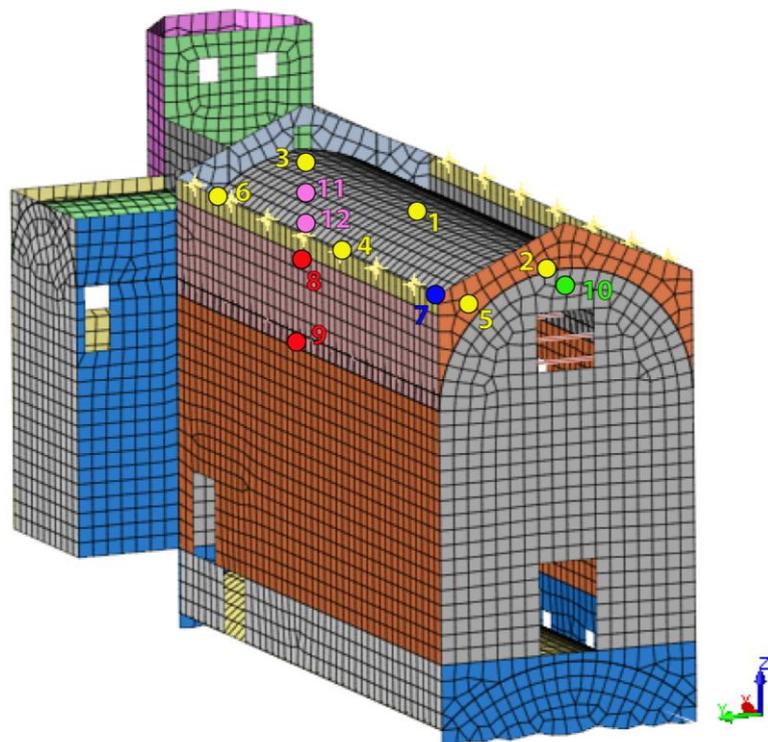
Per quanto riguarda gli *step* di applicazione del carico, nel caso di quello gravitazionale è stato suddiviso in quattro, con un'applicazione del 25% per ogni passo, mentre, le accelerazioni orizzontali, sono state applicate in cento diversi passi, con un'applicazione dell'1% per ogni *step*. Per entrambe le tipologie è stato utilizzato come metodo iterativo quello di *Newton-Raphson* e sono state attivate come norme di convergenza la variazione di energia, degli spostamenti e delle forze; è stato assegnato come numero massimo di iterazioni inizialmente il valore 50: in seguito sono state avviate le analisi ma alcune non sono andate a convergenza. Per questo motivo è stato necessario modificare alcuni parametri: nel caso delle analisi *pushover* con

accelerazione in direzione orizzontale è stato attivato il comando *Arc length control*, mentre per entrambe le combinazioni di carico il numero di iterazioni è stato aumentato da 50 a 100, attivato il comando *line search* ed il valore dell'energia aumentato da 0,0001 a 0,001. Modificando i parametri nel modo illustrato le analisi sono terminate con successo.

Si è potuto a questo punto procedere all'analisi dei risultati: il programma fornisce in output i valori degli spostamenti relativi al punto di controllo selezionato e quelli del moltiplicatore dei carichi a_g o quelli del taglio alla base, per ogni *step* di applicazione del carico. Le curve *pushover* sono il risultato del plottaggio dei valori sopracitati in un grafico accelerazione-spostamento o taglio alla base-spostamento. Il primo obiettivo è quello di individuare un punto di controllo ottimale in vista delle successive analisi.

Posizione dei punti di controllo

- **1**: centro della volta;
- **2**: in chiave della volta verso la facciata;
- **3**: in chiave della volta verso l'arco trionfale;
- **4**: ai quarti della volta verso la parete nord;
- **5**: ai quarti della volta verso la facciata;
- **6**: ai quarti della volta verso l'arco trionfale;
- **7**: connessione tra cordolo e facciata;
- **8**: sotto il cordolo nella parte centrale della parete nord;
- **9**: connessione tra base della volta e parete nord;
- **10**: sopra la trifora della facciata;
- **11**: sotto l'accesso al sottotetto della navata;
- **12**: sopra il tamponamento dell'arco trionfale.



Si riportano quindi di seguito le diverse curve di capacità (Figg.8.35-8.46)costituite per le quattro diverse direzioni per diversi punti di controllo.

DIREZIONE X

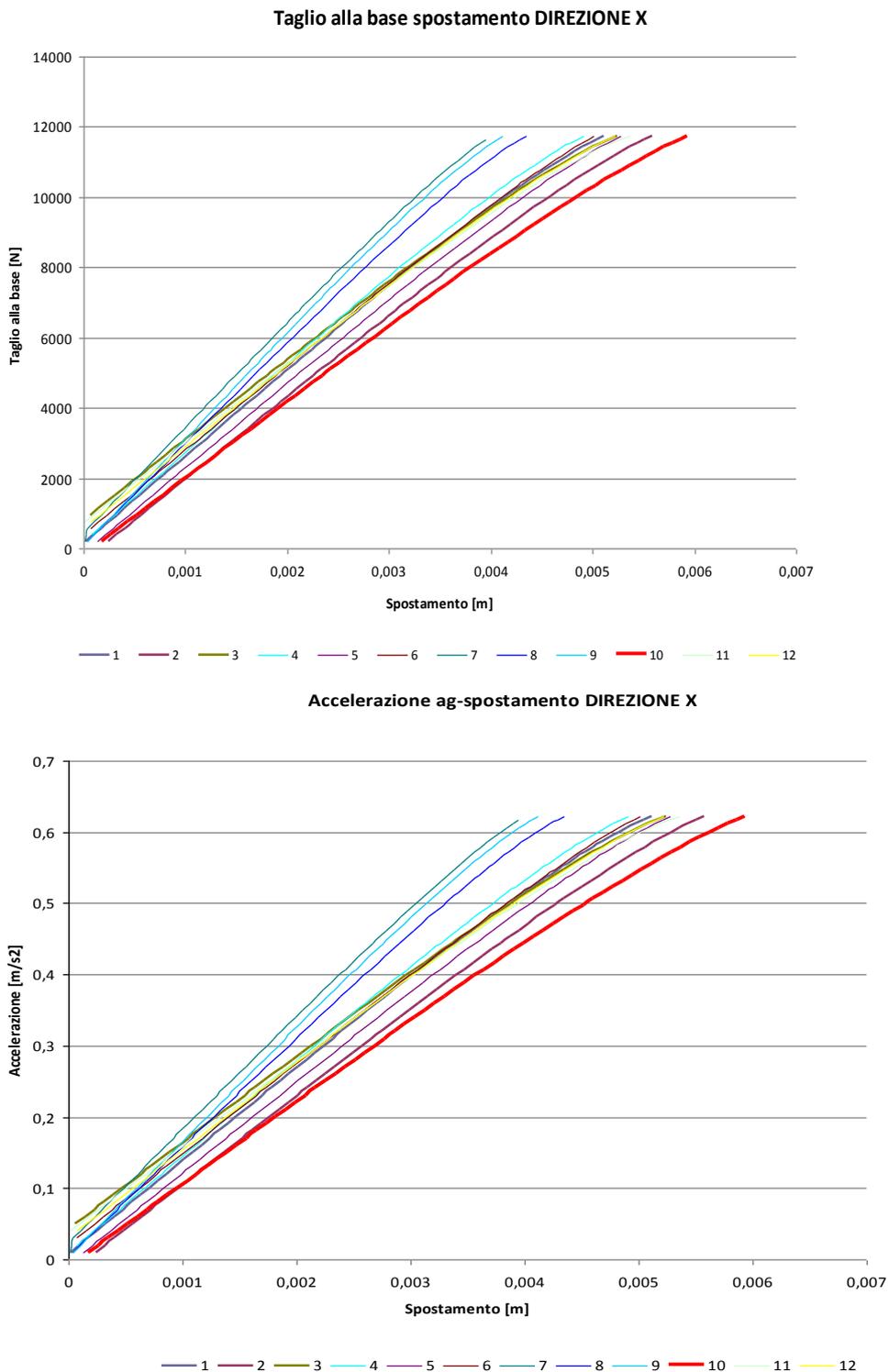
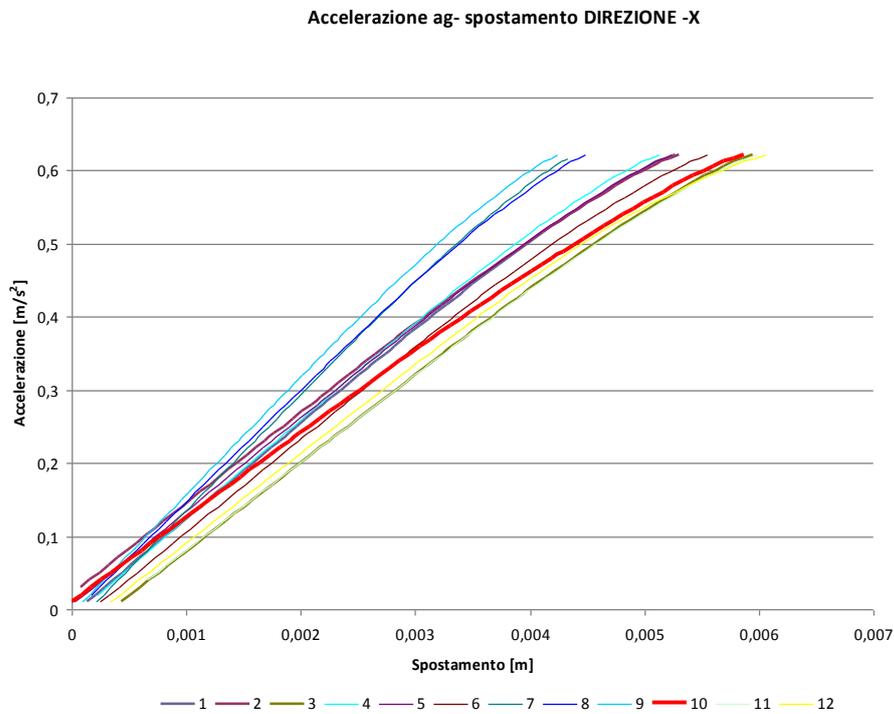
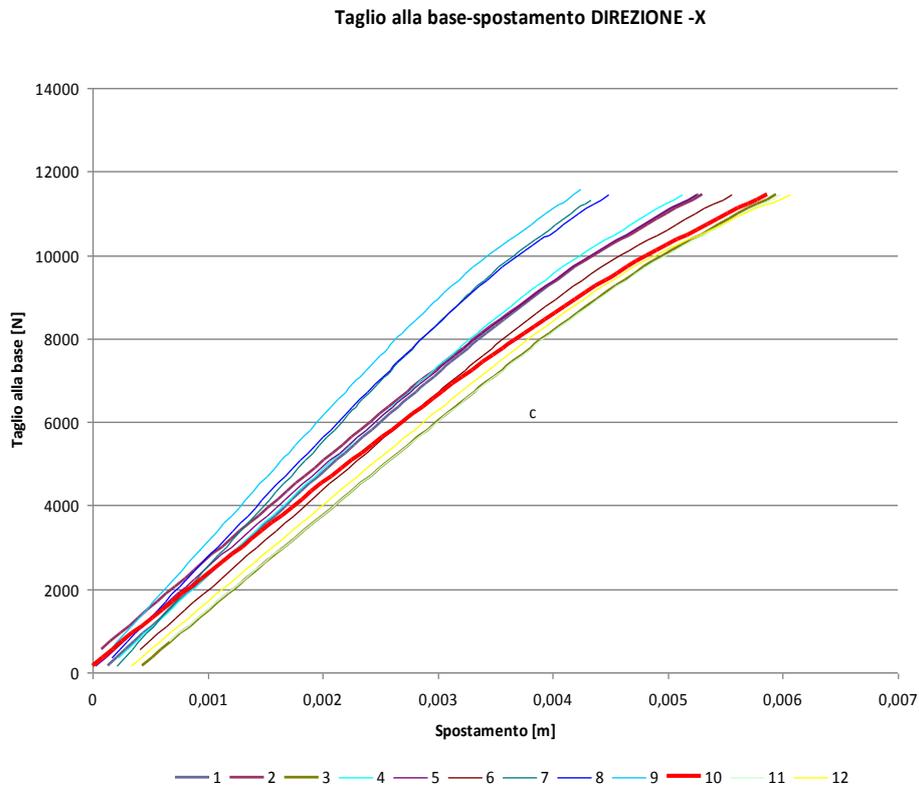


Fig. 8.35-8.36. Rappresentazione delle curve di capacità in direzione X.

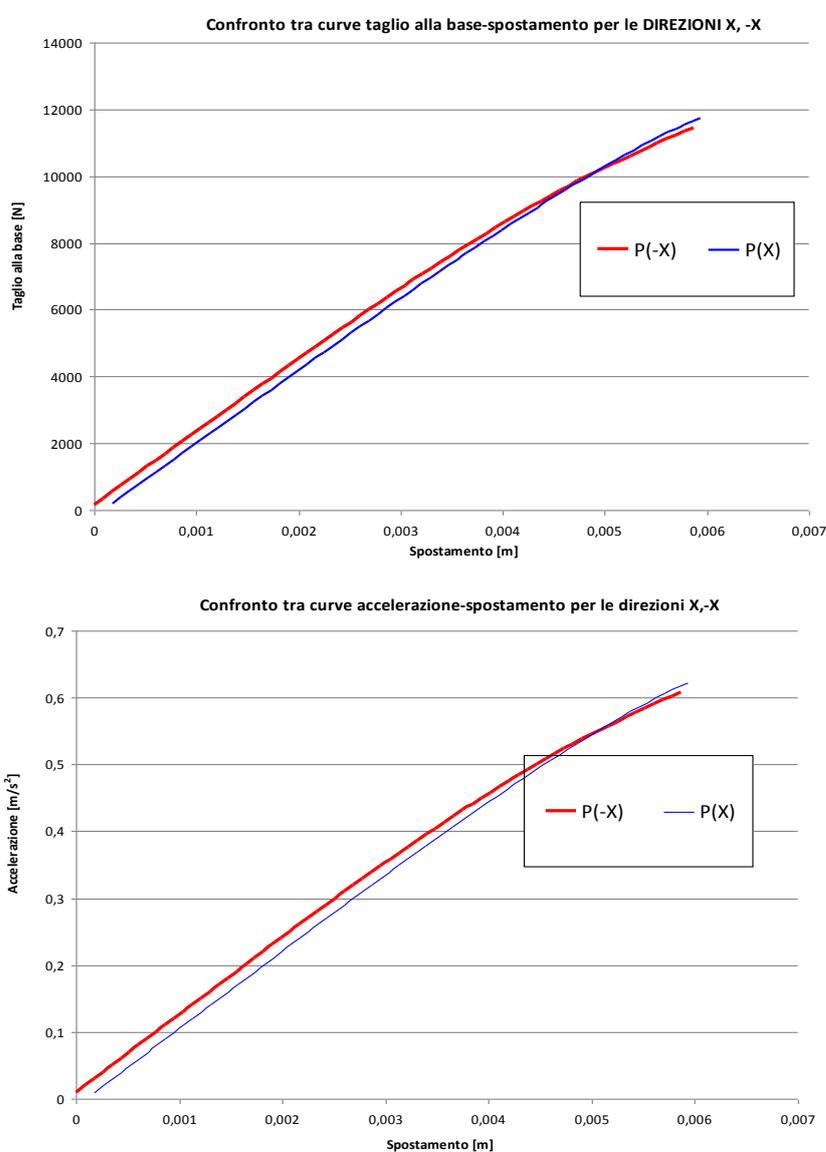
DIREZIONE -X



Figg. 8.37-8.38. Rappresentazione delle curve di capacità in direzione -X.

Dall'analisi delle curve di capacità nelle direzioni X e -X, per dodici diversi punti di controllo e per entrambe le tipologie di curva (taglio alla base- spostamento, accelerazione-spostamento) è stato individuato come punto di controllo ottimale il punto 10 (evidenziato nei grafici dal colore rosso), ovvero quello posizionato al di sopra della trifora della facciata. Si procede ora al confronto delle due curve di capacità del punto di controllo, per le direzioni X e -X, per poter determinare quale delle due condizioni di carico sia la più gravosa.

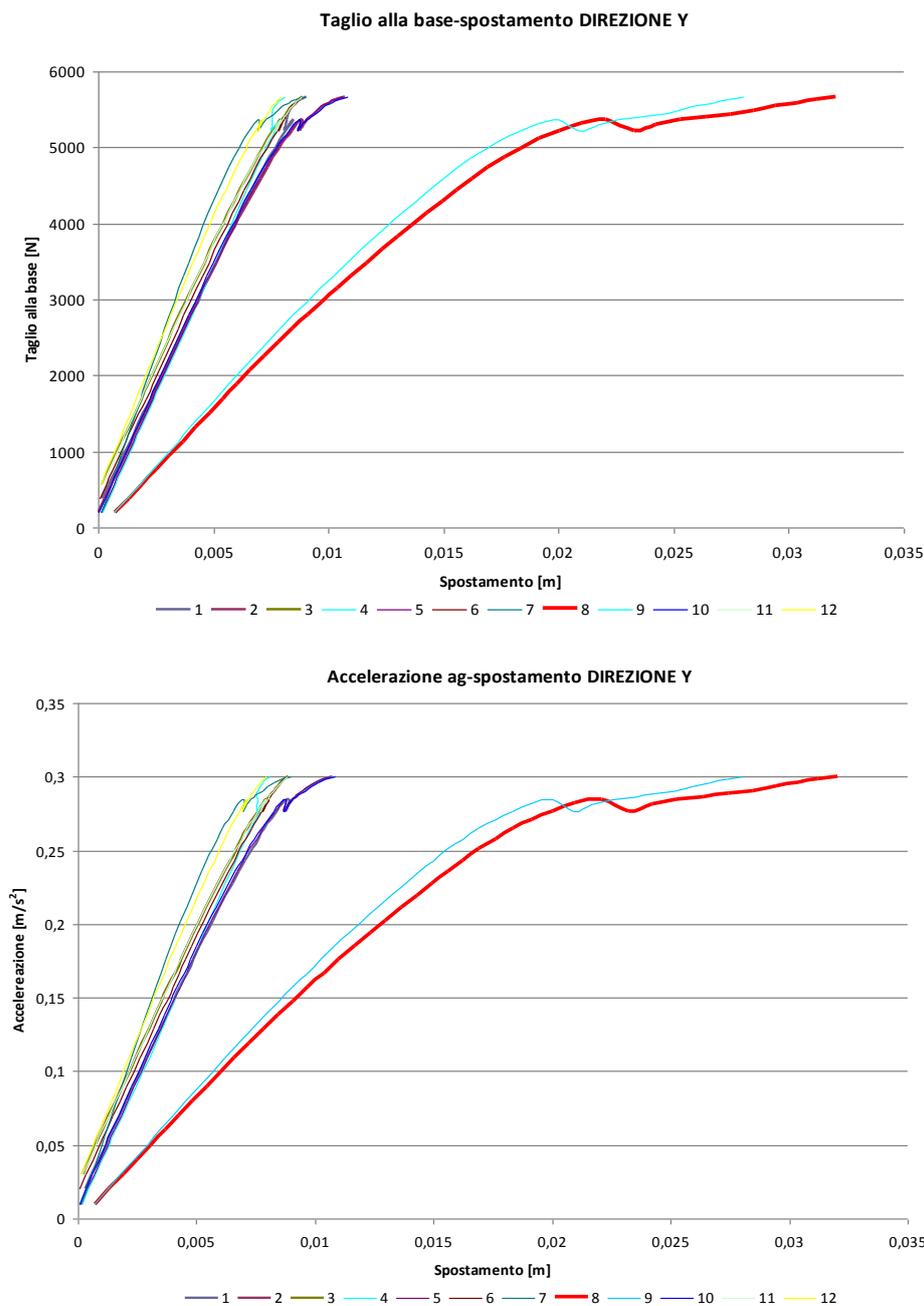
CONFRONTO DIREZIONI X, -X



Figg. 8.39-8.40. Rappresentazione delle curve di capacità in direzione X, -X.

Come si può notare da entrambi i grafici di confronto, la condizione di carico più gravosa è quella rappresentata dalla curva rossa, ovvero in direzione $-X$, poiché la struttura si danneggia per valori di taglio e accelerazione inferiori rispetto alla curva di capacità per il carico in direzione X . Si riporta quindi lo stesso lavoro di analisi per le direzioni Y e $-Y$.

DIREZIONE Y



Figg. 8.41-8.42.
Rappresentazione
delle curve di
capacità in
direzione Y .

DIREZIONE -Y

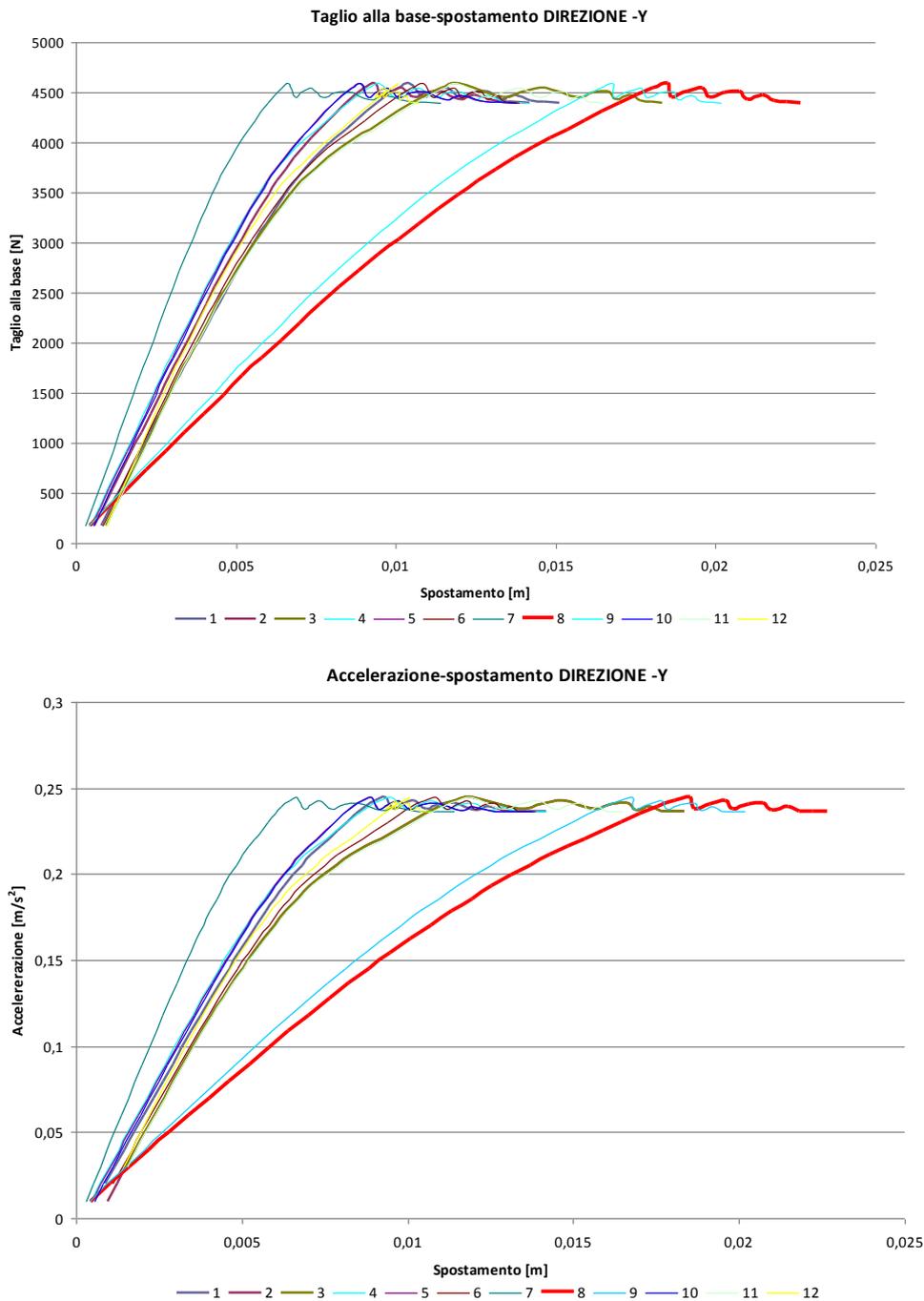


Fig. 8.43-8.44. Rappresentazione delle curve di capacità in direzione -Y.

Come nel caso precedente si è scelto un punto di controllo, in questo caso quello relativo alla curva di capacità 8 (rossa). Si riporta quindi di seguito il confronto tra le curve di capacità per carichi in direzione Y e -Y, per il punto di controllo 8, per determinare quale delle due condizioni sia più gravosa.

CONFRONTO DIREZIONI Y, -Y

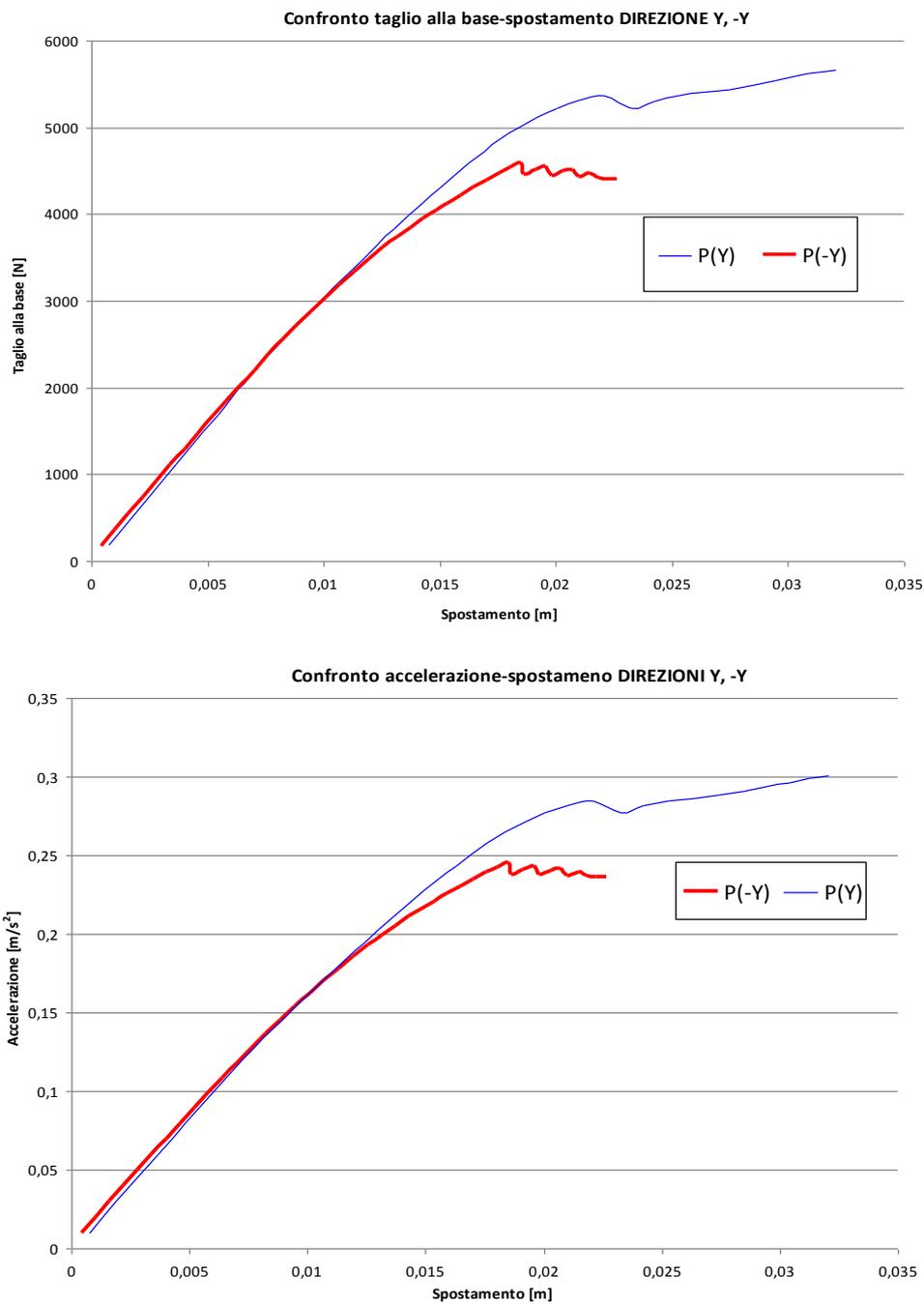
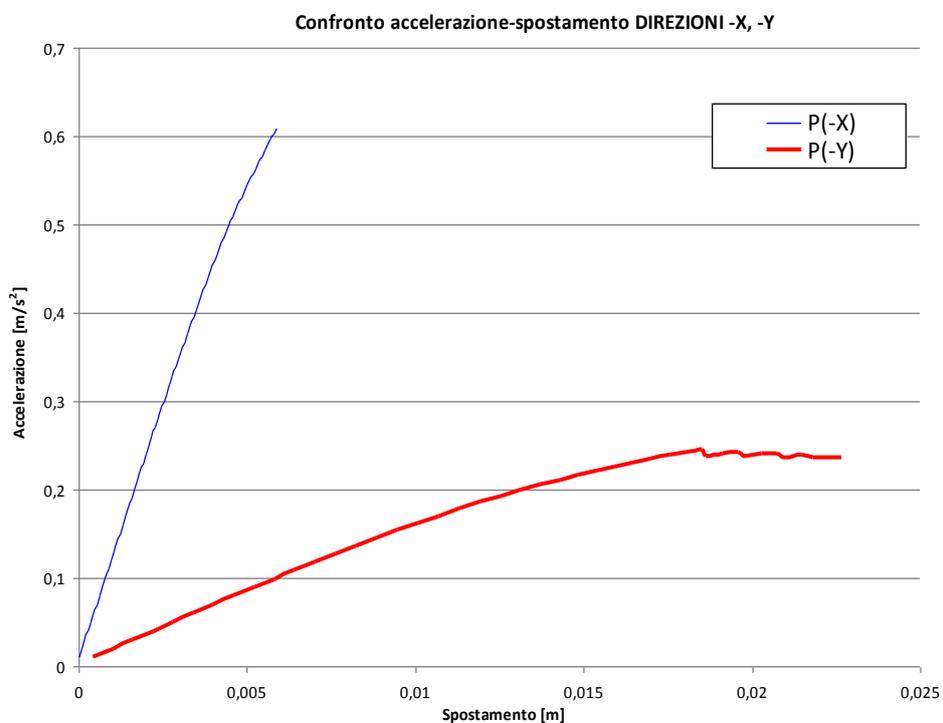
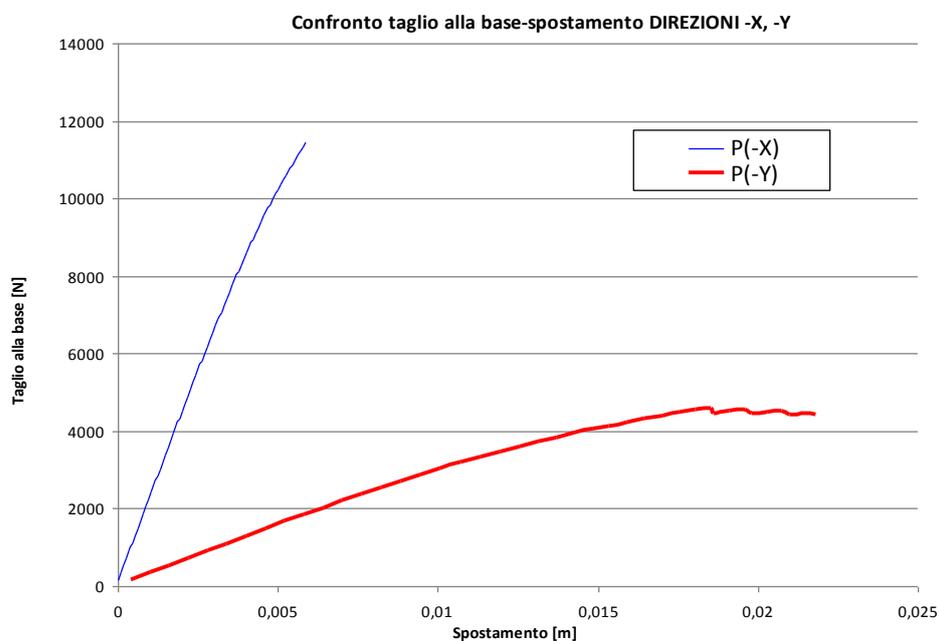


Fig. 8.45-8.46. Rappresentazione delle curve di capacità in direzione Y, -Y.

Si può notare come in questo caso la direzione più gravosa sia quella corrispondente al carico in direzione -Y poiché la struttura si danneggia per valori di taglio e accelerazione inferiori rispetto alla configurazione di carico con direzione Y.

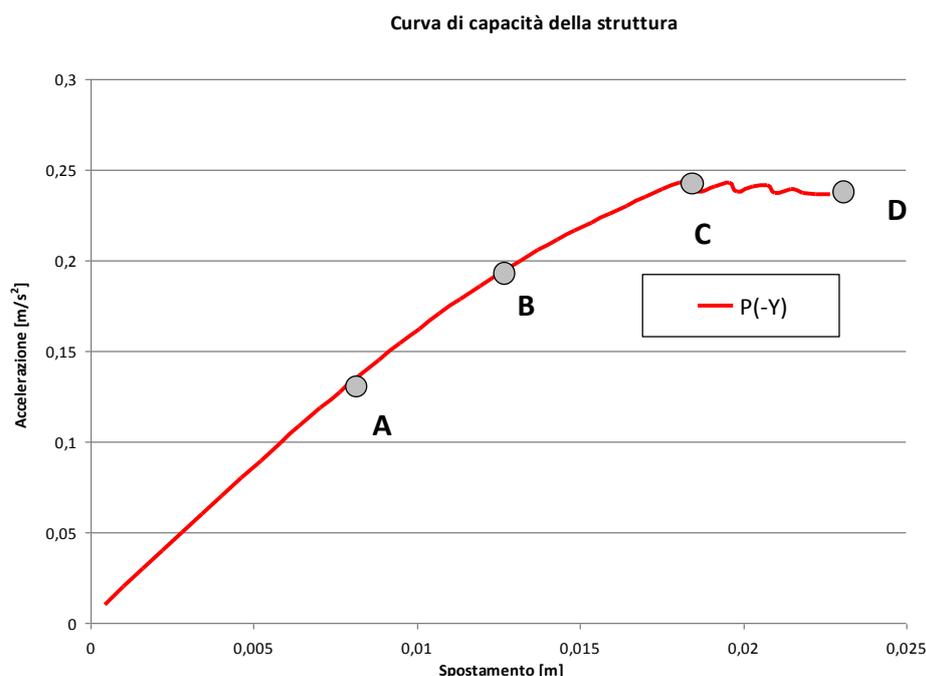
CONFRONTO FINALE, DIREZIONI -X, -Y

Ci si appresta quindi ora ad effettuare il confronto finale per determinare quale tra le direzioni $-X$ e $-Y$, per i rispettivi punti di controllo, sia la più gravosa per l'edificio.



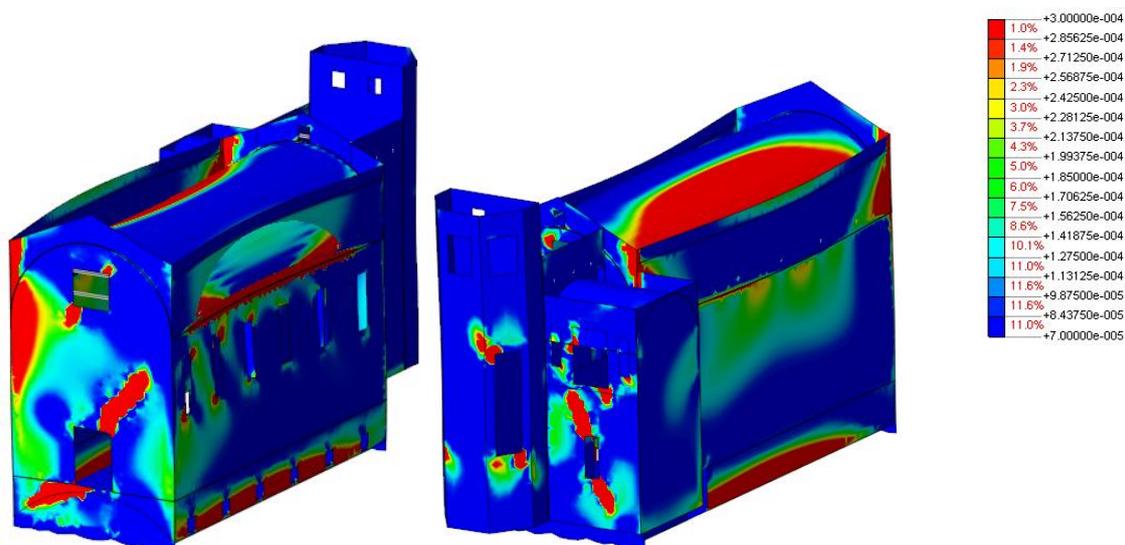
Figg. 8.47-8.48. Rappresentazione delle curve di capacità in direzione $-X, -Y$.

Dall'analisi dei grafici sopra (Figg. 8.47-8.48) emerge come la condizione di carico più gravosa sia quella in direzione $-Y$ in quanto la struttura si danneggia per valori di taglio alla base e accelerazione molto inferiori rispetto alla condizione in direzione $-X$. La curva di capacità ricavata dall'analisi *pushover* con il software *Diana* risulta quindi essere quella per la condizione di carico in direzione $-Y$ ed è rappresentata in Fig. 8.49.



Figg. 8.49. Rappresentazione della curva di capacità della struttura.

Si può notare come il grafico si mantenga lineare, ad indicare quindi un comportamento totalmente reversibile, fino al punto A; da questo punto in poi, avente valore di a_g pari a 0,13 g iniziano a mostrarsi le prime fessurazioni che andranno ad aumentare fino all'ultimo *step*, il D, avente il valore massimo di a_g , pari a 0,236 g. Si riporta di seguito la rappresentazione grafica del quadro deformazioni per lo *step* di carico D, quindi per i valori massimi di taglio alla base e accelerazione in direzione $-Y$.



Figg. 8.50. Rappresentazione della curva di capacità della struttura.

Si possono notare gravi lesioni a taglio per quelle pareti, quali la facciata, l'abside e la parte finestrata della sacrestia, poste in direzione parallela all'azione orizzontale. Per quanto riguarda gli altri prospetti si possono osservare dei principi di ribaltamento, soprattutto per la porzione superiore della parete sud al livello della base della volta ed il collegamento tra facciata e parete nord.

In definitiva si può quindi affermare, anche in seguito a quest'ultima analisi, come la condizione di carico avente accelerazione orizzontale in direzione $-Y$, sia sicuramente la più gravosa per la struttura, esponendola ad un maggior grado di vulnerabilità nel caso di evento sismico e come i risultati dell'analisi *pushover* confermino anche i risultati ottenuti tramite l'analisi cinematica, in particolare per quanto riguarda i meccanismi locali di ribaltamento.

9. CONCLUSIONI

L'obiettivo generale del presente lavoro di tesi è la definizione di un quadro completo dello stato di salute strutturale della Cappella degli Scrovegni e l'identificazione delle principali vulnerabilità che interessano l'edificio. Lo scopo ultimo riguarda la valutazione della sicurezza strutturale e la definizione di aspetti cruciali per una sua corretta conservazione e valorizzazione.

Il sistema selezionato per il controllo della Cappella degli Scrovegni è di tipo misto, permette quindi il monitoraggio continuo sia del comportamento statico che di quello dinamico della struttura. Grazie all'analisi dei dati registrati dal sistema di monitoraggio nel corso di un anno e mezzo di controlli continui, è stato possibile identificare il comportamento della struttura sia dal punto di vista statico che dinamico e valutare l'insorgenza di possibili stati di danneggiamento. L'analisi è consistita nell'eliminazione degli effetti termici che influenzano la variazione dei parametri strutturali (apertura/chiusura di lesioni, frequenze naturali di vibrazione). A tale scopo sono stati sviluppati e applicati modelli statistici autoregressivi (ARX), in grado di filtrare le componenti reversibili di variazione causati dai cicli termici stagionali. I risultati hanno consentito di escludere la presenza di fenomeni di danneggiamento strutturale attivi.

In seguito è stata determinata la risposta sismica della Cappella degli Scrovegni previa analisi strutturali di tipo analitico (analisi cinematica dei possibili meccanismi di collasso) e numerico (modellazione FEM).

L'individuazione delle caratteristiche meccaniche è stata svolta in relazione ad un Livello di Conoscenza LC1, con Fattore di Confidenza $FC=1,35$. L'analisi limite è stata svolta per lo stato limite di salvaguardia della vita (SLV) applicando l'approccio sia lineare che non lineare. I risultati delle analisi sismiche hanno consentito di determinare i meccanismi di collasso più gravosi per la struttura (ribaltamento fuori piano delle pareti longitudinali) e di eseguire le verifiche di sicurezza. In particolare tutti i meccanismi considerati risultano verificati con il metodo non lineare. Si sottolinea tuttavia che la Cappella, pur essendo in condizioni di sicurezza sismica per lo

stato limite considerato, presenta delle vulnerabilità intrinseche che dovranno essere oggetto di studi più approfonditi, soprattutto in relazione all'effetto dell'azione sismica nei confronti della protezione dei beni artistici in essa contenuti.

Tramite l'analisi cinematica sopra descritta è stato però possibile valutare la risposta sismica dell'edificio solo localmente. Per la valutazione della sicurezza dell'edificio è importante determinare anche il comportamento globale della struttura: questo è attuabile attraverso la definizione di modelli numerici ad elementi finiti, in grado di simulare il comportamento dell'edificio sottoposto a determinate sollecitazioni.

La valutazione della risposta sismica globale della struttura è stata effettuata attraverso la creazione di un modello numerico agli elementi finiti. Tale modello è stato preliminarmente calibrato e validato sulla base dei dati sperimentali derivanti dal monitoraggio. Il processo di calibrazione è consistito nel confronto dei parametri modali reali della struttura (frequenze proprie, smorzamenti e forme modali) estratti attraverso tecniche di identificazione dinamica, con quelli numerici derivanti dal modello di calcolo.

L'identificazione dinamica è stata eseguita tramite il software *Artemis Extractor 4.0*, estraendo i parametri dalle registrazioni di 20 giornate ritenute significative ai fini della caratterizzazione dinamica, utilizzando i metodi non parametrici nel dominio delle frequenze FDD e EFDD che hanno permesso di individuare sei diverse forme modali. In seguito ad uno studio statistico fatto sulla medie delle frequenze elaborate dal software è stata individuata la giornata di registrazione più rappresentativa, sulla quale saranno poi svolte tutte le successive analisi.

Sulla base delle frequenze naturali e delle forme modali individuate nel modello sperimentale è stato possibile calibrare il modello numerico costruito con il software *Straus7*. Le caratteristiche meccaniche di partenza sono state ricavate da normativa: lo scopo della calibrazione è quello di variare le caratteristiche elastiche dei materiali considerati per far coincidere i parametri modali sperimentali con quelli numerici. La bontà del modello calibrato è stata valutata attraverso un confronto in frequenza (calcolo dell'errore medio) e in termini di forme modali (calcolo dell'indice di MAC). Il calcolo dell'indice di MAC è stato però piuttosto complicato a causa del basso numero

di accelerometri di cui è composto il sistema di monitoraggio. In questo caso gli indici di MAC calcolati indicano una buona correlazione tra i due modelli. Valutata la bontà del modello *Straus* calibrato è stato possibile utilizzare le stesse caratteristiche meccaniche per la modellazione in ambiente *Diana TNO* che ha permesso di implementare modelli costitutivi dei materiali di tipo non lineare e di valutare la risposta sismica attraverso l'analisi statica non lineare (pushover). Questo tipo di analisi tiene conto sia delle proprietà fisiche che geometriche non lineari e consiste nell'applicare alla struttura un sistema di forze statiche orizzontali monotone crescenti lungo le direzioni principali dell'edificio. L'analisi svolta ha consentito di determinare i possibili danneggiamenti della struttura soggetta a un sistema di forze orizzontali (plottaggio dei quadri fessurativi e di danno) e di calcolare e confrontare le curve di capacità per tutte le direzioni del sisma analizzate. Si è potuto così dimostrare che la condizione di carico sismico perpendicolare alle murature longitudinali della Cappella risulta essere la più gravosa, confermando così le vulnerabilità identificate con l'analisi locale dei cinematismi.

In conclusione si è quindi potuto dimostrare che il monitoraggio strutturale applicato ad un edificio storico appartenente ai Beni Culturali sia una grande risorsa per la valutazione della sicurezza e della conservazione dello stesso. Nel caso specifico della Cappella degli Scrovegni è stato possibile effettuare analisi approfondite a partire dai dati sperimentali raccolti dal sistema di monitoraggio installato. Le analisi condotte hanno consentito di valutare il comportamento sismico dell'edificio e di identificare le vulnerabilità strutturali. E' auspicabile che il monitoraggio venga in futuro integrato con un maggior numero di sensori in grado di fornire informazioni più dettagliate e approfondite sullo stato di salute della struttura. Al fine di un corretto processo di conservazione della Cappella degli Scrovegni è inoltre necessario integrare le ispezioni svolte con un piano di indagine accurato al fine di incrementare il livello di conoscenza della struttura e condurre ulteriori analisi per una corretta definizione del suo comportamento strutturale.

BIBLIOGRAFIA

La bibliografia relativa alla Cappella degli Scrovegni potrebbe definirsi smisurata: dividiamo due filoni proponendo prima la bibliografia storico-critica strettamente legata alle vicende dell'edificio e successivamente la bibliografia tecnico-scientifica, entrambe presentate seguendo l'ordine alfabetico in riferimento al cognome dell'autore. Per quanto riguarda nello specifico la bibliografia storico-critica si riportano in questo caso solo i testi riguardanti la trattazioni analizzate nel capitolo 2. Inquadramento. Per la bibliografia specifica, come per l'analisi storico-critica precisa si veda L. STIEVANO, tesi *Indagini sperimentali non distruttive*.

BIBLIOGRAFIA STORICO - CRITICA

Attività di tutela e valorizzazione dei beni culturali, museali e architettonici in Padova dal 1989 al 1998, a cura di BORSELLA S., Alde Edizioni, Padova, 1998.

BASILE G., *Giotto. La Cappella degli Scrovegni*, Electa, Milano, 1992.

BASILE G., *L'intervento sugli affreschi di Giotto agli Scrovegni*, in «Padova e il suo territorio», XVII, 2002, n. 97, pp. 6-8.

BELLINATI C., *La Cappella di Giotto all'Arena (1300-1306): studio storico-cronologico su nuovi documenti*, Tipografia del Seminario di Padova, Padova, 1967.

BELLINATI C., *Nuovi studi sulla Cappella di Giotto all'Arena di Padova (25 marzo 1303-2003)*, in «Quaderni dell'Archivio Vescovile e della Biblioteca Capitolare di Padova», 2, Il Poligrafo, Padova, 2003.

Bollettino d'Arte "Giotto a Padova", serie speciale, 2, anno LXIII, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, 1982.

Bollettino d'Arte, anno XII, Istituto Poligrafico e Zecca dello Stato, 2005.

BORSELLA S., *I recenti cantieri di restauro presso la Cappella degli Scrovegni*, in «Bollettino del Museo Civico di Padova», XCIV, 2005, pp. 99-124.

BONETTI B., *Studi intorno l'Anfiteatro Romano di Padova*, in «Atti e memorie delle Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova», 1916.

Carte Foscari sull'Arena di Padova: la "Casa Grande" e la Cappella degli Scrovegni, a cura di BORDIGNON FAVERO E., La Malcontenta, Venezia, 1988.

CESSI F., *La Cappella degli Scrovegni*, Editoriale Arsuna, Firenze, 1978.

CHEVALIER P., *Memorie architettoniche sui principali edifici della città di Padova*, Gamba, Padova, 1831.

FABBRI COLABICH G., PROSDOCIMI A., SACCOMANI G., *I recenti lavori di restauro alla Cappella degli Scrovegni e le indagini esperite per la sua conservazione*, Società Cooperativa Tipografica, Padova, 1964.

FLORIMI M., *Raccolta delle piante di città*, Siena, fine XVII sec – inizi XVII sec.

FRUGONI C., *L'affare migliore di Enrico. Giotto e la Cappella degli Scrovegni*, Einaudi, Torino, 2008.

GALLETTO P., *Antonio Tolomei. Biografia a ricordo della sua opera a salvezza del Giotto degli Scrovegni*, Battagin, Treviso, 1998.

GASPAROTTO C., *Giotto in Dante: critica della cronologia tradizionale della Cappella degli Scrovegni*, in «Padova e la sua provincia», Grafiche Erredici, Padova, 1966.

GENNARI G., *Annali della città di Padova*, Remondini, Bassano, 1804.

GHIRARDINI G., *Intorno agli scavi dell'Anfiteatro di Padova*, in «Notizie degli scavi di Antichità», 1881.

GHIRONI S., *Padova - Piante e vedute (1449-1865) con saggio di Giuliana Mazzi*, Panda Edizioni, Padova, 1985.

Giotto e la Cappella degli Scrovegni dopo i recenti restauri, «Atti del convegno internazionale di studi, 21-23 novembre 2002», ed Skira, Milano, 2002.

Giotto. Gli affreschi della Cappella degli Scrovegni a Padova, a cura di BASILE G., Istituto Centrale per il Restauro, Skira, Milano, 2002.

GIOVAGNOLI G., *Il palazzo dell'Arena e la Cappella di Giotto*(secc. XIV-XIX). *Proprietari, preposti, beni*, Cleup Editrice, Padova, 2008.

Il restauro della Cappella degli Scrovegni. Indagini, progetti, risultati, a cura di BASILE G., Ministero per i beni e le Attività Culturali, Skira, Milano, 2003.

La Cappella degli Scrovegni a Padova, a cura di BANZATO D., BASILE G., FLORES D'ARCAIS F., SPIAZZI A.M., Panini (Mirabilia Italiae, XIII), Modena, 2005.

La Cappella degli Scrovegni a dieci anni dal restauro, Atti della giornata di studi, Centro Culturale Altinate/San Gaetano, Padova, 25 giugno 2012.

La Cappella degli Scrovegni. Indagini, restauri, interventi, Atti della giornata di studi, 25 febbraio 1998, Comune di Padova, 1998.

PROSDOCIMI A., *Il Comune di Padova e la Cappella degli Scrovegni nell'Ottocento. Acquisto e restauri agli affreschi*, in «Bollettino del Museo Civico di Padova», numero speciale, annata XLIX, 1, 1960.

PUPPI L., *Vicende ottocentesche della Cappella degli Scrovegni*, in «Arte Veneta», XV, 1961.

RONCHI O., *Un documento inedito del 9 gennaio 1305 intorno alla Cappella degli Scrovegni*, in «Atti e memorie delle Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti in Padova», LII, 1935/36, pp. 205-211.

ROSSETTI G.B., *Descrizione delle pitture, sculture e architetture di Padova*, Tipografia del Seminario di Padova, Padova, 1765.

RUSKIN J., *Giotto and his works in Padua*, Allen, London, 1856.

SCARDEONE B., *De antiquitate urbis Patavii et claris civibus Patavinis*, ex officina Nicolai Episcopii junioris, Basilea, 1560.

SELVATICO ESTENSE P., *Sulla Cappellina degli Scrovegni nell'Arena di Padova e sui freschi di Giotto in essa dipinti*, Minerva, Padova, 1836.

SELVATICO ESTENSE P., *Guida di Padova e dei suoi principali contorni*, Tipografia F. Sacchetto, Padova, 1869.

SEMENZATO C., *La Cappella degli Scrovegni*, Martello, Padova, 1983.

SPIAZZI A.M., *La Cappella degli Scrovegni a Padova*, Electa, Milano, 1991.

SPIAZZA A.M., *Per la difesa degli affreschi di Giotto*, in «Padova e il suo territorio», XVII, 2002, n. 97, pp. 21-22.

TOLOMEI A., *La chiesa Di Giotto nell'Arena di Padova*, Relazione al Consiglio Comunale di Antonio Tolomei Assessore, Tipografia alla Minerva dei fratelli Selmin, Padova, 1880.

TOLOMEI A., *La Cappella degli Scrovegni e l'Arena di Padova*, Tipografia alla Minerva dei fratelli Selmin, Padova, 1881.

URBANI G., *Applicazione della termovisione nel campo della conservazione delle opere d'arte*, in «Problemi di conservazione», Compositori, Bologna, 1973, pp 317-327.

URBANI G., *Studio sulla stato di conservazione della Cappella degli Scrovegni di Padova*, in «Bolettino d'Arte», Roma, 1978.

ZAMPIERI G., *La Cappella degli Scrovegni in Padova. Il sito e l'area archeologica*, Skira, Milano, 2004.

BIBLIOGRAFIA TECNICO - SCIENTIFICA

AUER D., *Guida tascabile sulla termografia*, Testo AG, 2008.

ACCARDO G., *Distribuzione della temperatura superficiale sugli affreschi*, in «Bollettino d'arte "Giotto a Padova"», serie speciale 2, annoLXIII, Istituto Poligrafico dello Stato, 1982, pp. 113 – 117.

BERTANI D., DASSU G., GIAMBELLI G., *La termografia infrarossa e il suo impiego nel campo della conservazione*, in «Atti del convegno sul restauro delle opere d'arte», Firenze novembre 1976, Polistampa, Firenze, 1981, pp 107-117.

BINDA L., BORRI A., CARDANI G., DOGLIONI F., *Scheda qualità muraria: relazione finale e linee guida per la compilazione della scheda di valutazione della qualità muraria*, Progetto di ricerca: valutazione e riduzione della vulnerabilità degli edifici in muratura, Marzo 2009.

BINDA L., CANTIN L., CUCCHI M., *Thermovision: applications in conservation field to detect ridde characteristics of bulding structures*, eleventh NAMC, june 5 – 8 2001.

BINDA L., MODENA C., CASARIN F., LORENZONI F., CANTINI L., MUNDA L., *Emergency actions and investigations on Cultural Heritage after the l'Aquila earthquake: the case of the Spanish Fortress*, in «Bulletin of Earthquake Engineering», vol. 9, 2010, pp. 105 - 138.

BINDA L., SAISI A., ANZANI A., TIRABOSCHI C., *Progetto di indagini per la diagnosi e metodi per il controllo dell'intervento*, in «Progettare il Restauro», Libreria Cortina Ed., Padova 1999: 108-172.

BINDA L., SAISI A., *Il ruolo delle indagini nella diagnostica strutturale*, 2003.

BRINCKER R., VENTURA C., ANDERSEN P., *Damping estimation by frequency domain decomposition*, in «Proceedings of the IMAC 19, International Modal Analysis Conference», Kissimmee, FL, USA, 2001.

BRINCKER R., ZHANG L., ANDERSEN P., *Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition*, in «Proceedings of the IMAC 18, International Modal Analysis Conference», San Antonio, USA, 2000.

BSI, *Mechanical vibration and shock-performance parameters for condition monitoring of structures*, British Standards Organisation, 2004.

CASARIN F., *Structural assessment and seismic vulnerability analysis of a complex historical building*, Ph.D. Thesis, University of Padova, Italy, 2006.

CASARIN F., MODENA C., AOKI T., DA PORTO F., LORENZONI F., *Structural Health Monitoring of historical buildings: preventive and post-earthquake controls*, 2011.

CASARIN F., VALLUZZI M.R., DA PORTO F., MODENA C., *Structural monitoring for the evaluation of the dynamic response of historical monuments*, RILEM Symposium on On Site Assessment of Concrete, Masonry and Timber Structures - SACoMaTiS 2008.

CESINI G., GORI F., GUATTARI G., LUCARINI G., *Rilevazione termografica di difetti nei dipinti*, in «La Termotecnica», XXXIII, 1979, pp. 643-650.

CHIARUGI A., FORABOSCHI P., *Monitoraggio ed identificazione strutturale*, in «Monitoraggio delle strutture dell'ingegneria civile», a cura di MALERBA P.G.

DALGLEISH W. A., RAINER J. H., *Measurements of wind induced displacements and accelerations of a 57-storey building in Toronto*, in «Proc. 3rd Colloquium On industrial Aerodynamics, Aachen, Building Aerodynamics», Canada, pt. 2, 1978, pp. 67-78.

DEIANA R., CASSIANI G., DEIDDA G.P., MURA M., SCHIRRU F., PERRI M.T., *Cross-hole electrical resistivity tomography under extreme electrical conductivity conditions*, in «G.N.G.T.S.», 2011, pp. 491- 495.

DEIANA R., CASSIANI G., KEMNA A., VILLA A., BRUNO V., BAGLIANI A., *An experiment of non-invasive characterization of the vadose zone via water injection and cross-hole time-lapse geophysical monitoring*, in «Near Surface Geophysics», 2007, pp. 183-194.

DOLCE M., *Il monitoraggio sismico del Dipartimento della Protezione Civile (2) - L'Osservatorio Sismico delle Strutture*, in «Progettazione sismica», n.1, 2012, pp. 81-85.

DYKE S. J., BERNAL D., BECK J., VENTURA C., *Experimental phase 2 of the structural health monitoring benchmark problem*, in «Proc. ASCE Engineering Mechanics Conference», WA, 2003.

EWINS D.J., *Modal Testing, Theory, Practice and Application*, Second Edition, Research Studies Press LTD, Baldock, Hertfordshire, England, 2000.

GIUFFRE' A., *Leggendo il libro delle antiche architetture. Aspetti statici del restauro*, a cura di C. F. Carocci e C. Tocci, Gangemi Editore, Roma, 2010.

GRINZATO E., VAVILOV V., KAUPPIEN T., *Quantitative infrared thermography in buildings*, in «Journal of Energy and Buildings», Elsevier, vol.29, 1998, pp. 1-9.

GRINZATO E., BISON P.G., MARINETTI S., *Monitoring of ancient buildings by the thermal method*, in «Journal of Cultural Heritage», Elsevier, vol.3, 2002, pp.21-29.

GRINZATO E., BRESSAN C., MARINETTI S., BISON P.G., BONACINA C., *Monitoring of the Scrovegni Chapel by IR Thermography: Giotto at Infrared*, in «Journal of Infrared physics and technology», Elsevier, vol.43, 2002, pp.165-169.

GRINZATO E., *Controllare è necessario, il controllo termico è utile: introduzione della termografia IR, potenzialità e limiti*, in «Il Giornale delle Prove non Distruttive Monitoraggio Diagnostica», 4/2008, pp. 23-29.

JAISHI B, REN W-X, ZONG Z-H, MASKE P.N, *Dynamic and seismic performance of old multi-tiered temples in Nepal*, Engineering Structures, Elsevier, Volume 25, Number 14, December 2003, pp. 1827 – 1839.

KULLAA J., *Eliminating environmental or operational influences in structural health monitoring using the missing data analysis*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, vol. 20, 2009, pp. 1381 – 1390.

LITTLER J. D., ELLIS B. R., *Interim findings from full-scale measurements at Hume Point*, J. Wind Eng. Ind. Aerodyn. 36, 1990, pp. 1181–1190.

LJUNG L., *System Identification: Theory for the User*, Second edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1999.

LORENZONI F., *Integrated methodologies based on structural health monitoring for the protection of the protection of cultural heritage buildings*, Ph.D. Thesis, University of Padova, Italy, 2013.

LUALDI M., GIANINETTO M., ZANZI M., SAISI A., *Complementarietà delle indagini termografiche e georadar nella diagnostica degli edifici*, in «Atti del 22° Convegno Nazionale G.N.G.T.S.», Roma, 11/2003.

MAGUIRE J. R., *Condition monitoring of structures: a briefing note for clients and authors*, in «Proc. Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings 134», 1999, pp. 279 – 280.

MAIA N.M., SILVA J.M., *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, Research Studies Press LTD, England, 1997.

Manuale di termografia ad infrarossi per il mercato delle costruzioni e delle energie rinnovabili, FLIR System, 2011.

MATLAB User Manual, Version 7.10.0.499 (R2010a), The MathWorks, USA, 2010.

MODENA C., *Aspetti strutturali: normativa in campo nazionale e internazionale*, in «Kermes. La rivista del restauro», XXI, 71, 2008, pp.99-108.

MODENA C., CASARIN F., *Monitoraggio di edifici storici: controlli preventivi e post evento sismico*, in «Il monitoraggio delle strutture nella prevenzione del rischio sismico», Roma 21/01/2011, pp.29-33.

MODENA C., CASARIN F., VALLUZZI M. R., DA PORTO F., *Structural monitoring for the evaluation of the dynamic response of historical monuments*, Masonry and Timber Structures, Publisher RILEM Publications, 2008.

MODENA C., DA PORTO F., VALLUZZI M.R., *Conservazione del patrimonio architettonico e sicurezza strutturale in zona sismica: insegnamenti dalle recenti esperienze italiane*, in «Materiali e strutture – problemi di conservazione», Università degli studi di Roma “La sapienza», nuova serie, anno I, numero 1-2, 2012, pp. 17.28.

MODENA C., FRANCHETTI P., ZONTA D., MENGA R., PIZZIGALLI E., RAVASIO F., MUTI M., MELONI R., BORDONE G., *Static and Dynamic Analyses of Maniace Castle in Siracusa-Sicily*, Proc. 3rd Int. Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions, Guimarães, Portugal, 2001.

MUFTI A., *Guidelines for structural health monitoring*, in «ISIS Design Manual No. 2.», Canada, 2001.

PEETERS B., *System identification and damage detection in civil engineering*, Ph.D. Thesis, Katholieke Universiteit, Leuven, Belgium, 2000.

PEETERS B., DE ROECK G., *One Year Monitoring Of The Z24-Bridge: Environmental Influences Versus Damage Events*, In «Proceedings Of Imac 18, The International Modal Analysis Conference», San Antonio, Texas, Usa, February 2000, pp. 1570 – 576.

RAMOS L.F., CASARIN F., ALGERI C., LOURENCO P.B., MODENA C., *Investigation techniques carried out on the Qutb Minar*, Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions, New Delhi, India, 2006.

RUCKER W., ROHRMANN R.G., HILLE F., *Guidelines for monitoring and assessment - a SAMCO initiative as a basis for international standardization*, in «Proc. SHMII-2, structural health monitoring and intelligent infrastructures, vol. 2», London, 2006, pp. 1671–1676.

VANLANDUIT S., PARLOO E., CAUBERGHE B., GUILLAUME P., VERBOVEN P., *A robust singular value decomposition for damage detection under changing operational conditions and structural uncertainties*, Journal of Sound and Vibration, 2005, pp. 1033 - 1050.

VAN OVERSCHEE P., DE MOOR B., *Subspace Identification for Linear Systems: Theory - Implementation – Applications*, Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.

VIOLA E., *Fondamenti di dinamica e vibrazione delle strutture*, Pitagora, Bologna.

ZANZI L., LUALDI M., *Recenti progressi nella tecnologia GPR e loro impatto sulle applicazioni per la diagnostica*, in «Il Giornale delle Prove non Distruttive Monitoraggio Diagnostica», 4/2008, pp. 47-53.

NORMATIVA DI RIFERIMENTO

CEN TC346 *Conservation of cultural property – WG1: “Condition survey of immovable heritage”*; Archivio Soprintendenza per i beni architettonici e paesaggistici per le province di Venezia, Belluno, Padova e Treviso, f. Archivio lavori 1, PD 059/0150.

CEN TC346 *Conservation of cultural property – WG2N 018: “Diagnosis of building structures”*; Archivio Soprintendenza per i beni architettonici e paesaggistici per le province di Venezia, Belluno, Padova e Treviso, f. Archivio lavori 1, PD 059/0150.

Circolare 2 febbraio 2009, n. 617, *Istruzioni per l’applicazione delle “Norme Tecniche per le Costruzioni”* di cui al D. M. 14/01/2008.

Direttiva del Presidente del Consiglio dei Ministri, 12 ottobre 2007, *Valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle norme tecniche per le costruzioni*, in G.U., n.24 del 29 gennaio 2008.

Eurocodice 8 – Progettazione delle strutture per la resistenza sismica - UNI EN 1998-1: 2005 Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici.

ISO 13822 *Bases for design of structures- Assessment of existing structures – Annex I* (informative) Historic Structures.

Linee Guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme Tecniche delle Costruzioni, Direttiva del Presidente del Consiglio dei Ministri 12 ottobre 2007, Ministero per i beni e le attività culturali, Dipartimento per i beni culturali e paesaggistici, Direzione generale per i beni architettonici e paesaggistici.

Linee guida per la riduzione della vulnerabilità di elementi non strutturali, arredi e impianti, Dipartimento della Protezione Civile, giugno 2009.

Linee Guida per la riparazione e il rafforzamento di elementi strutturali, tamponature e partizioni, DPC-ReLUIIS, agosto 2009.

Linee Guida per la riparazione e il rafforzamento di elementi strutturali, tamponature e partizioni, DPC-ReLUIIS, agosto 2009.

Norme tecniche relative alle costruzioni antisismiche, Decreto Ministeriale 24 ottobre 1986.

Norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche, Decreto Ministeriale 16 gennaio 1996.

Norme tecniche per le costruzioni, Decreto Ministeriale 14 gennaio 2008.

UNI 10829, *Beni di interesse storico artistico – condizioni ambientali per la conservazione – misure ed analisi*, luglio 1999.

SITOGRAFIA

www.archiviodistato.provincia.padova.it

www.idt.regione.veneto.it.

www.muradipadova.it

www.padovanet.it.

www.pianionline.provincia.padova.it

www.treccani.it/enciclopedia/manfredo-dalesmanini_dizionario-biografico.

www.treccani.it/enciclopedia/enrico-scrovegni_dizionario-biografico.

www.treccani.it/enciclopedia/giotto-di-bondone_dizionario-biografico.

www.treccani.it/enciclopedia/giovanni-pisano_dizionario-biografico.

ALLEGATO A. STRUMENTAZIONE DEL SISTEMA DI MONITORAGGIO¹

A.1 Sistema di monitoraggio

Il sistema è basato sull'impiego di più piattaforme compatte dotate di sistema operativo e di schede di acquisizione digitale, relative al controllo di segnali statici e dinamici. La catena di acquisizione risulta composta da:

Strumentazione hardware e PC supervisione

PC all in one, 24", CPU atom 1.6 GHz, 2 Gb RAM, 160 Gb hard disk;

1 cestello ethercat NI 9144 8 slots per moduli di I/O;

2 moduli accelerometrici NI 9234, 4 canali 24bit, 51.2KS/s;

master realtime embedded NI 9792, cpu 533MHz, 2GB disco, 256MB ram, VXWorks OS;

2 moduli in tensione NI 9215, 4 canali, 16bit, 100KS/s;

Condizionamento

2 moduli Gefran per stabilizzazione sensori potenziometrici (2 canali ciascuno);

10 moduli IRS per stabilizzazione sensori potenziometrici (2 canali ciascuno).

Sensori

8 trasduttori accelerometrici PCB 393 B12;

8 potenziometri Penny and Giles SLS130/100/L66/01/N;

2 sensori di temperatura e umidità miniaturizzati E+E tipo EE08;

2 inclinometri monoassiali.

All'interno del master è inoltre presente un gruppo statico di continuità (detto anche UPS, *Uninterruptible Power Supply*) che è un'apparecchiatura utilizzata per mantenere costantemente alimentati elettricamente in corrente alternata apparecchi elettrici.

¹ C. MODENA, *Proposta programma operativo di monitoraggio della Cappella degli Scrovegni (Padova)*, Dipartimento di Ingegneria Civile Edile e Ambientale, Università degli Studi di Padova, 2013, allegato A.

La gestione dell'acquisizione e dell'archiviazione dati viene effettuata tramite software sviluppato in ambiente *Labview*. Il programma di acquisizione per il monitoraggio consente la visualizzazione ed il controllo dei parametri di registrazione, sia per i dati di natura statica, sia per quelli di natura dinamica. Permette tipi di misure multiple di alta qualità con un singolo sistema. Si è pensato nella progettazione alla particolarità dell'ambiente nella ricerca di dimensioni il più possibile ridotte. Peso, grandezza e densità dei canali sono parametri critici imposti da numerose applicazioni. Sfruttando tutti i vantaggi delle prestazioni e delle dimensioni ridotte dei dispositivi utilizzati, sono possibili funzioni avanzate di controllo e acquisizione in un formato robusto e compatto, con certificazioni industriali per l'utilizzo in ambienti difficili. Il sistema dispone di temperature operative da -40° a 70° C, resistenza a shock fino a 50 g, è certificato secondo gli standard di sicurezza internazionali EMC (*ElectroMagnetic Compatibility*) e secondo le certificazioni ambientali.

A.1.1 Monitoraggio statico

I potenziometri sono connessi ad un controller NI 9792. Il sistema è provvisto di nodi di misurazione NI WSN-3202, che sono dispositivi che presentano quattro canali analogici di input a ± 10 V e quattro canali digitali bidirezionali che possono essere configurati per ogni singolo canale di base di input e output e inviano i dati a NI 9792.

Per quanto attiene alla gestione dei dati statici, l'interfaccia grafico consente la definizione dell'intervallo temporale di acquisizione dei dati provenienti dai sensori potenziometrici.

A.1.2 Monitoraggio dinamico

Il sistema di monitoraggio continuo dinamico viene utilizzato per misurare continuamente, registrare e trasferire i record della accelerazione di alcuni punti selezionati che utilizzano accelerometri piezoelettrici ad alta sensibilità, collegati ad una unità di acquisizione con un router per la trasmissione remota dei dati. L'unità di acquisizione (o master) è formato da un controller incorporato per la comunicazione e

l'elaborazione, un chassis nel quale è alloggiato il chip FPGA (*Field-Programmable Gate Array*) programmabile dall'utente e i moduli di I/O estraibili a caldo.

Il master contiene:

- 1 cestello ethercat NI 9144 8 slots per moduli di I/O;
- 2 moduli accelerometrici NI 9234, 4 canali 24bit, 51.2KS/s (per 8 accelerometri);

Il sistema di acquisizione è costituito da accelerometri con cavi schermati, di prolunga coassiale e di collegamento per l'adattatore terminale con connettore BNC. Il controllo dei dati di monitoraggio dinamico avviene mediante definizione delle modalità di acquisizione (frequenza di campionamento, selezione del valore dell'evento di soglia e definizione della finestra, nel dominio delle frequenze, su cui avviene il controllo). Il programma archivia i segnali acquisiti su Hard Disk, permettendo di visualizzarli direttamente on-line.

A.2 Sistema di acquisizione e trasmissione

A.2.1 Unità di acquisizione

NI 9144 (Fig. III.1) è un robusto 8-slot EtherCAT slave chassis che viene utilizzato per aggiungere deterministici, distribuiti I/O all'NI EtherCAT master controller. E' possibile concatenare più slave chassis NI 9144 al controller master per espandere applicazioni critiche nel tempo ad un elevato numero di canali mantenendo il determinismo con minimo utilizzo di risorse per il processore. NI 9144 slave dispone inoltre di una 2M gate Xilinx FPGA Spartan che è programmabile con il modulo LabVIEW FPGA.



Fig. A.1. NI 9144.

Specifiche tecniche	
Codice prodotto	780438-01
Sistema operativo	In tempo reale
Marcatura CE	Si
FPGA riconfigurabile	
FPGA	Spartan-3
Gates	2000000
Chassis	
Numero di slot	8
Consumo di potenza	20 W
Specifiche fisiche	
Lunghezza	28.4 cm
Larghezza	8.81 cm
Altezza	5.89 cm
Peso	906 grammi
Minima temperatura operante	- 40 °C
Massima temperatura operante	70 °C
Altitudine massima	2 km

Tab. A.1. Caratteristiche del NI 9144.

A.2.2 Data Acquisition board

NI 9234 (Fig. A.2) è un modulo di acquisizione del segnale dinamico a quattro canali della Serie C per le misure di frequenza audio ad accuratezza elevata da sensori IEPE (Integrated Electronic Piezoelectric) e sensori non IEPE con sistemi NI CompactDAQ o CompactRIO. NI 9234 fornisce 102 dB di intervallo dinamico e include condizionamento del segnale IEPE selezionabile da software per accelerometri e microfoni. I quattro canali di input eseguono la digitalizzazione simultanea dei segnali a

frequenze fino a 51.2 kHz per canale e includono anche filtri antialias in grado di regolare automaticamente la frequenza di campionamento. Il software NI per l'analisi di dati di acustica e vibrazioni include funzioni di elaborazione del segnale per le misure audio, l'analisi in frazioni di ottava, l'analisi della frequenza, l'analisi dei transienti e la traccia degli ordini. Include funzioni open-analysis e librerie di misura ed è progettato per l'acquisizione veloce di dati con la creazione di applicazioni personalizzate.



Fig. A.2. NI 9234.

Specifiche tecniche	
Famiglia di prodotti	Industrial I/O
Codice Prodotto	779680-01
Sistema operativo/Target	Real-Time , Windows
Supporto LabVIEW RT	Si
Tipi di misura	IEPE accelerometro
Certificazioni prodotto	RoHS , FCC Part 15 , CE , IEC , FCC
Conformità ROHS	Si
Condizionamento di segnale	Corrente di eccitazione, Filtro anti-aliasing
Input analogico	
Canali	4, 0
Canali Single-Ended	0

Strumentazione del sistema di monitoraggio

Canali differenziali	4
Risoluzione	24 bits
Frequenza di campionamento	51.2 k S/s
Ampiezza di banda	23.04 kHz
Campionamento simultaneo	Si
Impedenza Input	305 kOhm
Corrente di eccitazione	2 mA
Tensione di eccitazione	12 V
Output analogico	
Canali	0
I/O digitale	
Canali bidirezionali	0
Canali Input-Only	0
Canali Output-Only	0
Numero di canali	0
Contatori/timer	
Numero di Contatori/Timer	0
Specifiche fisiche	
Lunghezza	9 mm
Ampiezza	2.3 mm
Connettori I/O	Connettori BNC
Temperatura di funzionamento minima	-40 °C
Temperatura di funzionamento massima	70 °C
Temperatura di immagazzinamento minima	-40 °C
Temperatura di immagazzinamento massima	85 °C

Timing/Triggering/Sincronizzazione	
Funzioni di trigger per Chassis cDAQ	Si

Tab. A.2. Caratteristiche del NI 9234.

Il modulo NI 9215 (Fig. III.3) National Instruments, da utilizzare con lo chassis NI, include quattro canali di ingresso analogico a campionamento simultaneo e un registro di approssimazione successiva (SAR) da 16 bit ADCs. NI 9215 include la calibrazione NIST-traceable, una barriera a doppio isolamento a terra (da canale a terra) per la sicurezza, l'isolamento dal rumore e dagli intervalli elevati di tensione in modalità comune.



Fig. A.3. NI 9215.

Specifiche tecniche	
Famiglia di prodotti	Industrial I/O
Formato	CompactRIO , CompactDAQ
Codice Prodotto	779011-01
Sistema operativo/Target	Real-Time , Windows
Tipo di misura	Tensione
Tipo di isolamento	Isolamento a terra canale-terra
Conformità ROHS	Si

Allegato A.

Strumentazione del sistema di monitoraggio

Input analogico	
Canali	4,0
Canali Single-Ended	0
Canali differenziali	4
Risoluzione	16 bits
Frequenza di campionamento	100 ks/s
Massima tensione analogica in ingresso	10 V
Intervallo massimo di tensione	-10 V , 10 V
Maximum Voltage Range Accuracy	0.003 V
Campionamento simultaneo	Si
Output analogico	
Canali	0
I/O digitale	
Canali bidirezionali	0
Canali Input-Only	0
Canali Output-Only	0
Numero di canali	0
Contatori/Timers	
Numero di Contatori/Timer	0
Specifiche fisiche	
Lunghezza	9 cm
Ampiezza	2.3 cm
Connettore I/O	Terminali con vite , Connettori BNC
Temperatura di funzionamento minima	-40 °C
Temperatura di funzionamento massima	70 °C

Temperatura di immagazzinamento minima	-40 °C
Temperatura di immagazzinamento massima	85 °C
Timing/Triggering/Sincronizzazione	
Funzioni di trigger per Chassis cDAQ	No

Tab. A.3. Caratteristiche del NI 9215.

A.3 Sensori

A.3.1 Trasduttori piezoelettrici di spostamento Penny and Giles, mod. SLS130/100/L66/01/N

La gamma SLS130 (Fig. III.4) è progettata per fornire vantaggi prestazionali all'interno di un pacchetto compatto e leggero. Le caratteristiche principali sono corpo compatto di corsa, scelta dei supporti, tenuta IP66 con possibilità di guaina di protezione, cavi posteriori stampati con guaina 'DR25', approvazione CE.



Fig. A.4. Trasduttori di spostamento Penny and Giles, mod. SLS130/100/L66/01/N.

Specifiche tecniche	
Range di misura	100 mm
Resistenza $\pm 10\%$	4 k Ω

Linearità indipendente	
Garantita	$\pm 0.15 \%$
Tipica	$\pm 0.10 \%$
Potere di dissipazione a 20°C	<i>2.0 W</i>
Voltaggio massimo applicato	<i>74 Vdc</i>
Risoluzione	<i>Virtualmente infinita</i>
Isteresi (ripetibilità)	<i>< 0.01 mm</i>
Temperatura di funzionamento	<i>- 30 ÷ + 100 °C</i>
Scorrevolezza di output	<i>MIL-R-39023 grado C 0.1%</i>
Resistenza dell'isolante	<i>Più di 100MΩ a 500Vdc</i>
Modo di operare	<i>Solo divisore di voltaggio</i>
Impedenza del circuito	<i>Minimo di 100 x la resistenza del circuito o 0.5MΩ</i>
Massima potenza erogata	
Isolata	<i>500 gf nel piano orizzontale</i>
non isolata	<i>250 gf nel piano orizzontale</i>
Vita a 250 mm per secondo	<i>In genere più di 100 milioni di operazioni (50 x 10⁶ cicli) a 25 mm di lunghezza</i>
Funzionamento	<i>200 milioni di operazioni (100 x 10⁶ cicli) a ±0.5mm, 60Hz</i>
Grado di protezione	<i>IP50 standard</i>
Velocità massima dell'asta	<i>10 m/s</i>
Vibrazione	<i>RTCA 160D 10Hz a 2kHz (random) @ 12.6 g (rms) - tutti gli assi</i>
Shock	<i>Cambiamento in output minore di 0.04 % @ 2500 g - tutti gli assi</i>

Tab. A.4. Caratteristiche dei trasduttori di spostamento Penny and Giles, mod. SLS130/100/L66/01/N.

A.3.2 Accelerometri piezoelettrici PCB Piezotronics, modello 393 B12

Gli accelerometri PCB 393 B12 (Fig. III. 5) possiedono elevata sensibilità e si basano sull'effetto piezoelettrico dei cristalli di ceramica ICP[®] Accel., con 10 V / g, da 0,15 a 1k Hz.

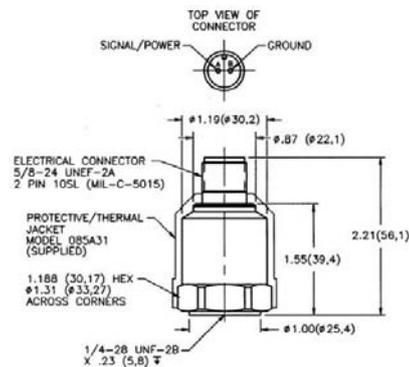


Fig. A.5. Trasduttore di accelerazione PCB, mod. 393 B12.

Specifiche tecniche	
Sensibilità (± 10 %)	1019.4 mV/(m/s ²)
Range di misura	4.9 m/s ² pk
Range in frequenza (± 5 %)	0.15 ÷ 1000 Hz
Range in frequenza (± 10 %)	0.10 ÷ 2000 Hz
Range in frequenza (± 3 dB)	0.05 ÷ 4000 Hz
Frequenza di risonanza	≥ 10 kHz
Risposta di fase (± 5 °)	1 ÷ 1000 Hz
Risoluzione (da 1 a 10,000 Hz)	0.00008 m/s ² rms[1]
Non-linearità	≤ 1 %[2]
Sensibilità trasversale	≤ 7.0 %
Specifiche ambientali	
Limite per sovraccarico (Shock)	± 49,050 m/s ² pk
Range di temperatura	-45 ÷ +82 °C

Sensibilità tensione di base	$\leq 0.005(m/s^2)/\mu\epsilon$ []
Specifiche elettriche	
Voltaggio	18 ÷ 30 VDC
Intensità di corrente	2 ÷ 20 mA
Output Impedenza	<100 ohm
Output deviazione di voltaggio	8 ÷ 12 VDC
Emissione costante di tempo	≥ 3.5 sec
Stabilizzazione del tempo	<60 ec
Rumore spettrale (1 Hz)	12.7 ($\mu m/sec^2$)/VHz[1]
Rumore spettrale (10 Hz)	3.1 ($\mu m/sec^2$)/VHz[1]
Rumore spettrale (100 Hz)	1.3 ($\mu m/sec^2$)/VHz[1]
Rumore spettrale (1 kHz)	1.0 ($\mu m/sec^2$)/VHz[1]
Isolamento elettrico	$\geq 10^8$ ohm
Specifiche fisiche	
Sensore	Ceramico
Geometria sensori	Taglio
Materiale esterno	Acciaio inossidabile
Sigillatura	Ermetica
Dimensioni (Hex x altezza)	30.2 mm x 55.6 mm
Peso	210 gm[1]
Connettori elettrici	2-PinMIL-C-5015
Posizione connettori elettrici	In cima
Montatura del filo	1/4-28 femmina
Momento torcente della montatura	2.7 ÷ 6.8 N-m

Tab. A.5. Caratteristiche del trasduttore di accelerazione PCB, mod. 393 B12.

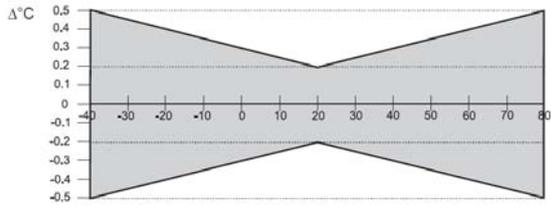
A.3.3 Sensori di temperatura e umidità E+E Elektronik mod. EE08

I sensori E+E (Fig. III.6) si distinguono per il minimo assorbimento di potenza e tempi brevi di accensione. I dati di calibrazione e altre funzioni importanti come la linearizzazione o la compensazione della temperatura sono memorizzate nel tubo della sonda.



Fig. A.6. E+E Elektronik mod. EE08 con connettore o con cavo.

Umidità relativa	
Sensore	HC101
Range di lavoro	0 ÷ 100 % RH
Output digitale	Uscita a due fili (E2) valori 0 ÷ 100 % RH
Output analogico 0 ÷ 100 % RH	0-1/2.5/5/10 V -0.2mA < IL < 0.2 mA
Accuratezza a 20°C e 12V DC	±2% RH (0...90% RH) ±3% RH (90...100% RH) Tracciabile con standards interni, amministrati da NIST, PTB, BEV...
Dipendenza dalla temperatura	typ. 0.03% RH / °C (typ. 0.02% RH/°F)
Precisione	+/- 2 % Ur
Temperatura	
Sensore	Pt 1000 (DIN A)
Output digitale	Uscita a due fili valori -40.00...+80.00°C (-

	40...176°F)
Output analogico	<i>0-1/2.5/5/10V -0.2mA < IL < 0.2mA</i>
Accuratezza a 12/24 V DC	
Precisione	<i>+/- 0,2 °C</i>
Caratteristiche generali	
Tensione di alimentazione	<i>output 0-1V / 0-2.5V 4.5-15V DC or 7-30V DC</i> <i>output 0-5V 7-30V DC</i> <i>output 0-10V 12-30V DC</i>
Consumo di corrente	<i>typ. < 1.3mA</i>
Interfaccia digitale	<i>E2-interface level = 3.3V / ±0.1V</i>
Alloggiamento	<i>Polycarbonato / IP65</i>
Protezione del sensore	<i>Griglia metallica</i>
Compatibilità elettromagnetica	<i>EN61326-1 EN61326-2-3 Ambiente industriale</i>
Range di temperatura	<i>Temperatura di lavoro: -40...80°C (-40...176°F)</i> <i>Temperatura di immagazzinamento: -40...80°C (-40...176°F)</i>

Tab. A.6. Caratteristiche di E+E Elektronik mod. EE08 con connettore o con cavo.