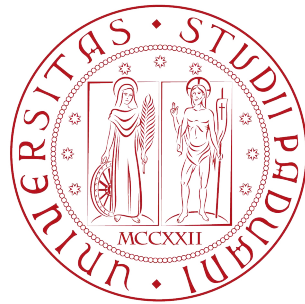


Dipartimento di Ingegneria
dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Anno Accademico 2022-2023



**Schemi di controllo Feed-Forward ed
esempi applicativi**

Laureando: Tommaso Piazza

Relatore: prof. Mattia Bruschetta

Data di Laurea: 25 Settembre 2023

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Vantaggi e svantaggi del controllo in Feed-Forward	3
1.2	Integrazione tra Feed-Forward e Feed-Back	3
1.3	Control System Toolbox e Simulink	4
2	Compensazione del riferimento (perfect tracking)	5
2.1	Funzione di trasferimento ingresso-uscita	5
2.2	Esempio applicativo	7
2.2.1	Compensatore dinamico per perfect tracking di riferimento a rampa	7
2.2.2	Confronto tra compensatore statico e dinamico per perfect tracking di riferimento a gradino	8
2.3	Esempio di miglioramento delle prestazioni attraverso un compensatore statico	10
3	Compensazione di disturbi misurabili	11
3.1	Esempio applicativo: compensazione di un disturbo sinusoidale	13
3.2	Esempio applicativo: soluzione nel caso di un compensatore irrealizzabile	15
3.2.1	Disturbo a gradino	15
3.2.2	Disturbo sinusoidale	16
4	Prefiltraggio del riferimento	18
4.1	Limiti strutturali	18
4.1.1	Inesattezza dei parametri di processo	19
4.1.2	Intervento di disturbi tra il pre-filtro e il processo	19
4.2	Prefiltraggio di un sistema in retroazione	21
4.2.1	Compensazione statica	22
4.2.2	Esempio applicativo	23

4.2.3	Prefiltraggio di tipo passa-alto	27
4.2.4	Esempio applicativo	28
4.2.5	Prefiltraggio di tipo passa-basso	30
4.2.6	Esempio applicativo	31
5	Conclusioni	33
	Indice	

Abstract

L'approccio al controllo in Feed-Forward è concettualmente opposto alla modalità in Feed-Back su cui è posta maggiore attenzione nei testi di controlli automatici. Il lavoro ha l'obiettivo di presentarne le principali caratteristiche, vantaggi e limiti nelle configurazioni di utilizzo più comuni, e mostrare attraverso alcuni esempi come l'implementazione del Feed-Forward possa migliorare le prestazioni dei sistemi in retroazione o soddisfare le richieste progettuali in termini di inseguimento del riferimento o compensazione dei disturbi.

Capitolo 1

Introduzione

All'interno dei testi che trattano di controlli automatici, grande attenzione è posta sulla modalità di controllo in *retroazione negativa* (Feed-Back) e sui principali metodi di progettazione dei controllori quando viene adottato questo approccio. La retroazione si basa sulla misurazione della variabile in uscita dal processo da controllare, che viene confrontata con il riferimento, con l'obiettivo di ottenere un errore nullo e di rispettare alcuni vincoli sulle prestazioni. L'errore rilevato è la variabile di ingresso del controllore, come si può vedere in figura 1.1. Per come è intrinsecamente definito, il controllo in Feed-Back non può essere **proattivo**: in presenza di disturbi, il controllore può essere in grado di rispondere in maniera efficace rigettando perfettamente i loro effetti sul processo, ma si avrà inevitabilmente uno scostamento dal valore ottimale anche se per un breve periodo di tempo.

Il concetto di Feed-Forward è diametralmente opposto rispetto a quello di Feed-Back: l'approccio è basato sulla valutazione dei fattori che possono influenzare il processo "ahead of time", ossia prima che questi abbiano un impatto indesiderato sulla variabile di processo. Idealmente, misurando i possibili disturbi e prevedendo con esattezza l'impatto che questi possono avere sul processo, il Feed-Forward evita la misurazione dell'uscita del processo in quanto si è agito in previsione e si è certi che questa è coincidente con il riferimento.

Si consideri ad esempio il **cruise control**, ossia il problema di controllo della velocità di un'automobile: la velocità del veicolo è la variabile di processo da controllare, mentre la posizione angolare del pedale dell'acceleratore è la variabile che è possibile variare. I

possibili disturbi sono rappresentati, ad esempio, da salite e discese, vento o una variazione del tipo di manto stradale: con un approccio in Feed-Back, si misura la velocità dell'auto e di conseguenza si adegua la posizione angolare del pedale valutando quando la velocità effettiva si discosta dal riferimento impostato. Con un approccio puramente in Feed-Forward, il cruise control si interfaccia, ad esempio, con il navigatore, gli aggiornamenti sul meteo e rilevatori del tipo di manto stradale per decidere la quantità di potenza necessaria a mantenere la velocità, senza la necessità di confrontare il valore desiderato e quello reale.

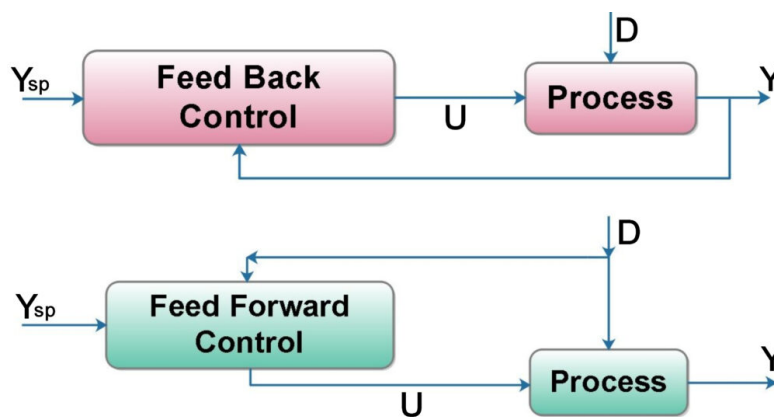


Figura 1.1: Schema di controllo in Feed-Back (in alto) e in Feed-Forward (in basso)

Feedback control system	Feedforward control system
It would only act in case the process is affected by the disturbance	Acts before the disturbance affects the process
Accurate	Less accurate because if there are any changes in the system
Response would be slow	Quick response
Closed loop control system	Open loop control system
Air conditioner, Electric Iron	Examples – Washing machines, Traffic lights
Complex system	Not as complex as feedback system
Costly due to its complexity	Economical
It can handle severe disturbances	It won't be able o handle the severe disturbance
It can handle variations in its environment, or in case of aging in certain components	It won't be able to handle the variations in the process environment or any device.
It won't be able to do any predictive control	Predictive control can be done
It cannot be used with the process that has large time delays	It can be used with the process that has large time delays
Maintenance would be high	Less maintenance
It won't be easy to construct	Easy to construct

Figura 1.2: Confronto tra la caratteristiche dei due approcci al controllo

1.1 Vantaggi e svantaggi del controllo in Feed-Forward

Come già accennato in precedenza, il vantaggio strutturale dell'approccio in Feed-Forward è quello di non avere la necessità di conoscere la variabile in uscita dal processo. I sensori di misura che forniscono il valore dell'uscita nei sistemi in catena chiusa introducono inevitabilmente un margine di incertezza, che si riflette sul valore dell'errore da cui è generata la variabile di controllo; inoltre, la misurazione non è istantanea, e l'introduzione di un ritardo dovuto a questo aspetto impatta negativamente sui tempi di risposta del sistema ai disturbi.

Per avere un'azione in Feed-Forward efficace, tuttavia, bisogna prevedere con precisione gli effetti dei disturbi sul processo, e di conseguenza è richiesto innanzitutto un modello matematico quanto più preciso del processo e dei suoi parametri; non sempre questa condizione è raggiungibile dalle prove sperimentali. Negli schemi in Feed-Back, anche senza una conoscenza precisa del processo è possibile aggiustare l'azione di controllo con la misurazione dell'errore. Anche i disturbi devono poter essere descritti con funzioni di trasferimento aderenti al loro reale comportamento; queste problematiche di modellizzazione rendono l'approccio in Feed-Forward meno robusto in risposta a variazioni delle condizioni esterne.

1.2 Integrazione tra Feed-Forward e Feed-Back

Nella maggior parte dei sistemi di controllo si cerca di combinare all'azione in catena chiusa il controllo in Feed-Forward per sfruttare gli aspetti vantaggiosi di entrambi gli approcci. Il Feed-Forward si integra efficacemente con la retroazione in tre situazioni principali:

1. **perfect tracking**, per ottenere con precisione il riferimento in uscita;
2. **compensazione dei disturbi** in uscita del processo da controllare.
3. **prefiltraggio del riferimento**, applicando un compensatore per ottenere il riferimento in uscita e/o migliorare le prestazioni di un sistema in retroazione;

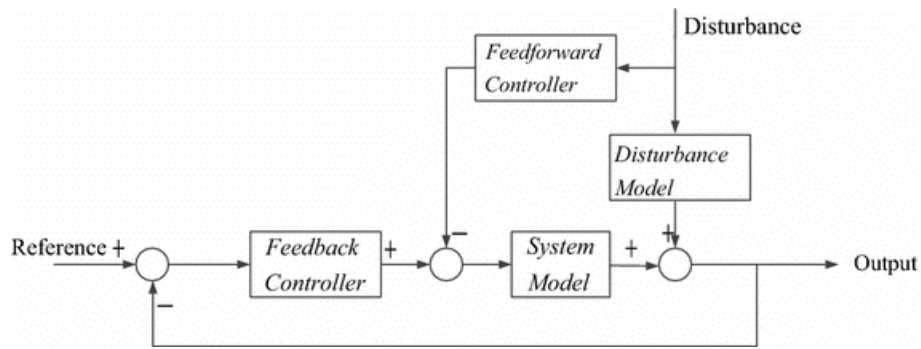


Figura 1.3: Esempio di uno schema di controllo con azione in Feed-Forward e in Feed-Back

1.3 Control System Toolbox e Simulink

Tutte gli schemi a blocchi e i risultati delle simulazioni per valutare vantaggi e svantaggi delle azioni di controllo in Feed-Forward sono stati implementati utilizzando le routine principali del *Control System Toolbox* di *Matlab* e l'ambiente grafico *Simulink*. Il *Control System Toolbox* è stato utilizzato in particolare per rielaborare in modo più chiaro e interpretabile i risultati grafici visualizzati in *Simulink*. Per quanto riguarda le simulazioni grafiche effettuate in *Simulink*, sono stati utilizzati principalmente i blocchi "Transfer Function" per rappresentare una funzione di trasferimento propria a tempo continuo, "Scope" per visualizzare uno o più segnali del sistema nel tempo, "Step" per simulare un segnale a gradino di ampiezza arbitraria (solitamente unitario) traslato in un istante arbitrario. Per l'emulazione dei disturbi sinuoidali a cui si fa riferimento nel capitolo 4 è stato utilizzato anche il blocco "Sine Wave Function" per simulare un segnale sinusoidale ad ampiezza, fase e frequenza arbitrarie.

Capitolo 2

Compensazione del riferimento (perfect tracking)

In questa prima configurazione in cui può essere implementata un'azione in Feed-Forward l'obiettivo è garantire inseguimento perfetto del segnale di riferimento, nella banda più ampia possibile, oppure migliorare le prestazioni se l'inseguimento è già perfettamente raggiungibile in retroazione. In figura 2.1 è mostrato uno schema a blocchi con azione di compensazione in Feed-Forward.

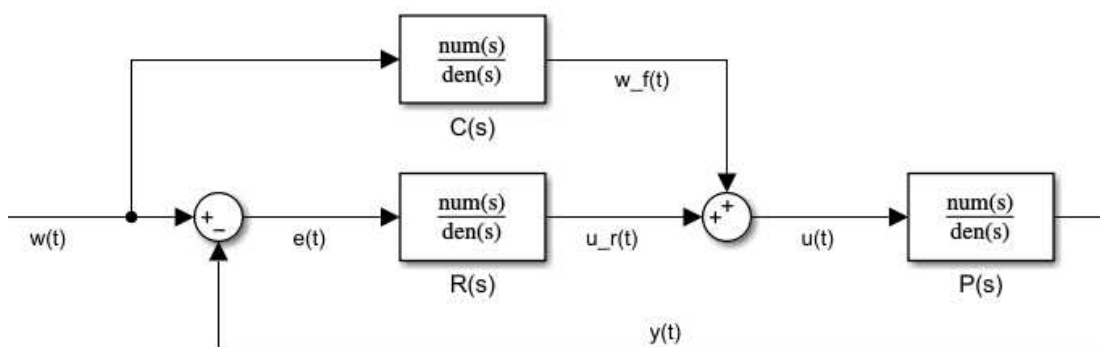


Figura 2.1: Schema a blocchi con azione di compensazione in Feed-Forward

2.1 Funzione di trasferimento ingresso-uscita

Dalla configurazione di figura 2.1, applicando le trasformate di Laplace, si ha che

$$Y(s) = U(s)P(s).$$

Scomponendo il segnale di controllo $u(t)$ nelle due componenti, si ha che

$$U(s) = W_f(s) + U_r(s) = W(s)C(s) + R(s)E(s)$$

e considerando che $e(t) = w(t) - y(t)$ si ottiene

$$Y(s) = P(s)\{W(s)C(s) + R(s)[W(s) - Y(s)]\}.$$

Isolando $Y(s)$ e $W(s)$ si ottiene infine che:

$$Y(s) = \frac{R(s)P(s) + C(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}W(s) = \frac{P(s)(R(s) + C(s))}{1 + R(s)P(s)}W(s). \quad (2.1)$$

Se l'obiettivo è quello di rendere l'uscita coincidente con il riferimento, in linea teorica andrebbe posto

$$C(s) = \frac{1}{P(s)} \quad (2.2)$$

ottenendo

$$Y(s) = \frac{R(s)P(s) + \frac{1}{P(s)}P(s)}{1 + R(s)P(s)}W(s) = \frac{1 + R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}W(s) = W(s).$$

Vi sono 3 casi in cui tuttavia l'applicazione della 2.2 porterebbe a un risultato impossibile da realizzare:

1. se $G(s)$ fosse una funzione di trasferimento strettamente propria, il compensatore avrebbe il grado del numeratore maggiore del grado del denominatore;
2. se $G(s)$ avesse uno o più zeri a parte reale positiva, questi risulterebbero in poli instabili di $C(s)$, che diventerebbe un sistema instabile;
3. se $G(s)$ contenesse un termine di ritardo del tipo e^{-t_0s} , $C(s)$ conterrebbe un termine non causale e^{t_0s} , ricadendo come nel punto 1 in una situazione irrealizzabile nella pratica.

Il risultato ottenuto nella 2.2 è comunque significativo in quanto, anche se non è possibile implementare il compensatore esatto, per ottenere un risultato soddisfacente si può progettare $C(s)$ realizzabile con una risposta in frequenza quanto più vicina al caso ideale $\frac{1}{P(s)}$, almeno nella banda di interesse. Ciò significa che in un range di frequenze significative $\omega_1 < \omega < \omega_2$ deve valere

$$C(j\omega) = \frac{1}{P(j\omega)}$$

per una funzione di trasferimento $C(s)$ che rispetti il vincolo di realizzabilità.

Effetto dell'azione di compensazione in Feed-Forward sui disturbi

Analizzando la 2.2, si osserva che il denominatore non è modificato dalla presenza del compensatore $C(s)$. In altre parole, il compensatore è fuori dall'anello di retroazione: la funzione d'anello $L(s) = P(s)R(s)$ non cambia. L'azione in Feed-Forward non ha perciò alcun effetto sui disturbi e viene progettata separatamente dal regolatore $R(s)$.

Robustezza dell'azione di compensazione in Feed-Forward

In questa configurazione si è visto come il progetto di $C(s)$ si basa sul modello ricavato per ottenere $P(s)$. Le soluzioni che si possono ottenere per $C(s)$ non sono robuste: il compensatore non è in grado di aggiustare la sua azione rispetto a variazioni di modello che influenzano la dinamica di $G(s)$, risultando in un peggioramento delle prestazioni.

2.2 Esempio applicativo

Due modalità di applicazione della compensazione per perfect tracking si possono utilizzare nel seguente esempio. Si considera

$$P(s) = \frac{1}{1+s}$$

regolato in retroazione da un **controllore P** $R(s) = 10$. La funzione di trasferimento ad anello aperto è data da

$$G(s) = P(s)R(s) = \frac{10}{1+s}.$$

Nella funzione di trasferimento appena calcolata non sono presenti poli nell'origine: ci si aspetta un errore a regime nella risposta al gradino pari a $e_{reg} = \frac{1}{1+P(0)R(0)} = \frac{1}{11}$. Nell'esempio applicativo presentato in sezione 2.2 si è mostrato un confronto tra due soluzioni per annullare l'errore a regime in risposta a $w(t)$ a gradino unitario, utilizzando un pre-filtro a guadagno statico o un termine integrale nel regolatore. Una terza soluzione è rappresentata dal compensatore nella configurazione di figura 2.1. Si vuole però evidenziare come gli schemi implementati in sezione 2.2 siano stati ideati specificatamente per un riferimento di ordine zero, mentre l'equazione 2.2 non dipenda dal tipo di riferimento applicato ed è valida, al netto dei limiti di banda, per ogni segnale.

2.2.1 Compensatore dinamico per perfect tracking di riferimento a rampa

Si può immediatamente notare come nel caso appena presentato l'applicazione della 2.2 porterebbe a

$$C(s) = 1 + s$$

irrealizzabile. Si modifica allora il compensatore come segue:

$$C(s) = \frac{1+s}{1+\tau s},$$

con $\tau \ll 1$, si aggiunge cioè un polo ad alta frequenza per mantenere la dinamica molto simile a quella della soluzione originaria, per un range di frequenze il più ampio possibile. Ponendo, ad esempio, $\tau = 0.01$ si ottiene $C(s) = \frac{1+s}{1+\frac{s}{100}}$. Si applica come riferimento una rampa unitaria: il confronto tra riferimento e uscita che si ottiene applicando lo schema di compensazione è mostrato in figura 3.2.

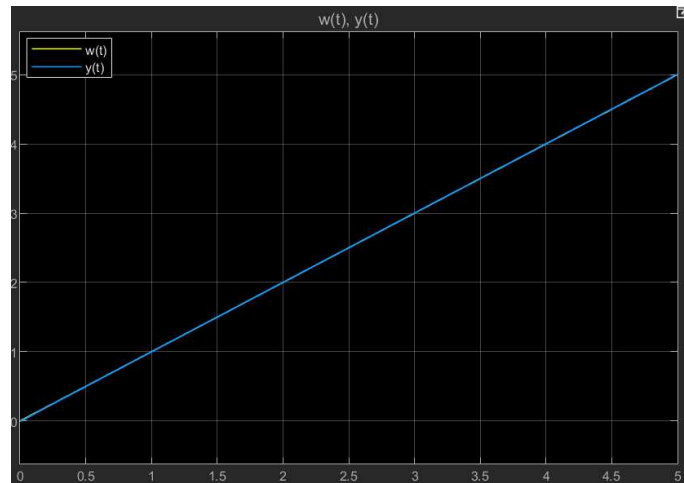


Figura 2.2: Confronto tra segnali a rampa di ingresso e di uscita con azione di compensazione in Feed-Forward

Uscita e riferimento coincidono perfettamente; il compensatore ha sostituito efficacemente l'azione, ad esempio, di un polo doppio nell'origine per annullare l'errore a regime quando è applicato un riferimento a rampa.

2.2.2 Confronto tra compensatore statico e dinamico per perfect tracking di riferimento a gradino

Considerando la medesima situazione dell'esempio precedente, ipotizzando però in questo caso un riferimento a gradino, sono possibili due soluzioni in Feed-Forward per perfect tracking del segnale:

1. **Compensazione dinamica**, nelle stesse modalità del paragrafo precedente;
2. **Compensazione statica**, impostando cioè un compensatore secondo l'equazione 2.2 valutata in $s = 0$, ponendo

$$C(s) = \mu_c = \frac{1}{P(0)}$$

(possibilità valida solo in caso di riferimento a gradino).

In figura 2.3 è riportato un confronto tra le uscite che si ottengono applicando le due diverse modalità di compensazione, ottenute in due simulazioni distinte e poi confrontate in uno script Matlab.

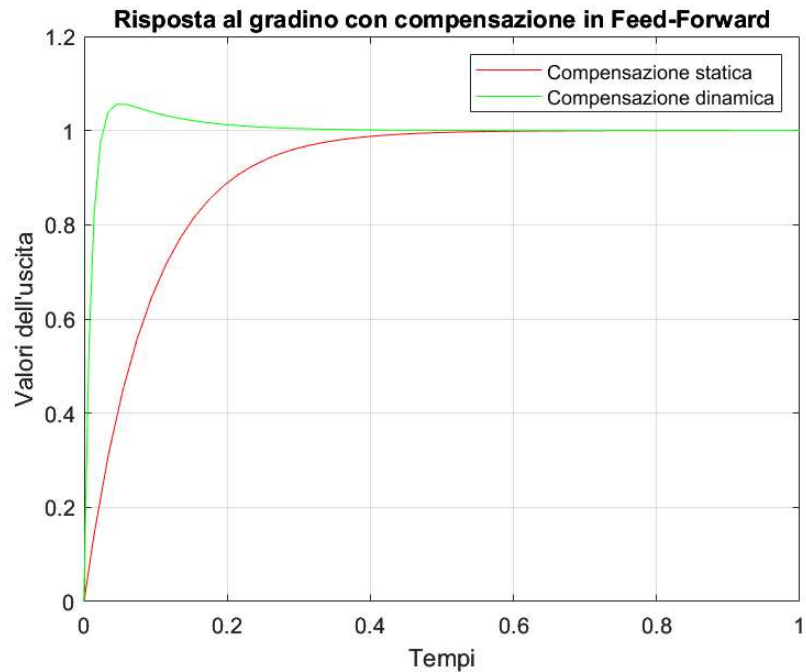


Figura 2.3: Confronto tra risposte al gradino ottenute con compensatore statico e dinamico

I tempi di assestamento al 5% risultano essere $t_s = 0.199s$ nella simulazione con compensatore statico e $t_s = 0.137$ nel caso del compensatore dinamico. In termini di rapidità il compensatore dinamico offre quindi prestazioni migliori; tuttavia, come si può notare in figura 2.3 questi introduce anche una componente di sovravelazione indesiderata, in questo caso del 5.59%.

2.3 Esempio di miglioramento delle prestazioni attraverso un compensatore statico

In alcuni casi, anche se l'applicazione della 2.2 richiederebbe un compensatore dinamico non realizzabile, una soluzione a guadagno statico permette comunque un miglioramento delle prestazioni di inseguimento. Riportandosi all'esempio presentato in sezione 2.2.4, si applica l'equazione 3.1 considerando $C(s) = \mu_c$ per ottenere la funzione di trasferimento in catena chiusa, con un termine di compensazione in catena aperta. Eseguendo alcuni passaggi algebrici si ottiene:

$$Y(s) = \frac{1 + (1 + \mu_c)s}{(1 + s(1 + 0.05s)^2)(1 + s)}W(s).$$

Se il termine μ_c è posto a 0, si ritrova la funzione di trasferimento tra ingresso e uscita in assenza del compensatore. Scomponendo il risultato ottenuto in due termini,

$$Y(s) = \frac{1}{1 + s(1 + 0.05s)^2} \frac{1 + (1 + \mu_c)s}{1 + s}W(s)$$

si pone in evidenza come, attraverso un'opportuna scelta di μ_c , il secondo fattore possa presentare le caratteristiche di una rete anticipatrice, analogamente a quanto visto in sezione 2.4. La risposta al gradino beneficia perciò del termine di compensazione statica con una riduzione del tempo di assestamento, come mostrato in figura 2.4. Se, per esempio, si pone $\mu_c = 0.25$, si ottiene una rete anticipatrice avente lo zero in $s = -0.8$ e il polo in $s = -1$. Il tempo di assestamento si riduce da $t_s = 2.78$ a $t_s = 1.99$ secondi.

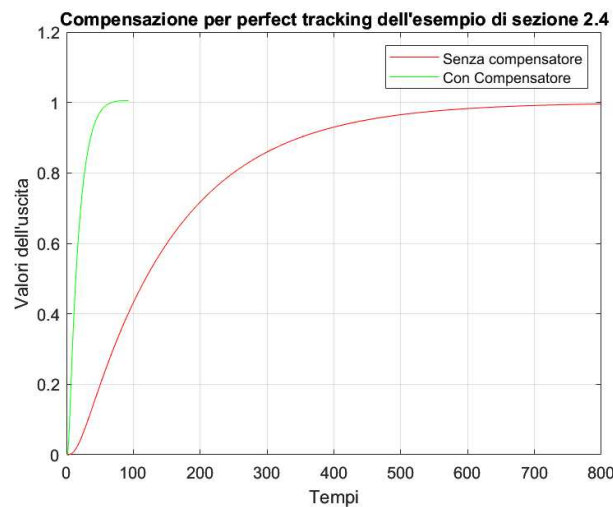


Figura 2.4: Utilizzo di un compensatore nella configurazione mostrata in figura 3.1 per migliorare le prestazioni dell'esempio mostrato in sezione 2.4

Capitolo 3

Compensazione di disturbi misurabili

In generale, all'interno sistemi di controllo vi può essere l'azione di disturbi che si sovrappongono all'uscita del processo $P(s)$, come nello schema mostrato in figura 3.1. Nei sistemi controllati in retroazione, la scelta di un determinato tipo di regolatore può agire con efficacia nella reiezione dei disturbi se questi corrispondono a un determinato tipo di segnali; se, per esempio, il processo presenta uno o più poli nell'origine, l'azione integrale di un regolatore PID è in grado di garantire reiezione perfetta di un disturbo di ordine zero (segnale a gradino). Se invece il segnale di disturbo è di tipo sinusoidale alla frequenza ω_0 , vi è reiezione perfetta solo nel caso in cui $P(s)$ presenti due poli in $s = j\omega_0$ e $s = -j\omega_0$.

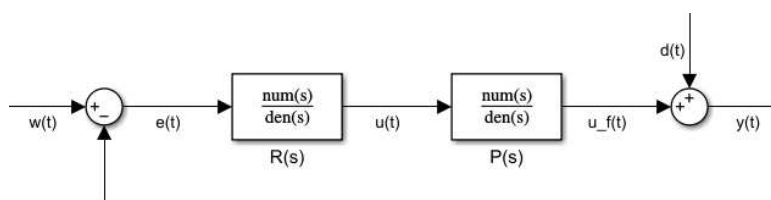


Figura 3.1: Schema a blocchi con azione di un disturbo in uscita del processo da controllare

Se il disturbo è misurabile ed è possibile modellizzarlo con una funzione di trasferimento, si possono applicare schemi di controllo in Feed-Forward per ridurre o neutralizzare la sua azione sulla variabile di controllo u . Si consideri lo schema mostrato in figura 3.2, dove il disturbo entra nel sistema in retroazione filtrato dal blocco $H(s)$. È stato inserito un compensatore $C(s)$ in catena aperta; si vuole annullare la funzione di trasferimento disturbo-uscita per ottenere reiezione perfetta del disturbo applicato. Osservando

che

$$Y(s) = D(s)H(s) + U(s)P(s)$$

e che

$$U(s) = R(s)E(s) + D(s)C(s),$$

e sapendo che $e(t) = w(t) - y(t)$ analogamente ai passaggi visti nei capitoli 2 e 3, si ottiene infine la relazione

$$Y(s) = \frac{H(s) + C(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}D(s) + \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}W(s).$$

Il disturbo non agisce sull'uscita se $C(s)P(s) = -H(s)$. Il compensatore $C(s)$ andrebbe dunque progettato con una funzione di trasferimento

$$C(s) = -\frac{H(s)}{P(s)}; \quad (3.1)$$

se $H(s) = 1$ (il disturbo agisce direttamente sul sistema), allora si avrebbe

$$C(s) = -\frac{1}{P(s)}.$$

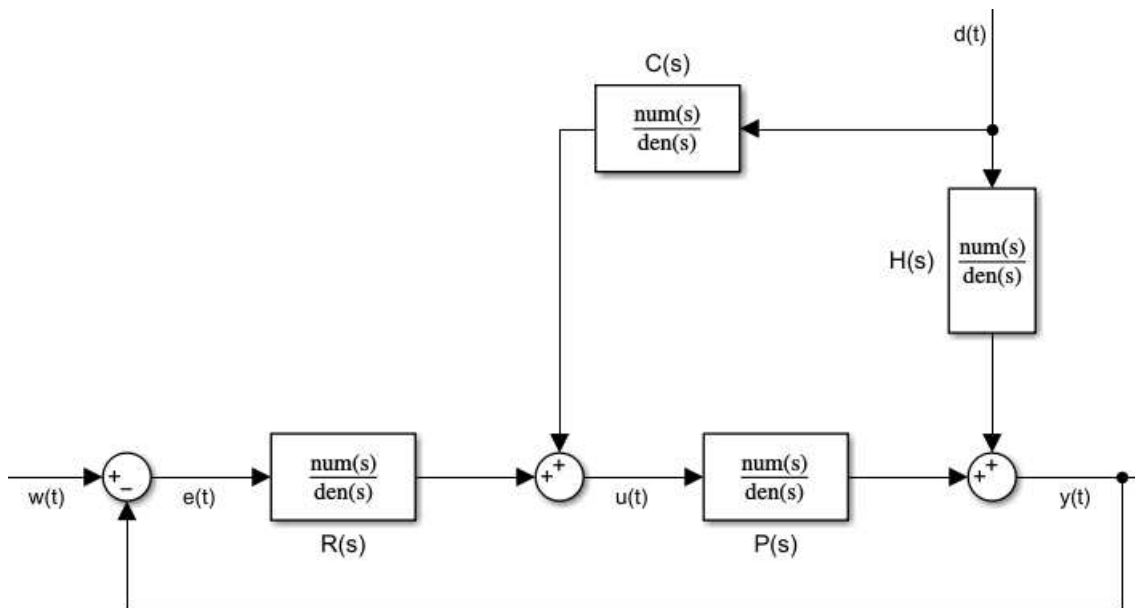


Figura 3.2: Schema a blocchi con compensazione del disturbo

Come nel caso del compensatore applicato nella configurazione analizzata nel capitolo 3, in alcuni casi l'applicazione della 3.1 porta a risultati non accettabili:

- $-\frac{H(s)}{P(s)}$ potrebbe risultare una funzione di trasferimento non propria;
- se $P(s)$ presentasse zeri a parte reale positiva, $C(s) = -\frac{H(s)}{P(s)}$ risulterebbe instabile;

- se $P(s)$ presentasse un termine esponenziale di ritardo $e^{-\tau s}$, $C(s)$ risulterebbe anche in questo caso instabile.

Come nel caso dell'equazione 2.2, è significativo che la 3.1 sia valida solo nelle frequenze di interesse alle quali interviene il disturbo da moderare. Se, per esempio, $d(t) = \sin(\omega_0 t)$ per un'azione di annullamento efficace è possibile impiegare un compensatore del tipo $C(s)$ tale che

$$C(j\omega_0) = -\frac{H(j\omega_0)}{P(j\omega_0)} \quad (3.2)$$

come verrà mostrato nell'esempio applicativo di sezione 4.1.

3.1 Esempio applicativo: compensazione di un disturbo sinusoidale

Si riprende il sistema presentato nell'esempio di sezione 2.2.2, dove

$$P(s) = \frac{1}{s + 10}$$

e

$$R(s) = \frac{100(s + 10)}{s(s + 100)}.$$

Il riferimento è un segnale a gradino unitario. Si supponga che sul sistema agisca un disturbo sinusoidale

$$d(t) = 0.1 \sin(5t)$$

con $H(s) = \frac{1}{s+1}$. Si vuole progettare un compensatore nella configurazione di figura 3.2 per annullare l'azione di $d(t)$. Applicando la 3.1, si ottiene il seguente risultato:

$$C(s) = -\frac{s + 10}{s + 1}.$$

Il compensatore ottenuto in questo caso è realizzabile in quanto caratterizzato da una funzione di trasferimento propria ed è stabile. Si imposta lo schema *Simulink* utilizzando il blocco *Sine Wave Function* per simulare l'azione del disturbo, come mostrato in figura 3.3.

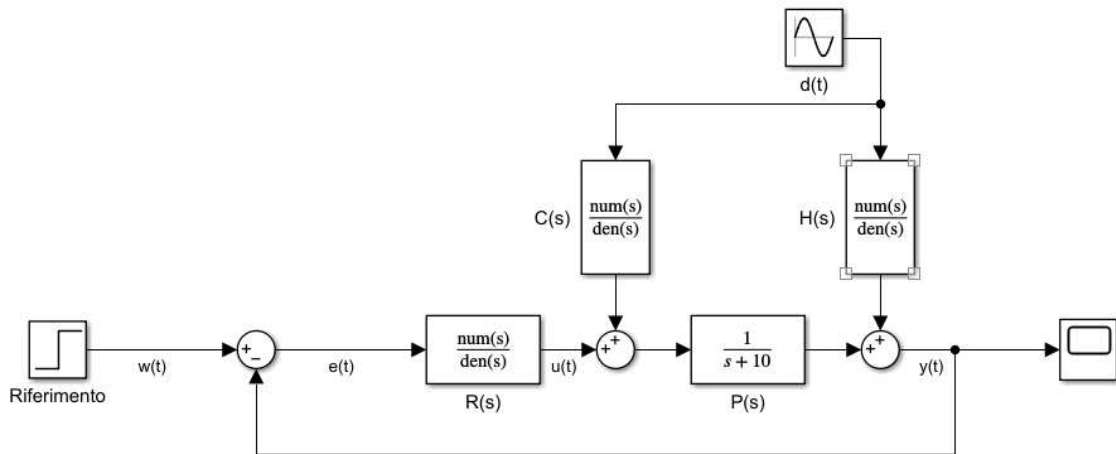


Figura 3.3: Schema Simulink per compensazione di un disturbo sinusoidale

In figura è evidenziato il miglioramento che si ottiene nella risposta al gradino utilizzando il compensatore ricavato precedentemente. Si nota come il compensatore sia in grado di eliminare completamente la componente sinusoidale a regime dovuta al disturbo.

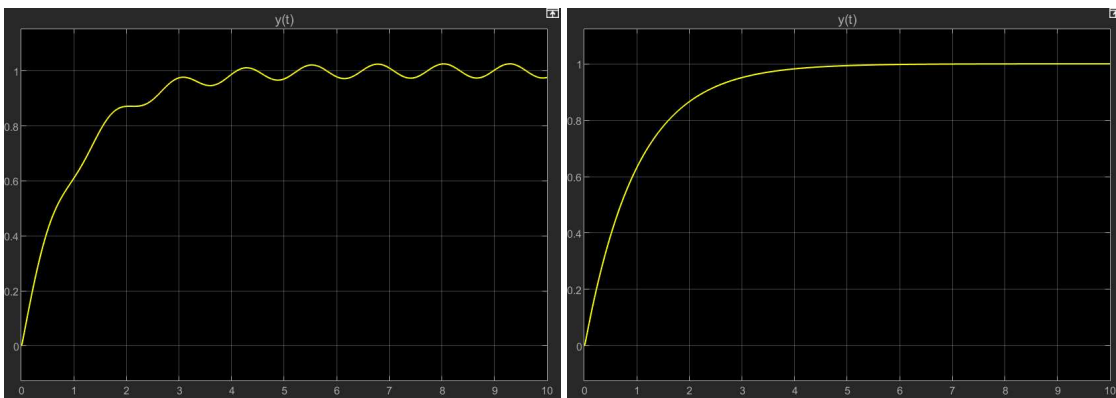


Figura 3.4: Confronto tra risposta al gradino senza e con l'applicazione di un compensatore per neutralizzare l'azione di un disturbo sinusoidale

3.2 Esempio applicativo: soluzione nel caso di un compensatore irrealizzabile

In questo secondo esempio il processo è descritto dalla funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{10}{(1+s)(1+2s)}$$

ed è regolato in retroazione da un controllore integrale

$$R(s) = \frac{0.02}{s}$$

con $H(s) = \frac{1}{1+4s}$. Si richiede di progettare due compensatori in Feed-Forward nella configurazione di figura 4.2 per contrastare l'azione di due differenti disturbi:

- disturbo a gradino;
- disturbo sinusoidale $d(t) = \sin(3t)$

Applicando la 4.1, si otterrebbe

$$C(s) = -\frac{1}{10} \frac{(1+s)(1+2s)}{1+4s}$$

che è irrealizzabile in quanto il grado del numeratore è superiore a quello del denominatore. Si nota anche come il regolatore integrale garantisca reiezione perfetta del disturbo a gradino senza che debba essere impiegata un'azione in Feed-Forward. Per una neutralizzazione completa del secondo disturbo, invece, va progettato un compensatore realizzabile tale che

$$C(-j3) = -\frac{H(-j3)}{P(-j3)}$$

3.2.1 Disturbo a gradino

Si vuole progettare comunque il compensatore nonostante il regolatore permetta da sè di neutralizzare un disturbo di ordine zero; il segnale a gradino è un segnale sinusoidale a frequenza nulla. In questo caso, dunque, si ritrova un guadagno statico

$$C(s) = -\frac{H(0)}{P(0)} = -0.1.$$

In figura è mostrata la risposta a un riferimento nullo considerando tutte le combinazioni possibili di presenza/assenza di compensatore e controllore integrale.

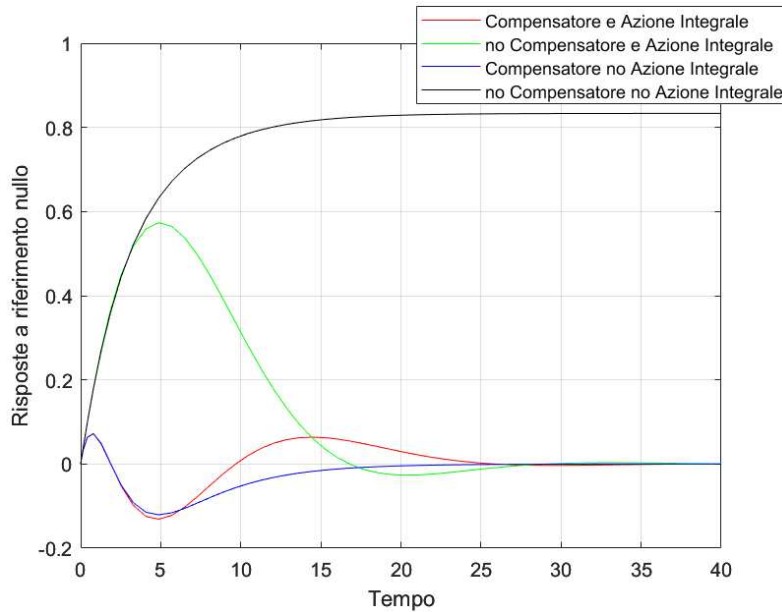


Figura 3.5: Confronto tra configurazioni alternative per reiezione di un disturbo a gradino

In questo caso, l'aggiunta del compensatore elimina la sovraelongazione rispetto alla sola azione integrale. I tempi di assestamento non cambiano apprezzabilmente.

3.2.2 Disturbo sinusoidale

Per quanto riguarda la richiesta sul secondo tipo di disturbo, si deve trovare un compensatore che soddisfi la 3.2 alla frequenza di interesse, in questo caso pari a $\omega_0 = 3\text{rad/s}$. Con l'ausilio della routine *freqresp* e dei comandi *abs* e *angle* del Control System Toolbox si calcolano innanzitutto modulo e fase di $\frac{H(j\omega_0)}{P(j\omega_0)}$:

- $\left| \frac{H(j\omega_0)}{P(j\omega_0)} \right| = \frac{0.08}{0.52} = 0.16$;
- $\angle \frac{H(j\omega_0)}{P(j\omega_0)} = -85.24 + 152.1 = 66.86^\circ$;

La funzione di trasferimento del compensatore deve presentare quindi a 3rad/s un modulo di 0.16 e una fase di $66.86 - 180 = -113.14^\circ$, dove il termine -180° è dovuto al segno negativo presente nella 3.2. Una possibilità è rappresentata dalla seguente funzione di trasferimento:

$$C(s) = \frac{\mu_c}{(1 + sT)}$$

con μ_c e T da ricavare imponendo le condizioni su modulo e fase. Partendo dalla fase, che dipende dalla sola variabile T , si ha che $\angle C(j3) = -\arctan(3T) = -113^\circ$ quindi $T = \frac{\tan(113)}{3} = -0.032$. Il risultato non è accettabile in quanto risulterebbe una funzione

di trasferimento instabile. Si sceglie allora un compensatore con una struttura simile, ma un polo doppio:

$$C(s) = \frac{\mu_c}{(1 + sT)^2}$$

e si procede come in precedenza per ricavare T e μ_c . In questo secondo caso si ha che $\angle C(j3) = -2\arctan(3T) = -113^\circ$ da cui si ricava $T = 0.5$. Per il modulo si ha invece che $|C(j3)| = \frac{\mu_c}{|1+9T^2|} = 0.16$ da cui si ricava che $\mu_c = 0.16(1 + 9 \cdot 0.5^2) = 0.52$. Il compensatore ha quindi la seguente funzione di trasferimento:

$$C(s) = \frac{0.52}{(1 + 0.5s)^2}$$

e si può applicare nella configurazione di figura 3.2 considerando un disturbo $d(t) = \sin(3t)$ in $t = 0$. I risultati sono mostrati in figura 3.6; si è considerata una situazione in cui nel sistema agisce unicamente il disturbo (riferimento $w(t)$ nullo), per evidenziare i risultati per quanto riguarda la reiezione con le varie modalità di controllo applicate.

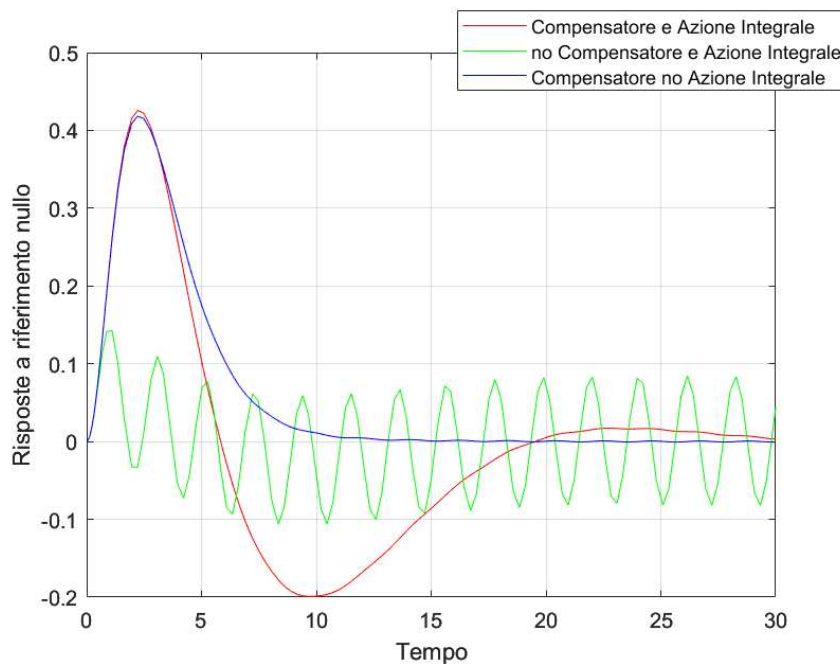


Figura 3.6: Confronto tra configurazioni alternative per reiezione di un disturbo sinusoidale

Si nota come il compensatore cancelli con efficacia la componente oscillatoria sia che venga mantenuta, sia che venga rimossa l'azione integrale del regolatore. La sovraelevazione che si riscontra in entrambi questi due casi è molto simile (circa il 40%).

Capitolo 4

Prefiltraggio del riferimento

Tra le modalità in cui si può implementare un'azione di controllo in Feed-Forward, si può includere anche l'applicazione di un filtro sul segnale di riferimento prima del processo o di un eventuale sistema di controllo in Feed-Back.

4.1 Limiti strutturali

Si considera il semplice caso di una funzione di trasferimento costante $P(s) = a$, a cui viene applicato un segnale di riferimento a gradino unitario $r(t)$ ottenendo un segnale in uscita $y(t) = a \cdot r(t)$.

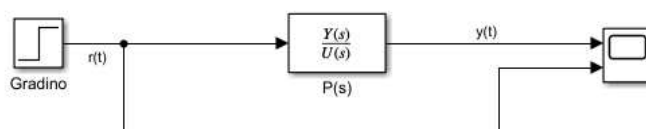


Figura 4.1: Schema Simulink che implementa una funzione di trasferimento costante

Per ottenere in uscita il riferimento applicato, si può applicare in ingresso al processo una funzione di trasferimento $\frac{1}{P(s)}$:

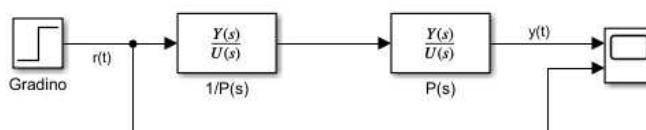


Figura 4.2: Applicazione di un pre-filtro per ottenere il riferimento desiderato

Il vantaggio di questo approccio rispetto alla retroazione è la sua azione **istantanea**, a differenza, ad esempio, di uno schema in retroazione con controllore integrale, che richiede un transitorio per ottenere un errore a regime nullo.

Questa configurazione non è tuttavia in grado di far fronte a due casi di non-idealità del sistema:

1. conoscenza non esatta dei parametri di processo;
2. intervento di disturbi.

4.1.1 Inesattezza dei parametri di processo

Se la stima della funzione di trasferimento è $P(s)_{\text{mis}} = a$, ma il valore reale del processo è $P(s) = a_0$, non si potrà mai raggiungere con errore nullo il riferimento desiderato. Ipotizzando, ad esempio, $a = 4.8$ e $a_0 = 5$ si ottiene il seguente risultato in risposta a un riferimento a gradino unitario applicato all'istante $1s$:

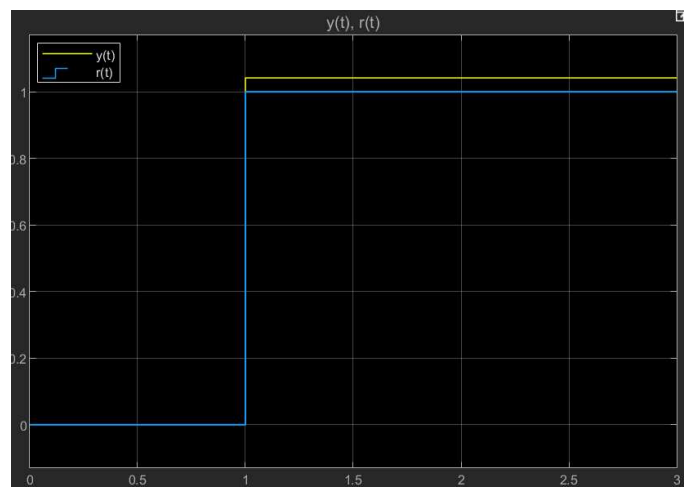


Figura 4.3: Confronto tra uscita e riferimento nel caso di discrepanza tra parametri nominali e misurati

Come si può notare dalla figura 4.3 l'azione in Feed-Forward non è in grado di assicurare un inseguimento perfetto.

4.1.2 Intervento di disturbi tra il pre-filtro e il processo

Facendo riferimento alla situazione della sezione 2.1.1, si considera ora l'intervento di un disturbo a gradino $d(t)$ di ampiezza 0.05 all'istante $1.5s$.

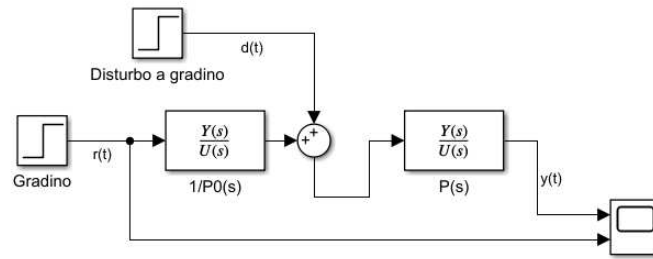


Figura 4.4: Schema a blocchi con intervento di un disturbo a gradino tra controllore in Feed-Forward e processo

L'uscita del sistema si può calcolare dunque alle trasformate di Laplace come:

$$Y(s) = \frac{a_0}{a} R(s) + a_0 D(s)$$

In questo caso si ha $\frac{a_0}{a} = 1.04$ e si ottiene un'uscita con valore a regime $y(t)_{reg} = 1.28$, distante una quantità $e(t)_{reg} = 0.28$ dal valore di riferimento desiderato.

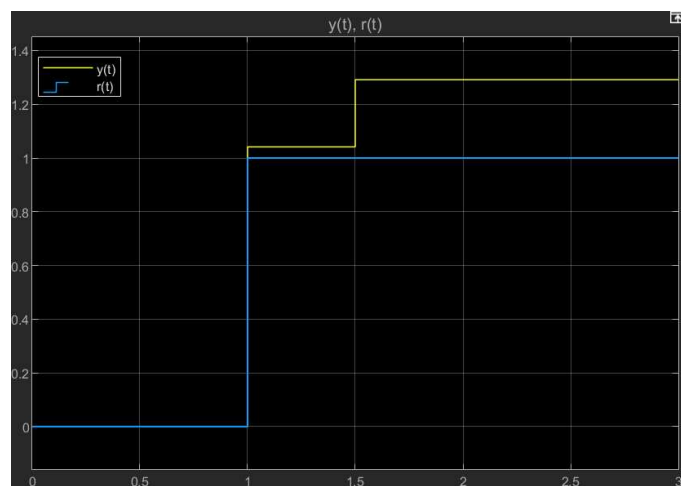


Figura 4.5: Confronto tra uscita e riferimento considerando un disturbo a gradino oltre alla discrepanza tra i parametri di processo

Un'altra considerazione da fare riguarda il tipo di processo. Negli esempi precedenti si è ipotizzato il caso più semplice, ma considerando genericamente $P(s) = \frac{num(s)}{den(s)}$ non è assicurato che il pre-filtro $\frac{1}{P(s)}$ sia una funzione razionale propria, e quindi fisicamente realizzabile. Si può far fronte a questo problema in alcuni casi con la scomposizione

$$1/P(s) = F(s) + a \cdot s + b \cdot s^2 + \dots$$

dove $F(s)$ è una funzione razionale propria (e quindi realizzabile) e nella parte non-causale del polinomio è possibile applicare le derivate del riferimento fino all'ordine richiesto; il riferimento dev'essere però noto a priori.

4.2 Prefiltraggio di un sistema in retroazione

Si considera un sistema a retroazione unitaria come mostrato in figura 4.6, dove $P(s)$ è il processo da controllare e $R(s)$ è il regolatore.

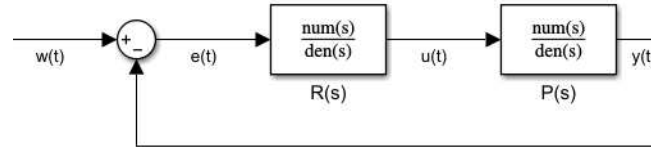


Figura 4.6: Sistema a retroazione unitaria

Si può introdurre un'azione in Feed-Forward inserendo un compensatore $C(s)$ che agisce sul riferimento prima del calcolo dell'errore, come mostrato in figura 4.7

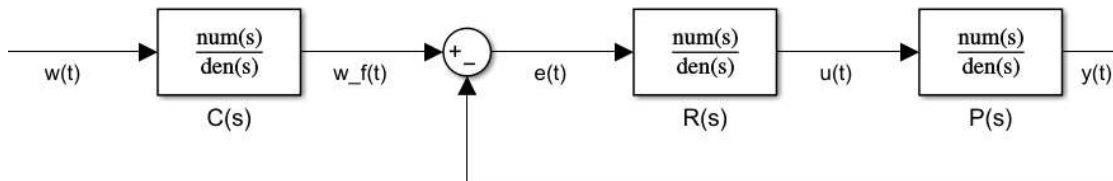


Figura 4.7: Sistema a retroazione unitaria con compensatore in ingresso

Il compensatore è progettato sulla base degli obiettivi da raggiungere. Per capire i suoi possibili effetti sull'uscita, è necessario calcolare la funzione di trasferimento complessiva nella configurazione di figura 4.7:

$$Y(s) = P(s)R(s)[W_f(s) - Y(s)]$$

da cui si ricava

$$Y(s) = \frac{P(s)R(s)W_f(s)}{1 + R(s)P(s)}$$

e si ottiene infine

$$Y(s) = \frac{P(s)R(s)}{1 + R(s)P(s)}C(s)W(s)$$

Il compensatore in questa configurazione è in grado di modificare il guadagno ingresso-uscita e/o la banda passante, restringendola o allargandola, oppure può agire sulla funzio-

ne di trasferimento tra $w(t)$ e $u(t)$ per evitare sollecitazioni estreme sulla variabile di controllo. Vi sono 3 principali tipi di compensatore che si possono applicare:

1. **guadagno statico**, per assicurare la specifica sul guadagno da riferimento a uscita;
2. **filtro passa-basso**, per modificare la dinamica di w_f nel caso di ingresso con variazione a scalino, al fine di ottenere una maggiore moderazione;
3. **filtro passa-alto**, per velocizzare la risposta del sistema di controllo.

4.2.1 Compensazione statica

Per avere l'uscita del sistema coincidente con l'ingresso la funzione di trasferimento $Y(s)/W(s)$ deve avere un guadagno pari a 1. Definendo

$$F(s) = \frac{G(s)R(s)}{1 + R(s)G(s)},$$

per garantire questa condizione si pone $C(s) = \mu_c = F(0)^{-1}$ (guadagno statico). Il compensatore per questo scopo non è necessario se $F(0) = 1$. Bisogna tenere in considerazione che la presenza di un'**azione integrale** nella funzione di trasferimento a catena aperta $G(s)R(s)$ garantisce inseguimento perfetto anche nel caso di variazioni dei parametri di processo o di incertezze sul modello matematico, purché rimanga la stabilità del sistema di controllo (regolazione robusta). Se invece la condizione sull'inseguimento perfetto è raggiunta tramite il compensatore, eventuali variazioni di parametri o sul modello richiederebbero una modifica di $C(s)$ (regolazione non robusta).

4.2.2 Esempio applicativo

Si consideri, per esempio, un sistema con processo descritto dalla funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{1}{s + 10}$$

in cui non è presente un polo nell'origine, e un regolatore

$$R(s) = \frac{100(s + 10)}{(s + 100)}.$$

La funzione di trasferimento in catena chiusa, espressa in forma di Bode, risulta essere

$$L(s) = \frac{0.5}{\left(1 + \frac{s}{200}\right)}.$$

Si valuta la risposta al gradino e l'errore con l'ausilio di Simulink impostando il seguente schema:

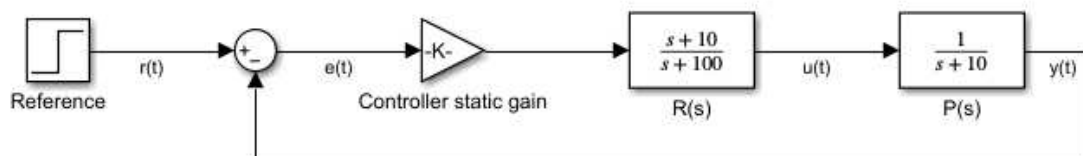


Figura 4.8: Modello Simulink di processo e regolatore

Si valuta la risposta al gradino e l'errore, riportandoli nella figura 4.13:

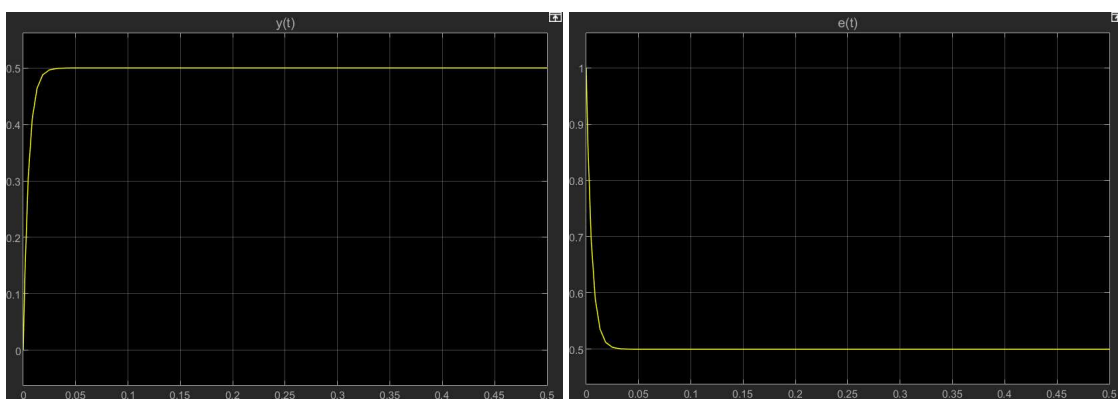


Figura 4.9: Uscita ed errore con ingresso a gradino unitario senza l'utilizzo di un compensatore

L'errore si stabilizza sul valore a regime $e(\infty) = r(\infty) - y(\infty) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ e non si riesce a raggiungere inseguimento perfetto.

Per questo scopo, si può intervenire in due modi:

1. inserendo un **termine integrale** nel regolatore $R(s)$, riportandosi all'ipotesi di cui si è parlato a pagina 10 in cui non è più necessaria l'introduzione del compensatore;
2. inserendo un **compensatore statico** che precede l'anello di retroazione.

Termine integrale per errore a regime nullo

Si modifica lo schema a blocchi di figura 4.8 inserendo un polo nell'origine (termine integrale) nel regolatore $R(s)$:

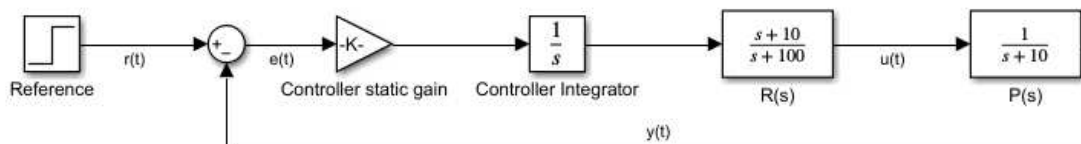


Figura 4.10: Modello Simulink con termine integrale per errore nullo a regime

Come ci si aspetta dalla teoria dei controlli automatici, in questo caso si raggiunge un errore a regime nullo; il tempo di assestamento è $t_s \approx 5.64s$. Il tempo di assestamento è stato calcolato attraverso la routine *stepinfo* dell'ambiente Matlab.

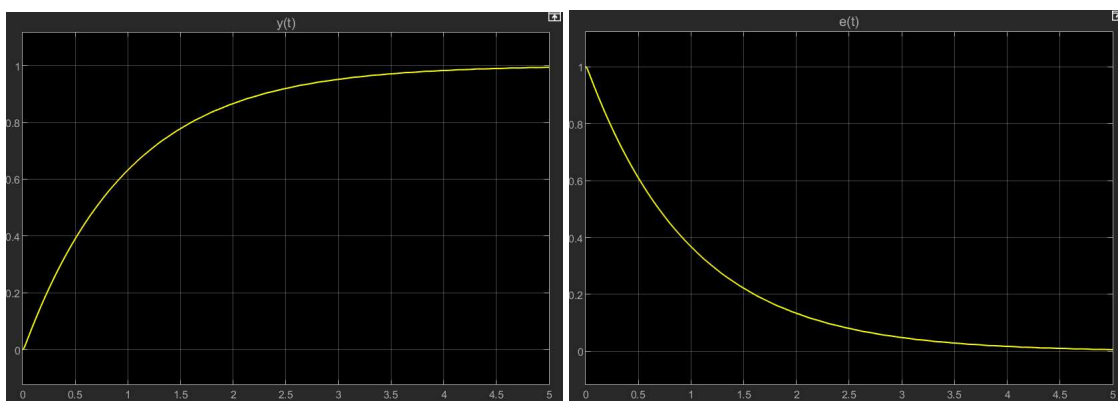


Figura 4.11: Uscita ed errore con ingresso a gradino unitario aggiungendo un termine integrale sul regolatore

Compensatore a guadagno statico per errore a regime nullo

Si modifica lo schema *Simulink* di figura 4.8 inserendo ora il compensatore statico con funzione di trasferimento

$$C(s) = \frac{1}{F(0)} = 2$$

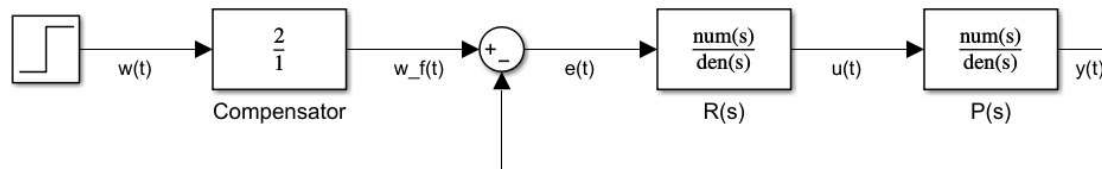


Figura 4.12: Modello Simulink con compensatore statico per errore nullo a regime

Ci si aspetta un risultato coincidente con i grafici di figura 4.13, a meno di un fattore di scala che porta l'uscita a regime a un valore pari a 1. Come per la configurazione precedente, si valutano gli andamenti di uscita ed errore e il tempo di assestamento per quanto riguarda l'uscita:

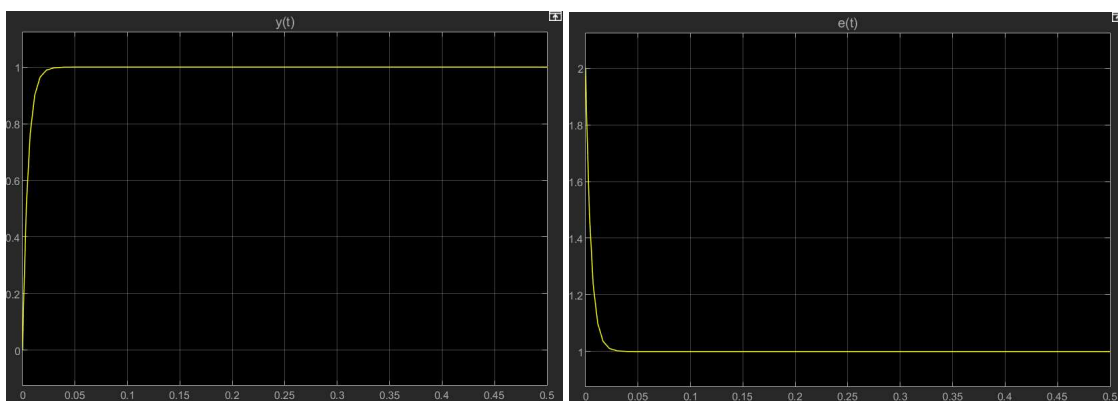


Figura 4.13: Uscita ed errore con ingresso a gradino unitario con l'utilizzo del compensatore statico

Si calcola un tempo di assestamento pari a circa $t_s \approx 0.116s$. In questo esempio, l'utilizzo del compensatore, oltre a permettere un inseguimento perfetto dell'ingresso a gradino, riduce notevolmente i tempi di assestamento dell'uscita rispetto al caso del termine integrale (quasi 50 volte più rapido).

Confronto tra compensatore e termine integrale per la reiezione a un disturbo a gradino

L'inserimento di un termine integrale nel controllore assicura reiezione perfetta dei disturbi di ordine zero (a gradino) che possono intervenire tra il regolatore e il processo; questa proprietà non è valida nel caso del compensatore.

Se, per esempio, si considera un disturbo a gradino unitario che interviene in $t = 0.2s$ in una simulazione di $0.5s$ per il caso appena descritto, l'uscita avrà l'andamento di figura 4.14:

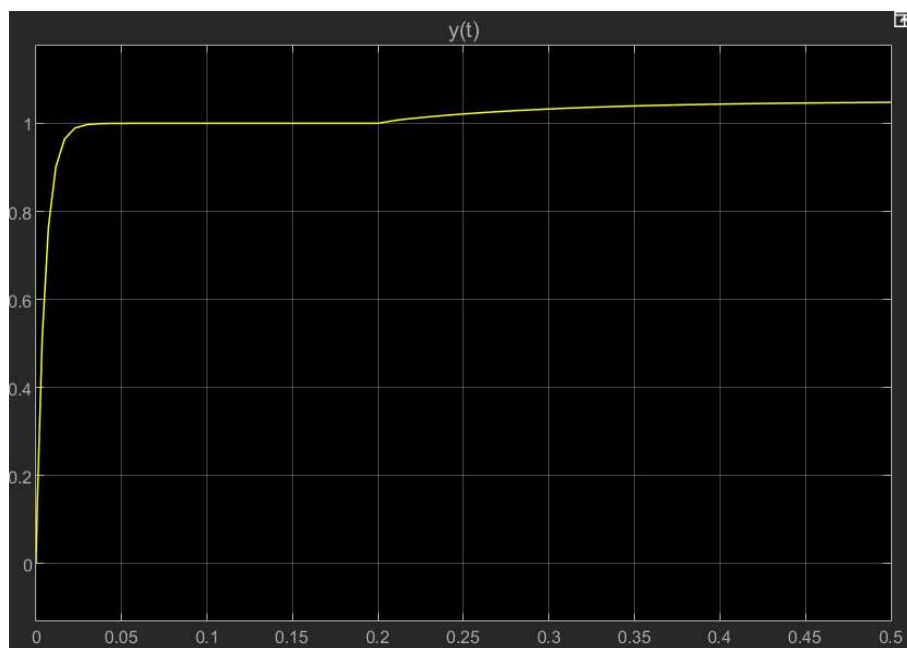


Figura 4.14: Uscita del sistema con compensatore statico con ingresso a gradino unitario e disturbo a gradino unitario

dove si nota come l'uscita non raggiunga un valore unitario a regime.

4.2.3 Prefiltraggio di tipo passa-alto

Nel caso del compensatore statico, l'obiettivo è riportare il riferimento applicato all'uscita del sistema di controllo. In altri casi, l'obiettivo può essere quello di velocizzare la dinamica complessiva di un sistema in retroazione che è già in grado di inseguire un riferimento a gradino. Se, ad esempio, il modello nominale che è stato ricavato per un processo assume valori incerti per una gamma di frequenze $\omega > \omega^*$, il regolatore $R(s)$ dev'essere progettato in modo da garantire un'attenuazione sufficiente per $\omega > \omega^*$, in modo da incrementare la robustezza del sistema di controllo. Così facendo, si limita tuttavia la velocità di risposta al gradino del sistema retroazionato. In questo caso l'impiego di un compensatore come **rete anticipatrice**, nella stessa configurazione a blocchi vista nella sezione 2.1, può incrementare le prestazioni senza però agire negativamente sull'azione del controllo in Feed-Back e mantenendo la robustezza alle frequenze superiori al valore critico.

Rete anticipatrice

La rete anticipatrice è una tipologia di controllore utilizzato nei sistemi in Feed-Back nel caso in cui un sistema non soddisfi le specifiche su:

1. **margine di fase:** il margine di fase è inferiore al valore richiesto dalle specifiche ($m_\phi < m_\phi^*$);
2. **pulsazione di attraversamento:** la pulsazione di attraversamento è anch'essa inferiore a quanto richiesto dalle specifiche ($\omega_a < \omega_a^*$).

La struttura del controllore è la seguente:

$$C(s) = \frac{1 + Ts}{1 + aTs}$$

dove a e T sono i parametri che stabiliscono la posizione del polo e dello zero della rete, con lo zero posto a frequenza più bassa rispetto al polo. Avendo un sistema $P(s)$ con una pulsazione di attraversamento $\omega_a < \omega_a^*$, si pone

$$a = 10^{-\frac{|P(j\omega_a^*)|_{dB}}{10}}$$

in modo che la rete anticipatrice garantisca un guadagno di $0dB$ alla pulsazione di attraversamento desiderata. Il parametro T viene solitamente calcolato in modo da avere il

massimo valore del margine di fase ϕ_m alla pulsazione di attraversamento desiderata ω_a^* , ossia ponendo

$$\frac{1}{\sqrt{aT}} = \omega_a^*.$$

4.2.4 Esempio applicativo

Un esempio in cui il compensatore di tipo passa-alto si rivela in grado di migliorare le prestazioni sull'inseguimento è dato dal processo descritto dalla funzione di trasferimento

$$P(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0.05s)^2}$$

e regolato in Feed-Back da un **controllore PI** a guadagni unitari

$$R(s) = 1 + \frac{1}{s}.$$

Si nota come il compensatore presenti due poli ad alta frequenza ($\omega^* = 20rad/s$). Si suppone che la collocazione di questi ultimi sia incerta; è necessario dunque garantire un'ampia attenuazione per valori di frequenza uguali o superiori a quello critico.

Se si tracciano i diagrammi di Bode della **funzione di trasferimento in catena chiusa**

$$F(s) = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{(1+s(1+0.05s)^2)(1+s)}$$

si ottengono i seguenti risultati:

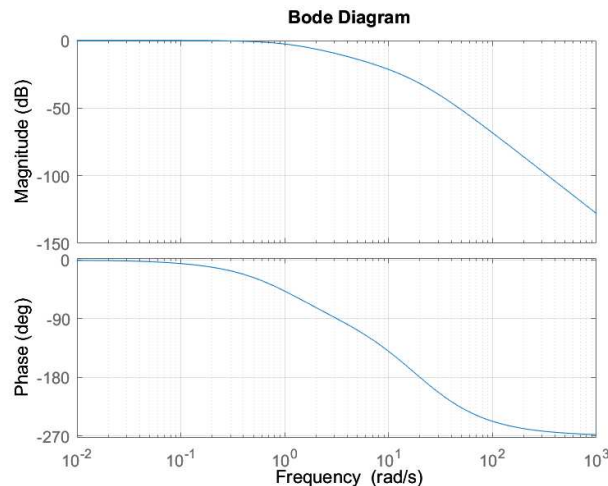


Figura 4.15: Diagrammi di Bode in catena chiusa con processo e controllo PI

La **banda passante** a $-3dB$ del sistema in catena chiusa è $\omega_1 = 1.1rad/s$. Si vuole applicare un compensatore per allargare la banda passante, mantenendo però un'attenuazione sufficiente alle frequenze superiori a $20rad/s$. Si può inserire una rete anticipatrice progettata nel seguente modo:

- lo zero posto è alla frequenza ω_1 ($T_{zero} = \frac{1}{\omega_1} = 0.9$);
- il polo è posto una decade più in avanti rispetto allo zero ($T_{polo} = 0.09$).

La struttura del compensatore è quindi la seguente:

$$C(s) = \frac{1 + 0.9s}{1 + 0.09s}$$

Si confrontano i diagrammi di Bode per la funzione di trasferimento in catena chiusa mostrati in figura 4.15 con i risultati che si ottengono considerando anche il compensatore.

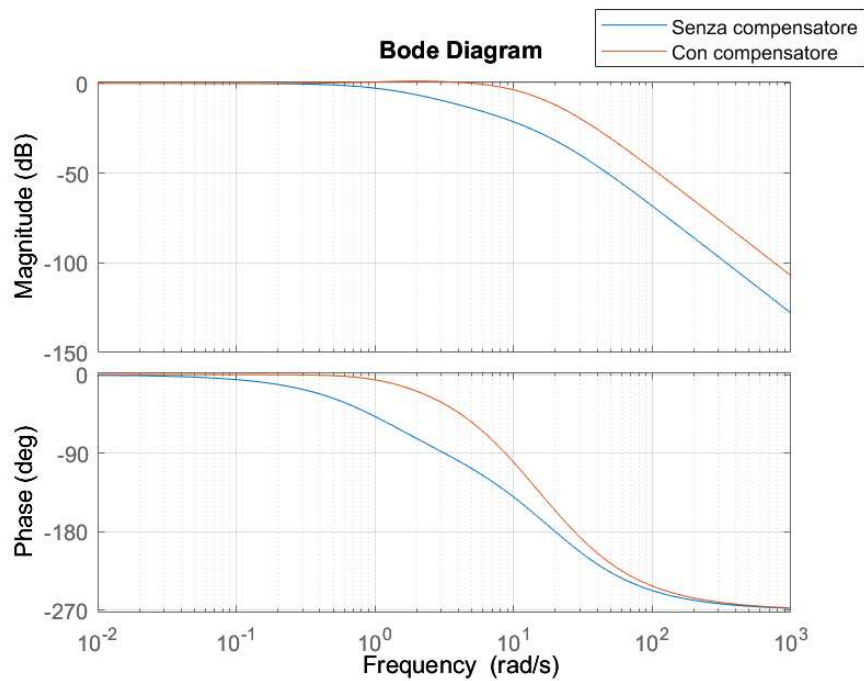


Figura 4.16: Confronto tra diagrammi di Bode del sistema in catena chiusa con e senza l'applicazione del pre-filtro di tipo passa-alto

Il nuovo sistema ottenuto ha una banda passante a $-3dB$ pari a $\omega_2 = 9.37rad/s$.

Ai due sistemi posti a confronto corrispondono due transitori differenti di risposta al gradino unitario.

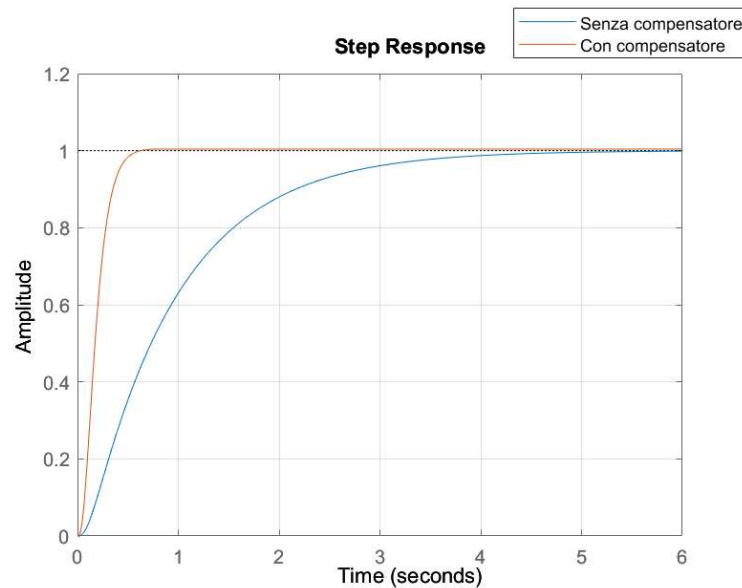


Figura 4.17: Confronto tra risposte al gradino unitario del sistema in catena chiusa con e senza l'applicazione del pre-filtro di tipo passa-alto

Con l'ausilio della routine *stepinfo* del Control System Toolbox si confrontano i tempi di assestamento al 5% delle due risposte al gradino:

- senza l'applicazione del compensatore il tempo di assestamento è $t_{s1} = 2.78s$
- con l'utilizzo del compensatore il tempo di assestamento è $t_{s2} = 0.41s$.

Il compensatore come pre-filtro agisce abbassando notevolmente i tempi di assestamento. Dai diagrammi di Bode si può notare come, per frequenze superiori a $20rad/s$, la rete anticipatrice aumenti il guadagno della funzione di trasferimento rispetto al caso in cui non era presente, ma si mantiene comunque un'attenuazione superiore a $30dB$.

4.2.5 Prefiltraggio di tipo passa-basso

Vi possono essere alcuni casi in cui un sistema regolato in retroazione rispetti con ampio margine la specifica sul tempo di assestamento della risposta al gradino, ma la sollecitazione del sistema rispetto a un segnale a brusche variazioni come un gradino può risultare indesiderata. L'applicazione di un filtro passa-basso del primo ordine è in grado di modificare la dinamica del riferimento da gradino a esponenziale, al prezzo di un rallentamento nella risposta del sistema in retroazione.

4.2.6 Esempio applicativo

Si considera il sistema descritto dal processo

$$P(s) = \frac{1}{s}$$

e regolato da un semplice **controllore proporzionale**

$$R(s) = 10.$$

Viene richiesto un tempo di assestamento $t_s < 3$.

La funzione di trasferimento in catena chiusa, calcolata come nell'esempio applicativo presentato in sezione 2.2.4, risulta essere

$$F(s) = \frac{1}{1 + 0.1s}$$

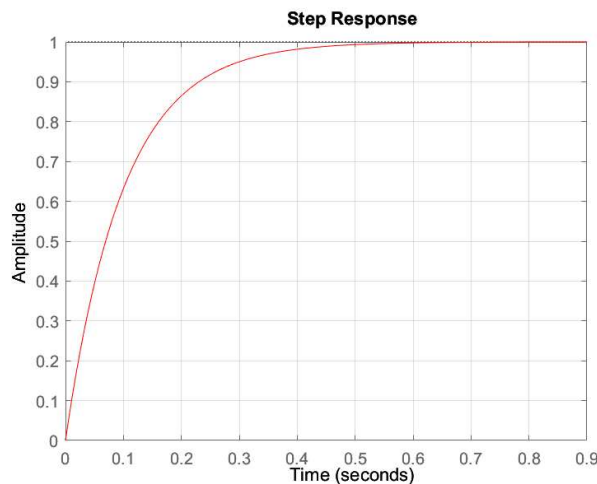


Figura 4.18: Risposta al gradino del sistema in catena chiusa senza l'applicazione del pre-filtro di tipo passa-basso

In figura 4.18 è riportata la risposta al gradino del sistema in catena chiusa. Il tempo di assestamento al 5% è $t_s = 0.3s$, ampiamente inferiore a quanto richiesto dalle specifiche. Un compensatore di tipo passa-basso che può moderare efficacemente il riferimento può essere, ad esempio,

$$C(s) = \frac{1}{1 + 0.5s}$$

che presenta un polo a frequenza più bassa rispetto a quello della funzione di trasferimento $P(s)$. Il compensatore modifica la dinamica complessiva da ingresso a uscita nel seguente modo:

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = C(s)F(s) = \frac{1}{(1 + 0.5s)(1 + 0.1s)}.$$

Si nota come la funzione di trasferimento risultante abbia due poli, in $s = -2$ (contributo del compensatore) e in $s = -10$ (contributo della funzione di trasferimento in catena chiusa originaria). Il polo dominante, ossia quello legato all'introduzione del compensatore, influenza la dinamica del sistema nel modo seguente:

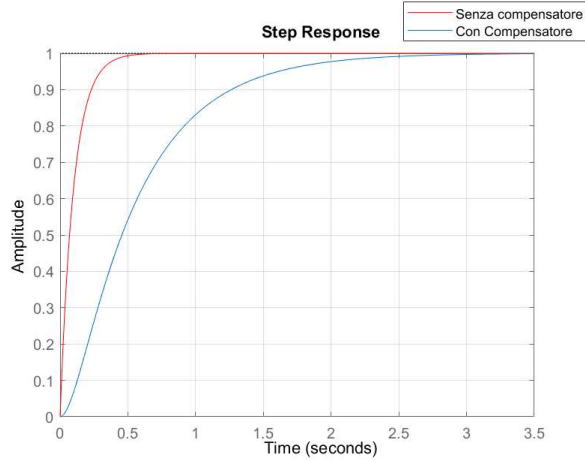


Figura 4.19: Risposta al gradino del sistema in catena chiusa con e senza l'applicazione di un pre-filtro di tipo passa-basso

La risposta al gradino è rallentata. Il nuovo tempo di assestamento risulta essere $t_{s2} = 1.6s$, comunque inferiore al valore richiesto dalle specifiche. Il compensatore è stato ideato per "ammorbidire" il segnale di ingresso al sistema in retroazione: i risultati sono mostrati in figura 4.20.

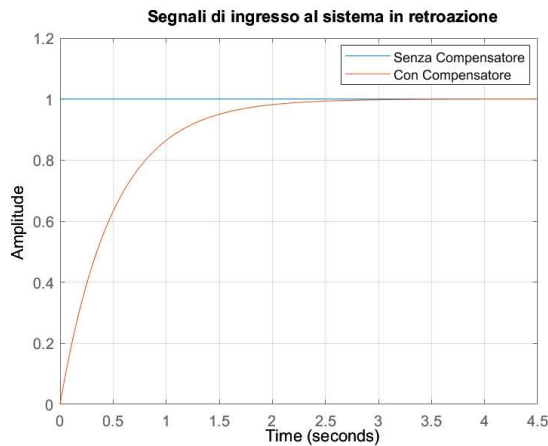


Figura 4.20: Segnali di ingresso al sistema in retroazione con e senza l'applicazione di un compensatore di tipo passa-basso

Come ci si aspettava, il compensatore risponde a un ingresso a gradino con un transitorio di tipo esponenziale per una sollecitazione più graduale del sistema in retroazione.

Capitolo 5

Conclusioni

Nei tre capitoli centrali di questa tesi sono stati presentati alcuni esempi in cui l'applicazione di schemi di controllo in avanti, adeguati alla situazione specifica, risulta vantaggiosa in termini di velocità di assestamento, inseguimento di segnali non necessariamente a gradino, e neutralizzazione di disturbi misurabili.

Si è voluto però evidenziare anche i limiti di questo approccio al controllo, principalmente in termini di robustezza (nei capitoli 3 e 4, le funzioni di trasferimento in Feed-Forward dipendono direttamente da $P(s)$) e di neutralità rispetto ai disturbi nel caso degli schemi di controllo analizzati nei capitoli 2 e 3.

Per quanto riguarda la reiezione ai disturbi, è da sottolineare come vi siano casi in cui anche il puro Feed-Back possa raggiungere le richieste progettuali, se intervengono disturbi a segnale canonico, se è possibile aggiungere poli nell'origine alla funzione di trasferimento del regolatore in catena chiusa. Il controllo in Feed-Forward, tuttavia, come compensatore nella configurazione presentata nel capitolo 4, fornisce una soluzione per la neutralizzazione di disturbi modellabili con una generica funzione di trasferimento; è possibile trovare un'applicazione in avanti efficace, nel caso di segnali sinusoidali, anche se la soluzione teoricamente perfetta non sia fisicamente realizzabile.

Si è visto inoltre come non sempre sia possibile realizzare funzioni di trasferimento che in linea teorica permetterebbero di raggiungere con esattezza lo scopo prefissato, che sia di inseguimento o reiezione dei disturbi. È dunque importante avere un modello matematico accurato del processo per capire se è effettivamente possibile realizzare schemi di controllo in avanti, se si ritiene che questi possano avere un effetto positivo sulle prestazioni del sistema.

Bibliografia

- [1] P. Bolzern, R. Scattolini, N. Schiavoni, "*Fondamenti di controlli automatici*", McGraw-Hill Italia, 1998
- [2] C. Melchiorri, "*Traiettorie per azionamenti elettrici*", Società Editrice Esculapio, 2013
- [3] G. Franklin, D. Powell, A. F. Emami Naeini, "*Feedback Control of Dynamical Systems*", Pearson, 2021
- [4] G. Marro, "*Controlli Automatici*", Zanichelli, 1997
- [5] Documentazione per il Control System Toolbox: <https://it.mathworks.com/help/control/ref/controlsystemdesigner-app.html>
- [6] Documentazione per l'uso di Simulink: <https://it.mathworks.com/help/control/ref/controlsystemdesigner-app.html>