

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CONVERTITORI DC/DC PUSH-PULL

Laureando:
Claudio MENIN
Matricola 614115

Relatore:
Ch.mo Prof. Gaudenzio
MENEGHESSO

Correlatore:
Ch.mo Prof. Giorgio SPIAZZI

Anno accademico 2012/2013

*Le lezioni ottendono la mente,
distruggono il potenziale della creatività vera*

John Forbes Nash jr.
tratto dal film *A Beautiful Mind*,
a lui dedicato

Indice

1	Introduzione	7
2	Convertitori DC/DC: classificazione	9
3	Interruttori	11
3.1	BJT	11
3.2	MOSFET	14
3.3	IGBT	17
4	Controllo mediante PWM	19
5	Convertitori DC-DC	21
5.1	Convertitori DC-DC senza trasformatore	21
5.1.1	Convertitore <i>buck</i> o <i>step-down</i>	21
5.1.2	Convertitore <i>boost</i> o <i>step-up</i>	23
5.1.3	Convertitore <i>buck-boost</i>	24
5.2	Convertitori DC-DC con trasformatore	26
5.2.1	Convertitore <i>flyback</i>	26
5.2.2	Convertitore <i>forward</i>	28
6	Convertitore PUSH-PULL	31
6.1	Analisi circuitale nel dominio del tempo	31
6.2	Analisi circuitale nel dominio della frequenza	35
6.3	Simulazioni del circuito ridotto al filtro passa basso	37
6.4	Simulazioni del circuito completo con interruttori ideali	43
6.5	Simulazioni del circuito completo con MOSFET	47
6.6	Simulazioni del circuito completo con MOSFET al variare di alcuni parametri circuitali	51
6.7	Fenomeni parassiti	54
6.8	Potenza dissipata	56
7	Conclusioni	57
	Bibliografia	59

Capitolo 1

Introduzione

Al giorno d'oggi siamo letteralmente circondati da dispositivi elettronici. Basti pensare a televisori, tablet, hard disk, smartphone oppure il controllo elettronico di stabilità(ESP) della nostra auto ad esempio. Dispositivi che ci permettono di lavorare, divertirci o controllano i nostri errori. Tutti questi però necessitano di una fonte di alimentazione che può provenire da una o più batterie, dalla linea elettrica oppure da un generatore fotovoltaico. Però la tensione fornita da queste fonti di energia spesso non è adatta ad alimentare i componenti che compongono i dispositivi per motivi legati alla forma d'onda e alla potenza. Per adattare la tensione di alimentazione alla forma d'onda e al valore richiesto dalle circuiterie si realizzano dei convertitori. Genericamente si possono suddividere in:

ac-dc Detti anche *raddrizzatori* perchè convertono tensione alternata sinusoidale in continua

dc-ac Detti anche *inverter* perchè si comportano in modo opposto ai convertitori ac-dc

dc-dc Hanno la funzione di alzare/abbassare il livello di tensione

ac-ac Hanno la funzione di variare ampiezza e/o frequenza della tensione alternata sinusoidale

Nel nostro caso analizzeremo in specifico i convertitori dc-dc e ne focalizzeremo lo studio di una configurazione particolare.

Saranno usate equivalentemente le notazioni *dc-dc* e *DC/DC*.

Capitolo 2

Convertitori DC/DC: classificazione

Un convertitore DC/DC è un circuito che converte un livello di tensione continua non regolato in un altro valore di tensione continua regolato, più alto o più basso. Questo, a primo impatto, non è altro che il comportamento di un trasformatore. Se però serve una conversione fra tensioni continue, il trasformatore non è utilizzabile perché presentando una tensione continua al primario (e quindi una corrente costante nelle spire che impone un campo magnetico a sua volta costante) non c'è variazione di induzione sul secondario e la tensione d'uscita al secondario, per la *Legge di Faraday Henry*¹, è nulla. Per risolvere questo problema, una strada alternativa è costituita dai convertitori DC/DC. Questo tipo di convertitori trova applicazione soprattutto nei dispositivi elettronici portatili (laptop, alimentatori DC stabilizzati) perché hanno dimensioni contenute. Si possono trovare però anche in ambito automobilistico e nautico dove le strumentazioni di bordo richiedono tensioni continue di alimentazione che potrebbero essere diverse dai 12V classici di una batteria. Esistono diversi tipi di convertitori DC/DC ma possiamo già suddividerli in:

1. lineari
2. a commutazione (*switching*)

I convertitori del primo tipo hanno il vantaggio di esser semplici da realizzare, però hanno basso rendimento, dissipano molta potenza e quindi possono raggiungere temperature considerevoli. Trovano applicazione in dispositivi dove le potenze in gioco non sono elevate e il costo di realizzazione è contenuto. I convertitori a commutazione invece immagazzinano l'energia temporaneamente e poi la rilasciano in uscita ad un livello di tensione differente. Questi convertitori presentano rendimenti molto più elevati e dissipazioni di potenza minori. Rispetto ai convertitori lineari però presentano una complessità circuitale maggiore e disturbi elettromagnetici dovuti alle commutazioni ad alta frequenza dei transistor. Di seguito saranno analizzati solamente i convertitori a commutazione e sarà approfondita una particolare configurazione detta *push pull* molto utilizzata per conversioni DC/DC di basse tensioni.

¹ $V_{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$. Se il flusso è costante, la derivata è nulla e quindi anche la f.e.m. $V_{\mathcal{E}} = 0$. Altra precisazione, se il campo magnetico B è costante attraverso una superficie S fissa (la superficie del nucleo del trasformatore in tal caso) allora anche il flusso Φ è costante

Capitolo 3

Interruttori

I convertitori a commutazione utilizzano degli interruttori per realizzare le commutazioni del segnale d'uscita. Naturalmente affinché l'uscita sia un segnale costante di tensione, la frequenza di commutazione di questi interruttori è molto elevata. Gli interruttori che saranno usati per analizzare i vari convertitori verranno supposti ideali, con tempo di commutazione nullo e con caduta di tensione nulla quando sono chiusi. Nella realtà, questi interruttori sono sostituiti da transistor di tipo BJT, MOSFET oppure IGBT a seconda delle potenze in gioco e delle velocità di commutazione richieste.

3.1 BJT

L'acronimo BJT sta per *Bipolar Junction Transistor*. Fu inventato alla fine degli anni Quaranta da un gruppo di ricercatori dei Bell Laboratories. Questo tipo di transistor è tutt'ora utilizzato nei circuiti analogici. Infatti ha come pregio l'elevata velocità di commutazione.

Il transistor bipolare a giunzione è costituito da tre regioni adiacenti drogate di tipo *nnp* oppure *pnp*. Ad ogni strato è associato un terminale: emettitore(E), base(B) e collettore(C).

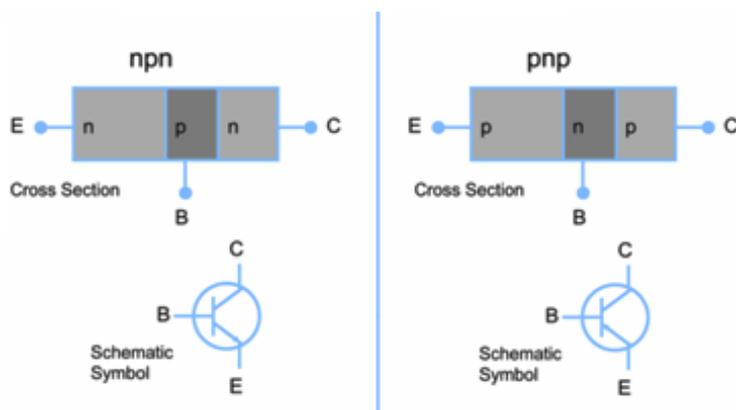


Figura 3.1: I due tipi di BJT

Consideriamo il funzionamento del transistor npn.

Il pnp funziona in modo simile ma con tensioni V_{BE} , V_{CE} negative e correnti di segno opposto (questo perché ha collettore ed emettitore di silicio p, quindi i portatori maggioritari sono le lacune).

Esistono 4 modi di funzionamento che dipendono dalla polarizzazione delle giunzioni:

SATURAZIONE Entrambe le giunzioni sono polarizzate direttamente, in tale regione il transistor è impiegato come interruttore comandato in corrente

zona ATTIVA diretta La giunzione BE è polarizzata direttamente e la giunzione BC inversamente, in questa regione il BJT è impiegato come amplificatore

zona ATTIVA inversa La giunzione BE è pol.inversamente e la BC direttamente, questo modo di funzionamento è inutilizzato

INTERDIZIONE Entrambe le giunzioni sono pol.inversamente e quindi non circola corrente fra i terminali (idealmente); questa regione corrisponde ad un interruttore aperto

Affinché il BJT funzioni correttamente come transistor e amplifichi la corrente di base è richiesto che la larghezza della base sia molto minore della lunghezza di diffusione dei portatori in base, così da favorire il passaggio degli elettroni dall'emettitore. Oltre a questo però è richiesto anche che il drogaggio dell'emettitore sia molto maggiore di quello in base cosicché la ricombinazione in base sia esigua.

Per funzionare in zona attiva (d'ora in poi per zona attiva s'intende diretta) la giunzione base-collettore (BC) dev'essere polarizzata inversamente, così il campo elettrico imposto in direzione opposta agli elettroni favorisce il passaggio degli stessi verso il terminale di collettore. Se la ricombinazione in base è trascurabile rispetto al flusso di elettroni che attraversa la base, la corrente di collettore I_C diviene molto maggiore alla corrente in base così da ottenere amplificazione.

Si definisce il parametro β come il guadagno di corrente a emettitore comune e dipende da come è realizzato tecnologicamente il transistor.

$$\beta = I_C / I_B \quad (3.1)$$

dove

$$\beta = \frac{1}{\frac{D_E N_B W_B}{D_B N_E L_E} + \frac{W_B^2}{2D_B \tau_b}} \quad (3.2)$$

I parametri D_E , D_B rappresentano le diffusività di emettitore e base, N_B e N_E le concentrazioni di drogaggio, W_B la lunghezza di base, L_E la diffusività in emettitore e τ_b una costante di tempo legata alla lunghezza di diffusione $L_B = \sqrt{D_B \tau_b}$.

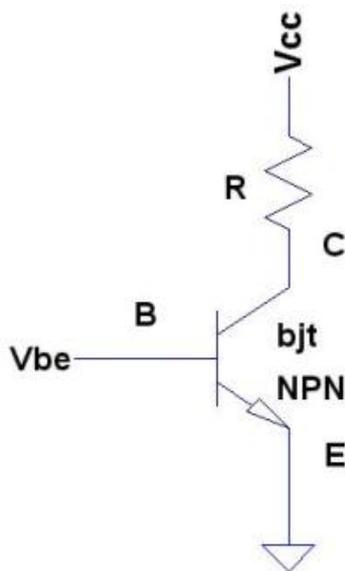


Figura 3.2: Configurazione ad emettitore comune

Circuitalmente il BJT può essere interpretato come un nodo di Kirchhoff e quindi vale

$$\begin{cases} I_B + I_C = I_E \\ I_C = \beta I_B \end{cases} \quad (3.3)$$

da cui si ricava $I_C = \frac{\beta}{1 + \beta} I_E$. La corrente I_C dipende dalla tensione V_{BE} applicata sul BJT e vale:

$$I_C = I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \quad (3.4)$$

dove I_S è la corrente di saturazione (proporzionale all'area della sezione trasversale della regione attiva di base) e V_T è il potenziale termico (parametro proporzionale alla temperatura, legato ad essa mediante la relazione di Einstein).

Si può notare inoltre che nel grafico $I_C = f(V_{CE})$ la corrente I_C , in regione di funzionamento lineare (funzionamento attivo diretto) la corrente tende ad aumentare oltre βI_B all'aumentare di V_{CE} . Questo effetto si definisce effetto Early ed esprime la variazione della larghezza della base di un BJT dovuta ad una variazione della tensione di collettore. Infatti, fissato un valore di tensione base-emettitore, all'aumentare della tensione collettore-emettitore, aumenta la tensione di polarizzazione inversa della giunzione base-collettore e, quindi, aumenta la larghezza della regione di svuotamento di tale giunzione. La corrente di collettore diviene:

$$I_C = I_S \exp \frac{V_{BE}}{V_T} \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A}\right) \quad (3.5)$$

Dove V_A è definita tensione di Early e dipende dalle caratteristiche fisiche del transistor.

Quando il BJT si trova in saturazione invece la giunzione BC è polarizzata anch'essa direttamente e quindi il campo elettrico non aiuta il passaggio degli elettroni e quindi

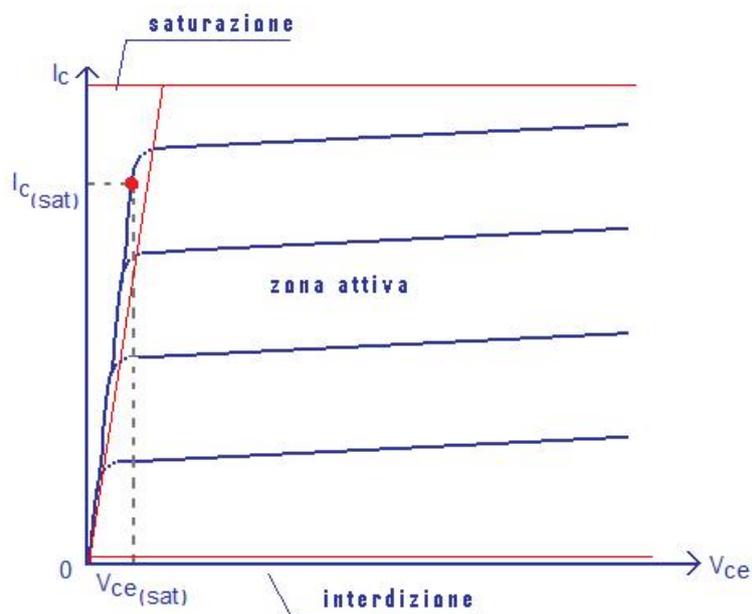


Figura 3.3: Grafico $I_C = f(V_{CE})$

$I_C < \beta I_B$. Se la tensione $V_{BE} < 0.7V$ il BJT è spento e le correnti sono praticamente nulle (a meno di effetti di corrente di polarizzazione inversa).¹

3.2 MOSFET

L'acronimo di MOSFET è *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*. Il principio di funzionamento è stato ideato nel 1925 e la prima realizzazione di un transistor a effetto di campo risale al 1959, anch'esso realizzato ai Bell Laboratories. Questo tipo di transistor è ampiamente utilizzato nei circuiti integrati digitali perché ha ottime caratteristiche come interruttore, dato che introduce pochi elementi parassiti. Inoltre il processo di fabbricazione è relativamente semplice e con le tecnologie odierne si sono raggiunte dimensioni micrometriche, fattori essenziali per i circuiti integrati. Il MOSFET è un dispositivo a quattro terminali: gate(G), source(S), drain(D) e bulk (B). Esistono quattro tipi di MOSFET:

NMOS ad arricchimento (ad arricchimento perché $V_{GS} > V_T$ provoca un arricchimento di cariche libere nel canale)

PMOS ad arricchimento

NMOS a svuotamento (a svuotamento per il motivo opposto)

PMOS a svuotamento

Il terminale di gate abilita il passaggio di corrente fra source e drain formando il canale. All'aumentare della tensione di gate aumenta la corrente che circola fra i due terminali.

¹Si veda [4] per maggiori dettagli sui BJT

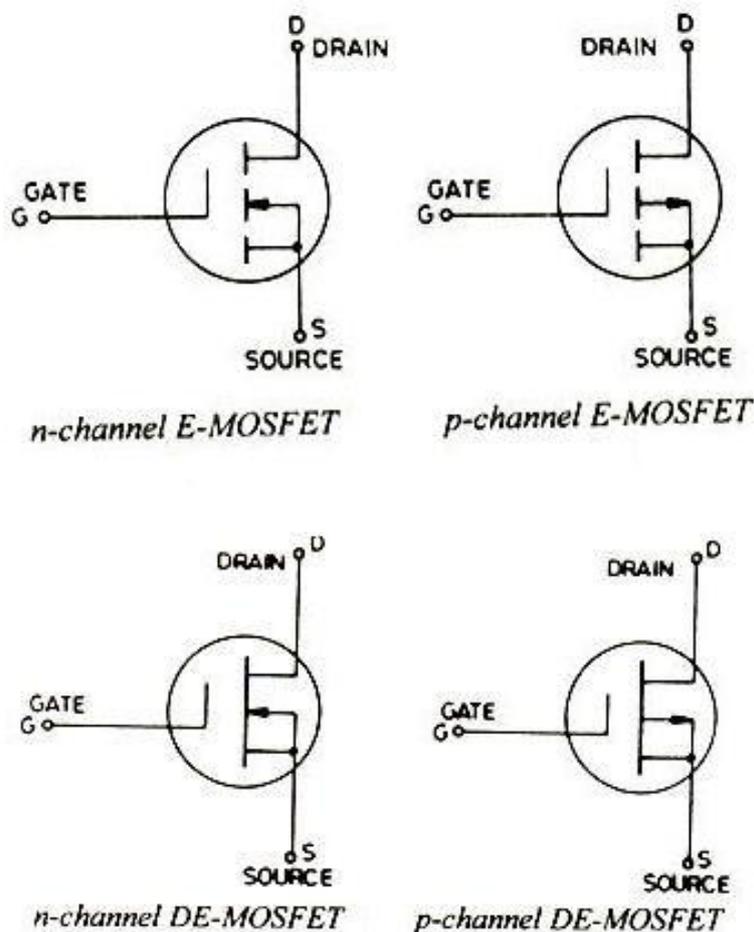


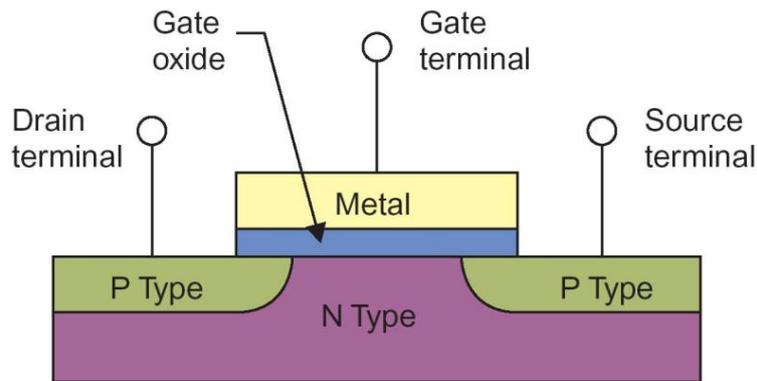
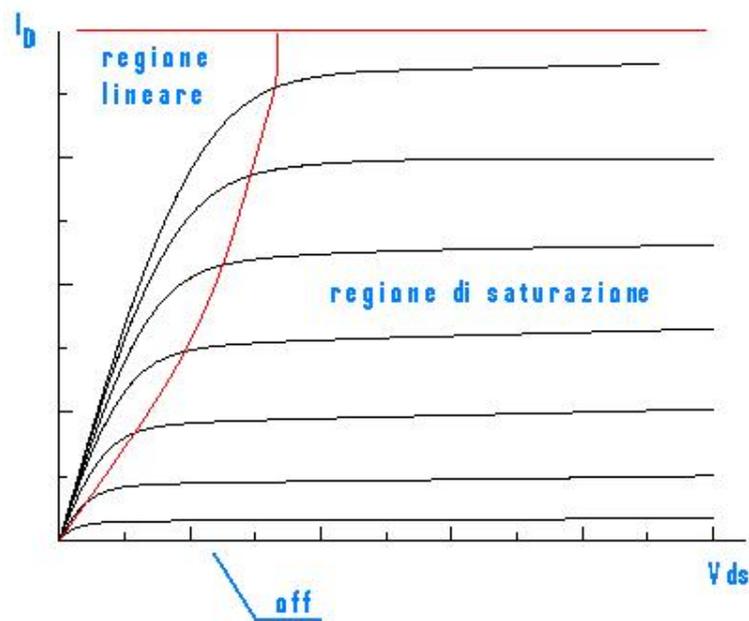
Figura 3.4: Simboli circuitali

Consideriamo l'NMOS ad arricchimento come esempio per spiegare il funzionamento dei MOSFET.

Posto il source a massa, se la tensione V_{GS} sul gate è minore della tensione di soglia V_T il transistor è nello stato spento (OFF) e fluisce una corrente di sottosoglia molto piccola fra source e drain. Se V_{GS} supera V_T il campo elettrico applicato al gate richiama elettroni dal substrato che tendono ad accumularsi sotto il gate e formano un canale di elettroni fra source e drain.

Se si applica una tensione V_{DS} positiva, viene imposto un campo elettrico nel canale e gli elettroni vengono spinti nel verso opposto del campo elettrico, quindi verso il drain. Si forma così una corrente di verso opposto al moto degli elettroni nel canale e quindi da drain a source. Il gate è isolato dal canale e la corrente di gate quindi è $i_G = 0$. Molto importante è la polarizzazione delle regioni drain-substrato e source-substrato che devono essere sempre polarizzate inversamente per evitare correnti che circolano fra i terminali e il substrato deteriorando il funzionamento del MOSFET. Applicando $V_{DS} < V_{GS} - V_T = V_{GT}$ la corrente che circola nel canale vale

$$I_D = k\left(\frac{W}{L}\right)\left[V_{GT}V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right] \quad (3.6)$$

Figura 3.5: *Struttura di un NMOS*Figura 3.6: *Caratteristiche d'uscita per un NMOS*

Per piccoli valori di V_{DS} la corrente I_D non dipende più quadraticamente da V_{DS} , per questo motivo la regione di funzionamento in tal caso si dice LINEARE. W e L rappresentano rispettivamente larghezza e lunghezza di canale e k è detta transconduttanza di processo (dipende dalla mobilità degli elettroni e dalla capacità dell'ossido di gate).

Se si aumenta ulteriormente la tensione di drain in modo tale che $V_{DS} > V_{GT}$ il canale tende a strozzarsi (pinch off) in corrispondenza del drain fino a strozzarsi completamente se si aumenta V_{DS} abbastanza e facendo saturare il valore di corrente I_D al valore

$$I_D = \frac{k W}{2 L} V_{GT}^2 \quad (3.7)$$

Questa regione di funzionamento è definita regione di SATURAZIONE e si può modellare il MOSFET come un generatore di corrente ideale o un interruttore chiuso. Questo però vale solo idealmente perché l'aumento di V_{DS} provoca l'allargamento della regione di

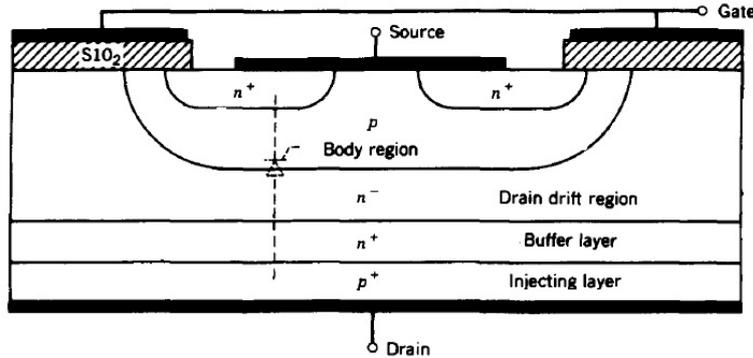


Figura 3.7: Sezione verticale di una cella IGBT

svuotamento al drain con la conseguenza di una diminuzione della lunghezza di canale effettiva. Quindi il valore effettivo di corrente vale

$$I_D = \frac{k W}{2 L} V_{GT}^2 (1 + \lambda V_{DS}) \quad (3.8)$$

dove λ è un parametro empirico che definisce la modulazione della lunghezza del canale.²

3.3 IGBT

Premettiamo che l'acronimo IGBT sta per *Insulated-Gate Bipolar Transistor*.

Questi transistor, brevettati e introdotti nel mercato negli anni Ottanta, presentano una struttura ibrida fra BJT e MOSFET che permette di supportare correnti dell'ordine delle centinaia di A, tensioni dell'ordine del kV e frequenze di commutazione fino a 100 kHz. Per incrementare le prestazioni sono realizzati in moduli.

La caratteristica $I_D = f(V_{DS})$ è la stessa dei transistor BJT, eccetto il fatto che il parametro di controllo che trasla le curve è la tensione V_{GS} , a differenza dei BJT dove le traslazioni erano causate da variazioni della corrente di base. Se lo strato di buffer n^+ è presente nel transistor IGBT, il valore della tensione di breakdown V_{RM} si abbassa significativamente, a poche decine di volt.

Il transistor IGBT, considerato in Figura 3.7, è a canale n . Fintanto che la tensione V_{GS} è minore della tensione di soglia, non esiste lo strato di inversione (*inversion layer*) che permette di connettere il drain al source e quindi il transistor si trova nello stato spento (OFF). Gli IGBT possono essere modellati come un MOSFET che pilota due BJT di tipo nnp e pnp , come si nota in Figura 3.9. Il BJT nnp è un transistor parassita (si forma intrinsecamente fra le giunzioni) e aumenta la corrente che può erogare il transistor IGBT; questo fenomeno è da evitare perché può portare a malfunzionamenti del dispositivo. Quando la tensione V_{GS} supera la soglia si forma lo strato di inversione, attraverso cui fluisce corrente. Il contatto di drain p^+ inietta lacune nella regione di drift di tipo n^- , le quali hanno modo così di raggiungere, mediante diversi percorsi, la regione di body di tipo p e le lacune in eccesso si ricombinano. Come si può notare il drain, la regione di drift e di body formano il pnp del modello circuitale equivalente. Riassumendo, se

²Si veda [4] per maggiori dettagli sui MOSFET

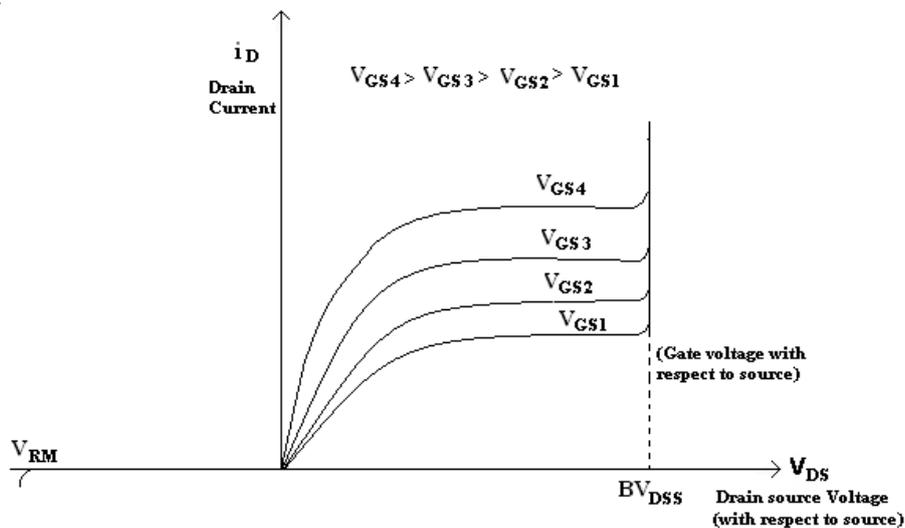


Figura 3.8: Caratteristica $I_D = f(V_{DS})$

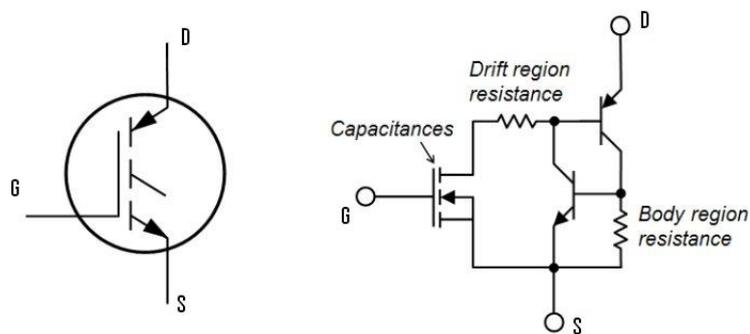


Figura 3.9: Simbolo circuitale e rappresentazione circuitale equivalente

trascuriamo il BJT *nnp* parassita, possiamo modellare il transistor IGBT come un circuito in configurazione Darlington dove il *pnp* è il transistor principale e il MOSFET è il transistor di pilotaggio. Come è stato detto precedentemente, le lacune si muovono lungo diversi percorsi. Se questo fenomeno accende il BJT *nnp* parassita, allora entrambi i BJT sono accesi e la corrente d'uscita aumenta indipendentemente da V_{GS} . Questo fenomeno è detto *latchup* e se non viene fermato in tempo porta alla distruzione del dispositivo. Per risolvere questo problema il costruttore fissa la corrente massima di drain e la tensione massima di gate-source.³

³Si vedano il cap. 24 di [2] e [6] per maggiori dettagli sugli IGBT

Capitolo 4

Controllo mediante PWM

Nei convertitori DC-DC convertiamo idealmente una tensione d'ingresso costante in un'altra tensione costante più alta o più bassa. Questo però nella realtà non avviene, perché sia la tensione d'ingresso che quella d'uscita non è detto siano costanti. La tensione d'ingresso spesso è fornita da circuiti raddrizzatori e quindi presenterà in quel caso un ripple. La tensione d'uscita si preleva sul carico che solitamente ha in parallelo un condensatore che si carica e si scarica con una certa costante di tempo τ , generando quindi anche in questo caso un ripple. Per ovviare al problema, si inserisce un controllore *PWM* in configurazione ad anello chiuso fra la tensione d'uscita e l'interruttore. La tensione d'uscita media infatti dipende dal tempo di chiusura e apertura dell'interruttore, come vedremo più avanti nel prossimo capitolo. Sia f la frequenza di commutazione del segnale che pilota l'interruttore, allora

$$T = \frac{1}{f} = t_{ON} + t_{OFF} \quad (4.1)$$

dove t_{ON} è il tempo in cui l'interruttore è chiuso e t_{OFF} quando è aperto. Si definisce poi il duty cycle

$$D = \frac{t_{ON}}{T} \quad (4.2)$$

che indica quanto il segnale sta al livello logico alto rispetto al periodo. Quindi regolando la durata di t_{ON} e t_{OFF} possiamo regolare la tensione d'uscita. Per far questo si utilizza una tecnica *PWM*, dove la sigla sta per *Pulse Width Modulation*, dove si confrontano un segnale di controllo con un segnale a dente di sega (a frequenza molto maggiore). Il segnale di controllo, come si può notare in Figura 4.1, è dato dalla differenza amplificata fra la $V_o^{DESIDERATA}$ e la V_o^{REALE} . Questo quindi non è altro che l'errore commesso amplificato. La frequenza f del segnale generato dal controllore è costante, ciò che quindi viene variato è il duty cycle di volta in volta. Questa frequenza f è imposta dalla forma d'onda ripetitiva, in tal caso il segnale a dente di sega. Come si può vedere in Figura 4.2, quando il segnale d'errore amplificato è maggiore del segnale a dente di sega il comparatore impone in uscita una tensione V_c che dipende da come è realizzato il comparatore, invece quando è minore impone $V_c = 0V$. Se in un convertitore *buck* ad esempio, per un aumento di V_i anche V_o tende ad aumentare, la tensione d'errore V_e diminuisce, riducendo così il duty cycle di V_c . Questo vedremo, implica una diminuzione di V_o .

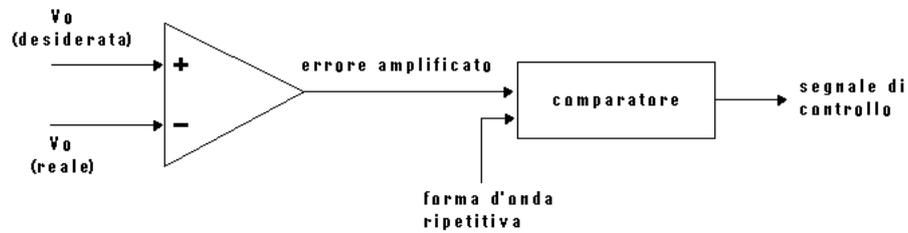


Figura 4.1: Schema a blocchi del modulatore a larghezza d'impulso

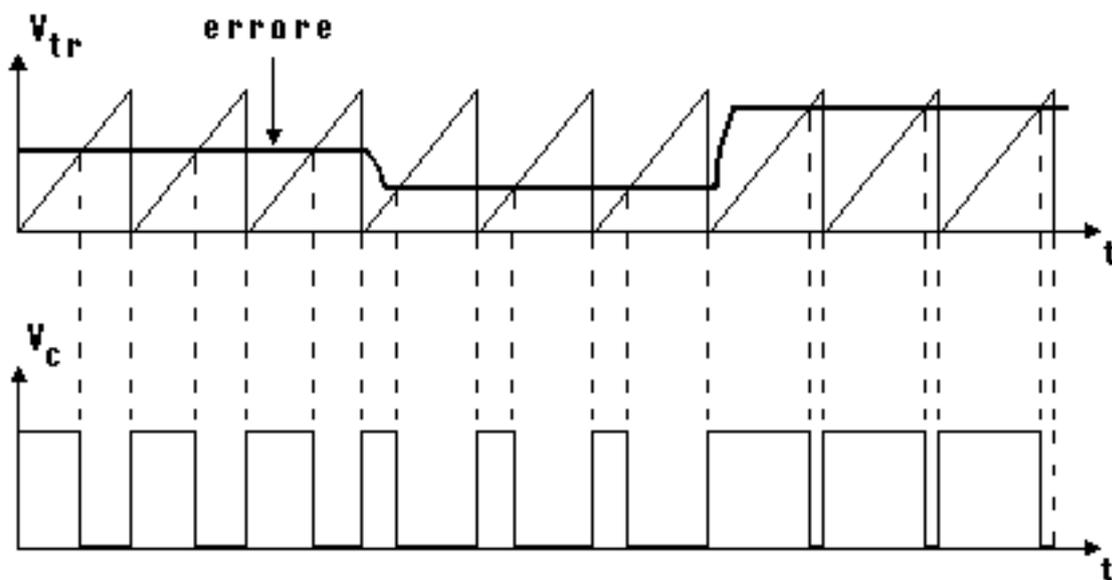


Figura 4.2: Forme d'onda del controllore. La tensione V_c è la tensione in uscita dal controllore, che pilota gli interruttori.

Capitolo 5

Convertitori DC-DC

Iniziamo ad analizzare i convertitori DC-DC. Di seguito sono riportate alcune topologie di riferimento senza e con il trasformatore. Quest'ultimo serve a garantire l'isolamento galvanico del carico dalla rete e a svincolare la tensione d'uscita dalla stretta dipendenza dal duty cycle, legandola anche al rapporto di trasformazione. Analizziamo soltanto alcune topologie perché le altre possibili sono combinazioni di quelle di seguito riportate. Altra precisazione, viene analizzata soltanto la modalità di conduzione continua.¹ Per maggiori approfondimenti, consiglio la lettura dei capitoli 7 e 10 di [1] e del capitolo 5 di [3].

5.1 Convertitori DC-DC senza trasformatore

5.1.1 Convertitore *buck* o *step-down*

Questo tipo di convertitore converte la tensione d'ingresso V_i in una tensione d'uscita V_o più bassa. L'interruttore è pilotato a frequenza fissa con duty cycle variabile (*PWM*).

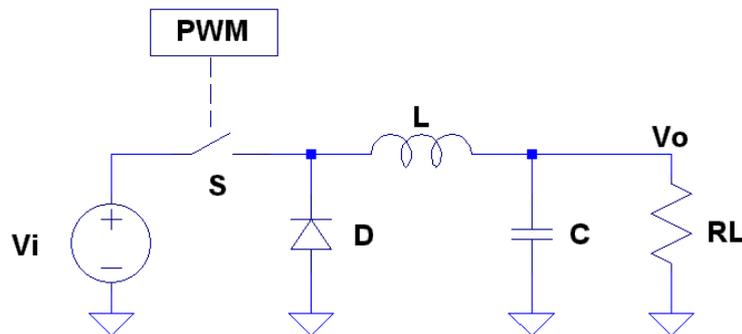


Figura 5.1: *Schema elettrico del convertitore buck*

Analizziamo il funzionamento del circuito di Figura 5.1. Il circuito può trovarsi in due stati possibili a seconda dello stato dell'interruttore S . Se S è chiuso per un periodo t_{ON} il diodo si trova in interdizione, avendo il morsetto negativo al potenziale maggiore,

¹Viene trascurata la modalità di conduzione discontinua per semplicità trattativa, dato che i convertitori DC-DC qui analizzati servono solo ad introdurre i convertitori DC-DC *push-pull*

e quindi viene applicata V_i al filtro LC. Essendo un convertitore DC-DC in uscita la tensione V_o , a meno del ripple, è pressoché costante. Quindi sull'induttore L la caduta di tensione è pari a $v_L = V_i - V_o = L \frac{di_L}{dt}$ e la corrente i_L cresce linearmente caricando l'induttore. Integrando poi ambo i membri otteniamo

$$\int_{i_{min}}^{i_{max}} di_L = \frac{V_i - V_o}{L} \int_0^{t_{ON}} dt \quad (5.1)$$

e definito $\Delta i_L = i_{max} - i_{min}$ allora vale che

$$\Delta i_L^{ON} = \frac{V_i - V_o}{L} t_{ON} \quad (5.2)$$

Se S è aperto per un periodo t_{OFF} il diodo conduce e l'induttore si scarica (corrente i_L decrescente). Essendo $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ e integrando

$$\int_{i_{max}}^{i_{min}} di_L = \frac{v_L}{L} \int_0^{t_{OFF}} dt \quad (5.3)$$

Il risultato dell'integrale è $-\Delta i_L = \frac{v_L}{L} t_{OFF}$ e inserendo $v_L = -V_D - V_o \simeq -V_o$ si ottiene

$$\Delta i_L^{OFF} = \frac{V_o}{L} t_{OFF} \quad (5.4)$$

Caricando e scaricando l'induttore nell'intero periodo T l'energia si conserva e quindi vale la seguente uguaglianza:

$$\frac{1}{2} L (\Delta i_L^{ON})^2 = \frac{1}{2} L (\Delta i_L^{OFF})^2 \quad (5.5)$$

Le due variazioni di corrente sono positive per come è stato definito Δi_L precedentemente e quindi possiamo concludere anche che sono uguali per soddisfare la (5.5). Da ciò si ricava

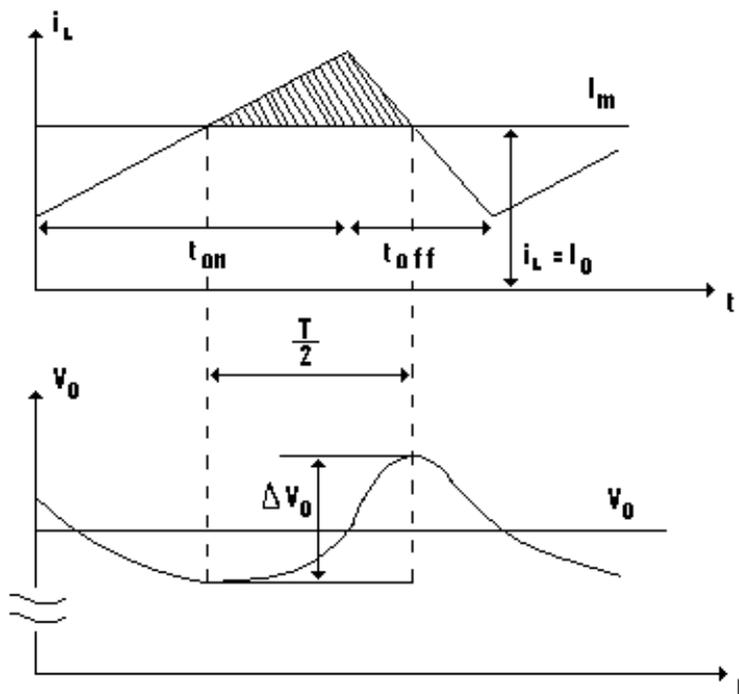
$$\frac{V_o}{V_i} = D \quad (5.6)$$

Il rapporto di trasformazione del convertitore coincide con il duty cycle dell'onda della PWM ($0 \leq D \leq 1$), quindi L e C non influenzano la conversione. Condensatore e induttore invece influenzano i ripple di corrente e tensione. Infatti ricavando t_{ON} e t_{OFF} da (5.2) e da (5.4) e inserendoli nella (4.1) si ottiene:

$$\Delta i_L = \frac{V_o(V_i - V_o)}{fLV_i} \quad (5.7)$$

da cui si dimensiona L in funzione del ripple di corrente richiesto. Per quanto riguarda invece il ripple della tensione d'uscita, possiamo supporre che tutto il ripple di i_L circoli nel condensatore e che il valor medio di i_L circoli nel carico R_L . Se $(i_L)_m$ è il valor medio di corrente sull'induttore, il ripple allora varierà fra $(i_L)_m - \frac{\Delta i_L}{2}$ e $(i_L)_m + \frac{\Delta i_L}{2}$. Sappiamo che la variazione di carica nel filtro è

$$\Delta Q = C \Delta V_o \quad (5.8)$$

Figura 5.2: *Ripple di corrente e tensione*

quindi ci basta calcolare ΔQ come area sottesa dalla curva di i_L , essendo la corrente la variazione di carica nell'unità di tempo. L'area sottesa dalla curva di i_L è la parte tratteggiata in Figura 5.2. Il ripple di tensione vale quindi

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{\frac{T}{2} \frac{\Delta i_L}{2} \frac{1}{2}}{C} \quad (5.9)$$

Dove sostituendo la (5.7)

$$\Delta V_o = \frac{V_o(V_i - V_o)}{8f^2 L C V_i} \quad (5.10)$$

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{1 - D}{8f^2 L C} \quad (5.11)$$

Da tale relazione si sceglie il condensatore adatto a garantire un ripple minimo.

5.1.2 Convertitore *boost* o *step-up*

Questo tipo di convertitore converte la tensione d'ingresso V_i in una tensione d'uscita V_o più alta. Analizziamo il circuito in Figura 5.3. Anche in questo caso esistono due stati possibili, dovuti alla commutazione dell'interruttore. Quando l'interruttore è chiuso, la tensione d'ingresso è imposta sull'induttore che quindi si carica. La tensione V_i è costante, quindi la corrente i_L dell'induttore dovrà aumentare in modo lineare, per soddisfare la relazione

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (5.12)$$

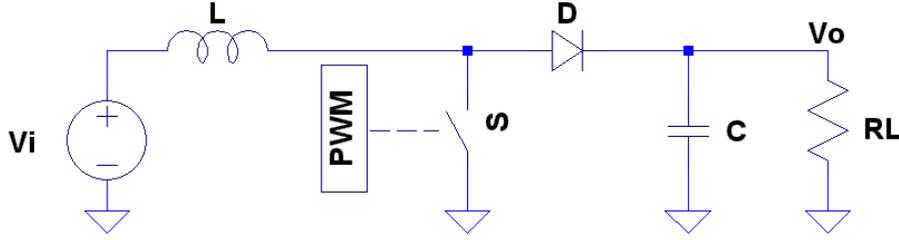


Figura 5.3: Schema elettrico del convertitore boost

Dato che $v_L = V_i$ possiamo integrare e ottenere

$$\Delta i_L^{ON} = \frac{V_i}{L} t_{ON} \quad (5.13)$$

Nel caso in cui l'interruttore S sia invece aperto, l'induttore carico dalla fase precedente si scarica. La tensione L è pari a $V_o - V_i$ perché ora la tensione sull'induttore non è più imposta da quella d'ingresso e quindi v_L cambia polarità. Quindi $v_L = V_o - V_i > 0$; possiamo inserirlo nella formula (5.12) e integrando ottenere

$$\Delta i_L^{OFF} = \frac{V_o - V_i}{L} t_{OFF} \quad (5.14)$$

Come abbiamo fatto per il convertitore *step-down* possiamo sfruttare il fatto che l'energia caricata e poi scaricata nel periodo T si conserva (5.5) e ricavare

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{T}{t_{OFF}} = \frac{1}{1 - D} \quad (5.15)$$

Come si può notare se D è prossimo a 1 (se $t_{ON} \simeq T$) il valore di $V_o \gg V_i$. Anche in questo caso, in modo analogo al convertitore *step-down* possiamo calcolare il ripple di corrente e vale

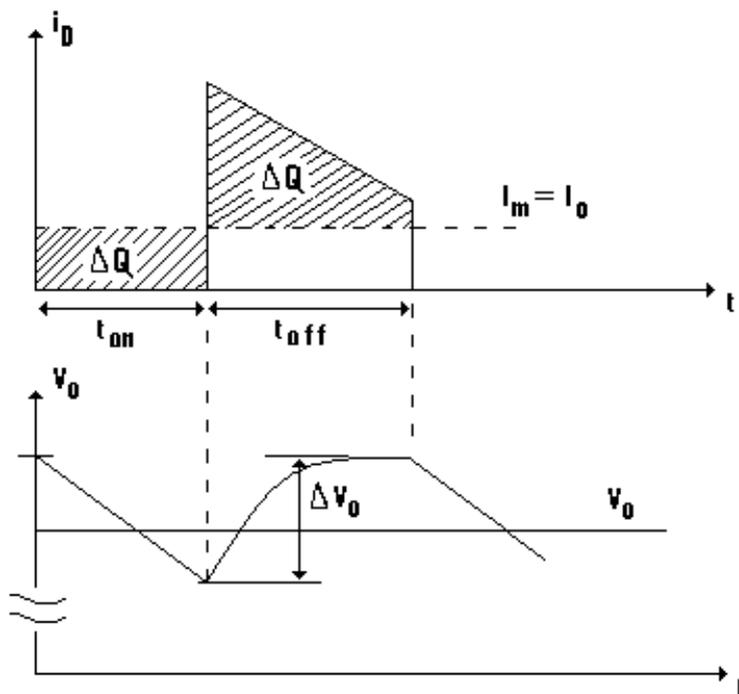
$$\Delta i_L = \frac{(V_o - V_i)V_i}{fLV_o} \quad (5.16)$$

Per quanto riguarda invece il ripple di tensione, si può operare in modo analogo al *buck* ma facendo attenzione che la corrente che va al condensatore è la corrente del diodo i_D che è nulla durante t_{ON} e diminuisce in modo lineare durante t_{OFF} . Anche qui assumiamo che il ripple di corrente finisca tutto sul condensatore e che la componente continua invece fluisca sul carico. Come si nota in Figura 5.4 l'area più semplice da calcolare è quella sottesa dalla corrente media (che fra l'altro coincide con la corrente I_o del carico) nel periodo t_{ON} . Quindi il ripple di tensione vale

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{I_o t_{ON}}{C} = \frac{V_o DT}{RC} \quad (5.17)$$

5.1.3 Convertitore *buck-boost*

Connettendo in cascata il convertitore *step-down* e il convertitore *step-up* otteniamo un convertitore con rapporto di conversione uguale al prodotto dei rapporti di conversione

Figura 5.4: *Ripple di tensione*

dei due convertitori in cascata. Più semplicemente si può accorpare il tutto in un unico circuito equivalente, come in Figura 5.5

Se l'interruttore, comandato dal segnale di controllo *PWM*, è chiuso la tensione V_i viene imposta ai capi dell'induttore L . Essendo V_i idealmente costante, allora nell'induttore deve circolare una corrente che aumenta in modo lineare e che carica l'induttore. Questo avveniva anche nel convertitore *boost* e quindi

$$\Delta i_L^{ON} = \frac{V_i}{L} t_{ON} \quad (5.18)$$

Nel caso in cui l'interruttore è aperto, l'energia accumulata nell'induttore viene rilasciata e scorre una corrente decrescente nel circuito (nel verso imposto dal diodo che ora conduce). Questa carica il condensatore e impone una V_o negativa. In tal caso, considerando la caduta sul diodo minore della tensione V_o , la tensione sull'induttore vale $v_L \simeq -V_o$. Questo, invece, avveniva anche nel convertitore *buck* e si ricava

$$\Delta i_L^{OFF} = \frac{-V_o}{L} t_{OFF} \quad (5.19)$$

Uguagliando le due variazioni di corrente, secondo la (5.5)

$$\frac{V_i}{L} t_{ON} = \frac{-V_o}{L} t_{OFF} \quad (5.20)$$

da cui si ricava

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{t_{ON}}{t_{OFF}} = -\frac{D}{1-D} \quad (5.21)$$

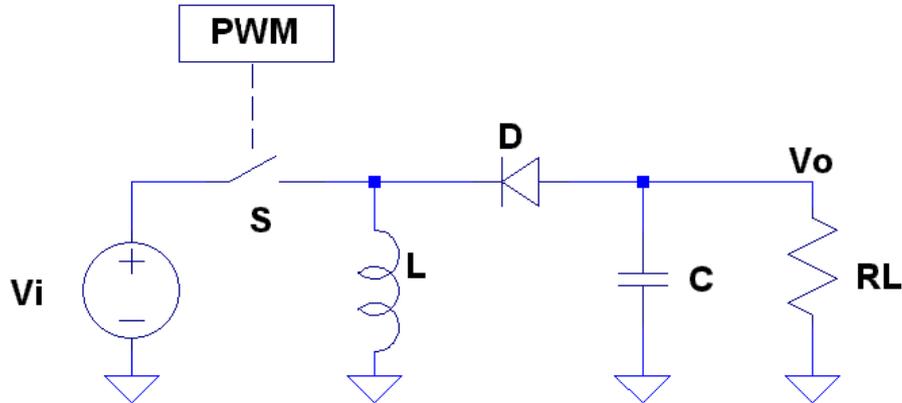


Figura 5.5: *Schema elettrico del convertitore buck-boost*

Anche in questo caso sono presenti ripple di corrente e tensione. Per quanto riguarda il ripple di corrente, procedendo come abbiamo fatto precedentemente con gli altri convertitori, si ottiene

$$\Delta i_L = \frac{V_i V_o}{fL(V_o - V_i)} \quad (5.22)$$

Invece per il ripple di tensione la corrente che va al condensatore è la corrente del diodo i_D che è nulla durante t_{ON} e diminuisce in modo lineare durante t_{OFF} , come nel convertitore *boost*. Anche in tal caso varrà la Figura 5.4 e possiamo concludere che il ripple di tensione vale

$$\Delta V_o = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{I_o t_{ON}}{C} = \frac{V_o DT}{RC} \quad (5.23)$$

5.2 Convertitori DC-DC con trasformatore

I convertitori DC-DC analizzati finora sono topologie elementari che però presentano dei difetti. Per risolvere il problema di isolare il carico dalla rete viene introdotto un trasformatore, che fra l'altro svincola anche il rapporto di conversione dei convertitori dal solo duty cycle legandolo anche al rapporto di trasformazione del trasformatore. I trasformatori utilizzati lavorano ad alte frequenze e sono di dimensioni ridotte. Per le configurazioni *flyback* e *forward* si usano trasformatori a eccitazione unidirezionale del nucleo. Invece per la configurazione *push-pull* si usano trasformatori a eccitazione bidirezionale. La differenza sta nel fatto che i primi usano un ciclo d'isteresi positivo, invece i *push-pull* usano anche la parte negativa del ciclo d'isteresi. Anche per i convertitori DC-DC con trasformatore analizziamo per semplicità solamente il modo di funzionamento continuo.

5.2.1 Convertitore *flyback*

Lo schema circuitale in Figura 5.6 deriva da quello del convertitore *buck-boost*, dove l'induttanza è però costituita dal secondario di un trasformatore AF² e il primario è collegato alla tensione d'ingresso.

²Alta Frequenza

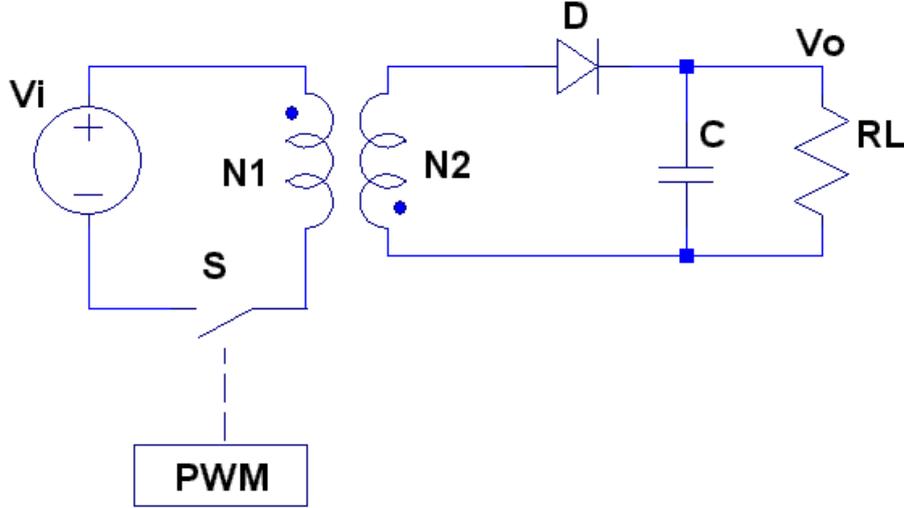


Figura 5.6: *Schema elettrico del convertitore flyback*

Come per i convertitori precedenti il funzionamento del convertitore flyback può essere suddiviso in due fasi a seconda dello stato del commutatore *PWM*.

Quando l'interruttore *S* è chiuso la tensione V_i è collegata al primario e, a causa della polarità del secondario, il diodo è OFF. L'induttanza quindi si carica linearmente essendo V_i costante. Il condensatore, che fornisce corrente al carico, dev'essere di valore elevato affinché non si scarichi troppo velocemente ($v_c \simeq V_o$ nell'intervallo t_{ON} , dove V_o è costante). Dato che stiamo analizzando il modo di funzionamento continuo, il nucleo dell'induttore non si smagnetizzerà completamente. Il flusso nel nucleo dell'induttore vale

$$\Phi(t) = \Phi(0) + \frac{V_i}{N_1}t \quad 0 \leq t \leq t_{ON} \quad (5.24)$$

dove il valore massimo verrà raggiunto quando $t = t_{ON}$. Quando l'interruttore è aperto, l'induttore del secondario si scarica e la corrente circola nel verso imposto dal diodo che in tal caso sarà acceso. La tensione $v_2 \simeq -V_o$ (trascurando la caduta sul diodo) e il flusso vale

$$\Phi(t) = \Phi(t_{ON}) - \frac{V_o}{N_2}(t - t_{ON}) \quad t_{ON} \leq t \leq T \quad (5.25)$$

Dopo un periodo completo il flusso vale

$$\Phi(T) = \Phi(t_{ON}) - \frac{V_o}{N_2}(T - t_{ON}) = \Phi(0) + \frac{V_i}{N_1}t_{ON} - \frac{V_o}{N_2}(T - t_{ON}) \quad (5.26)$$

All'istante T vale $\Phi(T) = \Phi(0)$ e quindi risolvendo la (5.26) si ottiene

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{N_2}{N_1} \frac{D}{1 - D} \quad (5.27)$$

La tensione V_o non dipende più solamente dal duty cycle ma anche dal rapporto di trasformazione. La potenza all'ingresso di un trasformatore è la stessa che viene trasferita in uscita, quindi idealmente non dissipa potenza nel circuito. Nella realtà il trasformatore

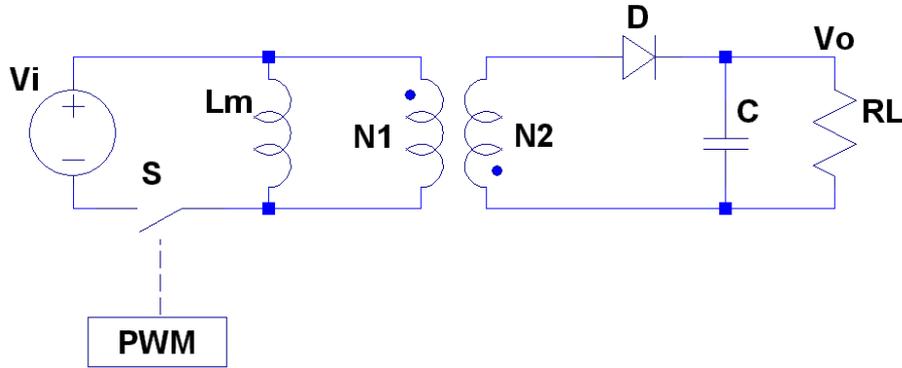


Figura 5.7: Schema elettrico del convertitore flyback con induttanza di magnetizzazione

presenta resistenze e induttanze parassite. Una buona approssimazione consiste nel considerare la sola induttanza di magnetizzazione L_m che si vede in Figura 5.7 in parallelo al primario. Anche questa induttanza naturalmente si caricherà e scaricherà. Si può dimostrare che la corrente $i_m(t)$ vale

$$i_m(t) = I_m(0) + \frac{V_i}{L_m} t_{ON} - \frac{V_o N_1}{L_m N_2} (t - t_{ON}) \quad (5.28)$$

Se si assume l'induttanza molto grande, la corrente $i_m(t)$ è costante. La corrente $i_D(t)$ che scorre sul diodo coincide con la corrente I_o che scorre sul carico e vale

$$i_D(t) = \frac{N_1}{N_2} i_m(t) \quad (5.29)$$

Possiamo concludere che affinché la corrente I_o sia effettivamente costante nella realtà (condizione di ripple minimo o nullo), l'induttanza dev'essere grande. Questo valeva anche per tutti i convertitori analizzati finora.

5.2.2 Convertitore forward

Il convertitore *forward* deriva dal convertitore *step-down*. Come si può vedere in Figura 5.8, la parte del circuito a destra dei diodi D_1 e D_2 presenta la stessa topologia circuitale del convertitore *buck*. Ovviamente, anche in questo caso, il convertitore può trovarsi in due stati possibili imposti dalla posizione dell'interruttore *PWM*. Assumendo ideale il trasformatore, se l'interruttore S è chiuso la tensione sul secondario vale $V_i \frac{N_2}{N_1} > 0$, quindi D_2 avendo l'anodo a potenziale minore rispetto al catodo è spento e D_1 è acceso. Assumendo la caduta su D_1 trascurabile rispetto a V_i e a V_o , allora la caduta sull'induttore vale

$$v_L = \frac{N_2}{N_1} V_i - V_o \quad (5.30)$$

ed è costante e positiva, quindi la corrente sull'induttore cresce linearmente. Quando l'interruttore è aperto il diodo D_1 è interdetto e il diodo D_2 conduce. L'energia accumulata dell'induttore L viene rilasciata verso il carico e quindi la corrente i_L diminuisce. Quindi la tensione v_L è negativa e vale $v_L = -V_o$ trascurando la caduta di tensione su D_2 . Dato

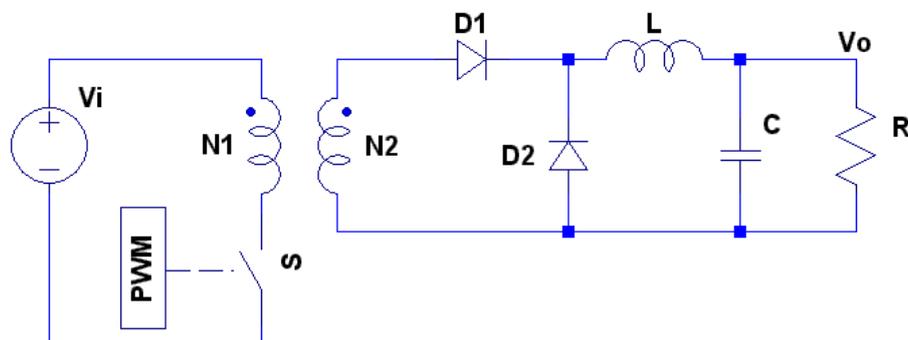


Figura 5.8: *Schema elettrico del convertitore forward ideale*

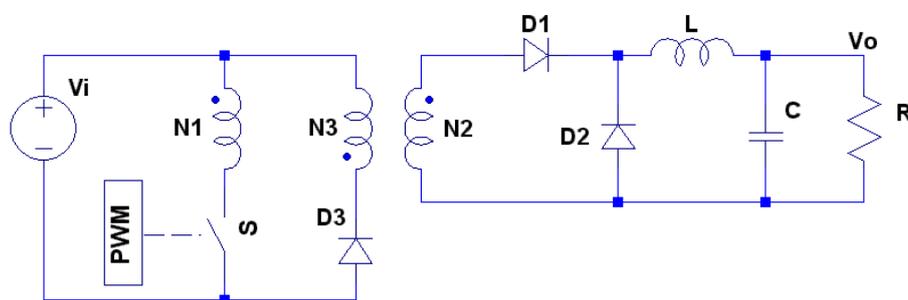


Figura 5.9: *Schema elettrico del convertitore forward reale*

che

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (5.31)$$

$$\left(\frac{N_2}{N_1}V_i - V_o\right) \int_0^{t_{ON}} dt - V_o \int_{t_{ON}}^T dt = 0 \quad (5.32)$$

si ricava

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{N_2}{N_1} D \quad (5.33)$$

che non è altro che l'espressione del rapporto di conversione del convertitore *buck*, dove però viene riscalato dal rapporto $\frac{N_2}{N_1}$.

Finora abbiamo supposto il trasformatore ideale, ma nella realtà il circuito per un convertitore *forward* reale è il circuito di Figura 5.9.

In un convertitore reale bisogna tener conto della corrente di magnetizzazione del trasformatore, per evitare malfunzionamenti. Questo però, si può dimostrare, che non influisce sul rapporto di conversione (5.33).

Capitolo 6

Convertitore PUSH-PULL

6.1 Analisi circuitale nel dominio del tempo

Questo tipo di convertitore rientra nella categoria dei convertitori DC-DC con trasformatore a eccitazione bidirezionale. Per questa analisi assumiamo il trasformatore ideale. Come si può notare in Figura 6.1, il trasformatore è a presa centrale sia sul primario che sul secondario. Essendoci due interruttori ci sono quattro stati possibili, ma lo stato in cui entrambi sono chiusi viene escluso.

Il segnale *PWM* è diverso da quello imposto finora perché ora gli interruttori sono due. I due interruttori lavorano in controfase e applicano alternativamente tensione, tramite il trasformatore, al filtro *LC* e quindi al carico. Gli stati possibili sono riportati in Tabella 6.1. Come si può vedere dallo schema elettrico in Figura 6.1 e dalla Figura 6.2 il segnale *PWM* non è unico, ma due segnali separati sfasati di $\frac{T}{2}$. Ogni volta che uno dei due interruttori è attivo per un certo tempo t_{ON} , deve essere seguito da una fase in cui entrambi gli interruttori sono spenti. Il segnale V_1 imposto dal controllo *PWM* dovrà stare al livello logico alto per t_1^{ON} secondi (dove $t_1^{ON} < \frac{T}{2}$) e poi basso per $T - t_1^{ON}$ secondi. Il segnale V_2 , invece, dev'essere alto per t_2^{ON} secondi dopo aver atteso $\frac{T}{2}$ secondi dal fronte di salita di V_1 .

Per l'analisi assumiamo che $t_1^{ON} = t_2^{ON} = t_{ON} = D \times T$, dove D è il duty cycle. Essendo il trasformatore a presa centrale, sia su primario che secondario, vale $V_{p1} = V_{p2}$ e $V_{s1} = V_{s2}$. Se è acceso soltanto l'interruttore T_1 , le tensioni su primario e secondario valgono

$$V_{p1} = V_{p2} = V_i \quad (6.1)$$

T_1	T_2
ON	OFF
OFF	ON
OFF	OFF

Tabella 6.1: *Stati possibili degli interruttori*

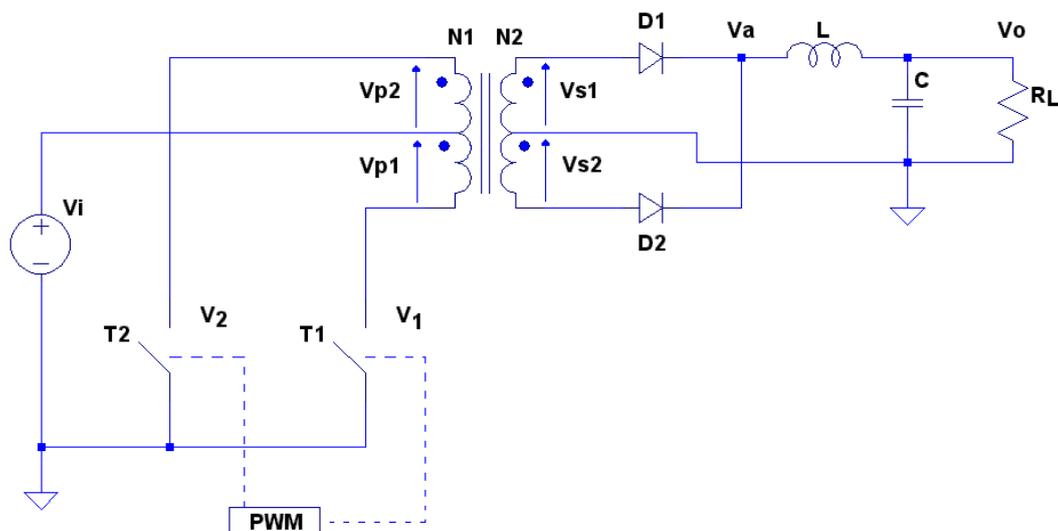


Figura 6.1: Schema elettrico del convertitore push pull

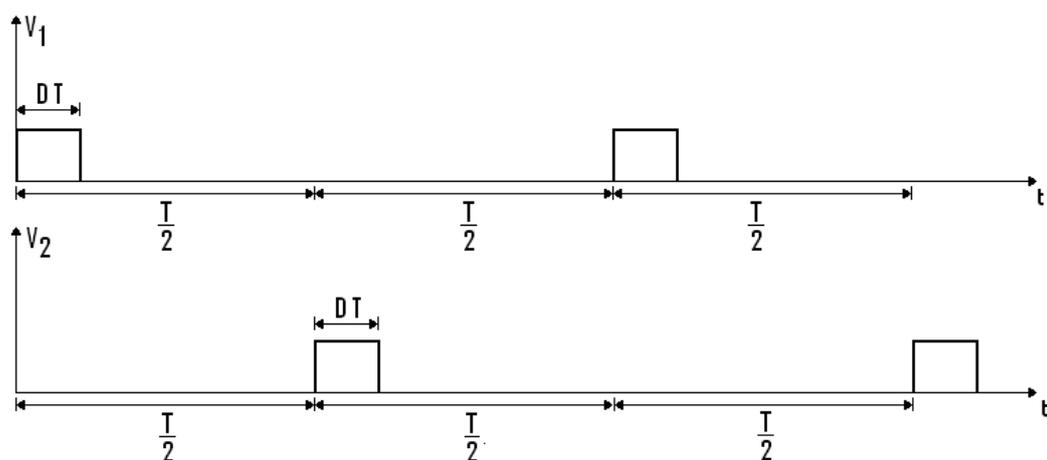


Figura 6.2: Andamento temporale dei segnali che comandano gli interruttori

$$V_{s1} = V_{s2} = V_i \frac{N_2}{N_1} \quad (6.2)$$

e la tensione sull'interruttore T_2 vale $2V_i$. Essendo le tensioni sul secondario uguali, allora il diodo D_1 è acceso avendo il potenziale maggiore all'anodo e il diodo D_2 è spento. Trascurando la caduta su D_1 allora

$$V_a = V_{s1} = V_i \frac{N_2}{N_1} \quad (6.3)$$

$$v_L = v_a - V_o \quad (6.4)$$

Dato che assumiamo, come per gli altri convertitori, V_i e V_o costanti (dato che il ripple sarà sempre dimensionato minimo possibile) allora anche v_L è costante. Questo significa

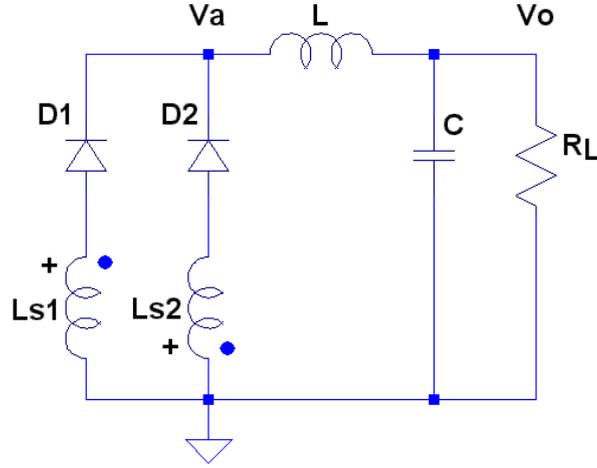


Figura 6.3: *Circuito equivalente, al lato secondario, nello stato OFF-OFF. L_{S1} e L_{S2} sono le due parti di avvolgimento in cui viene diviso il secondario dalla presa centrale.*

che la corrente nell'induttore L aumenta in modo lineare dato che $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ e integrando

$$\frac{V_i \frac{N_2}{N_1} - V_o}{L} \int_0^{DT} dt = \int_{i_L^{MIN}}^{i_L^{MAX}} di_L \quad (6.5)$$

$$\Delta i_L = \frac{V_i \frac{N_2}{N_1} - V_o}{L} DT \quad (6.6)$$

Se, invece, è acceso soltanto T_2 le tensioni su primario e secondario valgono

$$V_{p2} = V_{p1} = -V_i \quad (6.7)$$

$$V_{s1} = V_{s2} = -V_i \frac{N_2}{N_1} \quad (6.8)$$

e la tensione sull'interruttore T_1 vale $2V_i$. In tal caso è D_2 ad essere acceso, avendo l'anodo al potenziale maggiore, e D_1 ad essere spento. Trascurando la caduta su D_2

$$V_a = -V_{s2} = -V_{s1} = V_i \frac{N_2}{N_1} \quad (6.9)$$

$$v_L = v_a - V_o \quad (6.10)$$

e quindi anche in questo caso la corrente aumenta linearmente e Δi_L è lo stesso dell'equazione (6.6). Se entrambi gli interruttori sono aperti $V_{p1} = V_{p2} = 0V$ e il circuito si può ridurre al circuito equivalente di Figura 6.3. Dato che D_1 e D_2 conducono (l'energia magnetica accumulata negli avvolgimenti si scarica) $v_a \simeq V_{s1} = -V_{s2} = 0^1$ (trascurando

¹Questa uguaglianza è lecita perché $V_{s1} = V_{s2}$ e $V_{s1} = -V_{s2}$ se e solo se sono entrambe nulle. Attenzione che il fatto che sono nulle non implica che non scorra corrente nei diodi, ma anzi che le correnti siano costanti

le cadute sui diodi). Quindi la caduta di tensione sull'induttore L vale

$$v_L = v_a - V_o = -V_o \quad (6.11)$$

che implica una diminuzione lineare della corrente nell'induttore del filtro. Si può allora ricavare

$$-\frac{V_o}{L} \int_{DT}^{\frac{T}{2}} dt = \int_{i_L^{MAX}}^{i_L^{MIN}} di_L \quad (6.12)$$

$$\Delta i_L = \frac{V_o}{L} \left(\frac{1}{2} - D \right) T \quad (6.13)$$

Ma allora, essendo lo stesso Δi_L , uguagliando le Formule (6.6) e (6.13)

$$\left(V_i \left(\frac{N_2}{N_1} \right) - V_o \right) \frac{DT}{L} = \frac{V_o}{L} \left(\frac{1}{2} - D \right) T \quad (6.14)$$

e risolvendo si ottiene il fattore di conversione del convertitore

$$\frac{V_o}{V_i} = 2D \left(\frac{N_2}{N_1} \right) \quad (6.15)$$

Il convertitore *push-pull*, visto alla destra di v_a nello schema di Figura 6.1, ha la stessa topologia circuitale del convertitore *buck*. Le analisi quindi dei ripple di corrente e di tensione sono analoghe. Attenzione però al fatto che il periodo T è suddiviso diversamente, come si vede in Figura 6.2. Il segnale *PWM* sta alto per $2t_{ON}$ secondi nel periodo e basso per $2(\frac{T}{2} - t_{ON})$ secondi nel periodo. Di conseguenza

$$T = 2DT + 2\left(\frac{T}{2} - DT\right) \quad (6.16)$$

e ricavando $t_{ON} = DT$ dalla (6.6) e $\frac{T}{2} - DT$ dalla (6.13)

$$T = \frac{1}{f} = 2 \times \frac{\Delta i_L L}{V_i \frac{N_2}{N_1} - V_o} + 2 \times \frac{\Delta i_L L}{V_o} \quad (6.17)$$

Sia $\alpha = \frac{N_2}{N_1}$ allora

$$\Delta i_L = \frac{(V_i \alpha - V_o) V_o}{2V_i \alpha L f} \quad (6.18)$$

Per quanto riguarda il ripple di tensione, consideriamo la Figura 5.2. La base del triangolo evidenziato, in tal caso, sarà larga $\frac{T}{4}$ dato che $t_{ON} + t_{OFF} = \frac{T}{2}$, per come abbiamo definito il nuovo segnale di controllo *PWM*. Allora, come abbiamo fatto per il convertitore *buck*

$$\Delta V_o = \frac{\frac{T}{4} \frac{\Delta i_L}{2}}{C} \quad (6.19)$$

sostituendo l'espressione (6.18)

$$\Delta V_o = \frac{(V_i \alpha - V_o) V_o}{32 V_i \alpha L C f^2} \quad (6.20)$$

e ricordando che $\frac{V_o}{V_i} = 2\alpha D$

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} = \frac{(1 - 2D)}{32 L C f^2} \quad (6.21)$$

che esprime il ripple di tensione ΔV_o in rapporto alla V_o (naturalmente moltiplicando questo fattore per cento otteniamo la percentuale di ripple sul segnale d'uscita). Questa espressione finale rende il ripple indipendente dalle tensioni in gioco. Per minimizzare il ripple della tensione d'uscita sono richiesti L , C e f grandi con possibilmente un duty cycle D vicino a 0.5 (ma strettamente inferiore a 0.5 per come è definito il segnale *PWM*). Scegliere però L e C grandi significa realizzare un circuito voluminoso e un duty cycle troppo vicino a 0.5 crea problemi perché nella realtà gli interruttori sono sostituiti da transistor, i quali non passano dallo stato *ON* allo stato *OFF* istantaneamente. Per quanto riguarda la frequenza, anch'essa ha dei limiti imposti dal filtro LC come vedremo di seguito.

6.2 Analisi circuitale nel dominio della frequenza

Consideriamo la parte di circuito a destra del nodo V_a , imponendo che l'ingresso a questa parte di sottocircuito sia proprio il segnale periodico V_a di Figura 6.4, avente duty cycle $D_a = \frac{DT}{T/2} = 2D$. Consideriamo nell'analisi anche il carico R_L , dato che anch'esso influisce sulla risposta in frequenza del circuito. Analizziamo quindi in frequenza, mediante la Trasformata di Laplace, il circuito di Figura 6.5.

Utilizzando la formula del partitore di tensione possiamo scrivere che

$$V_o(s) = V_a(s) \frac{Z}{Z + sL} \quad (6.22)$$

dove

$$Z = R_L \parallel \left(\frac{1}{sC} \right) = \frac{R_L}{1 + sCR_L} \quad (6.23)$$

e quindi la risposta in frequenza $W(s) = \frac{V_o(s)}{V_a(s)}$ vale

$$W(s) = \frac{R_L}{s^2 R_L L C + sL + R_L} \quad (6.24)$$

Se portiamo $W(s)$ in forma di Bode otteniamo

$$W(s) = \frac{1}{1 + s \frac{L}{R_L} + s^2 L C} \quad (6.25)$$

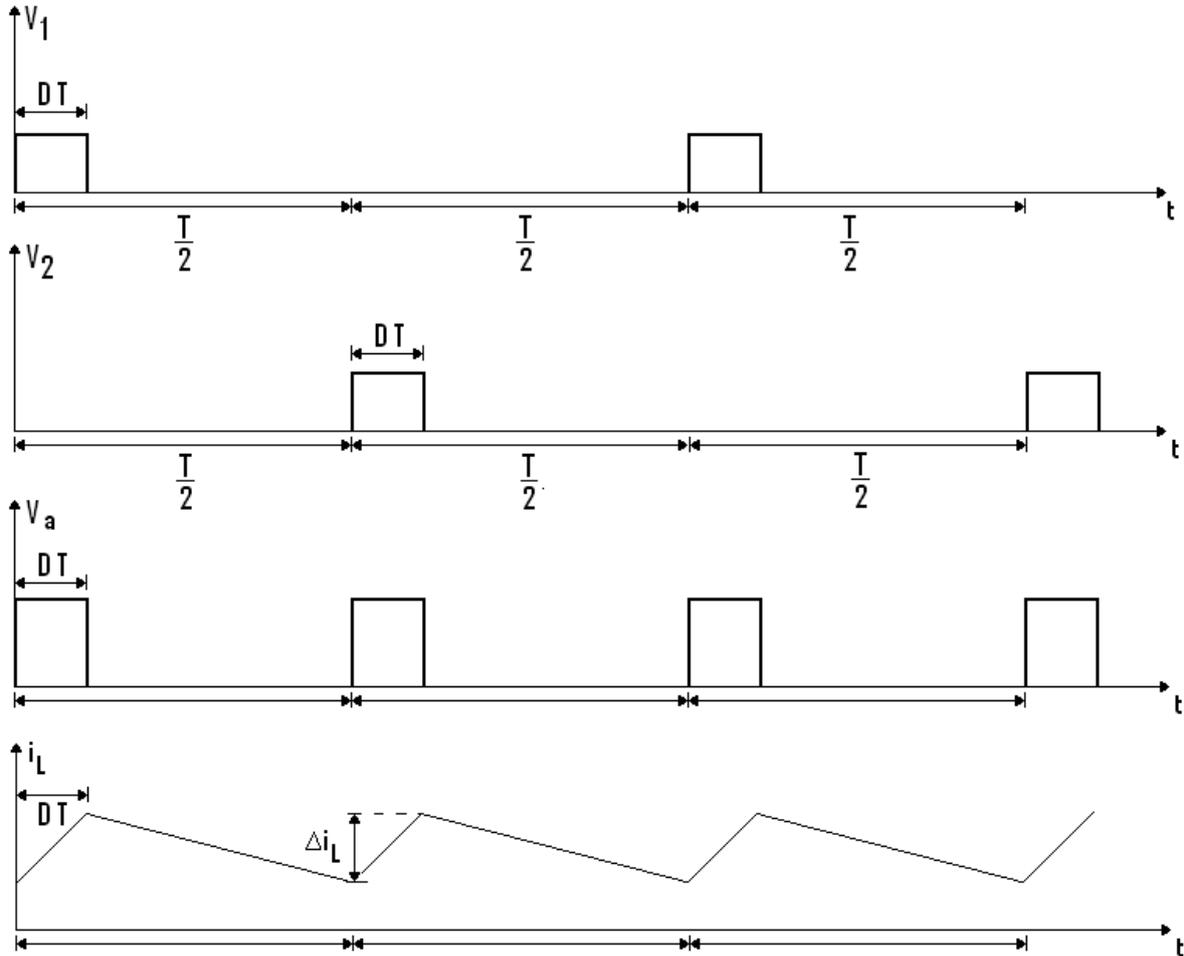
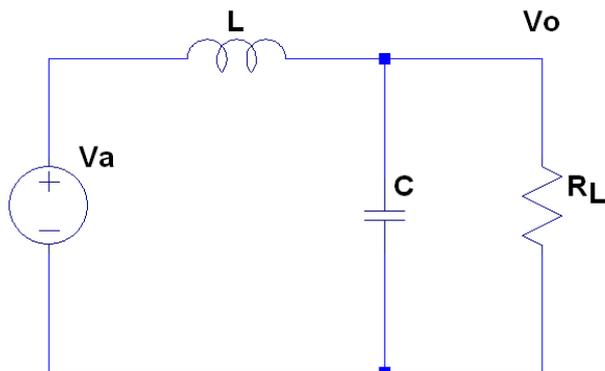


Figura 6.4: *Forme d'onda significative del convertitore push-pull*

dove vediamo che il guadagno di Bode $K_B = 1$, cioè 0 dB. La $W(s)$, al variare dei parametri, può presentare due poli con parte reale negativa distinti oppure un polo a parte reale negativa di molteplicità 2. Nel primo caso, se i poli hanno parte immaginaria $\neq 0$, è definito lo smorzamento $\xi = \frac{1}{2R_L} \sqrt{\frac{L}{C}}$ e la pulsazione di taglio è $w_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Sempre nel primo caso, se i poli sono invece reali puri (parte immaginaria = 0), avranno pulsazioni distinte. Il caso $\xi = 0$ non è mai verificato, ma per R_L molto elevate (dell'ordine del $k\Omega$ in su) il valore di ξ è molto vicino a zero. Il circuito di Figura 6.5 è un filtro passa basso del secondo ordine con guadagno unitario, cioè che varia al variare del valore dei componenti è la pulsazione di taglio e lo smorzamento. La rapidità con cui il filtro attenua dopo la frequenza di taglio, invece, è costante e vale $-40dB/dec$ (dopo l'azione del secondo polo di frequenza maggiore). Per quanto riguarda la fase, per pulsazioni molto basse lo sfasamento è nullo e per pulsazioni molto alte sarà di -180° . A seconda dei poli la variazione della fase può essere repentina (quando lo smorzamento $\xi \rightarrow 0$) o graduale quando sono poli reali o con smorzamento vicino all'unità. Lo sfasamento è un parametro fondamentale per realizzare il controllore PWM.

Figura 6.5: Circuito semplificato a sinistra del nodo V_a

6.3 Simulazioni del circuito ridotto al filtro passa basso

Supponiamo di voler abbassare una tensione continua di $12V$ a $5V$ su un carico di 10Ω e di aver a disposizione un trasformatore AF con rapporto di trasformazione $\alpha = \frac{N_2}{N_1} = 0.5$. Allora dalla (6.15) possiamo ricavare $D = \frac{5}{12} \simeq 0.417 < 0.5$. Supponiamo che il ripple di corrente debba essere al massimo di $10mA$ e che quello di tensione sia al massimo del 1%. Utilizzando i valori a disposizione, dalla (6.18), ricaviamo che

$$Lf \geq 41.67H \cdot Hz \quad (6.26)$$

e scegliendo $L = 1mH$ e $f = 50kHz$ otteniamo $\Delta i_L \simeq 8.3mA$. Inserendo i valori finora trovati nella (6.21) otteniamo $C > 208nF$ e possiamo scegliere $C = 1\mu F$ che garantisce un ripple di tensione dello 0.2%. Il segnale V_a è quindi un'onda quadra che oscilla fra 0 e $6V$, di periodo $10\mu s$ e che sta alta per $8.33\mu s$. Nel dominio delle frequenze il sistema è un filtro passa basso con poli reali di pulsazione

$$\begin{cases} w_1 = 10^4(5 - \sqrt{15}) \frac{rad}{s} \\ w_2 = 10^4(5 + \sqrt{15}) \frac{rad}{s} \end{cases} \quad (6.27)$$

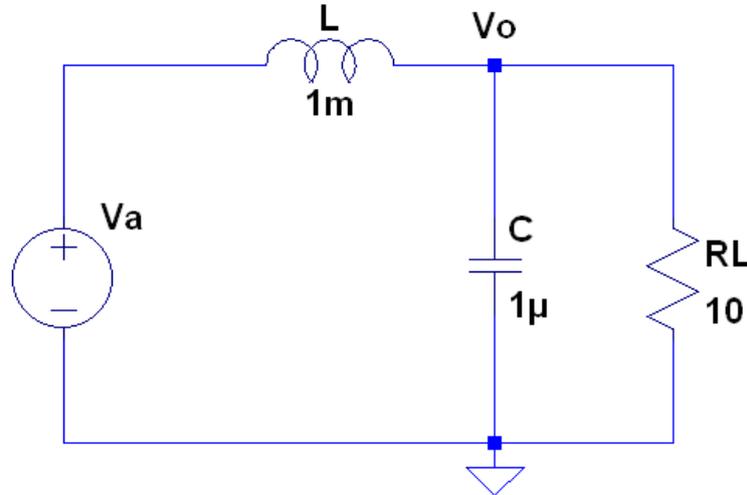
a cui corrispondono le frequenze

$$\begin{cases} f_1 = 1794Hz \\ f_2 = 14122Hz \end{cases} \quad (6.28)$$

Alla frequenza di $100kHz$ (frequenza del segnale V_a) il filtro attenua di $52dB$ ² e sfasa di -44° (fare riferimento alle Figure 6.10 e 6.11).

Come si può vedere in Figura 6.7, la tensione d'uscita dopo un transitorio iniziale di $\sim 500\mu s$ si assesta a circa $5.1V$ stabilmente. Il ripple a regime (Figura 6.8) è compreso

²Un'attenuazione di $52dB$ in scala logaritmica corrisponde a una attenuazione di 398 in scala lineare, infatti il segnale V_a di ampiezza $6V$ viene limitato a circa $10mV$ in uscita di ripple



```
.tran 0 0.2 0 0.01
PULSE(0 6 0 0 0 8.33u 10u)
```

Figura 6.6: *Circuito simulato. L'onda quadra è stata assunta ideale, con fronti di salita e discesa di durata nulla*

fra $5.103V$ e $5.094V$ quindi $\Delta V_o = 9mV$. La corrente nell'induttore a regime invece vale in media $510mA$ e il ripple di corrente $\Delta i_L = (514 - 506)mA = 8mA$.

Supponiamo ora di variare il duty cycle, scegliamo ad esempio $D = 0.48$. A parità di tensione di ingresso e usando gli stessi componenti otteniamo $V_o = 5.76V$ e un ripple di tensione più contenuto come si può vedere in Figura 6.12.

Se invece si diminuisce il duty cycle a $D = 0.1$ ad esempio, la tensione d'uscita diminuisce di molto $V_o \simeq 1.3$ e il ripple aumenta, rimanendo comunque contenuto (circa del 1% come si può vedere in Figura 6.13).

Finora abbiamo considerato una resistenza di carico bassa di 10Ω , ma nelle applicazioni reali R_L può essere molto più grande. Assumiamo ad esempio $R_L = 100\Omega$ e reimpostiamo $D = \frac{5}{12}$. La tensione d'uscita allora a regime, come precedentemente, si assesta attorno ai $5V$, ma ciò che varia è il transitorio iniziale che presenta un *overshoot* della tensione V_o che raggiunge quasi gli $8.5V$ (1 volta e mezza il valore a regime come si nota in Figura 6.14).

Questo fenomeno è dovuto al basso smorzamento del circuito. Infatti con $R_L = 100\Omega$, la $W(s)$ presenta due poli immaginari con parte reale negativa, frequenza di taglio $f_P \simeq 5033Hz$ e smorzamento $\xi \simeq 0.158$. Se aumentiamo R_L , ad esempio a $10k\Omega$, la frequenza di taglio non cambia, ma i poli si e soprattutto lo smorzamento scende a $\xi \simeq 0.00158$. Questo provoca un *overshoot* che raggiunge i $10V$ d'ampiezza durante il transitorio iniziale (fra l'altro aumenta anche la durata del transitorio iniziale che dura circa $70ms$, come si può vedere in Figura 6.15).

Queste sovraelongazioni iniziali del segnale d'uscita, per R_L grandi, sono da evitare perché possono danneggiare il carico stesso. Una soluzione potrebbe essere collegare in parallelo in uscita un diodo Zener da $5.6V$, con il catodo collegato al nodo d'uscita e l'anodo a massa.

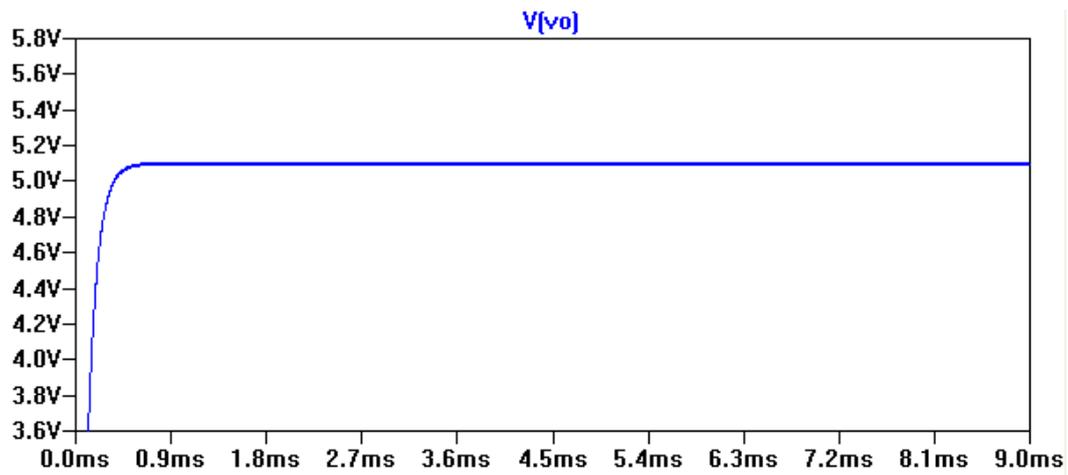
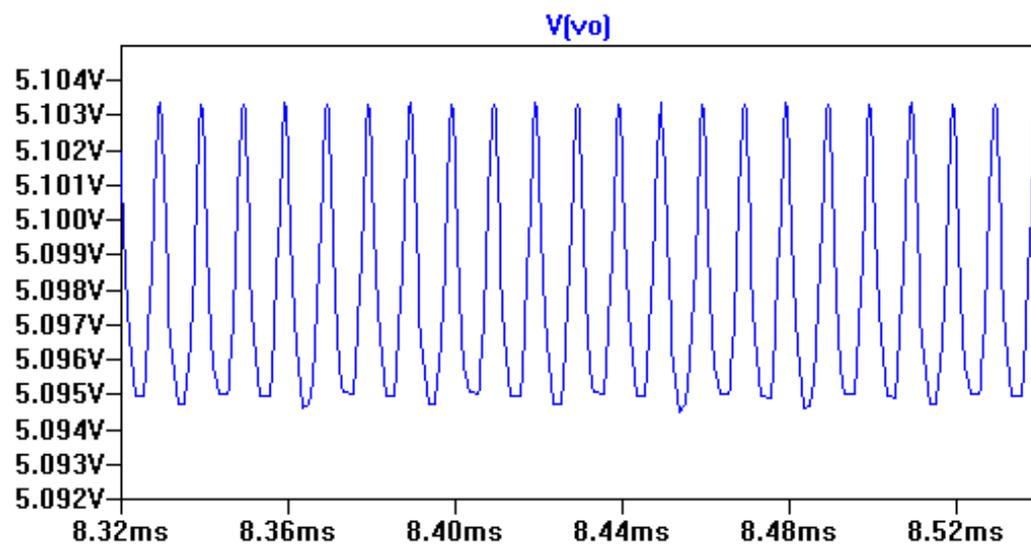


Figura 6.7: Forma d'onda d'uscita

Figura 6.8: Ripple di tensione di V_o

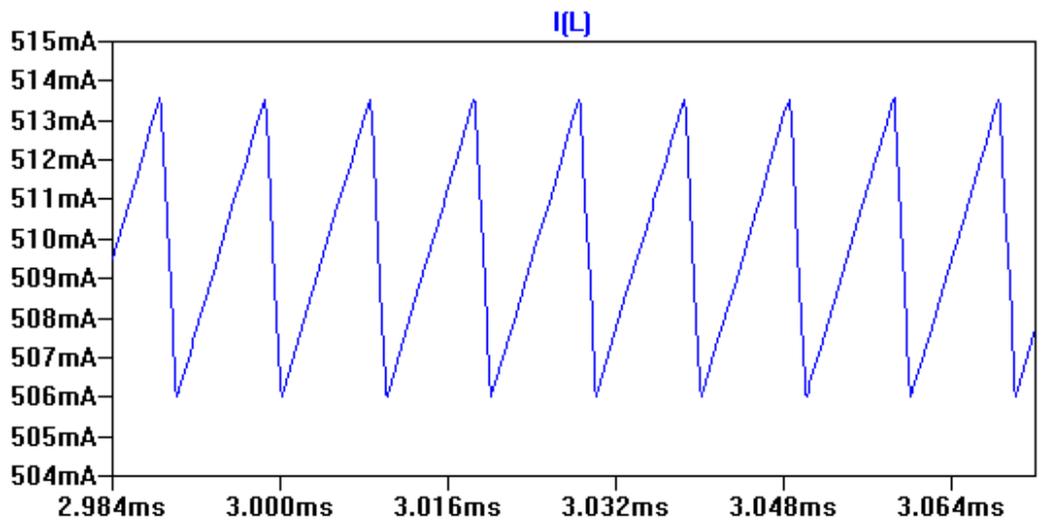


Figura 6.9: *Ripple di corrente di i_L . Notare l'andamento a dente di sega dovuto a carica e scarica lineari dell'induttore*

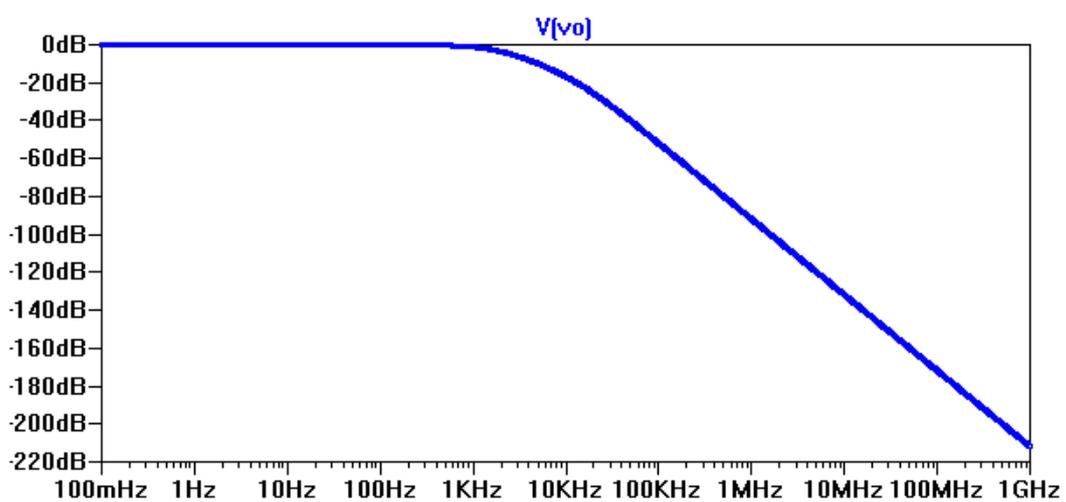
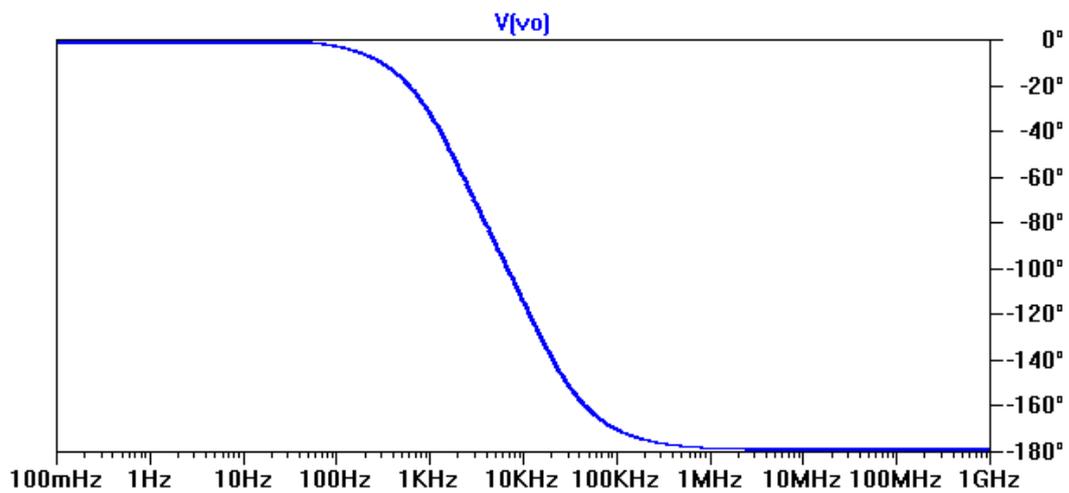
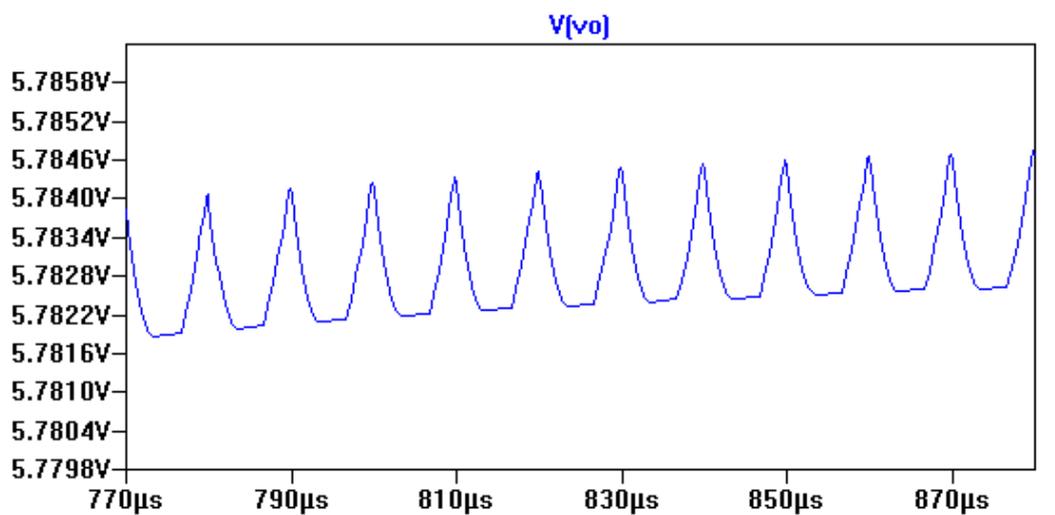


Figura 6.10: *Modulo di $W(s)$*

Figura 6.11: Fase di $W(s)$ Figura 6.12: Ripple di tensione del 0.05% con $D = 0.48$

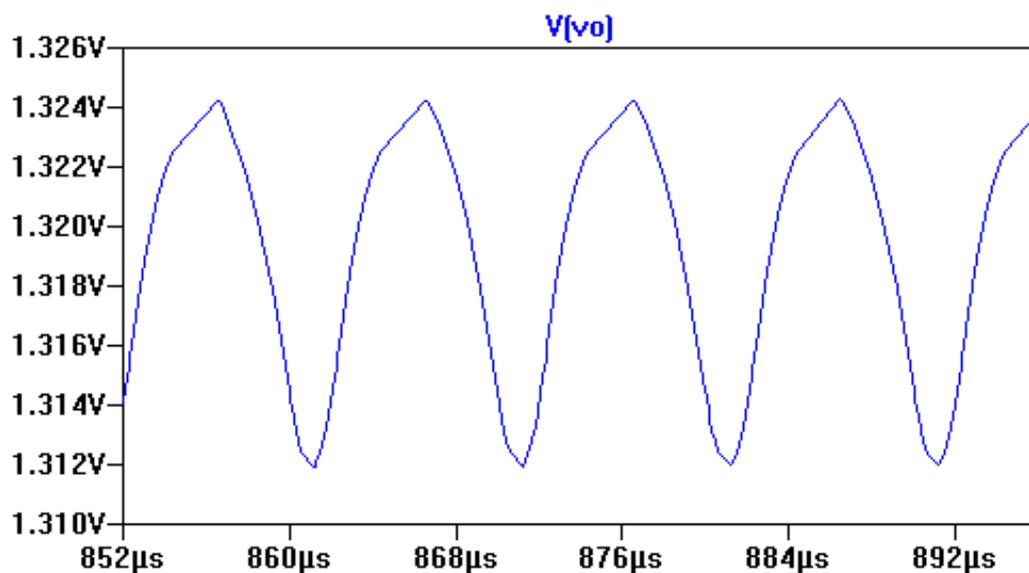


Figura 6.13: *Ripple di tensione del 1% con $D = 0.1$*

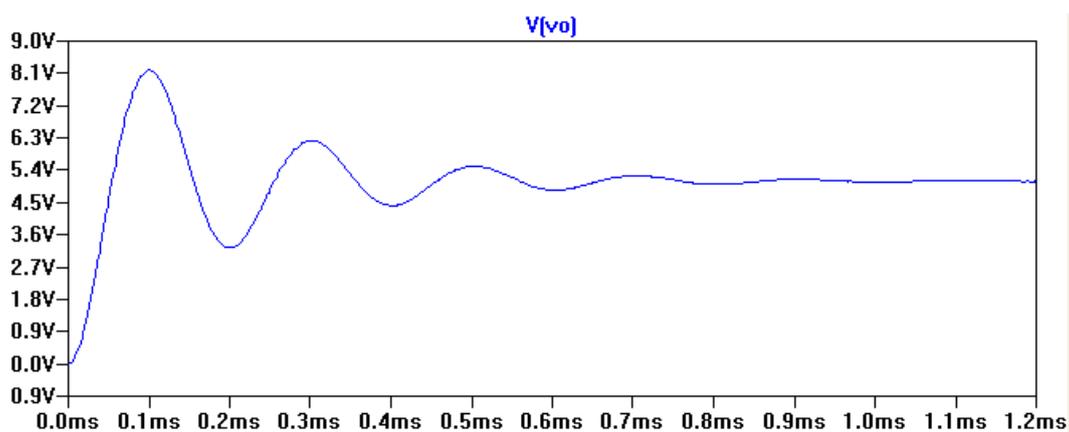


Figura 6.14: *Sovraelongazione per $R_L = 100\Omega$*

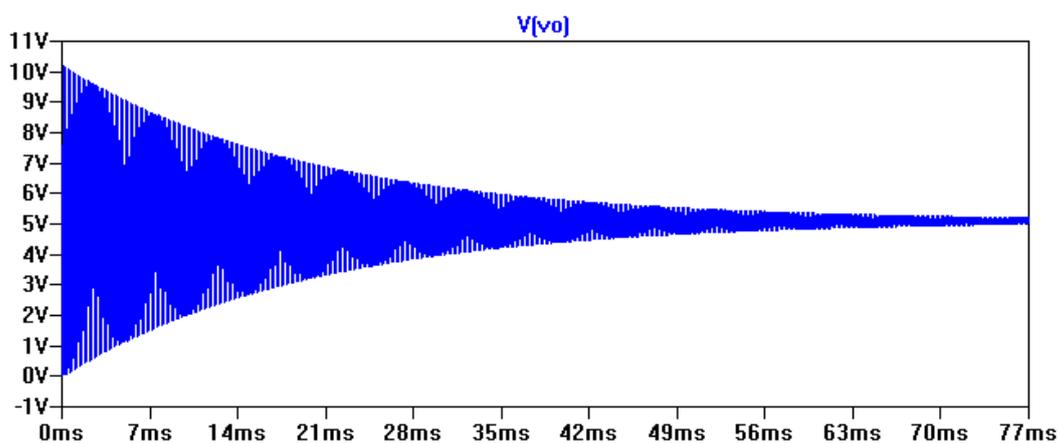


Figura 6.15: *Sovraelongazione per $R_L = 10k\Omega$*

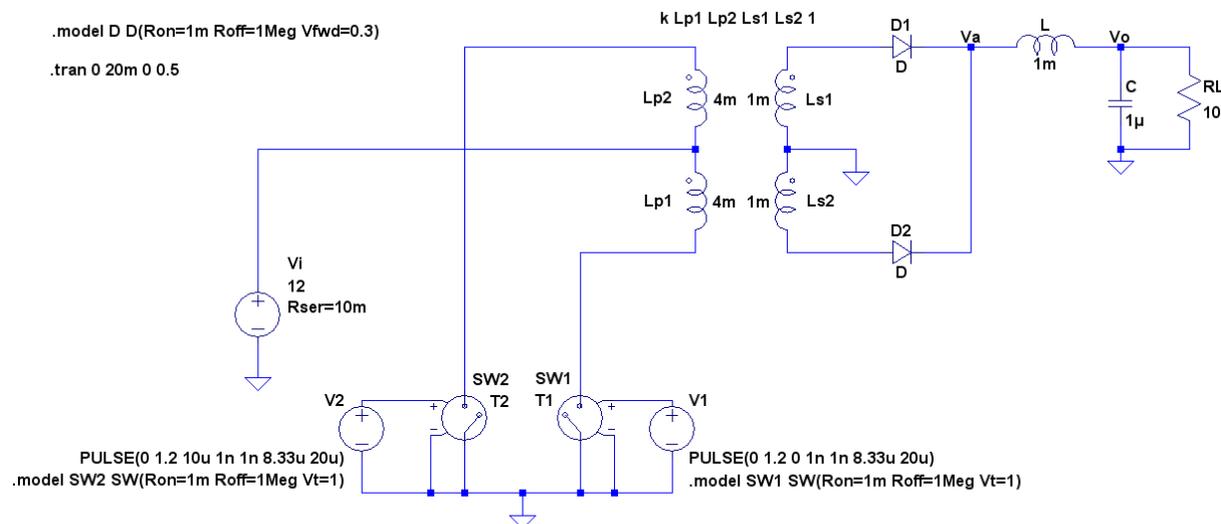


Figura 6.16: *Circuito di simulazione con interruttori ideali*

6.4 Simulazioni del circuito completo con interruttori ideali

Simulare il circuito riducendolo al filtro passo basso è una buona approssimazione, però come vediamo ora il comportamento del circuito è complesso e esistono molti effetti parassiti e dissipativi che non garantiscono una V_o perfetta come si voleva. Consideriamo la stessa situazione circuitale della sezione precedente (stessi componenti e stesse correnti e tensioni in gioco) e lo stesso varrà per le prossime simulazioni. Analizziamo la Figura 6.16. Innanzitutto al generatore V_i è stato impostato il parametro $R_{SER} = 10m$ che indica una resistenza serie di $10m\Omega$. Gli interruttori ideali sono controllati in tensione (in tal caso è stato scelto $1V$, il valore ha poca importanza) e sono state impostate $R_{ON} = 1m\Omega$ e $R_{OFF} = 1M\Omega$ che sono rispettivamente la resistenza quando l'interruttore è chiuso e la resistenza quando l'interruttore è aperto.

Il segnale identificato con la direttiva `PULSE(0 1.2 0 1n 1n 8.33u 20u)` è il segnale di controllo PWM ³ e la direttiva, in ordine, indica:

- Tensione inferiore dell'onda quadra ($0V$ in tal caso)
- Tensione superiore ($1.2V$ cioè lo stretto necessario per azionare gli interruttori)
- Tempo di ritardo del primo fronte di salita (per T_2 vale $10\mu s$)
- Tempo di salita (è stato assunto $1ns$, molto minore di T_{ON})

³Non è stata considerata la rete di controllo che retroaziona l'uscita con gli interruttori per semplicità, infatti il segnale V_i è sempre stato considerato perfettamente costante in modo tale che la retroazione non fosse richiesta

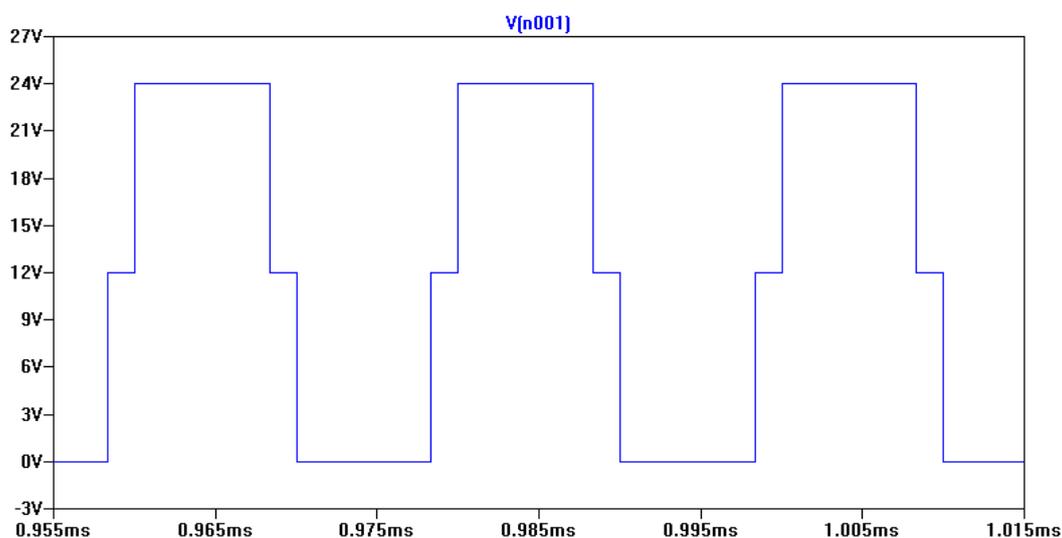


Figura 6.17: *Tensione ai capi degli interruttori*

- Tempo di discesa (come sopra)
- Tempo che il segnale sta alla tensione superiore, equivale a $T_{ON} = D \times T$
- Periodo del segnale

I diodi impiegati (come si nota dalla direttiva) presentano le stesse R_{ON} e R_{OFF} degli interruttori e la tensione $V_{FWD} = 0.3V$ rappresenta la caduta ai loro capi. Il trasformatore a presa centrale non è disponibile nel software di simulazione quindi sono stati utilizzati degli induttori accoppiati mediante la direttiva (k Lp1 Lp2 LS1 Ls2 1), dove l'ultimo termine identifica il coefficiente di mutuo accoppiamento (assunto unitario, cioè il caso di accoppiamento perfetto). I valori degli induttori sono stati scelti in modo tale che il rapporto di induzione fosse in proporzione al quadrato del rapporto delle spire (il rapporto delle spire vale 0.5). Lanciando la simulazione si può notare che la tensione ai capi degli interruttori oscilla fra $0V$ e $2V_i = 24V$ (com'era stato previsto nell'analisi teorica nel dominio del tempo, vedi Figura 6.17). La tensione V_a è l'onda quadra di Figura 6.18 dove il tempo in cui il segnale sta alto vale $8.35\mu s$, rispetto al periodo $T/2$ che vale $10.02\mu s$. In uscita la tensione, dopo un transitorio di carica, si assesta attorno ad una tensione media di $4.697V$ (a causa della caduta di $0.3V$ sui diodi) con un ripple dello 0.21% . La corrente nell'induttanza ha un andamento come V_o , si assesta in media attorno ai $469mA$ e presenta un ripple a dente di sega (Figura 6.21) di circa $8.2mA$.

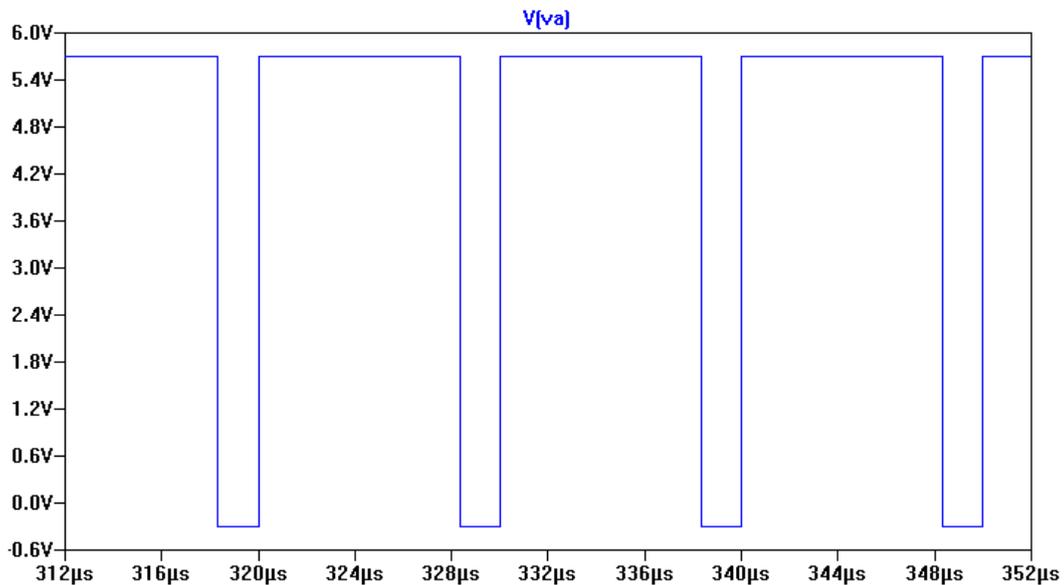


Figura 6.18: Tensione V_a all'ingresso del filtro LRC passa basso. Notare che il segnale è traslato in basso di circa 0.3V corrispondenti alla caduta dei diodi

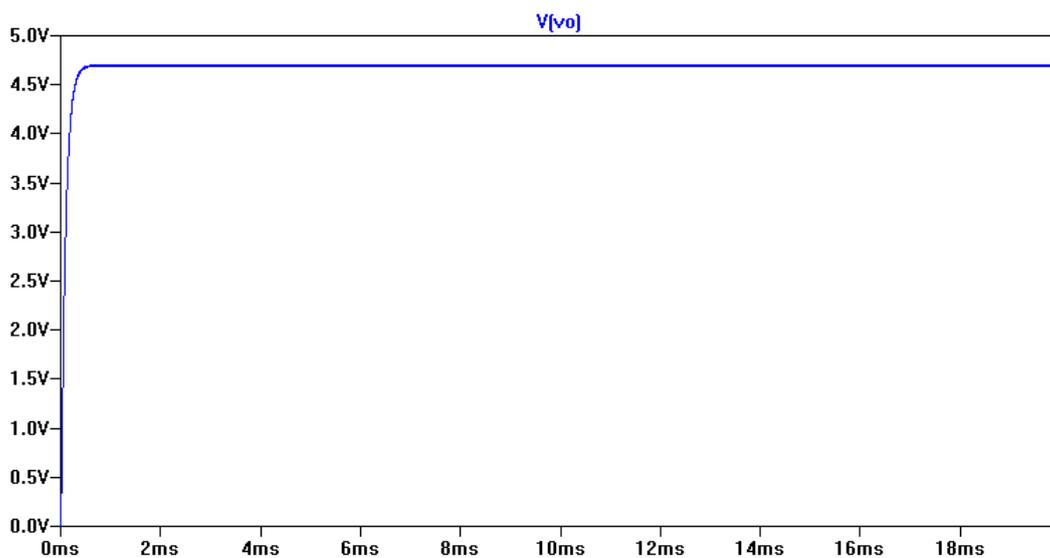


Figura 6.19: Tensione V_o d'uscita. Presenta un transitorio di circa 700 μs

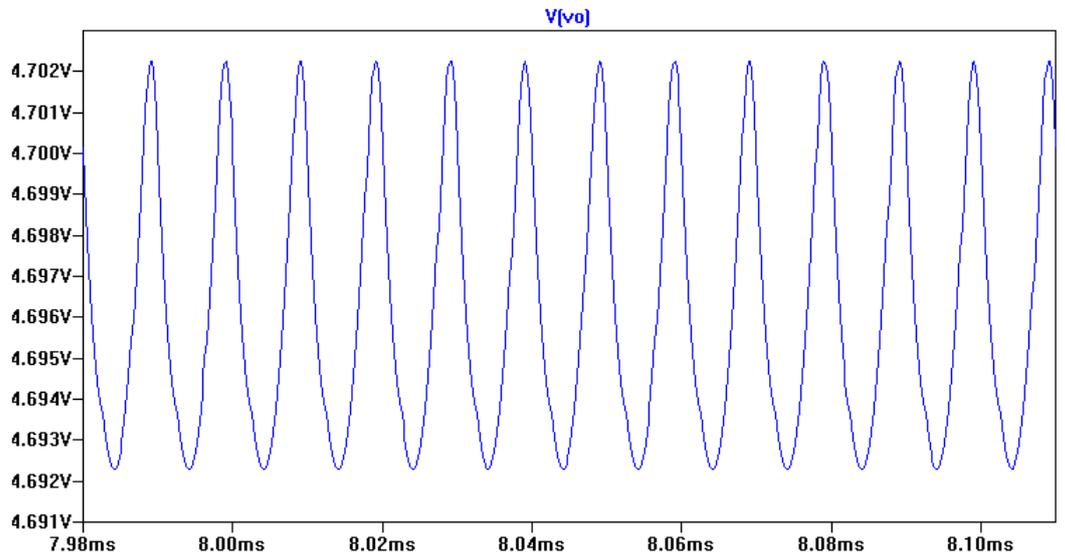


Figura 6.20: *Ripple di tensione di V_o*

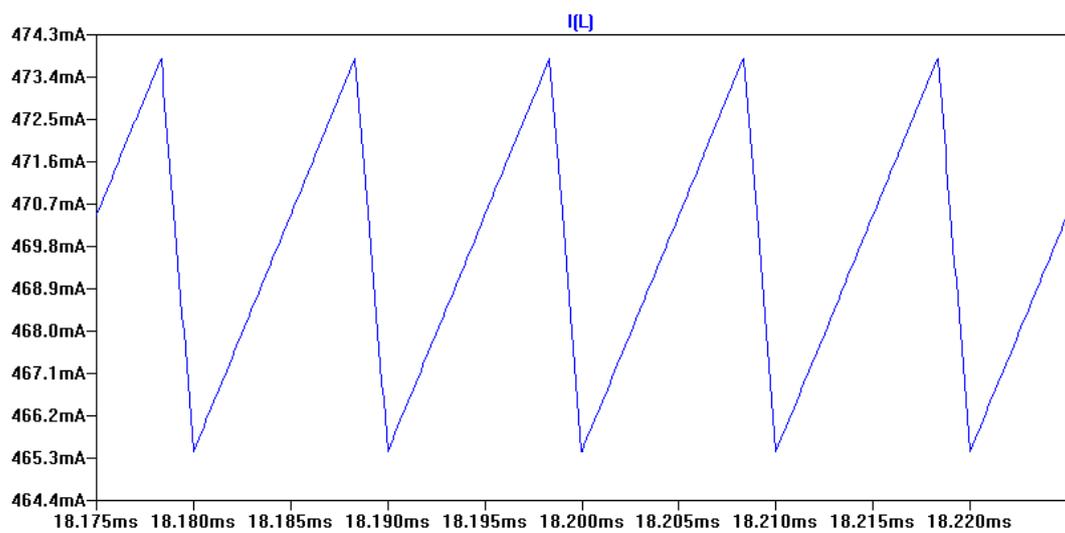


Figura 6.21: *Ripple di corrente sull'induttanza L del filtro LRC*

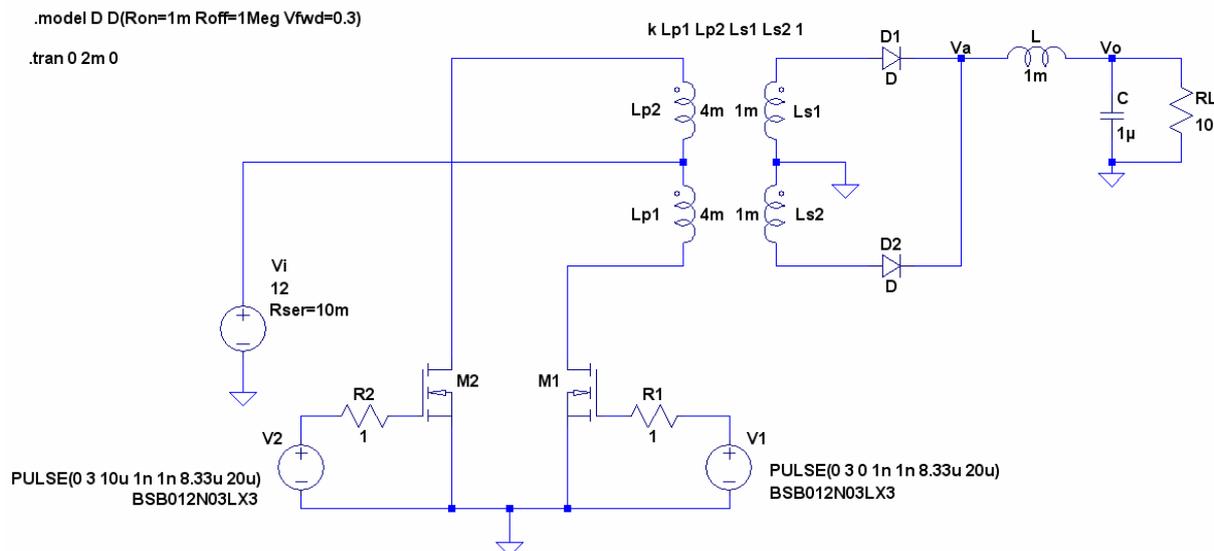
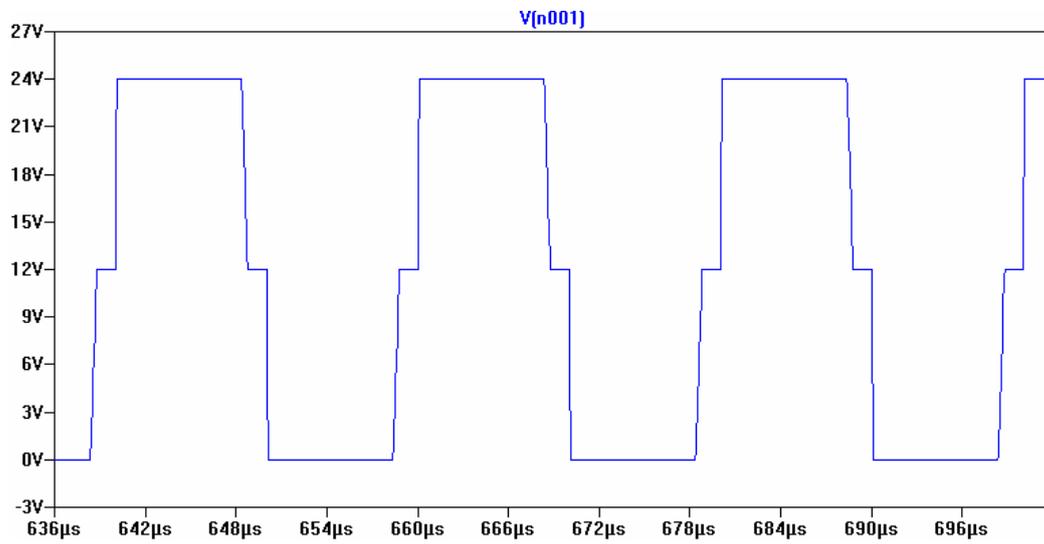
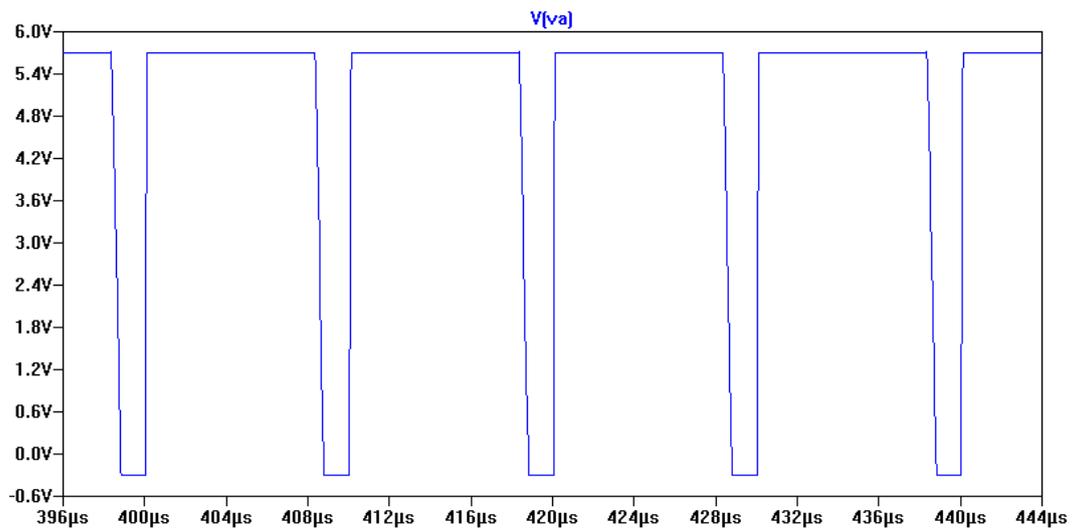


Figura 6.22: Circuito di simulazione con n-MOS

6.5 Simulazioni del circuito completo con MOSFET

Sostituiamo ora gli interruttori ideali con due transistor n-MOS, come in Figura 6.22. Sono stati scelti i MOSFET della *Infineon*[®] modello BSB012N03LX3 con tensione di soglia $V_{T0} = 2.77V$, V_{DS} massima di $30V$, $R_{ON} = 1.2m\Omega$ e corrente massima di drain supportata di $180A$ a temperatura ambiente con una $V_{GS} = 10V$. E' stata inserita una resistenza (per ogni MOSFET) al gate di 1Ω . Il resto del circuito naturalmente è rimasto invariato. Simulando si ottiene ancora una tensione a onda quadra fra $0V$ e $24V$ ai capi degli interruttori MOSFET, come si vede in Figura 6.23, con periodo $680\mu s - 660\mu s = 20\mu s$ (sono stati considerati gli istanti in cui il segnale era a $24V$, data la forma dell'onda) e $t_{ON} = 8\mu s$. La tensione V_a è rimasta immutata (Figura 6.24) con periodo $T/2 = 10\mu s$ e $t_{ON} = 8.2\mu s$. La tensione d'uscita presenta la solita forma d'onda con valore a regime di $4.812V$ e ripple dello 0.19% (Figura 6.25 e Figura 6.26). Per quanto riguarda la corrente sull'induttore L , l'andamento è lo stesso di prima con $i_L^{MEDIA} = 481mA$ e il ripple è di $7.6mA$ (Figura 6.27). Ciò che abbiamo ottenuto è sensato perché vogliamo una tensione d'uscita pressoché costante e quindi la corrente nel condensatore $i_C = C \frac{dv_o}{dt} \simeq 0$. Se $i_C = 0$ la corrente che scorre nell'induttore è quella del carico, quindi $i_L^{MEDIA} = i_{RL} = \frac{V_o}{R_L} = \frac{4.812V}{10\Omega} = 481.2mA$. Riassumendo quest'analisi, notiamo che forme d'onda e valori praticamente coincidono, quindi l'approssimazione dell'analisi teorica mediante interruttori ideali è stata buona e non ha mutato drasticamente i risultati del circuito introducendo i MOSFET.

Figura 6.23: Tensione V_{DS} ai capi degli n-MOSFigura 6.24: Tensione V_a all'ingresso del filtro LRC

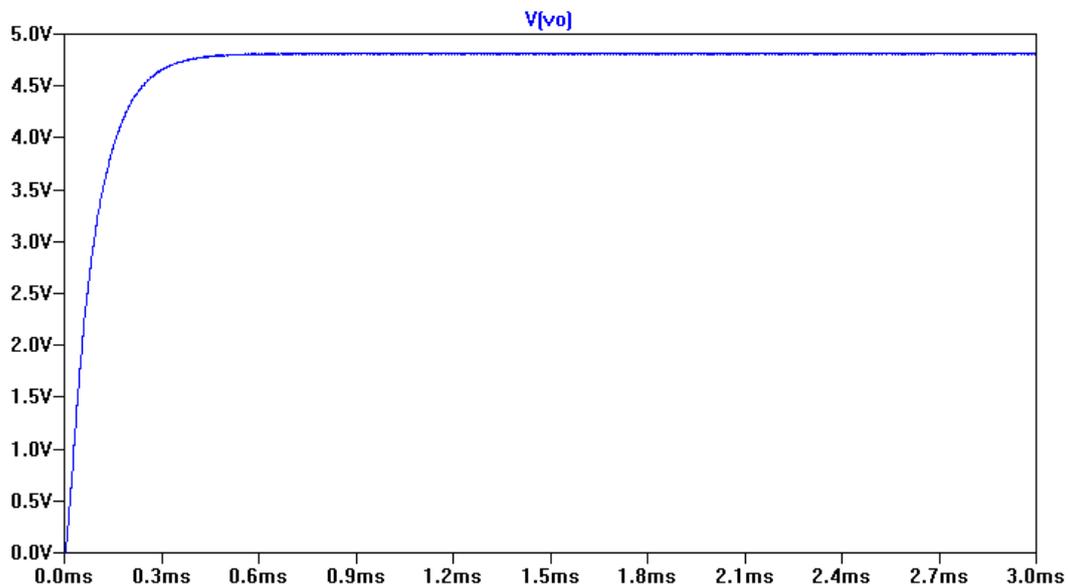


Figura 6.25: Tensione V_o in uscita del filtro quando si utilizzano transistor MOSFET. Il valore non si discosta molto dal valore trovato con gli interruttori ideali, il valor medio è più alto di 115mV circa

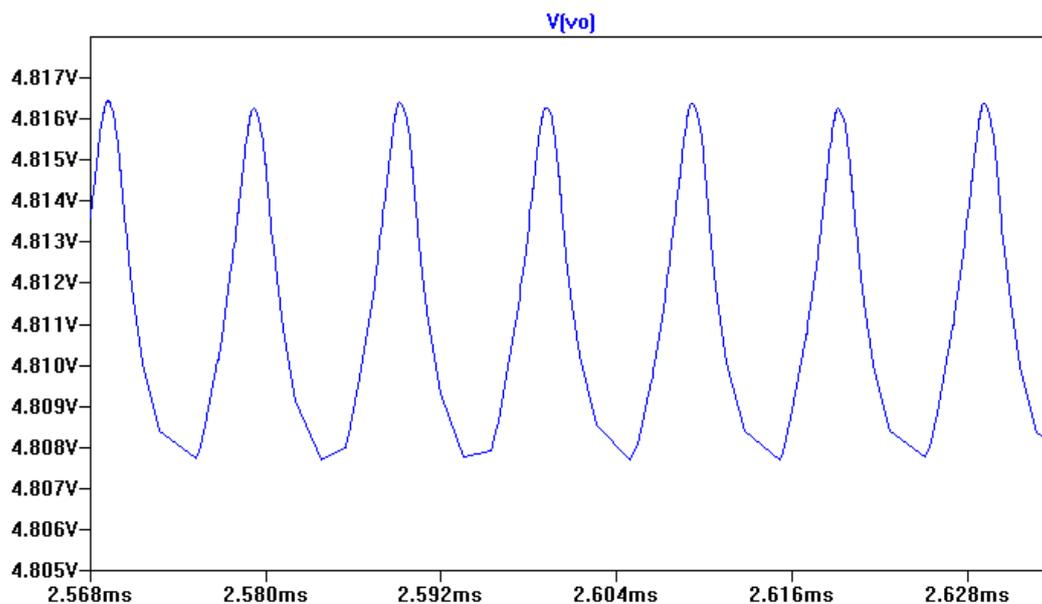


Figura 6.26: Ripple di tensione su V_o utilizzando i MOSFET come interruttori

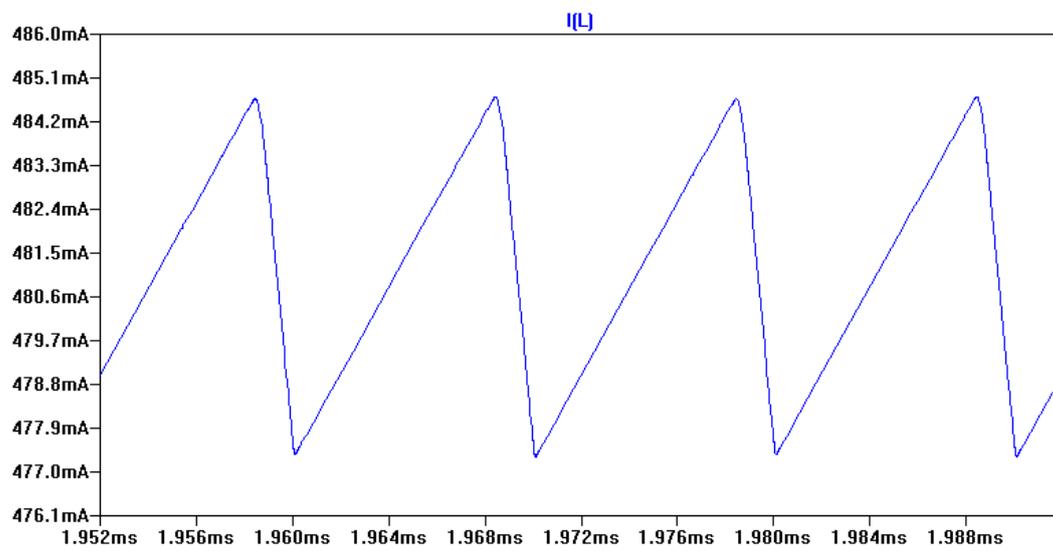
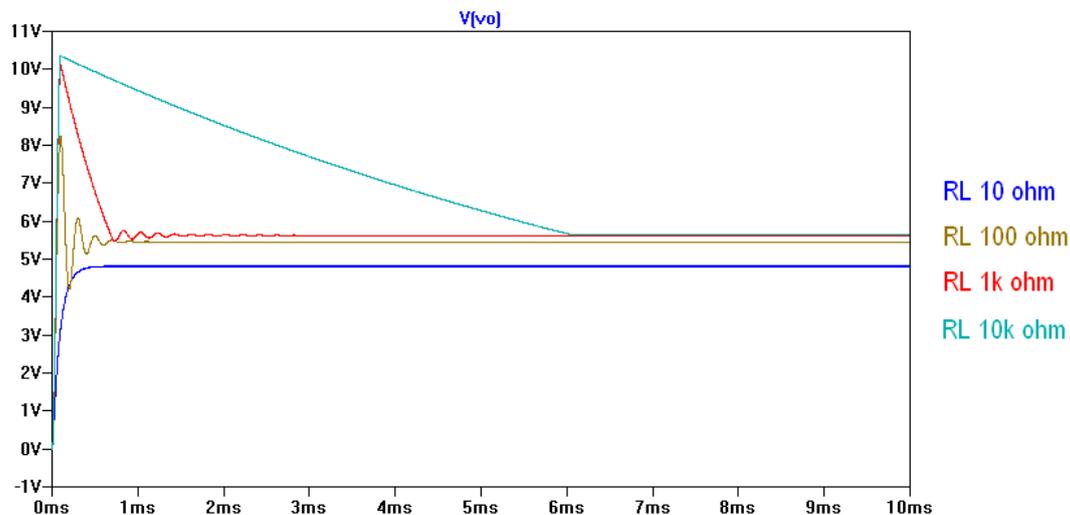
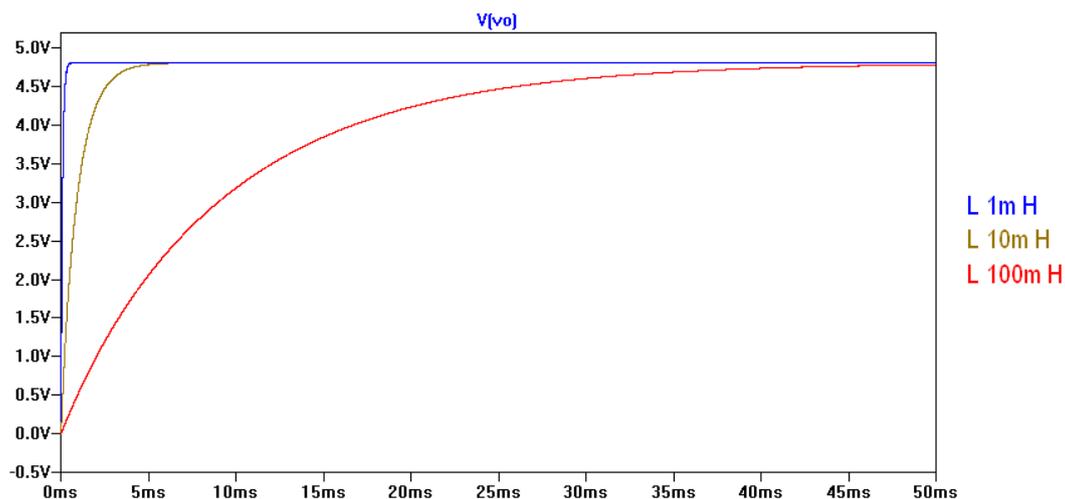


Figura 6.27: *Ripple di corrente su L utilizzando i MOSFET come interruttori*

Figura 6.28: *Variazione di V_o al variare della resistenza di carico R_L* Figura 6.29: *Variazione di V_o al variare dell'induttanza L*

6.6 Simulazioni del circuito completo con MOSFET al variare di alcuni parametri circuitali

Finora sono stati considerati componenti di valore fisso, proviamo ora a variarne i valori e analizzare le conseguenze di questi cambiamenti. Innanzitutto proviamo a variare il carico resistivo R_L con i valori 10Ω , 100Ω , $1k\Omega$ e $10k\Omega$. Dall'analisi teorica abbiamo visto che la tensione d'uscita non dipende dal carico connesso. Come vediamo in Figura 6.28 però non è esattamente così. A regime infatti si può notare che la tensione per $R_L = 10\Omega$ è di $4.8V$ (come dovrebbe considerando anche le cadute sui diodi) invece da $R_L = 1k\Omega$ in su si assesta a circa $5.6V$. Questo è dovuto al fatto che i MOSFET non sono componenti ideali, la corrente inversa che si manifesta quando si stanno spegnendo rallenta la scarica del nodo V_a e aumenta la caduta di tensione sul carico (logicamente se il carico è maggiore la corrente su esso è minore e quindi l'incremento di tensione si

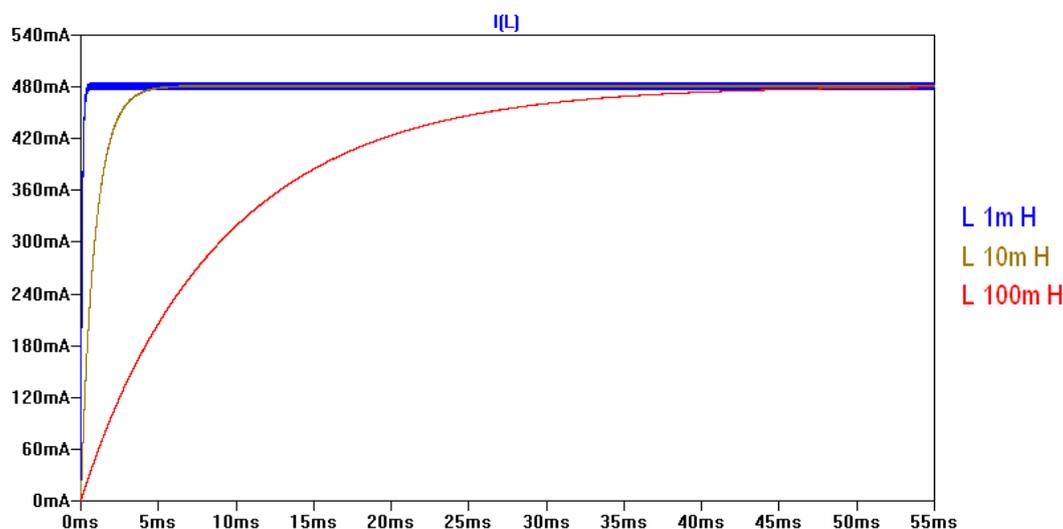


Figura 6.30: Variazione di i_L al variare dell'induttanza L

nota di più). Altro fenomeno fastidioso che possiamo notare sono i picchi di tensione iniziali durante il transitorio. Questi sono dovuti al fatto che più aumenta la R_L e minore è lo smorzamento ξ ; questi picchi possono essere dannosi per il circuito che andrà connesso in cascata al convertitore. Se reimpostiamo la solita $R_L = 10\Omega$ e variamo l'induttanza di L con i valori 1mH , 10mH e 100mH otteniamo a regime sempre la solita tensione d'uscita (vedi Figura 6.29). Ciò che cambia è la durata del transitorio iniziale perché all'aumentare del valore dell'induttanza aumenta la durata del transitorio. Per $L = 1\text{mH}$ il transitorio dura circa 0.7ms , per $L = 10\text{mH}$ vale circa 7ms e infine per $L = 100\text{mH}$ vale 70ms . Anche la corrente dell'induttore mantiene lo stesso valore delle simulazioni precedenti a regime, anche in questo caso quello che cambia è la durata del transitorio iniziale che raggiunge un massimo di 45ms con il valore di induttanza più grande (far riferimento alla Figura 6.30). Riportiamo anche L al solito valore di 1mH e variamo C con i valori 300nF , $1\mu\text{F}$ e $10\mu\text{F}$. Come si vede in Figura 6.31 per la tensione d'uscita, 300nF e $1\mu\text{F}$ provocano lo stesso andamento e i $10\mu\text{F}$ producono un *overshoot* che raggiunge i 5.55V di ampiezza massima. Al variare di C varia anche la corrente i_L (Figura 6.32). Anche qui per $C = 300\text{nF}$ e $C = 1\mu\text{F}$ l'andamento è lo stesso, il picco di corrente in fase iniziale si verifica per $C = 10\mu\text{F}$ e raggiunge un massimo di 630mA .

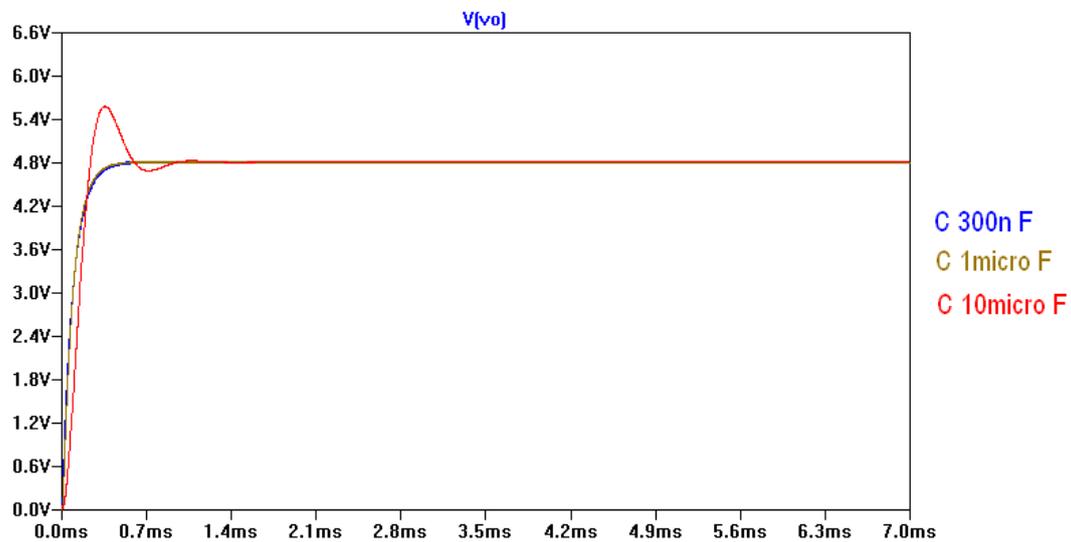


Figura 6.31: *Variazione di V_o al variare del condensatore C*

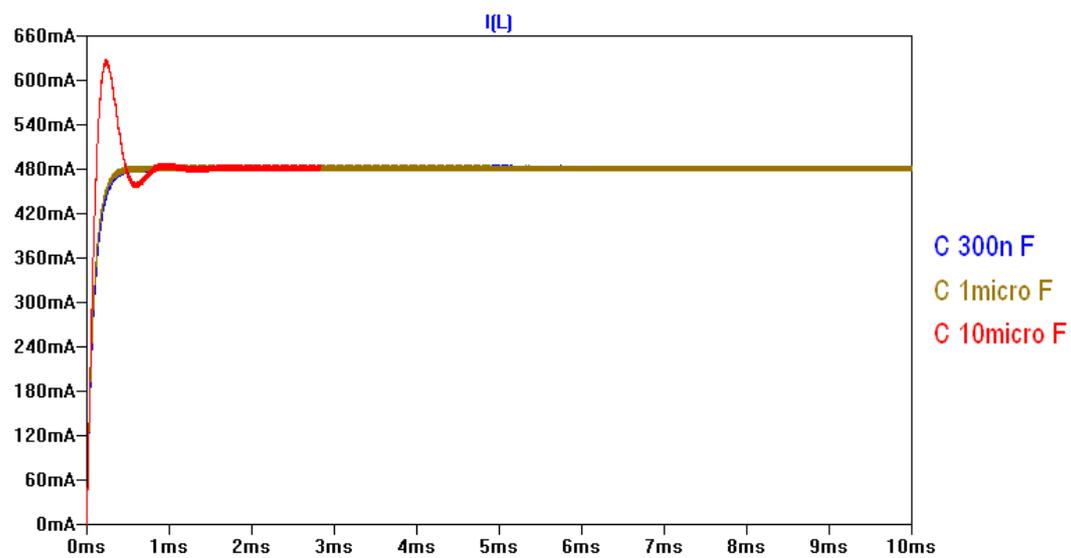


Figura 6.32: *Variazione di i_L al variare del condensatore C*

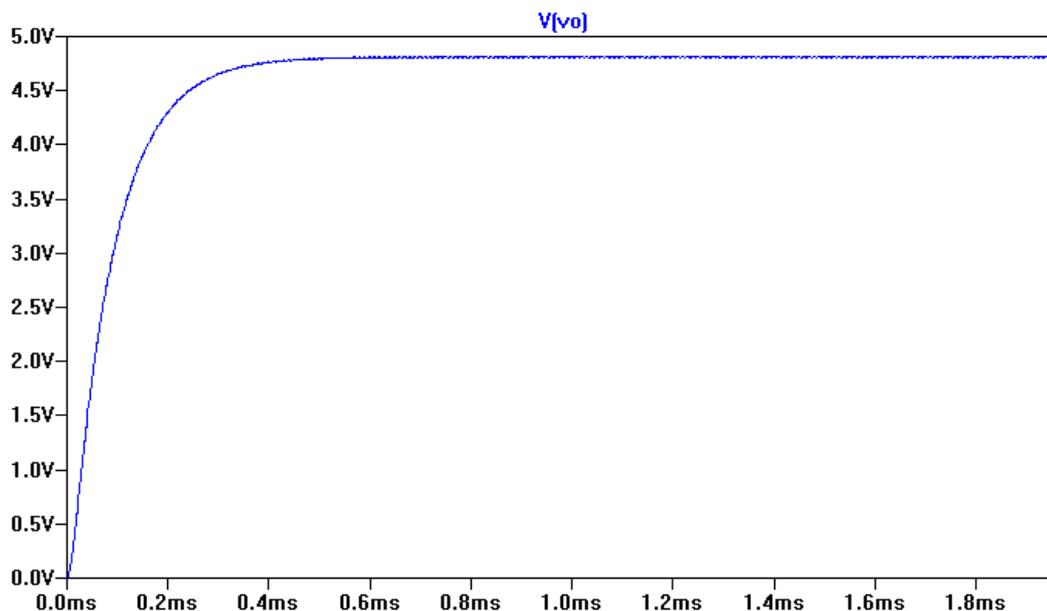


Figura 6.33: Tensione V_o d'uscita imponendo un $ESR= 1m\Omega$. Naturalmente gli ESR saranno tutti diversi nei vari componenti. Ad esempio per default LTSpice inserisce proprio un ESR di $1m\Omega$ per le induttanze

6.7 Fenomeni parassiti

Nella realtà i componenti presentano resistenze parassite. Ad esempio per i condensatori è definito un parametro che si chiama ESR (*Equivalent Series Resistance*) che rappresenta la resistenza dei collegamenti e un altro parametro che si chiama EPR (*Equivalent Parallel Resistance*) che rappresenta la resistenza del dielettrico. Anche per le induttanze è definito l'ESR. Per semplicità consideriamo soltanto l'ESR. Valori tipici di ESR sono dell'ordine del $m\Omega$. Se per semplicità fissiamo un $ESR= 1m\Omega$ per capacità, induttanza del filtro e per gli avvolgimenti del trasformatore otteniamo una tensione d'uscita praticamente identica alle precedenti (Figura 6.33). Un fenomeno parassita più rilevante invece è il fattore di accoppiamento (*coupling factor*). Finora è sempre stato assunto unitario (varia fra 0 e 1) ma nella realtà può essere minore. Se $K = 1$ si dice che l'accoppiamento è perfetto. In questo caso il flusso totale che si concatena con il primario è uguale al flusso che si concatena con il secondario. Proviamo a vedere cosa succede per $K = 1$, $K = 0.99$ e $K = 0.95$ (Figura 6.34). La tensione d'uscita diminuisce già in modo consistente per $K = 0.99$ ma per $K = 0.90$ il segnale praticamente dimezza.

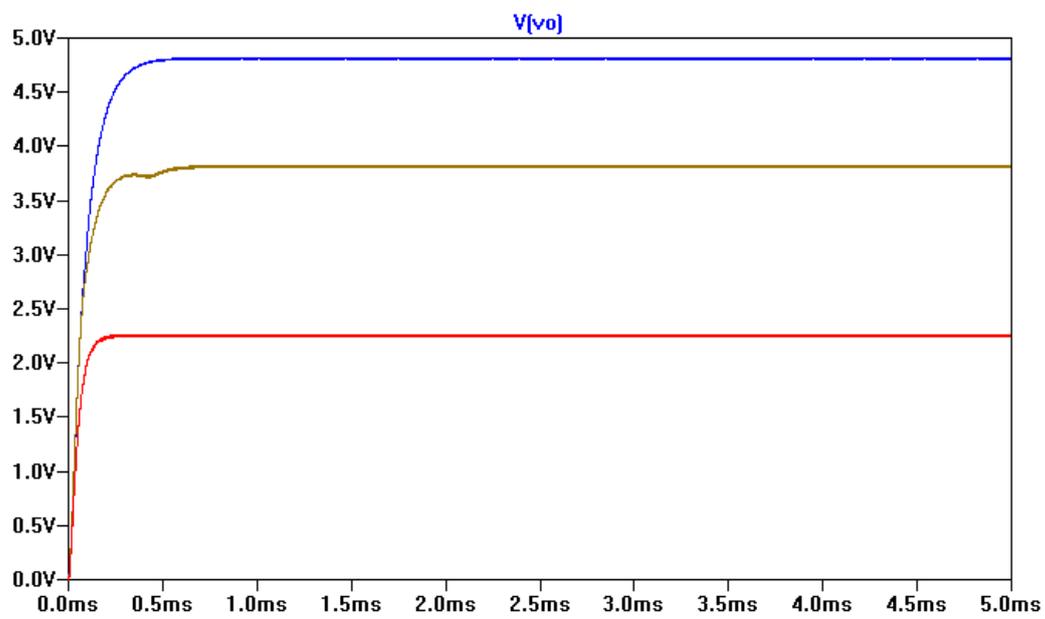


Figura 6.34: *Tensione d'uscita al variare del coupling factor*

R_L	I_o	P_{RL}
10Ω	$500mA$	$2.5W$
100Ω	$50mA$	$0.25W$
$1k\Omega$	$5mA$	$25mW$

Tabella 6.2: *Tabella delle potenze dissipate al variare del carico*

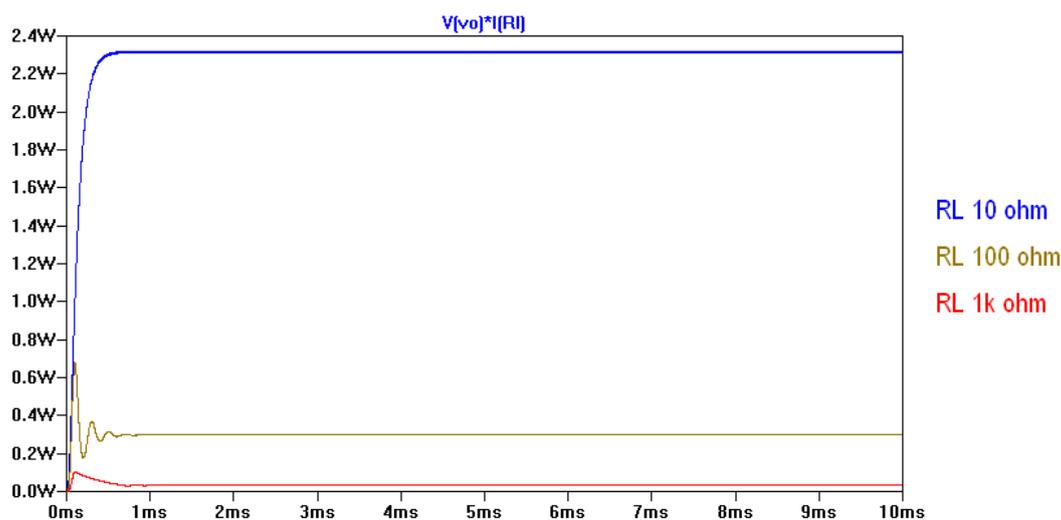


Figura 6.35: *Potenza dissipata sul carico*

6.8 Potenza dissipata

La potenza erogata dal circuito dipende dal carico connesso, dato che la potenza dissipata su R_L vale $P_{RL} = V_o \times I_o = R_L \times I_o^2$.⁴ Se supponiamo che $V_o = 5V$ e variamo R_L otteniamo i valori in Tabella 6.8. Come possiamo vedere in Figura 6.35 i valori stimati di potenza con la tabella coincidono circa con i valori misurati nella simulazione. Condensatore e induttore di filtro non dissipano potenza, essendo elementi reattivi. Lo stesso vale per il trasformatore dove la potenza in ingresso si conserva in uscita.

⁴La corrente I_o è la corrente al carico a regime e vale $I_o = \frac{V_o}{R_L}$

Capitolo 7

Conclusioni

Abbiamo analizzato i vari tipi di interruttori e convertitori con lo scopo di introdurre il convertitore DC-DC *push-pull*. Questo è servito per far capire il motivo per cui presenta questa topologia circuitale. Come abbiamo già detto infatti la parte a destra del nodo V_a non è altro che un convertitore *buck*, quando gli interruttori sono uno acceso e uno spento. Il trasformatore abbiamo visto serve a isolare l'alimentazione dal carico oltre che svincolare il fattore di conversione del convertitore dal solo duty cycle. E' stata fatta poi un'analisi in frequenza per capire che tipo di risposta da il sistema per quanto riguarda modulo e fase e spiegare il motivo per cui si manifestano gli *overshoot*. Tutto questo molto a livello teorico, naturalmente il circuito reale però presenta delle imperfezioni dei componenti che comportano un'ulteriore modifica della tensione d'uscita. Infine è stato analizzato il comportamento energetico del circuito al variare del carico, dato che la potenza erogata è uno dei parametri fondamentali del circuito. Per queste analisi è stato scelto un convertitore tipo, dato che non si poteva dar l'idea delle variazioni dei parametri senza sceglierne dei valori. Naturalmente ogni convertitore viene realizzato in base al proprio ambito applicativo, alle tensioni richieste d'ingresso e d'uscita, alle correnti e quindi alle potenze in gioco. Ogni componente ha dei limiti fisici e quindi va scelto in base all'applicazione. Un'ultima nota vorrei darla riguardo al problema della tensione sugli interruttori. Questo è un grosso problema del convertitore *push-pull* che ne limita le applicazioni perché richiede transistor resistenti a tensioni di funzionamento che siano maggiori di $2V_i$. Una soluzione a questo problema è realizzare un convertitore *full-bridge*, dove la tensione ai capi degli interruttori viene dimezzata, a discapito però di una maggior complessità circuitale.

Bibliografia

- [1] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, "*Elettronica di potenza*" edizione italiana di "*Power Electronics 3rd Ed.*" (2008), HOEPLI, Milano.
- [2] N. Mohan, T. M. Undeland, W. P. Robbins, "*Power Electronics*" (1989), WILEY
- [3] E. Cuniberti, L. De Lucchi, B. De Stefano, "*Elettronica : Dispositivi e Sistemi*" (1998), PETRINI EDITORE, Torino
- [4] R. C. Jaeger, T. N. Blalock, "*Microelettronica*" edizione italiana di "*Microelectronic Circuit Design, 3rd Ed.*" (2008), McGraw-Hill, Milano.
- [5] Daniel W. Hart, "*Power Electronics*" (2010), McGraw-Hill, Printed in USA
- [6] V. K. Khanna, "*IGBT : Theory and Design*" (2003), Wiley, Printed in USA

Il software impiegato per le simulazioni è LTSpice della Linear Technology.