INDICE

Introduzione

Il *Value at Risk*, VaR, è una misura statistica del rischio di mercato, vale a dire una misura che sintetizza il rischio attraverso una distribuzione di probabilità dei potenziali profitti e delle perdite. Questa misura è particolarmente utile agli investitori per analizzare il rischio di portafoglio, in quanto tiene in considerazione la correlazione tra i diversi strumenti finanziari e la probabilità che si realizzino determinati scenari di rendimento.

Il VaR è definito come:

La misura della massima perdita "potenziale" che un portafoglio può subire con una certa probabilità su un determinato orizzonte temporale.

I vantaggi e la popolarità del VaR sono legati al fatto che si tratta di una misura che aggrega in un solo numero diverse componenti di rischio di mercato: l'analisi del Value at Risk viene infatti effettuata sulla base dei diversi fattori di rischio a cui può essere esposto un portafoglio, ad esempio il rischio di tasso d'interesse (a breve o lungo termine), il rischio del prezzo dei titoli azionari e il rischio di cambio. Nella pratica quotidiana esistono diverse metodologie per il calcolo del VaR, ognuna con i suoi punti di forza e di debolezza. Le più utilizzate sono:

- Le metodologie analitiche (o parametriche), come RiskMetrics di JP Morgan
- La simulazione storica
- Il metodo di Monte Carlo

Il lavoro che viene presentato si prefigge l'obiettivo di confrontare la metodologia analitica con quella di simulazione, svolgendo un'analisi su un portafoglio iniziale composto di tre strumenti finanziari (*stock*, *bond* e *short term* − inteso come liquidità −), nominati con la terminologia di *asset class*. Il procedimento di esame è stato svolto all'interno dell'azienda Finantix, fornitrice di soluzioni basate sui componenti e multicanali del software per le istituzioni finanziarie.

Il quarto capitolo descrive nei dettagli tutti i passaggi necessari per la simulazione dei valori del portafoglio di partenza, su un arco temporale di dieci anni, stimati con il metodo Monte Carlo e il metodo di varianza-covarianza. Il confronto è stato svolto mediante lo sviluppo di un applicativo Excel per la generazione delle simulazioni e la raccolta dei risultati. I due criteri di analisi si differenziano principalmente per le tempistiche occorrenti per le previsioni: se da un lato vi è la complessità computazionale richiesta dal metodo Monte Carlo a fronte di una maggiore accuratezza dei risultati (sono state richieste più di 3 ore per la generazione delle simulazioni e i relativi risultati riassuntivi), dall'altro lato si ha la semplicità e l'istantaneità dei risultati prodotti applicando il metodo parametrico.

A fronte delle esigenze presentate da Finantix, si può concludere che il metodo Monte Carlo può essere implementato solo per una gestione off-line delle consulenze, mentre persiste l'applicazione del metodo parametrico per assistenze immediate alla clientela.

Il primo capitolo è un'introduzione al mercato finanziario e agli strumenti finanziari scambiati in esso, nonché ai rischi finanziari connessi.

Il secondo capitolo prensenta una descrizione dei principi che hanno portato all'Accordo di Basilea del 1988, e gli sviluppi attuati fino ai nostri giorni. L'Accordo ha permesso l'introduzione del VaR come misura del rischio di mercato, dopo essere stato sviluppato nei primi anni novanta da alcune delle maggiori banche statunitensi, e reso popolare nella versione della banca J.P. Morgan è diventato gradualmente lo standard operativo del settore.

I recenti crack finanziari hanno provocato una forte crisi di fiducia dei risparmiatori e hanno riportato al centro dell'attenzione pubblica il tema della sicurezza degli investimenti finanziari. In conseguenza di ciò, anche il sistema di vigilanza e di controllo degli intermediari finanziari deve poter correttamente distinguere tra gli obiettivi di fondo della stabilità e della correttezza e trasparenza. A questo proposito alla fine del secondo capitolo sono illustrate le modalità di riforma introdotte dalla Consob al regolamento n.11522/1998.

Il *risk/return principle* è il principale trade-off su cui si basa tutta l'evoluzione successiva della teoria della finanza. Il sogno di ogni operatore finanziario è da sempre quello di raggiungere il punto in cui il beneficio è massimo e il rischio minimo. Da questa esigenza traggono origine le applicazioni pratiche del concetto di Value at Risk. Il Value at Risk è un metodo di sintesi del rischio presente in un certo portafoglio finanziario. Esso esprime, in forma monetaria, il livello di rischio a cui il detentore del portafoglio è soggetto. Sotto determinate condizioni, il VaR misura la massima perdita probabile che − con un determinato intervallo di confidenza − potrà verificarsi detenendo il proprio portafoglio a posizioni inalterate per un certo periodo di tempo. Il terzo capitolo illustra dettagliatamente il Value at Risk, introducendo le diverse metodologie per la sua determinazione e facendo emergere i vantaggi e gli svantaggi di ciascuno dei possibili approcci.

Capitolo 1:

LA MISURAZIONE DEL RISCHIO

1.1 Il mercato finanziario.

Il mercato finanziaro s'identifica per due caratteristiche fondamentali:

1. Trasferimento di capitali tra operatori economici che ne accumulano (famiglie) e gli operatori che invece ne fanno domanda (pubblica amministrazione ed imprese);

2. Redistribuzione dei rischi economici tra i medesimi operatori.

La funzione del *trasferimento del risparmio* si realizza attraverso l'emissione di strumenti finanziari da parte dei soggetti in disavanzo finanziario, in altre parole quelli che, con riferimento ad un dato intervallo di tempo, non dispongono di sufficiente capitale per far fronte ai propri pagamenti, e la loro cessione, in cambio di capitale, ai soggetti in avanzo finanziario, vale a dire quelli che, sempre per un certo intervallo di tempo, dispongono di capitale in eccesso rispetto ai propri pagamenti. Il processo di accumulo di avanzi finanziari da parte delle famiglie è legato alla necessità che queste hanno di disporre di riserve di capitale per scopi precauzionali, per esempio far fronte a pagamenti imprevisti, per finanziare l'acquisto di beni di consumo durevole, in genere di elevato valore unitario, o per scopi previdenziali, ossia per finanziare consumi successivi alla cessazione dell'attività lavorativa. Il fenomeno dell'accumulo di disavanzi finanziari da parte delle imprese dipende invece dalla necessità che queste hanno di disporre della capitale necessaria per realizzare degli investimenti produttivi prima che questi, una volta completati e avviati, comincino a generare redditi. L'accumulo di disavanzi finanziari da parte della pubblica amministrazione dipende, infine, dalla frequente necessità legata a ragioni di politica economica, di disporre di capitale per far fronte a un eccesso di pagamenti (spesa pubblica) rispetto agli incassi (in prevalenza entrate tributarie).

La funzione di *redistribuzione dei rischi* tra gli operatori viene anch'essa realizzata attraverso l'emissione e lo scambio di strumenti finanziari, solo che in questo caso è rilevante, non tanto il trasferimento del capitale, quanto la natura dello strumento finanziario emesso. Infatti, quando le imprese emettono strumenti finanziari che attribuiscono ai sottoscrittori dei diritti differenti – quanto a misura e variabilità della remunerazione, a modalità di rimborso, a modalità di partecipazione al governo dell'impresa, ecc… − esse attuano una redistribuzione del complessivo rischio imprenditoriale tra questi soggetti. La ragione dell'emissione di strumenti finanziari diversi è legata alla necessità di adeguare questi ultimi alle diverse preferenze degli investitori, in termini di propensione al rischio, propensione alla liquidità, aspettative di remunerazione e così via. La differenziazione degli strumenti e la numerosità degli emittenti consentono poi agli investitori, attraverso acquisti e vendite sul mercato, di adattare ancora meglio la struttura dei propri impieghi alle proprie preferenze costruendo portafogli diversificati. Vi sono, infine, particolari segmenti del mercato in cui vengono scambiati strumenti specificatamente rivolti al trattamento del rischio, quali gli strumenti assicurativi (polizze) e gli strumenti di copertura (opzioni, *futures*, *swaps* , …).

Il mercato finanziario viene tradizionalmente distinto, in funzione della natura degli strumenti finanziari oggetto degli scambi, in tre segmenti: *mercato creditizio*, in cui vengono emessi e rimborsati strumenti personalizzati sulla base delle caratteristiche individuali dei contraenti e non destinati alla circolazione, detti appunto creditizi; *mercato mobiliare*, in cui vengono emessi, rimborsati e scambiati strumenti standardizzati destinati alla circolazione, detti per questo mobiliari e *mercato assicurativo*, in cui vengono emessi strumenti finalizzati a trasferire i rischi su tutti gli operatori esposti al medesimo rischio secondo il meccanismo dell'assicurazione.

A seconda della durata degli strumenti finanziari scambiati si distinguono, invece, il *mercato monetario*, in cui vengono scambiati strumenti con scadenze brevi, dal *mercato dei capitali*, in cui vengono scambiati titoli a più lunga scadenza o a scadenza indeterminata.

Infine, in base al momento di emissione degli strumenti finanziari scambiati si distinguono il *mercato primario*, in cui vengono scambiato titoli di nuova emissione tra emittenti e investitori, realizzando così il trasferimento del risparmio e il *mercato secondario*, in cui vengono scambiati tra investitori titoli già emessi in epoca precedente, consentendo di fatto, attraverso la loro vendita, di trasformare in moneta gli strumenti finanziari indipendentemente dalla loro naturale scadenza. I mercati primario e secondario sono strettamente collegati quanto a funzionalità ed efficienza. Senza un mercato secondario che garantisca la possibilità di liquidare rapidamente e con costi e rischi contenuti il proprio investimento, nessun operatore sottoscriverebbe mai un'obbligazione con scadenza trentennale. D'altra parte soltanto continuo apporto di nuove emissione consente al mercato secondario di espandersi e di diventare sempre più liquido.

1.1.1 Caratteristiche del mercato finanziario italiano.

Gli elementi che caratterizzano la morfologia di un mercato finanziario, sono fondamentalmente:

a) Il volume e la distribuzione dei saldi finanziari settoriali (famiglie, imprese non finanziarie, pubblica amministrazione, istituzioni finanziarie ed estero);

b) Il volume e la distribuzione dello stock di attività e passività finanziarie tra i medesimi settori;

c) Le modalità prevalenti di trasferimento dei saldi finanziari (dirette, tramite mercati regolamentati o indirette, tramite intermediari finanziari).

Il primo elemento determina il fabbisogno di trasferimento di risorse finanziarie tra le unità del sistema. Più in particolare, i saldi positivi e negativi costituiscono rispettivamente l'offerta e la domanda annuale aggiuntiva di fondi da trasferire. Dalla stratificazione nel tempo dei saldi ha origine lo stock di strumenti finanziari esistenti sul mercato, che è soggetto ad una continua trasformazione qualitativa, realizzata tramite il rimborso di strumenti scaduti e l'emissione nuovi strumenti. La natura dei canali di trasferimento utilizzati, infine, dipende non soltanto da considerazioni di convenienza relativa ma anche da ragioni di politica economica e da motivazioni culturali.

Il mercato finanziario italiano, dai primi anni Settanta fino agli anni Novanta, si è caratterizzato per un grado molto elevato di dissociazione tra saldi attivi (famiglie) e saldi negativi (imprese e pubblica amministrazione). Tale circostanza ha comportato l'accumulo di un imponente stock di strumenti finanziari. Il trasferimento del risparmio dalle famiglie alla pubblica amministrazione è avvenuto prevalentemente attraverso il mercato primario dei titoli di stato (BOT, CTT, BTP ecc..), mentre quello dalle famiglie alle imprese attraverso l'interposizione del sistema bancario, ossia secondo la modalità più coerente con le caratteristiche del sistema industriale italiano, prevalentemente formato da imprese «giovani», in gran parte costituite a partire dal secondo dopo guerra, e di medio-piccole dimensioni, e pertanto inadatte a proporsi come emittenti di titoli da collocare direttamente presso il pubblico dei risparmiatori.

Per completare lo scenario relativo al ventennio compreso tra i primi anni Settanta e i primi anni Novanta va ricordato come, da un lato, l'instabilità monetaria (tasso di inflazione elevato e variabile) e, dall'altro, l'inefficienza tecnica dei mercati secondari italiani (la borsa, fino al 1991 ha operato con modalità sostanzialmente identiche a quelle stabilite con la legge del 1913), hanno gravemente ostacolato lo sviluppo del mercato dei titoli a scadenza medio-lunga (obbligazioni) e indeterminata (azioni). Lo scenario appena descritto ha iniziato a modificarsi a partire dal primi anni Novanta.

1.2 Gli strumenti finanziari.

Di seguito sono definiti brevemente i diversi strumenti finanziari che vengono scambiati nei mercati finanziari.

Uno strumento finanziario il cui valore è legato al prezzo di altri strumenti principali, detti *sottostanti* (materie prime, valute, tassi di interesse, titoli o indici azionari) viene definito *derivato.*

Si tratta di un contratto per regolazione futura (a termine) che stabilisce la compravendita futura di un'attività finanziaria sulla base di specifiche condizioni contrattuali relative al prezzo e alla qualità di ciò che verrà scambiato. Rientrano nella definizione data i seguenti strumenti finanziari: *forward*, opzioni, *futures*, *swaps*, *warrant* e *covered warrant.*

La negoziazione di prodotti derivati ha principalmente scopi legati alla gestione dei rischi finanziari, in particolare:

- Copertura delle posizioni (*hedging*): come forma di assicurazione, è possibile controbilanciare possibili future oscillazioni di prezzo del sottostante con oscillazioni di segno opposto sul mercato dei derivati;

- Arbitraggio: è possibile approfittare del diverso andamento sui due mercati (derivato e sottostante, che devono comunque coincidere alla scadenza del contratto) vendendo uno strumento e acquistando l'altro in modo da ricavarne un profitto certo.

1.2.1 Futures e opzioni.

Con i contratti *futures*, le controparti s'impegnano a scambiarsi, in una data prefissata e ad un prezzo definito dal contratto, l'ammontare di strumenti finanziari o di uno specifico bene reale sottostante al contratto, con un prezzo che viene stabilito oggi sulla base di una serie di elementi tra cui il più importante è il prezzo del sottostante (detto *spot*), determinato sul mercato corrispondente, oppure il tasso di interesse di mercato, i costi di immagazzinamento nel caso di materie prime, il differenziale di tasso di interesse nel caso di cambio e così via.

Si possono stipulare *futures* su attività reali (*commodity futures*, nel qual caso alla scadenza del contratto è prevista la consegna fisica del bene) o su attività finanziarie (*financial futures*), su tassi di interesse (*interest rate futures*), valute (*currency futures*) o indici azionari (*stock index futures*). Nel caso dei *financial futures*, quando arriva a scadenza il contratto non si conclude con la consegna del sottostante; usualmente la posizione viene chiusa con la liquidazione del differenziale tra prezzo di mercato e prezzo stabilito in sede contrattuale.

A fronte di ciascuna trattazione di tipo *futures*, ci sono quindi due attori: uno che contrae l'obbligazione di consegnare una quantità (venditore o posizione *short*) e l'altro che contrae l'obbligazione di pagare il prezzo pattuito (acquirente o posizione *long*).

I *futures* sono quotati e negoziati su mercati specializzati e regolamentati secondo specifici standard contrattuali.

Acquistando un contratto di opzione si acquisisce, a fronte del pagamento di un prezzo, un diritto all'acquisto (opzione *call*) o alla vendita (opzione *put*) di un'attività sottostante (finanziaria o reale), ad un prezzo fissato nel contratto (*strike price* o prezzo di esercizio).

Fra i tipi di opzioni le più note sono l'opzione americana, con la quale il compratore può esercitare in ogni momento e fino alla data di scadenza il diritto acquisito, e l'opzione europea, con la quale il diritto può essere esercitato solo a scadenza. Il valore dell'opzione è determinato dall'andamento del sottostante al momento dell'esercizio dell'opzione e tipicamente fa riferimento alla differenza fra il valore del sottostante e il prezzo di esercizio, al netto del prezzo pagato.

Diversamente dal contratto *futures*, in cui entrambi le controparti s'impegnano ad eseguire a scadenza le condizioni definite nel contratto stesso, un'opzione è un contratto che offre un diritto alla controparte che paga il prezzo di acquisto dell'opzione, ed implica l'adempimento di un obbligo per il contraente. Il prezzo costituisce la massima perdita per l'acquirente (in caso di andamento di mercato sfavorevole per il sottostante) oppure rappresenta l'entità della riduzione del profitto (in caso di andamento favorevole).

Il contratto di opzione sono negoziati sia sui mercati regolamentati che sui mercati *over the counter*. Il diritto di opzione può riguardare molteplici strumenti sottostanti quali materie prime, azioni, obbligazioni, tassi di cambio, tassi di interesse, *futures* stessi, *swaps*, indici oppure anche la data di esecuzione del contratto, la qualità della merce scambiata o il luogo dello scambio.

1.3 Le tecniche di Asset Allocation.

Già nel 1926, una prestigiosa rivista finanziaria americana, raccomandava che il portafoglio di un investitore fosse costituito per il 25% da obbligazioni di ottimo credito, per il 25% da azioni ordinarie di affidabili società, per un altro 25% da azioni privilegiate di rinomate aziende, e per il rimanente 25% da titoli di natura speculativa. Probabilmente, ai giorni d'oggi, questa diversificazione di strumenti finanziari non è la più azzeccata, ma l'importanza dell'*asset allocation* nel processo decisionale d'investimento rimane essenziale. Studi svolti[1] hanno stimato che la scelta dell'*asset allocation*, vale a dire le categorie di attività finanziarie nelle quali investire, influisce per il 91,5% sulla differenza di rendimento conseguita da differenti portafogli, mentre lo *stock picking*, processo di scelta di un particolare titolo, n'è responsabile solamente per il 4,6% ed il *market timing*, capacità di scegliere il momento più adatto per comprare o vendere un determinato titolo, per l'1,8%. E' facile, quindi, comprendere perché negli ultimi anni se ne faccia un gran parlare, ma non è sempre stato così. In precedenza, si era soliti suddividere il patrimonio investito per il 60% in azioni e per il restante 40% in obbligazioni, anche se tale percentuale poteva variare secondo l'età dell'investitore, delle sue entrate finanziarie, dei figli a carico. Nel frattempo, però, le finalità dell'*asset allocation* sono cambiate, e non si limitano più alla mera diversificazione fra titoli azionari e titoli obbligazionari, per limitare la volatilità del portafoglio. Si spingono oltre, alla ricerca del massimo ritorno atteso, per un dato livello di rischio; o, viceversa, del minimo rischio, per un dato rendimento atteso. L'ottimizzazione di questo processo matematico, definito media-varianza, è stato sviluppato dall'economista americano Harry Markowitz[2] nel 1952. Le variabili necessarie per applicare questo metodo di ricerca sono: il rendimento e la deviazione standard attesi per un dato asset di prodotti, ed il fattore di

[1] G.P.Brison, L.R.Hood, G.L.Beebower (1986 e 1991)
[2] Markowitz, H.M.(1952)

correlazione esistente tra loro, variabile da 1 a 0 e da cui dipenderà, poi, il peso che verrà assegnato a ciascuno di questi all'interno del portafoglio.

Per stimare il rendimento atteso esistono due strade:

a) Valutare i possibili s scenari futuri e, di conseguenza, i probabili s rendimenti (r_t) per ciascun titolo e la relativa probabilità (p_t). Il rendimento atteso μ è dato da:

$$(1.1) \qquad \mu = \sum_{t=1}^{s} r_t * p_t$$

b) Utilizzare dati storici. Se si intende investire ad esempio con un orizzonte temporale di cinque anni è possibile prendere il rendimento medio degli ultimi cinque anni e ipotizzare che anche per i prossimi cinque il titolo presenterà andamento analogo. Questo è un metodo semplice ma sconsigliabile data la scarsa attendibilità della previsione, ma è senz'altro utile per le stime necessarie nel procedimento precedente. Non si può stimare il futuro senza tener conto del passato.

La varianza σ^2 e la deviazione standard σ rappresentano una misura universale del rischio che può essere applicata a qualsiasi attività finanziaria. La procedura di determinazione della varianza dipende da quella adottata per il rendimento atteso:

a) Se per il rendimento atteso si usa la stima dei possibili scenari, per ogni titolo la varianza è data da:

$$(1.2) \qquad \sigma^2 = \sum_{t=1}^{s} (r_t - \mu)^2 * p_t$$

b) Se per il rendimento atteso si usa il rendimento medio passato allora si possono usare i valori storici anche per la varianza.

La correlazione lineare ρ misura la tendenza di due attività finanziarie a muoversi nella stessa direzione e con la stessa intensità. Può assumere valori compresi tra -1 e +1. Il rischio di un portafoglio si riduce al diminuire della correlazione esistente tra le attività stesse. Con questi dati si riesce ad effettuare la ripartizione del capitale fra gli n titoli, al variare del mix il portafoglio P, che di volta in volta si ottiene, descrive sul piano σ, μ l'insieme dei portafogli ammissibili.

Il rendimento di un generico portafoglio P è dato dalla somma dei rendimenti attesi dei singoli titoli ponderati per la quota x_i in cui sono presenti nel portafoglio stesso:

(1.3) $$R_P = \sum_{i=1}^{n} x_i * \mu_i$$

Mentre la varianza di portafoglio è la somma ponderata della varianza dei singoli titoli cui va aggiunta la covarianza che tiene conto della correlazione tra i titoli ($\sigma_{ij} = \sigma_i * \sigma_j * \rho_{ij}$):

(1.4) $$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 * \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i * x_j * \sigma_{ij} \qquad \text{e } i \neq j.$$

La linea che congiunge i punti della frontiera superiore dell'insieme dei portafogli ammissibili è detta frontiera efficiente perché è composta di un insieme di punti (portafogli) ognuno dei quali rappresenta il massimo rendimento ottenibile per ogni livello di rischio, oppure il minimo rischio sopportabile per ogni livello di rendimento sperato.

Il rischio che può essere potenzialmente eliminato con la diversificazione del portafoglio, è chiamato *rischio specifico*. Tale rischio deriva dal fatto che molti dei pericoli che circondano una singola impresa sono peculiari di quest'impresa e forse dei diretti concorrenti. Ma c'è in ogni caso un rischio che è inevitabile, per quanto si possa diversificare un portafoglio. Questo rischio è generalmente conosciuto come *rischio sistematico* o *del mercato*. Il rischio sistematico deriva dalla constatazione che ci sono problemi e pericoli che interessano l'intera economia, rappresentando una minaccia per tutte le attività.

Il rischio di un portafoglio ben diversificato dipende dal rischio sistematico dei titoli inclusi nel portafoglio stesso. Per poter conoscere il contributo di un singolo titolo al rischio di un portafoglio ben diversificato, è necessario misurare il suo rischio sistematico e ciò si riconduce alla misurazione di quanto il titolo è sensibile ai movimenti del mercato. Questa sensibilità del rendimento di un investimento ai movimenti del mercato è usualmente chiamata *beta* (β). Nel modello di Scarpe, il rischio apportato dal titolo j-esimo, risulta:

(1.5) $$R_j = R_f + \beta_j (R_m - R_f)$$

dove R_f rappresenta il rendimento di un investimento con tasso privo di rischio e $R_m - R_f$ rappresenta il premio per il rischio. Il coefficiente *beta* è inteso come misura del rapporto tra il grado di variabilità del rendimento di un'azione rispetto alle variazioni del mercato azionario nel suo complesso. In formula:

(1.6) $$\beta_j = \frac{Cov(R_m, R_j)}{Var(R_m)} = \frac{\rho_{j,m}\sigma_j\sigma_m}{\sigma_m^2} = \rho_{j,m}\frac{\sigma_j}{\sigma_m}$$

dove $Cov(R_m, R_j)$ esprime la covarianza esistente tra il rendimento espresso dal portafoglio di mercato (R_m) e quello del titolo j-esimo (R_j), $Var(R_m)$ rappresenta la varianza espressa dai rendimenti del portafoglio di mercato, $\rho_{j,m}$ indica il coefficiente di correlazione lineare esistente tra il rendimento del titolo j-esimo e quello espresso dal portafoglio di mercato e, infine, σ rappresenta la deviazione standard dei rendimenti. Dalla (1.6) si deducono facilmente le fondamentali implicazioni del modello di Sharpe:

1. Il portafoglio di mercato ha un $\beta = 1$, in quanto il rapporto varianza-covarianza è calcolato rispetto allo stesso mercato. Il valore 1 segna anche la linea di demarcazione fra due diversi tipi di titoli;

2. I titoli con $\beta > 1$ esprimono una variabilità maggiore rispetto a quella del portafoglio di mercato e per questo sono definiti in gergo “aggressivi”: questi titoli “battono” sempre il mercato, tanto in positivo quanto in negativo cioè guadagnano più del mercato in caso di rialzi, perdono più del mercato in caso di ribassi;

3. I titoli con $\beta < 1$ sono caratterizzati da una variabilità minore rispetto a quella del portafoglio di mercato e per questo sono definiti in gergo “difensivi”: questi titoli “sono sempre battuti” dal mercato, cioè guadagnano meno del mercato in caso di rialzi e perdono meno del mercato in caso di ribassi.

La figura seguente mostra la frontiera efficiente applicando il modello di Markowitz, considerando il rendimento di mercato $\mathbf{r_m}$, che ha un *beta* unitario, e il tasso di privo di rischio $\mathbf{r_f}$, che invece ha un *beta* nullo. L'asse orizzontale del grafico riporta i valori della volatilità dei portafogli (il rischio), l'asse verticale, i valori del rendimento atteso dal portafoglio.

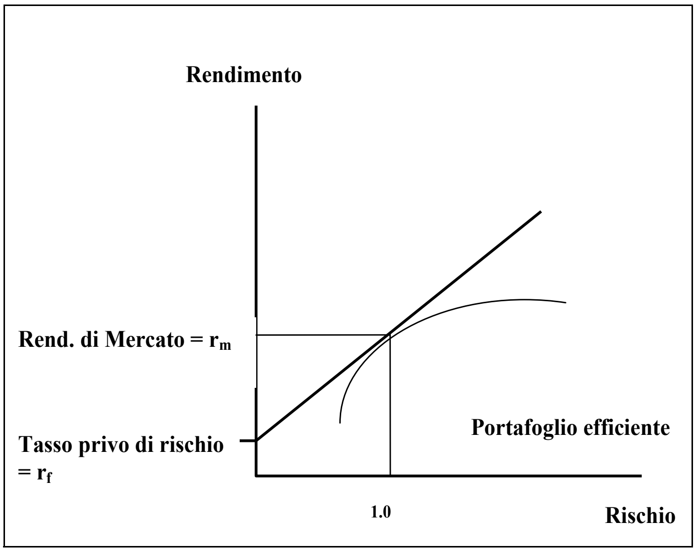


Figura 1.2: Frontiera efficiente

Il modello di Markowitz non prevede il confronto con il *benchmark*, in pratica la ricerca del portafoglio ottimo viene effettuata indipendentemente dall'esistenza di un *benchmark*. Tuttavia poiché spesso gli intermediari finanziari sono interessati ad una gestione più in linea con l'andamento del *benchmark*, spesso vengono applicati modelli che consentono di determinare l'*asset allocation* del portafoglio in relazione a quella di un *benchmark*. Quando l'obiettivo della gestione non è massimizzare il rendimento assoluto del portafoglio, ma è rimanere allineati al *benchmark*, spesso si utilizzano modelli che hanno come punto di partenza l'*asset allocation* del *benchmark*. Gli algoritmi di calcolo sono molto simili a quelli visti per determinare il portafoglio efficiente; ciò che cambia in modo significativo è la funzione obiettivo, che diventa in questo caso minimizzare la *tracking error variance*[3]. In tal modo ci si assicura che lo scostamento dal *benchmark* non sia significativo. Il risultato che si ottiene è un portafoglio che consente di replicare in termini di rischio e rendimento il *benchmark*, quindi questa tipologia di ottimizzazione è molto adatta alle gestioni di tipo passivo.

I modelli di ottimizzazione visti fino ad ora sono modelli tradizionali, comunemente utilizzati dagli operatori. Ne esistono tuttavia di nuovi e più aggiornati, formulati per allentare le ipotesi e adattarli maggiormente alla complessità dei mercati, come i modelli dinamici e i modelli basati sulla simulazione di Monte Carlo. I modelli dinamici coinvolgono variabili dinamiche che si muovono nel tempo, tipicamente i prezzi delle azioni: mentre nel modello di Markowitz si ipotizza che il portafoglio venga mantenuto costante nel tempo, nei modelli dinamici viene ricalcolato il suo valore ad intervalli predefiniti ipotizzando che i rendimenti delle

[3] $e_i = R_i - [b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + .. + b_{in}F_n]$ dove e_i rappresenta il rendimento non attribuibile ai fattori, R_i è il rendimento dell'attività i-esima, $F_1 ... F_n$ rappresentano il rendimento di classi di attività e b_{ij} sono i coefficienti che esprimono la sensibilità di R_i rispetto ai fattori.

attività finanziarie si muovano in un certo modo. Alcuni modelli di ottimizzazione invece utilizzano il metodo della simulazione di Monte Carlo per determinare il risultato. La metodologia consiste nel simulare un numero elevato di scenari di rischio - rendimento per poi trarre un risultato di sintesi.

1.4 I rischi della nuova finanza.

La globalizzazione dei mercati finanziari implica anche la globalizzazione dei rischi sottostanti. Ad esempio, un prestito a tasso fisso in yen concesso da una banca statunitense a una banca giapponese contiene (almeno) tre categorie di rischio: un rischio di tasso di cambio, un rischi di tasso di interesse e un rischio di credito.

Le diverse tipologie di rischio possono essere mitigate utilizzando alcuni strumenti finanziari; ad esempio, la banca statunitense potrebbe coprirsi dal rischio di cambio entrando in uno *swap* di cambio, cioè scambiando dollari contro yen a un prefissato tasso; oppure potrebbe utilizzare un *interest rate swap* per convertire il prestito da tasso fisso a tasso variabile; infine, per immunizzarsi contro il rischio di credito, la banca potrebbe entrare in un *credit swap*, così da trasferire ad altri il rischio di fallimento della controparte. In aggiunta a questi strumenti, il mercato e l'ingegneria finanziaria hanno sviluppato (e continuano a sviluppare) numerose altre forme di copertura, come lo sono i *futures*, i contratti *forward*, le opzioni, eccetera.

I principali rischi a cui sono sottoposte le istituzioni finanziarie, sono:

- *Rischio di mercato (market risk)*
  Il rischio di mercato sorge da movimenti indesiderati nei prezzi, nei tassi di interesse, nei tassi di cambio, nelle volatilità delle opzioni. Un'importante estensione della moderna teoria di portafoglio è rappresentata dalle tecniche di valore a rischio (VaR) che rappresentano storicamente il primo passo dei sistemi di *risk management* finalizzato alla stima statistica delle probabilità di perdita monetaria. Attualmente, è in corso un processo di raffinamento delle tecniche di VaR, soprattutto volto a sviluppare procedure di *stress testing*[4]: come ha dimostrato la crisi asiatica, i modelli VaR sono incapaci di incorporare gli effetti più drastici del movimento delle variabili di mercato, in particolare i fenomeni di "rottura" delle correlazioni storiche.

- *Rischio di credito (credit risk)*
  Il rischio di credito fa riferimento all'incapacità (potenziale) di una controparte di soddisfare i propri impegni contrattuali (si parla allora di

[4] Si veda il capitolo 3

fallimento della controparte o *counterparty default risk*). Per una banca il rischio di credito rappresenta il principale fattore di rischio, e tuttavia minore è stata l'attenzione e lo sviluppo metodologico ad esso riservato. Solo recentemente la situazione si è modificata. J.P. Morgan ha sviluppato CreditMetrics, mentre la Credit Suisse Financial Products ha introdotto CreditRisk+. Il fine comune di queste metodologie, un fine analogo alle metodologie VaR, è quello di stimare la perdita probabile di un portafoglio di esposizioni al rischio di credito e di valutare l'ammontare di capitale necessario per sostenerla.

- *Rischio di liquidità (liquidity risk)*
  Il rischio di liquidità fa riferimento a quelle situazioni in cui il possessore di uno strumento finanziario incontra difficoltà a trasferire tale strumento prontamente e a prezzi convenienti. Attualmente, sono in corso promettenti ricerche che tentano di applicare la metodologia del VaR al rischio di liquidità.

- *Rischio operativo (operational risk)*
  Il rischio operativo è il rischio che operazioni improprie di elaborazione o gestione dei sistemi si traducano in perdite monetarie. Esso comprende le perdite che possono verificarsi in caso di fallimento del sistema di controlli, di trading non autorizzato, di frode da parte delle funzioni di *front* e *back office*, d'inesperienza del personale, di sistemi informatici carenti, instabili o inadeguati. In generale, una società con elevati rischi operativi è anche una società ad elevato rischio di credito, in quanto la probabilità di fallimento è maggiore in presenza di sistemi operativi inadeguati.

- *Rischio di regolamento (settlement risk)*
  Il rischio di regolamento è il rischio derivante dal mancato funzionamento dei sistemi di pagamento (*settlement*). Esso è un rischio misto, nel senso che l'origine del mancato pagamento può derivare dall'incapacità della controparte di saldare i propri debiti (rischio di credito) oppure da difficoltà tecniche (rischio operativo). Per attenuare la portata dei rischi di regolamento sono nati nuovi contratti finanziari. Inoltre, la stessa funzione viene svolta dai sistemi di consegna-contro-pagamento (*delivery-versus-payment*) nonché dalla presenza di numerose Casse di compensazione e garanzia (*clearing house*) nei mercati regolamentati.

In generale, sebbene i sistemi di stima del rischio di mercato siano ormai a un livello di definizione e di utilizzo avanzato, è ancora lontano l'obiettivo di integrare il rischio di mercato, di liquidità, di credito e operativo in un unico modello. Al contrario, l'integrazione finanziaria mondiale e lo sviluppo di nuove linee di business, rende la gestione integrata dei rischi di mercato, di liquidità, di credito e operativi un fattore chiave di successo locale e di stabilità globale del sistema. Per le istituzioni a estensione mondiale, poi, la corretta gestione dei rischi di regolamento e operativi si configura come una misura di reputazione. In un certo senso, la globalizzazione della finanza e dei rischi ha condotto a un nuovo mondo in cui i rischi sistemici si sono abbassati, creando nel contempo nuove categorie di rischio.

Capitolo 2:

L'ACCORDO DI BASILEA

2.1 Storia dell'accordo di Basilea.

Il Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria è stato costituito nel dicembre 1974 dai Governatori delle banche centrali dei paesi appartenenti al G-10[5] ed è stata stabilita la sede della segreteria presso la Banca dei Regolamenti Internazionali[6], a Basilea in Svizzera. Lo scopo principale del comitato era, ed è tuttora, quello di incrementare la collaborazione internazionale in tema di supervisione sul sistema bancario, per giungere ad un'effettiva vigilanza sovranazionale. Il primo lavoro di un certo respiro ha riguardato l'individuazione di requisiti standard di adeguatezza patrimoniale delle banche per quanto riguarda il rischio di credito. Questo ha portato alla pubblicazione[7] nel 1988 del *Basel Capital Accord* che è stato completamente implementato nel 1992 nella legislazione di vigilanza bancaria dei paesi facenti parte del G-10 e successivamente da numerosi altri fino ad affermarsi come standard

[5] Gruppo dei 10 è composto da Belgio, Canada, Francia, Germania, Italia, Giappone, Olanda, Svezia, Regno Unito, Stati Uniti

[6] La Banca dei Regolamenti Internazionali (BRI) è un organismo internazionale che promuove la cooperazione monetaria e finanziaria internazionale, con sede a Basilea in Svizzera.

[7] Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1988).

internazionale. Attualmente più di cento paesi hanno aderito a tale accordo modificando le rispettive legislazioni[8].

L'accordo ha subito negli anni successivi una serie di critiche, tra le quali è quella di non contemplare i rischi di mercato. Questi assunsero negli anni successivi alla pubblicazione un'importanza sempre più rilevante all'interno del sistema bancario, tale da spingere molti istituti, specialmente statunitensi, a studiare modelli specifici per il calcolo di tali rischi.

I modelli basati sul VaR, sviluppato nei primi anni novanta da alcune delle maggiori banche statunitensi, e reso popolare nella versione della banca *J.P. Morgan* è diventato gradualmente lo standard operativo del settore[9], tanto da indirizzare lo stesso Comitato di Basilea verso l'approvazione del suo utilizzo in alternativa a un più semplice metodo standard, per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato. Infatti, dopo un primo lavoro a fini di consultazione del 1993, si è riunito un comitato di studio che nel 1994 ha effettuato un test empirico affidando ad una serie di banche il calcolo del VaR di un identico portafoglio di prova secondo i loro modelli interni. Questo lavoro è servito al comitato per analizzare le principali caratteristiche dei modelli, dei dati e dei metodi di verifica dei risultati, che sono stati commentati e pubblicati nel 1995[10] insieme alla proposta ufficiale[11] di emendamento all'accordo del 1988 per incorporare i rischi di mercato. Nel gennaio dell'anno successivo si è giunti all'approvazione ufficiale dell'emendamento e alla sua pubblicazione, insieme ad alcuni documenti di approfondimento[12]. Data la complessità e la sostanziale novità dell'approccio basato sul VaR per il calcolo del rischio di mercato, soprattutto in ambito europeo e per le banche di medie e piccole dimensioni, l'emendamento ha previsto due metodi alternativi per il calcolo del patrimonio di vigilanza a fronte dei rischi di mercato: un metodo *standard*, denominato "a blocchi", e un modello interno basato sul VaR.

2.2 Il patrimonio di vigilanza.

L'accordo del 1988, che contemplava esclusivamente il rischio di credito, definiva in maniera precisa le poste del bilancio bancario che potevano essere utilizzate come patrimonio ai fini di vigilanza a fronte di tali rischi. Nella fattispecie, visto l'orizzonte di medio termine legato al rischio di credito, le componenti utilizzabili come patrimonio di vigilanza sono state individuate anch'esse in un'ottica di medio periodo, distinguendo tra patrimonio di primo (o di base) e di secondo

[8] Jorion (2000).
[9] J. P. Morgan e Reuters (1996).
[10] Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1995c).
[11] Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1995a e 1995b).
[12] Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1996).

livello (o supplementare). Senza entrare nei dettagli, e senza per questo perdere troppo in precisione[13], il capitale versato, le riserve senza specifica destinazione e il fondo rischi bancari generali fanno parte del patrimonio di base. Il patrimonio supplementare comprende le riserve di rivalutazione, i fondi rischi, gli strumenti "ibridi" di patrimonializzazione[14] e le passività subordinate[15] con scadenza di almeno 5 anni.

L'emendamento all'accordo per contemplare i rischi di mercato ha modificato anche la definizione di capitale utilizzabile ai fini di vigilanza. Visto l'orizzonte temporale di breve termine di tale tipo di rischi, è stata introdotta un'ulteriore definizione di patrimonio di terzo livello che si va a sommare ai primi due, e che può essere utilizzato solamente a fronte del rischio di mercato. Sono utilizzabili a tale scopo le passività subordinate con scadenza di almeno due anni, e con una serie di altre caratteristiche contrattuali specifiche[16]. Inoltre sono stati posti alcuni limiti al valore di tale aggregato in rapporto al patrimonio di primo e di secondo livello.

2.3 Il metodo standard.

Per calcolare il rischio di mercato, oltre al metodo basato sui modelli interni, l'emendamento all'Accordo di Basilea prevede la possibilità di utilizzare il metodo standard, specialmente per quelle banche che non hanno le competenze necessarie per implementare modelli basati sul VaR. La procedura prevede il calcolo separato del rischio derivante dai tassi di interesse, dalla posizione in azioni, dal cambio, dalla posizione in merci e da quella in opzioni. Mentre per i primi quattro tipi di rischio il procedimento è unico, per il rischio negli strumenti derivati vengono presentati alcuni metodi alternativi tra i quali le autorità di vigilanza dei singoli paesi possono scegliere in modo autonomo. Il rischio complessivo, che determina il capitale di vigilanza minimo, sarà dato dalla somma aritmetica del rischio associato ad ognuna delle cinque categorie, senza possibilità di usare le correlazioni tra tali fattori, come invece possibile nel metodo basato sui modelli interni. Il calcolo del rischio relativo ai due primi fattori: tassi di interesse e posizioni in azioni, viene ulteriormente diviso in rischio specifico e rischio generico. Il primo è sostanzialmente legato all'emittente del titolo e alla sua probabilità di *default* (per i titoli di debito), e alla volatilità idiosincratica dei prezzi (per le azioni), mentre il secondo è legato all'andamento generale del mercato.

---

[13] Per ulteriori approfondimenti si veda Nadotti (1995).

[14] Sono passività irredimibili, cioè rimborsabili su richiesta dell'emittente e con autorizzazione dell'organo di vigilanza.

[15] Sono contratti che prevedono che, in caso di liquidazione dell'emittente, il debito sia rimborsabile solo dopo aver pagato tutti i creditori ordinari.

[16] Si veda Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1996a).

Nella fattispecie per il tasso di interesse il rischio specifico è legato alla qualità dell'emittente il titolo, mentre quello generico all'andamento dei tassi di mercato. Per la posizione in azioni il rischio specifico è dato dalla posizione della banca in una singola azione, sia in acquisto (posizione *long*) che in vendita (posizione *short*), mentre quello generico è legato alla posizione netta sul mercato nel suo complesso, vale a dire data dalla somma delle posizioni *long* e *short*.

Per il calcolo del rischio specifico legato al tasso di interesse gli emittenti i titoli sono suddivisi in cinque categorie alle quali vengono assegnati pesi diversi, dipendenti sia dalla natura dell'emittente, sia dalla scadenza del titolo. Per il rischio generico vengono proposti due metodi alternativi: il primo basato sulla scadenza residua dei titoli, il secondo, più preciso, sulla *duration*[17] degli stessi. In entrambi i casi il patrimonio complessivo minimo a fronte del rischio di interesse è dato dalla somma di quattro componenti: la posizione netta, sia essa in acquisto o in vendita, di tutto il portafoglio; una quota limitata, crescente con la scadenza, delle posizioni bilanciate in titoli in singole fasce temporali; una quota più elevata delle posizioni bilanciate tra diverse fasce temporali – all'interno di queste tre componenti vanno inserite anche le posizioni in derivati sui tassi – un valore derivante dalla eventuale posizione in opzioni.

Il Comitato di Basilea ha cercato in questo modo di tenere conto degli effetti sui prezzi dei titoli sia di un movimento parallelo della curva dei tassi di interesse, sia di un movimento di segno opposto tra la parte a breve e quella a lunga scadenza. Il rischio legato alla posizione in azioni – anche in questo caso previo inserimento del sottostante alle posizioni in derivati – viene diviso in rischio specifico, pari all'8% del valore del portafoglio, e in rischio generico, sempre pari all'8%. La eventuale posizione in opzioni viene calcolata separatamente. Per il rischio legato al tasso di cambio la percentuale è sempre dell'8%, ma viene applicata, una volta trasformate in valuta nazionale tutte le posizioni in valuta estera, al maggiore, in valore assoluto, tra la posizione corta e quella lunga, più la posizione in oro, che sia corta o lunga. Il rischio sulle merci può essere calcolato con due modelli, uno più semplificato ed uno più complesso, che tiene conto di altri fattori di rischio, oltre che del prezzo. Il calcolo in entrambi i metodi viene fatto sulle posizioni nette senza possibilità in generale di compensazioni fra merci diverse, anche se viene lasciata discrezionalità alle autorità di vigilanza per compensazioni all'interno di classi di merci simili. Il rischio derivante dalle posizioni in opzioni, data la sua complessità, prevede diversi metodi: uno semplificato, per le banche con una limitata operatività, e due più complessi, il metodo *delta-plus*, che tiene conto anche delle greche delle opzioni, e l'approccio di scenario che calcola le variazioni del prezzo sulla base di diversi scenari di variazione degli indici sottostanti (tassi di interessi, indici di borsa, ecc.).

---

[17] La *duration* di un titolo di debito è una misura temporale di rischio che viene utilizzata per approssimare la variazione del prezzo del titolo al variare del tasso di interesse. Viene calcolata tenendo conto non solo della vita residua, ma anche delle eventuali cedole e del prezzo di mercato del titolo.

Il patrimonio minimo per ogni fattore di rischio – tasso di interesse, azioni, tasso di cambio, merci e opzioni – calcolato nei modi visti viene poi sommato algebricamente, senza possibilità di utilizzare la correlazione tra i fattori, per ottenere il patrimonio minimo a fini di vigilanza a fronte dei rischi di mercato.

2.4 I controlli interni.

Dopo la pubblicazione dell'emendamento all'Accordo di Basilea i membri del Comitato hanno spostato la loro attenzione verso i sistemi di controllo interni alle banche, quindi dalla quantificazione del rischio alla sua gestione[18].

Uno dei problemi da affrontare, dopo aver correttamente rilevato e quantificato il rischio, è quello di portarlo a conoscenza della Direzione della banca, che deve predisporre le opportune azioni strategiche per il suo controllo, con l'individuazione di eventuali limiti operativi. La predisposizione di modelli per la rilevazione del rischio deve, inoltre, essere uno strumento per allocare in maniera più efficiente il capitale della banca, e per confrontare in maniera più coerente, tenendo conto, quindi, anche del rischio, l'apporto al conto economico delle attività.

Cinque sono gli elementi principali che il Comitato di Basilea ha ritenuto dover sottolineare nella costruzione di un efficiente sistema di controlli interni: la struttura del *management* e la cultura del controllo, la valutazione del rischio, l'attività di controllo, la gestione dell'informazione e della comunicazione, il monitoraggio. Per ognuno di questi elementi sono stati enunciati alcuni principi cardine indispensabili per la costruzione di un efficiente sistema interno di controllo del rischio. La filosofia di fondo di tale approccio è quello di legare il controllo e la gestione del rischio in maniera sempre più diretta con l'operatività, anche giornaliera, della banca.

Recentemente anche la Banca d'Italia, seguendo quanto approvato nell'emendamento all'Accordo di Basilea, ha emanato le direttive di vigilanza che consentono alle banche di calcolare i requisiti patrimoniali a fronte dei rischi di mercato utilizzando i propri modelli interni. Affinché tali modelli possano essere utilizzati al posto dei modelli standardizzati devono rispettare alcuni requisiti di carattere quantitativo e qualitativo.

Per quanto riguarda il primo aspetto, come presente nell'emendamento, la scelta è caduta sul VaR come metodo di misurazione del rischio. Per il calcolo del requisito patrimoniale la banca deve prendere il valore maggiore tra il VaR del giorno precedente e la media del VaR dei 60 giorni precedenti, moltiplicato per un fattore specifico che può variare da 3 a 4 a seconda dei risultati che il modello ottiene nella procedura di *back testing*[19]. Formalmente il requisito patrimoniale a fronte dei rischi sui titoli di debito e di capitale si può scrivere come:

---

[18] Comitato di Basilea per la Vigilanza Bancaria (1998a e 1998b)

[19] Vedi Haas (2000).

(2.1) $$Rp_t = \max\left(VaR_{t-1}, \delta_t \frac{1}{60} \sum_{j=1}^{60} VaR_{t-j} \right)$$

dove δ è il fattore moltiplicativo[20] con pedice t in quanto può variare nel tempo a seconda della bontà del modello di stima del VaR adottato dalla banca.

Il periodo di detenzione è fissato in 10 giorni e l'intervallo di confidenza per la stima del VaR è relativo ad una probabilità del 99%. Per quanto riguarda la lunghezza delle serie storiche utilizzate per la stima, la Banca d'Italia prevede che siano di almeno un anno nel caso di media semplice, e di sei mesi nel caso di media ponderata esponenzialmente. La frequenza di aggiornamento delle serie storiche deve essere almeno trimestrale, e possono essere utilizzate le correlazioni empiriche sia fra le singole attività all'interno dello stesso fattore di rischio, sia fra i diversi fattori. Non esistono vincoli sul metodo di stima del VaR, può quindi essere alternativamente utilizzato il metodo della varianza-covarianza, la simulazione storica o il metodo Monte Carlo. E' inoltre previsto un test retrospettivo (*back testing*) per determinare il valore del fattore moltiplicativo sulla base degli scostamenti tra le variazioni giornaliere stimate dal modello rispetto ai valori dei risultati di negoziazione effettivi. Tale prova deve essere condotta su un campione di 250 giorni lavorativi con periodo di detenzione di un giorno, e non deve produrre più di 4 scostamenti, in pratica risultati effettivi superiori, in valore assoluto, alle stime del VaR giornaliere. Se il numero di scostamenti dovesse essere superiore viene applicato un fattore di maggiorazione compreso tra 0 e 1 al valore base 3 del fattore moltiplicativo. Nella tabella sottostante sono riportati il numero di scostamenti e il relativo fattore di maggiorazione.

Numero di scostamenti	**Fattore di maggiorazione**
Meno di 5	0.00
5	0.40
6	0.50
7	0.65
8	0.75
9	0.85
10 o più	1.00

Tabella 2.1: numero di scostamenti e il relativo fattore di maggiorazione.

[20] La procedura prevede inoltre la copertura dei rischi specifici di evento e inadempimento con lo stesso metodo adottato per il VaR e che si somma a quest'ultimo. Tale ulteriore requisito non è necessario per quelle banche che siano in grado di valutare in maniera corretta tale rischio. Questo quanto riportato nel bollettino di vigilanza della Banca d'Italia. La versione inglese dell'emendamento prevede la copertura dello *specific risk*, senza distinzioni ulteriori.

Il modello interno deve inoltre essere statisticamente in grado di spiegare la variazione storica dei prezzi nel portafoglio, deve riflettere la concentrazione dello stesso ed essere in grado di resistere ad una situazione sfavorevole, vale a dire di superare prove di *stress*.

La normativa fissa inoltre i requisiti minimi per l’individuazione dei fattori di rischio nei diversi comparti finanziari, in pratica un minimo grado di dettaglio nella mappatura delle attività.

Per il rischio di tasso d’interesse deve essere definita per ogni valuta la corrispondente struttura per scadenza dei tassi su almeno sei fasce di scadenza. Il rischio di cambio, oltre all’individuazione ovviamente di tutte le valute interessate, deve prevedere anche il prezzo dell’oro nella mappatura. Per i titoli di capitale deve essere presente un fattore di rischio per ogni mercato (solitamente un indice di borsa), e per le merci un fattore per ogni posizione in merci.

Accanto ai requisiti quantitativi sono previsti una serie di requisiti qualitativi che devono “accompagnare” l’introduzione dei modelli interni nelle banche. La filosofia di fondo di tali requisiti è quella di un’integrazione del modello interno nell’operatività tipica della banca, sia a livello di trading, sia a livello di indirizzo da parte della direzione generale. Come anche riportato nelle istruzioni di vigilanza della Banca d’Italia, per il benestare all’utilizzo dei modelli interni la banca[21] “… deve possedere un sistema di gestione del rischio concettualmente corretto ed applicato in maniera esaustiva …”, che viene raggiunto con il soddisfacimento delle seguenti condizioni:

a) Il modello deve essere integrato nel processo quotidiano di gestione del rischio;

b) La banca deve individuare o creare un’unità di controllo del rischio che risponda direttamente alla direzione generale;

c) Il consiglio di amministrazione e la direzione generale devono partecipare attivamente al processo di controllo dei rischi;

d) La banca disponga di personale specializzato nell’uso di tali modelli;

e) Vengano stilate procedure precise sul sistema di misurazione dei rischi;

f) Vengano effettuate prove di stress del modello;

[21] Banca d’Italia (2000)

g) La banca deve riesaminare almeno annualmente l'intero processo di gestione del rischio.

L'introduzione dei modelli interni per la misurazione del rischio deve essere quindi parte integrante dell'intero processo di gestione del rischio da parte della banca, e non un adempimento fine a sé stesso per la normativa di vigilanza.

Il modello interno così costruito deve poi essere sottoposto ad un programma di prove di stress, sia definite dalla Banca d'Italia, sia dalle stesse banche utilizzatrici. Il portafoglio della banca deve essere calcolato in scenari particolarmente sfavorevoli su tutte le categorie di rischio e su tutti i fattori specifici. Alla Banca d'Italia devono essere comunicati sia il valore delle perdite più elevate nel periodo di segnalazione, sia le perdite potenziali derivanti dalle prove di stress condotte sui movimenti di prezzo e di volatilità. Nel caso dei prezzi vengono presi i valori relativi a periodi di forte perturbazione, mentre per le volatilità vengono utilizzati i valori estremi dell'intervallo relativo ai valori passati. Le banche devono inoltre individuare autonomamente specifiche situazioni di stress considerate particolarmente sfavorevoli ed applicare misure idonee nel caso in cui il portafoglio risulti vulnerabile a tali test.

2.5 Il nuovo Accordo di Basilea: Basilea II.

Il Comitato di Basilea per la vigilanza bancaria pubblica ha pubblicato il terzo documento di consultazione (CP3) sul Nuovo Accordo di Basilea per la regolamentazione del capitale (conosciuto anche come Basilea II). La pubblicazione del CP3 rappresenta una tappa importante nella messa a punto del nuovo schema di adeguatezza patrimoniale. Il Comitato ritiene che il miglioramento dello schema di adeguatezza patrimoniale possa recare importanti benefici di ordine generale lungo due direttrici principali. In primo luogo, elaborando una regolamentazione del capitale che ricomprende non solo i requisiti patrimoniali minimi, ma anche il controllo prudenziale e la disciplina di mercato. In secondo luogo, accrescendo significativamente la sensibilità al rischio dei coefficienti patrimoniali minimi. Il nuovo schema di adeguatezza patrimoniale è volto a conferire maggiore rilevanza alla gestione del rischio e a promuovere il costante potenziamento delle capacità di valutazione del rischio da parte delle banche. Nell'opinione del Comitato, tale risultato può essere raggiunto attraverso una stretta correlazione dei requisiti patrimoniali delle banche con le moderne prassi prevalenti in tema di gestione del rischio, assicurando altresì che questa accresciuta rilevanza si estenda alle prassi prudenziali e alla disciplina di mercato tramite un miglioramento dell'informativa sui profili di rischio e sui livelli di capitalizzazione. Un apporto fondamentale al lavoro del Comitato in sede di revisione dell'Accordo di Basilea è provenuto dal fattivo dialogo con gli operatori del settore e gli organi di vigilanza di paesi non membri. Il Comitato è del parere che il nuovo schema con le sue varie opzioni, che discendono da quelle consultazioni, sia non solo appropriato all'interno del G10, ma anche applicabile a banche e sistemi bancari su scala mondiale. Alla revisione dell'Accordo di Basilea hanno partecipato oltre 350 banche di varia dimensione e complessità facenti parte di più di 40 paesi; hanno inoltre partecipato all'ultimo studio quantitativo, noto come QIS 3.

Il documento di presentazione è suddiviso in due parti. La prima riporta una sintesi del nuovo schema di adeguatezza patrimoniale, affrontando alcuni aspetti relativi alla sua applicazione. La seconda parte delinea gli specifici emendamenti rispetto alle proposte contenute nella "QIS 3 Technical Guidance" pubblicata nell'ottobre 2002.

Il Nuovo Accordo consta di tre pilastri: 1) requisiti patrimoniali minimi; 2) controllo prudenziale dell'adeguatezza patrimoniale; 3) requisiti di trasparenza delle informazioni.

2.5.1 Primo pilastro: Requisiti patrimoniali minimi.

Fondamento dell'attuale Accordo è una definizione di coefficiente patrimoniale in cui il numeratore rappresenta l'ammontare di capitale a disposizione di una banca e il denominatore una misura dei rischi cui questa è esposta (e, come tale, coincide con la definizione di attività ponderate per il rischio). Il coefficiente patrimoniale che ne risulta non può essere inferiore all'8%. Nella nuova formulazione dell'Accordo, le regole che definiscono il numeratore del rapporto patrimoniale – o, in altri termini, il patrimonio a fini di vigilanza – restano invariate. I cambiamenti intervengono in ciò che attiene alla definizione di attività ponderate per il rischio, ovvero nelle metodologie impiegate per misurare i rischi in cui incorrono le banche. Nella definizione di attività ponderate l'Accordo attuale copre in maniera esplicita due sole tipologie di rischio: 1) il rischio di credito e 2) il rischio di mercato. Si presume che le altre tipologie di rischio siano implicitamente ricomprese nel trattamento di queste due fattispecie principali. Le proposte di modifica del Nuovo Accordo presentano due elementi di fondamentale importanza: 1) mutamenti sostanziali al trattamento del rischio di credito; 2) l'introduzione di un esplicito trattamento del rischio operativo.

2.5.2 Secondo pilastro: Controllo prudenziale.

Il secondo pilastro del Nuovo Accordo si basa su una serie di principi guida, improntati nella loro totalità alla duplice esigenza che le banche valutino l'adeguatezza patrimoniale in rapporto ai loro rischi complessivi, e che le autorità di vigilanza verifichino tali valutazioni e assumano le opportune azioni correttive.

Le valutazioni del rischio e dell'adeguatezza patrimoniale devono spingersi oltre la mera verifica dell'osservanza da parte di una banca dei requisiti patrimoniali minimi. L'inclusione nel Nuovo Accordo di una componente relativa al controllo prudenziale apporta quindi notevoli vantaggi, in virtù del rilievo attribuito alla necessità che sia le banche sia gli organi di vigilanza dispongano di comprovate capacità di valutazione del rischio.

Qualora venga appurata una carenza di patrimonio a fini prudenziali le autorità potranno, ad esempio, richiedere a una banca di ridurre i rischi in modo che le risorse di capitale esistenti possano far fronte sia agli obblighi patrimoniali minimi sia a quelli imposti dalle prove di stress sottoposte a revisione. Ulteriori affinamenti sono focalizzati sul controllo della concentrazione dei rischi da parte delle banche e sul trattamento dei rischi residuali che derivano dall'uso di garanzie reali, personali e derivati su crediti.

2.5.3 Terzo pilastro: Disciplina di mercato.

Scopo del terzo pilastro è quello di integrare i requisiti patrimoniali minimi stabiliti nel primo pilastro e il processo di controllo prudenziale affrontato dal secondo. Il Comitato si è adoperato per incoraggiare la disciplina di mercato mediante l'elaborazione di una serie di obblighi di trasparenza che consentano agli operatori di valutare le informazioni cruciali sul profilo di rischio e sui livelli di capitalizzazione di una banca. Il processo informativo assume una particolare rilevanza con riferimento al Nuovo Accordo, laddove il ricorso a metodologie interne di valutazione conferirà alle banche una maggiore discrezionalità nel determinare il proprio fabbisogno di capitale.

Un'ulteriore considerazione di rilievo è stata l'esigenza di allineare lo schema informativo del Basilea II agli standard contabili nazionali. Considerevoli sforzi sono stati compiuti per assicurare che i requisiti di trasparenza del Nuovo Accordo s'incentrino sull'adeguatezza patrimoniale delle banche senza porsi in conflitto con i più ampi obblighi d'informativa a fini contabili che le banche sono tenute ad osservare. Ciò è stato conseguito attraverso un efficace e fattivo dialogo con le autorità di regolamentazione contabile.

2.5.4 Transizione verso il Nuovo Accordo.

Il Comitato è dell’opinione che le proposte contenute nel CP3 siano applicabili a un’ampia gamma di banche in diverse realtà nazionali. I membri del Comitato interni al G10 hanno concordato l’adozione di una data comune per l’entrata in vigore del Nuovo Accordo, fissandola a fine 2006. In questi paesi l’applicazione del nuovo schema è diretta a ricomprendere le banche attive a livello internazionale e altre istituzioni maggiori a giudizio dell’autorità nazionale di vigilanza. Sarà cura delle autorità di vigilanza del Gruppo accertare che le banche non aderenti al Nuovo Accordo in questa fase siano assoggettate a una prudente regolamentazione ai fini dell’adeguatezza patrimoniale.

Sebbene il Nuovo Accordo sia stato concepito per offrire varie opzioni alle banche e ai sistemi bancari di tutto il mondo, il Comitato riconosce che – al di fuori del G10 – una transizione completa nell’immediato futuro possa non rappresentare per tutte le istanze regolamentari la priorità assoluta fra le azioni necessarie al rafforzamento del loro sistema di vigilanza. In questo caso, nell’elaborare il calendario e il programma di attuazione ogni autorità di vigilanza vorrà ponderare attentamente i vantaggi del nuovo schema nel contesto del sistema bancario nazionale di propria competenza.

Numerosi organi di vigilanza hanno già posto mano alla pianificazione del passaggio al Basilea II. Al fine di fornire il proprio contributo in questa fase, il Comitato ha richiesto a un gruppo di autorità di vigilanza di tutto il mondo, con la partecipazione del Fondo monetario internazionale e della Banca Mondiale, di elaborare un programma per assistere i paesi esterni al G10 nella transizione ai metodi standard e IRB di base del Nuovo Accordo.

Al fine di promuovere la massima coerenza nell’attuazione del Nuovo Accordo fra i vari paesi, il Comitato ha istituito l’*Accord Implementation Group* (AIG) in seno al quale i vari organi regolamentari possono scambiare informazioni in merito ai problemi pratici di attuazione del nuovo schema e alle strategie impiegate per risolverli. Inoltre, l’AIG collaborerà strettamente con la *Capital Task Force* (CTF) del Comitato, cui compete la responsabilità di ponderare modifiche e interpretazioni di rilievo del Nuovo Accordo.

Il Comitato riconosce che la necessità di tali iniziative potrà palesarsi solo dopo che le banche avranno cominciato ad avvalersi dei precetti stabiliti nel Nuovo Accordo. Le banche che adotteranno approcci più avanzati per la valutazione del rischio (il metodo IRB per il rischio di credito e gli AMA per il rischio operativo) saranno tenute ad applicarli parallelamente all’Accordo esistente per tutto l’anno precedente l’entrata in vigore del Basilea II. Il Comitato ritiene che tale applicazione parallela fornirà alle banche e alle autorità di vigilanza preziosi ragguagli sul potenziale impatto del Nuovo Accordo, portando alla luce eventuali problematiche prima che questo ultimo diventi formalmente operativo.

	Credit Risk			Market Risk		Operational Risk		
Basel 1988	Standardised Approach			Standardised Approach		-		
Basel 1996	Standardised Approach			St'dised Approach	Internal Model (VaR, stress)	-		
Basel 2006 ++	St'dised Approa ch	Foundational Internal Rating Approach	Advaced Internal Rating Approach	St'dised Approach	Internal Model (VaR, stress)	Basic Indicator Approach	St'dised Approach	Advaced measurement

Figura 2.2: Principali innovazioni introdotte nelle diverse fasi dell'Accordo di Basilea dal 1988 al 2006 e oltre.

2.6 Introduzione alle riforme Consob.

Gli avvenimenti recenti, in Italia e all'estero, hanno mostrato che il modello della banca universale tende a riproporre la tematica dei conflitti di interesse tra le diverse attività svolte, con rischi sia per i risparmiatori che per la stabilità del sistema, per cui è opportuno insistere sugli strumenti che limitano e segmentano all'interno delle banche universali. In conseguenza di ciò, anche il sistema di vigilanza e di controllo deve poter correttamente distinguere tra gli obiettivi di fondo della stabilità e della correttezza e trasparenza, altrimenti ci si espone al rischio di subordinare l'obiettivo della correttezza a quello, ben più importante del punto di vista sistemico, della stabilità. Tale rischio sarebbe particolarmente rilevante in Italia dove i controlli di stabilità hanno una tradizione, una credibilità e una incisività ben più forti di quelli di trasparenza e correttezza, a motivo della ben maggiore autorevolezza, forza e tradizione del soggetto storicamente preposto al controllo della stabilità. La vigilanza per funzioni originata dall’osservazione che i problemi di stabilità si pongono essenzialmente dal lato dell’“offerta” (banche, assicurazioni, intermediari) mentre quelli di correttezza riguardano essenzialmente la domanda, vale a dire la tutela dei risparmiatori nei loro rapporti con le imprese e gli intermediari.

In linea di principio, dovrebbe pertanto mantenersi alla Banca d’Italia la competenza in materia di stabilità macroeconomica, ossia di prevenzione di crisi bancarie di portata sistemica, e di stabilità microeconomica, ossia di mantenimento di condizioni di equilibrio economico e patrimoniale a livello di singoli intermediari finanziari.

Dell’attuale CONSOB andrebbe esaltato il ruolo di protezione degli investitori da realizzarsi garantendo sia la trasparenza delle informazioni sia la correttezza dei comportamenti degli intermediari. Tale risultato è qui perseguito, in particolare, con una maggiore specificità della disciplina relativa ai profili “procedurali” dell'attività degli intermediari e una maggiore enfasi ad essa attribuita.

Nella versione attualmente vigente, il regolamento contiene, infatti, una pluralità di regole di comportamento (informazioni da rendere agli investitori; *know your customer; suitability;…*) “accompagnate” da un'unica disposizione generale in tema di “procedure” (art. 56). Rimanendo in sostanza immutati nelle linee generali (anche se arricchiti nei loro effetti concreti) i risultati che gli intermediari devono garantire (adeguata informazione ai clienti sui rischi dello operazioni; opportuna conoscenza delle caratteristiche dell'investitore al fine di valutare l'adeguatezza dei relativi investimenti…) si è ritenuto utile assicurare una più puntuale precettività delle vie (le procedure) attraverso cui garantire il perseguimento di quei risultati. A tal fine, sono stati di volta in volta tratteggiati i presidi minimi e i “contenuti” che le procedure interne dell'intermediario devono prendere in considerazione (secondo modalità e termini concreti lasciati all'autonomia imprenditoriale ed alla concorrenza sulla qualità del servizio). L'esperienza di vigilanza, oltre ad avere ispirato l'approccio “procedurale” sopra tratteggiato, ha consigliato di porre particolare cura nel perseguimento dei seguenti principali obiettivi prensenti nel regolamento n.11522/1998:

- Comprensibilità e chiarezza delle informazioni da fornire agli investitori, specie sui rischi sottesi alle operazioni, anche con particolare riguardo ai prodotti o servizi combinati o collegati (art. 28, c. 1-4);

- Effettività dell'obbligo di acquisire comunque le informazioni sul cliente (*know your customer rule*) e di mantenerle aggiornate, contenendo le possibilità concrete per gli intermediari di sollecitare il cliente a rifiutare le stesse (art. 28 bis). Ne risulta di conseguenza rafforzata l'effettività del controllo di adeguatezza, rispetto al profilo dell'investitore, di ogni operazione disposta (art. 29);

In sostanza la riforma del sudetto regolamento mira a portare le banche ad attribuire un corretto profilo di rischio ad ogni cliente (l'individuazione del profilo di solito viene fatta con un questionario di rischio) e al monitoraggio del profilo attraverso sistemi di misura del rischio del singolo cliente come ad esempio il VaR.

Capitolo 3:

IL VaR

La maggior parte delle istituzioni finanziarie sono soggette ai requisiti regolatori dei capitali. Queste regolazioni dei capitali si prefiggono lo scopo di rendere le istituzioni finanziarie più forti di quanto lo sarebbero e solitamente sono salvaguardate come mezzi di protezione per i piccoli risparmiatori e/o investitori, riducendo le probabilità di fallimento della banca, proteggendo la sicurezza e solidità del sistema finanziario, o mitigando gli effetti delle asimmetrie delle informazioni fra i managers e l'investitore esterno.

I requisiti di capitali possono essere basati sul metodo del VaR. Il VaR è lo strumento statistico che ha guadagnato attenzione nel campo del *risk management* come misura sintetica semplice del rischio che si corre nel detenere un certo portafoglio. L'uso del VaR per scopi regolatori fu introdotto per la prima volta dal Comitato di Basilea sulla Vigilanza Bancaria meditante l'Accordo di Basilea, 1996.

3.1 Definizione di VaR.

Il *Value at Risk* (VaR) nella sua definizione comunemente accettata è la massima perdita potenziale di un determinato portafoglio, in cui si può incorrere con un dato livello di confidenza per un certo orizzonte temporale futuro.

Nel cambiamento potenziale del valore di portafoglio risiede il concetto di rischio di mercato (*market risk*), con cui s'intende la massima perdita potenziale derivante da variazioni nei tassi di interesse, nei prezzi azionari, nei tassi di cambio e nei prezzi delle merci, nonché da variazioni nella volatilità dei movimenti di prezzo. Alcuni aspetti del rischio di mercato possono essere "modellizzati" con un certo grado di confidenza, introducendo tuttavia un'altra fonte di rischio (il cosiddetto *model risk*, cioè il rischio derivante da una imperfetta modelizzazione della realtà finanziaria). La capacità di misurare e gestire il rischio di mercato dipende dalla bontà del modello utilizzato e dalla corretta rappresentazione delle esposizioni che costituiscono il portafoglio o i portafogli oggetto di analisi.

L'approccio Value at Risk fu sviluppato per sintetizzare in un unico numero tutte le informazioni relative ai rischi di un portafoglio, in modo che i calcoli fossero relativamente semplici, relativamente rapidi e facilmente comunicabili e comprensibili da manager di formazione non-tecnica.

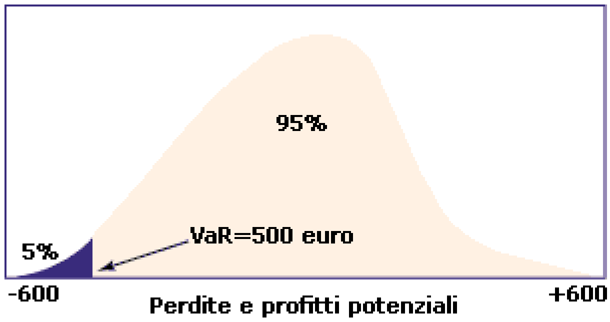
La moderna teoria del portafoglio afferma che il rischio di un portafoglio può essere approssimato dalla sua deviazione standard, vale a dire da una misura della dispersione della distribuzione del rendimento. La deviazione standard è il numero necessario per sintetizzare le informazioni rilevanti e per costruire regole precise di gestione del rischio (*risk management*). Tuttavia, l'approccio della deviazione standard non ha incontrato un grande successo tra i manager perché questi ultimi sono portati a pensare ai propri rischi in termini di perdite monetarie piuttosto che in termini di deviazioni sopra e sotto i profitti attesi. Per aiutare i manager nell'attività di gestione del rischio si è resa necessaria una nuova misura. L'idea è stata quella di misurare lo spread dei profitti (la deviazione standard) nei termini della perdita associata, con una data probabilità. Maggiore spread, maggiore rischio e quindi maggiori perdite potenziali. In questo modo, è possibile comunicare al top management che la perdita massima non eccederà, con un certo livello di confidenza, la somma X.

3.1.1 Il VaR.

Il concetto del VaR richiede la scelta di due parametri arbitrari: l'orizzonte temporale, che può essere giornaliero, settimanale, mensile, trimestrale o altro; e il livello di confidenza, che può essere il 90%, 95%, 99%, 99.9% o un'altra probabilità scelta. Il livello di confidenza (tipicamente 95% o 99%) rappresenta la fiducia che riportiamo nel fatto che potremmo incorrere in una perdita che *al massimo* sarà pari al valore calcolato; in altre parole significa che ci aspettiamo una perdita superiore a quella stimata rispettivamente nel 5% e nel 1% dei casi.

Per i prezzi parliamo di valore del portafoglio, e quindi il VaR sarà il valore minimo del portafoglio a quel livello di confidenza. Nel caso più semplice, dunque, possiamo pensare alla distribuzione di un rendimento di una singola attività ad una certa data e al VaR come a quel valore che lascia alla propria destra un'area pari al livello di confidenza prescelto.

La figura seguente mostra com'è possibile rappresentare il VaR di un portafoglio:



E' possibile visualizzare il VaR di un portafoglio attraverso la distribuzione di probabilità dei potenziali profitti e delle perdite: sull'asse delle ascisse è possibile leggere i valori di profitti e perdite, sull'asse delle ordinate la densità con cui i profitti e le perdite si osservano; la probabilità è data dall'area al sotto della curva. I valori estremi della distribuzione sono chiamati code: sulla coda destra si trovano i valori positivi, cioè i profitti potenziali più elevati che hanno una probabilità bassa di presentarsi, sulla coda sinistra le perdite più negative anch'esse con una bassa probabilità. Il VaR è il valore sull'asse delle ascisse tale per cui l'area di probabilità è quella scelta dall'investitore. Calcolare il VaR con il 95% di probabilità significa lasciare il 5% di probabilità sulla coda sinistra della distribuzione, che implica che la massima perdita potenziale non sarà maggiore di quella che si legge sull'asse delle ascisse nel 95% dei casi sull'orizzonte temporale selezionato. Ad esempio è possibile affermare che, con il 95% di probabilità, nell'arco di un giorno non si perderanno più di 500 euro sul valore totale del portafoglio.

Possiamo inoltre definire il VaR in termini di perdita assoluta di denaro o in termini di perdita relativa ai rendimenti medi. Secondo la prima definizione, il VaR è semplicemente l'ammontare massimo che ci si aspetta di perdere con un dato livello di confidenza, misurato dal livello corrente di ricchezza. In alternativa, si può intendere il VaR come il massimo ammontare che ci si aspetta di perdere con un dato livello di confidenza, misurato in relazione a quale ricchezza ci si aspetta di ottenere alla fine del periodo. Questa ultima definizione misura il VaR in relazione ai rendimenti medi attesi oltre il periodo considerato.

3.1.2 Determinazione del VaR.

In generale una variabile casuale X rappresenta un fenomeno non deterministico, come per esempio l'altezza delle persone di una certa età, il rendimento giornaliero del titolo Apple Computer al Nasdaq. Il singolo valore di tale variabile - 180 cm, 1.2%, per esempio - viene detto evento elementare e viene solitamente rappresentato con la corrispondente lettera minuscola $x \in X$. Una serie di eventi elementari $\{x_1, x_2,..,x_n\}$ prende il nome di campione e X si definisce anche come *popolazione* da cui il campione è estratto.

La *funzione di densità di probabilità* empirica del campione estratto dalla popolazione X viene identificata con $f(x,(a_1,a_2,..,a_k))$, dove $(a_1,a_2,..,a_k)$ sono una serie di parametri che ne determinano la forma.

I valori di probabilità possono essere, perciò, determinati come l'area sottotesa alla funzione di densità teorica della popolazione, compresa tra gli estremi degli intervalli definiti. Per esempio determinare la probabilità che il rendimento giornaliero dell'Apple Computer sia superiore all'1%, significa calcolare: $p=\int_{1\%}^{\infty} f(x,(a_1,a_2))dx$ con (a_1,a_2) stimati con tecniche di statistica inferenziale.

Per calcolare il VaR è necessario individuare il modello distributivo (vale a dire la funzione di densità di probabilità), che sarà indicato con $f(v_t,\mathbf{a})$, dove v_t sono le variazioni attese assolute al tempo t di un dato portafoglio e $\mathbf{a}$ è il vettore dei parametri di tale distribuzione, e calcolare il valore che risolve l'equazione:

(3.1) $$\int_{-\mathrm{var}}^{\infty} f(k,\mathbf{a})dk=\theta$$

dove θ è il livello di probabilità. Utilizzando la funzione di ripartizione, definita come $F(-VaR,\mathbf{a})=\mathbf{1}-\theta$ da cui**:**

(3.2) $$VaR=F^{-1}(1-\theta,\mathbf{a}).$$

Il problema principale è quindi la corretta identificazione del migliore modello distributivo $f(dv)$ dove la variabile casuale $dv\in X$ rappresenta le variazioni attese del valore del portafoglio, cioè

(3.3) $$dv_t=v_t-v_0$$

dove v è il valore del portafoglio nella valuta di riferimento e t il periodo di detenzione, cioè il periodo entro il quale si ipotizza che il portafoglio non muti la sua composizione. Generalmente un portafoglio è composto di varie attività finanziarie combinate linearmente le cui variazioni attese di prezzo possono essere governate da diversi modelli distributivi, per questo la variabile casuale dv è generalmente una mistura statistica.

La variazione complessiva attesa del portafoglio è:

(3.4) $$dv_t=v_t-v_0=\mathbf{q}_0^T\mathbf{p}_t-\mathbf{q}_0^T\mathbf{p_0}=\mathbf{q}_0^T(\mathbf{p}_t-\mathbf{p}_0)$$

dove $\mathbf{q}$ e $\mathbf{p}$ sono i vettori delle quantità delle varie attività in portafoglio e i loro prezzi, rispettivamente. Essendo la coppia $(\mathbf{q_0},\mathbf{p_0})$ data, il problema si riduce all'identificazione degli n modelli distributivi del vettore $\mathbf{p}_t$ e alla costruzione, non sempre analiticamente possibile, del modello distributivo dv_t per poi successivamente risolvere l'equazione iniziale per il calcolo del VaR.

Questo per quanto riguarda il caso di un portafoglio composto di attività espresse in valuta comune; per un portafoglio diversificato sotto l'aspetto valutario è necessario tenere conto anche della variabile casuale tasso di cambio. La variazione attesa di portafoglio sarà, in questo caso[22]:

(3.5) $$dv_t = \mathbf{q}_0^T(\mathbf{c}_t \otimes \mathbf{p}_t - \mathbf{c}_0 \otimes \mathbf{p}_0)$$

con **c** vettore dei tassi di cambio.

Nel caso più generale il problema si riconduce nel trovare $n+m$ modelli distributivi per ogni prezzo di attività in valuta locale e per ogni tasso di cambio, per identificare poi il modello distributivo della variabile casuale variazione attesa del portafoglio.

Sostituendo nella (3.5) la notazione dei prezzi con i rendimenti, si ottiene:

(3.6) $$dv_t = \mathbf{q}_0^T(\mathbf{c}_0 \otimes \mathbf{p}_0 \otimes \mathbf{r}_{a,t})$$

dove **r** è il vettore dei rendimenti delle attività, valutato nella valuta di riferimento.

Il VaR, come abbiamo visto nella definizione, viene stimato su un certo orizzonte temporale *t* di riferimento pari al periodo di detenzione del portafoglio. In teoria per ogni *t* bisognerebbe stimare la corrispondente funzione di densità di probabilità con i rispettivi parametri, per poi calcolare il VaR. Ipotizzando che i rendimenti giornalieri siano i.i.d[23], si dimostra che il rendimento atteso del portafoglio a *t* giorni è pari a *t* volte il rendimento atteso ad un giorno, e lo stesso vale per la varianza attesa.

3.2 La mappatura delle attività finanziarie.

L'identificazione degli *n* modelli distributivi per ogni attività presente in portafoglio e la loro aggregazione – non sempre statisticamente possibile – per la stima del VaR complessivo, risulta essere un procedimento alquanto complesso.

Per risolvere questo problema è possibile introdurre una semplificazione, valida per tutti i metodi di stima e utile per ridurre sia il numero di calcoli, sia il numero di previsioni complessive. Tale semplificazione consiste nel mappare le singole attività su fattori specifici di rischio.

Esiste la mappatura di tipo "rappresentativo" o di tipo "quantitativo". Nel primo caso si dividono le attività in classi comuni – titoli azionari, titoli obbligazionari, ecc. – individuando per ciascuna classe i fattori di rischio corrispondenti – indici di borsa, tassi di interesse – che meglio "seguono" l'andamento della classe di attività corrispondente. Nel secondo caso si utilizzano

[22] $c \otimes p = [c_1 p_1, c_2 p_2, ..., c_n p_n]$

[23] i.i.d.=indipendenti e identicamente distribuiti.

metodi quantitativi per individuare delle ipotetiche variabili che spiegano l'andamento della classe di attività. In entrambi i metodi il vettore $\mathbf{r}_{a,t}$ si riduce di dimensioni al vettore $\mathbf{r}_{f,t}$ dei soli fattori di rischio, che deve essere stimato. I rendimenti attesi delle singole attività vengono poi calcolati utilizzando le sensibilità di ogni attività al fattore di rischio corrispondente. Otteniamo $\mathbf{r}_{a,t} = g_f(\mathbf{r}_{f,t}, \mathbf{b}_a)$ dove $\mathbf{b}_a$ è il vettore delle sensibilità di ogni attività al fattore di rischio e g_f è la funzione di stima dei rendimenti delle attività per ogni fattore. Il VaR del portafoglio dipende ora dalle stime delle distribuzioni dei soli fattori di rischio e dall'individuazione delle g_f più corrette.

La mappatura per le attività in valuta diversa da quella di riferimento presenterà un fattore di rischio comune, il relativo tasso di cambio, che deve essere trattato, nei metodi di stima del VaR, come gli altri fattori.

3.2.1 La mappatura dei titoli di capitale.

Per mappare i titoli di capitale viene solitamente utilizzato un appropriato indice di borsa, per cui la $\mathbf{r}_{a,t} = g_f(\mathbf{r}_{f,t}, \mathbf{b}_a)$ diventa $\mathbf{r}_{a,t} = b_{a,1} + b_{a,2}\mathbf{r}_{f,t}$ con il primo coefficiente che viene posto solitamente uguale a zero. Ogni titolo è perciò mappato sul relativo indice di borsa, che può essere anche settoriale, nel qual caso si avrebbe una minore perdita d'informazioni.

Con la mappatura settoriale s'identificano in maniera più precisa i movimenti all'interno di una stessa economia, cosa che l'utilizzo di un indice di mercato non consente. Per la stima del VaR, indifferentemente dal tipo di metodo utilizzato, ogni indice settoriale, per ogni mercato, diventerà uno specifico fattore di rischio.

3.2.2 La mappatura dei titoli di debito.

La mappatura dei titoli di debito si presenta più complessa di quella dei titoli di capitale in quanto, utilizzando come fattore di rischio il tasso d'interesse, il prezzo dei titoli con cedola risulta sensibile alle diverse scadenze della curva dei tassi. Una delle tecniche utilizzate per risolvere tale problema è quella di trasformare i vari titoli di debito in *zero coupon* in modo da limitare la loro sensibilità al solo tasso corrispondente alla scadenza. In questo modo avremo per ogni mercato un portafoglio composto da zero coupon bond con differenti scadenze, che devono però essere uniformate alle scadenze standard della curva dei tassi. Ogni zero coupon viene trasformato in due zero coupon con scadenza compresa tra le due scadenze standard più vicine[24].

Il portafoglio dei titoli di debito è ora composto da un numero di zero coupon pari al numero di scadenze standard utilizzate per descrivere la curva dei rendimenti, ognuna delle quali è un fattore di rischio. In questo modo la $\mathbf{r}_{a,t} = g_f(\mathbf{r}_{f,t}, \mathbf{b}_a)$ diventa:

$$(3.7)\quad \mathbf{r}_{a,t} = -b_a r_{f,t}$$

dove b è la *duration* dello zero coupon (coincidente con la scadenza) e r_f è il rendimento del tasso standard corrispondente, cioè

$$r_{f,t} = \frac{i_{f,t} - i_{f,t-1}}{i_{f,t-1}}.$$

3.2.3 La mappatura di strumenti complessi.

Per mappare gli strumenti finanziari più complessi si cerca solitamente di scomporli negli equivalenti degli strumenti standard (titoli di capitale, titoli di debito) per poi trattare questi ultimi separatamente. Per esempio, una posizione lunga *future* sul Bund viene scomposta in una posizione lunga sul Bund decennale di importo pari al valore del sottostante, che viene poi trasformata negli zero coupon equivalenti, mappati successivamente sulla curva a scadenza. Altre posizioni più complesse possono prevedere scomposizioni su equivalenti in diversi mercati, ma l'approccio rimane sempre valido.

3.2.4 La mappatura secondo l'applicativo Finantix.

L'applicazione adotta una metodologia per approssimazione per mappare gli strumenti nella tassonomia delle asset class adottata dalla banca. Ciò permette all'istituzione di definire facilmente l'asset class breakdown (politica d'investimeno) per tutti gli strumenti. Tali politiche d'investimento sono un'approssimazione del comportamento futuro previsto dei veicoli d'investimento. Questa approssimazione permette all'amministrazione di calcolare il rischio e le statistiche dei ritorni dei portafogli definiti.

I motivi per l'impiego di un tal metodo sono:

[24] Per esempio, uno zero coupon con scadenza a 40 giorni viene trasformato in due zero coupon con le scadenze standard di 30 e 60 giorni.

- La principale banca d'investimento ha adottato tale metodo costantemente ed universalmente;

- Il numero di strumenti possibili in un portafoglio reale può essere molto grande e la valutazione dei parametri richiesti è enorme;

- Per molti strumenti i dati storici non sono disponibili;

- Gli studi economici universalmente accettati hanno dimostrato che sopra il lungo termine, i criteri più importanti che giustificano i ritorni dei portafogli è la relativa politica d'investimento.

3.3 Fasi del calcolo del VaR.

Per stimare correttamente il VaR di un portafoglio dobbiamo necessariamente ipotizzare un modello distributivo che governa il rendimento dello stesso, e stimarne i parametri identificativi. Formalmente, date le informazioni presenti nei dati di un campione X_0, si cerca di stimare il modello distributivo "vero" della popolazione, cioè $\hat{f} = (x, \hat{\mathbf{a}}) = \xi(\mathbf{X}_0)$, dove ξ rappresenta il procedimento completo di stima. Il primo passo consiste, quindi, nel trovare il miglior modello distributivo per la popolazione che stiamo analizzando, nel nostro caso il rendimento di un portafoglio di attività finanziarie.

3.3.1 Prima fase: la stima del modello distributivo.

Un primo passo per stimare la distribuzione dei rendimenti di portafoglio è quello di identificare i modelli distributivi delle attività presenti in esso. La distribuzione dei rendimenti delle attività finanziarie può essere governata da diversi modelli, che dipendono, in prima approssimazione, dalla struttura dell'attività e dal suo legame con i fattori di rischio. Anche se spesso i rendimenti di molte attività finanziarie seguono comportamenti anche sensibilmente diversi dalla distribuzione normale, si ipotizza comunque che i rendimenti di portafoglio siano governati da tale distribuzione. Infatti, se il portafoglio è composto da un numero sufficientemente elevato di attività finanziarie, indipendenti fra di loro, e nessuna "copre" le altre, il teorema del limite centrale, ci consente sostanzialmente di utilizzare la distribuzione normale per i rendimenti di portafoglio, anche se le distribuzioni delle singole attività non seguono tale modello. La non perfetta indipendenza delle singole attività (si pensi ad esempio all'andamento correlato dei rendimenti dei titoli di debito) inficia però in maniera più o meno sensibile tale teorema, per cui anche il rendimento di portafoglio può non essere governato dalla distribuzione normale. I vari metodi di stima del VaR, che analizzeremo nei prossimi paragrafi, hanno cercato, in maniera diretta o indiretta, di risolvere tale problema.

3.3.2 Seconda fase: la stima dei parametri.

Il passaggio successivo, una volta individuato il modello distributivo più appropriato, è quello della stima dei suoi parametri. Nell'ipotesi di normalità dei rendimenti – dei fattori di rischio o delle attività – e supponendo che la media giornaliera sia uguale a zero, la procedura di stima si limita al calcolo della matrice di varianza-covarianza.

L'insieme informativo a disposizione per la stima comprende la serie storica dei T vettori dei prezzi delle attività – o dei soli fattori di rischio se usiamo la mappatura – e dei tassi di cambio, oltre ad una serie di altre informazioni presenti nell'economia nel suo complesso e definiamo l'insieme delle informazioni disponibili al tempo zero come:

$$(3.8) \qquad \Omega_0 = \{X_0\} \cup \{\Psi_0\}$$

dove $\mathbf{X}_0 = [\ (\ \mathbf{r}_{f1}\ \ \mathbf{r}_{f2}\ \ \ldots\ \ \mathbf{r}_{fn}\ )\ \ (\ \mathbf{r}_{c1}\ \ \mathbf{r}_{c2}\ \ldots\ \ \mathbf{r}_{cm})\ ]$ è la matrice dei vettori dei rendimenti dei fattori di rischio e dei tassi di cambio, e Ψ sono le altre informazioni disponibili.

Il metodo più semplice è quello di usare la matrice di varianza-covarianza storica come stima di quella futura. Detta Σ la matrice di varianze-covarianze attesa, la sua stima sarà:

$$(3.9) \qquad \hat{\Sigma}. = \gamma_S(\Omega_0) = \frac{1}{n+m}\mathbf{X}_0^T\mathbf{X}_0 .$$

Questo metodo, specialmente se la serie storica dei rendimenti è abbastanza lunga, presenta l'inconveniente principale di dare lo stesso peso agli avvenimenti recenti e a quelli più lontani nel tempo. Nell'ipotesi di non stazionarietà dei sistemi economici tale ipotesi risulta abbastanza forte e come tale è stata successivamente indebolita.

Il metodo adottato in *Risk Metrics* prevede una ponderazione esponenziale dei rendimenti, in modo che il peso degli stessi nel calcolo della matrice sia minore per i dati più lontani nel tempo. In questo caso avremo:

$$(3.10) \qquad \hat{\Sigma} = \gamma_{\exp}(\Omega_0) = (1-\lambda)(\Lambda X_0)^T X_0 \quad \text{dove} \quad \Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda^{T-1} \end{bmatrix}$$

con la scelta del valore di λ che può essere fatta secondo vari principi[25]. Questo metodo utilizza una piccola parte dell'insieme informativo Ψ, solamente il fatto che i dati più lontani nel tempo hanno probabilmente meno influenza nel futuro più vicino. Un metodo simile a quanto appena visto, è la procedura GARCH[26] che, con opportuni valori dei parametri, può ricondursi al metodo precedente.

Un metodo più raffinato e che utilizza un maggior numero di informazioni prevede di stimare la matrice di varianza-covarianza utilizzando la volatilità implicita presente nel prezzo delle opzioni[27]. In questo caso viene sfruttato in maniera più efficiente l'intero insieme informativo a disposizione, in quanto si utilizzano le previsioni degli operatori – e, quindi, del mercato essendo i prezzi in equilibrio – oltre al valore storico dei rendimenti. Tale metodo si scontra però con la limitatezza del numero delle opzioni disponibili sul mercato, in particolare di opzioni dipendenti dalle correlazioni tra fattori, e può portare ad una matrice di varianza-covarianza incompleta.

3.4 Metodologie di calcolo del VaR.

Il calcolo del VaR, come visto all'inizio, data $F\left(-VaR_t, \mathbf{a}_t\right)$, la funzione di ripartizione delle variazioni attese dv_t del portafoglio al tempo *t*, e $\mathbf{a}$ il vettore dei suoi parametri, sarà:

$$VaR_t = \hat{F}^{-1}\left(1-\theta, \hat{\mathbf{a}}_t\right) \tag{3.11}$$

con $\left(\hat{F}, \hat{\mathbf{a}}\right) = \xi(\Omega_0)$. La scelta del metodo di stima può anche essere fatta in un ottica informativa, individuando ξ sulla base del tipo di utilizzo delle informazioni presenti in Ω_0. In una prima approssimazione può essere considerato migliore quel metodo che proietta nel tempo solo quelle informazioni che si ritengano avere più garanzie di stabilità.

3.4.1 L'approccio varianza-covarianza.

Con il metodo varianza-covarianza si ipotizza che le distribuzioni dei rendimenti dei fattori di rischio – o delle attività nel caso di *full valuation*[28] – siano

[25] Vedi JP Morgan e Reuters (1996).
[26] Generalised autoregressive conditional heteroskedastic, vedi Engle (1982) e Bollerslev (1986).
[27] Vedi Corrado e Miller (1996) oltre a Beber e Erzegovesi (1999).
[28] L'approccio di *full valuation* nel caso di portafogli particolarmente complessi oltre ad aumentare la complessità della stima della matrice di varianza-covarianza, può risultare impossibile se il numero di attività è superiore al numero di osservazioni a disposizione.

governate dalla funzione di densità normale. In questo modo si riesce a sfruttare la proprietà di tale distribuzione per cui la somma di variabili distribuite normalmente è anch'essa distribuita nello stesso modo. Il rendimento di portafoglio, somma algebrica ponderata dei rendimenti delle singole attività, è quindi governato dalla distribuzione normale, che viene completamente identificata nei suoi due parametri: media e varianza. La stima del VaR sarà quindi data da

$$(3.12) \qquad VaR_t = N^{-1}\left(1-\theta, \hat{\mu}_{P,t}, \hat{\sigma}^2_{P,t}\right)$$

dove $\left(N, \hat{\mu}_{P,t}, \hat{\sigma}^2_{P,t}\right) = \xi\ (\Omega_0)$, che diventa

$$(3.13) \qquad VaR_t = -\phi_{1-\theta}\hat{\sigma}_{P,t}W$$

ponendo $\hat{\mu}_{P,t} = 0$. Il valore ϕ risolve la $\int_{\phi}^{\infty} N_S(x)dx = \theta$, dove N_S è la funzione di densità normale standardizzata, W è il valore del portafoglio nella valuta di riferimento e $\hat{\sigma}_{P,t}$ è la stima della volatilità del rendimento del portafoglio a t giorni. Utilizzando l'ipotesi di indipendenza dei rendimenti, tale valore può scriversi come $\hat{\sigma}_{P,t} = \hat{\sigma}_{P,1}\sqrt{t}$, per cui la formula finale del VaR diventa:

$$(3.14) \qquad VaR_t = -\phi_{1-\theta}\hat{\sigma}_{P,1}\sqrt{t}W\ .$$

L'unico termine incognito è la varianza dei rendimenti giornalieri del portafoglio, che, date le ipotesi sulla normalità, si ottiene facilmente come $\hat{\sigma}^2_{P,1} = \mathbf{w}^T\hat{\Sigma}\ \mathbf{w}$, dove $\mathbf{w}$ è il vettore dei pesi relativi delle singole attività nel portafoglio nella valuta di riferimento. Con tali passaggi la stima del VaR del portafoglio diventa

$$(3.15) \qquad VaR_t = -\phi_{1-\theta}\left(\mathbf{w}^T\hat{\Sigma}\mathbf{w}\right)^{\frac{1}{2}}\sqrt{t}W\ .$$

La scelta del numero di giorni da utilizzare nella stima del VaR risulta una variabile cruciale, in quanto si può verificare il cosiddetto *ghost effect* che si manifesta quando il peso è uguale per ogni singola osservazione, per cui i dati lontani hanno la stessa importanza dei dati più vicini al periodo di calcolo. Può accadere che l'eliminazione di un dato lontano, dove era presente un sensibile calo o una crescita dei corsi, comporti un modifica altrettanto sensibile del VaR.

Due sono le critiche maggiori rivolte a questo tipo di approccio: l'ipotesi di normalità nella distribuzione dei rendimenti non è sempre vera, e gli strumenti non lineari, come le opzioni, non vengono correttamente trattati dal modello per la difficoltà di catturare tale profilo in coefficienti di sensibilità[29]. Ad entrambe le

[29] Vedi De Raaji (1998).

critiche sono state date varie risposte che hanno modificato l'impostazione del modello, introducendo alcune correzioni nelle valutazioni delle code della distribuzione dei rendimenti, ed introducendo i fattori di rischio di ordine superiore per tenere conto della non-linearità dei prezzi di alcune attività.

3.4.1.1 Delta normal.

Il primo e perciò il più ovvio vantaggio della normalità è che essa facilita il calcolo del VaR: se i rendimenti di un portafoglio sono normali, il VaR risulta essere un multiplo della *standard deviation* del portafoglio stesso. La normalità ci consente di ottenere un'espressione semplice e facile da usare del VaR. Inoltre la normalità conduce a espressioni semplici per gli intervalli di confidenza del VaR stimato e del VaR incrementale.

Se tutte le posizioni sono lineari nei rischi del sottostante, la deviazione standard del portafoglio − quindi anche il VaR del portafoglio − è una semplice trasformazione lineare degli individuali fattori di rischio. Ma nella pratica comune le posizioni sono non-lineari nei fattori di rischio del sottostante. Tale non-linearità è molto comune se si sta trattando delle opzioni, ma risulta comune anche nel caso di strumenti di reddito fisso.

E' possibile manipolare queste posizioni lavorando con approssimazioni lineari: si sostituisce le posizioni "vere" con queste approssimazioni lineari, e si manovrano le posizioni approssimate linearmente nello stesso modo delle altre posizioni lineari. Questo consiste nell'approccio *Delta Normal*. Usando questo approccio si assume effettivamente che la non-linearità nelle nostre posizioni è sufficientemente limitata in modo tale che possiamo ignorarla e ottenere stime del VaR che siano sufficientemente accurate.

Supponendo di avere un opzione call del valore c. Tale valore dipende da diversi fattori (e.g. il prezzo del sottostante, il prezzo di esercizio dell'opzione e la volatilità del prezzo azionario del sottostante), ma utilizzando l'approccio delta-normal ignoriamo tutti i fattori oltre che il prezzo azionario del sottostante, e manipoliamo questo prendendo il primo ordine dell'espansione della serie di Taylor come variazione del valore dell'opzione:

$$(3.16) \qquad \Delta c \approx \delta \Delta S$$

dove $\Delta c = c - \bar{c}$ e $\Delta S = S - \bar{S}$, S il prezzo azionario del sottostante, δ[30] è il delta dell'opzione, che assumiamo in questo caso data, mentre $\bar{c}$ e $\bar{S}$ si riferiscono ai valori correnti di queste variabili. Possiamo riordinare la (3.17) per ottenere un espressione per c come funzione lineare di S:

[30] Rapporto tra la variazione del prezzo dell'opzione e la variazione dell'attività sottostante.

(3.17) $$c \approx \bar{c} - \delta\bar{S} + \delta S = k + \delta S$$

dove $k = \bar{c} - \delta\bar{S}$ può essere trattato come una costante. Il Value at Risk dell'opzione, VaR^{option}, risulta:

(3.18) $$VaR^{option} \approx \delta VaR^{S} = -|\delta|\alpha\sigma S$$

dove $VaR^{S} = -\alpha\sigma S$ è il VaR di una singola posizione nell'azione sottostante.

Questo approccio presenta i seguenti vantaggi:

1. Mantiene la linearità del portafoglio senza aggiungere ulteriori fattori di rischio.

2. Ci dà un modo facile da usare per manipolare le posizioni delle opzioni che si ritiene beneficiano della normalità lineare.

3.4.1.2 Volatilità storica.

Dato che il rischio è connesso alla volatilità dello strumento, vale a dire ad una misura delle fluttuazioni future dei prezzi, un approccio statistico che ha avuto molta fortuna negli ultimi anni, particolarmente per quanto riguarda le applicazioni ai mercati finanziari, e che consente di tenere conto di deviazioni dall'ipotesi di normalità dei rendimenti, è rappresentato dai modelli ARCH, acronimo che indica modelli a volatilità variabile nel tempo (*Auto-Regressive Conditional Heteroschedasticity*). In econometria ricordiamo che il concetto di *eteroschedasticità* indica il fatto che la varianza non è costante tra le diverse osservazioni del campione, mentre il termine *auto-regressivo* nel linguaggio delle serie storiche rappresenta la dipendenza di una variabile dai valori passati. Lo scopo è quello di modellare la varianza dei rendimenti sulla base dell'informazione a disposizione, vale a dire:

$$Var(\varepsilon_t | I_{t-1})$$

dato che le regolarità empiriche che si osservano sulle serie è il cosiddetto fenomeno del *volatility clustering*, cioè dell'addensamento dei rendimenti più elevati (sia positivi che negativi) in certi periodi rispetto ad altri periodi più calmi.

Un modello di tipo ARCH (p) per i rendimenti, così come proposto nel lavoro originale di Engle (1982), si presenta nella seguente forma:

(3.19) $$R_t = \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t = N(0, \sigma_t^2)$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \ldots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

dove *N (.)* è la distribuzione normale, ω e α_i, $i=1,2,...,p$, sono i parametri del modello, che sono assunti positivi per garantire che la varianza sia anch'essa positiva. Da notare che questo modello presenta molte affinità con i modelli a media mobile (MA) utilizzati per studiare l'andamento di variabili nel tempo.

L'estensione a modelli che includano un parte a media mobile (modelli ARMA) è immediata e conduce a modelli ARCH generalizzato, GARCH (p,q), proposto da Bollerslev (1986):

$$(3.20)\qquad R_t = \varepsilon_t \qquad\qquad \varepsilon_t = N(0,\sigma_t^2)$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + ... + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 + ... + \beta_q\sigma_{t-q}^2$$

dove i β_i, $i=1,2,...,q$, rappresentano i parametri della parte a media mobile.

L'introduzione della parte a media mobile conduce tipicamente a una rappresentazione piuttosto parsimoniosa del modello, cosicché nella pratica la struttura parametrica di gran lunga più utilizzata è quella GARCH (1,1):

$$(3.19)\qquad R_t = \varepsilon_t \qquad\qquad \varepsilon_t = N(0,\sigma_t^2)$$
$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2$$

L'approccio GARCH consente di modellare la distribuzione condizionale di probabilità dei rendimenti sulla base dell'informazione disponibile al tempo t: in termini più semplici, l'ipotesi di normalità dei rendimenti è condizionata all'assunzione di conoscere l'evoluzione nel tempo della varianza.

Se la varianza σ^2 esiste, si può verificare che deve essere:

$$(3.20)\qquad E\left[\varepsilon_t^2\right] = \sigma^2 = \omega + \sum_{i=0}^{\infty}\beta_1^i\sigma_{t-i-1}^2 + \sum_{i=0}^{\infty}\alpha_1^i E\left[\varepsilon_{t-i-1}^2\right] = \omega + \sum_{i=0}^{\infty}\beta_1^i\sigma^2 + \sum_{i=0}^{\infty}\alpha_1^i\sigma^2$$

e sotto l'ipotesi $\beta_1 < 1$, otteniamo:

$$(3.21)\qquad \sigma^2 = \frac{\omega}{1-\beta_1-\alpha_1}.$$

Affinché la varianza non condizionale sia ben definita deve quindi essere verificata la condizione $\beta_1+\alpha_1 < 1$. In questo caso si dice che il processo stocastico dei rendimenti è *stazionario* in varianza.

Per quanto riguarda il momento quarto[31], e quindi la curtosi della distribuzione non condizionale, si ha:

$$(3.22)\qquad E[\varepsilon_t^4] = \frac{3\omega^2(1+\alpha_1+\beta_1)}{(1-\alpha_1-\beta_1)(1-\beta_1^2-2\alpha_1\beta_1-3\alpha_1^2)}.$$

[31] Per approfondimenti rimandiamo al lavoro originario di Bollerslev (1986).

Notiamo che l'esistenza del momento quarto richiede due condizioni: la prima è la stessa richiesta per l'esistenza del momento secondo (β_1+α_1 < 1), mentre la seconda è $\beta_1^2 + 2\alpha_1\beta_1 + 3\alpha_1^2 < 1$. Tale condizione implica un eccesso di curtosi positiva, il modello GARCH (1,1) rappresenta quindi una distribuzione leptocurtica, e cioè con "code grasse".

Il valore previsto di volatilità al tempo $t+i$ $(i>1)$ è calcolato con la formula ricorsiva:

$$(3.23) \qquad \hat{\sigma}_{t+i}^2 = \omega + (\alpha_1 + \beta_1)\hat{\sigma}_{t+i-1}^2$$

che è ottenuta osservando che il valore atteso del quadrato dello *shock* ε_t^2 è pari alla varianza condizionale. La grandezza che determina il perdurare nel tempo dell'effetto di *shock* di volatilità, in altre parole quella caratteristica che in termini tecnici è nota come *persistenza* della volatilità, è la somma dei parametri, nel nostro caso β_1+α_1.

Affrontiamo adesso il caso in cui si verifichi $\beta_1 + \alpha_1 = 1$. In questo caso i momenti della distribuzione non condizionale non sono definiti: non ha quindi senso parlare di varianza e curtosi non condizionale. Per quanto riguarda la dinamica della volatilità dalla (3.23) si ottiene:

$$(3.24) \qquad \hat{\sigma}_{t+i}^2 = \omega + \hat{\sigma}_{t+i-1}^2$$

e la varianza tende a crescere della quantità ω in ogni periodo. Per $\omega = 0$, la volatilità condizionale gode della proprietà di martingala: la migliore previsione della volatilità futura è rappresentata dalla volatilità corrente. In altri termini, gli *shock* che raggiungono la varianza condizionale restano nella storia della volatilità e rimangono rilevanti per la previsione della varianza su un orizzonte infinito. Processi che godono di questa proprietà sono detti *integrati*, e per questo motivo i modelli di questa classe sono stati definiti "GARCH *integrati*", o IGARCH.

Un particolare modello della famiglia IGARCH è molto noto in applicazioni di *risk-management*. Consideriamo un modello IGARCH (1,1) con $\omega = 0$, e semplifichiamo la notazione definendo $\beta_1 = \lambda$. Possiamo allora riscrivere il modello come:

$$(3.25) \qquad \sigma_t^2 = (1-\lambda)\varepsilon_{t-1}^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2 .$$

Una volta stimato il parametro λ la serie storica della volatilità può essere calcolata iterativamente utilizzando la varianza e gli *shock* precedenti, ottenendo:

$$(3.26) \qquad \sigma_t^2 = (1-\lambda)\sum_{i=1}^{\infty}\lambda^{i-1}\varepsilon_{t-i}^2$$

Questo processo è definito "*media mobile a pesi esponenziali*" (*Exponentially Weighted Moving Average*, da cui l'acronimo EWMA). In questo particolare modello IGARCH, la volatilità è quindi semplicemente una media mobile dei quadrati degli *shock*. Questo modello è molto famoso nell'industria del *risk-management* perché è quello utilizzato nella stima del *database* di volatilità che *Risk Metrics*™ mette a disposizione ogni giorno per una grande quantità di mercati e paesi.

3.4.2 Il metodo storico.

La procedura di calcolo nel metodo storico risulta molto semplice e prescinde da qualunque ipotesi sul tipo di funzione di densità dei rendimenti, e se effettuata direttamente sui prezzi delle attività non risulta necessaria la stima dei coefficienti di sensibilità ai fattori di rischio. Il primo passo, nel caso del calcolo diretto sui prezzi e, quindi di *full valuation*, consiste nel calcolare il valore del portafoglio su tutto l'orizzonte temporale di riferimento, calcolandone poi le differenze giornaliere. Queste vengono poi ordinate per trovare il valore del quantile corrispondente al livello di probabilità prescelto, moltiplicato per la radice quadrata dei giorni di detenzione del portafoglio. Formalmente si calcola il vettore:

(3.27) $$dv_t = \mathbf{q}_0^T\left(\mathbf{c}_i \otimes \mathbf{p}_i - \mathbf{c}_{i-1} \otimes \mathbf{p}_{\mathbf{i-1}}\right) \qquad \forall i \in (0,-T).$$

dove T è il numero di dati che vengono utilizzati, e lo si ordina in maniera crescente, cioè:

(3.28) $$dv_i^{ord} = \{dv_i | dv_i \leq dv_{i+1}\} \quad \forall i \in (0,-T).$$

Dato il livello θ di probabilità il VaR del portafoglio sarà pari a:

(3.29) $$VaR = -dv_{T(1-\theta)}^{ord}\sqrt{t}$$

dove t è il tempo di detenzione in giorni. La stima del VaR passando per i fattori di rischio comporta, come nell'approccio varianza-covarianza, dapprima la mappatura delle attività per poi calcolare i rendimenti delle stesse sulla base dei rendimenti effettivi dei fattori di rischio, quindi si ottiene $\mathbf{r}_{a,i} = g_f\left(\mathbf{r}_{f,i}, \mathbf{b}_a\right)$. Dai rendimenti si passa facilmente ai prezzi e al VaR del portafoglio con la stessa procedura vista nei paragrafi precedenti.

L'approccio del metodo storico risulta il più semplice di quelli fin qui analizzati in quanto non prevede la stima di altri indicatori intermedi – correlazioni e volatilità – almeno nella versione di calcolo direttamente dai prezzi. Inoltre non viene fissato a priori nessun modello distributivo – è un metodo di stima non-parametrico – utilizzando direttamente le frequenze dei dati delle variazioni del portafoglio. Ha il problema della forte dipendenza dei risultati dall'intervallo temporale prescelto, che può modificare in maniera sensibile la stima.

L'altro problema relativo alla stima del VaR con questo tipo di approccio è legato all'intervallo di confidenza – il livello di probabilità θ di perdita fissato – che, se scelto molto alto e avendo pochi dati per l'analisi, può portare ad una stima non corretta del VaR. Per esempio scegliendo come probabilità il valore di 0,99 e avendo una finestra temporale di 100 dati, il quantile corrispondente verrebbe posizionato al 99-esimo elemento con un solo valore del portafoglio al di là di tale limite, e quindi statisticamente poco significativo.

Anche per questo metodo di stima del VaR rimane il problema, visto per l'approccio varianza-covarianza, del peso uniforme dei dati utilizzati, che con serie storiche relativamente lunghe può avere un impatto sensibile. A questo proposito è possibile procedere alla ponderazione dei rendimenti dando un peso più basso a quelli più lontani nel tempo, per esempio seguendo la procedura dell'approccio varianza-covarianza.

3.4.3 Il metodo Monte Carlo.

La stima del VaR con il metodo Monte Carlo comporta la simulazione mediante processi stocastici dei rendimenti – o dei prezzi nel caso di *full valuation* – delle attività di rischio sulla base della matrice di varianza-covarianza storica, o altrimenti degli stessi. In questo modo si cerca di stimare i possibili andamenti delle variabili tenendo conto dei legami statistici fra di esse. La simulazione viene replicata per un numero sufficiente di volte in modo che i coefficienti di statistica descrittiva fra le variabili simulate tendano a quelli ricavati dai dati storici. Con le variabili simulate si costruiscono le variazioni del valore del portafoglio, e sulla base del quantile corrispondente al grado di probabilità prescelto, si stima il VaR.

Il metodo di simulazione prevede l'estrazione casuale di valori da una funzione di densità di probabilità – solitamente la distribuzione normale – che vengono utilizzati all'interno di un modello di determinazione del prezzo, i cui parametri derivano dalla serie storica della variabile di riferimento. La scelta del modello dipende dal tipo di variabile che si vuole simulare ed è sostanzialmente legato alla teoria economica sottostante, come pure la scelta della funzione di densità appropriata. Il valore simulato al tempo t del prezzo di uno strumento finanziario si può scrivere:

$$p_{a,t} = g_a\left(f_a\left(x,\hat{\mathbf{b}}\right),t\right) \tag{3.30}$$

dove g_a è il modello di determinazione del prezzo, f_a la funzione di densità di probabilità dei rendimenti e $\mathbf{b}$ è il vettore dei parametri, $\hat{\mathbf{b}} = h(\Omega_{\mathbf{0}})$. Il prezzo di un'azione al tempo t può essere per esempio simulato con un modello esponenziale del tipo $p_{a,t} = p_{a,0}e^{\hat{\sigma}_a z\sqrt{t}}$ dove $\hat{\sigma}_a = h(\Omega_0)$ è la radice della varianza storica e z è estratto da una funzione di densità normale standardizzata.

Nel caso di simulazioni relative a più strumenti finanziari, supponendo per convenienza espositiva $t = 1$, bisogna tenere conto anche dei loro legami statistici, per cui il modello, diventa:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_0 e^{\mathbf{A}^T \mathbf{z}} \tag{3.31}$$

dove **A** è la matrice che si ottiene decomponendo la matrice di varianza-covarianza Σ con la fattorizzazione di Cholesky, tale per cui $\Sigma = \mathbf{A}^T\mathbf{A}$. Questa procedura permette di ottenere una simulazione delle variabili i cui valori di varianza e covarianza tendano a quelli storici dei fattori di rischio a cui si riferiscono.

Il metodo Monte Carlo presenta degli indubbi vantaggi, tra questi i più importanti sono l’indipendenza dalla “vera” funzione di distribuzione dei fattori di rischio e la relativa facilità con cui possono essere trattate le non-linearità. Infatti, una volta simulati con i modelli stocastici appropriati le variabili dipendenti di una funzione non lineare, come per esempio il prezzo di un’obbligazione con il tasso di interesse relativo, si determina facilmente la distribuzione simulata del prezzo. Esiste il problema dell’elevato numero di simulazioni, che per portafogli complessi potrebbe risultare di difficile implementazione, ma che si può risolvere con i metodi quasi-Monte Carlo. Questi, a differenza degli algoritmi standard di generazione di numeri casuali, “coprono” in maniera più rapida la distribuzione che viene simulata.

La stima del VaR con il metodo Monte Carlo risulta fortemente dipendente dal tipo di modello stocastico utilizzato per la simulazione dei fattori di rischio. Infatti l’uso di diversi modelli può portare a stime diverse del VaR, anche utilizzando un numero molto elevato di simulazioni. Anche tale metodo risulta legato alla stima della matrice di varianza-covarianza dei fattori di rischio, necessaria per simularne in maniera coerente l’andamento.

Un secondo metodo di simulazione è quello della simulazione storica, il cui confronto con il metodo Monte Carlo verrà presentato nel quarto capitolo.

3.5 Comparazione tra i metodi.

I tre metodi di stima del VaR analizzati nei paragrafi precedenti presentano caratteristiche diverse sia dal punto di vista teorico, sia da quello empirico.

Il primo problema di carattere teorico è legato alla statistica inferenziale, l’obiettivo di tutti e tre i metodi è infatti lo stesso: individuare il modello distributivo dei rendimenti di un dato portafoglio e stimarne nella maniera più precisa i parametri, in modo da identificare un dato valore soglia legato ad una probabilità prefissata. Mentre il metodo di varianza-covarianza e Monte Carlo richiedono ipotesi iniziali sui rendimenti, generalmente ci si avvale della normalità, solo il metodo storico trascura tale stima.

Per il secondo aspetto, quello relativo alla stima dei parametri della funzione distributiva, solo il metodo storico non ne necessita: il metodo delta-normal ha bisogno della matrice di varianza-covarianza per la stima diretta del VaR, quello Monte Carlo la utilizza per avere una simulazione coerente dei prezzi delle attività. Questi primi aspetti sono evidenziati nella tabella che segue.

Metodo di stima	Statistica inferenziale	
	Modello distributivo	**Stima dei parametri**
Varianza-covarianza	normale	matrice di var-covarianza
Metodo storico	non necessario	Non necessaria
Monte Carlo	di solito si usa il modello normale	matrice di var-covarianza

Tabella 3.1: Comparazione dei metodi di stima del VaR. Statistica Inferenziale.

Il secondo problema è relativo alla trattazione dei legami non-lineari tra attività e fattori di rischio, come nel caso delle opzioni, ma anche dei titoli di debito. La non-linearità si presenta solo nel caso in cui si debba procedere alla "mappatura" delle attività finanziarie sui profili di rischio[32]. Il rendimento del prezzo delle opzioni – o di altre attività – si distribuirà secondo un particolare modello distributivo, che verrà simulato con il metodo Monte Carlo, e convergerà nella normale – dato il teorema del limite centrale – nel metodo varianza-covarianza. Ovviamente il metodo storico prescinde da ogni valutazione di non-linearità. La stima del VaR partendo dai fattori di rischio comporta la linearizzazione del legame tra attività e fattori nel metodo varianza-covarianza. Il metodo Monte Carlo non ha, invece, limiti particolari riguardo il trattamento delle posizioni non-lineari in quanto, una volta identificato il modello di simulazione del prezzo, basta aumentare il numero di simulazioni per ottenere migliori risultati. Questa versatilità si ottiene al prezzo di un procedimento di calcolo più oneroso.

Metodo di stima	Posizioni non-lineari	
	Trattabili	**Limiti**
Varianza-covarianza	Sì	fino al secondo ordine
Metodo storico	Sì	nessuno
Monte Carlo	Sì	tempi di calcolo

Tabella 3.2: Comparazione dei metodi di stima del VaR. Posizioni non-lineari.

Il terzo problema è più generale e riguarda l'utilizzo dell'insieme informativo nella stima del VaR. Tutti e tre i metodi, infatti, sfruttano le sole informazioni presenti nei dati storici, per inferire i risultati di portafoglio nel futuro, accettando l'ipotesi di stazionarietà del modello distributivo, almeno nel medio periodo. La

[32] Il problema della perdita di informazioni nella procedura di mappatura è comune a tutti e tre i metodi di stima.

matrice di varianza-covarianza storica dei fattori di rischio, viene infatti utilizzata come stima della matrice attesa, forzando così la stessa interpretazione del VaR. I due metodi che utilizzano tale procedura, varianza-covarianza e Monte Carlo, si differenziano leggermente in quanto il secondo utilizza tale stima solo come input del processo di simulazione, che ripetuto numerose volte dovrebbe portare anche a valori che nei dati passati non si sono manifestati. Il metodo storico, che non passa per la stima di tale matrice, si pone ad un livello inferiore rispetto agli altri in quanto, almeno nella sua accezione di non ponderazione dei dati, utilizza le sole manifestazioni dei dati storici come stima del comportamento futuro. Un primo passo per rispondere a tale problema è quello di utilizzare la volatilità implicita nei prezzi delle opzioni come stimatore della volatilità attesa, almeno per i due metodi precedenti. In questo modo si utilizzerebbero quella parte di informazioni relative alle previsioni degli operatori di mercato, anche se si dovrebbe comunque "riempire" la matrice di varianza-covarianza con altri metodi di stima, specialmente per le correlazioni, in quanto mancano ancora strumenti derivati il cui prezzo sia legato a tale indice statistico. Tutte queste considerazioni sono riportate nella tabella di riepilogo successiva.

Metodo di stima	**Insieme informativo**	
	Utilizzo	**Conseguenze**
Varianza-covarianza	medio	non cattura gli eventi "estremi"
Metodo storico	basso	forte dipendenza dalla finestra temporale
Monte Carlo	elevato	può catturare gli eventi "estremi"

Tabella 3.3: Comparazione dei metodi di stima del VaR. Insieme informativo.

Per quanto riguarda le evidenze "empiriche" che differenziano i tre mediti, possiamo anche in questo caso procedere per punti.

Il primo aspetto riguarda la velocità di calcolo per arrivare a stime paragonabili fra di loro, aspetto connesso al numero di simulazioni per il metodo Monte Carlo. Il metodo più veloce è quello della varianza-covarianza in quanto non necessita di particolari elaborazioni, una volta stimata la matrice delle volatilità dei fattori di rischio. Segue il metodo storico, anch'esso non particolarmente impegnativo per la mole di calcolo, ben distante, invece, il metodo Monte Carlo poiché occorrono numerose simulazioni per ottenere dei risultati significativi.

Il metodo storico può portare a risultati non coerenti quando si fissano alti valori della probabilità e si utilizzano pochi dati. Seguendo, per esempio, le indicazioni dell'organo di vigilanza, che fissa al 99% la probabilità e ad almeno 250 dati per la stima del VaR, solo 2 valori si troverebbero al di là del centile, con una bassa significatività statistica. Si pensi, ad esempio, se all'interno della finestra temporale si trovassero tre crolli di borsa, il VaR risulterebbe sovrastimato. Questo problema non riguarda gli altri due metodi di stima, in quanto l'approccio Monte Carlo utilizza un numero ben più elevato di dati – in questo caso simulazioni – per il calcolo del centile, mentre l'approccio della varianza-covarianza calcola il VaR direttamente dalla distribuzione stimata.

La stima del VaR secondo il metodo Monte Carlo oltre a dipendere dal modello utilizzato per la simulazione dei fattori di rischio e per la successiva rivalutazione del portafoglio, dipende anche dal numero di simulazioni attuate: più queste aumentano, più la stima si "stabilizza". Questo vuol dire che se stimiamo più volte il VaR alla stessa data, aumentando il numero di simulazioni la volatilità delle stime diminuisce. Come conseguenza, anche la varianza calcolata su singole stime, ma a differenti giorni, ha lo stesso andamento.

L'ultimo punto è legato alla stima della matrice di varianza-covarianza dei fattori di rischio, e riguarda, quindi, il metodo *delta-normal* e quello Monte Carlo, in quanto il metodo storico utilizza solamente i coefficienti di sensibilità nella stima del VaR.

L'ultima tabella riassume le considerazioni fin qui analizzate.

Metodo di stima	**Considerazioni generali (empiriche)**	
	Lati positivi	**Lati negativi**
Varianza-covarianza	• Velocità di calcolo • "Stabilità" al variare di probabilità e numerosità dei dati	• Forte dipendenza dalla stima delle volatilità
Metodo storico	• Velocità di calcolo	• "Instabilità" al variare di probabilità e numerosità dei dati
Monte Carlo	• Coerenza statistica delle stime (solo con elevate simulazioni)	• Lentezza nel calcolo • Forte dipendenza dalla stima delle volatilità (minore rispetto al metodo di varianza-covarianza)

Tabella 3.4: Comparazione dei metodi di stima del VaR. Considerazioni generali.

Da questa prima analisi, il metodo Monte Carlo ha alcune caratteristiche che lo rendono superiore. Rispetto agli altri due metodi ha il pregio di adattarsi in maniera più precisa a fenomeni non-lineari, inoltre, scegliendo opportunamente il modello di simulazione può catturare in maniera più precisa gli eventi rari. Il metodo storico, limitando la sua analisi al solo insieme dei dati passati, risulta fortemente dipendente da questi, specialmente nel caso in cui questi non vengano ponderati. Il metodo della varianza-covarianza ha alcune difficoltà nel catturare i fenomeni non-lineari, ma in compenso riesce, stimando in maniera più appropriata la matrice delle volatilità, ad ottenere stime più coerenti del VaR.

3.6 Back testing.

Scopo del Value at Risk è effettuare una previsione circa il possibile intervallo entro cui cadranno le performance future. Di conseguenza, deve esistere una relazione stabile tra VaR e perfomance. Il *back testing* è una metodologia utilizzata per verificare tale assunto. In generale, per testare l'affidabilità dell'approccio VaR (vale a dire, la correttezza del modello matematico utilizzato per calcolarlo) si rende necessario confrontare le stime probabilistiche con la perfomance derivante dalla pura detenzione delle posizioni in portafoglio per un certo intervallo di tempo (intervallo di detenzione). Una performance di tal genere (detta anche di tipo *buy and hold*) è rappresentata dell'utile o dalla perdita che ipoteticamente si realizzerebbero entro due giorni lavorativi conseguiti assumendo un'inalterata posizione di portafoglio.

In particolare, il Value at Risk è volto a porre una barriera inferiore alle performance. Una perdita eccedente tale barriera è detta *downside outliner*. Un primo modo per valutare la "tenuta" di questa barriera è calcolare un indicatore assai utile detto fattore di scala o *rescaling factor*. Il *rescaling factor* è una prima indicazione sintetica del grado di sopra/sottovalutazione del rischio. In una situazione ideale di perfetta corrispondenza tra le perdite monetarie previste e realizzate, il *rescaling factor* dovrebbe assumere valori prossimi a 1. Ad esempio, se utilizziamo un intervallo di confidenza del 99% e nella nostra analisi di back testing consideriamo 200 giorni lavorativi, ci dobbiamo aspettare un numero di outliner pari al teorico (100% - 99%) * 200 = 2. Lo scostamento tra gli outliner teorici e quelli effettivamente riscontrati viene sintetizzato dal rescaling factor. Se ad esempio confrontando i dati di performance e VaR otteniamo un coefficiente di rescaling factor pari a 1.45, questo significa che dovremmo moltiplicare il VaR per 1.45 al fine di ottenere un numero di outliner pari al teorico 2. Il *rescaling factor* è dunque il numero per il quale dobbiamo moltiplicare il VaR al fine di ottenere una previsione ottimale delle performance (negative).

Il calcolo del rescaling factor α è molto semplice. Supponiamo di disporre di una serie storica delle performance, P(t), e di una serie storica del VaR, V(t). Il nostro obiettivo è calcolare quel fattore per il quale tutti i valori V(t) devono essere moltiplicati al fine di soddisfare la definizione del *k*-esimo percentile. In primo luogo calcoliamo il numero degli outliner, cioè il numero di volte in cui il VaR non è stato in grado di prevedere la massima performance negativa. Il che si effettua semplicemente contando le osservazioni numeriche contraddittorie:

$$N_\alpha = \sum_t \begin{cases} 1, & se \dfrac{P(t)}{V(t)} \leq -1 \\ 0, & negli\ altri\ casi \end{cases} \tag{3.32}$$

Definiamo con N_{α}^{+} il numero teorico di outliner che rientrano nella definizione del k-esimo percentile (es. se il percentile è il 99% e il numero di osservazioni è 200, il numero teorico di outliner è 1% * 200=2). Il rescaling factor è quel numero che, moltipicato per la serie del VaR V(t), rende N_{α} uguale a N_{α}^{+}. Cioè:

$$(3.33) \qquad \alpha \times V(t) \qquad \frac{\lambda\alpha}{N_{\alpha}} = N_{\alpha}^{+}$$

In una condizione ideale, α è uguale a 1. Se α<1, il rischio è sovrastimato (occorre moltiplicare il VaR per un fattore decrementativo); viceversa, se α>1, il rischio è sottostimato (occorre moltiplicare il VaR per un fattore incrementativo). Un'ultima osservazione: sebbene possa sembrare controintuitivo, il calcolo del rescaling factor tiene conto sia del numero degli outliner che della loro dimensione relativa. Questo perchè il fattore α va a incrementare o decrementare la serie dei VaR e dunque va a riscaldare la distanza relativa tra le due serie (performance e VaR).

Una seconda misura di back testing tenta invece di catturare anche l'impatto dei cosiddetti *upsider outlier*; ovvero dei profili che eccedono la barriera superiore alle performance individuata dal VaR. Come abbiamo più volte detto, il VaR individua la massima perdita probabile derivante dalla pura detenzione delle posizioni per un periodo di tempo pari all'holding period e con un certo livello di probabilità. Così facendo, noi consideriamo solo una delle due code della distribuzione (normale) dei risultati, cioè quella in cui le perdite non eccedono un certo livello di VaR. Ovviamente, è sempre possibile compiere l'operazione inversa e dire che il VaR rappresenta anche il massimo livello di utile derivante dalla pura detenzione delle posizioni. Per valutare lo scostamento del VaR dal numero atteso di profitti o perdite eccedenti (al rialzo o al ribasso) la barriera, è possibile calcolare un rescaling factor assoluto, il quale ci indica per quante volte dobbiamo moltiplicare il VaR al fine di realizzare una previsione ottimale delle performance assolute (*profit and loss*). In condizioni ideali, anche il rescaling factor assoluto dovrà assumere valori vicini a 1.

In ogni caso, valori lontani dall'ottimo suggeriscono la presenza di errori che possono risiedere nelle fasi di calcolo (del VaR o delle performance) o nel fallimento degli assunti iniziali della metodologia del valore a rischio. Tra le cause di back testing imperfetto possiamo ricordare la natura dinamica delle performance (il VaR rivaluta il portafoglio a posizioni inalterate dalla sera precedente, mentre le performance sono spesso calcolate come *trading incombe*, ovvero includendo anche le variazioni della composizione del portafoglio), la presenza di un forte trading infragiornaliero, le tecniche di correlazione tra i VaR dei portafogli (il metodo più corretto per calcolare il VaR totale a partire dal VaR dei singoli portafogli è ovviamente quello di ricalcolare il valore sulla base del portafoglio aggregato; tuttavia spesso si introduce l'ipotesi conservativa di correlazione pari a 1 oppure quella certamente meno conservativa di correlazione nulla; queste ultime modalità possono condurre a enormi errori di valutazione e quindi di decisone).

3.7 Approcci alternativi.

I tre metodi di stima del VaR visti si accomunano in quanto utilizzano tutti i dati delle attività e dei fattori di rischio nella procedura di stima. Lo *stress testing* e la *EVT* invece, si concentrano solo sui dati estremi, cioè su quei dati che si manifestano con bassa probabilità. In questo modo si riduce l'insieme informativo, ma la qualità delle informazioni risulta migliore in quanto i dati utilizzati per il calcolo risultano più coerenti con la grandezza obiettivo stimata.

La procedura di Stress testing viene imposta dalle autorità di vigilanza agli intermediari creditizi che hanno scelto di utilizzare il VaR come base per il calcolo del patrimonio di vigilanza[33]. Per ottenere i valori di perdita del portafoglio vengono solitamente utilizzate delle procedure automatiche per il caso della *full valuation*, mentre vengono costruiti degli scenari previsionali opportuni se si vuole partire direttamente dai fattori di rischio. In quest'ultimo caso possono essere utilizzate le peggiori realizzazioni storiche per ogni fattore di rischio, oppure vengono direttamente costruiti degli scenari ad hoc valutando le più pessimistiche realizzazioni nei fattori di rischio in quel determinato periodo. Tale procedura, oltre ad ovvi problemi di soggettività, comporta anche un problema di incoerenza dei valori ipotizzati nei fattori di rischio. E' infatti difficile prevedere, per esempio, che un crollo della borsa porti anche ad un crollo del mercato obbligazionario e di quello valutario.

La procedura automatica utilizzata nella *full valuation*, ma che può anche essere applicata ai soli fattori di rischio, comporta la fissazione di un livello α di confidenza per poi "spingere" ogni fattore di rischio α-volte la propria deviazione standard verso il caso più avverso. Si ottengono così n valori per ogni fattore di rischio che, applicati tramite i coefficienti di sensibilità, consentono di calcolare il valore del portafoglio in tale situazione e quindi la perdita potenziale. Questa procedura può essere fuorviante se applicata a portafogli complessi costituiti anche da prodotti derivati, in quanto non sempre un calo dei fattori di rischio comporta una perdita[34]. Per questo motivo viene calcolato il valore che il portafoglio assume anche al valore diametralmente opposto e in quello intermedio di ogni fattore di rischio[35].

La procedura di stress testing non viene quindi utilizzata direttamente per il calcolo del VaR, ma può essere un valido aiuto per verificare se il metodo di calcolo è stato implementato in maniera corretta e se i suoi risultati sono coerenti con quelli derivanti dalle prove di stress. Il confronto dovrà ovviamente essere fatto in maniera

[33] Uno studio recente sulle procedure di *stress testing* utilizzate dalle principali banche è Committee on the global financial system (2000).
[34] Si pensi ad esempio ad un portafoglio di future in posizione corta sull'indice di borsa.
[35] Si pensi ad esempio ad un portafoglio di opzioni in posizione lunga, penalizzato da una bassa volatilità.

omogenea, tenendo conto dell'approccio utilizzato: *full valuation* o calcolo partendo dai fattori di rischio.

L'importanza di tale confronto, anche di tipo psicologico, viene sottolineato in maniera particolare dalle autorità di vigilanza, in quanto mette in evidenza alla direzione degli istituti di credito le potenziali perdite in situazioni particolarmente svantaggiose.

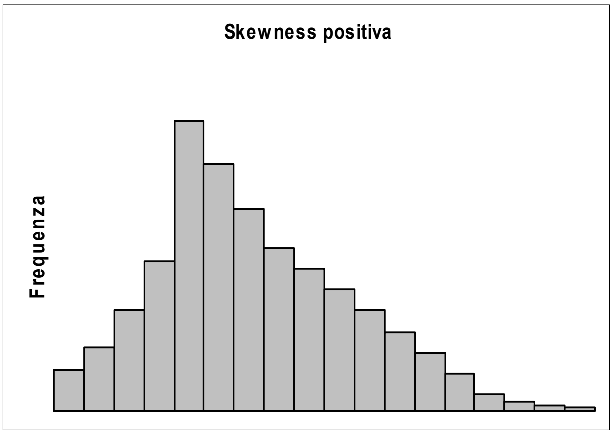
A differenza dell'approccio di stress testing, la *Extreme Value Theory* (EVT) stima una particolare funzione di distribuzione delle perdite, per poi calcolare il VaR su quest'ultima, applicando i risultati della nota teoria statistica delle distribuzioni estremali. In questo modo si riesce a stimare in maniera più precisa la coda della distribuzione, la parte più importante per il calcolo del VaR, che risulta sottostimata ipotizzando la distribuzione normale dei rendimenti del portafoglio.

Le distribuzioni estremali sono funzioni di densità che "derivano" da altri modelli distributivi come, per esempio, la normale, la log-normale, la logistica. Infatti esse non sono altro che la distribuzione dei valori massimi o minimi di *n* campioni, per *n* molto grande, estratti in modo casuale da una popolazione governata dai modelli "primitivi". Tre sono le famiglie di distribuzioni estremali più importanti: la classe di *Gumbel*, di *Weibull* e di *Frechet*, di cui le prime due sono quelle più utilizzate. Trovano vasto utilizzo in vari campi di analisi, tra cui anche i rendimenti delle attività finanziarie la cui distribuzione viene di solito supposta normale o log-normale.

3.8 Alcuni problemi metodologici: skewness e kurtosis.

Vi sono alcune deviazioni dagli assunti iniziali che possono, se persistenti e significative, invalidare la coerenza delle analisi del Value at Risk. Il problema su cui ci soffermeremo di seguito riguarda la forma della distribuzione di probabilità (*skewness*, *kurtosis*).

Un'assunzione fondamentale di modelli VaR è che la distribuzione di probabilità dei profitti e delle perdite sia simmetrica. Per verificare la bontà di tale assunto è necessario verificare il grado di *skewness* della distribuzione. In presenza di una *skewness* positiva, la distribuzione di probabilità possiede una coda a destra più lunga di quella a sinistra, cioè la distribuzione è "sbilanciata" verso sinistra; in presenza di una *skewness* negativa, invece, la coda più lunga è posta sulla sinistra, con la distribuzione "sbilanciata" verso destra.



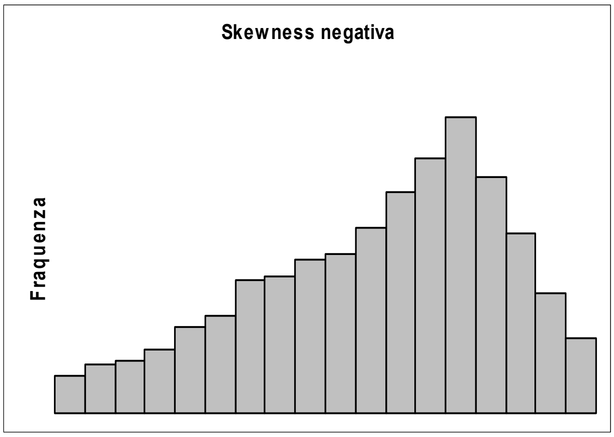


Figura 3.1: Skewness positiva e negativa

Esistono vari modi per calcolare il coefficiente di momento di *skewness*. Il più utilizzato è il seguente:

$$S = \frac{\dfrac{\sum (X_i - \overline{X})^3}{n-1}}{\left(\sqrt{\dfrac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n-1}} \right)^3} \tag{3.34}$$

dove il denominatore è la standard deviation dei profitti (X_i) elevata al cubo.

Nel caso di distribuzione simmetrica, il coefficiente di *skewness* assume valore zero. Se si ricava un valore del coefficiente maggione di zero (*S*>0) si parla di asimmetria (*skewness*) positiva; se il coefficiente risulta minore di zero (*S*<0) si parla di asimmetria (*skewness*) negativa[36].

In concreto è facile incontrare una *skewness* positiva nel caso di capitalizzazione composta dei profitti e delle perdite. Supponiamo ad esempio che un certo strumento finanziario renda il 5% annuo. Su un orizzonte temporale di due anni, a scadenza otterremo: 100 * $(1.05)^2$ = 110.25, cioè un guadagno (biennale) del 10.25%. Qualora invece il rendimento fosse negativo del 5%, a scadenza otterremo: 100 / $(1.05)^2$ = 90.70, cioè una perdita (biennale) del 9.3%.

Mentre la *skewness* misura il grado di simmetria della distribuzione di probabilità dei profitti, la *kurtosis* (curtosi) ne descrive la forma più o meno "appiattita". Più precisamente si parla di *leptokurtosis* per indicare distribuzioni con picchi più elevati della normale; di *platykurtosis* per indicare distribuzioni più appiattite della normale; e infine di *mesokurtosis* per indicare distribuzioni che assomigliano a quella normale.

[36] Vedi Figura 3.1.

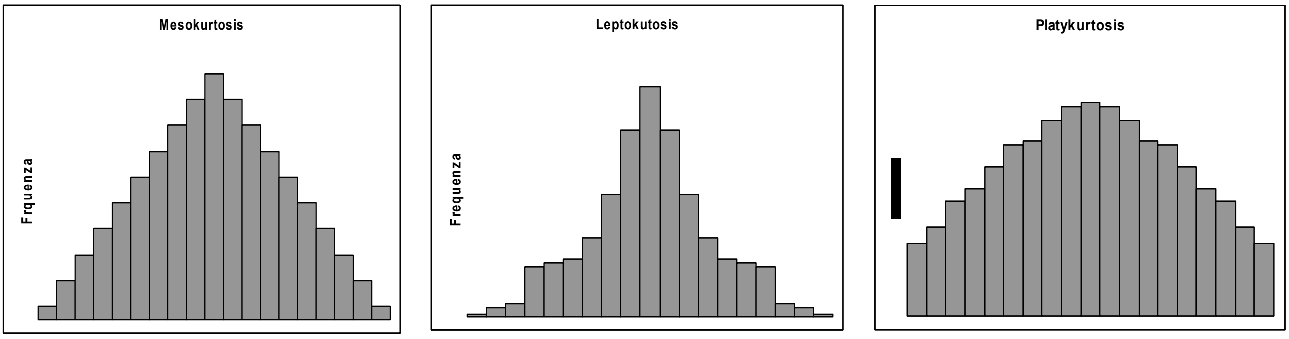


Figura 3.2: Mesokurtosis, leptokutosis e platykurtosis.

Il coefficiente di momento di *kurtosis* può essere ottenuto utilizzando la seguente formula:

$$(3.35) \qquad K = \frac{\dfrac{\sum (X_i - \overline{X})^4}{n-1}}{\left(\sqrt{\dfrac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{n-1}}\right)^4}$$

Se i dati fossero normalmente distribuiti il coefficiente di *kurtosis,* sarebbe pari a 3.

In concreto, si è in presenza di fenomeni curtosici quando i prezzi dei beni sono soggetti a "discontinuità" di tipo periodico. Ciò avviene per quei mercati finanziari che rimangono chiusi nella notte e nei fine settimana: la ragione dei "salti" (*jump*) che si verificano nei prezzi alla riapertura è ovviamente legata al fatto che alcune informazioni vengono diffuse a mercati chiusi; quindi il riadattamento del mercato produce una discontinuità tra il prezzo di apertura e l'ultimo prezzo di chiusura. Questi "salti informativi" sono appunto all'origine della forma più o meno appiattita della distribuzione dei profitti e delle perdite in relazione alla ipotizzata normalità (che continua invece a valere per quei mercati finanziari caratterizzati da trading continuo)[37].

[37] Esiste un'estesa letteratura su queste ed altre "anomalie" del mercato. Al lettore interessato è consigliato: Ariel R. (1990), DeBondt W. e Thaler R. (1989), French K. (1980), Hauger R. e Lahonishock J. (1987).

Capitolo 4:

ANALISI DEL RISCHIO DI UN PORTAFOGLIO D'INVESTIMENTO

4.1 Introduzione a Finantix.

Il lavoro di analisi del rischio presentato nel seguente capitolo è stato svolto presso l'azienda Finantix S.p.A.

Finantix fornisce le soluzioni basate sui componenti e multicanali del software per le istituzioni finanziarie che sostengono tutti i processi critici di un'organizzazione di consegna per migliorare il servizio offerto ai clienti e per aumentare le vendite. Con gli uffici di Helsinki, Hong Kong, Londra, Milano, Monaco di Baviera, Singapore e Venezia, Finantix comercializza componenti finanziari per *retail advice* e *financial planning*, *branch innovation*, ipoteche e prestiti, *bancassurance*, *wealth management* e *private banking*, CRM, gestioni di fondi comuni d'investimento e fondi monetari, mediazione e servizi di credito, PMI e *corporate banking.*

L'applicativo Finantix è uno strumento di supporto al Private Banker in tutte le fasi di gestione della relazione con il cliente, dal contatto e identificazione dei bisogni finanziari del cliente alla creazione e monitoraggio di piani d'investimento che rispondano in modo mirato a tali esigenze.

Finantix è composto di tre moduli principali con funzionalità e obiettivi specifici:

- ✓ Modulo *CRM*: il Private Banker tramite tale modulo può raccogliere informazioni di marketing sul cliente, gestire l’agenda degli incontri, identificare opportunità commerciali, ricevere alert e notizie dalla Direzione Centrale.

- ✓ Modulo *Posizione Globale e Reportistica*: tale modulo permette al Private Banker di avere una visione integrata e completa della posizione finanziaria del cliente, di effettuare analisi di rendimento e di rischio e di stampare una reportistica completa da rilasciare al cliente.

- ✓ Modulo di *Pianificazione Finanziaria*: tale modulo include la funzionalità di profilazione del cliente, di creazione e monitoraggio di piani d’investimento. La profilazione permette di identificare le asset class e le strategie d’investimento più adatte a soddisfare le specifiche esigenze di ogni cliente. Il Private Banker inoltre, dopo aver identificato e implementato il piano di investimento ottimale, potrà monitorare il rischio e il rendimento dell’intera posizione e agire repentinamente a fronte di rilevanti scostamenti dalla posizione attesa.

Alla luce delle funzionalità descritte si evidenzia quindi che i principali vantaggi di Finatix sono:

- Unico punto di accesso per raccogliere e consultare le informazioni di marketing sul cliente

- Asset Allocation sulla base di una profilazione mirata del cliente

- Reportistica evoluta per il cliente

- Controllo del rischio dell’intero portafoglio.

4.1.1 Modulo di Posizione Globale.

Segue un breve approfondimento del secondo e terzo modulo dell’applicativo, in quanto di particolare interesse per questo lavoro.

Il Private Banker selezionando la funzionalità “Global Position” può visualizzare e analizzare la posizione finanziaria del cliente che include attività, passività ed eventuali altri prodotti e servizi posseduti dal cliente. La posizione finanziaria, nella versione attuale, prevedere diverse viste: per prodotti, contratti, e categorie.

Tramite la funzione *X-Ray* è possibile riclassificare e visualizzare in un'unica pagina il patrimonio globale per asset, divisa, nazione, rischio, settore e regione. Sulla posizione finanziaria può inoltre essere effettuata una dettagliata analisi del rischio tramite la funzione di *VaR Analysis*. Il calcolo del VaR che definisce l'esposizione al rischio, può in particolare essere effettuato sia sul patrimonio globale (gestito e amministrato) sia selezionando particolari sottoinsiemi dell'intero portafoglio (tipo di contratto, prodotto, famiglia di prodotti, amministrato, gestito…). Gli indici di VaR calcolati vengono tutti visualizzati tramite opportuni grafici.

La sezione "Profilazione cliente", presente nel componente *Pianificazione Finanziaria*, supporta il Private Banker nell'identificazione del profilo di rischio e del profilo comportamentale del cliente. Tali profili identificano il cliente e non il singolo investimento.

Per determinare il profilo di rischio, il Private Banker dovrà raccogliere un set di informazioni riconducibili a quattro macro-aree di indagine (propensione al rischio, cultura finanziaria, posizione finanziaria, orizzonte temporale dell'investimento) a loro volta organizzate in aree più dettagliate. Il Private Banker dovrà quindi inserire tali informazioni in Finantix selezionando una delle quattro opzioni proposte per ciascuna area di indagine. L'applicativo assegnerà un punteggio a ciascuna opzione scelta e identificherà il profilo. Il profilo comportamentale è invece legato all'emotività e fiducia verso gli altri. Per garantire l'attendibilità della profilazione l'applicativo svolge automaticamente una serie di verifiche di coerenza tra le informazioni raccolte e ne dà evidenza al Private Banker. Per quanto riguarda il profilo di rischio, l'applicativo è stato inoltre predisposto per richiamare il profilo CONSOB ed evidenziare quindi al Private Banker eventuali disallineamenti con le informazioni presenti sui sistemi della banca. Il profilo di rischio viene utilizzato in sede di pianificazione per identificare un *portafoglio strategico* (portafoglio ideale definito in termini di asset class di primo livello), mentre il profilo comportamentale per identificare uno o più *portafoglio modello* (portafoglio ideale definito in termini di prodotti).

4.1.2 Vista della VaR Analysis.

La funzionalità permette all'utente di analizzare la volatilità e il VaR di un insieme di asset selezionati; tali risultati vengono mostrati secondo la posizione globale standard del portafoglio, ma è possibile selezionare le diverse viste disponibili: per metodologia, per prodotto e per contratto. Tutte le statistiche sono calcolate usando l'approssimazione delle asset class di portafoglio, questo significa che prima di qualsiasi elaborazione il sistema calcola la politica del portafoglio selezionato. La politica del portafoglio consiste nell'asset allocation, in altre parole come il portafoglio è investito nelle asset class definite. Un esempio di politica di portafoglio è: 25% domestic stock, 75% domestic bond.

Il principio su cui si basano tutti i calcoli effettuati dall'applicativo si fonda sul fatto che tutti gli strumenti finanziari sono stati definiti in asset class; in questo modo qualsiasi siano gli strumenti che compongono la posizione finanziaria del cliente il sistema li riconduce alle asset class padre e da queste può svolgere le operazioni di calcolo disponendo delle serie e statistiche storiche.

Le statistiche attese relative al portafoglio sono calcolate usando le seguenti formule standard:

(4.1) $\mu_P = W^T M$

dove $M = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ . \\ . \\ \mu_N \end{bmatrix}$ è la serie dei rendimenti attesi e $W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ . \\ . \\ w_N \end{bmatrix}$ è la serie dei pesi.

(4.2) $\sigma_P = \sqrt{W^T \Sigma W}$

dove $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \dots & \sigma_{1N}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2N}^2 \\ \vdots & & & \\ \sigma_{N1}^2 & \sigma_{N2}^2 & & \sigma_{NN}^2 \end{bmatrix}$.

L'applicativo permette inoltre il calcolo del *portfolio diversification benefit*, che indica in che percentuale la diversificazione nelle asset class determina una volatilità dell'allocazione più bassa. Il diversification benefit è calcolato confrontando la volatilità dell'allocazione contro la volatilità non diversificata della stessa allocazione.

(4.3) $\sigma_{non\ div} = \sum_i w_i \sigma_i$

(4.4) $Diversification = 1 - \dfrac{\sigma_{div}}{\sigma_{non\ div}}$

dove σ_{div} è la volatilità dell'allocazione del portafoglio.

Il calcolo del VaR nella versione corrente dell'applicativo, avviene secondo la seguente formula:

$$(4.5)\quad VaR = P_{t-1}\left[1 - e^{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \alpha\sigma\sqrt{t}}\right]$$

dove P_{t-1} è il valore corrente del portafoglio; μ sono i rendimenti attesi; σ^2 è la volatilità attesa del portafoglio; t l'orizzonte temporale (se si tratta di calcolare il VaR giornaliero allora $t = 1/365$ e così via); α è il valore di una normale standard al livello 5% ($\alpha = -1.65$).

Il componente Finantix usa un approccio parametrico, il *delta normal approach*, per il calcolo del VaR. Data una stima della volatilità σ, il processo generativo dei rendimenti segue un processo *random walk* geometrico:

$$(4.6)\quad \frac{dP_t}{P_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

Questo significa che il rendimento dal tempo *t* al tempo *T* può essere scritto come:

$$(4.7)\quad r_{t,T} = (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T - t) + \sigma\varepsilon\sqrt{T - t}$$ [38]

dove $\varepsilon \sim N(0,1)$; vi sono due parametri da stimare: il drift μ e la volatilità σ.

4.2 Gli step del metodo Monte Carlo.

Finantix si pone ora l'obiettivo di calcolare il VaR mediante metodologie più complesse dell'approccio di varianza-covarianza implementato finora. Finantix mira ad implementare il metodo Monte Carlo.

In generale, se si dispone di *M* strumenti in portafoglio, dove il valore corrente di ciascun strumento è una funzione di *n* fattori $V_j(\mathbf{P})$, con $j=1,...,M$ e $\mathbf{P} = (P^{(1)}, P^{(2)},...,P^{(n)})$, si può determinare lo scenario a un giorno di P&L[39] attraverso i seguenti passi:

1. Generare un vettore **z** di variabili da una normale standard indipendenti

[38] Per la derivazione dalla (4.6) alla (4.7) vedere Hull (1997).
[39] Profit and Loss

2. Trasformare le variabili da una normale standard nel vettore di rendimenti **r** = *r(1), r(2), ... , r(n)* , che corrispondono a ciascun fattore di rischio usando la matrice **C**, i.e. $\mathbf{r} = \mathbf{C}^{T}\mathbf{z}$.

3. Calcolare il prezzo a un giorno di ciascun fattore di rischio usando la seguente formula:

   (4.8) $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_0 e^{r}$

4. Prezzare ciascuno strumento usando il prezzo corrente $\mathbf{P}_0$ e lo scenario di prezzo a un giorno $\mathbf{P}_1$.

5. Determinare la P&L di portafoglio come:

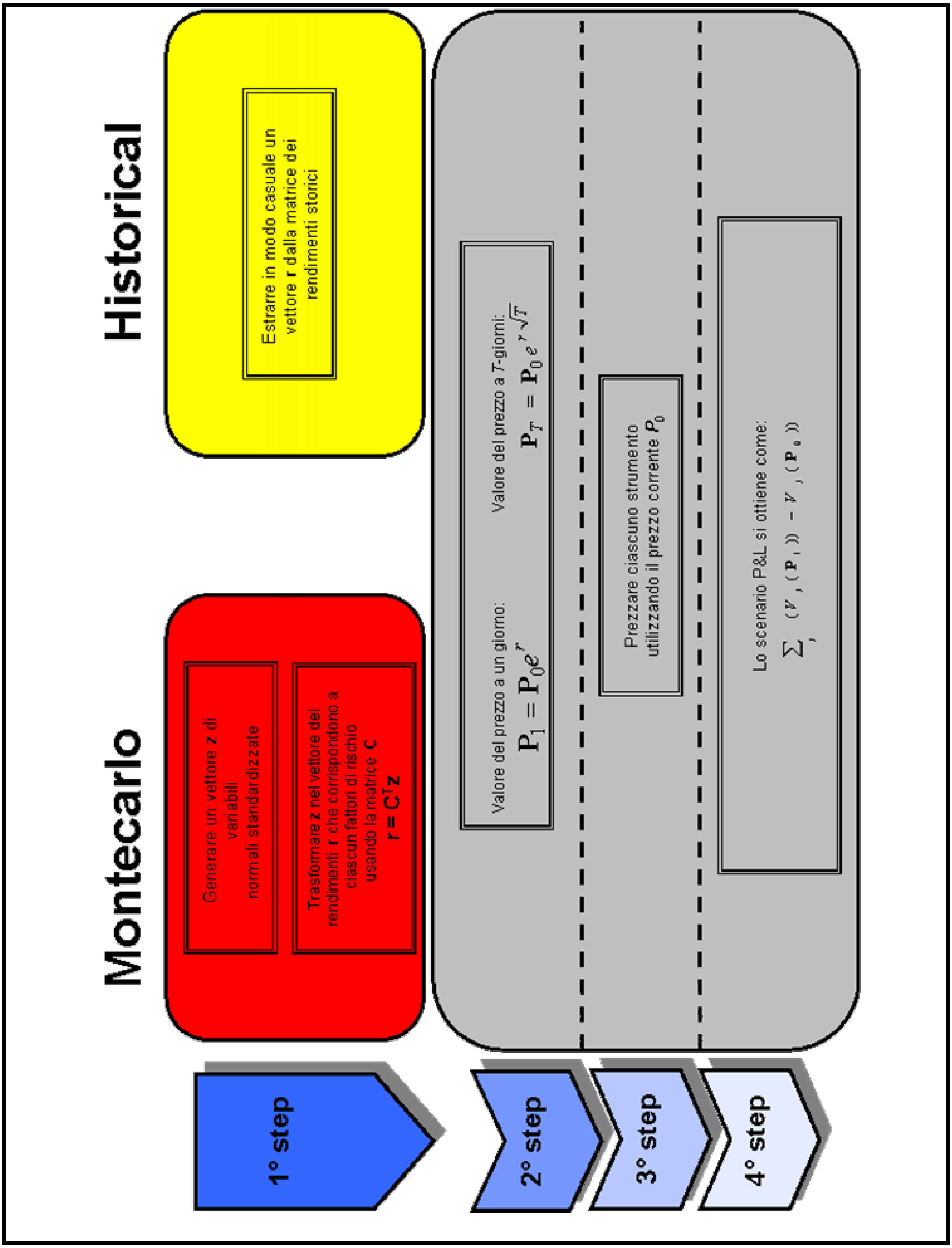
   (4.9) $\sum_j (V_j(\mathbf{P}_1)) - V_j(\mathbf{P}_0))$

La scelta della matrice **C** non è unica. Ci sono differenti metodi per la decomposizione della matrice di varianze-covarianze **Σ**. I due metodi più comuni sono: la decomposizione di Cholesky, applicabile solo nel caso di matrici definite positive, e la decomposizione in valori singolari (SVD), applicabile solo nel caso di matrici semi-definite positive. Tuttavia esiste una terza decomposizione, che deriva dal Teorema spettrale dell'algebra, applicabile anche in questo caso solo a matrici semi-definite positive.

La matrice di varianza e covarianza è sempre semi-definita positiva, essendo $E[X]^2 \geq 0$, dal momento che una varianza non è mai negativa.

Come anticipato esiste un ulteriore metodo di simulazione, definito come il metodo di simulazione storica. Tale metodo consiste in un'estrazione casuale di un vettore dalla matrice storica dei rendimenti. Applicando il livello corrente dei fattori di rischio su tali rendimenti si determina lo scenario dei prezzi dei fattori di rischio. Questo approccio ha il vantaggio di riflettere la distribuzione multivariata storica dei rendimenti dei fattori di rischio.

Segue una rappresentazione grafica del confronto per steps tra il metodo Monte Carlo e il metodo storico. In tale rappresentazione appare evidente come la differenza sostanziale tra i due metodi messi a confronto, risiede nel primo step: Monte Carlo richiede un'estrazione da una distribuzione normale standardizzata e alla generazione di rendimenti combinando la matrice di varianza e covarianza, opportunamente decomposta, e il vettore di numeri casuali estratti; il Metodo storico utilizza come rendimenti un vettore estratto casualmente dalla matrice dei rendimenti storici. I passaggi necessari per individuare i valori del portafoglio sono i medesimi.


Montecarlo
Historical
1° step
2° step
3° step
4° step
Generare un vettore z di variabili normali standardizzate
Trasformare z nel vettore dei rendimenti r che corrispondono a ciascun fattori di rischio usando la matrice C
$r = C^T z$
Estrarre in modo casuale un vettore r dalla matrice dei rendimenti storici
Valore del prezzo a un giorno:
$P_1 = P_0 e^r$
Valore del prezzo a T-giorni:
$P_T = P_0 e^{r\sqrt{T}}$
Prezzare ciascuno strumento utilizzando il prezzo corrente P_0
Lo scenario P&L si ottiene come:
$\sum_i (V_i(P_1)) - V_i(P_0))$

4.2.1 Il processo stocastico di Wiener.

Il processo di Wiener, o moto Browniano geometrico, svolge un ruolo fondamentale nella descrizione dell'andamento dei prezzi dei titoli azionari. Esso è la variazione di un particolare processo di Markov, dapprima utilizzato nel campo della fisica e in seguito applicato alla finanza, in quanto sembra adattarsi bene per descrivere l'andamento del prezzo di un titolo. Per analizzare il modo in cui un processo stocastico viene utilizzato per rappresentare la possibile traiettoria del prezzo, si consideri dapprima il movimento casuale di una variabile z attraverso una misura discreta di tempo:

(4.33) $$z(t+1) = z(t) + \Delta z(\Delta t)$$

dove

(4.34) $$\Delta t = (t+1) - (t)$$

La sopraindicata relazione permette di evidenziare la legge che governa il movimento della variabile z, tale che al tempo $(t+1)$ essa assume il valore al tempo (t) incrementato di un termine stocastico ε che si distribuisce secondo una normale standardizzata. Dunque è possibile affermare che la variabile casuale z segue un processo di Wiener se la sua variazione, che indichiamo con Δz, in un intervallo di tempo discreto Δt gode delle seguenti due proprietà:

1. Il legame tra Δz e Δt è rappresentato dell'equazione $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$ dove ε è un numero casuale estratto da una distribuzione normale standardizzata con media 0 e varianza unitaria;

2. I valori di due variazioni distinte Δz relative a due diversi intervalli di tempo Δt sono indipendenti; in altri termini si assume che il fattore stocastico si comporti in maniera del tutto indipendente dal suo andamento passato: dunque se si indica con $\varepsilon(t+1)$ e $\varepsilon(t)$ sue realizzazioni di ε risulta nulla la covarianza tra le due.

In base alla proprietà evidenziata al punto 1, Δz si distribuisce normalmente con media 0 e varianza Δt. In base alla proprietà evidenziata al secondo punto la variabile casuale z segue un processo di Markov. Nel campo della finanza quando si assume che i prezzi di un'azione seguono un processo markoviano si afferma automaticamente che il prezzo corrente racchiude già tutte le possibili informazioni passate che stanno imprimendo al prezzo stesso un trend rialzista o ribassista.

Sinora si è considerato un intervallo di tempo Δt piuttosto piccolo; se si prede in esame invece un arco di temporale più ampio, la variazione della variabile z sarà data dalla somma delle singole variazioni in n intervalli di tempo più piccoli, in termini formali:

$$(4.35) \qquad \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

e data l'indipendenza delle variabili ε_i la citata variazione si distribuirà secondo una normale standardizzata con media 0 e varianza $n\,\Delta t$[40].

Riducendo l'orizzonte temporale (considerando il limite per $\Delta t \to 0$) si prenderanno in esame variazioni sempre più piccole fino a quelle infinitesimali, ed il processo di Wiener in questo ultimo ambiente si configura in questo modo:

$$(4.36) \qquad dz = \varepsilon \sqrt{\Delta t} \ .$$

Il processo di Wiener presenta due peculiarità:

- Il valore atteso della variabile z in ogni istante futuro di tempo è pari al suo valore corrente visto che il tasso di crescita atteso (definito tasso di deriva o *drift rate*) viene ipotizzato nullo.

- La varianza è uguale ad 1, per cui la varianza delle variazioni di z in un arco temporale, che risulta la somma di *n* intervalli di ampiezza Δt, è pari a $n\,\Delta t$. In altri termini ciò significa che l'errore di previsione cresce con l'estendersi dell'orizzonte temporale.

Il processo di Wiener generalizzato costituisce un successivo affinamento nella descrizione della possibile traiettoria dei prezzi di un titolo azionario, spiegando la variazione di una variabile *x* (che può essere per esempio il prezzo di un titolo azionario) in un intervallo discreto Δt come somma di due componenti:

$$(4.37) \qquad \Delta x = a\Delta t + b\Delta z$$

dove *a* e *b* sono costati. L'equazione descrive il cosiddetto moto geometrico browniano, che rappresenta l'ipotesi fondamentale circa i movimenti del prezzo del sottostante su cui poggia l'intera analisi del pricing delle opzioni.

Per meglio comprendere il significato dell'equazione (4.37) è utile considerare separatamente le due componenti alla destra del segno di uguaglianza. Il termine $a\Delta t$ rappresenta la variazione attesa della variabile *x* nel tempo, ed è geometricamente

---

[40] $Var\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \sqrt{\Delta t} = \sum_{i=1}^{n} Var\left[\varepsilon_i \sqrt{\Delta t}\right] = \Delta t \sum_{i=1}^{n} Var(\varepsilon_i) = \Delta t\ n$

rappresentabile attraverso una retta che descrive lo sviluppo atteso della variabile x al variare del tempo. Il termine $b\Delta z$ rappresenta invece l'elemento casuale che caratterizza l'andamento erratico della variabile x, ossia la variabilità (definita rumore o *noise*) di x intorno alla retta; geometricamente è rappresentabile attraverso la successione nel tempo delle curve normali.

Sostituendo Δz all'equazione del processo di Wiener generalizzato avremo:

(4.38) $$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

La variazione Δx si distribuisce secondo una normale con media $a\Delta t$ e varianza $b^2\Delta t$, in quanto:

(4.39) $$E(\Delta x) = E(a\Delta t) + E(b\varepsilon\sqrt{\Delta t}) = a\Delta t + b\sqrt{\Delta t}E(\varepsilon) = a\Delta t$$
essendo infatti $E(\varepsilon) = 0$.

(4.40) $$Var(\Delta x) = Var(a\Delta t) + Var(b\varepsilon\sqrt{\Delta t}) = b^2 \Delta t Var(\varepsilon) = b^2 \Delta t$$
essendo infatti $Var(a\Delta t) = 0$ e $Var(\varepsilon) = 1$.

Senza l'elemento stocatisco $(b = 0)$ la variabile x crescerebbe o decrescerebbe in modo lineare.

Possiamo dunque affermare che l'andamento del prezzo di un titolo varia in funzione di due fattori:

- Uno prevedibile, cioè il trend di crescita attesa;

- Uno stocastico, non prevedibile ma stazionario in quanto il tasso di varianza è pari a 1.

I limiti del processo di Wiener generalizzato sono:

a) Secondo l'equazione indicata X potrebbe assumere valori negativi $(a < 0)$, mentre nella realtà finanziaria il prezzo di uno strumento finanziario non può mai esserlo;

b) La relazione tra la variabile X e il tempo non è, nella realtà, lineare. Infatti, se la variabile considerata è il prezzo di uno strumento finaziario, la relazione tra prezzo e tempo è di tipo esponenziale: il trend del prezzo deve essere capitalizzato nel corso del tempo.

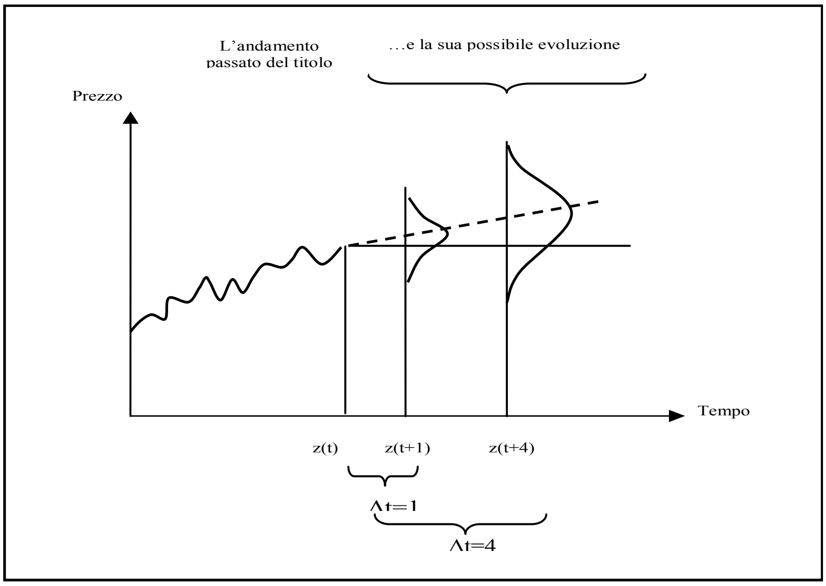


Figura 4.1 : Rappresentazione dell'andamento passato e della possibile evoluzione futura del prezzo del titolo sulla base del processo di Wiener generalizzato

4.3 Sviluppo di un applicativo Excel.

L'interesse sviluppato all'interno dell'azienda Finatix, era rivolto al confronto tra il metodo parametrico, fino ad ora implementato nell'attuale applicativo, e il metodo Monte Carlo.

Tutte le simulazioni sono state eseguite per nove profili di rischio; nove possibili scenari nei quali allocare il capitale secondo su una scala di rischio da 1 a 9, dove il primo profilo coincide con una bassa rischiosità (55% bond e 45% short term) e il nono rappresenta il più rischioso (50% bond, 40% stock e 10% short term). Per scenari s'intendono pesi distribuiti in tre *asset class*: azioni, obbligazioni e liquidità. Secondo l'attitudine al rischio del cliente, si sono pensati questi nove possibili profili di rischio:

Profili	Bond	Stock	Short Term
1	55,0%	0,0%	45,0%
2	70,0%	0,0%	30,0%
3	85,0%	0,0%	15,0%
4	80,0%	10,0%	10,0%
5	70,0%	20,0%	10,0%
6	60,0%	30,0%	10,0%
7	50,0%	40,0%	10,0%
8	40,0%	50,0%	10,0%
9	15,0%	75,0%	10,0%

Tabella 4.1: Profili di rischio previsti.

Oltre per i nove profili, le simulazioni sono anche state ripetute per dieci cadenze, vale a dire un arco temporale di dieci periodi; un'idea del significato di cadenza può essere suggerito da pensare alla cadenza come ad un anno, quindi questo implica aver simulato per un periodo di dieci anni. In effetti, il concetto di cadenza dipende da dove ci si pone: se si desidera calcolare il VaR ad intervalli brevi come all'interno di un solo anno, le cadenze possono essere intese come i mesi, settimane o giorni; per questo nell'applicativo è previsto la possibilità di scegliere l'unità di misura della cadenza secondo la seguente tabella:

ANNI	
Tempo in anni	1
scelta	1
ANNI	**1**
GIORNI	**250**
MESI	**12**

Si evidenzia che comunque nel nostro caso le expected statistics e la matrice di varianza-covarianza si riferiscono a periodi annuali (quindi il tempo è posto pari a 1); nel caso si scelga unità di misura inferiori basterà cambiare il parametro di unità di misura del tempo e non le expected statistis.

Il concetto di cadenza compare solo nel metodo parametrico, in quanto la formula per la derminazione del VaR risulta la seguente:

$$VaR = P*(1-e^{(\mu-\frac{\sigma^2}{2})*t*cadenza_i+\alpha*\sigma*\sqrt{t*cadenza_i}})$$

(4.41) dove

$$cadenza = 1,\ldots,10$$

$$t = 1$$

dove P è il valore del portafoglio (posto pari a 1.000.000,00); μ e σ sono le expected statistics determinate dalle viste attese dalle istituzioni finanziarie, che possono specificarle a partire dalle historical statistics; t è il tempo (posto pari 1 anno); α è il livello a cui determinare l'invesa di una normale (0,1) e la *cadenza i-esima* è un numero compresto tra 1 e 10. Il metodo parametrico esegue una proiezione del portafoglio di partenza per l'intervallo d'interesse prendendo per tutte le cadenze lo stesso rendimento; mentre il metodo Monte Carlo genera un processo dove i rendimenti sono simulati per ciscuna cadenza; questo significa che il rendimento alla cadenza t è diverso dal rendimento alla cadenza $t+1$ perchè deriva da una nuova simulazione. Per i due metodi implementati, i dati di input sono gli stessi (i pesi e le expected statistics), ciò che differenzia un metodo dall'altro è come avviene la generazione del processo.

L'applicativo Microsoft-Excel implementato genera passo per passo le simulazioni con i due metodi, a partire dai dati di input. Si tratta di un file costruito per gestire 1.000 iterazioni alla volta, in modo tale da ovviare i problemi di allocazione di memoria tipici di Excel nel caso di calcoli matriciali (Si è provato a partire da blocchi di 5.000 iterazioni, ma il sistema si è bloccato).

Sono stati effettuati quattro gruppi di simulazioni con quattro numerosità diverse: 1.000, 5.000, 10.000 e 50.000 iterazioni. E' stato creato un algoritmo Microsoft-Visual Basic che gestiva il file con le 1.000 simulazioni in modo da ottenere, a partire da questo, tanti file quanti i profili e tanti gruppi di simulazioni quante le numerosità scelte. Ciascun gruppo di iterazioni è stato ottenuto mettendo in sequenza blocchi di 1.000 iterazioni fino a completare la numerosità scelta, o meglio per ottenere, per esempio, le 50.000 simulazioni sono stati generati 50 blocchi da 1.000 iterazioni messi in sequenza uno di seguito all'altro. Questo accorgimento consente di generare un numero grande a piacere di simulazioni senza impegnare troppa memoria e superare il limite massimo di righe (65.536) che Excel gestisce. Inoltre, per facilitare i confronti tra iterazioni e profili, una seconda procedura Visual Basic è stata sviluppata per raccogliere dai singoli file le informazioni essenziali e riportarle in un file di supporto contenente solo i risultati. Entrambe i due algoritmi sono riportati in appendice.

Di seguito si procede ad una analisi passo per passo del lavoro svolto.

4.3.1 La simulazione Monte Carlo.

I dati utilizzati come input comprendono le expected statistics, la matrice di correlazione tra le tre asset class (azioni, obbligazioni e liquidità) e i nove profili di rischio ipotizzati. Sono riportati di seguito i dati iniziali e quelli derivati dagli iniziali:

Portafoglio iniziale	1,000,000.00		
Asset	**BO**	**SK**	**ST**
1	55.0%	0.0%	45.0%
2	70.0%	0.0%	30.0%
3	85.0%	0.0%	15.0%
4	80.0%	10.0%	10.0%
5	70.0%	20.0%	10.0%
6	60.0%	30.0%	10.0%
7	50.0%	40.0%	10.0%
8	40.0%	50.0%	10.0%
9	15.0%	75.0%	10.0%

EXPECTED	BO	SK	ST
Starting Date	1/1/90	1/1/90	1/1/90
Yearly_return	3.81%	8.00%	2.00%
Yearly_vol	5.35%	18.70%	0.70%

CORRELATION	BO	SK	ST
BO	100.000%	5.760%	21.900%
SK	5.760%	100.000%	0.540%
ST	21.900%	0.540%	100.000%

COVAR	BO	SK	ST
BO	0.286%	0.058%	0.008%
SK	0.058%	3.497%	0.001%
ST	0.008%	0.001%	0.005%

Matrice Cholesky	BO	SK	ST
BO	5.350%	1.077%	0.153%
SK	0.000%	18.669%	-0.005%
ST	0.000%	0.000%	0.683%

Matrice Cholesky trasposta	BO	SK	ST
BO	5.350%	0.000%	0.000%
SK	1.077%	18.669%	0.000%
ST	0.153%	-0.005%	0.683%

Tabella 4.2: Dati di input.

Nella determinazione delle simulazioni mediante Monte Carlo, si è utilizzato la decomposizione di Cholesky della matrice di varianza-covarianza, ricavata con formula inversa dalla matrice di correlazione e le expected statistics, cercando di superare il problema di disporre di una matrice definita positiva, dal momento che, ricordiamo, la decomposizioni di Cholesky è applicabile solo nel caso di matrici definite positive.

La simulazione dei rendimenti ha comportato la riproduzione di una matrice di dimensioni Nx3, ove N è il numero di simulazioni scelto e le tre colonne corrispondono alle tre asset class.

La formula riassuntiva dei passaggi necessari per definire i rendimenti simulati, indipendentemente per ciascuna cadenza, è stata ricavata a partire dall'equazione che descrive il processo di Wiener, e risulta:

$$(4.42) \qquad \mathbf{r} = (\boldsymbol{\mu} - \frac{\boldsymbol{\sigma}^2}{2})\Delta t + \mathbf{C}^T \mathbf{z} \Delta t$$

dove $\boldsymbol{\mu}$ e $\boldsymbol{\sigma}$ sono i valori delle viste forniti dal data base delle istituzioni finanziarie secondo le aspettative del mercato; Δt è un anno, quindi ha valore 1 ed infine $\mathbf{C}^T\mathbf{z}$ equivale al prodotto tra la matrice ottenuta per decomposizione e la matrice di generazione dei numeri causali estratti da una normale di media 0 e varianza 1 mediante il commando Excel « =INVNORM(CASUALE();0;1) ».

Il passo successivo è stato determinare il valore dei dieci portafogli simulati, un portafoglio per ciascuna cadenza, utilizzando la seguente formula:

$$(4.43) \qquad P_i = P_{i-1}\mathbf{w}^{\mathrm{T}} e^{\mathbf{r}}$$

dove il primo portafoglio simulato è ottenuto utilizzando come $P_0 = 1.000.000{,}00$, mentre i sucessivi si ottengono per ricorsione dai precedenti, pertanto risentono dell'evoluzione del portafoglio che risulta al periodo appena passato. Inoltre $\mathbf{w}^{\mathrm{T}}$ rappresenta il vettore dei pesi. In seguito si sono simulati i rendimenti a partire dai valori di portafoglio ottenuti; in altre parole i rendimenti sono stati ottenuti mediante la seguente formula:

$$(4.44) \qquad \mathbf{r} = \ln\left(\frac{P_i}{P_{i-1}}\right).$$

Le serie dei rendimenti così determinate, sono state ordinate per visualizzare i livelli di confidenza significativi, ed infine sono stati calcolati i rendimenti medi e le volatilità.

Una volta ottenuti gli N valori totali del portafoglio, cioè N somme dei valori simulati per ciascuna *asset class*, questi sono stati ordinati in modo decrescente. Dai valori così disposti è possibile trarre la distribuzione a termine ai diversi livelli. Ne consegue che il VaR ai diversi livelli è ottenuto dalla distribuzione degli scenari *Profit&Loss*: in altre parole ciascun totale simulato viene confrontato per differenza con il valore corrispondente nel portafoglio alla cadenza precedente. Per il portafoglio corrispondente alla prima cadenza, il confronto è avvenuto con l'unico valore di P_0 per ciascuna iterazione; per i portafogli successivi è stato effettivamente possibile ciascun singolo confronto. Si sono perciò generate delle serie di valori come riportato di seguito a titolo d'esempio:

$$\begin{bmatrix} P_{1,1}-P_0 \\ P_{1,2}-P_0 \\ \vdots \\ P_{1,N}-P_0 \end{bmatrix} , \begin{bmatrix} P_{2,1}-P_{1,1} \\ P_{2,2}-P_{1,2} \\ \vdots \\ P_{2,N}-P_{1,N} \end{bmatrix} , \dots , \begin{bmatrix} P_{i,1}-P_{i-1,1} \\ P_{i,2}-P_{i-1,2} \\ \vdots \\ P_{i,N}-P_{i-1,N} \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

dove il primo indice $i = 1,..,10$ indica i dieci portafogli, uno per ciascuna cadenza, e N sono le simulazioni.

In generale, se si sono generati *m* scenari P&L, e si desidera evidenziare il VaR al livello di confidenza *α,* è necessario ordinare gli *m* scenari P&L in ordine decrescente, denotandoli con $\Delta V_{(1)}, \Delta V_{(2)}, \dots, \Delta V_{(m)}$ e definire il VaR come:

$$VaR = -\Delta V_{(k)} \tag{4.45}$$

dove $k = m\alpha$.

L'attenzione è stata infine posta sui livelli più significativi (1%, 5%, 50%, 95% e 99%) di queste serie ordinate di P&L, per ciascuna cadenza.

4.3.2 Il metodo parametrico.

Il secondo metodo analizzato è quello *delta-normal* o parametrico (già operativo nel prodotto di Finatix), il quale determina la distribuzione a termine, e di conseguenza il VaR, comprendendo il concetto di cadenza nella formula applicata.

Questo metodo non comporta particolari problemi in termini computazionali, dal momento che i passi da svolgere sono molto semplici:

1) Si stimano le expected statistics a partire dalle statistiche fornite dalle viste, come segue:

$$\mu = \sum_{t=1}^{T} w_t r_t \quad \text{e} \quad \sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^{T} w_t (r_t - \mu)^2} \quad \text{nota anche come} \quad \sigma = w^T \Sigma w$$

dove w_t è il peso del rendimento r_t al tempo *t* $(0 \le w_t \le 1 \text{ and } \sum_{t=1}^{T} w_t = 1)$.

2) Si applicano le statistiche determinate come al punto 1) nella formula della distribuzione a termine e del VaR:

$$P(\alpha) = P_{t-1} * \left[e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})*t*cadenza_i + \alpha*\sigma*\sqrt{t*cadenza_i}} \right]$$

e

$$VaR = P_{t-1} * \left[1 - e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})*t*cadenza_i + \alpha*\sigma*\sqrt{t*cadenza_i}} \right].$$

3) Si determinano le distribuizioni a termine e del VaR ai livelli interessati.

4.4 Analisi dei risultati: Parametrico vs Monte Carlo.

Svolgendo una prima analisi e facendo riferimento a confronti tra i profili di rischio, si riscontra che alla fine del processo di simulazione, quindi alla decima cadenza, i valori di prezzo ottenuti per simulazione appaiono sempre maggiori rispetto ai valori di prezzo ottenuti con il metodo parametrico, e questo vale anche per qualsiasi numerosità (tra quelle implementate: 1.000, 5.000, 10.000 e 50.000).

Ai livelli 95% e 99% le differenze percentuali tra parametrico-Monte Carlo risultano maggiori rispetto ai livelli 1% e 5%. Questo suggerisce che la distribuzione dei prezzi non è normale; precisamente la distribuzione dei prezzi può essere descritta da una curva lognormale. Le differenze tendono ad aumentare al crescere della volatilità per effetto della selezione di un profilo con rischiosità più elevata.

Per quanto riguarda la volatilità, si riscontra una volatilità dei rendimenti simulati con Monte Carlo superiore a quella attesa per il metodo parametrico.

In media il processo generato con Monte Carlo sembra essere stazionario; inoltre, ciò che appare dall'analisi dei rendimenti medi è che questi risultano sempre inferiori ai rendimenti con il parametrico, ma superiori ai rendimenti che corrispondono al livello di confidenza 50% delle varie numerosità. Ne emerge che probabilmente la distribuzione dei rendimenti simulati non sia una distribuzione normale; questo è ammissibile considerando che i rendimenti medi sono stati calcolati come media aritmetica delle serie complete dei rendimenti simulati con il processo browniano, vale a dire si è calcolata la seguente media artmetica:

(4.46) $$E(\mathbf{r}) = E\left[\ln \frac{P_i}{P_{i-1}} \right]$$

dove ricordiamo $P_i = P_{i-1}\mathbf{w}^{\mathrm{T}} e^{\mathbf{r}}$ ed è l'esponente $\mathbf{r}$ a rappresentare il processo browniano[41]. Si tratta, perciò, di rendimenti stimati dalla distribuzione dei prezzi simulati con Monte Carlo.

---

[41] Si veda la (4.42)

A titolo d'esempio riportiamo di seguito la rappresentazione grafica della distribuzione dei prezzi simulati con Monte Carlo e con il delta-normal al primo periodo di simulazione e all'ultimo, relativo al quinto profilo e per quanto riguarda Monte Carlo i prezzi sono simulati con 5.000 iterazioni.

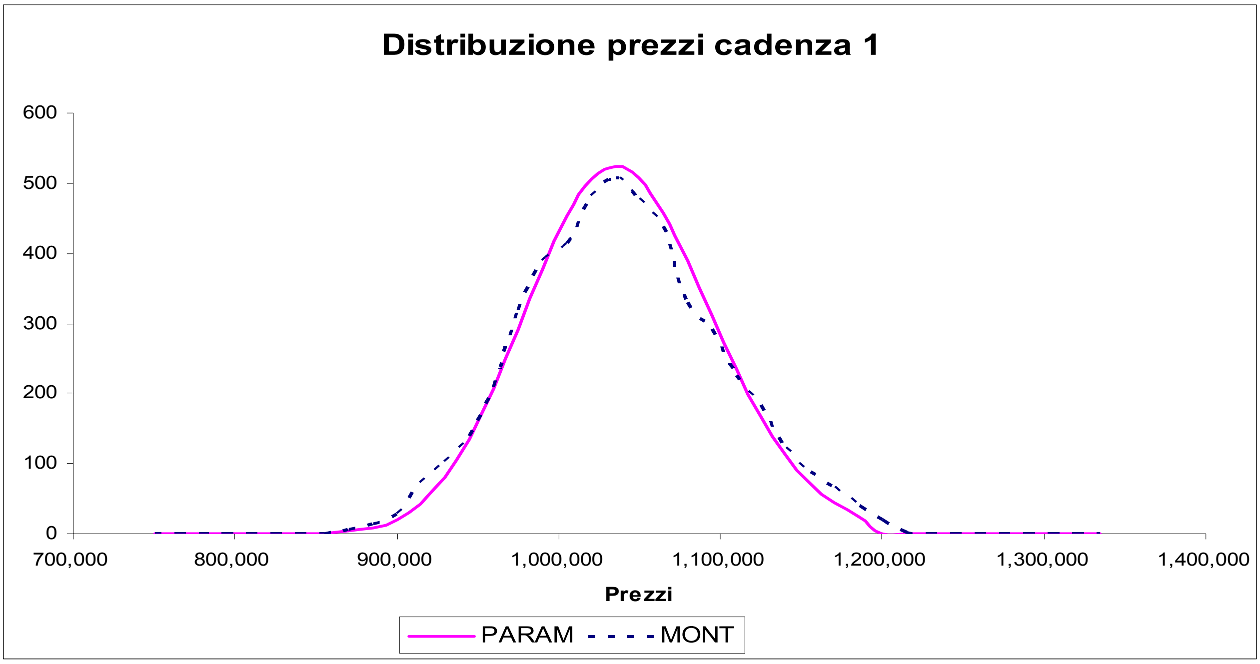


Figura 4.2: Distribuzione dei prezzi realtivi alla prima cadenza, per il quinto profilo. Confronto Monte Carlo – Parametrico

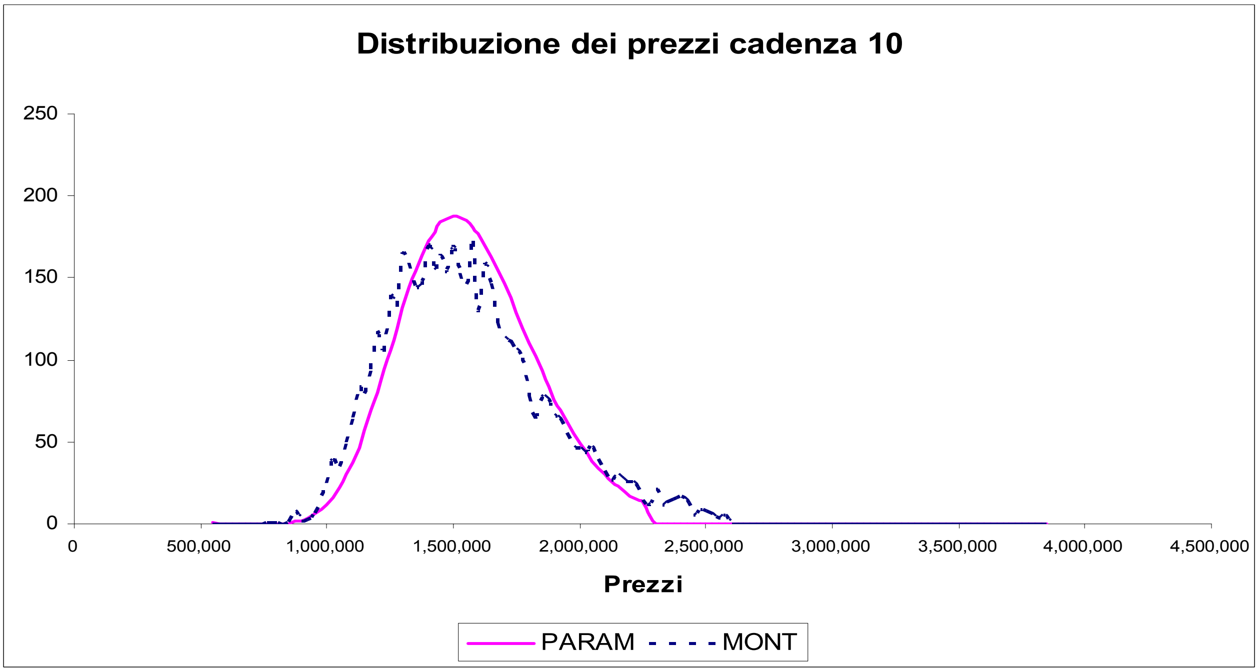


Figura 4.3: Distribuzione dei prezzi realtivi alla decima cadenza, per il quinto profilo. Confronto Monte Carlo - Parametrico

Dalla rappresentazione grafica si può notare come la curva dei prezzi sia riconducibile alla rappresentazione di una lognormale, soprattutto questo è percepibile nella rappresentazione riguardante l'ultimo periodo di simulazione. L'assunzione di lognormalità dei prezzi, di uno strumento finanziario, implica la normalità della distribuzione dei rendimenti.

Sono riportati di seguito, tutti i risultati delle simulazioni effettuate divise per profili, per metodo implementato e per numero di iterazione scelta sulla base dei quali sono state effettuate le considerazioni viste fino ad ora.

Le prime tabelle evidenziano quale stima dei prezzi è maggiore rispetto al secondo metodo comparato. Il secondo gruppo di tabelle riporta le differenze percentuali osservate, in pratica quanto il metodo parametrico si discosta da Monte Carlo in percentuale.

Legenda relativa alle prime tabelle:

Mont = il metodo Monte Carlo simula dei valori dei prezzi più alti rispetto al metodo parametrico.
Mont/Param = le differenze sono minime.
Param = il metodo parametrico simula dei valori dei prezzi più alti rispetto al metodo Monte Carlo.

La metodologia usata per attribuire queste etichette è la seguente:

	A	B
1	**0**	**Mont**
2	**1**	**Mont**
3	**2**	**Mont**
4	**3**	**Mont**
5	**4**	**Mont**
6	**5**	**Mont/Param**
7	**6**	**Param**
8	**7**	**Param**
9	**8**	**Param**
10	**9**	**Param**
11	**10**	**Param**
12		

Ad ogni differenza con segno negativo è stato attribuito uno zero, che sta ad indicare che il parametrico stima un valore maggiore di Monte Carlo; e alle differenze positive è stato assegnato un uno, per indicare che si tratta di valori che il metodo di simulazione prevede maggiori rispetto al metodo analitico. I valori così ottenuti sono stati sommati per ciascun livello di confidenza ed etichettati con una delle label presentate nella legenda a seconda del valore ottenuto come somma. I comandi Excel usati sono i seguenti:

- =SE(DIFFERENZA<0;0;1)
- =CERCA.VERT(SOMMA(DIFFERENZE);$A$1:$B$11;2)

Profilo 1

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont
95%	Mont	Mont/Param	Mont	Mont	Mont/Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont
99%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 2

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont/Param	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont
95%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont
99%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 3

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont/Param	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont/Param	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont
95%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont
99%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 4

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Param	Mont
95%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
99%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 5

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
95%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
99%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 6

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
95%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
99%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Mont/Param	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 7

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
95%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
99%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Param	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 8

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
95%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
99%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 9

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
5%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
50%	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont	Mont	Param	Mont
95%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont
99%	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont	Mont

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 1

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-0.197%	-1.656%	-3.384%	-0.132%	-1.421%	-3.051%	0.045%	-1.244%	-2.988%	-0.570%	-1.592%	-2.710%
5%	-0.132%	-0.943%	-2.098%	-0.092%	-1.037%	-2.439%	0.000%	-1.026%	-2.392%	-0.366%	-1.083%	-1.937%
50%	0.019%	0.027%	-0.058%	0.091%	0.010%	-0.010%	0.086%	0.222%	0.120%	0.018%	-0.021%	-0.124%
95%	-0.057%	0.028%	0.197%	-0.119%	-0.001%	0.162%	-0.024%	0.181%	0.468%	0.065%	-0.242%	-0.287%
99%	-0.012%	-0.214%	-0.039%	-0.095%	-0.208%	-0.325%	0.187%	0.342%	0.790%	-0.445%	-0.555%	-1.710%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 2

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-0.143%	-1.581%	-2.873%	-0.238%	-1.478%	-3.150%	0.111%	-0.439%	-1.063%	-0.736%	-2.240%	-4.451%
5%	-0.119%	-0.971%	-1.983%	-0.186%	-1.125%	-1.947%	-0.061%	-0.501%	-1.305%	0.043%	-1.790%	-3.437%
50%	0.024%	0.027%	0.004%	0.005%	0.133%	0.156%	0.082%	0.061%	0.064%	-0.053%	-0.701%	-1.239%
95%	0.009%	0.173%	0.374%	0.100%	0.445%	0.694%	-0.129%	0.163%	0.028%	0.033%	-0.723%	-1.161%
99%	0.091%	0.021%	0.154%	0.135%	0.458%	1.031%	-0.040%	0.275%	0.274%	-0.721%	-1.285%	-1.963%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 3

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-0.198%	-0.973%	-1.909%	0.010%	-0.821%	-1.375%	0.382%	-0.236%	-0.437%	-0.953%	-3.204%	-2.238%
5%	-0.213%	-0.726%	-1.318%	-0.197%	-0.647%	-1.243%	0.065%	-0.079%	-0.409%	-0.596%	-1.135%	-2.920%
50%	0.026%	0.033%	0.006%	-0.045%	0.070%	0.178%	0.077%	0.113%	0.176%	-0.085%	-0.197%	-0.182%
95%	0.127%	0.258%	0.376%	0.019%	0.565%	1.446%	0.199%	0.423%	0.801%	-0.161%	-0.079%	0.390%
99%	0.128%	0.318%	0.544%	0.023%	1.033%	1.704%	0.457%	0.867%	0.557%	-1.162%	-1.065%	-1.331%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 4

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-0.843%	-4.064%	-8.274%	-0.697%	-3.910%	-9.365%	-0.524%	-3.941%	-9.130%	-0.770%	-4.214%	-8.880%
5%	-0.549%	-2.508%	-5.185%	-0.434%	-2.485%	-4.979%	-0.672%	-2.625%	-5.627%	-1.492%	-1.917%	-2.456%
50%	-0.013%	-0.005%	-0.098%	0.024%	-0.064%	-0.472%	-0.061%	-0.096%	-0.635%	-0.205%	0.366%	0.500%
95%	0.549%	1.364%	2.192%	0.480%	1.369%	2.105%	0.778%	2.014%	3.008%	0.275%	1.124%	3.078%
99%	0.792%	1.769%	2.701%	0.919%	1.808%	2.307%	0.917%	3.196%	4.638%	0.240%	0.959%	1.841%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 5

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-1.644%	-9.638%	-19.974%	-1.019%	-8.704%	-18.166%	-1.118%	-8.131%	-17.633%	-1.760%	-11.693%	-24.156%
5%	-0.993%	-4.992%	-10.055%	-0.630%	-4.687%	-9.577%	-1.036%	-4.545%	-8.766%	-0.837%	-5.166%	-9.051%
50%	0.089%	0.444%	0.607%	0.166%	0.627%	1.059%	-0.022%	0.326%	0.382%	0.222%	0.229%	0.299%
95%	0.608%	1.909%	3.170%	0.728%	2.082%	3.661%	0.894%	2.029%	3.536%	0.255%	1.824%	4.487%
99%	0.835%	1.962%	2.966%	0.740%	2.312%	3.427%	1.223%	2.388%	2.779%	0.662%	2.198%	3.802%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 6

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-2.127%	-12.729%	-26.229%	-2.145%	-12.215%	-26.231%	-1.114%	-10.774%	-21.238%	-2.388%	-11.174%	-23.218%
5%	-1.087%	-6.581%	-13.304%	-1.084%	-6.611%	-14.493%	-0.925%	-5.868%	-11.848%	-1.010%	-5.695%	-9.166%
50%	0.271%	1.015%	1.575%	0.418%	1.422%	2.131%	0.509%	0.816%	1.401%	-0.063%	1.241%	1.951%
95%	0.508%	1.672%	2.822%	0.627%	2.030%	3.127%	0.399%	1.763%	3.386%	0.367%	1.333%	3.188%
99%	0.565%	0.835%	1.076%	0.836%	1.294%	1.605%	0.562%	2.307%	3.561%	0.213%	0.234%	1.379%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 7

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-2.207%	-14.320%	-27.704%	-2.019%	-14.248%	-28.940%	-1.731%	-12.385%	-22.976%	-1.575%	-18.533%	-23.011%
5%	-1.209%	-7.620%	-15.085%	-1.043%	-7.854%	-15.366%	-1.509%	-7.014%	-13.175%	-1.067%	-6.196%	-15.474%
50%	0.322%	1.352%	2.159%	0.206%	1.531%	2.417%	0.450%	1.200%	1.990%	0.559%	2.079%	3.836%
95%	0.292%	1.051%	2.010%	0.449%	0.969%	1.989%	0.483%	1.050%	3.077%	-0.421%	2.444%	5.110%
99%	0.017%	-0.788%	-0.723%	0.222%	-0.957%	-1.012%	0.399%	-0.271%	1.692%	-0.711%	0.497%	-0.103%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 8

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-2.631%	-14.318%	-27.651%	-2.513%	-15.139%	-29.632%	-1.249%	-13.546%	-29.358%	-3.775%	-12.609%	-26.932%
5%	-1.236%	-7.260%	-14.722%	-1.325%	-7.810%	-14.222%	-1.201%	-7.099%	-14.920%	-1.204%	-6.328%	-9.453%
50%	0.306%	1.638%	2.619%	0.299%	1.404%	1.948%	0.174%	1.566%	2.850%	0.933%	3.230%	5.075%
95%	0.112%	0.635%	1.733%	0.102%	0.628%	1.658%	0.062%	-0.013%	0.934%	0.774%	0.553%	1.027%
99%	-0.720%	-2.248%	-3.232%	-0.281%	-1.604%	-2.292%	0.195%	-2.237%	-5.017%	0.504%	-3.302%	-6.081%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Profilo 9

Differenze percentuali

Parametrico - Montecarlo

Livelli Confidenza	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media *	Fine (cad. 10)
1%	-1.393%	-9.392%	-18.266%	-1.082%	-8.908%	-16.058%	-0.359%	-5.856%	-9.297%	-0.251%	-8.687%	-19.249%
5%	-0.560%	-4.566%	-8.111%	-0.697%	-4.948%	-9.131%	-0.719%	-5.271%	-7.091%	-0.330%	-5.145%	-15.708%
50%	0.421%	1.411%	2.129%	0.344%	1.010%	1.837%	0.113%	0.574%	1.452%	0.304%	1.500%	4.167%
95%	-0.060%	-0.174%	-0.060%	0.233%	-0.270%	-0.520%	0.024%	-0.400%	-0.444%	0.051%	-0.944%	-0.320%
99%	-0.745%	-3.393%	-6.228%	-0.492%	-3.811%	-5.731%	-0.141%	-1.418%	-1.658%	0.063%	-3.925%	-1.549%

* Per **Media** si intende la media delle cadenza

Sono riportati di seguito i rendimenti e le rispettive volatilità per entrambe i metodi di simulazione.

Profilo 1

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	2,969%	2,987%	3,033%	2,958%	2,994%	2,954%	2,935%	2,985%	3,091%	3,021%	3,035%	2,896%
Volatilità	3,053%	3,153%	3,261%	3,024%	3,151%	3,258%	3,040%	3,155%	3,274%	3,115%	3,122%	3,296%

Parametrico

Rendimento medio	2,996%
Volatilità	3,027%

Profilo 2

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	3,205%	3,222%	3,195%	3,224%	3,217%	3,184%	3,201%	3,223%	3,254%	3,183%	3,409%	3,449%
Volatilità	3,833%	3,937%	4,027%	3,856%	3,938%	4,026%	3,786%	3,926%	4,048%	3,800%	3,782%	3,952%

Parametrico

Rendimento medio	3,267%
Volatilità	3,797%

Profilo 3

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	3,433%	3,454%	3,482%	3,511%	3,423%	3,408%	3,373%	3,436%	3,358%	3,636%	3,668%	3,642%
Volatilità	4,675%	4,703%	4,758%	4,617%	4,705%	4,720%	4,622%	4,705%	4,781%	4,694%	4,397%	4,132%

Parametrico

Rendimento medio	3,539%
Volatilità	4,572%

Profilo 4

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	3,931%	3,997%	4,067%	3,969%	4,011%	4,007%	3,996%	4,037%	4,231%	4,156%	4,138%	3,900%
Volatilità	5,127%	5,314%	5,555%	5,069%	5,328%	5,594%	5,186%	5,355%	5,501%	5,117%	5,020%	5,428%

Parametrico

Rendimento medio	4,048%
Volatilità	4,783%

Profilo 5

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	4,334%	4,403%	4,543%	4,242%	4,374%	4,560%	4,423%	4,398%	4,526%	4,154%	4,803%	4,966%
Volatilità	5,944%	6,396%	6,934%	5,859%	6,400%	6,883%	5,937%	6,390%	6,787%	5,936%	5,832%	6,158%

Parametrico

Rendimento medio	4,467%
Volatilità	5,454%

Profilo 6

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	4,598%	4,746%	4,878%	4,475%	4,731%	4,897%	4,434%	4,762%	4,908%	4,697%	4,833%	5,392%
Volatilità	7,166%	7,763%	8,404%	7,166%	7,760%	8,377%	7,042%	7,802%	8,381%	7,240%	7,509%	7,753%

Parametrico

Rendimento medio	4,886%
Volatilità	6,630%

Profilo 7

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	4,972%	5,054%	5,110%	5,037%	5,050%	5,281%	4,955%	5,058%	5,152%	4,930%	5,016%	4,604%
Volatilità	8,537%	9,232%	9,878%	8,580%	9,276%	9,928%	8,688%	9,282%	9,879%	8,356%	9,008%	10,183%

Parametrico

Rendimento medio	5,305%
Volatilità	8,093%

Profilo 8

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	5,257%	5,308%	5,376%	5,326%	5,343%	5,343%	5,289%	5,365%	5,244%	4,649%	5,430%	5,478%
Volatilità	10,119%	10,783%	11,358%	10,219%	10,766%	11,230%	10,107%	10,779%	11,316%	10,302%	10,222%	11,060%

Parametrico

Rendimento medio	5,724%
Volatilità	9,715%

Profilo 9

Rendimenti

Montecarlo

	50k iterazioni			10k iterazioni			5k iterazioni			1k iterazioni		
	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Media	Fine (cad. 10)
Rendimento medio	5,666%	5,800%	5,764%	5,813%	5,890%	6,009%	5,998%	5,861%	5,379%	5,516%	5,625%	4,489%
Volatilità	14,250%	14,649%	14,999%	14,325%	14,667%	15,061%	14,265%	14,590%	14,852%	14,250%	14,555%	16,092%

Parametrico

Rendimento medio	6,772%
Volatilità	14,095%

In termini di VaR, vengono di seguito riportati i valori previsti con il metodo Monte Carlo per i diversi profili e iterazioni, in valori assoluti e in valori percentuali, considerando come portafoglio di partenza 1.000.000,00.

Riscontrare dei valori con segno positivo, comporta prendere atto che le simulazioni stimano per i livelli osservati una possibile perdita nel numero dei casi rappresentato dal livello di confidenza considerato. Nell'applicativo Finantix, un VaR negativo non è visualizzato, dal momento che un VaR negativo implica la stima di una probabile non perdita, quindi non si usa visualizzare questo dato in un prospetto delle perdite probabili.

VaR Profilo 1

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	19.536	- 145.153	18.923	- 145.556	19.858	- 142.043	20.725	- 150.706
99%	39.981	- 75.376	39.189	- 78.444	41.889	- 66.465	35.823	- 93.329

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	1,95%	-14,52%	1,89%	-14,56%	1,99%	-14,20%	2,07%	-15,07%
99%	4,00%	-7,54%	3,92%	-7,84%	4,19%	-6,65%	3,58%	-9,33%

VaR Profilo 2

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	30.122	- 125.543	31.005	- 121.930	28.785	- 129.460	30.353	- 142.889
99%	55.669	- 39.416	56.084	- 30.288	54.435	- 38.164	48.000	- 61.457

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	3,01%	-12,55%	3,10%	-12,19%	2,88%	-12,95%	3,04%	-14,29%
99%	5,57%	-3,94%	5,61%	-3,03%	5,44%	-3,82%	4,80%	-6,15%

VaR Profilo 3

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	41.254	- 107.207	40.212	- 95.311	41.946	- 102.482	38.484	- 107.055
99%	70.671	- 1.626	69.692	10.050	73.737	- 1.496	58.666	- 20.515

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	4,13%	-10,72%	4,02%	-9,53%	4,19%	-10,25%	3,85%	-10,71%
99%	7,07%	-0,16%	6,97%	1,01%	7,37%	-0,15%	5,87%	-2,05%

VaR Profilo 4

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	43.845	- 130.232	43.183	- 131.236	46.050	- 120.801	41.214	- 119.989
99%	76.769	- 14.229	77.951	- 18.340	77.935	5.961	71.634	- 23.199

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	4,38%	-13,02%	4,32%	-13,12%	4,60%	-12,08%	4,12%	-12,00%
99%	7,68%	-1,42%	7,80%	-1,83%	7,79%	0,60%	7,16%	-2,32%

VaR Profilo 5

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	51,265	- 122,900	52,416	- 117,205	53,998	- 118,654	47,900	- 107,619
99%	87,975	- 471	87,103	4,279	91,540	- 2,406	86,385	8,148

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	5.13%	-12.29%	5.24%	-11.72%	5.40%	-11.87%	4.79%	-10.76%
99%	8.80%	-0.05%	8.71%	0.43%	9.15%	-0.24%	8.64%	0.81%

VaR Profilo 6

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	65.261	- 97.604	66.378	- 94.163	64.232	- 91.238	63.934	- 93.473
99%	107.063	31.443	109.498	36.618	107.040	55.766	103.907	34.405

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	6,53%	-9,76%	6,64%	-9,42%	6,42%	-9,12%	6,39%	-9,35%
99%	10,71%	3,14%	10,95%	3,66%	10,70%	5,58%	10,39%	3,44%

VaR Profilo 7

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	82.662	- 58.089	84.101	- 58.316	84.418	- 46.569	76.098	- 24.615
99%	129.490	86.478	131.274	83.855	132.816	108.375	123.149	92.096

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	8,27%	-5,81%	8,41%	-5,83%	8,44%	-4,66%	7,61%	-2,46%
99%	12,95%	8,65%	13,13%	8,39%	13,28%	10,84%	12,31%	9,21%

VaR Profilo 8

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	102.733	- 2.400	102.644	- 3.164	102.286	- 10.545	108.679	- 9.596
99%	153.221	145.882	156.913	153.656	160.915	131.112	163.509	122.314

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	10,27%	-0,24%	10,26%	-0,32%	10,23%	-1,05%	10,87%	-0,96%
99%	15,32%	14,59%	15,69%	15,37%	16,09%	13,11%	16,35%	12,23%

VaR Profilo 9

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	159.260	143.384	161.719	139.444	159.962	140.094	160.187	141.156
99%	231.030	328.815	232.960	331.957	235.641	357.690	237.201	358.379

	50k iterazioni		10k iterazioni		5k iterazioni		1k iterazioni	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	15,93%	14,34%	16,17%	13,94%	16,00%	14,01%	16,02%	14,12%
99%	23,10%	32,88%	23,30%	33,20%	23,56%	35,77%	23,72%	35,84%

Segue un prospetto riassuntivo del VaR previsto con il metodo parametrico per i nove profili di rischio, in valori assoluti e percentuali.

	Profilo 1		Profilo 2		Profilo 3		Profilo 4		Profilo 5	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	20.090	- 147.416	30.038	- 129.774	40.033	- 111.385	38.570	- 155.563	45.466	- 159.657
99%	40.099	- 74.952	54.812	- 41.019	69.481	- 7.110	69.402	- 42.389	80.295	- 31.054
95%	2,01%	-14,74%	3,00%	-12,98%	4,00%	-11,14%	3,86%	-15,56%	4,55%	-15,97%
99%	4,01%	-7,50%	5,48%	-4,10%	6,95%	-0,71%	6,94%	-4,24%	8,03%	-3,11%

	Profilo 6		Profilo 7		Profilo 8		Profilo 9	
	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)	Inizio (cad.1)	Fine (cad. 10)
95%	60.487	- 129.480	79.971	- 79.793	101.726	- 20.073	159.761	143.895
99%	101.993	20.905	129.342	93.034	159.273	172.623	236.718	368.167
95%	6,05%	-12,95%	8,00%	-7,98%	10,17%	-2,01%	15,98%	14,39%
99%	10,20%	2,09%	12,93%	9,30%	15,93%	17,26%	23,67%	36,82%

Dall'analisi dei valori di VaR previsti, si può concludere che i due metodi stimano valori molto simili per il livello 95%, mentre il parametrico, nella maggior parte dei profili, stima dei valori a livello 99% maggiori di Monte Carlo. I valori stimati con Monte Carlo corrispondono in media a quelli previsti con il parametrico, tuttavia negli estremi, Monte Carlo manifesta intervalli più ampi rispetto al range del parametrico. A conferma di quanto osservato sono riportate le rappresentazioni grafiche delle distribuzioni a termine negli estremi dell'intervallo temporale osservato per i due metodi, relative al primo e al nono profilo (Monte Carlo con 50.000 simulazioni). Si potrebbe, perciò, affermare che il metodo analitico stimi dei valori più "pessimistici" di quelli previsti con il metodo delle simulazioni.

E' importante sottolineare che all'aumentare del profilo di rischio (quindi all'aumentare del rendimento e soprattutto della volatilità) le differenze tra Monte Carlo e parametrico aumentano.

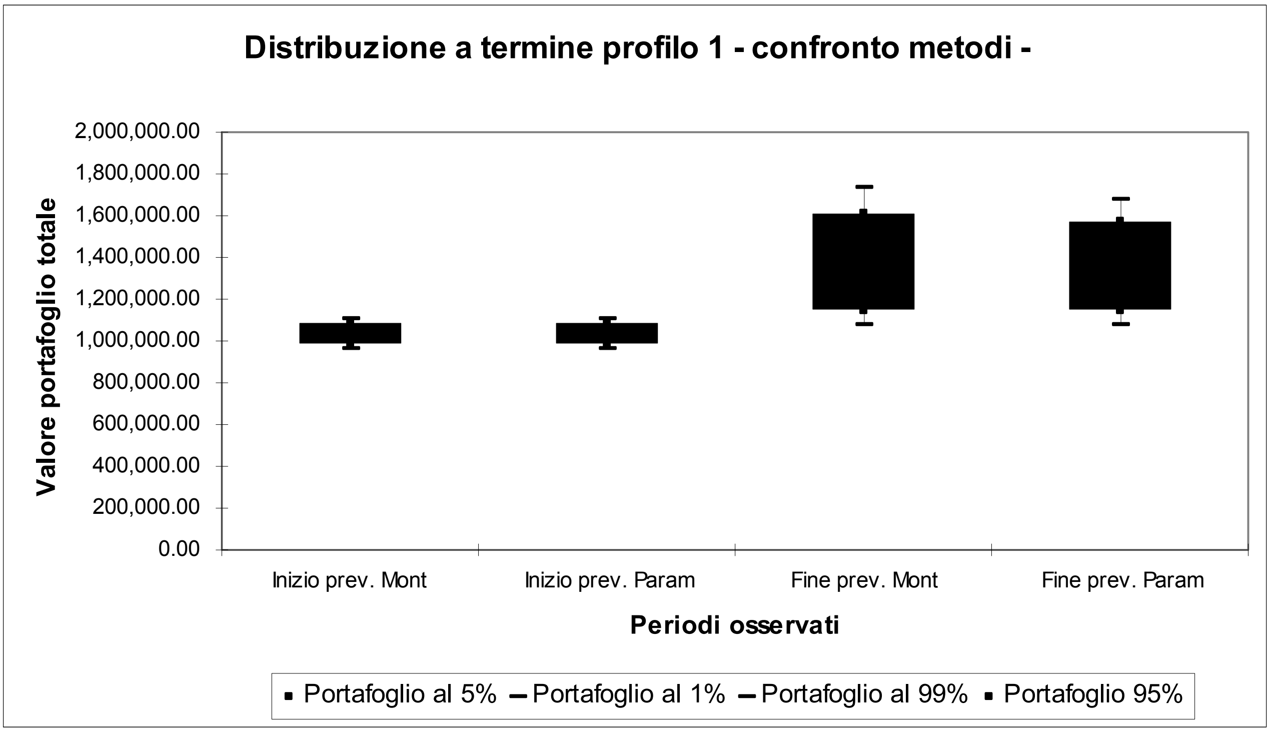


Figura 4.8. : Distribuzione a termine profilo 1.

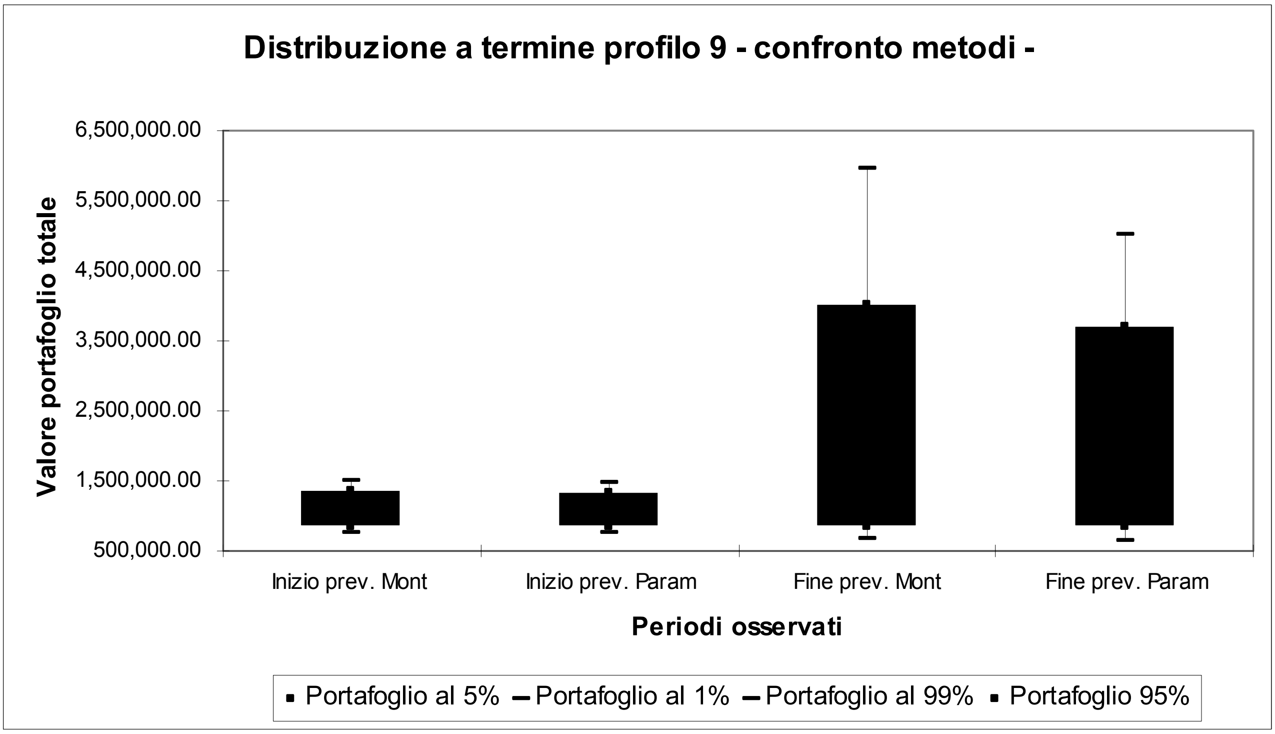
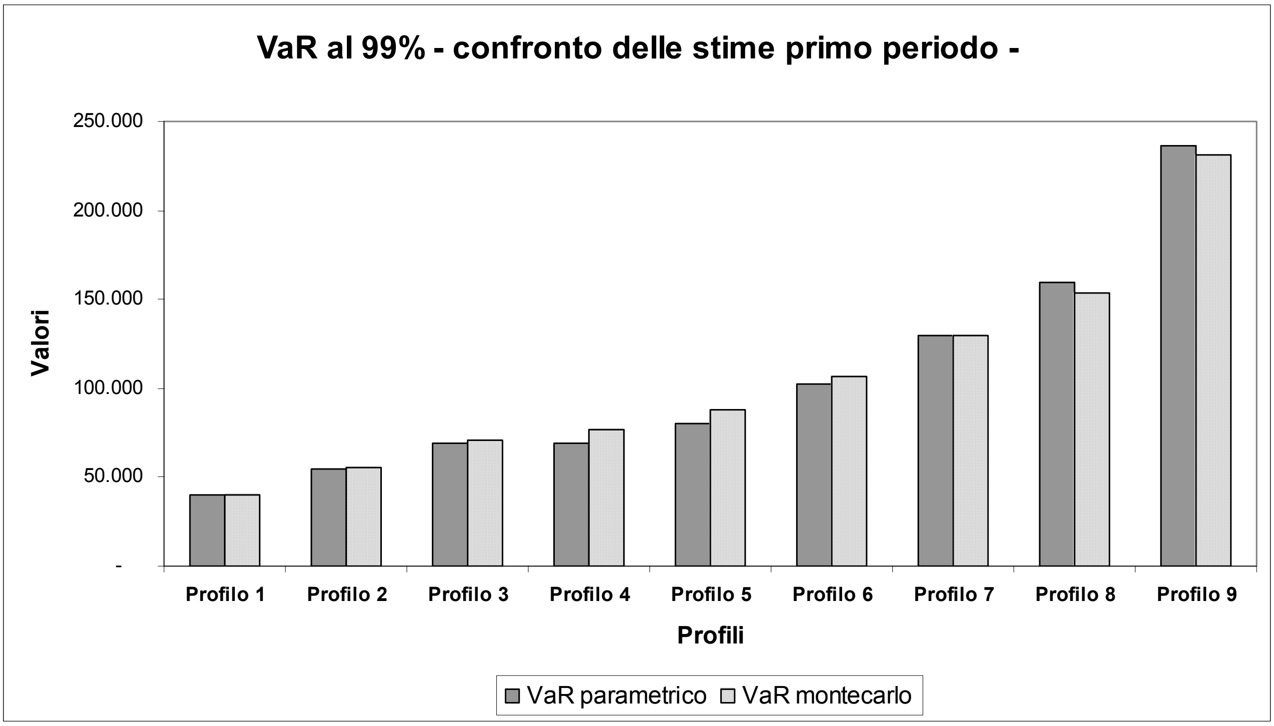


Figura 4.9. : Distribuzione a termine profilo 9.

Di seguito sono riportati i confronti grafici mediante istogrammi, del VaR stimato per il periodo finale di osservazione.



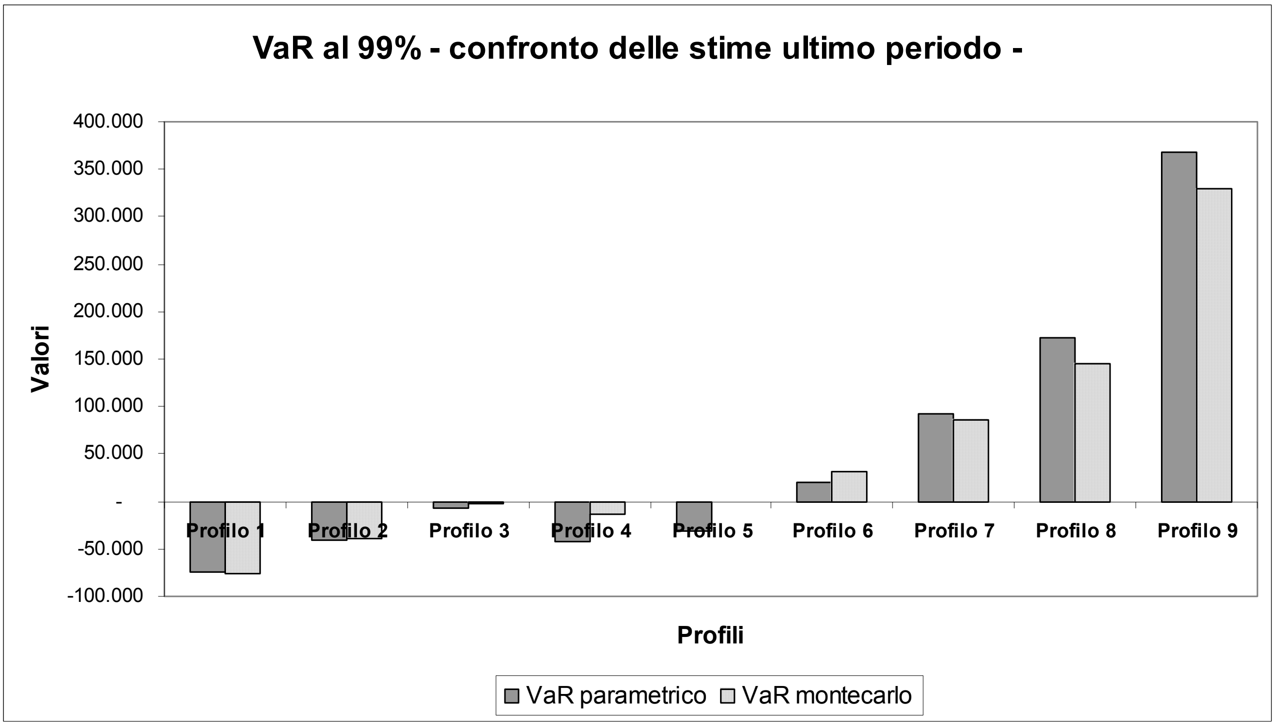


Figura 4.5.: Rappresentazione del VaR al 99% stimato.

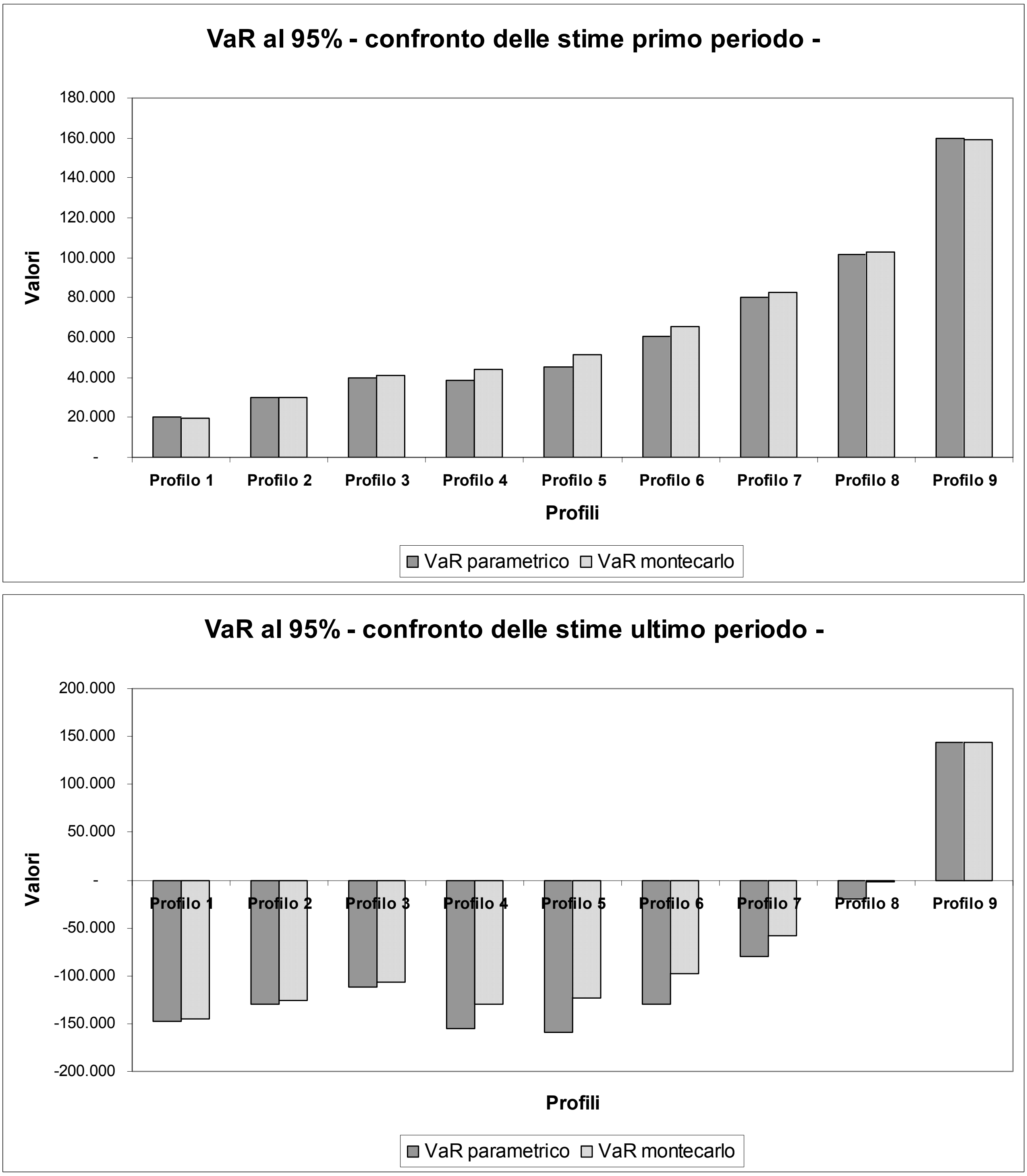


Figura 4.6.: Rappresentazione del VaR stimato al livello 95%.

Come visto dal confronto dei valori stimati del VaR, la rappresentazione grafica rileva come il metodo parametrico tende a stimare, nella maggior parte dei casi, valori maggiori di quanto previsto con il metodo Monte Carlo.

Sicuramente i due metodi si distinguono anche per le tempistiche necessarie all'implementazione, infatti, in media le simulazioni generate con il primo algoritmo VBA per il metodo Monte Carlo richiedono in media un tempo di attesa complessivo di circa tre ore, più ulteriori venti minuti per riportare i risultati con il secondo algoritmo creato; per il metodo parametrico i risultati sono istantanei.

4.5 Conclusioni.

Con l’obiettivo di implementare il metodo Monte Carlo nel prodotto Finantix, è necessario considerare lo svantaggio che comporta il tempo di attesa che ciascun utente dovrebbe affrontare. Il componente Finantix nasce per gestire le consulenze tra il gestore finanziario e il cliente; si tratta perciò di un’assistenza che necessita di disporre di informazioni in tempo reale. Questa necessità non può riscontrarsi con i tempi computazionali rischiesti per generare le simulazioni. Per una gestione on-line della consulenza è perciò consigliabile mantenere il metodo parametrico fino ad ora implementato, mentre il metodo Monte Carlo può essere consultabile solo off-line; oltre a ciò influiscono sulla scelta anche i tempi stimati per generare le simulazioni in locale o in una rete di calcolatori.

Su suggerimento del committente è stato, inoltre, implementato un metodo chiamato Super Indice, che si pone tra i due metodi. Tale metodo utilizza la simulazione dei rendimenti, e i conseguenti valori dei portafogli, come avviene per i rendimenti con il metodo Monte Carlo. Inoltre mantiene i rendimenti e le volatilità costanti per i dieci periodi di previsione. I risultati ottenuti con questo metodo non si discostano molto dai risultati ottenuti con il metodo parametrico, considerato che si effettuano N estrazioni dalla stessa distribuzione, con lo svantaggio dei tempi d’attesa paragonabili ai tempi richiesti da Monte Carlo. Per poter soddisfare la richiesta del committente, il Super indice è stato implementato e confrontato con gli altri due metodi, pur non avendo un valore accademico.

Il lavoro di simulazione con Monte Carlo è stato eseguito su un portafoglio composto di tre asset class, ma normalmente i gestori si trovano ad amministrare portafogli composti di un numero ben maggiore di assets, con tutti i problemi legati alla gestione di matrici di correlazione di dimensioni superiori e probabilmente non definite positive a causa delle combinazioni lineari tra i parametri.

Per quanto riguarda il numero di simulazioni da stimare, è necessario tenere presente che maggiori sono le iterazioni, più la stima sarà accurata. Per l’analisi svolta si sono perciò simulati quattro gruppi di iterazioni, ed è probabile che le stime ottenute con 50.000 simulazioni siano da considerare le più accurate.

Appendice

A.1 Algoritmo per la generazione delle simulazioni

```
Sub Simulazione_profili()
'
' Simula metodo Monte Carlo per tutti i 9 profili
'
' Definisce le variabili

 Dim n, j, iter As Long
 Dim file_name, file_, dir_ As String

' Riferimento al gruppo 50.000 iterazioni

iter = 50

' Genera per il profilo j-esimo

For j = 1 To 9

' Prepara il foglio per store data

    Workbooks.Add
    Sheets("sheet1").Name = "Copy_Mont"
    Sheets("sheet2").Name = "Mont"
    Sheets("sheet3").Name = "Copy_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet4").Name = "SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet5").Name = "INPUT"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet6").Name = "Copy_Rend_Mont"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet7").Name = "Copy_Rend_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet8").Name = "Rend_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet9").Name = "Rend_Mont"

    file_ = "NN_iterazione_" & CStr(iter) & "K_prof" & CStr(j) & ".xls"
    dir_ = "D:\Condividi_temp\NN_Iter_50K\"
    file_name = dir_ & file_


    ActiveWorkbook.SaveAs Filename:=file_name, FileFormat:=xlNormal, _
        Password:="", WriteResPassword:="", ReadOnlyRecommended:=False, _
        CreateBackup:=False

' Prende il file di input

    Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
    Sheets("Input").Select
    Range("b4").Value = j
    Calculate
```

```
    Cells.Select    Selection.Copy
    Windows(file_).Activate
    Sheets("INPUT").Select
    ActiveSheet.Paste

' Inizia iterazione con Monte Carlo

    For n = 1 To iter
        Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
        Calculate

' Copy Monte Carlo
        Sheets("Calcolo del VaR_Mont.").Select
        Range("D6:M1005").Select
        Selection.Copy
        Windows(file_).Activate
        Sheets("Copy_mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
        Application.CutCopyMode = False
        Range("a2:J1001").Select
        Selection.Copy
        Sheets("Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.Insert Shift:=xlDown

' Copy Rendimenti Monte Carlo

        Windows("Simulazione Moontercarlo_1000_100_10.xls").Activate
        Sheets("Rendimenti_Mont.").Select
        Range("a6:j1005").Select
        Selection.Copy
        Windows(file_).Activate
        Sheets("Copy_Rend_Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
        Application.CutCopyMode = False
        Range("a2:J1001").Select
        Selection.Copy
        Sheets("Rend_Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.Insert Shift:=xlDown

  Next

' Ordina i risultati

    Sheets("Mont").Select
    For i = 1 To 10
        Range("A2").Activate
        ActiveCell.Offset(0, i - 1).Range("A1").Activate
        Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
        Selection.Sort Key1:=ActiveCell, Order1:=xlDescending,
Header:=xlGuess, _
        OrderCustom:=1, MatchCase:=False, Orientation:=xlTopToBottom, _
        DataOption1:=xlSortNormal
    Next

' Salva e chiude il file
```

```
    ActiveWorkbook.Save
    ActiveWindow.Close
Next


' Riferimento al gruppo 10.000 iterazioni

iter = 10

' Genera per il profilo j-esimo

For j = 1 To 9

' Prepara il foglio per store data
    Workbooks.Add
    Sheets("sheet1").Name = "Copy_Mont"
    Sheets("sheet2").Name = "Mont"
    Sheets("sheet3").Name = "Copy_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet4").Name = "SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet5").Name = "INPUT"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet6").Name = "Copy_Rend_Mont"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet7").Name = "Copy_Rend_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet8").Name = "Rend_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet9").Name = "Rend_Mont"

    file_ = "NN_iterazione_" & CStr(iter) & "K_prof" & CStr(j) & ".xls"
    dir_ = "D:\Condividi_temp\NN_Iter_10K\"
    file_name = dir_ & file_

    ActiveWorkbook.SaveAs Filename:=file_name, FileFormat:=xlNormal, _
        Password:="", WriteResPassword:="", ReadOnlyRecommended:=False, _
        CreateBackup:=False

' Prende il file di input

    Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
    Sheets("Input").Select
    Range("b4").Value = j
    Calculate
    Cells.Select
    Selection.Copy
    Windows(file_).Activate
    Sheets("INPUT").Select
    ActiveSheet.Paste


' Inizia iterazione di Monte Carlo

    For n = 1 To iter
        Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
        Calculate

' Copy Monte Carlo
        Sheets("Calcolo del VaR_Mont.").Select
        Range("D6:M1005").Select
        Selection.Copy
        Windows(file_).Activate
        Sheets("Copy_mont").Select
```

```
        Range("A2").Select
        Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
        Application.CutCopyMode = False
        Range("a2:J1001").Select
        Selection.Copy
        Sheets("Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.Insert Shift:=xlDown

' Copy Rendimenti Monte Carlo

        Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
        Sheets("Rendimenti_Mont.").Select
        Range("a6:j1005").Select
        Selection.Copy
        Windows(file_).Activate
        Sheets("Copy_Rend_Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
        Application.CutCopyMode = False
        Range("a2:J1001").Select
        Selection.Copy
        Sheets("Rend_Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.Insert Shift:=xlDown

    Next

' Ordina i risultati

    Sheets("Mont").Select
    For i = 1 To 10
        Range("A2").Activate
        ActiveCell.Offset(0, i - 1).Range("A1").Activate
        Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
        Selection.Sort Key1:=ActiveCell, Order1:=xlDescending,
Header:=xlGuess, _
        OrderCustom:=1, MatchCase:=False, Orientation:=xlTopToBottom, _
        DataOption1:=xlSortNormal
    Next

' Salva e chiude il file
    ActiveWorkbook.Save
    ActiveWindow.Close
Next


' Riferimento al gruppo 5.000 iterazioni

iter = 5

' Genera per il profilo j-esimo

For j = 1 To 9

' Prepara il foglio per store data

    Workbooks.Add
    Sheets("sheet1").Name = "Copy_Mont"
    Sheets("sheet2").Name = "Mont"
```

```
    Sheets("sheet3").Name = "Copy_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet4").Name = "SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet5").Name = "INPUT"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet6").Name = "Copy_Rend_Mont"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet7").Name = "Copy_Rend_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet8").Name = "Rend_SI"
    Sheets.Add
    Sheets("Sheet9").Name = "Rend_Mont"

    file_ = "NN_iterazione_" & CStr(iter) & "K_prof" & CStr(j) & ".xls"
    dir_ = "D:\Condividi_temp\NN_Iter_5K\"
    file_name = dir_ & file_

    ActiveWorkbook.SaveAs Filename:=file_name, FileFormat:=xlNormal, _
        Password:="", WriteResPassword:="", ReadOnlyRecommended:=False, _
        CreateBackup:=False

' Prende il file di input

    Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
    Sheets("Input").Select
    Range("b4").Value = j
    Calculate
    Cells.Select
    Selection.Copy
    Windows(file_).Activate
    Sheets("INPUT").Select
    ActiveSheet.Paste

' Inizia iterazione di Monte Carlo

    For n = 1 To iter
        Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
        Calculate

 ' Copy Monte Carlo

        Sheets("Calcolo del VaR_Mont.").Select
        Range("D6:M1005").Select
        Selection.Copy
        Windows(file_).Activate
        Sheets("Copy_mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
        Application.CutCopyMode = False
        Range("a2:J1001").Select
        Selection.Copy
        Sheets("Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.Insert Shift:=xlDown

' Copy Rendimenti Monte Carlo

        Windows("Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls").Activate
        Sheets("Rendimenti_Mont.").Select
        Range("a6:j1005").Select
        Selection.Copy
```

```
        Windows(file_).Activate
        Sheets("Copy_Rend_Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
        Application.CutCopyMode = False
        Range("a2:J1001").Select
        Selection.Copy
        Sheets("Rend_Mont").Select
        Range("A2").Select
        Selection.Insert Shift:=xlDown

Next

' Ordina risultati

    Sheets("Mont").Select
    For i = 1 To 10
        Range("A2").Activate
        ActiveCell.Offset(0, i - 1).Range("A1").Activate
        Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
        Selection.Sort Key1:=ActiveCell, Order1:=xlDescending,
Header:=xlGuess, _
        OrderCustom:=1, MatchCase:=False, Orientation:=xlTopToBottom, _
        DataOption1:=xlSortNormal
    Next

' Salva e chiude il file

    ActiveWorkbook.Save
    ActiveWindow.Close
Next

End Sub
```

A.2 Algoritmo per il store dei risultati

```
Sub result()

' Definisce le variabili

 Dim j, iter, prof As Long
 Dim file_, dir_, file_name As String

' Scelgo il numero di profili di rischio

 prof = 9

' Risultati per Monte Carlo

' Riferimento al gruppo 50.000 iterazioni

iter = 50
dir_ = "D:\Condividi_temp\NN_Iter_50K\"

' Apri il file per il profilo j-esimo

For j = 1 To prof

    file_ = "NN_iterazione_" & CStr(iter) & "K_prof" & CStr(j) & ".xls"
```

```
    file_name = dir_ & file_
    Workbooks.Open Filename:=file_name

' Riporta risulati per Monte Carlo

    Sheets("Mont").Select
    Range("A511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d9").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A2511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d10").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A25011").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d11").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A47511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d12").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A49511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d13").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
```

```
'Calcola medie e stdev delle distribuzioni a termine

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A50005") = "=AVERAGE(a2:a50001)"
    Range("b50005") = "=AVERAGE(b2:b50001)"
    Range("c50005") = "=AVERAGE(c2:c50001)"
    Range("d50005") = "=AVERAGE(d2:d50001)"
    Range("e50005") = "=AVERAGE(e2:e50001)"
    Range("f50005") = "=AVERAGE(f2:f50001)"
    Range("g50005") = "=AVERAGE(g2:g50001)"
    Range("h50005") = "=AVERAGE(h2:h50001)"
    Range("i50005") = "=AVERAGE(i2:i50001)"
    Range("j50005") = "=AVERAGE(j2:j50001)"
    Range("a50006") = "=stdev(a2:a50001)"
    Range("b50006") = "=stdev(b2:b50001)"
    Range("c50006") = "=stdev(c2:c50001)"
    Range("d50006") = "=stdev(d2:d50001)"
    Range("e50006") = "=stdev(e2:e50001)"
    Range("f50006") = "=stdev(f2:f50001)"
    Range("g50006") = "=stdev(g2:g50001)"
    Range("h50006") = "=stdev(h2:h50001)"
    Range("i50006") = "=stdev(i2:i50001)"
    Range("j50006") = "=stdev(j2:j50001)"

    ActiveWorkbook.Save

    Range("a50005:j50006").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d15:m16").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save

' Ordina in modo decrescente i rendimenti

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select

    For i = 1 To 10
        Range("A2").Activate
        ActiveCell.Offset(0, i - 1).Range("A1").Activate
        Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
        Selection.Sort Key1:=ActiveCell, Order1:=xlDescending,
Header:=xlGuess, _
        OrderCustom:=1, MatchCase:=False, Orientation:=xlTopToBottom, _
        DataOption1:=xlSortNormal
    Next

        ActiveWorkbook.Save

' Riporta i rendimenti ai diversi livelli osservati per Monte Carlo

    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d21").Select
```

```
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A2511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d22").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A25011").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d23").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A47511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d24").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A49511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d25").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

' Calcola medie e stdev dei rendimenti

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A50005") = "=AVERAGE(a2:a50001)"
    Range("b50005") = "=AVERAGE(b2:b50001)"
    Range("c50005") = "=AVERAGE(c2:c50001)"
    Range("d50005") = "=AVERAGE(d2:d50001)"
    Range("e50005") = "=AVERAGE(e2:e50001)"
    Range("f50005") = "=AVERAGE(f2:f50001)"
    Range("g50005") = "=AVERAGE(g2:g50001)"
    Range("h50005") = "=AVERAGE(h2:h50001)"
```

```
    Range("i50005") = "=AVERAGE(i2:i50001)"
    Range("j50005") = "=AVERAGE(j2:j50001)"
    Range("a50006") = "=stdev(a2:a50001)"
    Range("b50006") = "=stdev(b2:b50001)"
    Range("c50006") = "=stdev(c2:c50001)"
    Range("d50006") = "=stdev(d2:d50001)"
    Range("e50006") = "=stdev(e2:e50001)"
    Range("f50006") = "=stdev(f2:f50001)"
    Range("g50006") = "=stdev(g2:g50001)"
    Range("h50006") = "=stdev(h2:h50001)"
    Range("i50006") = "=stdev(i2:i50001)"
    Range("j50006") = "=stdev(j2:j50001)"

    ActiveWorkbook.Save

    Range("a50005:j50006").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d27:m28").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save


Next

' Riferimento al gruppo 10.000 iterazioni

iter = 10
dir_ = "D:\Condividi_temp\NN_Iter_10K\"
dir_p = "D:\Condividi_temp\N_risultati_10K\"

' Apre il file per il profilo j-esimo

For j = 1 To prof

    file_ = "NN_iterazione_" & CStr(iter) & "K_prof" & CStr(j) & ".xls"
    file_name = dir_ & file_
    Workbooks.Open Filename:=file_name

' Riporta risultati per Monte Carlo

    Sheets("Mont").Select
    Range("A111").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d63").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d64").Select
```

```
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A5011").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d65").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A9511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d66").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A9911").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d67").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

' Calcola medie e stdev delle distribuzioni a termine

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A50005") = "=AVERAGE(a2:a50001)"
    Range("b50005") = "=AVERAGE(b2:b50001)"
    Range("c50005") = "=AVERAGE(c2:c50001)"
    Range("d50005") = "=AVERAGE(d2:d50001)"
    Range("e50005") = "=AVERAGE(e2:e50001)"
    Range("f50005") = "=AVERAGE(f2:f50001)"
    Range("g50005") = "=AVERAGE(g2:g50001)"
    Range("h50005") = "=AVERAGE(h2:h50001)"
    Range("i50005") = "=AVERAGE(i2:i50001)"
    Range("j50005") = "=AVERAGE(j2:j50001)"
    Range("a50006") = "=stdev(a2:a50001)"
    Range("b50006") = "=stdev(b2:b50001)"
    Range("c50006") = "=stdev(c2:c50001)"
    Range("d50006") = "=stdev(d2:d50001)"
    Range("e50006") = "=stdev(e2:e50001)"
    Range("f50006") = "=stdev(f2:f50001)"
    Range("g50006") = "=stdev(g2:g50001)"
    Range("h50006") = "=stdev(h2:h50001)"
    Range("i50006") = "=stdev(i2:i50001)"
    Range("j50006") = "=stdev(j2:j50001)"
```

```
    ActiveWorkbook.Save

    Range("a50005:j50006").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d69:m70").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save


' Ordina i rendimenti

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select

    For i = 1 To 10
        Range("A2").Activate
        ActiveCell.Offset(0, i - 1).Range("A1").Activate
        Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
        Selection.Sort Key1:=ActiveCell, Order1:=xlDescending,
Header:=xlGuess, _
        OrderCustom:=1, MatchCase:=False, Orientation:=xlTopToBottom, _
        DataOption1:=xlSortNormal
    Next

        ActiveWorkbook.Save

' Riporta i rendimenti ai diversi livelli osservati per Monte Carlo

    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A111").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d75").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d76").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A5011").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d77").Select
```

```
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A9511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d78").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A9911").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d79").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

  ' Calcola medie e stdev dei rendimenti

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A50005") = "=AVERAGE(a2:a50001)"
    Range("b50005") = "=AVERAGE(b2:b50001)"
    Range("c50005") = "=AVERAGE(c2:c50001)"
    Range("d50005") = "=AVERAGE(d2:d50001)"
    Range("e50005") = "=AVERAGE(e2:e50001)"
    Range("f50005") = "=AVERAGE(f2:f50001)"
    Range("g50005") = "=AVERAGE(g2:g50001)"
    Range("h50005") = "=AVERAGE(h2:h50001)"
    Range("i50005") = "=AVERAGE(i2:i50001)"
    Range("j50005") = "=AVERAGE(j2:j50001)"
    Range("a50006") = "=stdev(a2:a50001)"
    Range("b50006") = "=stdev(b2:b50001)"
    Range("c50006") = "=stdev(c2:c50001)"
    Range("d50006") = "=stdev(d2:d50001)"
    Range("e50006") = "=stdev(e2:e50001)"
    Range("f50006") = "=stdev(f2:f50001)"
    Range("g50006") = "=stdev(g2:g50001)"
    Range("h50006") = "=stdev(h2:h50001)"
    Range("i50006") = "=stdev(i2:i50001)"
    Range("j50006") = "=stdev(j2:j50001)"

    ActiveWorkbook.Save

    Range("a50005:j50006").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d81:m82").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save
```

```
Next

' Riferimento al gruppo 5.000 iterazioni

iter = 5
dir_ = "D:\Condividi_temp\NN_Iter_5K\"

' Apre il file per il profilo j-esimo

For j = 1 To prof


    file_ = "NN_iterazione_" & CStr(iter) & "K_prof" & CStr(j) & ".xls"
    file_name = dir_ & file_

    Workbooks.Open Filename:=file_name

' Riporta risultati per Monte Carlo

    Sheets("Mont").Select
    Range("A61").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d117").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A261").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d118").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A2511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d119").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A4761").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d120").Select
```

```
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A4961").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d121").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

' Calcola medie e stdev delle distribuzioni a termine

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Mont").Select
    Range("A50005") = "=AVERAGE(a2:a50001)"
    Range("b50005") = "=AVERAGE(b2:b50001)"
    Range("c50005") = "=AVERAGE(c2:c50001)"
    Range("d50005") = "=AVERAGE(d2:d50001)"
    Range("e50005") = "=AVERAGE(e2:e50001)"
    Range("f50005") = "=AVERAGE(f2:f50001)"
    Range("g50005") = "=AVERAGE(g2:g50001)"
    Range("h50005") = "=AVERAGE(h2:h50001)"
    Range("i50005") = "=AVERAGE(i2:i50001)"
    Range("j50005") = "=AVERAGE(j2:j50001)"
    Range("a50006") = "=stdev(a2:a50001)"
    Range("b50006") = "=stdev(b2:b50001)"
    Range("c50006") = "=stdev(c2:c50001)"
    Range("d50006") = "=stdev(d2:d50001)"
    Range("e50006") = "=stdev(e2:e50001)"
    Range("f50006") = "=stdev(f2:f50001)"
    Range("g50006") = "=stdev(g2:g50001)"
    Range("h50006") = "=stdev(h2:h50001)"
    Range("i50006") = "=stdev(i2:i50001)"
    Range("j50006") = "=stdev(j2:j50001)"

    ActiveWorkbook.Save

    Range("a50005:j50006").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d123:m124").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save

' Ordina i rendimenti

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select

    For i = 1 To 10
        Range("A2").Activate
        ActiveCell.Offset(0, i - 1).Range("A1").Activate
        Range(Selection, Selection.End(xlDown)).Select
        Selection.Sort Key1:=ActiveCell, Order1:=xlDescending,
Header:=xlGuess, _
```

```
        OrderCustom:=1, MatchCase:=False, Orientation:=xlTopToBottom, _
        DataOption1:=xlSortNormal
    Next

        ActiveWorkbook.Save
```

' **Riporta i rendimenti ai diversi livelli osservati per Monte Carlo**

```
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A61").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d129").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A261").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d130").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A2511").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d131").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A4761").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d132").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A4961").Select
    Range(Selection, Selection.End(xlToRight)).Select
    Selection.Copy
    Windows("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d133").Select
```

```
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
```

' Calcola medie e stdev dei rendimenti

```
    Windows(file_).Activate
    Sheets("Rend_Mont").Select
    Range("A50005") = "=AVERAGE(a2:a50001)"
    Range("b50005") = "=AVERAGE(b2:b50001)"
    Range("c50005") = "=AVERAGE(c2:c50001)"
    Range("d50005") = "=AVERAGE(d2:d50001)"
    Range("e50005") = "=AVERAGE(e2:e50001)"
    Range("f50005") = "=AVERAGE(f2:f50001)"
    Range("g50005") = "=AVERAGE(g2:g50001)"
    Range("h50005") = "=AVERAGE(h2:h50001)"
    Range("i50005") = "=AVERAGE(i2:i50001)"
    Range("j50005") = "=AVERAGE(j2:j50001)"
    Range("a50006") = "=stdev(a2:a50001)"
    Range("b50006") = "=stdev(b2:b50001)"
    Range("c50006") = "=stdev(c2:c50001)"
    Range("d50006") = "=stdev(d2:d50001)"
    Range("e50006") = "=stdev(e2:e50001)"
    Range("f50006") = "=stdev(f2:f50001)"
    Range("g50006") = "=stdev(g2:g50001)"
    Range("h50006") = "=stdev(h2:h50001)"
    Range("i50006") = "=stdev(i2:i50001)"
    Range("j50006") = "=stdev(j2:j50001)"

    ActiveWorkbook.Save

    Range("a50005:j50006").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d135:m136").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save
    Windows(file_).Close

Next
```

' Risultati per le 1.000 iterazioni

' Apri il file per il profilo j-esimo

```
For j = 1 To prof

    file_ = "Simulazione Montercarlo_1000_100_10.xls"

    Workbooks(file_).Activate
    Sheets("Input").Select
    Range("B4").Select
    ActiveCell.FormulaR1C1 = CStr(j)
    Calculate
```

' Riporta risultati per Monte Carlo

```
    Workbooks(file_).Activate
```

```
    Sheets("Report_Mont.").Select
    Range("d31:m35").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend_con1k.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d171").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Workbooks(file_).Activate
    Sheets("Calcolo del VaR_Mont.").Select
    Range("d2:m3").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend_con1k.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d177:m178").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save

' Riporta i rendimenti ai diversi livelli osservati per Monte Carlo

    Workbooks(file_).Activate
    Sheets("rend_ordinati_Mont").Select
    Range("d1015:m1019").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend_con1k.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d183").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False

    Workbooks(file_).Activate
    Range("d2:m3").Select
    Selection.Copy
    Workbooks("Risultati_07_01_05_rend_con1k.xls").Activate
    Sheets("Confronto approcci prof" & CStr(j)).Select
    Range("d189:m190").Select
    Selection.PasteSpecial Paste:=xlPasteValues, Operation:=xlNone,
SkipBlanks _
        :=False, Transpose:=False
    ActiveWorkbook.Save


' Salva il file

 ActiveWorkbook.Save


End Sub
```

Riferimenti e Bibliografia

Alexander C. (1998), *The Handbook of Risk Management and Analysis*, John Wiley and Sons.

Ariel R. (1990), *High Stock Returns Before Holidays: Existence and Evidence on Possible Causes*, Journal of Finance, n.45, 1611-26.

Banca d'Italia (2000), *Modifica della normative sui requisiti patrimoniali di Vigilanza*, Bollettino di Vigilanza, 2, 14-156. Circolare n. 229 del 21 aprile 1999, 3° agg.to dell'11 febbraio 2000.

Basel Committee on Banking Supervision (1988), *Accordo internazionale sulla valutazione del patrimonio e sui coefficienti patrimoniali*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (1995$_a$), *Progetto di supplemento all'accordo sui requisiti patrimoniali per incorporare i rischi di mercato*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (1995$_b$), *Proposta di pubblicazione di un supplemento all'Accordo di Basilea sui requisiti patrimoniali per contemplare il rischio di mercato*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (1995$_c$), *Un approccio basato sui modelli interni per l'applicazione dei requisiti patrimoniali a fronte del rischio di mercato*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (1996), *Amendment to the capital accord to incorporate market risks*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (1998$_a$), *Framework for the evaluation of internal control system*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (1998$_b$), *Framework for internal control system in banking organization*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (1999), *A new capital adequacy framework*, www.bis.org.

Basel Committee on Banking Supervision (2001), *The new Basel Capital Accord*, www.bis.org.

Bazzana F. (2001), *I modelli interni per la valutazione del rischio di mercato secondo l'approccio del Value at Risk*, Università di Trento ALEA Tech Report Nr.11.

Beber A. e Erzegovesi L. (1999), *Distribuzioni di probabilità implicite nei prezzi delle opzioni*, Università di Trento ALEA Tech Report, 8.

Betti F. (2000), *Value at Risk − La gestione dei rischi finanziari e la creazione del valore*, Il sole 24 ore.

Bollerslev T. (1986), *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*, Journal of Econometrics, 31, 307-327.

Brealey, Myers, Sandri (1998), *Principi di Finanza Aziendale*, McGraw Hill.

Brison G.P., Hood L.R., Beebower G.L., *Determinants of Portfolio Performance*, Financial Analyst Journal, luglio-agosto 1986, maggio-giugno 1991

Bussola D., *Asset Allocation Strategica & Tattica*, www.soldiefinanza.it.

Cherubini U., Della Lunga G., *Il rischio finanziario*, McGraw Hill.

Committee on the Global Financial System (2000), *Stress testing by large financial institutions: current practice and aggregation issues*, Basilea, aprile.

Commissioni 6ª (Finanze e Tesoro) e 10ª (Industria, commercio, turismo) riunite (2004), *Sviluppare il modello di vigilanza per finalità ponendo al centro la tutela del risparmio,* 6ª Seduta, Marzo.

Considine J. (1998), *Pilot exercise − pre-commitment approach to market risk*, Federal Bank of New York Economic Policy Review, ottobre, 131-136.

Corrado C. e Miller T. (1996), *Volatility without tears*, Risk, luglio, 49-51.

Danielsson J. e De Vries G.C. (1997), *Value-at-Risk and Extreme Returns*, London School of Economics Working Papers , Londra, settembre.

Danielsson J., Hartmann P., De Vries C.G. (1998), *The cost of conservatism: extreme returns, Value at Risk, and Basle "multiplication factor"*, Risk, 49-51.

Daripa A. e Varotto S. (1998), *Value at risk and pre-commitment: approaches to market risk regulation*, Federal Bank of New York Economic Policy Review, ottobre, 137-143.

DeBondt W. e Thaler R. (1989), *Anomalies: A Mean-reverting Walk down Wall Street*, Journal of Economic Perspectives, n. 3, 189-202.

De Raaji G. e Raunig B. (1998), *On the accuracy of VaR estimates based on the variance-covariance approach*, Mimeo, Olsen & Associates, Zurigo.

Dowd K. (1998), *Beyond Value at Risk: the new science of risk management*, John Wiley & Sons.

Efron B. (1979), *Bootstrap methods: another look at the jacknife*, Annal of Statistic, 7, 1-26.

Engle R. (1982), *Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates ok the variance of United Kingdom inflation,* Econometrica, 50, 987-1007.

French K. (1980), *Stock Returns and the Weekend Effect*, Journal of Financial Economics, n. 8, 55-69.

Gavin J. (2000), *Extreme value theory − an empirical analysis of equity risk, Extremes and Integrated Risk Management*, Risk Publication.

Haas M. (2000), *Back testing − an overview*, CAESAR Research Center, Bonn.

Haugen R. e Lakonishock J. (1987), *The Incredible January Effect: The Stock Market's Unsolved Mystery*, Dow Jones-Irwin, Homewood.

Hill B. M. (1975), *A simple general approach to inference about the tail of a distribution*, Annals of Statistics, 35, 1163-1173.

Hull J. (1997), *Option, Futures, and Other Derivatives*, Prentice-Hall, Princeton, NJ.

J.P. Morgan e Reuters (1996), *Risk Metrics™ - Technical documents*, IV ed J.P. Morgan, New York.

Jorion P. (2000), *Value at risk −second edition*, McGraw Hill, U.S.A.

Kevin Dowd (1998), *Beyond Value at Risk – The New Science of Risk Management*, John Wiley & Sons.

Kupiec P. e O'Brien J. (1995_a), *A pre-commitment approach to capital requirement for market risks*, FRBNY Research Paper, 95, 36.

Kupiec P. e O'Brien J. (1995$_b$), *Recent developments in bank capital regulation of market risks*, FRBNY Research Paper, 95, 51.

Markowitz, H.M. (1952), *Portfolio Selection*, Journal of Finance, marzo, 77-91.

Nadotti L. (1995), *Il bilancio delle banche*, Il Mulino, Bologna.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare i miei genitori che mi hanno sostenuto e incoraggiata in ogni giorno di questo cammino e che soprattutto hanno permesso di raggiungere questo obiettivo.

Il mio relatore, prof. Nunzio Cappuccio, che mi ha convita a intraprendere l'esperienza dello stage e mi ha seguito durante la stesura di questo lavoro.

Un ringraziamento particolare a mio cugino Simone, che mi ha suggerito l'esperienza dello stage in azienda.

Al mio tutor in Finantix, dott. Samuele Benzoni, devo tutta la mia riconoscenza per avermi seguita fin dal primo giorno, con i suoi consigli e insegnamenti, nel corso dell'elaborazione di questo lavoro, ma soprattutto per la mia realizzazione personale.

Un abbraccio affettuoso alle mie care amiche, che mi sono sempre vicine: Betta, Carla, Chiara, Erica e Irene, con le quali ho condiviso questi quattro anni di università e la vita fuori delle lezioni. A tutto il gruppo di Statistica per le gioie e le fatiche condivise.

Un ringraziamento speciale a tutte le persone che ho conosciuto in quest'ultimo anno, per il loro affetto, per le loro parole e per il loro sostegno. In particolare desidero nominare i miei cari amici Roberta e Gabriele: grazie per tutti i bei momenti trascorsi.