

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTA' DI SCIENZE STATISTICHE
CORSO DI LAUREA: STATISTICA E GESTIONE DELLE IMPRESE



TESI DI LAUREA

**Utilizzo dell'approssimazione
stocastica per la calibrazione di una
carta di controllo a media mobile**

Relatore: Ch.mo Prof. Masarotto Guido

Laureanda: Noventa Valentina
Matricola nr. 476659

ANNO ACCADEMICO: 2005 – 2006

Introduzione	3
Capitolo 1: La qualità nella storia e in azienda	
1.1 Controllo statistico della qualità: un po' di storia	6
1.2 La qualità in azienda	9
Capitolo 2: Controllo statistico di processo e carte di controllo	
2.1 Il controllo statistico di processo	15
2.2 Le carte di controllo	22
Capitolo 3: Carte di controllo a media mobile	
3.1 Carte di controllo a medie mobili	28
3.2 carte di controllo a media mobile	30
3.3 Algoritmo per il calcolo di k	32
3.4 Esempi di applicazioni	35
Ringraziamenti	41
Bibliografia	42
Webgrafia	44
Appendice A	45
Appendice B	46

Introduzione

Il mercato attuale impone alle organizzazioni di realizzare il successo soprattutto attraverso la valorizzazione qualitativa delle attività aziendali analizzate non solo singolarmente, ma soprattutto nel loro complesso, nella consapevolezza che la qualità totale, intesa in senso lato, può portare alla vittoria sulla concorrenza, nonché ad un ordinato sviluppo dell'attività produttiva e all'eliminazione di sprechi ed errori che causano oneri ingiustificati e perdita di competitività.

Gli strumenti statistici fondamentali per il miglioramento della qualità sono il controllo statistico di un processo produttivo, la programmazione degli esperimenti e il campionamento in accettazione.

Questo lavoro tratta prevalentemente il controllo statistico di un processo produttivo ed ha lo scopo di creare un algoritmo in R atto a calcolare il valore costante ed incognito necessario per il calcolo dei limiti di particolari carte di controllo, quelle a media mobile, ponendo determinate condizioni in base alle esigenze.

Il capitolo 1 illustra brevemente il percorso della qualità nel tempo e introduce alla filosofia e ai concetti base del miglioramento della qualità

Nel capitolo 2 si introducono i concetti base del controllo statistico di processo (SPC) e delle carte di controllo.

Infine il capitolo 3 si occupa delle carte di controllo a media mobile, quelle cioè utilizzate per la creazione dell'algoritmo. Inoltre vengono eseguiti e spiegati degli esempi sul funzionamento dell'algoritmo creato.

CAPITOLO 1

LA QUALITA' NELLA STORIA

E IN AZIENDA

CAPITOLO 1

LA QUALITÀ NELLA STORIA E IN AZIENDA

1.1 Controllo statistico della qualità: un po' di storia – 1.2 La qualità in azienda

1.1 Controllo statistico della qualità: un po' di storia

Già nei tempi antichi era consuetudine ottenere prodotti di una certa qualità; a dimostrazione di ciò presso i Fenici era in uso tagliare la mano di chi aveva prodotto un bene non conforme agli standard qualitativi, in modo da eliminare una causa di cattiva qualità del prodotto. Più avanti, nel medioevo il compito di assicurare la conformità dei prodotti fu affidato alle corporazioni. Con la rivoluzione industriale abbiamo un notevole sviluppo dell'importanza della qualità. In un primo tempo veniva effettuato solo il controllo a fine produzione, per dividere i prodotti buoni da quelli difettosi. A partire invece dagli anni '30 e poi soprattutto nel dopoguerra, viene introdotto anche il controllo in corso di produzione. Ma la qualità in

questo periodo ha dei costi altissimi, la convinzione di molti era che al miglioramento della qualità corrisponde un aumento dei costi.

Nel 1959 viene emanata la prima norma 8450 con lo scopo di regolamentare e superare i problemi legati alla qualità, soprattutto in quei campi dove la mancanza di determinate caratteristiche di qualità di un prodotto potevano essere causa di gravi incidenti. Negli anni 50-60 matura la consapevolezza che la qualità sarebbe diventata uno dei fattori principali di scelta da parte del cliente. Frigenbaum introduce il concetto di Total Quality Control, vale a dire l'insieme delle caratteristiche di marketing, ingegneria, fabbricazione ed assistenza attraverso cui il prodotto o servizio soddisfa le attese del consumatore.

Da questo approccio si sviluppa il Total Quality System, definito come sistema in grado di guidare persone e macchine verso il modo migliore per soddisfare il cliente, con il minor costo possibile. Questo concetto in pratica coincide con il Company Wide Quality Control (CWQC) sviluppatosi in Giappone.

Proprio in Giappone nel '62 viene fondato il primo Circolo di Qualità, vale a dire un piccolo gruppo di persone che svolge in modo volontario l'attività di controllo di qualità in una sede organizzativa. Questi circoli sono stati molto utili per lo sviluppo della cultura della qualità, e hanno portato il Giappone in pochi anni dalla guerra ad

esportare in tutto il mondo prodotti di qualità eccellente. Il concetto di cultura della qualità sviluppatosi in Giappone, viene ignorato dall'occidente fino agli anni '80, fino a quando le aziende americane trovarono il loro mercato invaso da prodotti giapponesi di ottima qualità. Fu così istituito un premio nazionale per le aziende eccellenti nel campo della qualità.

In Europa, con l'idea di creare un mercato unico si sviluppa il concetto di qualità per reggere alla forte concorrenza di Stati Uniti d'America e del Giappone.

1.2 Concetto di qualità in azienda

La qualità è uno dei fattori più importanti nel processo di decisione del consumatore. Si tratta di un elemento assai complesso e di vasta portata sia nel caso in cui l'acquirente è rappresentato dal consumatore finale che da un'organizzazione.

La qualità di un prodotto (o servizio) può essere spiegata secondo modi diversi e con molte sfaccettature. Garvin (si veda Montgomery, 2000, pag. 2-3) propone un'interpretazione con otto componenti:

- o prestazione: valutazione del prodotto in base alle sue capacità di compiere le funzioni richieste;
- o affidabilità: durevolezza del prodotto nel tempo e capacità di non rompersi;
- o durata: effettiva durata di servizio del prodotto;
- o manutenibilità: rapidità ed economicità con cui si può effettuare un'attività di manutenzione e riparazione del prodotto;
- o aspetti formali: aspetto esteriore di un prodotto che comprende varie caratteristiche: stile, colore, forma, confezionamento, caratteristiche tattili ed aspetti tangibili;

- o funzionalità: tipo e numero di prestazioni che il prodotto può fornire, anche rispetto alla concorrenza;
- o livello di qualità percepito: si tratta di una caratteristica variegata e multiforme, costituita dalla reputazione dell'azienda di valutare la qualità dei propri prodotti, in particolare il trattamento riservato al cliente in caso di problema di qualità;
- o conformità alle normative: capacità del prodotto di possedere tutte le caratteristiche richieste dalla progettazione.

È, quindi, difficile riassumere tutte le caratteristiche della qualità di un prodotto in poche parole. Alcuni lo hanno fatto cercando di dare una definizione universale della qualità; quella tradizionale è:

“la qualità significa essere appropriato per l’uso”

Una definizione più recente di qualità la pone inversamente proporzionale alla variabilità; da qui:

“il miglioramento della qualità è la riduzione della variabilità
nel processo produttivo e nel prodotto.”

Ogni prodotto possiede delle caratteristiche di qualità, ossia il numero di elementi posseduti da un prodotto che congiuntamente descrivono ciò che il consumatore ritiene sia la qualità dell'oggetto.

Le caratteristiche di qualità possono essere:

- o fisiche: lunghezza, peso;

- o sensoriali: sapore, colore;
- o comportamento nel tempo: durata, affidabilità.

Molte organizzazioni trovano difficile (e costoso) fornire agli acquirenti prodotti che abbiano caratteristiche di qualità che siano sempre uguali in ciascun elemento prodotto, o che siano al massimo livello dell'aspettativa dell'acquirente. La causa principale di ciò è la variabilità, dalla cui presenza consegue che non ci sono mai due prodotti identici. Ad esempio, i pacchi di pasta da 500 grammi, non hanno tutti esattamente il peso indicato nella confezione; ovviamente la variazione è piccola e non crea fastidi al consumatore, ma se non fosse così l'acquirente può ritenere che il prodotto sia indesiderabile e inaccettabile. Le origini di questa variabilità comprendono macchinari non ben funzionanti, errori dovuti agli operatori o materiali grezzi e difettosi

Poiché la variabilità può essere descritta solamente in termini statistici, i metodi statistici hanno un ruolo centrale negli sforzi per il miglioramento della qualità.

Nell'applicazione dei metodi statistici all'ingegneria della qualità è abitudine classificare i dati delle caratteristiche di qualità in attributi e variabili. Le variabili producono in genere misure di tipo continuo, quali lunghezza, tensione elettrica, viscosità. Gli attributi,

d'altro canto, sono di solito di tipo discreto, a volte espressi in forma di conteggio.

Le caratteristiche della qualità sono spesso valutate in relazione alle specifiche. Per esempio, per un prodotto manifatturiero, le specifiche sono le misure stabilite per alcune caratteristiche tangibili dei componenti o dei sottocomponenti che costituiscono il prodotto; mentre nelle società di servizi sono espresse generalmente espresse in termini ammontare massimo di tempo necessario per evadere un ordine o per fornire un particolare servizio.

L'analisi della capacità del processo consiste nell'analisi della variabilità naturale del processo rispetto alle specifiche del prodotto e l'eliminazione o una significativa riduzione della variabilità naturale.

Il valore di misura che corrisponde al valore desiderato per una caratteristica di qualità è definito valore nominale per quella caratteristica. Questi valori nominali possono anche costituire un intervallo di valori che, tipicamente, si ritiene sufficientemente prossimo al valore teorico di riferimento, da non incidere sulla funzione o prestazione del prodotto se la caratteristica di qualità rientra in tale ambito. Il maggior valore ammissibile per la caratteristica di qualità è definito dal limite di specifica superiore (Upper Specification Limit, USL) e il valore minore accettabile per

una caratteristica di qualità è definito limite di specifica inferiore (Lower Specification Limit, LSL). Alcune caratteristiche di qualità hanno limiti di specifica solo unilaterali; ad esempio, la resistenza alla compressione del componente usato nelle autovetture come paraurti ha un limite di specifica inferiore, ma non un limite di specifica superiore.

Le specifiche sono solitamente stabilite durante la progettazione tecnica del prodotto; sono definite dagli ingegneri del processo, dal cliente, dal progettista, in modo indipendente dal comportamento naturale del processo.

CAPITOLO 2

CONTROLLO STATISTICO DI PROCESSO

E

CARTE DI CONTROLLO

CAPITOLO 2
CONTROLLO STATISTICO DI PROCESSO E
CARTE DI CONTROLLO

2.1 Il controllo statistico di processo. – 2.2 Le carte di controllo

2.1 Il controllo statistico di processo

Il controllo statistico di processo (SPC) costituisce oggi il punto di partenza per un sistema di gestione della qualità in azienda che riguardi principalmente le conformità dei prodotti a standard di qualità.

Lo studio dell'andamento del processo nasce dal presupposto che la variabilità è una realtà comune a tutti i fatti della natura, a maggior ragione essa concerne i prodotti del lavoro umano. Seguendo tale ragionamento si ammette che due prodotti non sono mai esattamente uguali e quindi nel definire uno standard qualitativo è necessario tener conto di questa potenzialità dei singoli prodotti a differenziarsi tra loro.

Le metodologie per l'individuazione della qualità affondano le loro radici negli studi di F. W. Taylor, che verso la fine del XX secolo introdusse i principi dell'organizzazione scientifica nel sistema produttivo industriale. La razionalizzazione e la parcellizzazione delle fasi di lavorazione furono accompagnate dall'introduzione di elementi di standardizzazione sia nella produzione sia nella progettazione.

La nascita dell'SPC, intorno agli anni venti, ha fatto sorgere la consapevolezza che per ottenere un prodotto uniforme è necessaria un'attenta analisi delle cause delle variazioni del prodotto e non è sufficiente una semplice applicazione ingegneristica che tenda ad individuare i problemi riguardanti la qualità dei prodotti.

In questa direzione, Sherwart (1939) fu il primo a studiare la variabilità del processo e dedusse, dopo un confronto statistico tra dati del processo e dati per così dire naturali, che esistono due tipi di variabilità:

- o controllata: caratterizzata da variazioni stabili e costanti nel tempo dovute a cause casuali;
- o incontrollata: caratterizzata da variazioni instabili nel tempo dovute a cause specifiche.

Quando il processo presenta una variabilità naturale, sono presenti esclusivamente cause casuali rappresentate dalla iterazione

necessaria tra operai, macchine, materiali, metodi: ad esempio una serie di componenti di un processo possono variare a causa dell'operatore, delle macchine, del metodo con cui sono generati di volta in volta. In questo caso la variabilità del processo è controllata e quindi quest'ultimo si presenta stabile e coerente. Le uniche variazioni risultano legate al processo stesso e quindi per ridurre la variabilità, la sola strada, costosa laddove percorribile, è modificarlo in tutta la sua struttura.

Oltre alle cause casuali, talvolta ve ne sono altre che influiscono sulla qualità dei prodotti non riconducibili al caso. In presenza anche di cause specifiche, ad esempio regolazioni di una macchina o materiale con caratteristiche diverse, il processo è instabile e incoerente essendo soggetto a variazioni incontrollate.

Dopo uno studio accurato Shewart dedusse che tali cause provocano un notevole impatto sulla variabilità dei dati nonché una imprevedibilità nei risultati, essendo la causa di continui cambiamenti nel tempo. In tal caso il primo passo è identificare le cause specifiche che generano la variabilità eccessiva. Se una di esse è peggiorativa, eliminarla; se è migliorativa, farla diventare parte integrante del processo. I due approcci sono, in maniera evidente, radicalmente differenti. Se il primo cerca i modi per migliorare un processo già

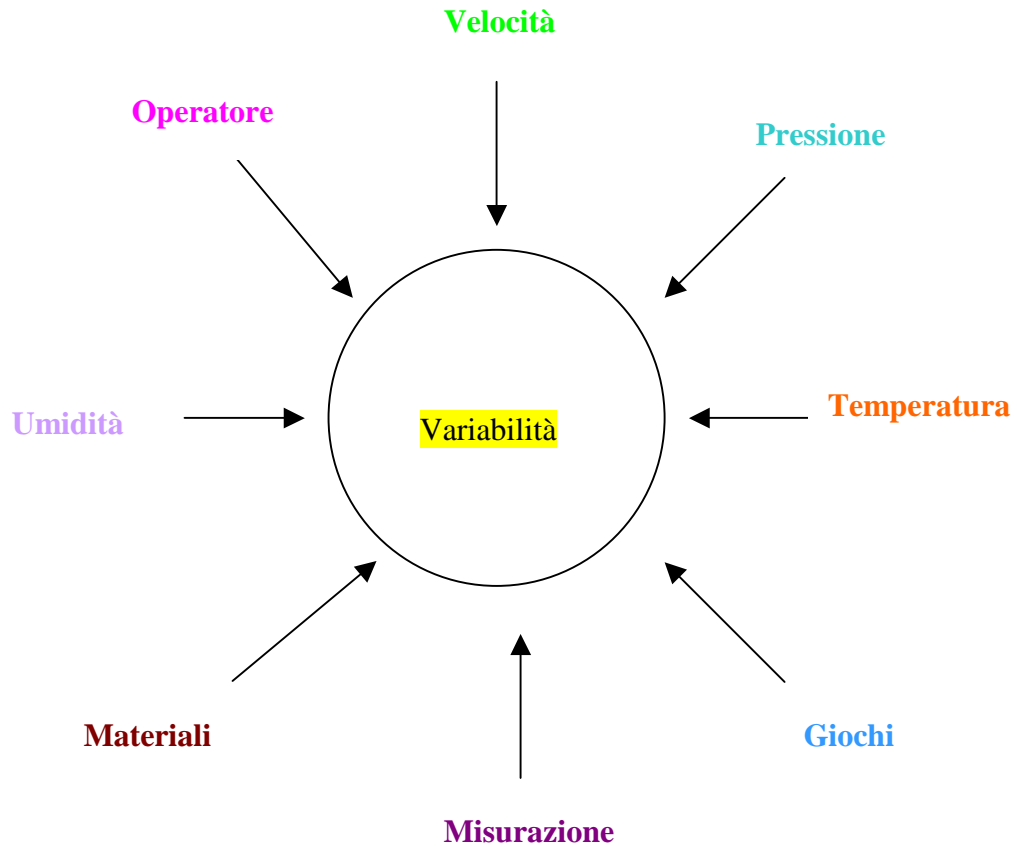


Figura 1.1: riassume le cause di variabilità

coerente e ben definito, il secondo tenta di instradare il processo verso una coerenza ed una entità identificabile.

L'analisi, quindi, non può che concentrarsi sullo studio delle cause specifiche, tenendo sempre presente che anche dopo un attento studio delle cause naturali, una variabilità naturale esisterà sempre. Il problema principale è quindi mantenere il processo sotto controllo in

ogni fase e verificare la presenza di cause specifiche mediante la predisposizione di procedure e con l'ausilio di strumenti operativi.

Si procede pertanto ad un'attività di controllo, misurazione e valutazione dei singoli prodotti allo scopo sia di identificare il momento del manifestarsi di una situazione di fuori controllo sia di procedere alla discriminazione degli elementi prodotti non corrispondenti alla specifiche.

Nel caso in cui questa attività fosse realizzata attraverso un controllo del 100% dei prodotti il controllo stesso assumerebbe la veste di una vera e propria operazione iscritta come fase del processo stesso. Difficilmente si può, se non in casi particolari e comunque a prezzo di alti costi, realizzare questo tipo di controllo. Più facilmente si adotta un tipo di controllo parziale dei prodotti, accertato nelle fasi più critiche del ciclo di lavorazione.

In quest'ultimo caso si ha il cosiddetto controllo statistico che prende spunto e utilizza strumenti tratti dalla inferenza statistica. Il controllo statistico introdotto da Shewart, non è solo un insieme di tecniche statistiche, ma fondamentalmente e per prima cosa è un modo di pensare. L'SPC ha rivoluzionato il modo di produrre: da una produzione lineare a tre fasi (progettare, produrre, cercare di vendere) ad una produzione sistemica con l'attività statistica presente in tutti gli

stadi della produzione, dall'entrata del materiale greggio all'uscita del prodotto finito.

Lo studio sull'SPC ha portato alla consapevolezza che per raggiungere un più alto livello qualitativo è necessario uno studio accurato del processo, non basta produrre pochi o zero prodotti difettosi. L'SPC può essere applicato a qualsiasi processo produttivo.

I magnifici sette, ovvero i sette più importanti strumenti statistici di cui si avvale l'SPC sono:

- o istogrammi e grafici “rami a foglie”;
- o fogli di controllo;
- o grafici di pareto;
- o diagrammi causa ed effetto;
- o diagrammi sulla concentrazione dei difetti;
- o grafici a dispersione;
- o carte di controllo.

La loro efficacia nel miglioramento della qualità dipende, tuttavia, soprattutto da come il management assimila e applica tali strumenti: devono essere addestrate all'uso di tali strumenti non solo le persone direttamente dedicate al miglioramento della qualità della produzione, ma anche e soprattutto quelle che dirigono l'azienda. Solo un'applicazione continua e sistematica dei “magnifici sette”, sostenuta

dal management, consente di fare di questi strumenti una parte integrante del modo di pensare alla programmazione della produzione e al miglioramento della qualità.

2.2 Le carte di controllo

L'obiettivo primario del controllo statistico di un processo produttivo è di individuare il più velocemente possibile il verificarsi di fattori specifici: quanto più veloce è l'individuazione delle cause, tanto prima potranno essere avviate azioni di correzione, così da evitare la produzione di molti pezzi di qualità non accettabile. Le carte di controllo sono uno strumento ampiamente usato per questi scopi oltre che per controllare i parametri di un processo produttivo e per determinare la capacità del processo stesso.

Inoltre, si ricordi che scopo del controllo statistico di un processo è di eliminare la variabilità all'interno del processo stesso: per quanto non sia possibile eliminarla completamente, l'uso sistematico delle carte di controllo costituisce un efficace strumento per ridurla il più possibile.

Le carte di controllo sono dotate di tutte le caratteristiche richieste per l'applicazione in azienda della qualità totale, prima fra tutte la semplicità di comprensione; in tal modo esse possono essere facilmente impiegate ed interpretate non solo dagli addetti al controllo, ma da tutti i componenti dell'azienda.

Le carte di controllo di Shewart sono strumenti statistici di tipo inferenziale utilizzati per verificare se una sequenza di dati può essere usata come predittore per le operazioni future, sfruttando l'extrapolazione dei dati.

Esse sono state per anni le carte più utilizzate e sono classificate a seconda della caratteristica della variabile oggetto d'origine:

- o carte di controllo per variabili se la caratteristica è rappresentabile su una scala di valori ed è possibile descriverla con una misura di centralità e di variabilità;
- o carte di controllo per attributi se le caratteristiche dei prodotti non possono essere misurate né su scale continue né su scale quantitative e quindi bisogna valutare se ciascuna unità prodotta possiede degli attributi in base al numero di difetti presenti nell'unità.

L'utilizzazione di queste carte di controllo mostra la sua validità sia nella definizione degli standard di qualità ottenibili da un processo produttivo in atto, identificando il valore di centratura e la tolleranza naturale del processo, sia nel tentativo di raggiungere gli obiettivi posti, come nella fase della regolazione e del mantenimento sotto controllo, con la segnalazione delle necessità d'intervento nel corso della produzione vera e propria.

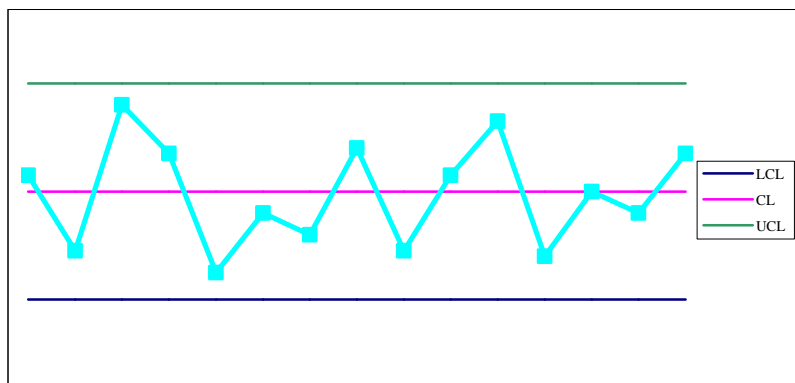


Figura 2.1: tipica carta di controllo

Ovviamente, un processo produttivo affetto da variabilità attribuibile solo al caso, assumerà nel complesso una distribuzione probabilistica ben definita della caratteristica sotto controllo, sia quella esprimibile come variabile e misurabile o come attributo.

Le carte di controllo sono una delle principali tecniche adottate per il controllo statistico di processo

Il grafico in figura 2.1 riporta i valori medi delle misurazioni fatte su una caratteristica di qualità misurata con campioni in funzione del tempo. La carta ha una linea centrale (CL) e limiti di controllo superiore ed inferiore, indicati in figura con UCL (Upper Control Limit) e LCL (Lower Control Limit). La linea centrale indica il punto dove dovrebbe posizionarsi la caratteristica del processo se non fossero presenti fonti di variabilità anormale, mentre i limiti di controllo sono stati individuati sulla base delle semplici considerazioni

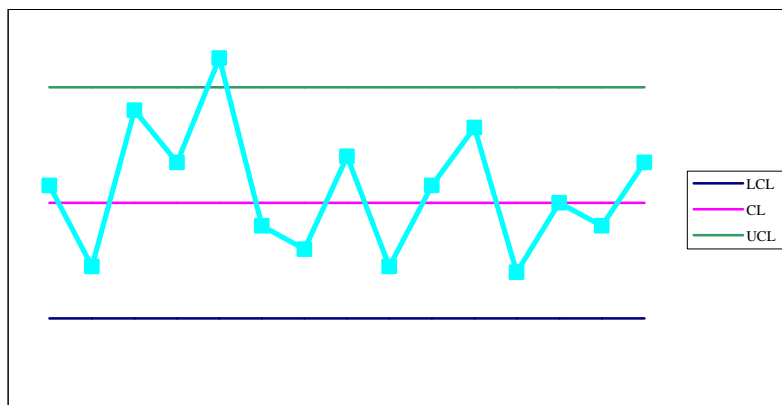


Figura 2.2: esempio di carta fuori controllo

statistiche che vedremo in seguito; se sono presenti fonti di variabilità anormale, può accadere di osservare alcuni punti al di fuori dei limiti di controllo (figura 2.2): questa è l'indicazione della necessità di effettuare indagini per rimuovere e correggere gli eventuali errori presenti.

Tipicamente le carte di controllo vengono utilizzate per il monitoraggio di variabili in uscita anche se non è escluso l'utilizzo di queste per le variabili in entrata. Nel progettare una carta di controllo bisogna specificare la dimensione del campione da analizzare e la frequenza di campionamento. In generale, quanto più grande è il campione tanto più facile sarà individuare piccoli scostamenti o regolazioni del processo. Se si interessati ad uno scostamento minimo, la dimensione campionaria dovrà essere più grande di quella che risulterebbe se l'interesse fossi per uno scostamento più ampio.

Dobbiamo inoltre determinare la frequenza di campionamento. La situazione ottimale sarebbe quella di poter esaminare grandi campioni di frequente, ma questa è una situazione spesso poco accettabile dal punto di vista economico. Si tratta di un problema di allocazione degli sforzi di campionamento: o si esaminano piccoli campioni di frequente o si esaminano grandi campioni a intervalli più distanziati. In generale si preferisce la prima soluzione, specie in industrie i cui processi producono grandi volumi di pezzi o dove possono manifestarsi svariati tipi di fattori.

Uno strumento fondamentale per valutare le carte di controllo è la media della variabile discreta RL (Run Length), che conta il numero di campioni estratti prima che venga dato un segnale di allarme, perciò in caso di campioni estratti ad intervalli di tempo regolari, la media di tale variabile, detta comunemente ARL (Average Run Length), è il numero medio di punti che devono essere osservati prima che un punto cada al di fuori dei limiti di controllo.

Per la carta di Shewart, l'ARL può essere facilmente calcolata in base alla seguente formula:

$$ARL=1/p \qquad (2.1)$$

CAPITOLO 3

CARTE DI CONTROLLO A

MEDIA MOBILE

CAPITOLO 3

CARTE DI CONTROLLO A MEDIA MOBILE

3.1 Carte di controllo per variabili – 3.2 Carte di controllo a media mobile – 3.3 Algoritmo per il calcolo di k – 3.4 Esempi di applicazioni

3.1 Carte di controllo per variabili

Quando si deve controllare in un contesto di SPC il comportamento di una caratteristica del prodotto, denominata variabile ed esprimibile mediante il risultato di una misurazione numerica (ad esempio la lunghezza, l'ampiezza, la temperatura, il volume, ecc.), la metodologia più usuale consiglia di adottare due tipi di carte:

- o una che controlla l'intensità media
- o una che controlla la dispersione della variabile.

Tale controllo si effettua sfruttando le proprietà teoriche delle distribuzioni campionarie dei diversi parametri: media, range e deviazione standard.

Le carte per il monitoraggio della variabilità possono essere applicate sia nel caso di media e deviazione standard della popolazione conosciute che nel caso in cui queste siano incognite e in tal caso si fa uso degli stimatori.

3.2 Carte di controllo a media mobile

Per il lavoro in questione sono state utilizzate in particolare le carte di controllo a media mobile proposte da Roberts (1959-1966 e studiate da Wong – Gang - Chang (2004)); diamo quindi una breve descrizione delle caratteristiche di questo strumento.

Supponiamo che una caratteristica quantitativa , X , sia distribuita secondo la legge di una variabile casuale normale con media μ e varianza σ^2 , dove sia μ che σ^2 si ipotizzano, quando il processo è in controllo, note e pari a 0 e 1 rispettivamente¹. Si indichino con $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ un campione di dimensione n proveniente a X , la tabella di media mobile si ottiene con:

$$M_t = \begin{cases} \frac{(x_1+x_2+x_3+\dots+x_t)}{t} & \text{con } t=1,2, \dots, w-1 \\ \frac{(x_{t-w+1}+x_{t-w+2}+\dots+x_t)}{w} & \text{con } t=w, w+1, \dots, n \end{cases} \quad (3.1)$$

con t pari al numero del campione dove w è la lunghezza della media mobile, x_t è la media del campione delle misure di qualità raccolte dal numero t del campione.

¹ Assumere μ e σ^2 uguali a 0 e 1 non comporta nessuna perdita di generalità. Infatti, essendo valori noti, risulta sempre possibile lavorare con le variabili standardizzate.

Un segnale di fuori controllo si registra quando M_t è più piccolo del limite di controllo inferiore (LCL) o più grande del limite di controllo superiore (UCL) definiti come:

$$LCL = \mu - k \cdot \sqrt{w / \min(w, t)} \cdot \sigma / \sqrt{n} \quad (3.2)$$

$$UCL = \mu + k \cdot \sqrt{w / \min(w, t)} \cdot \sigma / \sqrt{n}$$

dove n è la dimensione del campione, k è una costante non nota e w un valore dato.

Il problema si presenta nel momento in cui, per il calcolo dei limiti di controllo, bisogna attribuire un valore a k . Tipicamente k viene scelto in maniera tale che l'ARL dello schema sia uguale ad un valore prefissato.

3.3 Algoritmo per il calcolo di k

Ciò che vogliamo affrontare per quanto concerne le carte di controllo a media mobile riguarda il calcolo dei limiti di controllo (UCL e LCL) la cui formula risolutiva è riportata al paragrafo precedente (2)

dove μ e σ^2 sono rispettivamente la media e la varianza della caratteristica quantitativa distribuita come una variabile casuale normale; n è la numerosità campionaria, w è la portata della media mobile e k una costante non nota.

Indichiamo con x_i con $i=1,2 \dots,n$ un campione e costruiamo la media mobile M_t di ordine w :

Il problema principale riguarda il valore di k , fondamentale per il calcolo dei limiti di controllo. Vogliamo trovare il modo di calcolarlo ponendo come vincolo l'ARL in modo tale da poter evitare il più possibile dei falsi allarmi. Infatti, maggiore è l'ARL minore dovrebbe essere la probabilità di incappare in segnali di fuori controllo fasulli.

Si procede quindi, dopo aver ottenuto la media mobile di nostro interesse, con il calcolo dei limiti di controllo secondo la formula riportata sopra e attribuendo a k un valore arbitrario.

Si verifica in quale istante si presenta il segnale di fuori controllo verificando, cioè, qual'è il primo valore della media mobile che non appartiene all'intervallo di confidenza i cui estremi sono rappresentati dai limiti di controllo. Si procede poi con l'aggiustamento del k . La formula che si utilizza per questa operazione è la seguente:

$$k_{n+1} = k_{\text{medio}} - n a_n Y_{\text{medio}} \quad (3.3)$$

$$\text{con } Y_{\text{medio}} = (T - ARL_0) / ARL_0 \quad (3.4)$$

dove $a_n = a n^{-\alpha}$ con $\alpha < 1$, con k_{medio} e Y_{medio} sono le medie di Y e dei k precedenti.

Le (3.3)-(3.4) costituiscono l'applicazione al presente contesto dell'algoritmo di applicazione stocastica proposto da Bather (1989) e studiato da Schwabe e Walk (1996).

Una volta fissato il nostro ARL_0 , pari al numero medio di osservazioni che vogliamo ci siano tra un allarme e l'altro, procediamo col calcolo di T e successivamente con quello di k_{n+1} . Una volta calcolato in nuovo k ripetiamo il procedimento passando per il

calcolo dei limiti di controllo, verificiamo se l'allarme persiste o meno. La procedura dovrà essere ripetuta fintantoché k non arriva a convergere.

In quel momento si sarà ottenuto un valore di k tale che la carta segnalerà mediamente un fuori controllo ogni ARL0 osservazioni.

3.4 Esempi di applicazioni

Per verificare se l'algoritmo proposto possa realmente essere utile ed in particolare se possa sostituire i normogrammi presenti in Wong - Gang - Chang (2004), lo abbiamo implementato in R (vedi appendice A) e abbiamo condotto alcuni esperimenti.

Il primo esempio si riferisce alla carta definita dai seguenti parametri:

- o $w=4$
- o $ARL_0=100$

utilizzando tre diversi valori iniziali di k , infatti il funzionamento dell'algoritmo si verifica nel momento in cui, ponendo k uguale a valori diversi tra loro, una volta completato il procedimento dovrebbe in tutti i casi convergere ad un unico valore.

Qui di seguito sono riportati i grafici riferiti ai valori di k per le 10000 iterazioni fatte:

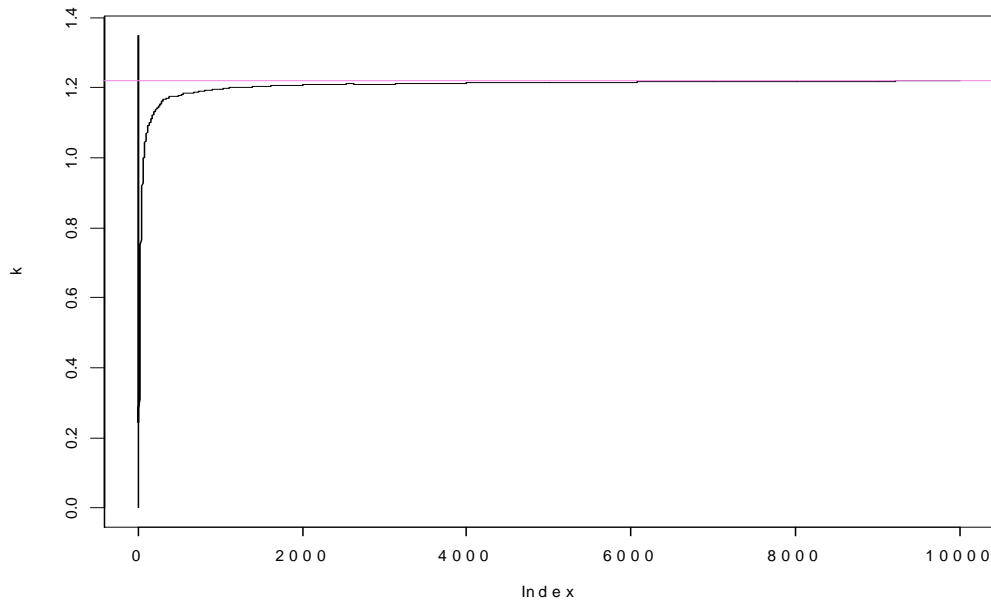


Figura 3.1: Convergenza di k con $k_0=0$

La figura 3.1 mostra come i valori di k tendono a 1.22^2 ponendo il $k_0=0$.

Verifichiamo ora se ponendo il k iniziale pari a 1 e 10 si ottiene lo stesso risultato.

² Valore ricavato dal grafico riportato in Appendice B

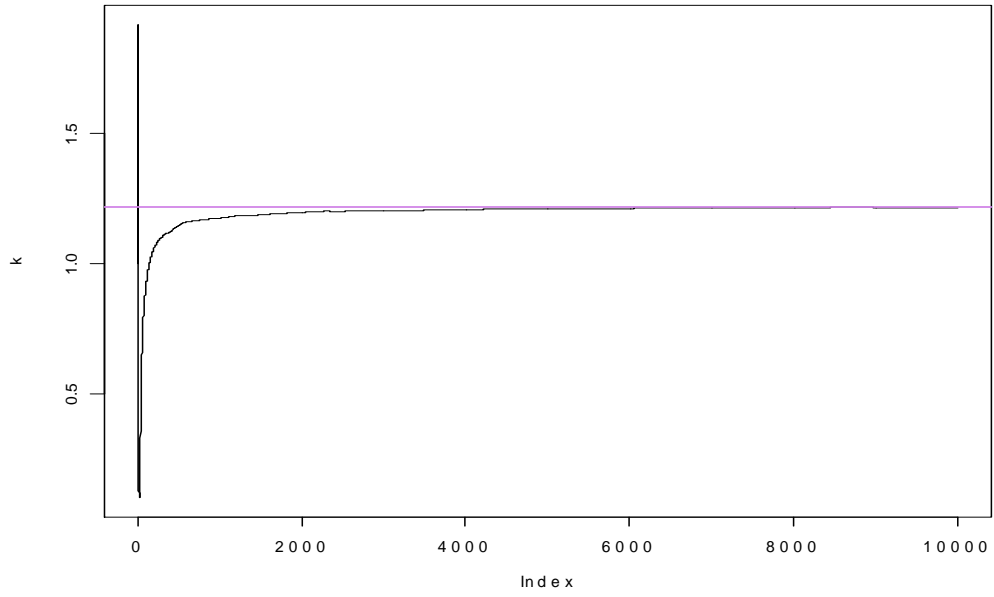


Figura 3.2: Convergenza di k con $k_0=1$

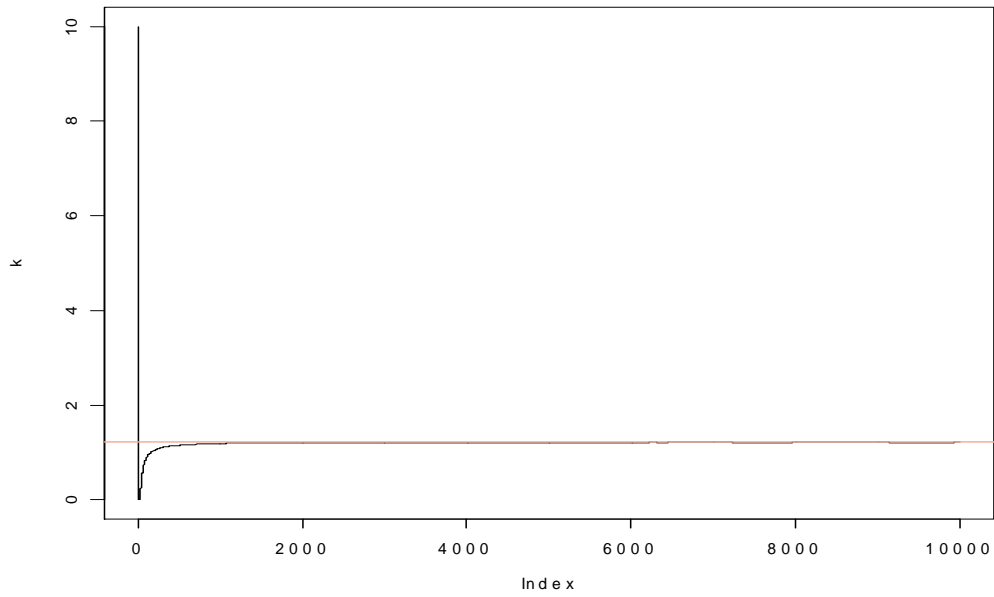


Figura 3.3: Convergenza di k con $k_0=10$

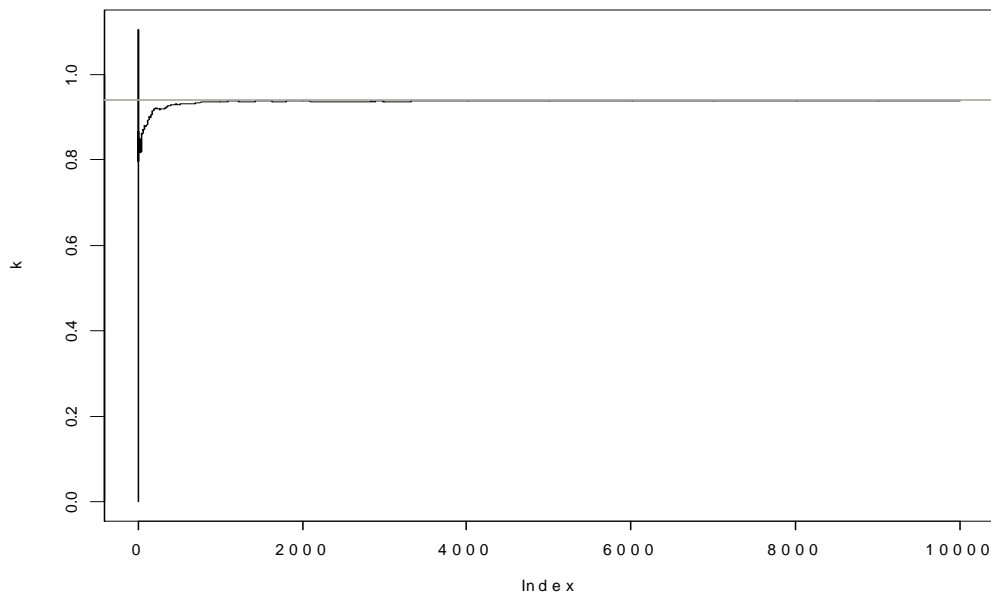


Figura 3.4: Convergenza di k con $k_0=0$

Dalle figure 3.1, 3.2 e 3.3 possiamo notare come, partendo da valori diversi di k si ottengono, in ogni caso, valori che tendono a 1.22. In base a questo primo esempio, si è ottenuto il risultato che si era sperato, e si direbbe che l'algoritmo funziona correttamente.

Passiamo ora ad un altro esempio, per effettuare un'ulteriore verifica sull'algoritmo proposto. I parametri della carta in questo caso sono:

- o $w=8$
- o $ARL_0=250$;

mentre utilizzeremo per k_0 i tre valori usati in precedenza: lo porremo, cioè pari a 0, 1 e 10.

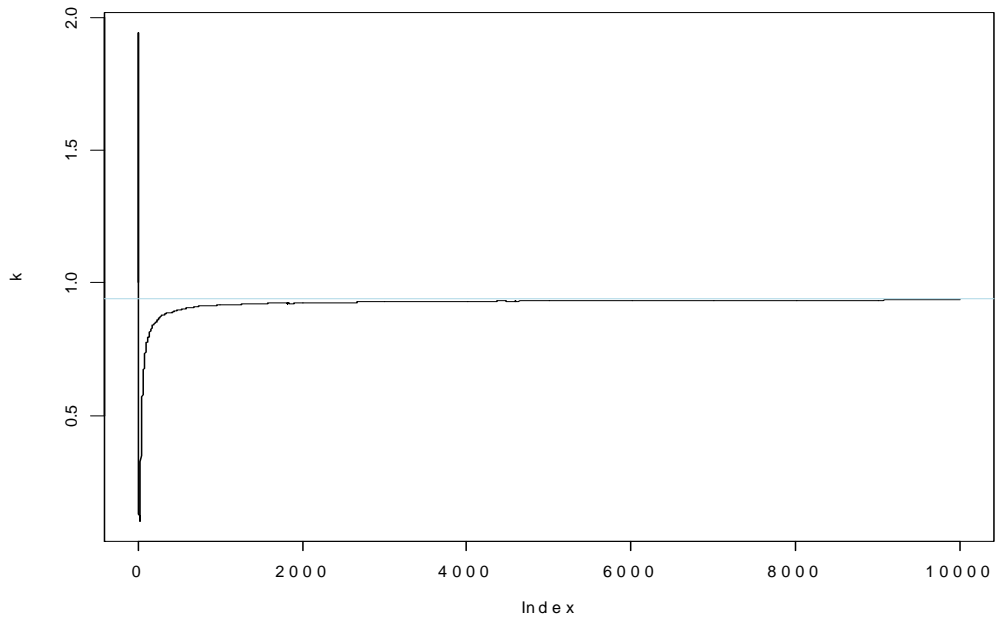


Figura 3.5: Convergenza di k con $k_0=1$

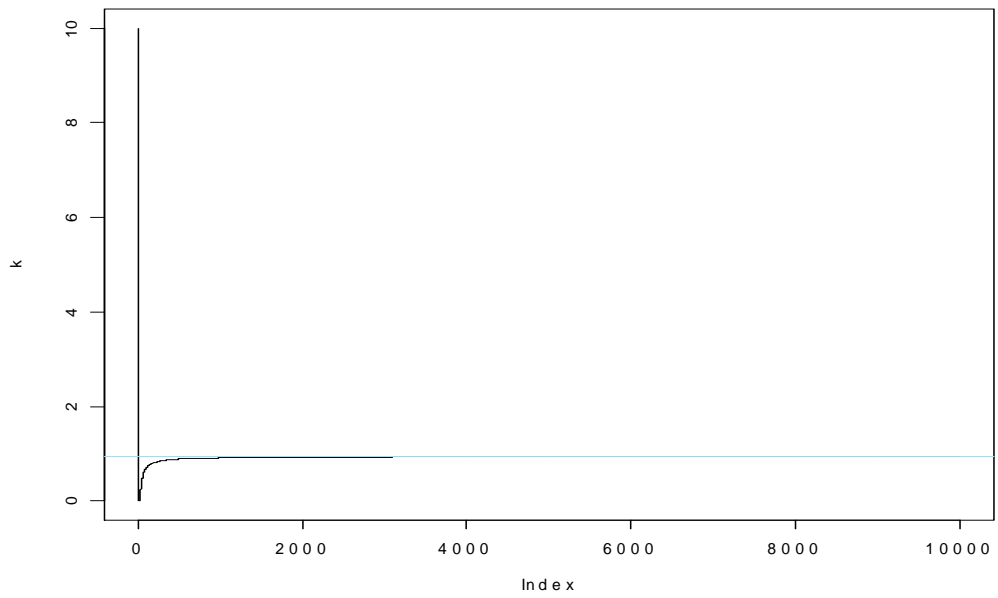


Figura 3.5: Convergenza di k con $k_0=10$

I grafici relativi a questo secondo esempio sono le figure 3.4, 3.5 e 3.6.

Anche da questa serie di grafici, come nella precedente, si nota come k converga verso un unico valore, 0.94, in tutti e tre i casi. Il caso vuole che per entrambi gli esempi i relativi grafici abbiano lo stesso andamento. Questo è almeno in parte fortuito visto che le traiettorie di k_n sono stocastiche.

I risultati ottenuti sembrano quindi confermare il funzionamento dell'algoritmo ed in particolare la sua capacità di calcolare, fissati gli altri parametri della carta di controllo, in maniera automatica ed accurata il valore delle soglie k .

Ringraziamenti

A conclusione dei miei corsi di studi desidero esprimere le mia gratitudine a quanti mi hanno sempre sostenuto ed incoraggiato.

Primi fra tutti la mia famiglia: mia madre, mio padre e mio fratello Manuele, che mi hanno permesso di raggiungere questo importante traguardo, spero di renderli orgogliosi.

Ringrazio in maniera particolare Daniele, che è stato al mio fianco per la maggior parte di questi anni, ha sopportato con me la tensione e mi ha sempre appoggiata.

Un sentito grazie al professor Masarotto per la costante presenza e disponibilità.

Ringrazio i miei compagni di università per aver reso indimenticabili questi anni di studi sia per le fatiche che le gioie.

Ringrazio i miei amici Domenico, Lele, Angela, Ettore, Elisa, Antò, Adriana e tutti gli altri per essermi sempre stati vicini.

Un ultimo ringraziamento a Sandra, Paolo e Claudia.

Bibliografia

- Bather J. A. (1989) – Stochastic approximation: a generalisation of the Robbins – Monro procedure: In Mandì P., Hušková M (eds) Proc Fourth Prague Symp Asymptotic Statistics Charles Univ Prague August 29-September 2 1988. Charles Univ Prague 13-17
- A. Iacobini (1991) – “Il Controllo Statistico della Qualità”, EUROMA – La Goliardica, Roma
- Iacus S.M., Masarotto G. (2003) – “Laboratorio di Statistica con R”, McGraw – Hill, Milano
- D. C. Montgomery (1996) – “Introduction to Statistical Quality Control”, 3^a ed. By J. Wiley & Sons Inc.
- Roberts, S. W. (1959). Control charts tests based on geometric moving average. *Technometrics*
- Roberts, S. W. (1966). A comparison of some control chart procedures. *Technometrics*
- Schwabe R., Walk H. (1996) – On a Stochastic Approximation Procedure Based on Averaging. *Metrika*
- *Shewhart W. A.*(1939) – ‘Statistical Method from the Viewpoint of quality control’, Washinton: Graduate school, Departement of Agriculture, 1939

- Wong H. B., Gan F. F., Chang T. – Designs of Moving Average Control Chart. *Journal of Statistical Computation & Simulation*

Webgrafia

- Materiale didattico a cura della prof.ssa G. Capizzi della Facoltà di Scienze Statistiche di Padova per il corso di 'Metodi Statistici per il Controllo della Qualità':
http://www.statistica.unipd.it/servizi/ins_dettaglio.asp?idins=109
- Dispensa didattica a cura della prof.ssa G. Capizzi della Facoltà di Scienze Statistiche di Padova per l'utilizzo di R:
<http://sirio.stat.unipd.it/index.php?id=matdid>.
- Materiale didattico a cura del prof. G. Masarotto della Facoltà di Scienze Statistiche di Padova per il corso di 'Inferenza Statistica I':
http://www.statistica.unipd.it/servizi/ins_dettaglio.asp?idins=74
- Materiale didattico a cura del prof. R. Tomasso della Facoltà di Scienze M. F. N. di Torino per il corso di 'Certificazione della Qualità'.
<http://www.chimicaindustriale.unito.it/Corsi/C8571-certif%20Qualit%E0/Certificazione%20della%20Qualit%E0%20AA%202004-2005.ppt>

Appendice A

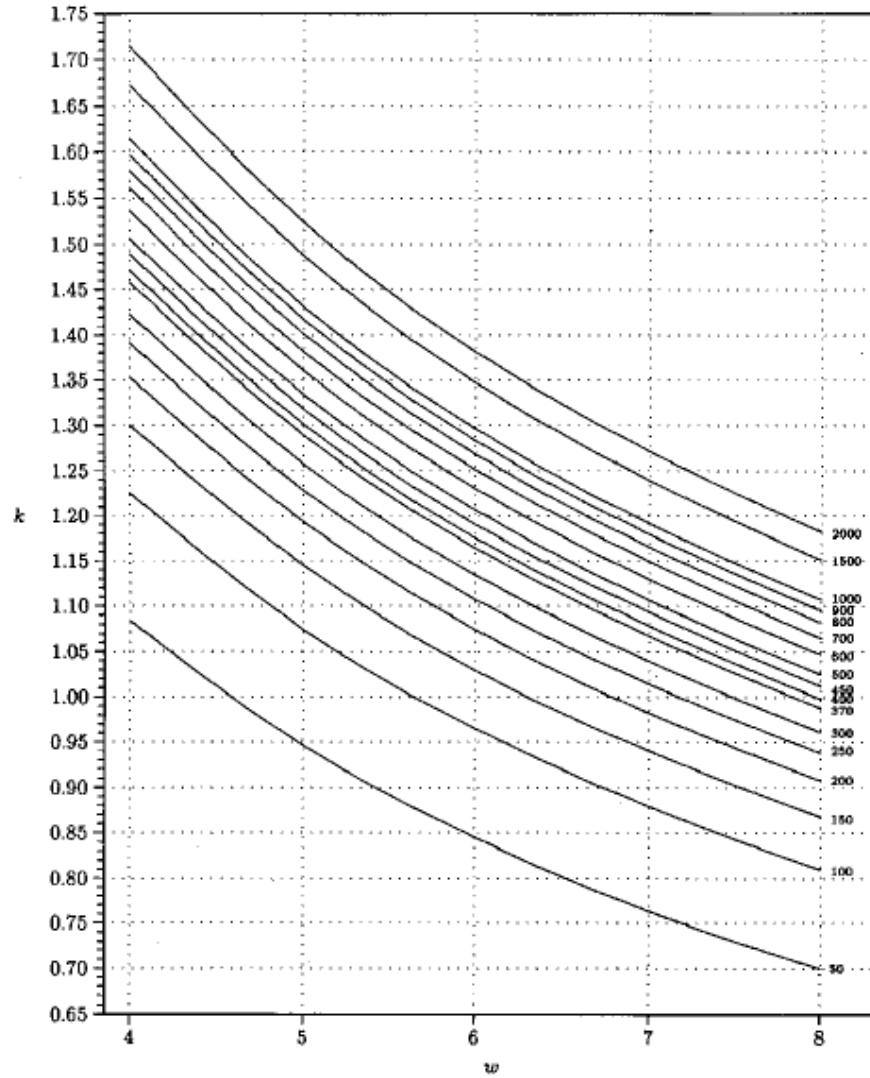
```

rl.sim <- function( w, k, mu0=0, max.rl=5000, x=rnorm(max.rl)) {
  w <- round(w)
  kw <- k*sqrt(w)
  if (w > 1) {
    for (n in 1:(w-1)) {
      m <- mean(x[1:n])
      if (abs(m-mu0) > kw/sqrt(n) ) return (n)
    }
  }
  index <- w:length(x)
  m <- filter(x, rep(1/w,w), sides=1)[index]
  index <- index[abs(m-mu0) > k ]
  if (length(index) == 0 )
    length(x)
  else
    min(index)
}

bather <- function(w, ARL0, k0, maxiter=10000, A=1, alpha=0.75) {
  n <- 1
  k <- c(k0,rep(0,maxiter))
  ybar <- 0
  kbar <- k0
  kn <- k0
  alpha1 <- 1 - alpha
  while (n <= maxiter) {
    ybar <- ybar + ( ((rl.sim(w,kn,max.rl=20*ARL0)-ARL0)/ARL0) - ybar ) / n
    kn <- max(0,kbar - A * n^alpha1 * ybar)
    kbar <- kbar + ( kn - kbar ) / n
    n <- n + 1
    k[n] <- kbar
  }
  k
}

```

Appendice B



Combinazione dei valori di w e k
per un certo ARL in controllo (grafico preso da...