

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Relazione per la prova finale
«I punti di Lagrange per l'osservazione spaziale: la missione James Webb Space Telescope attorno a L2»

Tutor universitario: Prof. Bettanini Carlo

Laureando: *Marotti Dario*

Padova, 25/11/2022

Matricola: 1221063

Nell'ambito dell'esplorazione spaziale, il peso e il costo del carburante che va caricato a bordo dello spacecraft rappresentano un importante aspetto, e spesso un limite, tecnologico.

Risulta quindi particolarmente comodo individuare dei punti dello spazio i quali permettano di minimizzare le manovre correttive che consumano propellente, pur consentendo di compiere precise osservazioni dello spazio aperto e dei corpi celesti.

Punti con queste caratteristiche sono individuabili a partire dal problema semplificato dei tre corpi e sono i punti di equilibrio detti «punti di Lagrange».

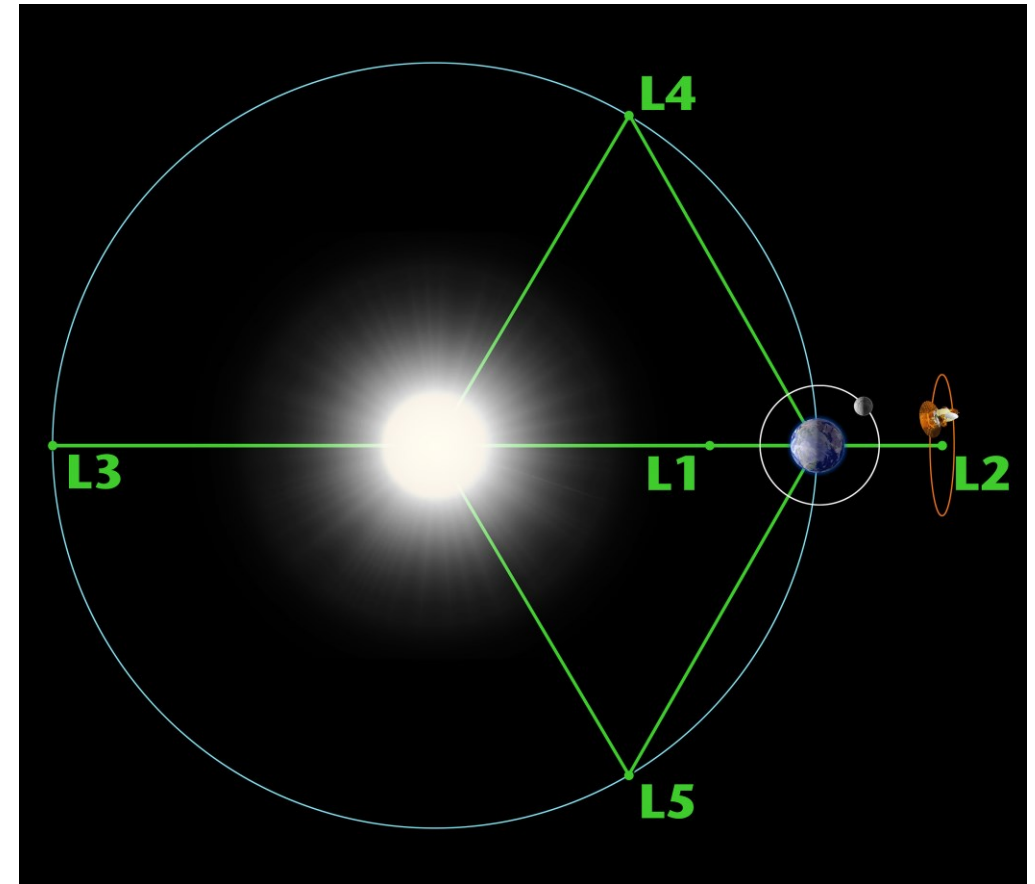


Fig. [1]: i cinque punti di Lagrange del sistema Terra-Sole

In questa trattazione si vuole analizzare l'impiego dei punti di Lagrange, ottenuti dall'equilibrio del problema dei tre corpi semplificato, per quanto riguarda l'osservazione spaziale; in particolare concentrandosi sul caso dell'osservazione dello spazio profondo operata dal telescopio spaziale James Webb. I punti lagrangiani sono infatti estremamente importanti per questo scopo come verrà evidenziato nel corso dell'elaborato. Verranno trattati:

- **Problema dei tre corpi ed ipotesi semplificative**
- **Punti di Lagrange e loro posizione**
- **Caratteristiche dei vari punti e il loro impiego**
- **Concetto di stabilità e manovre correttive**
- **Il caso di James Webb in orbita su L2**

È un caso particolare del problema degli n-corpi, consiste nell'analisi dinamica di tre corpi soggetti alla reciproca attrazione gravitazionale.

Soluzioni esplicite sono individuabili solo introducendo delle semplificazioni: si consideri che un corpo abbia massa trascurabile rispetto agli altri due, che le orbite siano circolari e si introduca un sistema di riferimento centrato nel centro di massa del sistema.

Si ottiene il **problema ristretto dei tre corpi** descritto

dalle seguenti equazioni:

$$\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} - \Omega^2x = -\frac{\mu_1}{r_1^3}(x + \pi_2 r_{12}) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x - \pi_1 r_{12})$$

$$\ddot{y} + 2\Omega\dot{x} - \Omega^2y = -\frac{\mu_1}{r_1^3}y - \frac{\mu_2}{r_2^3}y$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}z - \frac{\mu_2}{r_2^3}z$$

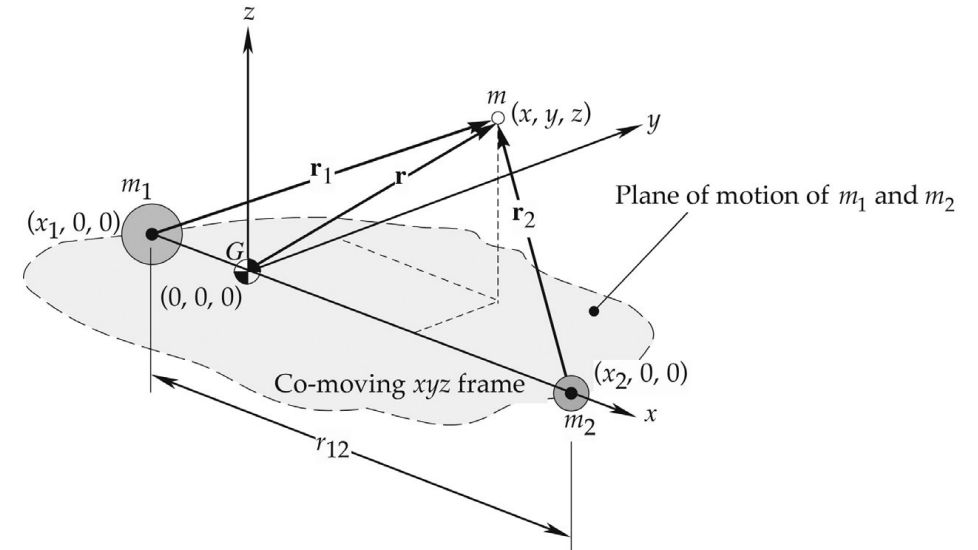


Fig. [2]: esempio di sistema di 2 corpi in orbita circolare con un terzo corpo di massa trascurabile

Si tratta di punti nello spazio dove l'attrazione gravitazionale data da un sistema di due grandi corpi eguaglia la forza centripeta richiesta ad un terzo piccolo corpo per orbitare in loro vicinanza.

I punti di Lagrange sono in totale 5 per un dato sistema di due corpi.

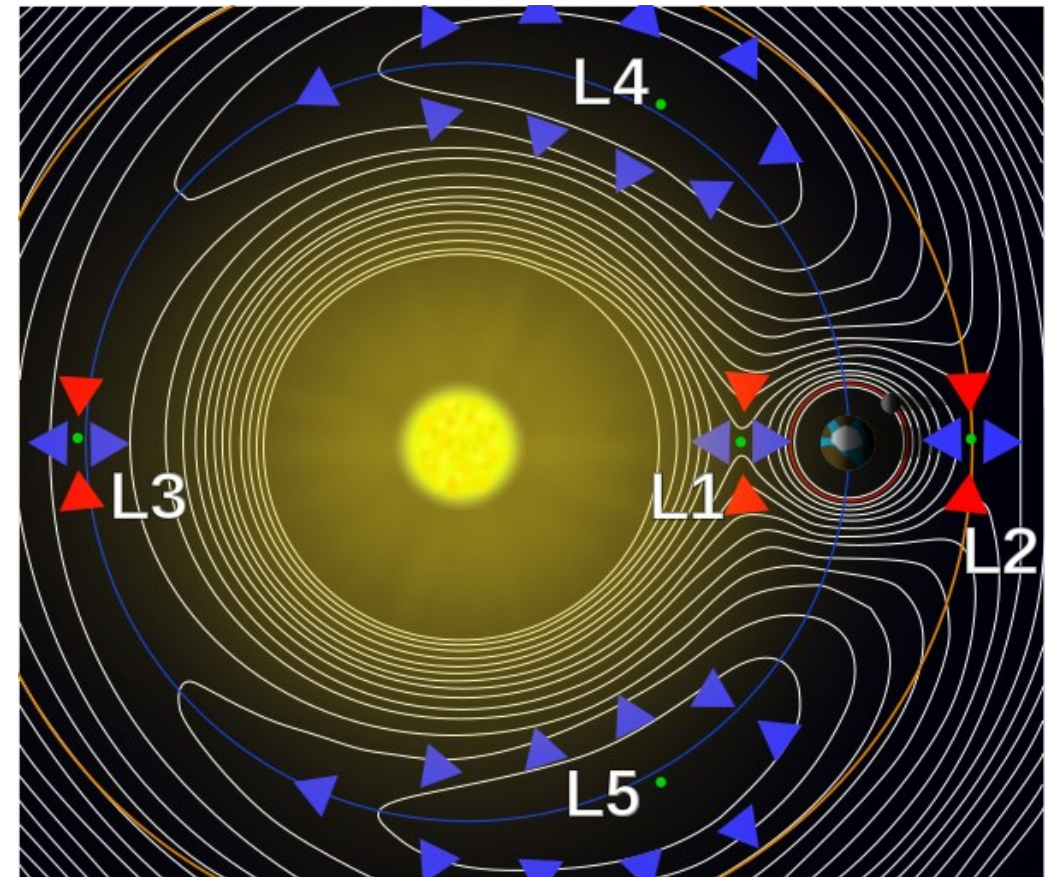


Fig. [3]: rappresentazione dei punti di Lagrange del sistema Terra-Sole e delle curve di livello del potenziale

I punti di Lagrange sono situati in zone di equilibrio del potenziale gravitazionale.

L1, L2 ed L3 sono punti di sella del potenziale e sono pertanto instabili.

L4 ed L5 sono invece punti di massimo locale del potenziale e sono quindi stabili sotto alcune condizioni.

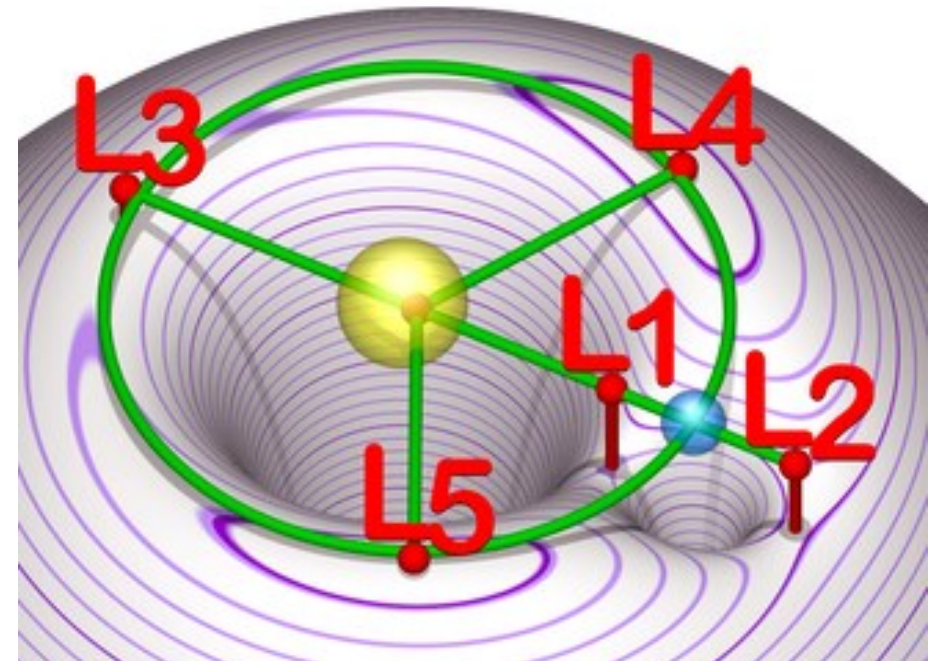


Fig. [4]: rappresentazione 3D del potenziale gravitazionale del sistema Terra-Sole

Ogni punto ha delle caratteristiche specifiche date dalla posizione:

- L1 si trova tra Terra e Sole
- L2 si trova dietro la Terra ed è quindi ideale per l'osservazione spaziale
- L3 si trova sull'asse Terra-Sole ma dalla parte opposta della stella rispetto alla Terra.

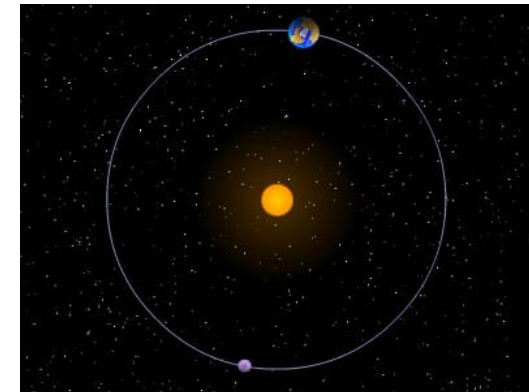
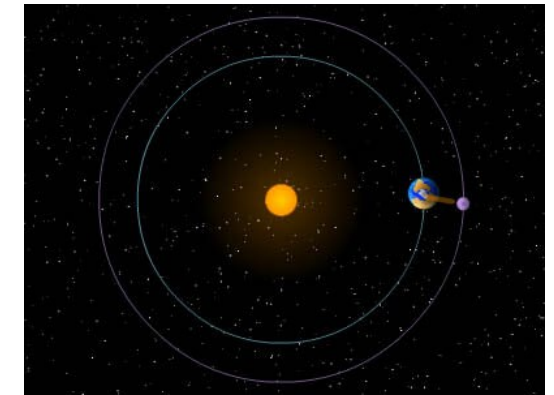
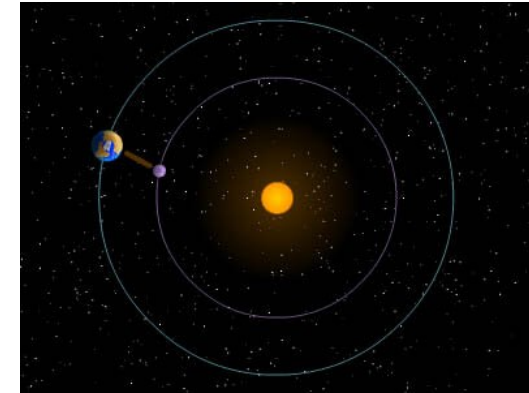


Fig. [5]: i tre punti di Lagrange instabili, dall'alto L1, L3 ed L3

L4 ed L5 sono situati ai vertici di due triangoli equilateri rispettivamente 60° indietro ed avanti rispetto alla terra e sono potenzialmente stabili. Questo infatti è vero solo se $M_1 > 25M_2$.
Oggetti in queste posizioni sono resistenti a perturbazioni gravitazionali.

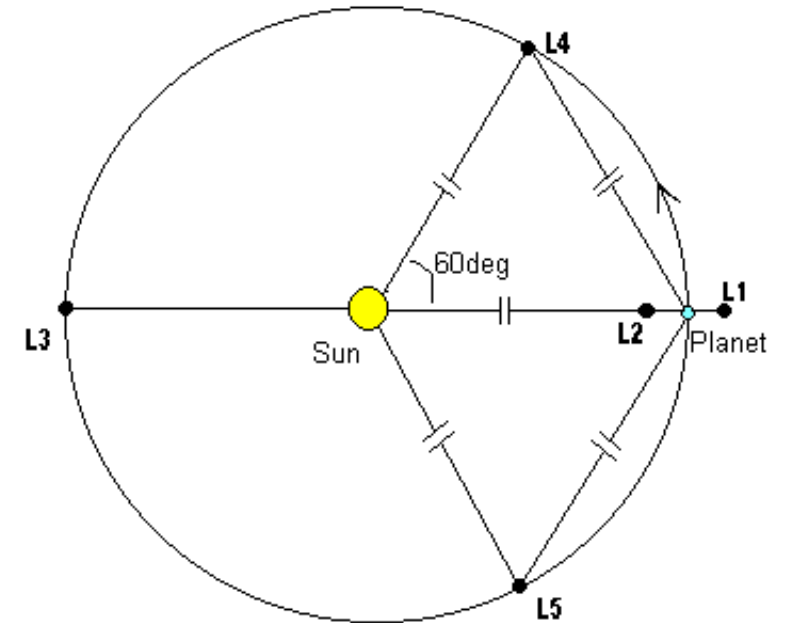


Fig. [6]: triangoli equilateri con L4 ed L5 ai vertici

L2 accoglie il telescopio spaziale James Webb a circa 1,5 milioni di km dalla Terra.

Giace sulla congiungente Terra-Sole, dietro il pianeta. Il corpo avrà periodo orbitale intorno al Sole uguale a quello della Terra.

Si ha necessità di effettuare manovre correttive con periodicità di circa 23 giorni.

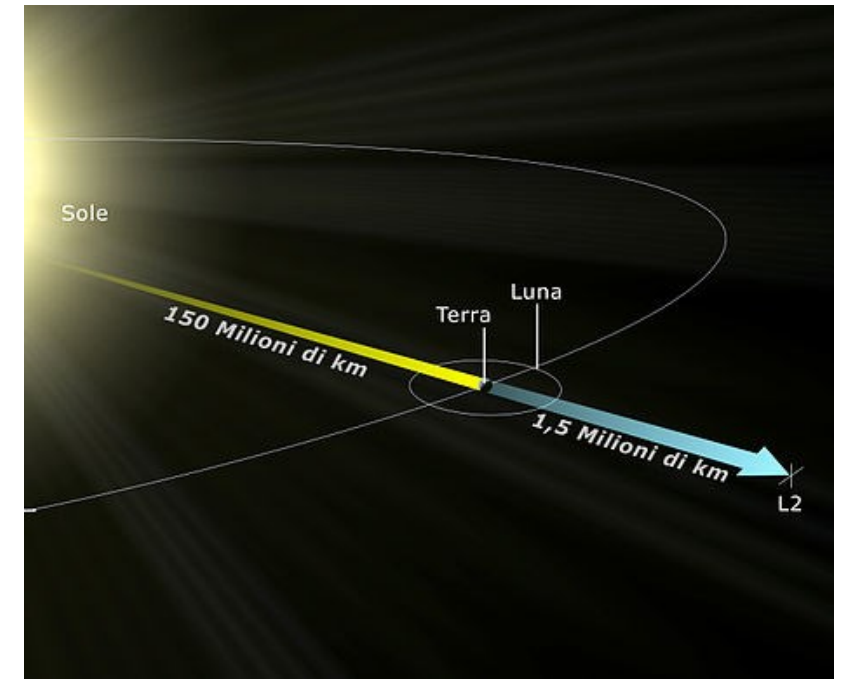


Fig. [7]: *posizione di L2 rispetto alla Terra*

James Webb, a differenza di Hubble, orbita attorno al Sole. Si trova in prossimità di L2 e, segue la Terra nel suo moto di rivoluzione attorno al Sole.

È attrezzato per l'osservazione dello spazio circostante sulle lunghezze d'onda dell'infrarosso, ed è dotato di un grande scudo termico.

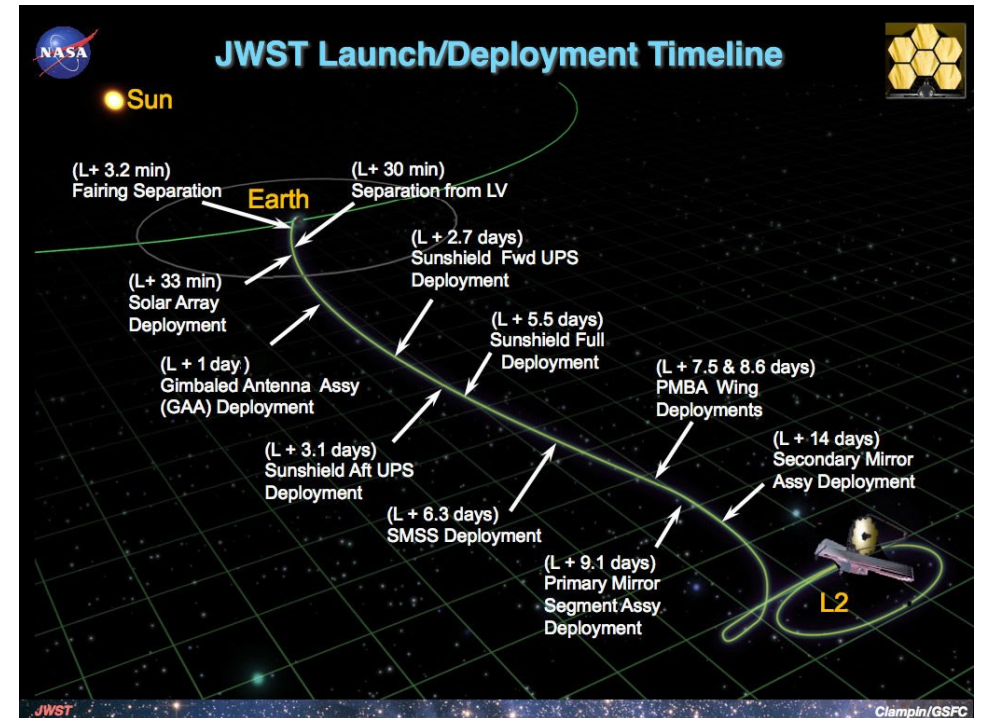


Fig. [8]: sequenza di disposizione in orbita attorno ad L2

James Webb non si trova su L2 ma in sua prossimità. Segue un'orbita halo attorno al punto.

L'orbita richiede circa 6 mesi per essere completata e, consente ottime comunicazioni con le basi al suolo.

Inoltre, evita che James Webb attraversi il cono d'ombra della Terra.

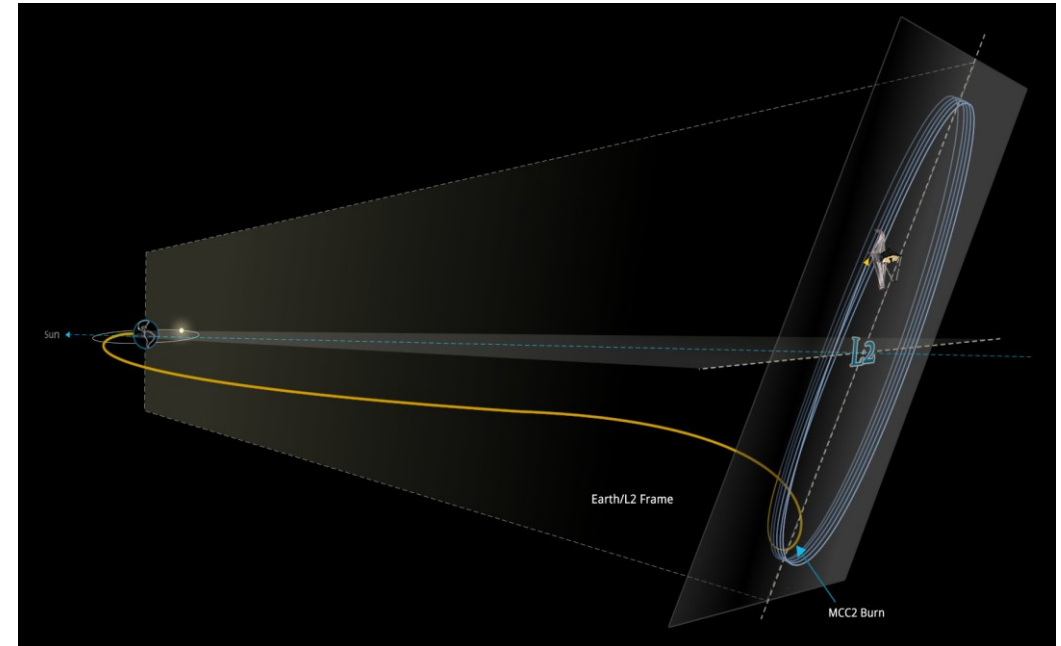


Fig. [9]: rappresentazione 3D dell'orbita halo seguita da James Webb

Per operare lo station keeping James Webb è dotato di 8 coppie di thrusters e di 6 ruote di reazione, queste mantengono l'assetto desiderato ma devono essere scaricate periodicamente tramite i motori.

I propulsori non possono mai essere diretti verso lo scudo termico e inoltre si hanno limitazioni riguardo l'asse di controllo.

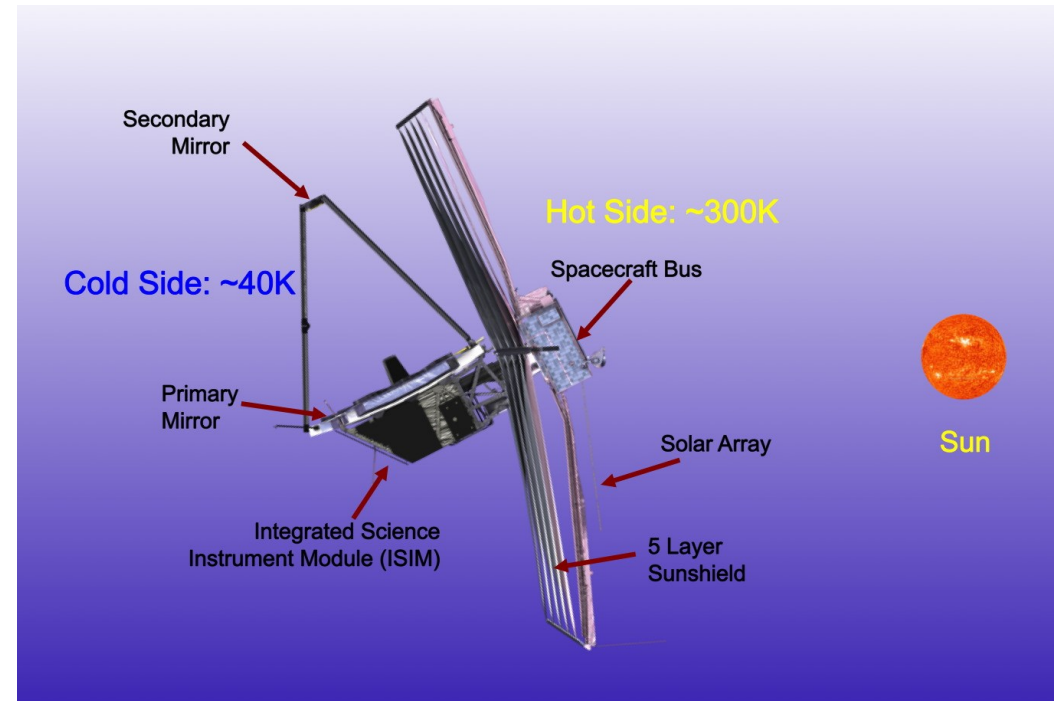


Fig. [10]: i vari sottosistemi di James Webb, tra cui il bus su cui sono montati i thrusters

La temperatura di lavoro del telescopio deve essere controllata molto attentamente; viene mantenuta a -233°C grazie ad un grande scudo termico, alla configurazione orbitale e ad un sistema criogenico.

È anche necessario evitare la presenza di fonti termiche e luminose di fronte al telescopio.

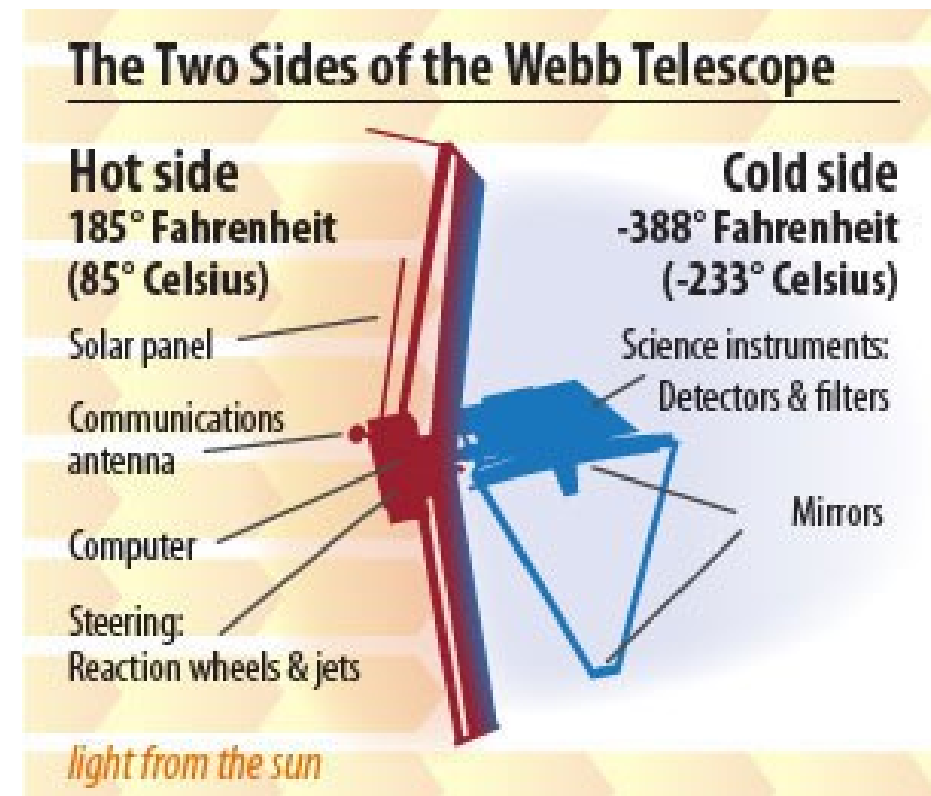


Fig. [11]: rappresentazione delle condizioni termiche di lavoro di James Webb

Per missioni della portata di James Webb o Hubble è necessario ottimizzare ogni scelta tecnica.

Nel processo di progettazione della missione è quindi fondamentale la scelta dell'orbita e, a tal proposito, i punti di Lagrange sono estremamente funzionali grazie alle caratteristiche evidenziate nella trattazione.

Il posizionamento in prossimità di L2 semplifica notevolmente le operazioni di gestione e utilizzo del telescopio; infatti, orbitando attorno al sole, James Webb riesce ad osservare tutto lo spazio circostante pressoché ininterrottamente, a differenza di Hubble che orbita attorno alla Terra.

Ovviamente la scelta comporta anche nuove difficoltà e sfide da superare, ad esempio il rifornimento di carburante necessario allo station keeping, per le quali le agenzie spaziali si stanno impegnando a cercare una soluzione.

- H. D. Curtis, *Orbital Mechanics for engineering students*, 2020, Butterworth-Elsevier, Cap. 2
- Chang Liu, Lu Dong, *Stabilization of Lagrange points in circular restricted three-body problem: A port-Hamiltonian approach*, 2019, <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2019.03.033> , Published Online 29 March 2019
- Mark Clampin, *The James Webb Space Telescope (JWST)*, 2008, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2008.01.010> , Published Online 1 February 2009
- N. J. Cornish, *The Lagrange Points*, 1998, WMAP Education and Outreach
- <https://solarsystem.nasa.gov/resources/754/what-is-a-lagrange-point/>
- [ESA - What are Lagrange points?](#)
- [Orbit - Webb/NASA](#)
- [JWST Observatory Overview - JWST User Documentation \(stsci.edu\)](#)

- Fig. [1], Fig [3]: <https://solarsystem.nasa.gov/resources/754/what-is-a-lagrange-point/>
- Fig. [2]: H. D. Curtis, *Orbital Mechanics for engineering students*
- Fig. [4], Fig. [6], Fig. [7]:
https://it.wikipedia.org/wiki/Punti_di_Lagrange#:~:text=I%20tre%20punti%20di%20Lagrange,asse%20che%20unisce%20i%20corpi.
- Fig. [5]: https://www.esa.int/Enabling_Support/Operations/What_are_Lagrange_points
- Fig. [8]: https://it.wikipedia.org/wiki/Telescopio_spaziale_James_Webb
- Fig. [9]: <https://blogs.nasa.gov/webb/2022/01/24/orbital-insertion-burn-a-success-webb-arrives-at-l2/>
- Fig. [10]: <https://jwst-docs.stsci.edu/jwst-observatory-hardware/jwst-observatory-overview>
- Fig. [11]:
<https://webb.nasa.gov/content/about/orbit.html#:~:text=A%20Solar%20Orbit,second%20Lagrange%20point%20or%20L2.>