

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Processi non adiabatici nell'interazione tra particelle e
onde di bassa frequenza

Relatore

Dr. Gianluigi Serianni

Correlatore

Dr. Fabio Sattin

Laureando

Enrico Fongaro

Anno Accademico 2019/2020

Indice

Introduzione	iii
1 Corona solare e onde di Alfvén	1
1.1 Il riscaldamento della corona solare	1
1.2 Le onde di Alfvén	1
2 Modello per il riscaldamento coronale	3
2.1 Hamiltoniana del sistema	3
2.1.1 Potenziale e studio delle radici	5
3 Invarianti adiabatici	6
3.1 Momento magnetico e velocità parallela al campo magnetico	6
3.2 Oscillatore armonico forzato	7
4 Simulazione numerica	9
4.1 Trattazione dinamica del problema	9
4.1.1 Orbite e curve di livello	9
4.2 Trattazione energetica del problema	12
4.2.1 Assorbimento delle onde di Alfvén	12
5 Conclusioni	15
Bibliografia	

Introduzione

Il problema del riscaldamento solare, e stellare, rimane ancor oggi una questione irrisolta della fisica dello spazio, nonostante i numerosi progressi nel campo dell'osservazione satellitare. Determinare il meccanismo che possa spiegare il motivo per cui l'atmosfera esterna del Sole, e molte altre stelle, raggiunga temperature di ordini di grandezza superiori a quelle superficiali è conosciuto come il problema del *riscaldamento coronale*. Una chiara comprensione di questo processo richiede l'interpretazione generale dei risultati sperimentali attraverso una ricerca teorica specifica sulla base di fenomeni solari localizzati. Un'unica teoria dovrebbe incorporare aspetti come la generazione di energia, il trasporto associato e la sua dissipazione sotto forma di calore. Fino ad oggi, i primi due problemi sono piuttosto chiariti dalla comunità scientifica mentre la modalità di trasferimento di energia in calore è una questione che sta ancora aspettando una risposta definitiva. Un contributo rilevante alla soluzione di questo problema è dato dallo sviluppo di modelli che si fondano sullo studio delle onde magnetiche, considerate una componente rilevante nella dinamica dell'atmosfera solare. Le *onde di Alfvén* (AWs) sono considerate vettori dell'energia non termica necessaria per tale riscaldamento, con prove dirette, derivate da recenti osservazioni spaziali, che ne hanno segnalato l'esistenza nell'atmosfera solare.

La tesi presente rivede il meccanismo di rilascio di energia a livello coronale da parte delle onde di Alfvén, sulla base di un nuovo modello^[1] della loro interazione con gli ioni.

In sintesi, il capitolo 1 dà una descrizione generale delle caratteristiche della struttura solare e un'introduzione al problema del riscaldamento coronale, quindi all'ipotesi del trasferimento energetico dovuto alle onde di Alfvén.

Il capitolo 2 analizza il nuovo modello che spiega il riscaldamento coronale sulla base di una descrizione Hamiltoniana dell'interazione ione-AW e sullo studio del potenziale dipendente dalla forzante.

Il capitolo 3 definisce il concetto dell'invarianza adiabatica, evidenziando il ruolo e l'importanza delle separatrici nello spazio delle fasi, aprendo il problema ad un meccanismo risonante non lineare.

Il capitolo 4 mette in mostra i risultati della simulazione numerica, analizzandoli secondo una trattazione dinamica ed energetica.

1. Corona solare e onde di Alfvén

1.1. Il riscaldamento della corona solare

I processi di riscaldamento che generano e sostengono il calore del Sole rappresentano esempi quantitativi di fenomeni di dissipazione energetica della struttura solare. Il punto chiave del problema risiede nella distribuzione osservata della temperatura: l'energia solare è prodotta da fusione termonucleare nel nucleo interno molto caldo del Sole, approssimativamente 14 MK (Milioni di gradi Kelvin). Questa vasta quantità di energia si propaga verso l'esterno nella forma di radiazione (*zona di radiazione*) fino ad una distanza di circa $0.72R_{\odot}$, dove $R_{\odot} = 6.960 \times 10^8$ m è il raggio solare, e successivamente tramite convezione (*zona convettiva*) direttamente alla superficie del Sole (*fotosfera*). Sorprendentemente, dopo aver raggiunto il suo minimo nella parte superiore della fotosfera (circa 4200 K), la temperatura inizia a salire lentamente per tutta la cromosfera (fino a circa 2×10^4 K), seguita da un forte aumento "a scalino" nella stretta *regione di transizione* (circa 1×10^5 K) fino ad arrivare a 2 MK nella corona^[2]. La corona solare è la parte più esterna dell'atmosfera del Sole e, per quanto si sa oggi, è priva di sorgenti energetiche. Essendo estremamente calda, la materia in essa contenuta si presenta allo stato di plasma, ovvero di un gas ionizzato globalmente neutro, costituito da ioni (soprattutto ioni idrogeno) ed elettroni disaccoppiati che mostrano un comportamento collettivo. La corona non è energeticamente isolata dalle altre regioni dell'atmosfera e l'atmosfera stessa forma un sistema altamente accoppiato, con energia e massa trasferite in entrambe le direzioni tra la cromosfera e la corona attraverso la regione di transizione^[3].

Poco dopo la scoperta della temperatura coronale del plasma solare, i teorici si avvicinarono a vari modelli fisici cercando di spiegarne l'apparentemente andamento controverso. I processi di riscaldamento sono classificati come idrodinamici (HD), magnetoidrodinamici (MHD) o cinetici a seconda delle scale spaziali e temporali dei fenomeni che avvengono nelle zone interessate all'aumento di temperatura. Un approccio idrodinamico è principalmente applicabile alla bassa cromosfera mentre una descrizione magnetoidrodinamica sembra essere un'approssimazione ragionevole per la corona fortemente magnetizzata. In generale, qualsiasi processo di riscaldamento è di solito diviso in tre fasi: *i*) la generazione di onde negli strati della superficie solare, *ii*) il flusso di energia trasferito dall'onda alla corona, *iii*) e infine l'effettiva dissipazione di questa energia, convertita in calore, nelle varie strutture magnetiche o non magnetiche dell'atmosfera.

Il campo magnetico svolge un ruolo essenziale sia nel trasferimento dell'energia dalla fotosfera agli strati superiori, cromosfera e corona, che nella successiva dissipazione dell'energia stessa. I moti fotosferici spostano e scuotono di continuo le linee di campo magnetico che si estendono verso la corona, generando in questo modo un flusso di onde, tra cui le onde di Alfvén. Tra le tante ipotesi in campo, una è quella per cui i vettori di energia dalla superficie solare alla corona siano le onde di Alfvén. Evidenze sperimentali mostrano che la presenza di oscillazioni di plasma e di campo magnetico, propagantisi verso l'esterno della superficie solare, è compatibile con le proprietà dinamiche di tali onde^[8].

1.2. Le onde di Alfvén

Ogni onda in natura è guidata da una forza di ripristino che si oppone agli spostamenti del sistema. Nel contesto del modello MHD sono possibili due tipi di forze di ripristino: una riguardante le sollecitazioni magnetiche mentre l'altra derivante da gradienti di pressione. La teoria MHD ideale, che prevede fluidi

con resistività trascurabile, può quindi supportare due tipi di onde magnetoidrodinamiche: le onde di Alfvén e le onde *magnetoacustiche* (MA). Il fluido MHD subisce una tensione magnetica B^2/μ_0 lungo le linee di campo e una pressione isotropica $B^2/2\mu_0$. Ogni volta che le linee di campo magnetico sono distorte da una perturbazione trasversale, la tensione magnetica cerca di opporsi a tale distorsione. Si può dimostrare che la velocità delle oscillazioni trasversali lungo una corda tesa è data dalla radice del rapporto tra la tensione e la densità di massa della corda. Equivalentemente, per le linee di campo magnetico vale:

$$v_A = \left(\frac{\text{tensione}}{\text{densità}} \right)^{1/2} = \left(\frac{B^2}{\mu_0 \rho_m} \right)^{1/2}$$

dove v_A è la velocità di Alfvén e ρ_m è la densità di massa del fluido. Non ci sono fluttuazioni di densità o di pressione associate a quest'onda, la tensione magnetica è l'unica forza di ripristino per essa. Senza il rischio di perdere generalità, si considera $\vec{B}_0 \parallel \hat{z}$ ed il vettore d'onda \vec{k} giacente sul piano xz : in tal modo, la componente del vettore d'onda \vec{k} parallela al campo magnetico imperturbato B_0 è $k_{\parallel} = \vec{k} \cdot \vec{B}_0/B_0 = k_z$ e la componente perpendicolare è $k_{\perp} = k_x$, essendo $|k| = (k_x^2 + k_z^2)^{1/2}$. Si può dimostrare (cfr. [6]), in questo caso, che $\omega^2 = k_{\parallel}^2 v_A^2 = k_z^2 v_A^2$.

Flusso di energia e frequenze delle onde di Alfvén Alcuni risultati osservativi^[8], non solo dimostrano che le perturbazioni trasversali alfvéniche di piccola ampiezza sono onnipresenti nella corona solare, ma che l'energia contenuta in queste oscillazioni sembra essere sufficiente per soddisfare i requisiti di temperatura della zona coronale. Il flusso di energia stimato per le onde di Alfvén di bassa frequenza nelle regioni attive, ovvero regioni che presentano campi magnetici molto elevati, è circa $E_A \sim 100 \text{ Wm}^{-2}$, considerando velocità di Alfvén $v_A = 200\text{-}250 \text{ km/s}$. Questo valore non è sufficiente per fornire la quantità 2000 Wm^{-2} richiesta dalla corona attiva ma è sufficiente per bilanciare il valore delle perdite radiative coronali. Tuttavia, la forte disomogeneità del plasma comporta l'esistenza di regioni dove localmente i campi magnetici e/o le densità sono molto più alti, o bassi, rispetto a quelli delle zone circostanti. La corona può, quindi, presentare velocità significativamente più elevate di quelle stimate precedentemente e le osservazioni in [8] mostrano che si possono presentare picchi di v_A nell'intervallo $1000\text{-}1500 \text{ km/s}$. Pertanto, l'effetto delle onde sul bilancio energetico potrebbe incrementare, considerando velocità delle onde più elevate, e rappresentare l'intero budget di energia coronale.

Inoltre, si osserva un predominio della propagazione delle onde verso l'esterno della superficie solare, piuttosto che verso l'interno, rappresentato dall'1% delle oscillazioni totali riflesse. Stime presenti in [20] dimostrano che il flusso di energia entrante alla superficie solare è dell'ordine di $E_A \sim 0,01 \text{ Wm}^{-2}$. Questa quantità è molti ordini di grandezza inferiore rispetto al flusso di energia stimato delle onde di Alfvén ($\sim 100 \text{ Wm}^{-2}$) e, di conseguenza, non comporta una diminuzione del flusso totale.

Le stime relative alla frequenza dell'onda, ω , e alla frequenza ciclotronica ionica, Ω , mostrano che le caratteristiche fisiche della corona inferiore presentano una grande differenza in ordine di grandezza di queste pulsazioni^[10,11]: Ω si trova nell'intervallo dei kHz, mentre lo spettro delle AWs, ω , si trova nell'intervallo dei mHz (possibilmente fino all'intervallo Hz). Ciò implica che la condizione di risonanza lineare tra una AW e il movimento ciclotronico degli ioni magnetizzati, che rappresenta un meccanismo semplice ed efficace per il trasferimento di energia, non venga soddisfatta sotto le ipotesi di $\omega \ll \Omega$, e, a tal proposito, lo spostamento Doppler non è abbastanza forte da colmare il divario esistente tra tali frequenze. Come risultato, non c'è nessun modo affinché la condizione di risonanza lineare possa essere soddisfatta, sotto queste ipotesi, e ciò può portare a ritenere che le interazioni efficaci tra protoni e le onde di Alfvén siano improbabili. Nel capitolo successivo, verrà fornita una descrizione del meccanismo d'interazione AW-ioni, che apre il problema ad un processo risonante non lineare.

2. Modello per il riscaldamento coronale

L'ambiente solare, considerato in questo studio, è caratterizzato da un valore basso di β ($\beta \leq 0,01$), dove $\beta = 2\mu_0 p/B^2$ è il rapporto tra la pressione cinetica e la pressione magnetica, in modo da rappresentare realisticamente le condizioni fisiche/magnetiche presenti nella bassa corona. La dinamica del sistema si basa sull'utilizzo di tre ipotesi che aiutano la soluzione numerica dell'equazioni e che ne facilitano la comprensibilità:

1. si trascura ogni tipo di potenziale elettrostatico ($\Phi = 0$) sulla base della considerazione della presenza di solo onde di Alfvén, per le quali esiste una propagazione del potenziale vettore;
2. si trascura la *retroazione* della particella sul campo elettromagnetico. Il parametro β quantifica l'energia termica del plasma rispetto l'energia magnetica, pertanto un valore molto basso di β indica la presenza di poche particelle in un campo magnetico molto forte rispetto a quello generato dallo ione;
3. si trascurano le interazioni tra le particelle, poichè la condizione su β indica che l'interazione reciproca degli ioni è trascurabile rispetto all'effetto del campo.

2.1. Hamiltoniana del sistema

In questa sezione viene trattata una descrizione hamiltoniana del problema del riscaldamento ionico accennando che, sotto opportune condizioni, il trasferimento di energia per onde a bassa frequenza è possibile.

Hamiltoniana per una particella e un'onda di Alfvén^[17] Si consideri il moto di una particella di massa m e carica q in un campo magnetico costante diretto lungo l'asse z , $\vec{B}_0 = B_0 \hat{z}$, e un onda di Alfvén polarizzata che si propaga obliquamente ad esso nel sistema di riferimento xyz , descritta dalla polarizzazione $\vec{B}_\omega = B_\omega \cos \psi \hat{y}$ con $\psi = \vec{k} \cdot \vec{X} = k_x x + k_z z$ e con $\vec{k} = (k_x, 0, k_z)$. I potenziali vettori sono dati dalla relazione $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, attraverso un'opportuna scelta della gauge come $\vec{A}_0 = B_0 x \hat{y}$ e $\vec{A}_\omega = \frac{B_\omega}{k_z} \sin \psi \hat{x}$, e la velocità di Alfvén è descritta da $\omega = k_z v_A$. Per le onde di Alfvén non dispersive, la velocità v_A rappresenta la velocità di fase comune di tutte le onde con differenti numeri d'onda, pertanto, deve esistere un sistema di riferimento in cui tutte le onde siano stazionarie. Considerando per semplicità una singola onda di Alfvén, l'Hamiltoniana imperturbata 3-dimensionale nel sistema di riferimento dell'onda ha equazione:

$$H = \frac{1}{2m} (\vec{p} - q\vec{A})^2 \quad (2.1)$$

$$H = \frac{1}{2m} (p_x - q \frac{B_\omega}{k_z} \sin \psi)^2 + \frac{1}{2m} (p_y - qB_0 x)^2 + \frac{1}{2m} p_z^2 \quad (2.2)$$

Essendo p_y una costante del moto, essa può essere posta a zero attraverso una opportuna scelta del sistema di riferimento. Considero le velocità delle particelle molto più piccole rispetto a quella di Alfvén, $v_{Ti} \ll v_A$, pertanto posso utilizzare le approssimazioni $p_z \approx -mv_A$ e $z \approx -v_A t$. Durante il movimento, inoltre, un po' di energia viene infine trasferita nella direzione parallela, a causa dell'accoppiamento tra i gradi di libertà in 2.1 e le collisioni (non contate in 2.1 ma comunque presenti con una frequenza di collisione ione-elettrone $\approx 10^{-2}-10^{-3}$ Hz). Tuttavia, le misurazioni e gli studi numerici mostrano

che il flusso di energia lungo la direzione perpendicolare è maggiore rispetto a quello lungo la direzione parallela^[10] e ciò giustifica la trascurabilità delle collisioni. Con le assunzioni precedentemente fatte la 2.2 diventa:

$$H = \frac{1}{2m} \left(p_x - q \frac{B_\omega}{k_z} \sin(k_x x - \omega t) \right)^2 + \frac{1}{2m} (q B_0 x)^2 + \frac{1}{2} m v_A^2 \quad (2.3)$$

e le corrispondenti equazioni del moto sono:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p_x} = \frac{p_x}{m} - \frac{q B_\omega}{m k_z} \sin(k_x x - \omega t) \quad (2.4)$$

$$\dot{p}_x = -\frac{\partial H}{\partial x} = \dot{x} \frac{B_\omega}{k_z} k_x q \cos(k_x x - \omega t) - \frac{q^2 B_0^2 x}{m} \quad (2.5)$$

Come risultato,

$$\ddot{x} = \frac{\dot{p}_x}{m} - k_x \dot{x} \frac{q B_\omega}{m k_z} \cos(k_x x - \omega t) + \omega \frac{q B_\omega}{m k_z} \cos(k_x x - \omega t) \quad (2.6)$$

$$= -\frac{q^2 B_0^2}{m^2} x + \frac{q}{m} B_\omega v_A \cos(k_x x - \omega t) \quad (2.7)$$

$$\equiv -\Omega^2 x + \Omega \frac{B_\omega}{B_0} v_A \cos(k_x x - \omega t) \quad (2.8)$$

L'eq. 2.8 rappresenta l'equazione del moto dell'hamiltoniana unidimensionale:

$$H_1 = \frac{p_x^2}{2m} + m \Omega^2 \frac{x^2}{2} - \frac{B_\omega m \Omega v_A}{B_0 k_x} \sin(k_x x - \omega t) \quad (2.9)$$

Alla fine, è possibile ottenere una equazione adimensionale tramite la ridefinizione

$$x \mapsto k_x x, \quad t \mapsto t \Omega, \quad p \mapsto p_x \frac{k_x}{m \Omega}, \quad \omega \mapsto \frac{\omega}{\Omega}$$

ottenendo:

$$H_1 = \left(\frac{m \Omega}{k_x} \right)^2 \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} \frac{m \Omega^2}{k_x^2} x^2 - \frac{B_\omega m \Omega v_A}{B_0 k_x} \sin(x - \omega t) \quad (2.10)$$

e quindi $H_1 \mapsto H_1 \frac{k_x^2}{m \Omega^2}$ ottenendo così:

$$H_1 = H_0 + V(x, t) = \frac{p^2}{2} + \frac{x^2}{2} - A \sin(x - \omega t) \quad (2.11)$$

$$\ddot{x} = -x + A \cos(x - \omega t) \quad (2.12)$$

con

$$A = \frac{B_\omega k_x}{B_0 \Omega} v_A = \frac{B_\omega k_x \rho}{B_0 \Omega \rho} v_A = \frac{B_\omega}{B_0} k_x \rho \frac{v_A}{c_S} \quad (2.13)$$

e

$$V(x, t) = \frac{x^2}{2} - A \sin(x - \omega t) \quad (2.14)$$

che descrivono rispettivamente l'ampiezza dell'onda e il potenziale del sistema. Si noti che l'ampiezza A dipende dal rapporto della velocità di Alfvén e la velocità ionica sonica c_S , ove $c_S = \rho \Omega$, con ρ corrispondente al raggio di Larmor ionico. Lo ione interagisce con il potenziale $V(x, t)$, che comprende un termine armonico e un termine associato al campo elettrico dell'onda^[15,17], e subisce un trasferimento di energia dovuto alla risonanza non lineare tra la pulsazione della forzante e la frequenza ciclotronica ionica.

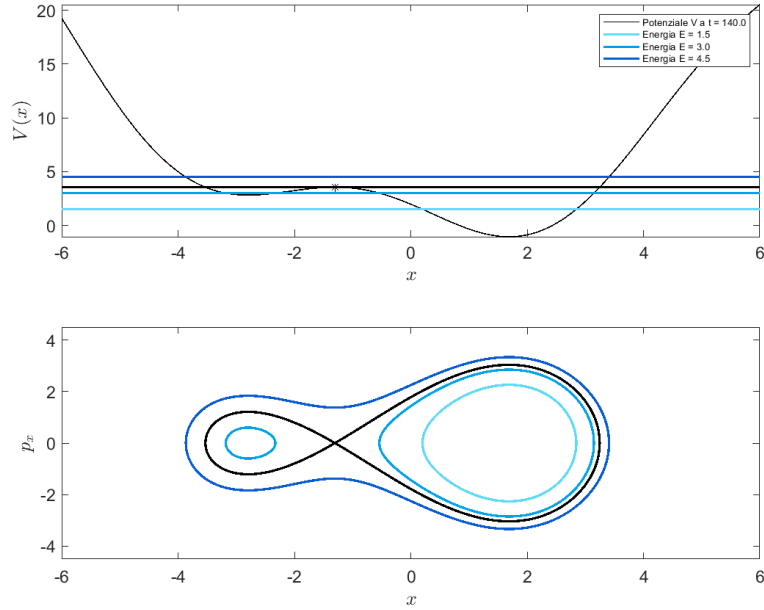


Figura 2.1: Potenziale $V(x, t)$ a tempo fissato in alto e curve di livello (scale di blu) con separatrice (nero) in basso. L'asterisco (*) evidenzia il punto di massimo locale del potenziale, X -point. Le aree racchiuse dai lobi della separatrice vengono indicate con Y_a (lobo sinistro) e Y_b (lobo destro)

2.1.1. Potenziale e studio delle radici

Il potenziale $V(x, t)$ in 2.14 è quello di un oscillatore armonico forzato, modulato da un termine sinusoidale. Per una descrizione più generale, il potenziale oscillante $V_H = A \sin(x - \omega t)$ in 2.14 verrà ridefinito con l'introduzione della fase arbitraria

$$V_H(x, t) = A \sin(x - \omega t) \mapsto A \sin(x - \omega t + \varphi)$$

Le derivate parziali prime e seconde del potenziale $V(x, t)$ rispettivamente alla posizione x , a tempo t costante, sono:

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) = x - A \cos(x - \omega t + \varphi) \quad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 1 + A \sin(x - \omega t + \varphi) \quad (2.15)$$

Per ogni valore di A , a tempo fissato, la prima equazione in 2.15 ammette almeno una radice corrispondente ad un minimo di V . Esistono diverse radici ogni volta che $A > 1$: si alternano massimi e minimi locali affiancati, a seconda del tempo t scelto (si veda Fig. 2.1). Nello spazio delle fasi, un massimo di V è associato ad un punto d'equilibrio instabile X , (X -point), punto corrispondente all'incrocio di una separatrice tale per cui la derivata seconda del potenziale è negativa, $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} < 0$. La Figura 2.1 fornisce una visione pittorica del potenziale, associato alle corrispondenti orbite nello spazio delle fasi, al variare del tempo, per diversi valori di energia iniziale.

Un risultato ben noto della dinamica hamiltoniana è che ad ogni moto chiuso (periodico), nello spazio delle fasi, è associato un invariante adiabatico, ovvero una quantità tale da rimanere inalterata in presenza di una lenta variazione di H .

Il capitolo successivo tratta, a partire da un profilo matematico, il concetto di invariante adiabatico, successivamente esteso alla comprensione, nello specifico, della condizione tale per cui possa avvenire la rottura adiabatica degli invarianti attraverso l'intervento della separatrice.

3. Invarianti adiabatici

Per un'orbita chiusa nello spazio delle fasi, l'invariante d'azione è definito come

$$J = \oint pdq$$

dove q è la coordinata e p è il momento coniugato canonicamente. La teoria prevede due invarianti adiabatici: il momento magnetico e la velocità parallela alla direzione di \vec{B} .

3.1. Momento magnetico e velocità parallela al campo magnetico

Momento magnetico Si consideri il moto di una particella, in un campo magnetico $\vec{B} = B\hat{z}$ non uniforme con gradiente di campo $\vec{\nabla}_{\parallel} B$ parallelo al campo magnetico stesso. Lungo un'orbita la traiettoria della particella è rappresentata da un arco di un'elica su un cilindro. Il campo magnetico è leggermente diverso su una base del cilindro rispetto all'altra di un termine $\frac{\partial B_z}{\partial z} \Delta z$ e il raggio di Larmor ρ diventa leggermente più piccolo per $z + \Delta z$ ma nonostante questo, se il campo magnetico non cambia troppo rapidamente, tale differenza è trascurabile. Utilizzando la legge di conservazione del flusso magnetico

$$\int \vec{B} \cdot \hat{u}_N d\Sigma = 0 \quad (3.1)$$

si determina che il flusso della superficie laterale del cilindro debba essere approssimativamente uguale a quello attraverso le basi:

$$B_r 2\pi\rho\Delta z \approx - \left[\left(B_z + \frac{\partial B_z}{\partial z} \Delta z \right) \pi\rho^2 - B_z \pi\rho^2 \right] \quad (3.2)$$

$$B_r \approx -\frac{\rho}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (3.3)$$

L'ipotesi che è stata fatta è quella di un campo magnetico che cresce e decresce in modulo lungo le sue linee di campo. Quindi, come visto sopra, l'equazione di solenoidità del campo magnetico ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$) garantisce che non esistono monopoli magnetici, pertanto, esiste una componente di campo magnetico non solo lungo l'asse \hat{z} ma perpendicolarmente ad esso. Le componenti della velocità della particella $\vec{v} = \vec{v}_z + \vec{v}_\theta$ si accoppiano con la piccola, ma non nulla, componente del campo magnetico radiale producendo una forza azimutale

$$\vec{F}_\theta = q\vec{v}_z \times \vec{B}_r \quad (3.4)$$

$$F_z = q(\vec{v}_\theta \times \vec{B}_r)_z = qv_\theta B_r \quad (3.5)$$

Introducendo la 3.3 in 3.5 si ottiene:

$$F_z \approx -\frac{1}{2} qv_\theta \rho \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{mv_\perp^2}{B} \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\mu_{mag} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (3.6)$$

con $\mu_{mag} = \frac{1}{2} \frac{mv_\perp^2}{B}$, che descrive il *momento magnetico* della particella, cioè il rapporto tra la sua energia cinetica ortogonale e il campo magnetico presente. Quando una particella entra in una struttura

magnetica in cui il campo magnetico cresce, subisce una forza ritardante proporzionale alla componente del gradiente del campo e al momento magnetico:

$$F_{\parallel} = -\mu_{mag}\nabla_{\parallel}B \quad (3.7)$$

Il segno meno deriva dal fatto che il momento magnetico è associato al moto di girazione nel piano perpendicolare alla velocità parallela della particella e punta in direzione contraria al gradiente del campo magnetico. Il momento magnetico è un invariante adiabatico del moto poichè da 3.7 si trova che:

$$m\frac{dv_{\parallel}}{dt} = F_{\parallel} = -\mu_{mag}\frac{dB}{dz} \quad (3.8)$$

$$mv_{\parallel}\frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) = -\mu_{mag}v_z\frac{dB}{dz} = -\mu_{mag}\frac{dB}{dt} \quad (3.9)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2\right) + \mu_{mag}\frac{dB}{dt} = 0 \quad (3.10)$$

Per la conservazione dell'energia:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 + \frac{1}{2}mv_{\perp}^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv_{\parallel}^2 + \mu_{mag}B\right) = 0 \quad (3.11)$$

Inserendo 3.11 in 3.10 e sapendo che

$$\frac{d(\mu_{mag}B)}{dt} = \mu_{mag}\frac{dB}{dt} + B\frac{d\mu_{mag}}{dt}$$

si trova che

$$\frac{d\mu_{mag}}{dt} = 0 \quad \iff \quad \mu_{mag} = cost \quad (3.12)$$

ed essendo per definizione $L = \frac{2m}{|q|}\mu_{mag}$ la conservazione del momento magnetico riflette anche la conservazione del momento angolare della particella rispetto al centro di guida. Assumendo che $p = mv_{\perp}$ è il momento angolare e θ è l'angolo di rotazione nel piano perpendicolare al campo magnetico

$$\oint pdq = \oint mv_{\perp}\rho d\theta = 2\pi\rho mv_{\perp} = 2\pi\frac{mv_{\perp}^2}{\Omega} = 4\pi\frac{m}{|q|}\mu_{mag} \quad (3.13)$$

il momento magnetico è quindi un invariante adiabatico.

Velocità parallela Il secondo invariante adiabatico è la velocità parallela della particella, v_{\parallel} . La forza magnetica non compie lavoro sulla particella e, considerando ora il caso di un campo uniforme e costante, essa non ha componente parallela al campo, pertanto la velocità v_{\parallel} lungo B non subisce attenuazioni o accelerazioni. Nel moto di particelle intrappolate in un sistema a specchio magnetico, nel quale si ottiene un confinamento nella direzione ortogonale al campo, è possibile individuare l'invariante adiabatico associato a v_{\parallel} , descritto come:

$$J = m \int_a^b v_{\parallel} ds \quad (3.14)$$

dove ds è l'elemento d'arco percorso dal centro di guida, con $s \in [a, b]$ con a e b due punti dello specchio per il quale possa ancora essere valida la condizione di campo magnetico uniforme e costante ($\nabla_{\parallel}B = 0$).

3.2. Oscillatore armonico forzato

Lo studio dell'oscillatore forzato mostra che è possibile indurre delle oscillazioni molto grandi in un sistema meccanico, anche applicando delle forze molto piccole varianti periodicamente nel tempo, purchè la frequenza di tali forze sia prossima alla frequenza di oscillazione propria del sistema. Inoltre in condizioni di risonanza, la potenza trasferita dalla forzante al corpo preso in esame è massima.

Forzante dipendente dallo spazio e dal tempo La dipendenza spaziale della forzante cambia la dinamica della particella rispetto a quella di una forzante dipendente solo dal tempo e l'analisi numerica presente nel capitolo 4 ne è una dimostrazione.

Quando l'ampiezza dell'onda è piccola, la topologia del sistema nello spazio delle fasi è identica a quella dell'oscillatore armonico semplice, in cui tutte le orbite sono chiuse, e la condizione di invarianza adiabatica è rispettata. Oltre un valore soglia di A , la topologia cambia, diventando simile a quella del caso classico del pendolo, con una regione di orbite chiuse, una corrispondente regione di orbite aperte nello spazio (x, p) ed un'orbita chiusa (*separatrice*) che divide le due regioni. Al trascorrere del tempo, le curve separatrici pulsano, spazzando una regione del piano delle fasi. Le orbite che descrivono moti perpetuamente oscillatori (o rotatori) sono correlate dalla proprietà di conservare l'area dello spazio delle fasi da esse contenuta. La superficie assume valori o sempre minori o sempre maggiori di quelli minimo o massimo individuati dalla pulsazione delle separatrici.

Utilizzando i pedici a e b come riferimento alle due regioni chiuse della separatrice (Fig. 2.1), il simbolo $Y_\alpha(\lambda)$ con $\alpha = a, b$ identifica l'area racchiusa dai lobi a o b e la scrittura $Y(\lambda)$ denota l'area dei due lobi, cioè $Y(\lambda) = Y_a(\lambda) + Y_b(\lambda)$. L'aspetto interessante entra in gioco quando l'invarianza adiabatica si interrompe per le orbite caratterizzate da un valore intermedio dell'azione, ovvero per quelle orbite che sottendono un'area il cui valore è compreso tra i due valori limite che le separatrici scandiscono, $Y_{min}(\lambda) < J < Y_{max}(\lambda)$. Perché l'area si conservi, è necessario che l'orbita attraversi le separatrici. Il passaggio attraverso la separatrice è un processo non-adiabatico: la velocità con cui si muove una particella, esattamente lungo la separatrice cala fino ad annullarsi in corrispondenza del punto d'incrocio con essa. Quindi il rapporto adiabatico ω/Ω non è più inferiore a 1 in questo punto: la frequenza del moto istantaneo della particella, nei pressi della separatrice, è Ω , con $\Omega \approx \omega$ con conclusione che gli invarianti adiabatici non sono più conservati durante il passaggio della separatrice e c'è un trasferimento netto di energia verso la particella. Sulla separatrice, la frequenza orbitale tende ad annullarsi, in prossimità del *X-point*, quindi J si discosta dalla sua quantità conservata quando l'area da esso racchiusa viene incrociata dalla separatrice, indipendentemente da quanto piccolo è ω . Di fatto, non è vero che, nell'ipotesi di divario tra le due frequenze studiate, la condizione di non-risonanza è sempre soddisfatta, poichè la dinamica del problema non segue più la differenza tra la frequenza dell'onda e quella del moto della particella ma tra la frequenza dell'onda e quella con cui la separatrice pulsa. L'ipotesi di risonanza verrà soddisfatta, quindi, localmente, nel momento in cui la frequenza dell'onda ω è circa equivalente alla frequenza della particella Ω , verificando la rottura adiabatica dell'invarianza e il conseguente rilascio di energia. Pertanto, tutte le traiettorie nel dominio spazzato da una separatrice pulsante sono caotiche nel limite adiabatico.

Nel capitolo 4, si riporterà lo studio condotto attraverso simulazioni numeriche che mostreranno il passaggio dalla dinamica regolare a quella caotica delle particelle all'interno della corona solare.

4. Simulazione numerica

Coerentemente con la letteratura esistente, valori realistici per la grandezza $A = \frac{B_\omega}{B_0} k \rho \frac{v_A}{c_S}$ si possono ricavare tramite i risultati di alcuni articoli sperimentali e numerici, presenti nella bibliografia, che ora verranno discussi. La figura 1 dell'articolo [19] fornisce il valore della velocità di Alfvén $v_A \sim 2$ Mm/s tra 1.05 e 1.35 raggi solari ($1.05 \leq R_\odot \leq 1.35$), zona caratteristica della corona. La referenza [20] fornisce contemporaneamente la stima (~ 0.2 Mm/s) per la velocità ionica sonica, che corrisponde ad un protone con una temperatura di circa 1 MK. Il rapporto tra la velocità di Alfvén e l'ampiezza dell'onda viene stimato come $v_A/c_S \approx 10$, mentre il rapporto tra campi magnetici dell'onda e dell'ambiente è stimato come $B_\omega/B_0 \gtrsim 0.1$. Le stime nella sezione 3 dell'articolo [19] suggeriscono $k\rho \lesssim 1$, infatti, lo spettro di energia delle AWs cade nello spazio del numero d'onda perpendicolare, evidenziando un forte smorzamento per $k\rho \geq 1$, con il seguente passaggio ad AW cinetici vicino a questa soglia. A tal proposito, l'articolo [10] mostra che la temperatura cinetica parallela al campo magnetico deve essere minore rispetto a quella nella direzione perpendicolare al campo. Riassumendo, sembra ragionevole prendere $A \approx 1$ come ampiezza tipica dell'onda.

Nella sezione successiva, si analizzerà l'integrazione numerica dell'equazione di Hamilton 2.12 con finalità destinate ad una visione dinamica (orbite, curve di livello, separatrici) ed energetica (trasferimento di energia, effetti dissipativi) del problema. Tutto il lavoro numerico è stato eseguito e analizzato con l'algoritmo Runge-Kutta del 6° ordine integrato in MATLAB, utilizzando un timestep $h = 0.1$.

4.1. Trattazione dinamica del problema

Affinchè il moto della particella possa ben riprodurre la dinamica del sistema durante la simulazione, si sceglie numericamente ω molto piccolo nell'intervallo ($\omega = 0.001-0.05$), tale da soddisfare la condizione imposta $\omega/\Omega \ll 1$. Così facendo, la particella descriverà una traiettoria che giace sulle curve di livello a energia approssimativamente costante durante la loro evoluzione. In effetti, la separazione estremamente ampia di scale esistenti tra le AWs coronali a bassa frequenza e la frequenza ciclotronica ionica^[10,11] giustifica la considerazione del potenziale congelato delle onde.

4.1.1. Orbite e curve di livello

Le equazioni in 4.1 possono quindi essere viste in due modi: *i*) si può formalmente congelare il tempo $t = \tau$ nel membro di destra e ottenere l'equazione del moto di una particella a energia costante E indipendente dal tempo; *ii*) a tempo t variabile, le equazioni in 4.1, invece, sono le equazioni viste nel paragrafo precedente che descrivono la dinamica reale quasi-periodica della particella nello spazio delle fasi:

$$\ddot{x} = -x + A \cos(x - \omega t + \varphi) \quad H = \frac{x^2}{2} + \frac{p^2}{2} - A \sin(x - \omega t + \varphi) \quad (4.1)$$

Istantanee della separatrice La figura 4.1.a mostra le istantanee della separatrice che pulsa lentamente. Le curve rappresentano la separatrice in momenti diversi. In questo caso, la scala dei tempi è stata considerata per $0 \leq \omega\Delta t \leq \pi$ a intervalli spaziali $\Delta t_i = \pi/4$. In ordine di colore, dal blu ($t = 0$) al verde ($t = \pi$), passando per il ciano, l'evoluzione della separatrice mostra l'origine dei lobi, a destra e a sinistra, passando dalla caratteristica forma a goccia, nell'istante iniziale e finale, alla forma di "otto ruotato", a tempi intermedi. Nella curva continua blu (iniziale), la separatrice appare

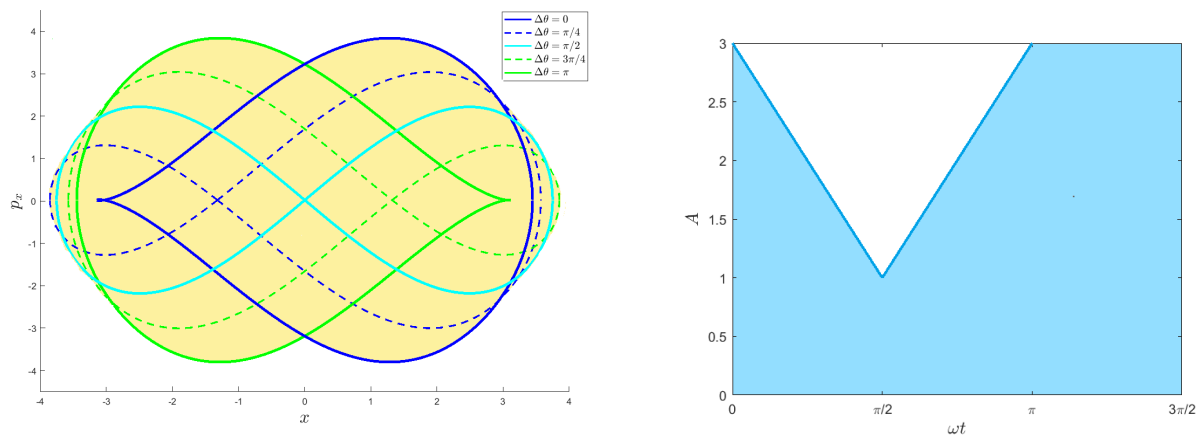


Figura 4.1: Figura 4.1.a (sinistra): Istantanee della separatrice da $t = 0$ (blu) a $t = \pi$ (verde) per step temporali $\Delta t_i = \pi/4$. Figura 4.1.b (destra): Ampiezza in funzione di $\theta = \omega t$: la regione bianca individua i valori della coppia $(\theta = \omega t, A)$ dove la creazione di un X -point si verifica

solo con un singolo lobo destro; nella curva blu tratteggiata, si sta sviluppando un lobo sinistro che inizia a ingrandirsi e contemporaneamente il lobo destro inizia a diminuire la sua superficie fino ad arrivare al caso della curva con i lobi simmetrici rispetto l'asse p : da qui in poi la separatrice evolve con simmetria speculare. Nella curva verde (finale), la separatrice appare con un singolo lobo sinistro. La superficie interna all'unione della separatrice all'istante iniziale, finale e a tempi intermedi, colorata in beige, rappresenta l'area totale spazzata dalla separatrice in un periodo. Si noti che, essendo le orbite speculari dopo un semiperiodo, le energie associate a due curve di livello simmetriche rispetto all'asse p sono equivalenti. La separatrice torna al suo stadio iniziale dopo un periodo $\theta = \omega t = 2\pi$.

Grafici Stroboscopici Il trasferimento in energia dovuto all'interazione tra onda di Alfvén e particella nella corona solare è un concetto che graficamente può essere compreso da una separazione delle orbite delle particelle, inizializzate in punti dello spazio delle fasi molto vicini tra di loro. La figura 4.2 mostra questa brusca divisione delle orbite di due campioni di 50 particelle, rosse e arancioni, che sono inizializzate a posizioni marginalmente differenti ma estremamente vicini tra di loro, in vicinanza della separatrice (frame 1, $\theta = 0$). I vari frame sono stati raggruppati nella figura per tempi equispaziati di $\Delta\theta = \omega\Delta t = \pi/6$ e per $0 \leq \theta \leq 17\pi/6$: i grafici mostrano le istantanee in tempi crescenti (da sinistra a destra e dall'alto verso il basso) delle coordinate (x, p) delle particelle. Ogni frame presenta due evoluzioni delle orbite: *i*) la dinamica particellare che è descritta dall'integrazione di 4.1, tale per cui l'energia della particella è dipendente dal tempo t per ogni $t \in [t_{ini}, t_{fin}]$ ove t è la variabile d'integrazione dell'orbita; *ii*) l'evoluzione delle curve di livello descritte da energie $0 \leq E \leq 18$, con $\Delta E = 1$, e della separatrice con energia pari all'energia associata al massimo locale, compreso tra due minimi, del potenziale dell'onda. I frame, successivi a $\theta = 0$, visualizzano i grafici stroboscopici della dinamica regolare e caotica delle particelle. La traiettoria interna attraversa la separatrice durante il frame 2 mentre nel frame 3-4 si può notare che la traiettoria di alcune particelle segue l'andamento del lobo sinistro della separatrice, a differenza della maggioranza di particelle che rimane bloccata alla separatrice quando quest'ultima evolve ulteriormente. A partire dal 13 frame, si può notare la creazione di una doppia coda di particelle all'interno dei lobi: la prima, già presente nei frame precedenti e la seconda, originata dall'incrocio delle particelle con la separatrice a $\theta = 2\pi$. I parametri d'onda sono stati scelti come $A = 3$, $\omega = 0.001$ e $\varphi = 0$.

Creazione delle separatrici La condizione di creazione di una separatrice, o meglio del suo punto d'origine X -point si basa sul valore scelto dell'ampiezza assegnato all'onda. Pertanto, l'origine di uno o più massimi locali, intervallati da due minimi, è possibile nel caso vengano soddisfatte le assunzioni di derivata spaziale nulla del potenziale $V(x, t)$, $X - A \cos(X - \omega t) = 0$, e della sua derivata seconda negativa, $1 + A \sin(X - \omega t) < 0$. L'ispezione numerica di queste due equazioni mostra che è necessario salire fino ad $A \approx 5$ per ottenere il secondo massimo. Si consideri il caso con un solo massimo $A < 5$.

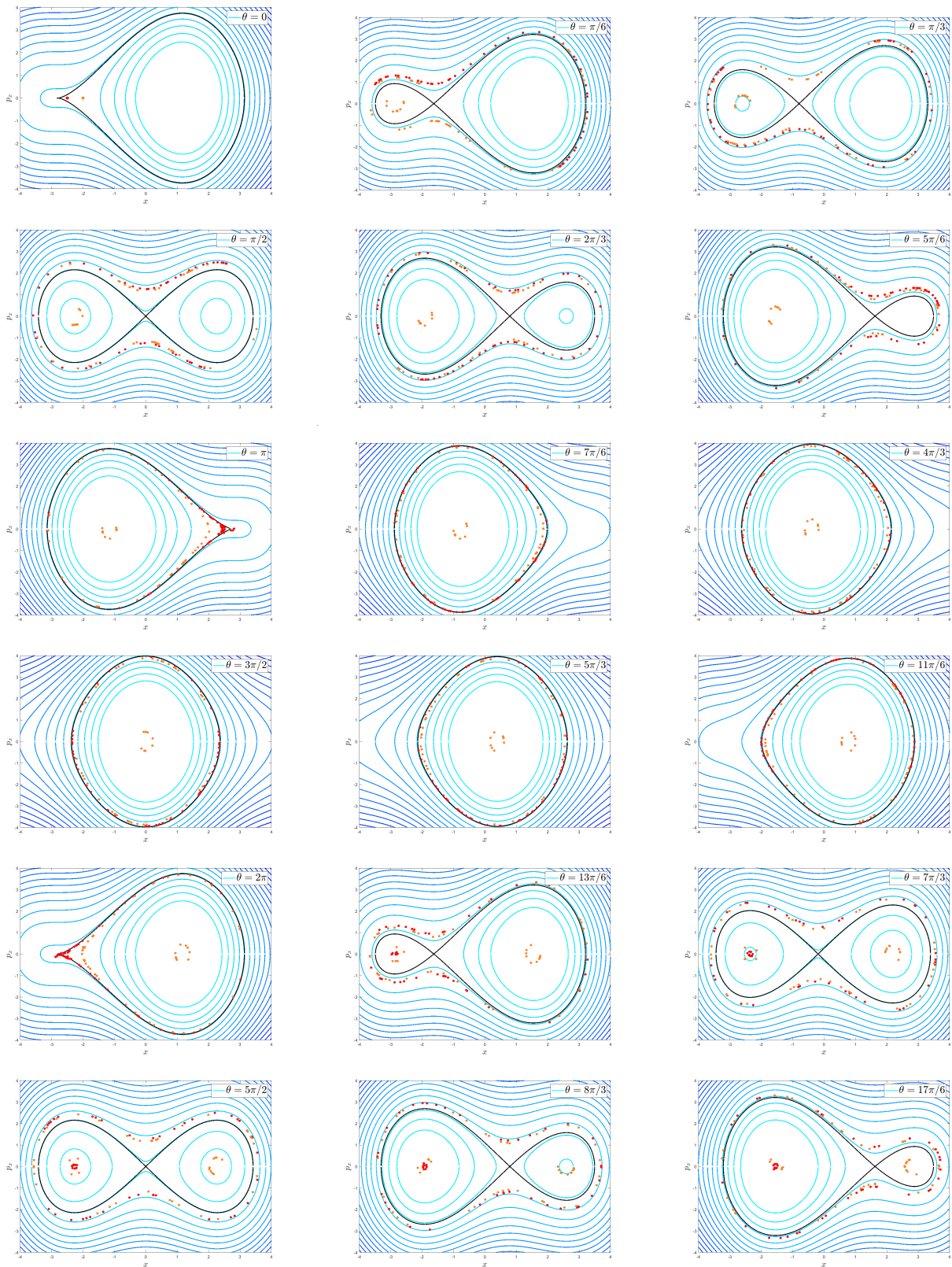


Figura 4.2: Separazione delle orbite per ampiezze d'onda $A > 1$. I parametri dell'onda utilizzati per l'integrazione numerica sono $A = 3$, $\omega = 0.001$ e $\varphi = 0$

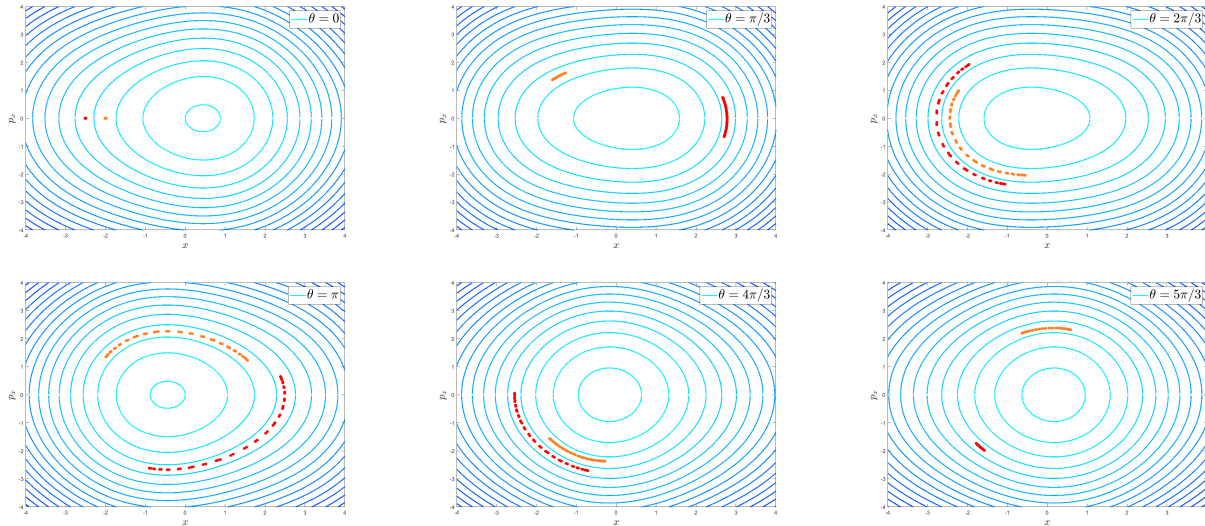


Figura 4.3: Grafici Stroboscopici che mostrano l'assenza di separazione delle orbite per $A < 1$. I parametri dell'onda utilizzati per l'integrazione numerica sono $A = 0.5$, $\omega = 0.003$ e $\varphi = 0$

La figura 4.1.b mostra la dipendenza lineare tra l'ampiezza dell'onda A e $\theta = \omega t$: le due regioni di spazio colorate delimitano le zone interessate alla creazione di un X -point. La regione bianca individua i valori della coppia $(\theta = \omega t, A)$ dove la creazione di un punto di equilibrio instabile si verifica e si riduce ad un singolo punto $\theta = \pi/2$ quando $A = 1$ e comprende l'intervallo $(-\pi/2, 3\pi/2)$, di larghezza 2π , a $A \approx 5$, quando il secondo X -point appare. Per $A > 1$ si ha la creazione della separatrice e quindi un trasferimento di energia onda-particella mentre per $A < 1$ non è soddisfatta la condizione tali per cui un punto x possa diventare X -point. Analogamente alla 4.2, la figura 4.3 mostra l'assenza della separazione delle orbite per ampiezze A inferiori all'unità. I parametri d'onda sono $A = 0.5$ e $\omega = 0.003$ per le stesse scale temporali considerate nella figura 4.2: l'assenza del X -point fa sì che le particelle descrivano un'orbita interna ellittica quasi-periodica senza subire un trasferimento di energia.

4.2. Trattazione energetica del problema

4.2.1. Assorbimento delle onde di Alfvén

Il flusso di energia di Poynting S portato dall'onda viene assorbito dagli ioni su una lunghezza pari a due lunghezze d'onda, $l = 2\lambda$, in due periodi d'onda, $t = 2T$. Volendo calcolare il rapporto tra il flusso termico iniettato negli ioni e il flusso elettromagnetico si trova:

$$2\lambda n k_B T \frac{\omega \mu_0}{4\pi B_\omega^2 v_A} = \beta \left(\frac{B_0}{B_\omega} \right)^2 \approx \mathcal{O}(1) \quad (4.2)$$

nelle regioni in cui sono disponibili misure. Pertanto, le AWs son quasi completamente assorbite (in due periodi d'onda) nel processo se il rapporto è vicino a 1. Mentre questo modello assume che l'ampiezza A sia costante nel tempo, in realtà è probabile che, durante le interazioni con gli ioni, le AWs subiscano uno smorzamento a causa della conservazione dell'energia. Senza considerare altri possibili meccanismi di riscaldamento, la temperatura della corona si adatta esattamente all'ampiezza delle AWs. Le AWs vengono continuamente prodotte ed estinte trasferendo tutta la loro energia agli ioni: questa estinzione è consistente con il fatto che il flusso di energia della corona solare tranquilla corrisponda a tutto il bilancio energetico solare, e non di più^[8].

Dipendenza temporale dell'energia L'equazione 4.1 mostra che una particella inizialmente a riposo guadagna energia cinetica per qualsiasi valore finito di A . In particolar modo, le condizioni di reversibilità o irreversibilità dell'energia dipendono dal valore dell'ampiezza. La forma dell'onda è

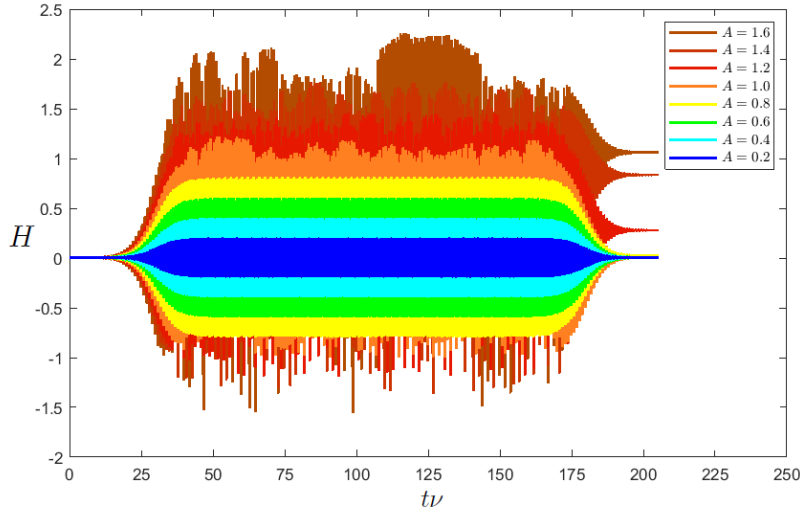


Figura 4.4: Energia delle particelle H_1 rispetto al tempo nel caso di uno spettro monocromatico. Diversi valori di ampiezza A sono considerati. Solo nei casi $A > 1$ si ha un guadagno netto nell'energia finale delle particelle.

stata quindi modulata da una funzione di forma $f : A \mapsto A \times f$

$$f(t) = \frac{1}{4} \left[1 + \tanh \left(\frac{t - t_s}{\Delta} \right) \right] \left[1 + \tanh \left(\frac{t_f - t}{\Delta} \right) \right] \quad (4.3)$$

in modo tale che non vi siano onde per $t \ll t_s$ e per $t \gg t_f$, con attenzione all'attivazione e alla disattivazione della modulazione f che deve avvenire molto lentamente, al fine che il contributo al campo elettrico possa essere trascurato nelle equazioni del moto. Il termine Δ corrisponde al tempo caratteristico che la funzione f impiega per salire da 0 a 1 ed è stato scelto in base alla relazione $t_s \approx (3-4)\Delta$. La figura 4.4 descrive l'effetto netto dovuto a questo tipo di meccanismo. Mettendo a grafico l'energia delle particelle in funzione del tempo (normalizzato con la frequenza), si può notare che il valore asintotico dell'energia, dato a 4.1, spiega il trasferimento energetico reversibile o irreversibile agli ioni a seconda del valore assegnato all'ampiezza A . Il guadagno netto di energia cinetica delle particelle avviene solo per quei casi in cui $A > 1$. I risultati numerici dimostrano quindi che una particella inizialmente fredda può ottenere una quantità finita di energia $E_f \approx \mathcal{O}(A) \sim \mathcal{O}(1)$ quando A è più grande ma dell'ordine dell'unità a seguito dell'interazione con una singola onda di Alfvén. Secondo la figura 4.4, gli ioni raggiungono energie dell'ordine della temperatura coronale $E_f = k_B T$ dove k_B è la costante di Boltzmann. Per valori di A minori dell'unità è mostrata la natura adiabatica di una piccola perturbazione: essendo l'energia cinetica per la maggior parte dovuta alla componente perpendicolare delle velocità^[10,11], questi grafici sono essenzialmente descrittivi del momento magnetico μ_{mag} . Per valori di A maggiori dell'unità viene visualizzata la risposta non adiabatica dell'energia con una maggiore perturbazione di ampiezza e conseguente rottura dell'invarianza del momento magnetico. Per la realizzazione della figura 4.4 sono stati utilizzati i valori: $\omega = 0.03$, $t_s = 6280$, $t_f = 37380$ e $\Delta = 1500$.

Istogramma delle energie La separatrice spazza l'intera area gialla presente in figura 4.1.a in un periodo d'onda, che risulta quindi essere la scala temporale per la decorrelazione delle traiettorie. La figura 4.5 presenta una sequenza di fotogrammi che mostrano, al variare del tempo, la brusca separazione in energia delle orbite delle particelle, sotto forma di istogrammi che descrivono la distribuzione energetica in momenti diversi. Si raccoglie l'energia di un insieme di 4000 particelle, inizialmente quasi a riposo, ($x, p \approx 0$), con $A = 3$ e $\omega = 0.03$. Tutte le simulazioni sono state eseguite per una fase fissa dell'onda. Si è utilizzata una larghezza del bin pari a 0.1 e scale temporali $4 \leq t\nu \leq 48$, con l'aggiunta del tempo iniziale $t_0\nu = 1$. Si noti che l'evoluzione del sistema porta alla formazione di una coda ad alta energia nella distribuzione delle energie. Non appena viene creata questa coda, inizia a diffondersi, così come la sua controparte a bassa energia, e le due distribuzioni dovrebbero fondersi

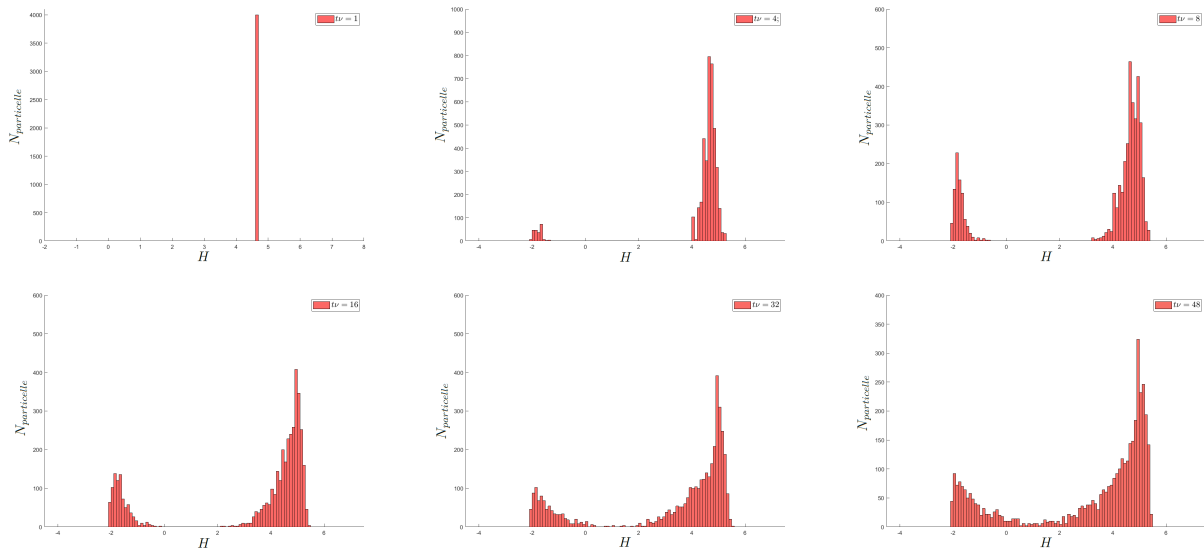


Figura 4.5: Istogramma della distribuzione delle energie a tempi diversi. I parametri dell'onda sono $A = 3$, $\omega = 0.03$ e $\varphi = 0$

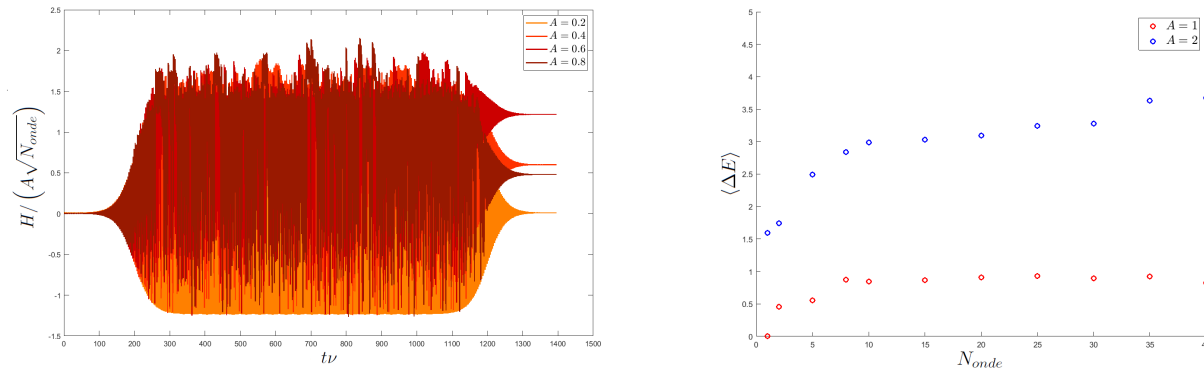


Figura 4.6: Figura 4.6.a (sinistra): energia delle particelle H_1 rispetto al tempo nel caso di uno spettro non monocromatico. Per ampiezze prossime all'unità si ha una separazione di energia e quindi una rottura adiabatica. Figura 4.6.b (destra): guadagno energetico in un spettro ampio. Esiste un aumento di energia, di circa un fattore tre, passando da uno spettro monocromatico ad uno spettro ampio

completamente dopo un tempo $\tau \sim \omega^{-3}$ (cfr. [12]). Sebbene a seguito della diffusione, i numeri di particelle per gruppo di energia siano differenti, il divario di energia $E_{high} - E_{low}$ rimane dello stesso ordine.

Spettro monocromatico e non monocromatico Si riproduce la condizione tale per cui si verifichi una sovrapposizione delle onde di Alfvén con frequenze, rispettivamente, pari a $\omega = [0.01, \dots, 0.05]$, $A = 3$ e fasi d'onda φ casuali. La figura 4.6.a mostra come l'interferenza delle onde possa influire sulla rottura adiabatica anche per ampiezze minori dell'unità: la somma dei contributi costruttivi d'interferenza comporta, anche qui, una dissipazione irreversibile di energia. Il caso di spettro ampio (banda larga di frequenze) ha già dimostrato di fornire un riscaldamento efficiente negli articoli^[10,11,14]. L'aumento della temperatura non dipende in modo critico dalla forma dello spettro, poiché vi è circa un aumento di un fattore tre dell'energia quando si passa da spettri monocromatici a spettri larghi. La figura 4.6.b descrive il guadagno medio di energia nel caso di una banda larga di frequenze, ove le ω sono equispaziate negli stessi intervalli $[0.01, 0.05]$ per le fasi casuali. Identificando con N_{onda} il numero delle onde che caratterizzano lo spettro a banda larga, c'è un aumento di circa un fattore 3 passando dallo spettro monocromatico ($N_{onda} = 1$) allo spettro ampio ($N_{onda} > 1$), sebbene alla fine sia presente una saturazione per $N_{onda} \gg 1$.

5. Conclusioni

In sintesi, il presente studio mostra che uno ione freddo, dopo aver interagito con una o più onde di Alfvén (AWs), può ottenere una quantità finita di energia E_f che è dell'ordine della temperatura coronale (sotto forma di energia termica $E_f = k_B T$, dove T è la temperatura degli ioni nella corona). Questo modello di trasferimento è a soglia: avviene solo quando le orbite attraversano la separatrice, ossia quando l'ampiezza dell'onda A (normalizzata per il numero delle onde coinvolte alla sovrapposizione) supera un certo valore; oltre questo valore la quantità di energia trasferita scala circa con A . Il meccanismo proposto non richiede alcuna condizione di risonanza, è attivo per frequenze molto basse e per spettri monocromatici, pertanto, non ha bisogno di fasi casuali che comportino una descrizione stocastica del fenomeno, essendo qualitativamente indipendente dallo spettro delle onde. L'unico requisito obbligatorio è un'ampiezza minima delle AWs, che risulta essere dello stesso ordine della grandezza di quelle osservate. Poiché l'energia viene sottratta in modo molto efficace alle AWs di grande ampiezza, quest'ultime possono essere poco presenti nello spettro, e l'assunzione di ampiezza fissa potrebbe non essere più corretta alla fine del processo di riscaldamento. Sebbene i dettagli precisi siano influenzati dalla forma del spettro, ci si aspetta quindi che si possano osservare solo AWs con ampiezza minore o leggermente più grande dell'unità.

Può essere un caso ma, fino ad ora, le osservazioni satellitari non mostrano oscillazioni con ampiezza $A \gg 1$.

Bibliografia

1. Escande, D.F., Gondret, V. & Sattin, F. Relevant heating of the quiet solar corona by Alfvén waves: a result of adiabaticity breakdown. *Sci Rep* 9, 14274 (2019).
2. Erdélyi, R. & Ballai, I. Heating of the solar and stellar coronae: a review. *Astron. Nachr.* 328, 726 (2007).
3. Parnell, C. E. & De Moortel, I. A contemporary view of coronal heating. *Phil. Trans. R. Soc. A* 370, 3217 (2012).
4. Arregui, I. Wave heating of the solar atmosphere. *Phil. Trans. R. Soc. A* 373, 20140261 (2015).
5. Wentzel, D. G. Coronal heating by Alfvén waves. *Solar Phys.* 39, 129 (1974).
6. Mathioudakis, M., Jess, D. B. & Erdélyi, R. Alfvén waves in the solar atmosphere. *Space Sci. Rev.* 175, 1 (2013).
7. Grant, S. D. T. et al. Alfvén wave dissipation in the solar chromosphere. *Nature Phys* 14, 480 (2018).
8. McIntosh, S. W. et al. Alfvénic waves with sufficient energy to power the quiet solar corona and fast solar wind. *Nature* 475, 477 (2011).
9. De Pontieu, B. et al. Chromospheric alfvénic waves strong enough to power the solar wind. *Science* 318, 1574 (2007).
10. Wang, C. B., Wu, C. S. & Yoon, P. H. Heating of ions by Alfvén waves via nonresonant interactions. *Phys. Rev. Lett.* 96, 125001 (2006).
11. Chandran, B. D. G. et al. Perpendicular ion heating by low-frequency Alfvén wave turbulence in the solar wind. *Astrophys. J.* 720, 503 (2010).
12. Bruhwiler, D. L. & Cary, J. R. Diffusion of particles in a slowly modulated wave. *Physica D* 40, 265 (1989).
13. Kolesnichenko, O. Y., Lutsenko, V. V. & White, R. B. Ion acceleration in plasmas with Alfvén waves. *Phys. Plasmas* 12, 102101 (2005).
14. Bourouaine, S., Marsch, E. & Vocks, C. On the efficiency of nonresonant ion heating by coronal Alfvén waves. *Astrophys. J.* 684, L119 (2008).
15. Guo, Z., Crabtree, C. & Chen, L. Theory of charged particle heating by low-frequency Alfvén waves. *Phys. Plasmas* 15, 032311 (2008).
16. Chen, L., Lin, Z. & White, R. On resonant heating below the cyclotron frequency. *Phys. Plasmas* 8, 4713 (2001).
17. White, R., Chen, L. & Lin, Z. Resonant plasma heating below the cyclotron frequency. *Phys. Plasmas* 9, 1890 (2002).
18. Voitenko, Y. & Goossens, M. Cross-field heating of coronal ions by low-frequency kinetic Alfvén waves. *Astrophys. J.* 605, L149 (2004).

19. Chandran, B. D. G. Alfvén-wave turbulence and perpendicular ion temperatures in coronal holes. *Astrophys. J.* 720, 548 (2010).
20. Tomczyk, S. et al. Alfvén waves in the solar corona. *Science* 317, 1192 (2007).
21. Muravski, K. & Musielak, Z. E. Linear Alfvén waves in the solar atmosphere. *A & A* 518, A37 (2010).
22. Esser, R. et al. Plasma properties in coronal holes derived from measurements of minor ion spectral lines and polarized white light intensity. *Astrophys. J.* 510, L63 (1999).
23. Bale, S. D. et al. Measurement of the electric fluctuation spectrum of magnetohydrodynamics turbulence. *Phys. Rev. Lett.* 94, 215002 (2005).
24. Li, X., Lu, Q. & Li, B. Ion pickup by finite amplitude parallel propagating Alfvén waves. *Astrophys. J.* 661, L105 (2007).
25. Zirnstein, E. J. et al. In situ observations of preferential pickup ion heating at an interplanetary shock. *Phys. Rev. Lett.* 121, 075102 (2018).