



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI**  
**"M.FANNO"**

**CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA**

**PROVA FINALE**

**"DAD: DISONESTÀ A DISTANZA - UN MODELLO A TRE MOSSE"**

**RELATORE:**

**CH.MO PROF. THOMAS BASSETTI**

**LAUREANDO: CARLO ANDREATTA**

**MATRICOLA N. 1188279**

**ANNO ACCADEMICO 2020 – 2021**

## 1 - INTRODUZIONE

Tra i vari argomenti approfonditi dalle scienze sociali, lo studio dei comportamenti devianti è uno dei più complessi e sfaccettati; per rendersene conto è sufficiente considerare la mole di ricerche in Psicologia, Antropologia e Neuroscienze che continuano a evidenziare nuovi e significativi risvolti per ciascuno dei fenomeni riconducibili alla devianza sociale. Per quanto riguarda l'Economia, si tende ad analizzare ogni decisione (comprese quelle comportamentali) secondo il principio del rapporto tra costi e benefici. Seguendo quest'ottica, il ramo dell'Economia specializzato nello studio del crimine si fonda sul concetto secondo cui "certe persone diventano criminali non perché le loro motivazioni di base siano diverse da quelle degli altri, ma perché lo sono i loro costi e benefici" (Becker, 1968): ogni individuo è naturalmente motivato a massimizzare la propria utilità, e differenti *outcome* corrispondono unicamente a una diversa percezione dei fattori in gioco. Tale teoria si può applicare a ogni tipo di decisione socialmente percepita come "immorale", dalle circostanze più gravi e deplorabili alle piccole bugie di tutti i giorni.

Puntiamo qui a soffermarci sulla disonestà scolastica, un fenomeno che con l'arrivo della pandemia da Covid-19 si è confermato più attuale che mai. Intendiamo innanzitutto analizzare la letteratura empirica, per osservare gli effetti che la didattica a distanza ha avuto sul comportamento degli studenti e valutare se la disonestà risulti effettivamente più diffusa rispetto agli anni precedenti; procederemo poi a studiare l'efficacia di alcuni metodi, sia reattivi che preventivi, di cui i docenti possono disporre per arginare tale fenomeno. Prenderemo in esame i modelli teorici esistenti, evidenziandone i limiti e correggendoli ove possibile, e arriveremo a proporre un modello interpretativo capace di illustrare rigorosamente i canali attraverso cui si formano e modificano le decisioni prese da studenti e insegnanti.

Per concludere, incroceremo i risultati del nostro modello con quelli derivanti della letteratura empirica, in modo da valutarne la coerenza e ricollegare l'analisi teorica alle circostanze reali.

## 2 - REVISIONE DELLA LETTERATURA

### 2.1 - ESAMI ONLINE

Essendo la disonestà scolastica un argomento di rilevante interesse per l'Economia dell'Istruzione, la letteratura è ricca di articoli che ne esplorano le cause e discutono i rimedi. Con l'inizio della pandemia da Covid-19 e l'avvento della didattica a distanza, sono emersi nuovi contesti e problematiche da indagare, ma si sono anche diffusi nuovi strumenti d'indagine (forniti dai portali informatici su cui si svolgono gli esami online). Questi ultimi sono stati impiegati da Bilén e Matros (2020) per presentare delle solide prove circa un aumento nella disonestà degli studenti, sia pur circoscritto a un singolo campione di 1674 universitari (in un secondo campione di pari dimensioni i risultati non sono stati altrettanto significativi). L'articolo propone un confronto tra un esame parziale (tenutosi immediatamente dopo l'inizio del lockdown) e il corrispondente esame finale (tenutosi l'estate successiva), relativamente alla correttezza dei risultati e al tempo impiegato per ciascuna risposta. I dati dimostrano come per alcuni studenti si sia registrato un miglioramento senza precedenti in termini di correttezza, e senza possibili spiegazioni oneste in termini di tempo. Questi risultati non solo attestano la correlazione tra disonestà ed esami online, ma evidenziano anche come tale disonestà sia emersa in particolare quando le limitazioni nella sorveglianza erano ormai appurate (mesi dopo l'inizio del lockdown) e la posta in gioco era più alta (esame finale). Lo studio passa poi a un confronto tra la performance media del campione esaminato e quella degli studenti che avevano seguito lo stesso corso negli ultimi 10 anni: i risultati della regressione confermano la conclusione precedente, dimostrando come vi sia stato un peggioramento significativo negli esiti dell'esame parziale, ma un miglioramento significativo negli esiti dell'esame finale (+ 4.3 punti su 100).

Fask, Englander e Wang (2014) erano giunti a una simile conclusione già prima che la didattica a distanza si diffondesse ampiamente. Il loro articolo descrive un esperimento in cui due esami di pari difficoltà vengono somministrati a un campione misto di studenti online e in presenza: il primo è un test di prova, e non viene valutato; il secondo è l'esame vero e proprio, e influisce sulla media degli studenti. Nella simulazione, gli studenti online ottengono voti significativamente inferiori a quelli degli studenti in presenza, suggerendo l'esistenza di effetti sfavorevoli correlati agli esami a distanza (riconducibili a distrazioni varie e a maggiori difficoltà nella comunicazione coi docenti). Ciononostante, nell'esame finale, gli studenti online ottengono voti significativamente superiori a quelli degli studenti in presenza:

l'interpretazione più ragionevole per i due risultati, apparentemente discordanti, suggerisce che gli esami a distanza incentivino gli studenti a copiare, qualora tale comportamento apporti loro un beneficio concreto (esame finale).

Conclusioni di questo genere sottolineano l'urgenza e l'importanza di ricorrere a metodi efficaci per contrastare la disonestà scolastica, ma nel farlo è bene considerare attentamente il rapporto tra costi e benefici. La strategia più diretta e immediata risulta essere l'introduzione di nuove e sofisticate tecnologie di sorveglianza digitale: non a caso compagnie come Proctorio, Examity e HonorLock hanno registrato un aumento di attività fino al 900% dall'inizio della pandemia. I servizi offerti da tali compagnie impiegano un vasto numero di tecniche per rilevare tracce di disonestà, tra cui la registrazione di webcam, microfono e display degli studenti, il monitoraggio di mimica facciale e movimenti oculari attraverso specifiche intelligenze artificiali, il tracciamento del mouse e l'intervento di esaminatori esterni all'università/istituto. Questo genere di controlli ha sollevato molteplici preoccupazioni da parte degli studenti, inerenti la sicurezza e consultabilità delle registrazioni e dei dati archiviati, i potenziali errori delle intelligenze artificiali impiegate e le distrazioni derivanti dall'eccessiva scrupolosità degli esaminatori. Tali preoccupazioni sono spesso state condivise dai docenti stessi, che in molti casi hanno ceduto alle richieste non solo delle numerose petizioni, ma anche di singoli studenti, e hanno infine deciso di rimuovere i suddetti sistemi di sorveglianza.<sup>1</sup>

Passando a un metodo più discreto, che può sembrare un compromesso sufficientemente efficace, si possono discutere i benefici e gli svantaggi della semplice osservazione in tempo reale degli esaminati, attraverso webcam e microfono. A tal proposito, uno studio condotto da Karim, Kaminsky e Behrend (2014) descrive come, in un esperimento 2 gruppi x 2 esami ([Webcam accesa, Webcam spenta] x [Facile copiatura, Difficile copiatura]), la disonestà rilevata sia stata inferiore nel campione di studenti con la webcam accesa; per quanto statisticamente significativa, tale differenza è risultata tuttavia decisamente esigua. Allo stesso tempo, la tensione percepita e le preoccupazioni relative alla privacy dichiarate dagli esaminati sono state significativamente superiori nel campione di studenti con la webcam accesa; ciononostante non si sono registrate differenze rilevanti, in termini di performance sia reale che percepita, tra i due campioni a cui era stato somministrato l'esame di difficile copiatura. Le

---

<sup>1</sup> Consigliamo i seguenti articoli per un resoconto più dettagliato dei singoli casi:  
<https://www.dailymail.co.uk/news/article-8243637/Creepy-software-used-stop-university-students-cheating-online-exams-amid-coronavirus.html> , <https://www.vox.com/recode/2020/5/4/21241062/schools-cheating-proctorio-artificial-intelligence> ,  
<https://edition.cnn.com/2020/08/29/tech/online-school-test-surveillance/index.html>

conclusioni di questo studio dimostrano come, rispetto alle pratiche più invasive discusse sopra, l'osservazione in tempo reale degli studenti sia correlata a costi inferiori (nessun impatto sul voto ottenuto e sulla percezione della propria performance, nessuna pressione collegata ad intelligenze artificiali e ad archiviazione a lungo termine dei propri dati) ma anche a una ridotta efficacia.

I costi discussi finora vengono sostenuti esclusivamente dagli studenti (compresi quelli onesti), tuttavia ogni tecnica di sorveglianza comporta un costo non trascurabile anche per i docenti; provare a contrastare la disonestà in modo reattivo innesca inevitabilmente una relazione competitiva con gli studenti disonesti, che adatteranno le proprie tecniche di copiatura cercando di aggirare o limitare le esistenti tecnologie di sorveglianza, rendendole così obsolete. Il continuo aggiornamento di tali obsolete tecnologie, nonché le indagini necessarie a comprendere in che modo aggiornarle, rappresentano un costo non indifferente, che potrebbe spingere i docenti a ridurre i propri sforzi concedendo una vittoria agli studenti disonesti. Per osservare come tale costo non sia effettivamente trascurabile, è sufficiente consultare le posizioni di lavoro offerte da Proctorio: tra esse spicca quella di "Exam Integrity Analyst", retribuita fino a 20000 \$ annui per anticipare le mosse degli studenti e collaudare potenziali metodi di copiatura.

La sorveglianza in tempo reale presenta dunque due punti di criticità:

- 1) Correlazione tra qualità della sorveglianza e costo per gli studenti (anche onesti)
- 2) Correlazione tra qualità della sorveglianza e costo per i docenti

Una possibile soluzione a entrambi i problemi consiste nell'applicare una serie di metodi preventivi, volti a modificare le preferenze e le aspettative degli studenti a prescindere dal livello di sorveglianza, in modo da scoraggiarli a copiare ben prima che l'esame abbia luogo. Incentivi di questo genere non comportano costi aggiuntivi per gli studenti onesti, e non innescano una reazione competitiva da parte dei più incalliti studenti disonesti (che possono semplicemente decidere di ignorarli), andando così a ridurre notevolmente il costo per i docenti stessi. Arriviamo dunque a domandarci quali metodi possano rientrare nella suddetta categoria, e quanto riescano a dimostrarsi efficaci nella realtà. Fortunatamente, a queste domande la letteratura fornisce molteplici ed esaustive risposte.

## 2.2 - RICERCA EMPIRICA

Una revisione ordinata della letteratura ci permette di stilare un elenco di 5 metodi preventivi la cui efficacia è stata valutata positivamente.

[I° Metodo]: istituzione di un codice d'onore

Con codice d'onore facciamo riferimento ad una serie di norme che affidano, agli studenti da cui vengono sottoscritte, parte della responsabilità nel segnalare (e talvolta anche redarguire) esempi di disonestà. Questo strumento modifica le preferenze degli studenti, e dunque il loro comportamento, attraverso due canali: in primo luogo aumenta la probabilità che gli studenti disonesti vengano scoperti, ora che si trovano in un gioco competitivo non solo con gli insegnanti ma anche con i propri compagni di corso; in secondo luogo esplicita e rafforza le preferenze collettive degli studenti onesti, che influenzano significativamente le scelte individuali. McCabe e Trevino (1997) osservano infatti come, sulla base dei questionari da loro somministrati a un campione di 1793 universitari, la disapprovazione dei propri pari sia risultata il fattore più significativo (e il più cospicuo dopo la media dei voti) nel determinare una riduzione dei comportamenti disonesti. La ricerca di Bowers (1964) offre un'ulteriore conferma a tal proposito, puntualizzando come il livello di tolleranza collettiva verso la disonestà sia la componente più rilevante nello spiegare le differenze comportamentali tra gli studenti universitari e pre-universitari. Passando più concretamente a discutere l'efficacia dei codici d'onore, McCabe e Trevino (1993) appurano che la loro adozione è fortemente e significativamente ( $p < 0.0001$ ) correlata con una riduzione nella disonestà.

[II° Metodo]: disponibilità verso gli studenti e progettazione chiara e coinvolgente delle lezioni

È facile immaginare che gli studenti preferiscano impegnarsi per superare un corso di loro gradimento, rispetto a un corso che trovano noioso o mal strutturato. La diretta conseguenza del loro maggiore impegno sarà verosimilmente un ridotto incentivo a copiare. A riprova di tali congetture, si noti come tra le 21 variabili studiate da Genereux e McLeod (1995), un elevato gradimento delle lezioni sia risultato il quinto fattore più influente nel predire una diminuzione dei comportamenti disonesti (uno scarso gradimento è risultato invece meno significativo nel predire un aumento degli stessi). Lo studio ha inoltre attribuito al grado di dedizione dell'insegnante per la formazione dei propri studenti un livello medio di influenza sulla riduzione della disonestà. Appare quindi consigliabile predisporre un clima positivo per gli studenti, strutturando le lezioni in modo coinvolgente e accomodando per quanto possibile le loro esigenze.

[III° Metodo]: progettazione corretta e coerente degli esami

È inoltre raccomandabile progettare gli esami in modo coerente alla struttura e tipologia del corso: questo significa eliminare tutte le difficoltà che possono essere percepite come artificiali o gratuite (in altre parole scorrette, attribuibili al caso o a fattori estranei al proprio controllo), e allo stesso tempo incrementare le difficoltà naturalmente sormontabili con un appropriato livello di studio. Il modo più immediato per ottenere un simile risultato consiste nel sostituire le domande a risposta multipla (che se troppo specifiche possono attribuire un peso rilevante a dettagli magari secondari, rappresentando ingiustamente come scadente un alunno di medio livello) con domande a risposta aperta (più difficili da copiare e più corrette nel rappresentare il vero livello di ogni studente). Stando alle valutazioni di Genereux e McLeod (1995), la correttezza dell'esame (percepita dagli studenti) è risultata tra le variabili più influenti nello spiegare variazioni della disonestà, e la tipologia d'esame (risposte aperte anziché risposte multiple) è risultata il secondo fattore più rilevante nel predire una riduzione dei comportamenti disonesti.

[IV° Metodo]: comunicazione chiara e credibile di regolamenti e ripercussioni

Pur avendo deciso di focalizzare la nostra attenzione su dei metodi preventivi, è bene precisare che essi vanno intesi come complementari (e non necessariamente sostitutivi) ai più classici metodi reattivi. Pertanto, fermo restando che sanzioni e sorveglianza mantengono un ruolo non indifferente in un sistema scolastico funzionale, a livello preventivo è consigliabile assicurarsi che le norme da cui esse sono regolate risultino chiare e credibili. Per quanto riguarda le sanzioni, gli studenti devono ben comprendere quali comportamenti sono ammessi e quali sono considerati disonesti, devono conoscere le conseguenze legate ad ogni comportamento disonesto e devono credere che tali conseguenze verrebbero effettivamente applicate qualora ne emergessero i presupposti. McCabe e Trevino (1993) osservano infatti come la disonestà scolastica sia inversamente correlata sia alla comprensione dei regolamenti istituzionali che alla severità attesa delle ripercussioni (quest'ultima può essere intesa non solo come semplice gravità delle punizioni, ma anche come credibilità delle stesse).

[V° Metodo]: comunicazione chiara e credibile di integrità e intenzioni dei docenti

La credibilità è un fattore rilevante non solo relativamente alle sanzioni, ma anche alla sorveglianza: se il professore appare indifferente o permissivo, gli studenti concluderanno che adotterà uno sforzo limitato nel sorvegliarli, e copieranno più liberamente; al contrario, se il professore riesce ad apparire severo e a rendere credibile la propria severità, gli studenti

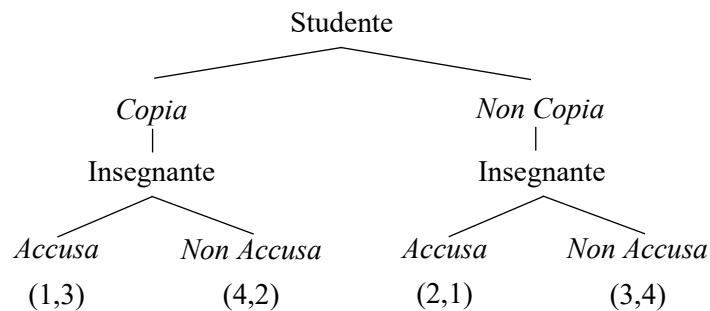
concluderanno che adotterà un ingente sforzo nel sorvegliarli, e copieranno di meno. Per di più, se la relazione non è ripetuta, non è necessario che il professore adotti necessariamente l'elevato livello di sforzo che ha reso credibile agli studenti: questi ultimi si renderanno conto dell'“inganno” solo a posteriori, quando osserveranno che, tra i pochi ad aver comunque deciso di copiare, molti in meno del previsto verranno scoperti. È tuttavia bene precisare come la condizione di relazione non ripetuta sia difficile da verificare pienamente anche in contesto universitario, visto che i nuovi studenti possono facilmente reperire informazioni circa i metodi di ciascun professore chiedendole ai vecchi studenti, e replicando così artificialmente gli effetti informativi di una relazione ripetuta: mentire ripetutamente sui propri metodi non è dunque una strategia consigliabile per i professori, ma assicurarsi che le proprie reali intenzioni non vengano sottovalutate lo è indubbiamente. Tra le variabili significative analizzate da Genereux e McLeod (1995), l'integrità dell'insegnante (percepita dagli studenti) appare infatti tra le più influenti nello spiegare variazioni della disonestà.

La letteratura da noi esaminata dimostra la validità dei suddetti metodi per arginare la disonestà degli studenti. Tuttavia, nella maggior parte degli articoli sopra citati, le sezioni che rimandano alla teoria economica sono molto rare o pesantemente approssimate. L'approccio prettamente empirico di tali studi non ci sorprende, dal momento che i metodi da essi testati operano in modo apparentemente intuitivo sui costi e benefici della disonestà; ciononostante riteniamo che l'elaborazione di un modello teorico possa essere utile a cogliere alcune sfumature più sottili del fenomeno, e ad apprezzare la coerenza dei risultati empirici.



### 2.3 - MODELLI TEORICI

Andando ad esaminare i modelli esistenti relativi alla disonestà scolastica, spesso ci si riconduce ad esempi di giochi sequenziali in cui la prima mossa spetta agli studenti (che decidono se copiare o meno) e la seconda all'insegnante (che decide se accusare gli studenti). Il problema viene impostato basandosi sull'assunzione di informazione perfetta: l'insegnante può sempre osservare la mossa degli studenti, e agire di conseguenza con una risposta ottima. Di seguito la forma estesa del gioco:



Appare evidente come l'equilibrio ottimale del gioco sia la combinazione [Non Copia, Non Accusa]. L'assunzione di informazione perfetta può apparire particolarmente stringente, soprattutto considerando la dimensione universitaria in cui gli studenti sono numerosi e il gioco non viene reiterato: non a caso la soluzione ottima si discosta dalla realtà, in cui gli studenti talvolta copiano approfittando delle imperfezioni nei metodi di sorveglianza dei docenti. Non è tuttavia eccessivamente problematico accettare il modello come un'approssimazione della dinamica che ha luogo durante gli esami in presenza, tenendo conto che tale approssimazione si avvicinerà alla realtà tanto più sarà facilitata la sorveglianza sugli studenti.

Passando al caso degli esami online, in cui la sorveglianza sugli studenti è al contrario notevolmente limitata, il modello di riferimento (come richiamato da Bilen e Matros, 2020) tende ad essere un gioco simultaneo, in cui nessun agente ha modo di osservare la mossa dell'altro prima di intraprendere la propria. In modo simmetrico al caso precedente, potrebbe sembrare forzata l'assunzione di informazione nulla: procederemo a rilassare quest'assunzione nella formulazione del nostro modello, ma per il momento ci atteniamo ad essa e puntiamo a discuterne le implicazioni. Di seguito la matrice dei payoff normalizzati che descrive il gioco:

		Insegnante	
		Accusa	Non Accusa
Studente	Copia	0 $\beta$	1 $\gamma$
	Non Copia	c   0	b   1

$$\text{con } 0 < c < b < 1 \text{ e } 0 < \gamma < \beta < 1$$

L'equilibrio ottimale corrisponderà ad una combinazione di strategie miste; chiamando  $p$  la probabilità che uno studente copi e  $\pi$  la probabilità che l'insegnante accusi uno studente,  $r$  il payoff dello studente e  $q$  il payoff dell'insegnante, abbiamo che:

$$E[q] = \pi[\beta \times p + 0 \times (1 - p)] + (1 - \pi)[\gamma \times p + 1 \times (1 - p)]$$

$$\frac{\partial E[q]}{\partial \pi} = \beta p - \gamma p - 1 + p$$

$$p^* = \frac{1}{1 + \beta - \gamma}$$

$$E[r] = p[0 \times \pi + 1 \times (1 - \pi)] + (1 - p)[c \times \pi + b \times (1 - \pi)]$$

$$\frac{\partial E[r]}{\partial p} = 1 - \pi - c\pi - b + b\pi$$

$$\pi^* = \frac{1 - b}{1 + c - b}$$

L'intuizione è la seguente: in un gioco reiterato, se gli studenti copiassero troppo di frequente ( $p > p^*$ ), l'insegnante tenderebbe ad accusarli sempre ( $\pi \rightarrow 1 > \pi^*$ ); se l'insegnante accusasse troppo di frequente ( $\pi > \pi^*$ ), gli studenti tenderebbero a non copiare mai ( $p \rightarrow 0 < p^*$ ); se gli studenti copiassero troppo di rado ( $p < p^*$ ), l'insegnante tenderebbe a non accusare mai nessuno ( $\pi \rightarrow 0 < \pi^*$ ); se l'insegnante accusasse troppo di rado ( $\pi < \pi^*$ ) gli studenti tenderebbero a copiare sempre ( $p \rightarrow 1 > p^*$ ). La dinamica si stabilizza dunque sui valori di  $\pi$  e  $p$  che azzerano le derivate, evitando soluzioni di frontiera  $[(1, 0); (0, 1)]$  e incentivando sia gli studenti che l'insegnante a randomizzare il proprio comportamento. È da notare, in particolare, che  $p^*$  dipende da  $(\beta, \gamma)$  e  $\pi^*$  dipende da  $(b, c)$ : sia gli studenti che l'insegnante scelgono la propria strategia ottimale in funzione delle preferenze dell'altro agente. In mancanza di informazioni perfette circa tali preferenze, entrambi i giocatori si comporteranno da agenti bayesiani, e cercheranno di massimizzare il loro payoff in base alle proprie aspettative circa le preferenze dell'altro ( $\beta_e, \gamma_e, b_e, c_e$ ). È ragionevole assumere che in un primo momento tali aspettative saranno diverse dai corrispondenti valori reali; l'equilibrio verrà dunque raggiunto solo nel lungo periodo, quando, a seguito delle fluttuazioni sopra descritte, le vere preferenze avranno cominciato a manifestarsi, guidando la convergenza delle strategie verso l'equilibrio. Per questo motivo, in un gioco non reiterato a informazione imperfetta (tipico della dimensione universitaria), le strategie non avranno modo di evolversi nel tempo, e ciò che conterà sarà l'inefficienza iniziale: questa potrà essere sia a carico del docente (in caso abbia

sottovalutato/sopravvalutato la propensione degli studenti per la disonestà/onestà) che a carico degli studenti (in caso abbiano sottovalutato/sopravvalutato la propensione del docente per la severità/accondiscendenza). Da questa conclusione inizia a delinearsi la necessità di una mossa preventiva da parte dell'insegnante, volta ad influenzare le aspettative degli studenti circa le proprie preferenze o a modificare le preferenze degli studenti stessi. Tale conclusione presenta tuttavia una criticità non indifferente, ovvero la scarsa verosimiglianza di un docente che scelga di accusare i propri studenti in modo randomico: discuteremo e correggeremo questo risultato una volta che avremo bilanciato con informazioni parziali la troppo stringente assunzione di informazione nulla.

Un ulteriore modello rilevante ai fini della nostra trattazione è quello proposto da Griebeler (2019), in cui si discute come il comportamento dei singoli studenti possa influenzare il comportamento dei loro pari (e viceversa). Riprenderemo e adatteremo alcuni elementi di questo modello, rifiutandone però l'assunzione che disonestà e impegno siano perfetti sostituti (si escludano a vicenda): riteniamo difatti che nella realtà gli studenti spesso decidano di copiare per semplificare lo studio e ridurre la mole, senza necessariamente eliminarlo del tutto, e puntiamo a formalizzare questo fenomeno descrivendo sia il livello di impegno che di disonestà come variabili continue  $[0, +\infty)$  piuttosto che discrete [(Copia, Non Copia), (Studia, Non Studia)].

Andremo dunque ad impostare il nostro modello tornando all'idea di un gioco sequenziale, in cui sarà però l'insegnante a muovere per primo, implementando determinate misure preventive. Gli studenti muoveranno per secondi, rispondendo al docente con un appropriato livello di disonestà e impegno, e il docente tornerà a muovere per terzo rispondendo alla disonestà degli studenti.

### 3 - UN MODELLO INTERPRETATIVO

Per prima cosa andremo a rimuovere le troppo stringenti assunzioni da noi discusse analizzando i due modelli di Bilen e Matros (2020): proporremo dunque un'integrazione tra il modello a informazione perfetta e quello a informazione nulla, in modo da meglio rappresentare un contesto in cui il docente non abbia modo di osservare con certezza la mossa di ogni studente, ma possa in parte ridurre la propria asimmetria informativa implementando una sorveglianza più stretta. Passeremo poi a formalizzare la scelta degli studenti, impostando il problema come una massimizzazione dell'utilità attesa e rielaborando alcuni elementi del modello di Griebeler (2019), tra cui la funzione di costo morale e produzione del voto. Proporrò infine un'analisi dei canali attraverso cui il docente può influenzare in modo preventivo la scelta degli studenti: tale analisi sarà fondata su principi rigorosi provenienti dalla letteratura classica, tra cui il concetto di incentive constraint in Economia dell'Informazione, la funzione di utilità attesa di von Neumann e Morgenstern e la nozione di agenti bayesiani in Teoria dei Giochi.

#### 3.1 - TERZA MOSSA (insegnante)

Risolviamo il problema per induzione a ritroso, e partiamo quindi dall'ultima mossa: l'insegnante decide in che modo sorvegliare gli studenti, e a chi imporre una punizione. Supponiamo che, inizialmente, il docente non possa osservare il comportamento degli studenti, e abbia dunque informazione nulla. Egli dispone però di alcuni metodi per stringere la sorveglianza e acquisire informazione perfetta su base individuale (chiedendo al singolo studente di inquadrare la propria scrivania o rimuovere gli auricolari, richiedendo foto della brutta copia e confrontandole effettivamente con le risposte inserite, servendosi di altre tecniche che meglio si adattano alla tipologia dell'esame in questione). Tali metodi comportano un costo (a livello di tempo e praticità) che cresce col numero di studenti a cui vengono applicati. Indichiamo con  $n$  il numero totale di studenti,  $p_e$  la frequenza relativa attesa di studenti che decidono di copiare (quella effettiva è ignota),  $s$  la frequenza assoluta di studenti a cui viene applicata la stretta sorveglianza e  $\phi(s)$  il costo di tale sorveglianza, crescente in  $s$ . Assumiamo che, dato un numero  $s$  di studenti strettamente sorvegliati, questi siano scelti in modo casuale dal docente. Possiamo definire l'utilità dell'insegnante ( $U_{ins}$ ) come una funzione crescente nella percentuale attesa di studenti onesti ( $1 - p_e$ ), crescente nell'efficacia della sorveglianza (probabilità media che uno studente disonesto venga scoperto =  $s / n$ ) e decrescente nel costo della sorveglianza.

$$U_{ins} = U\left(1 - p_e; \frac{s}{n}; \phi(s)\right) \quad \text{con} \quad U'_{1-p_e} > 0, \quad U'_{\frac{s}{n}} > 0, \quad U'_{\phi(s)} < 0 \quad (1)$$

Osserviamo che un aumento di  $s$  causa due effetti contrastanti nella funzione di utilità, andando ad aumentare sia il secondo termine (aumentando  $U_{ins}$ ) che il terzo (riducendo  $U_{ins}$ ). Verosimilmente il beneficio marginale di un aumento in  $s$  sarà maggiore del suo costo marginale per valori bassi di  $s$ , e viceversa per valori alti. La scelta ottimale  $s^*$ , volta a massimizzare l'utilità, cadrà in questo modo tra  $(0; n)$ , e solo una parte degli studenti esaminati sarà dunque sottoposta ad un'indagine scrupolosa. Osserviamo inoltre che, all'aumentare di  $n$  (*ceteris paribus*), si riducono i benefici marginali di  $s$  (effetti marginali sul secondo termine), mentre i suoi costi marginali restano inalterati (effetti marginali sul terzo termine): possiamo concludere che, se assumiamo costante la frequenza relativa attesa di studenti disonesti, più una classe è ampia più diminuirà il numero ottimale di studenti strettamente sorvegliati. Questo è il primo fattore che ci spinge a notare come, a parità di altre condizioni, nelle circostanze pre-universitarie ( $n$  basso) la sorveglianza sia più efficace. Ciò non significa tuttavia che nella realtà i professori pre-universitari abbiano necessariamente un successo maggiore nel contrastare la disonestà in modo reattivo: si può infatti intuire come la ridotta maturità degli studenti possa portare a livelli di  $p_e$  mediamente più alti, e come il livello professionale inferiore possa tradursi in altre più sottili variazioni dell'intera funzione. Notiamo infine che, rispetto agli esami online, quelli in presenza avrebbero l'effetto di semplificare ogni tipo di sorveglianza, riducendone sensibilmente il costo marginale e spostando dunque l'equilibrio verso un maggiore livello di  $s^*$ .

Nel gruppo di studenti strettamente sorvegliati (che chiamiamo  $X$ , con  $s \in X$ ), onesti e disonesti sono perfettamente riconoscibili; per i primi non vi sarà alcuna accusa o ripercussione, mentre ai secondi verrà imposta una punizione ( $\sigma$ ), che assumiamo costante a prescindere dal livello di disonestà. Assumiamo inoltre che la dimensione di tale punizione non generi costi o benefici per l'insegnante: si tratta di un puro deterrente, e per questo motivo la discuteremo meglio quando andremo a trattare la prima mossa.

Per quanto riguarda il gruppo di studenti che non vengono sorvegliati strettamente (che chiamiamo  $Y$ , con  $n - s \in Y$ ), agli occhi del docente ognuno di essi ha una certa probabilità (ignota) di essere disonesto. Stando al modello discusso nel paragrafo 2.3, il professore dovrebbe reagire a tale incertezza randomizzando il proprio comportamento, e accusando casualmente una certa proporzione di studenti. Tuttavia, nella realtà, un'accusa randomica non

permette di scoprire a posteriori il vero comportamento dello studente accusato, e non rappresenta una base sufficiente per imporgli una punizione: per imporgli una punizione è necessario provarne la disonestà (o se non altro sospettarla con fondatezza), ma provarne la disonestà è impossibile non avendolo sottoposto a stretta sorveglianza. Riprendiamo la matrice dei payoff normalizzati, ricordando che riguarda solo il gruppo  $Y$ , e osserviamo cosa cambia:

		Insegnante	
		Accusa	Non Accusa
Studente	Copia	1 $\gamma$	1 $\gamma$
	Non Copia	c   0	b   1

$$\text{con } c < b < 1 \text{ e } 0 < \gamma < \beta < 1$$

La mancanza di ripercussioni per gli studenti disonesti a seguito della combinazione [Copia, Accusa] la rende indifferente rispetto alla combinazione [Copia, Non Accusa]. Allo stesso tempo, la combinazione [Non Copia, Accusa] continua ad essere meno preferibile a [Non Copia, Non Accusa], dal momento che accusare su base puramente casuale degli studenti onesti, anche senza punirli, comporta un costo in termini di integrità e reputazione. Appare dunque evidente che, a prescindere dalla percentuale di disonesti (e dalle loro preferenze), la strategia dominante del professore nei confronti del gruppo  $Y$  è [Non Accusa].

Il vantaggio dell'insegnante è che, giocando per ultimo, sa in quale gioco si trova con ciascuno studente (informazione perfetta con il gruppo  $X$ : punisce i disonesti e non accusa gli onesti; informazione nulla con il gruppo  $Y$ : non accusa/punisce nessuno). Gli studenti, muovendo prima di sapere a quale gioco prenderanno parte, non possono adottare ciecamente la strategia [Copia], per loro dominante solo nel gioco a informazione nulla.<sup>2</sup> Decideranno quindi quale mossa giocare basandosi sulle loro aspettative circa la probabilità di trovarsi in un gruppo rispetto all'altro (probabilità attesa di essere sottoposti a stretta sorveglianza). Chiamiamo  $\pi_e$  tale probabilità attesa e  $\pi^*$  la vera probabilità, corrispondente al rapporto  $s^* / n$  (percentuale di studenti strettamente sorvegliati). Per i disonesti, a prescindere dalle loro aspettative, vale che:

$$\Pr(\sigma|X) = 1 \quad \Pr(\sigma|Y) = 0$$

$$\Pr(\sigma) = \Pr(X) \Pr(\sigma|X) + \Pr(Y) \Pr(\sigma|Y) = \pi^* \times 1 + (1 - \pi^*) \times 0 = \pi^* \quad (2)$$

con  $\sigma$  = punizione,  $X$  = gruppo sorvegliato,  $Y$  = gruppo non sorvegliato

In conclusione, il modello da noi impostato si può così riassumere: ogni studente ha una probabilità pari a  $\pi^*$  di essere sorvegliato; tutti e solo gli studenti disonesti che vengono

<sup>2</sup> Con la mossa [Copia] intendiamo una qualsiasi combinazione di impegno e disonestà in cui la disonestà sia strettamente maggiore di 0. Ogni strategia che adotta un livello di disonestà non nullo viene dunque classificata come [Copia], a prescindere dal livello di studio.

sorvegliati saranno puniti; di conseguenza ogni studente disonesto ha una probabilità pari a  $\pi^*$  di essere punito. La punizione non viene imposta in modo randomico, ma ha una relazione di stretta causalità con una variabile casuale (la sorveglianza), e non è dunque certa; scegliere la disonestà comporta quindi una componente d'incertezza. Visto che, anche se sorvegliati, gli studenti onesti non vengono mai puniti, un comportamento del tutto onesto permette invece a chi lo adotta di annullare interamente la componente casuale. Ciascuno studente deciderà quindi se sostenere o meno i rischi legati alla disonestà solo dopo averli confrontati coi relativi benefici.

Si può infine notare un secondo fattore che contribuisce ad avvantaggiare le dimensioni pre-universitarie: la relazione ripetuta tra studenti e professori permette a questi ultimi di sviluppare dei sospetti e selezionare il gruppo  $S$  in modo mirato anziché casuale, aumentando così l'efficacia complessiva della sorveglianza.

È bene sottolineare come questo modello, pur rimuovendo alcune semplificazioni eccessivamente restrittive dalle teorie preesistenti, rimanga un'approssimazione imperfetta della realtà: l'assunzione più stringente è che la sorveglianza permetta al docente di acquisire informazioni perfette, e di punire così con certezza ogni studente disonesto che venga sorvegliato. Nella realtà il passaggio da sospetto a punizione non è così immediato, e questo riduce in parte la mole di rischio sostenuta dai disonesti: ciononostante il nostro modello cattura in modo verosimile le dinamiche alla base della scelta degli studenti, e rappresenta quindi un buono strumento per studiare in che modo questa scelta possa essere influenzata.

### 3.2 - SECONDA MOSSA (studenti)

Prendiamo ora in considerazione la seconda mossa, con cui ciascuno studente decide se copiare, quanto copiare e quanto studiare. Utilizziamo studio come sinonimo di impegno e copiatura come sinonimo di disonestà. Partiamo dal definire la funzione di produzione dei voti (classe  $C^2$ ):

$$V(i, d): [0, \infty) \times [0, \infty) \rightarrow [0, \bar{M}] \quad (3)$$

con  $V$  = voto,  $i$  = impegno,  $d$  = disonestà,  $\bar{M}$  = voto massimo

Consideriamo ora alcune proprietà fondamentali di tale funzione, e procediamo a chiarirne l'interpretazione economica:

(3.a)	$V(0,0) = 0$	Senza studiare e senza copiare il voto ottenuto è pari a 0
(3.b)	$\frac{\partial v(i, d)}{\partial i} = V'_i(i, d) > 0$	Il voto è strettamente crescente nel livello di impegno (disonestà): più si studia (copia), maggiore sarà il voto ottenuto
(3.c)	$\frac{\partial v(i, d)}{\partial d} = V'_d(i, d) > 0$	
(3.d)	$\lim_{i \rightarrow \infty} V(i, d) = \bar{M}$	Per valori infiniti di impegno (disonestà), il voto ottenuto tende al suo massimo
(3.e)	$\lim_{d \rightarrow \infty} V(i, d) = \bar{M}$	
(3.f)	$\frac{\partial^2 v(i, d)}{\partial i^2} = V''_{ii}(i, d) < 0$	Il beneficio marginale dell'impegno (disonestà) è strettamente decrescente nel livello di impegno (disonestà): più si ha studiato (copiato) e meno un incremento dello studio (copiatura) riuscirà ad aumentare ulteriormente il voto ottenuto
(3.g)	$\frac{\partial^2 v(i, d)}{\partial d^2} = V''_{dd}(i, d) < 0$	
(3.h)	$\lim_{i \rightarrow 0} V'_i(i, d) = \infty$	Per valori infinitesimali di impegno (disonestà), un suo iniziale incremento tende ad aumentare enormemente il voto ottenuto
(3.i)	$\lim_{d \rightarrow 0} V'_d(i, d) = \infty$	
(3.j)	$\lim_{i \rightarrow \infty} V'_i(i, d) = 0$ se $d \neq 0$	Per valori infiniti di impegno (disonestà), un suo ulteriore incremento tende a non aumentare il voto ottenuto
(3.k)	$\lim_{d \rightarrow \infty} V'_d(i, d) = 0$ se $i \neq 0$	
(3.l)	$\frac{\partial^2 v(i, d)}{\partial i \partial d} = V''_{id}(i, d) < 0$	Il beneficio marginale dell'impegno (disonestà) è strettamente decrescente nel livello di disonestà (impegno): più si ha copiato (studiato) e meno un incremento dello studio (copiatura) riuscirà ad aumentare ulteriormente il voto ottenuto
(3.m)	$\frac{\partial^2 v(i, d)}{\partial d \partial i} = V''_{di}(i, d) < 0$	
(3.n)	$\lim_{d \rightarrow \infty} V'_i(i, d) = 0$ se $i \neq 0$	Per valori infiniti di disonestà (impegno), un incremento dello studio tende a non aumentare il voto ottenuto. Il caso in cui la disonestà è infinita e l'impegno infinitesimale (o viceversa) si rappresenta con un doppio limite il cui risultato non interessa la nostra analisi
(3.o)	$\lim_{i \rightarrow \infty} V'_d(i, d) = 0$ se $d \neq 0$	

Per quanto numerose, tali ipotesi non sono eccessivamente stringenti, trovano facile riscontro nella realtà e costituiscono l'insieme di assunzioni standard che vengono attribuite a una funzione di produzione sotto le condizioni di Inada. Le assunzioni meno convenzionali vanno dalla (3.l) in poi, e derivano dal fatto che l'immagine della nostra funzione è superiormente



limitata: la soglia  $\bar{M}$  è massima e insuperabile, e un aumento nell'impegno (disonestà), per quanto cospicuo, non potrà spingere il voto al di sopra di essa; di conseguenza, più vicino si trova il voto a tale soglia massima (grazie ad alti livelli di impegno o disonestà), più diminuirà il beneficio marginale sia di impegno che disonestà. Possiamo quindi dire che le due variabili, per quanto non si escludano a vicenda, tendono ad avere un'elevata elasticità di sostituzione nella produzione, che cresce tanto più ci si trova vicino a  $\bar{M}$ . Di seguito il grafico di una funzione-tipo che rispetta ogni suddetta assunzione:

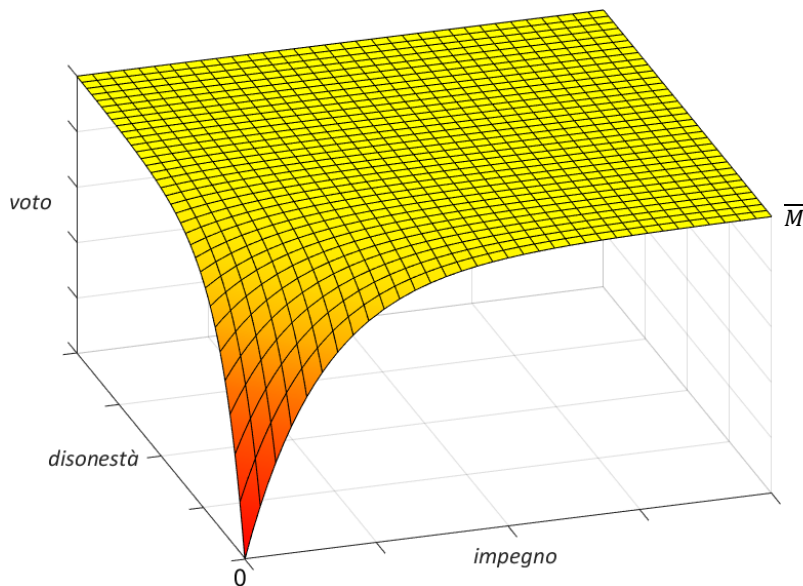


Figura 1: funzione del tipo  $V(i, d) = \bar{M} \times (1 - a^{\sqrt{i}} b^{\sqrt{d}})$ , con  $0 < a, b < 1$  (in questo grafico  $a = b = 0.5$ )  
 $a, b$  rappresentano l'efficacia di impegno e disonestà, massima quando  $a, b \rightarrow 0$

Definiamo ora la funzione (classe  $C^2$ ) di affaticamento (costo dell'impegno):

$$F(i): [0, \infty) \rightarrow [0, \infty) \quad (4)$$

Consideriamo le proprietà fondamentali di tale funzione e ne forniamo l'interpretazione economica:

(4.a)	$F(0) = 0$	Se non si studia non si fa alcuna fatica
(4.b)	$\frac{\partial F(i)}{\partial i} = F'(i) > 0$	Il costo dell'impegno è crescente nel livello di impegno: più si studia e più aumenta la fatica
(4.c)	$\lim_{i \rightarrow \infty} F(i) = \infty$	Per valori infiniti di impegno la fatica sostenuta tende a infinito
(4.d)	$\frac{\partial^2 F(i)}{\partial i^2} = F''(i) > 0$	Il costo marginale dell'impegno è crescente nel livello di impegno: più si ha studiato e più un incremento dello studio sarà faticoso
(4.e)	$\lim_{i \rightarrow 0} F'(i) = 0$	Per livelli infinitesimali di impegno, un suo iniziale incremento tenderà a non essere faticoso
(4.f)	$\lim_{i \rightarrow \infty} F'(i) = \infty$	Per valori infiniti di impegno, un suo ulteriore incremento tenderà ad essere enormemente faticoso

La convessità di questa funzione è un'assunzione standard, frequentemente utilizzata nella letteratura economica per le funzioni che descrivono sforzi fisici o mentali: è la proprietà matematica più adeguata a rappresentare l'effetto di logoramento che rende certe attività gradualmente più faticose tanto più le si pratica. In altre parole, l' $n$ -esima ora di studio sarà sicuramente più impegnativa delle precedenti, sia per la ridotta concentrazione dello studente che per la maggiore difficoltà degli argomenti più avanzati.

Definiamo infine la funzione di costo morale della disonestà (classe  $C^2$ ):

$$M(d): [0, \infty) \rightarrow [0, \infty) \quad (5)$$

Consideriamo le proprietà fondamentali di tale funzione e ne forniamo l'interpretazione economica:

(5.a)	$M(0) = 0$	Se non si copia non si ha alcun costo morale
(5.b)	$\frac{\partial M(d)}{\partial d} = M'(d) > 0$	Il costo della disonestà è crescente nel livello di disonestà: più si copia e maggiore sarà il costo morale
(5.c)	$\lim_{d \rightarrow \infty} M(d) = \infty$	Per valori infiniti di disonestà il costo morale tende a infinito
(5.d)	$\frac{\partial^2 M(d)}{\partial d^2} = M''(d) < 0$	Il costo marginale della disonestà è decrescente nel livello di disonestà: più si ha copiato e meno un incremento della copiatura sarà costoso
(5.e)	$\lim_{d \rightarrow 0} M'(d) \in \mathbb{R}^+$	Per valori infinitesimali di disonestà, un suo iniziale incremento tenderà ad avere un costo elevato ma non infinito
(5.f)	$\lim_{d \rightarrow \infty} M'(d) = 0$	Per valori infiniti di disonestà, un suo ulteriore incremento tenderà ad avere un costo nullo

La concavità di questa funzione è un'assunzione originale, e non trova riscontri comuni nella letteratura economica; possiamo tuttavia giustificare tale ipotesi prendendo in considerazione alcuni studi di neuroscienze. Garrett, Lazzaro, Ariely e Sharot (2016) descrivono un esperimento in cui i partecipanti sono chiamati a ripetere più volte un gioco nel quale una serie di incentivi (di tipo sia egoistico che altruistico) spinge parte di essi ad adottare un comportamento disonesto. Osservando le zone dell'amigdala relative alle emozioni negative si nota che, tra i partecipanti disonesti motivati da scopi egoistici, l'attività cerebrale per unità di disonestà decresce tanto più il gioco viene ripetuto. Ciò suggerisce che le emozioni negative legate ai comportamenti disonesti (senso di colpa, ingiustizia percepita) diminuiscano tanto più quei comportamenti vengono ripetuti: in termini economici il costo marginale della disonestà è decrescente nel livello di disonestà, e la funzione di costo morale è dunque concava. L'ipotesi (5.e) ci assicura che, per valori  $d$  sufficientemente bassi, il costo marginale della disonestà sia inferiore al suo beneficio marginale ( $V'_d(i, d)$ ), e ogni studente abbia effettivamente un

incentivo a copiare; nella realtà esistono chiaramente alcuni studenti per cui quest'ipotesi non vale, ma tali studenti saranno sicuramente onesti e non interessano quindi il nostro modello .

Possiamo unire i tre elementi discussi finora in un'unica funzione che descrive l'utilità degli studenti:

$$U_{stu}(i, d) = V(i, d) - F(i) - M(d) \quad (6)$$

La funzione di utilità è ancora incompleta, e massimizzarla in questo stato ci porta alla soluzione che gli studenti sceglierebbero in assenza di punizioni o sorveglianza. È inoltre chiaro che, nei limiti delle assunzioni sopra discusse, ogni studente ha una funzione  $V$ ,  $F$ ,  $M$  diversa, e sceglie quindi una soluzione differente rispetto a quella di ciascun altro. Per massimizzare la funzione di utilità cominciamo dal prendere in considerazione le condizioni di primo ordine:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_{stu}(i, d)}{\partial i} = U'_i(i, d) = V'_i(i, d) - F'(i) = 0 & (7. a) \\ \frac{\partial U_{stu}(i, d)}{\partial d} = U'_d(i, d) = V'_d(i, d) - M'(d) = 0 & (7. b) \end{cases}$$

Scriviamo poi le condizioni di secondo ordine necessarie affinché una soluzione a questo sistema sia un punto di massimo:

$$\det(V''_i(i, d) - F''(i)) < 0 \quad \det \begin{pmatrix} V''_i(i, d) - F''(i) & V''_{i,d}(i, d) \\ V''_{i,d}(i, d) & V''_d(i, d) - M''(d) \end{pmatrix} > 0$$

Dal momento che  $V''_i(i, d) - F''(i)$  è sempre negativo per (3.f),(4.d), la prima condizione è verificata in ogni caso. Nessuno dei punti stazionari della funzione di utilità sarà quindi un punto di minimo. Dalla seconda condizione possiamo concludere che un punto stazionario è un punto di massimo solo se soddisfa la seguente disuguaglianza; altrimenti sarà un punto di sella:

$$[V''_i(i, d) - F''(i)] \times [V''_d(i, d) - M''(d)] - [V''_{i,d}(i, d)]^2 > 0$$

$$V''_d(i, d) - M''(d) < \frac{[V''_{i,d}(i, d)]^2}{V''_i(i, d) - F''(i)} \quad (8)$$

Per semplicità assumiamo infine che, tra i punti di massimo, vi sia un unico punto di massimo globale, che sarà l'equilibrio scelto dagli studenti.

Per chiarezza visualizziamo graficamente il sistema di condizioni (7.a),(7.b):

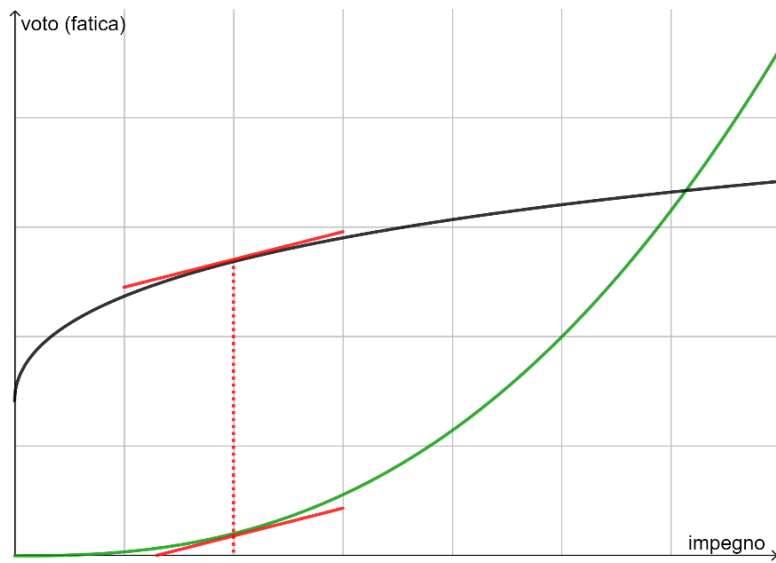


Figura 2:  $i^*$  è il punto che massimizza la differenza tra  $V(i, d^*)$  e  $F(i)$

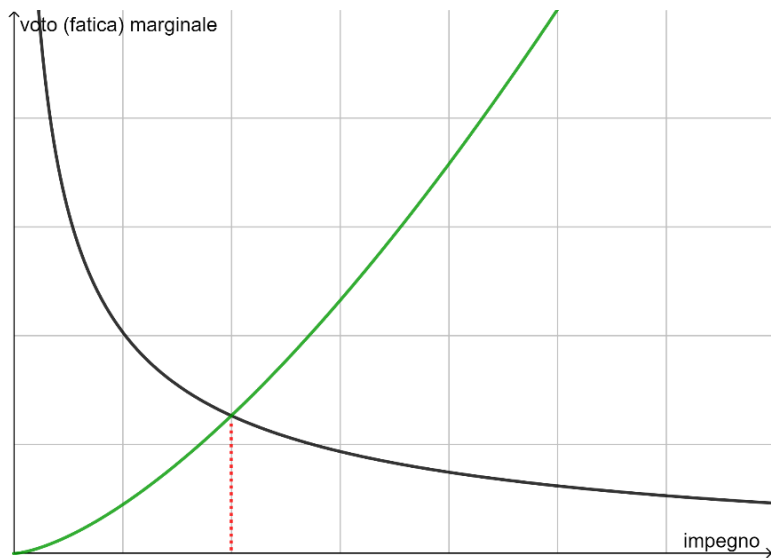


Figura 3:  $i^*$  è il punto di intersezione tra  $V'_i(i, d^*)$  e  $F'(i)$

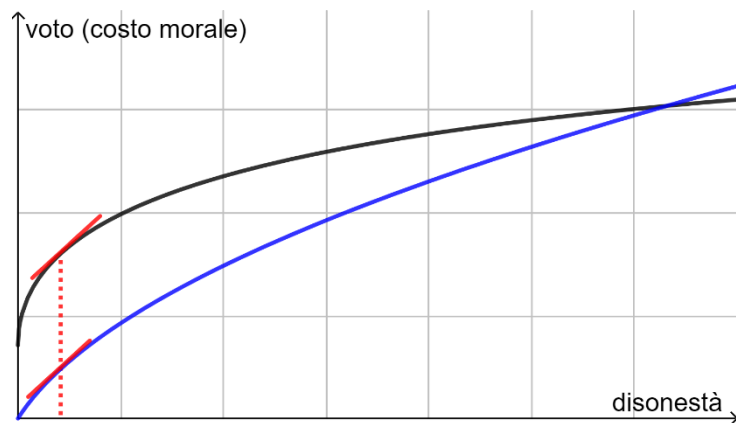


Figura 4:  $d^*$  è il punto che massimizza la differenza tra  $V(i^*, d)$  e  $M(d)$

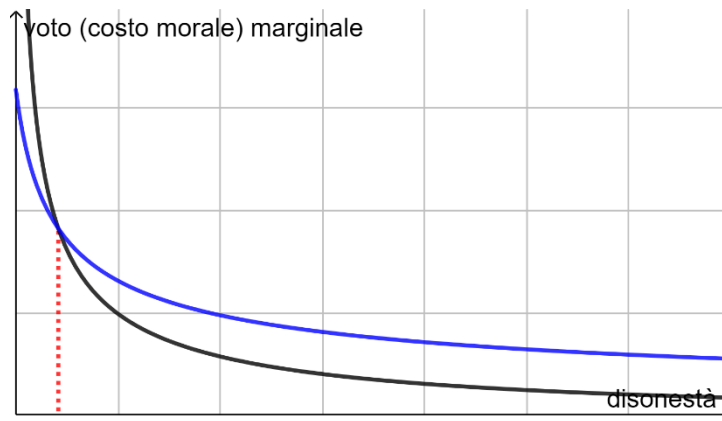


Figura 5:  $d^*$  è il punto di intersezione tra  $V'_d(i^*, d)$  e  $M'(d)$

Possiamo completare il modello introducendo l'effetto della sorveglianza attesa ( $\pi_e$ ), della punizione attesa ( $\sigma_e$ ) e della sufficienza ( $\bar{S}$ ). Osserviamo che gli studenti hanno due opzioni tra cui scegliere:

1]  $(i^*, d^*)$  che massimizza l'utilità attesa in caso di comportamento disonesto ( $d^* > 0$ ):

$$U_{stu(d^*>0)} = (1 - \pi_e)V(i, d) - \bar{S} - F(i) - M(d) - \pi_e\sigma_e \quad (9)$$

In caso uno studente disonesto venga sorvegliato, il suo voto viene azzerato e gli si dà una punizione;  $\bar{S}$  ha l'effetto di rendere indubbiamente negativa l'utilità ottenuta qualora il voto raggiunto non superi tale soglia.

2]  $(i^{\sim}, 0)$  che massimizza l'utilità certa ottenuta in caso di comportamento onesto ( $d^{\sim} = 0$ ):

$$U_{stu(d^{\sim}=0)} = V(i, 0) - \bar{S} - F(i) \quad (10)$$

Se lo studente sceglie  $d^{\sim} = 0$  (comportamento onesto), la funzione di utilità perde la componente casuale: anche sotto sorveglianza, il voto non verrà mai azzerato e non sarà ricevuta alcuna punizione.

Ciascuno studente considera le due opzioni e sceglie quella che si traduce nel maggior livello di utilità.

### 3.3 - PRIMA MOSSA (insegnante)

Analizziamo infine la prima mossa, con cui l'insegnante cerca di influenzare la scelta degli studenti. Partiamo dal discutere in che modo egli possa modificare l'equilibrio ottimo scelto dai disonesti  $(i^*, d^*)$ . Riscriviamo le condizioni di primo ordine a partire dalla (9), integrando così il ruolo della sorveglianza:

$$\begin{cases} (1 - \pi_e)V'_i(i, d) - F'(i) = 0 & (11. a) \quad [\text{Condizione } i = C_i] \\ (1 - \pi_e)V'_d(i, d) - M'(d) = 0 & (11. b) \quad [\text{Condizione } d = C_d] \end{cases}$$

La Condizione  $i$  può essere intesa come una curva di livello della funzione  $U'_i(i, d)$ , e la Condizione  $d$  come una curva di livello della funzione  $U'_d(i, d)$ . Usiamo il teorema della funzione implicita per ricavare e analizzare tali curve di livello, così da riuscire a rappresentarle accuratamente sul piano  $(i \times d)$ . Dimostriamo in questo modo (Appendice I) che  $C_i$  è una funzione strettamente decrescente in  $d$ , strettamente decrescente in  $F'$  e strettamente decrescente in  $\pi_e$ . Con strettamente decrescente in  $F'$  intendiamo che la curva si sposterà verso l'asse  $i$  qualora  $F$  subisca una trasformazione tale per cui  $F'_1(i) > F'_0(i) \forall i \in [0, \infty)$ . Possiamo inoltre verificare (Appendice II - Appendice III) che  $C_d$  si può approssimare come una funzione strettamente decrescente in  $i$ , strettamente decrescente in  $M'$  e strettamente decrescente in  $\pi_e$ . Con strettamente decrescente in  $M'$  intendiamo che la curva si sposterà verso l'asse  $d$  qualora  $M$  subisca una trasformazione tale per cui  $M'_1(d) > M'_0(d) \forall d \in [0, \infty)$ . Le due curve si possono rappresentare sul piano in questo modo:

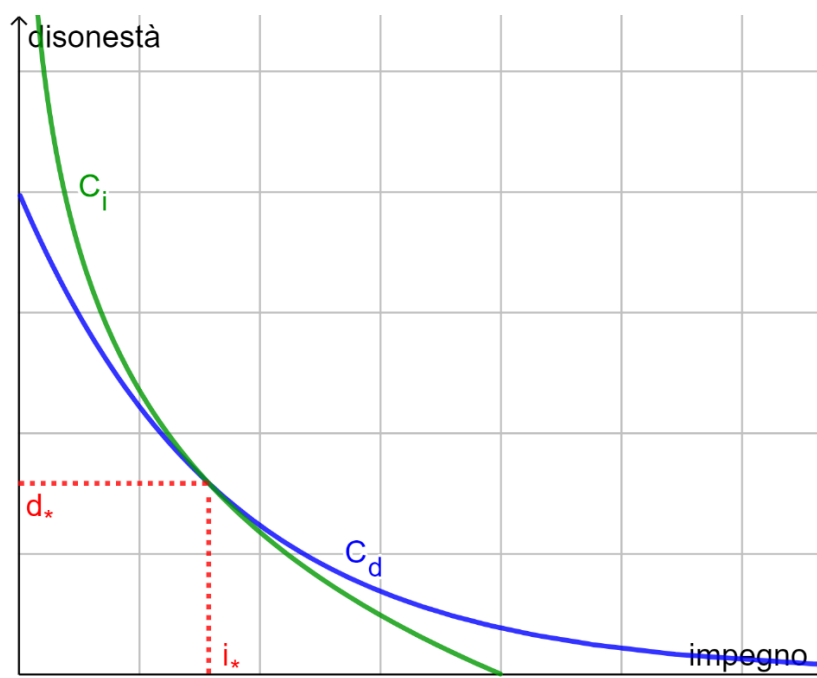


Figura 6: la scelta ottimale  $(i^*, d^*)$  è individuata dall'intersezione tra Condizione  $i$  e Condizione  $d$

Si noti come, al crescere di  $M'$  (secondo una trasformazione analoga a quella sopra descritta),  $C_d$  trasla verso sinistra e l'equilibrio si sposta lungo  $C_i$ , stabilizzandosi su valori superiori di impegno e inferiori di disonestà. Allo stesso modo osserviamo come, al diminuire di  $F'$  (secondo una trasformazione opposta a quella sopra descritta),  $C_i$  trasla verso l'alto e l'equilibrio si sposta lungo  $C_d$ , stabilizzandosi su valori superiori di impegno e inferiori di disonestà.

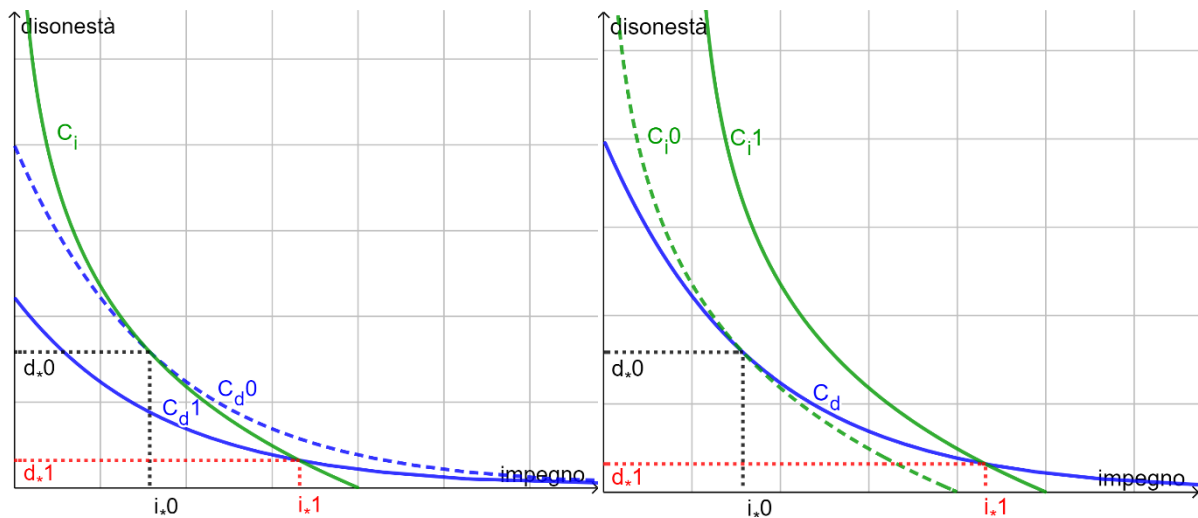


Figura 7: rappresentazione grafica degli effetti sopra descritti: a sinistra un aumento di  $M'$  e a destra una riduzione di  $F'$

Se trasformazioni simili venissero applicate a  $V$  oppure a  $\pi_e$ , entrambe le curve si muoverebbero allo stesso tempo, e l'effetto finale sull'equilibrio non risulterebbe altrettanto chiaro. Possiamo concludere che, se il docente riesce ad aumentare il costo marginale della disonestà o a diminuire il costo marginale dell'impegno (in modo omogeneo, che valga per ogni livello di disonestà e impegno), gli studenti disonesti sono incentivati a ridurre la disonestà e aumentare lo studio.

Passiamo ora a discutere come l'insegnante possa influenzare la scelta finale compiuta dagli studenti tra  $(i^*, d^*), (i^{\sim}, 0)$ . L'insegnante ha interesse ad evitare  $(i^*, d^*)$ , e punta dunque a soddisfare il seguente *incentive constraint*:

$$\mathbf{IC: } U_{stu(d^{\sim}=0)}(i^{\sim}, 0) - U_{stu(d^*>0)}(i^*, d^*) \geq 0 \quad (12)$$

Riscriviamo il vincolo in forma estesa:

$$\mathbf{IC: } V(i^{\sim}, 0) - F(i^{\sim}) - (1 - \pi_e)V(i^*, d^*) + F(i^*) + M(d^*) + \pi_e \sigma_e \geq 0 \quad (13)$$

Gli studenti per cui tale vincolo risulta soddisfatto saranno sicuramente onesti; facilitare la soddisfazione di IC equivale quindi a ridurre la percentuale di disonesti. Ricordiamo infine che,

a differenza degli studenti, l'insegnante conosce la percentuale effettiva di sorvegliati ( $\pi^* = s^* / n$ , ottenuta massimizzando (1)) e il livello effettivo di punizione ( $\sigma$ ). Definiamo quindi:

$$\pi_e = (\pi^*)^{\bar{e}} \quad (14) \quad \sigma_e = \frac{\sigma}{\bar{e}} \quad (15)$$

con  $\bar{e}, \tilde{e} \in (0, \infty)$  coefficienti di credibilità tali per cui il valore reale viene sopravvalutato se  $\bar{e}, \tilde{e} < 1$ , sottovalutato se  $\bar{e}, \tilde{e} > 1$  e perfettamente identificato se  $\bar{e}, \tilde{e} = 1$ . Per le ragioni discusse al paragrafo 2.2, V° Metodo, sappiamo che nel tempo  $\bar{e}, \tilde{e} \rightarrow 1$

Le seguenti trasformazioni favoriscono la soddisfazione di IC:

1) Aumento di  $\sigma_e$ : dato che nel tempo  $\tilde{e} \rightarrow 1$ , le minacce non mantenute hanno effetto solo nel breve periodo. Al contrario, un incremento della punizione effettiva ha conseguenze immediate solo se non viene sottovalutato, ma il suo effetto emergerà in ogni caso nel lungo periodo, e sarà permanente.

2) Aumento di  $\pi_e$ : studiando la terza mossa, abbiamo vincolato la percentuale ottimale di studenti sorvegliati ( $\pi^*$ ) all'assunzione che  $p_e$  (percentuale attesa di studenti disonesti) fosse costante. Ora notiamo però che un incremento di  $\pi^*$ , se risulta credibile, può diminuire  $p$  (percentuale effettiva di studenti disonesti) e dunque  $p_e$ ; possiamo quindi riscrivere l'utilità del docente come:

$$U_{ins} = U(1 - p_e(\pi) \uparrow; \pi \uparrow; \phi(s) \downarrow) \quad (16)$$

in cui  $p_e$  è ora espressa come una funzione decrescente di  $\pi$ . Aumentare la sorveglianza avrà quindi un effetto positivo sull'utilità attraverso sia il secondo che il primo termine; rispetto alla (1) il beneficio marginale complessivo sarà maggiore, e l'equilibrio si sposterà dunque verso livelli di  $\pi^*$  più elevati.

3) Aumento di  $M'$  o riduzione di  $F'$ : per confrontare in modo efficace  $U_{stu(d^*=0)}(i^*, 0)$  e  $U_{stu(d^*>0)}(i^*, d^*)$ , in modo da capire se e quando IC venga soddisfatto, è utile osservare il valore di  $U_{stu(d^*>0)}(i^*, d^*)$  quando  $d^* \rightarrow 0$ : in questo modo la componente  $d$  dei punti che massimizzano le due funzioni tende ad essere uguale, e il confronto risulta più immediato. Siamo quindi interessati a capire in quali situazioni  $d^*$  possa avvicinarsi a 0. Come illustrato nella figura 7, all'aumentare di  $M'$  o al diminuire di  $F'$  l'equilibrio scelto dai disonesti si sposta in modo tale da aumentare  $i^*$  e diminuire  $d^*$ . Visto il comportamento asintotico di  $\mathcal{C}_d$  sappiamo che, per trasformazioni di  $M$  e  $F$  sufficientemente ampie, la coordinata  $d$  del punto di intersezione tra  $\mathcal{C}_i$  e  $\mathcal{C}_d$  tenderà a 0. L'equilibrio ottimale si potrà quindi approssimare come l'intersezione tra la Condizione  $i$  (11.a) e l'asse  $i$ .



sapendo che  $d^* \rightarrow 0$ ,  $(i^*, d^*) : \begin{cases} (1 - \pi_e)V'_i(i, d) - F'(i) = 0 & (11.a) \\ d \rightarrow 0 & \text{(approssima l'asse } i) \end{cases}$

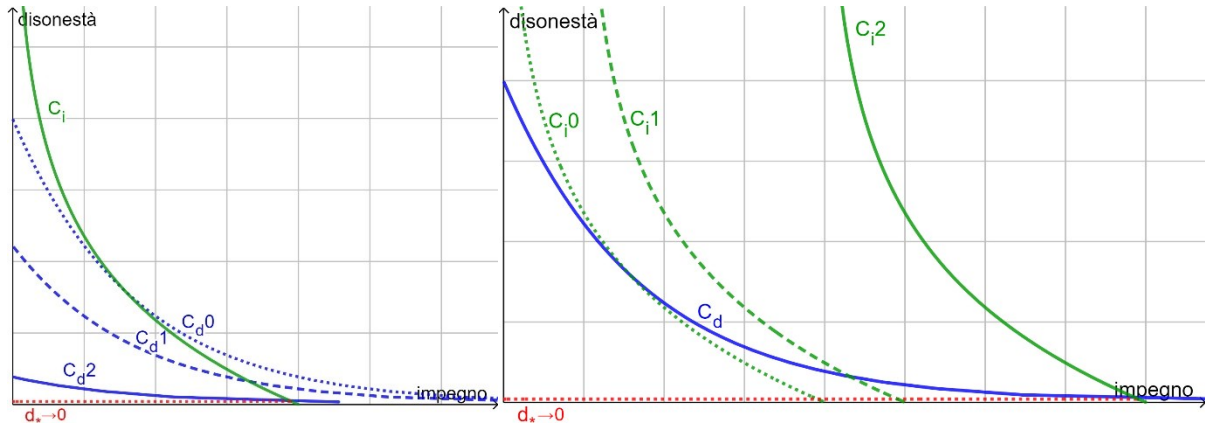


Figura 8: rappresentazione grafica dell'intuizione sopra descritta: a sinistra un aumento di  $M'$  e a destra una riduzione di  $F'$ . Confrontiamo l'equilibrio ottimale così ottenuto con l'equilibrio ottimale  $(i^{\sim}, 0)$ , che massimizza  $U_{stu}(d^{\sim}=0)$ . In questo caso  $d^{\sim} = 0$  per definizione e la componente casuale si annulla, perciò tale equilibrio può essere rappresentato come l'intersezione tra la Condizione  $i$  con  $\pi_e = 0$  (7.a) e l'asse  $i$ .

$$(i^{\sim}, 0) : V'_i(i, 0) - F'(i) = 0 : \begin{cases} V'_i(i, d) - F'(i) = 0 & (7.a) \\ d = 0 & \text{(asse } i) \end{cases}$$

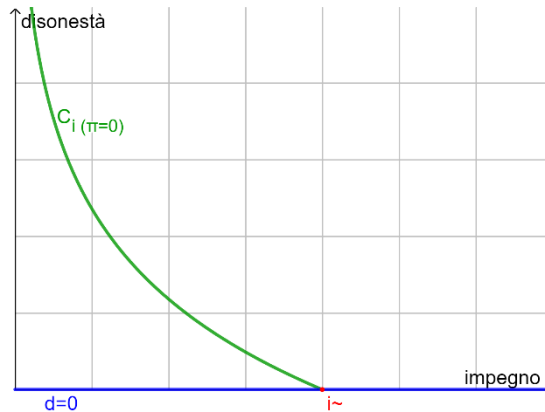


Figura 9: rappresentazione grafica della condizione di equilibrio per  $U_{stu}(d^{\sim}=0)$

Accostiamo ora entrambe le soluzioni sullo stesso grafico. L'unica differenza tra (7.a) e (11.a) è che in quest'ultima  $\pi_e > 0$ ; dal momento che la Condizione  $i$  è strettamente decrescente in  $\pi_e$ , possiamo rappresentare (11.a) come inferiore (più vicina punto per punto all'asse  $i$ ) rispetto a (7.a).

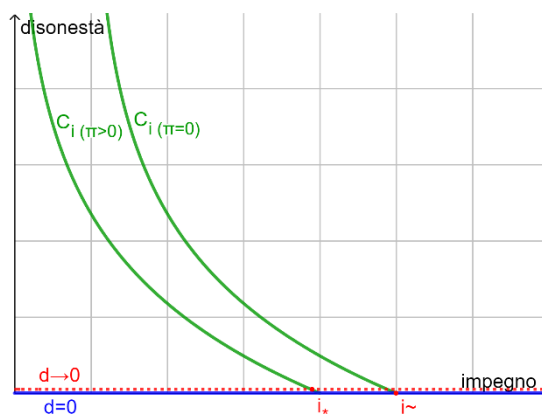


Figura 10: quando  $d^* \rightarrow 0$ ,  $i^* < i\sim$

Possiamo quindi concludere che, quando  $M'$  aumenta o  $F'$  diminuisce in modo tale da spingere  $d^*$  verso 0, gli equilibri ottimali  $(i^*, d^*), (i\sim, 0)$  saranno caratterizzati da una componente  $d$  approssimativamente uguale ( $= 0$ ), e da una componente  $i$  tale per cui  $i^* < i\sim$ .

Se sostituiamo tali punti di equilibrio in IC otteniamo:

$$\mathbf{IC: } V(i\sim, 0) - F(i\sim) - (1 - \pi_e)V(i^*, d^* \rightarrow 0) + F(i^*) + M(d^* \rightarrow 0) + \pi_e\sigma_e \geq 0 \quad (17)$$

Che si può approssimare come:

$$\mathbf{IC: } V(i\sim, 0) - F(i\sim) - (1 - \pi_e)V(i^*, 0) + F(i^*) + \pi_e\sigma_e \geq 0 \quad (18)$$

Se  $i\sim$  fosse uguale a  $i^*$ , IC si ridurrebbe a  $\pi_e V(i^*, 0) + \pi_e\sigma_e \geq 0$ , che è necessariamente vera. Dal momento che gli studenti scelgono  $i\sim > i^*$  per massimizzare  $U_{stu(d^*=0)}$ , dev'essere vera anche la disuguaglianza  $U_{stu(d^*=0)}(i\sim, 0) > U_{stu(d^*=0)}(i^*, 0)$ , ovvero  $V(i\sim, 0) - F(i\sim) > V(i^*, 0) - F(i^*)$ ; dato che  $V(i^*, 0) - F(i^*)$  soddisfa necessariamente il vincolo IC,  $V(i\sim, 0) - F(i\sim)$  lo soddisferà ancor più abbondantemente. Abbiamo così dimostrato che, se  $M'$  aumenta (o  $F'$  diminuisce) al punto tale per cui, per un certo studente,  $d^* \rightarrow 0$ , per quel dato studente IC sarà necessariamente verificato. Il vincolo viene per giunta soddisfatto in modo sovrabbondante, e non stringente (relazione di disuguaglianza e non uguaglianza stretta): possiamo dedurre che esistano quindi delle trasformazioni di  $M$  e  $F$  meno ampie (non portano necessariamente  $d^*$  a 0) tali da soddisfare comunque IC. Visto che trasformazioni di portata eccessivamente ampia sono chiaramente inverosimili, nella realtà sarà impossibile soddisfare IC per tutti gli studenti (a seconda delle loro particolari funzioni di partenza i requisiti saranno diversi): incrementi nel costo marginale della disonestà e riduzioni nel costo marginale dell'impegno diminuiranno quindi la percentuale di studenti disonesti senza azzerarla, ma riducendo la disonestà (e aumentando l'impegno) di coloro che continueranno a copiare.

#### 4 - CONCLUSIONI

Il modello ci ha dunque suggerito come ridurre la disonestà e aumentare l'impegno tra gli studenti disonesti, e come ridurre la percentuale di questi ultimi. Confrontiamo gli strumenti derivanti dal modello con i metodi preventivi proposti dalla letteratura empirica e descritti al paragrafo 2.2.

[I° Metodo]: istituzione di un codice d'onore

Può essere intesa come un aumento del costo morale tale per cui  $M'_1(d) > M'_0(d) \forall d \in [0, \infty)$ . Il modello verifica che tale trasformazione non solo riduce la disonestà e aumenta l'impegno di tutti gli studenti disonesti, ma riduce la loro percentuale aiutando a soddisfare IC.

[II° Metodo]: disponibilità verso gli studenti e progettazione chiara e coinvolgente delle lezioni

Può essere intesa come una riduzione del costo dell'impegno tale per cui  $F'_1(i) < F'_0(i) \forall i \in [0, \infty)$ . Il modello verifica che tale trasformazione non solo riduce la disonestà e aumenta l'impegno di tutti gli studenti disonesti, ma riduce la loro percentuale aiutando a soddisfare IC.

[III° Metodo]: progettazione corretta e coerente degli esami

Può essere intesa come una variazione nel beneficio marginale di impegno e disonestà, ossia una trasformazione di  $V$ . Abbiamo osservato che, al variare di  $V$ , è ambiguo l'effetto sia sulle preferenze dei disonesti che sulla loro percentuale. Tale risultato non ci sorprende: difficoltà e correttezza sono fattori molto soggettivi, la cui percezione cambia ampiamente da persona a persona. All'aumentare della difficoltà di un esame, anche trattandosi di quella percepita come "corretta", uno studente con una funzione di affaticamento particolarmente alta potrebbe decidere di iniziare a copiare piuttosto che aumentare lo studio. Le ricerche empiriche dimostrano però che, se ben implementato, questo metodo può contribuire alla prevalenza dell'onestà: è dunque consigliato muoversi con cautela, implementando cambiamenti non troppo repentini e considerando se possibile il feedback degli studenti.

[IV° Metodo]: comunicazione chiara e credibile di regolamenti e ripercussioni

Può essere intesa come un aumento della punizione attesa  $\sigma_e$ : il modello verifica che tale trasformazione non ha effetto sui livelli di impegno e disonestà adottati dai disonesti, ma riduce in modo chiaro la loro percentuale.

[V° Metodo]: comunicazione chiara e credibile di integrità e intenzioni dei docenti

Può essere intesa come un aumento della sorveglianza attesa  $\pi_e$ : il modello verifica che tale trasformazione ha un effetto ambiguo sui livelli di impegno e disonestà adottati dai disonesti, ma riduce in modo chiaro la loro percentuale.

Tra questi metodi, gli ultimi due sono di più rigida implementazione: aumentare  $\sigma_e$  non è semplice, perché l'effetto delle aspettative si riduce nel tempo e il livello effettivo non può (fortunatamente) superare una certa ragionevole soglia. Aumentare  $\pi_e$  non è semplice perché l'effetto delle aspettative si riduce nel tempo, e aumentando eccessivamente il livello effettivo il suo costo marginale arriverà a superare i benefici marginali; come osservato al paragrafo 3.1, tale costo cresce sensibilmente durante gli esami online, limitando ancor più la possibilità di aumentare  $\pi^*$  senza diminuire l'utilità complessiva. Il docente deve comunque tener conto di questi fattori e accertarsi che non vengano sottovalutati dagli studenti, implementandoli nella terza mossa in modo consistente col livello promesso nella prima.

Per compensare le limitazioni dei metodi reattivi, tanto più accentuate durante gli esami a distanza, il docente può quindi ricorrere alle strategie preventive descritte dai primi due metodi. Alterare la difficoltà e la correttezza dell'esame ha invece degli effetti meno prevedibili: sarà dunque maggiormente efficace ai livelli pre-universitari, in cui gli insegnanti riescono a conoscere sempre meglio i propri studenti e arrivano a capire in modo più attendibile come influenzare le loro funzioni di utilità.

Un'idea per approfondire ulteriormente il modello riguarda proprio la situazione pre-universitaria, in cui (come abbiamo descritto al paragrafo 3.1) gli studenti sorvegliati vengono scelti in base al sospetto e non al caso, e si può dunque riformulare il problema su più intervalli temporali, esprimendo  $\pi_{e(t)}$  come una funzione di  $d^*_{(t-1)}$ .

Le nostre conclusioni corroborano i risultati derivanti dagli studi empirici, attestandone la coerenza con la teoria economica e offrendo uno sguardo più dettagliato ad alcuni effetti non banali del fenomeno. Il modello da noi proposto può infine essere usato come scheletro per la formulazione di problemi più specifici, con dati concreti e famiglie di funzioni più circoscritte, che meglio possono rappresentare casi particolari e altre sfumature.

## **BIBLIOGRAFIA**

BECKER G.S., 1968. Crime and Punishment: an Economic Approach. *The Economic Dimensions of Crime*, 13-68.

BILEN E., MATROS A., 2020. Online cheating amid COVID-19. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 182, 196-211.

BOWERS W.J., 1964. *Student Dishonesty and Its Control in College*.

FASK A., ENGLANDER F., WANG Z., 2014. Do Online Exams Facilitate Cheating? An Experiment Designed to Separate Possible Cheating from the Effect of the Online Test Taking Environment. *Journal of Academic Ethics*, 12.2, 101-112.

GARRETT N., LAZZARO S.C., ARIELY D., SHAROT T., 2016. The brain adapts to dishonesty. *Nature Neuroscience*, 19.12, 17-27.

GENEREUX R.L., MCLEOD B.A., 1995. Circumstances surrounding cheating: A questionnaire study of college students. *Research in Higher Education*, 36.6, 687-704.

GRIEBELER M.C., 2019. "But everybody's doing it!": a model of peer effects on student cheating. *Theory and Decision*, 86.2, 259-281.

KARIM M.N., KAMINSKY S.E., BEHREND T.S., 2014. Cheating, Reactions, and Performance in Remotely Proctored Testing: An Exploratory Experimental Study. *Journal of Business and Psychology*, 29.4, 555-572.

MCCABE D.L., TREVINO L.K., 1993. Academic dishonesty: Honor codes and other contextual influences. *The Journal of Higher Education*, 64.5, 522-538.

MCCABE D.L., TREVINO L.K., 1997. Individual and contextual influences on academic dishonesty: A multicampus investigation. *Research in Higher Education*, 38.3, 379-396.

## APPENDICI

### APPENDICE I: analisi della Condizione $i$

$$U'_i(i, d) = (1 - \pi_e)V'_i(i, d) - F'(i) = 0 \quad [\text{Condizione } i = \mathcal{C}_i]$$

Possiamo esprimere tale curva di livello come una funzione del tipo:

$$d = g(i)$$

Per il teorema della funzione implicita sappiamo che:

$$\frac{\partial g(i)}{\partial i} = - \frac{\frac{\partial U'_i(i, d)}{\partial i}}{\frac{\partial U'_i(i, d)}{\partial d}} = - \frac{(1 - \pi_e)V''_i(i, d) - F''(i)}{V''_{i,d}(i, d)}$$

Il denominatore è sempre negativo per (3.1); il numeratore è sempre negativo per (3.f),(4.d).

$$\frac{\partial g(i)}{\partial i} < 0 \quad \forall (i, d) \in [0, \infty) \times [0, \infty)$$

Possiamo concludere che  $d = g(i)$  è una funzione strettamente decrescente sul piano  $(i \times d)$ .

Approfondiamo l'analisi e proviamo a capire il rapporto tra questa funzione e le altre variabili.

Fissiamo  $i$  come parametro e imponiamo  $\pi_e \neq 1$ . La Condizione  $i$  si può riscrivere come:

$$V'_i(i^*, d) = \frac{F'(i^*)}{1 - \pi_e}$$

Per ogni dato valore del parametro  $i^*$ , il livello ottimale  $d^*$  sarà tale da soddisfare la seguente uguaglianza:

$$v(d) = \frac{F'(i^*)}{1 - \pi_e}$$

Dove  $v(d)$  è la funzione che si ottiene a partire da  $V'_i(i, d)$  se si interpreta  $i$  come una costante. Sappiamo quindi che le proprietà di  $V'_i(i, d)$  relative a  $d$  valgono anche per  $v(d)$ : in particolare,  $v(d)$  è strettamente decrescente (e quindi iniettiva). Possiamo ricavare  $d^*$  scrivendo:

$$d^* = v^{-1}\left(\frac{F'(i^*)}{1 - \pi_e}\right)$$

Sappiamo che la funzione inversa di una funzione iniettiva decrescente sarà decrescente a sua volta. Questo significa che, per ogni dato livello di  $i^*$ , il corrispondente valore  $d^*$  sarà

strettamente decrescente in  $F'(i^*)/(1 - \pi_e)$ , ovvero strettamente decrescente in  $F'(i^*)$  e strettamente decrescente in  $\pi_e$ . Possiamo concludere che, se  $F$  subisce una trasformazione tale per cui  $F'_1(i) > F'_0(i) \forall i \in [0, \infty)$ , ogni punto della funzione  $g(i)$  avrà una coordinata  $d$  inferiore: la funzione si sposterà quindi punto per punto verso l'asse  $i$ . Lo stesso si può dire per un aumento di  $\pi_e$ .

#### APPENDICE II: analisi della Condizione $d$

$$U'_d(i, d) = (1 - \pi_e)V'_d(i, d) - M'(i) = 0 \quad [\text{Condizione } d = C_d]$$

Possiamo esprimere tale curva di livello come una funzione del tipo:

$$i = h(d)$$

Per il teorema della funzione implicita sappiamo che:

$$\frac{\partial h(d)}{\partial d} = - \frac{\frac{\partial U'_d(i, d)}{\partial d}}{\frac{\partial U'_d(i, d)}{\partial i}} = - \frac{(1 - \pi_e)V''_d(i, d) - M''(d)}{V''_{i,d}(i, d)}$$

Il denominatore è sempre negativo per (3.m); il numeratore può essere sia positivo che negativo.

$$\frac{\partial h(d)}{\partial d} < 0 \quad \leftrightarrow \quad (1 - \pi_e)V''_d(i, d) - M''(d) < 0 \quad (\alpha)$$

Possiamo concludere che  $i = h(d)$  è una funzione strettamente decrescente sul piano  $(d \times i)$  solo nei punti in cui risulta soddisfatta tale disuguaglianza; altrove è una funzione strettamente crescente.

Se integriamo la (8) con gli effetti della sorveglianza osserviamo che un punto di massimo è tale se e solo se verifica la seguente disuguaglianza:

$$(1 - \pi_e)V''_d(i, d) - M''(d) < \frac{[V''_{i,d}(i, d)]^2}{(1 - \pi_e)V''_i(i, d) - F''(i)} \quad (\beta)$$

Dal momento che

$$\frac{[V''_{i,d}(i, d)]^2}{(1 - \pi_e)V''_i(i, d) - F''(i)} < 0$$

ogni punto che verifica  $(\beta)$  verifica anche  $(\alpha)$ . Possiamo concludere che tutti i punti di massimo (compreso il massimo globale, equilibrio del sistema) si troveranno su un tratto crescente della Condizione  $d$ .

Con un ragionamento analogo a quanto discusso nell'Appendice I, si può inoltre dimostrare che la curva  $h(d)$  si sposterà punto per punto verso l'asse  $d$  in seguito a un aumento di  $M'$  o  $\pi_e$ .

### APPENDICE III: rappresentazione grafica

Sappiamo che la Condizione  $i$  si può rappresentare sul piano  $(i \times d)$  come una funzione decrescente. Quando  $d \rightarrow \infty$  il beneficio marginale dell'impegno tende ad annullarsi (3.n), e il livello ottimale di impegno tenderà quindi a 0. Possiamo scrivere quest'intuizione come:

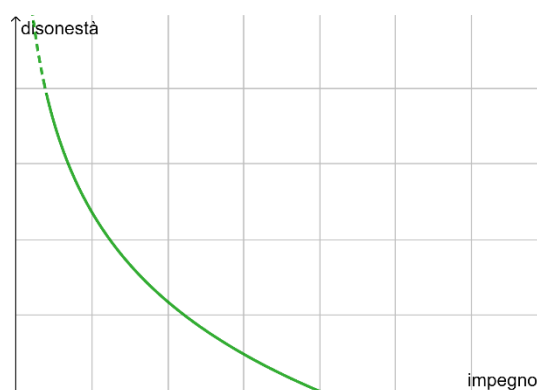
$$\lim_{i \rightarrow 0} g(i) = \infty$$

Quando  $d = 0$ :  $(1 - \pi_e)V'_i(i, 0) - F'(i) = 0$

Tale uguaglianza sarà soddisfatta da un valore finito di  $i$ . Possiamo concludere che:

$$\exists i \in \mathbb{R}^+ \mid g(i) = 0$$

La Condizione  $i$  ( $d = g(i)$ ) sarà quindi una funzione di questo tipo:



Sappiamo che la Condizione  $d$  si può rappresentare sul piano  $(d \times i)$  come una funzione a tratti crescente e a tratti decrescente. Quando  $i \rightarrow \infty$  il beneficio marginale della disonestà tende ad annullarsi (3.o), e il livello ottimale di disonestà tenderà quindi a 0. Possiamo scrivere quest'intuizione come:

$$\lim_{d \rightarrow 0} h(d) = \infty$$

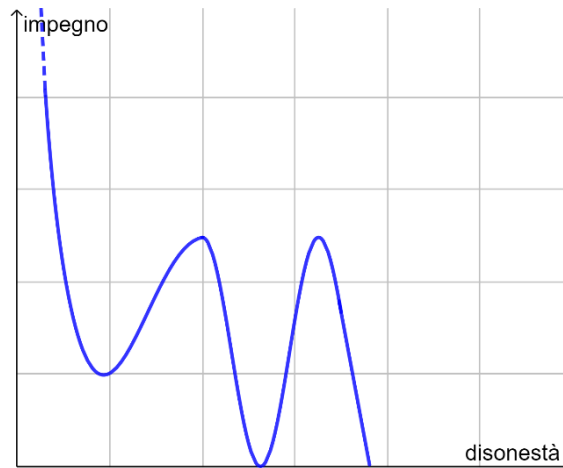


Quando  $i = 0$ : 
$$(1 - \pi_e)M'_i(0, d) - M'(d) = 0$$

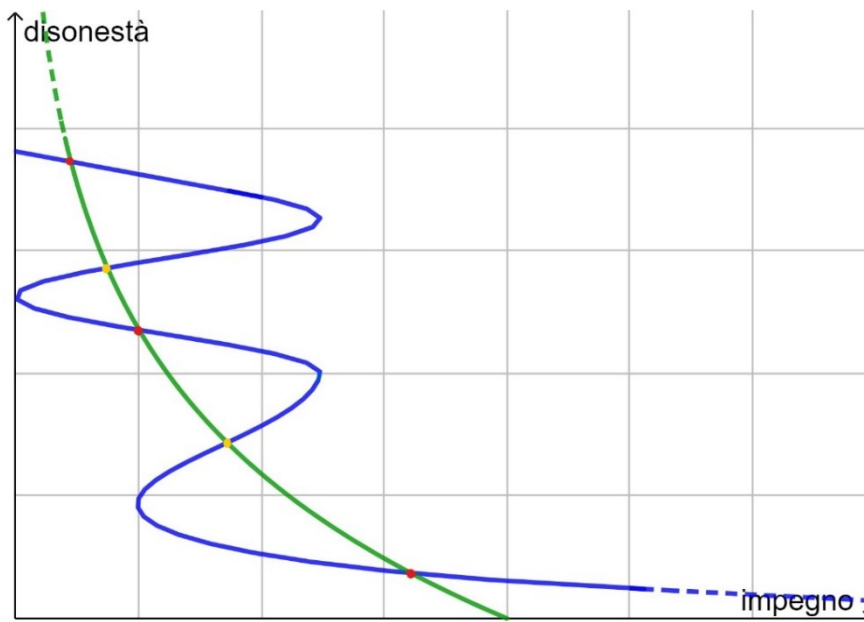
Tale uguaglianza sarà soddisfatta da uno o più valori finiti di  $d$ . Possiamo concludere che:

$$\exists d \in \mathbb{R}^+ \mid h(d) = 0$$

La condizione  $d(i = h(d))$  sarà quindi una funzione di questo tipo:

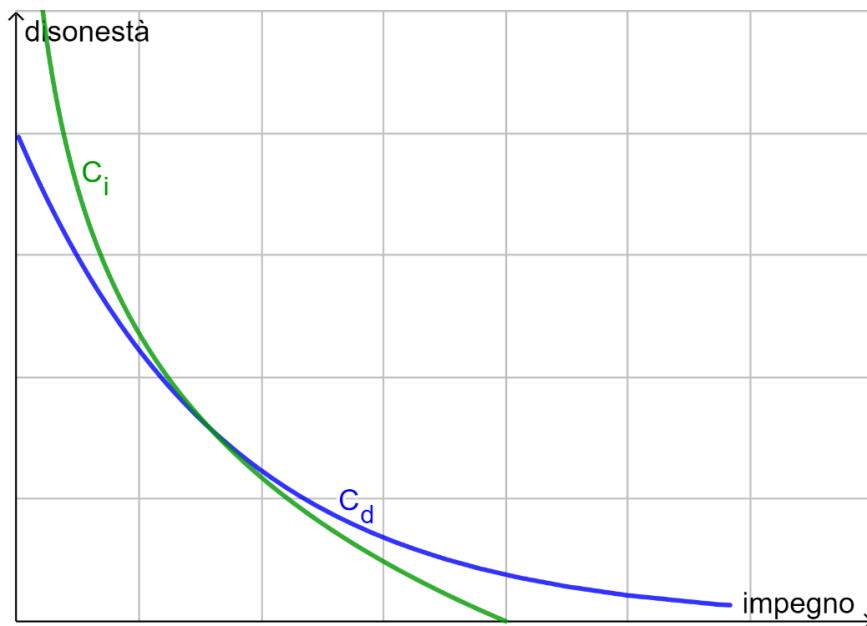


Rappresentando entrambe le funzioni su un unico piano ( $i \times d$ ), osserviamo che le intersezioni tra le due curve rappresentano i punti stazionari della funzione di utilità, che soddisfano entrambe le condizioni di primo ordine:



I punti evidenziati in giallo sono sicuramente punti di sella, dal momento che corrispondono a tratti in cui la Condizione  $d$  è crescente (rispetto al piano  $(d \times i)$ ). I punti di massimo (compreso il punto di massimo globale) sono tra quelli evidenziati in rosso, che corrispondono

a tratti in cui la Condizione  $d$  è decrescente; non tutti i punti evidenziati in rosso sono necessariamente punti di massimo. Possiamo semplificare il problema approssimando la Condizione  $d$  nel seguente modo:



Questa approssimazione ci aiuta a concentrare il nostro interesse sul punto di massimo globale, il cui comportamento non viene peraltro distorto: essendo situato sicuramente in tratti decrescenti della Condizione  $d$  (rispetto al piano  $(d \times i)$ ), eliminare i tratti crescenti non ha alcun effetto su di esso; mantenere un solo punto d'intersezione è coerente con la nostra assunzione che il massimo globale sia unico.