DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione

Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

Relazione per la prova finale
«Controllo della dinamica di un nanorobot per applicazioni biomediche »

Relatore: Prof. Maria Elena Valcher

Laureando: Samuel Chiribante
Matricola n.: 2111518

Padova, 22/07/2026

INTRODUZIONE

Nano [n] = 10^{-9}

↓

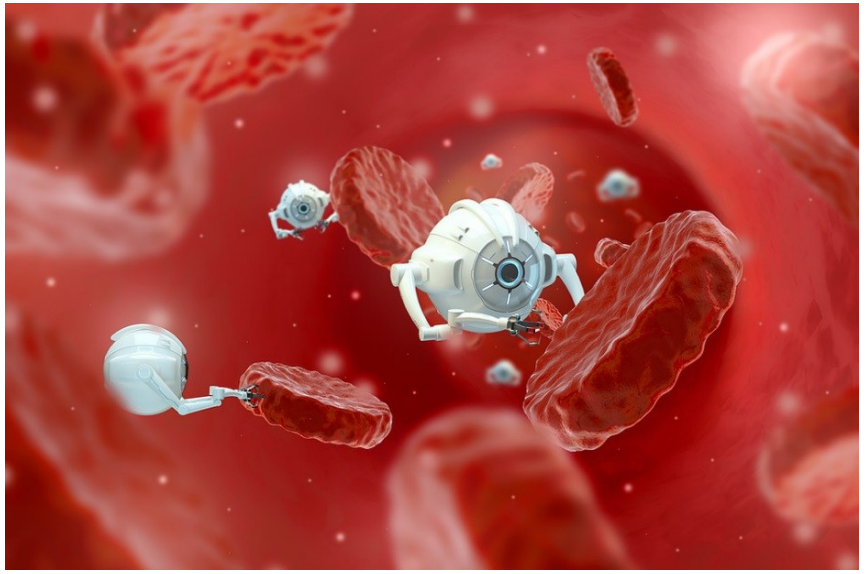
Nanotecnologia

↓

Nanomedicina

↓

Nanorobot



Rappresentazione ideale di nanorobot che navigano all'interno di un vaso sanguigno e interagisce con i globuli rossi.
[Fonte: https://roboticsbiz.com/applications-of-nanorobots-in-medicine/]

CENNI STORICI

1959
Richard Feynman: «*There's plenty of room at the bottom*».

1999
Robert Freitas: «*Nanomedicine*»

2004
Carlos Montemagno: primo prototipo di nanorobot.

OGGI
Lo sviluppo della nanomedicina è ancora lungo.

APPLICAZIONI DEI NANOROBOT

Biosensori

Diagnostica

Drug delivery

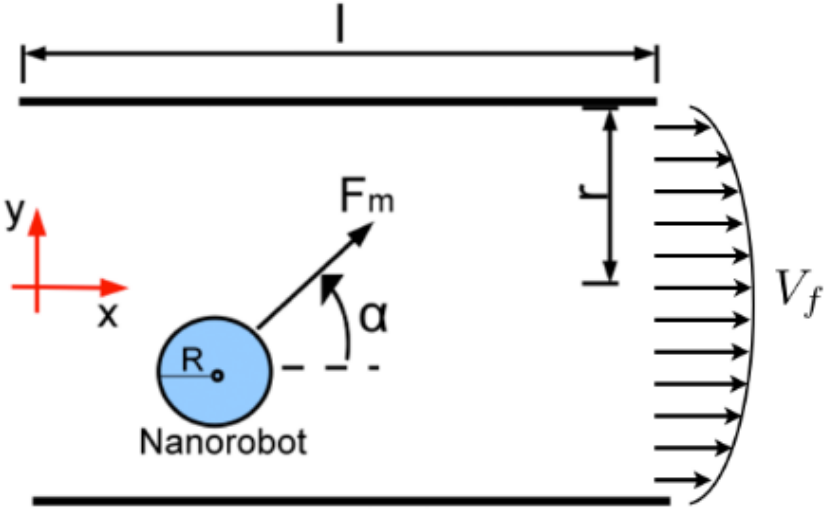
Chirurgia

MODELLO DI UN NANOROBOT

Il modello è descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -F_r(\dot{x} - v_f) + F_m \cos\alpha + f_d \\ m\ddot{y} = -F_r\dot{y} + F_m \sin\alpha \end{cases}$$

- $F_r = 6\pi\eta R$ forza resistente
- $v_f = \frac{\Delta P}{4\eta l}(r^2 - y^2)$ velocità del fluido
- ΔP differenza di pressione ai capi del condotto
- η viscosità del fluido
- F_m forza motrice
- f_d forza di disturbo
- Variabile di controllo: α



Rappresentazione del modello del nanorobot all'interno del condotto sanguigno di forma cilindrica.

Valori numerici: $\eta = 0.00116$ Pa·s; $R = 10^{-7}$m; $\Delta P = 0.5$ Pa;
$m = 5 \cdot 10^{-10}$ Kg; $l = 90 \cdot 10^{-6}$ m; $r = 50 \cdot 10^{-5}$ m; $F_m = 1.4 \cdot 10^{-12}$ N.

PUNTI DI EQUILIBRIO DEL SISTEMA

Ingresso $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ f_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \end{bmatrix}$ costante. Modello di stato $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$.

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_3 \\ \dot{x_2} = x_4 \\ \ddot{x_3} = -\frac{F_r}{m}(x_3 + v_f) + \frac{F_m}{m}\cos u_1 + u_2 \\ \ddot{x_4} = -\frac{F_r}{m}x_4 + \frac{F_m}{m}\sin u_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = x_3 \\ 0 = x_4 \\ 0 = -\frac{F_r}{m}(x_3 + v_f) + \frac{F_m}{m}\cos u_1 + u_2 \\ 0 = -\frac{F_r}{m}x_4 + \frac{F_m}{m}\sin u_1 \end{cases}$$

Due soluzioni per $\alpha = \pi$.

Coordinate dei punti di equilibrio:

$$\boldsymbol{x'_{eq}} = \left[\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}},\quad \sqrt{\boldsymbol{r^2} - \frac{\boldsymbol{2F_m l}}{\boldsymbol{3\pi R\Delta P}}},\quad \boldsymbol{0},\quad \boldsymbol{0}\right]$$

$$\boldsymbol{x''_{eq}} = \left[\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{1}},\quad -\sqrt{\boldsymbol{r^2} - \frac{\boldsymbol{2F_m l}}{\boldsymbol{3\pi R\Delta P}}},\quad \boldsymbol{0},\quad \boldsymbol{0}\right]$$

LINEARIZZAZIONE DEL SISTEMA

Modello non lineare $\begin{cases} \dot{x} = f(x,u) \\ y = g(x) \end{cases}$ → **Vogliamo un modello** $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$ → **Sviluppo in serie di Taylor** di $f(x,u)$ → **Costruzione delle matrici Jacobiane**

$$A = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x=x_{eq},u=\overline{u})}, B = \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{(x=x_{eq},u=\overline{u})}, C = \left.\frac{\partial g}{\partial x}\right|_{(x=x_{eq})}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{6\pi R\Delta P}{2ml} & -\frac{6\pi\eta R}{m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{6\pi\eta R}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathrm{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{F_m \sin\alpha}{m} & \frac{1}{m} \\ \frac{F_m \cos\alpha}{m} & 0 \end{bmatrix} = [B_1 \quad B_2], \quad C = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2+x_2^2}} & \frac{x_2}{\sqrt{x_1^2+x_2^2}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Il sistema linearizzato è quindi:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{Bu} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{B_1 u_1} + \boldsymbol{B_2 u_2} \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{Cx} \end{cases}$$

calcolato attorno al punto di equilibrio $\boldsymbol{x_{eq}} = [\mathbf{25 \cdot 10^{-6}}, \quad \mathbf{4.995 \cdot 10^{-4}}, \quad \mathbf{0}, \quad \mathbf{0}]$ e in corrispondenza dell'ingresso $\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$.

FUNZIONI DI TRASFERIMENTO DEL SISTEMA

Passiamo nel *dominio di Laplace*: $\begin{cases} \boldsymbol{sX(s) = AX(s) + BU(s)} \\ \boldsymbol{Y(s) = CX(s)} \end{cases}$

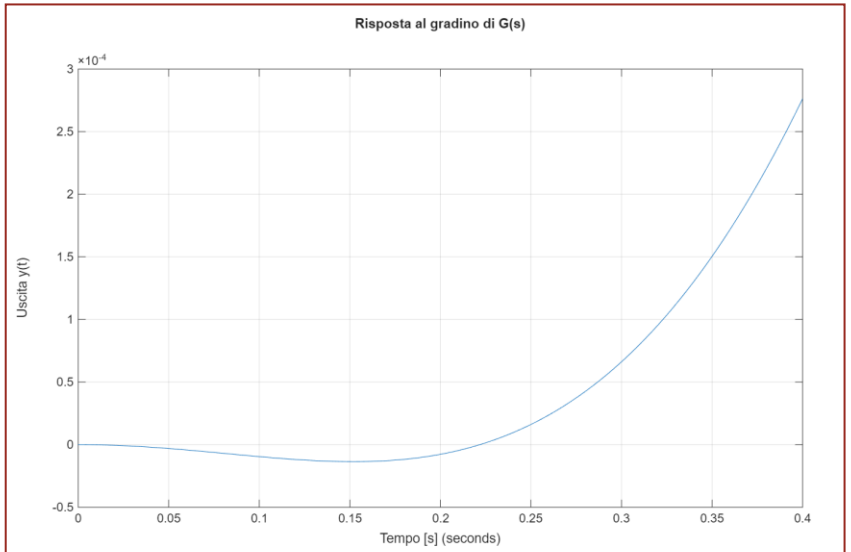
⇩

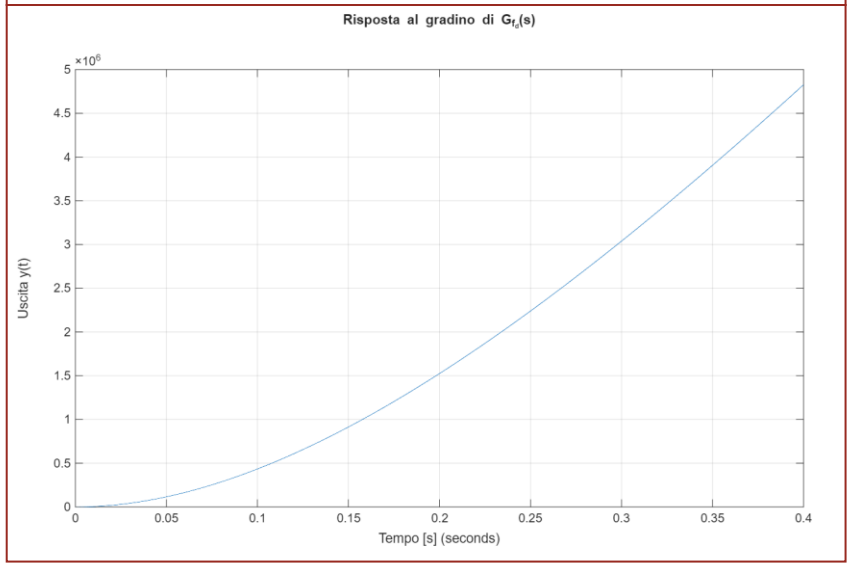
Da α a d: $\boldsymbol{G(s) = \frac{-0.0027965(s-14.14)(s+18.51)}{s^2(s+4.373)^2}}$

Sistema di quarto grado a *fase non minima*.

Da f_d a d: $\boldsymbol{G_{f_d}(s) = \frac{99981957}{s(s+4.373)}}$

Sistema di secondo grado con elevato guadagno di Evans $K_E \gg 1$.



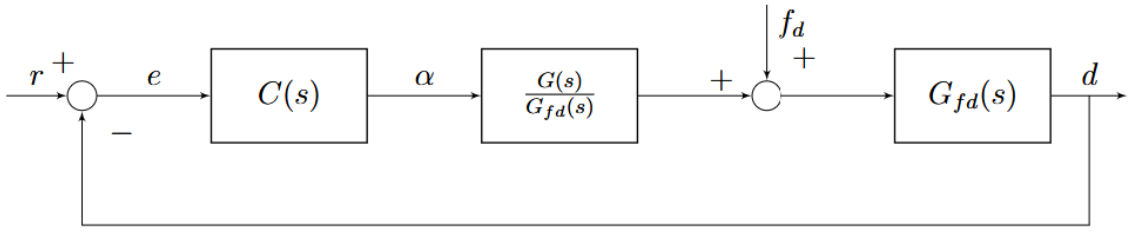


CONTROLLO IN RETROAZIONE DEL NANOROBOT

Vogliamo quindi ora progettare un controllore $C(s) = \frac{K_B[C(s)]}{s^\nu} C_1(s)$ che garantisca le seguenti specifiche:

Il sistema, partendo da dall'origine, deve portarsi a regime a un valore di riferimento $d = \overline{d}$	**Sistema di tipo 1 o superiore**
Il sistema dovrà avere un tempo di assestamento al 5% non superiore a $10\ s \Rightarrow \boldsymbol{t_A < 10\ s}$	**Banda passante $\boldsymbol{\omega_A \cong 0.5}$ rad/s**
Il sistema non dovrà eccedere il valore limite $1.1\overline{d} \Rightarrow \boldsymbol{S < 10\%}$	**Margine di fase: $\boldsymbol{M_\phi \approx 100\xi \approx 60°}$**

SCHEMA A BLOCCHI COMPLESSIVO →



SPECIFICHE IN PRESENZA DI DISTURBI

In presenza di un disturbo esterno $\boldsymbol{f_d = \overline{f_d} + F_d \sin \omega t}$, $0 \leq F_d \leq 10^{-16} N, \omega \leq 0.01$ rad/s, $\boldsymbol{C(s)}$ **dovrà assicurare**:

- **Reiezione della componente costante $\boldsymbol{\overline{f_d}}$**

  ↳ $\boldsymbol{C(s)\frac{G(s)}{G_{f_d}(s)}}$ **almeno di tipo 1 ⇒ Risultato garantito dalla presenza del polo nell'origine in $\boldsymbol{G(s)} \Rightarrow \boldsymbol{\nu = 0}$.**

- **Variazione indotta dalla componente sinusoidale inferiore a $\boldsymbol{10^{-8}}$ m**

  ↳ Dovrà quindi valere $\left|\tilde{G}(j\omega)\right| < 10^8 = 160$ dB e, poiché $\left|G_{f_d}(j0.01)\right| \cong 187$ dB e $G_{f_d}(s)$ è decrescente, si impone che: $\boldsymbol{|1 + C(j\omega)G(j\omega)| \approx |C(j\omega)G(j\omega)| > 27}$ **dB per** $\boldsymbol{\omega \leq 0.01}$ **rad/s**

SINTESI DEL CONTROLLORE

Procedendo con la ***sintesi per tentativi*** si ricava un controllore che soddisfa le specifiche imposte: $\boldsymbol{C(s) = 1200\frac{s+0.04}{s+50}}$

La funzione in *catena aperta* risulta quindi:

$$C(s)G(s) = \frac{-3.3558s^3 - 15.131s^2 + 865.03s + 35.15}{s^5 + 58.746s^4 + 456.42s^3 + 956.15s^2}$$

Tale controllore garantisce in *catena aperta*:

- **Margine di fase $M_\phi \approx 63°$**
- **Pulsazione di attraversamento $\omega_A \approx 0.9$ rad/s**
- **$|C(j\omega)G(j\omega)| > 27$ dB per $\omega \leq 0.01$ rad/s**

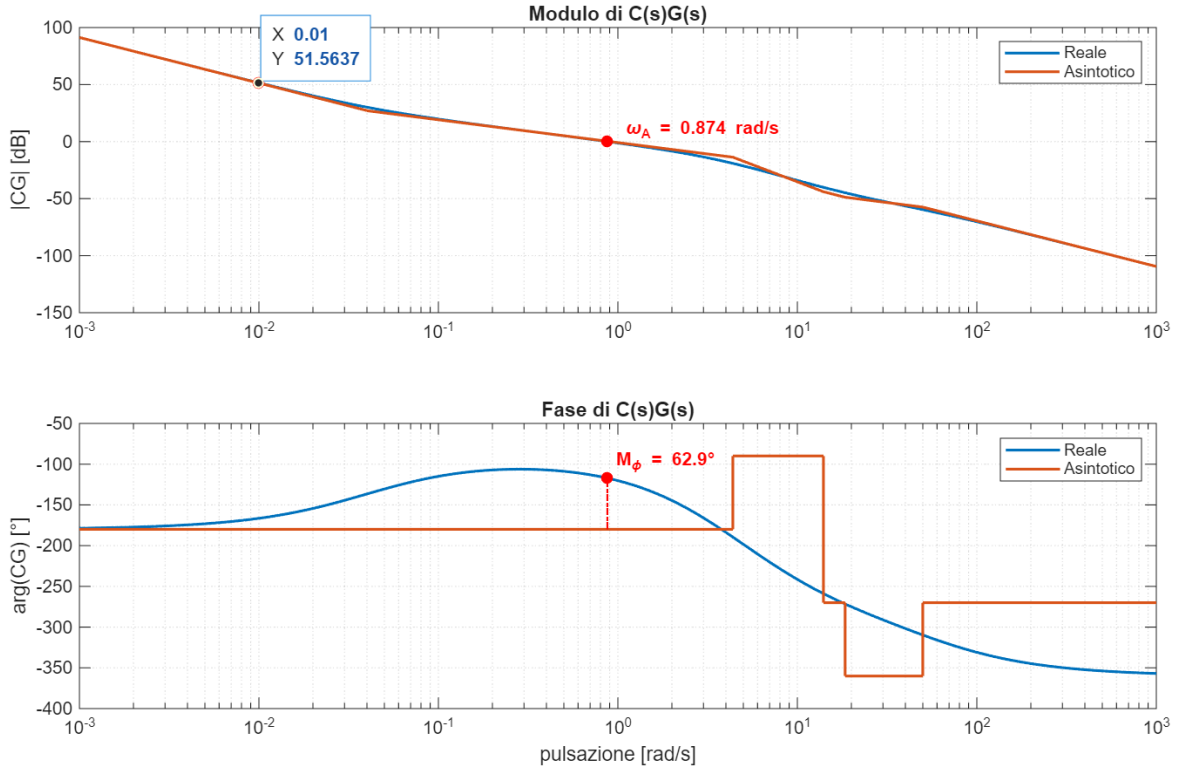


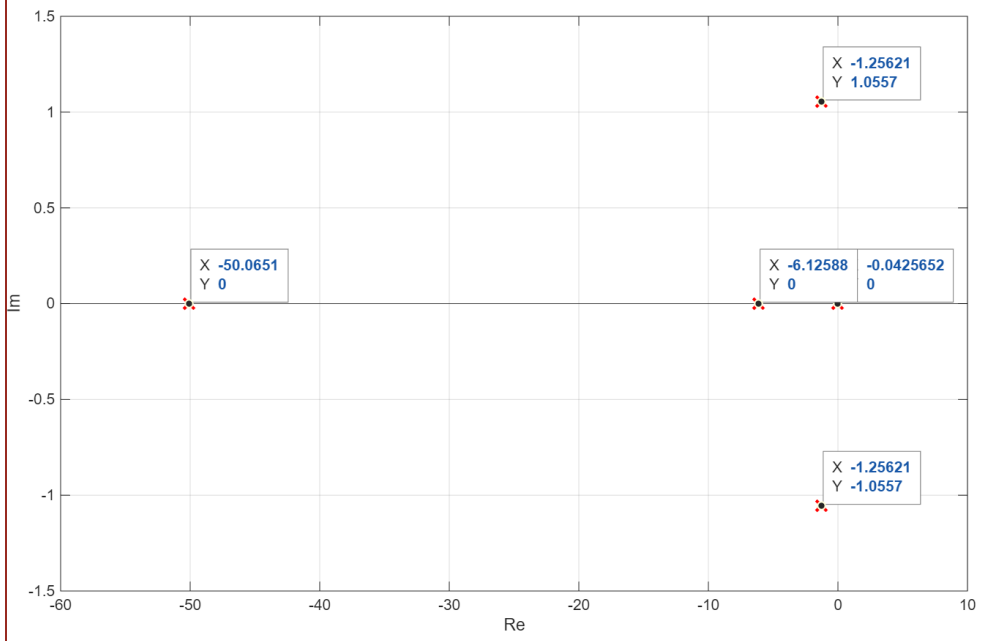
Diagramma di Bode di $C(s)G(s)$. Vengono evidenziati M_ϕ e ω_A.

FUNZIONE DI TRASFERIMENTO IN CATENA CHIUSA

La corrispondente $W(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)}$, ottenuta per retroazione unitaria negativa, è:

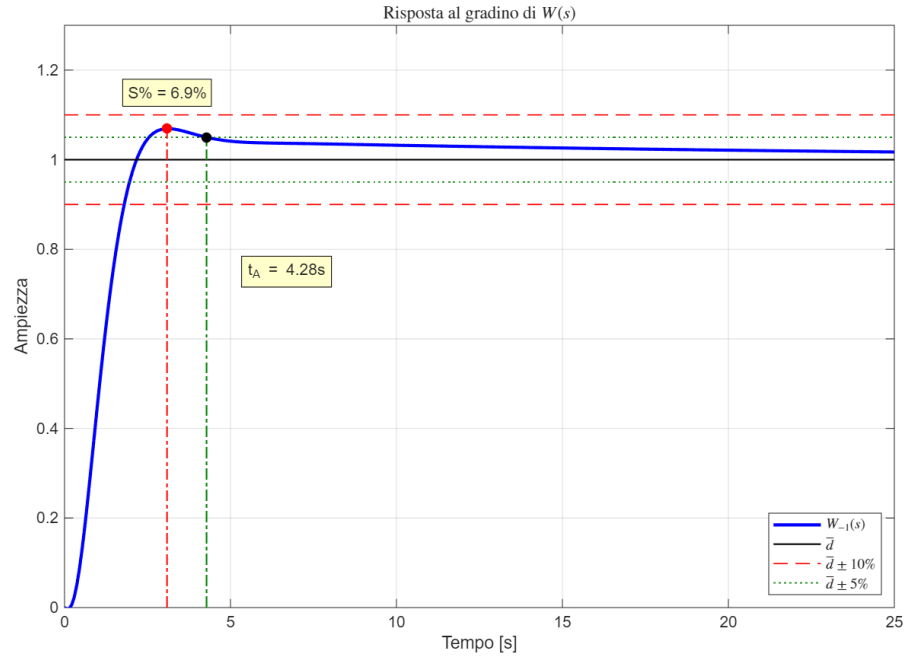
$$W(s) = \frac{-3.3558s^3 - 15.131s^2 + 865.03s + 35.15}{s^5 + 58.746s^4 + 453.06^3 + 941.02s^2 + 865.03s + 35.15}$$

I poli della $W(s)$ sono tutti a *parte reale negativa*:



Poli di $W(s)$ nel piano complesso.

La $W(s)$ soddisfa le specifiche richieste:

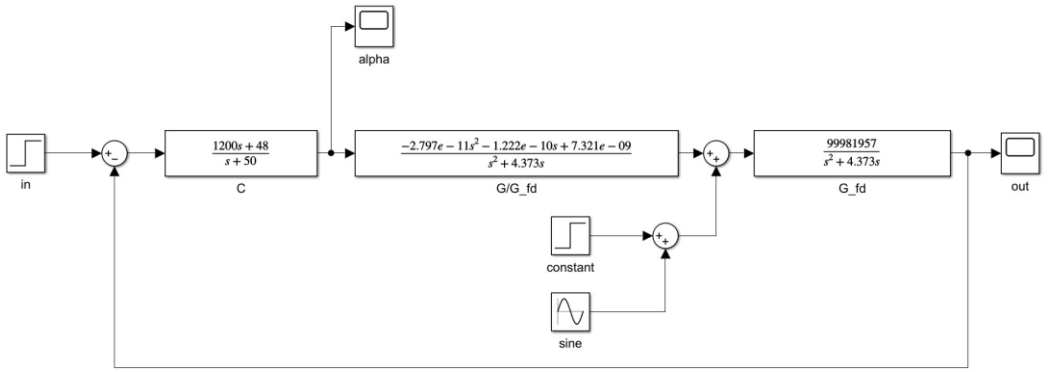


Risposta al gradino di $W(s)$.

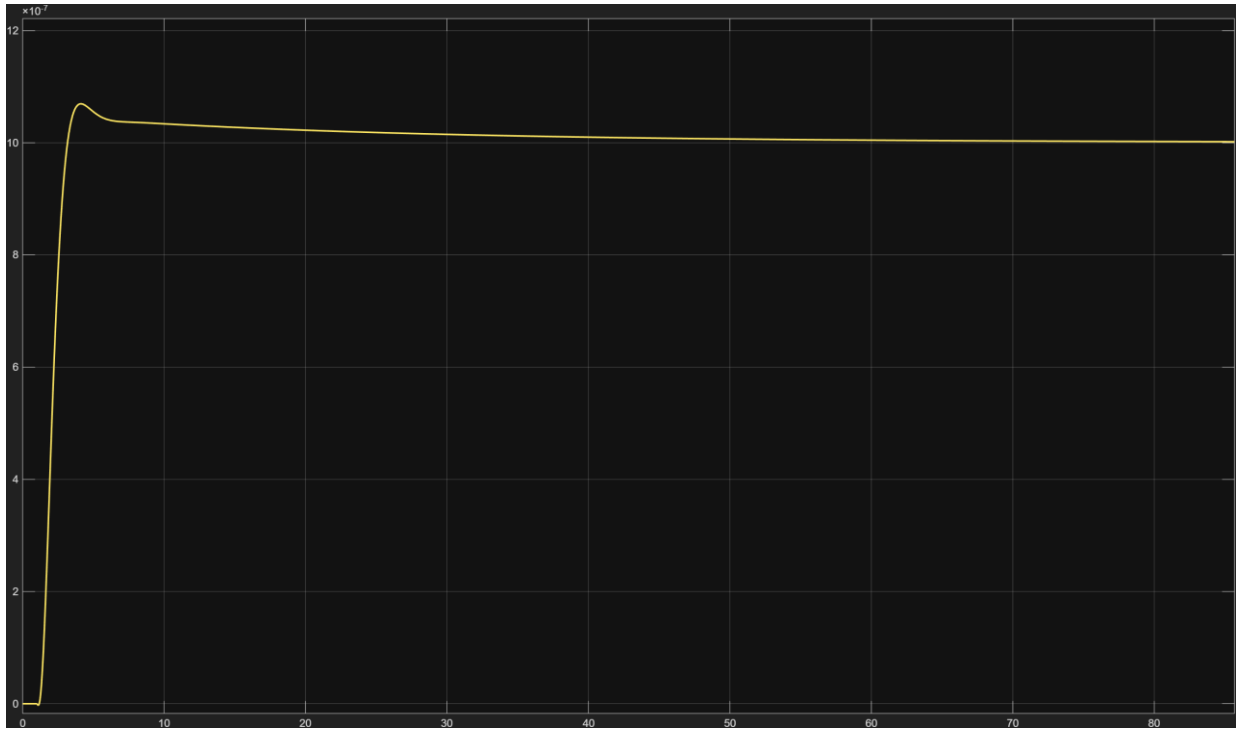
SIMULAZIONE IN PRESENZA DI DISTURBI

Rappresentiamo ora in ambiente *Simulink* il **modello linearizzato** e verifichiamo il suo comportamento in presenza di disturbi.

Rappresentazione del modello linearizzato:



Il robot si porta alla distanza imposta di 10^{-6} m.



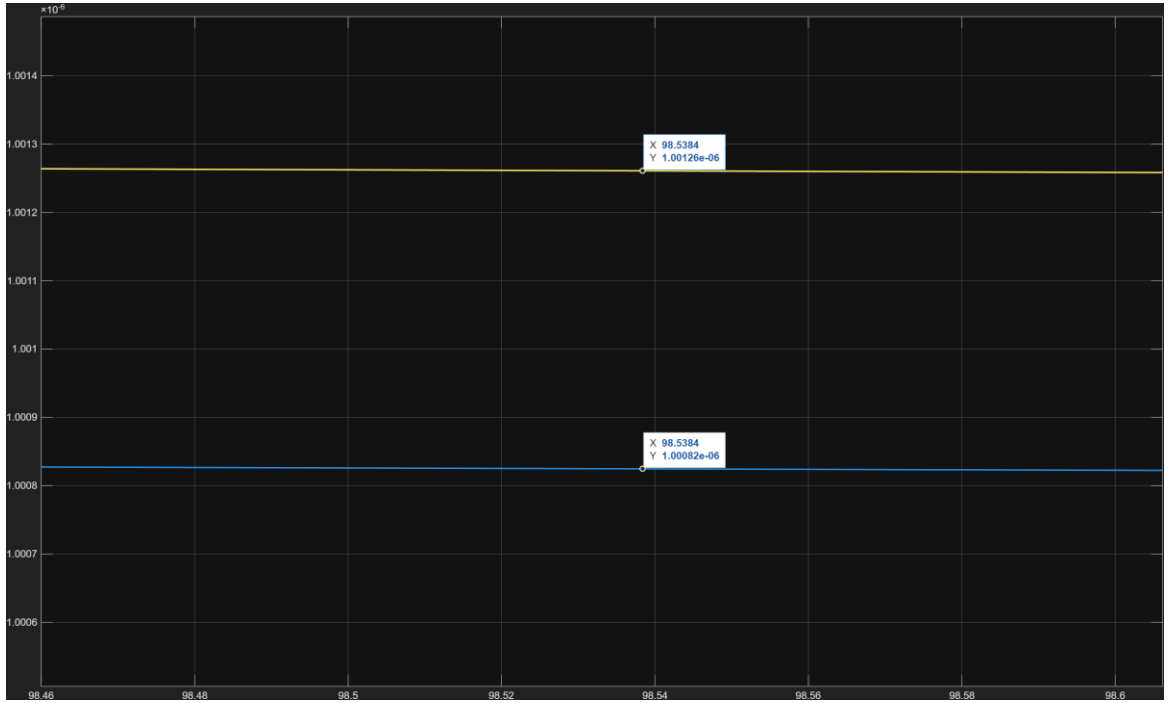
Risposta del nanorobot al gradino iniziale. Le specifiche su t_A e S sono soddisfatte.

DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

SIMULAZIONE IN PRESENZA DI DISTURBI

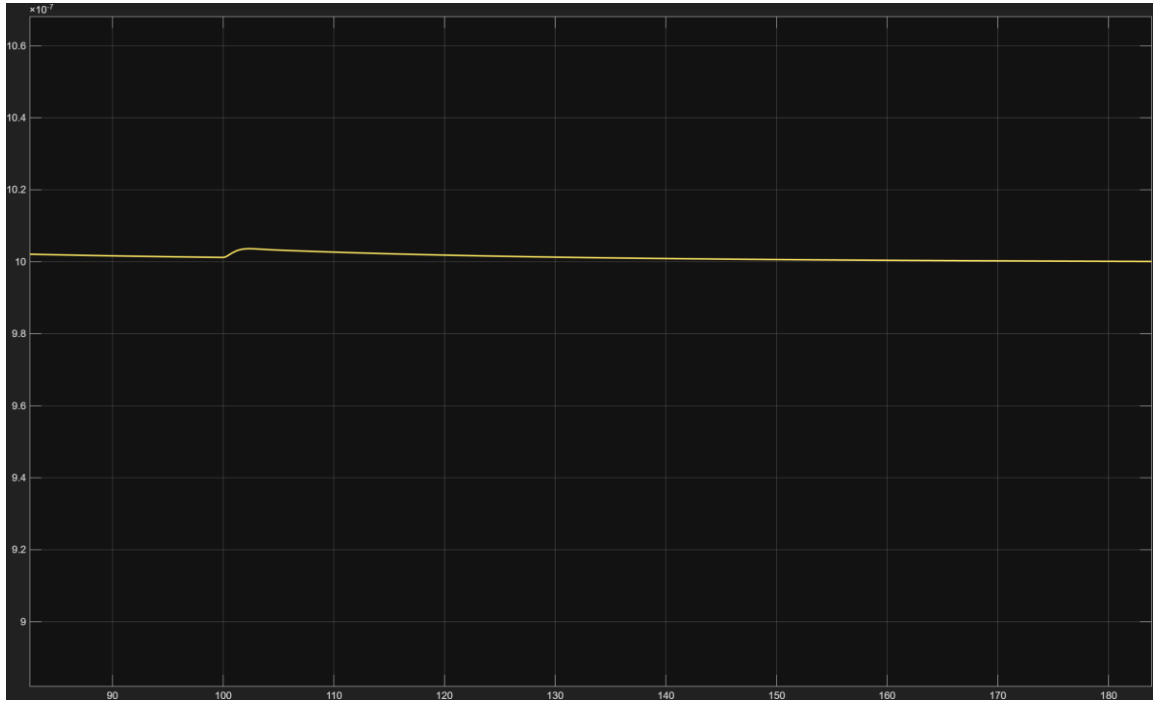
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Effetto della componente sinusoidale del disturbo:



Differenza tra la risposta al gradino in presenza di disturbo (gialla) e in assenza di disturbo (blu). La differenza è $\sim 10^{-9}$ m.

Effetto della componente costante del disturbo:

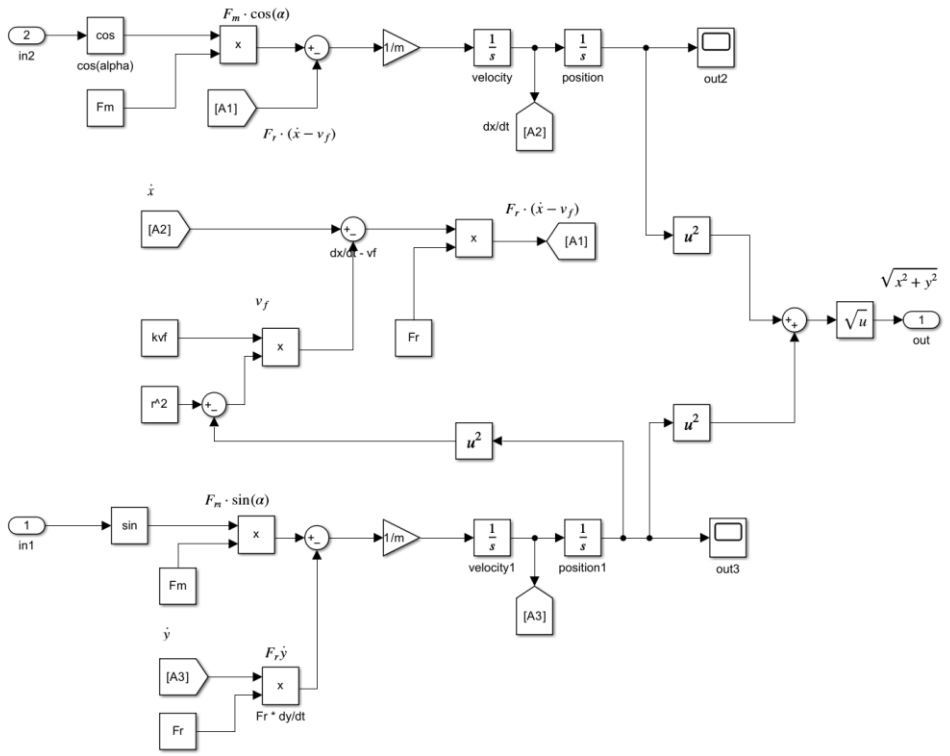


Risposta del sistema al disturbo costante.
Il sistema è in grado di reiettare la componente costante.

SIMULAZIONE DEL MODELLO NON LINEARE DI UN NANOROBOT

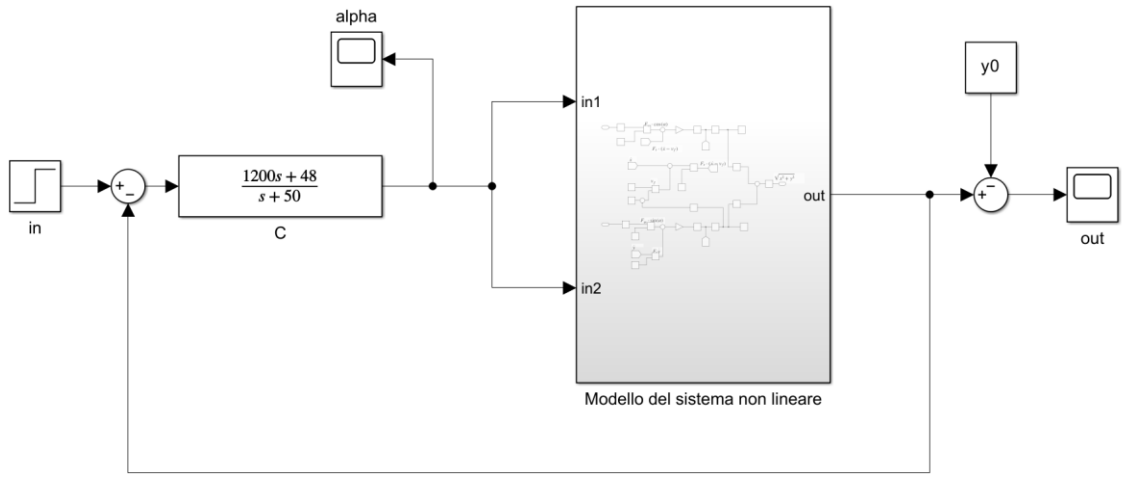
Verifichiamo ora come risponde il **modello non lineare** del nanorobot quando viene imposta una distanza $\overline{d}$ da raggiungere.

Rappresentazione in *Simulink* del modello non lineare:



Sottosistema che rappresenta il modello non lineare.

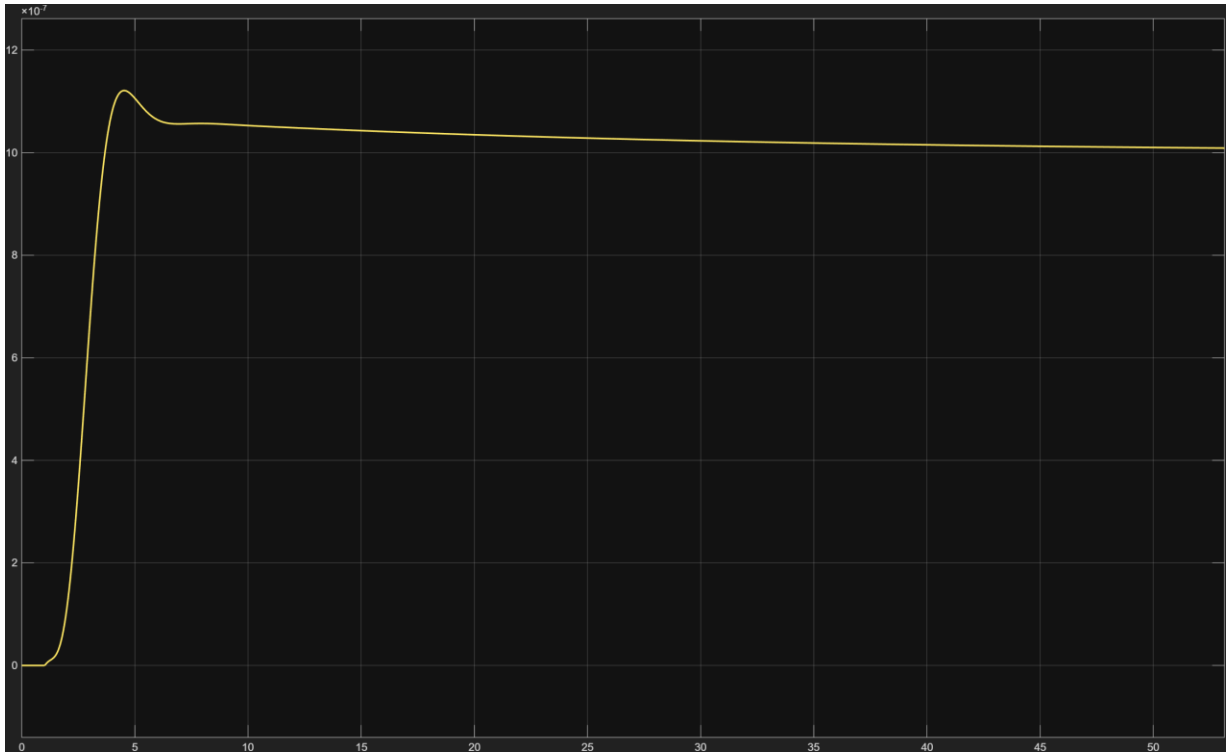
Modello non lineare nel sistema retroazionato:



Sistema in catena chiusa contente il modello non lineare.

SIMULAZIONE DEL MODELLO NON LINEARE DI UN NANOROBOT

Imponiamo uno scostamento di 10^{-6} m dal punto di equilibrio.



Risposta del sistema non lineare all'ingresso a gradino.

Sovraelongazione lievemente maggiore del 10%.

Il robot insegue l'ingresso a gradino e si porta correttamente alla distanza imposta.

CONCLUSIONI

In conclusione, le simulazioni hanno confermato la correttezza del processo di sintesi del controllore.

Il sistema è in grado di:

- **inseguire un segnale a gradino**
- **reiettare un disturbo costante**
- **attenuare l'effetto di un disturbo sinusoidale**

Il sistema in *catena aperta* assicura *stabilità* in *catena chiusa* per il *criterio di Bode*.