

Università degli studi di Padova



Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica
settore Industriale

TESI DI LAUREA

LA CAVITAZIONE NELLE POMPE

RELATORI:

Prof. MIRTO MOZZON

Dott. AUGUSTO TASSAN

LAUREANDO:

TEDESCO PIETRO

ANNO ACCADEMICO 2015-2016

Sommario

INTRODUZIONE	6
CAPITOLO 1	7
Cambiamenti di stato, proprietà, cavitazione.....	7
1.1 Introduzione	7
1.2 Lo stato liquido	7
1.3 Fluidità ed elasticità.....	8
1.4 Resistenza a trazione	10
1.5 Cavitazione ed ebollizione	11
CAPITOLO 2	13
Nucleazione.....	13
2.1 Introduzione	13
2.2 Tipi di nucleazione	13
2.3 Nucleazione omogenea.....	14
2.4 Nucleazione eterogenea	16
2.5 Creazione dei siti di nucleazione	17
2.6 Effetti dei gas contaminanti	19
2.7 Nucleazione in liquidi di flusso.....	20
CAPITOLO 3	23
Cavitazione.....	23
3.1 Effetti viscosi nella cavitazione incipiente.....	23
3.2 Misure della cavitazione incipiente.....	24
3.3 Dati sulla cavitazione incipiente.....	26
3.4 Effetto scala nella cavitazione incipiente	28
CAPITOLO 4	29
Collasso delle bolle nella cavitazione	29
4.1 Introduzione	29
4.2 Il collasso delle bolle	29
4.3 Controllo termico del collasso.....	31
4.3 Effetti termici sul collasso delle bolle.....	32
4.4 Forma non sferica (delle bolle) durante il collasso.....	32
4.5 Danni da cavitazione.....	37
4.6 Danni nella cavitazione dovuti al collasso della nuvola.....	40
4.7 Rumore dovuto alla cavitazione.....	41
CAPITOLO 5	46

Cavitazione nei flussi	46
5.1 Introduzione	46
5.2 Interazione bolla/flusso	46
5.3 Osservazioni sperimentali	47
5.4 Vortice da cavitazione	51
5.5 Cavitazione a nube	53
5.6 Cavitazione connessa o “a foglio”	54
5.7 Cavitazione laminare	55
5.8 Termine dello spazio vuoto da cavitazione	57
CAPITOLO 6	59
Il movimento delle bolle	59
6.1 Introduzione	59
6.2 Flussi ad alto numero di Reynolds attorno ad una sfera	60
6.3 Flussi a basso numero di Reynolds attorno ad una sfera	62
6.4 Effetto Marangoni	65
CONCLUSIONI	67
BIBLIOGRAFIA	68

*A tutti voi:
ai miei genitori
ai miei fratelli
alla mia ragazza
a tutti coloro che mi sono stati vicini in questi anni*

INTRODUZIONE

Quello della cavitazione è stato un argomento affrontato nel corso di “Macchine”. In quell’occasione era stato accennato alla formazione di vapore all’interno del fluido in una girante di una pompa centrifuga causato dalla diminuzione di pressione al di sotto della pressione del vapore saturo. Queste bolle di vapore aumentano il loro diametro col diminuire della pressione statica e in seguito, spostandosi in una regione a pressione più elevata, implodono causando onde di pressione a discapito delle pareti rigide delle pale del dispositivo. Con questa tesi si cercherà di approfondire l’argomento della cavitazione a partire dalla nascita del fenomeno stesso, dalla sua dinamica (nucleazione) fino al termine (collasso) analizzando anche i possibili effetti che essa può avere come i danni alle superfici coinvolte o il rumore generato. Verranno analizzati molti esempi accompagnati da foto “datate” a testimonianza del fatto che l’argomento ha un lungo excursus storico proprio perché incide di gran lunga sul rendimento di un qualsiasi organo meccanico coinvolto.

CAPITOLO 1

Cambiamenti di stato, proprietà, cavitazione

1.1 Introduzione

In questo primo capitolo, ci si focalizzerà sul meccanismo di formazione della fase liquido-vapore con particolare attenzione al processo di creazione del vapore nel liquido.

1.2 Lo stato liquido

Per poter discutere di un qualsiasi cambiamento di stato liquido-vapore, bisogna prima approfondire lo stato liquido. Per fare questo ci si rifarà agli studi di Frenkel (1995) anche se è noto che gli studi moderni si basano sulla statistica meccanica (Carrey,1992).

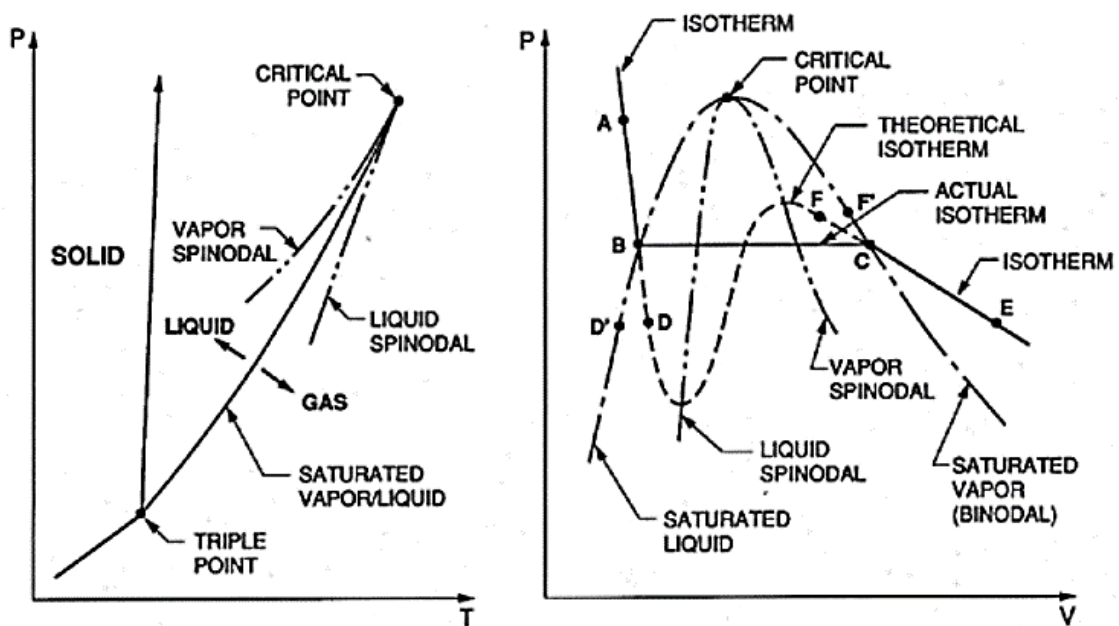


Figura 1-1: Diagrammi di fase

La Figura 1-1 rappresenta i tipici diagrammi di fase dove è indicato lo stato della sostanza in funzione di pressione (P) e temperatura (T) nel grafico di sinistra, mentre pressione (P) e volume specifico (V) in quello di destra. Il punto triplo è quel punto nel diagramma di fase in cui coesistono gli stati solido, liquido e di vapore. La linea liquido/vapore saturo si estende da questo fino al punto critico che in termodinamica si ha quando è uguale il potenziale chimico di due fasi coesistenti. Su questa linea lo stato liquido e quello di vapore rappresentano due forme di un unico stato "amorfo"; uno dei due stati si può ottenere dall'altro attraverso un processo isoterma con stati intermedi instabili. Frenkel (1995) diceva: "A causa di questa instabilità,

l'effettiva transizione dallo stato liquido a quello gassoso e viceversa avviene non lungo una isoterma teorica (linea tratteggiata nella Figura 1.1 a destra) ma lungo un'isoterma orizzontale (linea piena) corrispondente alla suddivisione della sostanza omogenea originale in due diverse fasi coesistenti...". Il punto critico è quel punto in cui il massimo e il minimo dell'isoterma teorica spariscono e la discontinuità scompare.

La linea che unisce i massimi nelle isoterme è chiamata "vapore spinodale", mentre quella che unisce i minimi è chiamata "liquido spinodale"; entrambe le linee terminano nel punto critico. Ad esempio, se un liquido puro allo stato A (Figura 1.1) viene depressurizzato a temperatura costante, allora possono accadere varie situazioni quando la pressione viene ridotta al di sotto di quella del punto B (pressione di vapore saturo). Se sono presenti un numero sufficiente di siti di nucleazione di dimensioni accettabili (che discuteremo in seguito) il liquido diventa vapore seguendo la linea orizzontale da B a C, e si stabilizzerà ad una pressione inferiore alla pressione di vapore nella regione gassosa in un punto come E. Se invece non sono presenti siti di nucleazione, la riduzione di pressione può portare alla prosecuzione dello stato lungo l'isoterma teorica in un punto come D, chiamato "stato metastabile" da dove le imperfezioni potrebbero portare a instabilità e alla transizione fino al punto E. Un liquido in un punto come D è detto "in tensione" e la differenza di pressione tra B e D è la misura di questa tensione. Naturalmente si potrebbe anche raggiungere il punto D procedendo lungo un'isobara da un punto come D' aumentando la temperatura. Una descrizione equivalente dello stato D è chiamarlo "surriscaldato" e si può fare riferimento alla differenza tra le temperature in D e D' come la grandezza di questo surriscaldamento.

1.3 Fluidità ed elasticità

Si vuole ora approfondire da una parte le diverse caratteristiche dello stato liquido e dall'altra le differenze tra stato cristallino solido e quello gassoso.

La prima differenza evidente tra liquido e vapore saturi è che la densità del liquido rimane mediamente costante a quella del solido eccetto nelle vicinanze del punto critico; la densità del vapore invece varia tra i 2 e i 5 ordini di grandezza o anche più con la variazione di temperatura. Si riporta in figura 1.2 un grafico del rapporto tra la densità del liquido saturo e quella del vapore saturo in funzione del rapporto tra temperatura (T) e temperatura critica (T_c) per diverse sostanze.

Una seconda differenza è data dal fatto che la grandezza del calore specifico del liquido saturo è dello stesso ordine del calore specifico del solido eccetto alle alte temperature in prossimità del punto critico.

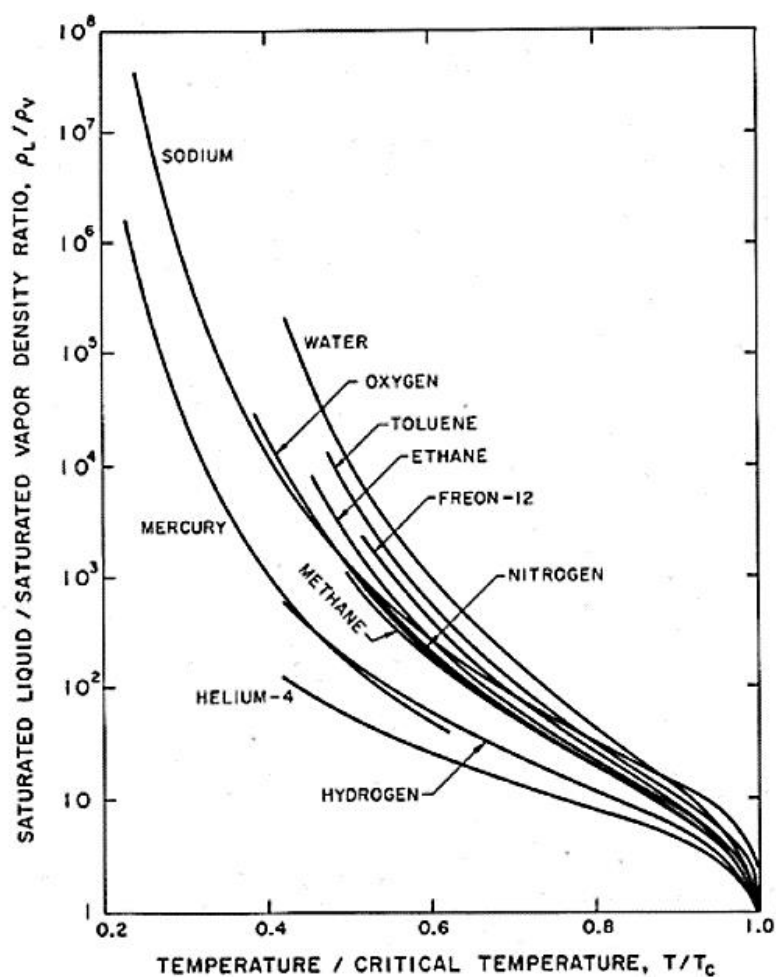


Figura 1 -2: rapporto tra la densità del liquido saturo e del vapore saturo in funzione del rapporto tra temperatura (T) e temperatura critica (T_c) per diverse sostanze

Queste due caratteristiche dei liquidi implicano che allo stato liquido il moto termico delle molecole sia simile a quello allo stato solido e che esso comporti vibrazioni di piccola ampiezza in uno stato di quasi-equilibrio all'interno del liquido. Perciò la disposizione delle molecole è più simile ad uno stato solido che ad uno gassoso. Bisogna sottolineare questa somiglianza con lo stato solido per contrastare la tendenza a pensare allo stato liquido come più simile allo stato gassoso che a quello solido; infatti in molti processi osservati lo stato liquido possiede una fluidità dominante a discapito dell'elasticità. Ciò si può osservare ad alte temperature (circa lo $0.6 \div 0.7$ della temperatura di fusione) dove molti solidi cristallini manifestano fluidità conosciuta come "creep". Quando la velocità di deformazione è elevata, lo scorrimento viscoso è dovuto alla propagazione anisotropica delle dislocazioni (caratteristica non attribuibile ai liquidi Newtoniani). Ad una velocità di deformazione bassa e ad alte temperature, il "creep" è dovuto semplicemente alla migrazione delle molecole all'interno del reticolo cristallino a causa

dell'agitazione termica. Questo tipo di scorrimento viscoso è conosciuto come scorrimento per diffusione, è analogo alla fluidità osservata nei liquidi e può paragonarsi alla viscosità Newtoniana.

Ci si chiede ora se lo stato liquido possieda un'elasticità anche se in molti processi si è osservato che essa è inferiore alla fluidità. Entrambi gli stati solido e liquido, sono caratterizzati da un tempo caratteristico t_m necessario per la migrazione delle molecole da una posizione all'interno della struttura della sostanza ad un'altra vicina. In alternativa si può considerare il tempo caratteristico come il tempo necessario per la migrazione di un "posto vacante" da un punto ad un altro all'interno della struttura. Ora, se il tempo t di applicazione della forza è minore di t_m , la sostanza non sarà in grado di subire una deformazione permanente e manifesterà elasticità piuttosto che fluidità. Se invece $t \gg t_m$, il materiale presenterà fluidità. Per semplificare, si può caratterizzare una sostanza solida con un elevato t_m , mentre una liquida con basso t_m in relazione all'ordine di grandezza del tempo t di applicazione della forza.

Il tempo t diventa importante quando il fenomeno è controllato da eventi probabilistici come la diffusione delle vacanze nello scorrimento viscoso. Ad esempio il fenomeno della nucleazione è governato da eventi probabilistici: più il tempo t è elevato, più probabilità ci saranno che i posti vacanti si fonderanno in una bolla di vapore che darà inizio alla nucleazione stessa.

1.4 Resistenza a trazione

Frenkel (1955) illustrò il potenziale della resistenza a trazione di un liquido puro mediante un semplice ma efficace calcolo. Si considerino due molecole separate da una distanza s . In figura 1.3 si osserva l'andamento dell'energia potenziale Φ associata alla forza intermolecolare.

Generalmente si ha equilibrio ad una tipica distanza x_0 di 10^{-10} m. La forza attrattiva, F , tra le molecole è uguale a $\partial F / \partial x$ ed assume il valore massimo ad una certa distanza, x_1 , dove tipicamente il rapporto x_1/x_0 è dell'ordine di 1.1 o 1.2 che nella maggior parte dei solidi o liquidi corrisponde ad un'espansione del volume $\Delta V/V_0$ di $1/3$. Di conseguenza l'applicazione di una tensione di trazione costante pari a quella nella posizione x_1 porterebbe alla rottura completa del liquido o solido siccome che per $x > x_1$ la forza attrattiva è insufficiente a contrastare tale forza di trazione. Si ricorda che liquidi e solidi hanno moduli di comprimibilità che stanno in range di $10^{10} \div 10^{11}$ kg/m s². Su ciò si stima che i liquidi e i solidi dovrebbero essere in grado di sopportare sollecitazioni di trazione di $3 \times 10^4 \div 3 \times 10^5$ atmosfere. In realtà le sostanze solide non raggiungono questi limiti (la rottura a trazione avviene circa a valori 100 volte inferiori) a causa di concentrazioni di tensione all'interno della struttura che localmente innalzano il limite a rottura ma dal punto di vista globale lo stato tensionale medio è inferiore anche di 100 volte.

Le sostanze liquide invece si sottraggono a queste leggi teoriche. L'energia necessaria per fare evaporare tutte le molecole liquide è stimata in $5 \times 10^8 \pm 5 \times 10^9 \text{ kg/m s}^2$ in accordo con il calore latente di vaporizzazione misurato per la maggior parte dei liquidi. Inoltre si può stimare correttamente l'ordine di grandezza della temperatura critica, T_c , assumendo che a quel punto l'energia cinetica KT_c delle molecole è pari all'energia richiesta per scindere tutte le molecole. Per una densità tipica di 10^{30} molecole per m^3 , ciò porterebbe ad avere un'energia cinetica teorica richiesta di $1.38 \times 10^7 \times T_c$ che porta ad avere valori tipici di T_c nell'ordine di $30 \div 300 \text{ K}$. Il dilemma viene superato dal fatto che invece di considerare il calore latente e la temperatura critica, la resistenza a deformazione è determinata dall'assenza di atomi all'interno della struttura allo stato liquido. Queste vacanze sono difficili da quantificare dal momento che possono essere causate da piccole impurità. Questa caratteristica associata alla dipendenza dal tempo di applicazione della tensione, complica maggiormente qualsiasi valutazione teorica circa la resistenza a trazione.

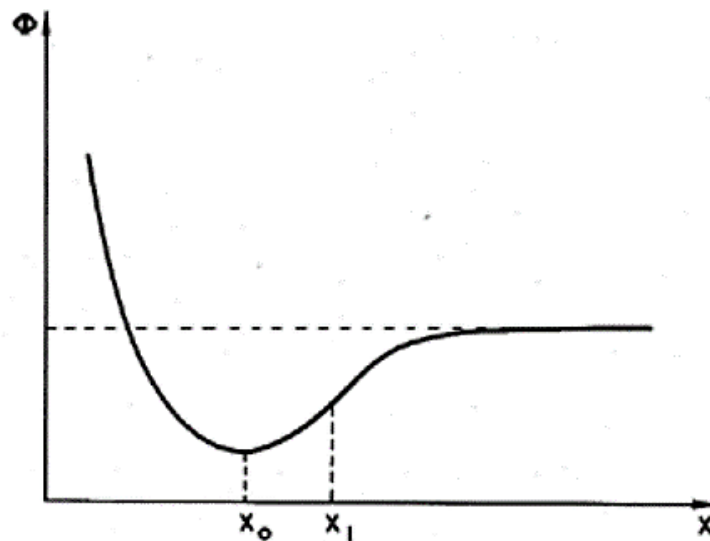


Figura 1 -3: Energia potenziale

1.5 Cavitazione ed ebollizione

La resistenza alla trazione di un liquido può manifestarsi in almeno due modi:

1. Un liquido a temperatura costante può essere sottoposto ad una pressione decrescente (p) che scende al di sotto della pressione di vapore saturo (p_v). Il valore di $(p_v - p)$ è detto tensione Δp e la grandezza a cui avviene la rottura è la resistenza a trazione del liquido Δp_c . Il processo di rottura dei legami di un liquido mediante

diminuzione della pressione ad una temperatura pressoché costante è solitamente chiamato cavitazione.

2. Un liquido a pressione costante può essere sottoposto ad una temperatura T superiore rispetto a quella di saturazione T_s . Il valore di $\Delta T = T - T_s$ è il surriscaldamento, e il punto in cui si forma il vapore, ΔT_c , è chiamato surriscaldamento critico. Il processo di rottura di un liquido aumentando la temperatura a pressione pressoché costante è chiamato ebollizione.

Sebbene i meccanismi di base della cavitazione e dell'ebollizione sono simili è importante distinguere i diversi percorsi termodinamici che precedono la formazione di vapore. Vi sono differenze sostanziali nei due percorsi perché, anche se è alquanto semplice provocare variazioni di pressione in un corpo liquido, è molto complicato variare la temperatura in modo uniforme. Infine si noti che i valori critici di tensione e surriscaldamento possono essere correlati quando le loro grandezze sono piccole. Dalla relazione di Clausius-Clapeyron:

$$\left(\frac{dp}{dT}\right)_{\text{saturation conditions}} = \frac{L}{T[\rho_V^{-1} - \rho_L^{-1}]}$$

Dove ρ_L , ρ_V sono le densità di liquido e vapore saturi e L è il calore latente di evaporazione. Ad eccezione nelle vicinanze del punto critico, si ha che $\rho_L \gg \rho_V$ e perciò $dp/dT \approx \rho_V L/T$. Perciò:

$$\Delta T_c \approx \Delta p_c \cdot \frac{T}{L\rho_V}$$

È importante sottolineare che la seconda equazione si limita a piccoli valori di tensione e surriscaldamento sotto le cui circostanze fornisce una relazione utile. Quando Δp_c e ΔT_c sono più grandi, è necessario utilizzare un'appropriata equazione di stato così da stabilire una relazione numerica adatta.

CAPITOLO 2

Nucleazione

2.1 Introduzione

Si prosegue con l'analisi della nucleazione in relazione ad alcuni contesti ingegneristici, nucleazione che viene scissa in due campi di interesse: la cavitazione e l'evaporazione. Con cavitazione si intende il processo di nucleazione in un liquido quando la pressione scende al di sotto della tensione di vapore; con ebollizione invece si intende il processo di nucleazione che si ottiene quando la temperatura sale al di sopra della temperatura di saturazione vapore/liquido.

2.2 Tipi di nucleazione

In ogni applicazione o esperimento la nucleazione si può presentare sotto forma di due tipologie. La prima è definita come "nucleazione omogenea" causata dai moti termici all'interno del liquido che temporaneamente formano microscopici spazi i quali possono costituire nuclei per la crescita di bolle macroscopiche che collassano in un secondo momento.

La seconda tipologia è la "nucleazione eterogenea" che ricorre più spesso nel campo ingegneristico e si ha quando i difetti si hanno al confine tra il liquido e la parete solida di un recipiente o tra il liquido e piccole particelle in sospensione nel liquido.

Per la prima tipologia, si ricordi che utilizzando la teoria cinetica dei liquidi essa permette un solo tipo di difetti ovvero la temporanea vacanza che avviene a causa del movimento (termico) delle molecole. In realtà è possibile ogni tipo di difetto. Infatti è possibile che la nucleazione avvenga al confine tra lo stato solido e quello liquido considerata dalla teoria cinetica come nucleazione eterogenea. È importante ricordare che la nucleazione eterogenea può avvenire in una zona molto piccola contaminata da particelle e questo fa sì che sia difficile distinguerla da quella omogenea.

Un'altra importante forma di difetti è rappresentata da delle bolle di grandezza dell'ordine di micron contenenti gas. Queste potrebbero essere presenti in fessure all'interno del recipiente, in particelle sospese o semplicemente sospese liberamente all'interno del liquido. In acqua le micro-bolle sembrano non disciogliersi né sparire definitivamente forse a causa della contaminazione dell'interfaccia. Mentre si può eliminare la loro presenza in un campione di laboratorio, le si trovano nella maggior parte delle applicazioni ingegneristiche.

Infine un'altra importante forma di difetti è data dalla radiazione cosmica per la quale una collisione tra una particella ad alta energia e una molecola di liquido può rilasciare sufficiente

energia in modo da far avviare la nucleazione. Occorre ricordare che le radiazioni cosmiche potrebbero permettere la nucleazione in tutte le circostanze prese qui in esame.

2.3 Nucleazione omogenea

La moderna teoria della nucleazione omogenea è dovuta a Volmer e Weber (1926), Farkas (1927), Becker e Doring (1935), Zeldovich (1943) ed altri. Si omettono qui alcuni dettagli termodinamici circa l'argomento in merito.

In un liquido puro la tensione superficiale è la manifestazione macroscopica delle forze intermolecolari che tendono a tenere insieme le molecole e prevenire la formazione di buchi. La pressione p del liquido esterna ad una bolla di raggio R sarà correlata a quella interna p_B , tramite:

$$p_B - p = \frac{2S}{R}$$

Dove S è la tensione superficiale. Anche per i prossimi ragionamenti, si assume che il concetto di tensione superficiale (o piuttosto di energia superficiale) può essere estesa alle bolle o ai difetti distanti brevi spazi intermolecolari.

Se la temperatura T , è uniforme e la bolla contiene solo vapore, allora la pressione interna p_B sarà la pressione di vapore saturo $p_v(T)$. Tuttavia la pressione esterna del liquido $p = p_B - \frac{2S}{R}$ deve essere più piccola di p_v affinché ci sia equilibrio. Di conseguenza se la pressione esterna del liquido si mantiene costante e leggermente inferiore a $p_v - \frac{2S}{R}$, la bolla cresce e il raggio R aumenta; l'aumento di pressione causa la crescita della bolla che in seguito scoppia. Ne consegue che se la massima dimensione di difetti presenti è R_c (raggio critico), allora la resistenza a trazione del liquido Δp_c è data da:

$$\Delta p_c = \frac{2S}{R_c}$$

Nel caso di vacanze temporanee come quelle create da movimenti molecolari casuali, questa semplice espressione $\Delta p_c = 2S/R_c$ dev'essere utilizzata in termini di probabilità che una vacanza di raggio R_c sia presente durante il tempo di applicazione della tensione o di osservazione causando a sua volta la rottura del liquido. È interessante utilizzare come valore tipico di tensione superficiale $S = 0.05 \text{ kg/m}^2$ e come dimensione della vacanza o bolla (comparabile con la distanza intermolecolare) $R_c = 10^{-10} \text{ m}$. Si ottiene così una resistenza a trazione Δp_c di 10^4 atm . L'ultima equazione è la prima delle tre relazioni base sulla teoria della nucleazione omogenea. La seconda equazione fornisce l'incremento di energia che è necessario depositare all'interno del corpo liquido affinché si creino nuclei o microbolle con raggio critico R_c . Assumendo che il nucleo dopo la sua creazione sia in equilibrio termodinamico con la zona circostante, l'incremento di energia che si deve depositare è composto da due parti. La prima parte di energia

fornita giustifica quella presente sulla superficie della bolla ed è pari a $4\pi R_c^2 S$. In aggiunta affinché venga creata la bolla, il liquido dev'essere spinto al di fuori e questo implica del lavoro fatto o subito dal sistema. La differenza di pressione tra interno ed esterno della bolla è data dall'equazione di prima: $\Delta p_c = 2S / R_c$ che moltiplicata per il volume totale della bolla dà il lavoro svolto dal liquido ($4\pi R_c^3 \Delta p_c / 3$) per ottenere la dislocazione causata dalla creazione della bolla. Perciò l'energia netta W_{CR} che dev'essere depositata per formare la bolla è:

$$W_{CR} = 4\pi R_c^2 S - \frac{4}{3} \pi R_c^3 \Delta p_c = \frac{4}{3} \pi R_c^2 S$$

Può essere utile eliminare R_c così che, come formulato da Gibbs (1961), l'energia critica depositata è:

$$W_{CR} = \frac{16}{3 (\Delta p_c)^2} \pi S^3$$

L'ultimo passaggio da effettuare per la nucleazione omogenea è valutare il meccanismo di rilascio dell'energia e la probabilità con cui essa possa raggiungere nel tempo a disposizione il valore dell'energia netta W_{CR} . L'ultima equazione fornisce un'indicazione della probabilità del liquido di sostenere una tensione Δp_c durante il tempo di applicazione. All'interno di un corpo liquido puro totalmente isolato da qualsiasi tipo di radiazione esterna, il problema si riduce ad una valutazione della probabilità con cui il movimento termico delle molecole possa raggiungere localmente un'energia di perturbazione pari a W_{CR} . Molte teorie legate a questo tipo di nucleazione legano così l'energia netta W_{CR} all'energia cinetica delle molecole chiamata kT (con k costante di Boltzmann) attraverso il numero di Gibbs G_b :

$$G_b = W_{CR} / kT$$

Ne segue che un dato numero di Gibbs corrisponde alla probabilità certa di una nucleazione in un determinato volume ed in un dato tempo a disposizione.

La relazione tra il tasso di nucleazione J , definito come il numero di eventi di nucleazione per unità di volume nell'unità di tempo, ed il numero di Gibbs, può essere espressa in linea generale come:

$$J = J_0 e^{-G_b}$$

Con J_0 fattore di proporzionalità che Blander e Katz (1975) hanno definito come:

$$J_0 = N \left(\frac{2S}{\pi m} \right)^{1/2}$$

Dove N è la densità del liquido (molecole/ m^3) e m è la massa delle molecola.

2.4 Nucleazione eterogenea

Nel caso di nucleazione omogenea si sono presi in considerazione spazi vuoti microscopici di raggio R che crescendo raggiungono la rottura quando la pressione del liquido p scende al di sotto del valore critico $p_v - \frac{2S}{R}$. Perciò si aveva come tensione di rottura $\frac{2S}{R}$.

Ora si considerino situazioni comparabili al confine liquido/solido come rappresentate in figura 2-1. L'angolo di contatto tra il confine liquido/vapore e il solido è indicato con θ . Segue che nel caso di superficie piana la tensione di rottura è data da: $\frac{2S \sin \theta}{R}$ dove R è la dimensione massima dello spazio vuoto. Perciò la tensione di rottura dovrebbe azzerarsi nel caso in cui $\theta \rightarrow \pi$; d'altra parte essa è paragonabile a quella nella nucleazione omogenea se sono comparabili le dimensioni massime degli spazi intermolecolari. Si può perciò concludere che una superficie piatta causa nucleazione eterogenea ed una resistenza a trazione ridotta.

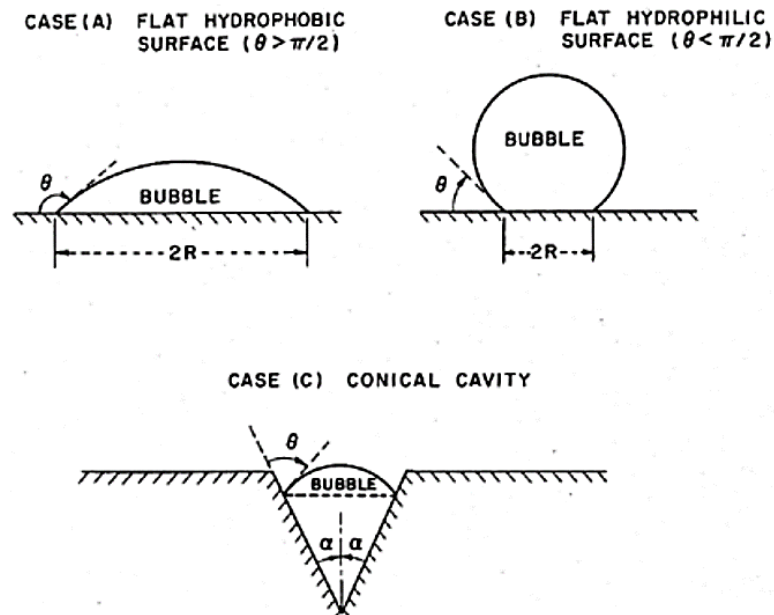


Figura 2 -1: Tipi di nucleazione eterogenea

Ma dal punto di vista microscopico le superfici non sono piatte e quindi bisogna considerare la geometria locale della superficie: il caso (c) è spesso considerato per esemplificare l'effetto della geometria della superficie. Preso α come metà angolo al vertice, la resistenza a rottura si annulla a $\theta = \alpha + \pi/2$ più facilmente che quando $\theta \rightarrow \pi$. In più se $\theta > \alpha + \pi/2$, la bolla di vapore cresce riempiendo la cavità con una pressione maggiore di quella del vapore.

Quindi se si considerano vari tipi di geometrie di superfici, si osserva che sacche di vapore crescono all'interno di cavità con pressioni circostanti prossime alla tensione di vapore in modo particolare quando la superficie è idrofoba. Ma come si creano queste sacche di vapore? È

plausibile immaginare che piccole sacche contaminate siano assorbite dalla superficie solida. Un'altra domanda riguarda l'espansione di queste bolle di vapore oltre la superficie del solido e all'interno del liquido. Si può rispondere in base alla tipologia di superficie: se le cavità hanno la dimensione dell'ordine dei 10^{-5} m, di conseguenza la pressione richiesta per espandere la bolla è nell'ordine di $1 \div 10$ atmosfere.

È chiaro che alcuni siti specifici su di una superficie solida avranno la geometria ottimale per favorire su scala macroscopica la crescita di bolle di vapore. Questi luoghi sono chiamati siti di nucleazione. Inoltre, è chiaro che più la pressione si riduce, più i siti saranno in grado di generare e rilasciare bolle all'interno del liquido. Questi eventi sono facilmente osservabili quando si fa bollire una pentola d'acqua sul fuoco. All'inizio dell'ebollizione le bolle sono prodotte in alcuni siti specifici. Quando il metallo diventa più caldo si attivano sempre più siti quindi la loro densità in funzione del surriscaldamento è una componente importante per quantificare l'ebollizione nucleata.

2.5 Creazione dei siti di nucleazione

Volendo quantificare il processo di nucleazione, è necessario definire una funzione della distribuzione della densità superficiale dei siti di nucleazione $N(R_p)$ dove $N(R_p)dR_p$ è il numero di siti di nucleazione che hanno una grandezza compresa tra R_p e R_p+dR_p per unità di superficie (quindi N ha come unità di misura m^{-3}). Inoltre è necessario conoscere il range delle misure ricavate per un dato surriscaldamento ΔT . Generalmente tutte le misure maggiori di R_p^* sono eccitate da una tensione $\beta S / R_p^*$ dove β è una costante; il surriscaldamento critico è dato da:

$$\Delta T = \beta S T / L \rho_v R_p^*$$

Perciò il numero di siti di nucleazione per unità di superficie $n(\Delta T)$ in funzione di un dato surriscaldamento ΔT è dato da:

$$n(\Delta T) = \int_{\frac{\beta S T}{L \rho_v \Delta T}}^{\infty} N(R_p) dR_p$$

Questo effetto si può osservare in figura 2-2 (Griffith e Wallis-1960). Nel grafico a sinistra vengono presi in esame tre tipi di liquidi: sull'asse delle ordinate vi sono il numero (n) di siti di nucleazione attivi per unità di superficie su di un particolare rame lucidato in funzione del surriscaldamento ΔT . Il grafico a destra si ottiene dall'equazione del surriscaldamento $\Delta T = \beta S T / L \rho_v R_p^*$ con $\beta=2$ e dimostra la veridicità dell'ultima equazione $n(\Delta T) = [...]$

Nel processo di cavitazione, l'individuazione dei siti di nucleazione è più difficile ed ha suscitato parecchie controversie nel passato. Questo perché, mentre in quest'ultimo caso dove le maggiori tensioni si osservano all'interfaccia tra liquido e superficie calda, durante il processo di cavitazione la riduzione di pressione coinvolge tutto il volume del liquido. Di conseguenza anche

piccole particelle o microbolle presenti come “contaminanti” sono dei potenziali siti di nucleazione che nella cavitazione vengono chiamati “nuclei liberi in flusso” distinti dai “nuclei di superficie” presenti sulla superficie bagnata dal liquido. Come si vedrà, il fenomeno della cavitazione ha inizio con l’excitazione di questi nuclei liberi piuttosto che di quelli di superficie.

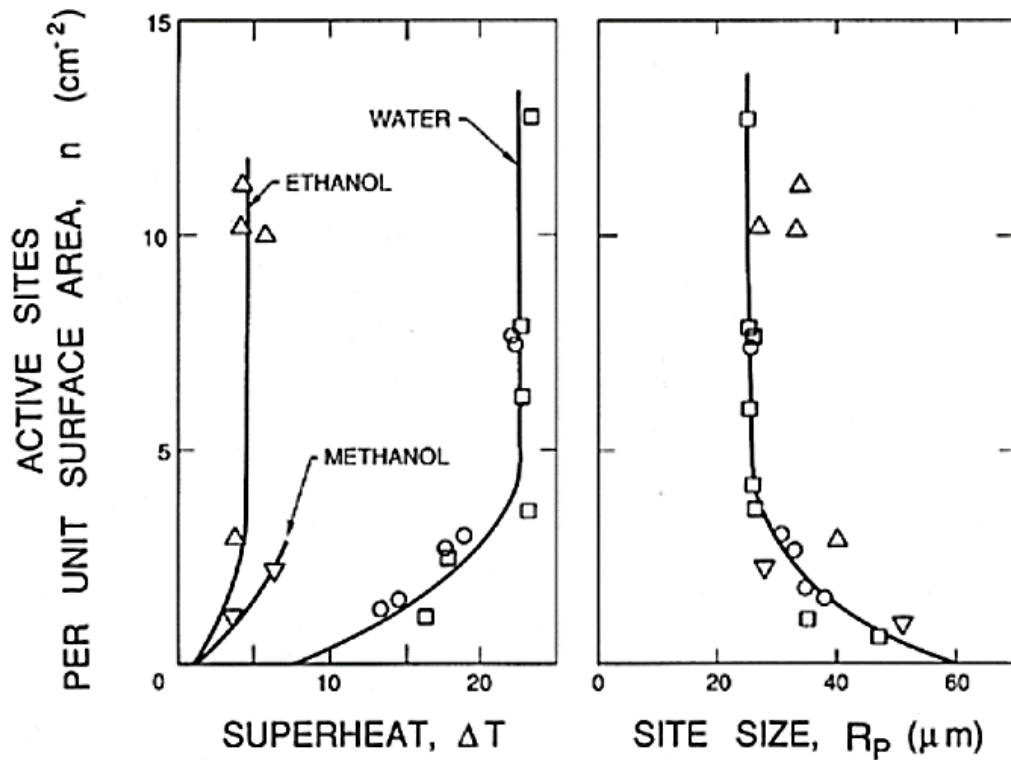


Figura 2 2: Dati sperimentali sul numero di siti di nucleazione attivi per unità di superficie (n) per del rame lucidato (Griffith e Wallis-1960)

Perciò per ogni tipo di applicazione si rende necessario descrivere i nuclei liberi. I dati più attendibili sono stati ottenuti attraverso un ologramma del liquido che è stato ricostruito e studiato al microscopio. Come risultato si ha la funzione di distribuzione della densità dei nuclei liberi $N(R_p)$ come numero di nuclei liberi di grandezza compresa tra R_N e R_N+dR_N presente nell’unità di volume $N(R_N)dR_N$ (N in m^{-4}). Alcune tipiche distribuzioni sono rappresentate in Figura 2-3.

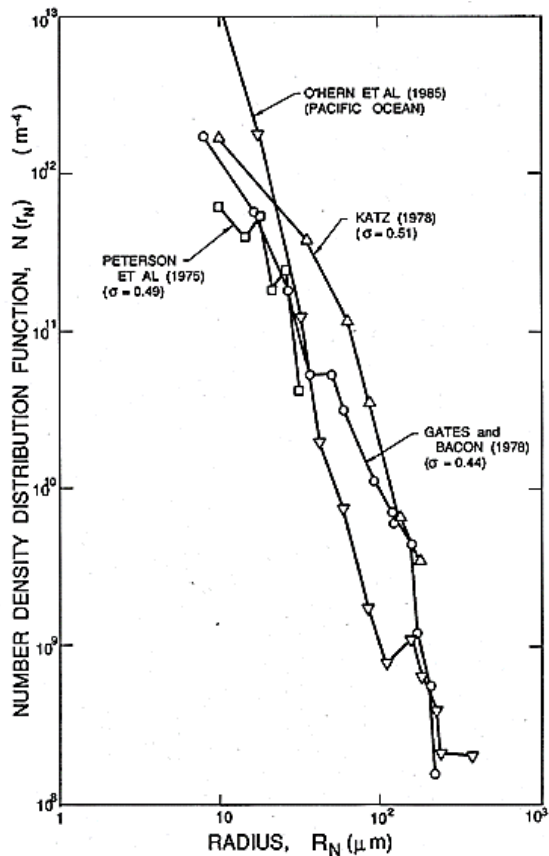


Figura 2 -3: Funzione della distribuzione della densità del numero di nuclei nella cavitazione misurati per mezzo di olografia per diversi numeri di cavitazione.

2.6 Effetti dei gas contaminanti

Tutti i liquidi contengono gas disciolti al loro interno ed è praticamente impossibile eliminarli dal volume del liquido. Se la bolla in fase di nucleazione contiene alcuni gas, allora la pressione al suo interno è la somma della pressione parziale di questo gas, p_G , e della pressione di vapore. Da qui la pressione di equilibrio nel liquido è $p = p_v + p_G - 2S / R$ e la resistenza a trazione critica è $2S / R - p_G$. Così il gas disciolto diminuirà la resistenza a trazione potenziale; se la concentrazione di gas aumenta, allora aumenta la pressione parziale p_G ; la resistenza alla trazione è negativa e la bolla cresce nel liquido con pressioni superiori alla pressione di vapore. Ci siamo riferiti al caso in cui il liquido non è saturo di gas alla pressione alla quale è stato stoccato. In teoria nessuna bolla di gas può esistere in equilibrio in un liquido insaturo contenente gas; se la pressione è mantenuta al di sopra di $p_v + p_G$ (con p_G pressione del gas in equilibrio), le bolle dovrebbero dissolversi e scomparendo causerebbero un sensibile incremento della resistenza a trazione del liquido. Se è vero che diminuendo la presenza di gas e aumentando la pressione si ha un aumento della tensione a rottura (Keller 1974), l'effetto non è così marcato come ci si aspetterebbe. Questo problema ha almeno tre spiegazioni plausibili.

La prima proposta da Harvey dice che la bolla presente in una cavità della superficie, rimane in quella posizione a causa della sua geometria: la superficie libera ha una curvatura convessa (vista dal liquido) così che la tensione superficiale sopporta l'alta pressione del liquido. La seconda spiegazione si ha considerando la nucleazione come risultato della radiazione cosmica. Infine l'ultima (Fox e Herzfeld 1954) propone un "rivestimento organico" che consente sufficiente elasticità alla superficie libera per sopportare l'elevata pressione. Sebbene quest'ultima sia meno plausibile delle altre due, è ampiamente accettata grazie a studi reologici che mostrano che un numero elevato di contaminanti all'interno del liquido può generare ampi effetti elastici sulla superficie.

2.7 Nucleazione in liquidi di flusso

Forse il tipo più comune di cavitazione si osserva nei sistemi con liquidi in flusso dove cause idrodinamiche portano ad avere una caduta di pressione al di sotto della tensione di vapore in alcune regione del flusso. Reynolds (1873) è stato il primo a provare ad esporre l'inusuale comportamento delle eliche delle navi ad elevate velocità di rotazione; si focalizzò sulla possibilità di trascinamento dell'aria nelle scie delle pale delle eliche, fenomeno conosciuto come "ventilazione". Non analizzò invece la possibilità di vapore all'interno delle scie scoperta da Parsons (1960) che riconobbe il ruolo della "vaporizzazione". Condusse i primi esperimenti sulla "cavitazione", fenomeno fin da subito sottoposto a molte ricerche per gli effetti negativi sul rendimento, per il rumore che crea e per i danni subiti dalle superfici solide.

Si consideri un flusso continuo, monofase, newtoniano con densità costante ρ_L , velocità $u_i(x_i)$ e pressione $p(x_i)$. Inoltre è conveniente definire una velocità e pressione di riferimento: U_∞ e p_∞ che per ipotesi vengono presi come la velocità e la pressione del flusso a monte. Le equazioni del moto sono tali che cambiando la pressione di riferimento, cambia in modo uniforme la pressione in ogni parte del flusso. Così si ha:

$$C_p(x_i) = \frac{p(x_i) - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$$

Dove C_p è il coefficiente di pressione ed è indipendente da p_∞ per una data geometria del confine macroscopico del flusso.

Inoltre ci sarà una certa posizione x_i^* all'interno del flusso dove il coefficiente C_p e p saranno minimi (C_p viene denotato con $C_{p \min}$ ed è un numero negativo).

Gli effetti viscosi all'interno del flusso sono caratterizzati dal numero di Reynolds, $Re = \rho_L U_\infty \bullet / \mu_L = U_\infty \bullet / \nu_L$ dove ρ_L e ν_L sono rispettivamente la viscosità dinamica e cinetica del liquido e \bullet è la scala caratteristica di lunghezza. Per una data geometria $C_p(x_i)$ e $C_{p \min}$ sono funzione solo del numero di Reynolds Re in flussi continui. Nel caso ideale di un liquido viscoso e privo di attriti, si

applica l'equazione di Bernoulli e i parametri $C_p(x_i)$, $C_{p \min}$ dipendono solo dalla geometria dei confini del flusso e non da altri parametri.

Si consideri il valore di $C_{p \min}$ per un flusso monofase noto sia esso derivato da misure sperimentali sia da calcoli teorici. L'obiettivo è quello di valutare cosa accade in un dato flusso quando viene diminuita la pressione del flusso oppure viene aumentata la sua velocità affinché il flusso si avvicini alla tensione di vapore P_v ad una data temperatura T_∞ . Per raggiungere questa relazione, è utile definire il numero di cavitazione σ come:

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_v(T_\infty)}{\frac{1}{2}\rho_L U_\infty^2}$$

Dove σ è caratteristico per ogni flusso sia esso in cavitazione oppure no; se questo è sufficientemente elevato, si può considerare il fluido come monofase. Se invece σ diminuisce, si avrà nucleazione ad un particolare valore detto numero di cavitazione incipiente denotato con σ_i . Un'ulteriore riduzione di σ al di sotto dei σ_i causa un aumento di bolle di vapore in numero ed estensione.

Nell'ipotesi in cui il flusso di un fluido non possa sostenere alcuna tensione e si abbia la comparsa istantanea di bolle di vapore quando p raggiunge p_v , allora si ha:

$$\sigma_i = -C_{p \min}$$

E perciò il numero di incipiente cavitazione può essere ricavato sperimentalmente.

Come rappresentato in figura 2-4, si consideri l'andamento della nucleazione con i nuclei liberi che viaggiano lungo la direzione di flusso x_i^* . Si possono avere tre casi:

- $\sigma_i > -C_{p \min}$ dove la pressione lungo tutta la traiettoria del flusso è maggiore della tensione di vapore p_v ;
- $\sigma_i = -C_{p \min}$ dove si ha che $p = p_v$ solo per un istante infinitesimo;
- $\sigma_i < -C_{p \min}$ dove i nuclei sono sottoposti a $p < p_v$ solo per un tempo finito.

Due fattori possono causare la differenza tra σ_i e $-C_{p \min}$. In primo luogo la nucleazione può non avvenire quando $p = p_v$ a seconda che si consideri un liquido privo di gas o con gas ed inoltre venga considerato il tempo di applicazione. Come si vedrà il tasso di crescita delle bolle dipende dalle proprietà termodinamiche del liquido e del vapore che sono a loro volta funzioni della temperatura del liquido. Di conseguenza σ_i dipende dalla temperatura del liquido.

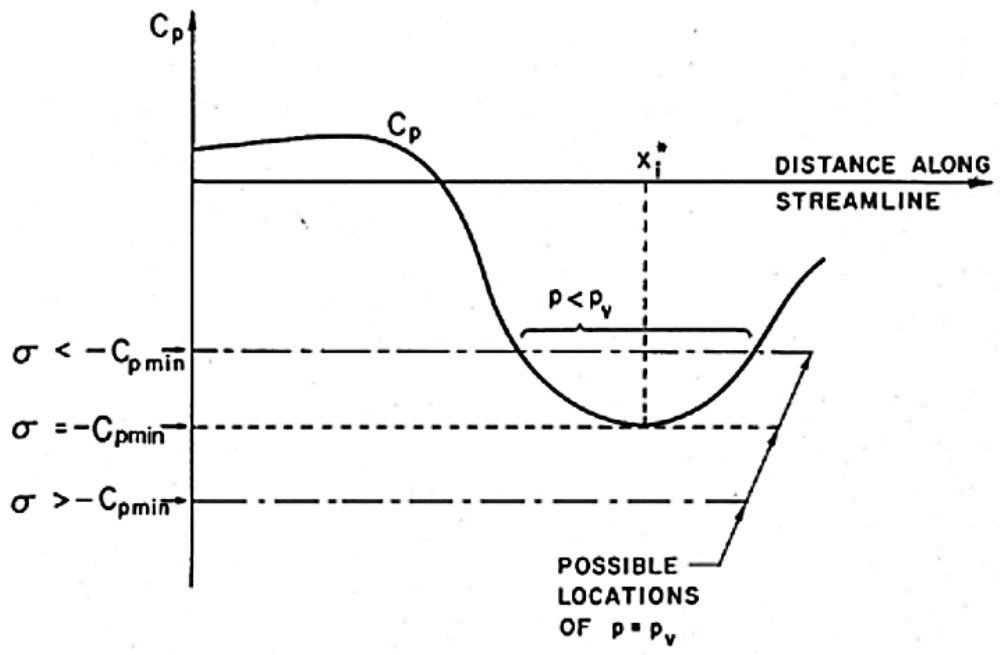


Figura 2-4: Schema di distribuzione della pressione lungo la tangente il fluido

CAPITOLO 3

Cavitazione

3.1 Effetti viscosi nella cavitazione incipiente

Si è considerato fino a qui un flusso ideale e costante privo di attriti con un valore di $-C_{p\ min}$ positivo e costante per una data geometria del flusso. Quando però si considera l'effetto della viscosità, $C_{p\ min}$ è funzione del numero di Reynolds (Re) ed anche in un flusso costante ci si aspetta di osservare una dipendenza del numero di cavitazione σ da quello di Reynolds. Per comodità, consideriamo l'effetto viscoso costante.

Fino a qui si è assunto che il flusso del fluido sia laminare e costante, ma per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche, si tratta di fluidi non solo turbolenti ma anche non a regime costante a causa dell'instaurarsi di vortici: all'interno di essi si ha una pressione di gran lunga minore della pressione media del flusso. La misurazione od il calcolo di $-C_{p\ min}$ forniscono il valore medio minimo di pressione che si presenta durante la cavitazione all'interno di un vortice la cui pressione al centro è inferiore di quella media causando alti valori del numero di cavitazione σ_i a differenza di quanto ci si aspetterebbe.

Riassumendo, ci sono tante spiegazioni al fatto che σ_i sia diverso da $-C_{p\ min}$, valore che dovrebbe essere calcolato a partire dalla pressione in un liquido monofase:

1. La presenza di una resistenza a trazione può causare una riduzione del numero di cavitazione σ_i ;
2. L'effetto del tempo di permanenza può causare una riduzione del numero di cavitazione σ_i ;
3. La presenza di gas contaminanti può causare un aumento del numero di cavitazione σ_i ;
4. L'effetto viscoso costante dovuto alla dipendenza di $C_{p\ min}$ dal numero di Reynolds Re può causare che il numero di cavitazione σ_i diventi funzione di Re ;
5. Gli effetti legati alla turbolenza possono causare un aumento di σ_i .

Se non fosse stato per questi effetti, la previsione riguardo la cavitazione sarebbe un semplice problema legato alla determinazione di $C_{p\ min}$. Sfortunatamente, questi effetti possono causare grandi variazioni dal criterio $\sigma_i = -C_{p\ min}$ con importanti conseguenze in parecchie applicazioni.

Inoltre si identificano i parametri che devono essere controllati o almeno misurati durante esperimenti di cavitazione incipiente:

1. Il numero di cavitazione σ ;

2. Il numero di Reynolds Re ;
3. La temperatura del liquido T_{∞} ;
4. La “qualità” del liquido: il numero e la natura di nuclei liberi, la quantità di gas disciolto e dei flussi in turbolenza;
5. La qualità delle superfici, inclusa la rugosità (che può influenzare l'idrodinamica), la porosità o la distribuzione di cave.

Anche se l'interazione tra turbolenza e cavitazione incipiente è stata identificata recentemente, non sorprende che i singoli effetti non possano essere stati prontamente ricavati dai numerosi esperimenti del passato. A seguire alcune considerazioni circa alcuni esperimenti con importanti conseguenze.

3.2 Misure della cavitazione incipiente

In letteratura scientifica sono molti gli articoli sulla cavitazione incipiente: Acosta e Parkin (1975), Arakeri (1979), Rood (1991), così come il libro di Knapp, Daily e Hammit (1970).

Il primo effetto che si vuole prendere in esame è l'incertezza della resistenza a trazione del liquido. È molto difficile rimuovere da un liquido tutte le particelle, microbolle e contaminanti che causano nucleazione. Questo può causare differenze considerevoli sul numero e tipo di cavitazione incipiente in diverse strutture o anche nello stesso impianto che utilizza acque trattate in modo differente.

Come si può osservare in figura 3-1 il numero di cavitazione incipiente in funzione della velocità del flusso, varia a seconda di differenti tubi di flusso utilizzando la stessa sagoma assialsimmetrica, presi in esame in diversi paesi in vari stati del Mondo.

In figura 3-2, si possono osservare i dati sulla cavitazione incipiente ottenuti da Keller (1974) riguardo il flusso attorno ad un corpo emisferico. Come mostrato nei grafici a sinistra, l'acqua trattata in diversi modi contiene differenti distribuzioni di nuclei che corrispondono a differenti numeri di cavitazione incipiente (grafico a destra in funzione del numero di Reynolds)

Come detto in precedenza, l'acqua con più elevata distribuzione di nuclei ha un numero maggiore di cavitazione incipiente.

Dal momento che la cavitazione (del nucleo) è importante per comprendere la cavitazione incipiente, va riconosciuto che in un qualsiasi studio circa la cavitazione incipiente, bisogna misurare il numero di nuclei presenti nel liquido. Va ricordato che la maggior parte dei metodi utilizzati per effettuare queste misure sono in fase di sviluppo: *scattering* acustico e luminoso, contatori di cavitazione (effettuano rilevazioni nel liquido sul numero e sulla dimensione delle

bolle generate), olografia. Forse quest'ultima è il metodo più affidabile in quanto crea una fotografia tridimensionale di un volume di prova del liquido che viene poi utilizzata per l'analisi dei nuclei.)

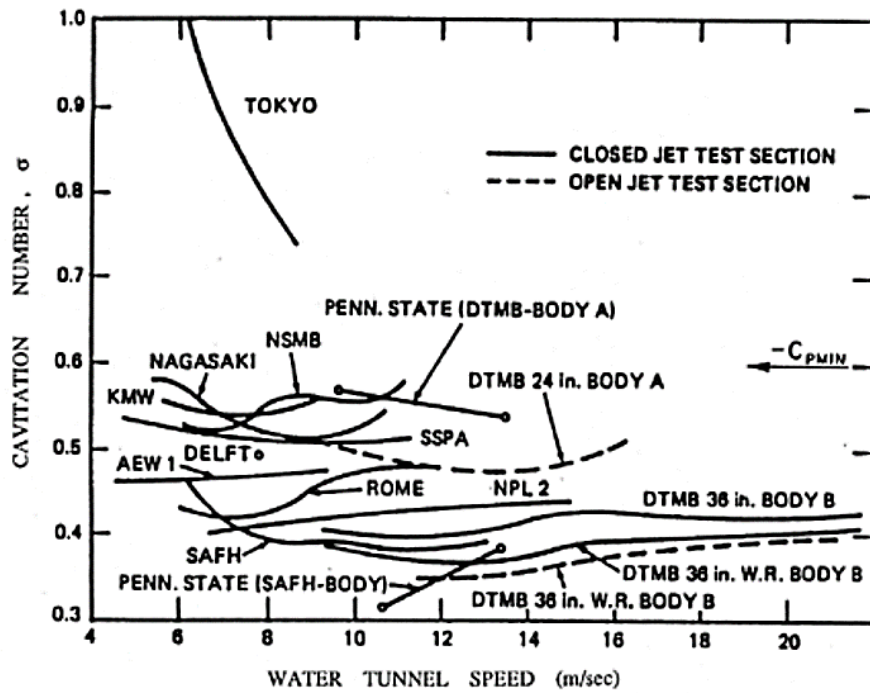


Figura 3-1: Studio comparativo circa il comportamento del numero di cavitazione incipiente in funzione della velocità del fluido per diversi flussi con la stessa sagoma assialsimmetrica (Lingren e Johnsson 1966, Jhonsson 1969)

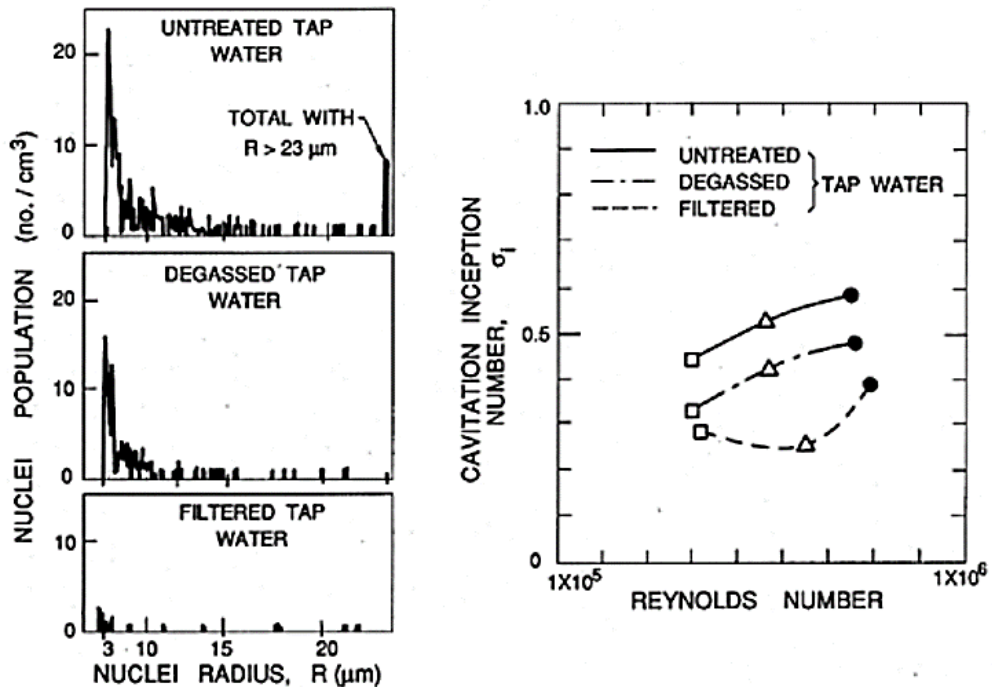


Figura 3-2: A sinistra distribuzione dei nuclei in acqua trattata e non trattata e a destra numero di cavitazione corrispondente in funzione di forme emisferiche di differenti diametri: 3 cm (●), 4,5 cm (Δ) e 6 cm (□). Keller (1974)

È interessante notare che la cavitazione stessa può essere sorgente di nucleazione in molte applicazioni. Questo perché l'aria disciolta nel liquido tende a fuoriuscire dal liquido a basse pressioni e contribuisce ad una pressione parziale dell'aria che causa cavitazione macroscopica di bolle. Quando le bolle si trovano in una regione di alta pressione ed il vapore condensa, questo rilascia piccole bolle di aria che dissolvono lentamente. Questo fenomeno imprevisto causa un trauma per la prima parte della colonna di fluido e presto la sezione considerata si trova con un fluido bifase. Si possono avere due soluzioni. La prima è creare nel flusso un ritorno lungo e profondo (chiamato "resorber") così che l'acqua rimanga ad una pressione sufficiente alta per un tempo sufficiente a dissolvere la maggior parte di nuclei prodotti dalla cavitazione. La seconda soluzione si ha con un "deareatore" che diminuisce il contenuto dell'aria nell'acqua dal 20% al 50% del livello di saturazione. Queste due soluzioni servono ad illustrare che in ogni struttura, la densità superficiale dei siti di nucleazione $N(R_p)$ è funzione delle condizioni operative e può essere variata sia attraverso un deareatore sia attraverso filtratura.

Una conseguenza sulla densità dei nuclei data dalla cavitazione è che il numero di cavitazione che si ha quando la cavitazione sparisce per effetto dell'aumento della pressione può essere diverso dal valore che si ha quando essa scompare diminuendo la pressione. Il primo tipo di cavitazione è detta cavitazione inferiore (σ_d) da distinguere da quella incipiente (σ_i) e la loro distinzione è definita "isteresi della cavitazione".

3.3 Dati sulla cavitazione incipiente

In figura 3-3 si osservano i dati sulla cavitazione incipiente a partire da un profilo aerodinamico NACA 4412 al variare dell'angolo di attacco (Kermeen 1956). Per angoli di attacco positivi la regione di bassa pressione e la cavitazione incipiente si presentano sulla superficie di aspirazione; per angoli di attacco negativi invece questi si spostano sulla superficie in pressione. In più, come si riduce l'angolo di attacco in altre direzioni, il valore di $-C_{p, \min}$ aumenta e così pure il numero di cavitazione incipiente.

Come si vedrà in seguito, un altro argomento importante è l'effetto scala della cavitazione incipiente per quanto riguarda componenti idraulici, in particolar modo quando si analizzano i risultati attraverso prototipi in scala come ad esempio per lo sviluppo di eliche navali. In figura 3-4 sono riportati valori tipici di cavitazione incipiente per un singolo profilo con angolo di attacco nullo e tre velocità diverse del fluido in funzione del numero di Reynolds, perché si pensava che questo facesse ridurre le tre curve ad una sola. Le tre curve separate dimostrano invece che esiste una misura a parte il cui effetto è separato da quello dovuto al numero di

Reynolds. Si potrebbe pensare che il parametro mancante sia il rapporto tra la misura dei nuclei e la loro distanza.

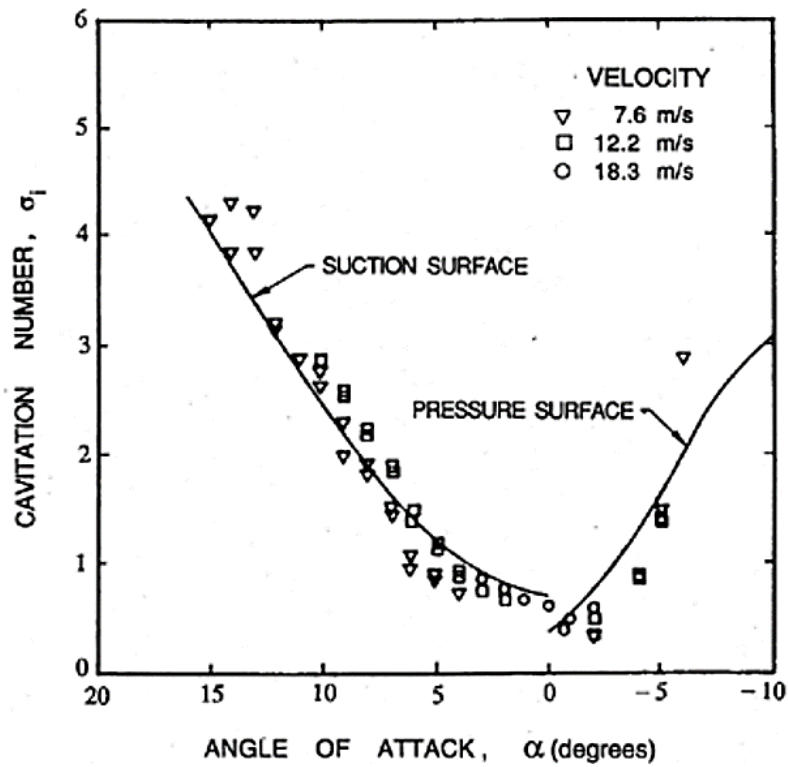


Figura 3-3: cavitazione incipiente per un profilo aerodinamico NACA 4412

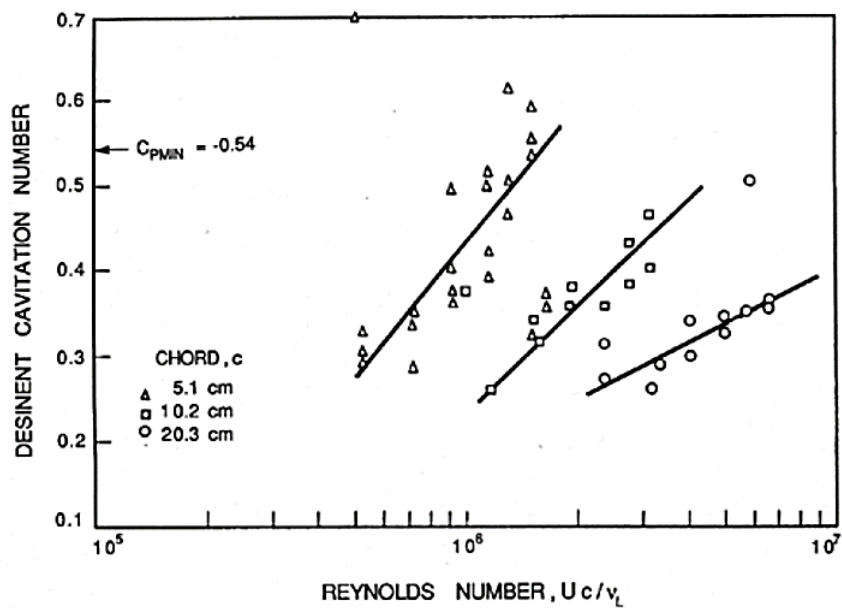


Figura 3-4: numero di cavitazione per tre tipi di profili Joukowski con angolo di attacco nullo in funzione del numero di Reynolds, Re (Holl e Wislicenus 1961)

Per completare l'elenco di quei fattori che possono influire sulla cavitazione incipiente, è necessario menzionare l'effetto della rugosità superficiale ed il livello di turbolenza presente nel fluido. I due effetti sono collegati dal momento che la rugosità causa un innalzamento di turbolenza. Ma quest'ultima può anche influire sul flusso ritardando la separazione dello strato limite e per questo variando i campi di pressione e velocità in diversi modi.

Infine la turbolenza causa cavitazione incipiente dal momento che un nucleo si può trovare al centro di un vortice dove il livello di pressione è minore rispetto al valore medio. Gli effetti viscosi sulla cavitazione incipiente sono stati analizzati nel dettaglio da Arakeri-Acosta (1974) e Gates-Acosta (1974); le implicazioni a livello ingegneristico dovute ad un'elevata turbolenza si possono ritrovare nel funzionamento delle pompe.

3.4 Effetto scala nella cavitazione incipiente

Uno dei problemi più difficili da affrontare per un ingegnere è certamente l'effetto scala per la cavitazione incipiente. Cambiando le misure del dispositivo, si altera non solo l'effetto del tempo di permanenza, ma anche il numero di Reynolds. Inoltre la dimensione relativa dei nuclei è diversa tra dispositivo e modello; cambiando la velocità nel tentativo di mantenere costante il numero di Reynolds scalato, può confondere ulteriormente il problema riguardo il tempo di permanenza. Inoltre cambiando la velocità cambia il numero di cavitazione. Per ottenere le condizioni progettate, bisogna prima cambiare il livello della pressione che può alterare il numero di nuclei. C'è anche poi il problema della rugosità della superficie nel modello e nel prototipo.

Un altro aspetto da considerare nell'effetto scala è come prevedere gli effetti della cavitazione in un liquido basandosi su pochi dati ottenuti da altri liquidi. Così non è da sorprendersi se il fatto di scalare i dati da un liquido ad un altro sia difatti un tentativo.

Fino a qui ci siamo focalizzati sul fenomeno della cavitazione incipiente. Una volta che la cavitazione si è stabilizzata, i fenomeni che avvengono sono molto meno sensibili ai fattori quali la distribuzione dei nuclei. Così il dimensionamento durante la cavitazione completamente sviluppata, può avvenire con maggiore sicurezza rispetto a quella incipiente. Tuttavia questo non è di consolazione per il progettista incaricato di evitare completamente la cavitazione.

CAPITOLO 4

Collasso delle bolle nella cavitazione

4.1 Introduzione

In questo capitolo si affronterà la dinamica delle bolle di vapore e si porrà attenzione al loro collasso; in particolare si analizzeranno le conseguenze del collasso violento delle bolle di vapore durante il fenomeno della cavitazione.

4.2 Il collasso delle bolle

Il collasso delle bolle è un argomento molto importante a causa del rumore e dei danni materiali che possono essere provocati dall'elevata velocità, temperatura e pressione durante il collasso stesso. Spesso durante la cavitazione le bolle sono distanti dall'essere sferiche e per questo si sostiene che l'analisi su quelle sferiche rappresenti il massimo delle conseguenze in termini di pressione, temperatura e danni potenziali.

Durante la cavitazione la bolla cresce da un piccolo nucleo, collassa al massimo raggio R_M con una pressione parziale p_{GM} che è difatti molto piccola. Di solito R_M è nell'ordine di 100 volte il raggio iniziale R_0 . Di conseguenza, se la pressione parziale iniziale del gas all'interno del nucleo è di 1 bar, il valore di p_{GM} all'inizio del collasso è di 10^{-6} bar. Se la depressione tipica che si ha nel fluido è di circa 0.1 bar, allora la massima pressione generata è di circa 10^{10} bar e la temperatura raggiunge 4×10^4 volte quella dell'ambiente. Molti fattori mitigano questi risultati teorici come il grado di diffusione di gas nel liquido all'interno delle bolle e l'effetto della comprimibilità del liquido. Ciò nonostante, i calcoli teorici illustrano le pressioni e le temperature potenziali che si possono raggiungere durante il collasso causando onde d'urto e rumore.

Nello studio sul collasso delle bolle, per capire di più circa la generazione di onde d'urto, si necessita di introdurre il concetto di comprimibilità del liquido. Sono stati effettuati vari studi come quelli di Herring (1941), Schneider (1949) e Gilmore (1952). Quest'ultimo dimostrò che si poteva utilizzare l'approssimazione introdotta da Kirwood e Bethe (1942) ottenendo una soluzione analitica che accordava con i risultati ottenuti da Schneider riguardo il numero di Mach. Per chiarire, Kirwood e Bethe introdussero un'approssimazione secondo la quale in un liquido la propagazione delle onde d'urto avviene alla velocità sonica c , rispetto alla velocità del liquido u , oppure in altre parole alla velocità assoluta $c + u$. In figura 4-1 sono rappresentati i risultati degli studi effettuati da Herring, Shneider e Gilmore: in un problema ideale, il numero

di Mach sulla superficie della bolla aumenta al diminuire del suo raggio. La linea segnata come “incomprimibile”, corrisponde al caso in cui la comprimibilità del liquido è stata trascurata nella legge del moto; ha un’inclinazione di circa $-3/2$ fino a quando $|dR/dt|$ è proporzionale a $R^{-3/2}$.

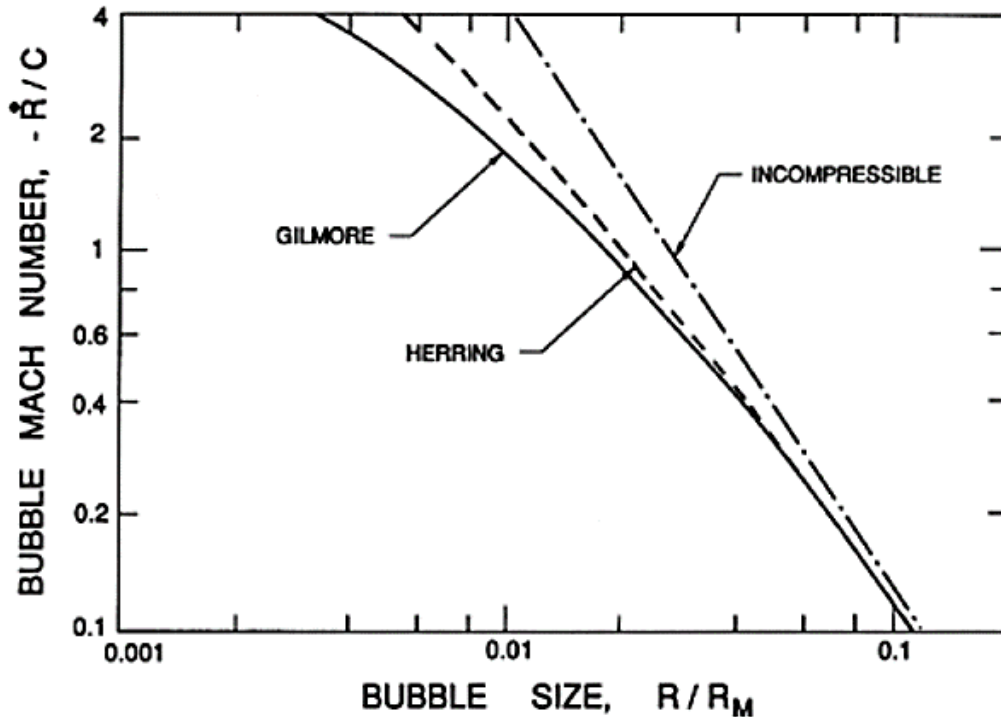


Figura 4-1: Numero di Mach sulla superficie della bolla in funzione del raggio relativo a quello iniziale per una differenza di pressione $p_\infty - p_{MG}$ di 0.157 bar. Studi di Herring (1941) e Gilmore (1952). I risultati ottenuti da Shneider confermano la curva di Gilmore fino ad un numero di Mach di 2.2

Nonostante tutto, anche se è presente del gas che decelera il collasso, il primo effetto della comprimibilità del liquido, non è l’evoluzione della bolla ma è il ruolo che svolge nella formazione di onde d’urto durante la fase che segue il collasso. Hickling e Plesset (1964) furono i primi che fecero uso delle equazioni numeriche sul liquido comprimibile al fine di esaminare questi effetti: onde d’urto e boati. In figura 4-2 sono rappresentati dei loro risultati circa la distribuzione della pressione nel liquido prima (figura a sinistra) e dopo (figura a destra) il momento di raggio minimo. Come indicato nel grafico, Hickling e Plesset conclusero che la forza della pressione presenta un’attenuazione geometrica (come r^{-1}). Ulteriori studi furono portati avanti da vari studiosi: Ivany e Hammitt (1965), Tomita e Shima (1977), Fujikawa e Akamatsu (1980) e altri ancora. I primi confermarono che né la tensione superficiale né la viscosità giocano un ruolo significativo nel collasso.

In molti casi la forza della pressione diffusa all’interno del liquido ha un picco di pressione di ampiezza p_p dato all’incirca da (Hickling e Plesset-1964):

$$p_p \approx 100 R_M p_\infty / r$$

Appare chiaro che quest'ultima equazione fornisce un ordine di grandezza della forza della pressione che incide una superficie solida per piccole porzioni. Per esempio, se $p_\infty \approx 1$ bar questo implica una pressione di 100 bar alla distanza di massimo un raggio di bolla ($r = R_M$).

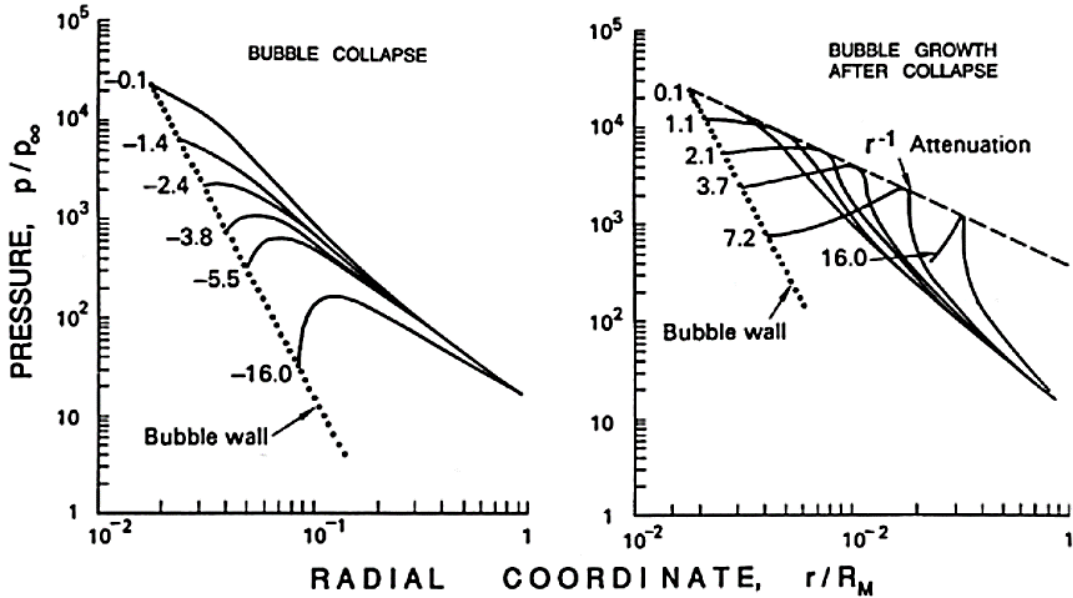


Figura 4-2: Risultati degli studi di Hickling e Plesset (1964) circa la distribuzione della pressione nel liquido prima (a sinistra) e dopo (a destra) il collasso. Come parametri: $p_\infty=1$ bar, $\gamma=1.4$ e pressione iniziale nella bolla: 10^{-3} bar.

4.3 Controllo termico del collasso

Si consideri al tempo iniziale $t=0$, una bolla di raggio R_0 in un liquido a pressione p_∞ . Il collasso ha inizio innalzando la pressione del liquido a p_∞^* . Dall'equazione di Rayleigh-Plesset(1949), il moto iniziale in assenza di effetti termici ha la forma:

$$R/R_0 = 1 - p_c t^2 + 0(t^3)$$

Dove p_c è la causa del collasso definita come:

$$p_c = \left[\frac{(p_\infty^* - p_V)}{2\rho_L R_0^2} + \frac{S}{\rho_L R_0^3} - \frac{3m_G T_\infty K_G}{8\pi\rho_L R_0^5} \right]$$

Si sostituisce quest'ultima all'interno dell'equazione di Plesset-Zwick

$$T_\infty - T_B(t) = \frac{L\rho_V}{\rho_L C_{PL} \alpha_L^{3/2}} \left(\frac{1}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^t \frac{[R(x)]^2 \frac{dR}{dt} dx}{\left[\int_x^t R^4(y) dy \right]^{1/2}}$$

Si ottiene così un tempo critico t_{c4} necessario ad uno sviluppo significativo degli effetti termici dato da:

$$t_{c4} = (r_0/\Sigma)^{2/3}$$

Se $t_{c4} \ll t_{CT}$ (dove t_{CT} è il tempo tipico di collasso), allora il collasso sotto il controllo termico inizia prima del processo di collasso. Segue che questa condizione si verifica se:

$$(p_c)^{1/2} \left(\frac{R_o}{\Sigma} \right)^{2/3} \ll 1$$

Se la condizione è mantenuta, allora il movimento iniziale è di fatto dominato dal parametro termico e si avrà:

$$R = R_o - \frac{p_c R_o^2}{\Sigma} \left[\frac{4\pi^{1/2}}{\int_0^1 \frac{dy}{(y(1-y))^{1/2}}} \right] t^{1/2}$$

Dove il termine tra parentesi quadre è una costante. Se la diseuguaglianza di cui sopra non è vera, gli effetti termici non sono importanti prima dell'inizio del processo di collasso.

4.3 Effetti termici sul collasso delle bolle

Anche se gli effetti termici sono trascurabili durante la maggior parte della fase di collasso, giocano un ruolo molto importante durante la fase finale quando il contenuto della bolla è fortemente compresso dall'inerzia del liquido fermo. Le pressioni e le temperature che si ipotizza raggiungano i gas all'interno della bolla durante un collasso sferico sono elevate. Dal momento che il tempo è molto piccolo (nell'ordine dei microsecondi), è ragionevole assumere che il gas non condensato nella bolla si comporti in modo adiabatico. Tomita e Shima (1977) lavorarono considerando il processo adiabatico, utilizzando un accurato metodo per trattare la comprimibilità dei liquidi ed ottennero temperature nel centro della bolla fino a 8800°K. Fujikawa e Akamatsu (1980), includendo anche il trasferimento di calore, trovarono dei valori di pressione e temperatura inferiori nell'ordine di 848 bar e 6700°K presenti per frazioni di microsecondi: dopo 2 μ s la temperatura all'interfaccia cala a 300°K.

Fujikawa e Akamatsu (1980) scoprirono un disequilibrio sugli effetti della condensazione sulla parete della bolla che argomentarono potesse causare un ulteriore smorzamento del collasso; introdussero così un coefficiente di correzione.

Un altro effetto che può essere importante è l'interdiffusione di gas e vapore attorno alla bolla che potrebbe causare un accumulo di gas non condensabile che di conseguenza creerebbe una barriera all'interfaccia.

4.4 Forma non sferica (delle bolle) durante il collasso

Escludendo l'iniziale accelerazione transitoria, si distinguono due fasi importanti:

1. La forma di collasso asintotico dove dR/dt è proporzionale a $-R^{-3/2}$ che accade prima di una compressione significativa del gas;
2. La fase di ritorno dove l'accelerazione dR^2/dt^2 cambia segno e assume un valore positivo molto elevato.

Durante la seconda fase, la bolla può essere altamente instabile a causa delle distribuzioni non sferiche, perché l'accelerazione raggiunge valori positivi elevati nella fase di ritorno. L'instabilità si presenta in differenti modi; dipende dal tipo di collasso e dalla presenza di altri bordi. Tutte le bolle di vapore che collassano ad una misura inferiore della loro massima ampiezza, hanno un collasso formato da piccole bolle piuttosto che da una singola bolla di vapore. Il collasso delle bolle per lo più piene di gas è minore dal momento che in quei casi valori minori di dR^2/dt^2 causano minore instabilità ed in alcuni casi implicano un equilibrio sferico. In altri casi, l'instabilità è sufficiente a causare frammentazione. In figura 4-3 si possono osservare vari esempi di bolle frammentate e molto deformate sviluppatesi nella fase post collasso.



Figura 4-3: Fotografia di una bolla d'aria nella glicerina prima (a sinistra) e dopo (al centro) il collasso ed il contraccolpo. A destra si osserva una nuvola causata da cicli di collasso e contraccolpi (Frost e Sturtevant-1986)

Una caratteristica dominante nel collasso di molte bolle di vapore è lo sviluppo di rientranze a causa di una non simmetria come quella presente vicino alla superficie solida che causa da una parte della bolla un'accelerazione verso l'interno maggiore rispetto la parte opposta. Questo ha come conseguenza la creazione di un getto ad alta velocità che penetra la bolla. Di particolare interesse per i danni dovuti da cavitazione è il fatto che la vicinanza del confine con una superficie solida causa un getto rivolto verso quel confine. In Figura 4-4 (Benjamin ed Ellis-1966) si può osservare l'inizio del micro getto.

Altre non simmetrie che causano micro getti rientranti, possono essere causate dalla gravità. La Figura 4-5 mostra il risultato del getto prodotto verso l'alto dalla gravità. Sviluppatesi attraverso la bolla, penetra il fluido dalla parte opposta creando così una protuberanza a punta.

Un'altra non simmetria che può causare la formazione di getti rientranti è la vicinanza con altre bolle creando una nuvola finita di bolle. Come hanno dimostrato Chahine e Duraiswami (1992)

con equazioni numeriche, le bolle nella periferia della nuvola tendono a sviluppare getti diretti verso il centro della nuvola stessa (Figura 4-6).

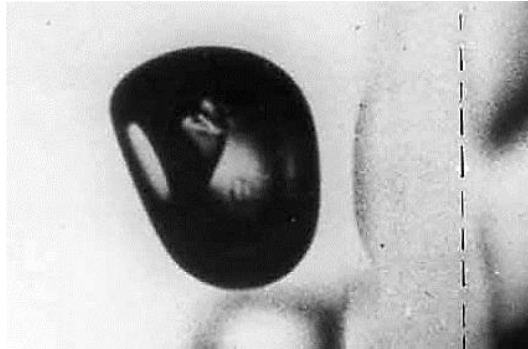


Figura 4-4: Fotografia del collasso di una bolla che mostra lo sviluppo iniziale di un micro getto rientrante causato da una superficie solida trasparente denotata dalla linea tratteggiata (Benjamin ed Ellis-1966)

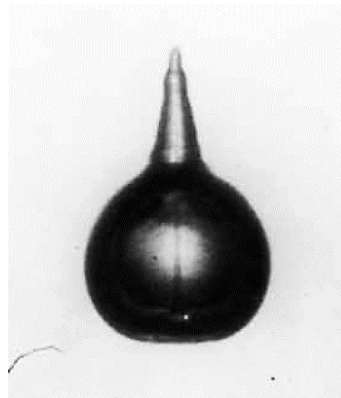


Figura 4-5: Fotografia che mostra la protuberanza generata quando la gravità indotta verso l'alto, causa un getto rientrante attraverso la bolla e penetra il fluido dalla parte opposta (Benjamin ed Ellis-1966)

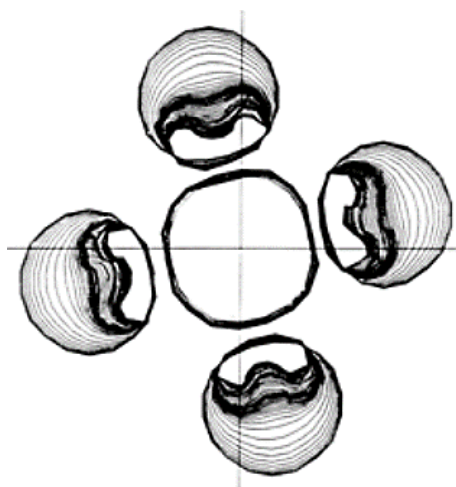


Figura 4-6: Il collasso di cinque bolle: lo sviluppo del getto rientrante (Chahine e Duraiswami-1992)

Molti altri esperimenti hanno dimostrato getti rientranti (o micro getti) nel collasso di bolle durante la cavitazione vicino a superfici solide. L'evoluzione sembra differire alquanto a seconda della distanza iniziale tra il centro della bolla e la parete. In Figura 4-7 sono illustrate una serie di fotografie (Tomita e Shima-1990) che mostrano lo sviluppo del micro getto per bolle inizialmente sferiche vicino alla parete.

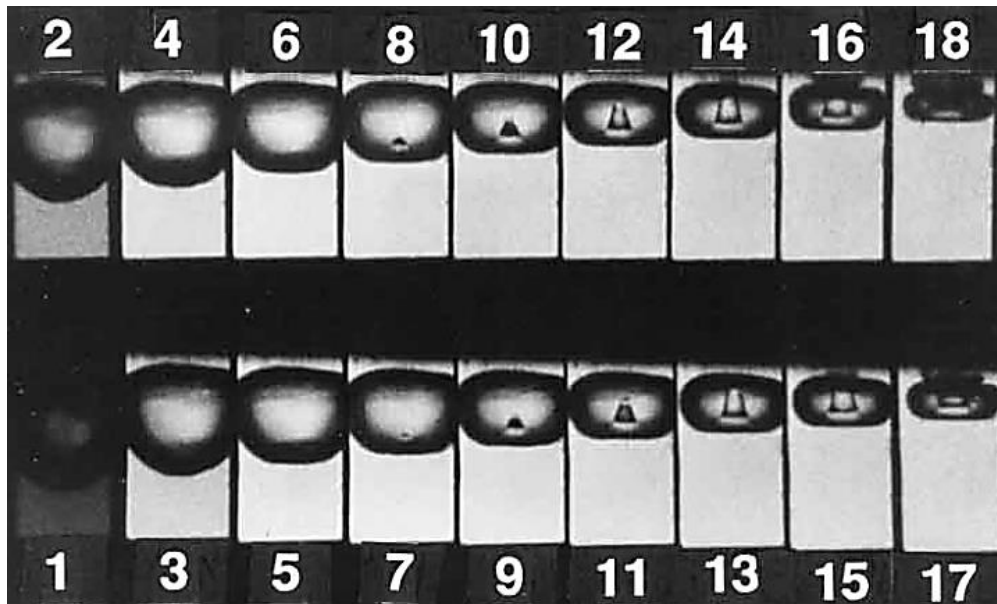


Figura 4-7: Fotografie che mostrano lo sviluppo del micro getto nel collasso di una bolla vicina ad una parete solida. L'intervallo tra le foto è di $2 \mu\text{s}$ con una larghezza di 1.4 mm per foto (Tomita e Shima-1990)

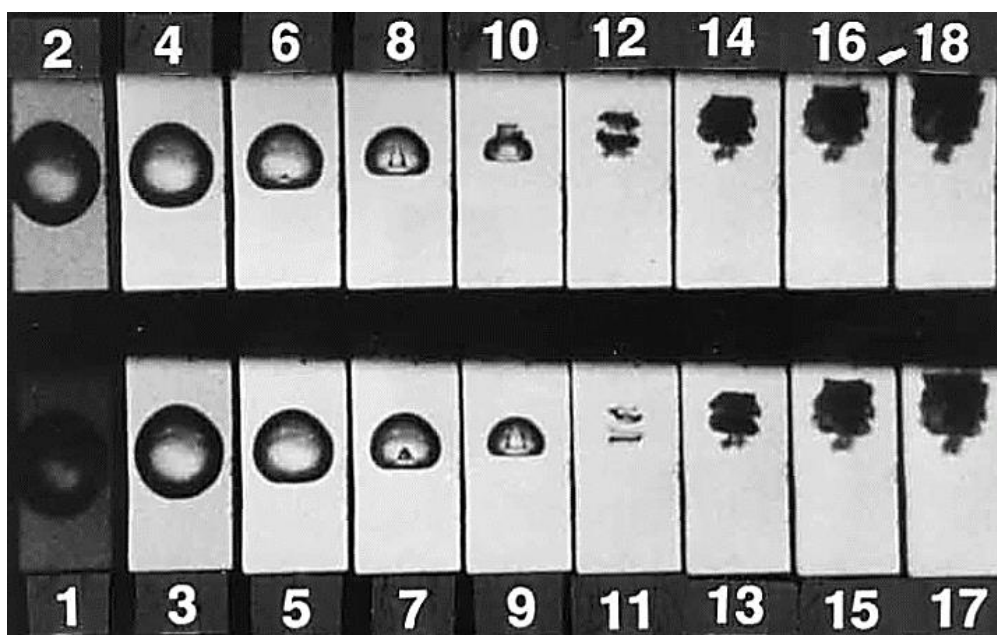


Figura 4-8: Fotografie simili al caso precedente ma con maggiore spazio tra la bolla e la parete (Tomita e Shima-1990)

In figura 4-8, sono rappresentate altre fotografie circa il collasso di una bolla, questa volta però più lontana dalla parete rispetto al caso precedente. Nella foto numero 11 si nota la formazione di due bolle di forma toroidale dopo che il micro getto ha terminato il suo attraversamento della bolla.

Quando invece il collasso della bolla avviene molto vicino alla superficie solida, è difficile osservare il micro getto (Figura 4-9)

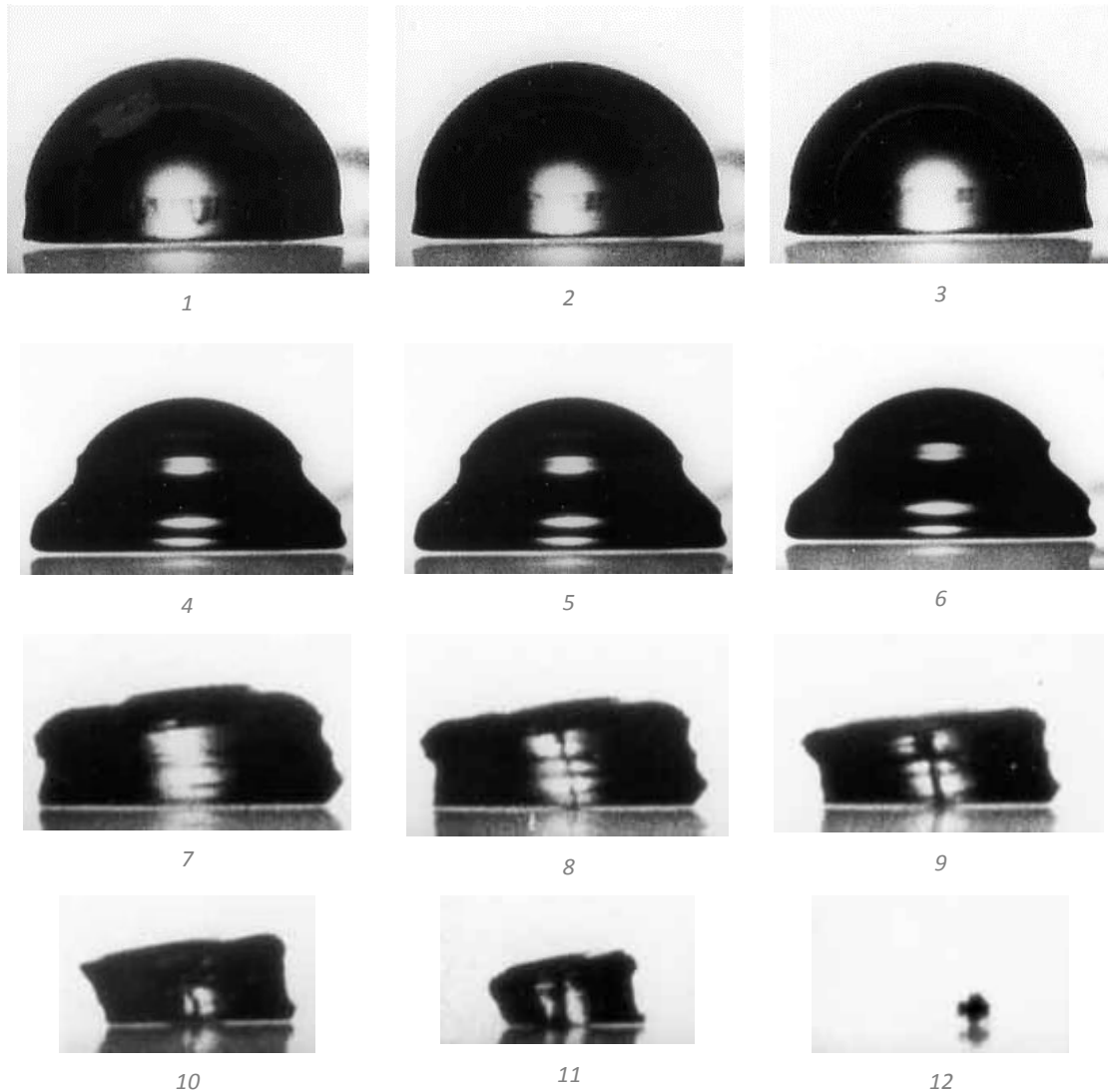


Figura 4-9: Fotografie sull'evoluzione del collasso (a "pancake") di una bolla emisferica contro una superficie (Benjamin ed Ellis-1966)

In un fluido a riposo, durante il processo di collasso nelle vicinanze di una parete il getto rientrante raggiunge alte velocità quasi subito ed in breve tempo raggiunge un volume per il quale la comprimibilità del liquido diventa importante. La velocità del getto U_j all'istante in cui colpisce la superficie opposta della bolla è data da:

$$U_j = \xi(\Delta p/\rho L)^{1/2}$$

Dove ξ è una costante e Δp è la differenza di pressione tra la pressione che mantiene la bolla in equilibrio con raggio massimo iniziale R_0 e quella presente durante il collasso. Gibson (1968) ricavò da alcuni esperimenti che $\xi=7.6$; Blake e Gibson (1987) indicarono ξ come funzione del rapporto C tra la distanza iniziale del centro della bolla dalla parete e il raggio iniziale: $\xi=11.0$ con $C=1.5$ e $\xi=8.6$ con $C=1.0$.

Sia che la bolla venga scissa a causa del microgetto o dagli effetti dell'instabilità della seconda fase, molti esperimenti sul collasso delle bolle mostrano che una bolla si sviluppa dopo il primo ritorno non come una bolla singola ma come una nuvola di piccole bolle con una conseguente dinamica diversa da quella riguardante le singole bolle. Per esempio lo smorzamento del ciclo di ritorno e collasso è maggiore di quello di una singola bolla.

4.5 Danni da cavitazione

Forse il problema maggiormente diffuso riguardo il collasso delle bolle da cavitazione è il danno causato ad una superficie solida. Di conseguenza questo argomento è stato studiato parecchio per molti anni; implica fenomeni complessi su di un flusso instabile legati alla reazione dello specifico materiale di cui è costituita la superficie. Sebbene esistano molte regole empiriche definite per aiutare gli ingegneri a valutare i danni potenziali da cavitazione, rimangono molte domande riguardo ai meccanismi di base coinvolti.

Come visto in precedenza, il collasso delle bolle dovuto a cavitazione è un processo violento che manifesta nel punto di collasso onde d'urto localizzate, di grande ampiezza e micro getti. Se questi si presentano nei pressi di una superficie solida, causano tensioni superficiali localizzate e transitorie. La ripetizione nel tempo dei carichi ciclici dovuti ai collassi, causano un cedimento dovuto a fatica e il conseguente distacco o scheggiamento di pezzi di materiale. Questa spiegazione è generalmente accettata in accordo anche con prove metallurgiche sui danni subiti da materiali più duri.

In Figura 4-10 è rappresentata una foto di una pala di una pompa a flusso misto: si possono notare i danni tipici da cavitazione. Essi appaiono come cristalli frastagliati in accordo col cedimento a fatica ed è abbastanza semplice distinguerli dall'erosione causata da particelle con contorni più levigati.

È da notare che le cave causate dai collassi delle bolle si osservano spesso in materiali teneri e la relativa facilità con cui il processo viene studiato sperimentalmente ha portato ad avere parecchi riscontri in questi materiali. Nonostante ciò non segue necessariamente che i danni nei materiali più duri sino causati dallo stesso meccanismo.



Figura 4-10: Foto dei tipici danni da cavitazione su di una pala di una pompa a flusso misto

Infatti, si dibatte da anni il problema che i danni da cavitazione siano causati da microgetti o da onde d'urto oppure da entrambi. Negli anni '40 e '50 ci si focalizzava sulle onde d'urto generate dal collasso di bolle sferiche. Quando furono scoperti i micro getti per primi da Naude ed Ellis (1961) e da Benjamin ed Ellis (1966), ci si concentrò sulle pressioni cicliche generate da questi getti. Ma anche dopo la rottura causata dal micro getto, un volta scomparso resta una nuvola di piccole bolle che continuano a collassare assieme. Questa nuvola continua a mostrare lo stesso comportamento dinamico inclusa la possibilità di produrre onde d'urto. Dapprima Shima (1983) utilizzò il metodo fotografico della strioscopia di Schlieren mostrando che onde d'urto sferiche venivano generate dalle nuvole rimanenti all'istante in cui si aveva il minimo volume.

Nella figura 4-11 sono rappresentate una serie di fotografie di un collasso di una bolla durante la cavitazione vicino ad una parete e la relativa pressione. L'istante di volume minimo della bolla è tra la fotografia 6 e la 7 ed il grafico sopra evidenzia il picco di pressione raggiunto in quel momento. Grazie alla strioscopia, le foto mostrarono che venivano generate onde sferiche e questo sembrò poter relegare i micro getti ad un ruolo secondario. Durante lo stesso periodo, Fujikawa e Akamatsu (1980) utilizzarono un materiale fotoelastico così che riuscirono a osservare allo stesso tempo le tensioni sulla superficie e le onde acustiche. Conclusero che al momento di volume minimo le onde d'urto non venissero prodotte dai micro getti.

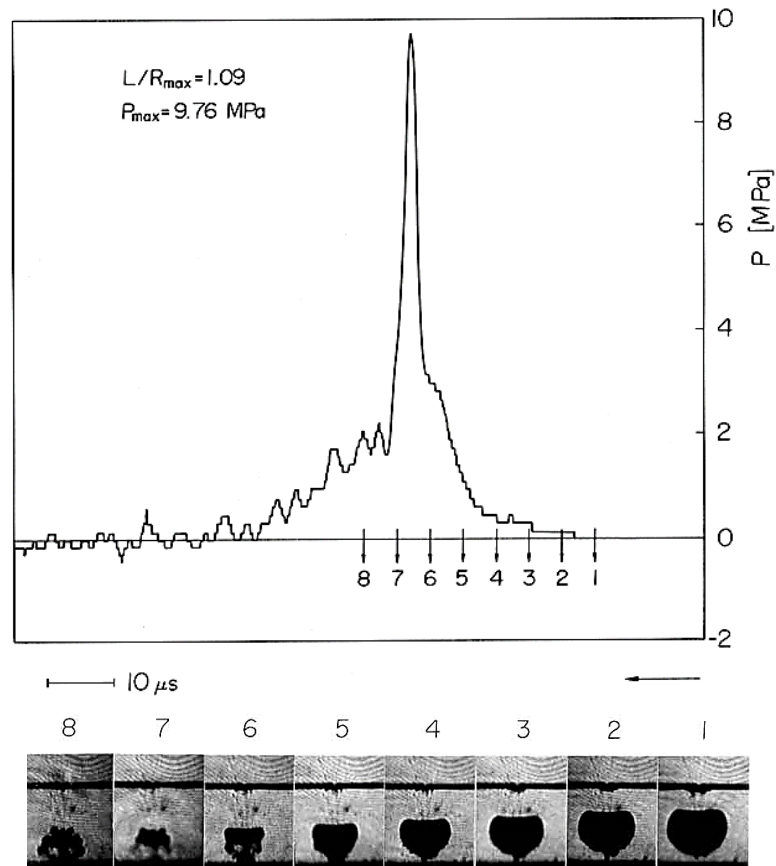


Figura 4-11: Collasso di bolle durante la cavitazione vicino ad una parete e relativa pressione (Shima, Takayama, Tomita e Ohsawa-1983)

Tuttavia più tardi, Kimoto (1987) fu in grado di osservare gli impulsi provenienti sia dall'impatto dei micro getti sia dai collassi delle rimanenti nuvole. Tipicamente questi ultimi impulsi sono di 2, 3 volte più elevati di quelli dei micro getti; entrambi però contribuiscono ad un carico ciclico sulla superficie.

Furono effettuati altri esperimenti per valutare i danni dovuti a cavitazione su diversi materiali (Knapp, Daily e Hammit-1970). Gli strumenti più comuni utilizzati consistevano in dispositivi che, facendo oscillare un campione in del liquido, causavano una crescita e collasso costanti di bolle da cavitazione sulla superficie del provino. Emerse che la perdita di materiale dalla superficie non era costante e le possibili cause di questa variazione erano il periodo di applicazione associato al processo di fatica ed il fatto che una superficie irregolare e danneggiata avrebbe prodotto un modello di cavitazione alterato. Di norma questi gruppi di test sono effettuati con un dispositivo per la magnetostrizione che serve a raggiungere frequenze standard nell'ordine dei 5kHz o a volte 20 kHz. Queste frequenze causano le nuvole di bolle da cavitazione più grandi sulla superficie del provino perché sono vicine alla frequenza naturale di una buona parte dei nuclei presenti nel liquido.

Nella maggior parte delle applicazioni, i danni da cavitazione sono alquanto indesiderati; tuttavia ci sono alcune circostanze nelle quali sono utilizzati a proprio vantaggio. Ad esempio è da credere che i meccanismi di taglio della pietra attraverso getti di acqua ad elevata velocità sono causati per una piccola parte dalla cavitazione del getto come esso colpisce una superficie rugosa.

4.6 Danni nella cavitazione dovuti al collasso della nuvola

In molti casi pratici, si osservano danni da cavitazione in aree localizzate come ad esempio nelle pale delle giranti delle pompe. Spesso questi danni sono il risultato dei collassi periodici della nuvola delle bolle da cavitazione. In figura 4-12 si può osservare una tipica nuvola di bolle generata da dispositivi acustici. In altre macchine idrauliche, la periodicità può essere naturale come risultato di regolari perdite dovute a vortici o come risultato di disturbi ricorrenti imposti al fluido. Un esempio di questo tipo di fluttuazioni imposte sono l'interazione tra rotore e statore in una pompa o in una turbina oppure quella tra l'elica di una nave e la scia non uniforme dietro di essa. Nella maggior parte dei casi il collasso della nube può causare rumori molto intensi e potenziali danni rispetto ad una situazione analoga in un fluido costante. Di conseguenza il danno è molto più critico sulla superficie solida nelle vicinanze del collasso della nube. Un esempio di questo fenomeno è rappresentato in Figura 4-13 (Soyama, Kato e Oba-1992). Le nuvole da cavitazione si riuniscono nella parte anteriore delle pale in una pompa centrifuga e collasano in un punto specifico così come si nota nella foto di sinistra e causano danni localizzati (foto a destra).



Figura 4-12: Fotografia di una nube di bolle da cavitazione generata per via acustica (Plesset, Ellis-1955)

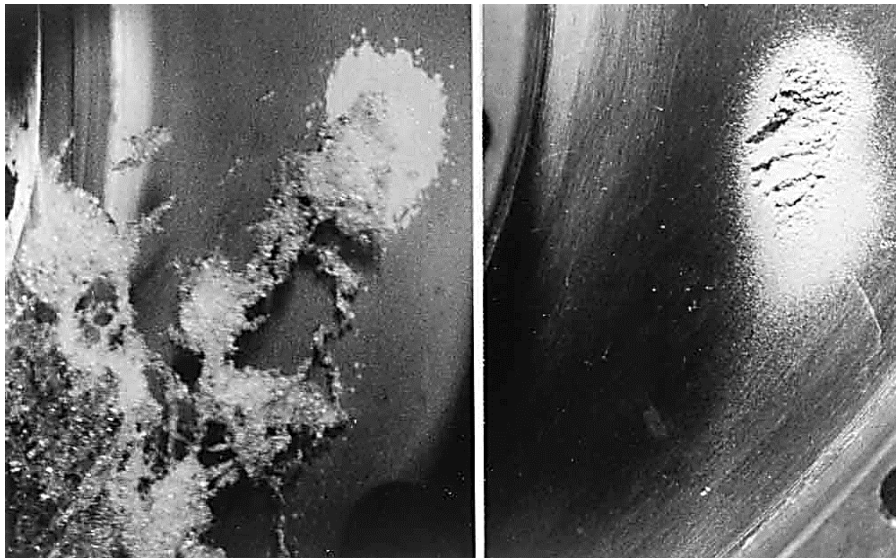


Figura 4-13: Fotografia circa il fenomeno della cavitazione e i danni subiti alla base delle pale in una pompa centrifuga. La fotografia a sinistra mostra le nuvole da cavitazione mentre quella a destra i danni da cavitazione. In questo caso, il fluido scorre dal basso a sinistra all'alto a destra (Soyana, Kato, Oba-1992)

4.7 Rumore dovuto alla cavitazione

Il collasso violento e catastrofico delle bolle dovute a cavitazione oltre al danno alle superfici solide causa la produzione di rumore come conseguenza dell'elevata pressione momentanea generata quando il contenuto delle bolle è fortemente compresso.

La pressione acustica emanata p_a è data da (a partire dall'equazione di Rayleigh-Plesset):

$$p_a = \frac{\rho_L}{4\pi R} \frac{d^2V}{dt^2}$$

Dove $V(t)$ è il volume della cava in funzione del tempo e R è la distanza dal centro della cava al punto di misurazione. Dal momento che il rumore generato durante il collasso della bolla è direttamente proporzionale alla derivata seconda del volume rispetto al tempo, è chiaro che esso si presenta per valori elevati e positivi di d^2V/dt^2 quando la bolla è vicino alla misura minima. È convenzione rappresentare il livello sonoro con una radice quadrata media o pressione acustica definita da:

$$p_s^2 = \overline{p_a^2} = \int_0^\infty G(f)df$$

Dove $G(f)$ è la funzione della densità spettrale legata alla distribuzione della frequenza f .

Per gli ingegneri e ricercatori, lo scricchiolio che accompagna la cavitazione è una delle caratteristiche più evidenti di questo fenomeno. L'inizio della cavitazione è spesso individuato prima dal fenomeno del rumore che dall'osservazione di bolle: nelle pompe e nelle valvole è il

primo elemento indice di cavitazione. Perciò sono stati suggeriti parecchi metodi empirici per stabilire il tasso di materiale danneggiato a partire dal rumore generato (ad esempio Lush e Angell-1984).

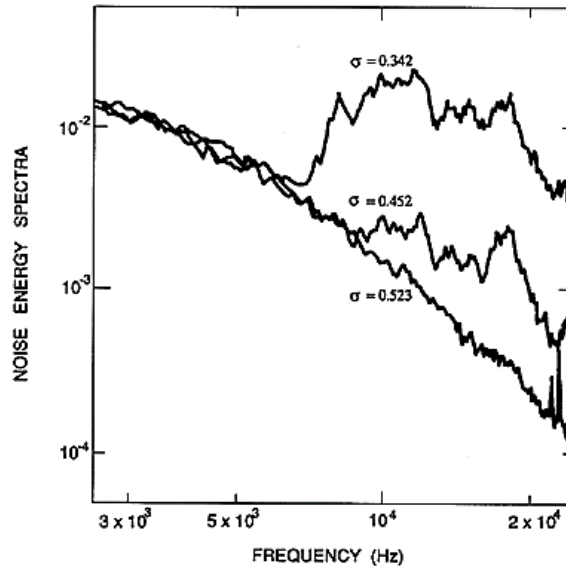


Figura 4 -14: Spettri della potenza acustica per un modello di valvola operante senza cavitazione ($\sigma=0.523$) e con cavitazione ($\sigma=0.452$ e 0.342) (Martin-1981)

In figura 4-14 sono rappresentati gli spettri dell'energia del rumore in funzione della frequenza misurati in una cavità di una valvola idraulica. La curva più bassa ($\sigma = 0.523$) rappresenta il rumore turbolento per un fluido senza cavitazione. Al di sotto del numero di incipiente cavitazione (in questo caso: $\sigma = 0.523$) è presente un elevato incremento del livello di rumore con frequenze di 5 kHz e più.

Molti approcci analitici al rumore dovuto a cavitazione si strutturano a partire dalla dinamica del collasso di una singola bolla. Le analisi di Fourier sulle onde di pressione acustiche furono incominciate dapprima da Rayleigh (1917) e proseguite da Mellen (1954) e Fitzpatrick-Strasberg (1956).

Considerando le analisi di Fourier, si consideri la distribuzione delle frequenze $q(f)$ utilizzando (adimensionalmente) la frequenza $f t_{TC}$ (con t_{TC} tempo di collasso totale). Dal momento che il volume della bolla cresce da zero fino ad un valore finito e poi ritorna a zero, segue che per $f t_{TC} < 1$ la trasformazione del volume (secondo Fourier) non dipende dalla frequenza. Di conseguenza d^2V/d^2t è proporzionale a f^2 e inoltre $q(f)$ lo è rispetto a f^4 . Questo è il motivo dell'asintoto presente a sinistra nel grafico di Figura 4-15.

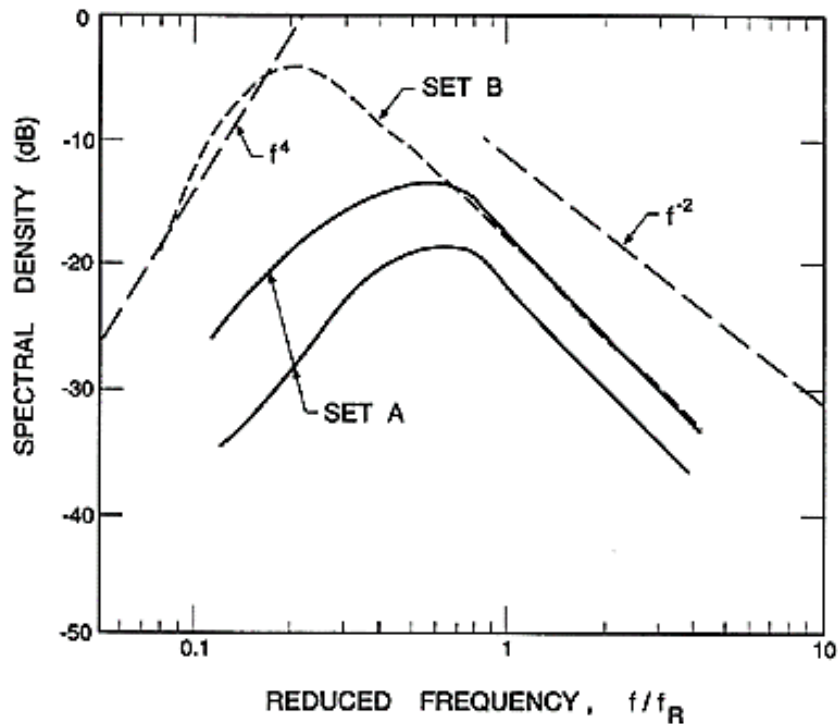


Figura 4-15: Spettri acustici del rumore causato dalla cavitazione di un getto. Sono mostrati due set di dati raccolti da Blake e Sevik (1982) e da Jorgesen (1961). Sono indicati anche gli asintoti tipici. La frequenza di riferimento f_R è data da $[p_\infty/\rho_l D^2]^{1/2}$ dove D è il diametro del getto.

Il comportamento che si ha per frequenze intermedie per le quali per $f t_{TC} > 1$ è stato al centro di discussioni e dibattiti. Mellen (1954) considerò la tipica equazione che governa il collasso di una bolla sferica in assenza di effetti termici e gas condensabili; concluse che dal momento che la velocità dR/dt è proporzionale a $R^{-3/2}$, segue che R segue $t^{2/5}$. L'errore di questa analisi è il trascurare la condensabilità del gas: quando essa è presente, la proporzionalità tra R e $t^{2/5}$ non è veritiera. Inoltre il valore di d^2V/d^2t è molto più elevato durante la fase di ritorno e perciò in questa fase la frequenza è più elevata. In realtà molti esperimenti mostrano un comportamento intermedio della frequenza simile a f^{-1} o f^{-2} .

Parecchi autori hanno anche analizzato gli effetti della comprimibilità del liquido. Mellen (1954) e Fitzpatrick-Strasberg (1956) conclusero che questa portava ad un veloce decadimento simile a f^{-2} al di sopra di alcune frequenze critiche anche se questo non è stato dimostrato chiaramente per via sperimentale.

Di recente Ciccio e Brennen (1991) hanno registrato il rumore causato dalla cavitazione di una singola bolla in un fluido; in Figura 4-16 è riportato il tipico segnale acustico registrato nei loro esperimenti.

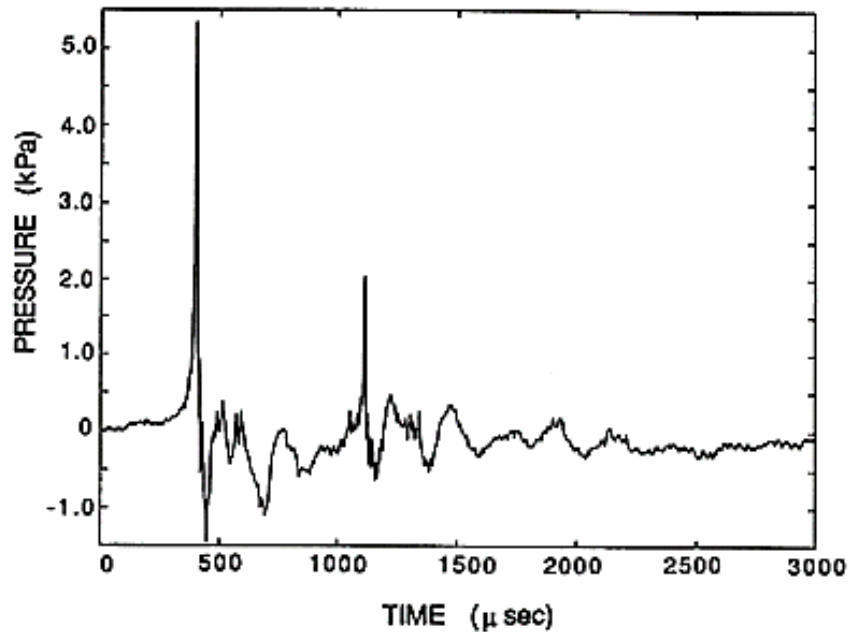


Figura 4--16: Tipico segnale acustico del collasso di una singola bolla (Ceccio-Brennen-1991)

Il primo picco di pressione a 450 μs corrisponde al primo collasso della bolla; è seguito da una serie di oscillazioni e da un secondo picco a circa 1100 μs . Quest'ultimo corrisponde al secondo collasso che segue dal ritorno dopo il primo.

Una misura veritiera circa la grandezza dell'ampiezza del collasso è l'impulso acustico I definito come l'area sottesa l'ampiezza della pressione sonora:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} p_a dt$$

Dove t_1 e t_2 sono i tempi prima e dopo l'oscillazione e dove si ha p_a nulla. Si può definire I in maniera adimensionale:

$$I^* = 4\pi IR / \rho_L U_\infty R_H^2$$

Dove U_∞ e R_H sono rispettivamente la velocità di riferimento e la lunghezza nel fluido.

Il passo successivo è considerare il risultato del rumore della cavitazione a partire da quello prodotto dalla cavitazione di una singola bolla: è una semplificazione che può essere considerata in modo casuale nel tempo. Se l'impulso prodotto da ogni evento è denotato da I ed il numero di eventi per unità di tempo da \dot{N}_E , il livello di pressione sonora p_S è dato da (risultato qualitativo):

$$p_S = I \dot{N}_E$$

Sia i risultati sperimentali che l'analisi basata sull'equazione di Rayleigh-Plesset indicano che l'impulso non dimensionale prodotto in un singolo evento di cavitazione è fortemente correlato

al massimo volume della bolla appena prima del collasso ed è indipendente dagli altri parametri del fluido. Dalle equazioni precedenti segue che:

$$I^* = \frac{1}{U_\infty R_H^2} \left[\left(\frac{dV}{dt} \right)_{t_2} - \left(\frac{dV}{dt} \right)_{t_1} \right]$$

Dove dV/dt (per $t=t_1, t_2$ quando $d^2V/dt^2 = 0$) si ottiene dall'equazione di Rayleigh-Plesset. Se all'istante t_1 , il raggio della bolla ed il coefficiente di pressione nel liquido sono denotati rispettivamente con R_X e C_{px} , allora:

$$I^* \approx 8\pi \left(\frac{R_X}{R_H} \right)^2 (C_{px} - \sigma)^{\frac{1}{2}}$$

Integrazioni numeriche dell'equazione di Rayleigh-Plesset portano ad avere $R_X/R_M \approx 0.62$, dove R_M è il raggio massimo del volume, e ad avere $(C_{px} - \sigma)$ proporzionale a R_M/R_H così che:

$$I^* \approx \beta \left(\frac{R_M}{R_H} \right)^{\frac{5}{2}}$$

Dove β è un fattore di proporzionalità pari circa a 35. Così si ottiene che:

$$I \approx \frac{\beta}{12} \rho_L U_\infty R_M^{\frac{5}{2}} / \mathcal{R} R_H^{\frac{1}{2}}$$

Dove I ha un andamento lineare con U_∞ .

Il rapporto \dot{N}_E tra il numero di eventi e l'unità di tempo è più difficile da valutare. Nell'ipotesi in cui tutti i nuclei abbiano una cavitazione simile in un fluido con area trasversale A_N , si avrebbe:

$$\dot{N}_E = N A_N U_\infty$$

Dove N è la concentrazione di nuclei (numero per unità di volume) nel flusso.

Infine sostituendo quest'ultimo risultato ed il penultimo all'interno della equazione iniziale $p_S = I \dot{N}_E$, si ottiene il livello di pressione acustica p_S :

$$p_S \approx \frac{\beta}{3} \rho_L U_\infty^2 A_N N R_H^2 (-\sigma - C_{pmin})^2 / \mathcal{R}$$

Per le semplificazioni fatte, in quest'ultima equazione, il livello di pressione sonora si ridimensiona con U_∞^2 e con R_H^4 dal momento che A_N è proporzionale a R_H^2 . Si osservi che p_S è proporzionale a U_∞^m dove $m = 1.5 \div 2$, ma tuttavia ci sono parecchi fattori che possono alterare questo ridimensionamento: in primis il fatto che solo quei nuclei che hanno un raggio più grande di quello critico R_C cavitano. Dal momento che R_C è una funzione sia di σ che della velocità U_∞ , questo significa che N è funzione di entrambi.

CAPITOLO 5

Cavitazione nei flussi

5.1 Introduzione

Si inizia l'argomento sulla cavitazione nei flussi descrivendo l'effetto del flusso su un singolo evento di cavitazione. Ci si riferisce a quando un singolo nucleo di cavitazione è spinto dentro una regione a bassa pressione; esso cresce immediatamente ad una misura macroscopica e collassa poi quando passa ad una regione ad elevata pressione. Tutti i modelli che verranno esposti sono basati su due ipotesi: le bolle rimangono sferiche e la cavitazione non interagisce con altri eventi.

Tuttavia, le osservazioni sui flussi reali hanno dimostrato che le bolle da cavitazione sono spesso distanti dall'essere sferiche. Questa caratteristica è spesso il risultato dell'interazione delle bolle con i gradienti di pressione e con le forze tangenziali nel flusso o con l'interazione con una superficie solida.

5.2 Interazione bolla/flusso

In un flusso costante e senza effetti viscosi, la pressione minima si riscontra al confine del flusso stesso. Gli effetti che si riscontrano nei liquidi reali non alterano il fatto che la pressione minima si riscontra sulla superficie solida o nelle sue vicinanze. Forse l'eccezione più comune è la cavitazione per effetto di vortici dove l'instabilità e la presenza di attriti viscosi associati a vortici o turbolenze causano deviazioni dalla teoria. Nella maggior parte dei flussi dove la pressione minima si manifesta su di un bordo, si ha che le bolle da cavitazione originate vicino a quel punto sentono l'influenza e l'interazione con quel bordo che si assume essere una superficie solida. Inoltre si osserva che qualsiasi curvatura della superficie solida o, più precisamente, della linea di flusso nelle vicinanze del punto di minima pressione causa gradienti di pressione normali a quella superficie più elevati di quelli all'interno del flusso. Questi gradienti di pressione normali forzano la bolla in direzione della superficie e causano un allontanamento dalla sfericità. Si vuole qui analizzare l'interazione bolla/parete e bolla/flusso.

Prima di passare a descrivere alcune osservazioni sperimentali circa l'interazione bolla/fluido, è utile considerare la misura relativa delle bolle e dello strato viscoso lungo la parete. In un fluido con un flusso costante con velocità U attorno ad un oggetto come un profilo aerodinamico di dimensione tipica \bullet , lo spessore dello strato laminare sulla parete vicino al punto di pressione

minima è dato qualitativamente da: $\delta = (v_L \bullet / U)^{1/2}$. La transizione alla turbolenza di solito avviene a valle del punto di pressione minima e di conseguenza il giusto strato di confine per della cavitazione circoscritta si ha nelle vicinanze della regione di pressione minima chiamato strato laminare di confine. Il rapporto tra lo strato di confine e il raggio massimo della bolla δ/R_M è dato all'incirca da:

$$\frac{\delta}{R_M} = \frac{1}{2(-\sigma - C_{pmin})} \left\{ \frac{\nu_L}{\ell U} \right\}^{1/2}$$

Poiché $(-\sigma - C_{pmin})$ è nell'ordine di 0.1 o più, segue che per numeri di Reynolds elevati, $U / v_L \bullet$, che si hanno solitamente nella maggior parte dei flussi in cui si riscontrano problemi di cavitazione, lo strato di confine è solitamente più piccolo del raggio della bolla. Si può anticipare che quelle bolle dovute a cavitazione lontane dalla superficie solida interagiranno prima di tutto con il flusso non viscoso all'esterno dello strato di confine, mentre quelle che si trovano nelle vicinanze della superficie solida, interagiranno con lo strato di confine.

5.3 Osservazioni sperimentali

Le prime osservazioni circa il singolo percorso delle bolle da cavitazione effettuate da Knapp e Hollander (1948), Parkin (1952) ed Hellis (1952) riguardano la loro deformazione a causa del fluido. L'attenzione si è subito spostata alla semplice osservazione della dinamica di un'unica bolla in un liquido a riposo e solo recentemente si è ricominciata l'analisi della deformazione causata dal liquido. Sia Knapp e Hollander (1948) che Parkin (1952) hanno osservato che quasi tutte le bolle hanno una forma più emisferica che sferica e sembrano separate dalla superficie solida con un sottile strato di fluido.

Di recente Ceccio, Brennen (1991) e Kuhn (1992) hanno eseguito una serie di esperimenti sulle bolle da cavitazione in un fluido lungo corpi asimmetrici includendo studi sull'effetto scala del fenomeno. Sono stati utilizzati due corpi asimmetrici: il primo chiamato "Corpo Schiebe" la cui caratteristica della sua forma è che lo strato di confine non si separa nella regione di bassa pressione fino a che non appaiono le bolle da cavitazione; il secondo utilizza una geometria ITTC usata originariamente da Lindgren e Johnsson (1966) che mostra uno strato laminare fino a quando non compaiono le bolle da cavitazione. Come illustrato in Figura 5-1, in entrambe le geometrie le isobare nei dintorni del punto di minima pressione mostrano un elevato gradiente di pressione normale la superficie. Per un dato numero di cavitazione σ , la regione sotto la tensione di vapore, chiusa tra la superficie solida e la superficie isobarica ($C_p = -\sigma$), è lunga e sottile rispetto la geometria. Solo i nuclei che passano attraverso questo stretto volume sono portati a cavitazione.

In Figura 5-2 sono rappresentate delle fotografie di bolle su di una geometria “Scheibe” di 5.08 cm di diametro durante il ciclo di crescita e collasso.

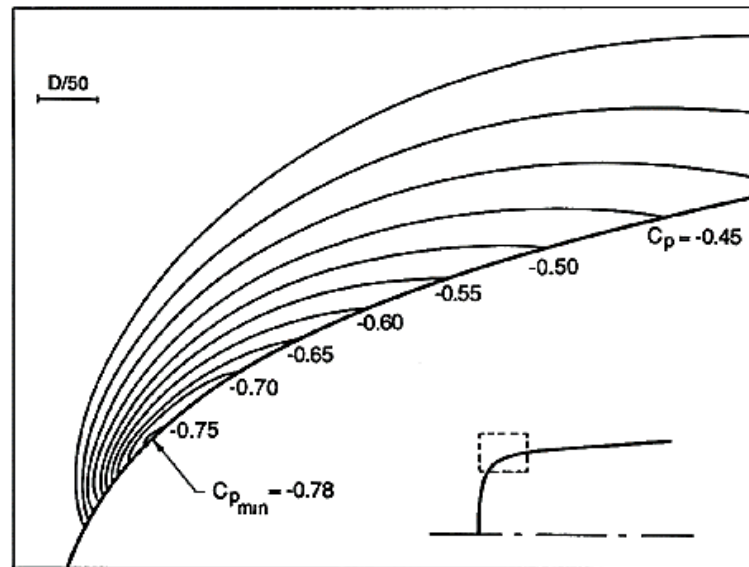


Figura 5-1: Isobare in prossimità del punto di pressione minima su una superficie asimmetrica “Schiebe” con indicati i valori del coefficiente di pressione C_p . In basso a destra è mostrata la geometria analizzata ed il punto ingrandito nel grafico (rettangolo tratteggiato). Da Scheibe (1972) e Kuhn (1992)

In tutti i casi nella fase iniziale di crescita, si ha avuto una geometria sferica e la bolla veniva separata dalla superficie attraverso un sottile strato di liquido nello stesso ordine di grandezza dello strato di confine. Quello che succede dopo dipende dalla geometria della superficie e dal numero di Reynolds. Inizialmente come rappresentato in Figura 5-2, come la bolla entra in una regione con gradienti di pressione sfavorevoli, la superficie frontale comincia ad essere spinta in avanti trasformandosi a forma di cuneo.

Allo stesso tempo, avvengono altri due processi. Nel primo, lo spessore delle linee di flusso delle bolle decresce più velocemente che quello parallelo la superficie e normale al flusso in arrivo sulla superficie. Nel secondo, la bolla acquisisce un movimento a vortice attraverso la sua interazione con lo strato limite durante la fase di crescita. Di conseguenza, proseguendo il collasso, questo vortice è localizzato e la bolla evolve in uno o più vortici da cavitazione con l'asse normale alle linee di flusso.

Altri due fenomeni sono stati osservati su di una geometria ITTC che presenta la separazione laminare del flusso. Il primo deriva dall'osservazione che lo strato di liquido al di sotto della bolla è formato da interruzioni causate da qualche instabilità (Figura 5-3).

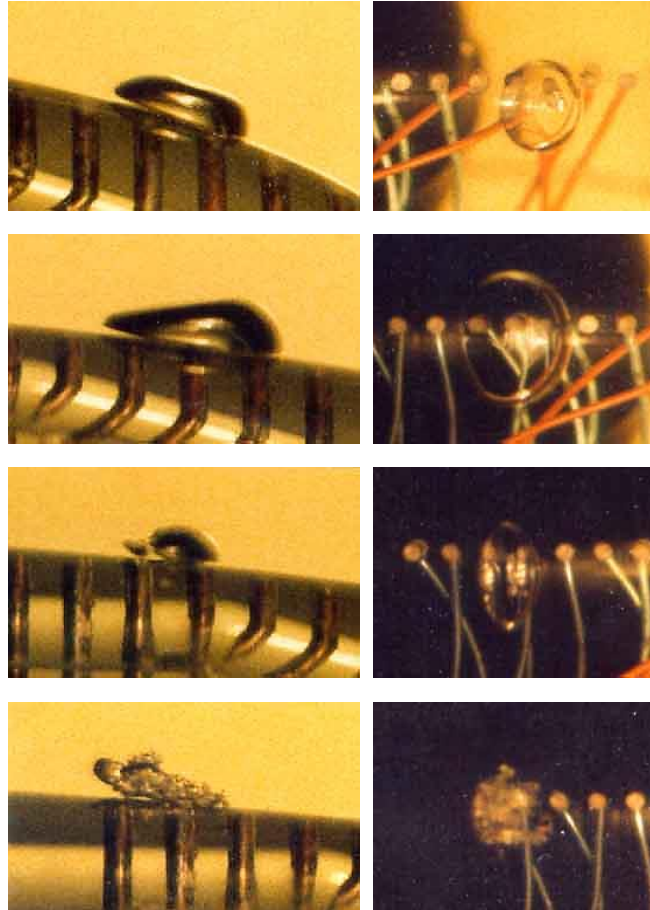


Figura 5-2: Fotografie di profilo e dall'alto che illustrano la crescita ed il collasso di una bolla attorno ad un profilo "Scheibe" di 5.08 cm di diametro con $\sigma=0.45$ e velocità di 9 m/s. Il flusso è da destra a sinistra con una scala di 4.5 volte la grandezza naturale (Ceccio e Brennen-1991)

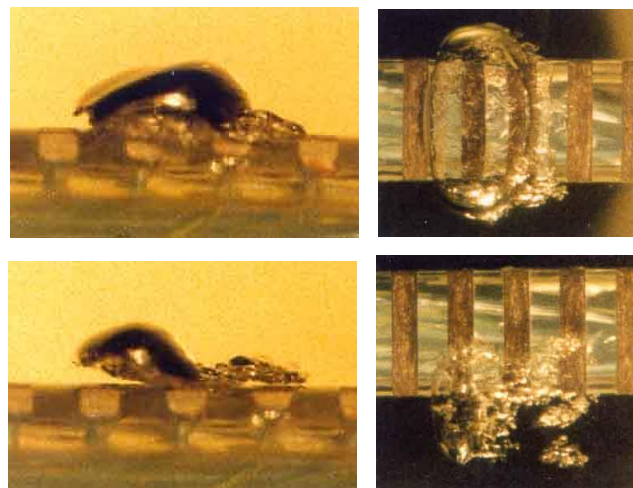


Figura 5-3: Fotografie di profilo e dall'alto che illustrano l'instabilità dello strato di liquido sotto una bolla da cavitazione. Esperimento su di una geometria ITTC di diametro 5.08 cm con $\sigma=0.45$, velocità del flusso di 8.7 m/s da destra a sinistra e fattore scala si 3.8 (Ceccio e Brennen-1991)

Il secondo fenomeno osservato con una geometria ITTC avviene solo occasionalmente. Quando una bolla supera il punto di separazione laminare, innesca la formazione di un'annessa cavitazione locale come rappresentato in Figura 5-4.

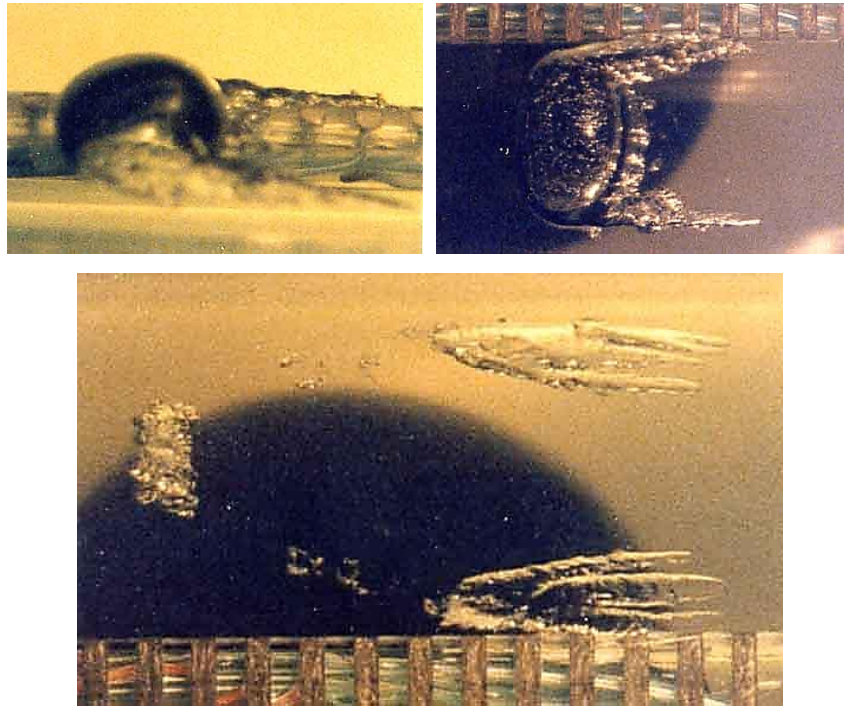


Figura 5-4: Fotografie che illustrano le code generate dietro ad una bolla da cavitazione. Le due sopra sono foto di profilo e da sopra. La foto sotto mostra la persistenza della coda anche dopo il collasso. Esperimento con una geometria ITTC di diametro di 5.08 cm, $\sigma=0.42$, velocità di 9 m/s, verso del fluido da destra a sinistra e fattore scala 3.8. Ceccio e Brennen (1991)

Così come le bolle continuano il percorso nel flusso, si ha la formazione di “code” che si allungano dietro di loro.

L'importanza di queste “code” non è stata chiarita fino a che non sono stati condotti esperimenti ad elevati numeri di Reynolds con geometrie più grandi (fino a 50.5 cm di diametro) e velocità più elevate (fino a 15 m/s). Un'osservazione rilevante fu la presenza di una piccola cavità sulla superficie esterna delle singole bolle (Figura 5-5).

Molto importante è stato osservare che ad elevati numeri di Reynolds, si hanno le “code” nelle bolle anche su corpi con geometrie “Scheibe” che normalmente non presentano la separazione dello strato limite. Come il numero di Reynolds aumenta, le bolle tendono a innescare cavitazione all'interno delle code.

Tutti questi eventi a seconda del numero di Reynolds implicano una certa complessità nella dinamica della cavitazione delle bolle in fluidodinamica. È importante capire che queste varietà di eventi causano differenze nel processo di collasso che a sua volta altera il rumore prodotto

ed i danni potenziali da cavitazione. Ad esempio i collassi delle bolle con la “coda” producono un rumore sensibilmente inferiore rispetto a quelli senza.

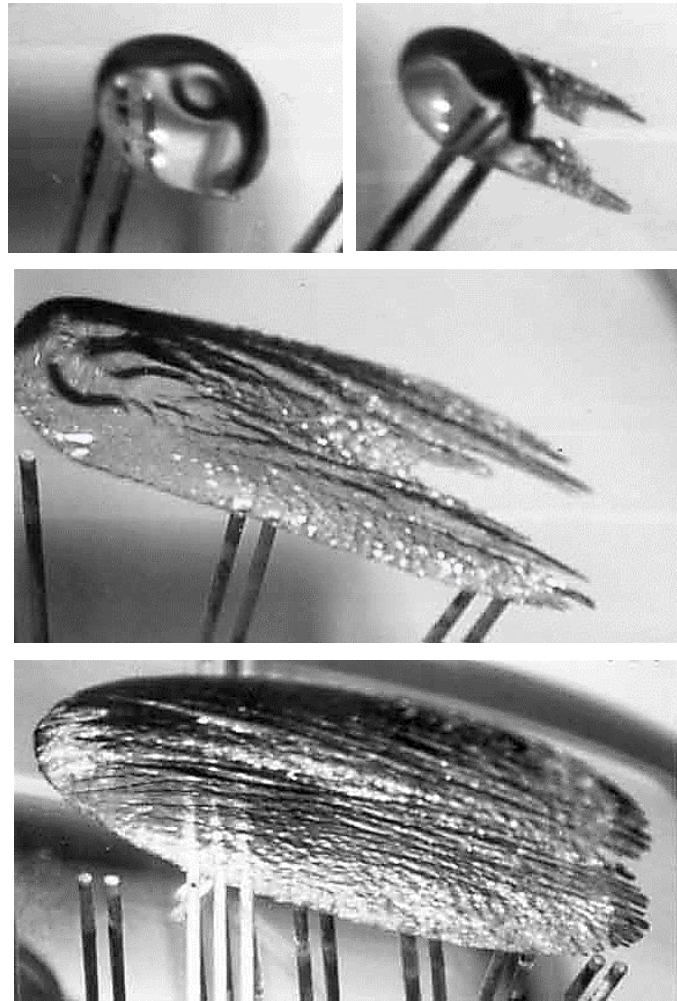


Figura 5-5: Fotografie che mostrano una bolla libera con una fossetta (in alto a sinistra), una bolla con le code (in alto a destra) ed una bolla in transizione (al centro). Tutte e tre con una geometria della superficie di tipo Scheibe di diametro 50.8 cm; $\sigma=0.605$, velocità del fluido 15 m/s, fattore scala di 1.3. Nella fotografia in basso invece il diametro è di 25.4 cm, $\sigma=0.53$ e la velocità è 15 m/s, fattore scala 1.25. Il verso del flusso è da destra a sinistra. Kuhn (1992).

5.4 Vortice da cavitazione

Per molti numeri di Reynolds elevati, importanti nelle applicazioni tecniche, si creano regioni concentrate di vortici dove la pressione all'interno del vortice è assai inferiore del resto del flusso. Questi vortici si possono ritrovare per esempio sulla punta delle eliche delle navi o delle giranti delle pompe o nel tubo di uscita delle turbine ad acqua. Ne segue che la cavitazione incipiente si ha spesso all'interno di questi vortici e che, con una ulteriore riduzione del numero di cavitazione, l'interno del vortice si può riempire di vapore.

Nelle figure seguenti sono rappresentati alcuni esempi di cavitazione con effetto scala elevato. La Figura 5-6 rappresenta due fotografie di vortici da cavitazione su di un profilo aerodinamico con rapporto di forma e angolo di attacco stabiliti.

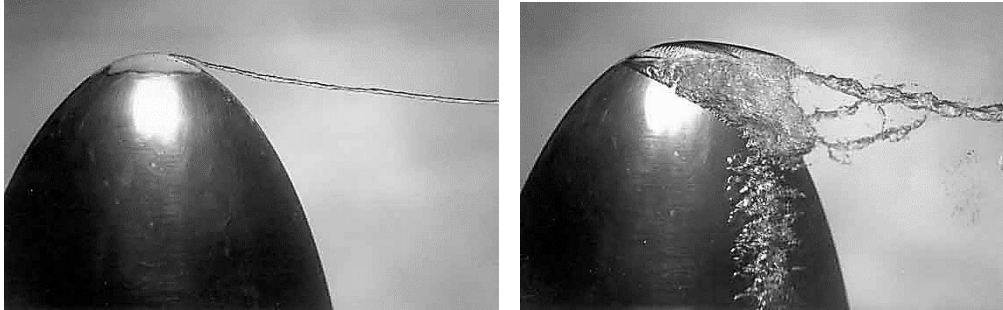


Figura 5-6: Fotografie della cavitazione sulla punta di un profilo aerodinamico con rapporto di forma e angolo di attacco definiti. Nella foto a sinistra: cavitazione sulla punta per effetto di un vortice (numero di cavitazione $\sigma=1.15$ e angolo di attacco 7.5°). A destra il vortice emerge da una cavitazione di superficie con numero di cavitazione inferiore ($\sigma=0.43$) e angolo di attacco di 9.5° . Higuchi, Rogers, Arndt (1986)

In questi esperimenti (Higuchi, Rogers, Arndt-1986) la cavitazione incipiente, ha origine all'interno del vortice poco distante dalla punta con un numero di cavitazione σ di circa 1.4. Con una diminuzione della pressione, la cavitazione al centro del vortice è continua (fotografia a sinistra nella Figura 5-6). Questa transizione è probabilmente innescata da un accumulo di singole bolle nel centro del vortice che tendono a migrare nel centro a causa dei gradienti di pressione centrifughi. Con il diminuire del numero di cavitazione, la cavitazione si presenta sul resto della superficie (fotografia di destra nella Figura 5-6) disturbando il vortice ancora evidente.

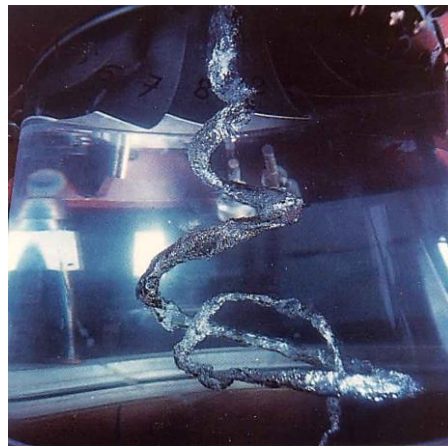


Figura 5-8: Vortice in cavitazione nel tubo di aspirazione di una turbina Francis (col permesso di P.Henry - Politecnico Federale di Losanna, Svizzera)

Quando i vortici da cavitazione che si verificano sulle punte delle pale di un'elica sono continui, essi creano nel fluido una struttura stabile e continua. Come illustrato in Figura 5-7, i vortici da cavitazione elicoidali possono manifestarsi anche distanti dalla girante.

Chiaramente la cavitazione può accadere in qualsiasi vortice. La Figura 5-8 rappresenta un tipico vortice in cavitazione nel flusso turbinoso nel tubo di mandata di una turbina Francis.

5.5 Cavitazione a nube

In molte applicazioni di interesse, all'interno dei flussi si osserva la formazione periodica ed il collasso di una "nuvola" dovuta alla cavitazione di bolle: "nuvola da cavitazione". Gli esempi più comuni delle fluttuazioni imposte sono l'interazione tra le pale rotanti e quelle statoriche in una pompa o turbina e l'interazione tra la elica di una nave e la scia non uniforme creata dallo scafo. Come visto in precedenza nel capitolo numero quattro, in molti di questi casi il collasso della nuvola di bolle può causare rumore intenso e danni rispetto ad un flusso costante. Bark e van Berlekom (1978), Shen e Peterson (1978), Franc e Michel (1988), Kubota (1989) e Hart (1990) hanno studiato i complicati modelli di flusso coinvolti nella produzione e nel collasso della nuvola da cavitazione su di un profilo oscillante.



Figura 5-9: Tre scatti fotografici che illustrano la formazione, separazione e collasso di una nuvola da cavitazione su di una superficie di un profilo aerodinamico (0.152 m di corda) oscillante con una frequenza di 5.8 Hz e un angolo di incidenza di 5°. Il flusso è da sinistra a destra; la velocità del flusso è di 7.5 m/s e il valore medio del numero di cavitazione è 1.1. E.McKenney

Come rappresentato in Figura 5-9, si osserva la formazione, separazione e collasso di una nuvola da cavitazione su di un profilo aerodinamico oscillante; nelle due foto a destra si percepisce il significativo "colpo" risultato dal collasso della nuvola.

Le nuvole di bolle da cavitazione continuano ad essere al centro di studi per quanto riguarda le industrie di eliche e pompe.

5.6 Cavitazione connessa o “a foglio”

Un'altra tipologia di cavitazione in strutture ad elevate scale è quando si crea vapore nella regione di distacco. Kermeen (1956) osservò un'alta densità di bolle con angoli di attacco molto piccoli (Figura 5-10).

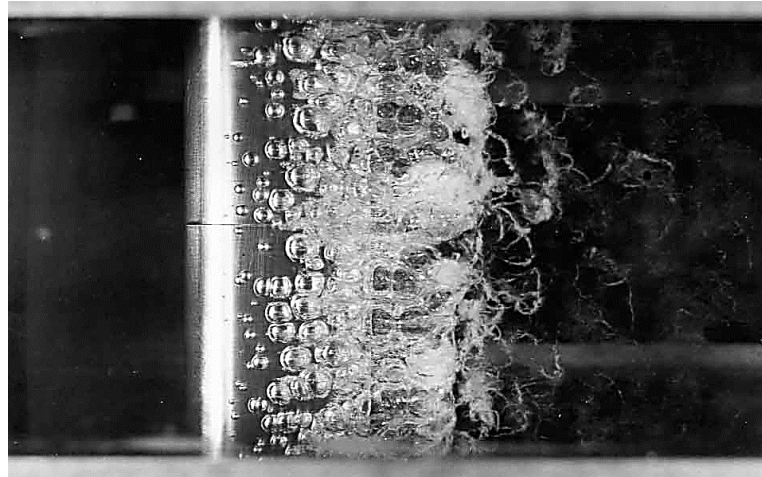


Figura 5-10: Alta densità di bolle in cavitazione sulla superficie di un profilo aerodinamico NACA 4412 con angolo di incidenza nullo, velocità del fluido pari a 13.7 m/s e numero di cavitazione 0.3. Il flusso è da sinistra a destra. Kermeen (1956)

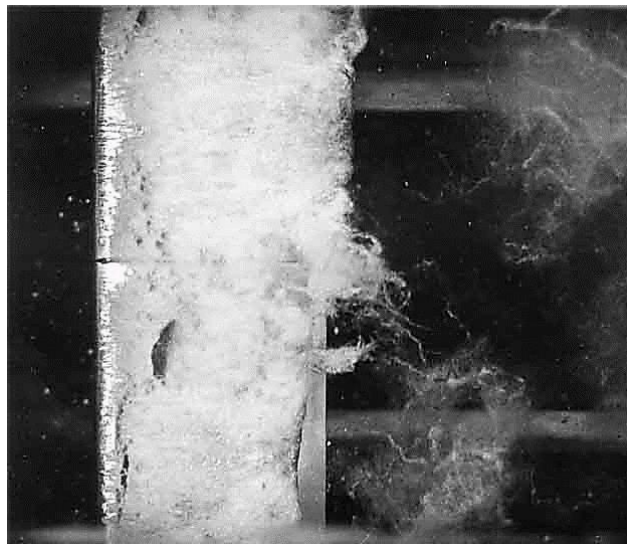


Figura 5-11: Cavitazione a “foglio” su di una superficie di un profilo aerodinamico NACA 4412 con angolo di attacco di 12°, velocità di 10.7 m/s e numero di cavitazione di 1.05. Il fluido ha verso da sinistra a destra. Kermeen, 1956.

Con angoli di attacco più grandi di 10° (o minori di -2°) la cavitazione si manifesta come un'unica zona piena di vapore (Figura 5-11). Questo tipo di cavitazione su di una superficie aerodinamica o sulle pale di una girante è chiamata cavitazione “a foglio”; nell'ambito delle pompe è nota

come cavitazione “palare”. In Figura 5-12 sono rappresentate due fotografie di una cavitazione sferica: si ha la transizione quando la scia della bolla (nella fotografia di sinistra) diventa istantaneamente un vuoto riempito di vapore (figura a destra).

Quando un bordo improvviso funge da bordo d’attacco per favorire un vuoto sviluppato completamente, la superficie è spesso levigata dal momento che lo strato di separazione è tipicamente laminare (Figura 5-12 a destra e Figura 5-13).

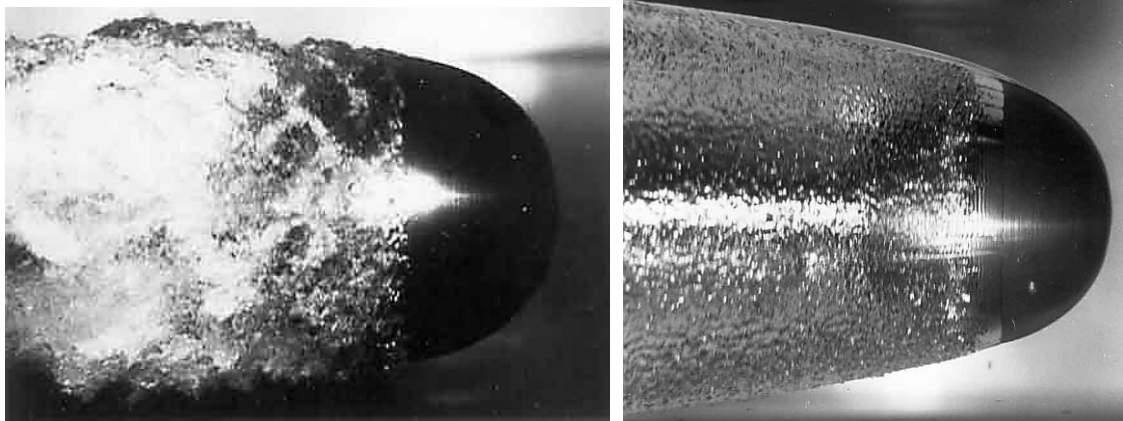


Figura 5-12: Cavitazione attorno ad un profilo sferico di diametro di 7.62 cm. La fotografia a sinistra mostra la cavitazione delle bolle e la loro scia prima che si trasformi al vuoto totale mostrato nella foto di destra. Il flusso è da destra a sinistra. Brennen (1970)

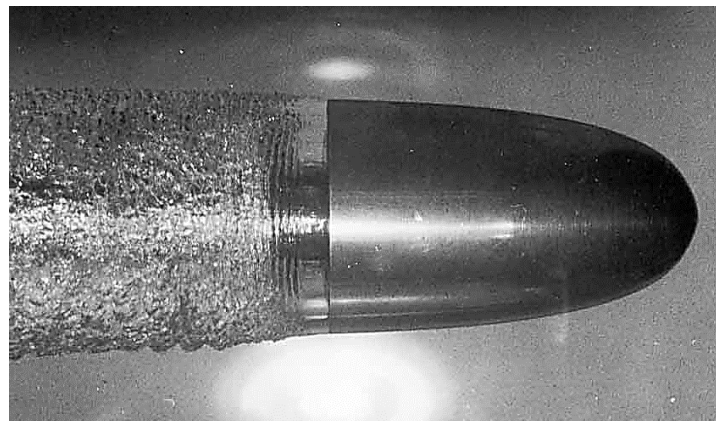


Figura 5-13: Cavitazione sviluppata su di un’ogiva di diametro di 5.95 cm. Il flusso ha verso da destra a sinistra e ha velocità di 7.62 m/s. Brennen (1970)

Dipendendo dalla geometria della superficie di attacco, lo strato di confine può subire la transizione ad uno strato turbolento (Figura 5-13 e 5-12 a destra).

5.7 Cavitazione laminare

In Figura 5-14 si osserva la cavitazione su di un profilo aerodinamico.

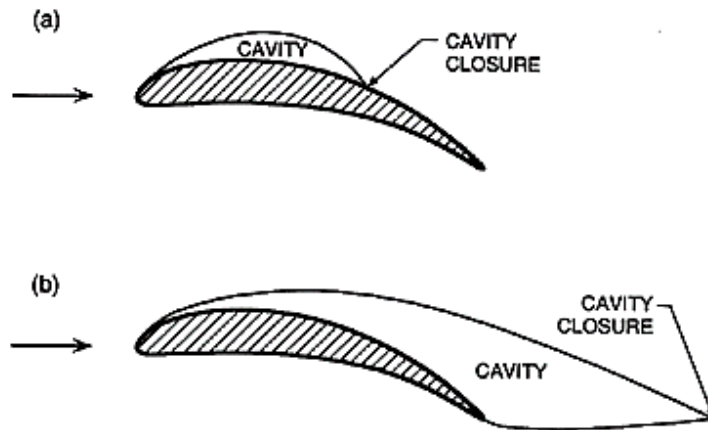


Figura 5-14: Disegno dei tipi di cavitazione su di un profilo aerodinamico. Cavitazione parziale (a) e supercavitazione (b)

Quando la cavitazione avviene nella prima zona del profilo, si parla di “cavitazione parziale”: il tipo di cavitazione più comune nelle eliche e nelle pompe. A numeri di cavitazione inferiori, il termine della cavitazione avviene più a valle del finale del profilo (caso b delle Figura 5-14). Quest’ultimo caso prende il nome di “super cavitazione” e le eliche delle imbarcazioni veloci sono spesso progettate tenendo conto di queste condizioni di utilizzo. Tra questi due casi, gli esperimenti (Wade e Acosta, 1966) hanno dimostrato che, quando si ha una cavitazione entro i limiti del profilo (dai $3/4$ ai $4/3$ la lunghezza della corda), il flusso diventa instabile. Dall’altra parte invece ci si riduce ad un processo di “pizzichio” da parte di una gran nuvola di bolle che può collassare violentemente. Tuttavia legato alla nuvola, vi è un elemento a forma di anello concentrato nei pressi del collasso della nuvola (Figura 5-15). Nelle pompe ed in altri dispositivi questa condizione a metà tra la cavitazione parziale e la super cavitazione richiede necessariamente attenzione a causa dei danni che potrebbe provocare.

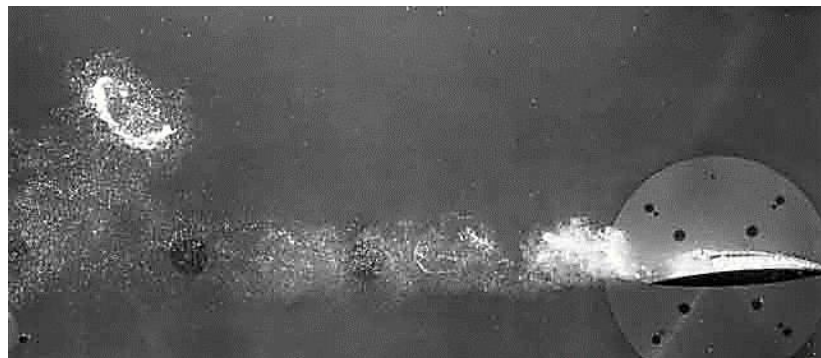


Figura 5-15: Vortice ad anello nelle vicinanze della cavitazione parziale su di un profilo. Il flusso è da destra a sinistra. Acosta.

5.8 Termine dello spazio vuoto da cavitazione

Il flusso nelle vicinanze del termine dello spazio vuoto dovuto a cavitazione merita un ulteriore approfondimento per la sua natura complessa e coinvolge alcuni processi non ancora affrontati. Per prima cosa, il livello di turbolenza del flusso in prossimità di questa regione cresce rapidamente. Quando le due superfici libere collidono, una parte di flusso è deviata all'interno del vuoto dovuto a cavitazione.

Cambiamenti alla struttura del flusso nella regione di chiusura possono verificarsi nel flusso orizzontalmente dove le forze elastiche diventano significative come nel caso in cui il numero di Froude $F_r = U_\infty / (g \bullet)^{1/2}$, dipendente dalla lunghezza di riferimento della cavità \bullet , risulta inferiore ad un valore critico F_{rc} . Per corpi con minor rapporto di forma (come geometrie asimmetriche) accade che $F_{rc} \approx 2.5$ (Brennen, 1969) e quando $F_r < F_{rc}$, non si riscontra alcun getto rientrante. Al contrario invece un paio di contro vortici di gas/vapore si formano nella regione di chiusura.

Tornando alla discussione sui getti rientranti, si nota che questi flussi possono mostrare fluttuazioni significanti causate da vortici cadenzati o associati a flussi multifase. Per primo Knapp (1955) descrisse il processo ciclico nel quale il meccanismo del "pizzichio" produce vortici che inizialmente hanno grandi bolle di vapore/gas. Non appena il vapore condensa ed il centro della nuvola/vortice collassa, il vortice diventa più intenso. Dopo la condensazione rimangono solo le bolle di gas contenenti dei residui non condensabili che vengono spinti via. Questo è il tipo di bolle che necessitano di un "resorber".

In alcuni casi questo processo ciclico nella regione di chiusura è molto evidente rispetto ad altri. Un altro tipo di cavitazione simile a quella parziale esaminata si ha quando vuoti più grandi sono creati dall'immissione nella scia di un corpo di gas non condensabili. Questi vuoti sono noti come "vuoti da ventilazione". Tuttavia, quando il gas immesso raggiunge il punto al quale il processo nella regione di chiusura non è in grado di espellere quel volume di gas, il vuoto potrebbe iniziare a fluttuare (Silberman-1961 e Song – 1962).

Misure sul tasso di volume di particelle trasportate, suggeriscono che questo aumenti con la velocità U_∞^n con n più grande dell'unità. Utilizzando una geometria asimmetrica di diversa misura, b , Billet e Weir (1975) dimostrarono che sebbene il tasso di volume delle particelle trasportate scalasse approssimativamente con $U_\infty^n b^2$, c'era una variazione significativa del numero di cavitazione, σ : al diminuire di σ , aumentava il tasso di volume e la cavità si ingrandiva. In condizioni costanti, il trasferimento di vapore e di gas non condensabile dalla regione della cavità dovuta a cavitazione è bilanciata dall'apporto dovuto all'evaporazione e dal rilascio di gas dalla soluzione lungo la superficie libera. Una delle conseguenze del bilanciamento tra l'apporto

di gas non condensabile (aria) e il suo allontanamento è una caratteristica regolazione della pressione parziale del gas non condensabile (aria) all'interno della cavità.

CAPITOLO 6

Il movimento delle bolle

6.1 Introduzione

In questo paragrafo analizzeremo i problemi legati alle equazioni del moto per le singole bolle o particelle che si muovono all'interno di un fluido e ci focalizzeremo sulle dinamiche del moto relativo. In questa analisi si trascureranno le interazioni tra particelle vicine. In flussi multifase dove le particelle sono molto piccole in relazione alle dimensioni globali del flusso, è sufficiente analizzare la velocità $u_i(x_i, t)$ e la pressione $p(x_i, t)$ del fluido in evoluzione trascurando le particelle o le fasi disperse così da ricavare poi la traiettoria della particella stessa. In questo capitolo si affronterà l'equazione del moto di una particella o di una bolla trascurando l'interazione tra le une e le altre.

Si consideri una particella sferica di raggio R che si muova con velocità $V_i(t)$. La velocità che il fluido dovrebbe avere in prossimità del centro della particella in assenza di questa, è denotata con $U_i(t)$. Infine la velocità relativa della particella rispetto al fluido è denotata da: $W_i(t) = V_i(t) - U_i(t)$.

Spesso l'approccio che si è usato per costruire le equazioni di $V_i(t)$ (o $W_i(t)$) dato $U_i(t)$ era quello di stimare tutte le forze in gioco nel fluido agenti sulla particella e di considerare la risultante totale F_i uguale a: $m_p \, dV_i / dt$ (dove m_p è la massa della particella assunta costante). In assenza di accelerazione del fluido (dU_i/dt), questo tipo di approccio può essere effettuato tranquillamente, mentre in sua presenza può essere fuorviante. Qui ci concentreremo invece su di un approccio puramente meccanico. L'analisi si concentra ad un fluido in sospensione, incomprimibile e Newtoniano così che le equazioni da risolvere sono quelle di continuità:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$$

e di Navier-Stokes:

$$\rho \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Dove ρ e ν sono la densità e la viscosità cinematica del fluido in sospensione. Si assume che l'unica forza esterna è quella legata alla gravità, g ; la pressione reale è: $p' = p - \rho g z$ dove z è la coordinata misurata verso l'alto.

Infine per non creare confusione ci si concentrerà su di un moto relativo rettilineo di direzione convenzionale x_i .

6.2 Flussi ad alto numero di Reynolds attorno ad una sfera

Per flussi costanti su di una sfera in cui si ha: $dU_i / dt = dV_i / dt = dW_i / dt = 0$ è utile utilizzare un sistema di riferimento x_i con coordinate polari (r, θ) e con velocità u_r, u_θ come rappresentato in figura 6-1.

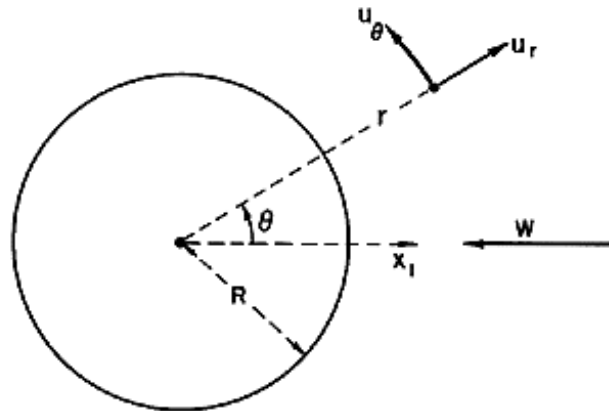


Figura 6-1: Notazioni per una particella sferica

Le equazioni precedenti diventano:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta \sin \theta) = 0$$

E:

$$\rho \left\{ \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} \right\} = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$+ \rho \nu \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) - \frac{2u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right\}$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} \right\} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta}$$

$$+ \rho \nu \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} \right\}$$

La funzione di Stokes del flusso ψ soddisfa la continuità:

$$u_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad ; \quad u_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

E la soluzione per un flusso potenzialmente non viscoso è:

$$\psi = -\frac{Wr^2}{2} \sin^2 \theta - \frac{D}{r} \sin^2 \theta$$

$$u_r = -W \cos \theta - \frac{2D}{r^3} \cos \theta$$

$$u_\theta = +W \sin \theta - \frac{D}{r^3} \sin \theta$$

$$\phi = -Wr \cos \theta + \frac{D}{r^2} \cos \theta$$

Dove a causa delle condizioni sul bordo (u_r)_{r=R} = 0, segue che $D = -WR^3/2$. Si definisce inoltre una velocità potenziale ϕ così che $u_i = \partial\phi/\partial x_i$. Il classico problema con questa soluzione è che la resistenza aerodinamica è nulla (paradosso di D'Alembert).

Per numeri di Reynolds elevati, $Re = 2WR / \nu > 1$, i veri effetti viscosi attorno ad una sfera sono ampiamente documentati. In intervalli compresi tra circa 10^3 e 3×10^5 , la separazione dello strato limite si manifesta a $\theta \approx 84^\circ$ con una vistosa scia dietro la sfera (Figura 6-2).

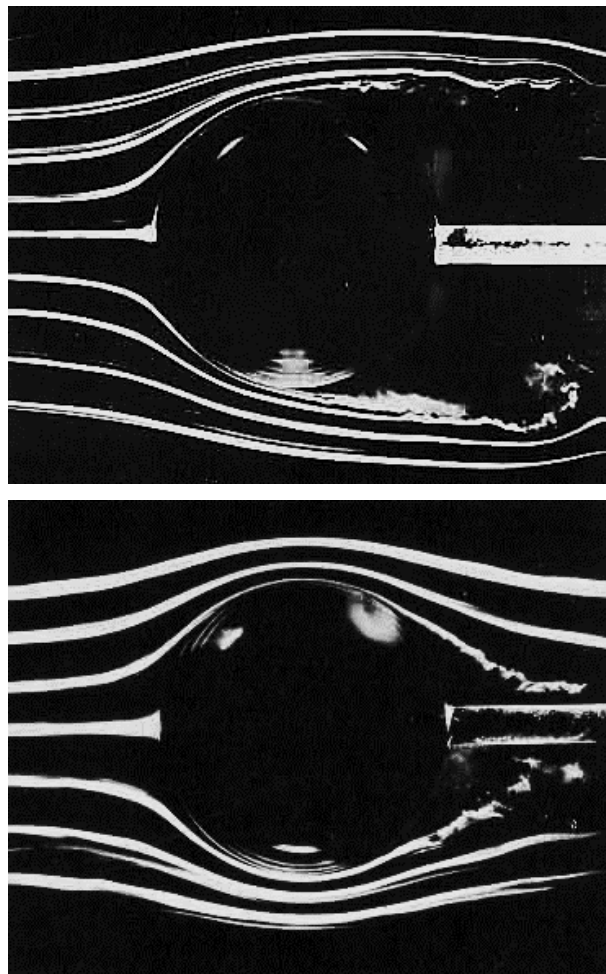


Figura 6-2: Fotografie di un flusso costante (da sinistra a destra). Sopra distacco laminare con $Re = 2.8 \times 10^5$ e sotto, distacco turbolento con $Re = 3.9 \times 10^5$. F.N.M. Brown.

Vicino alla sfera la “scia” è laminare; più a valle, la turbolenza che si genera negli strati si propaga e causa una scia turbolenta. All’aumentare del numero di Reynolds, il distacco degli strati avanza fino a quando, quasi improvvisamente, si riattaccano al corpo (della sfera) con l’effetto di aumentare il grado di separazione ($\theta \approx 120^\circ$) e di cambiare la forma della scia (Figura 6-2: foto in basso). Associato a questo cambiamento, vi è un calo drastico del coefficiente di resistenza aerodinamica C_D (definito come il rapporto tra la forza aerodinamica sul corpo in direzione opposta divisa per $\frac{1}{2} \rho W^2 \pi R^2$) che passa da valori di 0.5 in regime di separazione laminare a valori di 0.2 in regime di separazione turbolenta (Figura 6-3). Per valori di Re inferiori a 10^3 , il flusso diventa non costante con periodici cali di carico dovuti a dei vortici.

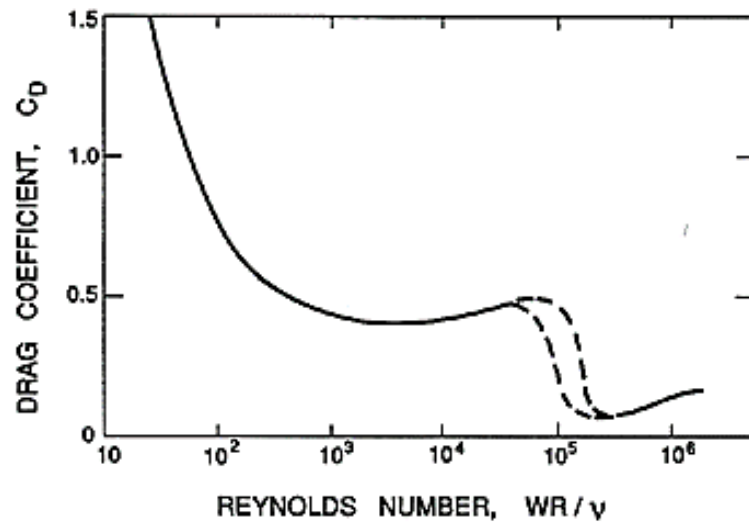


Figura 5-3: Coefficiente di resistenza aerodinamica in funzione del numero di Reynolds. Le linee tratteggiate rappresentano il momento in cui la resistenza aerodinamica è molto sensibile ad altri fattori come ad esempio la turbolenza

6.3 Flussi a basso numero di Reynolds attorno ad una sfera

Per numeri di Reynolds bassi vale la classica soluzione di Stokes per un flusso attorno ad una sfera. Da queste ipotesi si ottiene la soluzione:

$$\psi = \sin^2 \theta \left\{ -\frac{W r^2}{2} + \frac{A}{r} + B r \right\}$$

$$u_r = \cos \theta \left\{ -W + \frac{2A}{r^3} + \frac{2B}{r} \right\}$$

$$u_\theta = -\sin \theta \left\{ -W - \frac{A}{r^3} + \frac{B}{r} \right\}$$

dove A e B sono costanti determinate dalle condizioni del bordo sulla superficie della sfera. La forza F lungo la direzione x_1 è:

$$F_1 = \frac{4}{3}\pi R^2 \rho \nu \left\{ -\frac{4W}{R} + \frac{8A}{R^4} + \frac{2B}{R^2} \right\}$$

Ci sono molti casi interessanti riguardo questa soluzione. Il primo caso è la classica soluzione di Stokes (1851) per una sfera solida nella quale non sono applicate condizioni al bordo ($(u_\theta)_{r=R} = 0$ e $(u_r)_{r=R} = 0$). Queste ipotesi portano a:

$$A = -\frac{WR^3}{4} \quad , \quad B = +\frac{3WR}{4} \quad \text{and} \quad F_1 = -6\pi\rho\nu WR$$

Il secondo caso venne proposto da Hadamard (1911) e Rybczynski (1911): suggerirono che, nel caso di una bolla, fosse più appropriata una condizione di tensione nulla sulla superficie della sfera rispetto ad una velocità tangenziale nulla u_θ . Si ha così:

$$A = 0 \quad , \quad B = +\frac{WR}{2} \quad \text{and} \quad F_1 = -4\pi\rho\nu WR$$

Il comportamento reale delle bolle concorda sia con Stokes sia con Hadamard-Rybczynski.

Tuttavia a partire dalla soluzione di Stokes, per numeri di Reynolds piccoli vicini lo zero si ha un paradosso conosciuto come "Paradosso di Whitehead". La natura di questo paradosso può essere dimostrata considerando l'ordine di grandezza del termine trascurato, $u_j \partial u_i / \partial x_j$, nell'equazione di Stokes considerata nel paragrafo 6.1, in relazione ai termini viscosi mantenuti $\nu \partial^2 u_i / \partial x_j \partial x_j$. Oseen (1910) provò a correggere la soluzione di Stokes conservando nell'equazione base un'approssimazione di $u_j \partial u_i / \partial x_j$ che fosse valida anche lontano. Così le equazioni di Stokes sono approssimate da:

$$-W \frac{\partial u_i}{\partial x_1} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Oseen fu un grado di trovare una soluzione a questa equazione che soddisfacesse in modo approssimativo le condizioni sul bordo:

$$\psi = -WR^2 \left[\frac{r^2 \sin^2 \theta}{2R^2} + \frac{R \sin^2 \theta}{4r} + \frac{3\nu(1 + \cos \theta)}{2WR} \left\{ 1 - e^{\frac{Wr}{2\nu(1 - \cos \theta)}} \right\} \right]$$

Cui segue una forza aerodinamica:

$$F_1 = -6\pi\rho\nu WR \left\{ 1 + \frac{3}{16} Re \right\}$$

Il risultato più rilevante degli studi di Oseen è che la geometria delle linee di flusso dipendono dal numero di Reynolds. Il flusso a valle non è una copia di quello a monte così come mostrato nelle equazioni di Stokes. Invece, la disamina più attenta di Oseen mostra che a valle della sfera,

le linee di flusso sono più diradate e più lente rispetto ad una equivalente posizione a monte.
 Per di più questo effetto aumenta con l'aumentare del numero di Reynolds.
 Sperimentalmente (Figura 5-4) è stato trovato che si forma una zona di ricircolazione nelle vicinanze del punto di ristagno ad un numero di Reynolds di circa $Re = 30$.

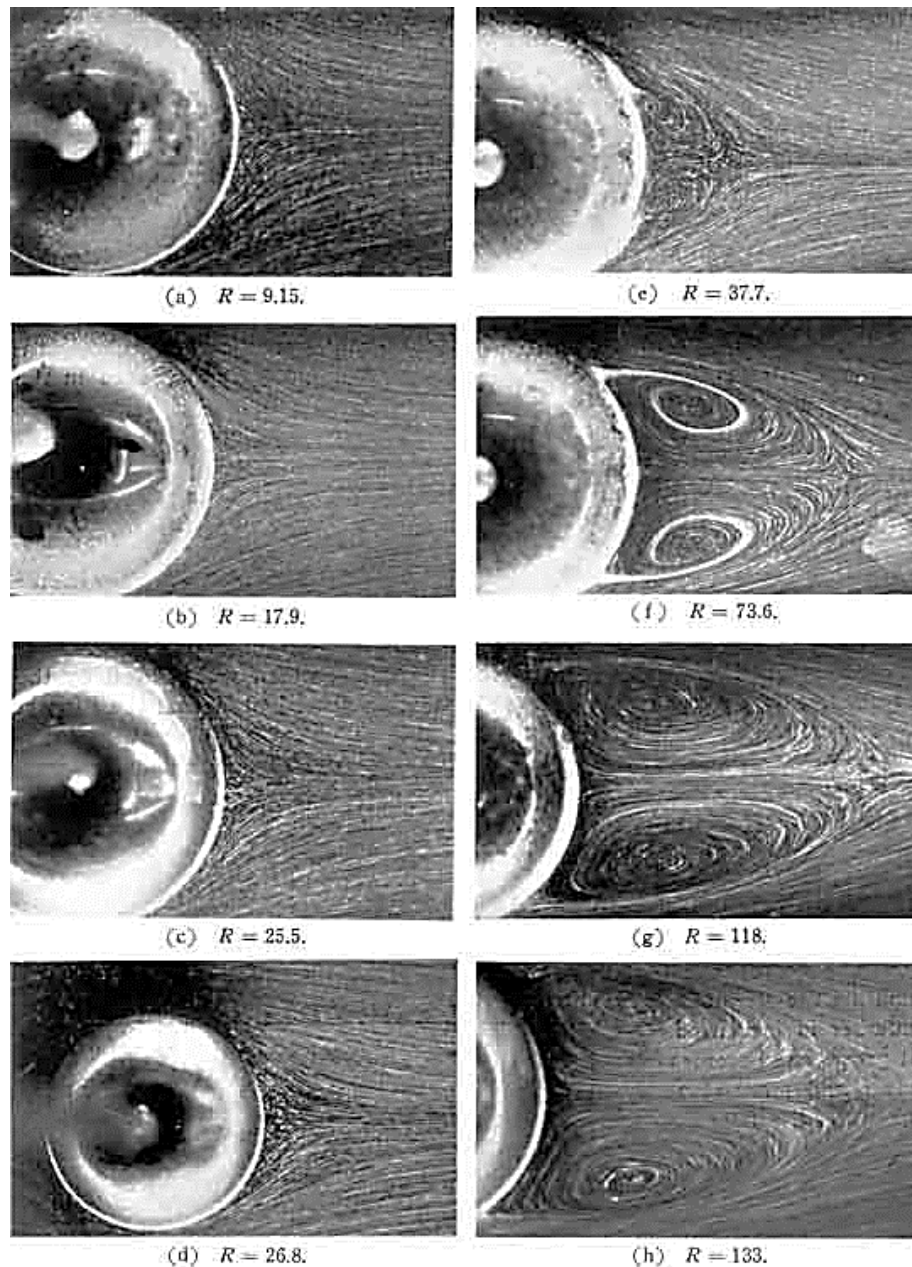


Figura 5-4: Linee di un flusso costante (da sinistra a destra) oltre una sfera a vari numeri di Reynolds Re . Taneda (1956)

Con l'aumentare del numero di Reynolds la zona di ristagno aumenta e può arrivare ad avere una grandezza comparabile col diametro della sfera quando $Re \approx 130$.

Per numeri di Reynolds superiori a 500, i vortici cominciano a rompersi e ad entrare nel flusso.

6.4 Effetto Marangoni

È interessante introdurre e descrivere le forze che una bolla può incontrare a causa dei gradienti di tensione superficiale lungo un'interfaccia: ovvero l'effetto Marangoni. I gradienti sulla superficie possono essere causati da un numero differente di fattori: temperatura, concentrazione di solventi o potenziale elettrico possono creare diversi gradienti di tensione superficiale. Per quanto riguarda la temperatura, la tensione superficiale diminuisce linearmente con essa raggiungendo lo zero al punto critico. Di conseguenza il controllo sulle proprietà termofisiche dS / dT (con S tensione superficiale) è immediato e più o meno costante per qualsiasi fluido.

Come esempio dell'effetto Marangoni, si esamini il moto costante di una bolla sferica in un fluido viscoso quando è presente un gradiente termico, dT / dx_1 nella direzione del moto (vedi introduzione 6.1). Si deve dapprima determinare se la temperatura risente o meno del fluido. È utile considerare due casi speciali. Nel primo caso più semplice che non è così rilevante per il fenomeno della termo capillarità, si assume che $T = (dT/dx_1)x_1$ in tutto il fluido così che sulla superficie della bolla si ha:

$$\left(\frac{1}{R} \frac{dS}{d\theta} \right)_{r=R} = -\sin \theta \left(\frac{dS}{dT} \right) \left(\frac{dT}{dx_1} \right)$$

Più realistico è assumere che la conduzione termica prevalga sul trasferimento di calore (Laplaciano di T è zero) e che non ci sia scambio di calore lungo la superficie della bolla. Segue così:

$$\left(\frac{1}{R} \frac{dS}{d\theta} \right)_{r=R} = -\frac{3}{2} \sin \theta \left(\frac{dS}{dT} \right) \left(\frac{dT}{dx_1} \right)$$

Per semplicità si continua ad assumere che la bolla rimanga sferica. Questa ipotesi implica che le differenze di tensione superficiale sono piccole comparate al livello assoluto di S e che le tensioni normali la superficie sono interamente prevalse dalla tensione superficiale.

Con queste ipotesi le condizioni al bordo circa le tensioni tangenziali per le bolle sferiche diventano:

$$\rho_L \nu_L \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right)_{r=R} + \frac{1}{R} \left(\frac{dS}{d\theta} \right)_{r=R} = 0$$

Utilizzando queste due ultime equazioni assieme all'ipotesi cinematica $(u_r)_{r=R} = 0$, si arriva a:

$$A = -\frac{R^4}{4\rho_L \nu_L} \frac{dS}{dx_1} \quad ; \quad B = \frac{WR}{2} + \frac{R^2}{4\rho_L \nu_L} \frac{dS}{dx_1}$$

E di conseguenza la forza agente sulla bolla diventa:

$$F_1 = -4\pi\rho_L\nu_LWR - 2\pi R^2 \frac{dS}{dx_1}$$

In aggiunta al primo termine (Hadamard-Rybczynski) si può identificare il contributo della forza "Marangoni" $2\pi R^2(dS/dx_1)$ agente sulla superficie in direzione della diminuzione della tensione superficiale. Così, per esempio, la presenza di un gradiente uniforme di temperatura dT/dx_1 porta ad avere una forza aggiuntiva sulla bolla $2\pi R^2(-dS/dT)(dT/dx_1)$ lungo la direzione del fluido più caldo dal momento che la tensione superficiale decresce con la temperatura.

Infine un secondo caso è rappresentato dall'aumento della tensione superficiale dovuto ai contaminanti la superficie. Quando una bolla si muove in liquido sotto l'azione della gravità, la convezione può causare contaminanti che si accumulano nella faccia a valle della bolla. Questo crea un gradiente positivo $dS/d\theta$ che genera a sua volta una tensione tangenziale agente in direzione opposta del fluido. Di conseguenza tendono ad immobilizzare la superficie causando il cambiamento dall'equazione di Hadamard-Rybczynski a quella di Stokes con velocità tangenziale nulla. L'effetto è molto più pronunciato per bolle più piccole dal momento che, per una data differenza di tensione superficiale, al diminuire della grandezza delle bolle, la forza di Marangoni aumenta in relazione alle forze di superficie.

CONCLUSIONI

Apparentemente semplice, la cavitazione rappresenta un argomento molto complicato. Qui ci si è limitati solo ad alcuni degli aspetti che riguardano questo fenomeno molto importante. C'è da ricordare che non si tratta solo di prendere atto di tale comportamento nei vari dispositivi meccanici a contatto con fluidi, ma bisogna ricordare che questo fenomeno può avere un influsso sulla stessa progettazione degli organi in funzionamento. Nelle pompe e nelle turbine così come nei vari organi di dispositivi meccanici, oltre a tenere conto del loro posizionamento relativo al pelo libero, in fase di progettazione si dovrà esaminare il possibile cedimento strutturale a fatica innescato dall'erosione superficiale dovuta a cavitazione e per questo prendere le dovute precauzioni.

BIBLIOGRAFIA

Capitolo 1-2-3

- Acosta, A.J. and Parkin, B.R. (1975). Cavitation inception---a selective review. *J. Ship Res.*, 19, 193--205.
- Arakeri, V.H. (1979). Cavitation inception. *Proc. Indian Acad. Sci.*, C2, Part 2, 149-177.
- Arakeri, V.H. and Acosta, A.J. (1974). Viscous effects in the inception of cavitation on axisymmetric bodies. *ASME J. Fluids Eng.*, 95, No. 4, 519--528.
- Arndt, R.E.A. and Ippen, A.T. (1968). Rough surface effects on cavitation inception. *ASME J. Basic Eng.*, 90, 249--261.
- Becker, R. and Doring, W. (1935). The kinetic treatment of nuclear formation in supersaturated vapors. *Ann. Phys.*, 24, 719 and 752.
- Bernath, L. (1952). Theory of bubble formation in liquids. *Ind. Eng. Chem.*, 44, No. 6, 1310-1313.
- Berthelot, M. (1850). Sur quelques phenomenes de dilation forcee de liquides. *Ann. De Chimie et de Physique*, 30, 232--237.
- Billet, M.L. (1985). Cavitation nuclei measurement---a review. *Proc. 1985 ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum*, 31--38.
- Blake, F.G. (1949). The tensile strength of liquids; a review of the literature. *Harvard Acou. Res. Lab. Rep. TM9*.
- Blander, M. and Katz, J.L. (1975). Bubble nucleation in liquids. *AIChE Journal*, 21, No. 5, 833--848.
- Carey, V.P. (1992). *Liquid-vapor phase-change phenomena*. Hemisphere Publ. Co.
- Cole, R. (1970). Boiling nucleation. *Adv. Heat Transfer*, 10, 86--166.
- Davies, R.M., Trevena, D.H., Rees, N.J.M., and Lewis, G.M. (1956). The tensile strength of liquids under dynamic stressing. *Proc. N.P.L. Symp. on Cavitation in Hydrodynamics*.
- Dixon, H.H. (1909). Note on the tensile strength of water. *Sci. Proc. Royal Dublin Soc.*, 12, (N.S.), 60 (see also 14, (N.S.), 229, (1914)).
- Eberhart, J.G. and Schnyders, M.C. (1973). Application of the mechanical stability condition to the prediction of the limit of superheat for normal alkanes, ether, and water. *J. Phys. Chem.*, 77, No. 23, 2730--2736.
- Farkas, L. (1927). The velocity of nucleus formation in supersaturated vapors. *J. Physik Chem.*, 125, 236.

- Fox, F.E. and Herzfeld, K.F. (1954). Gas bubbles with organic skin as cavitation nuclei. *J. Acoust. Soc. Am.*, 26, 984--989.
- Frenkel, J. (1955). *Kinetic theory of liquids*. Dover, New York.
- Gates, E.M. and Acosta, A.J. (1978). Some effects of several free stream factors on cavitation inception on axisymmetric bodies. *Proc. 12th Naval Hydrodyn. Symp., Wash. D.C.*, 86--108.
- Gates, E.M. and Bacon, J. (1978). Determination of cavitation nuclei distribution by holography. *J. Ship Res.*, 22, No. 1, 29--31.
- Gibbs, W. (1961). *The Scientific Papers, Vol. 1*. Dover Publ. Inc., NY.
- Griffith, P. and Wallis, J.D. (1960). The role of surface conditions in nucleate boiling. *Chem. Eng. Prog. Symp.*, Ser. 56, 30, 49.
- Harvey, E.N., Barnes, D.K., McElroy, W.D., Whiteley, A.H., Pease, D.C., and Cooper, K.W. (1944). Bubble formation in animals. I, Physical factors. *J. Cell. And Comp. Physiol.*, 24, No. 1, 1-22.
- Holl, J.W. and Wislicenus, G.F. (1961). Scale effects on cavitation. *ASME J. Basic Eng.*, 83, 385--398.
- Holl, J.W. and Treaster, A.L. (1966). Cavitation hysteresis. *ASME J. Basic Eng.*, 88, 199--212.
- Johnsson, C.A. (1969). Cavitation inception on headforms, further tests. *Proc. 12th Int. Towing Tank Conf., Rome*, 381--392.
- Katz, J. (1978). Determination of solid nuclei and bubble distributions in water by holography. *Calif. Inst. of Tech., Eng. and Appl. Sci. Div. Rep. No. 183--3*.
- Katz, J., Gowing, S., O'Hern, T., and Acosta, A.J. (1984). A comparative study between holographic and light-scattering techniques of microbubble detection. *Proc. IUTAM Symp. on Measuring Techniques in Gas-Liquid Two-Phase Flows*, 41--66.
- Keller, A.P. (1974). Investigations concerning scale effects of the inception of cavitation. *Proc. I.Mech.E. Conf. on Cavitation*, 109--117.
- Kermeen, R.W. (1956). Water tunnel tests of NACA 4412 and Walchner profile 7 hydrofoils in non-Cavitating and cavitating Flows. *Calif. Inst. of Tech. Hydro. Lab. Rep. 47-5*.
- Knapp, R.T., Daily, J.W., and Hammitt, F.G. (1970). *Cavitation*. McGraw-Hill, New York.
- Lienhard, J.H. and Karimi, A. (1981). Homogeneous nucleation and the spinodal line. *ASME J. Heat Transfer*, 103, 61--64.
- Lindgren, H. and Johnsson, C.A. (1966). Cavitation inception on headforms, ITTC comparative experiments. *Proc. 11th Towing Tank Conf. Tokyo*, 219--232.
- Meyer, J. (1911). Zur Kenntnis des negativen Druckes in Flüssigkeiten. *Abhandl. Dent. Bunsen Ges.*, III, No. 1; also No. 6.

- O'Hern, T.J., Katz, J., and Acosta, A.J. (1985). Holographic measurements of cavitation nuclei in the sea. *Proc. ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum*, 39--42.
- O'Hern, T., d'Agostino, L., and Acosta, A.J. (1988). Comparison of holographic and Coulter counter measurements of cavitation nuclei in the ocean. *ASME J. Fluids Eng.*, 110, 200--207.
- Parsons, C.A. (1906). The steam turbine on land and at sea. *Lecture to the Royal Institution, London*.
- Peterson, F.B., Danel, F., Keller, A.P., and Lecoffre, Y. (1975). Comparative measurements of bubble and particulate spectra by three optical methods. *Proc. 14th Int. Towing Tank Conf.*
- Rees, E.P. and Trevena, D.H. (1966). Cavitation thresholds in liquids under static conditions. *Proc. ASME Cavitation Forum*, 12 (see also (1967), 1).
- Reynolds, O. (1873). The causes of the racing of the engines of screw steamers investigated theoretically and by experiment. *Trans. Inst. Naval Arch.*, 14, 56--67.
- Reynolds, O. (1882). On the internal cohesion of liquids and the suspension of a column of mercury to a height of more than double that of the barometer. *Mem. Manchester Lit. Phil. Soc.*, 7, 3rd Series, 1.
- Rood, E.P. (1991). Mechanisms of cavitation inception---review. *ASME J. Fluids Eng.*, 113, 163--175.
- Skripov, V.P. (1974). *Metastable Liquids*. John Wiley and Sons.
- Vincent, R.S. (1941). The measurement of tension in liquids by means of a metal bellows. *Proc. Phys. Soc. (London)*, 53, 126--140.
- Vincent, R.S. and Simmonds, G.H. (1943). Examination of the Berthelot method of measuring tension in liquids. *Proc. Phys. Soc. (London)*, 55, 376--382.
- Volmer, M. and Weber, A. (1926). Keimbildung in übersättigten Gebilden. *Zeit. Physik. Chemie*, 119, 277--301.
- Zeldovich, J.B. (1943). On the theory of new phase formation: cavitation. *Acta Physicochimica, URSS*, 18, 1--22.

Capitolo 4

- ASTM. (1967). *Erosion by cavitation or impingement*. Amer. Soc. for Testing and Materials, ASTM STP408.
- Akulichev, V.A. (1971). *High intensity ultrasonic fields*. L.D. Rosenberg (ed.), Plenum Press.
- Arakeri, V.H. and Shangumanathan, V. (1985). On the evidence for the effect of bubble interference

on cavitation noise. *J. Fluid Mech.*, 159, 131--150.

- Baiter, H.-J., Gruneis, F. and Tilmann, P. (1982). An extended base for the statistical description of cavitation noise. *Proc. ASME Int. Symp. on Cavitation Noise*, 93--108.
- Barber, B.P. and Putterman, S.J. (1991). Observations of synchronous picosecond sonoluminescence. *Nature*, 352, 318.
- Bark, G. and van Berlekom, W.B. (1978). Experimental investigations of cavitation noise. *Proc. 12th ONR Symp. on Naval Hydrodynamics*, 470--493.
- Barker, S.J. (1973). Measurements of radiated noise from cavitating hydrofoils. *ASME Cavitation and Polyphase Flow Forum*, 27--30.
- Benjamin, T.B. (1958). Pressure waves from collapsing cavities. *Proc. Second ONR Symp. Naval Hydrodynamics*, 207--233.
- Benjamin, T.B. and Ellis, A.T. (1966). The collapse of cavitation bubbles and the pressures thereby produced against solid boundaries. *Phil. Trans. Roy. Soc., London, Ser. A*, 260, 221--240.
- Blake, J.R. and Gibson, D.C. (1987). Cavitation bubbles near boundaries. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 19, 99--124.
- Blake, W.K., Wolpert, M.J. and Geib, F.E. (1977). Cavitation noise and inception as influenced by boundary-layer development on a hydrofoil. *J. Fluid Mech.*, 80, 617--640.
- Blake, W.K. and Sevik, M.M. (1982). Recent developments in cavitation noise research. *Proc. ASME Int. Symp. on Cavitation Noise*, 1--10.
- Blake, W.K. (1986a). Propeller cavitation noise: the problems of scaling and prediction. *Proc. ASME Int. Symp. on Cavitation Noise*, 89--99.
- Blake, W.K. (1986b). *Mechanics of flow-induced sound and vibration*. Academic Press.
- Ceccio, S.L. and Brennen, C.E. (1991). Observations of the dynamics and acoustics of travelling bubble cavitation. *J. Fluid Mech.*, 233, 633--660.
- Chahine, G.L. (1977). Interaction between an oscillating bubble and a free surface. *ASME J. Fluids Eng.*, 99, 709--716.

- Chahine, G.L. and Duraiswami, R. (1992). Dynamical interactions in a multibubble cloud. *ASME J. Fluids Eng.*, 114, 680--686.
- Dahi, E. (1982). Perspective of combination of ozone and ultrasound. In *Ozonization Manual for Water and Wastewater Treatment* (editor W.J.Masschelein), John Wiley and Sons.
- Dowling, A.P. and Ffowcs Williams, J.E. (1983). *Sound and sources of sound*. Ellis Horwood Ltd. and John Wiley and Sons.
- Esipov, I.B. and Naugol'nykh, K.A. (1973). Collapse of a bubble in a compressible liquid. *Akust. Zh.*, 19, 285--288.
- Fitzpatrick, H.M. and Strasberg, M. (1956). Hydrodynamic sources of sound. *Proc. First ONR Symp. on Naval Hydrodynamics*, 241--280.
- Flint, E.B. and Suslick, K.S. (1991). The temperature of cavitation. *Science*, 253, 1397--1399.
- Flynn, H.G. (1966). Cavitation dynamics. I, A mathematical formulation. *Acoust. Res. Lab., Harvard Univ.*, Tech. Memo. 50.
- Franklin, R.E. and McMillan, J. (1984). Noise generation in cavitating flows, the submerged jet. *ASME J. Fluids Eng.*, 106, 336--341.
- Frost, D. and Sturtevant, B. (1986). Effects of ambient pressure on the instability of a liquid boiling explosively at the superheat limit. *ASME J. Heat Transfer*, 108, 418--424.
- Fujikawa, S. and Akamatsu, T. (1980). Effects of the non-equilibrium condensation of vapour on the pressure wave produced by the collapse of a bubble in a liquid. *J. Fluid Mech.*, 97, 481--512.
- Gibson, D.C. (1968). Cavitation adjacent to plane boundaries. *Proc. Australian Conf. on Hydraulics and Fluid Machinery*, 210--214.
- Gibson, D.C. and Blake, J.R. (1982). The growth and collapse of bubbles near deformable surfaces. *Appl. Sci. Res.*, 38, 215--224.
- Gilmore, F.R. (1952). The collapse and growth of a spherical bubble in a viscous compressible liquid. *Calif. Inst. of Tech. Hydrodynamics Lab. Rep. No. 26-4*.
- Gordeev, V.E., Serbinov, A.I., and Troshin, Ya.K. (1967). Stimulation of explosions in the collapse of cavitation bubbles in liquid explosives. *Dokl. Akad. Nauk.*, 172, 383--385.

- Herring, C. (1941). Theory of the pulsations of the gas bubble produced by an underwater explosion. *O.S.R.D. Rep. No. 236*.
- Hickling, R. (1963). Effects of thermal conduction in sonoluminescence. *J. Acoust. Soc. Am.*, 35, 967--974.
- Hickling, R. and Plesset, M.S. (1964). Collapse and rebound of a spherical bubble in water. *Phys. Fluids*, 7, 7--14.
- Ivany, R.D. and Hammitt, F.G. (1965). Cavitation bubble collapse in viscous, compressible liquids—numerical analysis. *ASME J. Basic Eng.*, 87, 977--985.
- Jarman, P. (1959). Measurements of sonoluminescence from pure liquids and some aqueous solutions. *Proc. Phys. Soc. London*, 73, 628--640.
- Jarman, P. (1960). Sonoluminescence: a discussion. *J. Acoust. Soc. Am.*, 32, 1459--1462.
- Jarman, P. and Taylor, K.J. (1964). Light emission from cavitating water. *Brit. J. Appl. Phys.*, 15, 321--322.
- Jarman, P. and Taylor, K.J. (1965). Light flashes and shocks from a cavitating flow. *Brit. J. Appl. Phys.*, 16, 675--682.
- Jorgensen, D.W. (1961). Noise from cavitating submerged jets. *J. Acoust. Soc. Am.*, 33, 1334--1338.
- Keller, J.B. and Kolodner, I.I. (1956). Damping of underwater explosion bubble oscillations. *J. Appl. Phys.*, 27, 1152--1161.
- Kimoto, H. (1987). An experimental evaluation of the effects of a water microjet and a shock wave by a local pressure sensor. *Int. ASME Symp. on Cavitation Res. Facilities and Techniques*, FED 57, 217--224.
- Kirkwood, J.G. and Bethe, H.A. (1942). The pressure wave produced by an underwater explosion. *O. S.R.D.*, Rep. 588.
- Knapp, R.T., Daily, J.W., and Hammitt, F.G. (1970). *Cavitation*. McGraw-Hill, New York.
- Lauterborn, W. and Bolle, H. (1975). Experimental investigations of cavitation bubble collapse in the neighborhood of a solid boundary. *J. Fluid Mech.*, 72, 391--399.
- Lush, P.A. and Angell, B. (1984). Correlation of cavitation erosion and sound pressure level. *ASME J. Fluids Eng.*, 106, 347--351.

- Marinesco, M. and Trillat, J.J. (1933). Action des ultrasons sur les plaques photographiques. *Compt. Rend.*, 196, 858--860.
- Martin, C.S., Medlarz, H., Wiggert, D.C., and Brennen, C. (1981). Cavitation inception in spool valves. *ASME. J. Fluids Eng.*, 103, 564--576.
- Matsumoto, Y. and Watanabe, M. (1989). Nonlinear oscillation of gas bubble with internal phenomena. *JSME Int. J.*, 32, 157--162.
- Mellen, R.H. (1954). Ultrasonic spectrum of cavitation noise in water. *J. Acoust. Soc. Am.*, 26, 356--360.
- Meyer, E. and Kuttruff, H. (1959). Zur Phasenbeziehung zwischen Sonolumineszenz und Kavitationsvorgang bei periodischer Anregung. *Zeit angew. Phys.*, 11, 325--333.
- Morozov, V.P. (1969). Cavitation noise as a train of sound pulses generated at random times. *Sov. Phys. Acoust.*, 14, 361--365.
- Naude, C.F. and Ellis, A.T. (1961). On the mechanism of cavitation damage by non-hemispherical cavities in contact with a solid boundary. *ASME. J. Basic Eng.*, 83, 648--656.
- Noltingk, B.E. and Neppiras, E.A. (1950). Cavitation produced by ultrasonics. *Proc. Phys. Soc., London*, 63B, 674--685.
- Ooi, K.K. (1985). Scale effects on cavitation inception in submerged water jets: a new look. *J. Fluid Mech.*, 151, 367--390.
- Peterson, F.B. and Anderson, T.P. (1967). Light emission from hydrodynamic cavitation. *Phys. Fluids*, 10, 874--879.
- Plesset, M.S. and Ellis, A.T. (1955). On the mechanism of cavitation damage. *Trans. ASME*, 1055-1064.
- Plesset, M.S. and Mitchell, T.P. (1956). On the stability of the spherical shape of a vapor cavity in a liquid. *Quart. Appl. Math.*, 13, No. 4, 419--430.
- Plesset, M.S. and Chapman, R.B. (1971). Collapse of an initially spherical vapor cavity in the neighborhood of a solid boundary. *J. Fluid Mech.*, 47, 283--290.
- Plesset, M.S. and Prosperetti, A. (1977). Bubble dynamics and cavitation. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 9,

145--185.

- Prosperetti, A. and Lezzi, A. (1986). Bubble dynamics in a compressible liquid. Part 1. First-order theory. *J. Fluid Mech.*, 168, 457--478.
- Rayleigh, Lord (Strutt, John William). (1917). On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Phil. Mag.*, 34, 94--98.
- Schneider, A.J.R. (1949). Some compressibility effects in cavitation bubble dynamics. *Ph.D. Thesis, Calif. Inst. of Tech.*
- Shima, A., Takayama, K., Tomita, Y., and Miura, N. (1981). An experimental study on effects of a solid wall on the motion of bubbles and shock waves in bubble collapse. *Acustica*, 48, 293--301.
- Shima, A., Takayama, K., Tomita, Y., and Ohsawa, N. (1983). Mechanism of impact pressure generation from spark-generated bubble collapse near a wall. *AIAA J.*, 21, 55--59.
- Soyama, H., Kato, H., and Oba, R. (1992). Cavitation observations of severely erosive vortex cavitation arising in a centrifugal pump. *Proc. Third I.Mech.E. Int. Conf. on Cavitation*, 103--110.
- Taylor, K.J. and Jarman, P.D. (1970). The spectra of sonoluminescence. *Aust. J. Phys.*, 23, 319--334.
- Theofanous, T., Biasi, L., Isbin, H.S., and Fauske, H. (1969). A theoretical study on bubble growth in constant and time-dependent pressure fields. *Chem. Eng. Sci.*, 24, 885--897.
- Thiruvengadam, A. (1967). The concept of erosion strength. In *Erosion by cavitation or impingement*. Am. Soc. Testing Mats. STP 408, 22--35.
- Thiruvengadam, A. (1974). Handbook of cavitation erosion. *Tech. Rep. 7301-1, Hydronautics, Inc., Laurel, Md.*
- Tomita, Y. and Shima, A. (1977). On the behaviour of a spherical bubble and the impulse pressure in a viscous compressible liquid. *Bull. JSME*, 20, 1453--1460.
- Tomita, Y. and Shima, A. (1990). High-speed photographic observations of laser-induced cavitation bubbles in water. *Acustica*, 71, No. 3, 161--171.
- Trilling, L. (1952). The collapse and rebound of a gas bubble. *J. Appl. Phys.*, 23, 14--17.

- Voinov, O.V. and Voinov, V.V. (1975). Numerical method of calculating non-stationary motions of an ideal incompressible fluid with free surfaces. *Sov. Phys. Dokl.*, 20, 179--180.
- Young, F.R. (1976). Sonoluminescence from water containing dissolved gases. *J. Acoust. Soc. Am.*, 60, 100--104.
- Young, F.R. (1989). *Cavitation*. McGraw-Hill Book Company.

Capitolo 5

- Acosta, A.J. (1973). Hydrofoils and hydrofoil craft. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 5, 161--184.
- Arakeri, V.H. and Acosta, A.J. (1973). Viscous effects in the inception of cavitation on axisymmetric bodies. *ASME J. Fluids Eng.*, 95, 519--528.
- Arakeri, V.H. (1975). Viscous effects on the position of cavitation separation from smooth bodies. *J. Fluid Mech.*, 68, 779--799.
- Arakeri, V.H. (1979). Cavitation inception. *Proc. Indian Acad. Sci.*, C2, Pt. 2, 149--177.
- Arakeri, V.H. and Shanmuganathan, V. (1985). On the evidence for the effect of bubble interference on cavitation noise. *J. Fluid Mech.*, 159, 131--150.
- Bark, G. and van Berlekom, W.B. (1978). Experimental investigations of cavitation noise. *Proc. 12th ONR Symp. on Naval Hydrodynamics*, 470--493.
- Bernal, L.P. and Roshko, A. (1986). Streamwise vortex structure in plane mixing layers. *J. Fluid Mech.*, 170, 499-525.
- Billet, M.L. and Weir, D.S. (1975). The effect of gas diffusion on the flow coefficient for a ventilated cavity. *Proc. ASME Symp. on Cavity Flows*, 95--100.
- Birkhoff, G. and Zarantonello, E.H. (1957). *Jets, wakes and cavities*. Academic Press.
- Blake, W. K., Wolpert, M. J., and Geib, F. E. (1977). Cavitation noise and inception as influenced by boundarylayer development on a hydrofoil. *J. Fluid Mech.*, 80, 617--640.
- Braisted, D.M. (1979). Cavitation induced instabilities associated with turbomachines. *Ph.D. Thesis, Calif. Inst. Of Tech.*
- Brennen, C. (1969). The dynamic balances of dissolved air and heat in natural cavity flows. *J. Fluid Mech.*, 37, 115--127.
- Brennen, C. (1970). Cavity surface wave patterns and general appearance. *J. Fluid Mech.*, 44, 33--49.
- Briançon-Marjollet, L., Franc, J.P., and Michel, J.M. (1990). Transient bubbles interacting with an attached cavity and the boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 218, 355--376.

- Ceccio, S. L. and Brennen, C. E. (1991). Observations of the dynamics and acoustics of travelling bubble cavitation. *J. Fluid Mech.*, 233, 633--660.
- Cox, R.N. and Claydon, W.A. (1956). Air entrainment at the rear of a steady cavity. *Proc. Symp. on Cavitation in Hydrodynamics, N.P.L., London.*
- Dowson, D. and Taylor, C.M. (1979). Cavitation in bearings. *Ann. Rev. of Fluid Mech.*, 11, 35--66.
- Ellis, A.T. (1952). Observations on bubble collapse. *Calif. Inst. of Tech. Hydro. Lab. Rep. 21-12.*
- Franc, J.P. and Michel, J.M. (1988). Unsteady attached cavitation on an oscillating hydrofoil. *J. Fluid Mech.*, 193, 171--189.
- Furness, R.A. and Hutton, S.P. (1975). Experimental and theoretical studies on two-dimensional fixed-type cavities. *Proc. ASME Symp. on Cavity Flows*, 111--117.
- Hart, D.P., Brennen, C.E., and Acosta, A.J. (1990). Observations of cavitation on a three-dimensional oscillating hydrofoil. *ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum*, FED 98, 49-52.
- Higuchi, H., Rogers, M.F., and Arndt, R.E.A. (1986). Characteristics of tip cavitation noise. *Proc. ASME Int. Symp. on Cavitation and Multiphase Flow Noise*, FED 45, 101--106.
- Holl, J.W. (1969). Limited cavitation. In *Cavitation State of Knowledge* (eds: J.M. Robertson and G.F. Wislicenus), ASME, New York.
- Holl, J.W. and Kornhauser, A.L. (1970). Thermodynamic effects on desinent cavitation on hemispherical nosed bodies in water at temperatures from 80°F to 260°F. *ASME J. Basic Eng.*, 92, 44--58.
- Holl, J.W., Billet, M.L., and Weir, D.S. (1975). Thermodynamic effects on developed cavitation. *Proc. ASME Symp. on Cavity Flows*, 101--109.
- Holl, J.W. and Carroll, J.A. (1979). Observations of the various types of limited cavitation on axisymmetric bodies. *Proc. ASME Int. Symp. on Cavitation Inception*, 87--99.
- Huang, T.T. (1979). Cavitation inception observations on six axisymmetric headforms. *Proc. ASME Int. Symp. On Cavitation Inception*, 51--61.
- Jakobsen, J.K. (1964). On the mechanism of head breakdown in cavitating inducers. *ASME J. Basic Eng.*, 86, 291-304.
- Johnson, V.E., Jr. and Hsieh, T. (1966). The influence of the trajectories of gas nuclei on cavitation inception. *Proc. 6th ONR Symp. on Naval Hydrodynamics*, 163--182.
- Katz, J. and O'Hern, T.J. (1986). Cavitation in large scale shear flows. *ASME J. Fluids Eng.*, 108, 373--376.
- Kermeen, R.W. (1956). Water tunnel tests of NACA 4412 and Walchner Profile 7 hydrofoils in non-cavitating and cavitating flows. *Calif. Inst. of Tech. Hydro. Lab. Rep. 47-5.*

- Kermeen, R.W., McGraw, J.T., and Parkin, B.R. (1955). Mechanism of cavitation inception and the related scale effects problem. *Trans. ASME*, 77, 533--541.
- Kirchhoff, G. (1869). Zur Theorie freier Flüssigkeitsstrahlen. *Z. reine Angew. Math.*, 70, 289--298.
- Knapp, R.T. and Hollander, A. (1948). Laboratory investigations of the mechanism of cavitation. *Trans. ASME*, 70, 419--435.
- Knapp, R.T. (1955). Recent investigations of the mechanics of cavitation and cavitation damage. *Trans. ASME*, 77, 1045--1054.
- Kubota, A., Kato, H., Yamaguchi, H., and Maeda, M. (1989). Unsteady structure measurement of cloud cavitation on a foil section using conditional sampling. *ASME J. Fluids Eng.*, 111, 204--210.
- Kubota, A., Kato, H., and Yamaguchi, H. (1992). A new modelling of cavitating flows---a numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section. *J. Fluid Mech.*, 240, 59--96.
- Kuhn de Chizelle, Y., Ceccio, S.L., Brennen, C.E., and Gowing, S. (1992). Scaling experiments on the dynamics and acoustics of travelling bubble cavitation. *Proc. 3rd I. Mech. E. Int. Conf. on Cavitation, Cambridge, England*, 165--170.
- Kuhn de Chizelle, Y., Ceccio, S.L., Brennen, C.E., and Shen, Y. (1992). Cavitation scaling experiments with headforms: bubble acoustics. *Proc. 19th ONR Symp. on Naval Hydrodynamics*, 72--84.
- Kumar, S. and Brennen, C.E. (1993). A study of pressure pulses generated by travelling bubble cavitation. *J. Fluid Mech.*, 255, 541--564.
- Lindgren, H. and Johnsson, C.A. (1966). Cavitation inception on headforms, ITTC comparative experiments. *Proc. 11th Int. Towing Tank Conf., Tokyo*, 219-232.
- Marboe, R.C., Billet, M.L., and Thompson, D.E. (1986). Some aspects of travelling bubble cavitation and noise. *Proc. ASME Int. Symp. on Cavitation and Multiphase Flow Noise*, FED 45, 119-126.
- Oshima, R. (1961). Theory of scale effects on cavitation inception on axially symmetric bodies. *ASME J. Basic Eng.*, 83, 379--398.
- Parkin, B.R. (1952). Scale effects in cavitating flow. *Ph.D. Thesis, Calif. Inst. of Tech.*
- Plesset, M.S. (1948). The dynamics of cavitation bubbles. *ASME J. Appl. Mech.*, 16, 228--231.
- Schiebe, F.R. (1972). Measurements of the cavitation susceptibility using standard bodies. *St. Anthony Falls Hydr. Lab., Univ. of Minnesota, Rep. No. 118*.
- Shen, Y. and Peterson, F.B. (1978). Unsteady cavitation on an oscillating hydrofoil. *Proc. 12th ONR Symp. On Naval Hydrodynamics*, 362--384.

- Silberman, E. and Song, C.S. (1961). Instability of ventilated cavities. *J. Ship Res.*, 5, 13--33.
- Song, C.S. (1962). Pulsation of ventilated cavities. *J. Ship Res.*, 5, 8--20.
- Titchmarsh, E.C. (1947). *The theory of functions*. Oxford Univ. Press.
- van der Meulen, J.H.J. and van Renesse, R.L. (1989). The collapse of bubbles in a flow near a boundary. *Proc. 17th ONR Symp. on Naval Hydrodynamics*, 379--392.
- Van der Walle, F. (1962). On the growth of nuclei and the related scaling factors in cavitation inception. *Proc. 4th ONR Symp. on Naval Hydrodynamics*, 357--404.
- Van Tuyl, A. (1950). On the axially symmetric flow around a new family of half-bodies. *Quart. Appl. Math.*, 7, 399--409.
- Wade, R.B. and Acosta, A.J. (1966). Experimental observations on the flow past a plano-convex hydrofoil. *ASME J. Basic Eng.*, 88, 273--283.
- Weinstein, A. (1948). On axially symmetric flow. *Quart. Appl. Math.*, 5, 429--444.
- Young, J.O. and Holl, J.W. (1966). Effects of cavitation on periodic wakes behind symmetric wedges. *ASME J. Basic Eng.*, 88, 163--176.

Capitolo 6

- Basset, A.B. (1888). *A treatise on hydrodynamics*, II. Reprinted by Dover, NY, 1961.
- Batchelor, G.K. (1967). *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge Univ. Press.
- Benjamin, T.B. and Ellis, A.T. (1966). The collapse of cavitation bubbles and the pressures thereby produced against solid boundaries. *Phil. Trans. Roy. Soc., London, Ser. A*, 260, 221--240.
- Blake, J.R. and Gibson, D.C. (1987). Cavitation bubbles near boundaries. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 19, 99--124.
- Brennen, C.E. (1982). A review of added mass and fluid inertial forces. *Naval Civil Eng. Lab., Port Hueneme, Calif., Report CR82.010*.
- Cole, R.H. (1948). *Underwater explosions*. Princeton Univ. Press (reprinted by Dover, 1965).
- Cunningham, E. (1910). On the velocity of steady fall of spherical particles through fluid medium. *Proc. Roy. Soc. A*, 83, 357--365.
- Davenport, W.G., Bradshaw, A.V., and Richardson, F.D. (1967). Behavior of spherical-cap bubbles in liquid metals. *J. Iron Steel Inst.*, 205, 1034--1042.
- Davies, C.N. (1966). *Aerosol science*. Academic Press, New York.

- Davies, R.M. and Taylor, G.I. (1942). The vertical motion of a spherical bubble and the pressure surrounding it. In *The Scientific Papers of G.I. Taylor*, III, 320--336, edited by G.K. Batchelor, Cambridge Univ. Press.
- Davies, R.M. and Taylor, G.I. (1943). The motion and shape of the hollow produced by an explosion in a liquid. In *The Scientific Papers of G.I. Taylor*, III, 337--353, edited by G.K. Batchelor, Cambridge Univ. Press.
- Davies, R.M. and Taylor, G.I. (1950). The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. *Proc. Roy. Soc. A*, 200, 375--390.
- Einstein, A. (1956). *Investigations on the theory of Brownian movement*. Dover Publ., Inc., New York.
- Green, H.L. and Lane, W.R. (1964). *Particulate clouds: dusts, smokes and mists*. E. and F.N. Spon Ltd., London.
- Haberman, W.L. and Morton, R.K. (1953). An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids. *David Taylor Model Basin, Washington, Report No. 802*.
- Hadamard, J. (1911). Movement permanent lent d'une sphere liquide et visqueuse dans un liquide visqueux. *Comptes Rendus*, 152, 1735.
- Harper, J.F., Moore, D.W. and Pearson, J.R.A. (1967). The effect of the variation of surface tension with temperature on the motion of bubbles and drops. *J. Fluid Mech.*, 27, 361--366.
- Hartunian, R.A. and Sears, W.R. (1957). On the instability of small gas bubbles moving uniformly in various liquids. *J. Fluid Mech.*, 3, 27--47.
- Herring, C. (1941). The theory of the pulsations of the gas bubbles produced by an underwater explosion. *US Nat. Defence Res. Comm. Report*.
- Hill, M.J.M. (1894). On a spherical vortex. *Phil. Trans. Roy. Soc., London, Ser. A.*, 185, 213-245.
- Kaplun, S. and Lagerstrom, P.A. (1957). Asymptotic expansions of Navier-Stokes solutions for small Reynolds numbers. *J. Math. Mech.*, 6, 585--593.
- Kennard, E.M. (1967). Irrotational flow of frictionless fluid, mostly of invariable density. *David Taylor Model Basin, Washington, Report No. 2299*.
- Keulegan, G.H. and Carpenter, L.H. (1958). Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. *U.S. Nat. Bur. Standards J. Res.*, 60, No. 5, 423--440.
- Klyachko, L.S. (1934). Heating and ventilation. *USSR Journal Otopl. i Ventil.*, No.4.

- Lamb, H. (1932). *Hydrodynamics*. Cambridge Univ. Press.
- Landau, L.E. and Lifshitz, E.M. (1959). *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, NY.
- Moller, W. (1938). Experimentelle Untersuchungen zur Hydrodynamik der Kugel. *Physik. Z.*, 39, 57--80.
- Morrison, F.A. and Stewart, M.B. (1976). Small bubble motion in an accelerating liquid. *ASME J. Appl. Mech.*, 43, 399--403.
- Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W., and Schaaf, S.A. (1950). The forces exerted by surface waves on piles. *AIME Trans., Petroleum Branch*, 189, 149--154.
- Oseen, C.W. (1910). Über die Stokesche Formel und über die verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik. *Arkiv Mat., Astron. och Fysik*, 6, No. 29.
- Patton, K.T. (1965). Tables of hydrodynamic mass factors for translational motion. *ASME Paper*, 65-WA/UNT-2.
- Pearcey, T. and Hill, G.W. (1956). The accelerated motion of droplets and bubbles. *Australian J. of Phys.*, 9, 19--30.
- Proudman, I. and Pearson, J.R.A. (1957). Expansions at small Reynolds number for the flow past a sphere and a circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 2, 237--262.
- Rudinger, G. (1969). Relaxation in gas-particle flow. In *Nonequilibrium flows. Part 1*, (ed: P.P. Wegener), Marcel Dekker, New York and London.
- Rybzyński, W. (1911). Über die fortschreitende Bewegung einer flüssigen Kugel in einem zähen Medium. *Bull. Acad. Sci. Cracovie*, A, 40.
- Sarpkaya, T. and Isaacson, M. (1981). *Mechanics of wave forces on offshore structures*. Van Nostrand Reinhold Co., NY.
- Stokes, G.G. (1851). On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 9, Part II, 8--106.
- Symington, W.A. (1978). Analytical studies of steady and non-steady motion of a bubbly liquid. *Ph.D. Thesis, Calif. Inst. of Tech.*
- Taneda, S. (1956). Studies on wake vortices (III). Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds number. *Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ.*, 4, 99--105.

- Torobin, L.B. and Gauvin, W.H. (1959). Fundamental aspects of solids-gas flow. Part II. The sphere wake in steady laminar fluids. *Canadian J. Chem. Eng.*, 37, 167--176.
- Wegener, P.P., Sundell, R.E., and Parlange, J.-Y. (1971). Spherical-cap bubbles rising in liquids. *Z. Flugwissenschaften*, 19, 347--352.
- Wegener, P.P. and Parlange, J.-Y. (1973). Spherical-cap bubbles. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 5, 79-100.
- Yih, C.-S. (1969). *Fluid mechanics*. McGraw-Hill Book Co.
- Young, N.O., Goldstein, J.S., and Block, M.J. (1959). The motion of bubbles in a vertical temperature gradient. *J. Fluid Mech.*, 6, 350--356.