

Progettazione di un winch per robot a cavi

Progetto di tesi di laurea triennale in ingegneria

meccatronica

Laureandi:

Centomo Francesco

Jovanovic Nikola

Savegnago Yari

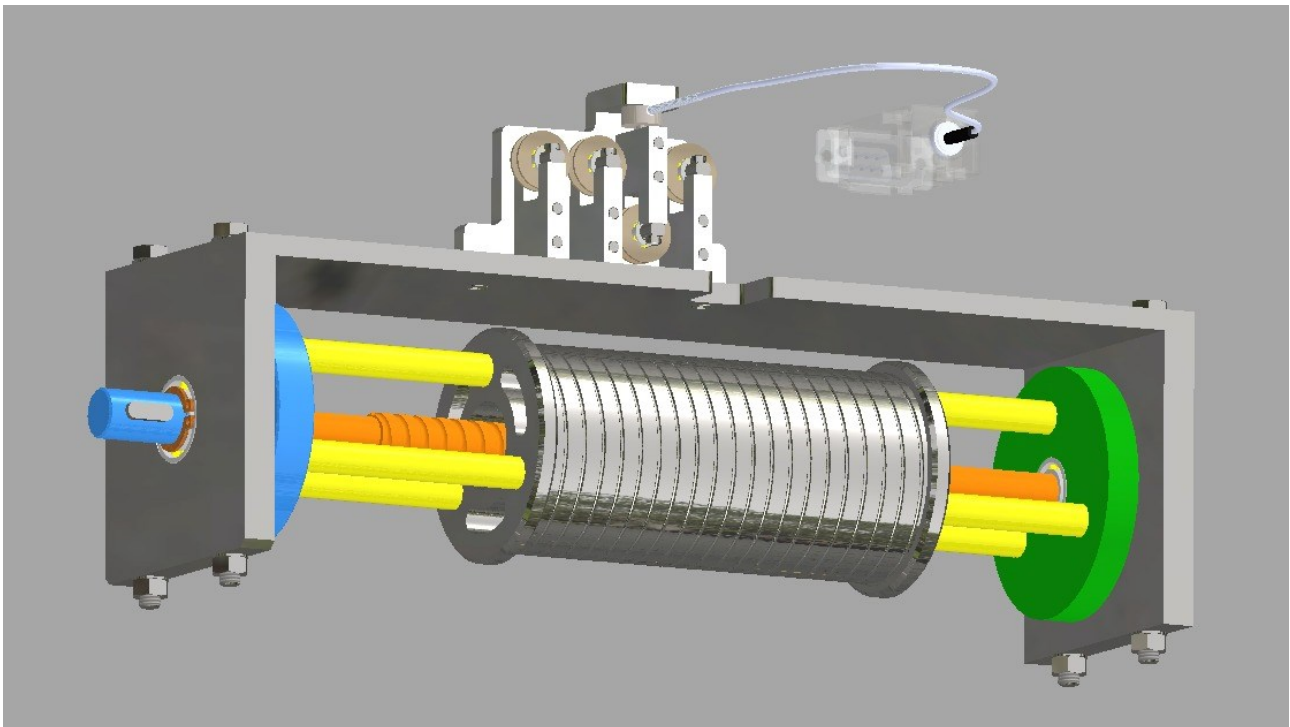
Zuffellato Luca

Relatore:

Boscariol Paolo

Correlatore:

Boschetti Giovanni



Luglio 2022

Indice:

• Sommario	3
• Analisi dei dispositivi esistenti	4
• Dimensionamento	5
• Scelta del sensore	25
• Bibliografia	27

Sommario:

Lo studio riguarda l'analisi e la progettazione di un argano (winch) con il compito di mobilitare robot a cavi, ovvero azionati tramite l'utilizzo di funi .

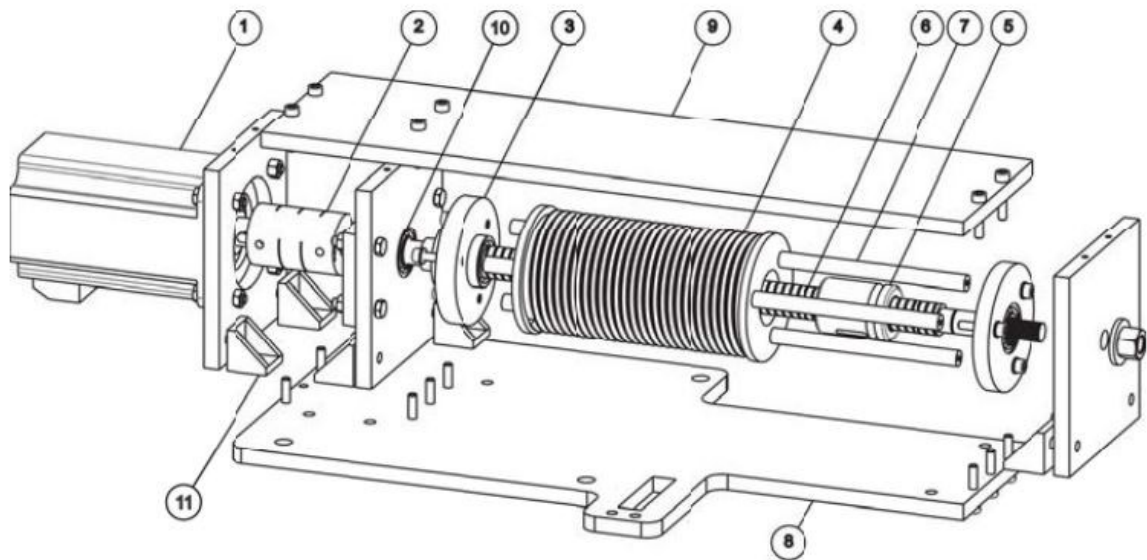
La fase iniziale consiste in un'analisi di alcuni dispositivi già esistenti, tramite una ricerca sul web, con l'interesse di definire la geometria del nuovo winch .

Successivamente si è passati al dimensionamento dei componenti e all'analisi del meccanismo, in modo da valutarne le caratteristiche come la robustezza, la precisione e la leggerezza, con in aggiunta la scelta di un dispositivo di rilevamento della tensione del filo .

Analisi dei dispositivi esistenti:

La ricerca ha portato alla conclusione che studi specifici sulla progettazione di tali dispositivi non sono presenti in rete .

L'unico riferimento ad una possibile geometria si trova nello studio "Design and Control of a Suspended Cable-Driven Parallel Robot with Four Cables" [1], trovato mediante l'uso di motori di ricerca come "Scopus" e "Science Direct", il quale , pur non analizzando il meccanismo, presenta un'immagine, del dispositivo in esame , che è stata presa come modello di riferimento per questa trattazione:



Dimensionamento:

Il dimensionamento è stato eseguito partendo da delle specifiche di progetto quali :

Tensione massima sul filo : $F = 80 \text{ N}$

Lunghezza di filo avvolgibile : $L_{\text{tot}} = 3000 \text{ mm}$

Velocità massima del filo : $v_{t,\text{max}} = 1 \text{ m/s}$

Il filo scelto per il dispositivo è un filo da pesca trecciato (UHMWPE) , di diametro $d_{\text{filo}} = 1 \text{ mm}$, con carico massimo di 250 lb (1112 N) .[2]

Dimensionamento di massima del rocchetto:

Nel valutare le dimensioni dell'argano è stato scelto un diametro esterno $D_{\text{argano}} = 50 \text{ mm}$, perciò il diametro di centro filo D_{CF} risulta:

$$D_{\text{CF}} = D_{\text{argano}} + 2e - d_{\text{gola}} + d_{\text{filo}} = 50,3 \text{ mm}$$

dove:

- $e = 0,2 \cdot d_{\text{filo}} = 0,2 \text{ mm}$
- $d_{\text{gola}} = 1,1 \cdot d_{\text{filo}} = 1,1 \text{ mm}$, come definito dal manuale[4] .

La lunghezza di filo avvolto in un giro, noto il passo di avvolgimento dell'elica $p_e = 5 \text{ mm}$ (standard viti a ricircolo di sfere [6]) , risulta :

$$L_{\text{filo/giro}} = \sqrt{(\pi D_{\text{CF}})^2 + p_e^2} = 158,1 \text{ mm}$$

con la quale è possibile determinare il numero di avvolgimenti totali del filo sul rocchetto, nota la quantità di filo da avvolgere :

$$n_{\text{avv}} = \frac{L_{\text{tot}}}{L_{\text{filo/giro}}} = \frac{3000}{158,1} = 18,98 \rightarrow n_{\text{avv}} = 19$$

la lunghezza del profilo scanalato risulta : $L_{\text{min}} = n_{\text{avv}} \cdot p_e = 95 \text{ mm}$

portato, per sicurezza, a : $L_{\text{rocc}} = 100 \text{ mm}$.

Il materiale scelto per il rocchetto, e per le altre parti del winch, è AISI 316, con una tensione di snervamento minima pari a : $\sigma_s = \sigma_{0,2} = 200 \text{ MPa}$, considerando un coefficiente di sicurezza $\alpha = 3$, si ottiene una tensione ammissibile :

$$\sigma_{\text{amm}} = \frac{\sigma_s}{\alpha} = 66,67 \text{ MPa}$$

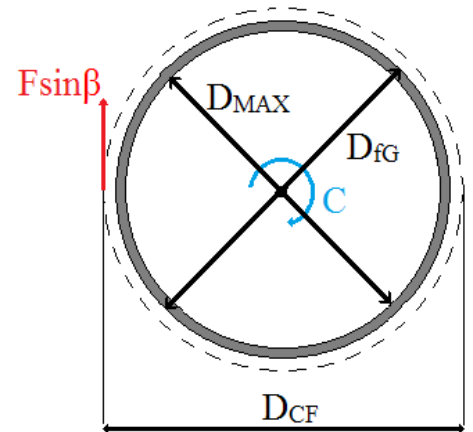
Valutazione spessore minimo del rocchetto :

Considerando una forza agente sul filo di $F = 80 \text{ N}$, applicata nel centro del filo , la coppia esercitata sul rocchetto risulta :

$$C = F \cdot \sin(\beta) \cdot \frac{D_{\text{CF}}}{2} = 2011 \text{ Nmm}$$

dove :

- $D_{\text{CF}} = 50,3 \text{ mm}$
- $\beta = \arctan\left(\frac{\pi D_{\text{CF}}}{p_e}\right) = 1,539 \text{ rad} = 88,19^\circ$



Deve risultare valido che : $\sigma_{\text{eq}} \leq \sigma_{\text{amm}}$, con $\sigma_{\text{eq}} = \sqrt{3} \cdot \tau_{\text{max}}$, quindi $\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_{\text{amm}}}{\sqrt{3}}$

vale :

$$\tau_{\text{max}} = \frac{C}{W_t}$$

Dal manuale:

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D_{\text{FG}}^4 - D_{\text{MAX}}^4}{D_{\text{FG}}}$$

Il diametro di fondo gola risulta: $D_{\text{FG}} = D_{\text{CF}} - d_{\text{filo}} = 49,3 \text{ mm}$

Uguagliando le formule e sostituendo W_t :

$$\frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sqrt{3}} = \frac{C}{\frac{\pi}{16} \cdot \frac{D_{\text{FG}}^4 - D_{\text{MAX}}^4}{D_{\text{FG}}}}$$

Dalla quale :

$$D_{\text{MAX}} = \sqrt[4]{D_{\text{FG}}^4 - \frac{16\sqrt{3}}{\pi} \cdot \frac{C \cdot D_{\text{FG}}}{\sigma_{\text{amm}}}} = 49,27 \text{ m}$$

Si sceglie che le possibili cave interne al rocchetto non debbano superare :

$$D_{\text{MAX}} = 44 \text{ mm}$$

Verifica per $D_{MAX} = 44 \text{ mm}$:

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D_{FG}^4 - D_{MAX}^4}{D_{FG}} = 8599 \text{ mm}^3$$

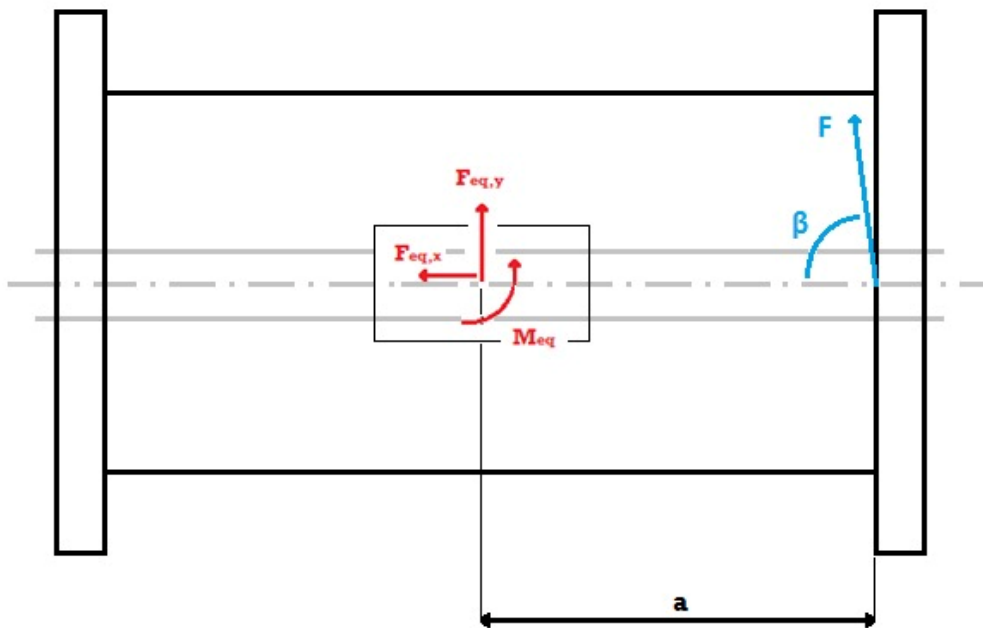
$$\tau_{max} = \frac{C}{W_t} = 0,2339 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3} \cdot \tau_{max} = 0,4051 < 66,67 \text{ MPa} = \sigma_{amm}$$

Scelta e verifica della vite:

Per poter dimensionare la vite a ricircolo di sfere, è stato ritenuto necessario trasportare la tensione sul filo al centro della madrevite, in asse rispetto alla vite.

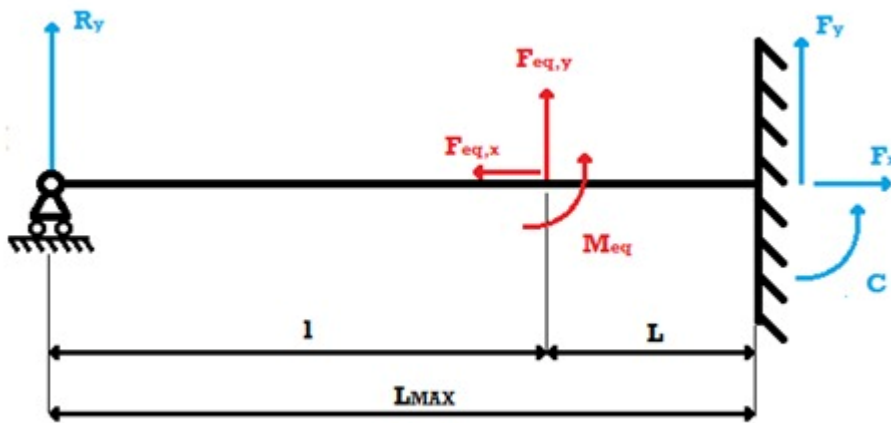
A tal scopo, sono state calcolate delle *sollecitazioni equivalenti* riassunte in figura:



Dove:

- a è la distanza relativa tra centro della madrevite e la posizione d'uscita del filo
- $F_{eq,x}$ è la sollecitazione equivalente in direzione assiale rispetto alla vite ed è pari a $F \cos\beta$
- $F_{eq,y}$ è la sollecitazione equivalente in direzione radiale rispetto alla vite ed è pari a $F \sin\beta$
- M_{eq} è la sollecitazione equivalente di tipo flettente rispetto alla vite ed è pari a $F a \sin\beta$

La vite a ricircolo di sfere può essere rappresentata schematicamente come :



Viene definita come L_{max} la lunghezza totale tra incastro e asse mezzeria cuscinetto, ovvero la quantità $L + l$.

Dall'esempio di calcolo e dalla teoria di scienze delle costruzioni ricercate, un sistema iperstatico come quello in esame necessita, oltre alle equazioni di equilibrio statico, di equazioni supplementari per le reazioni vincolari sovrabbondanti, che tengano conto della riduzione di deformazione che tali reazioni provocano al sistema [3] [4].

Nel caso della vite, la reazione vincolare del cuscinetto radiale annulla la freccia prodotta in senso radiale che andrebbe a formarsi se il cuscinetto fosse assente.

Si ottiene così, il sistema di equazioni risolutivo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i F_{x,i} = 0 \\ \sum_i F_{y,i} = 0 \\ \sum_i M_{incastro,i} = 0 \\ f_{RICHIESTA} - f_{PRODOTTA} = 0 \end{array} \right.$$

Dove:

- $f_{RICHIESTA}$ è la freccia prodotta dal sistema isostatico (senza il vincolo aggiuntivo, quindi solo con l'incastro) nel punto di giacenza del carrello.
- $f_{PRODOTTA}$ è la freccia prodotta dalla reazione vincolare del vincolo che rende il sistema iperstatico (in questo caso R_y).

Svolgendo si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x - F_{eq,x} = 0 \\ R_y + F_y + F_{eq,y} = 0 \\ C + M_{eq} - F_{eq,y}L - R_yL_{max} = 0 \\ f_{Ry} = f_{Meq} - f_{Feq,y} \end{array} \right.$$

Dove:

- $f_{M_{eq}}$ è la freccia prodotta solamente da M_{eq} nel punto di giacenza del carrello.
- $f_{F_{eq,y}}$ è la freccia prodotta solamente da $F_{eq,y}$ nel punto di giacenza del carrello.
- f_{R_y} è la freccia prodotta dalla reazione vincolare del cuscinetto.

Dalla teoria delle scienze delle costruzioni [3] [4] , ci sono date:

$$f_{F_{eq,y}} = \frac{F_{eq,y}L^2(3L_{max} - L)}{6EJ}$$

$$f_{M_{eq}} = \frac{M_{eq}L^2}{2EJ} + (L_{max} - L) \sin \left[\frac{M_{eq}L}{EJ} \right]$$

$$f_{R_y} = \frac{R_yL_{max}^3}{3EJ}$$

Tuttavia, poiché $\frac{M_{eq}L}{EJ} \rightarrow 0$ si può sfruttare la relazione:

$$\sin \left[\frac{M_{eq}L}{EJ} \right] \approx \frac{M_{eq}L}{EJ}$$

Per ottenere:

$$f_{M_{eq}} = \frac{M_{eq}L^2}{2EJ} + \frac{M_{eq}L(L_{max} - L)}{EJ}$$

Il sistema è dunque risolto con le seguenti soluzioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = F_{eq,x} \\ F_y = -R_y - F_{eq,y} \\ C = -M_{eq} + F_{eq,y}L + R_yL_{max} \\ R_y = \frac{1}{L_{max}^3} \left[\frac{3}{2} M_{eq}L^2 + 3M_{eq}L(L_{max} - L) - \frac{1}{2} F_{eq,y}L^2(3L_{max} - L) \right] \end{array} \right.$$

Il momento flettente C calcolato all'incastro (considerato il punto critico per la vite) varia il suo valore in funzione della posizione L (riferita all'incastro) delle sollecitazioni equivalenti sopracitate. È possibile ottenere C come funzione di terzo grado in L :

$$C = -M_{eq} + F_{eq,y}L + \frac{1}{L_{max}^2} \left[\frac{3}{2} M_{eq}L^2 + 3M_{eq}L(L_{max} - L) - \frac{1}{2} F_{eq,y}L^2(3L_{max} - L) \right]$$

$$C = L^3 \left[\frac{1}{2} \frac{F_{eq,y}}{L_{max}^2} \right] + L^2 \left[-\frac{3}{2} \frac{M_{eq}}{L_{max}^2} - \frac{3}{2} \frac{F_{eq,y}}{L_{max}} \right] + L \left[F_{eq,y} + \frac{3M_{eq}}{L_{max}} \right] - M_{eq}$$

Il Punto di massimo di momento flettente $L = L'$ rispetta le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \frac{dC(L)}{dL} = 0 \quad (*) \\ \frac{d^2C(L)}{dL^2} < 0 \quad (**) \end{cases}$$

(*) Calcolo punti stazionari:

$$\begin{aligned} \frac{dC(L)}{dL} &= L^2 \left[\frac{3 F_{eq,y}}{2 L_{max}^2} \right] + L \left[-\frac{3 M_{eq}}{L_{max}^2} - \frac{F_{eq,y}}{L_{max}} \right] + \left[F_{eq,y} + \frac{3 M_{eq}}{L_{max}} \right] = 0 \\ \rightarrow L_{1,2} &= \left(\frac{M_{eq}}{F_{eq,y}} + L_{max} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{M_{eq}}{F_{eq,y}} \right)^2 + \frac{1}{3} L_{max}^2} \end{aligned}$$

(**) Calcolo intervallo di concavità:

$$\begin{aligned} \frac{d^2C(L)}{dL^2} &= \frac{3 F_{eq,y}}{L_{max}^2} L - \left(\frac{3 M_{eq}}{L_{max}^2} + \frac{3 F_{eq,y}}{L_{max}} \right) < 0 \\ \rightarrow L &< \frac{M_{eq}}{F_{eq,y}} + L_{max} \end{aligned}$$

Perciò il punto di massimo risulta:

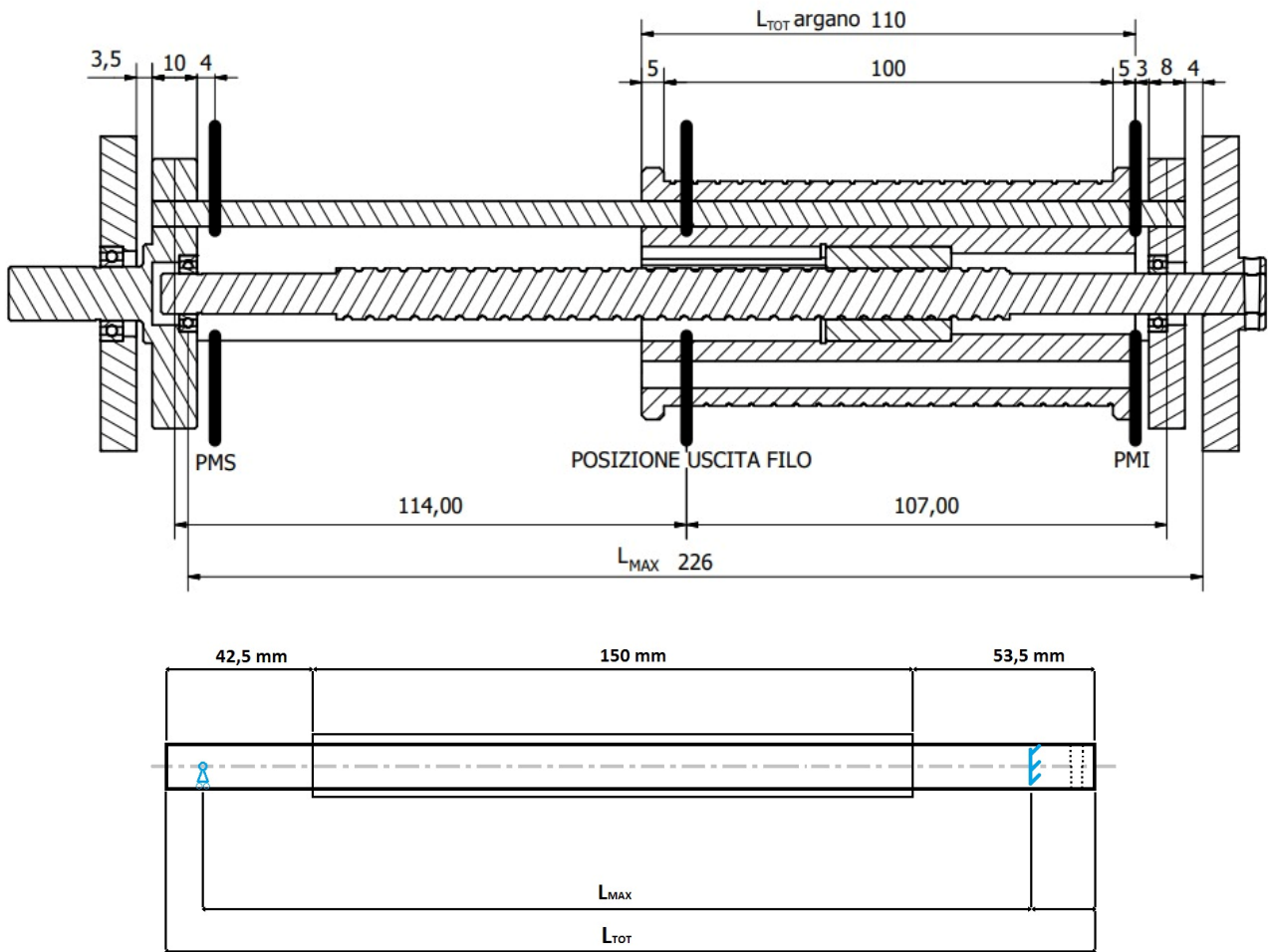
$$L' = L_1 = \left(\frac{M_{eq}}{F_{eq,y}} + L_{max} \right) - \sqrt{\left(\frac{M_{eq}}{F_{eq,y}} \right)^2 + \frac{1}{3} L_{max}^2}$$

Come si vedrà, i valori ottenuti per L_1 e L_2 sono esterni all'intervallo dei possibili valori di L .

Rispettivamente, L_1 è minore dell'estremo inferiore, mentre L_2 (*punto di minimo*) è maggiore dell'estremo superiore dell'intervallo.

Per la monotonia locale della funzione, allora, C è *massima al minimo valore possibile di L , ossia quando il rocchetto si trova nella posizione più vicina all'incastro.*

Dimensionamento della vite :



Sono state valutate delle lunghezze di massima per il rocchetto, per la vite e per la distanza tra le due flange.

Si è considerata fissa la posizione nella quale avviene l'uscita del filo, calcolata quando il rocchetto si trova nella posizione in cui il filo non è ancora avvolto (denominata *Punto Morto Superiore (PMS)*).

Viene definito come *Punto Morto Inferiore (PMI)* la posizione del rocchetto per la quale è stata avvolta l'intera lunghezza utile del filo.

In particolare, sono stati assunti i seguenti valori:

- A) Distanza incastro-flangia "semplice" = 4 mm
- B) Spessore flangia "semplice" = 8 mm
- C) Distanza tra flangia "semplice" e PMI = 3 mm
- D) Distanza tra flangia motrice e PMS = 4 mm
- E) Spessore flangia motrice = 10 mm
- F) Spessore spalla del rocchetto = 5 mm
- G) Distanza incastro-asse cuscinetto vite = 226 mm

La vite è composta da tre perni, uno sagomato centrale e due lisci agli estremi. La loro lunghezza è stata assunta in modo da rispettare le lunghezze sopra citate e la corsa del rocchetto.

Ad esempio, il perno centrale è abbastanza lungo da permettere l'alloggio della madrevite sia al PMS sia al PMI con un margine di sicurezza.

Si può calcolare, allora, la posizione d'uscita del filo che risulta pari a 115 mm rispetto all'incastro.

Inoltre, si può esplicitare l'intervallo dei possibili valori di L .

Infatti, il minimo risulta essere la somma $(A) + (B) + (C) + (F) + a = 70$ mm; e il massimo risulta invece essere la somma $(A) + (B) + (C) + (F) + a + \text{"corsa avvolgimento filo"} = 165$ mm.

Come anticipato in precedenza:

$$L_1 = 42,98 \text{ mm} < L_{\min, \text{intervallo}} = 70 \text{ mm} < L_{\max, \text{intervallo}} = 165 \text{ mm} < L_2 = 319,02 \text{ mm}$$

Dunque, il punto più critico dovuto alle sollecitazioni all'incastro, si ha per $L = 70$ mm

Punto nel quale vale: $a = L - 115 \text{ mm} = -45$ mm

Quindi, le sollecitazioni equivalenti nel caso critico valgono:

$$\begin{cases} F_{\text{eq},x} = 2,54 \text{ N} \\ F_{\text{eq},y} = 79,96 \text{ N} \\ M_{\text{eq}} = F_{\text{eq},y}a = -3598 \text{ Nmm} \end{cases}$$

Mentre le reazioni vincolari sulla vite valgono:

$$\begin{cases} R_y = R_C = -22,82 \text{ N} \\ F_y = -57,14 \text{ N} \\ C = 4038 \text{ Nmm} \\ F_x = 2,54 \text{ N} \end{cases}$$

Considerando trascurabili gli sforzi Normali e di Taglio, si è proseguito con il dimensionamento a sola Flessione della vite.

Dalla teoria delle Costruzioni:

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \frac{C_{\max}}{\sigma_{\text{amm}}}} = 8,376 \text{ mm} ,$$

considerando una Tensione Massima Ammissibile: $\sigma_{\text{amm}} = 70$ MPa (da Catalogo viti pag.183 [6])

Si valuta perciò l'utilizzo della vite: 12x5Rx2-3 (scelta da Catalogo [6]).

Il diametro all'incastro viene assunto come: $d_{\text{incastro}} = 9$ mm .

Verifica della tensione presente all'incastro:

$$W_f = \frac{\pi}{32} d_{\text{incastro}}^3 = 71,57 \text{ mm}^3$$

$$\sigma = \frac{C_f}{W_f} = \frac{4038}{71,57} = 56,42 \text{ MPa} < \sigma_{\text{amm}} = 70 \text{ MPa}$$

Dal catalogo [6] risulta che il sistema vite madrevite e corrispettiva linguetta (3x3) abbiano parametri:

$$L_{\text{madrevite}} = 28 \text{ mm}$$

$$D_{\text{madrevite}} = 21 \text{ mm}$$

$$B_L = 3 \text{ mm}$$

$$L_L = 12 \text{ mm} \quad (\text{dimensioni della linguetta})$$

Dimensionamento delle guide :

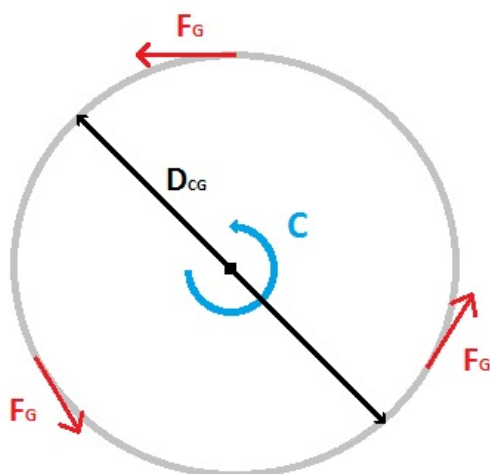
Nota: a partire da questo punto, per C si intende il momento torcente trasmesso per tensionare il filo.

Per trasmettere il movimento della flangia motrice al rocchetto, sono state utilizzate 3 guide disposte a 120 gradi, in un diametro $D_{CG} = 36 \text{ mm}$ (riferito al centro del rocchetto).

Dal paragrafo precedente, è possibile determinare la lunghezza delle guide: $L_{IG} = 221 \text{ mm}$.

Tale lunghezza è considerata come distanza tra le metà delle flange, ed è calcolata dallo spazio occupato dal rocchetto durante il suo movimento più le distanze di tipo “flangia-PuntoMorto”.

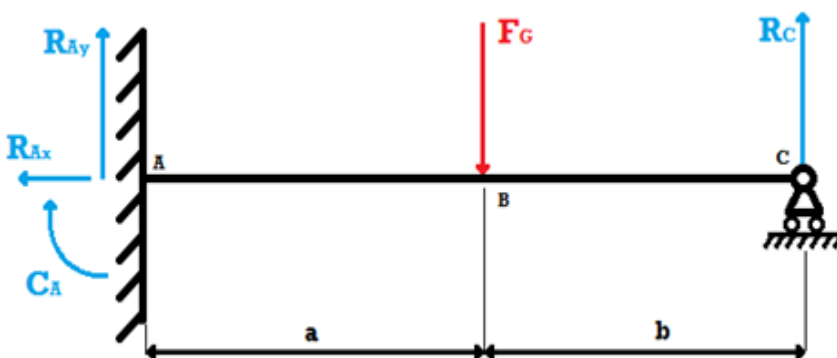
Ricordando che la coppia da trasmettere vale: $C = 2011 \text{ Nmm}$



Si ipotizza che su ciascuna guida si scarichi una forza concentrata di intensità:

$$F_G = \frac{C}{3} \frac{2}{D_{CG}} = 37,24 \text{ N}$$

Rappresentazione equivalente delle guide:



Dalle tabelle presenti nel manuale [4]:

$$R_C = \frac{F_G}{2l^3} (2l + b)a^2 = 12,31 \text{ N}$$

$$R_{Ay} = \frac{F_G}{2l^3} (3l^2 - b^2)b = 24,93 \text{ N}$$

dove $l = L_{IG}$, $a = 114 \text{ mm}$, $b = 107 \text{ mm}$.

Seguono:

$$C_A = R_C \cdot L_{IG} - F_G \cdot a = -1525 \text{ Nmm}$$

$$R_{Ay} \cdot a = 2842 \text{ Nmm}$$

$$R_C \cdot b = 1317 \text{ Nmm}$$

Trascurando lo Sforzo di taglio: $M_{f_{\max}} = 1525 \text{ Nmm}$

Considerando $\sigma_{amm} = 66,67 \text{ MPa}$ [Acciaio Inox AISI 316], con :

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f}$$

si ottiene:

$$W_{f_{\min}} = \frac{M_{f_{\max}}}{\sigma_{amm}} = 22,87 \text{ mm}^3$$

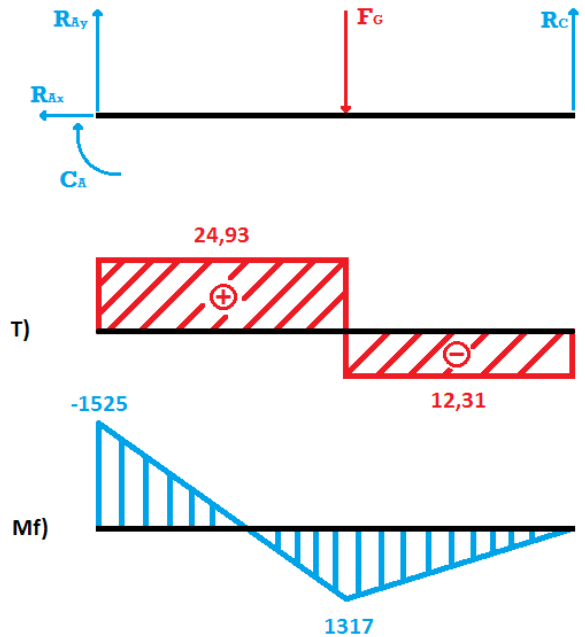
$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} W_{f_{\min}}} = 6,15 \text{ mm}$$

Motivo per il quale si sceglie: $d_G = 8 \text{ mm}$

Calcolo di verifica:

$$W_f = \frac{\pi}{32} d_G^3 = 50,27 \text{ mm}^3$$

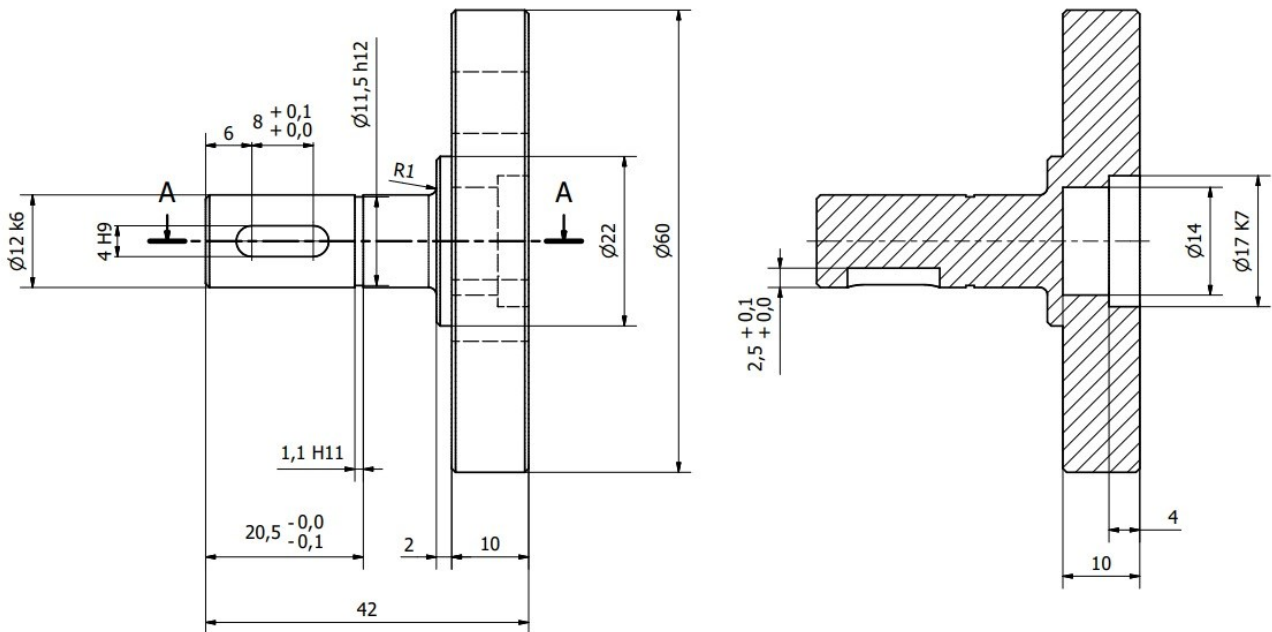
$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} = 30,34 \text{ MPa} < \sigma_{amm} = 66,67 \text{ MPa}$$



Verifica a resistenza della flangia motrice:

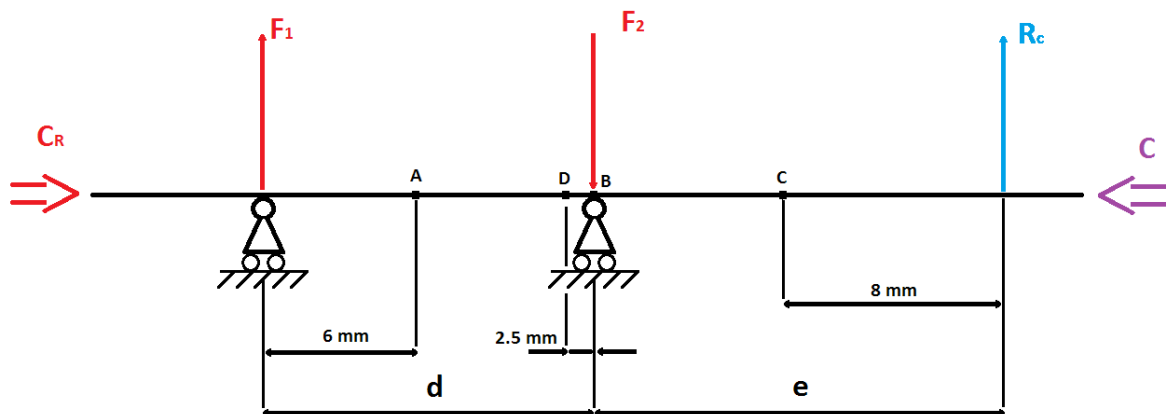
Per quanto riguarda la flangia motrice, si è compiuto un dimensionamento preventivo con calcolo di verifica a resistenza a flessione-torsione in diversi punti di interesse, adottando le soluzioni proposte nel Manuale [4] che tengono conto, per sollecitazioni composte, della *tensione equivalente di Von-Mises*.

Viene mostrato nella figura un disegno qualitativo della flangia ipotizzata:



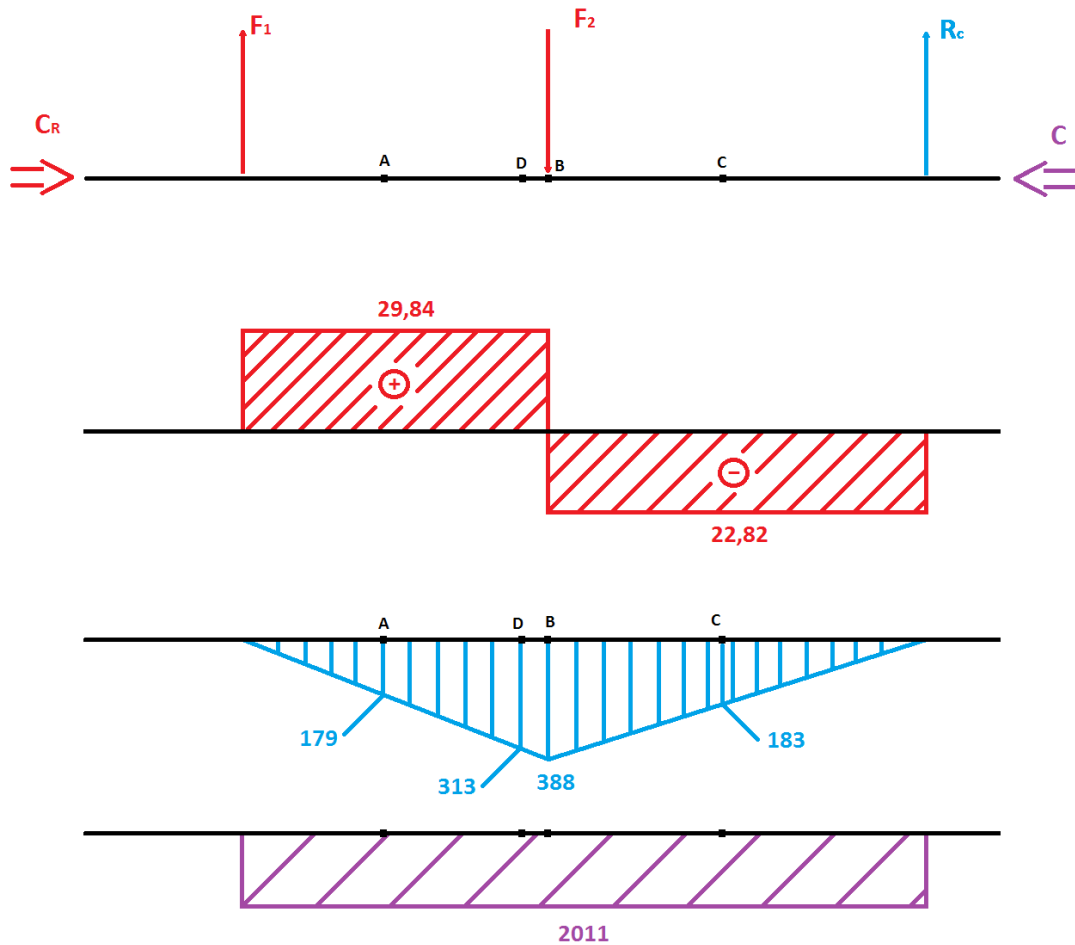
La flangia verrà sostenuta da un cuscinetto (e apposita piastra di sostegno) nell'intorno della mezzeria. Si suppone che all'estremità la flangia sia inserita in un giunto che la sostenga.

Si ottiene così lo schema equivalente in figura:



Dove:

$$d = 13 \text{ mm} , \quad e = 17 \text{ mm} , \quad R_C = 22,82 \text{ N} , \quad C = 2011 \text{ Nmm}$$



Dalle equazioni di equilibrio si ottengono:

$$\begin{cases} F_1 = \frac{R_C e}{d} = 29,84 \text{ N} \\ F_2 = \frac{R_C (e + d)}{d} = 52,66 \text{ N} \end{cases}$$

$$F_1 \cdot d = R_C \cdot e = M_{f_{\max}} = 388 \text{ Nmm}$$

Verifica nel punto A) $d = 9,5 \text{ mm}$

$$W_f = \frac{\pi}{32} d^3 = 84,17 \text{ mm}^3 \quad W_t = \frac{\pi}{16} d^3 = 168,3 \text{ mm}^3$$

$$M_A = 6 \cdot F_1 = 179 \text{ Nmm} ,$$

quindi :

$$\sigma_f = \frac{M_A}{W_f} = 2,13 \text{ MPa} \quad \tau_t = \frac{C_M}{W_t} = \frac{C}{W_t} = 11,95 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_f + \sqrt{3} \tau_t = 22,83 \text{ MPa}$$

Verifica nel punto B) $d = 9,5 \text{ mm}$

$$W_f = \frac{\pi}{32} d^3 = 54\pi \text{ mm}^3 \quad W_t = \frac{\pi}{16} d^3 = 108\pi \text{ mm}^3$$

$$M_B = 388 \text{ Nmm},$$

quindi:

$$\sigma_f = \frac{M_B}{W_f} = 2,29 \text{ MPa} \quad \tau_t = \frac{C_M}{W_t} = \frac{C}{W_t} = 5,93 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_f + \sqrt{3} \tau_t = 12,56 \text{ MPa}$$

Verifica nel punto C) $d_{ex} = 22 \text{ mm}$, $d_{in} = 14 \text{ mm}$

$$W_f = \frac{\pi}{32} \frac{(d_{ex}^4 - d_{in}^4)}{d_{ex}} = 874 \text{ mm}^3 \quad W_t = \frac{\pi}{16} \frac{(d_{ex}^4 - d_{in}^4)}{d_{ex}} = 1748 \text{ mm}^3$$

$$M_C = 8 \cdot R_C = 183 \text{ Nmm},$$

quindi:

$$\sigma_f = \frac{M_C}{W_f} = 0,209 \text{ MPa} \quad \tau_t = \frac{C_M}{W_t} = \frac{C}{W_t} = 1,15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_f + \sqrt{3} \tau_t = 2,2 \text{ MPa}$$

Verifica nel punto D) $d = 11,5 \text{ mm}$ (cava per anello elastico)

$$W_f = \frac{\pi}{32} d^3 = 149 \text{ mm}^3 \quad W_t = \frac{\pi}{16} d^3 = 299 \text{ mm}^3$$

$$M_D = F_1 \cdot (d - 2,5) = 313 \text{ Nmm},$$

quindi:

$$\sigma_f = \frac{M_D}{W_f} = 1,047 \text{ MPa} \quad \tau_t = \frac{C_M}{W_t} = \frac{C}{W_t} = 6,73 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{eq} = \sigma_f + \sqrt{3} \tau_t = 12,7 \text{ MPa}$$

La sezione maggiormente sollecitata risulta dunque essere quella corrispondente al punto A, sulla quale agisce una tensione pari a:

$$\sigma_{eq,A} = \sigma_f + \sqrt{3} \tau_t = 22,83 \text{ MPa} < \sigma_{amm} = 66,67 \text{ MPa}$$

Stima delle masse e dei momenti d'inerzia:

In questa sezione si stimano le masse e i momenti d'inerzia dei componenti del sistema complessivo utilizzando i dati presenti nei Cataloghi [6] e l'ausilio di software di calcolo [10].

Massa della vite:

$$m_v = m_l \times L_v = 0,75 \frac{\text{Kg}}{\text{m}} (\text{da catalogo}) \times (232 \times 10^{-3} \text{m}) = 0,174 \text{ kg}$$

$$F_{m_v} = 1,707 \text{ N}$$

Massa e momento d'inerzia del rocchetto:

$$m_R = 1,045 \text{ kg}$$

$$F_{m_R} = 10,25 \text{ N}$$

$$I_{ZZ} = 401,3 \text{ Kg mm}^2$$

Massa e momento d'inerzia della guida:

$$m_G = 0,092 \text{ kg}$$

$$F_{m_G} = 0,9025 \text{ N}$$

$$I_{ZZ} = I + m_G d^2 = 30,55 \text{ Kg mm}^2 \quad (\text{dove } d = \frac{D_{CG}}{2} = 18 \text{ mm})$$

Massa e momento d'inerzia della flangia "Semplice":

$$m_{FS} = 0,159 \text{ kg}$$

$$F_{m_{FS}} = 1,56 \text{ N}$$

$$I_{ZZ} = 77,84 \text{ Kg mm}^2$$

Massa e momento d'inerzia della flangia motrice:

$$m_{FM} = 0,231 \text{ kg}$$

$$F_{m_{FM}} = 2,27 \text{ N}$$

$$I_{ZZ} = 97,83 \text{ Kg mm}^2$$

Massa e momento d'inerzia della madre vite:

$$m_{MV} = 0,04 \text{ kg}$$

$$F_{m_{MV}} = 0,392 \text{ N}$$

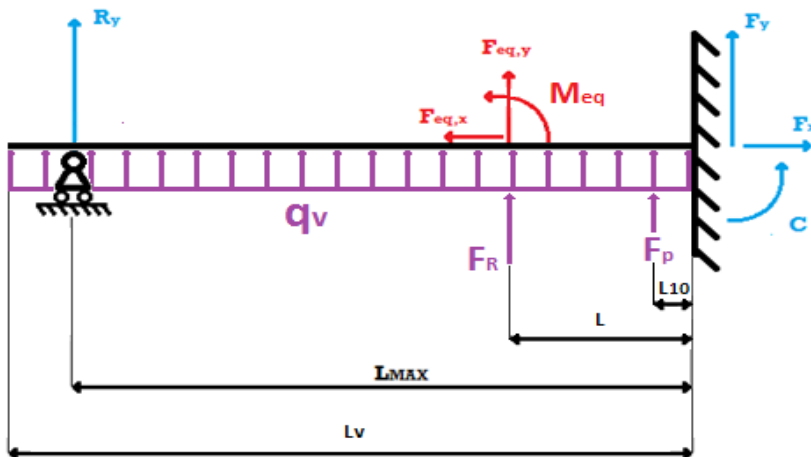
$$I_{MV}^{ZZ} = \frac{M}{2} \frac{(D_{ex}^2 - D_{in}^2)}{4} = 1,211 \text{ Kg mm}^2$$

Dove si considera la madre vite come un cilindro cavo avente:

$$D_{ex} = D_1 = 21 \text{ mm}, \quad D_{in} = D_{nocciolo} = 14,1 \text{ mm}, \quad M = m_{MV} = 0,04 \text{ Kg.}$$

Verifica a resistenza della vite (considerando i pesi propri di rocchetto, vite , flangia semplice e guide:

Una volta determinate le masse dei componenti, si è ritenuto necessario verificare il componente soggetto alla tensione massima (e.g. la vite) aggiungendo tutte le componenti di forza peso in modo che agiscano nel worst case. In questo caso, si assume che l'intero sistema sia montato a soffitto per rendere concordi forza peso e tensione del filo.



Si considerino i pesi concordi alla forza equivalente $F_{eq,y}$, con :

$$L_{10} = 10 \text{ mm} \quad L = 70 \text{ mm} \quad L_{max} = 226 \text{ mm}$$

$$L_v = \text{Lung. Vite a sbalzo} = 232 \text{ mm}$$

Vale:

$$\begin{cases} F_x = 2,54 \text{ N} \\ F_y = 79,96 \text{ N} \\ M = -3598 \text{ Nmm} \end{cases}$$

$$q_v = m_1 \times g = \left(0,75 \frac{\text{kg}}{\text{m}}\right) \times \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 7,358 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$F_P = F_{FS} + 3 \frac{F_G}{2} = 2,914 \text{ N} \quad F_R = 10,25 \text{ N}$$

Dall'analisi Iperstatica del sistema [3] si ha:

$$f_{Rc} = f_M - f_{F_y} - f_{F_R} - f_{F_P} - f_{q_v}$$

Dove f_{F_R} , f_{F_P} e f_{q_v} sono dovute alle masse proprie.

Da questa:

$$\frac{R_c L_{\max}^3}{3EJ} = \frac{ML_{\max}}{EJ} - \frac{1}{2} ML^2 - \frac{1}{6} \frac{(F_y + F_M) L^2 (3L_{\max} - L)}{EJ} - \frac{F_P L_{10}^2 (3L_{\max} - L_{10})}{6EJ} - \frac{q_v L_v^4}{8EJ}$$

si ricava :

$$R_c = \frac{3}{L_{\max}^3} \left[ML \left(L_{\max} - \frac{L}{2} \right) - \frac{1}{6} (F_y + F_M) L^2 (3L_{\max} - L) - \frac{1}{6} F_P L_{10}^2 (3L_{\max} - L_{10}) - \frac{1}{8} q_v L_v^4 \right]$$

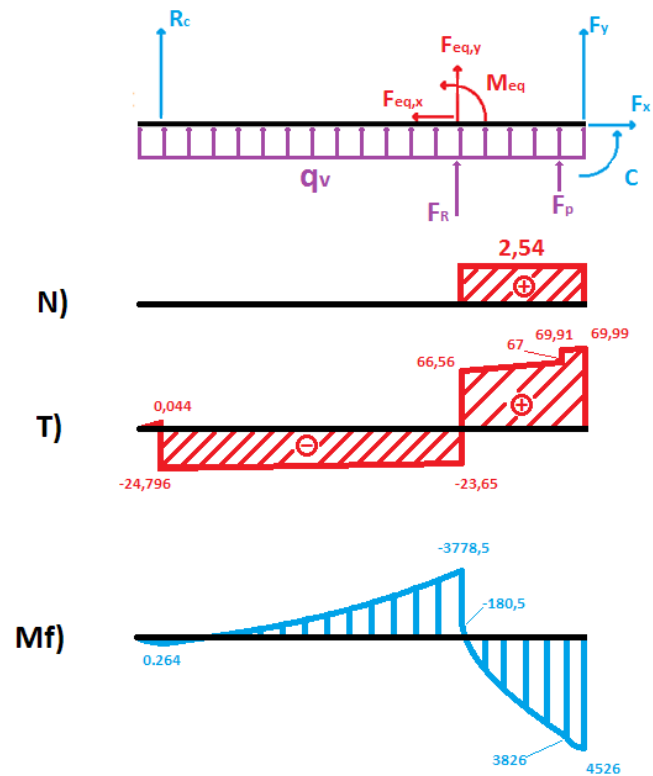
Dalla quale: $R_c = -24,84 \text{ N}$

Da cui:

$$R_y = -F_y - F_R - F_P - (q_v \cdot L_v) - R_c = -69,99 \text{ N}$$

$$C_R = -M + (F_y + F_R) \cdot L + F_P \cdot L_{10} + \left(q_v \frac{L_v^2}{2} \right) + R_c \cdot L_{\max} = 4526 \text{ Nmm}$$

$$R_x = F_x = 2,54 \text{ N}$$



La sezione maggiormente sollecitata sarà dunque quella corrispondente al punto d'incastro, sulla quale si ha: $d = 9\text{ mm}$, $W_f = 71,57\text{ mm}^3$, $C_R = 4526\text{ Nmm}$

$$\sigma = \frac{C_R}{W_f} = 63,24\text{ MPa} < \sigma_{amm} = 70\text{ MPa}$$

Calcolo svolto senza considerazioni inerenti Sforzo di Taglio e Sforzo Normale.

Verifica della Linguetta:

Le linguette utilizzate per rendere solidali gli organi di rotazione sono di norma verificate a taglio secondo la relazione [4]:

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{C}{d} \frac{1}{A_1} < \tau_{amm}$$

Linguetta tra madrevite e rocchetto:

Linguetta di Tipo A: 3×3 , $b = 3\text{ mm}$, $L = 12\text{ mm}$

$$A_1 = b(L - b) + \frac{\pi}{4} b^2 = 34,07\text{ mm}^2$$

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{C}{d} \frac{1}{A_1} = 8,43\text{ MPa}$$

Dal Manuale è specificato che le linguette sono di norma costruite con un materiale con carico di rottura $R_m \geq 590\text{ MPa}$.

Considerando un grado di sicurezza $g = 4$, si ha dunque:

$$\tau_{amm} = \frac{R_m}{\sqrt{3}g} = 85\text{ MPa} > \tau = 8,43\text{ MPa}$$

Verifica ad usura dei cuscinetti

I cuscinetti utilizzati sono stati verificati ad usura calcolandone la vita utile secondo la seguente equazione presente nella maggior parte dei Cataloghi e Manuali [4] :

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p$$

Dove:

- L_{10} è un indice che definisce la vita utile del cuscinetto espressa in milioni di giri, dopo i quali avviene la rottura del 10% dei cuscinetti.

- C è detto Carico Dinamico ed è fornito dal Catalogo per ogni cuscinetto.
- P è detto Carico Radiale (equivalente).
- ρ è un esponente che risulta pari a 3 per cuscinetti a sfere, 10/3 per cuscinetti a rulli.

Cuscinetto radiale a sfere vite-flangia [5]:

$$d = 9 \text{ mm}, \quad D = 17 \text{ mm}, \quad B = 4 \text{ mm}, \quad C = 0,871 \text{ kN (} 10^6 \text{ giri)}, \quad R_C = 24,84 \text{ N}$$

Verifica:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^\rho = \left(\frac{C}{R_C}\right)^\rho = 43,112 \times 10^9 \text{ Giri}$$

Cuscinetto radiale a sfere di sostegno per flangia motrice [5]:

$$d = 12 \text{ mm}, \quad D = 21 \text{ mm}, \quad B = 5 \text{ mm}, \quad C = 1,740 \text{ kN}, \quad F_2 = 52,66 \text{ N}$$

$$L_{10} = \left(\frac{C}{F_2}\right)^\rho = 36,075 \times 10^9 \text{ Giri}$$

Valutazione della coppia d'inerzia riportata al motore, scelta del motore e del giunto:

Al fine di determinare la coppia richiesta dal motore, è necessario calcolare l'inerzia equivalente dell'intero sistema riportata alla coordinata libera, ossia la posizione del motore φ_m :

$$I_{eq} = I_{motore} + I_{giunto} + I_{OR} + (m_R + m_{MV}) \frac{\tau^2}{\eta}$$

Dove:

- I_{motore} è il momento d'inerzia del motore
- I_{giunto} è il momento d'inerzia del giunto
- $\tau = \frac{P_e}{2\pi}$ è il rapporto di trasmissione del sistema vite-madrevite
- η è il rendimento di trasmissione del sistema vite-madrevite
- I_{OR} è il momento d'inerzia complessivo dei componenti rotanti pari a:

$$I_{OR} = I_R^{ZZ} + I_{FM}^{ZZ} + I_{FS}^{ZZ} + 3I_G^{ZZ} + I_M^{ZZ} = 669,8 \text{ Kg mm}^2$$

Dalla Equazione di Lagrange per i sistemi articolati dinamici ad un G.d.L. si ha:

$$I_{eq} \ddot{\varphi}_m + \frac{dI_{eq}}{d\varphi_m} \dot{\varphi}_m^2 = Q = C_{motore} - C - F \cos\beta \times \tau$$

Dove:

- $\ddot{\varphi}_m$ è l'accelerazione angolare del motore
- $\dot{\varphi}_m$ è la velocità angolare del motore
- C è la coppia da trasmettere al filo
- $F\cos\beta$ è il carico assiale
- $\frac{dI_{eq}}{d\varphi_m} \dot{\varphi}_m^2 = 0$, perché I_{eq} non dipende dalla posizione del motore

Da cui:

$$C_{motore} = C + F\cos\beta \times \tau + I_{eq}\ddot{\varphi}_m$$

Tuttavia, l'inerzia equivalente non può essere ancora determinata perché dipende dall'inerzia del motore e del giunto.

Come si può vedere, considerando $P_e = 5 \text{ mm}$ e $\eta = 0,9$, si ottiene:

$$I_{eq} = I_{motore} + I_{giunto} + I_{OR} + (m_R + m_{MV}) \frac{\tau^2}{\eta} = I_{motore} + I_{giunto} + (670,6 \text{ Kg mm}^2)$$

Si procede perciò a calcolare la coppia motore necessaria senza considerare le due incognite ed a scegliere da Catalogo un motore che è in grado di fornire una coppia sufficiente sia a soddisfare la coppia richiesta sia ad assorbire i contributi delle inerzie incognite.

Considerando $C = 2011 \text{ Nmm}$ e $F\cos\beta \times \tau = 2,024 \text{ Nmm}$, si ottiene :

$$\begin{aligned} C_{motore} &= I_{eq}\ddot{\varphi}_m + C + F\cos\beta \times \tau \\ &= [I_{motore} + I_{giunto} + (670,6 \text{ Kg mm}^2)]\ddot{\varphi}_m + [C + F\cos\beta \times \tau] \\ &= (I_{motore} + I_{giunto})\ddot{\varphi}_m + 670,6\ddot{\varphi}_m + 2013 \text{ Nmm} \end{aligned}$$

Da catalogo si selezionano:

- Motore: AM8032-0EH1-0000 [8]

$$C_{nominale} = 2,2 \text{ Nm}$$

$$I_{motore} = 84,7 \text{ Kg mm}^2$$

- Giunto: WA 40-14-12mm (Giunto Heli-Cal [7])

$$C_{max} = \frac{11}{4} \text{ Nm} = 2,75 \text{ Nm}$$

$$I_{\text{giunto}} = 0,033 \text{ Kg mm}^2$$

Da cui:

$$C_{\text{motore}} = (I_{\text{motore}} + I_{\text{giunto}})\ddot{\varphi}_m + 670,6\dot{\varphi}_m + 2013 = 755,3 \dot{\varphi}_m + 2013 \text{ Nmm}$$

Verifica del raggiungimento della velocità massima :

Dai dati forniti dal catalogo del motore [8] e della madre-vite [6] risulta che :

- Velocità Nominale Motore : $\dot{\varphi}_{m,\text{nom}} = 6000 \text{ rpm} = 628,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- Velocità massima della Madrevite : $v_{\text{MV,MAX}} = 30 \text{ m/min} = 500 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

la velocità della madre-vite viene convertita in velocità angolare, utilizzando il raggio equivalente :

$$\dot{\varphi}_{\text{MV,max}} = \frac{500}{P_e} 2\pi = 628,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Dalla specifica sulla velocità del filo fornita:

$$v_{t,\text{max}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A cui corrisponde una velocità angolare pari a:

$$\dot{\varphi}_{m,\text{max}} = \frac{v_{t,\text{max}}}{\sqrt{(\pi D_{\text{CF}})^2 + P_e^2}} = 6,325 \frac{\text{Giri}}{\text{s}} = 379,5 \text{ rpm} = 39,74 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

è facile verificare che:

$$\dot{\varphi}_{m,\text{nominale}} = \dot{\varphi}_{\text{MV,max}} = 628,3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} > \dot{\varphi}_{m,\text{max}} = 39,74 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Calcolo dell'accelerazione massima del motore:

Una volta definito il motore e il giunto in utilizzo è possibile valutare l'accelerazione massima del sistema in corrispondenza della coppia nominale del motore. :

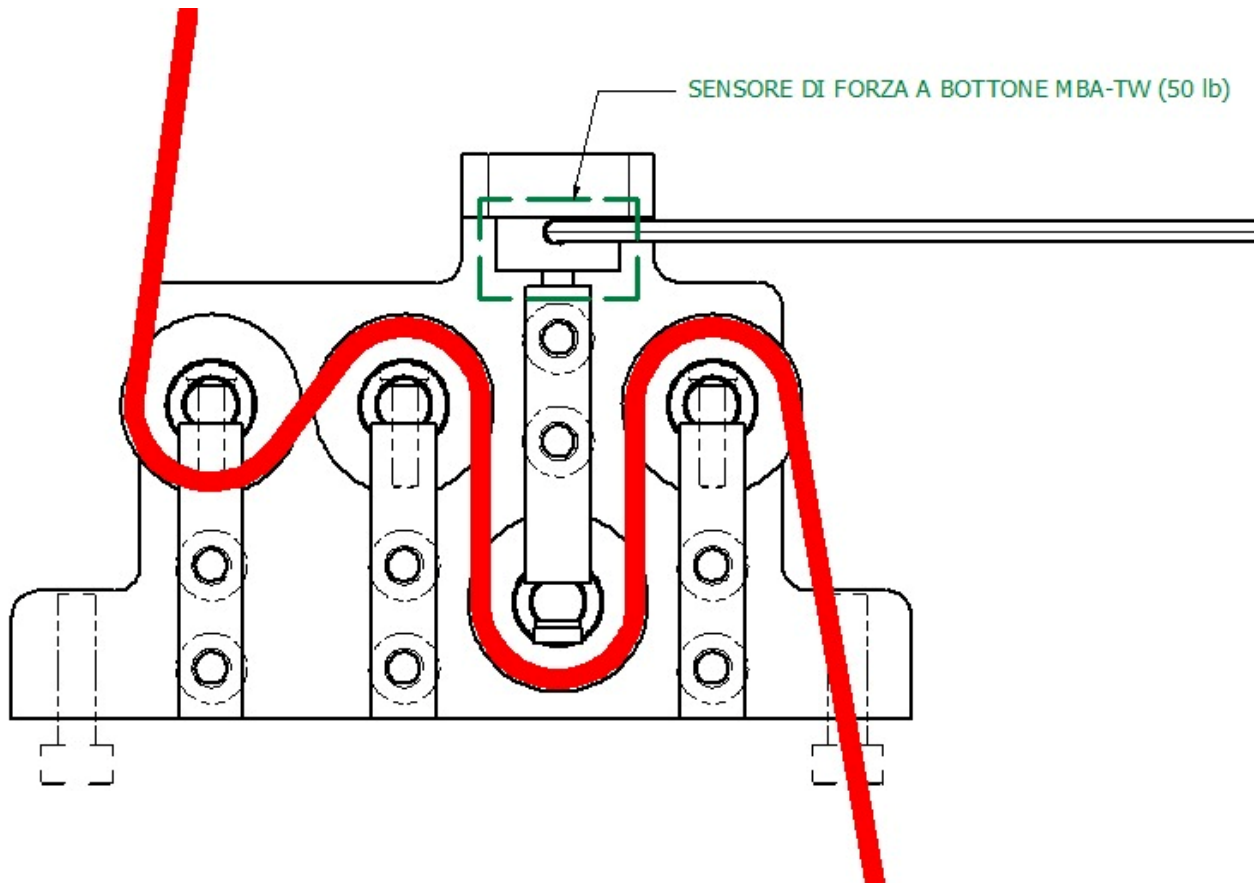
$$C_{\text{motore}} = 755,3 \dot{\varphi}_m + 2013 \text{ Nmm}$$

$$\ddot{\varphi}_{m,\text{max}} = \frac{C_{\text{motore,max}} - 2013 \text{ Nmm}}{0,7553 \text{ Kg mm}^2} = 247,6 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

È possibile inoltre calcolare il tempo minimo per raggiungere da zero la velocità massima del filo:

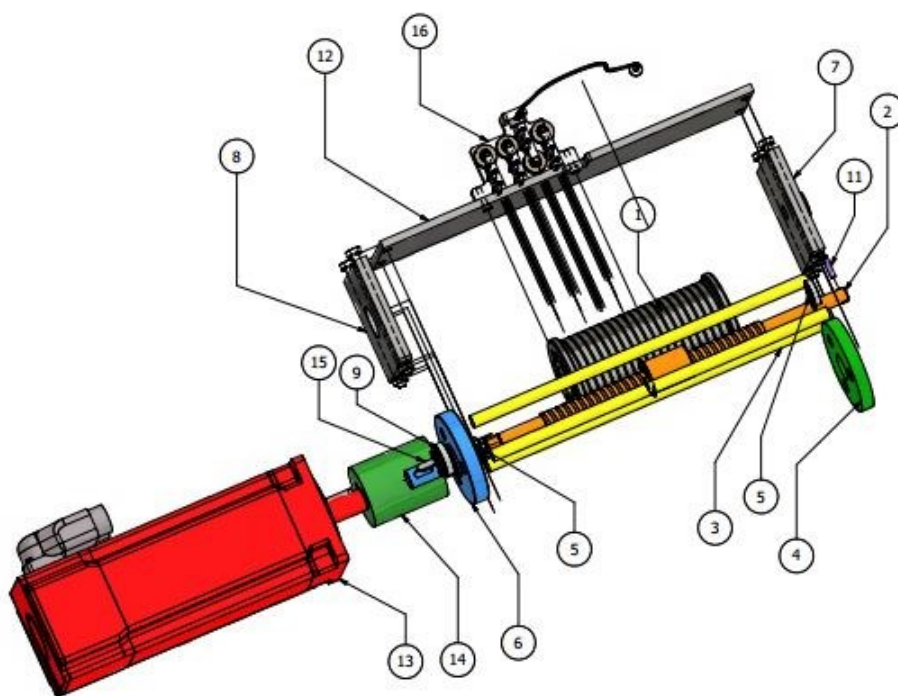
$$t_{\min} = \frac{\dot{\varphi}_{m\max}}{\ddot{\varphi}_{m\max}} = 0,16 \text{ s}$$

Scelta del sensore :



Per il rilevamento della tensione del filo F è stata scelta la configurazione in figura, la quale, mediante l'utilizzo delle prime tre pulegge (da destra), permette di esercitare sul sensore di forza un carico pari a $2F$. La quarta serve per direzionare il filo.

Dato che la forza massima che può essere esercitata sul filo è $F = 80 \text{ N}$, il sensore di forza deve avere una portata massima di almeno due volte questo valore: la scelta è perciò ricaduta sul sensore di forza a bottone MBA-TW, il quale ha un carico massimo di 50 lb ($\sim 222 \text{ N}$) [9].



ELENCO PARTI		
ELEMENTO	QTÀ	DESCRIZIONE
1	1	Rocchetto sagomato
2	1	Vite a ricircolo di sfere
3	3	Guida di scorrimento
4	1	Flangia di collegamento
5	2	Cuscinetto rad. a sfere 9x17x4
6	1	Flangia motrice
7	1	Piastra di incastro vite
8	1	Piastra di sostegno flangia
9	1	Cuscinetto rad. a sfere 12x21x5
10	1	Linguetta per chiocciola
11	1	Spina conica
12	1	Piastra superiore
13	1	Motore Beckhoff am8032-0eh1-0000
14	1	Giunto Hell-cal
15	1	Linguetta per flangia
16	1	Tensiometro con sensore a bottone

Bibliografia:

- [1] R. Mersi , S. Vali , M. T. Masouleh ,“Design and Control of a Suspended Cable-Driven Parallel Robot with Four Cables” , September 2018 ;
- [2] herculespro.com (filo)
- [3] www.edutecnica.it
- [4] L.Caligaris , S.Fava, C.Tomasello “Manuale di meccanica”, HOEPLI
- [5] SKF , “Rolling Bearings (school edition) “ (cuscinetti)
- [6] Catalogo Viti Rexroth, a Bosch Company (viti a ricircolo di sfere)
- [7] Catalogo HELI-CAL Giunti Flessibili di Precisione
- [8] www.Beckhoff.com (motore)
- [9] www.flintec.com (cella di carico)
- [10] Autodesk Inventor