



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA**  
**DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI**  
**"M.FANNO"**

**CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA**

**PROVA FINALE**

**"Competizione elettorale con un terzo partito concorrente"**

**RELATORE:**

**CH.MO PROF. Orestis Troumpounis**

**LAUREANDA: Costanza Ronga**

**MATRICOLA N. 1164664**

**ANNO ACCADEMICO 2020– 2021**

# Sommario

<b>Introduzione</b> .....	3
<b>Letteratura sui modelli di competizione elettorale con 2 o 3 partiti.</b> .....	5
Downs (1957).....	5
Palfrey (1984).....	6
Storm (1990).....	8
Eaton e Lipsey (1975) .....	9
<b>Modello</b> .....	12
Prefazione modello.....	12
Assunzioni.....	13
Descrizione dell'analisi. ....	13
<i>Considerando il caso con soli due partiti.</i> .....	14
<i>Considerando il caso con tre partiti.</i> .....	16
Polarizzazione.....	17
<b>Risultati</b> .....	18
<b>Politiche strategicamente adottate dai partiti in equilibri di Nash in strategia pura e mista...</b> 18	
<b>Due partiti concorrenti all'interno della competizione elettorale:</b> .....	18
<i>Il caso con due partiti e <math>\alpha = 0</math>.</i> ....	18
<i>Il caso con due partiti e <math>\alpha = 0.5</math>:</i> .....	19
<i>Il caso con due partiti e <math>\alpha = 1</math>:</i> .....	19
<b>Tre partiti concorrenti all'interno della competizione elettorale:</b> .....	20
<i>Il caso con tre partiti e <math>\alpha = 0</math></i> .....	20
<i>Il caso con tre partiti e <math>\alpha = 0,5</math></i> .....	21
<i>Il caso con tre partiti e <math>\alpha = 1</math></i> .....	21
<b>Polarizzazione</b> .....	22
<b>Conclusioni:</b> .....	25
Bibliografia.....	26

## **Introduzione**

La politica governativa dipende fortemente da due fattori chiave: il numero di partiti candidati alle elezioni e il tipo di sistema elettorale vigente. In questa sede verrà considerato un sistema puramente proporzionale e il numero di partiti sarà esogeno. Da questi due fattori dipenderanno le proposte politiche dei partiti e di conseguenza il grado di polarizzazione all'interno del parlamento, inteso come la differenza tra le due posizioni politiche più estreme.

Si presenta inizialmente una breve panoramica sulla letteratura degli equilibri in competizioni elettorali in cui sono presenti 3 partiti. Successivamente si propone un modello che analizza parallelamente gli effetti della polarizzazione al variare del numero di partiti e degli obiettivi perseguiti dai diversi partiti.

L'analisi verterà sull'applicazione della teoria dei giochi alle competizioni elettorali. Si ricaveranno le posizioni politiche strategicamente adottate dai partiti in equilibri di Nash in strategia pura e mista.

L'analisi presentata cercherà di estendere l'assioma di Matakos et al. (2016) riguardante la polarizzazione ai casi in cui i partiti perseguono diversi obiettivi: massimizzazione dei voti ("vote-seeking") e minimizzazione della distanza ("policy-seeking"). La distanza è intesa come la differenza tra la politica ideale e la politica implementata dal Governo. Matakos et al. (2016) dimostra come l'aumento del numero dei partiti all'interno di una competizione elettorale porti ad un aumento della polarizzazione, considerando la proporzionalità del sistema elettorale costante.

I partiti, nello scegliere il proprio programma politico, hanno obiettivi e fini differenti come evidenziato da Storm (1990) nella sua teoria sui comportamenti dei partiti in competizione.

Egli spiega come i partiti possono essere "vote-seeking", "office-seeking" e "policy-seeking", oppure, più frequentemente, avere obiettivi misti tra i tre.

Il modello, attraverso una combinazione convessa, analizza gli effetti che i diversi obiettivi dei partiti hanno sulle politiche proposte e, di conseguenza, sulla polarizzazione. Il peso che ogni partito attribuisce a ciascun obiettivo è rappresentato in maniera molto semplificata dal coefficiente  $\alpha$ .

Le posizioni politiche dei partiti e i relativi programmi politici proposti possono essere analizzati secondo varie teorie. La prima considerata è il famoso "Teorema dell'elettore mediano". Secondo questa teoria, in una competizione politica in cui sono presenti due partiti e dove le preferenze degli elettori sono unimodali, la strategia vincente per i partiti è la

posizione preferita dall'elettore mediano. Quest'ultima determina un equilibrio di Nash in strategia pura.

Downs (1957) ritiene questa una strategia efficiente in un sistema bipartitico, ma non in uno multipartitico. Quando sono presenti tre partiti, assumendo che gli elettori si distribuiscono lungo una curva normale, i due partiti più estremi schiacceranno il terzo partito entrante. Quest'ultimo per sopravvivere dovrà scavalcare uno dei due partiti ed adottare una politica più lontana dal centro, dando origine ad un equilibrio instabile. Downs propone un sistema multipartitico con una distribuzione degli elettori multimodale: ad ogni moda si associa la formazione di un partito e la scelta ottimale per i partiti è mantenere la posizione della propria moda e differenziarsi il più possibile dai concorrenti.

La critica di Palfrey (1984) al modello di Hotelling-Downs ammette la possibilità di un equilibrio multipartitico dove i due partiti già presenti all'interno dell'arena ideologica, "partiti dominanti", adotteranno politiche più estreme. La prospettiva di un terzo partito entrante genererà infatti una forza centrifuga che farà aumentare conseguentemente la polarizzazione. Il terzo partito, partito "follower", dovrà selezionare posizioni politiche basate sulla scelta degli altri due adottando, quindi, un comportamento reazionario rispetto ai "dominanti".

Eaton e Lipsey (1975) riprendono il concetto di Minima Differenziazione (MD) di Boulding (1966) per spiegare come, considerando uno spazio unidimensionale, un sistema multipartitico non possa esistere in uno spazio lineare. Invece, nel caso di tre partiti, in un mercato senza limiti, finito ed unidimensionale avremo un numero infinito di equilibri.

## **Letteratura sui modelli di competizione elettorale con 2 o 3 partiti.**

Si presenta un breve excursus di una letteratura molto più ampia sugli studi riguardanti le competizioni elettorali.

Downs (1957)

La teoria dell'elettore mediano rappresenta uno dei più importanti contributi alla politica economica. Vi sono due o più partiti candidati che competono per acquisire il controllo della politica di Governo e il partito vincente ha la piena possibilità di determinare l'attività governativa fino alle successive elezioni. I soggetti sono agenti razionali che intraprendono solo le azioni per le quali il rendimento marginale è maggiore del costo marginale. Il modello di Downs considera i partiti come un insieme di uomini devoti alla sola massimizzazione dei benefici personali connessi alla propria carica politica. Considerando queste assunzioni, i partiti all'interno di una democrazia volgono interamente la propria strategia politica al solo scopo di massimizzare la propria quota di voti. I partiti non hanno conoscenza precisa sui bisogni degli elettori, allo stesso tempo quest'ultimi non sono perfettamente in grado di identificare cosa il governo abbia fatto o dovrebbe fare per soddisfare i propri interessi. Ne consegue che il reperimento delle informazioni per sopperire a questa ignoranza è costoso.

In presenza di asimmetrie informative alcuni elettori sapranno qual è il partito che gli garantisce la maggior utilità e di conseguenza voteranno per esso, mentre altri elettori saranno incerti sulla propria votazione e quindi più influenzabili dalle azioni dei "persuasori" per stabilire una preferenza di voto.

Downs all'interno del suo modello considera la teoria sullo spazio del mercato di H. Hotelling (1929) attuandola alle scelte politiche in un sistema bipartitico.

La teoria di Hotelling trova applicazione nel caso in cui gli elettori si distribuiscano approssimativamente come una normale. I due partiti presenti all'interno dell'arena politica si muovono entrambi verso il centro, posizione preferita dall'elettore mediano, riuscendo così a conquistare l'obiettivo di massimizzazione dei voti. La posizione dell'elettore mediano corrisponde ad un equilibrio di Nash in strategia pura.

Quando si passa invece da una dimensione bipartitica ad una multipartitica, il partito centrale, per evitare di rimanere schiacciato tra i due i concorrenti, ha come unica alternativa, a parte l'uscita, la possibilità di "scavalcare" uno dei due ed adottare una politica più "estrema", allontanandosi così dal centro. La presenza di un terzo partito porterà ad un processo continuo e ripetitivo che non sfocerà in nessun equilibrio stabile.

Per Downs la possibilità di adottare una politica più estrema da parte del partito centrista violerebbe la IV assunzione alla base del suo modello, secondo cui i partiti non possono scavalcare la posizione politica del partito adiacente perché ciò causerebbe una perdita di credibilità per il partito stesso. I risultati di questo approccio (Hotelling, 1929) sono quindi considerati inconcludenti.

La soluzione per Downs è un sistema multipartitico dove la distribuzione degli elettori è multimodale e ad ogni moda si associa la formazione di un partito. In questo caso la scelta ottimale per i partiti è mantenere la posizione della propria moda e differenziarsi il più possibile dai partiti vicini. I partiti dovranno contemporaneamente impedire agli altri concorrenti di avvicinarsi alla propria posizione. Se un partito si avvicina alla destra o alla sinistra di un altro per acquisire più voti, si ottiene perdita di voti per entrambi. Se questo partito è un partito "estremo", si ottiene una perdita di voti a causa dell'astensione. L'assunzione V alla base del modello suggerisce che, quando i due partiti più esterni si muovono dagli estremi verso il terzo partito, gli elettori "estremisti" potrebbero astenersi dal voto non vedendo particolari differenze tra le politiche proposte dai due partiti.

Gli studi di Downs ci portano a concludere che in un sistema multipartitico, rispetto ad uno bipartitico, gli elettori avranno maggiore scelta rispetto alle politiche adottate dai vari partiti. I risultati di questa teoria ci portano a pensare che gli elettori assumano più peso all'interno del sistema politico dato che otteniamo una sostanziale differenziazione tra le varie politiche proposte solo quando all'interno della competizione elettorale concorrono più di due partiti. Lo svantaggio derivante dalla presenza di più partiti concorrenti potrebbe condurre ad una politica di Governo meno definita e meno coerente rispetto ai programmi annunciati. Questo problema in molti paesi con sistemi multipartitici è fronteggiato con la creazione di coalizioni di Governo.

Palfrey (1984)

La critica di Palfrey (1984) è volta a dimostrare come la conquista della posizione preferita dall'elettore mediano in un sistema non più bipartitico non corrisponda più alla strategia vincente.

Palfrey esamina l'equilibrio spaziale nelle competizioni politiche con due partiti presenti all'interno dell'arena ideologica che scelgono competitivamente la loro posizione politica prevenendo così la vittoria del terzo partito entrante. Questo avviene quando i due partiti si posizionano nello spazio politico in modo "spazialmente separato". Le preferenze di ogni elettore sono a picco singolo in un punto della scala e decrescono monotonicamente verso il basso su entrambi i lati del picco.

Attraverso questa intuizione, Palfrey riesce a dimostrare la presenza di stabilità all'interno di sistemi bipartitici spiegando come comportamenti non cooperativi tra i due partiti già presenti all'interno dell'arena ideologica portino alla sconfitta del terzo partito entrante.

La critica di Palfrey si rivolge al più famoso contributo alla teoria politica: il teorema dell'elettore mediano, Hotelling-Downs (1957), da cui derivano due importanti predizioni sulle competizioni tra due partiti.

La prima, su base teorica, afferma che i candidati che vogliono massimizzare la propria quota di voti si seguiranno l'un l'altro. Ciò significa che quando un candidato fissa la propria posizione politica l'altro sceglierà di adottare una politica corrispondente o arbitrariamente vicina a quella già fissata.

La seconda, riguardante la teoria dei giochi, afferma che l'unico equilibrio di Nash in strategia pura coincide con la politica preferita dall'elettore mediano.

Considerando le due previsioni precedenti si può dedurre che i candidati sceglieranno posizioni politiche vicine le une alle altre e allo stesso tempo vicine al centro.

Le critiche mosse verso questa teoria mostrano come, dal punto di vista empirico, non sempre i candidati scelgono posizioni equivalenti e che i risultati proposti non siano robusti rispetto a distorsioni delle assunzioni alla base del modello.

Ipotizzare la presenza di soli due partiti che si collocano entrambi nella posizione preferita dall'elettore mediano è inconsistente perché l'entrata di un terzo partito, adottante una politica vicina alla mediana, porterà alla vittoria delle elezioni quest'ultimo. Per Palfrey quindi la mediana non può mai corrispondere ad un equilibrio simmetrico per il nostro gioco politico. Essi propone una nozione alternativa di equilibrio che considera la minaccia di un terzo partito entrante. L'equilibrio di Palfrey è chiamato equilibrio dei due partiti "dominanti".

Il nuovo equilibrio raggiunge risultati in contrasto con il modello presentato da Hotelling.

Le differenze principali sono:

- il modello dei due partiti dominanti prevede che l'entrata del terzo partito sarà fallimentare mentre, nel caso di Hotelling-Downs, il modello suggerisce che questa sarà efficace.
- Nel nuovo modello i partiti candidati scelgono posizioni nettamente differenti, ma non estreme l'una rispetto all'altra.
- I risultati pervenuti dal modello dell'equilibrio dei due partiti dominanti possono essere estesi a  $n$ -candidati. Il modello suggerisce che, se l'entrata di un ulteriore partito è anticipata, il risultato sarà che tutti i candidati saranno equamente differenziati.

Palfrey dimostra come in presenza di due partiti essi non adottano più posizioni convergenti verso la politica ideale dell'elettore mediano perché la prospettiva di un terzo partito entrante genera una forza centrifuga. La forza centrifuga porterà i due candidati ad adottare politiche più estreme aumentando di conseguenza la polarizzazione.

La teoria prende il suo nome dalla presenza di due partiti che possono parzialmente controllare l'entrata del terzo partito all'interno della competizione, aggiustando le proprie posizioni elettorali. Questi partiti saranno chiamati dominanti. Inoltre, uno dei due dominanti vincerà sempre la competizione elettorale. Il terzo partito è "reazionario" nel senso che reagisce scegliendo la miglior posizione politica possibile tenendo conto delle posizioni fissate dai candidati dominanti.

I due partiti dominanti si troveranno in un gioco Cournot-Nash tra di loro e allo stesso tempo, entrambi, saranno leader (Stackelberg) rispetto al partito entrante cosicché il terzo partito si comporterà come un "follower".

Storm (1990)

La teoria sui comportamenti dei partiti politici in competizione investiga sul comportamento dei partiti politici nelle democrazie parlamentari avanzate. I leader dei partiti sono considerati agenti razionali. Storm identifica tre modelli sul comportamento dei partiti sviluppati nella letteratura basata sulla razionalità degli agenti. A seconda dei propri obiettivi i partiti possono essere distinti in:

- vote-seeking: "partiti cercatori di voti", modello derivante dalla teoria di Down, secondo cui i partiti vogliono massimizzare la propria base elettorale in modo da poter acquisire il controllo dell'attività di Governo. I partiti vengono quindi considerati oltre che "vote-seeking" (cacciatori di voti) anche "vote maximizers" (massimizzatori di voti).
- office-seeking: partiti che hanno come obiettivo il controllo sulla carica politica dove i benefici politici sono considerati i benefici privati associati ad una nomina politica.
- policy-seeking: partiti che vogliono massimizzare la propria influenza sulla politica pubblica.

Solitamente i partiti politici non perseguono in modo esclusivo uno solo di questi obiettivi, ma più frequentemente hanno obiettivi "misti". Dal punto di vista istituzionale, gli incarichi di governo favoriscono congiuntamente il perseguimento dell'influenza politica e dei benefici derivanti dalla carica politica. Nella realtà invece spesso i partiti si occupano separatamente dei due obiettivi.



Eaton e Lipsey (1975)

Eaton e Lipsey riprendendo il principio di minima differenziazione (MD) coniato da Boulding per descrivere il modello di Hotelling-Downs. Il modello di Eaton e Lipsey riguarda la competizione economica ma può essere ampliato anche a quella politica. Viene applicato il principio di MD ricavando nuovi principi applicabili a competizioni tra piccoli gruppi.

Considerando l' $i$ -esimo confine del mercato di un'impresa, può essere suddiviso in:

- Un confine interno: è un luogo di punti che sono equidistanti dall' $i$ -esima azienda e da un'altra azienda.
- Un confine esterno: è una parte del confine di mercato che è più vicino alla  $i$ -esima azienda rispetto che a qualunque altra.

Un'impresa interna è un'impresa il cui suo intero confine di mercato è un confine interno mentre un'impresa periferica è un'impresa in cui uno dei confini è un confine esterno.

Le imprese vengono definite accoppiate quando la distanza tra di loro è la più piccola possibile. La minor distanza possibile,  $\delta$ , è arbitraria e la sua dimensione è influente fin quando essa è considerata piccola rispetto al mercato complessivo. La MD, minima differenziazione, si ha quando tutte le imprese presenti sul mercato hanno distanza con le imprese vicine pari a  $\delta$ . La  $i$ -esima azienda è in equilibrio quando non c'è nessun'altra posizione preferita rispetto alla posizione attuale. L'intero mercato è in equilibrio quando tutte le  $n$  imprese sono allo stesso tempo in equilibrio.

Considerando un mercato unidimensionale la presenza dell' $i$ -esima azienda divide il suo segmento di mercato in due parti. Quando le due parti non sono uguali ci si riferisce ad esse come la Lunga e la Corta parte di mercato. Ogni parte del mercato verrà chiamata metà-mercato (a prescindere dalla sua lunghezza).

Secondo il modello unidimensionale del mercato riguardo l'impresa interna si potrà dire che: la lunghezza del suo mercato sarà pari alla metà della lunghezza dell'intervallo tra le sue due imprese vicine, qualunque sia la posizione dell'azienda interna all'interno dell'intervallo, di conseguenza, per un'impresa periferica, la lunghezza del suo mercato sarà delimitata dal suo confine esterno da un lato mentre dall'altro dal confine di mercato dell'impresa vicina. Quando due imprese sono accoppiate, la porzione più corta di ciascuno dei propri mercati sarà  $\delta/2$ . È assunto per semplificazione che la parte più corta del mercato tende a 0 ( $\delta \rightarrow 0$ ).

Modello 1

Le assunzioni alla base del modello dicono che ogni impresa adotta una variazione non congetturale rispetto al comportamento dell'altra impresa (ZCV, zero conjectural variation) e

la variabile aleatoria del consumatore ha una distribuzione continua uniforme. (i consumatori si distribuiscono lungo la linea). La lunghezza del mercato è pari ad 1. Il mercato è compreso nell'intervallo  $[0,1]$  dove 0 e 1 rappresentano i suoi confini. Il mercato è chiamato mercato unidimensionale limitato (B, 1-D).

Le condizioni necessarie e sufficienti per l'equilibrio sono che:

- (i) Il mercato di nessuna azienda è più piccolo della metà del mercato di qualunque altra.

Qualsiasi azienda può conquistare un mercato di lunghezza pari a metà mercato di qualsiasi altra impresa associandosi con una di queste.

- (ii) E le due imprese periferiche sono accoppiate.

Se un'impresa periferica non è associata a nessun'altra può sempre aumentare il suo mercato muovendosi verso l'azienda vicina.

Considerando due imprese, considerando le condizioni del modello, esse devono essere accoppiate tra di loro e allo stesso tempo accoppiate rispetto al centro del mercato.

Nel caso in cui siano presenti tre aziende è impossibile soddisfare le condizioni di equilibrio. Affinché sia rispettata la seconda condizione è necessario che entrambe le imprese periferiche siano accoppiate con l'impresa interna. L' "accoppiamento" dell'impresa interna con entrambe le imprese periferiche comporterebbe per l'impresa interna un'area di mercato pari a 0 violando così la prima condizione di equilibrio. L'equilibrio non può quindi esistere se non vengono modificate le assunzioni alla base del modello

Il comportamento del Modello 1 dipende fortemente dalla natura dello spazio così che lo spazio del modello 1 diviene un cerchio la cui circonferenza è unitaria.

Lo spazio rimane sempre unidimensionale ma in questo caso il mercato viene definito come senza limiti, finito e unidimensionale, Spazio: (U, F, 1-D).

L'assenza di limiti caratterizza i mercati esclusivamente come mercati interni. Lo spazio rimane unidimensionale ma se ci si continua a spostare lungo qualunque direzione non si incontrano barriere bensì si ritorna al punto di partenza. Nel caso di tre aziende sono presenti un numero infinito di equilibri. Graficamente questo può essere spiegato collocando due delle tre aziende, in modo arbitrario, lungo la circonferenza del cerchio. Tracciando, rispettivamente, dall'azienda 1 il diametro che avrà come estremi 1 e C', dall'azienda 2 il diametro con estremi 2 e C''. In qualunque punto si collocherà l'azienda 3, all'interno dell'arco di circonferenza C'C'', sarà in equilibrio.

I limiti del mercato di un'azienda saranno rappresentati da un arco di circonferenza:  $\frac{1}{2}(n - 1) \leq L \leq \frac{1}{2}(n - 1)$ . Dove  $n$  rappresenta il numero di imprese all'interno del mercato mentre  $L$  la lunghezza del mercato per una singola impresa.

La conclusione più importante che si può estrapolare dal modello è che se sono presenti più di due imprese all'interno del mercato, la MD non è una configurazione caratteristica del modello lineare.

## Modello

### Prefazione modello

All'interno del modello si analizzano parallelamente la polarizzazione, a seconda del numero di partiti presenti all'interno dell'arena politica, e le politiche adottate dagli stessi a seconda dei propri obiettivi.

Nell'analisi si cercherà di estendere l'assioma di Matakos et al. (2016) riguardante la polarizzazione ai casi in cui i partiti perseguono diversi obiettivi: massimizzazione dei voti ("vote-seeking") e minimizzazione della distanza ("policy-seeking"). La distanza è intesa come la differenza tra la politica ideale e la politica implementata dal Governo. Matakos et al. (2016) dimostra come, considerando la proporzionalità del sistema elettorale costante, l'aumento del numero dei partiti all'interno di una competizione elettorale porti ad un aumento della polarizzazione.

I pesi dei diversi obiettivi saranno rappresentati dal coefficiente  $\alpha$ . Gli obiettivi e il peso che ogni partito attribuisce a ciascun obiettivo sono rappresentati dal coefficiente  $\alpha$ .

Si dimostra, in primo luogo, il cambiamento della polarizzazione quando si passa da un sistema bipartitico ad uno multipartitico. Si considera inizialmente la presenza di soli due partiti all'interno della competizione elettorale e la seguente polarizzazione per poi paragonarla con la polarizzazione ottenuta con tre partiti concorrenti. Si comparano le differenze ottenute al variare del numero di partiti e al variare dei diversi valori attribuiti ad  $\alpha$ .

Per prima cosa, si costruirà un modello considerando solo due partiti all'interno della competizione elettorale: un partito di destra, R, e uno di sinistra, L.

Il partito di destra adotterà politiche che si trovano alla destra dell'ideologia politica dell'elettore mediano, mentre il partito di sinistra preferirà politiche alla sinistra dell'elettore mediano.

I partiti annunciano i propri programmi politici e conseguentemente gli elettori votano per il partito che propone la politica più vicina alla propria politica ideale. All'interno del modello programma politico e posizioni politiche verranno utilizzati come sinonimi.

I partiti, selezionando strategicamente le proprie politiche, influenzano il comportamento degli elettori e i relativi payoffs. All'interno della nostra analisi i partiti adottano strategie miste o pure in modo da determinare equilibri di Nash conseguenti. La politica attuata dal Governo è la media ponderata delle posizioni politiche proposte dai due partiti, dove i pesi dei partiti dipendono dal loro potere all'interno del parlamento.

La stessa cosa sarà fatta considerando tre partiti all'interno della competizione elettorale dove il partito entrante sarà C, partito centrista, adotta sempre una politica  $p_c=5$ , corrispondente alla politica preferita dall'elettore mediano.

## Assunzioni

Assunzioni alla base del modello:

Assunzione 1: Si considera il numero di partiti concorrenti nelle elezioni politiche come esogeno e, quindi, non si affronta la convenienza dei partiti nell'entrare o meno all'interno della competizione elettorale.

Assunzione 2: Il sistema elettorale considerato è puramente proporzionale.

Descrizione dell'analisi.

Ad L e R è stata attribuita ogni posizione politica presente all'interno dello spazio elettorale (da 0 a 10) con esclusione del partito C che propone sempre un programma politico uguale alla propria politica ideale (5). R e L assumono posizioni politiche per L anche alla destra della mediana mentre per R, anche alla sua sinistra.

Ad esempio, viene attribuito ad L il valore 10 ( $p_L = 10$ ) mentre a R il valore 0 ( $p_R = 0$ ).

Si è calcolata la quota di voti,  $V_j$ , corrispondenti all'adozione di una determinata politica per ciascun partito. Si è poi determinata la politica attuata dal Governo in seguito all'elezione,  $\hat{p}$ .

(Nota:  $\hat{p}$  è stato arrotondato.)

Da ciò si è pervenuti alla determinazione dei payoff dei vari partiti.

Il procedimento è stato effettuato per il caso con 2 partiti all'interno della competizione elettorale e poi ripetuto con 3 partiti concorrenti. Per ciascuno dei casi sono stati attribuiti ad  $\alpha$  valori pari a 0,0.5,1. Dove:

con  $\alpha = 0$ , partiti interessati alla massimizzazione dei propri voti:  $payoff_j = (V_j)$ .

con  $\alpha = 1$ , partiti con l'obiettivo di minimizzare la *distanza*:  $payoff_j = (10 - (distanza))$ .

con  $\alpha = 0.5$ , partiti con obiettivi misti rispetto ai due casi precedenti, esattamente corrispondenti alla media dei due:  $payoff_j = \frac{(10 - (distanza)) + (V_j)}{2}$ .

Si è poi costruita una matrice di payoff di dimensione 11x11 dove 11 sono le posizioni politiche adottabili all'interno del nostro spazio politico:  $\pi = [0,10]$ . Si sono considerati esclusivamente i payoff di L e R, gli unici partiti ad adottare politiche variabili. Ci si ritrova con 121 combinazioni di strategie, dove le righe rappresentano le azioni del partito L mentre le colonne le azioni di R. Usando il programma Gambit si sono ottenuti equilibri di Nash in strategia pura e in strategia mista.

*Considerando il caso con soli due partiti.*

All' interno della competizione elettorale consideriamo solo due partiti concorrenti: ( $j = L, R$ ). I partiti annunciano strategicamente i propri programmi politici e conseguentemente gli elettori votano per il partito che propone il programma più vicina alla propria politica ideale. Gli elettori votano solo uno dei due partiti.

Il peso di un partito,  $j$ , all'interno del Governo, dipende dalla sua quota di voti,  $V_j$ , conquistati durante le elezioni. La quota di voti di L sarà  $V_L$ , mentre per R,  $V_R$ .

I programmi politici annunciati saranno  $p_L$  e  $p_R$  rispettivamente per L e R.

La politica attuata, dopo le elezioni dal Governo, è indicata da  $\hat{p}$ .

Lo spazio politico,  $\pi$ , è continuo, unidimensionale e rappresentato dall'intervallo  $\pi = [0, 10] \subset \mathbb{N}$

I partiti selezionano la loro politica all'interno dell'intervallo adottando solo una delle posizioni all'interno di  $\pi$ . Le posizioni politiche all'interno dell'intervallo sono 11. Ad ogni posizione politica interna dell'intervallo si associa il voto di un elettore.

Si assume che gli elettori, nello scegliere il candidato preferito, votino per il partito che garantisca la minor distanza tra la politica ideale dell'elettore e il programma politico del partito stesso. Considerando il votante  $i$  con una politica ideale  $\pi_i$ , egli voterà per il partito  $p_j$  se

$$|p_j - \pi_i| < |p_{-j} - \pi_i|.$$

Allo stesso tempo gli elettori nel cercare di minimizzare la distanza non terranno conto della *direzione* politica del partito che gliela assicura. Esempio: se  $\pi_i = 6$  del votante  $i$ , egli sarà disposto anche a votare per un partito con  $p_L = 4$  purché sia quello che gli garantisca la minor *distanza*.

I voti ricevuti da  $j$  ( $j = L, R$ ) dipendono da  $p_L$  e  $p_R$ :  $V_j(p_L, p_R)$ .

Ricordando che l'elettore  $i$  vota per il partito che garantisce la minimizzazione della *distanza*  $|p_j - \pi_i|$ . Consideriamo, ad esempio, che sia  $p_L = 4$  e  $p_R = 6$ . La quantità di voti per ciascun partito sarà:  $V_L(p_L, p_R) = 5.5$ ,  $V_R(p_L, p_R) = 5.5$ .

La cifra decimale dipende dal fatto che l'elettore nella posizione politica 5 sarà indifferente tra votare una politica pari 4 o a 6, dato che entrambe gli assicurano la stessa distanza. Nel caso in cui più partiti assicurino la stessa distanza,  $|p_j - \pi_i| = |p_{-j} - \pi_i|$ , il voto sarà randomizzato tra i partiti, essendo l'elettore indifferente tra i due. Indichiamo  $\bar{\pi}$  la politica ideale dell'elettore indifferente cosicché  $|p_j - \bar{\pi}| = |p_{-j} - \bar{\pi}|$ . Assumendo che le preferenze siano simmetriche allora  $\bar{\pi} = (p_L + p_R)/2$ , l'elettore indifferente si posizionerà sempre nel mezzo tra i programmi dei due partiti.

Considerando un sistema elettorale puramente proporzionale, la quantità di voti ricevuta da ogni partito ne determina i posti in parlamento secondo Theil, 1969:

$$S_j(p_L, p_R) = \frac{V_j^n}{V_L^n + V_R^n}$$

Dove con  $n=1$  si intende un sistema puramente proporzionale.

La politica attuata dal Governo,  $\hat{p}$ , è la media ponderata tra i programmi politici proposti dai partiti,  $p_L$  e  $p_R$ :

$$\hat{p}(p_L, p_R) = \frac{V_L(p_L, p_R)}{V_L(p_L, p_R) + V_R(p_L, p_R)} p_L + \frac{V_R(p_L, p_R)}{V_L(p_L, p_R) + V_R(p_L, p_R)} p_R$$

Dove  $V_L(p_L, p_R) + V_R(p_L, p_R) = 11$ , rappresenta il totale delle posizioni politiche possibili all'interno di  $\pi = [0, 10]$

$$\text{Formalmente: } \hat{p}(p_L, p_R) = \sum_{j=L,R} S_j(p_L, p_R) * p_j$$

La politica ideale di un partito,  $j$ , è  $\pi_j$  e si trova all'interno del nostro spazio politico:

$$\pi_j \in \pi = [0, 10] \text{ e } \pi_L < m < \pi_R.$$

Assumiamo che:  $\pi_L = 0$      $\pi_R = 10$ .

I payoffs dei partiti sono calcolati sulla base della politica attuata  $\hat{p}$  e sulla quota di voti di ciascun partito  $V_j$ . I partiti perseguono gli obiettivi di massimizzazione di  $V_j$  e di minimizzazione della *distanza*. I partiti che vogliono rimanere il più fedele possibile alle proprie politiche ideali cercheranno di minimizzare la *distanza* intesa come la differenza tra la politica attuata,  $\hat{p}$ , e la loro politica ideale,  $\pi_j$ .

$$\text{distanza} = |\hat{p} - \pi_j|$$

Nel caso del partito L:  $(10 - \hat{p})$

Nel caso del partito R:  $(\hat{p} - 10)$

I payoffs dei partiti sono rappresentati da una combinazione convessa all'interno dello spazio unidimensionale:

$$\text{payoff}_j = \alpha(10 - (\text{distanza})) + (1 - \alpha)(V_j)$$

La somma dei coefficienti  $\alpha$  e  $(1 - \alpha)$  è uguale ad 1. Le variabili sono  $(V_j)$  e  $(\text{distanza})$ .

Il coefficiente  $\alpha$  può assumere valori compresi nell'intervallo  $[0, 1]$ . Attribuiremo ad  $\alpha$  i valori 0, 0.5, 1.

Se  $\alpha=0$  allora  $\text{payoff}_j = (V_j)$

Se  $\alpha=1$  allora  $\text{payoff}_j = (10 - (\text{distanza}))$ .

Se  $\alpha=0.5$  allora  $\text{payoff}_j = \frac{(10 - (\text{distanza})) + (V_j)}{2}$

Gli elettori sono uniformemente distribuiti. Il sistema elettorale considerato nell'analisi è puramente proporzionale. Se i partiti propongono programmi politici uguali alla propria politica

ideale ( $\pi_j = p_j$ ), L propone una politica pari 0 mentre R una pari a 10. La politica attuata,  $\hat{p}$ , è 5 corrispondente alla mediana e, quindi, alla politica preferita dall'elettore indifferente. Gli elettori alla destra della mediana voteranno per il partito R mentre gli elettori alla sinistra voteranno per L. Essendo i voti uniformemente distribuiti, la quantità di voti per L e R sarà uguale e corrispondente a 5,5 (50% per entrambi).

Considerando il caso in cui i partiti propongano politiche non coincidenti con la propria politica ideale., L propone una politica pari a 4 mentre, R rimane fedele a  $\pi_R$ , proponendo una politica pari a 10. I voti verranno distribuiti con una maggioranza preponderante verso L. Il partito L acquisirà il 68% dei voti (7.5) mentre R il 32% (3.5). Il partito L avrà quindi un maggior peso nella scelta della politica da attuare,  $\hat{p}$ , che corrisponderà a 6, ( $5,909 \approx 6$ ), posizione alla destra della politica preferita dall'elettore mediano.

*Considerando il caso con tre partiti.*

Si ricorda che il numero dei partiti è esogeno.

Si assume che la politica ideale del partito di centro sia 5 ( $\pi_C = 5$ ) e che C proponga sempre  $p_C = 5$ , indipendentemente dalle politiche adottate degli altri due partiti. Quest'ultimi propongono programmi politici che divergono simmetricamente rispetto a 5.

I voti ricevuti da  $j$  ( $j=L, R$ ) dipendono da  $p_L, p_C$  e  $p_R$ , :  $V_j(p_L, p_C, p_R)$ . Si ricorda che l'elettore  $i$  vota per il partito che garantisce la minimizzazione della *distanza*  $|p_j - \pi_i|$ . Consideriamo, ad esempio, che sia  $p_L = 4$  e  $p_R=6$  (come nell'esempio con 2 partiti). La quantità di voti per ciascun partito sarà:  $V_L(p_L, p_C, p_R)=5$ ,  $V_R(p_L, p_C, p_R)=5$ .

*Entrambi i partiti perderanno voti a causa della presenza di un terzo partito C, ( $p_C = 5$ ).*

Ulteriore esempio: attribuendo  $p_L = 4$  e  $p_R=7$ . La quantità di voti per ciascun partito sarà:

$$V_L(p_L, p_C, p_R)=5, V_R(p_L, p_C, p_R)=4.5.$$

$$\text{Il terzo partito C : } V_C(p_L, p_C, p_R)=1.5$$

La cifra decimale dipende dal fatto che l'elettore nella posizione politica 6 è indifferente tra votare una politica pari a 5 o a 7, dato che entrambe gli assicurano la stessa distanza. Di conseguenza, il suo voto sarà randomizzato tra i due partiti.

Considerando il caso di tre partiti concorrenti all'interno della competizione elettorale, avremo: il partito di sinistra L, di centro C e di destra R. ( $j= L, C, R$ .)

La quantità di posti in parlamento per ciascun partito verrà determinata secondo Thail (1969):

$$S_j = \frac{V_j}{V_L + V_C + V_R}$$

$$V_L + V_C + V_R = 11$$



La politica attuata dal Governo,  $\hat{p}$ , è la media ponderata tra i programmi politici proposti dai tre partiti,  $p_L, p_C, p_R$ .

$$\hat{p}(p_L, p_C, p_R) = \frac{V_L(p_L, p_C, p_R)}{V_L(p_L, p_C, p_R) + V_C(p_L, p_C, p_R) + V_R(p_L, p_C, p_R)} p_L + \frac{V_C(p_L, p_C, p_R)}{V_L(p_L, p_C, p_R) + V_C(p_L, p_C, p_R) + V_R(p_L, p_C, p_R)} p_C + \frac{V_R(p_L, p_C, p_R)}{V_L(p_L, p_C, p_R) + V_C(p_L, p_C, p_R) + V_R(p_L, p_C, p_R)} p_R$$

Dove  $V_L(p_L, p_C, p_R) + V_C(p_L, p_C, p_R) + V_R(p_L, p_C, p_R) = 11$

Formalmente:  $\hat{p}(p_L, p_C, p_R) = \sum_{j=L,R} S_j(p_L, p_C, p_R) * p_j$

### Polarizzazione

La polarizzazione viene definita come la differenza tra i due programmi politici proposti all'interno della competizione elettorale più estremi (MDP).

Ciò che si vuole analizzare all'interno del modello è l'assioma di Matakos et al. 2016 secondo cui: "mantenendo costante la proporzionalità del sistema elettorale, un numero minori di partiti conduce, generalmente, ad una minore polarizzazione (misurata attraverso l'indice MDP)".

Considerando un sistema bipartitico, quando il partito di sinistra diverge dalla posizione dell'elettore mediano si verifica una perdita di voti per l'avversario e uno spostamento della politica implementata fortemente verso sinistra.

Quando viene considerato, invece, un sistema multipartitico con 3 partiti presenti (L, C, R), deviazioni dei due partiti periferici rispetto alla posizione dell'elettorale mediano non corrispondono a spostamenti eclatanti della mediana e ingenti perdite di voti. Questo permette ad L e R di adottare politiche più estreme. Il partito C assume una funzione di contraccollo a spostamenti dei partiti periferici verso posizioni più estreme.

## Risultati

### Politiche strategicamente adottate dai partiti in equilibri di Nash in strategia pura e mista.

Tabella 1

	2 partiti		3 partiti	
	$EP_L$	$EP_R$	$EP_L$	$EP_R$
$\alpha = 0$	5	5	469/95	481/95
			230/49	260/49
			5	5
			4	6
			4,958035826	40250/7983
			490/99	500/99
$\alpha = 0.5$	4	6	4	6
			3	7
$\alpha = 1$	0	10	0	10
	2	8	2	8
	1	9	1	9

$EP_j$  dove ( $j = L, R, C$ ) =expected policy, rappresenta la posizione politica che il partito decide di attuare in modo strategico all'interno di un equilibrio di Nash.

EPolarization=expected polarization, è la polarizzazione derivante dalla differenza tra le  $EP_j$  dei due partiti L e R considerati più estremi.

### Due partiti concorrenti all'interno della competizione elettorale:

*Il caso con due partiti e  $\alpha = 0$ .*

*I partiti hanno come unico obiettivo la massimizzazione dei voti.*

La matrice dei payoffs dei due partiti è una matrice simmetrica a somma 0. La matrice A sarà simmetrica quando le strategie dei partiti saranno obliquamente simmetrici.

Formalmente  $A \in R^{11 \times 11}$  dove  $A^{-1} = -A$

Abbiamo un unico equilibrio di Nash in strategia pura, dove i partiti decidono di giocare una strategia pari alla posizione preferita dall'elettore mediano. Il giocatore L sceglierà una politica pari a 5 con probabilità 1 mentre il giocatore R adotterà una politica 5 con probabilità sempre 1. La polarizzazione sarà pari 0.

( $EP_L=5, EP_R=5$ )  $\rightarrow$  EPolarization=5-5=0

Entrambi i partiti adottano una politica pari a quella preferita dall'elettore mediano.

Secondo Hotelling-Downs (1957), la posizione dell'elettore mediano corrisponde ad un equilibrio Nash in strategia pura. I due partiti presenti all'interno dell'arena politica si muovono, entrambi, verso il centro, posizione preferita dall'elettore mediano, riuscendo così a conquistare l'obiettivo di massimizzazione dei voti. In questo caso la polarizzazione sarà pari a 0.

*Il caso con due partiti e  $\alpha = 0.5$ :*

*I partiti hanno obiettivi misti.*

Come detto in precedenza, attribuendo al coefficiente  $\alpha$  il valore 0.5, i partiti hanno in pari modo l'obiettivo di massimizzazione della propria quota di voti e lo scopo di minimizzazione della distanza. Troveremo un equilibrio di Nash in strategia mista dove L giocherà una politica 3 con probabilità 0.5 e una posizione 5 sempre con probabilità 0.5. R sceglierà strategicamente di adottare una politica 5 con probabilità 0.5 e selezionerà 7 con probabilità 0.5.

$$EP_L = 3 * 1/2 + 5 * 1/2 = 1.5 + 2.5 = 4, EP_R = 5 * 1/2 + 7 * 1/2 = 2.5 + 3.5 = 6$$

$$(EP_L = 4, EP_R = 6) \rightarrow EPolarization = 6 - 4 = 2$$

La polarizzazione in questo caso sarà maggiore rispetto al caso precedente perché i soggetti non avranno più solo l'obiettivo di massimizzazione di  $V_j$  ma cercheranno anche di selezionare politiche che si avvicinino di più alla propria politica ideale.

*Il caso con due partiti e  $\alpha = 1$ :*

L'obiettivo dei partiti è la minimizzazione della distanza: intesa come differenza tra la politica attuata e la politica ideale del singolo partito ( $|\hat{p} - \pi_j|$ ).

Dove  $payoff_j = (10 - (distanza))$ .

Abbiamo equilibri di Nash in strategia pura:

$$EE1: (EP_L = 1, EP_R = 9) \rightarrow EPolarization = 9 - 1 = 8$$

L selezionerà una politica pari a 1 con probabilità 1, R una politica 9 probabilità 1

$$EE4: (EP_L = 2, EP_R = 8) \rightarrow EPolarization = 8 - 2 = 6$$

L selezionerà strategicamente una posizione uguale a 1 con probabilità 1, R una politica 8 probabilità 1

$$EE9: (EP_L = 0, EP_R = 10) \rightarrow EPolarization = 10 - 0 = 10$$

L adotterà una politica pari a 0 con probabilità 1, R una di 10 probabilità 1. L e R adotteranno quindi politiche molto più fedeli alla propria politica ideale discostandosi da essa al massimo

di due posizioni politiche. La polarizzazione con  $\alpha = 1$  toccherà il suo valore massimo valore nell'equilibrio 9 (EE9) dove i partiti selezioneranno strategicamente posizioni politiche pari alla propria politica ideale:  $p_j = \pi_j$ .

### **Tre partiti concorrenti all'interno della competizione elettorale:**

Si passerà da un sistema bipartitico ad uno multipartitico e il partito C adotterà in qualunque caso  $EP_C = 5$ .

*Il caso con tre partiti e  $\alpha = 0$*

Avremo equilibri di Nash in strategie pure e in strategie miste

**EE1: strategia mista** ( $EP_L=4,958035826, EP_R=40250/7983$ ) →

**EPolarization=0.08392834787**

**EE3: strategia pura** ( $EP_L=4, EP_R=6$ ) → **EPolarization=2**

**EE4: strategia mista** ( $EP_L=490/99, EP_R=500/99$ ) → **EPolarization=10/99**

**EE5: strategia mista** ( $EP_L=490/99, EP_R=500/99$ ) → **EPolarization=12/95**

**EE12: strategia mista** ( $EP_L=230/49, EP_R=260/49$ ) → **EPolarization=30/49**

**EE2: strategia mista** ( $EP_L=5, EP_R=5$ ) → **EPolarization=0**

In un sistema multipartitico:

Nel caso visto in precedenza (due partiti), L e R cercheranno di adottare una politica pari alla mediana (nel nostro caso 5) per acquisire la maggior quota di voti possibili. In presenza di tre partiti, i partiti periferici (L e R) convergeranno verso il partito centrale, C, che si trova nella posizione preferita dall'elettore mediano, in modo da acquisire più consenso elettorale. Il partito centrale per evitare di rimanere "schiacciato" tra i due i concorrenti, ha come unica alternativa, la possibilità di scavalcare uno dei due e adottare una politica più "estrema", Downs (1957), allontanandosi così dal centro. Così facendo la presenza di un terzo partito porterà ad un processo continuo che non sfocerà in nessun equilibrio stabile. Il partito C potrebbe anche decidere di non entrare all'interno della competizione elettorale per evitare questa "compressione" tra L e R. Nel nostro caso C entrerà nella competizione adottando una posizione pari all'ideologia dell'elettore mediano solo per soddisfare l'obiettivo di massimizzazione dei voti.

Gli equilibri (EE1, EE3, EE4, EE5, EE12) avranno altrettanti equilibri dove L e R adotteranno politiche opposte rispetto ai  $EP_L$  e  $EP_R$  degli equilibri evidenziati (Tabella 3). Questo succede perché i partiti non hanno il minimo interesse a rimanere fedeli alla propria politica ideale.

Tabella 3

	EE1	EE6	EE4	EE9	EE5	EE10	EE12	EE11	EE3	EE8
$EP_L$	4,958035826	40250/7983	490/99	500/99	469/95	481/95	230/49	260/49	6	4
$EP_R$	40250/7983	4,958035826	500/99	490/99	481/95	469/95	260/49	230/49	4	6

*Il caso con tre partiti e  $\alpha = 0,5$*

Abbiamo equilibri di Nash in strategia pura e in strategia mista:

EE1: *strategia pura* ( $EP_L=6, EP_R=4$ )  $\rightarrow EPolarization=2$

EE2: *strategia pura* ( $EP_L=4, EP_R=6$ )  $\rightarrow EPolarization=2$

EE5: *strategia mista* ( $EP_L=3, EP_R=7$ )  $\rightarrow EPolarization=4$

L adotterà strategicamente una politica pari a 2 con probabilità  $\frac{1}{2}$  e 4 sempre con probabilità  $\frac{1}{2}$ . ( $EP_L=2*1/2+4*1/2=3$ ). R selezionerà strategicamente una posizione pari a 6 con probabilità  $\frac{1}{2}$  e una pari a 8 con probabilità  $\frac{1}{2}$ . ( $EP_R=6*1/2+8*1/2=7$ )

I partiti avendo obiettivi misti adotteranno politiche meno centriste ma in qualche misura non troppo estreme riuscendo così a bilanciare i due obiettivi perseguiti (massimizzazione voto e minimizzazione distanza).

Anche in questo caso possiamo notare, negli equilibri EE1 e EE2, come i due partiti si scambino le proprie  $EP_j$  adottando politiche che si trovano sul lato opposto rispetto alla mediana; selezionando L politiche maggiori di 5 e R minori di 5. Rispetto al caso precedente i partiti scelgono politiche leggermente più vicine alla propria politica ideale determinando una polarizzazione con valori più elevati ( $EPolarization_{EE5}=4$ )

*Il caso con tre partiti e  $\alpha = 1$*

Equilibri di Nash in strategia pura:

EE1: ( $EP_L=1, EP_R=9$ )  $\rightarrow EPolarization=9-1=8$

L adotterà una politica pari a 1 con probabilità 1 (strategia pura)

R adotterà una politica pari a 9 con probabilità 1 (strategia pura)

EE9: ( $EP_L=0, EP_R=10$ )  $\rightarrow EPolarization=10-0=10$

L adotterà una politica pari a 0 con probabilità 1 (strategia pura)

R adotterà una politica pari a 9 con probabilità 1 (strategia pura)

EE4: ( $EP_L=2, EP_R=8$ )  $\rightarrow EPolarization=8-2=6$

L adotterà una politica pari a 2 con probabilità 1 (strategia pura)

R adotterà una politica pari a 8 con probabilità 1 (strategia pura)

I partiti cercando di rimanere il più fedele possibile alla propria politica ideale adottando politiche più "estreme". Interessante notare come le posizioni politiche strategicamente selezionate e di conseguenza la polarizzazione siano uguali con  $\alpha = 1$  sia nel caso di due o tre partiti presenti all'interno della competizione.

Come nel caso precedente, la polarizzazione toccherà il suo massimo valore pari a 10, valore che si riscontra solo quando i partiti adottano la propria politica ideale.

### Polarizzazione

	Polarizzazione	
	2 partiti	3 partiti
$\alpha = 0$	0	12/95
		30/49
		0
		2
		0.08392834787
		10/99
$\alpha = 0.5$	2	2
		4
$\alpha = 1$	10	10
	8	8
	6	6

Tabella 2

L'analisi presentata cerca di estendere l'assioma di Matakos et al. (2016) riguardante la polarizzazione a casi in cui i partiti perseguono diversi obiettivi: massimizzazione dei voti e minimizzazione della *distanza*. Matakos et al. (2016) dimostra come l'aumento del numero dei partiti all'interno di una competizione elettorale porti ad un aumento della polarizzazione, mantenendo costante la proporzionalità del sistema elettorale.

Il modello analizza, attraverso una combinazione convessa, con coefficiente  $\alpha$ , gli effetti che i diversi obiettivi dei partiti hanno sulle politiche proposte e, di conseguenza sulla polarizzazione.

L'analisi introduce due diversi obiettivi che possono essere perseguiti dai partiti: massimizzazione dei voti e minimizzazione della *distanza*, intesa come vicinanza del programma politico alla politica proposta. Dove  $\alpha$  è espressione dei diversi obiettivi perseguiti primariamente dai partiti.

Ricordiamo che:

Se  $\alpha=0$ , abbiamo partiti il cui unico obiettivo è la massimizzazione dei voti.

Se  $\alpha=0.5$ , partiti i partiti attribuiscono lo stesso peso agli obiettivi di massimizzazione dei voti e di minimizzazione della distanza.

Se  $\alpha=1$ , abbiamo partiti il cui unico scopo è la minimizzazione della distanza.

La polarizzazione, intesa come la distanza tra i due partiti più estremi, dovrebbe aumentare quando si passa da una dimensione bipartitica ad una multipartitica. Come si può notare nella prima riga di *Tabella 2*, attribuendo al coefficiente  $\alpha = 0$ , consideriamo partiti orientati alla massimizzazione della propria quota di voti (come Downs). Nel caso di soli due partiti, i soggetti per soddisfare il proprio obiettivo adottano politiche pari alla posizione preferita dall'elettore mediano,  $\bar{\pi}$ . Nel nostro caso, considerando lo spazio politico continuo e unidimensionale  $n = [0,10]$ ,  $\bar{\pi}$  corrisponde 5. L'equilibrio sarà determinato da un unico equilibrio di Nash in strategia pura. La polarizzazione sarà nulla.

Nel passaggio della competizione tra due a tre partiti, il terzo partito, C, propone sempre una politica  $p_c$ , 5. Gli altri due partiti continuano ad adottare posizioni molto vicine a quella del partito centrista e dell'elettore mediano "intrappolando" così il nuovo partito entrante. Il partito entrante rimane all'interno della competizione solo per soddisfare il proprio obiettivo elettorale. L'alternativa sarebbe "scavalcare" uno dei due partiti aumentando la propria quota di voti ma sfociando in un equilibrio molto mutevole (Downs,1957).

Focalizzandosi sulla seconda riga della *Tabella 2* dove  $\alpha$  assume il valore 0.5, i partiti attribuiscono lo stesso peso agli obiettivi di massimizzazione dei voti e di minimizzazione della distanza. Nel caso della presenza di soli due partiti avremo un unico equilibrio di Nash in strategia pura. I partiti si allontanano di una sola posizione rispetto a  $\bar{\pi}$ , dovendo comunque in qualche misura garantire il giusto compromesso tra i due fini. Di conseguenza, la polarizzazione aumenterà di ben due unità. Nel caso dell'entrata del terzo partito otterremo lo stesso equilibrio che riscontriamo nel caso di due partiti, un altro in cui le posizioni di L, ( $EP_L$ ) e di R ( $EP_R$ ) saranno invertite rispetto al caso precedente (*Tabella 3*) e

un terzo equilibrio in cui le politiche dei partiti saranno più vicine alla politica ideale  $\pi_i$ . Si determina un aumento della polarizzazione nel passaggio tra due e tre partiti.

Considerando il caso in cui  $\alpha = 1$ , l'obiettivo dei partiti è la minimizzazione della distanza. Sia nel caso in cui siano presenti due partiti sia tre partiti in competizione abbiamo gli stessi equilibri di Nash in strategia pura. Le politiche strategicamente selezionate saranno uguali (*Tabella 1*) e quindi anche la polarizzazione. La polarizzazione toccherà il valore più alto possibile, 10, all'interno del nostro spazio politico  $\pi = [0,10]$ . Nel caso in cui siano presenti solo due partiti, essi adotteranno (secondo Palfrey, 1984) politiche più estreme in modo da scoraggiare l'entrata di un terzo partito. I partiti saranno quindi soggetti alla dinamica centrifuga indifferentemente dal numero di partiti presenti.



## **Conclusioni:**

Il modello proposto in questa tesi analizza la polarizzazione indagando sui diversi obiettivi perseguiti dai partiti: massimizzazione dei voti (“vote-seeking”) e minimizzazione della distanza (“policy-seeking”).

Vieni quindi esteso l’assioma di Matakos et al. (2016) considerando parallelamente a questo i fini dei diversi concorrenti: attraverso una combinazione convessa si attribuisce il peso che ogni partito assegna a ciascun obiettivo utilizzando un coefficiente  $\alpha$ .

I risultati di questa estensione sono riportati nella *Tabella 1*. Le righe della tabella contengono le posizioni politiche strategicamente selezionate dai partiti,  $EP_j$ , ottenute attribuendo ad  $\alpha$  i valori corrispondenti ai diversi obiettivi. Notiamo come  $EP_j$  si allontanano dalla posizione ideale dell’elettore mediano quando si passa da competizioni con due partiti a competizioni con tre partiti. Questo comporta un aumento della polarizzazione. Si sottolinea che se  $\alpha=1$ , sia nel caso in cui siano presenti due partiti che nel caso di tre partiti, le politiche adottate saranno identiche. Nel caso di due partiti, essi adotteranno politiche più estreme in modo da scoraggiare l’entrata di un nuovo partito (Palfrey,1984). I partiti saranno quindi soggetti alla dinamica centrifuga indifferentemente dal numero di partiti presenti.

Osservando la *Tabella 2* possiamo quindi concludere che aumentando il valore attribuito ad  $\alpha$ , a prescindere dalla quantità di partiti presenti, i singoli partiti tenderanno ad adottare politiche più vicine alla propria politica ideale. La polarizzazione aumenta all’aumentare di  $\alpha$ .

## Bibliografia

1. Boulding, 1966. K. Economic Analysis; Vol. I, Microeconomics, 4th Ed. In: Eaton, B. Curtis, and Richard G. Lipsey. (1975) "The Principle of Minimum Differentiation Reconsidered: Some New Developments in the Theory of Spatial Competition."
2. Bol, D., Matakos, K., Troumpounis, O., Xeferis, D., 2019. "Electoral rules, strategic entry and polarization", Journal of Public Economics, Volume 178, 104065, ISSN 0047-2727. Accessed February 23, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.jpubeco.2019.104065>.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0047272719301264>
3. Downs, A., 1957. "An Economic Theory of Political Action in a Democracy." *Journal of Political Economy* 65, no.2 (1957): 135-50. Accessed February 23, 2021. <http://www.jstor.org/stable/1827369>.
4. Eaton, B., & Lipsey, R., 1975. *The Principle of Minimum Differentiation Reconsidered: Some New Developments in the Theory of Spatial Competition*. The Review of Economic Studies, 42(1), 27-49. Accessed February 23, 2021. <http://www.jstor.org/stable/2296817>
5. Hotelling, H., 1929. "Stability in Competition." *The Economic Journal*, vol. 39, no. 153, 1929, pp. 41–57. In: Downs, A., 1957. "An Economic Theory of Political Action in a Democracy." *Journal of Political Economy* 65, no.2 (1957): 135-50. Accessed February 23, 2021. <http://www.jstor.org/stable/1827369>.
6. Matakos, K., Troumpounis, O., & Xeferis, D., 2016. *Electoral Rule Disproportionality and Platform Polarization*. American Journal of Political Science, 60(4), 1026-1043. Accessed February 24, 2021. <http://www.jstor.org/stable/24877470>
7. Palfrey, T., 1990. "Spatial Equilibrium with Entry." The Review of Economic Studies 51, no. 1 (1984): 139-56. Accessed February 24, 2021. <http://www.jstor.org/stable/2297710>.
8. Strom, K., 1990. "A Behavioral Theory of Competitive Political Parties." American Journal of Political Science, vol. 34, no. 2, 1990, pp. 565–598. Accessed 23 Feb. 2021. [www.jstor.org/stable/2111461](http://www.jstor.org/stable/2111461). Accessed 23 Feb. 2021.
9. Theil, H., 1969. The Desired Political Entropy. The American Political Science Review, 63(2), 521-525. doi:10.2307/1954705. In: Bol, D., Matakos, K., Troumpounis, O., Xeferis, D., 2019. "Electoral rules, strategic entry and polarization", Journal of Public Economics, Volume 178, 104065, ISSN 0047-2727.
10. <http://www.gambit-project.org/>